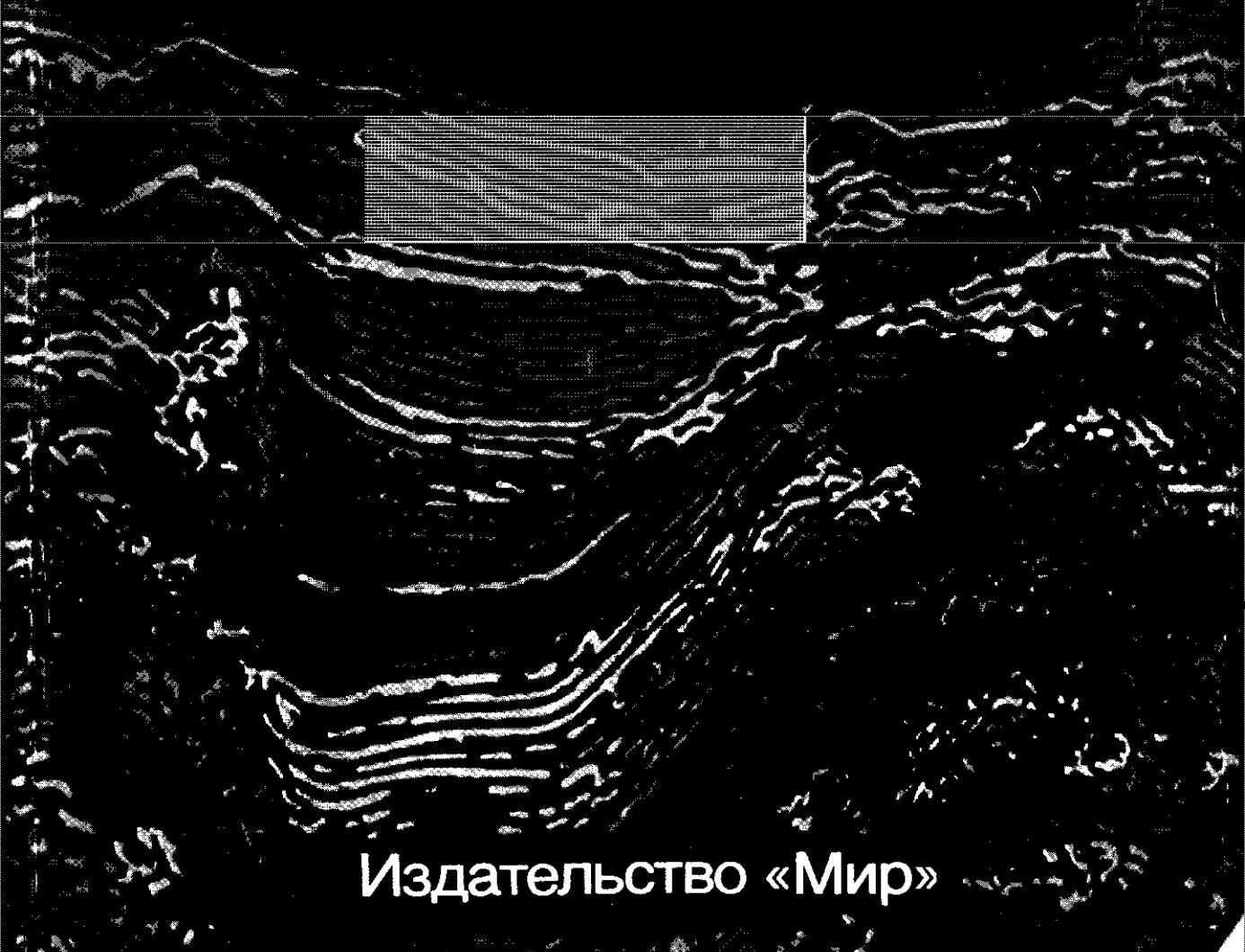


Л. Хаттон, М. Уэрдингтон, Дж. Мейкин

# ОБРАБОТКА СЕЙСМИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Теория и практика



Издательство «Мир»

# ОБРАБОТКА СЕЙСМИЧЕСКИХ ДАННЫХ

# **SEISMIC DATA PROCESSING**

## **Theory and Practice**

**L. HATTON MA, MSc, PhD, ALCN**

Managing Director, Merlin Profilers (Research) Ltd

**M. H. WORTHINGTON BSc, MSc, PhD**

Professor of Geophysics, Imperial College of Science  
and Technology, London University

**J. MAKIN MA**

Technical Director, Ensign Geophysics Ltd

**BLACKWELL SCIENTIFIC PUBLICATIONS**

Oxford London Edinburgh

Boston Palo Alto Melbourne

Л.Хаттон, М.Уэрдингтон, Дж.Мейкин

# ОБРАБОТКА СЕЙСМИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Теория и практика

Перевод с английского  
канд. техн. наук А.Л. Малкина



Москва «Мир» 1989

ББК 26.2  
Х 25  
УДК 550.83

X25 Хаттон Л., Уэрдингтон М., Мейкин Дж.  
Обработка сейсмических данных. Теория и практика:  
Пер. с англ.—М.: Мир, 1989.—216 с., ил.  
ISBN 5-03-000926-4

В книге известных английских геофизиков изложены теоретические основы практических всех современных методов и этапов цифровой обработки сейсмических данных. Кратко описана вычислительная техника, используемая в обрабатывающих центрах, и самые разные способы обработки как классические процедуры фильтрации, так и методы томографии. Приводятся основы теории обратных задач.

Для геофизиков, а также научных работников, инженеров, аспирантов и студентов других областей науки и техники, имеющих дело с обработкой данных методами прикладной математики

X 1803020000-085 80-89 г. ББК 26.2  
041(01)-89

*Редакция литературы по геологии и геофизике*

ISBN 5-03-000926-4 (русск.)  
ISBN 0-632-01374-5 (англ.)

© 1986 by Blackwell Scientific Publications  
© перевод на русский язык, «Мир», 1989

## От переводчика

Вы держите в руках, читатель, весьма необычную книгу, которая сильно отличается от всех ранее выходивших на русском языке изданий, целиком или частично посвященных обработке данных сейсморазведки. Лишенную академизма учебного пособия, утомительной детальности монографии и сухости справочника, эту книгу скорее всего можно назвать путеводителем по современным методам обработки сейсмических сигналов. Как и во всяком хорошем путеводителе, массу полезных для себя сведений здесь смогут найти самые разные категории геофизиков, начиная от студентов и кончая умудренными опытом практиками. Наверняка стоит познакомиться с книгой тем узким специалистам как в сейсмике, так и в смежных областях, которые хотят составить общее представление обо всем многообразии проблем цифровой обработки сейсмических записей.

Представляется, что, создавая этот труд, авторы руководствовались двумя главными принципами: «понемногу о многом» и «просто о сложном». В самом деле, при сравнительно небольшом объеме книги здесь содержатся сведения о самых разных способах обработки от классических процедур фильтрации до новых и не ставших пока стандартными

методов томографии. Теория методов освещается в основном лишь в той мере, в какой это необходимо для понимания принципов действия различных процедур и грамотного их использования. Зато очень подробно, с привлечением большого количества примеров, с анализом распространенных ошибок и возможных «подводных камней» авторы разбирают практические аспекты применения алгоритмов обработки.

Ревнителям математической строгости стиль книги, пожалуй, покажется слишком вольным. Видимо, каждый, кто в научной публикации пытается жертвовать строгостью в пользу доступности изложения, ставит себя в уязвимое положение для критики. Думается все же, что в большинстве случаев авторам удалось найти удачный компромисс. В необходимых (по мнению переводчика) местах делались поясняющие подстрочные примечания.

В такой интенсивно развивающейся области, как обработка сейсмических сигналов, научные публикации стареют быстро. Думаю, что эта книга попадет в разряд немногочисленных исключений и ей суждена долгая жизнь.

*A. Малкин*

# Предисловие

Большая часть содержащегося в книге материала появилась в виде записей лекций для магистерского курса вначале по нефтяной сейсморазведке в Оксфордском университете и затем по разведочной геофизике в Имперском колледже Лондонского университета. Основной контингент слушателей этих курсов составляют вчерашние студенты – геологи, физики, математики, инженеры, геофизики или других естественно-научных специальностей, которые работают в различных компаниях, занимающихся разведкой углеводородного или минерального сырья. Математическая подготовка слушателей всегда была неоднородной. По этой причине в данной книге математическое содержание сведено к минимуму. Тем не менее предполагается, что читатель знаком с основными принципами дифференциального и интегрального исчислений, рядами Фурье и основами матричной алгебры, включая понятия собственных значений, собственных векторов и диагонализации.

Мы вполне отдаляем себе отчет в том, что некоторые из рассматриваемых здесь вопросов освещены также и в других прекрасных книгах, причем нередко на значительно более строгом уровне. Взяться за написание этой книги нас побудила уверенность в том, что практические советы и указания всегда в дефиците. Предполагается, что читатель имеет доступ к вычислительной системе (и соответствующему математическому обеспечению), и вопрос состоит в том, как с максимальной пользой ее эксплуатировать.

Глава 1 кратко знакомит читателя с вычислительной техникой, обычно используемой при промышленной обработке сейсмических данных. В гл. 2 приводятся теоретические основы для гл. 3, посвященной более практическим вопросам. Здесь можно заметить почти полное отсутствие символов интегралов по сравнению с обозначениями сумм. Поскольку на практике все вычисления выполняются

на цифровых вычислительных машинах, основное внимание уделено дискретному преобразованию Фурье. В гл. 3 и 4 описываются решения задач, которые в любом сейсмическом центре по обработке данных приходится ежедневно решать множество раз. Мы признательны компаниям Merlin Profilers Ltd и Ensign Geophysics Ltd, предоставившим нам свои вычислительные системы, программы и средства машинной графики, а также компаниям ARCO и Merlin Profilers Ltd, давшим разрешение на публикацию материалов, использованных в этих главах. В гл. 5 мы попытались представить на возможно более простом уровне теорию геофизических обратных задач. Вычислительные системы на базе малых и универсальных ЭВМ обычно имеют в составе библиотек подпрограмм все необходимые модули для выполнения любых описанных в этой главе процедур. Исключение могут составлять лишь некоторые алгоритмы томографии.

Многие студенты и коллеги помогали нам в работе над книгой либо непосредственно, либо оказывая косвенное влияние. Всем им мы весьма благодарны. Однако особенную признательность хотелось бы выразить А. Горски за его большую помощь в обсуждении двумерных спектральных методов (гл. 2 и 3); С. Смиту за его вклад в разд. 3.6; Г. Паркесу за участие в подготовке гл. 4; М. Ористеглио, Ш. Стейнсби, М. Ловриджу и А. Майсону за некоторые идеи, включенные в гл. 5; П. Беннетту и Э. Райту за чтение корректуры и полезные замечания; компании Ensign Geophysics Ltd, разрешившей Дж. Мейкину завершить работу над рукописью, и членам наших семей, которые мерились с нервозной обстановкой, вызываемой литературными амбициями авторов.

Июль 1985 г.

Лесли Хэттон  
Майл Уэйдингтон  
Джон Мейкин

# Глава 1

## Обработка сейсмических данных и вычислительные системы

### 1.1 Введение

С середины 60-х годов всю обработку сейсмических данных стали выполнять на цифровых ЭВМ. Действительно, сейсморазведка явилась одним из важных катализаторов развития определенных типов «арифмометров», если воспользоваться почтенным старым названием. Нашей целью в этой главе является рассмотрение тех практических аспектов вычислительных систем, которые в наибольшей степени касаются геофизика-обработчика в его повседневной работе. Здесь мы лишь кратко познакомим читателя с основной терминологией и используемым оборудованием. Для более полного знакомства с предметом можно обратиться к работам [27–32]. Материал этой главы основан на первой из них.

Среди геофизиков программистов и пользователей геофизического программного обеспечения распространено мнение, что искусство обработки сейсмических данных – это своего рода черная магия. Одна из главных причин такого взгляда состоит в том, что на любом уровне развития вычислительной техники обработка данных сейсморазведки всегда была исключительно трудоемким делом. В течение последних двадцати лет всегда существовали процедуры, которые можно было бы использовать в обработке, если бы не мешали экономические соображения. Ничего в этом смысле не изменилось и к сегодняшнему дню. Так, в алгоритмическом плане полную трехмерную глубинную миграцию до суммирования можно было бы применять уже сейчас (конечно, при условии достаточно хорошо известной скоростной модели среды), но для ее выполнения потребовалось бы много лет непрерывной работы самых мощных в мире ЭВМ. На практике мы в лучшем случае располагаем лишь грубой аппроксимацией скоростной модели, однако рассмотрение этого важного вопроса мы временно отложим. Даже такая обычная процедура, как демультиплексация, может побудить управляющего вычислительным центром к преждевременному уходу на пенсию, если окажется, что необходимо демультиплексировать виограммы с 30-секундным опорным сиг-

налом при шаге дискретизации 2 мс и плотности записи 6250 кадр/дюйм (объяснение использованных терминов будет дано ниже).

Такого рода трудности в осуществлении геофизических процедур привели к появлению этакого геофизического вычислительного «гуру», который, вынося высококвалифицированные и непонятные решения, умудряется обойти эти проблемы. К сожалению, такие решения обычно чрезвычайно трудно сопровождать (исправлять ошибки) или усиливать (добавлять новые функциональные возможности) ввиду их сложности и зависимости от конкретной аппаратуры, для которой они были выработаны. Как следствие программисты и пользователи не могут с легкостью применять появляющиеся усовершенствования в программном и аппаратном обеспечении ЭВМ, и вся система быстро приходит в состояние застоя.

Другая немаловажная причина, по которой предмет цифровой обработки сейсмических данных представляется столь запутанным, – это качество документации. Средний образчик документации по ЭВМ выглядит столь пугающе не потому, что открывает глубокие тайны, а потому, что ужасно написан. Конечно, существуют замечательные исключения, но их до обидного мало. К сожалению, промышленность, выпускающая средства вычислительной техники, не единственный производитель плохой документации. Вопросу о том, как обычный геофизик-пользователь обращается с конкретной системой обработки сейсмических данных, часто не придется должного внимания по сравнению со стремлением добиться совершенного технического решения касательно прохождения задач на ЭВМ.

Приблизительно пять лет назад вычислительные машины делились на три категории: микро-ЭВМ (наименее мощные), мини-ЭВМ и универсальные ЭВМ (самые мощные). Более точное деление можно было бы дать по степени «интеллектуальности» (сложности) периферийных устройств (дисков, лент, печатающих устройств и т.д.). Так, микро-ЭВМ оснащались простейшей периферией, а универсальные машины – самой сложной. При современных

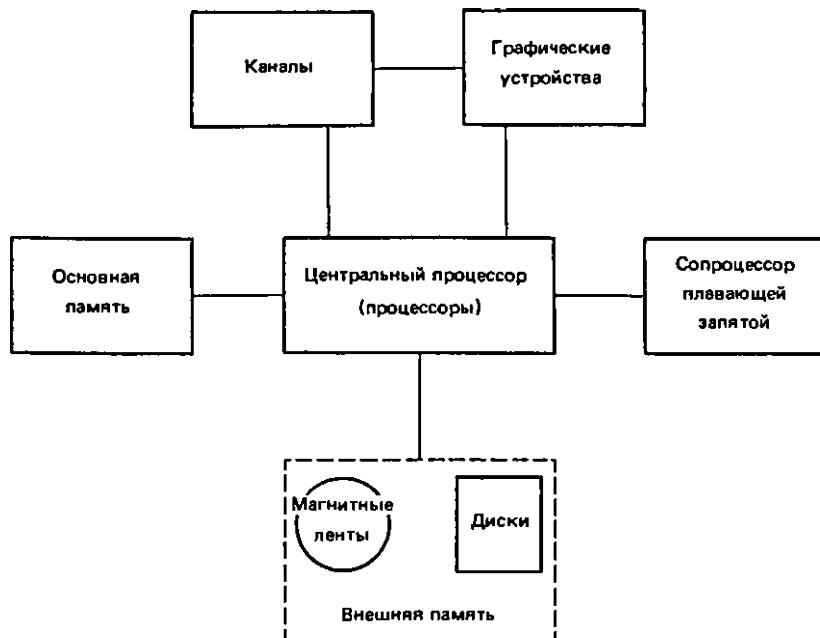


Рис. 1.1. Элементы типичной системы обработки сейсмических данных.

темпах развития вычислительной техники в не таком уж далеком будущем ЭВМ будут различаться только стоимостью. Во время написания этой книги уже существовало несколько типов микро-ЭВМ, превышающих по мощности VAX 11/780 – широко известную и заслуженно уважаемую мини-ЭВМ значительной мощности.

## 1.2. Элементы типичной системы обработки сейсмических данных

Основные элементы типичной вычислительной системы среднего или крупного размера, предназначенной для сейсмических работ, показаны на рис. 1.1. Рассмотрим более подробно отдельные компоненты системы.

### 1.2.1. Центральный процессор

Центральный процессор (ЦП) управляет работой всей вычислительной системы. В нем выполняются программы, переносимые по частям из памяти. Для этого из него посыпаются команды различным периферийным устройствам, каждое из которых реагирует на них определенным образом. Мощность действия центрального процессора обычно измеряется в *миллионах операций в секунду* (МОС). К сожалению, эта единица измерения выбрана довольно и неудачно, поскольку сильно зависит от мощности и гибкости системы команд конкретного ЦП. Для измерения *усредненного показателя производи-*

*тельности ЦП* (по Уэтстону) используют стандартный пакет программ, известный под названием *уэтстоновского комплекта*. Впрочем, и по этому показателю производительность ЭВМ в конкретных условиях применения может зависеть от многих факторов, и в первую очередь от используемой операционной системы. Для машины с одинаковой производительностью и в МОС, и по Уэтстону могут характеризоваться очень разными оценками эффективности при решении сейсмических задач.

Заметим, что МОС и миллионы операций в секунду по Уэтстону (*мегауэтстоны*) часто путают. При оценке быстродействия в МОС фирма, производящая ЭВМ, обычно выбирает какую-либо быструю команду и вычисляет, сколько раз эта конкретная команда может быть выполнена в течение секунды. В уэтстоновском комплекте фигурируют, в частности, операции с плавающей запятой, которые не относятся к числу быстрых команд. Таким образом, производительность ЭВМ в мегауэтстонах обычно оказывается более низкой, чем в МОС.

В обработке сейсмических данных применяется множество различных типов ЭВМ, начиная от микроКомпьютеров, построенных с использованием новейших достижений микропроцессорной технологии на кристаллах, производимых компаниями Intel, Motorola, National Semiconductor, Intmos, Zilog, Hitachi, NEC и многими другими, и кончая гигантскими ЭВМ, или супер-ЭВМ, такими как Cray или CDC Cyber 205. Членства этого последнего, в своем роде исключительного клуба удостаиваются ЭВМ,

**Таблица 1.2.1.** Приближенные оценки относительной производительности ЦП различных ЭВМ, применяемых в промышленной обработке данных сейсморазведки, в сравнении с производительностью микропроцессоров. (Цифры даны без учета конкретного математического обеспечения и не могут служить непосредственными оценками производительности обработки сейсмических данных.)

Марка ЭВМ	Тип ЭВМ	Относительная производительность
NS32132	Микро	2-3
MC68020	»	2-3
80386	»	2-3
Z80000	»	2-3
T424	»	8
VAX 11/780	Мини	1
Data General MV10000	»	2-3
Perkins-Elmer 3250	»	2-3
Norsk Data ND 570	»	3-4
IBM 3081	Универсальная	20
UNIVAC 1100/84	»	7
Cray 1S	Супер	50-100
Cray X/MP	»	100-200
CDC Cyber 205	»	100-200

способные поддерживать производительность 20 мегафлоп векторной арифметики (термины будут вскоре объяснены).

Можно предсказать, что в развитии сейсмических вычислительных систем очень большую роль сыграет, в частности, микропроцессорная технология, поскольку уже сейчас она дала колossalный толчок развитию вычислительной техники в целом. Появившиеся в период с 1983 по 1986 г. такие микропроцессоры, как National Semiconductor NS 32032 и 32132, Motorola MC 68020, Intel 80286, 80386 и 80486, Intmos T424 и Zilog 80000, оснащенные полным набором вспомогательных кристаллов, включая очень мощные процессоры для операций с плавающей запятой и каналы, уже составляют или скоро составят серьезную конкуренцию традиционным мини-ЭВМ или даже универсальным вычислительным машинам в плане эффективности обработки сейсмической информации. Соотношение между производительностью и стоимостью таких микропроцессорных комплектов уже сейчас поражает, и это при том, что каких-либо признаков, которые указывали бы на снижение темпов развития микропроцессорной техники, пока не видно. Приблизительные оценки относительной производительности ЦП некоторых микро-ЭВМ в сравнении с различными мини-, универсальными и супер-ЭВМ, используемыми для обработки сейсмических данных, приведены в табл. 1.2.1.

### Основная память

В этом разделе следует упомянуть также об основной памяти, без которой центральный процессор становится совершенно бесполезным. Основная память состоит из электронных компонент, выполненных в современной МОП-технологии (металлокисел-полупроводник), организованных по байтам или словам.

**Байтовая организация.** Байт состоит из восьми бит (разрядов). Каждый бит представлен электронным устройством (так называемым триггером), которое может находиться либо при высоком, либо при низком уровне потенциала (обычно 5 и 0 В соответственно). Такая электронная дуальность приводит к необходимости использовать в ЭВМ двоичную арифметику и ее расширения, например восьмеричную (по основанию 8) и шестиадцатеричную (по основанию 16). Емкость основной памяти вычислительной машины измеряется в мегабайтах. Под **мегабайтом** обычно понимают  $2^{20}$  (или  $1024 \times 1024$ ) байт. В машине с побайтной адресацией байт является наименьшей адресуемой единицей памяти. Такой вид адресации присущ большинству микро- и мини-ЭВМ.

**Пословная организация.** Машиное слово – это не вполне четко определенное понятие в том смысле, что длина слова не жестко стандартизирована. На микро- и мини-ЭВМ слово состоит обычно из двух или четырех байт, хотя, как говорилось выше, сама память адресуется побайтно. На универсальных машинах слово почти всегда состоит из четырех байт, хотя встречаются и такие странные, как 36-битное слово. У всех современных супер-ЭВМ длина слова составляет восемь байт. Память как универсальных, так и супер-ЭВМ обычно бывает пословно адресуемой. Заметим при этом, что почти во всех ЭВМ, перечисленных в табл. 1.2.1, обмен информацией с памятью ведется четырех- или восьмибайтовыми словами независимо от того, как (побайтно или пословно) адресуется память. Эти порции информации передаются по магистралям (шинам), содержащим 32 или 64 параллельных проводника для передачи соответственно четырех- или восьмибайтовых данных.

Общепризнано, что для ученых научных расчетов требуется длина слова не менее четырех байт. Это предохраняет от роста ошибок округления в ходе последовательных вычислений. При обработке данных сейсморазведки четырех байт вполне достаточно, и только в отдельных случаях (например, при геофизическом контроле за разработкой месторождений) считается необходимым использовать восьмибайтовые слова. Вообще четыре байта – достаточная длина слова во всех ситуациях, когда данные загрязнены помехой того или иного вида.

## Кэш-память

На больших ЭВМ основная память емкостью от 2 до 32 Мбайт обычно отделяется от центрального процессора очень быстродействующей буферной памятью гораздо меньшего объема (так называемой кэш-памятью). При выполнении пользовательской программы в кэш-память загружаются те команды программы и данные, которые предположительно могут потребоваться в следующий момент времени. Если предположение оказывается неверным, что бывает при большом размере пользовательской программы и равной вероятности использования различных ее частей в разные моменты времени (типичная ситуация для современных пакетов обработки сейсмических данных), эффективность использования кэш-памяти резко снижается. Память сейчас стоит очень дешево, и объем памяти выпускаемых ЭВМ продолжает расти. Десять лет назад память была, вероятно, самой дорогой частью вычислительной системы. Соответственно и размеры основной памяти были гораздо скромнее (порядка 64–128 кбайт). В современных машинах одна только кэш-память имеет такой объем!

### 1.2.2. Магнитные ленты

Ленты до сих пор остаются самым распространенным носителем, рассчитанным на хранение очень больших объемов информации. Отсюда и их популярность в сейсморазведке, где при типичных трехмерных работах могут регистрироваться данные общим объемом до 100 000 Мбайт (значительно больше 1000 лент). Наибольшее распространение получила техника девятидорожечной магнитной записи. В этом случае девять записывающих дорожек расположены по длине ленты. Восемь из них – информационные, на которые можно записать, например, 1 байт данных. Девятая дорожка предназначена для записи контрольного разряда, который служит средством контроля ошибок. При записи на ленту байта информации специальное электронное устройство (контроллер ленты) заполняет контрольный разряд нулем или единицей с таким расчетом, чтобы суммарное количество единиц во всех девяти разрядах было нечетным (проверка на нечетность) или четным (проверка на четность). Наиболее распространен способ проверки на нечетность. В этом случае при чтении ленты контроллер подсчитывает число единичных битов в каждом кадре (т. е. на всех девяти дорожках в какой-то точке ленты) и, если оно оказывается четным, сигнализирует об ошибке. Ошибки при считывании магнитной ленты – довольно обычное явление. Например, к ленте могут приставать мелкие частицы пыли. В таких случаях контроллер автоматически возвращает ленту на преды-

дущую позицию и повторяет считывание. Так может повторяться несколько раз, пока инородный предмет не отскочит. Однако, если этим инородным предметом оказывается, скажем, масло или грязь (что бывает на лентах, записанных сейсмическими партиями в поле), многократное считывание не помогает и ленту приходится очищать. Кроме того, на некоторых лентах могут иметься дефекты магнитного покрытия, приводящие к невосстанавливаемым ошибкам, однако сейчас такие вещи встречаются все реже.

В сейсморазведке применяются три способа записи информации на магнитную ленту, которым соответствуют три различные плотности записи: низкая (800), высокая (1600) и сверхвысокая (6250 кадр/дюйм)\*). Наряду с обозначением плотности в кадрах на дюйм в том же смысле используются такие единицы, как байты, символы или биты на дюйм. Однако, хотя эти единицы эквивалентны, предпочтительно пользоваться более точным термином «кадр на дюйм». Парадоксально, но запись с самой высокой плотностью оказывается и самой надежной. Опытные геофизики знакомы с проблемами «перекоса», возникающими, когда лента, записанная на низкой плотности, не вполне перпендикулярна считающим магнитным головкам. Физическое расположение данных на магнитной ленте показано на рис. 1.2.

Промежутки между записями (на рисунке они обозначены МБП – межблочные промежутки) представляют собой короткие отрезки стертой ленты. Длина такого отрезка равна 0,5 дюйма при записи с низкой и высокой плотностью и 0,3 дюйма со сверхвысокой. По определению, те данные, которые находятся на ленте между двумя соседними МБП, называются физической записью или блоком. К сожалению, слово «запись» в сейсмике и в вычислительной технике используется во многих различных значениях, поэтому во избежание путаницы в сомнительных случаях лучше снабжать его определением.

Хотя в вычислительных системах различных типов применяются разные способы работы с лентой, с точки зрения проблемного программиста или пользователя (т. е. тех, кто в значительной степени подходит к ЭВМ как к черному ящику) аппаратура считывает всю информацию между соседними МБП, причем операция не может быть прервана до завершения считывания. В результате весь блок переносится в основную память. Это порождает много проблем с полевыми сейсмическими лентами. Дело в том, что если типичный блок на ленте может содержать максимум несколько тысяч байт инфор-

\* Соответственно 32, 64 и 250 кадров на 1 мм (1 дюйм ≈ 25 мм). – Прим. перев.

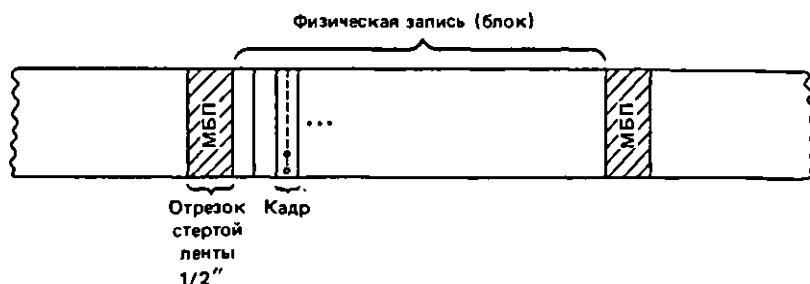


Рис. 1.2. Схематическое изображение физической записи (блока) на ленте.  
МБП – межблочный промежуток.

мации, то блок на полевой сейсмической ленте в одном из стандартных, принятых в промышленности форматов SEG A, B, C или D обычно содержат мегабайт и более. Считывание такой записи требует одновременного переписывания информации на диск, поскольку доступного объема основной памяти обычно оказывается недостаточно. Здесь имеется аналогия с вычерпыванием воды из проходившейся лодки. Если черпак (диск) не может поспеть за течью (лентой), лодка тонет (лента обычно перематывается назад и попытка считывания повторяется).

Имеет смысл проиллюстрировать отдельные моменты из сказанного несколькими простыми расчетами.

#### a) Эффективность использования магнитной ленты

Рассмотрим самый распространенный стандарт записи на ленту демультиплексированных сейсмических данных – SEC Y. Согласно этому стандарту, физическая запись на ленте содержит все отсчеты одной сейсмической трассы в формате IBM с плавающей запятой<sup>\*)</sup>. В этом формате число записывается в 4 байтах (32 бите). Пусть длина сейсмической трассы составляет 6 с при шаге дискретизации 4 мс, т. е. 1500 отсчетов. Тогда физическая длина соответствующей записи на ленте при плотности 6250 кадр/дюйм будет равна

$$\frac{1500 \cdot 4 \text{ (байт на трассу)}}{6250 \text{ (байт на дюйм)}} = 0,96 \text{ дюйма.}$$

Следовательно, доля неиспользуемой ленты при длине межблочного промежутка 0,3 дюйма составит

$$\frac{0,3}{0,96 + 0,3} \cdot 100\% = 23,81\%.$$

#### b) Информационная емкость ленты

В подавляющем большинстве случаев для регистрации полевых сейсмических данных в послед-

ние годы применялась 2400-футовая магнитная лента, запись на которую велась с плотностью 1600 кадр/дюйм. Одна 120-канальная сейсмограмма длиной 6 с в формате SEG B при шаге дискретизации 2 мс будет содержать (незначительным по объему заголовком сейсмограммы можно преинебречь)

$$\begin{aligned} & 120 \text{ (каналов)} \\ & \times 3000 \text{ (отсчетов)} \\ & \times 2,5 \text{ (байт на отсчет в формате SEG B)} \\ & = 900 \text{ кбайт информации.} \end{aligned}$$

Расход магнитной ленты на запись такого объема информации составит

$$\begin{aligned} & 900\,000 \text{ (байт)} \\ & \overline{1600 \text{ (плотность в байт/дюйм)}} \\ & = 562,5 \text{ дюйма} \\ & + 0,5 \text{ (длина МБП при плотности} \\ & \quad 1600 \text{ кадр/дюйм)} \\ & = 563 \text{ дюйма на сейсмограмму.} \end{aligned}$$

Таким образом, на магнитную ленту можно записать

$$\begin{aligned} & \frac{2400 \cdot 12}{563} \text{ (длина в дюймах)} \\ & = 51 \text{ полную сейсмограмму.} \end{aligned}$$

При распространенной сетке 40 возбуждений на погонный километр это дает только 1,25 км сейсмического профиля на ленту.

#### Регистрация и обработка

Современная система регистрации сейсмических данных на море предусматривает запись на ленту 240-канальных сейсмограмм при шаге дискретизации 2 мс на сверхвысокой плотности (6250 кадр/дюйм) в демультиплексном формате типа SEG Y. Выполняя вычисления, аналогичные предыдущим, найдем при таких условиях емкость ленты (в погонных километрах профиля) для сетки 40 возбуждений на километр и регистрации в те-

<sup>\*)</sup> Те же форматы представления чисел используются в ЭВМ ЕС, программно совместимых с машинами IBM.– Прим. перев.

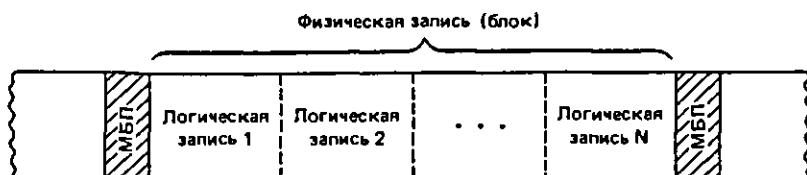


Рис. 1.3. Схематическое изображение блокированной физической записи, включающей  $N$  логических записей. Между логическими записями нет физического разделителя (типа МБП).

чение 6 с:

$$\frac{2400 \cdot 12}{240 \cdot \left( \frac{3000 \cdot 4}{6250} + 0,3 \right) \cdot 40} = 1,35 \text{ км.}$$

Сравнение этого результата с предыдущим иллюстрирует еще одно проявление классической проблемы, всегда встающей перед сейсморазведчиками и уже упоминавшейся во введении. В данном случае существенное изменение технологии с переходом на запись демультиплексированных данных в полном формате с плавающей запятой при плотности 6250 кадр/дюйм почти точно скомпенсировано ростом числа каналов и отсчетов при фактически такой же нагрузке на ленту, как раньше.

В обрабатывающем центре проблему низкой эффективности использования лент в формате SEG Y при плотности 6250 кадр/дюйм можно обойти, применяя блокированные записи (рис. 1.3). При считывании ленты все содержимое блока передается в память, однако специальная программа может разделить блокированную запись на отдельные компоненты. К сожалению, почти во всех используемых в сейсмике ЭВМ этот способ применяется для очень коротких блоков, но не для длинных и очень длинных записей, с которыми обычно приходится иметь дело. Отсюда видно, насколько полезно было бы подключать к ленточному контроллеру буферную память большого объема (не менее 1 Мбайт), чтобы разгрузить центральный процессор. Это определенно дало бы существенный выигрыш в производительности. Такое техническое решение особенно популярно в сфере производства микро-ЭВМ, где даже последние модели печатающих устройств имеют большие встроенные блоки памяти и микропроцессоры.

Для разделения записей помимо МБП используются также два других аппаратурно воспринимаемых маркера.

### 1) Метка конца файла

Так называется записываемый на ленту специальный символ, который для пользователя непосредственно не доступен в том смысле, что ему сообщается операционной системой не сам этот символ, а сигнал об окончании файла. На полевых сейсми-

ческих лентах метками конца файла отделяются соседние сейсмограммы.

### 2) Метка конца носителя

Так называется маленькая полоска серебряной фольги, которая физически приклеивается к ленте. Назначение этой метки — препятствовать полному сматыванию ленты с подающей бобины. Как только аппаратура фиксирует наличие маркера из фольги, операционная система получает сигнал об окончании носителя и передает его пользователю.

### Последовательная запись и время доступа

В заключение отметим, что магнитная лента представляет собой последовательный носитель информации. Практически это означает, что считывать запись можно только блок за блоком в том порядке, в каком они расположены на ленте. Таким образом, время доступа к какой-либо конкретной записи может быть большим. С другой стороны, на ленте можно разместить гораздо больше данных, чем на любом другом современном носителе. Отмеченная особенность иллюстрирует основной компромисс, встречающийся во всех вычислительных системах, между временем доступа к данным и их количеством.

### 1.2.3. Диски

Магнитный диск — гораздо более быстродействующий вид памяти, чем магнитная лента, но позволяет хранить информацию существенно меньшего объема. Все же этот объем может быть довольно значительным. Так современные модели накопителей на магнитных дисках рассчитаны на хранение от 20 до 600 Мбайт информации. Емкость последних достаточна для запоминания всей Британской энциклопедии, а время доступа к одному слову составляет 20 мс (для быстрого чтения это идеально). На рис. 1.4 и 1.5 показано (в проекциях сбоку и сверху соответственно) устройство типичного накопителя на дисках с подвижными головками. Пакет дисков вращается в накопителе, как правило, со скоростью 3600 об/мин. Сам пакет состоит из нескольких жестких магнитных дисков, насаженных на общую ось (шпиндель). Над этими дисками перемещаются вперед-назад магнитные головки,

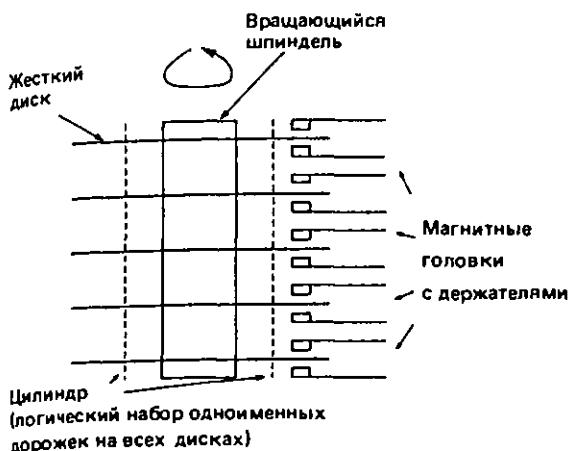


Рис. 1.4. Устройство дискового накопителя с подвижными головками (вид сбоку). Шпиндель с пакетом дисков вращается обычно со скоростью 3600 об/мин.

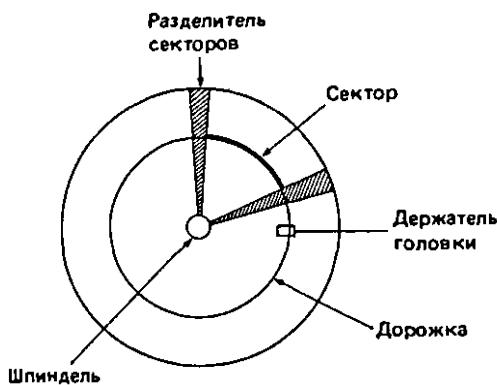


Рис. 1.5. Устройство дискового накопителя с подвижными головками (вид сверху). Разделители секторов представляют собой свободные зоны (как МБП на лентах) и записываются на диск при инициализации. Эта операция известна как форматирование и обычно выполняется однократно. До форматирования диском пользоваться нельзя. Положение разделителей секторов зависит от использующей диск вычислительной системы. В результате диск, форматированный в одной системе, обычно не работает на других.

приводимые в движение электродвигателями. Головки располагаются очень близко к поверхности диска. Здесь обычно приводят аналогию с самолетом, летящим со скоростью 1000 км/ч в нескольких сантиметрах от земли. Бывает, что диски вспомогательно ломаются (это называют задиром головки). Такая авария происходит, когда головки задевают за вращающийся диск и буквально вырываются из своих держателей, разрушая поверхность диска. Это бывает при нарушении питания или при искривлении дисков. По масштабам ремонтных работ такая

авария эквивалентна пробою поршнем головки автомобильного двигателя.

При работе с дисками могут возникать и другие ошибки. Например, распространенный тип ошибок — неправильное позиционирование головок, т. е. установка их у неверно найденной дорожки. На современных дисках такое случается не часто, хотя дорожки расположены очень близко друг к другу. При исправлении такого рода ошибок головка возвращается на некоторую опорную позицию, где ее положение можно откалибровать, и лишь затем повторяется поиск нужной дорожки.

Для более полного использования дисковой памяти весь ее объем разделяется на фрагменты фиксированного или переменного размера, а именно: на секторы (от 20 до 500 слов), дорожки (от 2000 до 5000 слов) и цилиндры (более 40 000 слов). Заметим, что все дорожки независимо от их расстояния до шпинделя имеют одинаковое количество слов.

### Время обращения к диску

При считывании с диска порции информации аппаратно выполняется несколько операций. При этом пользователь может заметить только суммарное время их выполнения.

**1. Поиск.** В общем случае магнитные головки не будут физически находиться над нужной дорожкой. Следовательно, для правильного позиционирования им придется перемещаться в среднем на половину максимального пути. В большинстве дисковых накопителей для этого требуется от 15 (в современных винчестерских дисках) до 50 мс.

**2. Задержка.** Поскольку диски вращаются, головки должны в среднем половину оборота ждать появления того места, откуда начинается нужный массив данных. При скорости вращения 3600 об/мин среднее время задержки составит 8,33 мс.

**3. Передача.** После того как головки установлены в нужном положении (после этапов 1 и 2), данныечитываются и передаются со скоростью, пропорциональной скорости вращения диска и плотности записи на данной дорожке. Типичная скорость передачи данных составляет 1–2 Мбайт/с.

Полное время обращения к диску равно сумме временных затрат на три перечисленные операции. Существуют и другие виды задержек, например время успокоения колебаний головок после их установки у нужной дорожки, однако это время незначительно по сравнению с указанным выше. На практике при обработке сейсмических данных важно минимизировать время выполнения этапа 1. Для этого обычно используется ряд приемов, детали которых мы здесь рассматривать не будем.

Типичная вычислительная система для обработки сейсмических данных обычно располагает дисковой памятью от 600 до 40 000 Мбайт.

## 1.2.4. Графический вывод и графопостроители

Одна из важнейших особенностей сейсмической вычислительной системы состоит в том, что основная часть ее пользователей заинтересована в получении обработанной информации в графической форме. До сих пор многие ЭВМ, в особенности большие, не имеют графических устройств, что усложняет всю работу по графическому отображению информации. В таких случаях эту информацию помещают в файл на магнитной ленте и выводят на автономном графопостроителе, который часто является элементом отдельной системы.

Существуют два основных вида графопостроителей:

**1. Аналоговые графопостроители.** Примером таких устройств могут служить различные модели перьевых электромеханических графопостроителей, вычерчивающие непрерывные кривые на заданном графическом поле. Перьевые графопостроители бывают планшетного и барабанного типов. В сейсмике они используются только для вычерчивания карт.

**2. Цифровые графопостроители.** Эти, вероятно, наиболее распространенные в сейсморазведке графические устройства используются главным образом для вывода сейсмических разрезов. Такой графопостроитель не вычерчивает непрерывных кривых, а строит изображение посредством нанесения достаточно плотно расположенных точек. Обычная плотность точек 100, 200 и более на 1 дюйм (часто вместо термина «точка» используется термин «элемент изображения»), однако этот последний имеет гораздо более широкий смысл в обработке изображений). Некоторые цифровые графопостроители, используемые в сейсмике и при приеме изображений со спутников серии «Ландсат», основаны на лазерной технике и могут обеспечить плотность 2000 точек на 1 дюйм. Фактически сейсмическое изображение выглядит непрерывным уже при плотности свыше 300 точек на 1 дюйм.

Существуют два способа построения изображения: векторный и растровый. Оба способа могут быть реализованы на обоих типах графопостроителей, хотя векторный способ лучше подходит для аналоговых, а растровый – для цифровых графических устройств.

В векторном способе вычерчивания изображения предполагается, что оно состоит из последовательности векторов, т. е. команд графопостроителю провести линию от *A* к *B*, затем от *B* к *C* и т. д. Легко понять, почему этот способ особенно удобен для аналогового перьевого графопостроителя, в котором перья физически перемещаются, прорисовывая заданные векторы. Растровые графопостроители называются так за сходство способа построения изо-

бражения в них с формированием телевизионного раstra. Раstralная строка представляет собой последовательность дискретных элементов изображения, на каждый из которых можно либо нанести точку, либо оставить его незаполненным. Такие точки часто наносятся электростатическим способом с помощью линии игольчатых электродов, по одному для каждого элемента изображения. Электростатический заряд удерживает краситель в заданных точках раstralной строки. На рис. 1.6 показано, как производится вывод изображения на раstralном графопостроителе. Очевидно, что на таком устройстве можно изображать и векторы (рис. 1.7). При этом закрашиваются точки пересечения вектора с раstralными строками.

В заключение отметим, что для изображения символов на таких графопостроителях используются специальные наборы векторов. Каждый набор

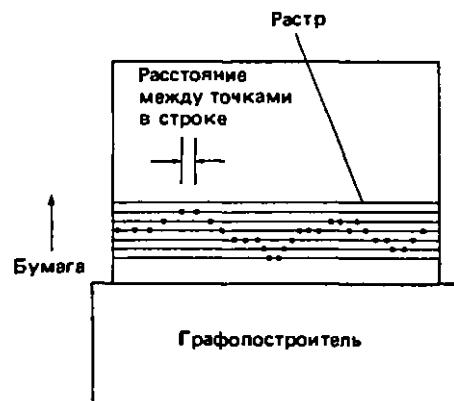


Рис. 1.6. Построение изображения сейсмической трассы способом отклонений на раstralном графопостроителе. Стока раstra состоят из элементов, каждый из которых потенциально может быть точкой изображения. Точки появляются лишь в тех элементах, где график функции пересекает строку.

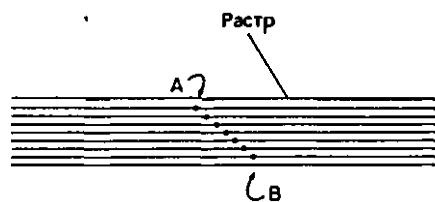


Рис. 1.7. Изображение на раstralном графопостроителе «вектора» (т. е. прямолинейного отрезка), соединяющего точки *A* и *B*. Заметим, что, чем выше плотность раstra (т. е. чем меньше расстояние между строками) и плотность точек вдоль строки, тем большее последовательность дискретных точек похожа на непрерывную линию.

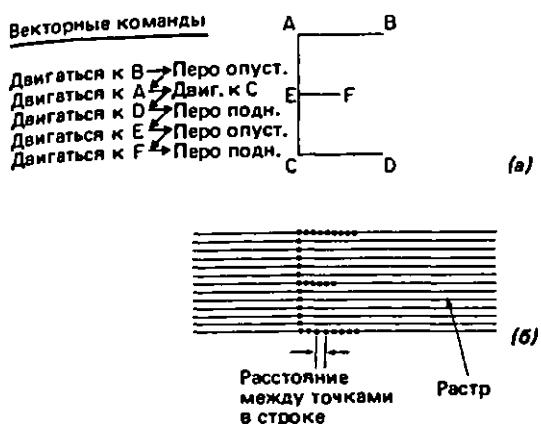


Рис. 1.8. Примеры возможных способов изображения буквы «Е» на аналоговом (а) и цифровом (б) граffопостроителях.

соответствует определенному символу. Например, рис. 1.8 иллюстрирует способы изображения буквы «Е» на аналоговом и цифровом граffопостроителях.

### 1.2.5. Сопроцессоры плавающей запятой и матричные процессоры

В сейсмике, как и вообще в научной работе, весьма значительный объем вычислений выполняется на ЭВМ. При таких вычислениях обычно используются числа с плавающей запятой (описание формата плавающей запятой дается в следующем разделе). Поэтому общее требование состоит в возможном ускорении операций с плавающей запятой. Этого можно добиться двумя путями:

1) добавив к центральному процессору специальный аппаратный блок (так называемый сопроцессор плавающей запятой), если фирма, производящая ЭВМ, такой блок изготавливает;

2) добавив периферийный – так называемый матричный – процессор, изготавляемый обычно другим производителем.

Первый вариант имеет преимущество легкости и скорости подготовки данных для арифметического устройства плавающей запятой, так как последнее обычно разделяет основную память с центральным процессором и незаметно для пользовательской программы. В свете этого может удивлять вообще наличие второго варианта. Представляется, что здесь мы имеем замечательный пример деловой предприимчивости некоторых фирм, воспользовавшихся необычной медлительностью разработчиков ЭВМ в обеспечении быстродействующей и недорогой арифметики с плавающей запятой. Поскольку эта медлительность проявляется и до сих пор, матричные процессоры сходят со сцены, видимо, пока

не собираются. К сожалению, они нисколько не облегчают работу по сопровождению геофизического программного обеспечения и, как мы вскоре увидим, часто нарушают алгоритмическую структуру обработки сейсмических данных.

Скорость выполнения операций с плавающей запятой измеряется в *мегафлопах*<sup>\*)</sup> (миллионах операций с плавающей запятой в секунду). Матричный процессор с быстродействием 10 мегафлоп может превзойти по производительности на операциях с плавающей запятой почти все имеющиеся центральные процессоры даже с учетом сопроцессоров плавающей запятой. Самая мощная на сегодняшний день так называемая *конвейерная технология* вычислений позволяет поддерживать производительность в диапазоне от 100 до 800 мегафлоп при пропорциональной стоимости аппаратуры. Конкурирующая с ней так называемая *параллельная технология* по физическим основам представляется единственной перспективой на будущее, хотя пока находится в младенческом состоянии.

Матричные процессоры обычно используются посредством вызова из программы на Фортране специальных подпрограмм, которые в свою очередь инициируют выполнение различных операций с плавающей запятой. Однако, как уже говорилось, они нарушают общую алгоритмическую структуру.

Рассмотрим к примеру следующий фрагмент Фортран-программы, в котором вычисляется хорошо известная в сейсморазведке формула:

```
DO 100 I = 1, NSAMPS
      T(I) = SQRT(TZERO(I)**2 + (X/V(I))**2)
100 CONTINUE
```

Эквивалентный фрагмент программы, использующий типичный матричный процессор, будет выглядеть примерно так:

```
CALL PUTSCL (X, ...)
CALL PUTVEC (V, ...)
CALL PUTVEC (TZERO, ...)
CALL DIVVEC (X, .., V, ..)
CALL SQRVEC (TZERO, ...)
CALL SQRVEC (X/V, ...)
CALL ADDVEC (TZERO, ..., X/V, ..., SUM, ...)
CALL ROOTVC (SUM, ...)
CALL GETVEC (T, ...)
CALL APCOMP
```

Детали каждой векторной функции к нашему обсуждению не относятся. Заметим только очевидное уменьшение ясности (удобочитаемости) программы и соответственно повышение вероятности ошибки.

<sup>\*)</sup> Мегафлоп (миллион флоп) – от английского *flop* (сокращение от *floating point* – плавающая точка). – Прим. перев.

Достаточно сказать, однако, что без развития быстрой арифметики плавающей запятой обработка сейсмических данных находилась бы все еще в относительном младенчестве.

### 1.2.6. Внутренние форматы данных

Перед тем как закончить эту главу, стоит посвятить несколько слов внутреннему представлению информации в ЭВМ.

Имеется, по существу, три типа форматов данных, обычно используемых в сейсмических вычислениях:

**1. Целочисленный формат.** В этом формате значение целого числа представляется в виде цепочки двоичных разрядов такой длины (длина слова), которая принята в данной ЭВМ. Первый разряд почти всегда знаковый, хотя отрицательные числа можно представлять либо в обратном, либо в дополнительном коде. Детали весьма утомительны и обычно не затрагивают интересы геофизика, однако все желающие доставить себе такое сибаритское наслаждение могут обратиться к руководствам по программированию на ЭВМ, в большинстве из которых есть страницы, посвященные данному предмету и действующие как безвредное средство от бессонницы.

**2. Формат с плавающей запятой.** В этом формате машинное слово разбивается на две части – порядок и мантиссу. Умножение таких чисел сводится к сложению их порядков и перемножению мантисс. Этот формат имеет наибольший динамический диапазон и, следовательно, лучше всего подходит для научных расчетов. Формат с плавающей запятой, используемый в стандарте SEG Y, совпадает с форматом IBM.

**3. Символьный формат.** Почти на всех ЭВМ для представления символьной информации используется 7-бит код ASCII<sup>\*)</sup> с записью одного символа в

байт. К сожалению, из-за преобладания на заре цифровой обработки сейсмических данных одного производителя ЭВМ (фирмы IBM) символьный формат IBM – 8-бит код EBCDIC<sup>\*\*)</sup> – используется и в стандарте SEG Y в качестве символьного формата заголовков записей на ленте.

В заключение, чтобы увидеть, как различные форматы представления данных используются в сейсмических обрабатывающих программах, рассмотрим следующую простую программу на Фортране:

```
INTEGER INT
REAL REL
CHARACTER CHAR
INT = 1
REL = 1.
CHAR = '1'
```

Если мы расчесываем содержимое ячеек INT, REL и CHAR в шестнадцатеричном (по основанию 16) коде на машине, использующей форматы представления данных IBM, то увидим, что содержимое INT есть 0000 0001, содержимое REL – 4110 0000 и CHAR содержит F1 (единица в коде EBCDIC). Напомним, что в шестнадцатеричном коде используются цифры от 0 до 9 и буквы A, B, C, D, E, F для обозначения чисел от 10 до 15. Следовательно, в шестнадцатеричной записи F1 символ F обозначает 15, что в двоичной системе соответствует представлению 1111, а 1 записывается как 0001. Таким образом, F1 соответствует 8 бит, или, как уже упоминалось в разд. 1.2.1, 1 байт. Аналогичным образом число 4110 0000 размещается в 32 бит, или четырехбайтовом слове.

Шестнадцатеричные распечатки часто делаются в тех случаях, когда пытаются идентифицировать формат полевых лент, что все еще иногда случается, несмотря на значительные усилия, предпринимаемые промышленностью в области стандартизации.

---

<sup>\*)</sup> American Standard Code for Information Interchange – стандартный американский код для обмена информацией. – Прим. перев.

<sup>\*\*) Extended Binary Coded Decimal Interchange Code – расширенный двоично-десятичный код обмена. – Прим. перев.</sup>

# Глава 2

## Анализ временных рядов в сейсмических исследованиях

### 2.1. Введение

За последние двадцать лет, прошедшие после массового внедрения ЭВМ, анализ временных рядов, как и многие другие области науки, испытал в своем развитии огромный скачок. Будучи первоначально трудным для понимания разделом статистики, в настоящее время он конкурирует с другими, более традиционными дисциплинами по широте приложений, уровню исследовательской активности и особенно по количеству публикаций. В этой главе мы попытаемся дать геофизику «прочувствовать» те разделы предмета, которые имеют конкретное отношение к регистрации и обработке сейсмических данных, а также укажем на некоторые работы, которые дают о нем более детальное представление, чем это возможно сделать здесь.

Весьма полезно ознакомиться с книгой Робинсона и Трейтэла [75], в которой содержится исчерпывающий обзор и теоретическое обоснование методов анализа временных рядов, применяемых в сейсморазведке. В монографии [11] на весьма доступном уровнедается общее представление о предмете и его приложениях.

Итак, что же такое временной ряд? Попросту говоря, это не что иное, как последовательность наблюдений некоторого объекта, повторяющихся с некоторым интервалом во времени. Временной ряд может быть непрерывным или дискретным\*) и – в дискретном случае – регулярно (равномерно) или нерегулярно дискретизированным. Примером нерегулярно дискретизированного временного ряда может служить курс валюты. Хотя он определяется в течение недели ежедневно, однако в выходные дни этого не делают, несмотря на то что могут произойти события, влияющие на курс. Поскольку в дальнейшем мы будем иметь дело только с сейсмическими временными рядами, рассмотрим вначале

для разнообразия в качестве примера равномерно дискретизированного (эквидистантического) временного ряда цифровое представление описательного набора показателей заснеженности [42] (рис. 2.1).

Как в сейсмологии, так и в сейсморазведке обычно рассматриваются только дискретные временные ряды с постоянным интервалом дискретизации, которые записываются с помощью современной аппаратуры цифровой регистрации сейсмических данных. После знакомства с основными понятиями мы в этой книге также ограничимся рассмотрением равномерно дискретизированных временных рядов.

Какую информацию можно получить, рассматривая временной ряд? Оказывается, довольно существенную, если принять во внимание уровень помех, которые могут присутствовать в наблюдениях. Методы анализа временных рядов используются в сейсмике при решении таких задач, как:

1. Выявление значимых периодичностей.
2. Восстановление пропущенных наблюдений посредством интерполяции по предшествующим и последующим данным.
3. Экстраполяция и прогноз за пределы интервала наблюдений. Существующие приемы позволяют прогнозировать как будущие данные (прогноз в

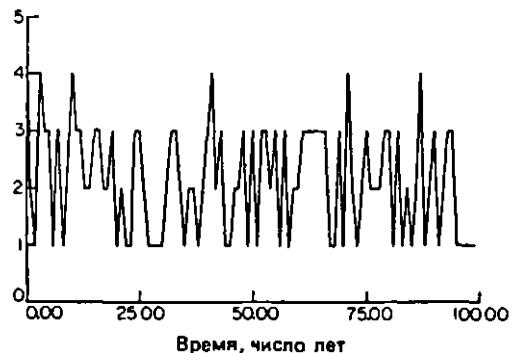


Рис. 2.1. Индексы снегопадов в Великобритании за 100 лет (с 1876 по 1975 г.). Временной ряд принимает только дискретные значения 1, 2, 3 и 4, где 4 соответствует максимальной заснеженности.

\*) В советской литературе термин «временной ряд» применяется только в отношении дискретных наблюдений. Для случая непрерывного времени употребляются термины «случайный процесс» и «случайная функция». – Прим. перев.

прямом времени), так и предшествующие интервалу наблюдений (прогноз в обратном времени, или ретроспекция).

4. Детерминистическая фильтрация с целью выделения или подавления определенных частотных компонент известного (хорошего или плохого) качества. Количественные оценки качества получают путем измерения некоторой величины, называемой *отношением сигнал/помеха* (значительно подробнее об этом будет говориться ниже).

5. Статистическая фильтрация с целью выделения или подавления определенных частотных компонент с неизвестным отношением сигнал/помеха.

6. Обращение (в некотором смысле) зарегистрированных на поверхности данных с целью получения информации о внутреннем строении среды. Способы решения этой задачи весьма разнообразны, однако все они включают этап согласования модели некоторого заданного вида с полученными на поверхности данными наблюдений.

Сейсморазведчики традиционно работают в частотном диапазоне 0–1000 Гц, причем чаще всего в низкочастотной части этого диапазона. Напомним, что в герцах обозначают количество колебаний в секунду и что частота 0 Гц соответствует постоянной составляющей сигнала. Две характерные черты выделяют сейсмические временные ряды из среды тех, которые встречаются в большинстве других отраслей науки. Во-первых, для них, как правило, характерно очень плохое качество, особенно если учесть те поистине гигантские средства, которые тратятся с единственной целью его улучшения. Во-вторых, плохое качество данных с неизбежностью влечет за собой громадное увеличение их количества, с тем чтобы можно было использовать статистические методы обработки, основанные на избыточности данных. В результате типичных крупных морских сейсморазведочных работ могут формироваться массивы данных объемом порядка миллиона мегабайт (см. разд. 1.2.1). При работе с таким массивом данных возникает множество технических проблем. Кроме того, его огромный объем препятствует использованию многих сложных алгоритмов, которые применяются в других областях и могли бы существенно улучшить качество исходных сейсмических данных. Конечно, Земля раскрывает свои тайны нелегко и во всяком случае недешево! Тем не менее с момента появления в начале 60-х годов цифровой обработки качество обработанных сейсмических данных несравненно повысилось.

Большинство алгоритмов обработки сейсмических данных применяется к записям (временным рядам), представленным в виде числовой последовательности длиной от 1000 до 16 000 отсчетов. Отсчеты характеризуют смещения частиц среды, скорости смещения или давления, измеряемые каждые

несколько миллисекунд в течение нескольких секунд. Интервал времени наблюдений зависит от глубины исследуемого целевого объекта. Сейсморазведчики редко интересуются отражениями, приходящими позднее 8 с от начала регистрации, так как основная цель связана с поисками запасов углеводородов. В то же время современная технология позволяет в некоторых районах мира регистрировать отражения, образующиеся ниже границы Мохоровичича. Шаг дискретизации сейсмических записей равен обычно 1, 2 или 4 мс, хотя при высокоразрешающей сейсморазведке, где нужно расширить полезный диапазон частот (например, при оконтуривании угольных пластов), используются интервалы 1/2 и 1/4 мс. Присутствует ли на этих частотах какая-либо полезная информация – это, конечно, уже другой вопрос, ответ на который зависит от многих факторов.

На рис. 2.2 в качестве примера приведены первые 4 с сейсмической записи, полученной в море близ побережья Ирландии при шаге дискретизации 4 мс (или, что то же самое, при частоте дискретизации 250 Гц). Заметим, что довольно часто приходится слышать выражение «... частота дискретизации 4 мс ...», про которое любой педант скажет, что это неправильная терминология. На рис. 2.2 сейсмическая запись (трасса) показана в своей исходной форме, как она выглядит до какой-либо обработки. На рис. 2.3 приводится в более крупном масштабе первая секунда этой трассы, а на рис. 2.4 представлены 7 из 96 сейсмических трасс, зарегистрированных при однократном возбуждении. Запись, изображенная на рис. 2.2 и 2.3, отмечена на рис. 2.4 стрелкой. Заметим, что время вступления сигнала на трассах слева направо растет. Это связано с

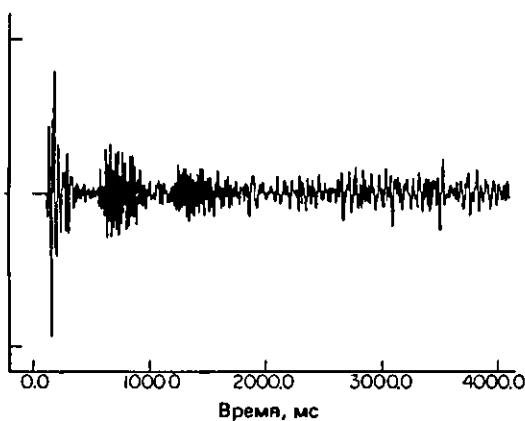


Рис. 2.2. Первые 4 с ближней к пункту возбуждения трассы, взятой из типичной морской сейсмограммы. Для приближенной компенсации затухания трасса умножена на экспоненту.

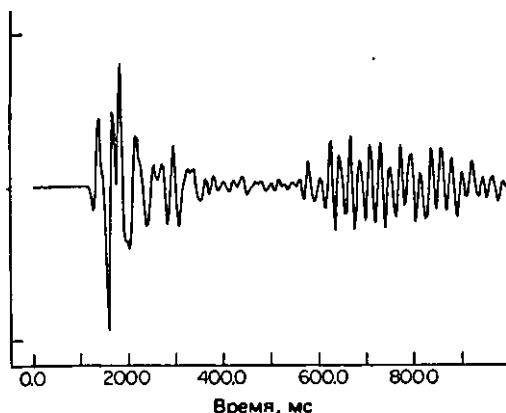


Рис. 2.3. Первая секунда сейсмической трассы (приведенная на рис. 2.2).

увеличением расстояния между точкой расположения источника сейсмических колебаний (точкой возбуждения) и положением соответствующего приемника. Геометрия сейсмических наблюдений, т. е. взаимное расположение сейсмического источника и приемников, будет детально рассмотрена в гл. 3.

Как уже упоминалось ранее, сейсмические временные ряды часто изучают на предмет выявления периодичностей. Поиск периодичностей естественно проводить в частотной области. Вообще рассмотрение в частотной области различных преобразований позволяет значительно расширить представление об

их свойствах. Поэтому очень важно хорошо знать соотношения, связывающие временную и частотную области. В следующих двух разделах кратко дается представление о теории Фурье и некоторых ее методах, дополняющих средства анализа и обработки данных во временной области.

## 2.2. Основы теории Фурье

Говорят, что, когда Фурье первоначально высказал свой тезис о том, что любая функция может быть представлена простым тригонометрическим рядом, эта идея была категорически отвергнута такими знаменитыми математиками, как Эйлер, Лагранж и Даламбер [47]. Теперь-то мы знаем, что они ошибались, однако в то время даже самые горячие поклонники Фурье не могли предполагать, какое широкое применение получит его работа в результате изобретения цифровых вычислительных машин.

Преобразование Фурье выступает в трех общих формах, соответствующих трем классам функций:

1. *Непрерывные периодические функции.* Такие функции повторяются с некоторым периодом  $T$ . В этом случае функция представляется как дискретная бесконечная сумма, а коэффициенты Фурье выражаются через интегралы.

2. *Непрерывные непериодические (неповторяющиеся) функции.* В этом случае и функция, и коэффициенты Фурье представляются интегралами.

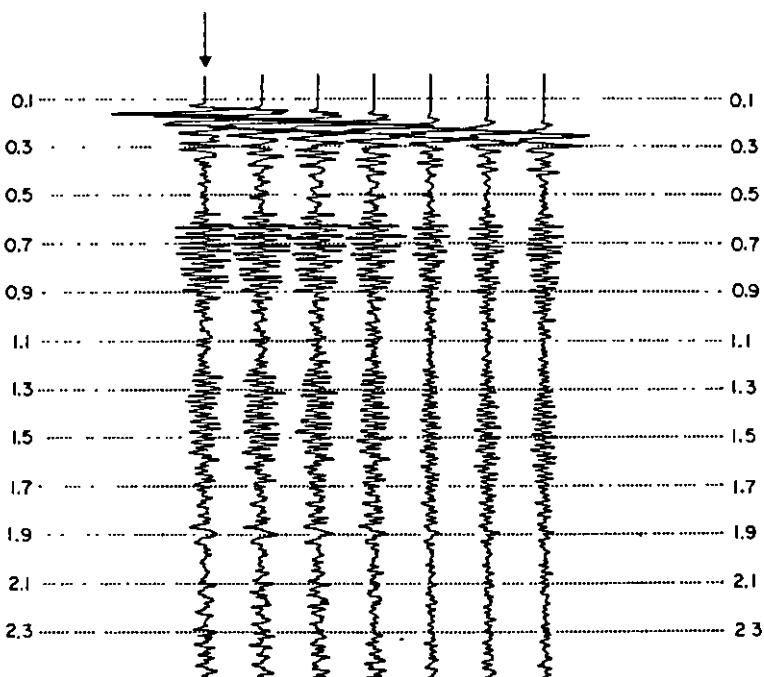


Рис. 2.4. Первые семь трасс, взятых с сейсмограммы общего пункта возбуждения (трасса, показанная на рис. 2.3, отмечена стрелкой).

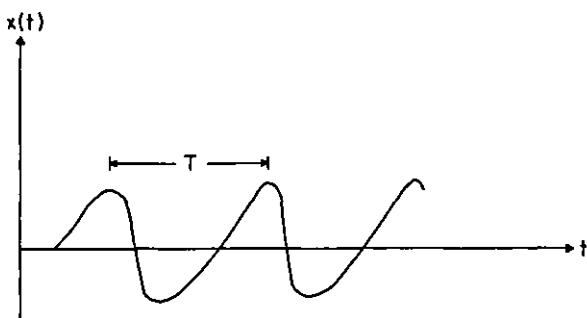


Рис. 2.5. Непрерывная периодическая функция времени с периодом  $T$ .

**3. Дискретные периодические и непериодические функции.** В этом случае функция и коэффициенты Фурье представляются дискретными суммами.

Основной результат Фурье относится к случаю 1. Случай 2 можно вывести из случая 1. Поскольку сейсмикам почти всегда приходится иметь дело с дискретными временными рядами, здесь для нас наиболее интересным будет случай 3. Поэтому дальше мы для полноты вкратце рассмотрим случаи 1 и 2 и затем до конца главы сосредоточим внимание почти исключительно на случае 3.

Основной результат Фурье (случай 1) состоит в следующем. Пусть  $x(t)$ —периодическая функция времени  $t$  с периодом  $T$  (рис. 2.5). Тогда  $x$  можно представить в виде бесконечного тригонометрического ряда

$$x(t) = a_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \cos\left(\frac{2\pi k t}{T}\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi k t}{T}\right) \right], \quad (2.2.1)$$

где

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cos\left(\frac{2\pi k t}{T}\right) dt, \quad k \geq 0; \\ b_k &= \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \sin\left(\frac{2\pi k t}{T}\right) dt, \quad k \geq 1. \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

Соотношения (2.2.1) и (2.2.2) справедливы в реальном мире почти всегда и здесь всегда будут предполагаться выполнеными. Подробное рассмотрение условий, когда эти соотношения не верны, и весьма полное описание большинства вопросов, имеющих отношение к преобразованию Фурье, читатель сможет найти в монографии [7]. Ценители математической строгости могут обратиться к оригинальной работе [55], которая знакомит с понятием обобщенной функции.

Распространение записанных соотношений на случай 2 может быть выполнено на эвристическом

уровне следующим образом. Во-первых, заметим, что  $k$ -е коэффициенты  $a_k$  и  $b_k$  соответствует стандартно определенной циклической частоте

$$\omega_k = 2\pi k/T \quad (2.2.3)$$

и что расстояние между соседними суммируемыми частотными компонентами составляет

$$\omega_k - \omega_{k-1} = 2\pi/T. \quad (2.2.4)$$

Для непериодических функций период  $T$  бесконечен. Тогда, устремляя в (2.2.4)  $T$  к бесконечности, мы увидим, что соседние частотные компоненты, входящие в сумму (2.2.1), или, как их еще называют, гармоники, сближаются. Доводя анализ до конца (см., например, [7] или [63]), получим результат, эквивалентный (2.2.1)–(2.2.2), для непериодических функций:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(k) \exp(i2\pi kt) dk, \quad (2.2.5)$$

где

$$X(k) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i2\pi kt) dt. \quad (2.2.6)$$

Как уже говорилось, этот вывод включен для полноты, тогда как в рамках принятого здесь pragmatического подхода нам требуются только результаты для дискретного эквидистантного временного ряда. Итак, мы переходим к выводу и анализу дискретной формы преобразования Фурье, соответствующей случаю 3.

## 2.3. Дискретное преобразование Фурье

### 2.3.1. Вывод из соотношений для непрерывного случая

Для вывода дискретного эквивалента соотношений (2.2.1) и (2.2.2) положим

$$X_k = a_k - ib_k. \quad (2.3.1)$$

Тогда (2.2.2) можно переписать в виде

$$X_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \exp\left[-i\left(\frac{2\pi k t}{T}\right)\right] dt. \quad (2.3.2)$$

Рассмотрим теперь, что произойдет, если непрерывная функция времени  $x(t)$  задана только своими значениями в дискретных эквидистантных по  $t$  точках. Обозначим значения функции в этих точках  $x_0, x_1, \dots, x_{N-1}$ . Время  $t$  здесь будет определяться как  $t = rd$ , где  $d$ —шаг дискретизации и  $r$ —целое число ( $r = 0, 1, \dots, N-1$ ). Очевидно, что

$$d = T/N. \quad (2.3.3)$$

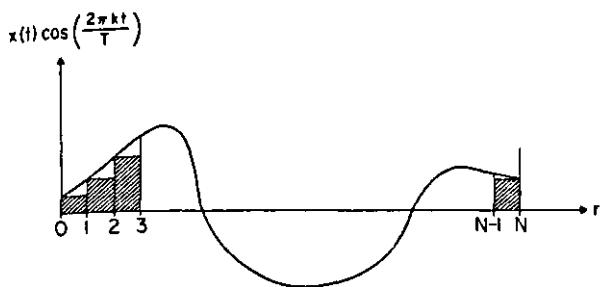


Рис. 2.6. Иллюстрация приближения ДПФ в сравнении с непрерывным преобразованием Фурье.

Замена интеграла (2.3.2) на сумму

$$X_k = \frac{1}{T} \sum_{r=0}^{N-1} x_r \exp\left[-i\left(\frac{2\pi kr}{T}\right)\right] \cdot d \quad (2.3.4)$$

эквивалентна замене площади под непрерывной кривой, показанной на рис. 2.6, суммой площадей заштрихованных полос.

Окончательно, подставляя в (2.3.4)  $T = Nd$ , получим

$$X_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_r \exp\left[-i\left(\frac{2\pi kr}{N}\right)\right]. \quad (2.3.5)$$

Эту формулу можно рассматривать как дискретный эквивалент соотношений (2.2.2) для расчета коэффициентов ряда Фурье (2.2.1).

В отношении дискретного преобразования Фурье (ДПФ), задаваемого формулой (2.3.5), необходимо подчеркнуть два очень важных момента. Во-первых, при выводе соотношения (2.3.5) использовалась дискретная аппроксимация интеграла. Таким образом, ДПФ – это приближение, качество которого должно улучшаться при увеличении  $N$  и соответственно уменьшении шага дискретизации  $d$ . Часто забывают, что при небольших  $N$  качество аппроксимации значений непрерывной функции в промежутках между точками дискретизации не может быть очень высоким.

Во-вторых, ДПФ (2.3.5) позволяет точно восстанавливать дискретные эквидистантные значения  $x_0, x_1, \dots$ . Любой элемент  $x_s$  последовательности  $x_0, x_1, \dots, x_{N-1}$  точно определяется с помощью формулы обращения

$$x_s = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp\left[i\left(\frac{2\pi ks}{N}\right)\right]. \quad (2.3.6)$$

Действительно, используя (2.3.5), запишем

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp\left[i\left(\frac{2\pi ks}{N}\right)\right] &= \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{r=0}^{N-1} x_r \exp\left[-i\left(\frac{2\pi k(r-s)}{N}\right)\right] = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_r \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left[-i\left(\frac{2\pi k(r-s)}{N}\right)\right] \right\}.$$

В последней строке изменен порядок суммирования. Далее, поскольку все числа  $k, r, s$  и  $N$  целые, имеем

$$\left\{ \cdot \right\} = \begin{cases} N, & \text{если } s = r, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

откуда следует

$$\frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_r \cdot \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left[-i\left(\frac{2\pi k(r-s)}{N}\right)\right] \right\} = x_s.$$

По причинам, которые скоро станут ясны, мы будем использовать следующее формальное определение.

Дискретное преобразование Фурье последовательности  $x_r$ , где  $r = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ , формально определяется формулой

$$X_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_r \cdot \exp\left[-i\left(\frac{2\pi kr}{N}\right)\right], \quad k = 0, 1, \dots, N - 1, \quad (2.3.7)$$

а обратное ДПФ (ОДПФ) – формулой

$$x_r = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot \exp\left[i\left(\frac{2\pi kr}{N}\right)\right], \quad r = 0, 1, \dots, N - 1. \quad (2.3.8)$$

Полная симметрия достигается использованием в обеих формулах (2.3.7) и (2.3.8) множителя  $N^{-1/2}$ .

## 2.3.2. Свойства ДПФ

### Периодичность

ДПФ, по определению, периодично с периодом  $N$ . Подстановка  $k = N + l$  в (2.3.7) непосредственно приводит к

$$X_{N+l} = X_l. \quad (2.3.9)$$

### Вещественные временные ряды

Многие встречающиеся в сейсморазведке временные ряды имеют вещественные значения. Тогда, выполняя над (2.3.5) комплексное сопряжение, получим

$$\begin{aligned} \bar{X}_k &= \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_r \cdot \exp\left[i\left(\frac{2\pi kr}{N}\right)\right] = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_r \cdot \exp\left[-i\left(\frac{2\pi(-k)r}{N}\right)\right] = X_{-k}, \\ k &= 0, 1, \dots, N - 1. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$X_k = X_{-k}. \quad (2.3.10)$$

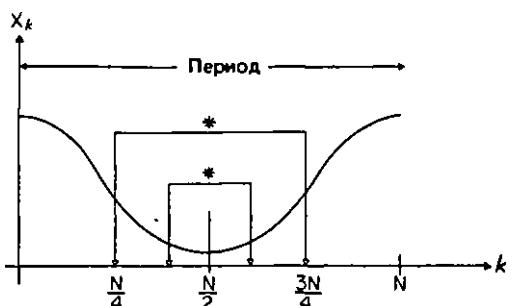


Рис. 2.7. Свойства симметрии преобразования Фурье вещественного временного ряда. Символ \* здесь обозначает комплексное сопряжение.

Из (2.3.9) и (2.3.10) следует, что

$$\bar{X}_0 = X_0, \quad (2.3.11)$$

т. е. компонента нулевой частоты (постоянная составляющая) вещественна и, поскольку вследствие периодичности

$$X_N = X_0, \quad (2.3.12)$$

$N$ -я частотная компонента также вещественна. Наконец, пользуясь (2.3.9) и (2.3.10), можно получить следующий результат:

$$X_{N/2} = X_{N/2}, \quad (2.3.13)$$

т. е. компонента с номером  $N/2$  тоже имеет вещественное значение. Вообще из (2.3.9) и (2.3.10) следует  $\bar{X}_k = X_{N-k}$ . Рис. 2.7 иллюстрирует все эти свойства симметрии. Компоненте с номером  $N/2$  соответствует так называемая частота Найквиста, которая, как мы сейчас увидим, играет центральную роль в дискретизации непрерывных функций.

### 2.3.3. Дискретизация и наложение зеркальных частот

Как уже мельком упоминалось, существует одна тонкость, связанная с процессом дискретизации. Из (2.3.9) следует, что только значения  $X_k$ ,  $k = 0, 1, \dots, N - 1$  можно считать базисными\*. Более того, согласно (2.3.10),

$$|X_k| = |X_{-k}|.$$

Таким образом, только часть значений  $|X_k|$ , для которых  $k$  не превышает  $N/2$ , являются базисными. Используя (2.2.3), получим, что это условие выполняется в диапазоне циклических частот

$$|\omega| \leq \frac{2\pi N/2}{T} = \frac{\pi}{d}, \quad (2.3.14)$$

где  $d$  — шаг дискретизации по времени. Любые частоты за пределами диапазона (2.3.14), которые первоначально присутствовали в сигнале до дискретизации, искажаются и проявляются уже в указанном диапазоне, отображаясь в него симметрично (зеркально) относительно циклической частоты Найквиста  $\pi/d$ .

Соответствующий диапазон Найквиста для линейных частот определяется неравенством

$$|f| \leq \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{d} = \frac{1}{2d}. \quad (2.3.15)$$

Этот важнейший результат мы будем в дальнейшем называть критерием Уиттекера — Найквиста — Шеннона (УНШ), чтобы отдать дань пионерским работам этих трех авторов.

Искажения, возникающие при нарушении ограничения (2.3.15), называют эффектом наложения зеркальных частот (или просто эффектом наложения). Например, при часто используемом в сейсморазведке шаге дискретизации 4 мс частоты выше чем

$$1/(2 \cdot 0,004) = 125 \text{ Гц}$$

будут накладываться на диапазон Найквиста. Компонента с частотой 150 Гц, первоначально присутствовавшая в исходном сигнале до дискретизации, в дискретном представлении зеркально отобразится относительно частоты Найквиста и наложится на компоненту с частотой

$$125 - (150 - 125) = 100 \text{ Гц}.$$

Единственное решение этой проблемы сводится к аналоговой фильтрации исходного сигнала до дискретизации, с тем чтобы заранее ограничить его частотный диапазон. К вопросу о наложении частот мы вскоре вернемся в связи с распространением ограничения (2.3.15), которое справедливо только для сигналов бесконечной длительности, на физически реальный случай сигналов конечной длительности. Позже мы обсудим и проиллюстрируем графически, как наложение частот проявляется при свертке.

В заключение отметим, что ограничение Найквиста — это ограничение именно на диапазон частот. Вполне возможно дискретизировать сигнал, содержащий частоты от 1000 до 1125 Гц с шагом дискретизации 4 мс при условии, что частоты за пределами этого диапазона в спектре сигнала отсутствуют. Это позволяет при определенных условиях экономить на количестве отсчетов при дискретизации.

Поскольку степень наложения частот зависит от скорости, с которой спектр исходного сигнала стремится к нулю, стоит сослаться на следующий полезный результат. Если максимальный порядок непрерывной производной временной функции равен  $N$ , то ее спектр стремится к нулю как  $f^{-N}$ . Отсюда

\* В том смысле, что они полностью определяют все прочие частотные компоненты.—Прим. перев.

следует, что такие временные функции высокого порядка гладкости, как, например, экспонента, имеют очень быстро стремящийся к нулю спектр.

### 2.3.4. Временные сдвиги и ДПФ

Рассмотрим теперь, как влияет на  $X_k$  временной сдвиг исходной последовательности  $x_r$  на  $m$  отсчетов. По определению ДПФ (2.3.7),

$$X_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_r \exp\left[-i\left(\frac{2\pi kr}{N}\right)\right], \\ k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2.3.16)$$

Для сдвинутой по времени последовательности получим

$$X'_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_{r+m} \exp\left[-i\left(\frac{2\pi kr}{N}\right)\right], \\ k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2.3.17)$$

Выясним, как связаны  $X$  и  $X'$ . Во-первых, положим  $r' = r + m$  и перепишем (2.3.17) в виде

$$X'_k = \frac{1}{N} \sum_{r=m}^{N-1+m} x_{r'} \exp\left[-i\left(\frac{2\pi kr'}{N}\right)\right] \times \\ \times \exp\left[i\left(\frac{2\pi km}{N}\right)\right].$$

Разбивая теперь сумму на две части, от  $m$  до  $N-1$  и от  $N$  до  $N-1+m$ , и учитывая равенство

$$x_{N+r'} = x_r,$$

получим следующий результат:

$$X'_k = \exp\left[i\left(\frac{2\pi km}{N}\right)\right] \cdot X_k. \quad (2.3.18)$$

Таким образом, если  $X_k$  – преобразование Фурье от  $x_r$ , то

$$\exp\left[i\left(\frac{2\pi km}{N}\right)\right] \cdot X_k$$

будет преобразованием Фурье от  $x_{r+m}$ .

Рассмотрим влияние сдвига по времени на амплитудный и фазовый спектры последовательности  $X_k$ . По определению,

$$X_k = A_k \cdot \exp(i2\pi P_k), \quad (2.3.19)$$

где  $A_k$  – амплитудный и  $P_k$  – фазовый спектры. Тогда

$$X'_k = A_k \cdot \exp\left[i2\pi\left(\frac{km}{N} + P_k\right)\right], \quad (2.3.20)$$

т.е. временной сдвиг на (возможно, дробное число)  $m$  отсчетов соответствует в частотной области добавлению к фазовому спектру линейного аддитивного члена  $km/N$ . Амплитудный спектр сохраняется неизменным. Легко проверить, что условия (2.3.10)–(2.3.13) остаются справедливыми при условии, что

значение спектра на частоте Найквиста  $X_{N/2} = 0$ . Ненулевое значение  $X_{N/2}$  является признаком наложения зеркальных частот, хотя выполнение условия  $X_{N/2} = 0$  само по себе не означает, что наложения нет.

### 2.3.5. Быстрое преобразование Фурье (БПФ)

Любое описание ДПФ будет неполным без упоминания о быстром преобразовании Фурье, или, как оно сокращенно называется, БПФ. Во многих книгах в большей или меньшей степени уже содержится все то, что читатель мог бы пожелать узнать по этому вопросу. Здесь мы постараемся дать лишь очень краткое описание с некоторым акцентом на практические детали. Подробности можно найти в авторитетных монографиях [63, 68].

Как следует из самого названия, БПФ – это просто изящный способ быстрого вычисления дискретного преобразования Фурье. Появление этого алгоритма сделало ДПФ практическим инструментом, так как без него быстродействия даже очень мощных ЭВМ было бы недостаточно для вычисления ДПФ больших временных рядов.

Обычный алгоритм ДПФ требует для своего выполнения порядка  $N^2$  арифметических операций, тогда как при БПФ их требуется только  $N \log_2 N$ .

При типичном для сейморазведки значении  $N$ , равном 4096 отсчетов, БПФ вычисляется в 340 раз быстрее ДПФ. Кроме того, благодаря резкому сокращению количества операций возрастает и точность результата вычислений, поскольку медленнее растут свойственные машинной арифметике ошибки округления. ЭВМ с быстродействием 10 мегафлоп, т. е. 10 млн. операций с плавающей запятой в секунду, в состоянии выполнить такое БПФ за несколько миллисекунд.

Выясним теперь, как работает алгоритм. Для этого рассмотрим временную последовательность

$$x_r, \quad r = 0, 1, \dots, N-1.$$

Определим следующие две подпоследовательности:

$$y_r = x_{2r}, \quad r = 0, 1, \dots, (N/2 - 1). \\ z_r = x_{2r+1},$$

Покажем, что ДПФ двух подпоследовательностей тесно связаны с ДПФ полной последовательности. Заметим, что такое упорядочение элементов в двух последовательностях называют прореживанием по времени. (Можно использовать также альтернативный способ упорядочивания, который называется прореживанием по частоте и предусматривает разбиение на две последовательности, каждая из которых состоит из соседних элементов. Такое название происходит из того факта, что одному способу

упорядочения во временной области соответствует альтернативный способ в области частот.) Запишем ДПФ последовательностей  $Y$  и  $Z$ :

$$Y_k = \frac{1}{N/2} \sum_{r=0}^{N/2-1} y_r \cdot \exp\left[-i\left(\frac{2\pi kr}{N/2}\right)\right],$$

$$k = 0, 1, \dots, N/2 - 1;$$

$$Z_k = \frac{1}{N/2} \sum_{r=0}^{N/2-1} z_r \cdot \exp\left[-i\left(\frac{2\pi kr}{N/2}\right)\right],$$

$$k = 0, 1, \dots, N/2 - 1;$$

После соответствующих преобразований получим

$$X_k = \frac{1}{2} \left( Y_k + \exp\left[-i\left(\frac{2\pi k}{N}\right)\right] \cdot Z_k \right),$$

$$k = 0, 1, \dots, N/2 - 1;$$

$$X_{k+N/2} = \frac{1}{2} \left( Y_k - \exp\left[-i\left(\frac{2\pi k}{N}\right)\right] \cdot Z_k \right).$$

Последние два равенства образуют вычислительную «бабочку». Это название возникло из-за случайного сходства графически изображенной схемы вычислений с бабочкой.

Такой способ «сращивания» двух последовательностей называется алгоритмом по основанию 2 и требует, чтобы число  $N$  было целой степенью двойки. Существуют алгоритмы и по другим основаниям, однако ввиду их большей сложности они обсуждаются здесь не будут. Алгоритм по основанию 2 выполняется итеративно. На первом шаге вычисляется  $N$  одноточечных преобразований, которые затем попарно объединяются с использованием уже упоминавшейся «бабочки», образуя  $N/2$  двухточечных преобразований. Те в свою очередь объединяются, давая  $N/4$  четырехточечных преобразований, и т. д. до завершения вычисления полного преобразования.

При БПФ используется ряд других разумных способов ускорения вычислений, таких, например, как двоичная инверсия для вычисления индексов последовательных элементов, однако мы не будем вдаваться здесь в подробности, которые читатель сможет найти в уже упоминавшихся монографиях [63, 68].

В заключение остановимся на некоторых моментах, которые полезно усвоить будущему пользователю.

1. Количество точек во временной последовательности должно равняться степени двойки, для чего на практике последовательность обычно дополняют нулями. В некоторых случаях (например, при вычислении сверток—см. разд. 2.4) такое дополнение необходимо для получения правильного результата.

2. При вычислении преобразований Фурье вещественных последовательностей в некоторых запатентованных алгоритмах для экономии памяти

используются свойства симметрии в частотной области. Это позволяет помещать результат преобразования на то же место в памяти, где находились отсчеты исходной последовательности. Например из  $N$  вещественных временных отсчетов в результате обычного БПФ получается  $N$  комплексных значений, занимающих вдвое больший объем памяти. Однако, как следует из (2.3.10)–(2.3.13), только  $N/2 + 1$  значений преобразования имеют смысл базисных. Поскольку известно, что мнимые частные компонент нулевой частоты и частоты Найквиста равны нулю, вещественная часть найквистовой компоненты помещается на место мнимой частоты нуля. При этом получается слегка перемешаны результат преобразования, но зато он умещается в том же месте в памяти, где располагалась исходная последовательность. Потенциальные пользователи перед тем, как обращаться к результату преобразования, должны удостовериться в том, что он упорядочен (не перемешан).

### 2.3.6. Пример использования БПФ: интерполяция

Пример интерполяции был взят потому, что эта процедура лежит несколько в стороне от традиционных применений БПФ и, кроме того, имеет ряд интересных особенностей.

Интерполяция широко используется при обработке сейсмических данных, так что эффективность этой процедуры придается большое значение. Важность БПФ в этом вопросе состоит в том, что с ее помощью реализуется совершенная процедура интерполяции — эталон, с которым могут сравниваться все другие ее виды. Вообще интерполяция — достаточно важная процедура, чтобы обсудить ее подробно. Это и будет сделано позднее в настоящей главе после того как мы познакомимся с понятием *спектра*. Причина такой отсрочки состоит в том что качество интерполяционных процедур очень просто оценивается в частотной области, к которой так часто обращаются сейсмики при выборе параметров обработки. Пока же отметим, что задача интерполяции заключается в определении значений дискретизированного временного ряда в точках, не совпадающих с точками дискретизации, и при условии, что эти точки лежат в интервалах между заданными (минимальными и максимальными) моментами времени.

Интерполяция на основе БПФ, конечно, имеет недостатки. Так, с помощью БПФ можно интерполировать только в точки, равноотстоящие от двух существующих отсчетов, т. е. шаг дискретизации можно уменьшать только в два раза. Естественно последовательное применение такой интерполяции позволяет сделать шаг дискретизации сколь угодно

Таблица 2.3.1

Исходная синусоида	БПФ
(1, 0)	(0, 0)
(0, 71, 0)	(8, 0)
(0, 0)	(0, 0)
(-0, 71, 0)	(0, 0)
(-1, 0)	(0, 0)
(-0, 71, 0)	(0, 0)
(0, 0)	(0, 0)
(0, 71, 0)	(8, 0)

малым, однако на практике это оказывается неэкономичным.

Рассмотрим в качестве примера табл. 2.3.1. Левая колонка содержит восемь отсчетов дискретизированной синусоиды с периодом в восемь интервалов дискретизации. Отсчеты заданы комплексными значениями, т.е. парами чисел ( вещественная часть, минимая часть). В правой колонке приведены значения БПФ этой синусоиды в порядке, показанном на эис. 2.7. Требуется уменьшить вдвое шаг дискретизации посредством интерполяции значений синусоиды в середины интервалов между отсчетами. Результат при этом должен содержать 16 отсчетов.

Для интерполяции вставим на место старой частоты Найквиста (после четвертого элемента в правом столбце таблицы) 8 комплексных нулей. Должная симметрия при этом не нарушается. Полученный спектр и результат обратного преобразования, т.е. проинтерполированная синусоида, приведены в табл. 2.3.2. Заметим, что спектр по существу не изменился.

Важно отметить, что, если в исходной временной последовательности присутствуют наложенные зер-

кальные частоты, т.е. значение спектра на частоте Найквиста не нулевое, после интерполяции мы получим результат с искажениями, пропорциональными степени наложения. Методы интерполяции во временной области обычно гораздо менее чувствительны к эффектам наложения частот.

### 2.3.7. Пример использования ДПФ: спектр временной характеристики волны-спутника

Хотя более подробно спектры будут рассмотрены в разд. 2.9, уже на этом этапе стоит рассмотреть в качестве примера аналитического вычисления ДПФ одно очень важную для сейсморазведчиков временную характеристику.

Характеристика, о которой пойдет речь, описывает образование так называемой *волны-спутника*. Волны-спутники присутствуют на всех получаемых сейсмограммах благодаря особенностям регистрации сейсмических данных. Это явление мы рассмотрим более подробно в разд. 2.4 и в гл. 3, а сейчас достаточно будет использовать некоторые из его свойств. Начнем с определения. Интересующую нас временную характеристику можно определить как

$$x_m = \begin{cases} 1, & m = n; \\ -1, & m = n + p; \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (2.3.21)$$

Используя (2.3.5), можно записать выражение для ДПФ этой функции, которое после некоторых преобразований будет иметь вид

$$X_k = \frac{2}{N} \exp \left[ -i \left( \frac{2\pi k(n + p/2)}{N} - 1 \right) \right] \cdot \sin \left( \frac{\pi kp}{N} \right). \quad (2.3.22)$$

Заметим, что  $X_k$  принимает нулевое значение во всех точках, где

$$kp/N = j; \quad j = 0, 1, 2, \dots. \quad (2.3.23)$$

При  $j = 1$

$$k = N/p. \quad (2.3.24)$$

Вспомним теперь, что значению  $k = N$  в ДПФ соответствует частота  $f = 1/d$  в герцах, где  $d$ -шаг дискретизации и  $1/d$ -удвоенная частота Найквиста. Следовательно,  $k = N/p$  соответствует  $f = 1/dp$ , что приводит к очень важному результату:

$$f_j = \frac{j}{\text{Временная задержка}}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.3.25)$$

где  $f_j$  – частоты, на которых значение спектра равно нулю.

Таблица 2.3.2

Интерполированная синусоида	БПФ	
Сгенерированные отсчеты	(1, 0)	(0, 0)
	-(0, 92, 0)	(8, 0)
	(0, 71, 0)	(0, 0)
	-(0, 38, 0)	(0, 0)
	(0, 0)	(0, 0)
	-(0, 38, 0)	(0, 0)
	(-0, 71, 0)	(0, 0)
	-(0, 92, 0)	(0, 0)
	(-1, 0)	(0, 0)
	-(0, 92, 0)	(0, 0)
Добавленные	(-0, 71, 0)	(0, 0)
	-(0, 92, 0)	(0, 0)
	(-1, 0)	(0, 0)
	-(0, 92, 0)	(0, 0)
	(-0, 71, 0)	(0, 0)
	-(0, 38, 0)	(0, 0)
	(0, 0)	(0, 0)
	-(0, 38, 0)	(0, 0)
	(0, 71, 0)	(0, 0)
	-(0, 92, 0)	(8, 0)

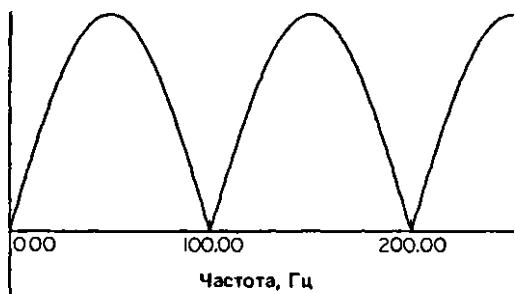


Рис. 2.8. Амплитудный спектр временной характеристики отражения в присутствии волны-спутника (1; 0; 0; 0; -1), дискретизированной с шагом 2 мс. Часто забывают, что значения спектра как на нулевой частоте, так и на главном провале (в данном случае на частоте 100 Гц) равны нулю.

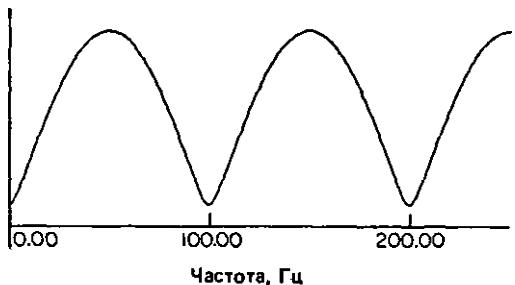


Рис. 2.9. Амплитудный спектр временной характеристики отражения в присутствии волны-спутника (1; 0; 0; 0; -0,8) при шаге дискретизации 2 мс.

Читатель мог бы повторить приведенные выше расчеты для временной характеристики волны-спутника, заменив в ней  $-1$  на  $-a$  ( $0 < a < 1$ ). На рис. 2.8 и 2.9 показаны типичные спектры для случая волны-спутника с запаздыванием 10 мс и значениями  $a = 1$  и  $a = 0,8$  соответственно.

## 2.4. Свертка

### 2.4.1. Одномерная сверточная модель сейсмической трассы

Свертка – это математическая операция, которая двум функциям ставит в соответствие определенным образом вычисленную третью. Свертка очень важна в электротехнике, так как с ее помощью описывается реакция линейной системы на входное воздействие. Не менее важна она и в сейсмике, поскольку в очень широком диапазоне условий земная толща ведет себя как линейная система.

Полная свертка  $s_k$  двух дискретных функций, заданных своими отсчетами

$$w_i, \quad i = 0, 1, \dots, L_w, \\ e_j, \quad j = 0, 1, \dots, L_e,$$

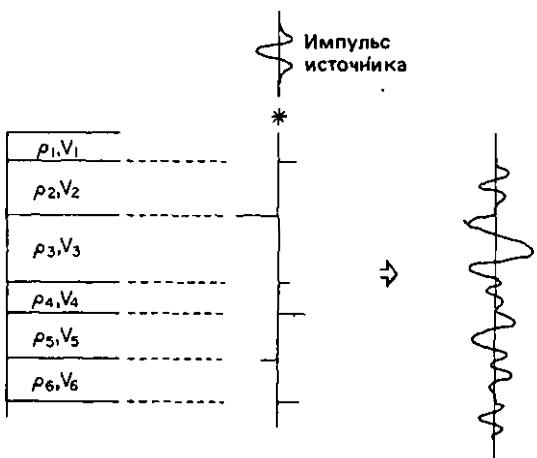


Рис. 2.10. Связь между распределением акустических жесткостей в среде и идеальной сейсмической трассой.

определяется выражением

$$s_k = \sum_{j=0}^{L_e} w_j e_{k-j}, \quad (2.4.)$$

где  $k = 0, 1, \dots, L_s = L_w + L_e - 1$ . Свертка обычно обозначается символом  $*$ , т. е.

$$s = w * e. \quad (2.4.)$$

Свертку можно рассматривать как суперпозиции сдвинутых копий функции  $w$ , умноженных на значения последовательных отсчетов  $e$ .

В сейсморазведке функцию  $w$  обычно интерпретируют как зондирующий импульс сейсмического источника, а  $e$  – как временную последовательность связанный с распределением акустических жесткостей в среде. Акустическая жесткость – это произведение плотности на скорость распространения продольных звуковых волн. Вариации значений акустической жесткости приводят к образованию отражений, возвращающихся к поверхности земли. Функцию  $e$  называют поэтому последовательностью коэффициентов отражения. Результат свертки  $s$  обозначает сейсмическую трассу. Изложенная концепция схематично иллюстрируется рис. 2.10. В любом реальном сейсмическом эксперименте неизбежно присутствует аддитивный шум, который мы обозначим  $n$ . С его учетом так называемая одномерная сверточная модель сейсмической трассы будет иметь вид

$$s = w * e + n. \quad (2.4.3)$$

Перед тем как продолжить рассмотрение этого вопроса, докажем одну очень важную для теории и практики теорему.

### 2.4.2. Теорема о дискретной свертке

Важность результата, который мы собираемся обсудить, определяется тем, что он дает эффективный способ точного вычисления длинных сверток. Очень важен он и для теории, поскольку раскрывает механизм линейной фильтрации.

Итак, пусть  $S$ ,  $W$  и  $E$  – дискретные преобразования Фурье последовательностей  $s$ ,  $w$  и  $e$  соответственно. Предположим также, что аддитивная помеха отсутствует, так что

$$s = w * e,$$

или

$$s_k = \sum_{j=0}^{L_w} w_j e_{k-j}, \quad k = 0, 1, \dots, L_s, \quad (2.4.4)$$

где

$$L_s = L_w + L_e - 1.$$

В соответствии с определением (2.3.8)

$$s_k = \sum_{l=0}^{N-1} S_l \cdot \exp\left[i\left(\frac{2\pi kl}{N}\right)\right], \quad (2.4.5)$$

$$w_j = \sum_{m=0}^{N-1} W_m \cdot \exp\left[i\left(\frac{2\pi jm}{N}\right)\right], \quad (2.4.6)$$

$$e_{k-j} = \sum_{n=0}^{N-1} E_n \cdot \exp\left[i\left(\frac{2\pi(k-j)n}{N}\right)\right]. \quad (2.4.7)$$

Используя (2.4.5)–(2.4.7) и меняя порядок суммирования, (2.4.4) можно переписать в виде

$$\sum_{l=0}^{N-1} S_l \cdot \exp\left[i\left(\frac{2\pi kl}{N}\right)\right] = \sum_{m=0}^{N-1} W_m \sum_{n=0}^{N-1} E_n I, \quad (2.4.8)$$

где

$$I = \sum_{j=0}^{L_w} \exp\left[i\left(\frac{2\pi jm}{N}\right)\right] \cdot \exp\left[i\left(\frac{2\pi(k-j)n}{N}\right)\right] = N \cdot \exp\left[i\left(\frac{2\pi kn}{N}\right)\right] \cdot D_{n-m} \quad (2.4.9)$$

и

$$D_{n-m} = \begin{cases} 1, & n = m, \\ 0, & n \neq m, \end{cases}$$

ввиду свойства ортогональности комплексных экспонент. С учетом (2.4.9) соотношение (2.4.8) принимает вид

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^{N-1} S_l \cdot \exp\left[i\left(\frac{2\pi kl}{N}\right)\right] &= \\ &= N \cdot \sum_{m=0}^{N-1} W_m \cdot E_m \cdot \exp\left[i\left(\frac{2\pi km}{N}\right)\right]. \end{aligned} \quad (2.4.10)$$

Умножая обе части (2.4.10) на  $\exp[-i(2\pi kp/N)]$ , суммируя по  $p$  от 0 до  $N-1$  и снова учитывая

ортогональность комплексных экспонент, получаем окончательный результат:

$$S_p = N \cdot W_p \cdot E_p, \quad p = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2.4.11)$$

Это и есть теорема о дискретной свертке, которая утверждает, что свертка во временной области эквивалентна умножению соответствующих преобразований Фурье в частотной области.

Заметим, что наличие в (2.4.11) множителя  $N$  следует из принятого нами определения ДПФ (2.3.7)–(2.3.8). Если коэффициент  $1/N$  включить в обратное преобразование, а не в прямое, множителя  $N$  в (2.4.11) не будет. Наконец, если в прямом, и в обратном преобразованиях использовать коэффициент  $N^{-1/2}$ , то в (2.4.11) появится множитель  $N^{1/2}$ .

### 2.4.3. Теорема о свертке и цикличность

На практике, вычисляя свертки с использованием рассмотренной теоремы (т.е. рассчитывая ДПФ двух подлежащих свертке последовательностей, перемножая полученные спектры и затем выполняя обратное преобразование для возврата во временную область), очень важно следить за тем, чтобы  $N$  (длина ДПФ) была не меньше длины полной свертки. Таким образом, должно выполняться условие

$$N \geq L_e + L_w - 1. \quad (2.4.12)$$

Если оно не соблюдается, проявляется эффект так называемой цикличности. Дело в том, что использование ДПФ в форме (2.3.7)–(2.3.8) предполагает, что временные последовательности периодичны с периодом  $N$  отсчетов. Этот эффект иллюстрирует рис. 2.11.

Здесь читатель может задать резонный вопрос: зачем вообще выполнять свертку в частотной об-

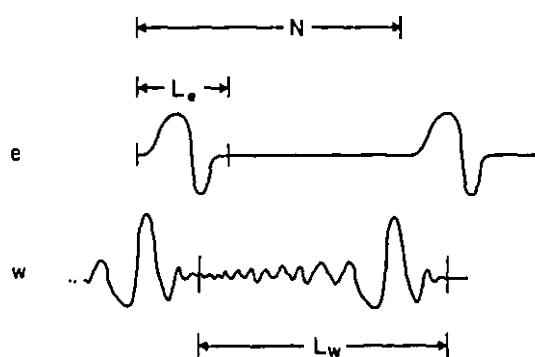


Рис. 2.11. Проявление цикличности при свертке в частотной области.

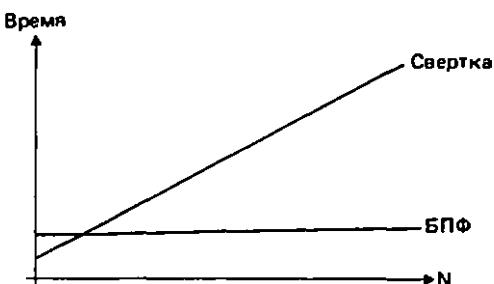


Рис. 2.12. Относительное время выполнения свертки во временной и частотной областях как функция длины  $N$  временной последовательности при заданной длине фильтра.

ласти, если это сулит такие хлопоты? Ответ прост и ясен: из соображений экономичности и точности.

Что касается экономичности, то этот вопрос уже рассматривался в связи с алгоритмом БПФ. Все сказанное полностью справедливо и в отношении свертки. На рис. 2.12 приводится сопоставление затрат времени, необходимых на выполнение свертки во временной области и ее эквивалента в области частот с использованием соотношения (2.4.11).

Чтобы дополнить график количественными соотношениями, заметим, что для выполнения свертки по формуле (2.4.1) требуется количество операций, пропорциональное

$$L_e \cdot L_w. \quad (2.4.13)$$

Для вычислений с использованием БПФ и формулы (2.4.11) потребуется всего примерно

$$3N \cdot \log_2 N + N \quad (2.4.14)$$

операций, соответствующих трем преобразованиям и одному векторному умножению. Здесь  $N$  – минимальная степень двойки, не меньшая суммы длин  $L_e$  и  $L_w$ . При обработке сейсмических данных  $L_e$  обычно бывает порядка 3000. В этом случае свертка в частотной области оказывается более выгодной, если  $L_w$  больше чем примерно 100 отсчетов (точные оценки сильно зависят от используемой вычислительной техники).

С точки зрения точности важно отметить, что при выполнении свертки во временной области с длинными фильтрами (200 и более отсчетов) наблюдается быстрое накопление ошибок округления. Степень проявления этого эффекта, конечно, зависит от длины машинного слова, однако в любом случае при вычислении сверток в частотной области ситуация намного благоприятнее просто потому, что количество операций при этом существенно сокращается.

#### 2.4.4. Расширенная одномерная сверточная модель сейсмической трассы

В разд. 2.4.1 мы рассмотрели сверточную модель в ее весьма упрощенной форме, не учитывающей многих имеющихся на практике эффектов. Рассмотрим теперь следующую расширенную модель:

$$s(t) = w(t) * e(t) * s_g(t) * r_g(t) * i(t) + n(t), \quad (2.4.1)$$

где  $w$  – импульс сейсмического источника,  $e$  – последовательность коэффициентов отражения,  $s_g$  и  $r_g$  – характеристики образования волн-спутников в тонах соответственно возбуждения и приема кодов,  $i$  – временная характеристика регистрирующей аппаратуры. Гораздо подробнее эти характеристики будут описываться в гл. 3, а здесь мы все их для того, чтобы показать, как теорема о свертке позволяет дать очень простую интерпретацию сверточной модели в частотной области. Имеем

$$S(f) = W(f) \cdot E(f) \cdot S_g(f) \cdot R_g(f) \cdot I(f) + N(f). \quad (2.4.1)$$

Здесь прописными буквами обозначены преобразования Фурье соответствующих входящих в (2.4.1) функций времени. В частотной области характеристики, соответствующие различным фильтрующим эффектам, входят в модель уже не сверточно мультипликативно, что дает геофизику гораздо более ясное интуитивное представление об их влиянии.

В отношении выражения (2.4.16) стоит сделать несколько замечаний:

1. Если частотная характеристика точки возбуждения или приема на какой-то частоте равна нулю и полный отклик  $S$  в зависимости от наличия шума будет либо нулевым, либо содержащим однушум.

2. В идеальном случае геофизик хотел бы иметь чистом виде характеристику  $E$ , однако в действительности измеряется  $S$ . На практике частоты характеристика импульса  $W$  обычно неизвестна, шум неизвестен всегда. Это классический пример обратной задачи, которая подробно рассматривается в гл. 5.

3. Мультипликативная форма выражения (2.4.1) предполагает, что можно с помощью обычного деления в частотной области исключить из  $S$  известные сверточные компоненты при условии невырожденности (т. е. отсутствия в спектре нулевых значений). В последнем случае может понадобиться один специальный прием, известный как деконволюция. Этому жизненно важному для сейсморазведчиков предмету будет удалено много места в дальнейшем, после того как мы познакомимся одним методом проведения деконволюции во временной области.

## 2.4.5. Сводка основных результатов и предположений

На данном этапе представляется полезным перечислить некоторые результаты, а также предположения, сделанные в различных определениях, касающихся непрерывного и дискретного случаев.

1. Для непрерывных функций времени свертка во временной области соответствует умножение в частотной и, наоборот, свертка спектров соответствует перемножение временных функций. Никаких предположений о периодичности не делается.

2. Для дискретных временных последовательностей свертка во временной или частотной области эквивалентна перемножению в альтернативной области при условии, что последовательность периодична. Это условие для получения правильных результатов требует проверки.

3. Линейная свертка, описывающая реакцию среды на посыпаемый импульс, определяется соотношением (2.4.1). Никаких предположений о виде входящих в свертку функций не делается.

4. Циклическая и линейная свертки периодических функций совпадают.

5. В случае дискретных последовательностей циклической свертке в одной (временной или частотной) области соответствует умножение в другой.

6. Циклическая и линейная свертки совпадают при тех задержках, когда исходные последовательности полностью перекрываются. Таким образом, дешевый способ вычисления линейной свертки состоит в добавлении нулей, выполнении прямых преобразований, перемножении их, возврате с помощью обратного преобразования в исходную область и выделении тех выходных отсчетов, которые не искажены циклическостью.

В следующем разделе мы познакомимся с фильтрацией.

## 2.5. Фильтрация

### 2.5.1. Введение

Фильтрацию можно определить как некоторую специфическую модификацию одного временного ряда с помощью другого.

В сейсмике фильтрация почти всегда состоит в направленной мультипликативной модификации спектра сейсмической записи (или – в соответствии с теоремой о свертке из предыдущего раздела – модификации во временной области посредством свертки). Заметим, что сам по себе термин «фильтрация» ничего не говорит о типе фильтра, который был или должен быть применен. Следовательно, это слово должно дополняться определением, например, «по-

лосовая фильтрация», «фильтрация в канале регистрации», «фильтрация антialiasинга» и т. д.

Следует разделять также зависимую от данных и независимую от них фильтрацию. При фильтрации первого типа характеристики фильтра определяются по фильтруемым данным. Примером может служить предсказывающая деконволюция, рассматриваемая в разд. 2.8. При фильтрации, независимой от данных, которая будет рассмотрена здесь, характеристики фильтра не получают по ним непосредственно, хотя геофизик обычно задает параметры такого фильтра в соответствии с некоторым свойством, присущим обрабатываемым данным.

В этом разделе мы ограничимся рассмотрением класса фильтров, которые рассчитываются на этапе обработки данных в цифровом виде в отличие от аналоговой фильтрации, происходящей как в самой земле, так и в регистрирующей аппаратуре.

Как уже говорилось раньше, применение фильтра эквивалентно его свертке с сейсмической записью. Однако интуитивно гораздо проще рассматривать действие фильтра в частотной области. Итак, пусть  $S'$  – ДПФ отфильтрованной сейсмической записи,  $F$  – ДПФ фильтра и  $S$  – ДПФ исходной записи. Тогда, как было показано в предыдущем разделе,

$$S'_k = N \cdot F_k \cdot S_k. \quad (2.5.1)$$

Здесь мы будем исследовать свойства частотных коэффициентов  $F_k$  фильтра, однако вначале дадим определения двух терминов.

#### Децибели

Безразмерная единица масштаба. Возьмем два положительных числа  $X$  и  $Y$  разной величины, но выраженные в одинаковых единицах. Вычислим величину

$$D = 20 \lg(Y/X). \quad (2.5.2)$$

Тогда если  $Y$  больше  $X$ , то говорят, что  $X$  на  $D$  децибел (дБ) ниже (или отличается от)  $Y$ . Децибели первоначально появились в акустике, и их определение через логарифм отражает тот факт, что человеческое ухо воспринимает звук логарифмически.

Пример: Если  $Y = 2X$ , то  $D \approx 6$  дБ.

#### Октава

Октава – это удвоение частоты. Например, 120 Гц на октаву выше, чем 60 Гц, и т. д.

### 2.5.2. Полосовой фильтр

Спектр типичного полосового фильтра показан на рис. 2.13. Фильтр имеет единичный амплитудный спектр в интервале между частотами  $p$  и  $q$ . Этот интервал называется полосой пропускания. Указан-

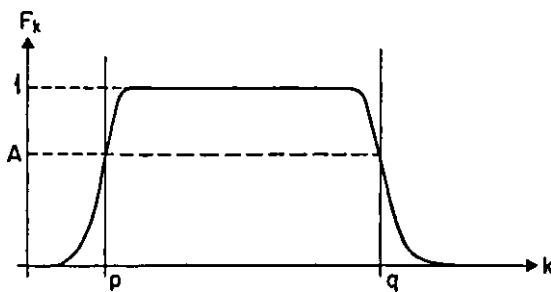


Рис. 2.13. Амплитудный спектр типичного полосового фильтра ( $A$  — уровень половинной мощности,  $p$  и  $q$  — частоты срезов).

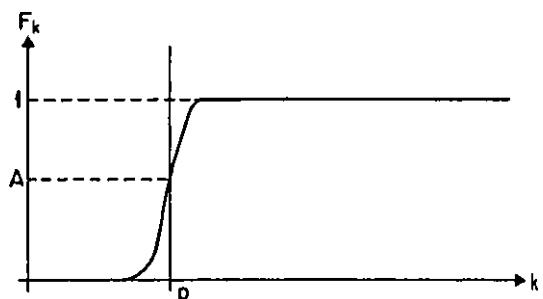


Рис. 2.14. Амплитудный спектр типичного фильтра верхних частот ( $A$  — уровень половинной мощности,  $p$  — частота среза).

ные частоты обычно определяются точками, в которых амплитудная характеристика фильтра достигает значения  $A$ , где  $A$  на 3 дБ ниже уровня в полосе пропускания. Такое определение заимствовано из радиотехники, где ширина полосы пропускания, как правило, измеряется на уровне половинной мощности. Половинной мощности соответствует амплитуда, в  $\sqrt{2}$  раз меньшая максимальной, что очень близко к 3 дБ. В радиотехнике такие фильтры изучаются в теории RCL-цепей (т. е. цепей, состоящих из сопротивлений, емкостей и индуктивностей). По обе стороны полосы пропускания амплитудно-частотная характеристика быстро спадает к нулю, однако для фильтров конечной временной длительности никогда не достигает нулевого уровня. О склонах частотной характеристики мы еще поговорим в этом разделе позже.

Как следует из (2.5.1), применение такого фильтра к сейсмической записи также ограничит ее полосу частотами  $p$  и  $q$ . В сейсморазведке частоты  $p$  и  $q$  обычно выбираются геофизиком-обработчиком на основе его субъективного представления о свойствах сигналов и помех на сейсмической записи. Например, фильтр с полосой пропускания 10–70 Гц можно использовать для обработки верхней части разреза, соответствующей двойному времени пробега менее 1–2 с.

### 2.5.3. Фильтры верхних частот

Спектр типичного фильтра верхних частот изображен на рис. 2.14. Здесь  $p$  — частота среза частотной характеристики. Уровень  $A$  определяется так же, как для полосовых фильтров. Применение такого фильтра к сейсмической записи  $S$  приводит, как это видно из (2.5.1), к ограничению диапазона частот слева значением  $p$ . Еще раз заметим, что компоненты на частотах, меньших  $p$ , не исчезают, а подавляются в определенное число раз. То, что они не могут быть подавлены полностью, следует из

того факта, что только сигнал бесконечной временной длительности может иметь истинную частоту среза, т. е. частоту, ниже которой спектр равен нулю.

### 2.5.4. Фильтры нижних частот

Спектр типичного фильтра нижних частот изображен на рис. 2.15. Здесь  $q$  — частота среза частотной характеристики. Величина  $A$  определяется, как для полосового фильтра. Согласно (2.5.1), применение такого фильтра приводит к ослаблению всех компонент с частотами выше  $q$  в определенное число раз.

Отметим следующее:

1. Полосовой фильтр можно построить, пересекая частотные характеристики соответствующих фильтров нижних и верхних частот.
2. В первую очередь мы рассмотрим полосовые фильтры, поскольку они чаще всего используются в сейсморазведке. Дело в том, что на реальных сейсмических записях отношение сигнал/помеха в очень низких и высоких частотах обычно погрешается. К этому вопросу мы еще вернемся разд. 2.7.

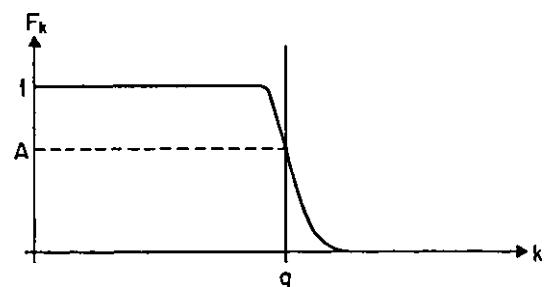


Рис. 2.15. Амплитудный спектр типичного фильтра нижних частот ( $A$  — уровень половинной мощности,  $q$  — частота среза).

### 2.5.5. Режекторные фильтры

Спектр этого специфического фильтра выглядит обычно так, как показано на рис. 2.16. Здесь  $m$  — частота режекции. Действие фильтра довольно очевидно. Он часто используется при обработке данных наземной сейсморазведки для подавления помех, вызванных наводками от промышленных силовых линий переменного тока с частотой 50 Гц и ее гармониками в Великобритании<sup>\*)</sup> или 60 Гц и ее гармониками в США. Гармоники — это частоты, кратные основной частоте.

### 2.5.6. Слоны частотной характеристики фильтра

Чтобы определить, насколько в результате фильтрации будет ослабляться та или иная компонента заданной частоты, необходимо знать крутизну склонов частотной характеристики фильтра. Например, при переходе к более грубому шагу дискретизации требуется предварительно подавить все частоты выше соответствующей новому шагу граничной частоты Найквиста. Крутизна склона частотной характеристики используемого для этого фильтра (фильтра антиналожения) играет особую роль. Действительно, поскольку крутизна не может быть бесконечной, частота среза должна находиться левее границы Найквиста, с тем чтобы на самой частоте Найквиста можно было гарантировать достаточное подавление. Для задания крутизны склонов частотной характеристики на практике обычно используют два метода:

1. Задание действительных значений амплитудного спектра на четырех частотах, из которых две внутренние соответствуют полосе пропускания.

2. Задание частот среза, определяющих полосу пропускания, и значений крутизны на этих частотах в децибелах на октаву. Например, если фильтр

нижних частот имеет крутизну склона частотной характеристики 24 дБ на октаву начиная с частоты среза 60 Гц, то значение амплитудного спектра на частоте 120 Гц будет на 24 дБ ниже, чем на 60 Гц (напомним, что в соответствии с определением частоты среза это значение будет на 27 дБ (24 + 3) ниже, чем в полосе пропускания). Типичный полосовой фильтр мог бы иметь полосу пропускания 10–70 Гц при крутизне низкочастотного склона 12 дБ на октаву и высокочастотного 72 дБ на октаву. Следует отметить, что склоны частотных характеристик реальных фильтров, если их рассматривать на плоскости (дБ, октавы), несколько отличаются от линейных, так что значения крутизны должны рассматриваться только как номинальные величины.

### 2.5.7. Пульсации

На практике при задании крутизны характеристики фильтра приходится считаться с таким явлением, как «пульсации». В идеальном случае амплитудный спектр полосового фильтра должен выглядеть, как на рис. 2.17. Если же с помощью обратного ДПФ мы, считая фазовый спектр ну-

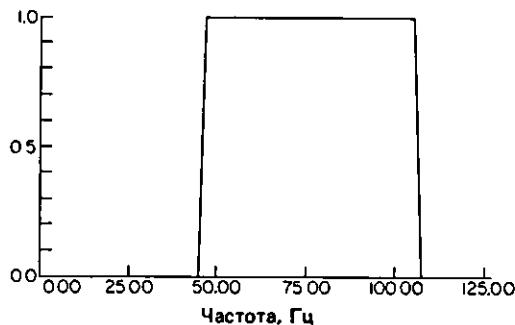


Рис. 2.17. Амплитудный спектр идеального полосового фильтра.

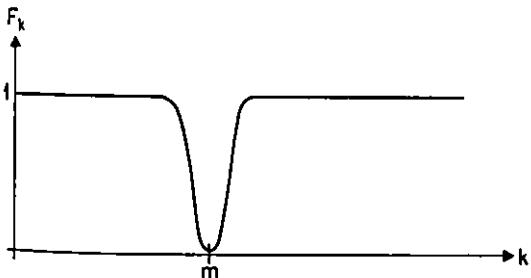


Рис. 2.16. Амплитудный спектр типичного режекторного фильтра ( $m$  — частота режекции).

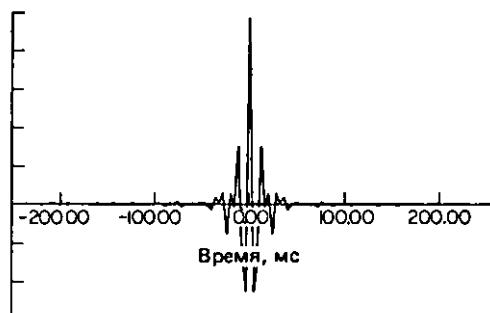


Рис. 2.18. Эквивалентная временная характеристика фильтра с рис. 2.17. Заметны осцилляции (пульсации) вдали от центрального пика, обусловленные крутыми склонами амплитудного спектра.

<sup>\*)</sup> Стандарт промышленной частоты 50 Гц принят и в СССР. — Прим. перев.

левым, рассчитаем временную характеристику такого фильтра, то получим результат, изображенный на рис. 2.18.

Предположим, что амплитудный спектр имеет вид

$$S_k = \begin{cases} 1, & L \leq k \leq M, \\ 0 & \text{при других } k. \end{cases}$$

Тогда, выполнив обратное преобразование Фурье, получим

$$s_r = \sum_{k=L}^M \exp\left[i\left(\frac{2\pi kr}{N}\right)\right], \quad r = 0, 1, \dots, N-1.$$

Это обычная геометрическая прогрессия, сумма членов которой равна

$$s_r = \frac{\exp\left[i\left(\frac{2\pi Lr}{N}\right)\right] - \exp\left[i\left(\frac{2\pi(M+1)r}{N}\right)\right]}{1 - \exp\left[i\left(\frac{2\pi r}{N}\right)\right]}. \quad (2.5.3)$$

Итак, требуемый результат  $s_r$  оказался равен разности двух синусоид с частотами, соответствующими краям полосы пропускания, модулированной множителем, который стоит в знаменателе. Заметим, что ввиду дискретной природы преобразования в аргумент второй синусоиды входит  $M+1$ , а не  $M$ .

Разность двух синусоид убывает довольно медленно. Это следует из того, что знаменатель можно представить в виде

$$-i\frac{2\pi r}{N}$$

при  $r \ll N$ , т. е. затухание пропорционально  $1/r$ .

Чтобы снизить уровень пульсаций до приемлемого уровня, требуется как-то уменьшить крутизну склонов. На практике обычно умножают краевые части спектра на четверть периода функции  $\cos^2$  заданной частоты, однако даже простой липпейпий

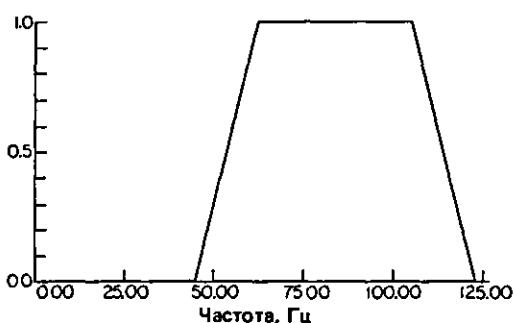


Рис. 2.19. Амплитудный спектр типичного полосового фильтра.

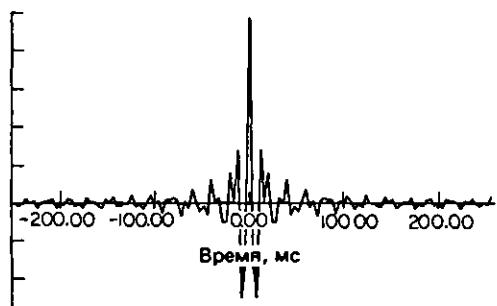


Рис. 2.20. Эквивалентная временная характеристика фильтра с рис. 2.19. В результате выполнения склонов амплитудного спектра уровень пульсаций вдали от центрального пика уменьшается.

скос краев спектра (рис. 2.19) дает значительный эффект, хорошо заметный на импульсной характеристике (рис. 2.20). Этот эффект можно объяснить и с другой точки зрения. Действительно, линейные скосы прямоугольного спектра на рис. 2.19 достигаются сверткой в частотной области с другим прямоугольной функцией. Как мы уже знаем, это соответствует умножению во времени области функцию, которая также затухает как  $1/t$  при удалении от центрального пика и спадает таким образом уровень пульсаций.

Рассмотрев некоторые практические аспекты фильтрации, обратимся теперь снова к теории.

## 2.6. Z-преобразование, фаза и задержка

### 2.6.1. Z-преобразование

Рассмотрим следующую временную последовательность с постоянным шагом дискретизации:

$$\dots, 1, 2, 0, -1, 0, 1, \dots \quad (2.6.1)$$

и построим следующий полином от  $z$ :

$$P(z) = \dots + 1 + 2z - z^3 + z^5 \dots \quad (2.6.2)$$

Этот полином называется Z-преобразованием.

Заметим, что, если (2.6.2) умножить на  $z$ , эффект будет точно такой же, как если бы мы сдвинули временную последовательность на один отсчет. В связи с этим  $z$  называют оператором единично задержки. Отсюда видно, что умножение на  $z^n$  соответствует задержке, а умножение на  $z^{-n}$  – упреждению на  $n$  отсчетов.

Как мы сейчас увидим, Z-преобразование тесно связано с преобразованием Фурье. Итак, пусть  $A(z)$ ,  $B(z)$  и  $C(z)$  – Z-преобразования временных после-

довательностей  $a_t$ ,  $b_t$  и  $c_t$  соответственно, т. е.

$$\begin{aligned} A(z) &= \sum a_t z^t, \\ B(z) &= \sum b_t z^t, \\ C(z) &= \sum c_t z^t. \end{aligned} \quad (2.6.3)$$

Рассмотрим теперь произведение двух полиномов:

$$C(z) = A(z) \cdot B(z). \quad (2.6.4)$$

Подставляя (2.6.3) в (2.6.4) и приравнивая коэффициенты у одинаковых степеней  $z$ , получим

$$\begin{aligned} c_0 &= a_0 b_0, \\ c_1 &= a_1 b_0 + a_0 b_1, \\ c_2 &= a_2 b_0 + a_1 b_1 + a_0 b_2 \end{aligned}$$

или в общем виде

$$c_k = \sum_{i=0}^L a_i b_{k-i}, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (2.6.5)$$

где  $L$ -длина последовательности  $a_t$ .

Полученное выражение совпадает с определением свертки, данным в разд. 2.4 (формула (2.4.1)). Таким образом, перемножение  $Z$ -преобразований эквивалентно свертке исходных последовательностей. Но, согласно теореме о свертке (2.4.11), этой операции эквивалентно и перемножение преобразований Фурье. Следовательно, преобразование Фурье временной последовательности формально можно рассматривать как частный случай  $Z$ -преобразования, когда

$$z = \exp \left[ -i \left( \frac{2\pi l}{N} \right) \right] \quad (2.6.6)$$

для любого  $l = 0, 1, \dots, N - 1$ .

Итак,  $C(z)$  можно интерпретировать или как временную последовательность, рассматривая коэффициенты при степенях  $z$  как ее члены, или, используя (2.6.6), как функцию в частотной области.

Может возникнуть вопрос, зачем вообще понадобилось на этом этапе вводить  $Z$ -преобразование. Причина (помимо прочего) в том, что с помощью аппарата  $Z$ -преобразований очень удобно изучать фазовые спектры.

## 2.6.2. Минимальная, смешанная, максимальная фаза и диполи

Рассмотрим простую временную последовательность из двух членов

$$a + bz. \quad (2.6.7)$$

Эту последовательность, которую можно записать также в виде  $(a, b)$ , называют диполем.

Рассставаясь временно с дискретной областью, рассмотрим непрерывное преобразование Фурье нашей последовательности, которое можно полу-

чить, интерпретируя  $z$  как

$$z = \exp(-i\omega), \quad (2.6.8)$$

где  $\omega$ -циклическая частота.

Теперь (2.6.7) можно записать в виде

$$|A(\omega)| \cdot \exp[iP(\omega)],$$

где

$$|(A(\omega))| = (a^2 + 2ab \cdot \cos \omega + b^2)^{1/2} \quad (2.6.9)$$

задает амплитудный спектр и

$$P(\omega) = \arctg \left( \frac{-b \cdot \sin \omega}{a + b \cdot \cos \omega} \right) \quad (2.6.10)$$

-фазовый спектр.

Необходимо отметить следующее:

1. Из (2.6.9) следует, что  $(a, b)$  и  $(b, a)$  имеют одинаковые амплитудные спектры.

2. Если  $a > b$ , то фазовый спектр  $(a, b)$  всюду меньше, чем фазовый спектр  $(b, a)$ . По этой причине при  $a > b$  диполь  $(a, b)$  называют минимально-фазовым, а  $(b, a)$ -максимально-фазовым.

3. Первый временной отсчет  $a$  минимально-фазового диполя больше первого отсчета  $b$  максимально-фазового.

Рассмотрим теперь  $Z$ -преобразование дискретного сигнала (6, 5, 1). Имеем

$$6 + 5z + z^2 = (3 + z) \cdot (2 + z) = (3, 1) \cdot (2, 1).$$

Как следует из основной теоремы алгебры, любой полином степени  $n$  можно разложить на  $n$  линейных (первой степени) сомножителей, коэффициенты которых определяются нулями (корнями) полинома. Соответствующий дискретный сигнал называется минимально-фазовым в том и только в том случае, когда все составляющие его диполи являются минимально-фазовыми (поскольку фазовые спектры всех диполей складываются, общий минимум достигается, если все слагаемые минимальны)\*.

Заметим также, что если в любой комбинации составляющих диполей поменять порядок элементов, т. е.  $(a, b)$  заменить на  $(b, a)$ , то общий амплитудный спектр от этого не изменится, хотя фазовый меняется. Отсюда следует, что при заданной длине  $N$  отсчетов можно построить  $2^N$  сигналов с одинаковыми спектрами.

\* Здесь требуется внести некоторые уточнения. Дело в том, что для простоты авторы рассматривают свойства диполей с вещественными положительными коэффициентами. Однако коэффициенты тех линейных сомножителей, на которые раскладывается полином  $n$ -й степени, в общем случае будут иметь комплексные значения. Тем не менее все сказанное о минимально- и максимально-фазовых свойствах диполей остается справедливым, если сравниваются не сами значения коэффициентов, а их абсолютные величины. Например, диполь  $(a, b)$  называется минимально-фазовым, если  $|a| > |b|$ . — Прим. перев.

ковыми амплитудными спектрами и различными фазовыми, меняющимися в диапазоне от минимального до максимального. Только один из них будет минимально-фазовым. Соответственно и максимально-фазовый сигнал также будет единственным и равным реверсированному во времени минимально-фазовому сигналу (это эквивалентно повороту всех диполей в положение, когда первым стоит меньший коэффициент).

Зачем потребовалось вводить понятие минимальной фазы? На это есть две причины:

1. Из всех сигналов, принимающих нулевые значения до нулевого момента времени и имеющих одинаковые амплитудные спектры, минимально-фазовый сигнал обладает наименьшей длительностью. Это обстоятельство важно с точки зрения разрешенности. Про сигналы, которые могут отличаться от нуля только при неотрицательных временах, говорят, что они обладают свойством причинности.

2. Некоторые обрабатывающие процедуры наиболее эффективны в случае, когда сейсмический сигнал оказывается минимально-фазовым. В особенности это касается предсказывающей деконволюции, о которой речь пойдет в разд. 2.8.

### 2.6.3. Частичная энергия и минимальная задержка

Определим  $p$ -ю частичную энергию  $E_p$  сигнала  $b$ , выраженным

$$E_p = \sum_{t=0}^p b_t^2. \quad (2.6.11)$$

Можно показать (см., например, [75]), что для минимально-фазового сигнала эта функция при любом  $p$  принимает большие значения, чем для любого другого сигнала с тем же амплитудным спектром. При изучении распределения энергии сигнала во времени это свойство называют свойством «минимальной задержки». Иначе говоря, минимально-фазовый сигнал характеризуется самым быстрым вступлением энергии. Отметим в качестве поучительного следствия, что первый отсчет минимально-фазового сигнала должен быть больше первого отсчета любого другого сигнала с тем же амплитудным спектром. Это легко увидеть из разложения сигнала на составляющие диполи. Действительно, коэффициент при  $z^0$ , т. е. первый отсчет, равен произведению всех первых элементов диполей. Эти элементы в каждом диполе, конечно, максимальные, поскольку для того, чтобы сигнал был минимально-фазовым, тем же свойством должны обладать и сами диполи.

### 2.6.4. Эквивалентный минимально-фазовый сигнал и преобразование Гильберта

Итак, в семействе сигналов с одинаковыми амплитудными спектрами минимально-фазовый сигнал представляет наибольший интерес для геофизика-обработчика. Минимально-фазовый эквивалент сигнала – это просто сигнал с тем же амплитудным спектром, что у заданного, но обладающий при этом минимально-фазовыми свойствами.

Геофизики часто сталкиваются с задачей построения по заданному сигналу его минимально-фазового эквивалента. Существуют несколько способов ее решения:

1. *Z*-преобразование сигнала разбивается на произведение диполей. Максимально-фазовые диполи реверсируются, после чего выполняется умножение и результат снова представляется в виде полинома по  $z$ . Коэффициенты при степенях  $z$  в полученном *Z*-преобразовании и дают искомый минимально-фазовый сигнал. Метод требует численного нахождения  $N$  комплексных корней полинома степени  $N$ . На практике для длинных сигналов этот метод оказывается недостаточно удовлетворительным, но во всяком случае он наиболее прост для понимания.

2. Метод двойного обращения. Этот метод основан на синтезе винеровского обратного фильтра. Винеровские фильтры будут рассматриваться в разд. 2.8, однако, чтобы понять, как использовать их в данном контексте, читатель должен обратиться к работе [12, гл. 3], где вопрос обсуждается во всех подробностях.

3. Метод преобразования Гильberta. На практике этот метод используется, по всей вероятности, чаще всего, однако из-за его довольно глубокой связи с понятием минимальной фазы и причинности нам придется отложить дальнейшее обсуждение до следующей главы. Читатель, которого интересует теоретический аспект вопроса, может обратиться к работе [44]. Практические детали, включая программу для ЭВМ, можно найти в [12]. Само преобразование, впрочем, очень простое, и мы вкратце рассмотрим его позднее в связи с понятием аналитического сигнала.

### 2.6.5. Нуль-фазовые сигналы и минимальная длительность

Ранее уже утверждалось, что минимально-фазовый сигнал имеет наименьшую длительность в классе всех причинных сигналов с тем же амплитудным спектром. Однако, если снять требование причинности, данное утверждение станет неверным. В этом более широком классе свойством минимальной длительности обладает сигнал с нулевым фазовым

спектром. Такой сигнал симметричен относительно нулевого момента времени и, следовательно, не обладает свойством причинности. В идеальном случае он может продолжаться до бесконечности в обе стороны от нулевого момента времени. Заметим, что в отсутствии свойства причинности у сигналов после обработки нет ничего странного. При этом все данные находятся «под рукой» и понятие нулевого момента времени довольно условно. Действительно, приведение к нулевой фазе с помощью подходящих формирующих фильтров применяется очень часто (см. разд. 2.8), поскольку свойство минимальной длительности может помочь при обработке и анализе данных.

Здесь уместно обратить внимание на одно широко распространенное заблуждение. Совершенно справедливо утверждение о том, что свертка двух минимально-фазовых сигналов дает в результате минимально-фазовый сигнал с амплитудным спектром, равным произведению амплитудных спектров исходных сигналов. Неверно, однако, что свертка минимально-фазового сигнала с нуль-фазовым также дает минимально-фазовый сигнал. Заблуждение проистекает из представления, что, поскольку фаза аддитивна, исходный минимально-фазовый спектр не меняется и, следовательно, сохраняет свое минимально-фазовое свойство. Это справедливо только в том случае, когда амплитудный спектр исходного минимально-фазового сигнала также не меняется или, что равносильно, когда нуль-фазовый сигнал ничего не меняет, имея более широкую полосу частот, чем минимально-фазовый. Однако на практике амплитудный спектр минимально-фазового сигнала меняется, а результатирующий сигнал оказывается смешанно-фазовым.

Чтобы убедиться в этом, предположим, что  $A_M(f)$ ,  $P_M(f)$ ,  $A_Z(f)$ ,  $P_Z(f)$  и  $A_R(f)$ ,  $P_R(f)$  — амплитудные и фазовые спектры соответственно минимально-фазового сигнала, его нуль-фазового эквивалента и результата их свертки. По определению,  $P_Z(f) = 0$ . Тогда

$$\begin{aligned} A_M(f) \cdot A_Z(f) &= A_R(f), \\ P_M(f) &= P_R(f). \end{aligned}$$

Но, по определению, эквивалентный нуль-фазовый сигнал имеет тот же амплитудный спектр, что и исходный минимально-фазовый. Таким образом,

$$\begin{aligned} A_M(f) \cdot A_M(f) &= A_R(f), \\ P_M(f) + P_M(f) &= P'_R(f). \end{aligned}$$

Далее,  $P'_R$  должен быть минимальным фазовым спектром, соответствующим  $A_R$ , поскольку он получается в результате свертки двух минимально-фазовых сигналов (точнее, двух копий одного такого сигнала). Но

$$P_M(f) \neq 0 \quad (P_Z(f) = 0).$$

Следовательно,

$$P'_R(f) \neq P_R(f).$$

Итак,  $P_R(f)$  не может быть минимальным фазовым спектром результирующего сигнала, так как для заданного сигнала существует только один такой спектр. Кроме того, он определенно и ненулевой; следовательно, результирующий сигнал должен быть смешанно-фазовым.

Приведенные аргументы иллюстрируются рис. 2.21–2.24. На рис. 2.21 изображен минималь-

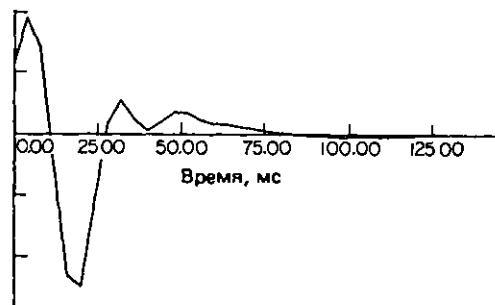


Рис. 2.21. Временная характеристика минимально-фазового полосового фильтра с полосой пропускания 12–45 Гц и значениями крутизны частотной характеристики для левого и правого срезов 12 и 36 дБ на октаву соответственно.

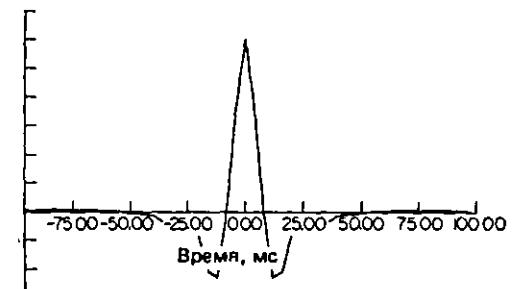


Рис. 2.22. Временная характеристика нуль-фазового фильтра с тем же амплитудным спектром, что и у фильтра на рис. 2.21.

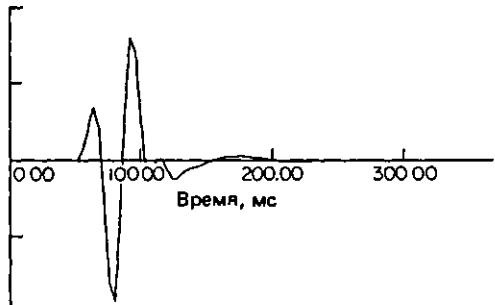


Рис. 2.23. Свертка временной характеристики, изображенной на рис. 2.21, со своей копией (для удобства сравнения результат сдвинут на 52 мс).

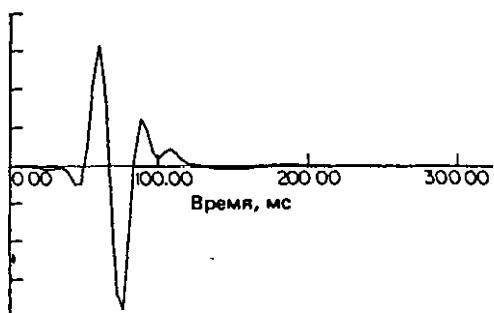


Рис. 2.24. Свертка временных характеристик, изображенных на рис. 2.21 и 2.22. Результат свертки отличается от изображенного на рис. 2.23 только фазовым спектром.

но-фазовый сигнал с полосой пропускания 15–45 Гц и крутизной левого и правого склонов амплитудного спектра 12 и 36 дБ на октаву соответственно. Длина сигнала – 32 отсчета с шагом 4 мс. На рис. 2.22 представлен эквивалентный нуль-фазовый сигнал. На рис. 2.23 показан результат свертки минимально-фазового сигнала с самим собой, а на рис. 2.24 – с его нуль-фазовым эквивалентом. На обоих рисунках сигналы сдвинуты на 52 мс, чтобы на втором из них стало видно вступление энергии левее «нулевого» момента времени. Как видно из рисунков, результаты сверток различаются весьма существенно.

## 2.6.6. Причинность и обращение

Рассмотрим снова простой диполь  $(a, b)$ . Запишем его  $Z$ -преобразование:

$$a + bz. \quad (2.6.12)$$

В сейсморазведке часто приходится решать задачу построения временной характеристики, обратной к заданной. Задача сводится к построению фильтра, свертка которого с заданной временной характеристикой даст в результате единичный импульс на нулевом времени. Эта процедура называется *деконволюцией*. Поскольку перемножение  $Z$ -преобразований эквивалентно свертке, задача обращения, к примеру, (2.6.12) сводится к нахождению такого  $Z$ -преобразования  $X(z)$ , которое при умножении на (2.6.12) дает единицу, т. е. результат деконволюции. Таким образом,

$$X(z) \cdot (a + bz) = 1 \quad (2.6.13)$$

(напомним, что единица в правой части – это  $Z$ -преобразование единичного импульса на нулевом времени). Очевидно, что искомая характеристика дается выражением

$$X(z) = \frac{1}{a + bz}. \quad (2.6.14)$$

Полученную дробь можно разложить в ряд по степеням  $z$ :

$$X(z) = \frac{1}{a} \left[ 1 - \left( \frac{b}{a} \right) z + \left( \frac{b}{a} \right)^2 z^2 - \dots \right]. \quad (2.6.15)$$

Если  $b < a$ , т. е. диполь минимально-фазовый, члены ряда по абсолютной величине быстро убывают. Следовательно, этот ряд можно усекать, получая фильтр, который будет обращать (2.6.12) желаемой точностью. Временная характеристика фильтра будет иметь вид

$$\left[ \frac{1}{a}, -\frac{b}{a^2}, \frac{b^2}{a^3}, \dots \right]. \quad (2.6.16)$$

Если такой фильтр свернуть с диполем  $(a, b)$ , получим в результате единичный импульс на нулевом времени. Сохраняя в фильтре только нечетное число членов, будем получать приближение единичному импульсу. Рассмотренный фильтр называют фильтром с чисто запаздывающими компонентами, поскольку он имеет не нулевые коэффициенты только на неотрицательных временах. Заметим, что такой усеченный фильтр не является наилучшим обратным в классе фильтров заданной длины. К этому вопросу мы вернемся в разд. 21 при рассмотрении винсеровских фильтров.

Естественно спросить, что случится, если  $b > a$ , т. е. когда диполь максимально-фазовый. К сожалению, бесконечный ряд (2.6.15) в этом случае расходится, т. е. зависимость результата обращения от коэффициентов фильтра увеличивается по мере удаления от нулевого отсчета, что явно неправильно.

Математически проблема преодолевается за счет разложения  $X(z)$  в ряд по отрицательным степеням  $z$ :

$$\begin{aligned} X(z) &= \frac{1}{bz(1 + a/bz)} = \\ &= \frac{1}{bz} \left[ 1 - \frac{a}{bz} + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{1}{z} \right)^2 - \dots \right]. \end{aligned} \quad (2.6.17)$$

Этот фильтр ведет себя вполне «благопристойно», т. е. коэффициенты его быстро убывают по абсолютной величине по мере удаления от нулевого момента времени. Однако все они соответствуют отрицательным временам, поскольку степени  $z^{-1}$  разложения (2.6.17) отрицательны. Про такой фильтр говорят, что он имеет чисто упреждающие компоненты. Рассмотренный фильтр, очевидно, причинный, но его, как уже упоминалось выше, можно использовать при цифровой обработке, когда все данные, прошлые и будущие (в определенных границах, разумеется), вполне доступны. В действительности для деконволюции смешанны-фазовых сигналов в обработке нередко используют фильтры с

смесью запаздывающих и упреждающих компонент (т. е. коэффициентов, соответствующих положительным и отрицательным дискретным моментам времени). С такими сигналами сейсморазведчикам приходится иметь дело довольно часто.

### 2.6.7. Аналитический сигнал

Поскольку вопрос, который мы здесь рассмотрим, несколько труден для усвоения на интуитивном уровне, определим вначале некоторые относящиеся к делу функции и исследуем их свойства. Затем в свете этих свойств можно будет описать применение указанных функций в обработке сейсмических записей.

Итак, пусть  $u_t$  — временная последовательность, имеющая  $Z$ -преобразование  $U(z)$ .

Рассмотрим теперь фильтр  $h$ , с  $Z$ -преобразованием  $H(z)$ , который, будучи применен к какому-либо входному сигналу, сдвигает фазу всех его частотных компонент на  $90^\circ$ . Такой фильтр называют *гильберт-преобразователем*.

Обозначим преобразование Гильберта от  $u_t$  (т. е. результат применения к  $u_t$  гильберт-преобразователя) символом  $v_t$ , а соответствующее  $Z$ -преобразование —  $V(z)$ . Тогда

$$V(z) = H(z) \cdot U(z). \quad (2.6.18)$$

Теперь определим аналитический сигнал (или комплексную трассу) от  $U(z)$  как

$$A(z) = U(z) + i \cdot V(z) \quad (2.6.19)$$

и энергетическую огибающую  $U(z)$  как

$$Y(z) = [\bar{U}(z) \cdot U(z) + \bar{V}(z) \cdot V(z)]^{1/2}, \quad (2.6.20)$$

где черточки вверху обозначают комплексно-сопряженные величины.

Какими свойствами обладают введенные нами функции? С точки зрения геофизика самое важное свойство касается соотношения этих функций и фазы входного сигнала.

Рассмотрим входной сигнал

$$u_t = \cos(\omega t + P), \quad (2.6.21)$$

где  $P$  — фаза и  $\omega$  — циклическая частота. По определению,

$$v_t = \cos(\omega t + P + \pi/2) = -\sin(\omega t + P). \quad (2.6.22)$$

Подстановка (2.6.21) и (2.6.22) в (2.6.20) дает

$$y_t = 1, \quad (2.6.23)$$

где  $y_t$  — временная функция, соответствующая  $Y(z)$ . Для несколько более сложного входного сигнала

$$u_t = \cos(\omega_1 t + P_1) + \cos(\omega_2 t + P_2) \quad (2.6.24)$$

после некоторых преобразований получим

$$y_t = [2 + 2 \cdot \cos((\omega_1 - \omega_2)t + (P_1 - P_2))]^{1/2}. \quad (2.6.25)$$

Этот результат имеет весьма важную интерпретацию. Если произвольный фазовый сдвиг ввести во все компоненты входного сигнала  $u_t$ , огибающая  $y_t$  не изменится, так как зависит только от разности фаз  $P_1 - P_2$ . Таким образом,  $y_t$  не зависит от фазового сдвига в  $u_t$ .

Для сейсмики это весьма желательное свойство, так как главная цель интерпретации сейсмических данных состоит в измерении времен пробега основных отраженных волн, а непрерывные фазовые изменения на сейсмограммах могут осложнить эту задачу. Действительно, некоторые геофизики определяют время отражающего горизонта по максимуму огибающей, утверждая, что это наиболее очевидный способ.

Несколько лет назад стало популярным рассчитывать различные родственные функции, например, представляя аналитический сигнал (2.6.19) во временной области в следующей форме:

$$a_t = y_t \cdot \exp(-ip_t). \quad (2.6.26)$$

Так называемую мгновенную фазу  $p_t$  можно определить по формуле

$$p_t = i \ln \frac{a_t}{y_t}. \quad (2.6.27)$$

Мгновенную частоту  $f_t$  определяют как производную мгновенной фазы:

$$f_t = \frac{dp_t}{dt} = i \frac{y_t}{a_t} \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{a_t}{y_t} \right). \quad (2.6.28)$$

Практически последнюю функцию обычно вычисляют с использованием конечно-разностной аппроксимации производной.

Хотя эти функции дают альтернативный и иногда полезный способ интерпретации сейсмических данных (см., например, [82]), вероятно, справедливо будет сказать, что применение их не стало таким широким, как можно было бы ожидать, учитывая их в чем-то таинственную природу.

В следующем разделе мы подробно рассмотрим две функции из числа самых важных для обработки сейсмических записей — как по причине их собственной роли, так и ввиду их тесной связи с винеровским фильтром.

## 2.7. Функции автокорреляции и взаимной корреляции

### 2.7.1. Определения и применение

Авто- и взаимно-корреляционные функции играют центральную роль в изучении временных рядов вообще и в сейсморазведке в частности. Взаимоподобные функции используются обычно для

количественной оценки подобия между двумя временными рядами как функции временного сдвига между ними. Автокорреляционная функция – это просто частный случай взаимно-корреляционной. Она измеряет степень подобия между временными рядом и его сдвинутой по времени копией как функцию от величины этого сдвига.

Перед тем как дать определения рассматриваемых функций, отметим следующие различия в терминологии, с которыми иногда приходится сталкиваться:

<i>Сейсмика</i>	<i>Статистика</i>
Корреляция	Ковариация
Нормированная корреляция	Корреляция

Эти различия касаются как авто-, так и взаимо-корреляционной функций. Поскольку эта книга по сейсморазведке, мы будем пользоваться первыми терминами.

Корреляционные функции определяются для временных рядов бесконечной длительности, но, поскольку здесь нас интересуют только реальные наблюдения, мы будем пользоваться *выборочными корреляционными функциями*.

Пусть имеются две временные последовательности  $x_t$  и  $y_t$  длиной по  $N$  отсчетов. Тогда дискретная автокорреляция  $r_k$  последовательности  $x_t$  определяется выражением

$$r_k(x) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-k-1} \bar{x}_t x_{t+k}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (2.7.1)$$

где черта над  $x$  означает комплексное сопряжение, а сдвиг  $k$  обычно называют задержкой.

Дискретная взаимная корреляция  $g_k$  временных последовательностей  $x_t$  и  $y_t$  определяется аналогичным образом:

$$g_k(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-k-1} \bar{x}_t y_{t+k}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2.7.2)$$

Заметим, что в (2.7.1) и (2.7.2) временные ряды  $x_t$  и  $y_t$  предполагаются центрированными (т. е. имеющими нулевое среднее значение). На практике до вычисления корреляционных функций коррелируемые последовательности центрируют, т. е. вычитают из них предварительно подсчитанные выборочные средние. Как обычно, временные последовательности будут считаться вещественными, так что

$$\bar{x} = x, \quad \bar{y} = y.$$

Отметим следующие важные моменты:

1. Для вещественных периодических (с периодом  $N$ ) временных последовательностей

$$r_k = r_{-k}. \quad (2)$$

2. Ряд тонких особенностей связан с предположениями, которые принимаются относительно поведения последовательностей  $x_t$  и  $y_t$  при  $j < 0$  и  $j > N - 1$ . Если последовательности предполагаются бесконечными, суммирование в формулах (2.1) и (2.7.2) можно распространить от 0 до  $N - 1$ , иногда и делают. Ограничение верхнего предела суммы значением  $N - k - 1$  эквивалентно предположению, что при  $j < 0$  и  $j > N - 1$  значения  $x_j$  равны нулю. Другие подробности обсуждались в разд. 2.4.5. Здесь же заметим только, что те предположения, которые приходится принимать на практике, зависят от конкретного применения автокорреляции. Например, при ее использовании для расчета винеровских фильтров обычно предполагается, что временной ряд за пределами интересующего временного интервала (временного окна) содержит нулевые значения. При достаточно больших  $N$ , что бывает нередко, это предположение мало влияет на результат. Если автокорреляцию используют в спектральном анализе, то, чтобы учесть данное предположение, ее вычисляют при небольших значениях  $N$  по формуле

$$r_k(x) = \frac{1}{N-k} \sum_{t=0}^{N-k-1} \bar{x}_t x_{t+k}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (2.7.3)$$

хотя, как показывает практика, этой формулой целесообразно пользоваться только при  $k < N/10$ . При больших значениях  $k$  качество рассчитанной оценки автокорреляции может оказаться низким. Заметим, что корреляция – это не что иное, как свертка реверсированной во времени последовательности. Формулы (2.7.1) и (2.7.2) позволяют использовать тесную связь между сверткой во временной области и умножением в частотной области, которая описывалась в разд. 2.4. Однако это требует принятия предположения о периодичности последовательностей  $x_t$  и  $y_t$  с периодом  $N$ . В этом и состоит одна из тонких особенностей, о которых говорила выше.

3. На практике автокорреляция (2.7.1) часто нормируется так, чтобы ее значение при нулевой задержке равнялось единице (одно из свойств автокорреляции состоит в том, что любое ее значение не превышает по абсолютной величине значения при нулевой задержке). Такую функцию называют нормированной автокорреляцией.

4. Если временная последовательность периодична, ее автокорреляция также периодична с тем же периодом. Этот факт доказывается в разд. 2.7.3.

5. Такие периодичности лучше проявляются в автокорреляции, чем на исходной временной последовательности, осложненной шумом. Чтобы уб

диться в этом, предположим, что исходную последовательность можно описать соотношением

$$x_t = s_t + n_t,$$

где  $s_t$  — сигнал и  $n_t$  — аддитивный шум в момент времени  $t$ .

Автокорреляция такой последовательности будет иметь вид

$$r_k(x) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} (s_t + n_t) \cdot (s_{t+k} + n_{t+k}).$$

Пользуясь некоторыми основными понятиями математической статистики и полагая, что шум имеет нулевое среднее значение и среднеквадратичное отклонение  $d$ , можно показать, что

$$E(s_t \cdot n_{t+k}) = E(s_{t+k} \cdot n_t) = 0,$$

$$E(n_t \cdot n_{t+k}) = \begin{cases} d^2, & k = 0, \\ 0, & k \neq 0, \end{cases}$$

где  $E(\cdot)$  — символ математического ожидания\* (см., например, [36]). Следовательно,

$$E[r_k(x)] = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} s_t \cdot s_{t+k} + d^2, & k = 0; \\ \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} s_t \cdot s_{t+k}, & k > 0. \end{cases}$$

Таким образом, чисто случайный шум вносит свой вклад в автокорреляцию только при нулевой задержке  $k = 0$ . При этом любые периодичности, присутствующие в исходном сигнале, должны гораздо лучше проявляться на автокорреляционной функции при пневматических задержках. Это прекрасно иллюстрируют рис. 2.25–2.29. На рис. 2.25 показана синусоида с частотой 20 Гц. На рис. 2.26 изображе-

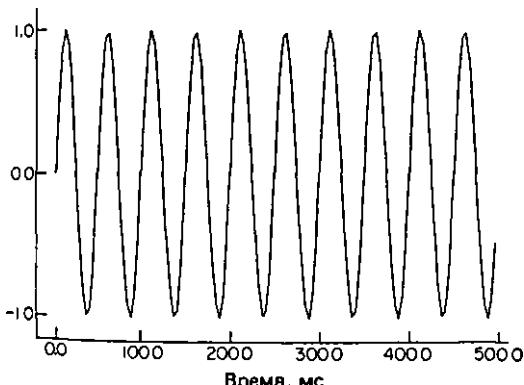


Рис. 2.25. Синусоида частоты 20 Гц.

\* Здесь и далее в этом разделе неявно предполагается также, что значения шума в разных отсчетах некоррелированы. — Прим. перев.

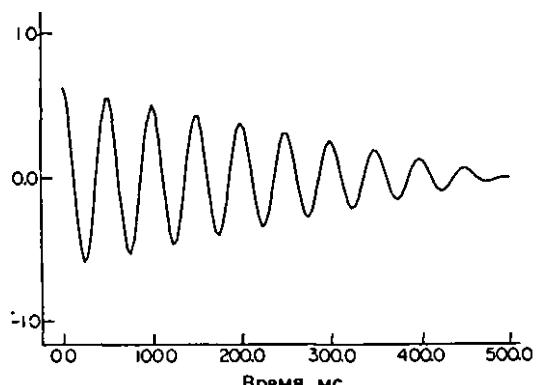


Рис. 2.26. Автокорреляция синусоиды, изображенной на рис. 2.25.

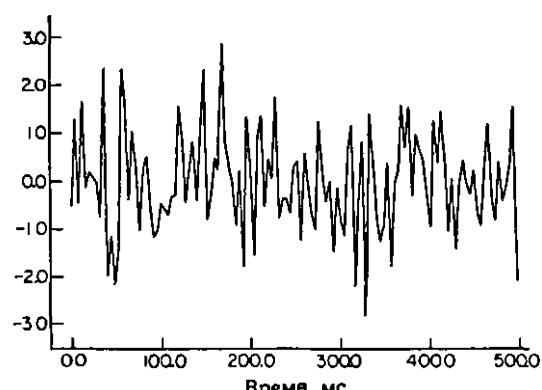


Рис. 2.27. Временной ряд содержит чистый гауссовский шум с нулевым средним значением и единичной дисперсией.

на ее автокорреляция, вычисленная в предположении, что за пределами показанного на рис. 2.25 отрезка значения временного ряда нулевые. Заметим, что постепенное затухание автокорреляционной функции обусловлено тем самым фактором, который пытаются скомпенсировать множителем  $1/(N - k)$  в формуле (2.7.4). На рис. 2.27 показана реализация гауссовского шума с нулевым средним значением и единичной дисперсией. Результат сложения этого шума с синусоидой, изображенной на рис. 2.25 (т. е. зашумленная синусоида), представлен на рис. 2.28. Синусоида на фоне шума фактически невидима, в особенности плохо различима периодичность. На рис. 2.29 показана автокорреляция зашумленной синусоиды. Как и было предсказано теорией, шум существенно проявляется только при нулевой задержке. Скрытую периодичность теперь можно вполне отчетливо увидеть и оценить.

Это свойство автокорреляции часто используют на практике при обработке сейсмических данных,

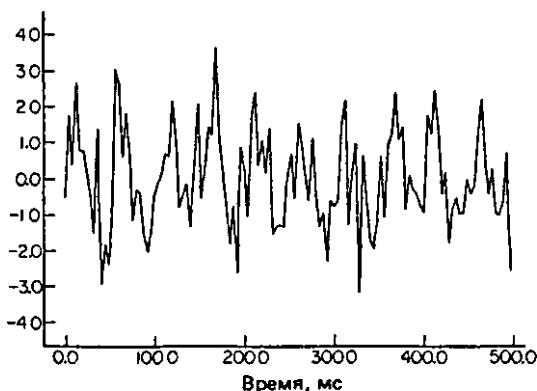


Рис. 2.28. Сумма временных рядов, изображенных на рис. 2.25 и 2.27. Отношение сигнал/шум ( $S/N \approx 0,5$ ).

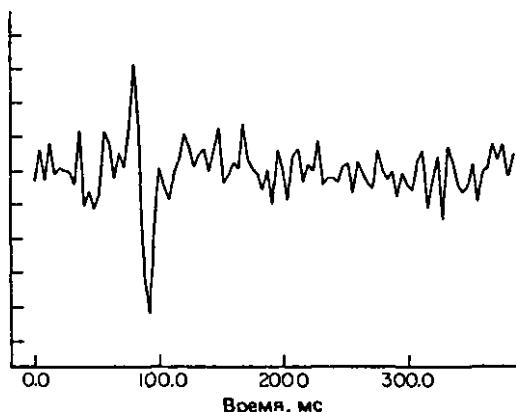


Рис. 2.31. Тот же сигнал, что на рис. 2.30, но сдвинутый примерно на 80 мс и с другой реализацией шума.

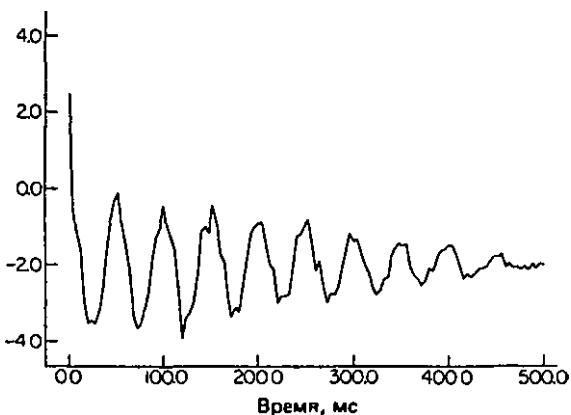


Рис. 2.29. Автокорреляция зашумленной синусоиды, изображенной на рис. 2.28. Скрытая периодичность проявляется теперь очень отчетливо. Заметен также существенный вклад шума в отсчет автокорреляции, соответствующий нулевой задержке.

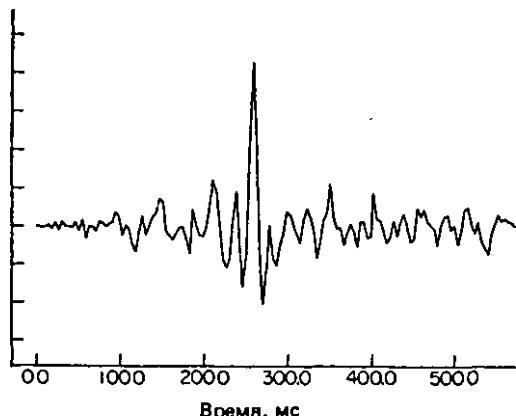


Рис. 2.32. Взаимная корреляция сигналов, изображенных на рис. 2.30 и 2.31. Максимум выделяется весьма отчетливо.

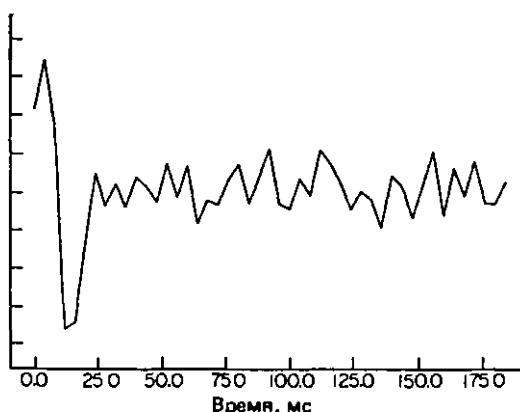


Рис. 2.30. Минимально-фазовый сигнал без временного сдвига на фоне аддитивного шума. Характеристики сигнала и шума здесь не важны.

например для выбора интервала предсказания при подавлении многократных отражений посредством деконволюции. Скрытую периодичность вступлений кратных волн гораздо легче увидеть на автокорреляционной функции. В гл. 3 этот вопрос будет рассмотрен подробно.

6. Как мы увидим в разд. 2.8, функции авто- и взаимной корреляции играют центральную роль в теориях предсказывающей деконволюции и винеровской фильтрации.

Взаимно-корреляционная функция лежит в основе эффективного и очень широко используемого метода оценивания сходства двух временных рядов на фоне шума. Этот метод иллюстрируется рис. 2.30-2.32. Здесь на рис. 2.30 и 2.31 показаны одинаковые сигналы, сдвинутые один относительно другого по времени; на них наложены две разные реализации довольно существенного по уровню шума. Взаим-

ная корреляция этих сигналов представлена на рис. 2.32. Хорошо заметный максимум взаимно-корреляционной функции показывает, что сигналы лучше всего коррелируются при временном сдвиге, равном времени этого максимума<sup>\*)</sup>. Таким образом, корреляция облегчает измерение временного сдвига точно так же, как в примере на рис. 2.29 она облегчает обнаружение скрытой нерегулярности. Более подробно этот вопрос будет обсуждаться в разд. 2.7.4.

Для количественной оценки степени корреляции на практике используют нормированную взаимно-корреляционную функцию. Для вещественных последовательностей она определяется формулой

$$g'_k(x, y) = \frac{\sum_{t=0}^{N-1} \bar{x}_t \cdot y_{t+k}}{\left[ \sum_{t=0}^{N-1} \bar{x}_t^2 \right]^{1/2} \cdot \left[ \sum_{t=0}^{N-1} y_t^2 \right]^{1/2}} \quad (2.7.5)$$

при  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ .

Значение этой функции по абсолютной величине никогда не может быть больше единицы. Полной корреляции соответствует значение 1, полной антикорреляции (корреляции при противоположных знаках) – значение –1, наконец, полному отсутствию корреляции – значение 0. Нормированная функция взаимной корреляции широко используется в ряде областей обработки сейсмических данных, включая анализ скоростей и коррекцию статических поправок. Мы вернемся к этому вопросу в гл. 3.

## 2.7.2. Шум и его автокорреляция

Автокорреляционная функция шумовой случайной последовательности  $n_t$  с нулевым средним значением и среднеквадратичным отклонением  $d$  вычисляется по формуле

$$r_k(n) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} \bar{n}_t \cdot n_{t+k}, \quad k = 0, 1, \dots, N - 1. \quad (2.7.6)$$

Можно показать (см. [45]), что при условии

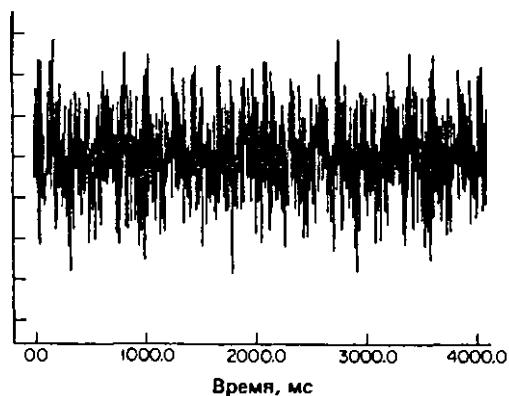
$$E(n_t \cdot n_{t+s}) = \begin{cases} d^2, & s = 0; \\ 0, & s \neq 0 \end{cases}$$

математическое ожидание  $r_k(n)$  равно

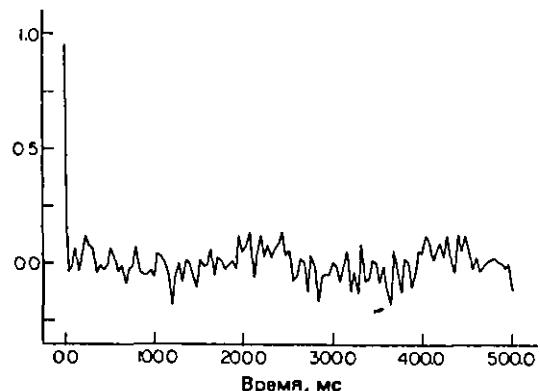
$$E[r_k(n)] = -\frac{1}{N} \quad (k > 0), \quad (2.7.7)$$

а дисперсия пропорциональна  $1/N$ .

В качестве примера на рис. 2.33 показана более



Ил. 2.33. Длинная реализация гауссовского шума с нулевым средним значением и единичной дисперсией.



Ил. 2.34. Автокорреляция случайной шумовой последовательности, изображенной на рис. 2.33.

длинная, чем на рис. 2.27, реализация шума. Автокорреляция этой случайной шумовой последовательности приводится на рис. 2.34. Заметим, что отсюда вытекает один простой способ обнаружения случайного шума. Действительно, автокорреляция шумовой последовательности должна вести себя примерно так, как показано на рис. 2.34. Любое большое отклонение от такого поведения будет свидетельствовать о наличии неслучайной компоненты.

Наконец, важнейшее свойство случайных величин состоит в том, что среднеквадратичное значение суммы  $N'$  случайных<sup>\*)</sup> величин с единичной дисперсией будет равно

$$(N')^{1/2}. \quad (2.7.8)$$

Этот факт широко используется при обработке сейсмических данных, в частности в так называемой процедуре суммирования (см. гл. 3).

<sup>\*)</sup> На рис. 2.32 временная шкала нанесена условно. Поэтому максимум показан на времени примерно 250, а не 80 мс. – Прим. перев.

<sup>\*)</sup> Центрированных и взаимно некоррелированных. – Прим. перев.

### 2.7.3. Периодичности в корреляционных функциях

Как было сказано в разд. 2.7.1, одно из важных свойств автокорреляционной функции состоит в том, что если исходная функция периодична с периодом  $T$ , то и ее автокорреляция также периодична с периодом  $T$ . Здесь это утверждение будет доказано для дискретного случая.

Пусть исходная последовательность периодична с периодом  $N$  отсчетов и задается выражением

$$x_l = \cos\left(\frac{2\pi l}{N}\right), \quad l = 0, 1, \dots, N - 1. \quad (2.7.9)$$

Тогда автокорреляция будет иметь вид

$$r_k = \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} \cos\left(\frac{2\pi l}{N}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi(k+l)}{N}\right) = \quad (2.7.10)$$

$$= \frac{1}{2M} \sum_{l=0}^{M-1} \left[ \cos\left(\frac{2\pi(k+2l)}{N}\right) - \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right) \right]. \quad (2.7.11)$$

Преобразуя разность геометрических прогрессий в (2.7.11), получим

$$r_k = O\left(\frac{1}{M}\right) + \frac{1}{M} \cdot M \cdot \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right). \quad (2.7.12)$$

Отсюда видно, что при  $M$ , стремящемся к бесконечности, дискретная автокорреляция сходится к периодической функции с тем же периодом, что у исходной последовательности.

Аналогичным образом для функции

$$x_l = \cos\left(\frac{2\pi l}{N} + P\right)$$

можно получить следующий тесно связанный с предыдущим и не менее важный результат: автокорреляционная функция не содержит информации о фазе исходного сигнала. Отсюда следует, что автокорреляционная функция минимально-фазового сигнала будет в точности совпадать с автокорреляцией любого другого сигнала с тем же амплитудным спектром. С другой стороны, взаимно-корреляционная функция сохраняет информацию о фазе входных сигналов.

### 2.7.4. Корреляция и отношение сигнал/шум

Отношение сигнал/шум (сигнал/помеха) – понятие, которым особенно часто злоупотребляют не только в сейморазведке, но и в других дисциплинах. Эвристически оно отражает попытку сопоставить уровень сигнала, загрязненного шумом, с уровнем этого шума. Проблема заключается в том, что для данного понятия не существует единого определения, поэтому невозможно говорить об отношении сигнал/шум вообще. В теоретических руководствах это отношение часто определяют, рассматривая сигнал и шум бесконечной длительности. В сейсмике, однако, сама природа сейсмической записи предполагает, что сигнал присутствует только в определенных дискретных зонах, соответствующих вариациям акустической жесткости. Где нет отражения, там нет и сигнала.

В этих условиях имеет смысл измерять отношение сигнал/шум только в таких зонах, или *временных окнах*, где присутствует сигнал. Если окна короткие, то получаемые оценки, как следует из статистики, могут иметь недопустимо большую дисперсию или неопределенность, поскольку объем выборки недопустимо мал. Достаточно сказать, что в этих условиях дать определение введенному понятию нелегко.

Можно предложить различные способы оценивания отношения сигнал/шум во временном окне, где присутствует сигнал, например:

$$\frac{\text{Максимальный экстремум сигнала}}{\text{Максимальный экстремум шума}}, \quad (2.7.13)$$

$$\frac{\text{Среднеквадратичная амплитуда сигнала}}{\text{Среднеквадратичная амплитуда шума}}, \quad (2.7.14)$$

$$\frac{\text{Средняя абсолютная амплитуда сигнала}}{\text{Средняя абсолютная амплитуда шума}}. \quad (2.7.15)$$

Значения этих отношений будут существенно меняться при изменении спектра и распределения шума. Распределение шума часто предполагается гауссовским (нормальным), однако это предположение выполняется лишь приближенно, а часто оказывается и вовсе неадекватным.

Серьезная проблема состоит в том, что реальная сейсмическая запись содержит сумму сигнала и шума, тогда как требуется определить их отношение. Как мы сейчас покажем, при некоторых естественных предположениях величина отношения сигнала/шум тесно связана с корреляционной функцией.

Предположим, что имеется по крайней мере  $M$  сейсмических трасс, которые содержат сигналы одинаковой формы (возможно, с некоторыми относительными сдвигами по времени) и различные реализации аддитивного шума. Перейдем снова на время к непрерывным функциям времени, изменив соответствующим образом терминологию. Модель сейсмической трассы, содержащей сигнал и шум, можно записать в виде

$$c_j(t) = a_j \cdot w(t - h_j) + n_j(t), \quad j = 1, \dots, M, \quad (2.7.16)$$

где  $w(t)$  – форма сигнала,  $h_j$  – временной сдвиг сигнала на  $j$ -й трассе,  $a_j$  – амплитуда сигнала и  $n_j(t)$  – аддитивный шум на трассе с номером  $j$ . Для некоррелированного шума с нулевым средним значением

$$E[n_i(t) \cdot n_j(t + h)] = 0, \quad i \neq j, \quad (2.7.17)$$

$$E[w_i(t) \cdot n_j(t + h)] = 0 \quad \text{при всех } i \text{ и } j.$$

Определим взаимную корреляцию трасс  $c_i(t)$  и  $c_j(t)$  как непрерывную функцию задержки  $h$

$$g_{ij}(h) = E[c_i(t) \cdot c_j(t + h)]. \quad (2.7.18)$$

Используя (2.7.16) и (2.7.17), получим

$$\begin{aligned} g_{ij}(h) &= a_i a_j E[w(t - h_i) \cdot w(t - h_j + h)] = \\ &= a_i a_j r_w[h - (h_j - h_i)], \end{aligned} \quad (2.7.19)$$

где  $r_w(h)$  – значение автокорреляционной функции  $w(t)$  при задержке  $h$ .

Аналогично из (2.7.16) получим выражение для автокорреляционной функции трассы  $c_i(t)$ :

$$\begin{aligned} r_{ci}(h) &= E[c_i(t) \cdot c_i(t + h)] = \\ &= a_i^2 r_w(h) + r_{ni}(h), \end{aligned} \quad (2.7.20)$$

где  $r_{ni}(h)$  – значение автокорреляции шума при задержке  $h$ .

Используя (2.7.19) и (2.7.20), можно по аналогии с (2.7.5) определить непрерывную нормированную взаимно-корреляционную функцию

$$\begin{aligned} g'_{ij}(h) &= \frac{g_{ij}(h)}{[r_{ci}(0)]^{1/2} \cdot [r_{cj}(0)]^{1/2}} = \\ &= \frac{a_i a_j r_w[h - (h_j - h_i)]}{[a_i^2 r_w(0) + r_{ni}(0)]^{1/2} \cdot [a_j^2 r_w(0) + r_{nj}(0)]^{1/2}}. \end{aligned} \quad (2.7.21)$$

Как уже отмечалось, автокорреляция принимает свое максимальное значение при нулевой задержке. Следовательно,  $g'_{ij}$  достигает максимума при  $h_M = h_j - h_i$ , принимая значение

$$[g'_{ij}]_M = \frac{a_i a_j r_w(0)}{[a_i^2 r_w(0) + r_{ni}(0)]^{1/2} \cdot [a_j^2 r_w(0) + r_{nj}(0)]^{1/2}}. \quad (2.7.22)$$

Это и есть желаемый результат, однако остается вопрос, как им воспользоваться. Напомним, что наша цель состоит в установлении связи между взаимной корреляцией и отношением сигнал/шум (обозначим его  $S/N$ ). Рассмотрим определение (2.7.14). Поскольку значение автокорреляции при нулевой задержке – это не что иное, как сумма квадратов отсчетов, то, следовательно,

$$\begin{aligned} [S/N]_i &= \frac{\text{Среднеквадратичный уровень сигнала}}{\text{Среднеквадратичный уровень шума}} = \\ &= \frac{a_i [r_w(0)]^{1/2}}{[r_{ni}(0)]^{1/2}} \end{aligned} \quad (2.7.23)$$

для  $i$ -й трассы. Объединяя (2.7.22) и (2.7.23), получим

$$[g'_{ij}]_M = \frac{1}{\left[1 + \frac{1}{[S/N]_i^2}\right]} \cdot \frac{1}{\left[1 + \frac{1}{[S/N]_j^2}\right]}. \quad (2.7.24)$$

Заметим, что поскольку

$$0 \leq [S/N]_{ij} \leq \infty,$$

то, как и должно быть,

$$0 \leq |g'_{ij}| \leq 1.$$

Соотношение (2.7.24) можно рассматривать как уравнение относительно двух неизвестных значений отношения сигнал/шум. Его решение можно искать двумя путями. Во-первых, привлекая третью трассу  $c_k$ , получим три уравнения с тремя неизвестными. При большем количестве трасс появляется возможность использовать статистическую избыточность для улучшения оценок (напомним, что на практике для конечных дискретных последовательностей соотношение (2.7.24) является приближенным, обладающим соответствующей статистической неопределенностью). Во-вторых, решение задачи можно получить, принимая простые допущения. Например, если

$$[S/N] = [S/N]_i = [S/N]_j,$$

т.е. если значения отношения сигнал/шум на трассах  $i$  и  $j$  совпадают, то

$$[S/N] = \left[ \frac{[g'_{ij}]_M}{1 - [g'_{ij}]_M} \right]^{1/2}. \quad (2.7.25)$$

В следующем разделе мы познакомимся с мощным методом обработки – винеровской фильтрацией.

## 2.8. Винеровский фильтр

### 2.8.1. Матричное представление свертки

Как мы уже знаем, дискретная линейная свертка двух временных последовательностей  $h$  и  $x$  определяется выражением (см. (2.4.1))

$$\begin{aligned} y_k &= \sum_{j=0}^{L_h} h_j \cdot x_{k-j}, \\ k &= 0, \dots, L_y (= L_h + L_x - 1). \end{aligned} \quad (2.8.1)$$

Здесь  $L_h$  – длина фильтра  $h$ ,  $L_x$  – длина входной последовательности  $x$ .

В этом разделе будет показано, что (2.8.1) можно записать в виде матричного соотношения. Таким образом, для изучения фундаментального уравнения свертки можно будет привлечь мощные средст-

ва матричной алгебры. Упомянутое соотношение имеет вид

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ \vdots \\ y_L \\ \vdots \\ y_{L_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 & 0 & \dots & 0 \\ x_1 & x_0 & 0 & \dots \\ x_2 & x_1 & x_0 & \dots \\ x_3 & x_2 & x_1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & x_{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ \vdots \\ h_{L_s} \end{bmatrix} \quad (2.8.2)$$

Легко проверить, что (2.8.1) и (2.8.2) эквивалентны. Матричное соотношение можно также записать в виде (здесь и далее в этой книге матрицы будут обозначаться жирным шрифтом)

$$Y = XH, \quad (2.8.3)$$

где  $Y$ -вектор-столбец  $[y_0, \dots, y_{L_s}]^T$ ,  $X$ -матрица, входящая в (2.8.2), и  $H$ -вектор-столбец  $[h_0, \dots, h_{L_s}]^T$ . Соотношения (2.8.2) и (2.8.3) описывают так называемую полную свертку  $x$  с  $h$ .

## 2.8.2. Метод наименьших квадратов

Этот метод, обязанный своим появлением Гауссу, чрезвычайно широко распространен как в сейсморазведке, так и в других дисциплинах. Принципиальные основы метода освещаются во многих учебных руководствах. Здесь же мы рассмотрим только следующую задачу: найти фильтр, который при свертке с заданным входом  $x$  дает желаемый выход  $d$ .

В практическом случае дискретных последовательностей конечной длительности такой фильтр, вообще говоря, не существует и постановку задачи требуется видоизменить, с тем чтобы искать фильтр, который дает выход, в некотором смысле максимально близкий к желаемому.

В смысле метода наименьших квадратов (МНК) решением нашей задачи должен быть фильтр, который минимизирует величину

$$I = \sum_{k=0}^{L_s + L_x} (d_k - y_k)^2, \quad (2.8.4)$$

т.е. сумму квадратов разностей между отсчетами желаемого и реального выходов. Этот критерий минимизации МНК называют также минимизацией с использованием нормы  $L_2$  (постарайтесь не путать с использованием буквы  $L$  для обозначения длины). Заметим, что существует бесконечное множество способов минимизации ошибки. Например, мы могли бы выбрать фильтр, который минимизирует сумму абсолютных значений разностей отсчетов

$$I = \sum_{k=0}^{L_s + L_x} |d_k - y_k|, \quad (2.8.5)$$

что соответствует минимизации в так называемой норме  $L_1$ , которая рассматривается в работе [14]. Различным способам минимизации посвящено много современных исследований, но мы рассмотрим только задачу минимизации (2.8.4).

Подставляя (2.8.1) в (2.8.4), получим

$$I = \sum_{k=0}^{L_s + L_x} (d_k - \sum_{t=0}^{L_s} h_t \cdot x_{k-t})^2. \quad (2.8.6)$$

Расширим теперь наши определения  $x$ ,  $d$  и  $h$ , снова используя понятие пулевого момента времени. Итак, пусть  $x_t$  ( $t = -P, \dots, 0, \dots, Q$ )—входная последовательность,  $d_m$  ( $m = -R, \dots, 0, \dots, S$ )—желаемый выход и  $h_n$  ( $n = -T, \dots, 0, \dots, U$ )—искомый фильтр. Задача заключается в поиске коэффициентов  $h_t$  фильтра, минимизирующих выражение

$$I = \sum_{k=-P-T}^{U+Q} (d_k - \sum_{t=-T}^U h_t \cdot x_{k-t})^2. \quad (2.8.7)$$

Используем стандартный метод, т. е. найдем частные производные по  $h_t$  для всех  $t$  и приравняем их к нулю. В результате имеем

$$\sum_{k=-P-T}^{U+Q} d_k \cdot x_{k-t} = \sum_{k=-P-T}^{U+Q} \sum_{i=-T}^U h_i \cdot x_{k-i} \cdot x_{k-t}$$

для  $j = -T, \dots, 0, \dots, U$ .

Изменив порядок суммирования, получим окончательно

$$\sum_{k=-P-T}^{U+Q} x_{k-t} \cdot x_{k-j} \sum_{i=-T}^U h_i = \sum_{k=-P-T}^{U+Q} d_k \cdot x_{k-t} \quad (2.8.8)$$

для  $j = -T, \dots, 0, \dots, U$ .

Этот результат, следуя пионерской работе известного американского математика Норберта Винера, называют дискретным уравнением Винера—Хопфа. Первая сумма в левой части уравнения представляет собой известную автокорреляцию входного сигнала, вторая сумма содержит неизвестные коэффициенты фильтра, а правая часть—это взаимная корреляция входа с желаемым выходом, которая также известна.

Заметим, что (2.8.8) можно записать в матричной форме следующим образом:

$$X^T X H = X^T D. \quad (2.8.9)$$

Выражение (2.8.8) представляет собой на самом деле систему линейных алгебраических уравнений, которая с начала эры цифровых ЭВМ решалась уже в одной только сейсмике порядка  $10^9$  раз. Несмотря на огромное практическое значение для анализа временных рядов, за пределами теории связи, сейсмики и эконометрики работа Винера известна поразительно мало.

Перед тем как продолжить анализ уравнения (2.8.8) и его многочисленных применений, преобразуем его к виду, удобному для программирования на Фортране, где использование отрицательных индексов в зависимости от типа транслятора или запрещено, или сопряжено с опасностью.

Обозначим  $z_x$ ,  $z_d$  и  $z_t$  индексы, соответствующие нулевому моменту времени входа, желаемого выхода и фильтра соответственно. Тогда

$$\begin{aligned} z_x &= P + 1; \\ z_d &= R + 1; \\ z_t &= T + 1. \end{aligned} \quad (2.8.10)$$

Определим теперь сдвинутые массивы и индексы:

$$\begin{aligned} x'_{l+P+1} &= x, \quad l = -P, \dots, 0, \dots, Q; \\ d'_{m+R+1} &= d, \quad m = -R, \dots, 0, \dots, S; \\ h'_{n+T+1} &= h, \quad n = -T, \dots, 0, \dots, U; \quad (2.8.11) \\ j' &= j + T + 1; \\ t' &= t + T + 1; \\ k' &= k + P + T + 1. \end{aligned}$$

Подставив (2.8.10) и (2.8.11) в (2.8.8) и выполнив некоторые преобразования, получим

$$\begin{aligned} &\sum_{k'=1}^{L_h+L_x-1} x'_{k'-t'+1} \cdot x'_{k'-j'+1} \sum_{t'=1}^{L_h} h'_{t'} = \\ &= \sum_{k'=1}^{L_h+L_x-1} d'_{k'+z_d+1-x_x-z_t} \cdot x'_{k'-t'+1} \quad (2.8.12) \end{aligned}$$

при  $t' = 1, \dots, L_h$ , где  $L_x$  и  $L_h$  – полные длины входной последовательности и фильтра соответственно. Модифицированный вариант (2.8.8) имеет вид, пригодный для включения в машинную программу.

Заметим, что для вычисления автокорреляции в левой части (2.8.12) знать  $z_x$  не требуется. Это еще одно проявление того факта, что автокорреляция не несет в себе информацию о фазе.

### 2.8.3. Винеровский фильтр и его применение

Система (2.8.8) появляется в обработке сейсмических данных в разных обличиях, составляя ядро многих алгоритмов обратной фильтрации. Кроме того, она дает классический пример обратных задач, которым посвящена гл. 5. Здесь мы рассмотрим следующие распространенные области ее приложений.

#### 2.8.3.1. Формирующая фильтрация

В сейсмике очень часто возникает ситуация, когда желательно известный сигнал (обозначим его  $a$ ) заменить на другой ( $b$ ) более подходящей формы

(например, когда требуется привести сигнал к эквивалентному нуль-фазовому). В этом случае в (2.8.8) полагают  $x = a$  и  $d = b$ . Получаемым фильтром  $h$  будет винеровский формирующий фильтр, который посредством свертки переводит (приближенно, в смысле МНК) сигнал  $a$  в  $b$ . Таким образом, если свернуть оператор этого фильтра с сейсмограммой, везде, где на ней присутствует сигнал  $a$ , он будет заменен на  $b$ . Влияние фильтра на оставшуюся часть сейсмической записи (если она описывается основным приближением сверточной модели) будет, по существу, незначимым. Это можно иллюстрировать следующими выкладками. В соответствии с (2.4.3) положим

$$s = a * e + n.$$

Тогда свертка с фильтром  $h$  дает

$$\begin{aligned} h * s &= (h * a) * e + h * n = \\ &= b * e + h * n. \end{aligned}$$

Второе слагаемое в правой части описывает просто отфильтрованный шум.

#### 2.8.3.2. Винеровская обратная фильтрация

Цель винеровской обратной фильтрации состоит в замене сигнала заданной формы единичным импульсом. Для этого необходимо отфильтровать данные фильтром, обратным к заданному сигналу. Чтобы рассчитать такой фильтр, в (2.8.8) задают  $x = a$  и  $d = 1^*$ .

Фактически это просто частный случай описанного выше формирующего фильтра. Эффективность винеровской формирующей или обратной фильтрации зависит от соотношения между фазовыми спектрами входа и желаемого выхода. Если они заметно различаются, для получения надлежащего эффекта может потребоваться расчет двустороннего обратного фильтра (имеющего ненулевые коэффициенты и до и после нулевого момента времени). По-видимому, самый распространенный вид винеровской фильтрации мы рассмотрим в следующем разделе.

#### 2.8.3.3. Предсказывающая деконволюция

С практической точки зрения это одна из самых важных частей настоящей главы.

Рассмотрим задачу прогноза будущих значений временного ряда по настоящим и прошлым его значениям.

Обозначим через  $x$  временем ряд, зарегистрированный вплоть до настоящего дискретного момента

\* Точнее  $d = \dots, 0, 1, 0, \dots$  – Прим. перев.

времени  $t$ , т. е.

$$\dots, x_{t-3}, x_{t-2}, x_{t-1}, x_t. \quad (2.8.13)$$

Выберем в качестве желаемого выхода  $d$  временной ряд, продолженный на  $q$  дискретных моментов времени в будущее, т. е.

$$d_t = x_{t+q}, \quad (2.8.14)$$

где  $q$  — так называемый интервал прогноза.

Подставив (2.8.13) и (2.8.14) в (2.8.8), получим

$$\sum_{k=-P-T}^{U+Q} x_{k-t} \cdot x_{k-j} \sum_{t=-T}^U h_t = \sum_{k=-P-T}^{U+Q} x_{k+q} \cdot x_{k-t}, \quad (2.8.15)$$

для  $j = -T, \dots, 0, \dots, U$ .

Пусть решением системы (2.8.15) является предсказывающий фильтр  $h(d)$ . Применяя этот фильтр к исходному временному ряду  $x$ , мы пытаемся предсказать значение ряда  $x_{t+q}$  по входным данным  $x_t$ . Очевидно, успех этой операции будет зависеть от того, насколько предсказуем временной ряд  $x$ .

К чему все это ведет? Одно важное для сейсморазведки обстоятельство заключается в том, что многократные отражения, как правило, хорошо предсказуемы, в то время как последовательность коэффициентов отражения, с которой они свертываются, обычно в высшей степени непредсказуема (это свойство, однако, не выполняется для циклических осадочных комплексов). Таким образом, предсказывающая деконволюция при условии ее корректного применения могла бы быть весьма полезным средством подавления энергии многократных (особенно короткопериодных) отражений. Так обычно и оказывается на самом деле, хотя необходимые для

этого условия мы рассмотрим гораздо более внимательно в гл. 3.

Предсказывающий обратный фильтр строится следующим образом. Рассмотрим фильтр вида

$$(1, \underbrace{0, 0, 0, \dots, 0}_{q-1 \text{ нулей}}, -h(d)), \quad (2.8.16)$$

сформированный с помощью фильтра  $h(d)$ , который удовлетворяет системе уравнений (2.8.12). При свертке фильтра (2.8.16) с исходной последовательностью прогнозные значения на  $q$  отсчетов вперед, получаемые по настоящим и прошлым данным, вычитаются из реальных значений последовательности.

Фильтр вида (2.8.16) обычно называют фильтром ошибки предсказания. Интервал прогноза  $q$  выбирается равным периоду вступлений многократных отражений, которые желательно подавить (рис. 2.35). Значение  $q$  часто определяют по функции автокорреляции (вспомним комментарии в разд. 2.7).

## 2.8.4. Белый шум

Помимо интервала прогноза геофизик при использовании процедуры предсказывающей деконволюции должен задать значения двух других параметров. Первый из них определяет длину фильтра, о которой будет говориться в гл. 3. Второй параметр имеет несколько более своеобразный смысл. Он определяет уровень белого шума, который должен добавляться при синтезе винеровского фильтра. Математически это соответствует добавлению к каждому элементу главной диагонали матрицы системы (2.8.12) заданного процента от значения нулевого отсчета автокорреляции. Заметим, что на главной диагонали как раз и расположены повторяющиеся значения авторреляционной функции, соответствующие нулевой задержке.

Учитывая (2.8.9), это можно описать выражением

$$X^T X H + I_w I = X^T D, \quad (2.8.17)$$

где  $I_w$  — уровень белого шума и  $I$  — единичная матрица (здесь предполагается, что автокорреляционная функция откорректирована, т. е. значение ее нулевого отсчета равно единице). Добавление белого шума преследует две цели.

Во-первых, это обеспечивает устойчивость вычислений, поскольку добавление константы к главной диагонали эквивалентно увеличению на малую постоянную величину всех собственных значений матрицы. Таким образом, нулевые собственные значения превращаются в ненулевые. Требуемое значение уровня белого шума зависит от длины машинного слова и длины фильтра. Как правило, достаточно бывает добавлять около 0,0001%.

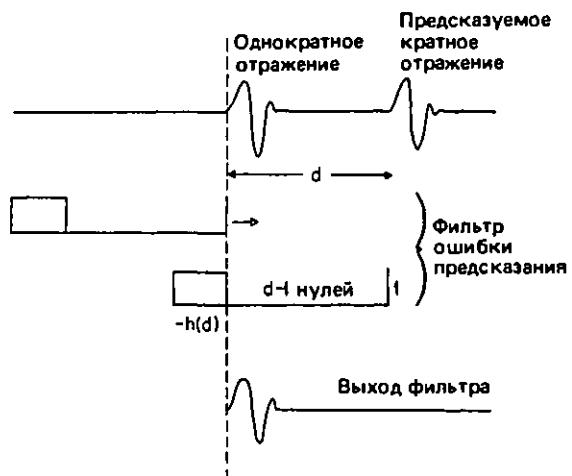


Рис. 2.35. Схема действия предсказывающей деконволюции. Интервал прогноза равен  $d$  отсчетам.

Во-вторых, что еще важнее для геофизиков, добавление белого шума позволяет управлять усилемием тех частотных компонент, которые слабо выражены во входных данных. Чтобы увидеть это, вспомним, что действие фильтра описывается сверткой. Запишем эквивалент сверточного уравнения (2.8.3) в частотной области:

$$H \cdot X = Y, \quad (2.8.18)$$

где  $H$ ,  $X$  и  $Y$ — преобразования Фурье входящих в (2.8.3) временных последовательностей  $h$ ,  $x$  и  $y$  соответственно. Отсюда видно, что если в  $Y$  содержатся частотные компоненты, которые плохо представлены в  $X$ , то усиление этих компонент за счет умножения на  $H$  должно быть соответственно большим. Поскольку слабая выраженность некоторых частотных компонент указывает обычно (но не всегда) на низкое отношение сигнал/помеха на этих частотах, разумное использование добавки белого шума может предотвратить нежелательное усиление помехи. При этом вместо (2.8.18) мы будем иметь соотношение

$$H \cdot (X + I) = Y, \quad (2.8.19)$$

где значение  $I$  пропорционально уровню белого шума и не зависит от частоты. На тех частотах, где значения  $X$  велики, влияние  $I$  будет незначительным, но при малых значениях  $X$  наличие  $I$  позволяет ограничить усиление.

Существует интересная взаимосвязь между интервалом прогноза, уровнем белого шума и нежелательным усилением помехи на реальных сейсмических записях, однако, чтобы использовать эту взаимосвязь, от геофизика обычно требуется приобретение значительного опыта. Говоря упрощенно, степень усиления помехи уменьшается при росте уровня белого шума и при увеличении интервала прогноза. Для контроля за помехоустойчивостью используются гораздо большие значения уровня белого шума—порядка 0,5–5%.

Более детально этот вопрос рассмотрен в разд. 5.8.

Наконец, мы ничего не сказали о том, что матрица системы (2.8.9) имеет теплицеву структуру. Специальные свойства симметрии теплицевых матриц \*<sup>1</sup> используются в быстром алгоритме решения систем линейных уравнений, названном по имени своего создателя алгоритмом Левинсона. Подробное описание этого важного алгоритма можно найти в книге [75].

## 2.9. Спектральный анализ

### 2.9.1. Введение

Эта тема будет рассматриваться здесь под несколько необычным углом зрения, а именно с акцентом на сверточные эффекты в частотной области.

Традиционный подход к спектральному анализу как к разложению временного ряда на его частотные компоненты первоначально основывался на вычислении автокорреляционной функции временного ряда, спектр которого нужно было исследовать. Оправданность такого подхода станет ясной после того, как мы получим следующий важный результат.

Во-первых, заметим, что оценку спектра мощности по  $N$  отсчетам временного ряда  $x_0, x_1, \dots, x_{N-1}$  можно получить с помощью соотношения

$$\hat{P}(z) = \frac{1}{N} \bar{X} \left( \frac{1}{z} \right) \cdot X(z), \quad (2.9.1)$$

где  $\hat{P}(z)$ —оценка спектра мощности и  $X(z)$ —Z-преобразование последовательности  $x$ . Далее, спектр мощности, по определению, равен математическому ожиданию  $\hat{P}(z)$ , т. е.

$$P(z) = E[\hat{P}(z)].$$

Как легко проверить, подставляя формулу для автокорреляции (2.7.1) в (2.9.1) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях  $z$ , можно получить важный результат, устанавливающий тождество между спектром мощности и косинус-преобразованием Фурье автокорреляционной функции.

Этот результат дает возможность рассчитывать спектр мощности непосредственно по автокорреляции. Такой способ расчета первоначально считался предпочтительным по следующим двум основным причинам. Во-первых, чтобы хорошо определить автокорреляцию, требуется найти лишь небольшое количество ее отсчетов. Тогда результирующее преобразование Фурье будет совсем коротким, не требующим выполнения больших вычислений. Во-вторых, как мы уже знаем, автокорреляция гораздо менее чувствительна к шуму.

Появление БПФ позволило непосредственно вычислять преобразование Фурье исходного временного ряда с последующим слаживанием спектра при помощи различных слаживающих фильтров для уменьшения влияния шума (т. е. для повышения устойчивости оценок). Однако разбор таких приемов борьбы с шумом увел бы нас несколько в сторону от существа предмета.

### 2.9.2. Сверточная модель спектра

Оставив на время вопрос о шуме, перейдем к основной проблеме. Итак, пусть  $s(t)$ —непрерывная

\*<sup>1</sup> В таких матрицах элементы, расположенные вдоль прямой, параллельной главной диагонали, равны между собой, т. е. значения элементов  $a_{ij}$  теплицевой матрицы зависят только от разности индексов  $i - j$ .—Прим. перев.

функция времени и  $S(f)$  – ее преобразование Фурье, т. е.

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \exp(-i2\pi f t) dt. \quad (2.9.2)$$

Введем две функции:

$$\Pi\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1, & |t| \leq T/2, \\ 0 & \text{при других значениях } t, \end{cases} \quad (2.9.3)$$

преобразование Фурье которой

$$T \frac{\sin(Tf)}{Tf}, \text{ или } T \cdot \text{sinc}(Tf),$$

и

$$\Delta\left(\frac{t}{d}\right) = \begin{cases} 1, & t/d - \text{целое число,} \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (2.9.4)$$

которая имеет преобразование Фурье  $d\Delta(fd)$  [7].

Далее мы будем рассматривать параллельно временную и частотную области:

<i>Временная</i>	<i>Частотная</i>
$s(t)$	$S(f)$

Дискретизация по времени соответствует умножению на функцию  $\Delta(t/d)$ , где  $d$  – шаг дискретизации:

<i>Временная</i>	<i>Частотная</i>
$\Delta(t/d) \cdot s(t)$	$d \cdot \Delta(fd) * S(f)$

(2.9.5)

Наложение временного окна длительностью  $T$  эквивалентно умножению на прямоугольную функцию:

<i>Временная</i>	<i>Частотная</i>
$\Pi(t/T) \cdot \Delta(t/d) \cdot s(t)$	$T d \cdot \text{sinc}(fT) * \Delta(fd) * S(f)$

(2.9.6)

Заметим, что здесь несущественно, что представляет собой  $s(t)$  (т. е. сигнал, шум или сигнал плюс шум). Правая часть выражения (2.9.6) точно отражает, что происходит с исходным спектром  $S(f)$  при дискретизации и ограничением длительности записи временным окном, т. е. при выполнении тех операций, которые отражены в левой части (2.9.6).

Центральная проблема спектрального анализа состоит в определении  $S(f)$  по известному спектру

$$T d \cdot \text{sinc}(fT) * \Delta(fd) * S(f) \quad (2.9.7)$$

устойчивым в присутствии шума способом. Рис. 2.36 иллюстрирует сверточную природу искажений, возникающих в частотной области.

Выясним теперь, к чему приводят эти искажения.

1. Действие  $\text{sinc}(fT)$  проявляется в «размазывании» спектра  $S(f)$ . В результате близкие спектральные линии в  $S(f)$  могут слияться и становиться неразличимыми.

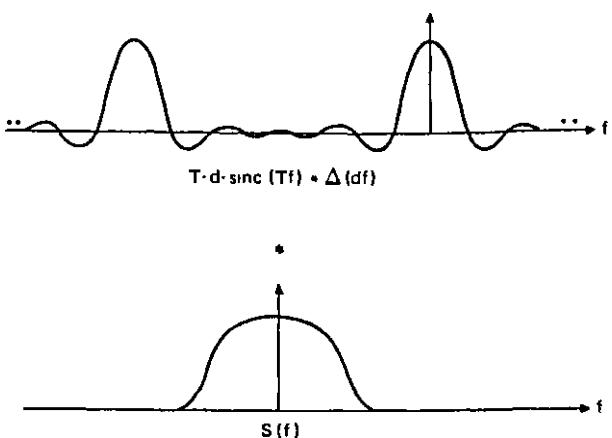


Рис. 2.36. Сверточные искажения спектра, связанные с ограничением длительности и дискретизацией.

2. Свертка с  $\Delta(fd)$  приводит к дублированию спектра с периодом  $1/d$ . При этом возникает явление наложения частот, о котором говорилось в разд. 2.3.3.

Следует отметить, что эффект «размазывания» наиболее неблагоприятно оказывается в случае, когда спектр входного сигнала быстро меняется во времени. На практике эту трудность пытаются преодолеть путем исключения заметных «трендов». В такой ситуации до процедуры спектрального анализа применяется центрирование, исключение линейного тренда, а в некоторых случаях и трендов более сложного вида. Эти приемы обычно объединяются термином «предварительное отбеливание». После завершения спектрального анализа исключенные тренды можно при желании учсть.

Предварительное отбеливание может выполняться перед всеми процедурами спектрального анализа, обсуждаемыми ниже.

### 2.9.3. Переходная теорема отсчетов

Используя такую же сверточную модель, как и рассмотренная нами выше, Хаттон [26] показал, что при малом числе  $N = T/d$  отсчетов эффекты «размазывания» спектра и наложения частот неразличимы. В этом случае условие отсутствия эффектов наложения устанавливается так называемой *переходной теоремой отсчетов*. Она утверждает, что если  $d$  – шаг дискретизации, который гарантирует отсутствие наложения частот для сигнала бесконечной длительности, т. е. который выбран в соответствии с критерием Найквиста, рассмотренным выше, то для  $N$ -точечного подмножества этого сигнала наложения частот не будет при шаге дискре-

тизации  $d'$ , равном

$$d' = \frac{d}{1 + 1/2N}. \quad (2.9.8)$$

Явление наложения здесь проявляется из-за конечной длительности временного окна (в нашем случае функции  $\Pi(t/T)$ ).

Вернемся к задаче выделения истинного спектра. Заметим, что, даже если  $d'$  выбирается достаточно малым, чтобы удовлетворить условию (2.9.8), остается проблема исключения искажающего влияния «размазывания» спектра. Здесь мы рассмотрим классический метод решения этой проблемы в сравнении с двумя более новыми способами. Начнем с классического метода.

#### 2.9.4. Независимый от данных спектральный анализ (спектральное сглаживание)

Суть данного метода спектрального анализа заключается в подборе в качестве временного окна такой функции, которая отличалась бы от  $\Pi(t/T)$  лучшими (в некотором смысле) свойствами в частотной области. Эти свойства принято характеризовать следующими двумя параметрами:

1) шириной  $W$  главного максимума преобразования Фурье функции, задающей временное окно (или так называемого *спектрального окна*);

2) отношением высоты  $B$  главного максимума спектрального окна к высоте  $A$  наибольшего из побочных максимумов.

Эти параметры показаны на рис. 2.37.

Поскольку оказывается, что значения обоих параметров ( $W$  и  $B/A$ ) одновременно уменьшить невозможно, требуется идти на компромисс. Поиск такого компромисса и составляет основу метода спектрального сглаживания. Существует множество

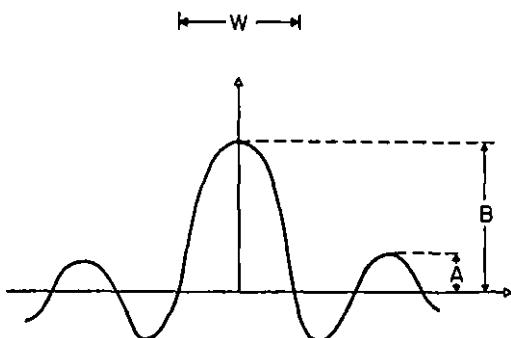


Рис. 2.37. Два основных параметра, характеризующие качество спектрального окна: ширина  $W$  главного максимума и отношение  $B/A$  амплитуды главного максимума к амплитуде наибольшего из побочных.

возможных вариантов, из которых наиболее известны два, использующие окна Бартлетта и Парзена (описание этих окон см., например, в [44]).

Метод спектрального сглаживания назван независимым от данных, поскольку он предусматривает только модификацию временного окна, какие бы данные в него не включались.

#### 2.9.5. Зависимые от данных (адаптивные) методы спектрального анализа (ММП и ММЭ)

В конце 60-х годов нашего века появились два существенно новых метода спектрального анализа. Оба они зависят от входных данных в том смысле, что степень «размазывания» спектра определяется самими данными в анализируемом временном окне. В этом состоит основное отличие рассматриваемых методов от спектрального сглаживания. Отличаются они и гораздо более высокой разрешающей способностью в случае коротких выборок, хотя для длинных реализаций результаты, по существу, не различаются.

ММП, или *метод максимального правдоподобия* [9], основан на построении такого спектрального окна, которое оптимальным образом подавляет все частотные компоненты, кроме одной желаемой. Критерий оптимальности выводится исходя из требования, чтобы чистая синусоида без шума пропускалась без искажений, а уровень входного шума минимизировался. Подробности алгоритмической реализации ММП читатель сможет найти в уже упоминавшейся книге Канаевича [44].

Особенность ММЭ, или *метода максимальной энтропии* [8], состоит в том, что он включает в себя синтез фильтра ошибки предсказания, который оптимальным образом «отбеливает» данные. Это соответствует максимизации количества информации, содержащейся во входном сигнале. Искомый спектр рассчитывается, по существу, как обратный к спектру отбеливающего фильтра. Метод можно интерпретировать как экстраполяцию временного ряда за пределы имеющегося временного окна с использованием оператора оптимального прогноза, что расширяет возможные пределы спектрального разрешения. За подробностями мы снова отсылаем читателя к работе [44].

Читателя может заинтересовать сравнение описанных выше методов. Рис. 2.38–2.41 воспроизводят аналог примера, использованный Лакоссом [48]. Исходный сигнал был представлен суммой двух синусоид с частотами 0,3 и 0,4 Гц на фоне 10%-ного белого шума. Длина временного окна составляла 10 с при шаге дискретизации 1 с. Заметим, что пики имеют треугольную форму из-за линейной интер-

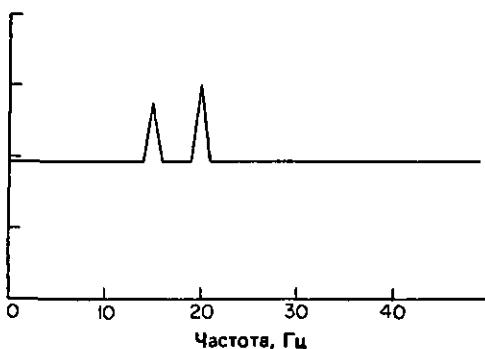


Рис. 2.38. Идеализированный спектр мощности суммы двух синусоид на фоне белого шума. Амплитуды пиков различаются на 6 дБ.

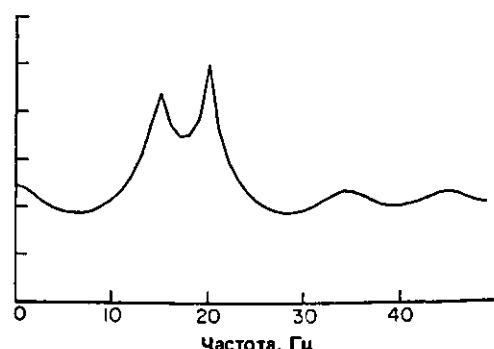


Рис. 2.41. Оценка спектра мощности, изображенного на рис. 2.38, полученная по методу максимальной энтропии. Две синусоиды могут быть легко разрешены. Соотношение между мощностями синусоид здесь пропорционально не амплитудам пиков, как в других методах, а их площадям.

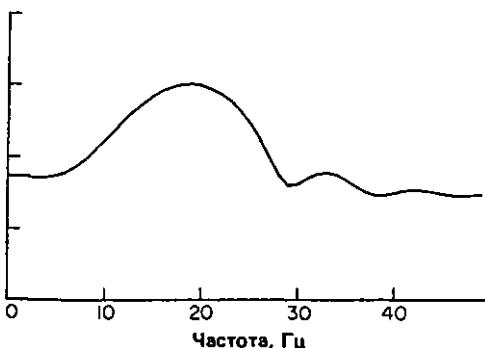


Рис. 2.39. Оценка спектра мощности, изображенного на рис. 2.38, полученная с использованием спектрального окна Бартлетта. Две синусоиды здесь не разрешаются.

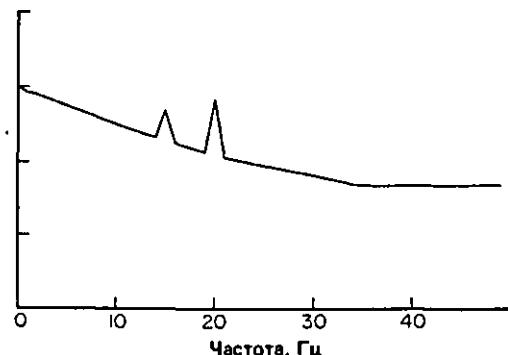


Рис. 2.42. Идеализированный спектр мощности суммы двух синусоид на фоне коррелированного гауссовского шума. Амплитуды пиков различаются на 6 дБ.

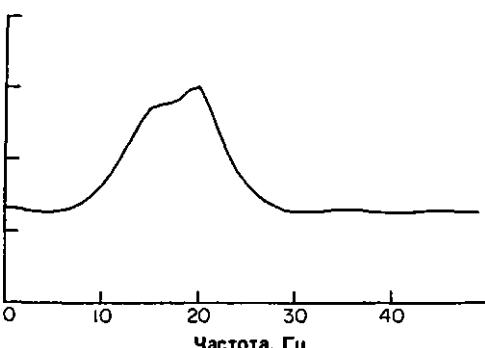


Рис. 2.40. Оценка спектра мощности, изображенного на рис. 2.38, полученная по методу максимального правдоподобия. Разрешение синусоид едва намечается. Соотношение между амплитудами пиков получено правильное.

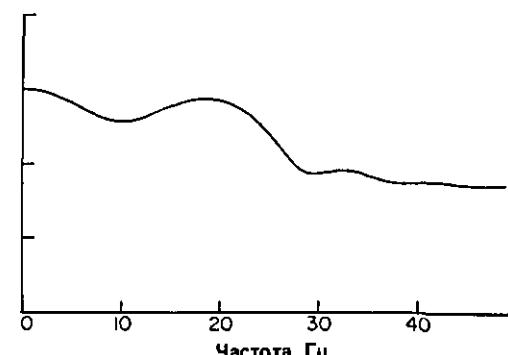


Рис. 2.43. Оценка спектра мощности, изображенного на рис. 2.42, полученная с использованием спектрального окна Бартлетта. Синусоиды не разрешаются.

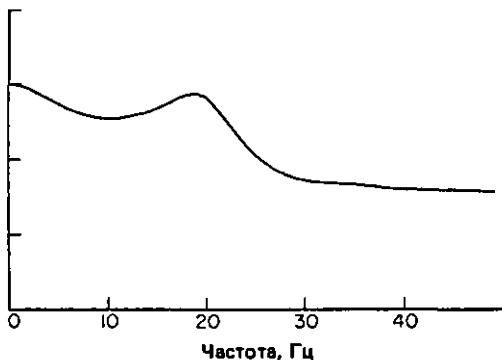


Рис. 2.44. Оценка спектра мощности, изображеного на рис. 2.42, полученная по методу максимального правдоподобия. Синусоиды не разрешаются.

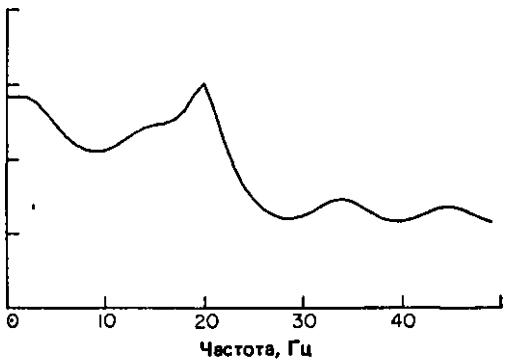


Рис. 2.45. Оценка спектра мощности, изображенного на рис. 2.42, по методу максимальной энтропии. Разрешение синусоид едва намечается.

поляции между отсчетами спектра, которая использовалась при построении графика. На рис. 2.38 представлен идеализированный спектр мощности, а на рис. 2.39–2.41 – его оценки, полученные с помощью метода Бартлетта, ММП и ММЭ соответственно. Оценка Бартлетта не в состоянии разделить два близких пика. В оценке ММП разрешение только намечается, тогда как ММЭ позволяет легко разрешить их. Метод максимальной энтропии имеет одно необычное свойство, которое следует иметь в виду пользователю. Дело в том, что мощность здесь пропорциональна не амплитуде пика, как в других методах, а его площади. Это несколько затрудняет визуальную интерпретацию оценок ММЭ.

Интересно также отметить ухудшение разрешающей способности всех рассмотренных методов, когда шум отличается от белого. На рис. 2.42–2.45 показаны оценки Бартлетта, ММП и ММЭ соответ-

ственno для случая, когда спектр шума описывается экспонентой. Ухудшение вызвано сглаживающим действием коррелированного шума на спектральные пики.

Чтобы проиллюстрировать некоторые из обсуждавшихся идей, в следующем разделе мы проанализируем спектральные характеристики одной важной для сейсмики процедуры фильтрации. Для анализа будет использован самый простой из возможных – прямой метод.

### 2.9.6. Пример: спектр интерполятора

Как уже отмечалось в разд. 2.3.6, идеальный интерполятор должен иметь равномерный спектр единичной амплитуды в интервале от нулевой частоты до частоты Найквиста, что достижимо на практике только в особых случаях. В общем случае интерполяторы неидеальны, так что геофизику-обработчику важно точно знать, что происходит со спектром сейсмической записи при интерполяции, которая часто используется в таких процедурах обработки, как коррекция кинематических поправок (эта процедура будет рассматриваться в следующей главе, посвященной обработке данных).

Поскольку интерполяция эквивалентна свертке данных с некоторым интерполяционным фильтром, особенно удобным способом оценивания качества интерполятора будет сравнение с описанным выше идеальным случаем в частотной области. Действительно, коэффициенты интерполятора можно рассматривать как элементы временной последовательности. Тогда, вычислив ее преобразование Фурье, легко проверить, насколько оно отличается от спектра идеального интерполятора.

Выполнив такие вычисления для хорошо известного случая линейной интерполяции в центральную точку промежутка между двумя отсчетами, мы получим амплитудный спектр, изображенный на рис. 2.46. Как видно из рисунка, линейный двухточечный интерполятор перестает быть достаточно точным на частотах выше 1/3 частоты Найквиста. Таким образом, использование линейной двухточечной интерполяции приводит к существенному ограничению частотного диапазона данных, которые содержат в спектре частоты, превышающие указанную. Отсюда следует, что применять такую интерполяцию при обработке сейсмических данных не рекомендуется, если только частотный диапазон данных уже не был заранее ограничен значением 1/3 частоты Найквиста.

На рис. 2.47 представлен пример более сложного, но и более совершенного интерполятора, построенного на основе функции  $\text{sinc}(x)$ . В данном случае использовано 8 точек этой функции. Качество амплитудного спектра такого интерполятора значи-

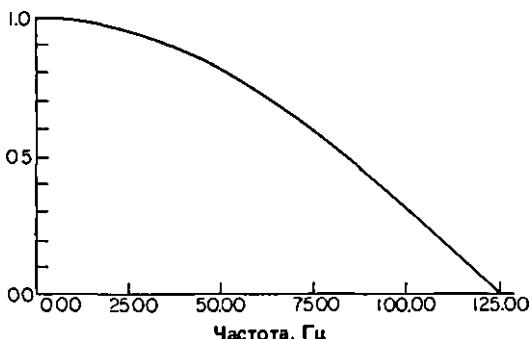


Рис. 2.46. Амплитудный спектр линейного интерполятора для средней точки между двумя отсчетами. Интерполятор приводит к неприемлемому подавлению спектральных компонент на частотах выше примерно 1/3 частоты Найквиста.

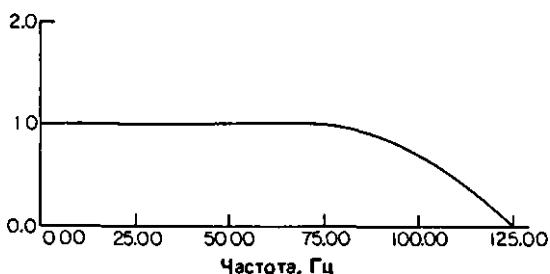


Рис. 2.47. Амплитудный спектр интерполятора для средней точки между двумя отсчетами, построенного с помощью усеченной до 8 точек функции sinc. Спектр гораздо шире, чем у линейного двухточечного интерполятора, и обладает приемлемыми характеристиками вплоть до частоты, равной примерно 2/3 частоты Найквиста.

тельно выше, чем у линейного двухточечного, вплоть до частот порядка 2/3 частоты Найквиста. Для сейсмических данных, высокочастотные компоненты которых за этой границей уже подавлены фильтрами антиналожения, применение восьмиточечного интерполятора вполне оправданно.

Хотя фазовый спектр интерполятора на рисунке не показан, учет его также важен, так как привносить искажения в фазовые характеристики исходного сигнала нежелательно. Это одна из причин, по которым для построения интерполятора применяется функция sinc.

До сих пор в этой главе мы ограничивались рамками одномерного преобразования Фурье. Однако при обработке сейсмических данных широко используется также двумерное преобразование Фурье. Как мы сейчас увидим, добавление еще одного измерения значительно обогащает свойства этого преобразования.

## 2.10. Двумерное преобразование Фурье

### 2.10.1. Введение

Двумерный вариант дискретного преобразования Фурье получается из одномерного преобразования, задаваемого соотношениями (2.3.7) и (2.3.8), путем распространения его на случай двух независимых переменных. Ими могут быть две пространственные переменные или, что бывает гораздо чаще, одна временная переменная и одна пространственная. Здесь, впрочем, природа независимых переменных роли не играет, и мы по-прежнему можем рассматривать дискретные последовательности как временные ряды.

Итак, пусть  $s_{qr}$ —двумерный временной ряд, где  $q = 0, 1, \dots, M-1; r = 0, 1, \dots, N-1$ . Двумерное преобразование Фурье этого ряда определяется выражением

$$S_{fk} = \frac{1}{MN} \sum_{q=0}^{M-1} \sum_{r=0}^{N-1} s_{qr} \times \exp \left[ -i2\pi \left( \frac{fq}{M} - \frac{kr}{N} \right) \right], \quad (2.10.1)$$

где  $f = 0, 1, \dots, M-1; k = 0, 1, \dots, N-1$ , и обратное преобразование — выражением

$$s_{qr} = \frac{1}{MN} \sum_{f=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} S_{fk} \times \exp \left[ i2\pi \left( \frac{fq}{M} - \frac{kr}{N} \right) \right], \quad (2.10.2)$$

где  $q = 0, 1, \dots, M-1; r = 0, 1, \dots, N-1$ .

Для двумерного преобразования существуют простые аналоги всех соотношений, приведенных в разд. 2.3.2. для одномерного случая. Например, свойство периодичности принимает здесь вид

$$S_{M+f, k} = S_{f, k}; \quad S_{f, N+k} = S_{f, k}. \quad (2.10.3.)$$

Аналоги соотношений (2.3.10)–(2.3.13) предоставляем читателю вывести самостоятельно.

Для удобства практических вычислений выражение (2.10.1) можно переписать в виде

$$S_{fk} = \frac{1}{M} \sum_{q=0}^{M-1} \exp \left[ -i \left( \frac{2\pi fq}{M} \right) \right] \times \times \left\{ \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} s_{qr} \cdot \exp \left[ i \left( \frac{2\pi kr}{N} \right) \right] \right\}. \quad (2.10.4)$$

Следовательно, рассматривая  $s_{qr}$  как матрицу, двумерное ДПФ можно вычислять, выполняя сначала одномерное преобразование по всем строкам и затем по всем столбцам. Аналогично можно показать, что тот же самый результат получается, если выполнять одномерное ДПФ вначале по столбцам.

## 2.10.2. Иллюстративный способ изучения двумерного ДПФ

До сих пор в этой главе стиль изложения был ориентирован на достаточно подготовленного специалиста в области физики. Поэтому при изучении одномерного преобразования мы больше интересовались связями и приложениями, чем иллюстрацией свойств самого преобразования. Прекрасным примером такого подхода может служить монография [18]. Поскольку двумерное преобразование Фурье является весьма мощным и гибким инструментом обработки данных, мы попытаемся здесь дать читателю более ясное и наглядное представление.

В сейсмике чаще всего приходится иметь дело с двумерными преобразованиями, у которых одна координата временная, а другая пространственная. Соответствующую область частот обычно называют  $f$ - $k$ -плоскостью, где  $f$ -временная и  $k$ -пространственная частоты.

Чтобы упростить последующие рассуждения, положим вначале  $M = N$  и (не теряя общности) перепишем соотношение (2.10.2), оставляя только члены суммы, содержащие косинусы:

$$s''_{qr} = \frac{1}{MN} \sum_{f=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} S''_{fk} \times \cos\left[\frac{2\pi}{N}(fq - kr)\right], \quad (2.10.5)$$

где  $q = 0, 1, \dots, M-1$ ;  $r = 0, 1, \dots, N-1$ . Рассмотрим теперь значения  $S''_{fk}$ , которые показаны на рис. 2.48. Десяти ненулевым значениям спектра со-

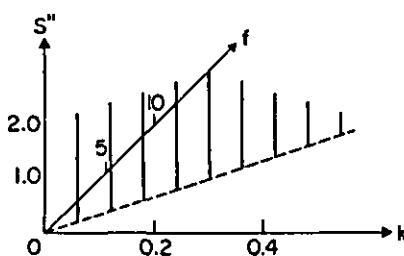


Рис. 2.48. Двумерный амплитудный спектр, соответствующий десяти двумерным синусоидальным функциям.

ответствуют частоты  $f = 0, 1, \dots, 9$  Гц, а пространственные частоты выбраны так, чтобы эти значения лежали на одной прямой в  $f$ - $k$ -плоскости. Их абсолютные величины равны соответственно 1; 2; 2; 2; 2; 1,6; 1,2; 0,8 и 0,4. Отдельные слагаемые сумм (2.10.5) показаны на рис. 2.49 ( $a - k$ ), а результат их суммирования — на рис. 2.50. Последний рисунок иллюстрирует эмпирическое доказательство того очень важного факта, что прямая в координатах  $t - x$  отображается в прямую на  $f$ - $k$ -плоскости.

Ниже будет дано более формальное доказательство этого факта и установлены соотношения, связывающие наклоны прямых в пространственно-временной и спектральной областях.

## 2.10.3. Двумерная фильтрация

Двумерная фильтрация — это просто распространение на двумерный случай одномерной фильтрации, которая уже рассматривалась в разд. 2.5. Например, как легко показать, двумерная свертка эквивалентна перемножению двумерных спектров. Таким образом, двумерную фильтрацию можно реализовать, если построить подходящий спектр фильтра в двумерной частотной области и умножить его на двумерное преобразование Фурье входных данных. При этом следует иметь в виду все те замечания относительно крутизны склонов спектральной характеристики, о которых говорилось в разд. 2.5.

Фильтрация в  $f$ - $k$ -области привлекательна тем, что в отличие от одного измерения, где сигнал и помеха могут перекрываться, делая одномерную фильтрацию пеффективной, в двух измерениях они обычно не перекрываются по  $f$  и  $k$  одновременно. Соответствующий пример показан на рис. 2.51. Здесь сигнал и помеха перекрываются по  $f$ , но их двумерные спектры в  $f$ - $k$ -плоскости не перекрываются, что позволяет построить двумерный фильтр, который подавит помеху, не исказив сигнал. Типы помех и их представление в  $f$ - $k$ -плоскости мы подробно рассмотрим позднее. Здесь же важно отметить, что область применимости метода весьма широка. Для его использования необходимо вывести соотношения, связывающие пространственно-временную и спектральную области.

Рассмотрим следующую двумерную функцию:

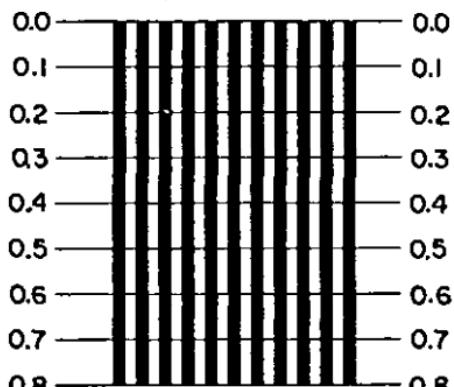
$$s_{qr} = \begin{cases} 1, & aq = br + c, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (2.10.6)$$

где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — постоянные коэффициенты, задающие прямую в плоскости  $x-t$  с тангенсом угла наклона  $b/a$ .

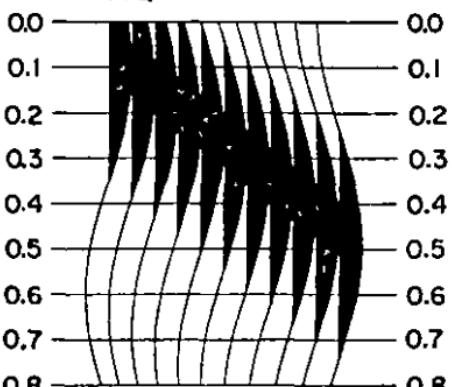
Подставив (2.10.6) в (2.10.1) и выполнив преобра-

$0 \text{ Гц}$

$1 \text{ Гц}$



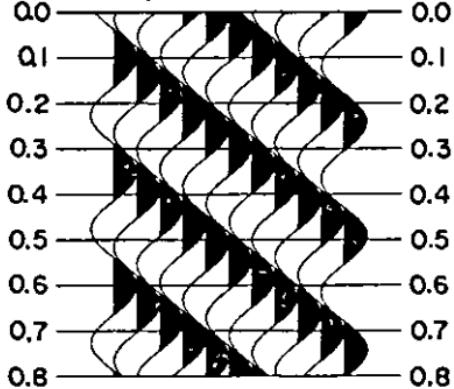
(a)



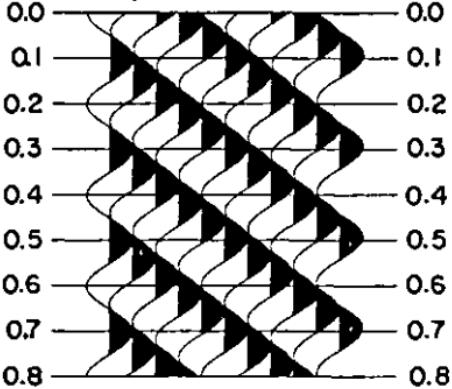
(b)

$4 \text{ Гц}$

$5 \text{ Гц}$

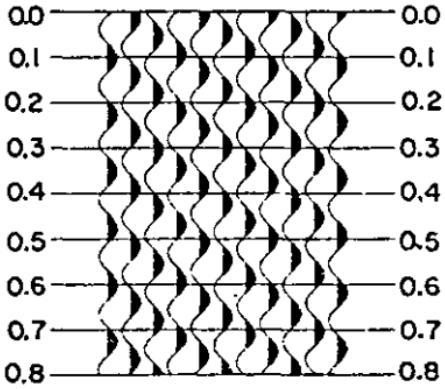


(c)



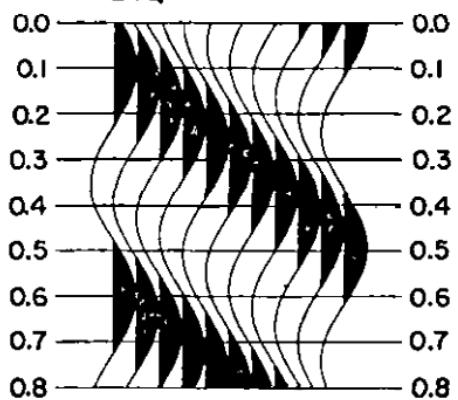
(d)

$8 \text{ Гц}$



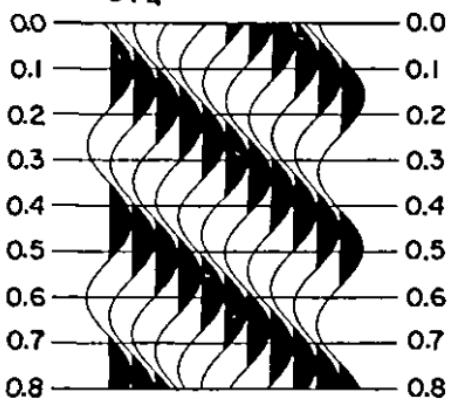
(e)

$2 \text{ Гц}$



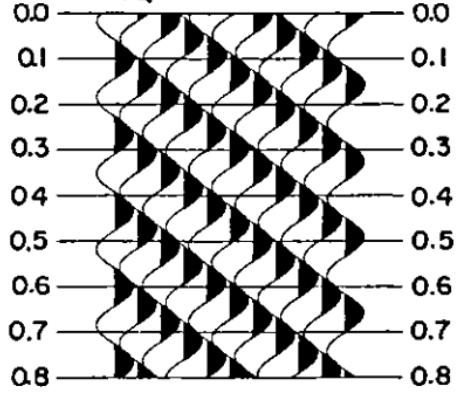
(а)

$3 \text{ Гц}$



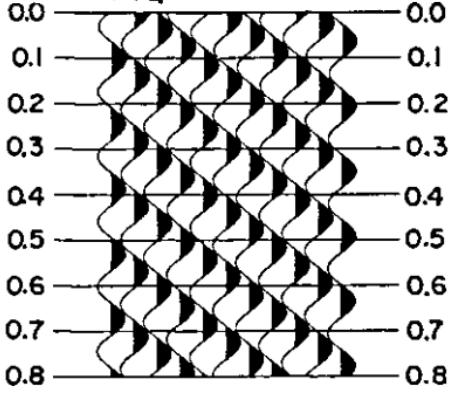
(б)

$6 \text{ Гц}$



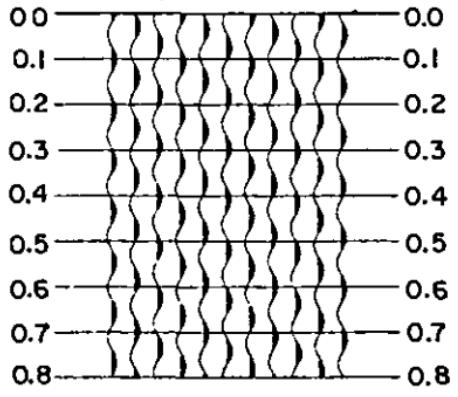
(в)

$7 \text{ Гц}$



(г)

$9 \text{ Гц}$



(е)

Рис. 2.49. На фрагментах а – к изображены двумерные синусоидальные функции для десяти значений спектра, приведенного на рис. 2.48.

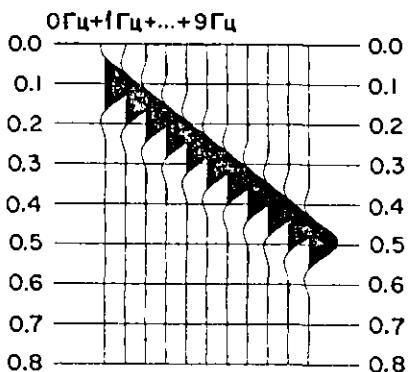


Рис. 2.50. Пространственно-временная характеристика, соответствующая двумерному спектру на рис. 2.48.

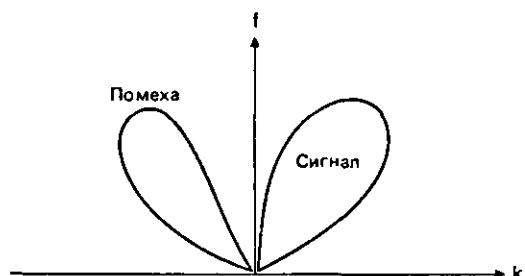


Рис. 2.51. Схема двумерного амплитудного спектра, иллюстрирующая разделение сигнала и помехи.

зования, в результате получим

$$S_{fk} = \frac{1}{MN} \cdot \exp \left[ -i \frac{(M-1)v'q}{2} \right] \times \times \frac{\sin(Mv'q)}{\sin(v'q)} \cdot \exp \left[ i \frac{2kc}{bN} \right],$$

где

$$v' = 2\pi \left( \frac{ka}{bN} + \frac{f}{M} \right).$$

Заметим теперь, что при  $M = N \rightarrow \infty$

$$|S_{fk}| \sim \frac{1}{N} \cdot \left| \frac{\sin[2\pi q(ka/b + f)]}{2\pi q(ka/b + f)} \right|. \quad (2.10.7)$$

В пределе получаем, что вся энергия концентрируется вдоль прямой

$$ka/b + f = 0. \quad (2.10.8)$$

Это и есть желаемый результат. Заметим, что коэффициент  $c$  определяет только фазу сигнала.

На рис. 2.52 показаны некоторые прямые и их двумерные спектры в том виде, как они обычно изображаются в сейсмике ( $f$  меняется от нуля до временной частоты  $f_N$  и  $k$  меняется от  $-k_N$  до  $k_N$  — пространственная частота

Найквиста). Заметим, что, поскольку коэффициент  $c$  входит только в фазу двумерного спектра, прямые  $B$  и  $C$  отображаются на  $f$ - $k$ -плоскости в одну и ту же прямую линию. Все такие прямые в  $f$ - $k$ -плоскости проходят через начало координат. Кроме того, крутые наклоны в  $t$ - $x$ -области (т. е. большим значениям  $dt/dx$ ) соответствуют пологие наклоны на  $f$ - $k$ -плоскости (малые значения  $df/dk$ ). Действительно, из (2.10.6) и (2.10.8) следует, что наклонная прямая

$$q = \frac{b}{a}r + \frac{c}{a} \quad (2.10.9)$$

в  $q$ - $r$ -области (эквивалентной  $t$ - $x$ ) отображается в наклонную прямую

$$f = -\frac{a}{b}k \quad (2.10.10)$$

на плоскости  $f$ - $k$ .

Уравнение (2.10.9) дает связь между временной и пространственной координатами, из которой скорость можно определить как

$$v_p = a/b,$$

где  $v_p$  не что иное, как фазовая (или кажущаяся) скорость.

Теперь соотношения (2.10.9) и (2.10.10) можно записать в виде

$$q = \frac{1}{v_p} \cdot r + \frac{c}{a}; \quad (2.10.11)$$

$$f = -v_p \cdot k. \quad (2.10.12)$$

В заключение сделаем одно замечание, касающееся терминологии. Поскольку наклонная прямая в области  $t$ - $x$  переходит в наклонную прямую на плоскости  $f$ - $k$ , прямолинейные оси синфазности в заданном диапазоне наклонов можно подавить с помощью фильтра, двумерное преобразование Фурье которого равно нулю в интервале между соответствующими наклонами на  $f$ - $k$ -плоскости и единице вне его. Такой фильтр обычно называют *веерным*.

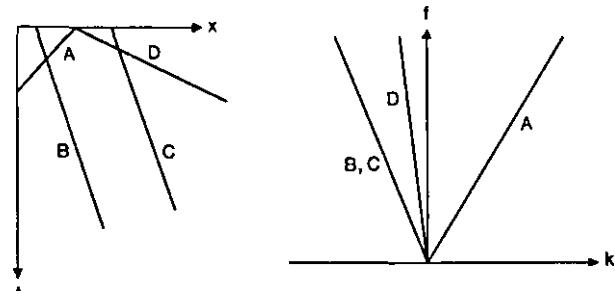


Рис. 2.52. Соответствующие двумерные характеристики в  $t$ - $x$ - и  $f$ - $k$ -областях.

### 2.10.4. Эффекты наложения частот и борьба с ними в одномерном и двумерном случаях

Выше уже говорилось о том, что добавление дополнительного измерения сообщает преобразованию Фурье новые богатые свойства. В особенности это касается интерпретации эффектов наложения частот. В разд. 2.3 и 2.9, где рассматривался одномерный случай, было показано, что наложение частот возникает при дискретизации непрерывных временных функций. При этом спектр исходной функции дублируется, повторяясь на частотах, кратных  $1/d$ , где  $d$  – шаг дискретизации. Если копии спектра перекрываются, то говорят, что существует наложение зеркальных частот. Эта терминология, впрочем, не совсем точна, поскольку в строгом смысле дублирование спектра при дискретизации приводит к возникновению наложенных частот всегда независимо от перекрытия спектров. Если перекрытия нет, то несложно построить в частотной области линейный фильтр, который будет подавлять наложенные частоты или копии исходного спектра<sup>\*)</sup>.

В одномерном случае при перекрытии спектров устранить эффект наложения зеркальных частот без привлечения дополнительной информации о спектре дискретизированной функции уже нельзя, причем эта информация должна быть получена из независимых источников, а не из самого спектра. Пусть, например, известно, что данные с шагом дискретизации 4 мс содержат частотные компоненты в диапазоне от 0 до 90 Гц и дополнительную паразитную компоненту исходной частоты 150 Гц и неизвестной амплитуды. Поскольку гармоника с частотой 150 Гц приводит к появлению зеркальной частоты  $125 - (150 - 125) = 100$  Гц, спектр можно скорректировать, просто обнулив компоненту на частоте 100 Гц. Можно использовать и другие приемы, например дискретизацию с иерархическим шагом по времени. Такая дискретизация приводит к аналогу соотношения (2.9.5), которое может обращаться посредством свертки (обращению (2.9.5) мешает выраженнаяность функции  $\Delta(t/d)$ ).

В пространствах двух и большего числа измерений ситуация существенно отличается. Последующие рассуждения мы будем проводить, пользуясь для ясности непрерывным двумерным преобразованием Фурье. Эти рассуждения аналогичны тем, что уже проводились в разд. 2.9; однако здесь, чтобы избежать усложнений, связанных с наложением окон и, следовательно, использованием пере-

Непрерывные двумерные спектры

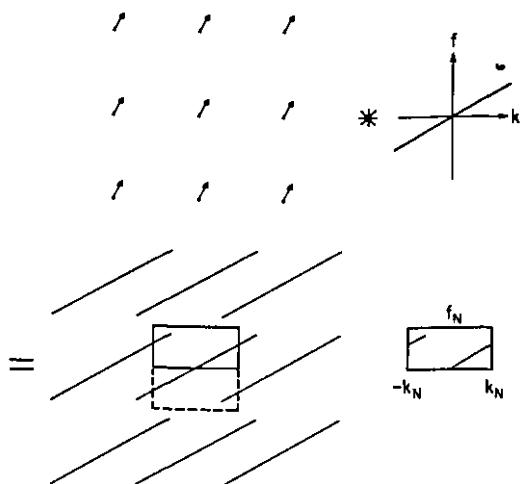


Рис. 2.53. Синтез двумерного спектра дискретизированной функции посредством двумерной свертки исходного непрерывного спектра с функцией дискретной выборки.

ходной теоремы отсчетов, длительность функций будет предполагаться бесконечной.

Итак, пусть  $s(t, x)$  – непрерывная функция двух переменных с преобразованием Фурье  $S(f, k)$ . Дискретизированная функция может быть представлена выражением

$$\Delta(t/d) \cdot \Delta(x/g) \cdot s(t, x), \quad (2.10.13)$$

где функция  $\Delta(\cdot)$  была определена в разд. 2.9, а  $d$  и  $g$  – интервалы дискретизации соответственно по временной и пространственной координатам. В частотной области эквивалент (2.10.13) записывается в виде

$$dg \cdot \Delta(fd) * \Delta(kg) * S(f, k). \quad (2.10.14)$$

Предположим теперь, что функция  $s(t, x)$  задает на плоскости  $t$ - $x$  прямую линию. Как мы уже знаем, двумерный спектр  $S(f, k)$  этой функции также будет иметь вид прямой на плоскости  $f$ - $k$ . Рис. 2.54

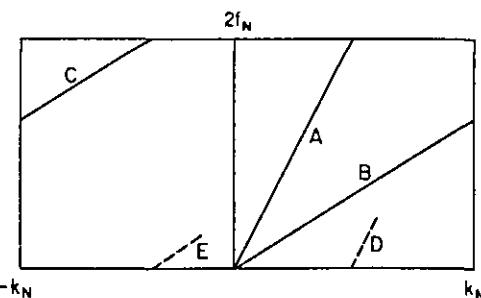


Рис. 2.54. Иллюстрация эффектов двумерного наложения зеркальных частот.

<sup>\*)</sup> Это утверждение эквивалентно тому, что по заданной дискретной функции в этом случае можно восстановить исходную непрерывную. – Прим. перев.

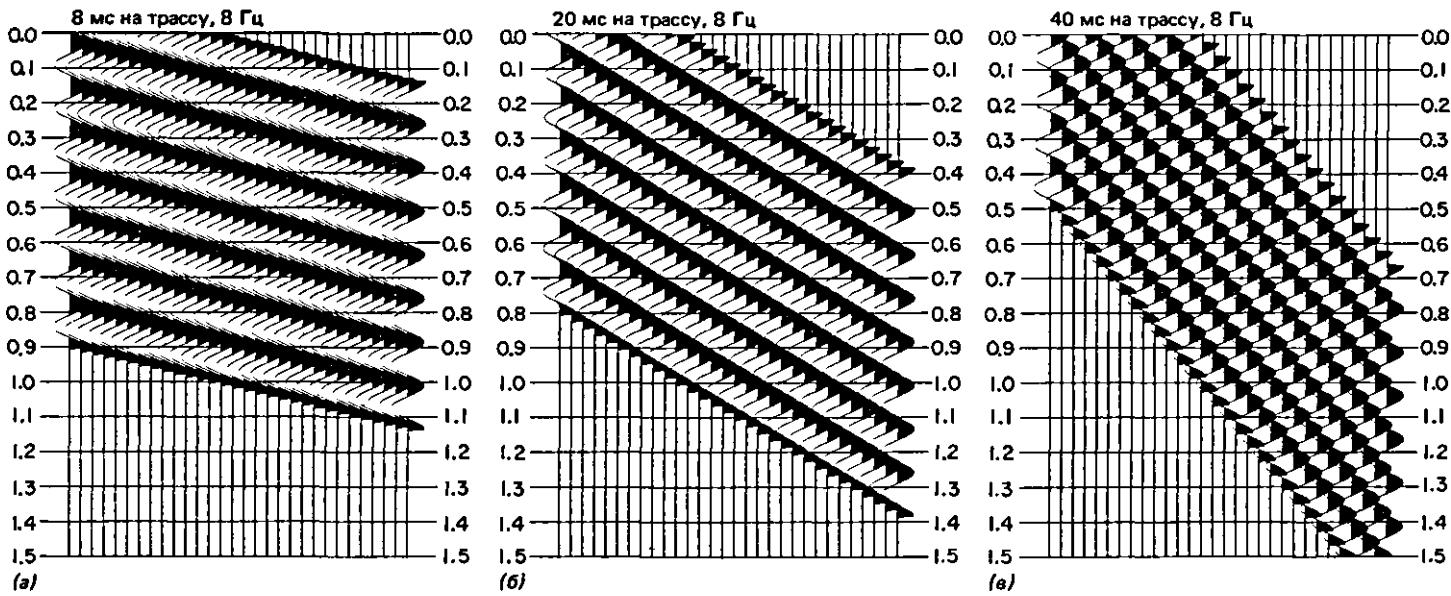


Рис. 2.55. Наклонные синусоидальные волны на плоскости  $x$ - $t$ . Наложения частот нет.

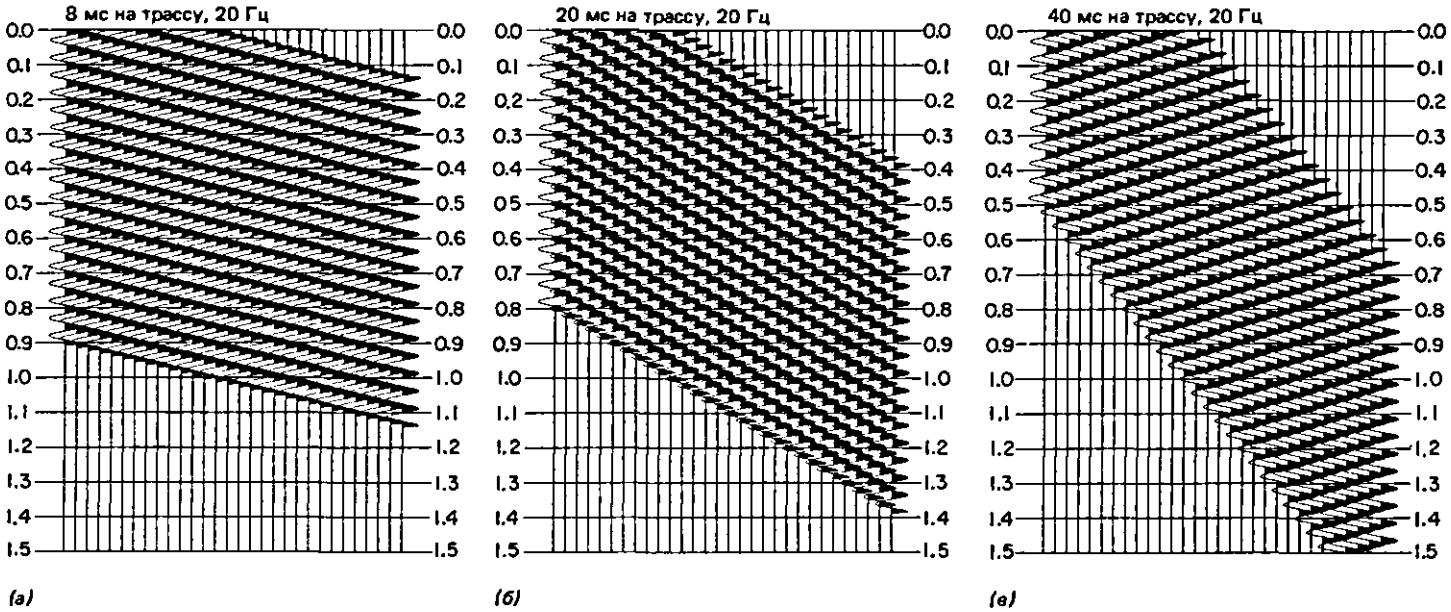


Рис. 2.56. Наклонные синусоидальные волны на плоскости  $x$ - $t$ . В случае (c) (самый крутой наклон) наблюдается эффект наложения пространственных частот.

илюстрирует механизм наложения частот при свертке исходного спектра с функцией  $\Delta(fd) * \Delta(kg)$  в соответствии с выражением (2.10.14). Заметим, что копии спектра в  $f\text{-}k$ -области не перекрываются. Таким образом, выделить исходный спектр с помощью соответствующего линейного фильтра вполне возможно. При этом как по координате  $f$ , так и по  $k$  в отдельности спектры перекрываются, так что эффект наложения частот с помощью одномерных процедур неустраним.

Из приведенных рассуждений следует, что можно построить такой метод записи одномерного сигнала, который позволяет полностью восстановить сигнал даже при использовании шага дискретизации, приводящего в обычных условиях к наложению частот. Если одномерный сигнал регистрируется на нескольких параллельных каналах с линейной аналоговой задержкой, зависящей от номера канала, результирующий сигнал можно продискретизировать и представить в спектральной форме на  $f\text{-}k$ -плоскости. Благодаря линейной задержке копии спектра на  $f\text{-}k$ -плоскости перекрываться не будут, так что исходный спектр в полосе от нуля до частоты Найквиста можно восстановить точно. Конечно, того же эффекта можно было бы добиться и на одном канале, просто увеличив частоту дискретизации. Однако первый способ может оказаться полезным в случаях, когда требуемые частоты дискретизации превышают возможности имеющейся аппаратуры.

## 2.10.5. Наложение пространственных частот на сейсмической записи

В этом разделе мы рассмотрим явление наложения пространственных зеркальных частот. Наложение частот – одно из тех понятий, которым сейсмники нередко оперируют, не имея подчас о нем достаточно четкого интуитивного представления.

По определению, явление наложения пространственных частот возникает всякий раз, когда исходный спектр выходит за пределы области, ограниченной временной  $f_N$  и пространственной  $k_N$  частотами Найквиста. Математическая формулировка этого условия дается в разд. 4.6.

Рис. 2.54 иллюстрирует явление наложения. Вступление *A* не приводит к наложению частот, хотя, если при дискретизации по времени не был использован соответствующий фильтр антиналожения, продолжение этого вступления может проявиться на  $f\text{-}k$ -плоскости в виде показанного на рисунке отрезка *D*. Вступление *B* приводит к наложению, которое проявляется на  $f\text{-}k$ -плоскости как продолжение *C* этого вступления. Наконец, при наложении временных частот продолжение вступления может вторично проявиться в виде отрезка *E*, однако на практике это случается редко. Таким образом, явление наложения частот в  $f\text{-}k$ -области распознается легко. Путаница, по-видимому, возникает при попытках его распознавания в пространственно-временной области.

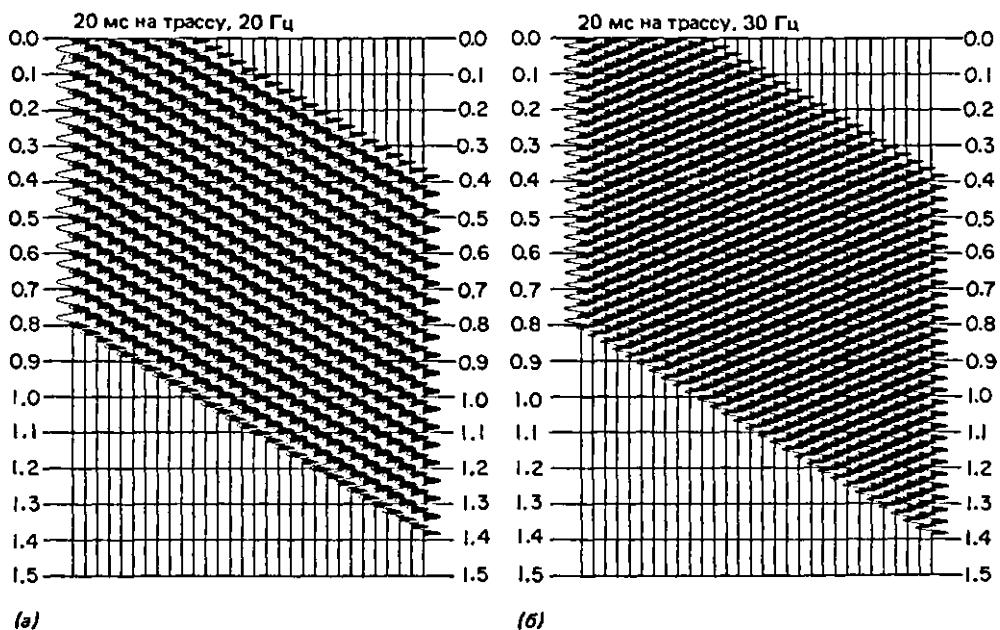


Рис. 2.57. Иллюстрация действия двумерного фильтра.  
(*a*) Нефильтрованная синусоида. (*b*) Синусоида с на-

ложением зеркальной пространственной частоты, которая в результате фильтрации не меняется.

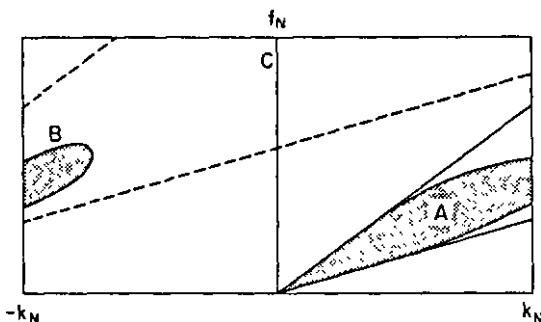


Рис. 2.58. Проблемы, возникающие при фильтрации данных с наложением пространственных зеркальных частот. В этом случае продолжение веера фильтра не используется, так как наряду с подавлением продолжения *B* спектра *A* помехи будут подавляться и высокие частоты в полезной части спектра *C*.

На плоскости *t*-*x* явление наложения пространственных частот проявляет себя в виде так называемого реверсирования наклона. Переход от  $k_N$  к  $-k_N$  соответствует изменению знака наклона. На рис. 2.55 приведены три синусоидальные волны с фазовыми скоростями, соответствующими наклонам вступлений волн на фрагментах (a) – (e) в 8, 20 и 40 мс на трассу. Ни одно из вступлений не приводит к наложению частот, в чем легко убедиться, строя их двумерные спектры. В области *t*-*x* вступления имеют последовательно увеличивающиеся наклоны. На рис. 2.56 на фрагментах (a) и (b) наложения частот нет, а на фрагменте (e) оно присутствует. Заметим, что проявляется оно в появлении противоположного по знаку наклона.

На практике при фильтрации данных с наложением пространственных частот возникает опасность, что наклоны вступлений, порождающих зеркальные частоты, изменяются и не будут уже по-

Таблица 2.10.1

Величина	Обозначение	Размерность	Связь с другими величинами
Частота	$f$	Время <sup>-1</sup>	$f = 1/T$
Волновое число	$k$	Расстояние <sup>-1</sup>	$k = 1/\lambda$
Фазовая скорость	$v_p$	Расстояние/время	$v_p = f/k = \lambda = \lambda/T$
Наклон	$\theta$	Время/расстояние	$\theta = g/v_p = gk/f$
Период	$T$	Время	$T = 1/f$
Длина волны	$\lambda$	Расстояние	$\lambda = 1/k$
Расстояние между сейсмоприемниками	$g$	Расстояние	$g = v_p \theta = f\theta/k$

падать в область подавления фильтра. На рис. 2.57, а и б показаны две синусоидальные волны одного наклона, но различных частот – 20 и 30 Гц соответственно. На 20-Гц синусоиде наложения частот нет, а на 30-Гц оно проявляется. Если вступления такого наклона попытаться подавить посредством фильтрации в *f*-*k*-области, фрагмент (б), как и показано на рисунке, остается неизменным. На рис. 2.58 показано, что при этом происходит в спектральной области. Часть *A* заштрихованной зоны отфильтровывается, а остаток *B*, образованный зеркальными частотами, остается неизменным. Конечно, зону подавления фильтра можно продолжить, включив в нее зеркальные частоты, однако это приведет к подавлению высокочастотных компонент полезных вступлений с малыми наклонами в области *C*.

Все относящиеся к рассматриваемому вопросу величины сведены для удобства в табл. 2.10.1.

# Глава 3

## Обработка сейсмических данных

### 3.1. Введение

На заре сейсморазведки геофизик в поле делал все: регистрировал данные, поддерживал в исправности полевую аппаратуру, готовил чай, «обрабатывал» полученные материалы и проводил окончательную интерпретацию. С наступлением эры промышленной технологии каждый из этих видов деятельности, за исключением разве что приготовления чая, стал делом специалистов. Собственно обработка сейсмических данных вслед за массовым внедрением ЭВМ в начале—середине 60-х годов испытала небывалый взлет популярности. С самого начала сейсморазведочная отрасль стала одним из главных потребителей вычислительной техники. Ее исключительные потребности, по сути дела, стимулировали развитие и широкое распространение таких новых средств вычислительной техники, как, например, матричные процессоры, о которых говорилось в первой главе этой книги. Сейсморазведка—второй в мире (после правительства США) потребитель магнитной ленты. Парк магнитных лент, активно используемых на геофизическом ВЦ, нередко составляет 100 тыс. и более кассет.

Обработка сейсмических данных представляет собой необычное сочетание весьма тонких и строгих математических методов обработки сигналов с субъективным подходом геофизика-интерпретатора. Цель ее состоит в преобразовании полученных в поле данных в когерентный разрез, отражающий картину залегания в земле основных геологических горизонтов. Получаемые данные обычно бывают загрязнены помехами различных видов. Именно опора на субъективные способности интерпретатора, которая придает предмету обработки сейсмических данных столь своеобразный характер, характеризует одновременно и его самую сильную и самую слабую стороны. Сильная сторона состоит в удивительной способности человеческого глаза находить в плохих данных такие осмысленные особенности, которые мы не в состоянии объяснить. Слабая сторона в том, что эта способность помимо подкрепленного опытом здравого смысла ничем не ограничена, а многие наши сравнения и модели

имеют в значительной мере субъективную основу, которую невозможно проверить. В результате оказывается, что интерпретаторы работают как бы в вакууме. Побочный эффект проявляется в том, что зачастую мы не в состоянии сказать, действительно ли новые процедуры обработки полезны или их появление обусловлено чисто коммерческими соображениями. Многие специалисты—сейсморазведчики, пожалуй, согласятся с тем, что такая старая, наиболее изученная и применяемая до сих пор процедура, как предсказывающая деконволюция, «делает с данными что-то хорошее, но мы не знаем что». И это несмотря на тот факт, что лежащие в ее основе предположения часто (если не всегда) не выполняются; однако подробнее об этом будет сказано позже.

В настоящей главе мы попытаемся объяснить, как сейсмические записи продольных отраженных волн обрабатываются на практике и над чем приходится задумываться геофизику на разных этапах обработки. В связи с этим здесь почти нет теории, но зато многое поясняющих примеров.

Следующий раздел (3.2) посвящен необходимому, но краткому описанию форматов записи на магнитную ленту. Ленточные форматы отживают свой век, и в один прекрасный день они могут стать лишь достоянием истории.

В последующих трех разделах (3.3–3.5) рассматривается обработка в основном морских сейсмических данных.

В разд. 3.6 обсуждаются те сложности, которые возникают при нерегулярной и расширенной геометрии наблюдений в сравнении с простой структурой двумерных морских сейсмических данных. Здесь рассмотрены вопросы обработки как двумерных наземных, так и трехмерных морских и наземных наблюдений.

Наконец, разд. 3.7 посвящен рассмотрению некоторых важных различий между обработкой морских и наземных данных. Если бы потребовалось дать этой главе эпиграф, он мог бы быть таким: «Счастье—это равномерный спектр и регулярия геометрия».

## 3.2. Демультиплексация, восстановление усиления и ленточные форматы

### 3.2.1. Введение

Предмет демультиплексации и восстановления усиления довольно скучен, но необходим. Тот факт, что этот предмет вообще существует, отражает еще одно проявление отмеченной в гл. 1 особенности регистрации и обработки сейсмических данных: их потребности близки к предельным возможностям современной электронной аппаратуры, а иногда и превышают их. Поскольку нахоже, что электронной промышленности времени удалось угадаться за потребностями регистрации, нодробный анализ этой области представляется излишней роскошью, а необходимость демультиплексации и восстановления усиления через несколько лет отпадет. Поэтому здесь будет дано только поверхностное введение к теме в надежде, что читателю приведенные сведения никогда не понадобятся.

Перед тем как начать, заметим, что восстановление усиления при считывании полевых лент не имеет ничего общего с теми процедурами регулировки усиления, которые используются при обработке и обсуждаются в разд. 3.3.3.

Для записи полевых сейсмических лент в настоящее время используется несколько стандартных форматов: SEG A, SEG B, SEG C и SEG D. Это соответственно форматы A, B, C и D Общества геофизиков-разведчиков (Society of Exploration Geophysicists), хотя небольшое число подрядных геофизических фирм все-таки придерживается своих собственных, часто именятых для непосвященного форматов. Стандарты SEG подробно задокументированы в монографии этого общества, озаглавленной «Стандарты цифровых лент». Следует отметить, что формат SEG D—самый современный. Он совместим как с мультиплексными форматами типа SEG A, SEG B и SEG C, так и с демультиплексными типа SEG Y. Формат SEG A сейчас почти не

используется, а SEG C (мультиплексный формат с полным представлением чисел с плавающей запятой) используется довольно редко, так как требует примерно на 60% большего расхода ленты, чем SEG B. Впрочем, в некоторых условиях, например при наземной регистрации, его больший динамический диапазон (32 бит) оказывается существенным. Поскольку принцип один и тот же, а объем использования SEG B существенно превалирует, здесь мы подробно рассмотрим только этот мультиплексный формат, хотя следует отметить, что объемы использования формата SEG D будут увеличиваться пропорционально росту объема регистрации 240-канальных данных и записей с большей канальностью.

В качестве примера стандарта записи демультиплексированных данных мы рассмотрим формат SEG Y.

### 3.2.2. SEG B

Мультиплексные форматы называют также временными, а демультиплексные—потрассными. Эти два описания поясняет рис. 3.1. Математически операция перехода от одного формата к другому соответствует обычному транспонированию матрицы. Трудоемкость этой операции придает необходимость выполнять различные преобразования численных форматов данных.

SEG B—это мультиплексный формат с так называемой мгновенной плавающей запятой, который позволяет получать приемлемый для большинства ситуаций динамический диапазон. Для представления каждого отсчета используется в среднем 20 двоичных разрядов (2,5 байт). Общая структура формата показана на рис. 3.2. Каждая полевая сейсмограмма записывается на магнитную ленту двумя блоками: первый—заголовок и второй—блок данных. Блоки, как уже отмечалось в гл. 1, разделены межблочными промежутками (МБП). Сейсмограммы отделяются друг от друга метками конца файла (МКФ).

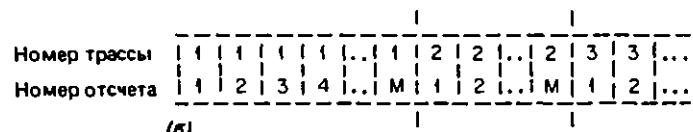
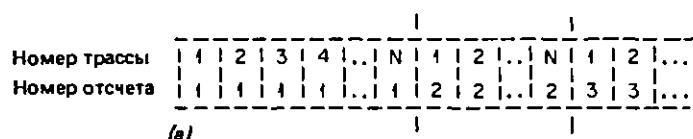


Рис. 3.1. Различия в организации данных, записанных на ленту в мультиплексном (а) и демультиплексном (б) форматах.



Рис. 3.2. Общая структура мультиплексного ленточного формата SEG B.

### 3.2.2.1. Заголовок сейсмограммы

Шестнадцатеричная (по основанию 16) распечатка типичного заголовка в формате SEG B представлена на рис. 3.3. (Напомним, что латинские буквы A–F обозначают числа 10–15.) Заголовок состоит из трех частей.

**Общие константы заголовка.** Эта часть включает различные величины, записанные в первых 24 байт. Информация задана двоично-закодированными десятичными числами, которые упакованы по два символа в байт (пример будет дан ниже). Из констант заголовка для нас интересны только следующие (их значения, взятые из примера на рис. 3.3, заключены в скобки):

Номер симво- лов			
1–4	Номер файла	(363)	
21–23	Количество байтов в кадре	(314)	
24	Шаг дискретизации (в мс)	(4)	
33–34	Длина записи	(6)	
36	Тип записи	(8–обычная полевая сейс- мограмма)	
37–38	Нижняя частота среза фильтра	(8)	
47	Частота среза фильтра антиналожения на уровне 3 дБ	(4–62,5 Гц)	

**Коэффициенты усиления.** В этой части заголовка содержатся коэффициенты предварительного и фик-

сированного усиления для всех информационных и дополнительных каналов. Каждый такой коэффициент задает множитель, который надо применить ко всем отсчетам соответствующего канала. В примере на рис. 3.3 сейсмограмма включает 120 информационных каналов. Заметим, что коды предварительного усиления используются только в формате SEG A, поэтому в нашем примере они все нулевые.

**Константы расширенного заголовка.** В расширении заголовка нет четкого распределения ячеек. Обычно сюда заносится такая информация, как величины отклонений приемной косы при трехмерных наблюдениях и различные другие данные. На рис. 3.3 вся информация после 278-го байта относится к расширению заголовка (24 байта занимают общие константы, 250 байт отводится на коды фиксированного и предварительного усиления для 120 информационных и 5 дополнительных каналов и 4 байта – для обозначения конца основного заголовка).

### 3.2.2.2. Блок данных

На рис. 3.4 приведена шестнадцатеричная распечатка фрагмента блока данных, соответствующего заголовку на рис. 3.3. Отсчеты всех каналов, относящиеся к одному моменту времени, составляют кадр. Как определено в заголовке, длина кадра составляет 314 байт, включая 4 байт на запись кода синхронизации. Этот код представляет собой строку из 4 байт или 8 символов, которая может распознаваться программой демультиплексации и определяет начало следующего кадра. Чтобы не нарушать нормальную работу процедуры демультиплексации, этот код должен отличаться от возмож-

Номер байта	0363 0200 2858 2010 3701 3144 1500 0810 0698 0830 21 0000 0040 2400 2400 2400 2400 2400 2400 2400 41 2400 2400 2400 2400 2400 2400 2400 2400 2400 61 81 101 121 141 161 181 201 221 241 261 2400 2400 A000 6000 4000 0000 0000 0000 AAAA 0285 281 AAAA AAAA 0152 0014
----------------	---

Коды фиксированного и предварительного усиления  
для 120 каналов

Другая информация из расширенного заголовка

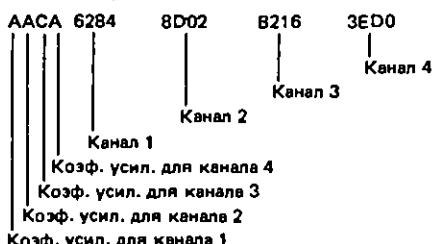
Рис. 3.3. Часть шестнадцатеричной распечатки заголовка сейсмограммы в формате SEG B.

Номер байта	
1	FFFF FFFF 0000 19F4 0000 0010 FFFE AAC AACA 6284 8D02
2	B216 3ED0 AAAA 2F40 CFD6 C362 60E8 AAAC AC70 C640
4	5DFO C806 CCEE 5BD2 C3D2 18AO 258A CC AE 3262 34FO
6	...
8	...
10	...
12	...
14	...
16	...
18	...
20	...
22	...
24	...
26	...
28	FBC2 F1E0 EEEE 014E 017E FDB4 0178 EEEE FFEE 024A
30	FFB2 0300 EEEE 0154 0266 FEF6 003C FFFF FFFF 0008
.	...
.	...
.	...

Рис. 3.4. Шестнадцатеричная распечатка начальной части блока данных в формате SEG B, заголовок которого показан на рис. 3.3 (с 1-го и с 314-го байта записаны синхрокоды).

ногого значения обычного информационного отсчета. Поскольку в SEG B используется 15-разрядная мантисса, младший (самый правый) значащий разряд всегда нулевой. В связи с этим код синхронизации устроен таким образом, чтобы в младшем разряде каждого из его четырех байтов содержалась единица. Другие разряды можно в принципе заполнить любыми значениями. В примере на рис. 3.4 синхрокод имеет вид FFFF FFFF.

Перед тем как завершить описание формата SEG B, рассмотрим преобразование отсчета данных в этом формате в эквивалентное значение напряжения в вольтах. Тем самым мы проиллюстрируем процедуру восстановления усиления, которая проводится при преобразовании данных из формата SEG B в полный формат с плавающей запятой (часто этим форматом оказывается SEG Y, в котором использованы стандарты представления чисел фирмы IBM). Первые 10 байт после синхрокода в блоке данных на рис. 3.4 содержат значения отсчетов пяти дополнительных каналов, для которых информация о мгновенных значениях коэффициента усиления не задается. Далее следует следующая строка символов:



Заметим, что, поскольку младший бит в информационных ячейках формата SEG B нулевой, отсчеты на всех каналах имеют четные значения. Возьмем для примера первый канал. Вычислим на этом канале значение первого отсчета. В формате

SEG B значение отсчета определяется по формуле  $2^F \times C \times 2^{-I}$ ,

где  $F$  – фиксированное усиление;  $C$  – значение отсчета, выраженное в виде двоичной дроби с двоичной запятой слева от самого старшего разряда, исключая самый левый – знаковый разряд;  $I$  – мгновенное усиление.

В нашем случае  $F = 4$ ,  $C = 0,6284_2$ , и  $I = 10$  (шестнадцатеричная цифра A). Здесь индекс 2 обозначает двоичное оспование. Поскольку

$$0,6284_2 = 6284_2 \times 2^{-15} = 25220_{10} \times 2^{-15},$$

значение отсчета будет равно

$$2^4 \times 25220_{10} \times 2^{-15} \times 2^{-10} = 0,01217.$$

Такая операция выполняется над всеми отсчетами.

Было бы удобно считать полученное число значением напряжения в вольтах. Это, к сожалению, не всегда так, поскольку в зависимости от используемого аналого-цифрового преобразователя отсчеты могут включать постоянный множитель 2. В этом случае единицей измерения будет уже полувольт.

### 3.2.3. SEG Y

Данный формат вполне удовлетворителен, если используются машины марки IBM, поскольку представление чисел и символов в нем соответствует стандартам этой фирмы. К сожалению, символьный код EBCDIC\*), фирмы IBM не является международным стандартом, и почти во всех вычислительных системах других фирм используется код ASCII\*\*). Следовательно, формат SEG Y нельзя считать эффективным и пригодным для всех случаев. К тому же он несколько устарел и не приспособлен

\*). См. примечание на с. 16. (Перев.)

\*\*). См. примечание на с. 16. (Перев.)

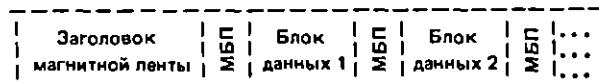


Рис. 3.5. Структура демультиплексного формата SEG Y.

для таких современных видов сейсморазведки, как, например, трехмерная. Вместе с тем SEG Y дает удобный и простой способ обмена массивами данных, так как практически все используемые в сейсморазведочной отрасли вычислительные системы имеют программные средства считывания магнитных лент, записанных в этом формате.

Общая структура формата SEG Y показана на рис. 3.5.

### 3.2.3.1. Заголовок магнитной ленты

Заголовок магнитной ленты делится на две части:

1. Массив длиной 3200 байт в коде EBCDIC, который разбит на 40 образов перфокарт и который по крайней мере один из авторов (Хаттон) никогда не видел правильно заполненным!

2. Массив длиной 400 байт в двоичном коде, из которых первые 60 байт жестко распределены, а оставшиеся 340 выделены в резерв для будущего расширения. К сожалению, формат разрабатывался в те времена, когда память ЭВМ желательно было экономить, поэтому некоторые четырехбайтовые поля содержат в упакованном виде более чем по одному параметру.

Из этих 60 байт следующие рекомендуется выбирать в качестве минимального подмножества, которое следует заполнять без ошибок:

Номера байтов	
5–8	Номер профиля
9–12	Номер магнитной ленты
13–14	Количество трасс в сейсмограмме
15–16	Количество дополнительных трасс в сейсмограмме
17–18	Шаг дискретизации (в мкс) для данной ленты
21–22	Количество отсчетов в трассе для данной ленты
25–26	Формат представления сейсмических данных (почти всегда 1, что соответствует полному формату с плавающей запятой)
27–28	Кратность ОСТ
55–56	Единицы измерения (1 – метры, 2 – футы)

Заголовок ленты отделяется от первого блока данных межблочным промежутком.

### 3.2.3.2. Блок данных

Первые 240 байт содержат в двоичном коде информацию, описывающую представленную в этом блоке сейсмическую трассу. Рекомендуется задавать следующее минимальное подмножество без ошибок:

Номера байтов	
1–4	Порядковый номер трассы на профиле
9–12	Номер исходной полевой сейсмограммы
13–16	Номер трассы в полевой сейсмограмме
29–30	Код идентификации трассы: 1 – нормальная сейсмическая трасса, 2 – бракованная, 3 – фиктивная и т. д.
115–116	Количество отсчетов в данной трассе
117–118	Шаг дискретизации (в мкс) для данной трассы

Оставшаяся часть блока содержит отсчеты сейсмической трассы, значения которых почти всегда представлены в полном формате IBM с плавающей запятой. В этом формате 7 разрядов занимает порядок и 24 – мантиссу. Порядок представлен в дополнительном к числу 64 коде.

Если значение двоичного разряда в  $i$ -й позиции обозначить  $b_i$ , где  $i = 1$  соответствует самому старшему (левому), а  $i = 32$  – самому младшему разряду, то значение отсчета в формате с плавающей запятой будет определяться по формуле

$$16^{(b_{2-8}-64)} \cdot \sum_{j=1}^6 \frac{b_{[9+4 \cdot (j-1)]-[12+4 \cdot (j-1)]}}{16^j},$$

где  $b_{i-j}$  обозначает двоичное число, записанное в разрядах с  $i$ -го по  $j$ -й. Знак числа определяется разрядом  $b_1$  (если  $b_1 = 0$ , число положительное, при  $b_1 = 1$  – отрицательное).

Рассмотрим в качестве примера применение записанной (довольно устрашающего вида) формулы к шестнадцатеричному 32-разрядному числу 41100000. В этом случае

$$b_{2-8} = 41_{16} = 65_{10}$$

и порядок равен

$$16^{(b_{2-8}-64)} = 16^{(65-64)} = 16.$$

Вычислим теперь сумму

$$\frac{1}{16^1} + \frac{0}{16^2} + \frac{0}{16^3} + \frac{0}{16^4} + \frac{0}{16^5} + \frac{0}{16^6} = \frac{1}{16}.$$

Итак, все вычисления свелись теперь к простой операции

$$16 \times 1/16 = 1.$$

### 3.3. Основы обработки морских сейсмических данных

#### 3.3.1. Предположение о средней точке

В сейсмическом методе отраженных волн в среде генерируются звуковые волны, которые проникают в землю. При морской сейсморазведке источники акустической энергии стараются делать возможно более импульсными. Для возбуждения энергии обычно используется сжатый воздух (пневмоисточники), быстрое ускорение воды (водяные пушки) или электрический разряд (электроискровые источники). На суше обычно применяют вибрационные источники (вибраторы) или взрывные (заряды динамита). Часть возбужденной энергии отражается от границ между пачками пород различного литологического состава в соответствии с контрастом акустической жесткости (см. гл. 2). Возвращающиеся к поверхности отражения принимаются гидрофонами (при морской регистрации) или сейсмоприемниками (на суше). Принятые сигналы оцифровываются и записываются на ленту. В методе общих средних точек\* предполагается, что точка отражения лежит на середине пути между точкой возбуждения и точкой приема, где путь определяется первым законом (законом отражения) Снеллиуса (рис. 3.6). Тем самым предполагается, что земля состоит из плоских однородных слоев.

Интенсивность отражения при нормальном падении волны на некоторую границу определяется коэффициентом отражения этой границы, который равен отношению амплитуды смещения отраженной волны к амплитуде падающей, т.е.

$$R_{12} = a_r / a_i.$$

Индексы 1 и 2 относятся к соседним слоям, разделенным границей. Следовательно,  $R_{12}^2$  будет определять отношение энергий отраженной и падающей волн. Коэффициент прохождения можно определить как

$$T_{12} = \frac{a_i + a_r}{a_i} = 1 + R_{12}.$$

Эти понятия поясняются рис. 3.7.

Используя простые методы волновой теории, можно получить другое выражение для коэффициента отражения, устанавливающее его связь со значениями акустической жесткости по обе стороны

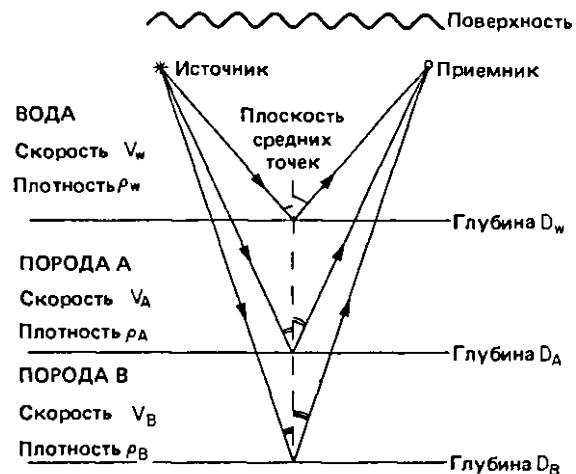


Рис. 3.6. Траектории лучей в горизонтально-слоистой среде без учета второго закона Снеллиуса.

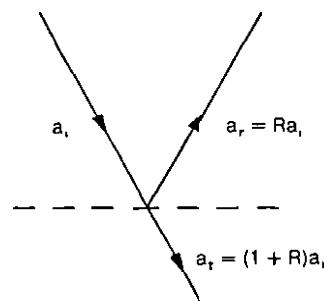


Рис. 3.7. Коэффициенты отражения и прохождения на границе раздела слоев.

от границы

$$R_{12} = \frac{\rho_2 V_2 - \rho_1 V_1}{\rho_2 V_2 + \rho_1 V_1},$$

где  $\rho$  – плотность среды и  $V$  – скорость распространения в ней продольных волн. Отсюда легко получить эквивалентное выражение и для  $T_{12}$ .

В простой модели, изображенной на рис. 3.6, второй закон Снеллиуса (закон преломления) не учитывался. С учетом его модель приобретает вид, показанный на рис. 3.8. Преломление приводит здесь к дополнительному отклонению лучей от вертикального направления, что соответствует обычному случаю увеличения скорости с глубиной. Интересная интерпретация второго закона Снеллиуса возникает из его рассмотрения как выражения принципа Ферма, в соответствии с которым волновая энергия всегда распространяется по траектории наименьшего времени. Следовательно, хотя траектории лучей, отраженных от границ на глубинах  $D_A$  и

\* В советской геофизической литературе более распространен не совсем удачный в данном контексте термин «общая глубинная точка». – Прим. перев.

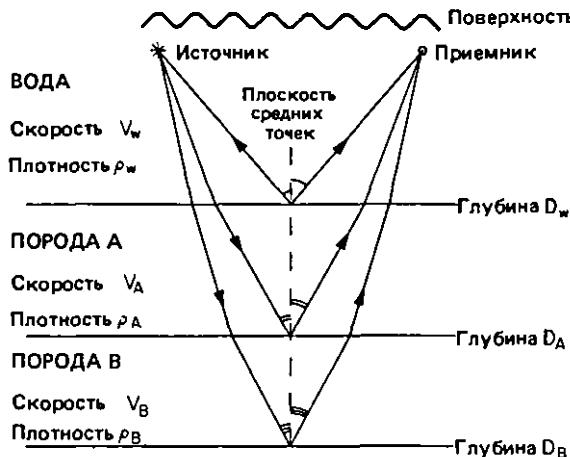


Рис. 3.8. Траектории лучей для той же модели, что на рис. 3.6, но с учетом второго закона Снеллиуса.

$D_B$ , длиннее ввиду преломления, чем эквивалентные траектории на рис. 3.6, соответственно большая часть их длины приходится на более высокоскоростные слои, так что полное время пробега оказывается минимальным.

К сожалению, последняя модель построена в предположении, что все границы слоев плоские и горизонтальные, тогда как в реальной среде могут встречаться весьма различные ситуации. Поэтому более реалистичная модель должна допускать наличие наклонных границ, как показано на рис. 3.9. Мы видим, что в последнем случае точки отражения уже не лежат в плоскости средних точек, т. е. предположение о средней точке не выполняется. Вместе с тем на практике расстояние между источником и приемником обычно мало по сравнению с глубинами исследуемых отражающих границ. При этом незначительным будет и удаление точек отражения от плоскости средних точек, так что по крайней мере в районах с небольшими наклонами границ времена пробега волн будут близки к рассчитанным для горизонтально-слоистой модели среды. Хотя в районах со сложной геологией всегда следует учитывать неадекватность предположения о

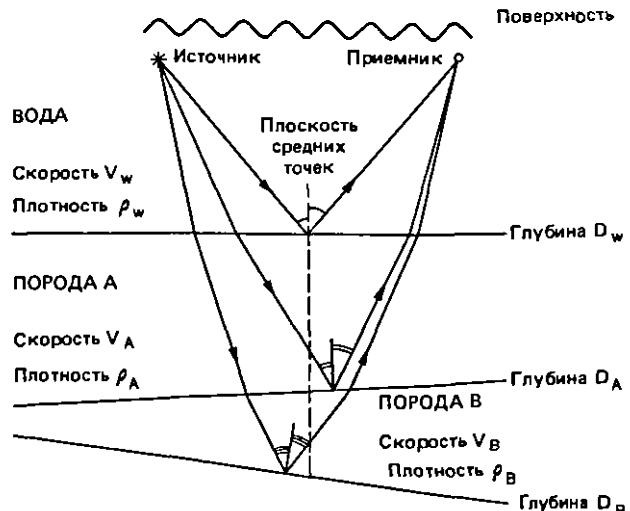


Рис. 3.9. Аналог рис. 3.8, но с учетом наклона границ.

средней точке, идея плоскости средних точек позволяет применить метод многократных перекрытий, дающий возможность повысить качество данных и степень подавления помех, а также оценить скорость распространения волн в среде.

### 3.3.2. Многократные перекрытия и метод общих средних точек (ОСТ)

Сейсмическую съемку можно проводить, перемещая единственную пару источник – приемник и провода регистрации, например, через каждые 25 м. Такой способ дает так называемое однократное (или 100%-ное) перекрытие. Его можно реализовать с помощью судна, буксирующего за собой одиночные источник и приемник, как показано на рис. 3.10. При возбуждении источника через каждые 25 м шаг средних точек, которым соответствуют точки отражений, также будет составлять 25 м.

Повышения качества данных (и экономичности работ!) за счет осреднения можно добиться, если буксировать за судном уже не один, а множество приемников, закрепленных на кабеле (приемной косе). При этом надо позаботиться о том, чтобы

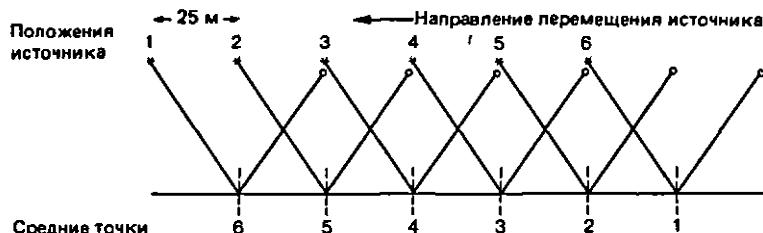


Рис. 3.10. Схема наблюдений при однократном (100%) перекрытии.

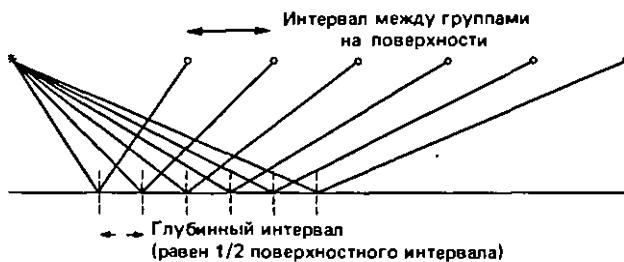


Рис. 3.11. Схематическое изображение шестиканальной приемной косы.

интервалы между точками возбуждения и между точками приема были связаны друг с другом регулярным образом. На практике группу приемников довольно значительной пространственной протяженности (до 100 м) объединяют в один канал, а расстояния измеряют до середины этой группы. В современной сейсморазведке используются приемные косы длиной от 300 до 4000 м, содержащие от 12 до 1000 каналов. На рис. 3.11 схематически показана шестиканальная приемная коса.

Как ясно из геометрических соображений, шаг средних точек в случае единственного источника и многоканальной приемной косы не может быть больше половины расстояния между соседними

приемными группами. В зависимости от интервала между пунктами возбуждения шаг средних точек может быть (и чаще всего бывает) равен половине расстояния между группами приемников или (иногда) какой-нибудь его простой доле. При этом одной общей средней точке (ОСТ) соответствует несколько трасс, полученных при разных возбуждениях.

Часто полезно бывает построить диаграмму, на которой изображаются средние точки для каждой пары источник–приемник, относящиеся ко всем пунктам возбуждения на профиле. Эта так называемая диаграмма суммирования<sup>\*)</sup> изображена на рис. 3.12 для случая шестиканальной косы с шагом 25 м между приемными группами и 12,5 м между пунктами возбуждения. Мы видим, что при данной геометрии наблюдений в каждую среднюю точку попадает по одной трассе от шести последовательных возбуждений, т. е. кратность перекрытий равна шести (или 600%). Это справедливо в отношении всех ОСТ, за исключением следующих случаев:

1. В самом начале профиля кратность перекрытий постепенно растет, а в самом конце падает. Эти участки называются зонами неполной кратности.

2. Неполная кратность будет возникать также при пропуске пункта возбуждения или исключения его уже после регистрации по причине плохого

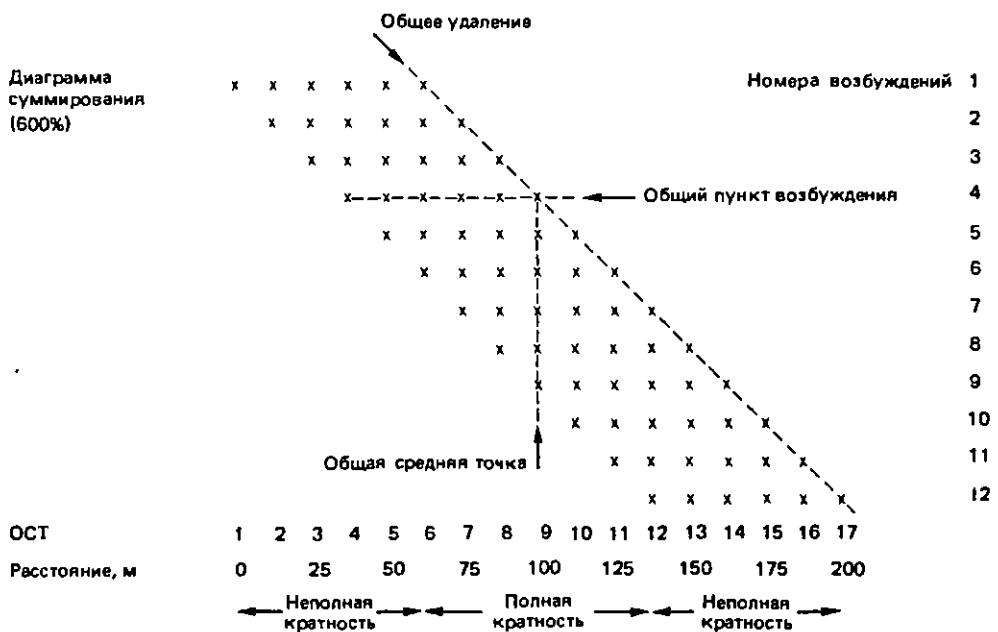


Рис. 3.12. Диаграмма суммирования для случая шестиканальной приемной косы с шагом приемных групп 25 м и интервалом между пунктами возбуждения 12,5 м.

<sup>\*)</sup> Аналогичные диаграммы советские геофизики привыкли строить в несколько иной форме на так называемой обобщенной плоскости (см., например, Гурвич И. И., Боганик Г. Н. Сейсмическая разведка.–М.: Недра, 1980).–*Прим. перев.*

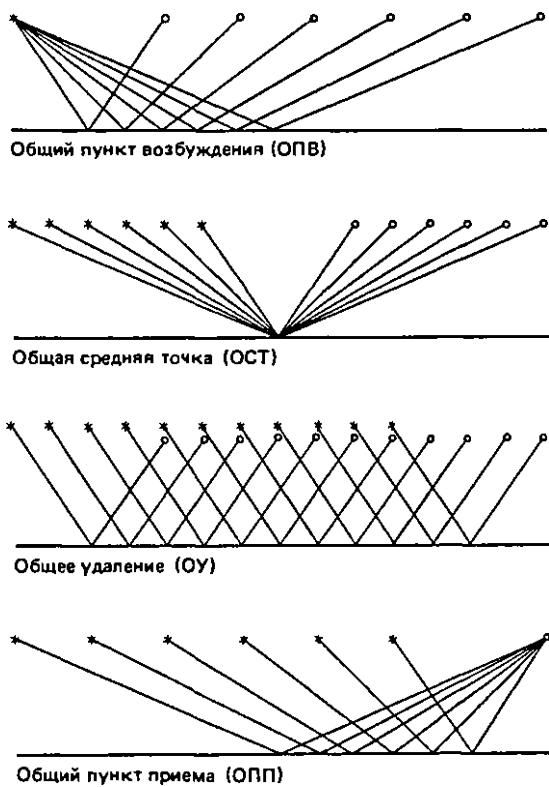


Рис. 3.13 Выборки трасс с различными типами общей координаты.

качества. Кратность перекрытий в этом случае уменьшится на единицу на участке, включающем 6 ОСТ.

3. На раних этапах обработки сейсморазведочной информации из соображений экономии нередко выполняются какие-либо процедуры сжатия данных. Две из них наиболее популярны. Это *суммирование трасс одинаковых удалений*, соответствующих соседним возбуждениям, и *суммирование соседних трасс, полученных при одном возбуждении*. В обоих случаях количество трасс вдвое уменьшается. Изменение кратности перекрытий зависит от того, какой способ суммирования был использован.

Диаграмма суммирования помогает геофизику правильно определить, какие трассы из различных пунктов возбуждения имеют общую среднюю точку и могут, следовательно, осредняться или накапливаться. Во многих обрабатывающих системах предусмотрена возможность автоматического построения диаграммы суммирования или до, или во время пересортировки трасс из сейсмограмм общего пункта возбуждения (ОПВ) в сейсмограммы ОСТ. Заметим, что все трассы в сейсмограмме ОСТ соответствуют различным удалениям приемника от

источника. Благодаря этому факту метод ОСТ обладает дополнительным важным качеством: используя математическую процедуру сравнения трасс, составляющих сейсмограмму ОСТ, можно оценить скоростную характеристику среды. Различные современные обрабатывающие процедуры могут оперировать с данными, сформированными по любому типу общей координаты из тех, что показаны на рис. 3.12 и 3.13.

Геофизик может в тонкостях освоить практическую обработку лишь в том случае, если он хорошо представляет себе особенности и свойства различных систем наблюдений. Собранные в конце книги упражнения призваны помочь читателю в данном вопросе.

### 3.3.3. Природа сейсмических трасс

#### 3.3.3.1. Еще раз о сверточной модели трассы

До сих пор мы рассматривали геометрию сейсмических наблюдений, не интересуясь природой сигнала, регистрируемого сейсмоприемником. Переходя здесь к исследованию этого вопроса, мы должны вернуться к введенной в гл. 2 сверточной модели, чтобы исследовать ее более подробно с геофизической точки зрения.

На рис. 3.14 показан фрагмент некоторой идеализированной сейсмической записи, который представляет собой график зависимости интенсивности отражений от их двойного времени пробега (т. е. времени распространения сейсмического импульса от источника до границы и обратно к приемнику). Такая запись называется *сейсмической трассой* – термин, введенный еще во времена аналоговой регистрации, когда запись представляла собой след (т. е. трассу) от пера, оставленный им на вращающемся барабане. Трасса на рис. 3.14 указывает на существование трех границ, на которых меняется акустическая жесткость. Одна из этих границ име-

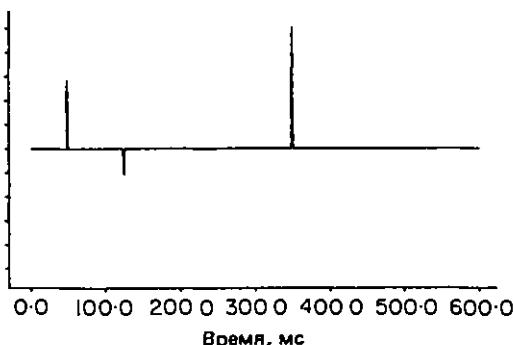


Рис. 3.14. Модельная последовательность коэффициентов отражения.

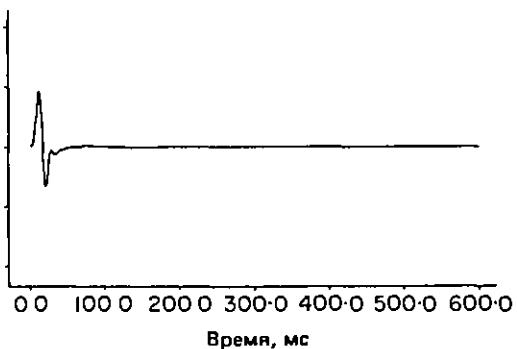


Рис. 3.15. Идеализированный сейсмический импульс.

ет отрицательный коэффициент отражения, который соответствует уменьшению акустической жесткости при переходе через границу. Поскольку в районах, которыми интересуются сейсморазведчики, плотность обычно меняется медленно, такой отрицательный переход, как правило, свидетельствует об уменьшении скорости распространения звуковых волн. Времена прихода отражений от некоторой границы будут меняться от трассы к трассе в соответствии с изменением средней скорости до этой границы, ее глубины и удаления приемника от источника. Как следует из описанной в гл. 2 сверточной модели, последовательность коэффициентов отражения определяет времена прихода и относительные амплитуды отраженных сейсмических импульсов. Типичная форма простого сейсмического импульса показана на рис. 3.15.

К сожалению, на практике сейсмическая трасса наряду с сигнальной содержит также мешающие компоненты, а именно:

- многократные отражения;
- регулярные помехи;
- нерегулярный (случайный) шум.

Рассмотрим эти компоненты по порядку.

#### a) Многократные отражения

Помимо простого пути, которым отражение может прийти к приемнику, возможны и более сложные лучевые траектории (рис. 3.16). Все волны, которые при своем распространении испытывают более одного отражения, называются многократными (или просто кратными). Траектории распространения всех волн, кроме отраженных от очень мелких границ, допустимо считать вертикальными. Тогда дополнительное расстояние, которое проходят вдоль этих траекторий кратные волны, будет соответствовать постоянной временной задержке, не зависящей от удаления приемника от источника.

Два типа отражений, которые показаны на рис. 3.16 вверху, рассматривают обычно отдельно от других типов кратных волн. Их отличают малая

временная задержка и высокий коэффициент отражения верхней границы (т.е. поверхности воды), который равен примерно – 1. Такие волны-спутники уже рассматривались кратко в гл. 2. Отражения-спутники порождают высокоамплитудный импульс отрицательной полярности, который следует за основным с такой малой временной задержкой, что интерферирует с ним и приводит к образованию одного модифицированного импульса. На практике, конечно, необходимо учитывать оба спутника, возникающих в пункте возбуждения и в пункте приема. При типичных для морских сейсмических наблюдений значениях глубины источника 7,5 м и глубины приемной косы 9 м модифицированный импульс будет представлять собой свертку исходного сигнала с функцией, изображенной на рис. 3.17. В качестве значения коэффициента отражения мы взяли в данном случае число – 0,9, чтобы учсть такие факторы, как незеркальность водной поверхности и ее неупругость, которая проявляется при возбуждении колебаний мощными источниками. Модифицированный сейсмический импульс показан на рис. 3.18. Мы видим, что он имеет весьма отдаленное сходство с исходным, изображенным на

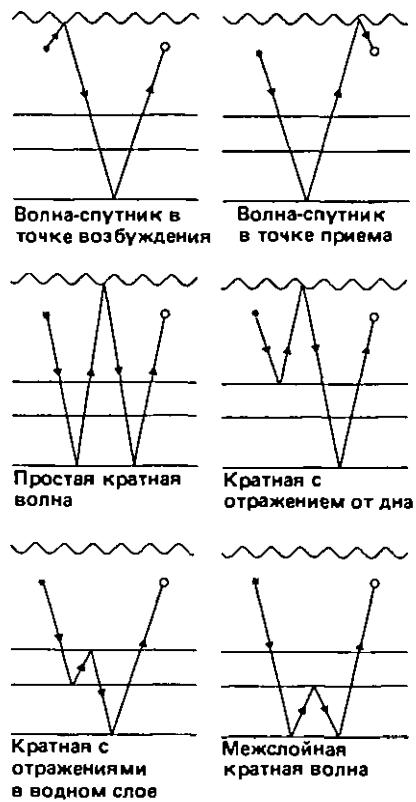


Рис. 3.16. Лучевые траектории, поясняющие схему образования основных типов кратных волн.

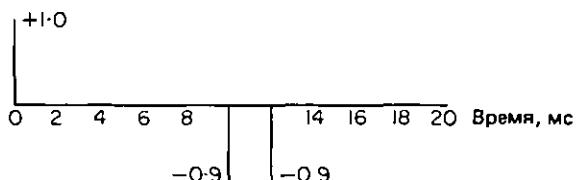


Рис. 3.17. Характеристика однократного отражения с наложением волн-спутников в пунктах возбуждения и приема.

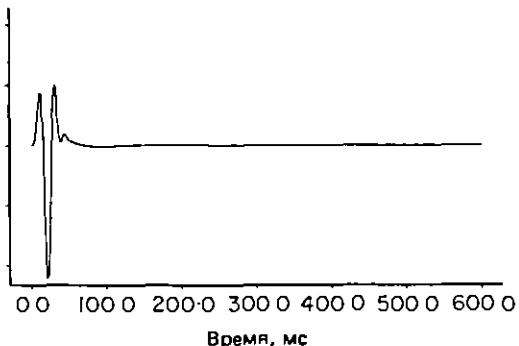


Рис. 3.18. Модифицированный импульс с учетом наложения волн-спутников в пунктах возбуждения и приема. Этот импульс представляет собой свертку характеристик, изображенных на рис. 3.15 и 3.17.

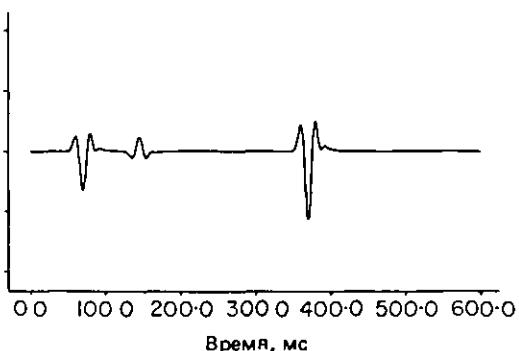


Рис. 3.19. Синтетическая трасса однократных отражений в полосе частот. Трасса образована сверткой импульса, показанного на рис. 3.18, с последовательностью коэффициентов отражения, представленной на рис. 3.14.

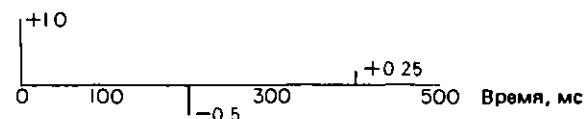


Рис. 3.20. Импульсная трасса кратных отражений от дна.

рис. 3.15. Свертка этого модифицированного импульса с представленной на рис. 3.14 исходной последовательностью коэффициентов отражения (импульсной трассой) дает в результате трассу однократных отражений (рис. 3.19).

Другие показанные на рис. 3.16 сложные лучевые траектории поясняют схему образования дополнительных отражений модифицированного импульса с временными задержками, зависящими от глубины границы и мощности кратнообразующего слоя. Задержки меняются в диапазоне от очень коротких (в случае кратных отражений от дна на мелководье) до очень длинных (в случае простых кратных отражений от глубоких границ). Существование кратных волн часто создает серьезные проблемы при обработке данных. Методы их подавления мы рассмотрим ниже. Здесь же отметим только два свойства кратных волн, на которых эти методы основаны:

1. Средняя скорость кратных отражений обычно меньше, чем однократных, регистрируемых на тех же временах (секция по скоростям).

2. Временные задержки кратных волн обычно можно предсказать на основе анализа сейсмической записи, что позволяет использовать для их подавления процедуры деконволюции.

Кратные отражения можно включить в модель сейсмической трассы, описав их сверткой с последовательностью коэффициентов отражения (импульсной трассой) кратных волн. Такая импульсная трасса, генерирующая два кратных отражения от дна, показана на рис. 3.20. При ее расчете использованы значения мощности водного слоя 150 м и коэффициента отражения дна -0,5. Результирующая трасса, включающая помимо однократных волн кратные отражения от дна, показана на рис. 3.21.

#### б) Регулярные помехи

К регулярным обычно относят следующие виды помех:

*Прямые волны* – волны, распространяющиеся в воде непосредственно от источника к приемной группе.

*Преломленные волны* – волны, падающие на границу под критическим углом, преломляющиеся на ней и распространяющиеся вдоль границы до момента их рассеяния в обратном направлении к приемной группе.

*Дифрагированные волны* – волны, рассеиваемые во всех направлениях точечным дифрагирующими объектом, расположенным не обязательно в вертикальной плоскости, проходящей через профиль. Главный источник таких волн – донные неоднородности (например, затонувшие суда).

*Вибрационные помехи* – помехи, производимые буксирующим тросом и буем на конце приемной косы

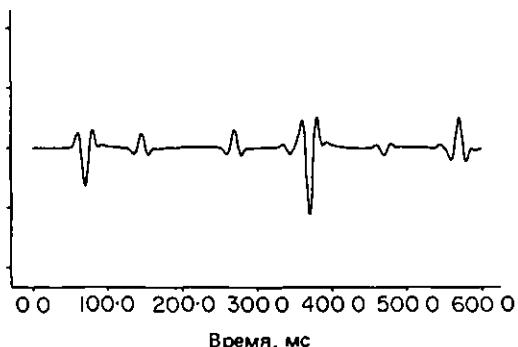


Рис. 3.21. Синтетическая трасса, включающая однократные волны и кратные отражения от дна.

при волнении на поверхности моря, а также помехи от самого судна, включая вызванные источником.

*Внешние помехи* – помехи, производимые другими судами, в частности сейсморазведочными. Такие помехи могут создавать серьезные трудности даже при удалении судов на 100 км.

Общим свойством помех рассматриваемого типа является заметная корреляция их энергии вдоль прямых (осей синфазности), пересекающих трассы сейсмограммы ОПВ (см., например, [50]). Благодаря этому свойству создается возможность подавления регулярных помех двумерными фильтрами. Форма импульса регулярной помехи, даже генерируемой источником, обычно отличается от формы отраженного импульса, что обусловлено свойствами направленности горизонтально расположенной приемной расстановки. Вступление энергии регулярной помехи на отдельной трассе поэтому предсказуемо, а сама эта энергия не обязательно локализуется в виде импульса расположенной приемной расстановки.

#### в) Нерегулярный (случайный) шум

По определению, нерегулярный шум не коррелируется от трассы к трассе. Знание механизма возникновения такого шума не позволяет предсказать его конкретную амплитуду. Часто, однако, можно получить информацию о его статистических свойствах. Статистический анализ данных позволяет оценить среднеквадратичный уровень и спектральные характеристики шума. Эти параметры могут зависеть от положения точек возбуждения и приема, а также от двойного времени пробега.

Перечислим наиболее распространенные источники нерегулярных шумов:

*Аппаратура* – тепловое движение электронов в электрических цепях регистрирующей аппаратуры, наводки.

*Механизмы* – компрессоры и другие тяжелые механизмы на борту сейсморазведочного судна.

*Силовые линии* – наводки частотой обычно 50 или 60 Гц от судовых или заглубленных силовых линий.

*Приемная коса* – движение косы в воде, волновое движение, утечки.

Достижения в проектировании сейсморазведочных судов, аппаратуры и приемных кос уменьшают влияние упомянутых выше источников шумов. В результате стала обычной ситуация, когда помехи, генерируемые очень мощными сейсмическими источниками, доминируют на фоне шума. Отношение сигнал/помеха для глубинных отражений, получаемое при использовании больших групп источников, часто оказывается обескураживающе низким. Это, как показано в [50, 60], можно объяснить усиливением генерируемых источниками помех. Методы подавления нерегулярного шума основаны на процедурах осреднения и частотной фильтрации, которые будут рассмотрены позднее.

Простая, удовлетворяющая сверточной модели сейсмическая трасса с кратными отражениями и случайному шумом выглядит примерно так, как показано на рис. 3.22.

#### 3.3.3.2. Затухание амплитуд

На сейсмических трассах после демультиплексации и восстановления усиления можно наблюдать весьма заметное уменьшение амплитуды со временем. Такие трассы, представленные в так называемых амплитудах сейсмоприемника, отражают различные эффекты затухания, действующие на сейсмический импульс при его распространении в среде.

Диапазон амплитуд записи имеет порядок 1:10 000 или 1:100 000, что составляет соответственно 80 или 100 дБ (см. гл. 2). По этой причине при проектировании регистрирующей аппаратуры закладывается ограничение на уровень аппаратурных шумов, который должен быть слабее максимального уровня сигнала не менее чем на 80 или 100 дБ. Соблюдение этого ограничения прове-

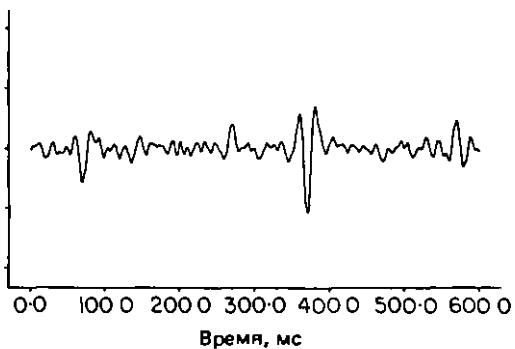


Рис. 3.22. Синтетическая трасса, включающая однократные волны, кратные отражения от дна и аддитивный шум.

ряется при периодическом тестировании аппаратуры.

Механизм затухания обусловлен действием разных факторов. Обычно считается, что главными из них являются следующие: а) геометрическое расхождение в соответствии с законом обратных квадратов; б) потери на прохождение границ; в) поглощение при неупругом распространении воли; г) рассеяние на локальных неоднородностях.

#### a) Геометрическое расхождение

Рассмотрим среду с постоянной скоростью, в которой, следовательно, лучевые траектории прямолинейны, а энергия, переносимая волнами через поверхность единичной площади на расстоянии  $r$  от источника, пропорциональна  $r^{-2}$ . Тогда амплитуда продольной волны будет пропорциональна  $r^{-1}$  и для компенсации сферического расхождения можно использовать масштабный множитель  $G(t)$ , пропорциональный  $r$ , т. е.

$$G(t) \sim r \sim Vt.$$

Как показано в [64], если рассматривается случай слоистой среды с переменной скоростью и с учетом преломления, в качестве  $V$  должна использоваться среднеквадратичная скорость  $V_{\text{ср}}$ , причем в формуле появляется дополнительный множитель  $V_{\text{ср}}$ , т. е.

$$G(t) \sim V_{\text{ср}}^2(t) \cdot t.$$

Коэффициент пропорциональности произведен и может быть выбран исходя из некоторого опорного уровня, например

$$G(t) = \frac{V_{\text{ср}}^2(t) \cdot t}{V_{\text{ср}}^2(t_0) \cdot t_0}. \quad (3.3.1)$$

Явление расхождения иллюстрируется рис. 3.23.

#### б) Потери энергии при прохождении границ

Энергия распространяющейся в среде волны ослабляется при частичном отражении на границах, соответствующих, как мы уже знаем, перепадам

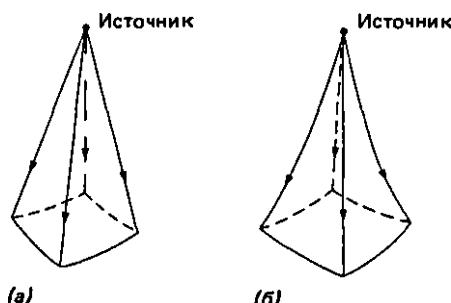


Рис. 3.23. Иллюстрация геометрического расхождения в среде с постоянной скоростью (а) и в слоистой среде с переменной скоростью (б).

акустической жесткости. Степень ослабления энергии зависит от геологии района исследований, а механизм этого ослабления трудно поддается моделированию даже при наличии данных каротажа скважин. В условиях периодического чередования слоев с перепадами акустической жесткости потери могут быть большими, в то время как мощные выдержаные слои, характеризующиеся постепенным увеличением скорости с глубиной, влияют на затухание меньше.

В условиях существенно тонкослоистого разреза потери энергии на прохождение могут оказаться меньше ожидаемых. Дело в том, что возникающие в тонких слоях кратные волны с малыми запаздываниями до некоторой степени компенсируют затухание амплитуды, но искажают форму импульса.

#### в) Поглощениe

В процессе распространения в среде сейсмического импульса его кинетическая энергия при неупругом смещении частиц породы переходит в тепловую. Степень проявления этого механизма также определяется геологическим строением района. Среды с грубой крупнозернистой структурой поглощают энергию сильнее, чем среды с плотной упаковкой частиц.

Поглощениe сильно зависит от частоты. Как мы знаем из опыта, при распространении звука в воздухе (вспомним, например, гром) высокие частоты ослабляются сильнее, чем низкие. Обычно предполагают, что за время каждого своего периода волна теряет постоянную (не зависящую от частоты) часть энергии. Это означает, что поглощениe экспоненциально связано с числом периодов, приходящихся на рассматриваемый интервал времени, т. е.

$$\frac{A(t)}{A(0)} = \exp\left(-\frac{\pi f t}{Q}\right), \quad (3.3.2)$$

где  $Q$  – параметр поглощениe, или добротность (термин, заимствованный из радиотехники). По определению, параметр  $Q$  равен отношению запасенной энергии к энергии, потерянной за один период. За время  $Q$  периодов амплитуда падает приблизительно до 4% от своего исходного значения. Значения  $Q$  обычно лежат в диапазоне от 50 до 300, причем низкие значения соответствуют сильно поглощающим породам. Вода имеет весьма высокое значение  $Q$  и, как уже упоминалось, очень хорошо проводит звук.

#### г) Рассеяние

Нарушения непрерывности в среде рассеивают энергию проходящей волны в непредсказуемых направлениях, что приводит к ослаблению ее амплитуды. Этот эффект зависит от геологии района и

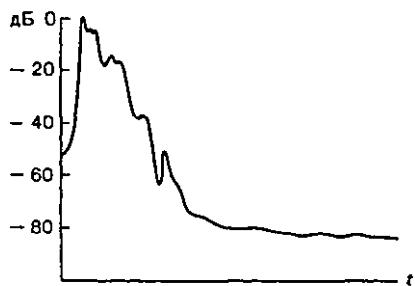


Рис. 3.24. Зависимость затухания амплитуд от двойного времени пробега, полученная при осреднении по близким к пункту возбуждения трассам, показанным на рис. 3.29.

начинает играть существенную роль в сильно трещиноватых зонах.

#### д) Изменение типа волны

При падении продольной волны на границу разделя слоев под углом, отличным от прямого, могут образоваться поперечные волны и волны других, более сложных типов (обменные). Большая доля энергии преобразуется в обменные волны при больших углах падения, когда значительная горизонтальная компонента смещения частиц среды приводит к генерации поперечных отраженных и преломленных волн. Поперечные волны не могут распространяться в воде, однако приемника могут достигать волны, которые часть своего пути в среде прошли как поперечные.

Все рассмотренные выше факторы вносят свой вклад в затухание амплитуды регистрируемого сигнала со временем. Уровень некоторых видов помех (например, гиперируемых приемной косой) со временем не меняется, тогда как другие помехи (например, дифрагированные волны от приповерхностных неоднородностей) затухают очень медленно. В результате после некоторого значения двойного времени пробега на трассах начинают доминировать помехи, уровень которых мало падает со временем. Именно такую картину мы видим на рис. 3.24, где приводятся результаты анализа затухания, полученные при осреднении амплитуд по близким к пунктам возбуждения трассам с профиля, зарегистрированного на мелководье по методике высокоразрешающей сейсморазведки.

#### 3.3.3.3. Коррекция затухания

Многие обрабатывающие процедуры основаны на оценивании статистических характеристик стационарных временных рядов. Таким образом, амплитудный уровень сейсмических записей требуется сделать всюду примерно одинаковым. Кроме того, при

контrole качества обработки необходимо приводить записи к динамическому диапазону, пригодному для их визуализации. Весьма разнообразные процедуры выравнивания амплитуд можно разделить на две категории.

##### а) Выравнивание, не зависящее от данных

Лишь очень немногие (если вообще такие найдутся) процедуры выравнивания действительно не зависят от данных. Здесь имеются в виду такие процедуры, в которых ко всем трассам применяется одна и та же масштабирующая кривая, полученная осреднением по большому массиву данных. Таким образом, масштабный множитель каждого конкретного отсчета не зависит ни от его собственного значения, ни от среднего значения соседних отсчетов.

Амплитудный уровень интервала записи обычно оценивается его средней абсолютной или среднеквадратичной амплитудой. На рис. 3.25 представлены эти две оценки средней амплитуды. Среднеквадратичная оценка более чувствительна к большим значениям отдельных отсчетов, что следует учитывать, когда на записи присутствуют интенсивные вступления отраженных волн или шумовые выбросы.

Чтобы провести амплитудный анализ отдельной трассы, можно рассчитать средние амплитуды в пределах смежных интервалов длиной обычно от 20 до 200 мс и проинтерполировать полученные значения в промежутках между точками определения (рис. 3.26). Для уменьшения промежутков интерполяции часто применяют перекрытие интервалов, причем иногда такое, что свой интервал строится для каждого отсчета. Оценку кривой затухания амплитуд для всего профиля (или разведуемой площади) получают осреднением отдельных результатов анализа по большому числу трасс.

Чтобы привести запись к желаемому амплитудному уровню, достаточно умножить значения ее отсчетов на масштабирующую кривую, обратно пропорциональную кривой, полученной в результате амплитудного анализа (рис. 3.27). Вместо чисто эмпирически определенной кривой можно использовать аналитическое выражение, которым эта

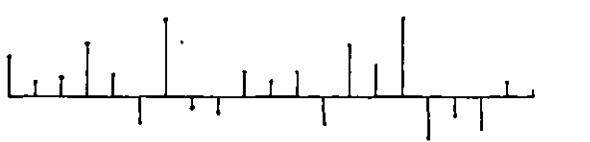


Рис. 3.25. Две оценки средней амплитуды:

$$A_{sa} = \frac{1}{N+1} \sum_{j=i-N/2}^{i+N/2} |a_j|, \quad A_{ex} = \sqrt{\frac{1}{N+1} \sum_{j=i-N/2}^{i+N/2} a_j^2}.$$

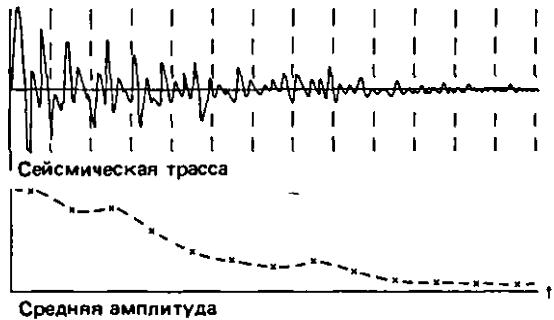


Рис. 3.26. Амплитудный анализ отдельной трассы с осреднением в ряде соседних окон и интерполяцией между точками определения средней амплитуды.

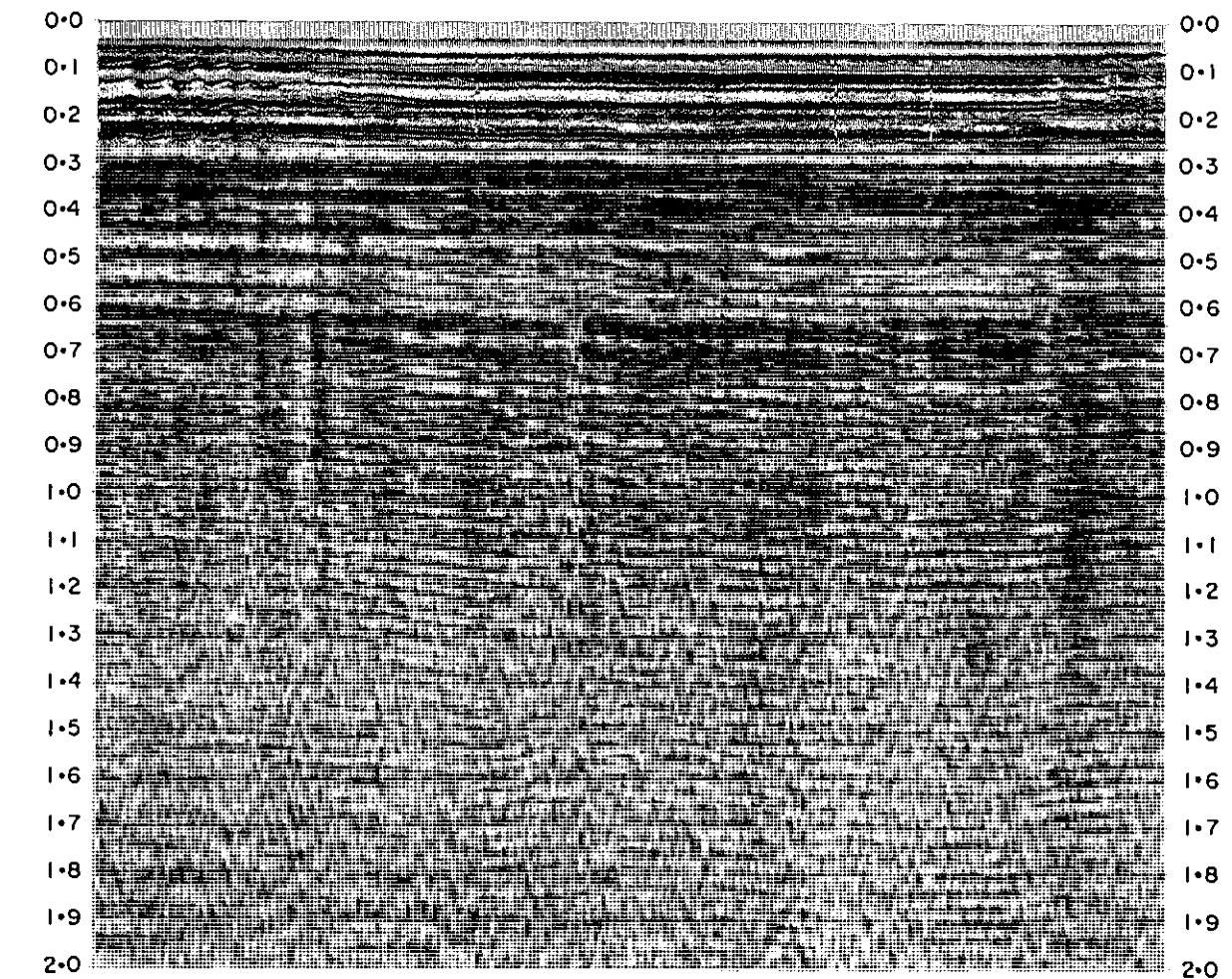
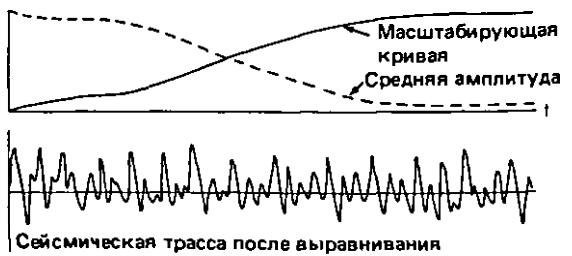


Рис. 3.28. Ближайшие к пунктам взрыва трассы, взятые из профиля, зарегистрированного по методике высокоразрешающей сейсморазведки. Проведена общая коррекция за амплитудное затухание.

коррекция за амплитудное затухание.

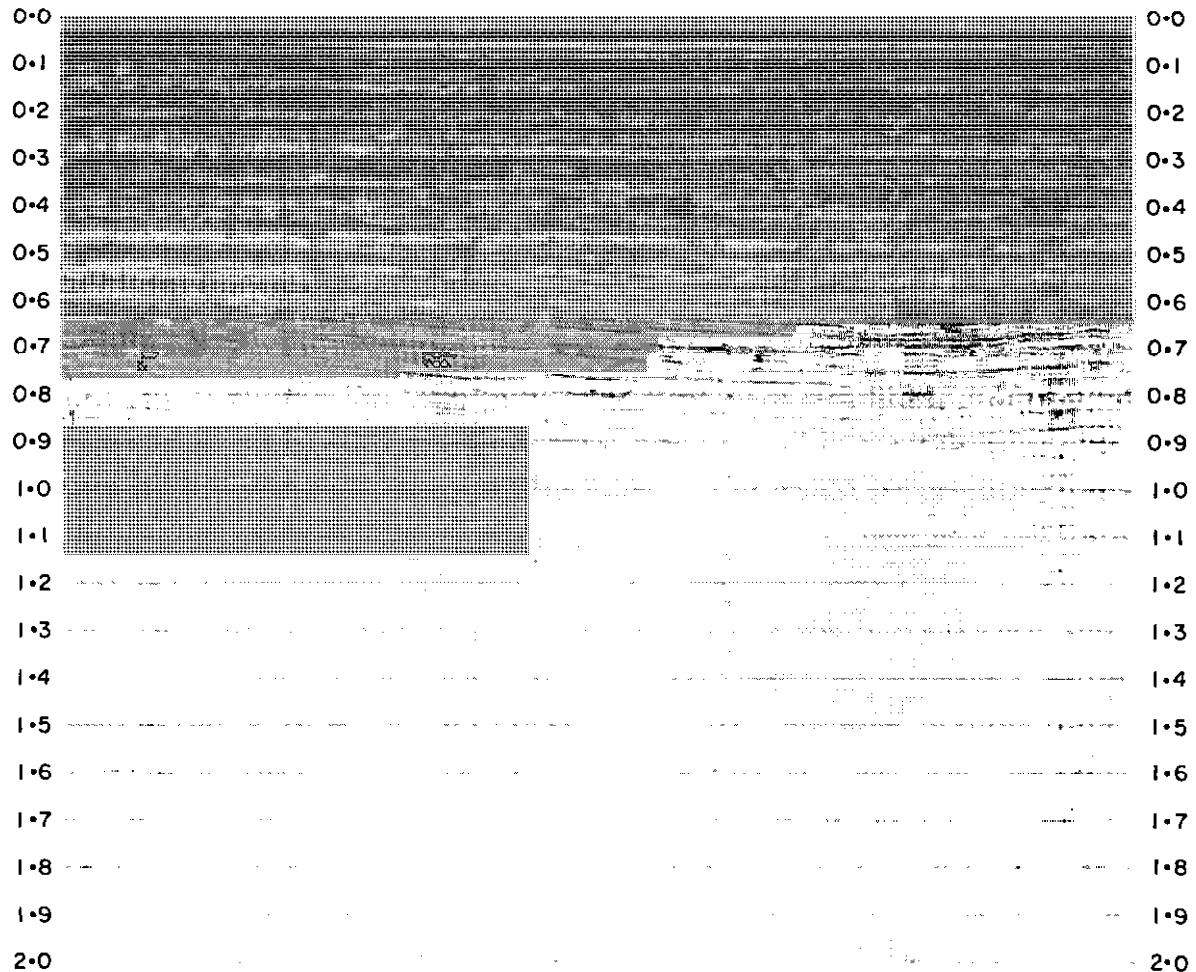


Рис. 3.29. Те же трассы, что на рис. 3.28, но без выравнивания амплитудного уровня.

кривая хорошо аппроксимируется. Один из возможных вариантов – использование экспоненциальных функций, которые на участках доминирования шума переходят в константу.

#### *б) Выравнивание, зависящее от данных*

В ситуации, когда вариации амплитудного уровня велики и непредсказуемы (как в случае интенсивной регулярной помехи или сложного строения верхней части разреза), выравнивание записи путем умножения на единую для профиля масштабирующую функцию может оказаться недостаточным. В этом случае целесообразно применять индивидуальные масштабирующие функции потрассно. Процедуры выравнивания амплитудного уровня, в которых каждый отсчет записи умножается на масштабный коэффициент, величина которого определяется зна-

чениями в окрестности (временном окне) данного отсчета, объединяют общим названием *автоматическая регулировка усиления* (АРУ). Роль параметра, определяющего степень (или, как говорят, жесткость) выравнивания, обычно играет ширина окна, хотя эффект выравнивания можно уменьшать и другими средствами, например вводя обратную связь.

Процедуры выравнивания, зависящие от данных, используют преимущественно на заключительной стадии обработки, поскольку они приводят к нивелированию важных для стратиграфической интерпретации горизонтальных аномалий амплитуд и некоторому снижению отношения сигнал/помеха. На рис. 3.28–3.30 представлены ближайшие к пунктам возбуждения трассы с общей коррекцией затухания, без выравнивания и с АРУ в окне 400 мс соответственно. Этот набор данных будет постоянно использоваться здесь для иллюстрации различных стандартных процедур обработки.

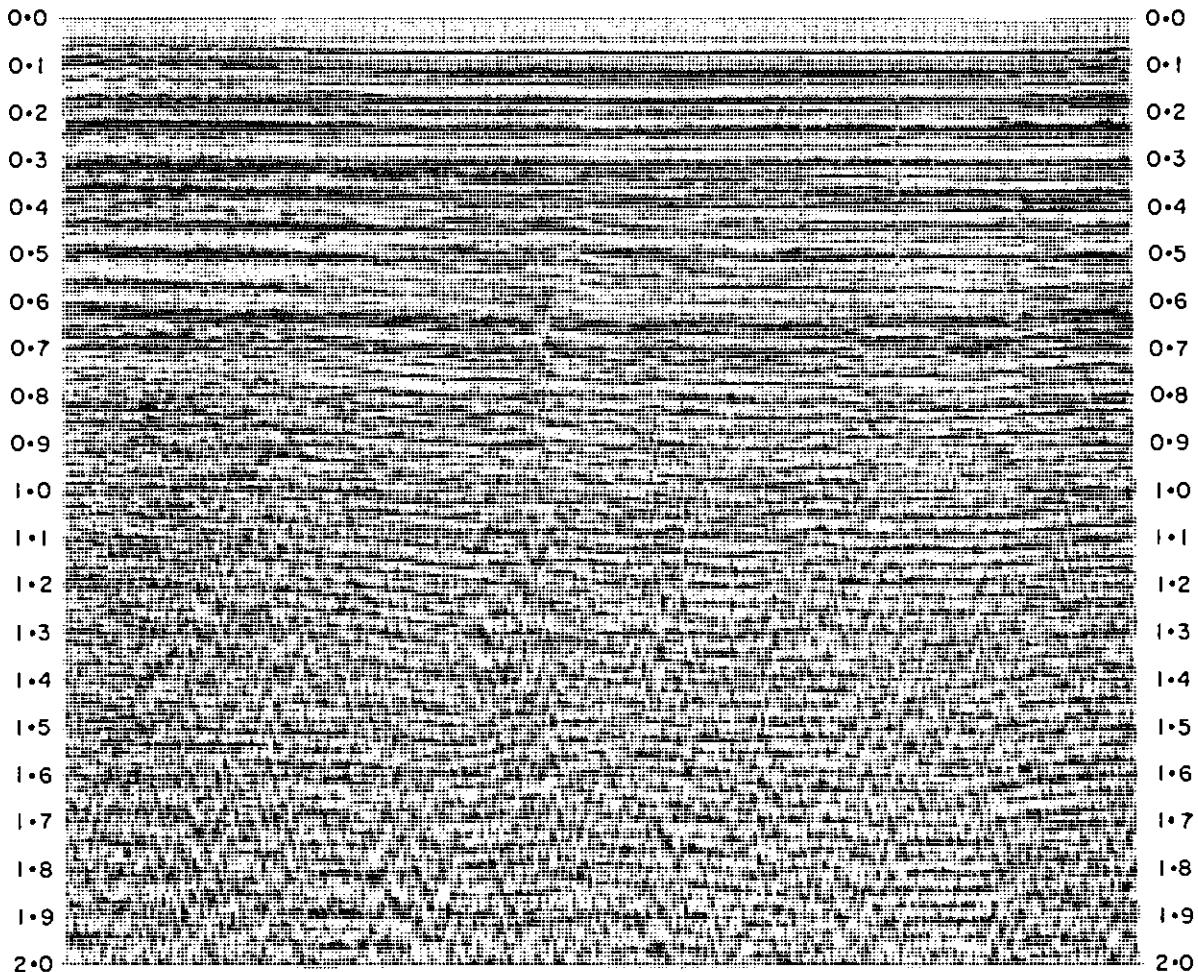


Рис. 3.30. Те же трассы, что на рис. 3.28, но после АРУ в окне 400 мс.

### 3.3.4. Годографы волн на сейсмограмме ОПВ

Набор трасс, зарегистрированных при однократном возбуждении, называется *сейсмограммой общего пункта возбуждения* (ОПВ). Трассы сейсмограммы ОПВ, как и любые сейсмические трассы, визуализируют обычно, располагая их рядом так, чтобы ось двойного времени пробега была направлена вертикально вниз. По горизонтали трассы располагают в порядке следования пунктов приема, причем средние отклонения на отдельных трассах устанавливают такими, чтобы можно было распознавать оси синфазности, соответствующие вступлениям регулярных волн. Однако даже на сейсмограммах хорошего качества отдельные вступления могут быть

иеразличимы из-за сильной интерференции (см. рис. 3.36). В то же время, пользуясь знанием геометрии наблюдений и подобием геологических характеристик, многие вступления можно идентифицировать. Таким образом, знание того, какую форму могут иметь вступления различных волн на сейсмограмме ОПВ, оказывается очень важным.

#### a) Отраженные волны

Рассмотрим траектории распространения отраженных импульсов для случаев, когда источник и приемник совмещены и когда они находятся на расстоянии  $X$  друг от друга. Пусть отражающая граница плоская и горизонтальная, а среда выше этой границы однородная, т.е. характеризуется постоянной скоростью  $V$ . Простой анализ рис. 3.31 показывает, что дополнительное запаздывание  $\Delta T$  (кинематическая поправка) времени прихода отраженной волны к приемнику на удалении  $X$  по сравнению с временем прихода  $T_0$  к приемнику с

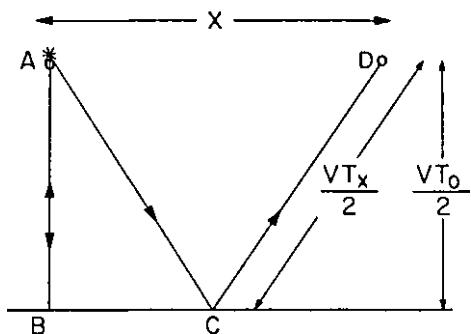


Рис. 3.31. К выводу соотношения для кинематической поправки.

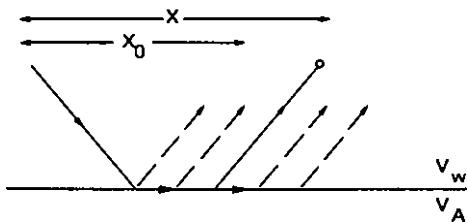


Рис. 3.34. Схема хода лучей для преломленной волны ( $V_w$  и  $V_A$  – скорости в водном и придонном слое соответственно).

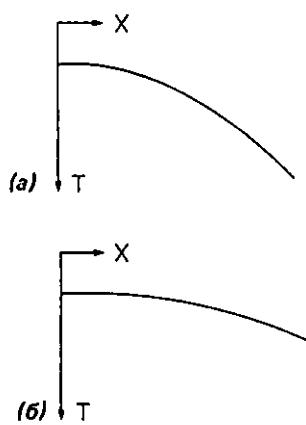


Рис. 3.32. Выполаживание годографа отраженной волны при увеличении времени и скорости. (а) Низкоскоростное и (или) мелкое отражение; (б) высокоскоростное и (или) глубокое отражение.

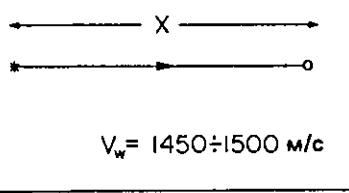
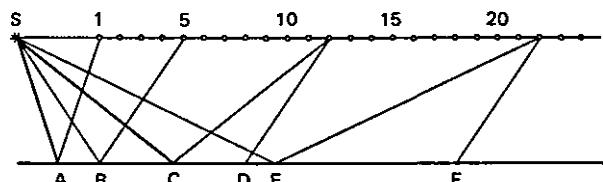


Рис. 3.33. Прямое вступление ( $V_w$  – скорость звука в воде).

#### Схема наблюдений



#### Сейсмограмма ОПВ

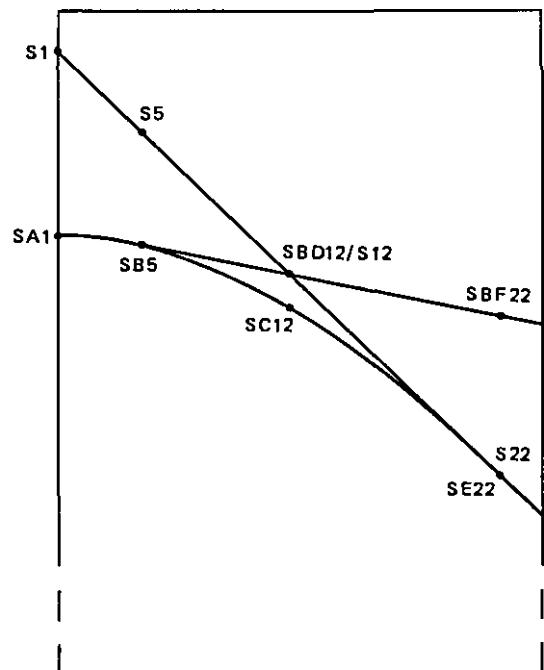


Рис. 3.35. Схематическое изображение годографов на ис-  
ализированной сейсмограмме ОПВ.

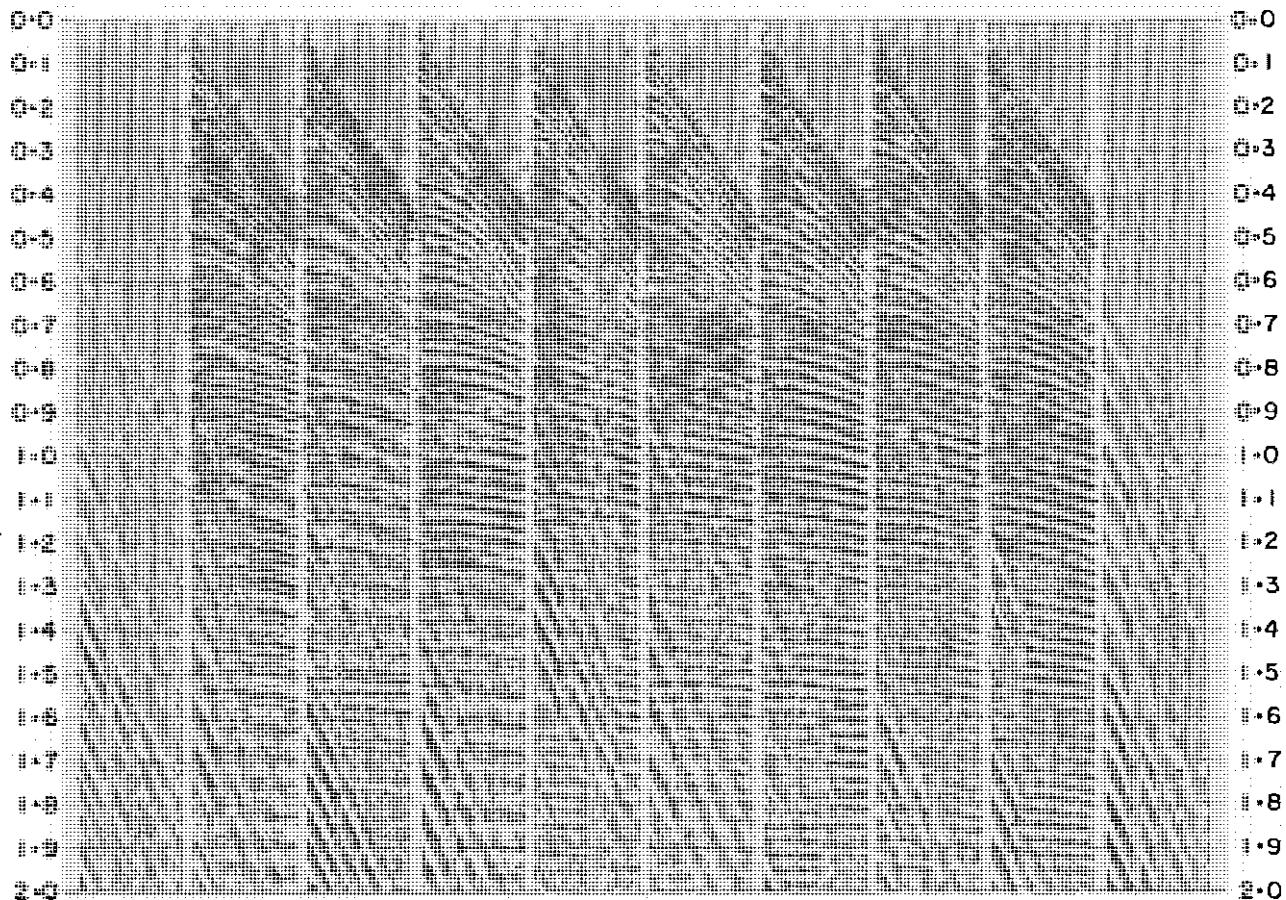


Рис. 3.36. Выборка сейсмограмм ОПВ из профиля, зарегистрированного по методике высокоразрешающей сейсморазведки. Проведена общая коррекция затухания амплитуд (как на рис. 3.28). Первая и последняя сейсмограммы содержат только помеху.

нулевым удалением составляет

$$\Delta T = \left( T_0^2 + \frac{X^2}{V^2} \right)^{1/2} - T_0. \quad (3.3.3)$$

Это соотношение играет очень важную роль в сейсморазведке методом отраженных волн и известно как формула кинематической поправки. Определенные по этой формуле временные сдвиги  $\Delta T$  вводятся в данные до этапа их осреднения в процедуре суммирования по ОСТ. Формула (3.3.3) используется также при оценивании скоростей.

Соотношение (3.3.3) представляет собой уравнение гиперболы в координатах  $\Delta T$ ,  $X$ . Таким образом, вступление (или годограф) отраженной волны будет иметь на сейсмограмме ОПВ гиперболическую форму. Конфигурация гиперболы зависит от значений  $T_0$  и  $V$ . Следует отметить, что при увели-

чении времени прихода волны и (или) при увеличении скорости форма гиперболы становится более пологой (рис. 3.32).

#### *б) Прямые вступления*

Эти вступления соответствуют энергии, распространяющейся непосредственно от источника к приемнику (рис. 3.33.). Таким образом, время прихода прямой волны будет линейно зависеть от удаления приемника:

$$T_x = \frac{X}{V_w}. \quad (3.3.4)$$

Форма зарегистрированного импульса обычно бывает более растянутой, чем у отраженной волны, поскольку в данном случае энергия распространяется вдоль оси приемной расстановки.

#### *в) Преломленные волны*

Когда угол падения луча на границу раздела достигает критического значения, угол отклонения преломленного луча становится равным  $90^\circ$  и волновая энергия распространяется параллельно гра-

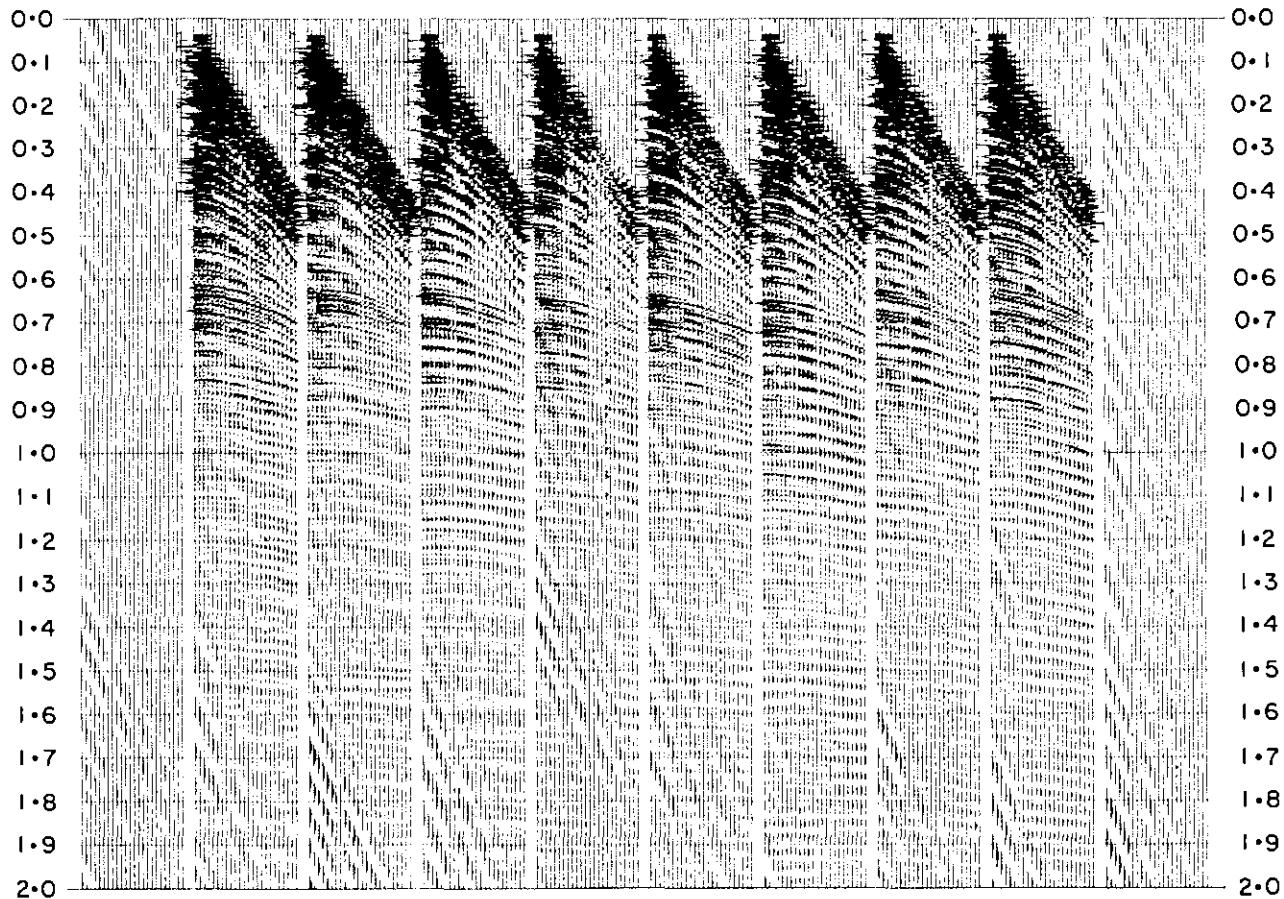


Рис. 3.37. Выборка сейсмограмм ОПВ без выравнивания амплитудного уровня (как на рис. 3.29).

нице чуть ниже нее (рис. 3.34). Эта волна преломляется в обратном направлении, пересекает границу и регистрируется во всех точках, удаленных от источника на расстояние, большее  $X_0$ . Задержка времени прихода импульса растет с удалением от источника линейно и зависит только от  $V_A$ .

Годографы рассмотренных волн схематично показаны на идеализированной морской сейсмограмме ОПВ (рис. 3.35). Рассмотрим вступления этих волн на трассах, соответствующих приемным группам с номерами 1, 5, 12 и 22 24-канальной приемной косы.

**Приемная группа 1.** Прямая волна на ближайшей к источнику группе обычно (хотя и не всегда) приходит первой. В соответствии с законом изменения кинематической поправки отражение от морского дна (лучевая траектория SA1) вступает на более позднем времени.

**Приемная группа 5.** Падающая волна подходит к морскому дну под критическим углом, так что в данной точке регистрируются и отраженная, и преломленная волны (траектория SB5).

**Приемная группа 12.** На этом удалении преломленная волна подходит к приемнику одновременно с прямой. Хотя путь распространения прямой волны (S12) короче, чем у преломленной (SBD12), дополнительное расстояние преломленная волна проходит в слое с более высокой, чем у воды, скоростью, так что времена прихода волн оказываются одинаковыми. На больших удалениях от источника преломленная волна будет регистрироваться первой.

**Приемная группа 22.** Прямая волна (траектория S22) и отраженная (SE22) приходят к приемной группе почти одновременно. Преломленная волна на дальних каналах достигает приемников первой.

На рис. 3.36–3.38 показаны сейсмограммы ОПВ, взятые с того же профиля, что и трассы ближних к пунктам возбуждения удалений на рис. 3.28–3.30. Заметим, что первая и последняя сейсмограммы на каждом рисунке содержат только помеху, т.е. записаны без возбуждения источника.

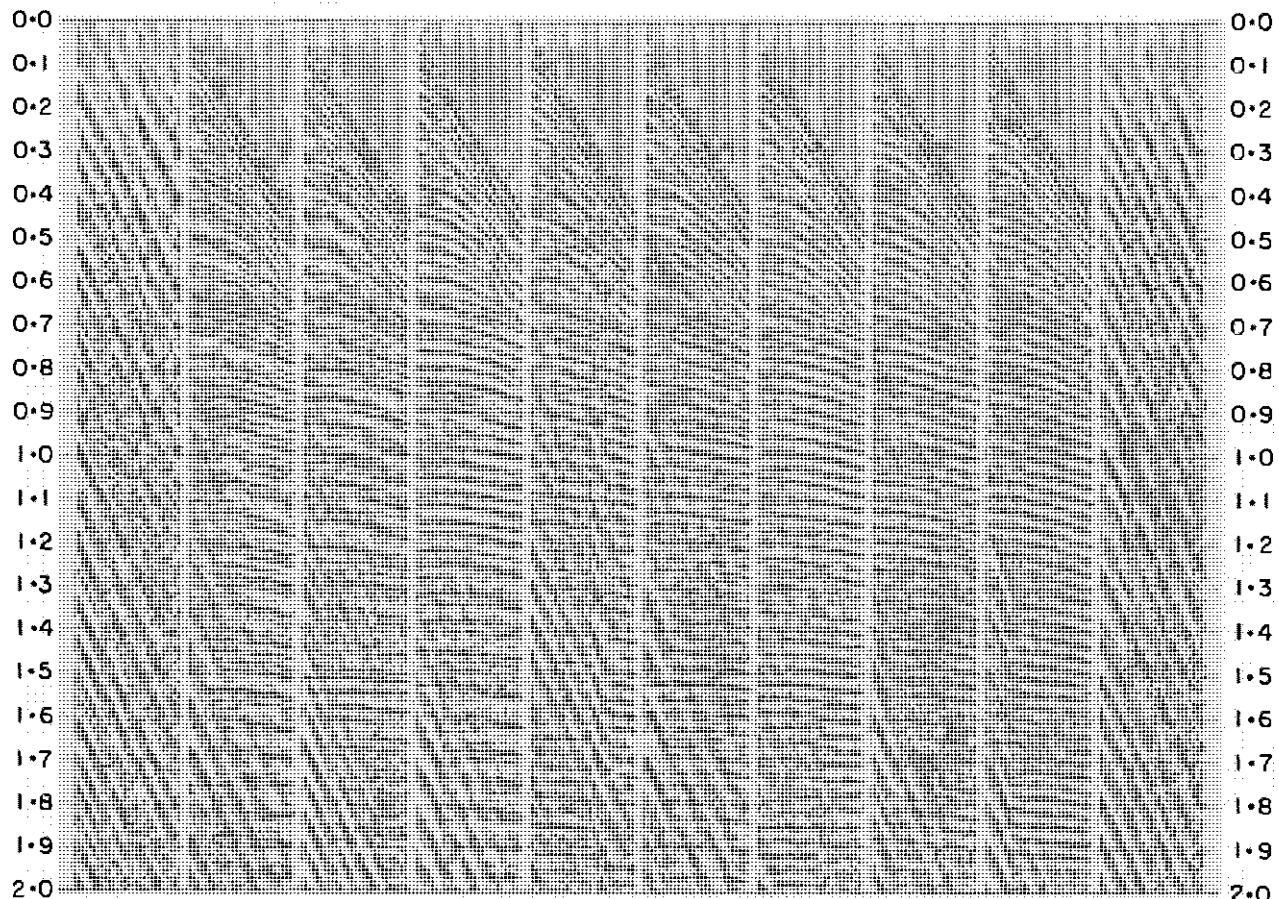


Рис. 3.38. Выборка сейсмограмм ОПВ после АРУ в окне 400 мс (как на рис. 3.30).

### 3.3.5. Суммирование по общим средним точкам

Геометрические характеристики приемной косы и интервалы между последовательными возбуждениями выбираются такими, чтобы многие различные пункты возбуждения и приема соответствовали одной и той же средней точке. Таким образом, спроектированная система наблюдений характеризуется существенной избыточностью, за счет которой можно улучшить оценку отраженного сигнала.

#### 3.3.5.1. Стандартное суммирование

Значение каждого отсчета на трассе сейсмограммы ОСТ можно рассматривать как оценку однократно-отраженного сигнала с конкретным двойным временем пробега на фоне случайного шума. Пользуясь имеющейся избыточной информацией, пог-

решность этой оценки можно уменьшить за счет статистического осреднения. Наиболее часто используемая оценка – это среднее значение.

После коррекции кинематических поправок средние значения вычисляются для каждого дискретного момента двойного времени пробега. Заметим, что при коррекции кинематических поправок трасса с нулевым удалением, т. е. соответствующая совмещенной паре источник–приемник, не изменяется. Если обозначить  $a_i(t)$  значения отсчетов  $i$ -й трассы, формула для отыскания среднего значения будет иметь вид

$$A(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i(t), \quad (3.3.5)$$

где  $N$  – кратность суммирования. Эта процедура иллюстрируется рис. 3.39. Согласно (3.3.5), полученная суммарная трасса нормируется за счет умножения на коэффициент  $1/N$ . В результате сигнал после суммирования будет иметь правильную амплитуду. Однако, если в исходной записи содержится шум, такая нормировка может оказаться неоптимальной.

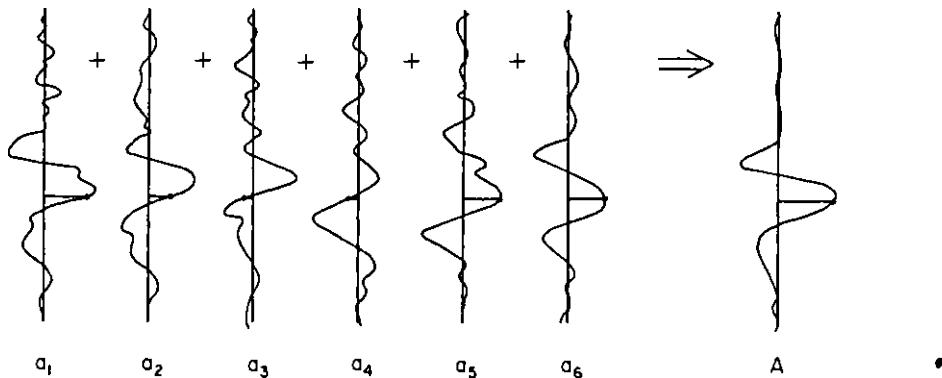


Рис. 3.39. Схема суммирования.

### 3.3.5.2. Улучшение отношения сигнал/шум

В качестве краткого вступления к другим способам нормировки рассмотрим улучшение отношения сигнал/помеха, которое достигается в результате суммирования. Как уже говорилось в гл. 2, если каждую трассу после коррекции кинематических поправок считать суммой одного и того же сигнала и гауссовского шума, выигрыш в отношении сигнал/шум за счет суммирования должен составить  $N^{1/2}$ .

Это максимально возможный выигрыш, достижимый при выполнении следующих условий:

1. Амплитудные уровни всех трасс в одинаковых временных интервалах должны быть равны.
2. Ни одна из трасс не должна содержать смещение (аддитивную постоянную).

### 3.3.5.3. Нормировка суммарной трассы

Как уже говорилось, при использовании нормирующего множителя  $1/N$  сигнал на трассе, полученной обычным суммированием значений отсчетов, будет иметь правильную амплитуду. Слово «правильная» используется здесь в том смысле, что амплитуда сигнала остается на том же уровне, что и на исходных трассах. Однако, если участки суммируемых трасс содержат только шум, его среднеквадратичная амплитуда в результате суммирования возрастет в

$$N^{1/2} \text{ раз}$$

и для сохранения прежнего амплитудного уровня потребуется применить нормирующий множитель

$$N^{-1/2}.$$

На практике для учета этого обстоятельства при-

меняют нормирующие множители вида

$$N^p,$$

где  $p$  лежит в интервале от  $-1$  до  $-0,5$ . Используются также и другие функции от  $N$ .

В некоторых случаях бывает желательно заменить (3.3.5) на взвешенную сумму

$$A(t) = \left( \sum_{i=1}^N w_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^N w_i a_i(t), \quad (3.3.6)$$

где  $w_i$  – вес (весовой множитель) для  $i$ -й трассы. Веса могут выбираться геофизиком или рассчитываться в соответствии с некоторыми усложненными моделями подавления помех.

### 3.3.5.4. Эффекты нормировки

На первый взгляд вопрос о том, какое выбрать значение нормирующего множителя, представляется неважным, поскольку кратность суммирования  $N$  вдоль любого морского профиля не меняется, а изменение амплитуд записей вследствие суммирования можно учесть, просто изменив уровень усиления при визуализации. Оказывается, однако, что  $N$  меняется по следующим причинам:

1. Пропущенные возбуждения. Всякий раз при пропуске возбуждения или обнулении трасс кратность суммирования в такой области профиля понижается. При тщательной регистрации данных с высокой кратностью перекрытий относительное уменьшение  $N$  обычно совсем незначительно, так что пространственные вариации амплитуд незаметны. Однако для данных с низкой кратностью и большим числом пропущенных возбуждений предотвратить появление пространственных вариаций амплитудного уровня вдоль профиля можно только при правильной нормировке.

2. Обнуление участков трасс. Обнуление начальных участков (или так называемый «мютиинг») трасс с большими удаленными от пункта возбуждения приводят к существенному сокращению кратности сум-

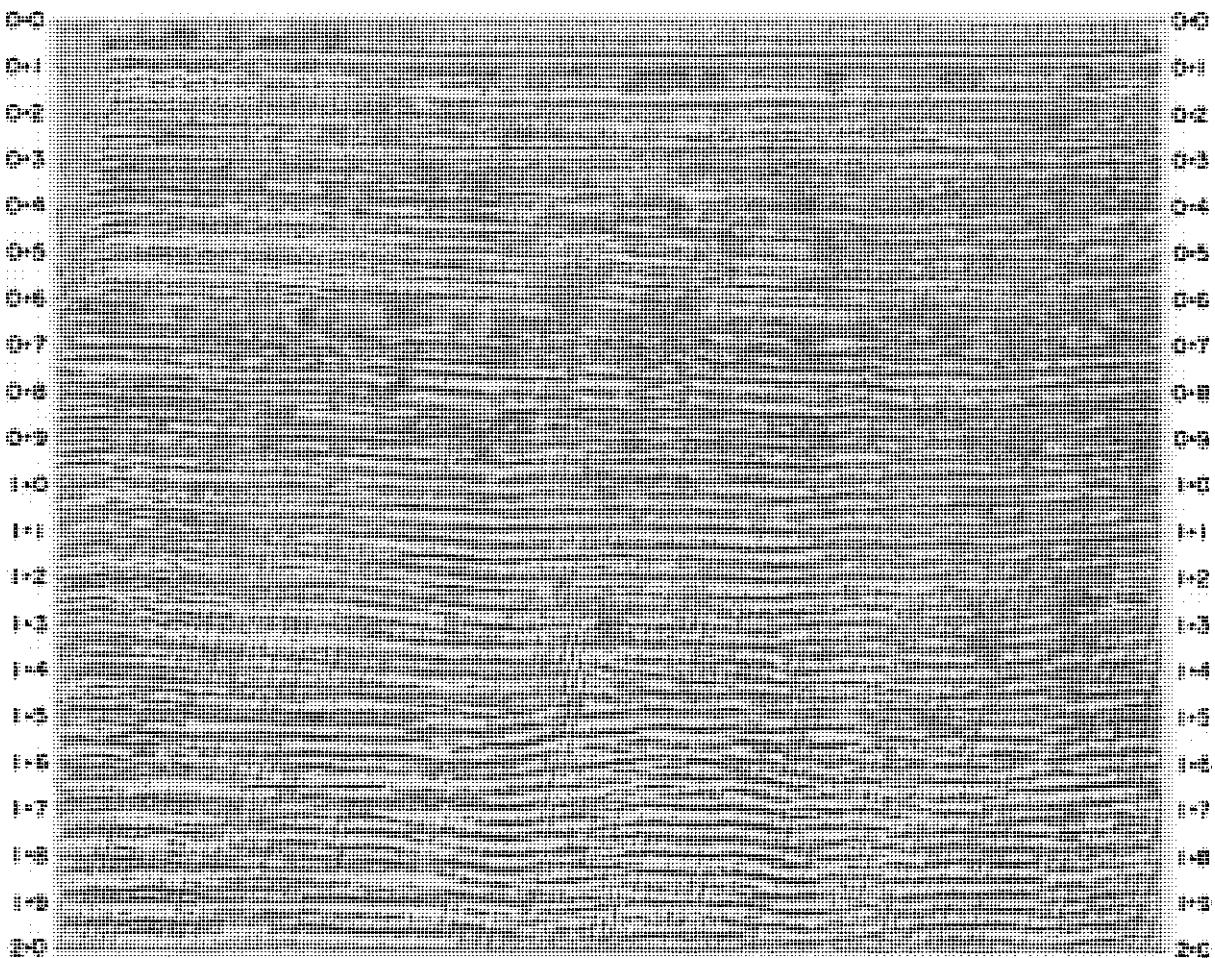


Рис. 3.40. Предварительный суммарный разрез по профилю, отработанному по методике высокоразрешающей сейсморазведки.

мирования (подробнее об этом см. в разд. 3.3.7.2). Чтобы предотвратить дополнительное затухание амплитуд, которое привносится процедурой суммирования таких трасс, требуется тщательная нормировка.

На практике использование нормирующего множителя, близкого к

$$N^{-1/2},$$

обеспечивает примерное равенство амплитудного уровня на малых и больших (при больших  $N$ ) временах.

Рассмотрим для примера нормирующие множители, используемые при суммировании 4 и 25 неп-

нулевых трасс. При нормировке  $1/N$  отношение нормирующих множителей составит  $1/25 : 1/4 = 0,16$ , а при нормировке  $1/\sqrt{N}$  это отношение будет равно  $1/5 : 1/2 = 0,4$ .

При стратиграфической интерпретации, когда необходимо иметь правильные значения амплитуд сигнала, следует использовать нормировку при  $p = -1$ .

Хотя среднее значение – самая распространенная статистическая оценка амплитуды сигнала в методе суммирования по ОСТ, иногда применяются также и другие оценки. Например, медиана и взвешенная сумма могут, как мы увидим позднее, оказаться более эффективными с точки зрения подавления кратных волн.

На рис. 3.40 представлен так называемый предварительный суммарный разрез, который позволяет геофизику-обработчику уточнить модель конкретного материала, с тем чтобы оптимизировать его обработку на последующих этапах.

### 3.3.6. Определение скорости, оптимальной для суммирования

#### 3.3.6.1. Типы скоростей

В качестве введения к этому разделу рассмотрим типы скоростей, с которыми чаще всего приходится иметь дело обработчику.

**Интервальная скорость**  $V_{\text{инт}}$ . Скорость перемещения фронта волны в однородном слое.

**Кинематическая скорость**  $V_{\text{кин}}$ . Скорость, которая фигурирует в формуле для кинематической поправки и определяется используемой моделью среды.

**Среднеквадратичная скорость**  $V_{\text{св}}$ . Корень из взвешенной суммы квадратов интервальных скоростей в слоях, где в качестве весов фигурируют временные мощности слоев (рис. 3.41). Обратное соотношение, выражающее интервальные скорости через среднеквадратичные, известно как *формула Дикса*.

Помимо перечисленных часто могут оказаться полезными следующие определения.

**Средняя скорость**  $V_{\text{ср}}$ . Это средняя скорость распространения импульса за время его пробега. С использованием тех же обозначений, что и на рис. 3.41, выражение для средней скорости записывается в виде

$$V_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n V_i t_i, \quad (3.3.7)$$

где

$$T = \sum_{i=1}^n t_i - \text{полное время пробега.}$$

Средняя скорость используется при переходе от временного масштаба к глубинному.

**Скорость суммирования**  $V_{\text{сум}}$ . Этот термин применяется для обозначения скоростной функции, при использовании которой для коррекции кинематич-

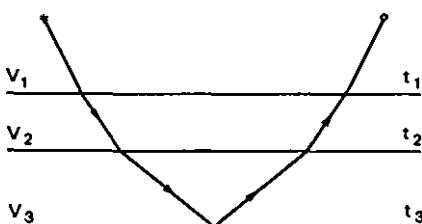


Рис. 3.41. Определение среднеквадратичной скорости  $V_{\text{св}}$ .

Случай трех слоев:  $V_{\text{св}} = \sqrt{\frac{v_1^2 t_1 + v_2^2 t_2 + v_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3}}$ ; случай  $n$

слоев:  $V_{\text{св}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n v_i^2 t_i / \sum_{i=1}^n t_i}$ .

ских поправок получают оптимальный суммарный разрез. Данное определение в значительной мере субъективно, не говоря уже о том, что на самом деле  $V_{\text{сум}}$  выбирается по результатам анализа скоростей суммирования. Например, довольно часто для области внутри соляного диапира, покрытого глинистыми сланцами, задают нереально завышенное значение скорости суммирования, с тем чтобы подавить образуемые в кровле тела кратные отражения, которые проявляются в области соли. Таким образом, значения  $V_{\text{сум}}$  можно иногда выбирать из чисто «косметических» соображений.

Пользуются также различными другими типами скоростей и некоторые из них, к сожалению, по ошибке путают. Однако нам пока будет достаточно приведенного выше списка.

Существуют два общих подхода к извлечению из сейсмических данных информации о скоростях:

1. Полагая плотность примерно известной, можно амплитуды отражений связать с перепадами скоростей на границах раздела слоев.

2. Выделение гиперболических осей синфазности отраженных волн на сейсмограммах ОСТ. Измеряя кривизну гиперболы, находят оценку кинематической скорости.

В общем случае амплитуды отражений дают информацию о локальных вариациях скорости, в то время как кинематические параметры годографов определяют ее интегральные изменения. В этом разделе мы рассмотрим только второй подход.

Формулу (3.3.3) кинематической поправки, полученную для одного слоя, довольно легко обобщить на случай многослойной среды. Во-первых, перепишем (3.3.3) в виде

$$T_x^2 = T_0^2 + \frac{X^2}{V^2}, \quad (3.3.8)$$

где  $V$  – интервальная скорость в единственном слое. Обобщение на многослойный случай иллюстрируется рис. 3.41 и сводится к замене  $V$  в соотношении (3.3.8) на  $V_{\text{св},T}$ , т. е.

$$T_x^2 = T_0^2 + \frac{X^2}{V_{\text{св}}^2}. \quad (3.3.9)$$

Выражение (3.3.9) приближение и справедливо при условии, что удаление  $X$  мало по сравнению с глубиной отражающей границы, которой соответствует время  $T_0$  при нулевом удалении. Записанное соотношение известно также как приближение для малых удалений.

Если теперь еще больше усложнить модель, допустив существование границ с произвольными наклонами, аналитическое решение становится очень сложным даже в приближении малых удалений, хотя, как показано в [40], такие решения обладают интересной и изящной структурой. Здесь,

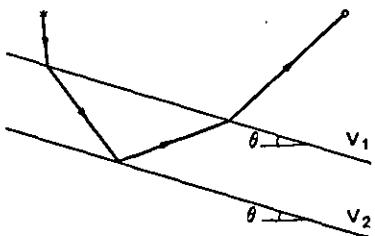


Рис. 3.42. Кинематическая скорость для случая согласно залегающих наклонных слоев определяется выражением (3.3.10).

однако, мы сошлемся только на решение для случая одной или нескольких параллельных наклонных границ (рис. 3.42). Кинематическая скорость для такой модели имеет вид

$$\frac{V_{ck}}{\cos \theta}. \quad (3.3.10)$$

Таким образом, скорость, которую требуется использовать при расчете кинематической поправки для какой-либо отраженной волны, будет увеличиваться с ростом угла наклона соответствующей отражающей границы.

### 3.3.6.2. Методы анализа скоростей суммирования

Удаление  $X$  для любой трассы определяется геометрическими параметрами системы наблюдений. Если иметь в своем распоряжении способ обнаружения однократных отражений и прослеживания их вступлений на сейсмограмме ОСТ, можно будет измерять параметры  $T_x$  и  $T_0$  и разрешать уравнение (3.3.9) относительно  $V_{ck}$ . Цель такого автоматического анализа – определение скоростной функции  $V_{ck}(t)$ .

Теоретически для оценивания  $V_{ck}$  достаточно найти времена прихода волн на двух трассах, однако для получения более надежной оценки целесообразно использовать все трассы сейсмограммы ОСТ. На практике применяется метод проб и ошибок, в котором для определения временных сдвигов на каждой трассе перебирают с заданным шагом значения кинематических скоростей. Используемые в современной обработке процедуры анализа скоростей отличаются друг от друга только способом обнаружения однократных отражений.

#### 3.3.6.2.1. Сканирование скоростей

Самый простой способ предусматривает выбор короткого (порядка 5–25 ОСТ) отрезка профиля и получение по нему набора суммарных разрезов,

каждому из которых соответствует ввод кинематических поправок для постоянного значения скорости. Перебор скоростей ведется в диапазоне от самого низкого предполагаемого значения до самого высокого. Эта процедура, известная как сканирование скоростей, иллюстрируется рис. 3.43. Однозначно выбрать оптимальную скоростную кривую довольно нелегко, особенно на глубинах, где сравнительно хорошее качество суммирования наблюдается в диапазоне скоростей шириной до 400 м/с.

Недостатки способа сканирования скоростей связаны с недостаточной разрешенностью по скорости из-за грубого, вызванного экспометрическими соображениями шага перебора и малым динамическим диапазоном изображения результата.

#### 3.3.6.2.2. Спектры скоростей

Этот термин обычно используется для обозначения графика некоторой меры когерентности (обозначим ее  $C$ ) как функции кинематической скорости и времени. Слово «спектр» здесь не следует понимать в том смысле, что данный график отражает какие-то частотные характеристики. Мера когерентности позволяет оценивать степень корреляции отсчетов трасс на заданном времени  $T$  вдоль гиперболической траектории пробной кривизны, зависящей от  $T_0$  и  $V_{kin}$ .

Существуют различные меры когерентности, каждая из которых обладает своими конкретными достоинствами и недостатками. Например, для временного окна длиной  $N$  отсчетов, в которое включено  $M$  трасс с введенными пробными кинематическими поправками, можно определить следующие меры:

##### Обычное суммирование

$$C_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^N \left| \sum_{j=1}^M a_{ij} \right|. \quad (3.3.11)$$

Здесь  $a_{ij}$  – амплитуда  $i$ -го отсчета  $j$ -й трассы. Данная мера обеспечивает прекрасную разрешенность по времени, но плохую по скорости. Значительно чаще используются две другие нормированные меры.

##### Коэффициент подобия [62]

$$C_{\text{КП}} = \frac{\sum_{i=1}^N \left( \sum_{j=1}^M a_{ij} \right)^2}{M \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M a_{ij}^2}. \quad (3.3.12)$$

Эта мера дает хороший компромисс между разрешенностью по времени и по скорости. Заметим, что  $0 < C_{\text{КП}} < 1$ ;  $C_{\text{КП}} = 1$  соответствует случаю абсолютной корреляции. Если рассмотреть только два

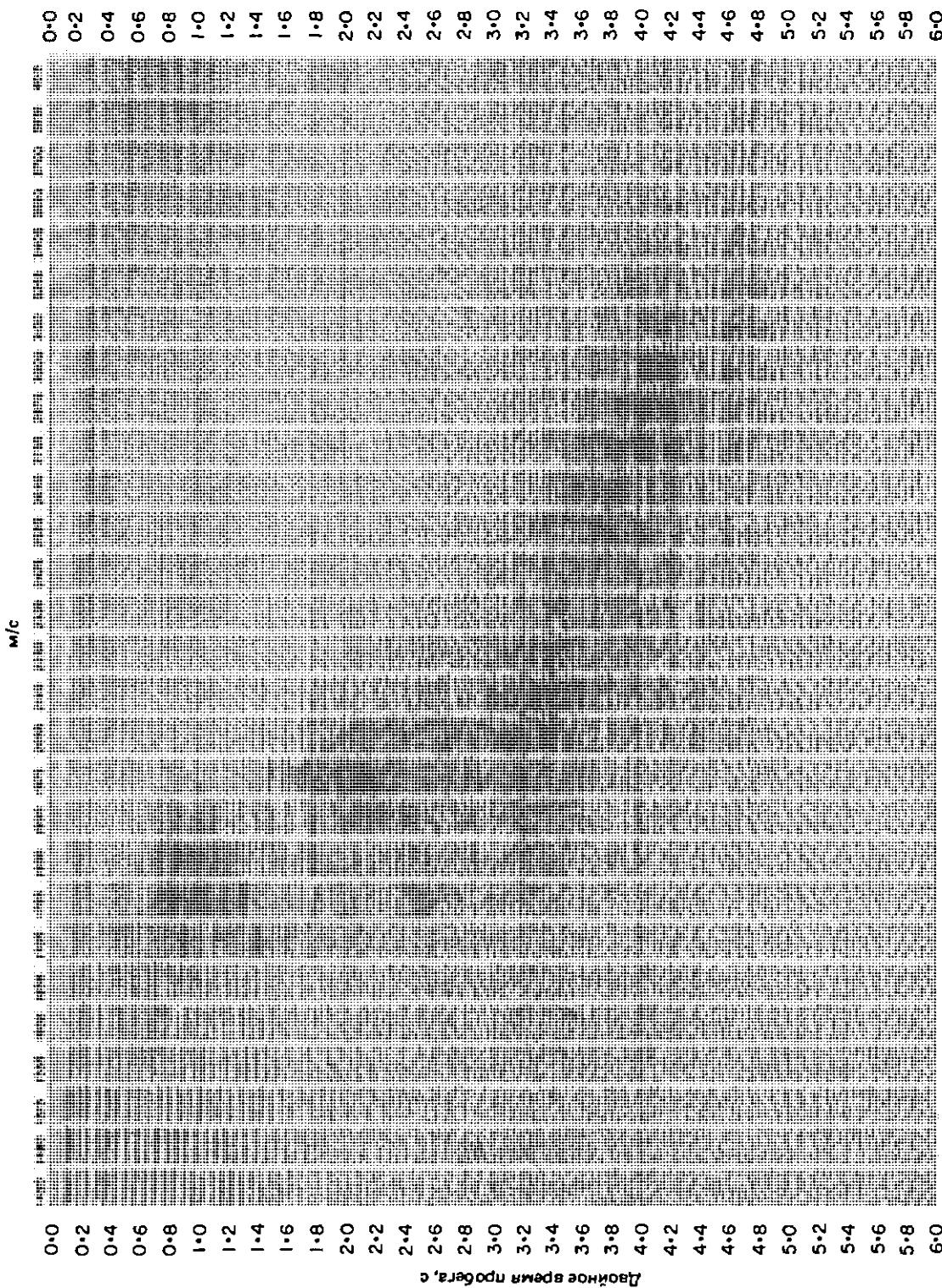


Рис. 3.43. Результаты сканирования скоростей. Горизонтальная ось – скорость (направлена вправо), вертикальная ось – время (направлена вниз).

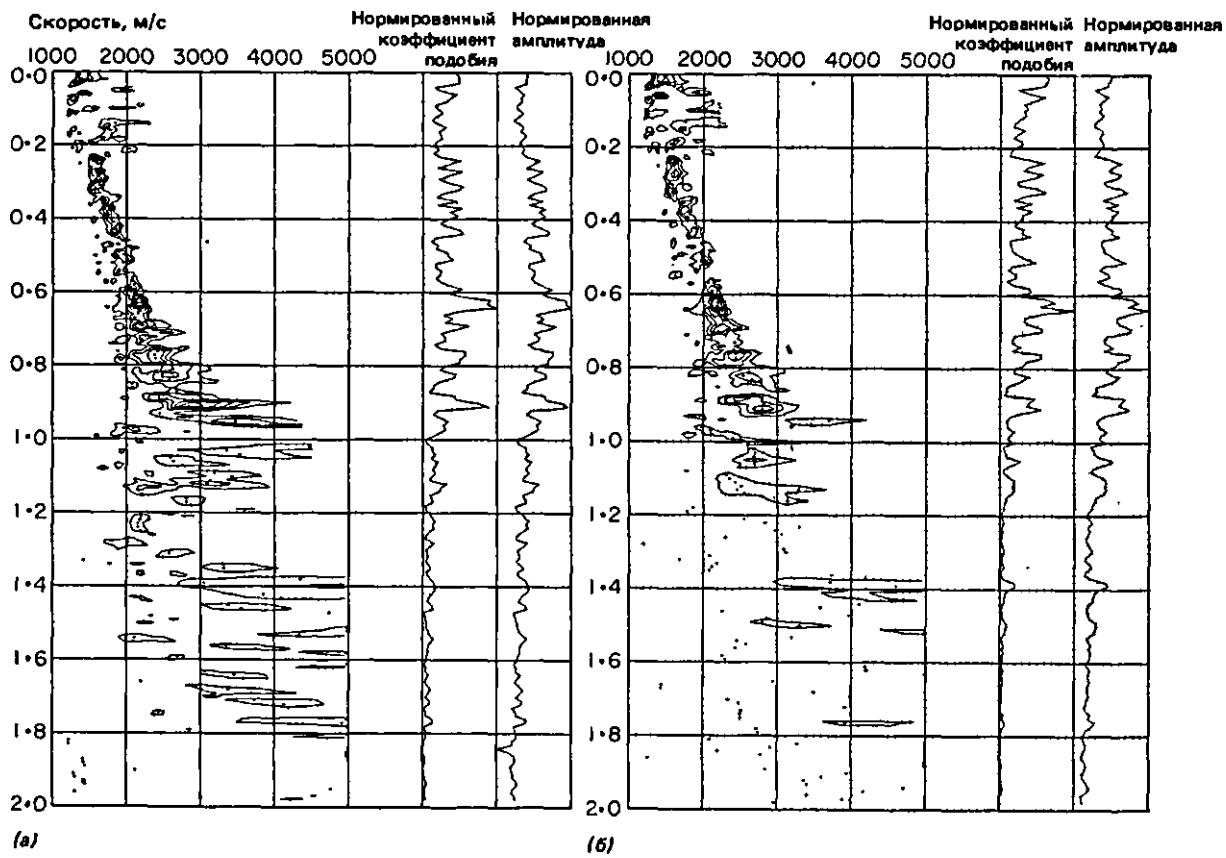


Рис. 3.44. Спектры скоростей: (а) база анализа 2 ОСТ; (б) база анализа 8 ОСТ; (в) база 2 ОСТ, но использована только каждая третья трасса; (г) база 2 ОСТ, но использована только третья часть всех трасс, соответствующая близким к пункту возбуждения каналам; (д) база 2 ОСТ, но после подавления низких частот полосовым фильтром 80–240 Гц; (е) база 2 ОСТ, но после подавления высоких частот полосовым фильтром 12–80 Гц.

#### Нормированная взаимная корреляция

$$C_{\text{НВК}} = \frac{2}{M(M-1)} \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{k=j+1}^M \left[ \frac{\sum_{i=1}^N a_{ij} a_{ik}}{\left( \sum_{i=1}^N \right)^{1/2} \left( \sum_{i=1}^N \right)^{1/2}} \right] \quad (3.3.13)$$

Нормированная взаимная корреляция обычно определяется для двух каналов в соответствии с (2.75), но здесь дано ее обобщение на случай  $M$  каналов<sup>\*)</sup>, что позволяет применять данную меру при анализе скоростей. Эта мера имеет много общего с коэффициентом подобия, но в отличие от последнего не чувствительна к амплитудным флюктуациям между идентичными по форме трассами. Данный факт легко проверить на двухканальном примере, использованном выше для коэффициента подобия.

канала и положить

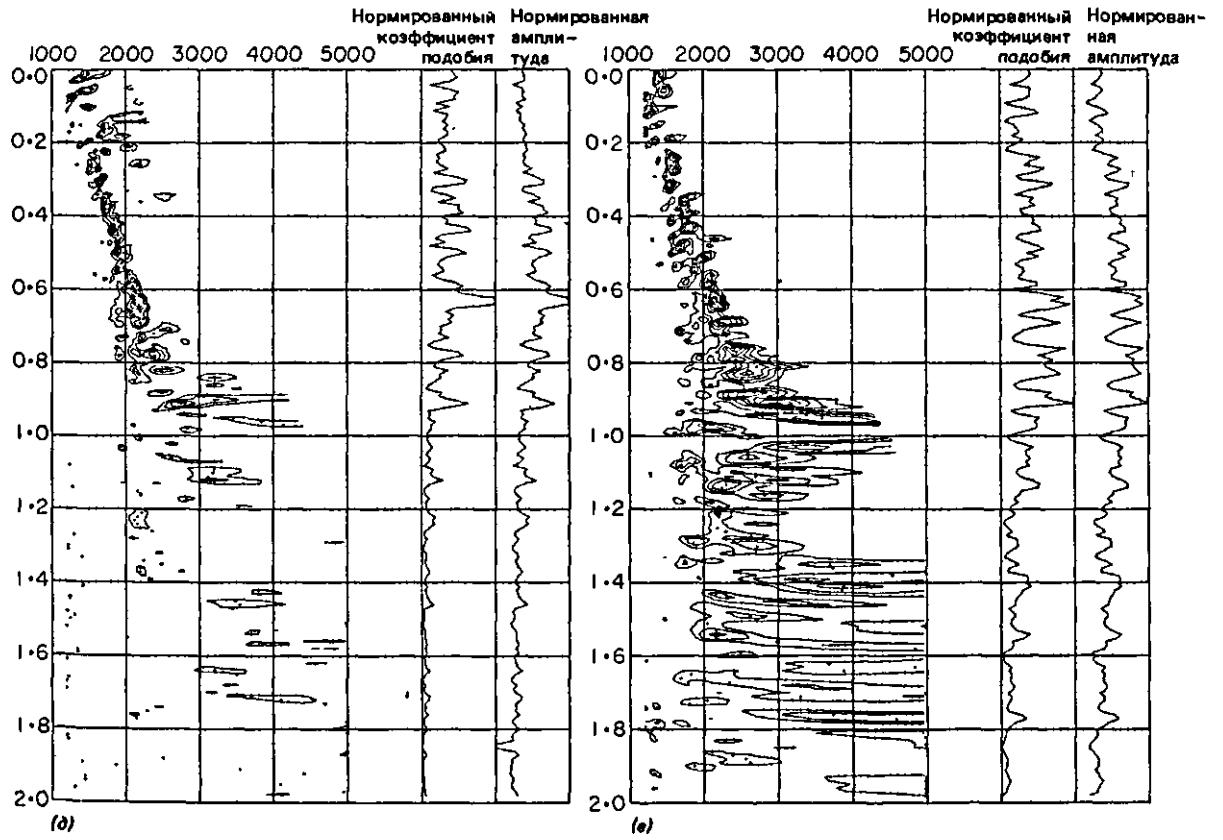
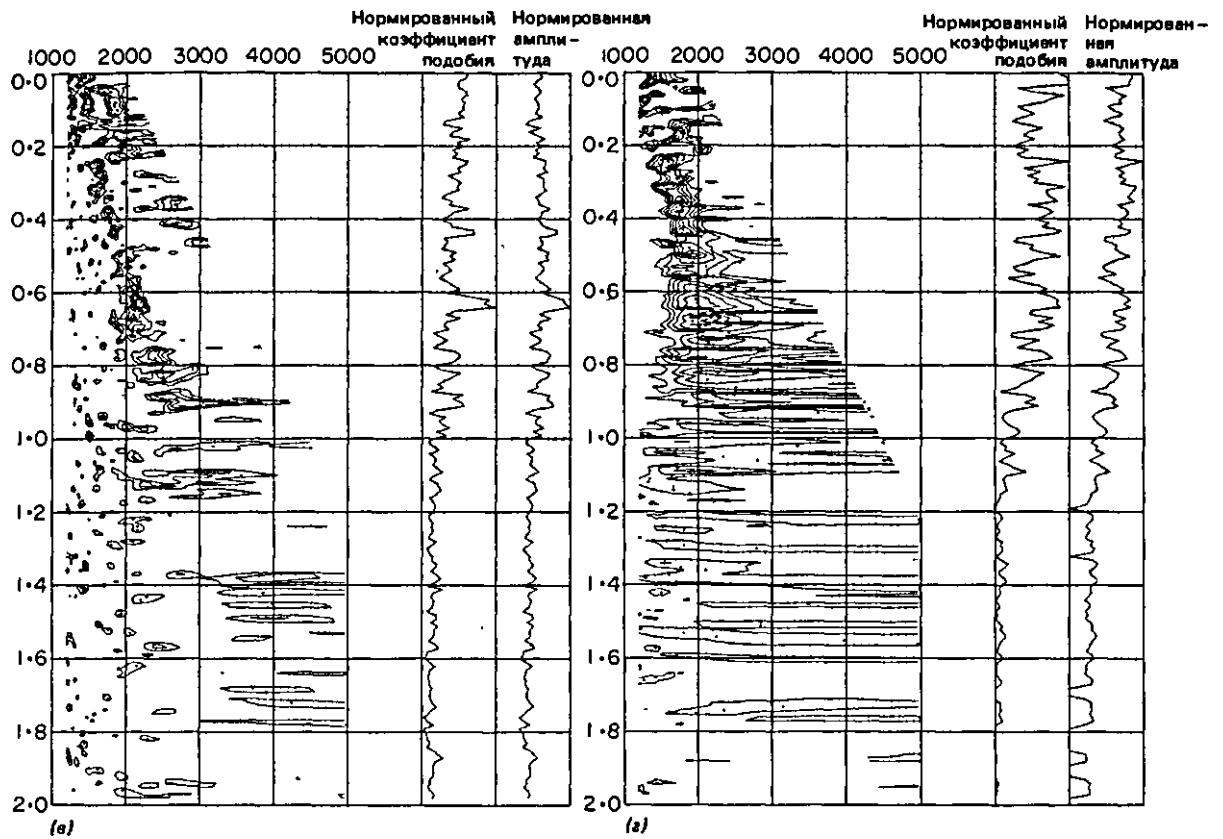
$$a_{i2} = k a_{i1}$$

при всех  $i$ , где  $k$  – некоторый постоянный коэффициент, выражение (3.3.12) примет вид

$$C_{\text{КП}} = \frac{(1+k)^2}{2(1+k^2)} \leq 1,$$

где равенство может быть только при  $k = 1$ . Таким образом, данная мера чувствительна к флюктуациям амплитуд, т. е. для двух идентичных с точностью до масштабного множителя трасс будет получено значение  $C_{\text{КП}} < 1$ . Это свойство очень полезно при анализе наземных сейсмических данных.

<sup>\*)</sup> Поскольку соотношение (3.3.13) определяет скалярную величину, а не функцию, данную меру точнее было бы назвать многоканальным коэффициентом корреляции.—Прим. перев.



### 3.3.6.2.3. Комбинированные изображения

Спектры скоростей – очень удобное средство анализа больших объемов данных хорошего качества. Однако в сложных районах, чтобы дать геофизику для более надежной интерпретации максимально возможное количество нужной информации, применяют совместную визуализацию результатов сразу нескольких способов скоростного анализа. Часто совместно выводят, например, фрагменты суммарных разрезов, спектры скоростей и (по желанию) отдельные сейсмограммы ОСТ после ввода пробивых кинематических поправок. Фрагменты суммарных разрезов получают обычно после ввода кинематических поправок не для постоянной, а меняющейся по времени скорости. Вывод сейсмограмм помогает проверять правильность задания мьюинга и качество коррекции амплитудного уровня вдоль профиля.

Современные средства анализа скоростей позволяют также выполнять его вдоль заданий горизонтов. Такой анализ обычно проводится после тщательной предварительной обработки данных и бывает особенно полезен при подборе геологической скоростной модели среды с помощью различных процедур моделирования.

### 3.3.6.3. Улучшение качества скоростного анализа

Отбор и предварительная обработка трасс, предназначенных для скоростного анализа, может существенно облегчить интерпретацию его результатов. Рис. 3.44 (а–е) показывает, как изменение определенных ключевых параметров сказывается на виде карты изолиний коэффициента подобия.

**Количество сейсмограмм ОСТ в базе анализа.** Значения коэффициента подобия обычно осредняются по нескольким ОСТ, составляющим базу скоростного анализа. Этим достигается сокращение числа тех пиковых значений коэффициента, которые вызваны помехами. Рис. 3.44, б показывает, что на спектре скоростей, полученном осреднением по восьми ОСТ, содержится меньше случайных контуров (замкнутых изолиний), чем на результатах анализа по двум ОСТ (рис. 3.44, а). В то же время трудно ожидать постоянного улучшения качества спектров при увеличении базы анализа, поскольку наклон геологических границ приводит к «размазыванию» пиков по времени. Например, четкий максимум на времени 1120 мс и скорости 3100 м/с (рис. 3.44, а) при использовании восьми ОСТ (рис. 3.44, б) выражен гораздо хуже.

**Количество используемых трасс в сейсмограмме ОСТ.** Если при анализе использовать только каждую третью трассу в сейсмограмме ОСТ, то, как видно на рис. 3.44, б, случайных максимумов спект-

ра становится больше и вообще спектр скоростей выглядит зашумленным. Тем не менее форма контуров, по существу, не меняется. Если использовать такое же уменьшенное втрое количество трасс, но взять их подряд из области меньших удалений от источника, наблюдается растяжение максимумов вдоль оси скорости, а интерпретация спектра в нижней части вообще становится невозможной (рис. 3.44, г).

**Эффективная длительность импульса.** Результаты скоростного анализа, представленные на рис. 3.44, д и е, были получены по трассам, в которых с помощью полосовой фильтрации были подавлены соответственно нижние и верхние частоты. Это было сделано для получения данных с различной эффективной длительностью сейсмического импульса (той же цели можно было бы добиться подходящим выбором параметров деконволюции). Как и следовало ожидать, временная разрешенность пиков скоростного спектра выше на рис. 3.44, д, однако более высокой здесь оказывается и разрешенность по скорости. В то же время качество спектра в целом не очень высокое, что связано с ухудшением отображения сигнала/помеха за счет подавления низких частот.

### 3.3.6.4. Процедуры контроля

На этапе подбора в каждом пункте анализа скоростью кривой интерпретация скоростей суммирования не заканчивается. Требуется еще проверить соответствие найденных кривых ограничениям, связанным с геологическими характеристиками разреза.

**Контроль по интервальным скоростям.** Градиент скорости суммирования для любого момента двойного времени пробега связи приближенной зависимостью с интервальной скоростью в соответствующей этому времени точке среды. Скорость суммирования в высокоскоростных слоях должна расти быстро, а в низкоскоростных – более плавно. Выброс на скоростной кривой, которому должно соответствовать неправдоподобно высокое значение интервальной скорости, очевидно, необходимо скорректировать. В этом помогает очень простой, но полезный график, изображенный на рис. 3.45.

**Согласованность с геологией.** Интерпретацию скоростей следует проводить с учетом общего изменения геологических характеристик вдоль профиля. Чтобы облегчить сопоставление полученной информации о скоростях со структурными особенностями разреза, используют наложение изображений скорости и предварительного суммарного разреза. Замеченные на таком совмещенном изображении несогласия подвергают специальному анализу.

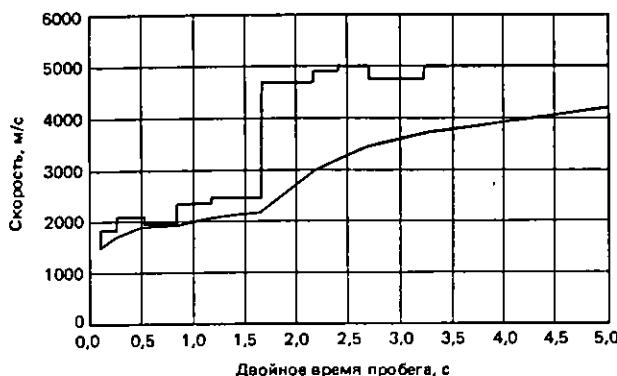


Рис. 3.45. Контроль скоростной кривой с помощью рассчитанной по ней диаграммы интервальных скоростей.

### 3.3.6.5. Качество оценивания скоростей

Для тщательной интерпретации скоростей суммирования необходимо сравнивать различные порции информации и определять их относительную достоверность. На результаты интерпретации могут влиять следующие факторы.

**Исходные сейсмограммы.** Анализ вступлений преломленных волн дает возможность решить вопрос о наличии или отсутствии в верхней части разреза высокоскоростных слоев.

**Геологическая информация.** При разведке в хорошо изученных районах интерпретатор может располагать информацией о скоростях, полученной по данным скважинных наблюдений. Но читатель будет, вероятно, удивлен тем, что скорости, измеренные в скважинах, и скорости суммирования иногда бывают очень слабо связаны.

**Характер регулярных вступлений.** Анализ трасс предварительного суммарного разреза может показать, соответствует ли максимум скоростного спектра однократно-отраженной, дифрагированной или кратной волне. Наклон оси синфазности, частотный состав и конфигурация на разрезе – все это диагностические признаки, позволяющие судить об истинности найденного максимума спектра.

**Выбор максимумов спектра.** При оценивании общего тренда скорости вдоль профиля предпочтение нужно отдавать тем максимумам спектра, которым соответствуют хорошо прослеживаемые границы с малыми углами наклона. Перед тем как интерпретировать результат скоростного анализа в одной точке профиля, следует просмотреть спектры по всей совокупности точек, выбрать из них наиболее надежные и построить общую для профиля скоростную модель. Максимумы спектров, существенно отклоняющиеся от этой модели, должны рассматриваться как малоправдоподобные.

**Согласованность скоростных кривых.** Спектр скоростей, полученный в одной точке, следует сравнивать с соседними. Изменения вдоль профиля общей формы скоростных кривых должны обычно соответствовать аналогичным изменениям геологических характеристик разреза.

### 3.3.7. Подготовка данных перед суммированием

Чтобы получить оптимальный результат суммирования по ОСТ, необходимо провести определенные подготовительные операции. Следующие процедуры стоит рассмотреть детально.

#### 3.3.7.1. Ввод кинематических поправок

Как уже говорилось выше, отраженная от границ волн подходит к приемникам в моменты времени, зависящие от удаления приемника от источника. Эти временные задержки корректируются таким образом, чтобы времена прихода отраженной волны на всех трассах стали одинаковыми и равными двойному времени пробега, которое наблюдалось бы на трассе с нулевым удалением (т. е. при совмещенном положении приемника и источника).

Нежелательный побочный эффект ввода кинематических поправок проявляется в деформации (растяжении) сейсмического сигнала. В результате ввода этих поправок все дельта-импульсы, соответствующие коэффициентам отражения, должны сдвинуться на свои правильные времена для нулевого удаления. Вообще говоря, величина требуемого сдвига непрерывно меняется от отсчета к отсчету вдоль трассы в соответствии с формулой расчета кинематической поправки. На реальных трассах вместо дельта-импульсов присутствуют сейсмические волновые импульсы, в отсчеты которых при вводе кинематических поправок вносятся разные временные сдвиги. В результате, как показано на рис. 3.46, форма импульса искажается. Этот эффект становится ярко выраженным при большой скорости изменения кинематической поправки (величина самой поправки здесь роли не играет) и обычно проявляется на больших удалениях и малых временах. Локальные зоны растяжения наблюдаются иногда и на больших временах при резком скачке скорости.

Как видно из рис. 3.46, кинематические поправки нельзя округлять до целого числа отсчетов, не рискуя недопустимо исказить форму импульса, т. е. здесь необходима интерполяция. В разд. 2.9 уже отмечалось, что важную роль играет качество такой интерполяции, особенно на тех участках, где ввод кинематических поправок приводит к сильному растяжению импульсов.

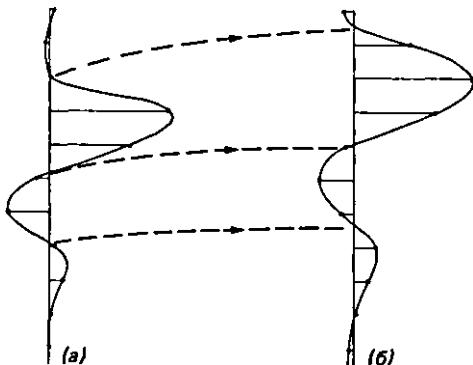


Рис. 3.46. Искажение сигнала при вводе кинематических поправок – фрагмент трассы до (a) и после (b) ввода поправок.

Растяжение временной шкалы при вводе кинематических поправок накладывает ограничения на минимальное время регистрации отражений от дна и мелких границ. Эти ограничения зависят от применяемой системы наблюдений. Так, при обычной глубине сейсмической приемной косы и удалении от источника 250 м отражения с двойными временами пробега, меньшими 200–300 мс, для интерпретации будут практически ненадежны. Недостоверными будут как времена, так и форма таких отражений. Кстати, это может происходить и по другим причинам, например ввиду преобладания энергии преломленных или прямых волн, а также из-за больших углов подхода волн к приемной группе. При использовании приемной косы с высокой разрешающей способностью при удалении 50 м от источника отражения с временами прихода больше 30 мс обычно не искажаются.

Растяжение импульса, отраженного от неглубокого дна, оказывается наиболее сильным в случае, когда придонный слой характеризуется высокой скоростью и скорость суммирования быстро растет с глубиной. Чтобы на разрезе не искажалась конфигурация дна и придонных границ, задают заведомо завышенную скорость суммирования. Для защиты от подавления неглубоких отражений при суммировании с помощью мьютинга сокращают кратность суммирования в этой зоне до единичной. Такой компромиссный подход дает в результате правильную картину пространственного расположения структурных особенностей, но неправильную их привязку по времени.

### 3.3.7.2. Мьютинг

Исключение при суммировании начальных участков трасс с большими удаленями (мьютинг) обыч-

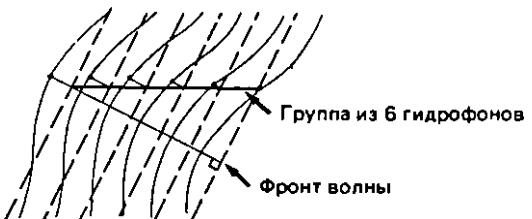


Рис. 3.47. Искажение формы импульса при подходе волны под углом к приемной группе.

но используется на практике по следующим причинам:

1. Растяжение временной шкалы при вводе кинематических поправок, о чем уже говорилось выше.

2. Искажение формы импульса приемной группой. При больших углах подхода фронта волны к приемной группе заметные фазовые подвижки в отдельных приемниках приводят к размазыванию выходного импульса и потере высоких частот (рис. 3.47). В этом проявляются свойства направленности приемной группы.

3. Доминирование регулярных помех. При больших углах выхода на поверхность энергия прямых, преломленных и обменных волн начинает превышать энергию полезных однократных отражений.

4. Предположения о форме годографа. Аппроксимация годографа отраженной волны гиперболой при удалениях, сравнимых с глубиной отражающей границы, становится слишком грубой.

5. Сложные лучевые траектории. В районах со сложной структурой верхней части разреза форма годографа отраженной волны может сильно отличаться от гиперболической. В этих условиях ограничение диапазона удалений помогает сохранить высокочастотные компоненты в спектре сигнала.

На практике хорошим первым приближением будет выбор мьютинга, обнуляющего прямые и предшествующие им вступления. В диапазоне от средних до больших удалений мьютинг следует скорректировать, добавив к расчетным начальным временем прямых вступлений интервал, в 3–4 раза превышающий длительность импульса. Коррекция времен мьютинга производится с целью ослабления энергии реверберационных многократных отражений, распространяющихся в водном слое и регистрируемых приемниками вскоре после прямых вступлений. Реверберационные помехи ввиду слабого поглощения энергии в воде имеют довольно высокую амплитуду. На больших удалениях от источника вступления реверберационных волн последовательных кратностей сближаются, поскольку времена их прихода асимптотически приближаются к

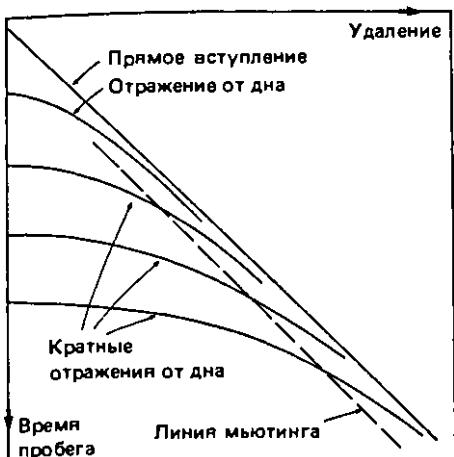


Рис. 3.48. Пример мьютинга для больших удалений.

времени прямого вступления. Задание мьютинга для больших удалений иллюстрируется рис. 3.48.

Выбор мьютинга для малых удалений более сложен и часто зависит от мощности водного слоя. Если этот слой столь тонкий, что интерференция отраженных, преломленных и прямых волн наблюдается на ближних к источнику приемниках, подавить энергию помех, оставив полезные отражения, с помощью мьютинга невозможно. Несколько ближних к источнику каналов можно оставить нетронутыми, однако интерпретацию верхней части полученного по таким данным суммарного разреза следует проводить с осторожностью. Пример задания мьютинга для малых удалений показан на рис. 3.49.

При большой мощности водного слоя преломленные и прямые волны на малых удалениях не интерфеcируют с отраженными, так что мьютинг на таких трассах может быть относительно слабым. Мьютинг в области больших удалений также может задаваться менее жестким.

Причины использования мьютинга при обработке сейсмических данных уже были перечислены выше; однако, имея все эти причины в виду, следует

обнулять по возможности минимальную часть записи. Чем большее число удалений участвует в суммировании, тем лучше подавляются кратные отражения и больше повышается отношение сигнал/помеха.

В заключение приведем пример задания мьютинга на реальных сейсмограммах (рис. 3.50), полученных по методике высокоразрешающей сейсморазведки.

### 3.3.7.3. Амплитуда

Статистический эффект суммирования будет максимальным при равенстве амплитудных уровней исходных трасс в любом времени интервале. На материалах приемлемого качества для выравнивания трасс достаточно применить нормирующие скалярные множители, оцененные в одном большом временном окне. Окно следует выбирать так, чтобы в него на всех трассах попадали одни и те же отражения. Такой подход, если необходимо сохранить истинные соотношения амплитуд, будет уже не совсем корректным, поскольку значения нормирующих множителей зависят от геологических характеристик разреза и уровня помех.

Если же нормировка каждой трассы не проводится, наличие каналов с аномальным уровнем записи или отдельных зашумленных трасс будет приводить к снижению качества суммирования. На очень зашумленных участках следует предусматривать применение нормировки в коротком скользящем окне (типа АРУ), которая позволит выровнять вариации амплитудного уровня как по времени, так и по удалениям. Если сигнал сравним по уровню с шумом, такой подход не приведет к снижению отношения сигнал/шум и, кроме того, уменьшит влияние интенсивных регулярных помех.

## 3.4. Процедуры выделения сигналов

### 3.4.1. Временная разрешенность

#### 3.4.1.1. Введение

Основная цель обработки сейсмических данных состоит в получении по зарегистрированной трассе последовательности коэффициентов отражения (импульсной трассы). Как уже отмечалось в разд. 2.4.1, сейсмическую трассу можно аппроксимировать сверточной моделью (2.4.3)

$$s = w * e + n,$$

где  $e$  – импульсная трасса, описывающая слоистую среду.

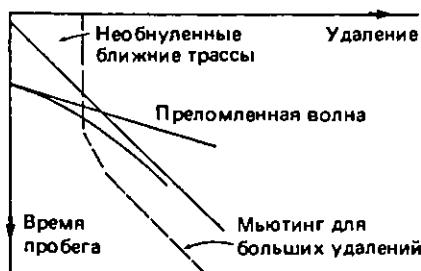


Рис. 3.49. Пример мьютинга для малых удалений.

### ГЛАВА 3. ОБРАБОТКА СЕЙСМИЧЕСКИХ ДАННЫХ

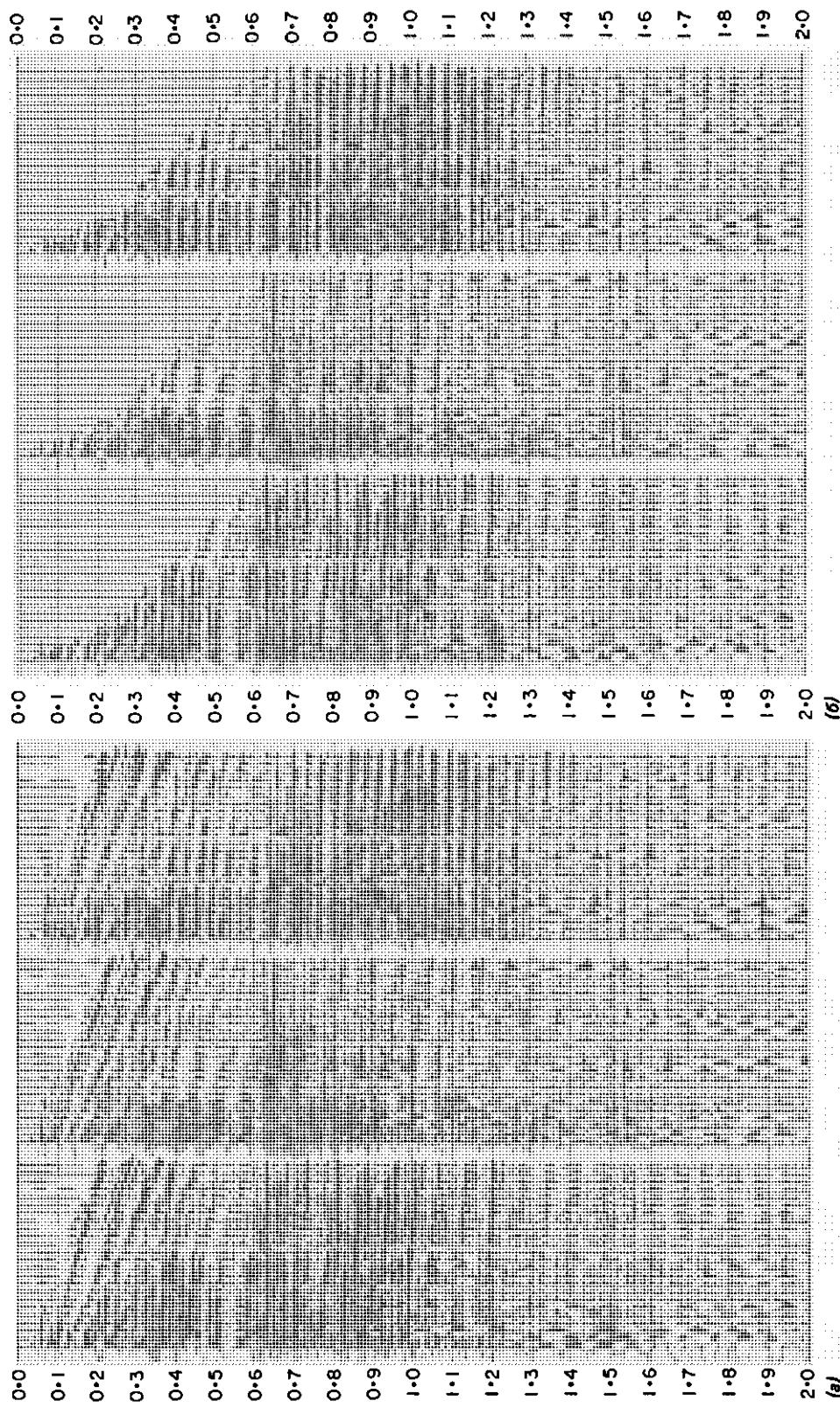


Рис. 3.50. Сейсмограммы ОСТ с введенными кинематическими поправками до (а) и после (б) применения мытинга.

В идеальном случае сейсмический сигнал и можно было бы исключить из трассы  $s$  с помощью деконволюции, получив в результате последовательность дельта-импульсов, времена и амплитуды которых определяют положение литологических границ и перепад на них акустических жесткостей. Однако ввиду наличия помех и неточного знания формы сигнала лучше, что можно сделать, это заменить импульс  $i$  на другой  $i'$ , в некотором смысле более желательный.

Выбор  $i'$  определяется шириной полосы частот  $\Delta f$  по сравнению с частотным диапазоном шума  $\Delta$ . Чтобы шум (обычно широкополосный) не стал доминировать на трассе, приходится выбирать сигнал ограниченного частотного диапазона. Даже когда пытаются выравнивать спектр в полном диапазоне частот, неточность оценивания  $\Delta f$  приводит к тому, что выходной импульс на самом деле имеет ненулевую длительность. Выбор фазы желаемого импульса  $i'$  более прост. Во всех случаях выбирается или минимальная, или нулевая фаза, причем каждый вариант обладает определенными достоинствами.

### 3.4.1.2. Критерии выбора желаемой формы импульса

#### 3.4.1.2.1. Введение

Весьма маловероятно, что исходный сейсмический импульс имеет гладкий амплитудный спектр оптимальной ширины. Как мы уже знаем из разд. 3.3.3, импульс  $i$  образован сверткой многих компонент, описывающих различные физические воздействия, и, следовательно, должен иметь изрезанный и, как правило, узкий амплитудный спектр. К тому же импульс не будет чисто минимально-фазовым, т. е. должен содержать смешанно-фазовые компоненты. Таким образом, импульс  $i$  обычно имеет значительную временную длительность и сложную форму с многими никами и впадинами. Понятно, что такой сигнал трудно интерпретировать как отражение от отдельной границы. Сигнал более приемлемой формы должен обладать гладким и более широким амплитудным спектром и минимальным или нулевым фазовым.

#### 3.4.1.2.2. Выбор фазового спектра

Нуль-фазовый импульс обладает определенными преимуществами. В последние годы более популярным стало проводить интерпретацию по «нуль-фазовым» разрезам. Такой способ имеет следующие достоинства:

1. Как отмечалось в разд. 2.6.5, нуль-фазовый импульс имеет более узкий главный максимум, чем

минимально-фазовый с тем же амплитудным спектром.

2. Временная привязка отражающей границы соответствует пику или впадине, а не переходу через нуль. Наличие на разрезе шума может осложнять определение точки перехода через нуль.

3. Полярность нуль-фазового импульса легко определяется, поскольку его энергия концентрируется в области центрального пика.

«Минимально-фазовые» разрезы использовались и используются при интерпретации по нескольким причинам:

1. Можно показать, что простая горизонтально-слоистая среда имеет минимально-фазовую импульсную характеристику, а поскольку сейсмический импульс часто предполагается минимально-фазовым, в запись требуется внести лишь малые (или вообще нулевые) фазовые изменения.

2. Большие объемы ранее полученных данных обрабатывались с использованием минимально-фазового подхода. Привязка новых данных к старым в точках пересечения профилей осуществляется намного проще, если фазовые спектры импульсов однотипны.

3. Как отмечалось в разд. 2.8.3, при построении оператора формирующего фильтра с помощью минимально-фазовой предсказывающей деконволюции исходный импульс предполагается также минимально-фазовым.

#### 3.4.1.2.3. Выбор амплитудного спектра

Некоторые характеристики импульса, такие как полная временная длительность и уровень побочных максимумов, лучше всего анализировать, рассматривая его амплитудный и фазовый спектры. Если считать фазовый спектр нулевым, стоит обратить внимание на следующие свойства амплитудного спектра.

**Импульсы с равным частотным диапазоном в октавах.** Как показано на рис. 3.51, спектрам одинаковой ширины в октавах соответствуют импульсы идентичной конфигурации. В частности, для получения компактного, пригодного для целей интерпретации импульса требуется полоса частот шириной порядка 2–3 октавы независимо от значения центральной частоты. Действительно, перенос центральной частоты при сохранении октавности можно интерпретировать просто как переход к другому шагу дискретизации по времени.

**Импульсы с равным линейным частотным диапазоном.** В этом случае конфигурация импульса заметно меняется. В частности, при смещении спектра в область высоких частот возрастает число побочных максимумов. Временная длительность импульса, которая определяется его амплитудной огибающей,

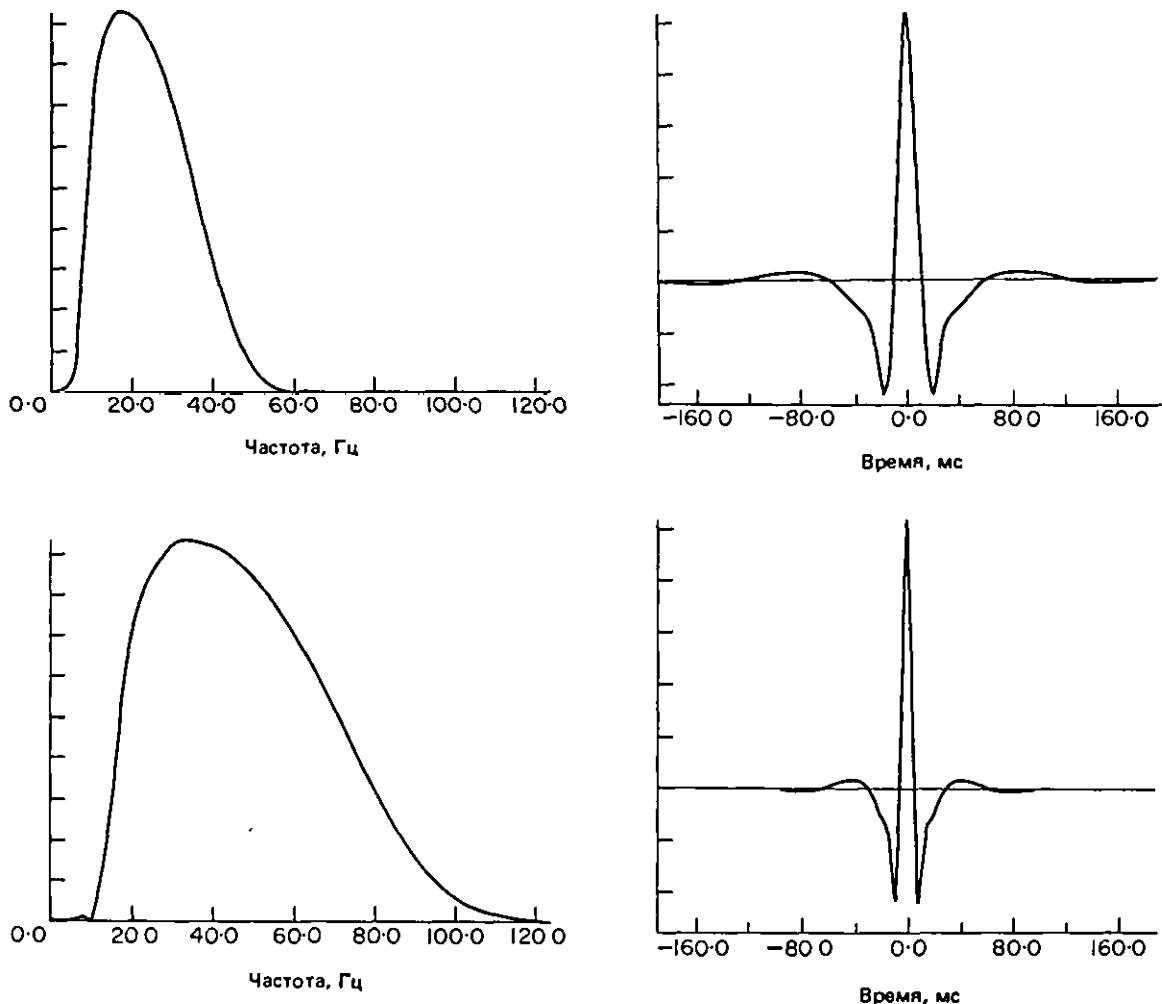


Рис. 3.51. Амплитудным спектрам с одинаковой шириной полосы частот в октавах соответствуют нуль-фазовые импульсы идентичной конфигурации.

остается постоянной (см. пример на рис. 3.52). Заметим, что октавность при этом уменьшается.

**Срезы частотной характеристики.** Как отмечалось в разд. 2.5.6, крутизна срезов частотной характеристики существенно влияет на уровень боковых пульсаций во временном представлении импульса. Крутые срезы и, как следствие, значительные побочные осцилляции импульса серьезно ухудшают интерпретируемость сейсмической записи, так что уровень осцилляций должен быть в максимально возможной степени снижен. Для задания краевых частей спектра обычно используются различные аналитические функции, построенные из такого расчета, чтобы получить минимальный уровень бо-

ковых пульсаций при сохранении приемлемого затухания спектра в узкой окрестности частот срезов.

### 3.4.1.3. Критерии разрешенности

Вопросу разрешенности сейсмической записи в последние годы были посвящены многие работы (см., например, [5]). Когда интервал между двумя отражающими границами достаточно велик по сравнению с длительностью импульса, интерференция отражений незначительна и разделить их по времени довольно легко. Разделение отражений от границ тонкого слоя вследствие интерференции импульсов становится ненадежным. К счастью, как показывает рис. 3.53, разделение по времени можно достаточно хорошо оценить, анализируя амплитуды главных максимумов интерферирующих импульсов.

Понимание того, как ведут себя сигналы при интерференции, важно во многих разведочных си-

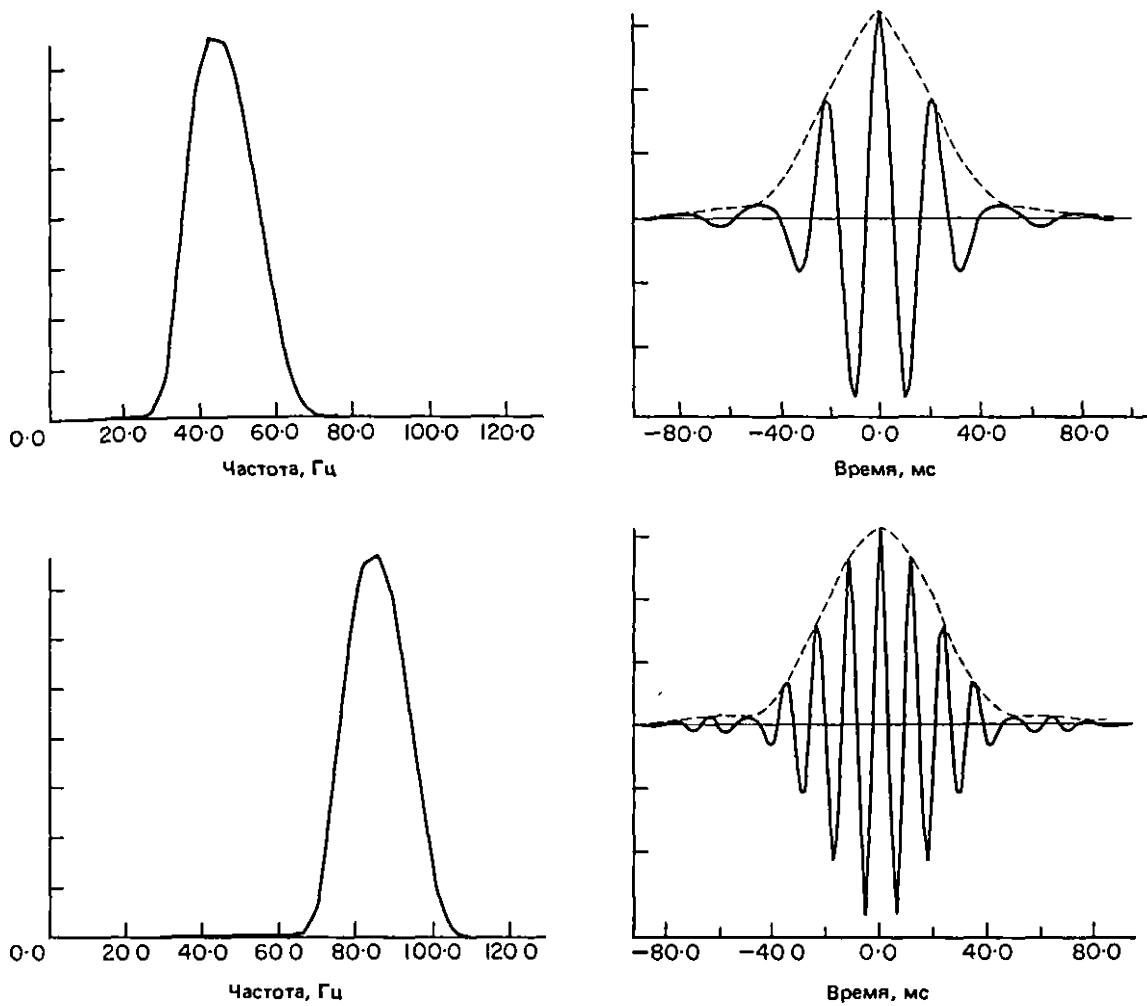


Рис. 3.52. Амплитудным спектрам с одинаковой «линейной» шириной полосы соответствуют нуль-фазовые импульсы с различной конфигурацией, но одной и той же огибающей.

туациях, где встречаются тоикие пласты и выклинивания. Основная задача обработчика в таких случаях – по возможности приблизить сейсмический импульс к нуль-фазовому, причем желательно с широким частотным диапазоном и пологими склонами спектра.

#### 3.4.1.4. Способы повышения разрешенности

Итак, мы теперь знаем, как должен выглядеть идеальный сейсмический импульс, получаемый в результате обработки, а также как можно привести исходный импульс к желаемому виду с помощью винеровской фильтрации (разд. 2.8). К сожалению,

ввиду недостаточности информации о форме реального сейсмического импульса задача повышения разрешенности и интерпретируемости записей вырастает в основную проблему обработки. На форму сигнала, регистрируемого каждой приемной группой, влияют многие факторы, которые могут меняться по времени и по профилю. Обычно предполагается, что эти эффекты описываются сверткой с характеристиками различных искажающих воздействий (разд. 2.4). В соответствии с выражением (2.4.14)

$$w = p * g_s * g_r * i, \quad (3.4.1)$$

где  $w$  – сложный импульс,  $p$  – форма сигнала источника в ближней зоне,  $g_s$  и  $g_r$  – характеристики волн-спутников в пунктах возбуждения и приема соответственно,  $i$  – характеристика канала регистрации. Иногда считают существенными и включают в модель другие факторы или расчленяют факторы  $i$  и  $p$ .

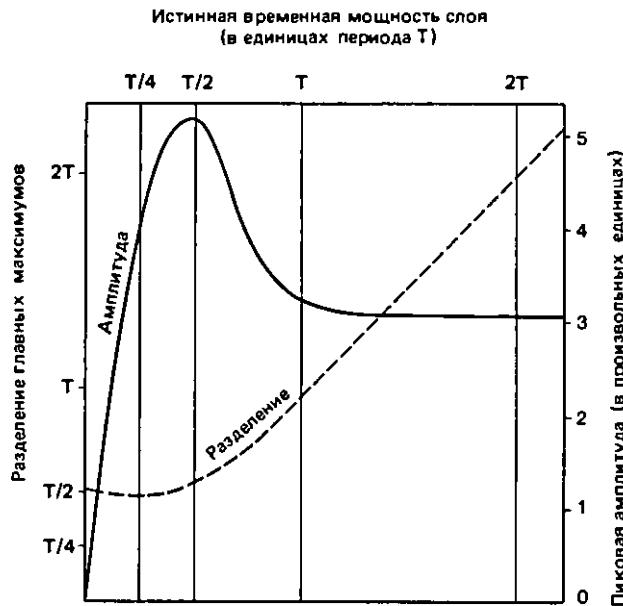


Рис. 3.53. График изменения амплитуды сложного импульса и разделения по времени главных максимумов при интерференции двух нуль-фазовых импульсов противоположной полярности с преобладающим периодом  $T$ . Фактически такую ситуацию можно смоделировать, если поместить в однородную среду слой с повышенной или пониженной скоростью.

на более элементарные компоненты. Для повышения разрешенности записей при обработке обычно используют один из следующих подходов:

1. Оценивают или регистрируют все входящие в (3.4.1) сверточные компоненты, выбирают «идеальный» желаемый импульс и рассчитывают винеровский фильтр, которым и обрабатывают сейсмические записи.

2. Оценивают или регистрируют некоторые из сверточных компонент импульса и компенсируют их с помощью винеровского фильтра. Дальнейшее повышение разрешенности достигается применением процедур непосредственного анализа и обработки сейсмических трасс.

3. Оценивают и непосредственно по сейсмическим записям, обычно используя для этого большое число зарегистрированных трасс. Разработанные в последние годы многочисленные способы оценивания формы сигнала основаны на тех или иных предположениях о свойствах исходных данных.

4. Не пытаясь получить оценку  $\psi$ , повышают разрешенность с помощью процедур расширения спектра, применяемых непосредственно для каждой трассы. Форма выходного импульса может при

этом непредсказуемо меняться по профилю и времени.

Последний из перечисленных подходов исторически был самым распространенным главным образом благодаря устойчивости процедуры минимально-фазовой деконволюции. Неопределенность формы результирующего импульса сегодня воспринимается как серьезный недостаток, поскольку полностью осознана важность этого фактора для интерпретации. Например, при исследовании потенциальной залежи методами сейсмического моделирования предполагается, что форма сейсмического импульса известна и соответствующим образом учтена при обработке.

Способы 1 и отчасти 2 и 3, которые предусматривают определение формы импульса посредством проведения тех или иных измерений и применения процедур выделения сигнала, не зависящих (непосредственно) от каждой конкретной трассы, дают устойчивые результаты и известны как детерминистические методы. Способ 4 относится к методам статистическим.

### 3.4.1.5. Детерминистическая деконволюция

Перед тем как обсуждать способы деконволюции различных сверточных компонент в (3.4.1), продолжим начатое в разд. 2.8 описание винеровской фильтрации, рассмотрев практические аспекты построения фильтров.

#### 3.4.1.5.1. Практические вопросы построения винеровских фильтров

Интерактивные программы анализа формы сигнала имеют то преимущество, что обычно значительно облегчают построение и контроль качества фильтров. Стандартный набор требующих подбора параметров включает желаемый выходной сигнал, длительность оператора фильтра, положение нулевого отсчета оператора (или, что то же самое, количество упреждающих компонент) и уровень белого шума. Информация о форме входного импульса также может потребовать некоторого предварительного редактирования. Рассмотрим теперь эти параметры подробнее.

**Редактирование входного импульса.** Необходимо учитывать, что информация о форме входного импульса или входной характеристики может быть неточной, так как нередко представляет собой лишь оценку, найденную по сейсмическим трассам и испачканную шумом. Если форма импульса или временная характеристика получены путем оцифровки некоторого графика, следует тщательно проверить правдоподобность значений каждого временного отсчета и амплитудного спектра. Рекомендуется

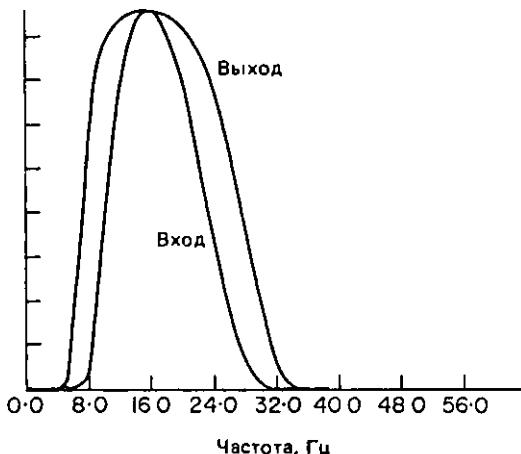
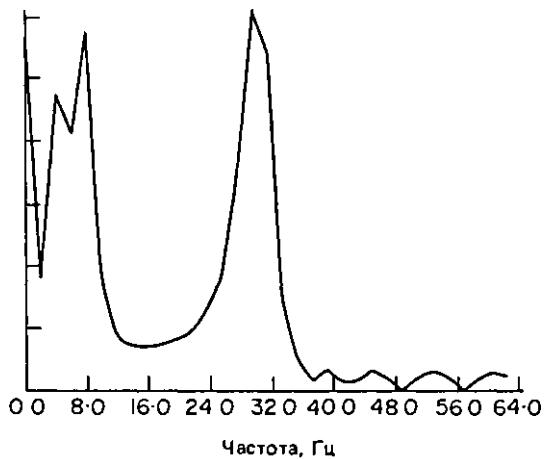


Рис. 3.54. Нежелательный спектр оператора, полученный в результате неправильного выбора спектра выходного импульса. Следует избегать резкого усиления фильтром компонент в узких частотных интервалах.

проводить усечение и обеспечить плавное затухание импульса посредством умножения его «хвостов» на затухающую функцию. В особенности это касается оцененных по записям или зарегистрированных импульсов. Положение нулевого отсчета импульса также может потребовать корректировки.

**Желаемый выход.** Более удобно определять амплитудный и фазовый спектры желаемого выходного импульса, а не его временное представление. Труднее всего задать амплитудный спектр, поскольку в этом случае приходится выбирать компромисс между повышением разрешенности и ухудшением отношения сигнал/помеха ( $S/N$ ). Поскольку спектр помехи шире, чем спектр сигнала, расширение сигнального спектра приводит к увеличению частотных компонент с низким значением  $S/N$ , в результате чего общее отношение сигнал/помеха понижается. Получение оценок  $S/N$  представляет известные трудности, так что ухудшение этого отношения после применения конкретного фильтра порой оказывается неожиданным. Лучше всего выбирать желаемый выходной спектр, анализируя спектр полученного на начальном этапе оператора фильтра и, если на некоторых частотах в этом спектре присутствуют аномально высокие выбросы (рис. 3.54), модифицировать желаемый выходной сигнал и повторить вычисления. Узких пиков в спектре оператора фильтра следует особо избегать потому, что при любой неточности в задании исходного спектра на выходной трассе будут возникать синусоидальные наводки («звоны»). Заметим, что эта неприятность в процессе расчета оператора никак не проявляется. Нежелательные синусоидальные помехи



могут возникать также из-за искажения спектра шума, который до фильтрации был относительно равномерным. Следует считать общим правилом недопустимость больших вариаций спектра оператора фильтра.

Выбор фазового спектра желаемого выходного сигнала осуществляется намного проще. Практически всегда выход задается либо минимально-, либо нуль-фазовым. Обычно считается, что до заключительной стадии обработки лучше всего сохранять минимально-фазовый импульс и только после суммирования приводить его к нуль-фазовому, хотя на этот счет имеются и другие точки зрения.

**Линия оператора.** Для этого параметра не существует ни теоретического максимума, ни минимума. В смысле критерия наименьших квадратов результат будет, по определению, оптимальным при любой

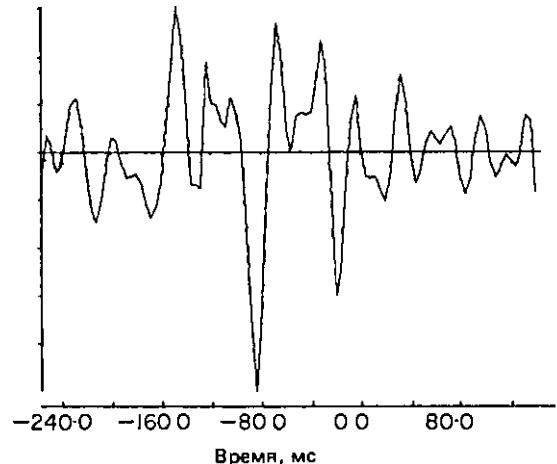
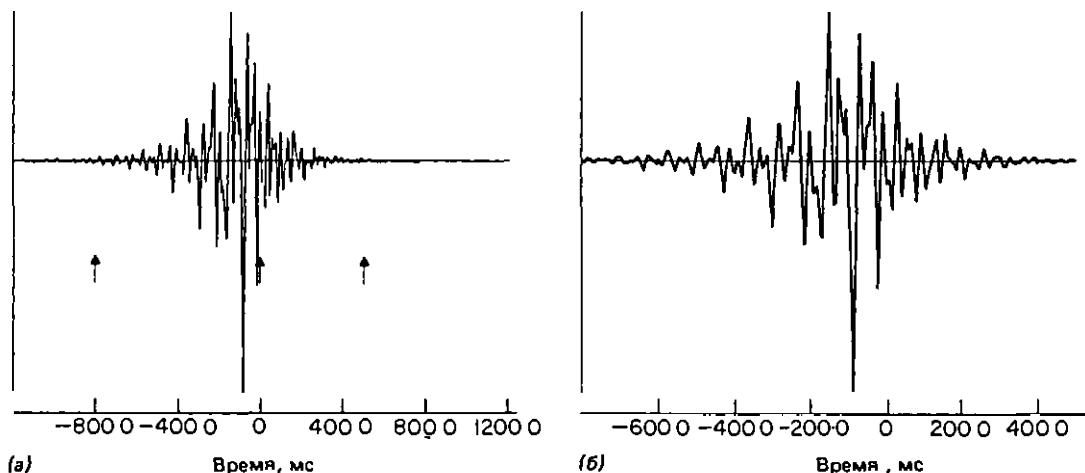


Рис. 3.55. Пример слишком короткого оператора. Амplitуды на обоих концах оператора должны быть малы по величине.



**Рис. 3.56.** Итерационная схема для определения длины фильтра и положения его нулевого отсчета. Положение нулевого момента времени и выбранные времена начала и конца оператора, использованные для итерации (б), отмечены на результате первой итерации (а).

длине. По существу же при слишком короткой длине оператора результат фильтрации оказывается плохим. Слишком большое удлинение оператора приводит к незначительному улучшению результата при быстром росте вычислительных затрат. Кроме того, при этом растут и отклонения от реалистичной сверточной модели. Идеальный оператор должен выглядеть как динозавр: толстый в середине и тонкий с обоих концов. На рис. 3.55 показан слишком короткий оператор, а на рис. 3.56, б – оператор приемлемой длины. В первом приближении имеет смысл в качестве длины оператора выбирать сумму длин входного и выходного импульсов.

**Положение нулевого отсчета оператора.** Этот параметр непосредственно связан с относительным числом задерживающих и упреждающих компонент фильтра (см. разд. 2.6.6). При недостаточном количестве упреждающих компонент эффективность фильтра может быть существенно снижена. В большинстве сейсмических пакетов имеются программы, которые позволяют рассчитывать данный параметр автоматически, хотя это обходится довольно дорого. Если такая возможность не предусмотрена, можно придерживаться следующих простых правил:

1. Если и входной, и выходной сигналы минимально-фазовые, вводить упреждающие компоненты не требуется\*).

2. Если и входной, и выходной сигналы пуль-фа-

зовые, нулевой отсчет времени должен находиться в центре оператора.

3. Если либо входной, либо выходной сигнал содержит смешанно-фазовые компоненты, следует в качестве начального приближения использовать задвемо длинный оператор с нулевым моментом времени в его центральном отсчете. После этого можно проанализировать полученный оператор, оценив положение его начала и конца в точках, где амплитуда становится практически иезначимой. Положение нулевого отсчета остается таким же, как и в первой итерации. Описанная процедура весьма устойчива, поскольку эффективность такого фильтра в окрестности оптимального положения нулевого отсчета времени меняется крайне незначительно (рис. 3.56).

**Уровень белого шума.** Цель использования этого параметра – предотвратить резкое усиление шума на частотах с низким уровнем амплитудного спектра или на очень высоких и низких частотах за пределами сигнального диапазона (т. е. диапазона с высоким отношением сигнал/помеха). Данный параметр обычно задается в процентах от значения нулевого отсчета автокорреляции в диапазоне от 0,1 до 5%. Более подробно этот вопрос освещался в разд. 2.8.4.

#### 3.4.1.5.2. Обратная фильтрация компонент исходного сигнала

Свойства свертки дают возможность выполнять обратную фильтрацию отдельно для каждой входящей в (3.4.1) сверточной компоненты.

Форма  $r$  сигнала источника в ближней зоне. Детерминистические методы построения обратных фильтров по заданной форме сигнала источника получили за прошедшие годы существенное развитие. В рас-

\*<sup>1</sup> То есть нулевой момент времени будет совпадать с первым отсчетом оператора. – Прим. перев.

поряжении геофизика-обработчика сегодня имеются следующие возможности.

а) *Форма сигнала источника, зарегистрированная в ближней зоне (т.е. в 1–2 м от источника) при каждом возбуждении.* Первые успешные попытки регистрации формы сигнала были предприняты с использованием единичного взрывного источника типа Maxipulse<sup>\*)</sup>. К сожалению, такие и аналогичные единичные источники в стандартной морской сейсморазведке были вытеснены мощными и многоэлементными (групповыми) источниками типа воздушных и водяных пушек или источниками, основанными на подаче в воду струи нерегретого пара. Преимущество применявшимся до недавнего времени одноэлементных источников состояло в том, что сигнал, зарегистрированный в ближней зоне, при учете соответствующих геометрических эффектов можно было непосредственно использовать в качестве характеристики формы импульса в дальней зоне. Одним из недостатков таких источников была их существенная нестабильность, что требовало регистрации формы импульса и расчета соответствующего оператора винеровского обратного фильтра при каждом возбуждении.

Появление многоэлементных источников, обладающих многочисленными достоинствами, привело одновременно и к значительным трудностям при обработке. Главная из них заключается в том, что зарегистрированный в ближней зоне сигнал уже нельзя использовать в качестве характеристики импульса в дальней зоне из-за эффектов направленности площадных групп размером в несколько десятков, а иногда и сотен метров в обоих (вдоль и поперек профиля) направлениях. Дополнительное усложнение вносит эффект взаимодействия, который проявляется в модулировании поля давления, создаваемого каждым элементом источника, суммарным полем остальных элементов. При этом форма импульса в ближней зоне искажается. В данной ситуации есть только два выхода из затруднения.

Во-первых, иногда можно проводить регистрацию в дальней зоне при каждом возбуждении многоэлементного источника, помещая приемник на достаточное расстояние (не ближе 50 м) и на одной вертикали с центром группы. Регистрацию импульса необходимо проводить на достаточно глубоководном участке, где не мешают отражения от морского дна. Таким образом, стандартно этот способ можно применять только при разведке в глубоководных районах акваторий. Здесь возникает дополнительная проблема, связанная с тем, что буксируемые на глубине гидрофоны имеют тенден-

цию «вилять» из стороны в сторону, так что на форму регистрируемого импульса влияют эффекты направленности группового источника. Как следствие результаты регистрации оказываются не совсем надежными, так что может потребоваться их осреднение по нескольким соседним точкам возбуждения. Важно заметить, что регистрируемый в дальней зоне импульс включает отражение-спутник в пункте возбуждения (считается, что при регистрации в ближней зоне такого явления не возникает, поскольку гидрофон обычно расположен гораздо ближе к источнику, чем поверхность воды).

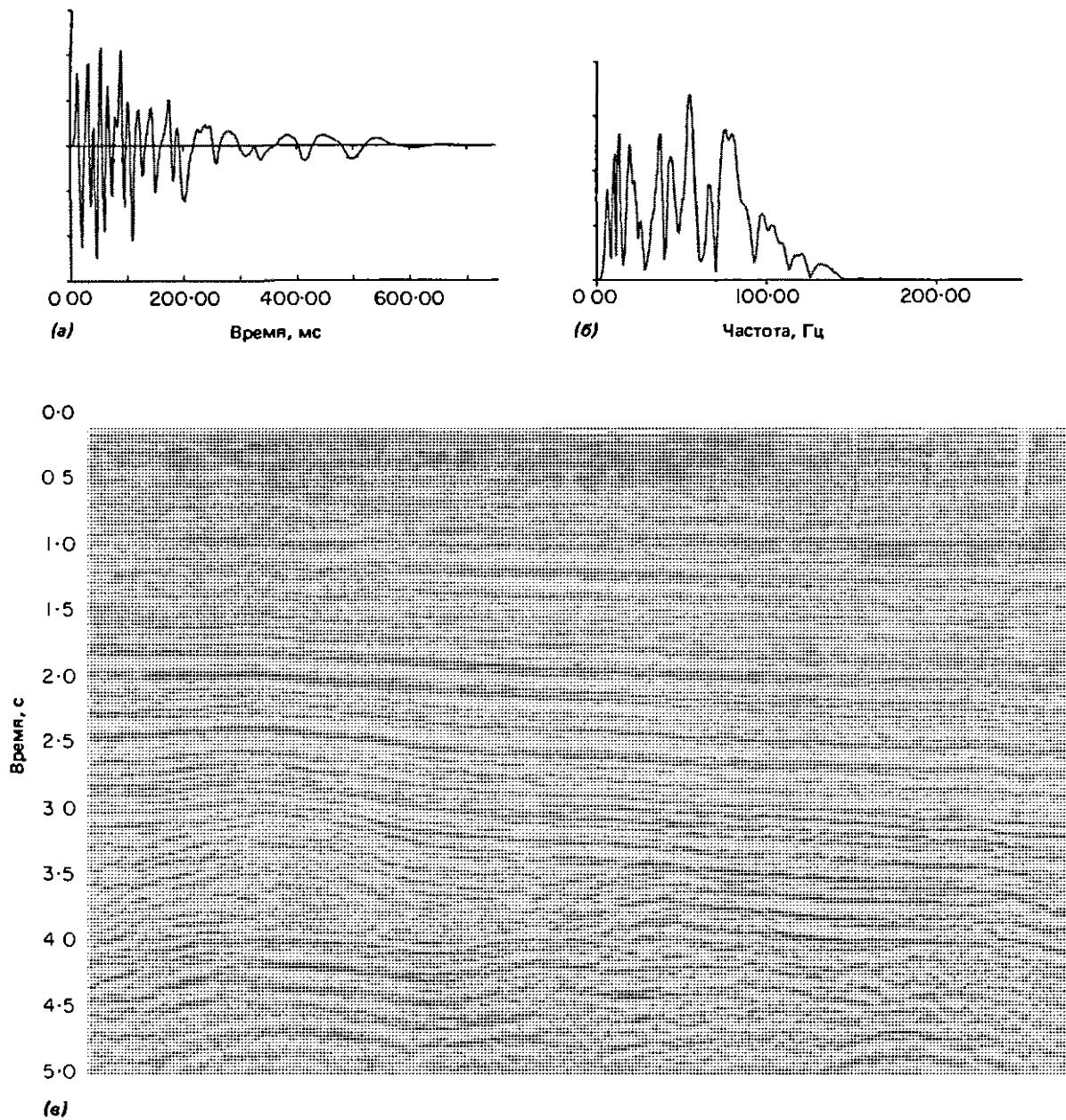
Если регистрация в ближней зоне проводится для каждого элемента источника, по этим данным можно с произвольной точностью вычислить характеристику импульса в дальней зоне. Для проведения таких расчетов существует ряд тонких алгоритмов, учитывающих эффекты как направленности, так и взаимодействия (см., например, [72, 91]).

Пример обработки данных, полученных в ходе выполнения программы Дельфтского эксперимента [89], показан на рис. 3.57. На рис. 3.57, а представлена форма импульса в дальней зоне, рассчитанная с помощью одного из упомянутых выше алгоритмов. Для целей эксперимента намеренно генерировался импульс очень плохого качества, для чего вводился случайный разброс времен срабатывания отдельных элементов группового источника. На рис. 3.57, б изображен амплитудный спектр импульса с рис. 3.57, а. Представленные на рис. 3.57 разрезы до (в) и после (г) деконволюции на заданную форму импульса наглядно иллюстрируют эффективность метода.

б) *Регистрация формы импульса при идеальных условиях в дальней или ближней зоне с использованием высокостабильного источника, генерирующего импульсы, лишь незначительно отличающиеся от первоначально зарегистрированного.* Фактически в этом подзаголовке все уже сказано. Правильно сконструированные группы пневмопушек обеспечивают возбуждение импульсов весьма стабильной формы [72]; однако, если какой-нибудь элемент источника не сработает (вполне вероятное событие), эффективная форма сигнала изменится. Таким образом, желательно постоянно контролировать форму импульса, выполняя при необходимости ее пересчет.

Имея в виду высказанное предостережение, следует все же признать, что морские источники обычно обеспечивают высокую стабильность возбуждений. Поэтому однократно полученную форму импульса зачастую можно использовать как неплохое рабочее приближение при условии, что конструкция источника гарантирует минимальные вариации глубины и постоянство взаимного расположения элементов источника и регистрирующих импульсы

<sup>\*)</sup> Товарный знак фирмы Western Geophysical.



**Рис. 3.57.** Пример деконволюции на заданную форму импульса в дальней зоне, рассчитанную для группового пневмоисточника с учетом взаимодействия по методу, описанному в [72, 91]. (а) Рассчитанный импульс в дальней

зоне; (б) амплитудный спектр импульса (а); (в) разрез до деконволюции; (г) результат деконволюции разреза (в) с использованием винеровского обратного фильтра, рассчитанного для исходного сигнала (а).

возбуждения гидрофонов. Основываясь на этом факте, многие сейсмические обрабатывающие центры имеют библиотеки стандартных импульсов для различных конфигураций групп источников, глубин, параметров фильтров и типов регистрирующей аппаратуры. На рис. 3.58 показаны импульсы возбуж-

дения в дальней зоне, генерируемые источниками разных типов.

**Волны-спутники в пункте возбуждения  $g_s$  и пункте приема  $g_r$ .** Волны-спутники, с которыми мы познакомились в разд. 2.3.7 и 2.4.4, – это камень преткновения детерминистической деконволюции. На пер-



вый взгляд кажется, что для подавления волн-спутников достаточно просто рассчитать обратный фильтр и применить его к данным. На самом деле это не так по некоторым причинам:

1. Амплитудный спектр имеет глубокий провал на частоте, определяемой глубиной источника. Полная компенсация такого провала потребует резкого усиления компонент в узком частотном диапазоне.

2. Вариации глубины источника в ходе разведки приводят к смещениям провала в спектре.

3. Возможны также значительные вариации коэффициента отражения водной поверхности, которые зависят от волнения моря и других факторов (см., например, [58]).

Приведенные соображения способны охладить пыл самого ревностного приверженца детерминистической деконволюции. Обычно надежнее бывает полагаться на более привычные методы выравнивания спектра. Частично скорректировать спектр можно следующими простыми способами:

1. Не пытаясь расширять спектр за область провала, можно задать желаемый выходной сигнал со спектром, сильно затухающим до частоты провала. Такой подход приемлем лишь в том случае, когда источник и приемники расположены достаточно близко к поверхности, чтобы обеспечить требуемый

диапазон частот. До последнего времени это ограничение по частоте считалось неизбежным и учитывалось при проектировании сейсморазведочных работ. В современной сейсморазведке используются групповые источники, компоненты которых располагают на различных, специально подбираемых глубинах, что до некоторой степени решает проблему.

2. Можно расширить спектр за частоту провала, сократив глубину провала и уменьшив флуктуации спектра, если задать «импульс» волны-спутника длительностью в несколько отсчетов с центром на предполагаемом времени задержки. Например, характеристику  $(1; 0; 0; 0; -0,9)$  можно было бы заменить на  $(1; 0; 0; -0,2; -0,5; -0,2)$ . Различие амплитудных спектров этих характеристик можно проследить на рис. 3.59.

Заметим, что ни в форме импульса, ни в характеристике волны-спутника вариации углов подхода волн обычно не учитываются (более подробно влияние этих эффектов рассмотрено в [58, 90]).

**Характеристика *i* регистрирующей аппаратуры.** Некогда весьма популярные методы коррекции за неидеальность характеристики канала регистрации сейчас в связи с усовершенствованиями в регистрирующей аппаратуре становятся большей частью ненужными. Кроме того, регистрируемая в ходе

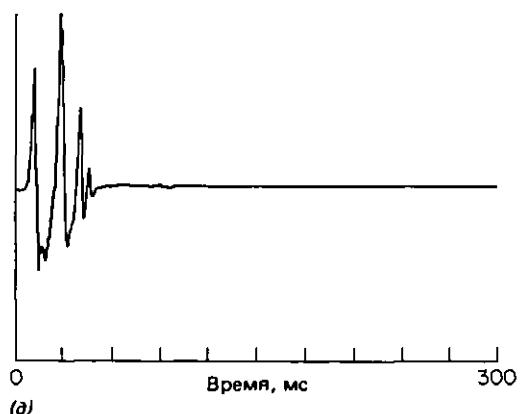
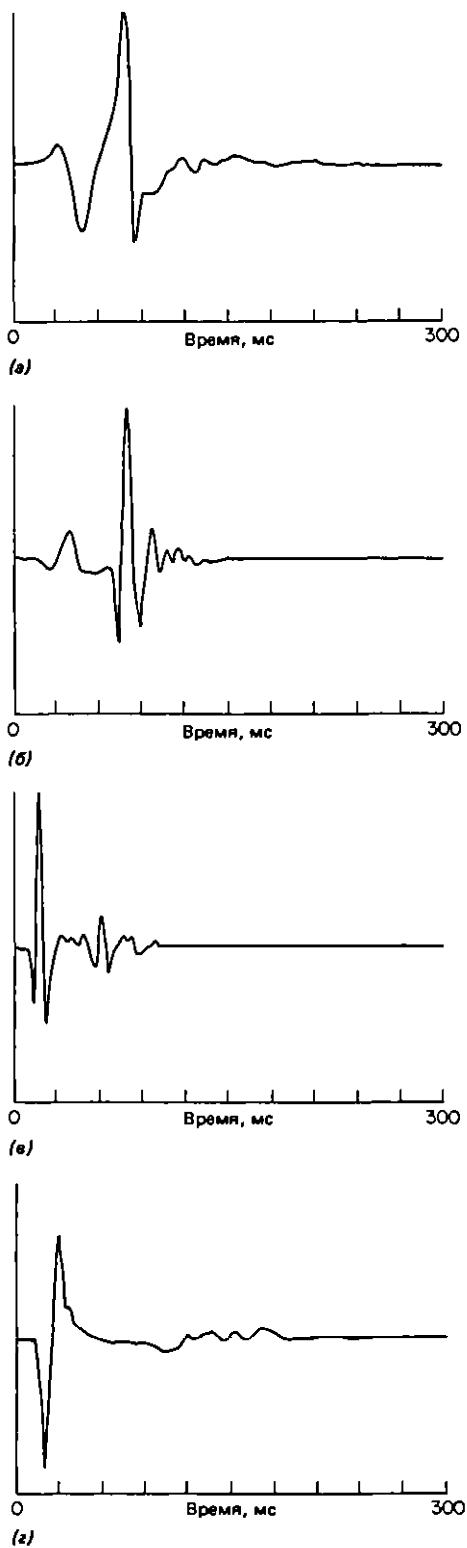
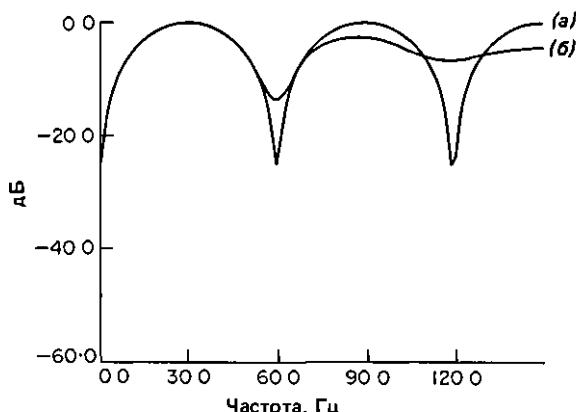


Рис. 3.58. Импульсы возбуждения в дальней зоне, генерируемые источниками разных типов. (а) Источник на перегретом паре; (б) водяная пушка (400 дюйм<sup>3</sup>); (в) группа малых пневмоисточников (48,9 дюйм<sup>3</sup>); (г) группа больших пневмоисточников (3640 дюйм<sup>3</sup>); (д) электроискровой источник (30 кДж).

разведки форма импульса источника уже включает в качестве сверточной компоненты и характеристику аппаратуры, что помогает геофизику явно корректировать форму импульса. Если коррекция характеристики канала регистрации все же производится, варьирует только ее фазовый спектр. Такая процедура оказывается очень важной в специфических условиях, когда проводят смешанные морские и сухопутные наблюдения. Дело в том, что сигналы, регистрируемые сухопутными сейсмоприемниками и гидрофонами, обычно различаются по фазе на 90°, поскольку первые измеряют скорость, а вторые – давление.

**Фильтрация в среде.** Эта компонента в соотношении (3.4.1) явно не выделена. Тем не менее она описывает один из самых важных факторов, действующих на сейсмический сигнал. По существу, этой компонентой желательно смоделировать влияние поглощения ( $Q$ ). К сожалению, действие поглощения не описывается сверткой. На практике сейсмический импульс считают постоянным в некотором временном окне, которое фильтруют корректирующим фильтром с постоянным (в целях устойчивости) уровнем спектра вне сигнального диапазона частот. В полосе частот сигнала фильтр рассматривают исходя из заданного значения параметра поглощения  $Q$ , которое либо определяется имеющейся геологической информацией, либо находится путем сравнения сигнала источника в дальней зоне с оценкой сигнала, полученной по сейсмическим данным. Это полезная, хотя и не ставшая еще стандартной процедура.



**Рис. 3.59.** (a) Амплитудный спектр характеристики волны-спутника  $(1; 0; 0; 0; -0,9)$  (б) Амплитудный спектр характеристики волны-спутника  $(1; 0; 0; -0,2; -0,5; -0,2)$ .

#### 3.4.1.5.3. Оценивание формы импульса

К оцениванию формы импульса прибегают в тех случаях, когда результаты его регистрации либо недостоверны, либо просто отсутствуют, а также когда требуется оценить влияние среды со сложной или неизвестной геологией. Существует множество методов оценивания формы импульса, которые объединяют только трудность произношения их названий. Ни один из них нельзя назвать доминирующим, хотя существуют какие-то «сезонные» флюктуации популярности. Все методы применимы только при высоком отношении сигнал/помеха, поэтому для его достаточного повышения проводится мощное осреднение данных. Рассмотрим некоторые из этих методов.

**Выделение мощного горизонта.** В этом способе проводится осреднение по донному или какому-нибудь другому интенсивному отражению от простой границы. Цель такого осреднения — снизить геологические эффекты, осложняющие форму отражения, и повысить отношение сигнал/помеха. Кроме того, выбирая только трассы с малыми удаленными, стремятся уменьшить влияние угла выхода волны на форму отраженного импульса. Метод дает наилучшие результаты в районах, где под глубоким, хорошо консолидированным донным слоем нет других отражающих горизонтов или эти горизонты залегают несогласно. Краевые участки выделенного импульса целесообразно умножать на затухающую функцию, что в других способах следует рассматривать только как удобный прием.

**Спектральное осреднение.** В методах этого типа обычно предусматривается осреднение функций автокорреляции по выбранным временным окнам на трассе. Импульс или считают минимально-фазо-

вым, или приближают его к таковому посредством предварительного экспоненциального взвешивания трассы. Найденная форма импульса почти всегда получается весьма сглаженной, пригодной только для качественного анализа.

**Сложные методы.** Здесь имеются в виду методы, использующие такие понятия, как минимальная и максимальная энтропия, принцип экономии, комплексный кепстр и др. Обычно эти методы не требуют принятия специальных предположений о виде фазового спектра, но зато заменяют их другими, например о разреженности последовательности коэффициентов отражения. Прогнозировать эффективность применения таких методов на практике довольно трудно. Как правило, они ведут себя неустойчиво и либо работают хорошо, либо дают неожиданно плохой результат. Вместе с тем но модельным данным все они обычно работают прекрасно.

#### 3.4.1.6. Статистическая деконволюция с использованием винеровских фильтров

Этот способ расширения спектра получил наиболее широкое распространение благодаря своей устойчивости и простоте использования. Эффект от его применения в какой-то мере предсказуем, хотя для оптимального выбора параметров всегда проводят тестовые просчеты. К сожалению, критерии выбора параметров весьма субъективны. Большинство специалистов согласится с тем, что эта процедура улучшает данные, однако никто из них не может толком объяснить, в чем состоит это улучшение. Математические аспекты метода уже рассматривались в разд. 2.8. Вкратце напомним лежащие в его основе допущения:

1. Коэффициенты отражения образуют случайную некоррелированную последовательность.
2. Помеха случайна и стационарна.
3. Сигнал имеет минимально-фазовую форму.

Эффективность деконволюции будет отчасти зависеть от справедливости этих предположений.

На эффективность деконволюции влияет также исходное отношение сигнал/помеха ( $S/N$ ), определяя в какой-то мере степень выравнивания спектра. На трассах с высоким уровнем шума значение автокорреляции при нулевой задержке оказывается повышенным, что дает примерно такой же эффект, как использование больших уровней белого шума при синтезе фильтра. Автокорреляционные функции трасс с высоким значением  $S/N$  точнее отражают спектральные свойства импульса, а эффекты деконволюции таких трасс проявляются более ярко. Таким образом, больших различий между результатами тестовых просчетов, проводимых для сравнения степени сжатия импульса, следует ожидать только

на профилях с высоким отношением сигнал/помеха. На плохих участках добиться существенного сжатия импульса с помощью этого метода просто невозможно. Заметим также, что наличие корреляции между отсчетами шума приводит к искажению автокорреляции трассы и при ненулевых задержках, а следовательно, и к искажению оценки спектра импульса.

Как правило, важную роль играет предварительная обработка данных. Все факторы, которые приводят к отличию автокорреляционной функции трассы от автокорреляции импульса, должны быть устранены или скорректированы. Например:

1. В окно расчета автокорреляции не следует включать участки с интенсивными регулярными помехами (вступлениями преломленных волн и т. п.).

2. Следует выбирать окно с интенсивной сигнальной компонентой.

3. Затухание амплитуд в пределах окна необходимо компенсировать с помощью гладкой кривой усиления.

4. Частотные компоненты с высоким уровнем шума как в пределах, так и вне сигнального диапазона частот нужно предварительно отфильтровать.

Для проведения деконволюции требуется задать значения следующих параметров: минимальной и максимальной автокорреляционной задержки, положения и ширины окна расчета автокорреляции, уровня белого шума. Рассмотрим эти параметры по порядку.

#### 3.4.1.6.1. Выбор параметров

**Минимальная и максимальная автокорреляционная задержка.** Идеальный результат деконволюции по алгоритму Винера – Левинсона должен иметь автокорреляционную функцию с нулевыми значениями в заданном диапазоне от минимальной до максимальной задержки.

Выбор значения минимальной задержки, или, как его обычно называют, *интервала прогноза*, определяет степень сжатия импульса. При задании интервала прогноза величиной в один отсчет пытаются добиться полного отбеливания амплитудного спектра импульса, оставляя нетронутым нулевой отсчет автокорреляции. Такую процедуру обычно называют импульсной (дельта-импульсной) деконволюцией. При больших значениях интервала прогноза деконволюцию называют предсказывающей (см. разд. 2.8)\*). Когда интервал прогноза превышает

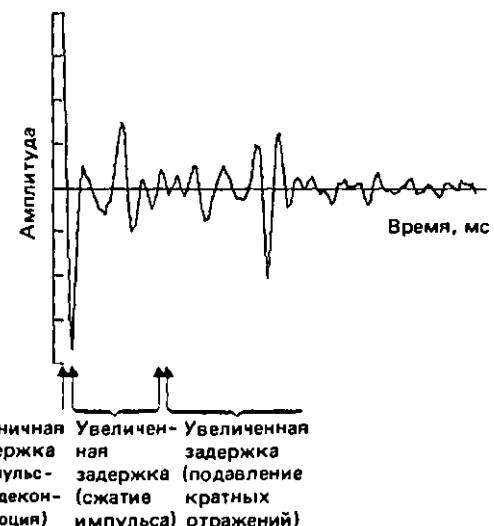


Рис. 3.60а. Выбор значения минимальной задержки в предсказывающей деконволюции.

время второго или третьего перехода автокорреляции через нуль, амплитудный спектр импульса меняется в результате фильтрации незначительно. Цель такой процедуры – ослабление короткопериодных кратных отражений. Рис. 3.60а, на котором показана типичная функция автокорреляции (ФАК), поясняет используемые на практике способы задания минимальной задержки. Интервал прогноза обычно может задаваться в миллисекундах или в количестве нуль-пересечений. В последнем случае результат деконволюции будет больше меняться от трассы к трассе.

Величина максимальной корреляционной задержки определяет диапазон, в котором вычитываются предсказанные значения амплитуд. Обычно выбор малой величины максимальной задержки приводит только к сжатию импульса, а при более длинных задержках наблюдается также ослабление кратных отражений (в случае морских данных – реверберации в водном слое). Таким образом, задание минимальной и максимальной задержек определяет область действия оператора (рис. 3.60б). Заметим, что деконволюция в режиме сжатия импульса при выборе неединичного интервала прогноза дает примерно такие же результаты, как импульсная деконволюция при относительно большой добавке уровня белого шума.

Как можно заключить из этого проведенного на качественном уровне рассмотрения, результаты тестовых просчетов с целью оптимального выбора параметров (какой бы смысл в это ни вкладывался) обычно представляются в виде отфильтрованных фрагментов данных. Последовательность таких

\* Представляется, что такое различие терминов не вполне оправданно, поскольку при любом интервале прогноза принцип построения оператора фильтра один и тот же (во всех случаях рассчитывается фильтр ошибки предсказания). – Прим. перев.

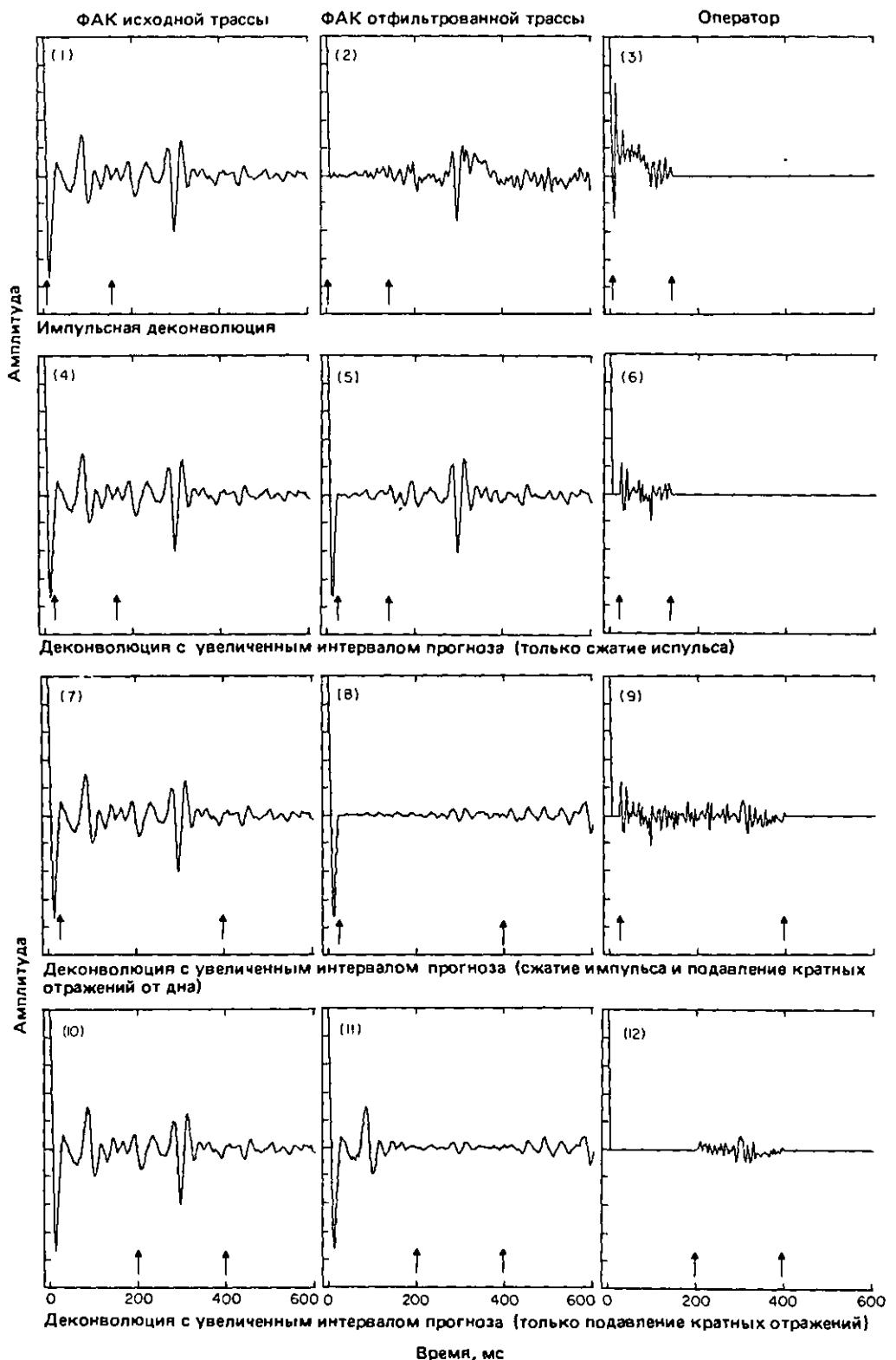


Рис. 3.60б. Варианты задания минимальных и максимальных задержек (помечены стрелками) в предсказывающей деконволюции.

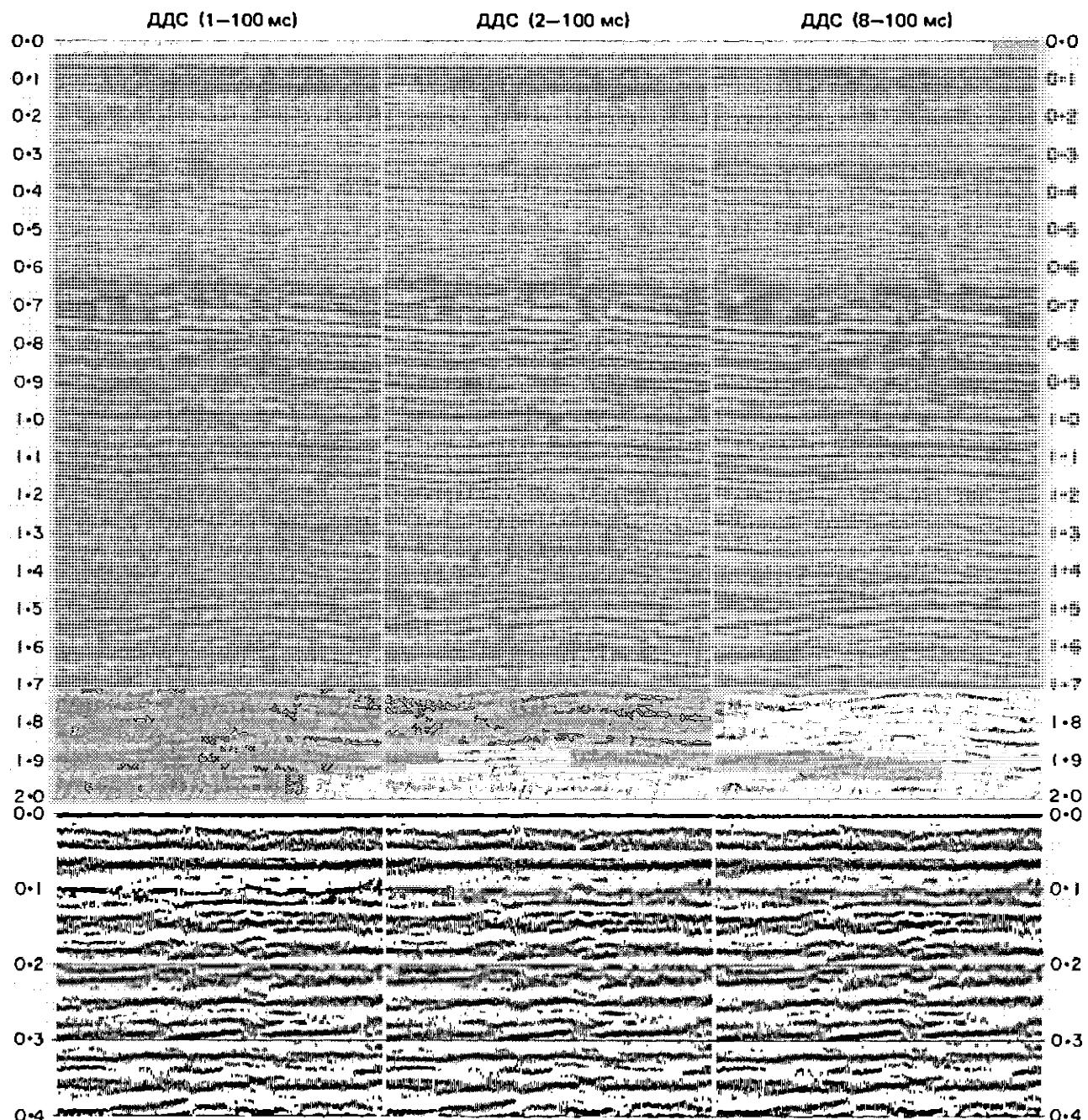


Рис. 3.61. Фрагменты суммарных разрезов после ДДС (деконволюции до суммирования). Внизу показаны односторонние (для неотрицательных задержек) автокорреляционные функции трасс, вычисленные в заданных окнах.

Обратите внимание на регулярные периодические (с периодом 50 мс) вступления кратных отражений от дна. Значения минимальной и максимальной задержек указаны над каждым фрагментом.

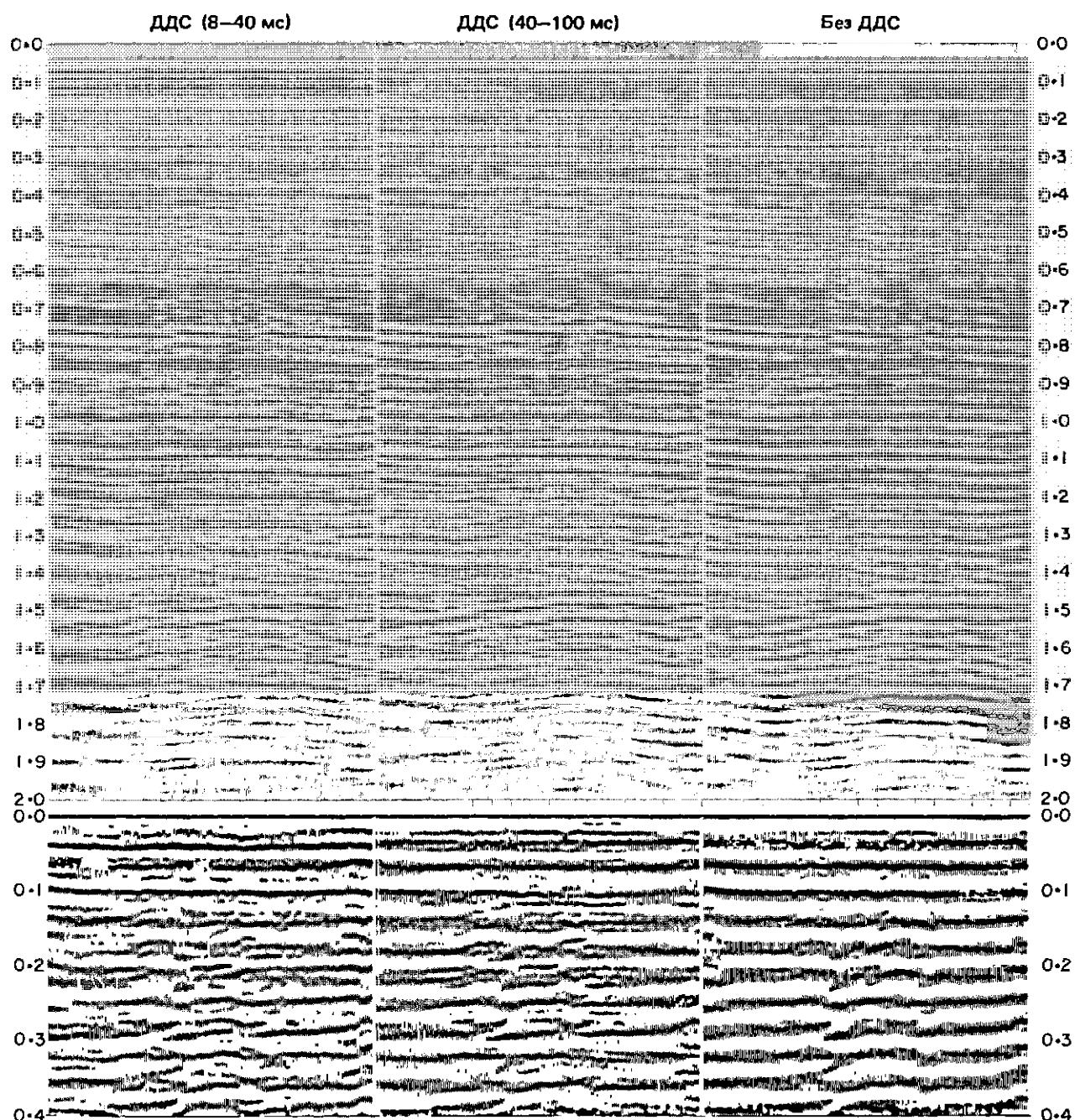


Рис. 3.61. (Продолжение.)

фрагментов показана на рис. 3.61. Трассы после деконволюции просуммированы. Можно заметить ухудшение отношения сигнал/помеха после деконволюции с короткими интервалами прогноза (степень такого ухудшения – ключевой признак при выборе параметров).

**Положение и ширина окна расчета автокорреляции.** С учетом всего сказанного выше о предварительной подготовке данных положение окна обычно определяется представляющим разведочный интерес интервалом глубин. Ширина окна выбирается исходя из компромисса между статистической устойчивостью (для чего требуется большое окно) и желанием сохранить стационарность записи (чего легче

добраться при узком окне). Часто используют простое эвристическое правило, согласно которому ширина окна должна быть примерно в 10 раз больше, чем максимальная корреляционная задержка. На самом деле выбор ширинпы сильно зависит от отношения сигнал/шумеха и частоты следования отражений в окне. Широкое окно, не содержащее отражений, не дает никаких преимуществ. Плохое отношение сигнал/шумеха можно улучшить путем осределения окон по соседним трассам, т.е. используя многоканальный подход.

При фильтрации сейсмограмм положение и (иногда) ширина окна меняют в соответствии с удалением от источника, чтобы на каждой трассе в окно попадали одни и те же отражения. При деконволюции суммарных разрезов положение окна определяют с помощью интерполяции между заданными координатами ОСТ таким образом, чтобы представляющая интерес зона находилась постоянно в пределах окна.

**Уровень белого шума.** Функции параметра белого шума здесь такие же, как при синтезе виннеровского фильтра. Если вклад помехи в автокорреляцию трассы достаточно существен, выбор этого параметра не очень важен и играет роль только при деконволюции с малым интервалом прогноза (1-2 отсчета).

#### 3.4.1.6.2. Общее описание параметров

**Переменная по времени деконволюция.** До сих пор мы рассматривали только построение единственного оператора фильтра на трассу, игнорируя изменения формы импульса по времени. На практике, однако, при фильтрации как сейсмограмм, так и временных разрезов обычно используют два или большее число операторов, определенных в смежных окнах. Окна выбирают так, чтобы в каждое из них попадала какая-нибудь пачка отражений, а границы смены окон назначают в «спокойных» зонах. Положение каждого окна определяется данными анализа связанных с геологией изменений частотного состава сигнала. В большинстве программ фильтрации допускается перекрытие окон, что особенно необходимо при обработке трасс с большими удалениями до суммирования. Опыт показывает, что в районах с глубокими целевыми зонами и перекрывающими их мощными третичными отложениями хорошие результаты дает деконволюция в двух окнах, когда граница между ними проходит выше отражения от подошвы толщи третичных или меловых отложений. В районах с мелкими целевыми зонами, где нет третичных отложений, на практике используется деконволюция с единственным окном. В условиях песчано-глинистого разреза часто не удается найти четко определенную зону смены

окон. Тогда окна по времени можно расположить произвольно, следя за тем, чтобы каждое окно включало достаточно интенсивную сигнальную компоненту.

При любой фильтрации в нескольких окнах требуется, конечно, указать способ перехода от одного окна к другому. На практике обычно используются два таких способа (рис. 3.62).

Первый способ предусматривает фильтрацию каждого окна отдельным оператором и затем «сшивку» окон в пределах заданных геофизиком зон перекрытия. Результат фильтрации в зоне перекрытия получают обычно как линейную комбинацию результатов, полученных в смежных окнах. Данный способ применяется, как правило, при деконволюции в нескольких окнах.

Второй способ использует непрерывное перекрытие окон, так что трудно указать точно, какой фильтр применяется в каждом конкретном временном отсчете. Этот способ реализуют большей частью при полосовой фильтрации (см. рис. 3.62).

#### 3.4.1.6.3. Заключение

В этом разделе мы познакомились с некоторыми распространенными методами повышения временной разрешенности. Следует, однако, отметить, что многие другие процедуры обработки приводят к снижению разрешенности, о чем всегда нужно помнить при их использовании. К таким процедурам относятся следующие:

**Полосовая фильтрация.** При недостаточно тщательном построении фильтра эта процедура помимо решения основной задачи ослабления частотных компонент с плохим отношением сигнал/помеха может привести к заметному обеднению частотного состава сигнала и, как следствие, увеличению его временной длительности. Заметим, однако, что если импульс имеет существенно неравномерный амплитудный спектр, в котором преобладают, к примеру, низкие частоты, то ослабление этих частот может улучшить разрешенность за счет уменьшения «звона».

**Ввод кинематических поправок и суммирование.** Определенная потеря высоких частот неизбежно происходит из-за неточной коррекции кинематических поправок, растяжения импульса при их вводе, негиперболичности годографа и плохого качества интерполяции, особенно при больших удалениях от источника. Если желательно повысить разрешенность, этого можно добиться ценой увеличения шума и интенсивности кратных отражений, суммируя только трассы с малыми удаленными (например, первые 6 или 12).

**Накапливание и смешение трасс.** Суммирование соседних трасс по различным координатам, имита-

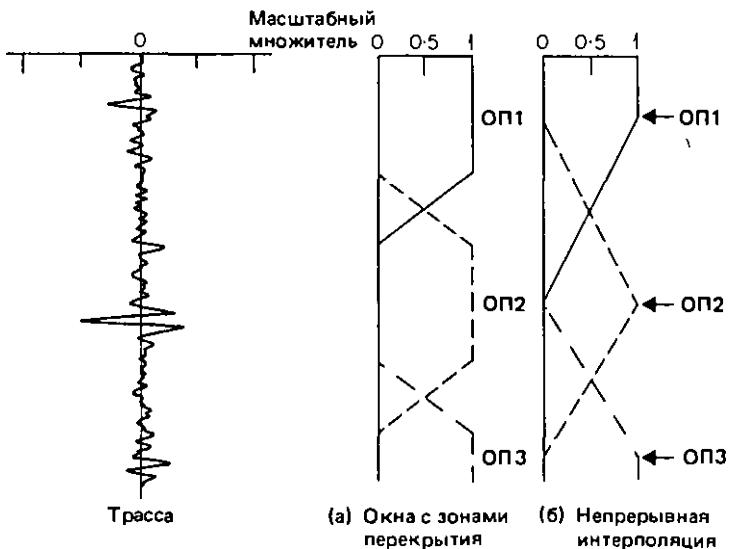


Рис. 3.62. Два метода перекрытия окон.  
(a) Окна с зонами перекрытия; (б) непрерывная интерполяция. Метод (a) обычно используется при деконволюции, а метод (б)-при полосовой фильтрации. Эти несколько специфические методы реализуют стандартное приближение к непрерывно меняющейся во времени фильтрации.

ция больших групп источников или приемников, а также применение к суммарному разрезу некоторых процедур повышения когерентности, как правило, улучшают прослеживаемость отражений ценой падения разрешенности.

Подавление регуляризации, особенно в  $f-k$ -области, обычно не ухудшает разрешенность однократных отражений, не попадающих в зоны подавления, хотя следует помнить о тех неприятностях, которые упоминались в разд. 2.10.

**Визуализация.** Этот источник ухудшения разрешенности часто недооценивается. То, что на плохом изображении низка и разрешенность, звучит, вероятно, банально, однако этот фактор играет весьма важную роль, и мы вскоре рассмотрим его подробно.

### 3.4.2. Подавление случайных помех

#### 3.4.2.1. Введение

Источники случайных помех уже рассматривались в разд. 3.3.3.1. В соответствии со способами их подавления такие помехи можно разбить на три класса.

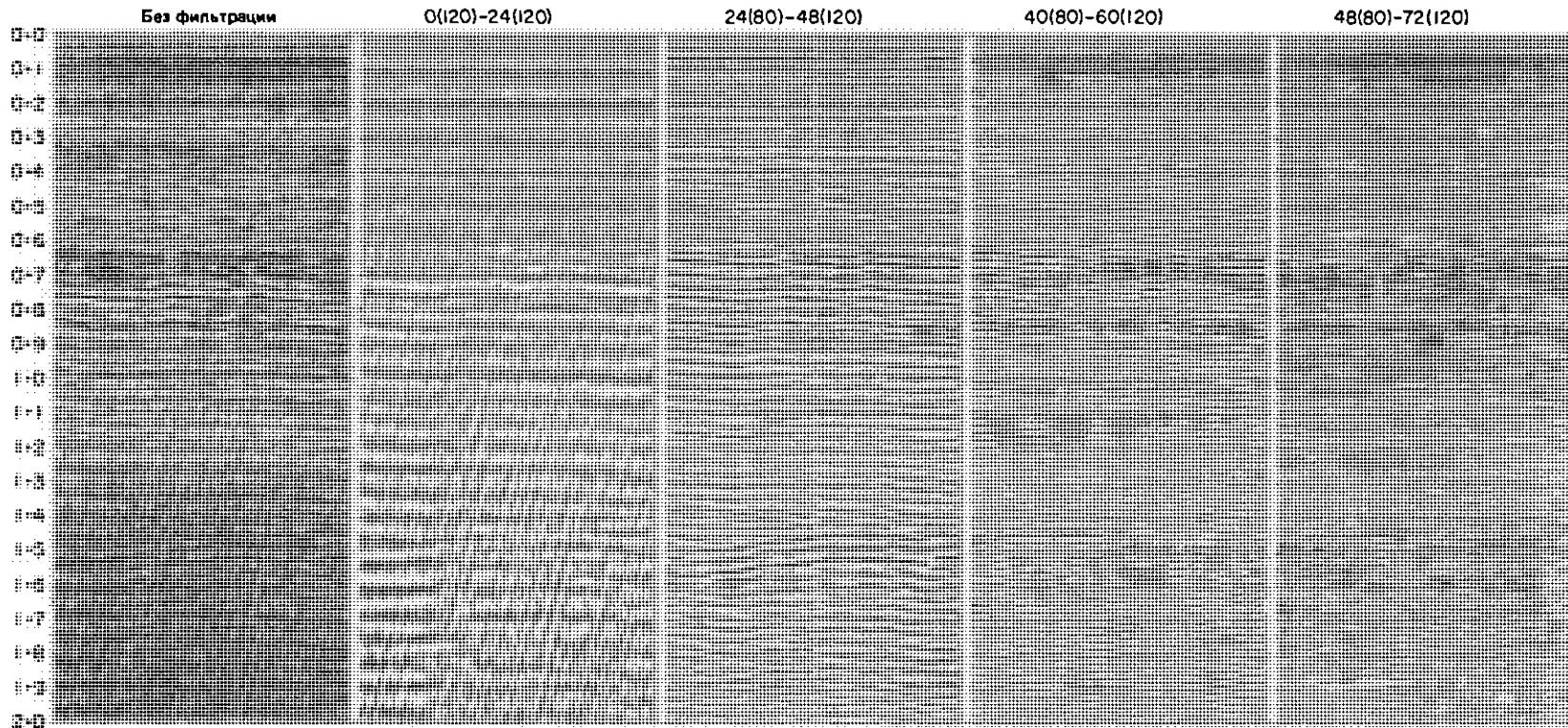
##### 3.4.2.1.1. Постоянный шумовой фон

Этот фон действительно повсюду присутствует в данных и включает шум приемной косы и аппаратурный шум. Все стандартные графы обработки содержат средства подавления шумового фона. Самое эффективное из них — суммирование по ОСТ. Как отмечалось в разд. 3.3.5,  $N$ -кратное суммирование при идеальных условиях позволяет уменьшить амплитудный уровень случайного шума в  $N^{1/2}$ .

раз, хотя на практике такой уровень подавления редко (если вообще когда-нибудь) достижим. Другие возможные средства делятся на одноканальные и многоканальные.

**Одноканальная полосовая фильтрация.** Ослабление шума в данных при помощи полосовых фильтров с подходящими частотами срезов обычно выполняется на поздних стадиях обработки, когда полезный диапазон частот сигнала уже более или менее изучен. Такой подход основан на довольно естественном предположении, что за пределами некоторой сигнальной полосы шум настолько доминирует над слабыми на этих частотах сигнальными компонентами, что подавление этих частотных компонент снизит общий уровень шума при сохранении разрешенности импульса. Таким образом, цель полосовой фильтрации в точности противоположна цели деконволюции, в задачу которой входит расширение полосы частот. Выбор частот среза полосового фильтра весьма субъективен, причем можно сказать, что использование такой фильтрации на завершающем этапе обработки — это не что иное, как исправление погрешностей деконволюции, выполнявшейся на предшествующих этапах. Остается надеяться, что будущие разработки в области детерминистической деконволюции приведут к созданию способа, который позволит деконволюцию суммарных разрезов и полосовую фильтрацию совместить в одной процедуре, учитывающей спектральные оценки отношения сигнал/помеха.

Параметры полосовых фильтров обычно подбираются точно так же, как и при деконволюции, т.е. на основе тестирования (рис. 3.63 и 3.64). На рис. 3.63 показана часть пакета фрагментов суммарного разреза, отфильтрованных в различных, главным об-



**Рис. 3.63.** Набор фрагментов суммарного разреза, отфильтрованного в разных полосах частот. Сверху указаны значения частот срезов (в герцах) и (в скобках) крутизна срезов частотной характеристики (в дБ/октава). Этот ряд узкополосных фрагментов можно продолжить до частоты Найквиста (в данном случае 250 Гц). Такой графический вывод дает геофизику прекрасное наглядное представление о полосе частот сигнала и диапазона, в котором поддерживается хорошее отношение сигнал/помеха. В примере использованы данные, полученные по методике высокоразрешающей сейсморазведки.

разом неперекрывающихся, частотных диапазонах. Цель такой процедуры – дать геофизику наглядное представление о полосе частот сигнала. На рис. 3.64 представлены фрагменты разреза после полосовой фильтрации с различными применяемыми на практике значениями параметров.

Выше уже говорилось, что основное требование сводится к сохранению достаточной ширины сигнальной полосы частот, обеспечивающей приемлемую интерпретируемость сейсмического импульса. Фильтр, таким образом, должен иметь полосу пропускания шириной 2–3 октавы с центром на доминирующих частотах сигнала.

Постепенное смещение сигнального диапазона на больших временах в сторону низких частот вынуждает использовать для достижения максимальной эффективности переменную по времени полосовую фильтрацию. Реализуется такой режим фильтрации, по существу, так же, как при деконволюции (см. разд. 3.4.1.6.2). Изменение геологического строения приводит к пространственным вариациям спектра. В идеальном случае один горизонт должен фильтроваться по всему профилю одинаково; однако временные и пространственные изменения могут иногда привести к конфликтной ситуации, когда такая фильтрация будет невозможна. В этой ситуации приходится искать компромиссные решения.

На практике обычно применяются нуль-фазовые полосовые фильтры, даже если сам сейсмический импульс минимально-фазовый. Теоретически это неоправданно (см. разд. 2.6), особенно если в дальнейшем предполагается проводить минимально-фазовую деконволюцию. Практика использования нуль-фазовых фильтров объясняется, по-видимому, желанием не вносить заметные временные подвижки в положение пиков и впадин импульса, особенно на заключительной стадии обработки непосредственно перед выводом окончательного результата. Искажения формы импульса в любом случае должны быть пезначительными, т. е. допустимо лишь минимальное подавление сигнальных частотных компонент.

**Многоканальные процедуры.** Применение полосовой фильтрации основано на возможности разделения частотных компонент сигнала и шума. В многоканальных процедурах используется некоррелированность шума от трассы к трассе. Суммирование по ОСТ – это, конечно, многоканальный метод. Такие двумерные процедуры, как имитационное грунтирование, которое мы вскоре рассмотрим, или миграция, которая будет обсуждаться в гл. 4, специально не предназначены для подавления шума, но такой привлекательный побочный эффект им присущ. Часто, однако, эти процедуры воздействуют на нерегулярный шум таким образом, что на выходе появляются различные ложные оси синфазности.

Приведенный в замешательство интерпретатор склонен тогда предпочесть более высокий уровень случайных номех.

Прямое суммирование, смешение или накапливание трасс – дополнительные методы повышения отношения сигнал/шум, хотя и им свойствен нежелательный эффект появления ложных осей синфазности. Разработаны также более сложные способы подавления шума, которые объединяются термином *когерентные фильтры*. Когерентная фильтрация позволяет подчеркнуть регулярные сигналы в заданном диапазоне наклонов их осей синфазности, однако возникающие при этом изменения спектральных характеристик шумового фона могут быть нежелательны. Такие процедуры обычно применяются на самой заключительной стадии обработки в качестве «косметического» средства.

### 3.4.2.1.2. Шумовые участки

Сильно зашумленные участки обычно встречаются лишь на небольшой части данных. Это могут быть плохо записанные каналы или помехи регулятора глубины приемной косы. Такие участки должны обнаруживаться на этапе контроля качества данных сразу после демультиплексации и но возможности сразу корректироваться. Если амплитуды шумовых участков не очень высоки, для их подавления применяют различные методы регулировки усиления. Высокоамплитудные участки можно выделять с помощью статистических алгоритмов обнаружения и корректировать их автоматически. По-видимому, наилучший способ коррекции таких участков – это их обнуление с возможным последующим восстановлением данных посредством пространственной интерполяции.

На морских записях в появлении шумовых участков обычно можно заметить закономерность (например, зашумлен один неисправный канал или все каналы при некондиционном возбуждении), так что отредактировать данные довольно просто. На записях, сделанных на суше, появление таких участков предсказывать намного труднее, так что редактирование данных становится зачастую весьма трудоемкой процедурой. Один из методов автоматического уменьшения влияния таких помех, применимый при обработке данных наземной сейсморазведки, предусматривает умножение каждой трассы на масштабный множитель, обратно пропорциональный уровню шума на этой трассе.

### 3.4.2.1.3. Выбросы

Выбросы проявляются только на отдельных или нескольких соседних отсчетах. Они характеризуются экстремальными значениями амплитуды и возни-

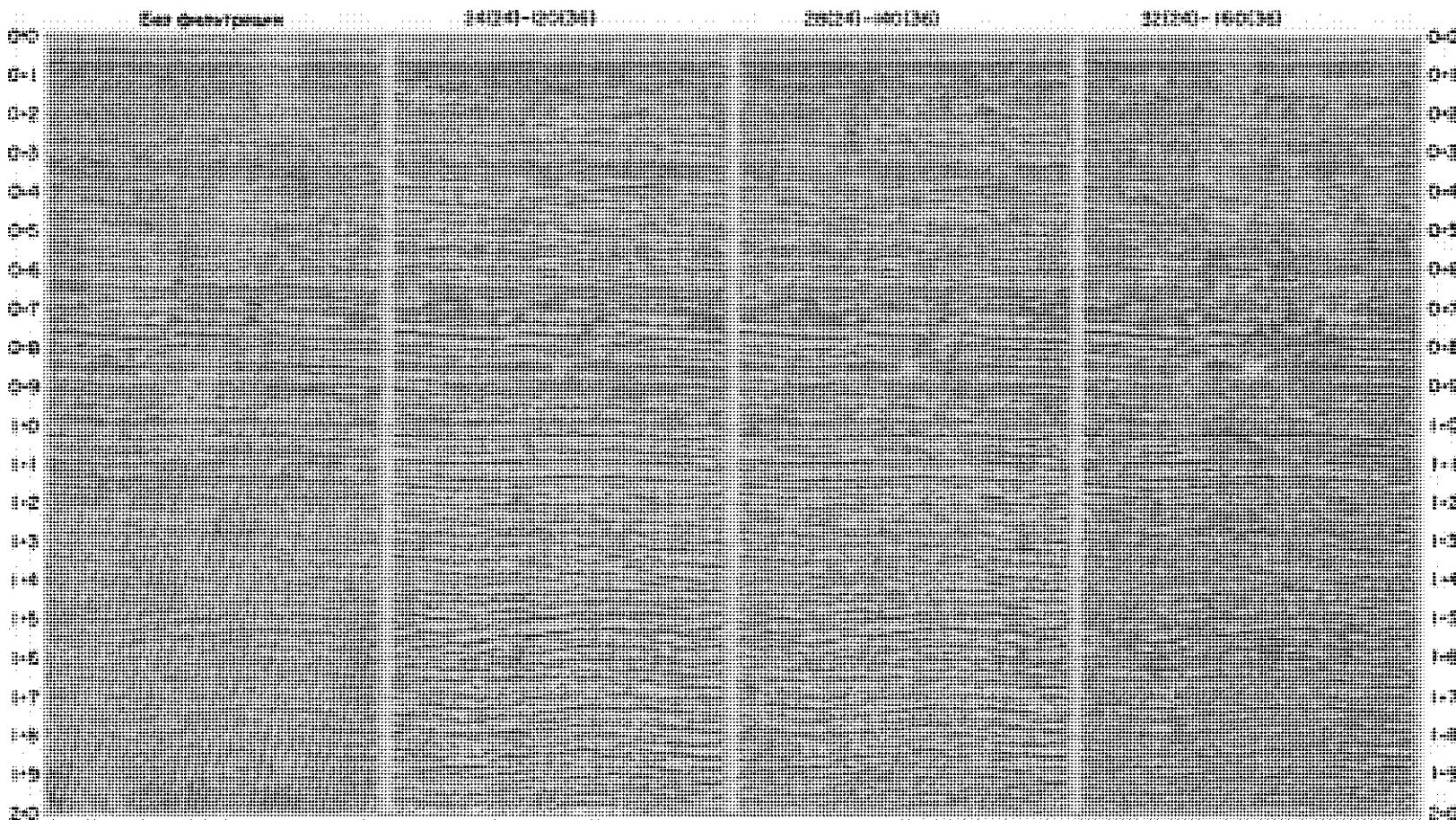


Рис. 3.64. Последовательность фрагментов суммарного разреза после полосовой фильтрации в различных широких диапазонах частот (результаты представлены примерно в такой же форме, как на тесте ДДС, рис. 3.61). Данные получены по методике высокоразрешающей сейсморазведки. Сверху указаны значения частот срезов (в герцах) и (в скобках) крутизна срезов (в дБ/октава). Выполнено выравнивание амплитуд посредством АРУ.

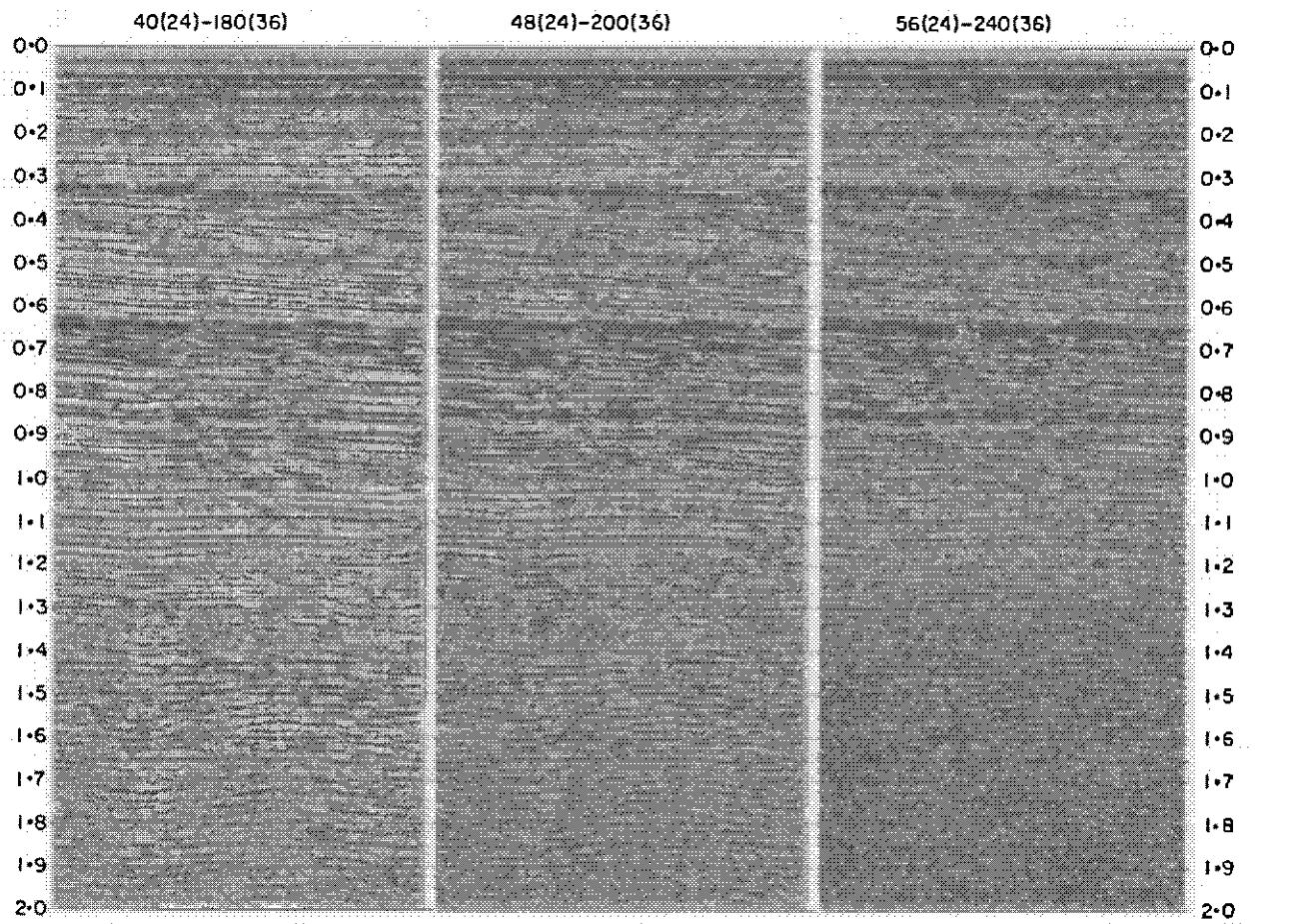


Рис. 3.64. (Продолжение.)

кают в результате сбоев аппаратуры. К сожалению, единичные выбросы часто возникают до аппаратурной полевой фильтрации и тогда проявляют себя уже на нескольких соседних отсчетах как копии временной характеристики фильтра очень большой амплитуды. Если амплитуда не слишком велика, такой отклик фильтра очень трудно программно отличить от настоящего отражения.

Разработаны различные процедуры для обнаружения и коррекции выбросов, основанные на анализе таких характеристик, как амплитудный уровень отдельных отсчетов, средний амплитудный уровень в узких окнах и скорость изменения амплитуды. Эффективность каждого конкретного алгоритма оценивается по его способности различать аномалии и истинные отражения. Очень часто такие алгоритмы программируются с учетом каждого отдельного типа выбросов.

### 3.4.3. Подавление регулярных помех

#### 3.4.3.1. Введение

Перед тем как рассматривать методы подавления регулярных помех, необходимо остановиться на том, как распознать их присутствие на сейсмических записях. Некоторые виды волн-помех (так называемые низко- и среднескоростные) распознаются обычно легко по следующим признакам:

1. Такие регулярные помехи на сейсмограммах или на суммарных разрезах проявляются в виде прямолинейных осей синфазности.

2. Они имеют обычно низкочастотный или узкополосный спектр.

3. Волны-помехи на сейсмограммах нередко имеют наклон, больший по величине и (или) противоположный по знаку по отношению к гиперболическим вступлениям однократных отражений. На суммарных разрезах их наклон никак не связан с поведением отражающих границ.

Идентификация кратных отражений обычно представляет собой гораздо более трудную задачу, поскольку:

1. Годографы кратных волн имеют гиперболическую или по меньшей мере близкую к таковой форму.

2. Форма импульсов кратных и однократных отражений примерно одинакова.

3. На суммарном разрезе кратные волны проявляются в виде непрерывных и вполне правдоподобных горизонтов.

Следующие свойства кратных отражений помогают более уверенно интерпретировать вступления сомнительного происхождения, однако ни одно из них не может гарантировать получение правильного результата.

#### 3.4.3.1.1. Периодичность

Периодичность служит главным критерем при анализе кратных волн. На каждой сейсмограмме ОСТ они вступают примерно с фиксированной задержкой за породившими их однократными отражениями. Любые две границы с высокими коэффициентами отражения (чаще всего ими оказываются дно и поверхность моря) определяют слой, в котором первичная волна будет порождать реверберацию, т.е. многократные отражения (см. рис. 3.16). Интервал двойного времени пробега между двумя отражающими границами на суммарном разрезе дает оценку задержки времени прихода кратной волны по отношению к породившей ее однократной. При отсутствии существенных латеральных изменений скорости кратное отражение будет хорошо прослеживаться с такой задержкой по всему разрезу. Амплитудные вариации также будут повторять соответствующие изменения амплитуды однократной волны. Правильной идентификацией кратной волны могут помочь иногда присутствующие на разрезе вступления волн второй и следующих кратностей. Облегчает идентификацию также то обстоятельство, что простые кратные волны с отражением от свободной поверхности имеют вдвое больший наклон на суммарном разрезе, чем породившие их однократные отражения. Частично кратные волны с отражениями на мелких границах распознать намного труднее.

Кратные волны гораздо отчетливее проявляются на получаемых до суммирования разрезах общих удалений, поскольку в процессе суммирования из-за различия кинематических поправок амплитуды кратных волн ослабляются. Вместе с тем на разрезе общих удалений (если только он не приведен посредством коррекции кинематических поправок к нулевому удалению) периодичность кратных отражений будет менее четко выражена. Для анализа периодичности часто используют автокорреляцию.

#### 3.4.3.1.2. Низкая скорость суммирования

Обычная тенденция к возрастанию скорости с глубиной приводит к тому, что кратные отражения имеют меньшую скорость суммирования, чем вступающие на том же времени однократные. Поэтому гиперболические годографы кратных волн на сейсмограммах ОСТ характеризуются большей кинематической поправкой, чем годографы однократных (это различие называют разностной кинематикой). Если скорость не растет с глубиной, ситуация существенно усложняется.

### 3.4.3.1.3. Уровень высокочастотных компонент до суммирования

За счет меньшей скорости распространения кратные волны проходят за одинаковое время с однократными меньший путь и, следовательно, высокочастотные составляющие их спектра в меньшей степени ослабляются поглощением. В какой-то мере этот эффект может быть скомпенсирован большими углами подхода к приемной группе и углами выхода из группы источников. После суммирования частотный состав будет определяться главным образом величиной разностной кинематики, т.е. различием кинематических поправок для однократных и кратных волн. Обычно кратные отражения на суммарном разрезе выглядят более низкочастотными, поскольку высокочастотные их компоненты суммируются несинфазно.

Относительный амплитудный уровень – это особенно ненадежный индикатор типа отражения. Поскольку отражения второй и последующих кратностей затухают по амплитуде из-за влияния расходления меньше, чем однократные с тем же временем прихода (см. разд. 3.3.3.2), вполне вероятна ситуация, когда интенсивные кратные волны будут отчетливо выделяться на суммарном разрезе, тогда как породившие их однократные могут различаться с трудом. В результате, хотя в такой ситуации можно распознать отражения нескольких последовательных кратностей (обычная ситуация на мелководье при очень контрастной донной границе), первое кратное отражение иногда интерпретируют как однократное.

### 3.4.3.2. Общие приемы подавления регулярных помех

Интенсивность низкоскоростных кратных волн и других регулярных помех можно ослабить по сравнению с энергией полезных отражений посредством практически любого предварительного смещения или суммирования исходных трасс. Сама процедура суммирования по ОСТ, конечно, тоже дает мощный эффект подавления.

Для синфазного суммирования полезных волн можно скорректировать перед смещением трасс кинематические поправки. При этом степень подавления кратных волн и распространяющихся вдоль приемной косы регулярных волн-помех будет уменьшаться. В данной процедуре допустимо задавать единственную достаточно представительную скоростную функцию.

Смещение трасс до суммирования по ОСТ можно трактовать как увеличение размеров полевых групп источников или приемников. Такие группы обладают более узкой направленностью возбуждения

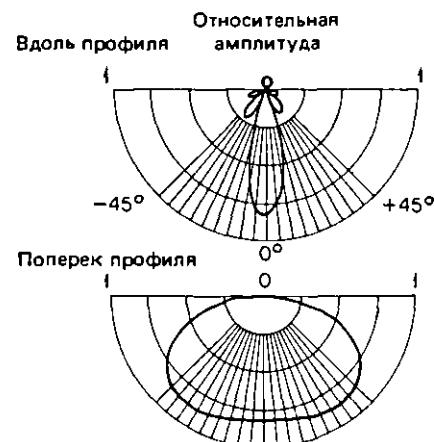


Рис. 3.65. Типичные характеристики направленности продольной трехэлементной группы длиной порядка 200 м. Характеристики рассчитаны для частоты 60 Гц. На других частотах вид кривых будет примерно таким же, причем острота направленности растет с повышением частоты. Отметим очень сильное подавление компонент, распространяющихся в направлении профиля под небольшими углами к вертикали.

или приема, подчёркивая вертикально распространяющиеся волны (рис. 3.65). Кратные волны и генерируемые источником регулярные помехи, которые распространяются под большими углами к вертикали, будут, следовательно, ослабляться. Изучению свойств направленности групп в прошедшие годы были посвящены многие исследования. При проведении сейсмических наблюдений в районах, где выделению полезной информации мешают кратные волны и другие регулярные помехи, обычно применяются полевые группы с большими продольными и поперечными размерами. Имитация продольных групп источников посредством соответствующего смещения трасс стала популярной обрабатывающей процедурой. При линейности регистрирующей аппаратуры такая имитация должна давать результат, очень близкий к полевому группированию. В работе [83] говорится о том, что результаты тем не менее не в точности эквивалентны.

#### 3.4.3.2.1. Имитация продольных групп

Имитационное группирование выполняется или на сейсмограммах ОПВ для приемных групп, или на сейсмограммах ОПП для групп источников. При стандартных параметрах системы наблюдений применяют смещение на базе из трех, пяти или (реже) семи трасс, относя результат к центральной трассе базы. Чаще при этом задают длину базы, а не число входящих в нее трасс. В смесителе обычно используется затухающая к краям базы весовая функция.

Такая функция или имеет простую треугольную форму, или иногда представляет собой характеристику пространственного фильтра, специально рассчитанного на подавление определенных пространственных частот. В последнем случае база смесителя может включать довольно большое число каналов, часть которых будет умножаться па отрицательные весовые коэффициенты.

Легкость, с которой можно выбрать желательную длину базы группирования и хорошую весовую функцию, запустить задание на обработку и получить результат, к сожалению, обманчива. В частности, при имитации группирования источников размеры базы могут принимать только определенные фиксированные значения. Геофизик при этом всегда должен знать, какие трассы фактически будут суммированы. Здесь может помочь так называемая диаграмма суммирования для поверхности наблюдений, которая отличается от диаграммы на рис. 3.12 более удобным расположением линий общих пунктов приема. На рис. 3.66 показано, какие трассы подлежат смещению при имитации групп источников с базой группирования 50 м. Схема наблюдений здесь такая же, как на рис. 3.12. Заметим, что, хотя интервал между пунктами возбуждения равен 12,5 м, в смещении участвуют только три трассы, а не пять, причем соответствуют им не соседние пункты возбуждения, а взятые через один. Крайним каналам приемной косы будут соответствовать неполные суммы, поэтому их следует либо привести посредством нормировки по амплитудному уровню к внутренним каналам, либо исключить.

Имитация обычных групп источников позволяет подчеркнуть энергию вертикально распространяющихся волн. Если же при смещении трасс ввести в них небольшие временные сдвиги, линейно зависящие от положения трассы в группе, будет смоделирован эффект поворота плоскости группы. Этот прием, называемый регулированием направлени-

ти, может быть полезным в ситуации, когда основное направление распространения энергии полезных волн отличается от вертикального.

Заметим, что использование вместо линейных временных сдвигов корректирующих кинематических поправок приводит к «фокусировке» энергии в приемной группе, однако это уже не будет имитацией физически реализуемого приема.

Имитация группирования источников часто позволяет улучшить качество прослеживания на суммарном разрезе глубоких границ, которым соответствуют малые значения кинематических поправок. С другой стороны, при этом слишком сильно подавляются высокочастотные компоненты сигналов, отраженных от мелких границ и характеризующихся большими кинематическими поправками и углами выхода. Альтернативный (также физически нереализуемый) метод, который позволяет сохранить частотный состав мелких отражений, состоит в использовании приемной по времени базы группирования, которая на малых временах включает только три канала с несколько меньшими для крайних из них весами либо всего один канал (т. е. группирование вообще отсутствует).

В заключение следует сделать одно замечание. Если использовать группирование только источников или только приемников на большой базе, то из-за несоответствия характеристик направленности на разрезе будет наблюдаться корреляция шума в одном преобладающем направлении. Избежать этого можно, применив одновременное группирование и источников, и приемников на небольших, сравнимых по величине базах.

Проблема ослабления высокочастотных компонент полезных сигналов при подавлении регулярных помех в основном решается с помощью процедур веерной фильтрации. Естественно, взамен приходится иметь дело с другими пожелательными свойствами этих процедур.

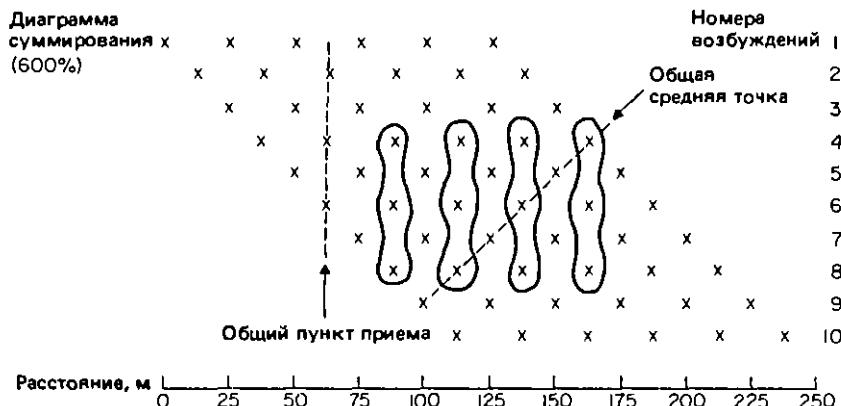


Рис. 3.66. Диаграмма суммирования для поверхности наблюдений. Выделены трассы, подлежащие смещению при имитации групп источниками с базой группирования 50 м для случая шестиканальной приемной косы, интервала между приемными группами 25 м и между пунктами возбуждения 12,5 м.

### 3.4.3.2.2. Двумерные веерные фильтры

При веерной фильтрации задается диапазон наклонов (обычно в миллисекундах на трассу), в котором требуется подавить регулярные помехи. Некоторые программы позволяют задавать несколько диапазонов. Как и в одномерном случае, двумерная фильтрация может проводиться либо в  $x-t$ -области посредством свертки, либо в  $f-k$ -области путем перемножения спектров. Процедуры фильтрации в плоскости  $x-t$  уже при небольшом увеличении канальности фильтра становятся дорогостоящими, поэтому с появлением матричных процессоров (см. гл. 1) стали популярными способы фильтрации в  $f-k$ -области.

### 3.4.3.2.3. Фильтрация в $f-k$ -области

Хотя фильтрация в  $f-k$ -области – очень мощный и широко используемый инструмент обработки, при некорректном ее применении могут возникать ложные оси синфазности. Особое внимание следует обратить на следующие моменты.

**Выбор диапазона наклонов.** При задании нижней границы веера подавления всегда приходится выбирать компромисс между требованиями в максимальной степени подавить помеху и минимально исказить сигнал, поскольку области существования сигнала и помех на  $f-k$ -плоскости перекрываются. Безопаснее всего выбирать нижнюю границу диапазона наклонов, определив максимальный наклон полезной волны и добавив к нему небольшую величину. На временных разрезах для этого приходится анализировать наклоны отражающих границ, а на сейсмограммах – находить максимальный наклон касательных к гиперболическим годографам однократно-отраженных волн в необнуленной мыштингом области. В сложных сейсмогеологических условиях, где гиперболическая форма годографов искается, это не простая задача.

При фильтрации сейсмограмм иногда приходится мириться с ослаблением полезных мелких отражений на дальних каналах, с тем чтобы усилить подавление помех на больших временах, соответствующих более глубоким целевым отражениям. Необходимость выбора здесь компромиссного решения просто не возникала бы, если бы возможно было задавать переменный по времени наклон. Однако далеко не все современные программные средства предоставляют такую возможность.

Верхнюю границу веера наклонов выбрать гораздо легче, поскольку в этом случае опасность искажения сигнала не возникает. Значение граничного наклона может быть при необходимости задано очень большим.

**Наложение пространственных частот.** Выбор максимального наклона не играет особой роли только в том случае, когда веер подавления ограничен на  $f-k$ -плоскости пространственной частотой Найквиста (рис. 3.67). В данном примере частоты выше 28 Гц для оси синфазности с максимальным заданным наклоном обычно подавляться не будут, так как выходят за границу Найквиста. В некоторых программах предусмотрена возможность фильтрации пространственных частот выше найквистовой, которые накладываются на противоположный квадрант. Опасность искажения полезного сигнала в этом случае очень велика (вспомним рассмотрение этого вопроса в разд. 2.10), особенно при фильтрации суммарных разрезов, где полезные сигналы могут иметь наклоны обоих знаков. Высокочастотные компоненты помех, оставшиеся после фильтрации сейсмограмм ОПВ, обычно не приводят к серьезным осложнениям, так как эффективно подавляются суммированием.

**Переходные зоны в  $f-k$ -области.** Как и в одномерном случае, где крутые срезы амплитудного спектра приводят к осцилляциям, слишком резкий переход от зоны пропускания к зоне подавления двумерного фильтра в  $f-k$ -области будет приводить к подчеркиванию в результате фильтрации тех наклонов, которые соответствуют границам веера. Заметим, что и крутизна склона переходной зоны влияет уровень амплитудного спектра в области подавления фильтра.

Широкая переходная зона, конечно, ограничивает возможность разделения сигналов и регулярных помех с близкими наклонами. Существует несколько способов преодоления этой трудности, например:

1. Задание контура области подавления в виде произвольного многоугольника или кривой, а не в виде веера.

2. Автоматическое проведение контура области подавления по участкам двумерного спектра исходных данных с малыми значениями амплитуд (пред-

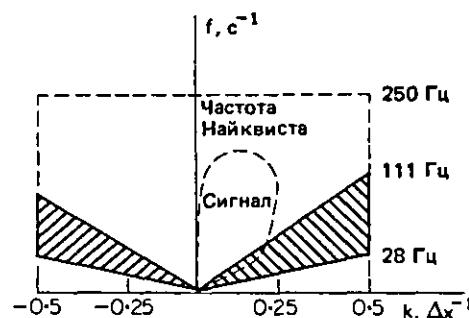
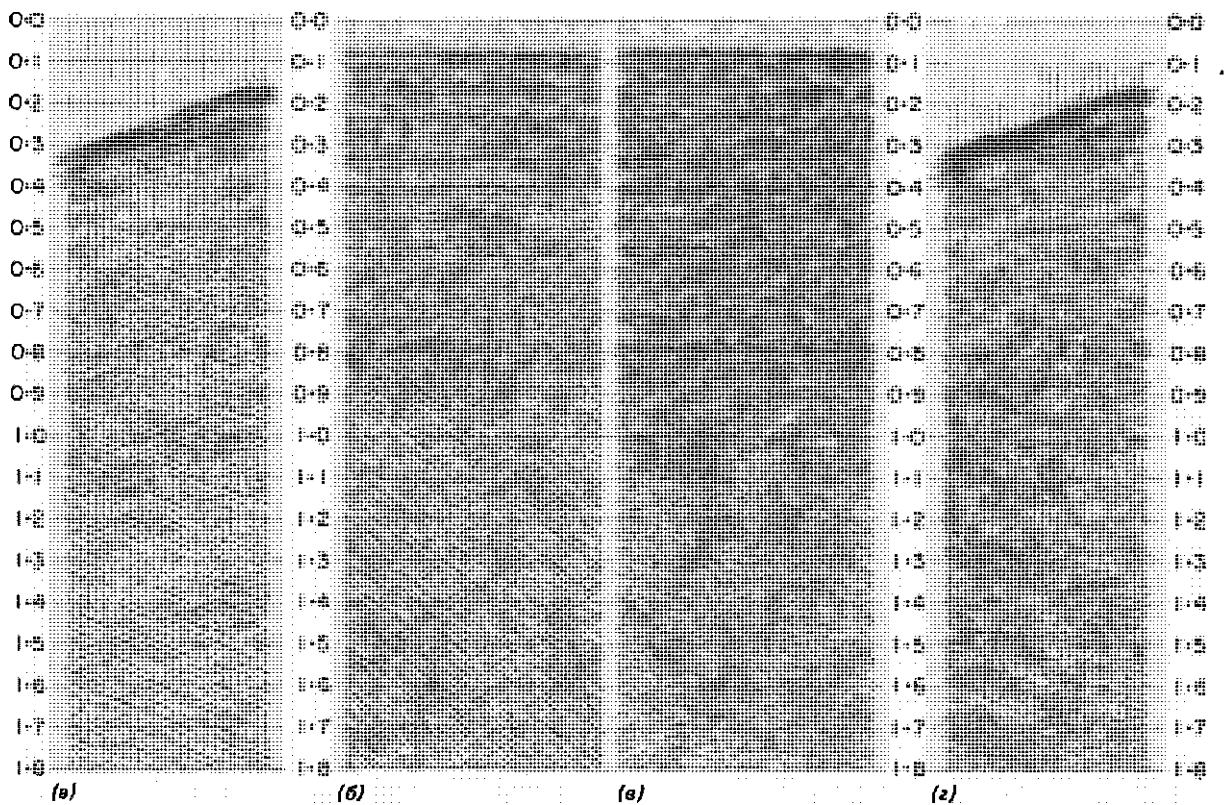


Рис. 3.67. Области подавления веерного фильтра в  $f-k$ -области. Результаты применения этого фильтра показаны на рис. 3.68 ( $\Delta x$  – расстояние между каналами).



**Рис. 3.68.** Пример подавления помех, возникающих при буксировке сейсмокосы, с помощью фильтрации в  $f\text{-}k$ -области. (а) и (с) Полевые сейсмограммы соответственно до и после фильтрации; (б) и (д) суммарные разрезы, полученные соответственно без фильтрации и с предварительной фильтрацией сейсмограмм. Зоны подавления заданы в границах от 4,5 до 18 мс на трассу и от -18 до -4,5 мс на трассу. Профиль был зарегистрирован по методике высокоразрешающей сейсморазведки.

полагается, что такие участки расположены подходящим образом). Действительно, крутизна склона переходной зоны не играет особой роли, если зона проходит в низкоамплитудной области исходного двумерного спектра.

Вид переходной зоны, конечно, влияет на форму двумерной импульсной характеристики фильтра в  $x\text{-}t$ -области. Когда результаты фильтрации оказываются неудовлетворительными, полезно бывает проанализировать (если это возможно) форму пространственно-временной характеристики.

**Амплитудные выбросы и ограниченность пространственно-временного интервала.** Если исходная запись содержит высокоамплитудные выбросы, в результате фильтрации на месте каждого выброса появится копия двумерной импульсной характеристики фильтра. Увидеть характеристику двумерного

фильтра с познавательной точки зрения, конечно, полезно, однако польза эта может показаться несколько сомнительной, когда поймешь, насколько трудно исключить двумерную характеристику из записи. Как упоминалось в разд. 3.4.2, удалять амплитудные выбросы необходимо, как правило, до применения двумерных процедур и выравнивания амплитудного уровня. Границы пространственно-временного интервала исходных данных сами выступают в качестве амплитудных нарушений и могут служить причиной определенных осложнений при фильтрации сейсмограмм в  $f\text{-}k$ -области. Если число трасс в сейсмограмме равно или ненамного меньше целой степени двойки, что требуется для выполнения быстрого преобразования Фурье, могут проявиться эффекты цикличности свертки по пространственной координате, т.е. на крайние трассы отфильтрованной сейсмограммы будет накладываться результат фильтрации трасс противоположного ее края. Особенно опасны здесь высокоамплитудные вступления преломленных и прямых волн на трассах с большими удаленными. Они могут привести к сильному загрязнению ближайших к источнику каналов на тех же двойных временах пробега. Поэтому желательно обнулять с помощью мьютинга область сейсмограммы, на которой проявляется

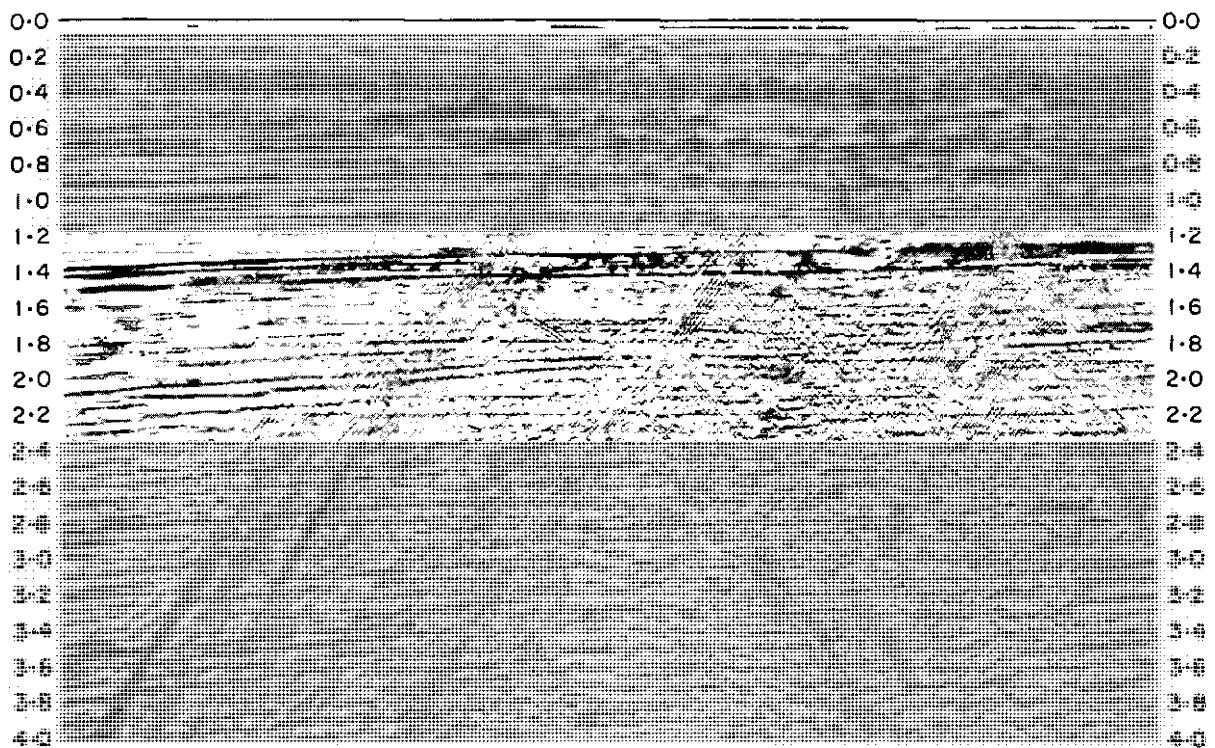


Рис. 3.69. Суммарный разрез с интенсивными регулярными помехами, вызванными рассеянием на приповерхностных неоднородностях.

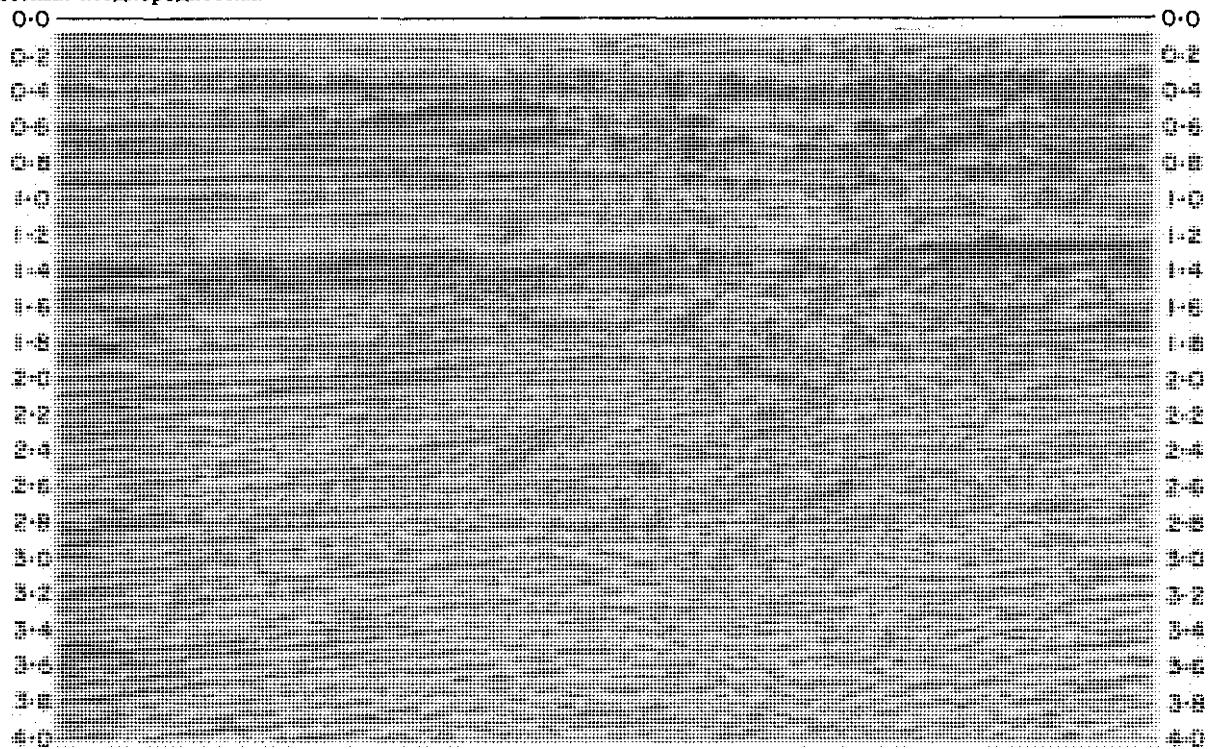


Рис. 3.70. Результат фильтрации суммарного разреза, показанного на рис. 3.69, в  $f-k$ -области. Зоны подавления были заданы в границах от 6 до 25 мс на трассу и от -25 до -6 мс на трассу.

основная энергия этих волн. Мьютинг может быть менее жестким, чем применяемый при суммировании и скоростиом анализе.

Существует также более дорогой способ уменьшения влияния цикличности, который предусматривает добавление к сейсмограмме такого числа нулевых или содержащих случайный шум трасс, чтобы общее их количество равнялось следующей, более высокой степени двойки. При очень малой мощности водного слоя цикличность свертки может проявляться и по времени, приводя к искажениям начальной и конечной частей записи. Чтобы не ломать себе голову, возможные эффекты цикличности лучше всего анализировать, изображая сейсмограмму ОПВ в окружении ее копий так, как это сделано со спектрами на рис. 2.53. Заметим, что проблемы учета цикличности связаны исключительно с преобразованием Фурье данных и при двумерной фильтрации в пространственно-временной области просто не возникают.

Безотносительно к тому, какие меры применяются для уменьшения эффектов цикличности, всегда приходится считаться с неполной обработкой крайних трасс (как при имитации группирования). Обнуление одной-двух крайних трасс, начиная с тех значений времени, где кратность суммирования уже не будет заметно уменьшена, или полное исключение этих трасс – довольно часто используемые в обработке приемы.

Процедура двумерной фильтрации (с учетом сделанных замечаний) может быть чрезвычайно эффективной. Пример фильтрации сейсмограмм ОПВ с целью подавления интенсивных помех, возникающих при буксировке сейсмокосы (волны, распространяющиеся вдоль приемной косы в обоих направлениях), представлен на рис. 3.68. Заданные границы областей подавления и пропускания фильтра показаны схематически на рис. 3.67.

Пример фильтрации суммарного разреза в  $f-k$ -области приведен на рис. 3.70 (на рис. 3.69 показан для сравнения исходный разрез).

### 3.4.3.3. Процедуры подавления кратных волн

Методы подавления кратных отражений делятся на две группы.

#### 3.4.3.3.1. Использование различий в кинематических скоростях

Методы этой группы основаны на предположении, что пластовая скорость с глубиной растет и потому кратные отражения проходят соответственно большую часть своего пути в более низкоскоростных слоях, чем однократно-отраженные волны с тем же временем прихода на нулевом удалении.

Следовательно, кратные волны должны иметь большие значения кинематических поправок и меньшие кинематические скорости. К счастью, на практике чаще всего имеет место именно такая ситуация, хотя иногда (например, в случае инверсии скорости) бывают и исключения. Эффективность методов данией группы, как и суммирования по ОСТ, полностью определяется разностью кинематических скоростей однократных и кратных волн. Рассмотрим некоторые из этих методов более подробно.

**Весовое суммирование.** Избирательный эффект обычного суммирования можно усилить, если присвоить исходным трассам соответствующие, зависящие от удалений веса. Интуитивно ясно, что вес ближних к пункту возбуждения каналов, которые характеризуются небольшими значениями разностной кинематики кратных волн, должен быть понижен по отношению к трассам со средними удаленными. Вес дальних каналов ввиду присущего им растяжения сигналов и зачастую меньшего отношения сигнал/помеха иногда также понижают. Веса можно подбирать эмпирически или рассчитывать в соответствии с заданным критерием оптимальности. Корректный способ нормировки суммопрорасы после весового суммирования описывался в разд. 3.3.5.3.

Внутренний мьютинг, т. е. обнуление меняющегося по времени количества ближайших к пункту возбуждения каналов, можно рассматривать как экстремальный случай весового суммирования. Более того, когда требуется выделить глубокое целевое отражение на фоне интенсивных кратных волн, можно применять суммирование трасс, соответствующих только дальней половине приемной косы.

Иллюстрация эффективности весового суммирования приводится на рис. 3.71 и 3.72, где показаны суммарные разрезы, полученные соответственно без применения и с применением весовых коэффициентов. Заметим, что и кратное отражение от дна, вступающее на времени 0,85 с в левой части разреза, и межслойная кратная волна на времени около 1,2 с в центре, порожденная однократной волной на времени примерно 0,7 с, с помощью весового суммирования эффективно подавляются.

**Медианная обработка.** При обычном суммировании вычисляется среднее арифметическое значение отсчетов, расположенных на одинаковых временах пробега. В качестве альтернативной оценки среднего значения последовательности чисел выступает медиана, которая равна значению центрального отсчета в упорядоченной по амплитудам элементов последовательности. Этую оценку в статистике называют робастной (устойчивой), поскольку она не чувствительна к большим изолированным выбросам в данных. Например, среднее значение последовательности 1, 1, 1, 1, 1, 1003 равно 168 (довольно

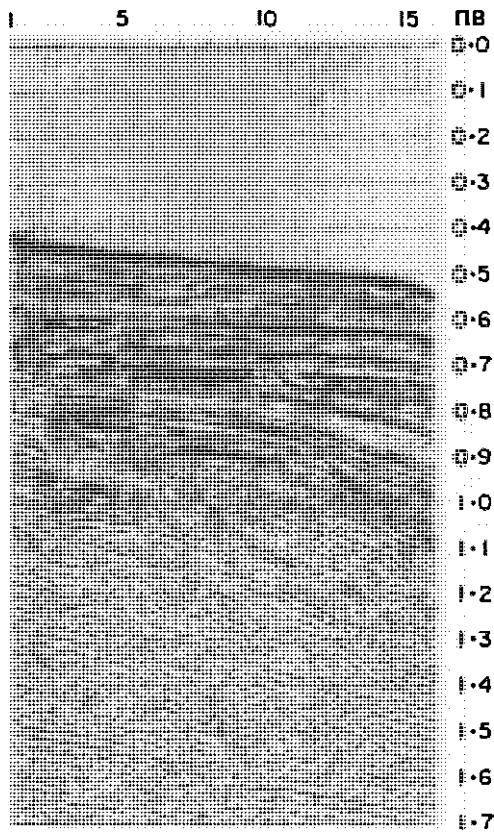


Рис. 3.71. Обычное суммирование. Обратите внимание на кратное отражение от дна на времени 0,85 с слева и межслойную кратную волну на времени около 1,2 с в центре (эта волна порождена интенсивной однократной, вступающей на времени 0,7 с). ПВ – пункты возбуждения.

бессмыслицейский результат, если число 1003 появилось в результате грубой ошибки), тогда как значение медианы равно 1. К сожалению, из-за этой особенности медианы ей порой склонны приписывать какие-то магические свойства. На самом деле в процедуре суммирования медиана практически оказывается менее устойчивой, чем среднее арифметическое значение. Как это может быть? Дело в том, что медиана более устойчива лишь в том случае, когда каждый отсчет содержит сумму сигнала и шума. Посмотрим, что произойдет, когда кинематическая поправка задана с ошибкой или годограф ввиду скоростной неоднородности отклоняется от гиперболы. В этом случае трассы с большими удалениями вообще не будут содержать на заданном времени отсчеты сигнала. Таким образом, если среднее значение всегда будет включать в себя информацию с ближних каналов, а следовательно, и какую-то информацию о сигнале, то при достаточно большой ошибке в кинематике медиана может ока-

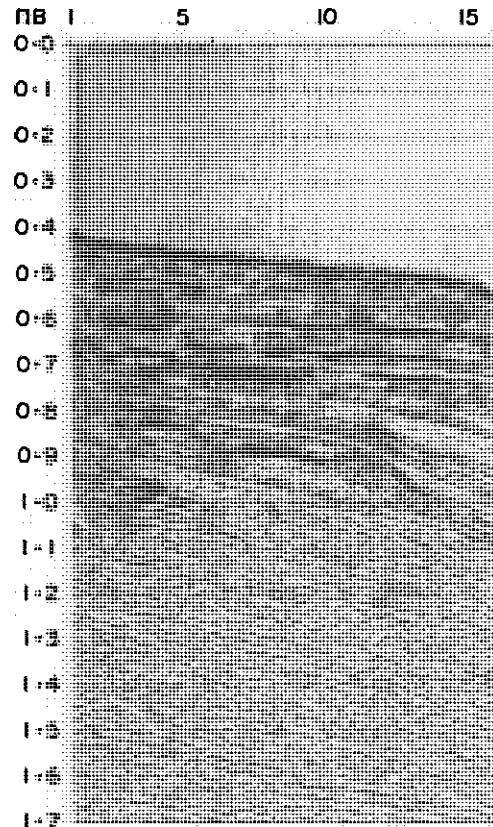


Рис. 3.72. Весовое суммирование тех же данных, по которым получен разрез на рис. 3.71. Кратные волны, видимые на разрезе, полученному в результате обычного суммирования, здесь подавлены.

заться равной какому-то отсчету с одного из дальних каналов, что дает в результате чистый шум.

Имея в виду сделанные замечания, следует все же отметить, что в отсутствие скоростных неоднородностей и при хорошо известной скорости медиана может быть чрезвычайно мощным инструментом обработки.

**Подавление кратных волн в  $f\text{-}k$ -области.** Этот весьма популярный способ основан на разделении кратных волн на двумерном спектре сейсмограммы ОСТ и подавлении кратных волн с помощью фильтрации. Таким образом, данному способу присущи примерно те же свойства и сложности, которые обсуждались выше в связи с подавлением в  $f\text{-}k$ -области регулярных помех.

Суть метода заключается в следующем. В трассы вводятся кинематические поправки, которые соответствуют скоростям, промежуточным между скоростями кратных и однократных волн. В результате однократные отражения приобретают отрицатель-

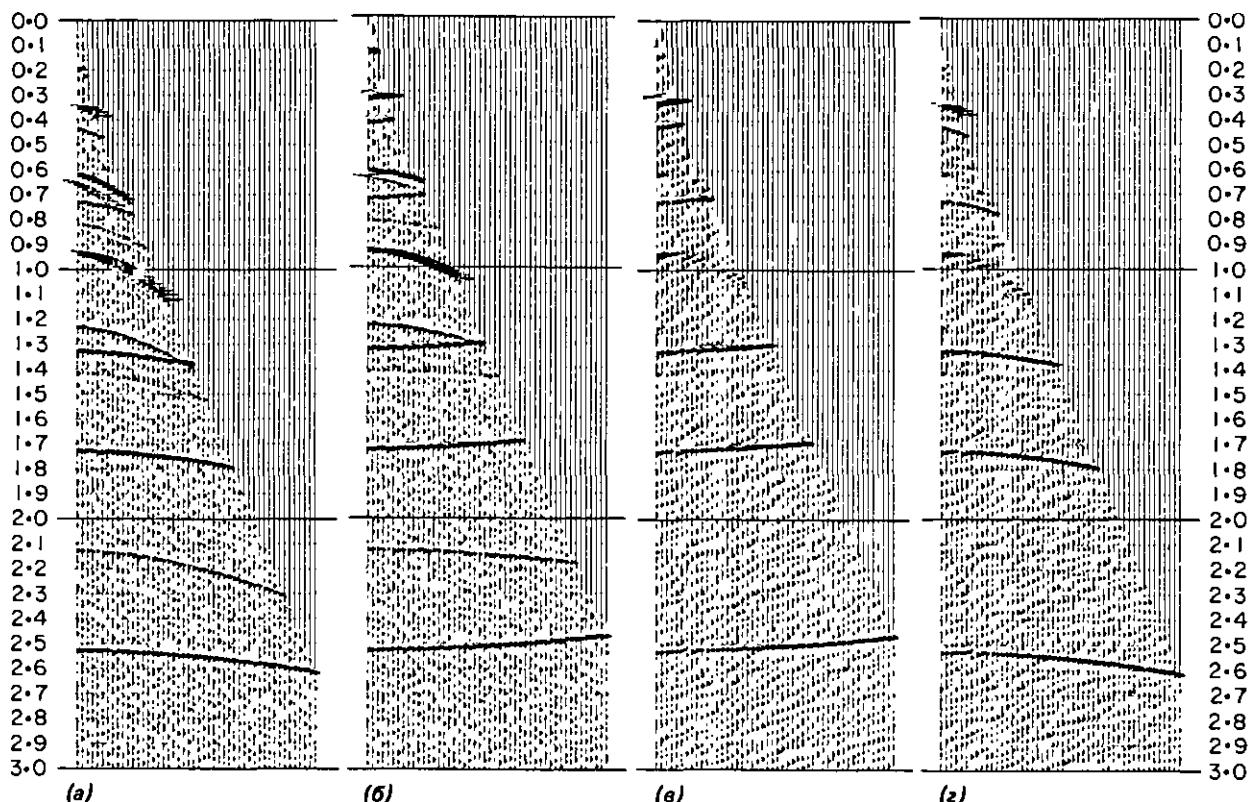


Рис. 3.73. Последовательные операции при подавлении кратных отражений в  $f\text{-}k$ -области на модельной сейсмограмме ОСТ. (а) Исходная сейсмограмма; (б) ввод промежуточных кинематических поправок; (в) результат фильтрации сейсмограммы (б) в  $f\text{-}k$ -области; (г) отфильтрованная сейсмограмма после восстановления исходной кинематики.

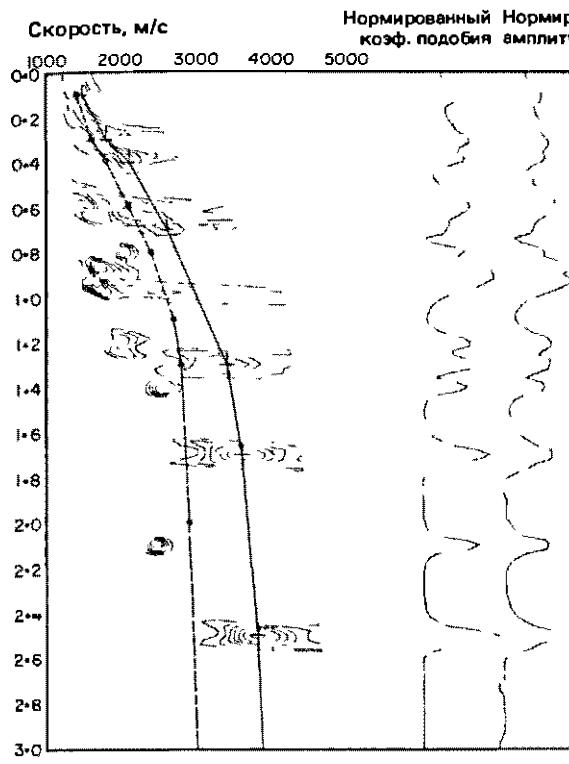
ный наклон, а наклон кратных остается по-прежнему положительным. Следовательно, их спектры находятся в различных квадрантах  $f\text{-}k$ -плоскости. Включив квадрант с положительными наклонами в область подавления фильтра и задав подходящую переходную зону, можно отфильтровать данные и затем с помощью обратного ввода поправок восстановить в них исходную кинематику. Пример использования этой процедуры приведен на рис. 3.73. Скоростной анализ этих данных показывает весьма выразительный эффект: низкоскоростная область слева от заданной скоростной кривой почти полностью очищается. Этот эффект хорошо заметен на спектрах скоростей, представленных на рис. 3.74, а, б и полученных по сейсмограммам, изображенным на рис. 3.73, а и г соответственно.

Выбор промежуточной скоростной кривой, проходящей вблизи кривой для однократных волн, с

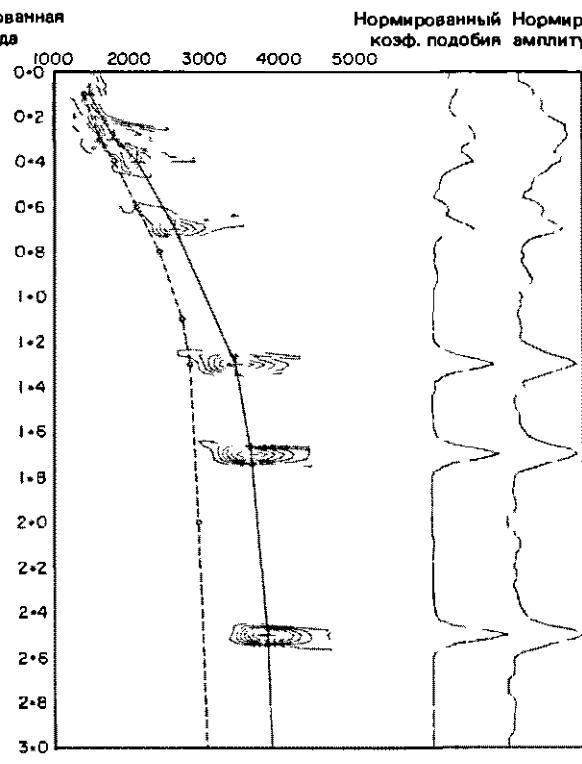
целью подавления всех кратных отражений с меньшими скоростями не всегда приводит к ожидаемому успеху. Очень низкоскоростные кратные отражения, такие как реверберационные волны в водном слое, могут оказаться недостаточно скорректированными и даже, возможно, будут содержать зеркальные пространственные частоты. Задание более низкоскоростной промежуточной кривой действительно помогает обойти эту сложность, однако для подавления всех кратных волн, возможно, потребуется применить процедуру дважды. При интерпретации скоростных спектров возникает большое искушение выбрать весьма привлекательного вида пики, которые часто появляются чуть правее промежуточной скоростной кривой. Здесь нужно быть особенно осторожным, так как эти пики обычно соответствуют остаткам неполностью подавленных кратных волн.

Эффективность рассмотренного метода иллюстрирует пример обработки реальных данных, представленных на рис. 3.75. Различия между разрезами до (рис. 3.75, а) и после (рис. 3.75, б) обработки вполне очевидны. На спектрах скоростей, полученных до (рис. 3.76, а) и после (рис. 3.76, б) обработки, различия заметны еще лучше.

Реже используется на практике другая процедура,



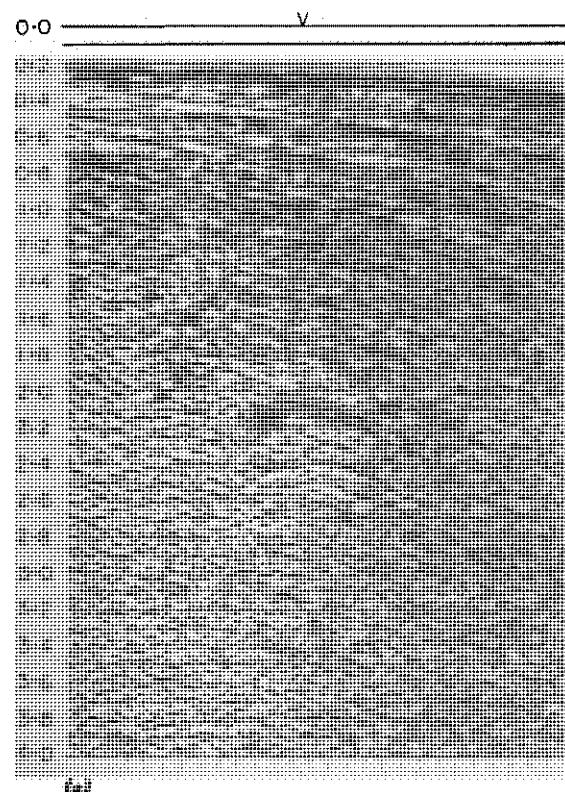
(а)



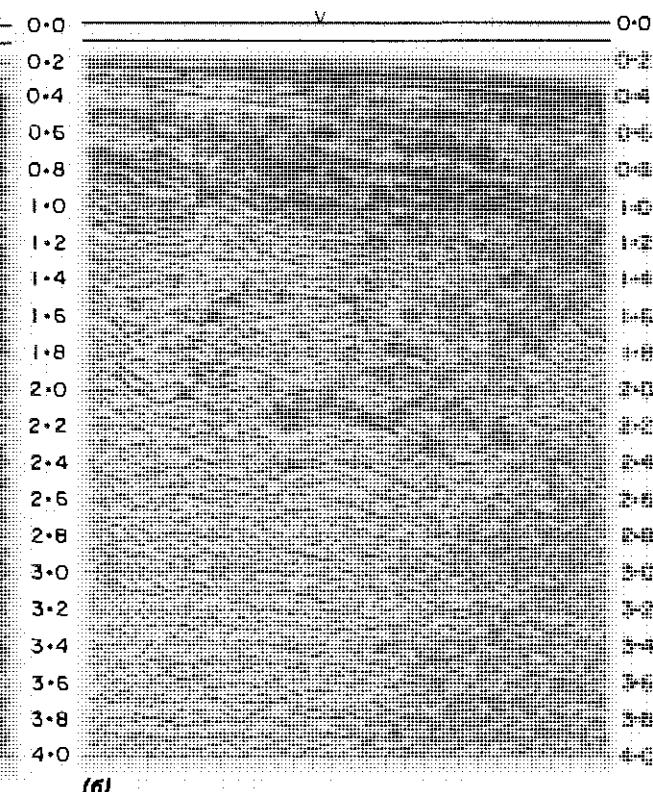
(б)

Рис. 3.74. Результаты скоростного анализа до и после применения процедуры подавления кратных волн в  $f\text{-}k$ -области. (а) Скоростной анализ сейсмограммы с

рис. 3.73, а; (б) скоростной анализ сейсмограммы с рис. 3.73, г.



(а)



(б)

Рис. 3.75. (а) Суммарный разрез с кратными отражениями от дна моря. Галочкой сверху помечен пункт скоростного

анализа. (б) Суммарный разрез по тем же данным, что на (а), но после подавления в  $f\text{-}k$ -области кратных отражений.

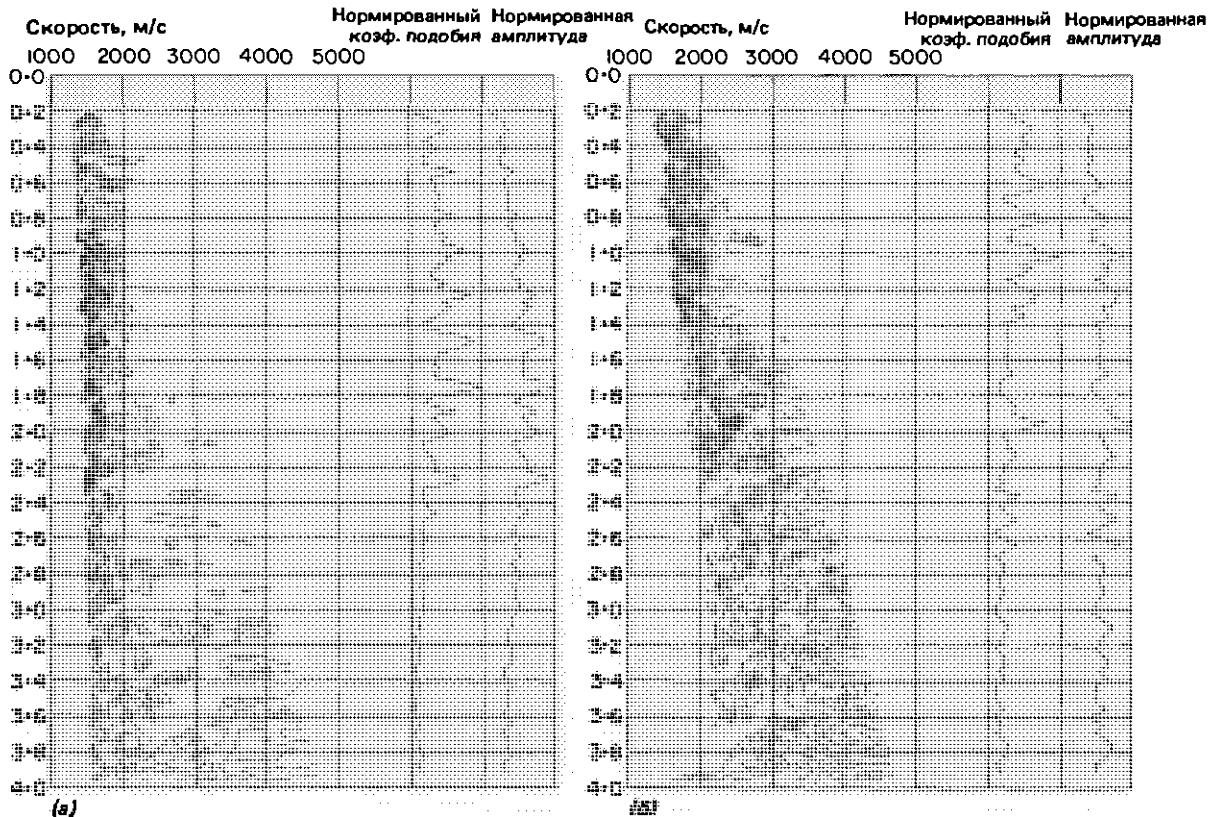


Рис. 3.76. (а) Скоростной анализ по данным, показанным на рис. 3.75, а. (б) Скоростной анализ по данным, показанным на рис. 3.75, б.

однократное применение которой позволяет подавить только одно семейство кратных отражений. Геофизик должен при этом задавать скоростную функцию кратных волн. При вводе рассчитанных в соответствии с заданными скоростями кинематических поправок гидографы кратных волн спрямляются. К таким данным применяется двумерный фильтр с узким веером подавления, ориентированным вдоль горизонтального направления. Затем в отфильтрованных сейсмограммах восстанавливается исходная кинематика. На спектрах скоростей, полученных по обработанным таким способом сейсмограммам, видна узкая пустая полоса, указывающая на подавление кратных отражений с заданными скоростями.

#### 3.4.3.3.2. Методы, основанные на периодичности кратных отражений

Выше уже говорилось о предсказывающей деконволюции в качестве средства подавления кратных волн. Эта процедура практически всегда вклю-

чается в граф обработки с целью подавления кратных отражений с периодами вступлений до 300 мс. Такую периодичность часто имеют реверберационные помехи, распространяющиеся в водном слое. Их кинематические отличия от однократных отражений обычно невелики, так что применение методов, о которых шла речь в предыдущем разделе, оказывается неэффективным, тогда как использование предсказывающей деконволюции часто приводит к успеху. Если же при небольшой разностной кинематике вступления кратных волн имеют больший период, то и предсказывающая деконволюция оказывается малоэффективной. Это объясняется, в частности, следующими причинами.

1. Отношение амплитуд однократной волны и отражений последующих кратностей редко сохраняется постоянным на трассе до суммирования и вообще никогда не сохраняется на суммарной трассе.

2. Период вступлений кратных отражений нельзя считать фиксированным, особенно в верхней части разреза и при больших удалениях от пункта возбуждения. В районах с неблагоприятными сейсмогеологическими условиями возникают дополнительные сложности.

Пытаясь преодолеть эти трудности, специалисты

разработаны модифицированные варианты стандартной деконволюции. Суть их состоит в том, что вместо непосредственной свертки исходной трассы с оператором фильтра ошибки предсказания получают сначала трассу прогнозных значений, которая должна содержать только кратные отражения. Перед вычитанием прогнозной трассы из исходной, в результате чего должна получаться трасса однократных волн, тем или иным способом (например, с помощью корреляции) выполняется аддитивная подстройка вычитаемой трассы к исходной. Такие процедуры могут быть очень эффективными, однако они приобрели несколько дурную славу из-за их способности генерировать ложные вступления сигналов. Следует быть особенно осторожным в тех ситуациях, когда в автокорреляцию трассы основной вклад вносят интенсивные однократные отражения.

Существуют также более простые процедуры подавления специфических кратных волн, представляющие собой геофизический эквивалент обычных ножниц. Они основаны на подавлении или обнулении участков исходных трасс, соответствующих вступлениям простых кратных отражений, порожденных интенсивным однократным. Положение этих участков рассчитывают по измеренным временам вступлений однократной волны (часто в качестве такой волны берется отражение от глубокого дна). На этом же принципе основаны многие более совершенные алгоритмы, включающие элементы аддитивной фильтрации.

Современные направления исследований в этой области связаны с изучением волновых свойств среды, порождающей кратные отражения. Большая работа проделана в рамках Станфордского исследовательского проекта под руководством Дж. Клербаута. Ожидаемая эффективность разрабатываемых методов весьма высока, однако здесь остаются еще некоторые теоретические и запачтывальные вычислительные трудности.

## 3.4.4. Визуализация сейсмических разрезов

### 3.4.4.1. Введение

Окончательную проверку качества обработки выполняет интерпретатор при визуальном анализе сейсмического материала. Информацию, которая содержится на полученной в результате обработки магнитной ленте в виде чисел в формате с плавающей запятой, необходимо верно представить в удобной для интерпретации форме сейсмического изображения. Для этого требуется не только иметь хорошее графическое устройство, но и ясно понимать принципы формирования изображения сейсмичес-

кой трассы из отдельных элементов и связи между задаваемыми геофизиком параметрами.

Требования, предъявляемые к изображению, в определенной мере зависят от стоящих перед интерпретатором задач. При чисто структурном анализе региональных данных приемлем мелкий масштаб изображения, облегчающий прослеживание границ, тогда как при статиграфической интерпретации необходимо ясно различать форму сигналов на отдельных трассах. Достаточная разрешенность изображения, однако, важна во всех случаях и ограничивает выбор возможных значений вертикального масштаба. Другое общее требование состоит в том, чтобы сигналы на соседних трассах перекрывались, создавая впечатление непрерывной границы, а шум при этом оставался на уровне фона (без перекрытий).

### 3.4.4.2. Способы построения изображения и выбор параметров вывода

При графическом выводе информации для контроля качества обработки сейчас в основном используется точечный принцип формирования изображения (см. гл. 1). Все шире применяется этот принцип и при визуализации окончательных результатов на фотопленке. Схему формирования изображения комбинированным способом переменной площади-отклонений (см. ниже) иллюстрирует рис. 3.77.

Электростатические графопостроители, названные так потому, что краситель в определенных точках получаемого изображения удерживается в них электростатическим зарядом, чаще всего используются для визуализации сейсмических разре-

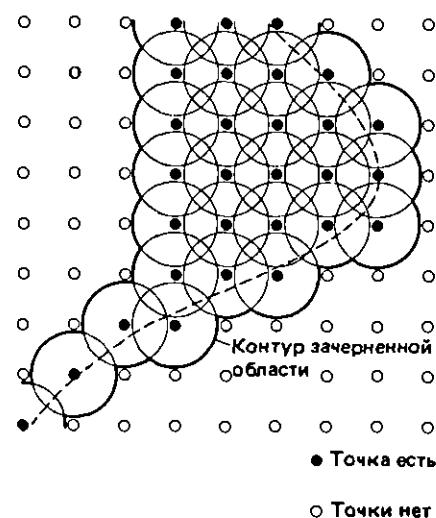


Рис. 3.77. Точечный принцип формирования изображения.

зов в режиме непосредственной связи с машиной, т. е. по мере их получения в результате прохождения геофизического задания. Автономные, т. е. не связанные с ЭВМ, графопостроители, оснащенные встроенными преобразователями графической информации из векторной в растровую форму и накопителями на магнитной ленте, также применяются для визуализации сейсмических данных непосредственно с ленты, записанной в формате SEG Y или аналогичном потрассном формате. Как правило, автономные графопостроители не обладают такой гибкостью и функциональными возможностями, как их связанные с ЭВМ «родственники». Электростатические графопостроители составляют подавляющее большинство используемых в сейсмике графических устройств и позволяют получать разрешенность изображения 100, 200, 254 и 400 точек на дюйм при фиксированном размере каждой точки<sup>\*1</sup>). Хотя современные электростатические графопостроители позволяют делать вывод не только на электростатическую, но и на проявляемую бумагу и фотопленку, невозможность варьирования размером точек и соображения качества ограничивают сегодня область их применения промежуточным визуальным контролем качества.

Вывод на фотопленку окончательных результатов выполняется с помощью более дорогих растровых или лазерных графических устройств. Современные лазерные графопостроители способны обеспечивать разрешающую способность до 2000 точек на дюйм, хотя в сейсмике обычно не требуется более высокая разрешенность, чем 500 точек на дюйм.

Параметры вывода выбираются для всех графопостроителей примерно одинаково. Рассмотрим их по порядку.

**Способ построения изображения.** Хотя для вывода сейсмической информации (т. е., по существу, матрицы значений отсчетов) доступны различные способы, сейчас применяется в основном так называемый способ переменной площади – отклонений. При этом положительные пики зачерняются, а отрицательные прорисовываются непрерывной линией. В соответствии с действующим соглашением, принятым Обществом геофизиков-разведчиков (SEG), положительные амплитуды для морских данных должны соответствовать падению давления (разрежению), однако зачастую данные выводят и в обратной полярности. Возможны также другие способы изображения, например:

\*1 Разумеется, речь здесь идет о точках не в математическом, а в физическом смысле, т. е. под точками понимаются маленькие закрашенные пятнышки, из которых формируется изображение. – Прим. перев.

1. Способ переменной площади. Положительные пики зачерняются, отрицательные амплитуды не выводятся.

2. Способ отклонений. Трасса изображается в виде непрерывной кривой (см. рис. 3.79).

3. Способ переменной плотности. Значения отсчетов определяют яркость серого тона в пределах соответствующих регулярно расположенных фрагментов изображения. Заметим, что по такому же принципу строится изображение на экране черно-белого телевизора.

Возможны и другие многочисленные вариации и комбинации этих способов, однако обычно они используются для вывода дополнительной информации.

**Масштаб.** Некоторые масштабы за прошедшие годы стали стандартными. При разведке глубинных объектов в зависимости от длины профиля и решаемой задачи выбираются горизонтальные масштабы 1:50 000, 1:25 000 или 1:12 500. Часто бывают нужны «полные» и «половинные» масштабы. Масштаб 1:50 000 используется при интерпретации региональных профилей, а масштабы 1:25 000 и 1:12 500 лучше подходят для интерпретации данных при поисках залежей углеводородов. Расстояние между приемными группами большей частью измеряют сейчас в метрических единицах. При этом в метрических единицах будет выражен и шаг по ОСТ, т. е. упомянутые выше масштабы будут обозначать целое число трасс на сантиметр. Например, при интервале между приемными группами 25 м и горизонтальном масштабе 1:25 000 на 1 см приходится ровно 20 трасс. Обычно при пользовании имеющимися в сейсмических пакетах программами графического вывода геофизик должен задавать горизонтальный масштаб в количестве трасс на 1 см (или дюйм), а не в виде отношения. Поэтому, чтобы предохранить себя от ошибок, необходимо провести простые вычисления.

За пределами США при получении сейсмических разрезов сейчас в подавляющем большинстве случаев пользуются метрической системой. К сожалению, похоже, что этот факт прошел мимо внимания почти всех производителей устройств графического вывода. Большинство графопостроителей ориентировано на вывод целого числа трасс на дюйм и, следовательно, не допускает использования точной метрической шкалы. Это, конечно, крайне неудобно, и единственная альтернатива применению нескольких неточных метрических шкал заключается в выводе 24 или 48 трасс на дюйм и использовании более сложных масштабов типа 1:23 662,047. Таковы успехи технологий! Карта-схема сейсмических наблюдений должна выводиться в точно таком же горизонтальном масштабе, как и разрез.

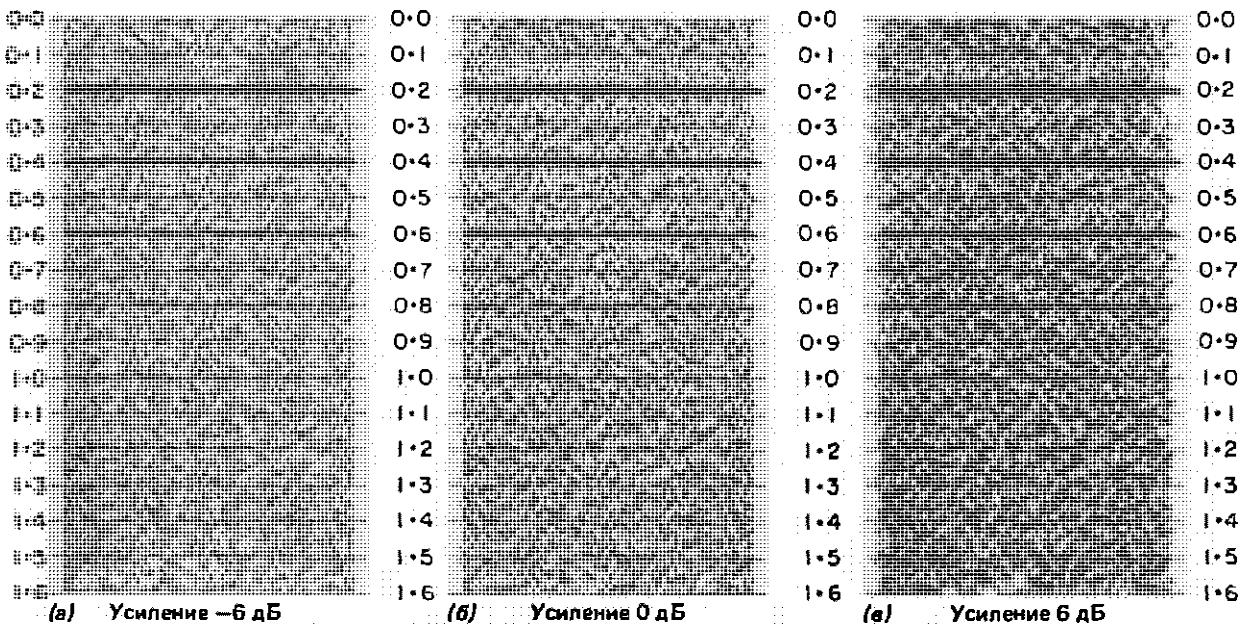


Рис. 3.78. На разрезах присутствует серия вступлений с равномерным шагом по времени. Амплитуда каждого следующего вступления меньше предыдущего на 3 дБ. Разрез (б) получен со стандартным усилением, а разрезы (а) и (в) выведены с усилением соответственно на 6 дБ ниже и выше стандартного уровня.

Точность масштаба изображения по вертикали более важна, чем по горизонтали, поскольку при интерпретации выполняется временная привязка отражений в точках пересечения профилей. Популярные масштабы – 10 и 5 см на 1 с двойного времени пробега в метрической системе или 3,75 и 5 дюймов на 1 с в старых британских единицах.

Соотношение между вертикальным и горизонтальным масштабами задается таким, чтобы сигнал можно было легко интерпретировать. При слишком крупном вертикальном масштабе сигнал будет сильно растянут, а при слишком мелком трудно будет разделять близкие отражения. Существует хорошее практическое правило: выбирать масштаб так, чтобы доминирующая фаза отраженного сигнала равнялась по ширине удвоенному интервалу между трассами. В соответствии с этим правилом для отражений с преобладающей частотой от 25 до 50 Гц подходящим будет горизонтальный масштаб 10 или 20 трасс на 1 см и вертикальный – 10 см на 1 с. Аналогичным образом, зная период отраженного сигнала, можно рассчитать подходящий масштаб для вывода данных с высокой разрешенностью.

**Уровень усиления при выводе.** Заданный амплитудный уровень отсчетов трассы можно менять,

подбирая степень перекрытия сигналов на соседних трассах. При выборе уровня усиления обычно стремятся к тому, чтобы представляющие интерес отраженные сигналы на соседних трассах перекрывались, образуя непрерывную зачерченную линию границы, а шумовые отсчеты не перекрывались бы. Вид разреза при этом существенно упрощается. Перед выводом трассы должны быть приведены к стандартному амплитудному уровню (усиление 0 дБ), когда средняя амплитуда соответствует отклонению на половину интервала между трассами. Усиление +6 дБ будет тогда соответствовать отклонению отсчета средней амплитуды на полный интервал между трассами. Уровень усиления обычно выбирается в диапазоне  $\pm 3$  дБ от стандартного значения независимо от геологических особенностей разреза.

Несколько отличный подход к выбору этого параметра ориентирован на анализ уровня шумового фона, а не интенсивности каких-либо конкретных отражений. Задача состоит в том, чтобы задать усиление, при котором отсчеты шума находятся на грани перекрытия. При этом все отражения большей, чем у шума, амплитуды будут частично перекрываться, образуя непрерывно прослеживаемые границы (рис. 3.78).

**Смещение.** Положение каждой трассы на разрезе определяется базовой линией, которой могут соответствовать нулевые значения амплитуды. При этом все положительные фазы выводятся черными, а отрицательные – белыми (незакрашенными). На таком изображении плохо визуально выделяются отражения, имеющие отрицательную доминирующую

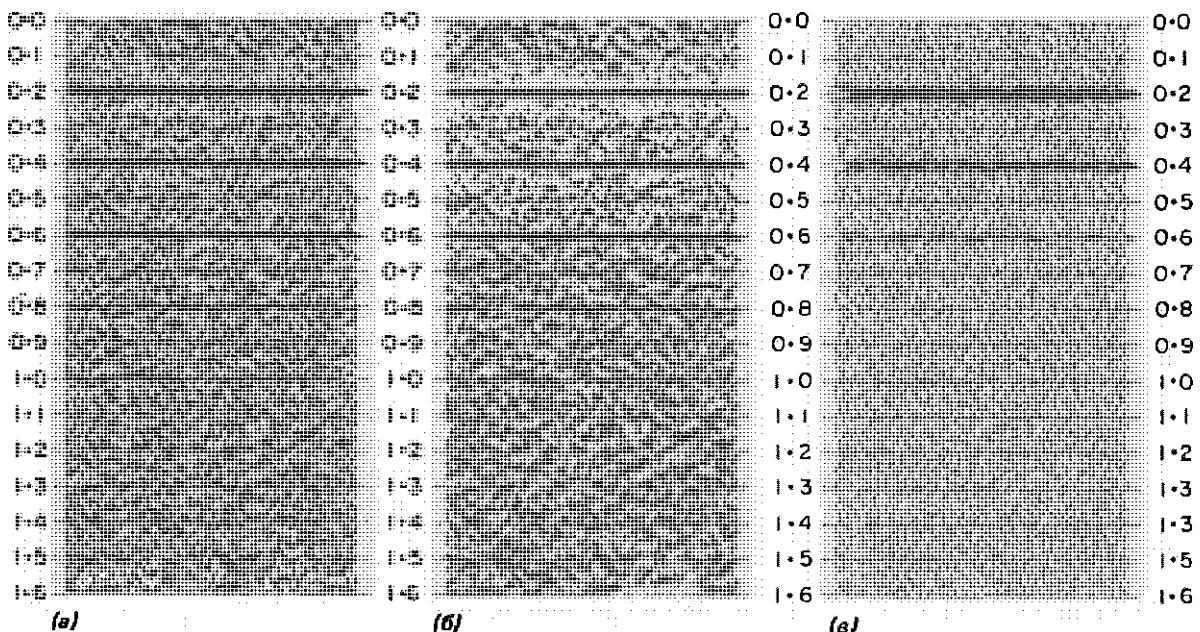


Рис. 3.79. Три разных способа вывода. (a) Комбинированный способ переменной площади—отклонений со смещением 30%; (б) способ переменной площади со смещением 15%; (в) способ отклонений.

щую фазу. Для выравнивания контраста или «выраженности» значимых положительных и отрицательных отражений задают смещение нулевого амплитудного уровня относительно базовой линии трассы. Смещение реализуется программно путем добавления к каждому отсчету выводимой трассы постоянного заданного значения амплитуды. Добавка смещения увеличивает в среднем уровень серого фона изображения. Величина смещения обычно задается в процентах от интервала между трассами. Типичные значения лежат в диапазоне от 0 до 35%.

**Уровень отсечки.** Отражения очень большой амплитуды обычно усекают до заданного уровня, соответствующего отклонению на 2–4 интервала между трассами. Цель такой операции – предотвратить смещение или «замазывание» соседних трасс. При разработке программ графического вывода в них иногда сразу закладывается некоторый уровень отсечки.

**Способ интерполяции.** При выводе трассы на аналоговом или цифровом (точечном) графопостроителе требуется провести интерполяцию между ее дискретными отсчетами. Например, при разрешающей способности графопостроителя 100 точек на 1 см и вертикальном масштабе 10 см на 1 с

трассе с шагом дискретизации 4 мс будет соответствовать дискретность отсчетов 0,4 мм, тогда как дискретность точек изображения – 0,1 мм.

Качество некоторых типов интерполяторов обсуждалось в разд. 2.9.6. Если доминирующая частота сигнала превышает половину частоты Найквиста, следует использовать более совершенные интерполяторы на основе функции sinc или их спектральные аналоги.

**Размер и дискретность точек.** До сих пор обсуждались вопросы, в равной степени касающиеся вывода изображений на аналоговых и цифровых графопостроителях. Выбор размера и дискретности точек относится, конечно, исключительно к цифровым графическим устройствам и в значительной мере определяет разрешенность и общий вид изображения разреза.

Очевидное требование состоит в том, чтобы соотношение между размером и дискретностью точек обеспечивало зрительное восприятие изображения как непрерывного. Однако, если размер точек выбирается чрезмерно большим, неизбежны потери в разрешенности. Удовлетворительным будет размер, в 1,5–2 раза больший, чем расстояние между точками. Выбор величины этого расстояния определяется главным образом экономическими соображениями, но уже при плотности выше 120 точек на 1 см изображение выглядит непрерывным. При мелком масштабе вывода или высокой плотности трасс для сохранения разрешенности требуется уменьшать размер точек и соответственно менять их дискретность.

### 3.4.4.3. Выравнивание амплитуд трасс перед выводом

Средняя амплитуда трасс будет, вообще говоря, существенно меняться по профилю в соответствии с изменениями геологии и локальных значений отношения сигнал/помеха. Вероятны также и вариации амплитудного уровня по времени даже после коррекции остаточного затухания с помощью фиксированной кривой усиления. Наличие таких вариаций часто приводит к тому, что при любом

задаваемом уровне усиления некоторые участки изображения имеют либо слишком низкую, либо слишком высокую амплитуду. Это мешает успешной интерпретации данных. В таких случаях до получения изображения необходимо выполнить переменную по времени и профилю аддитивную балансировку трасс.

При использовании процедур регулировки усиления, зависящих от данных (см. разд. 3.3), в первую очередь следует заботиться о том, чтобы из-за

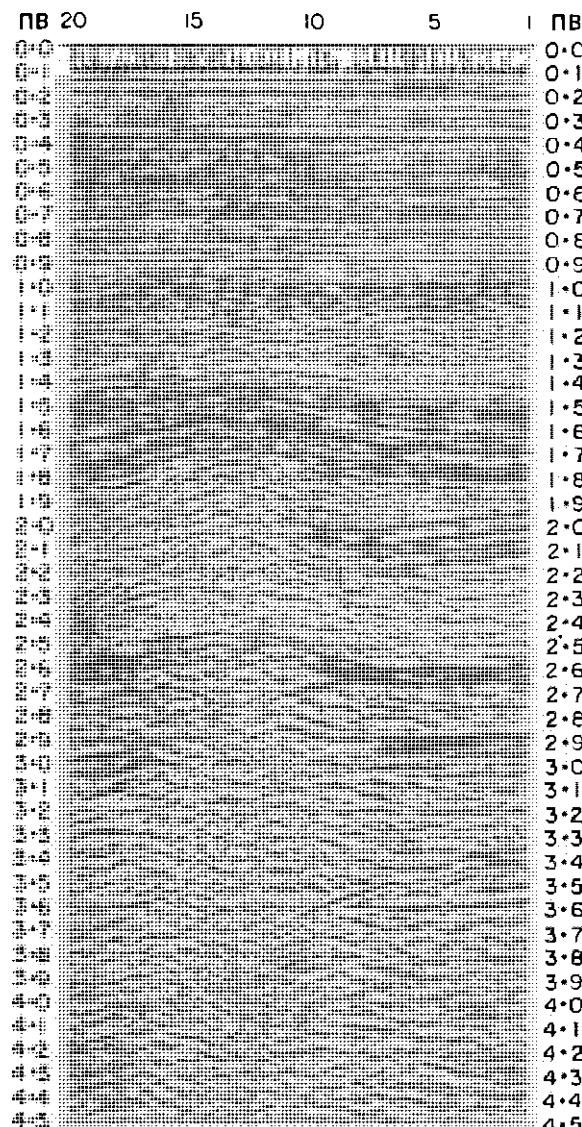


Рис. 3.80. Стандартный морской разрез с применением АРУ при выводе. Заметны зоны ослабления амплитуд по обе стороны от сильного отражения на времени 2,6 с в правой части разреза.

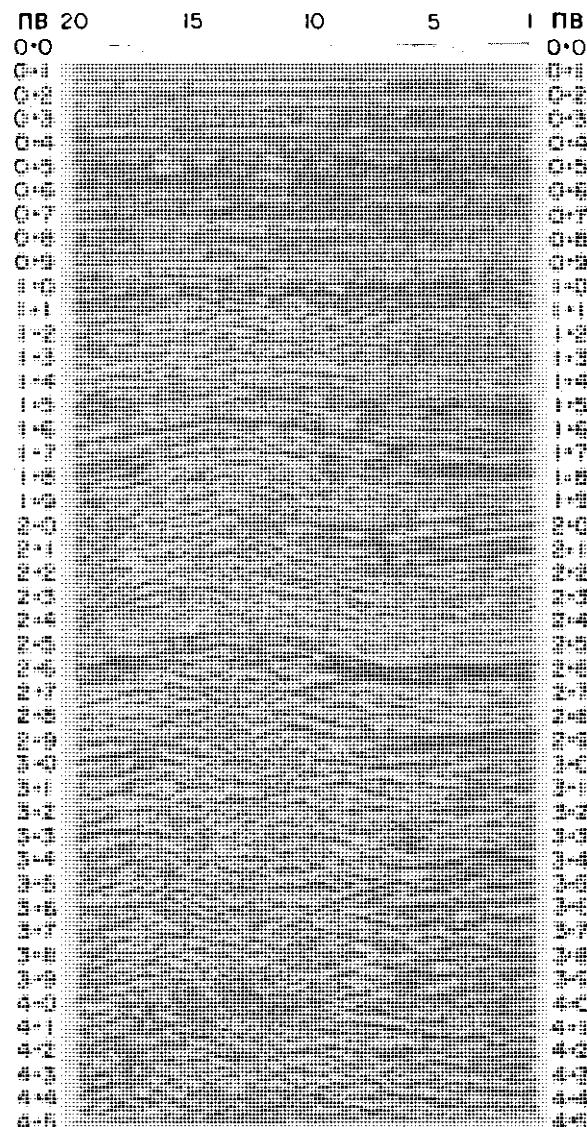


Рис. 3.81. Тот же разрез, что на рис. 3.80, но полученный с использованием при расчете усиления устойчивой оценки.

применения слишком короткого скользящего окна не «перекорректировать» запись. Адаптивная регулировка усиления всегда ухудшает отношение сигнал/помеха, поскольку высокочастотные участки (например, пачка отражений) приводятся к такому же уровню, как и зоны преобладания шума.

Проблема становится особенно серьезной в тех случаях, когда очень интенсивные отражения (например, от каких-то несогласий или глубокого дна) соседствуют с представляющими интерес отражениями меньшей амплитуды. Средняя амплитуда записи в окрестности сильного отражения будет несколько снижена из-за влияния больших амплитуд этого отражения на оценку нормирующего множителя в окне. Ситуацию можно несколько улучшить, если использовать более устойчивые оценки средней амплитуды в окне. В примере, показанном на рис. 3.80, сильное отражение на времени 2,6 с в интервале между пунктами возбуждения 1 и 10 окружено существенно ослабленными вступлениями. Результат аналогичного просчета с использованием более устойчивой оценки даст результат, представленный на рис. 3.81.

### 3.5. Графы обработки морских сейсмических данных

В этом разделе мы обсудим некоторые из множества вопросов, возникающих при практической обработке сейсмических данных.

Рассмотренные в предыдущем разделе методы при всем их разнообразии призваны в конечном счете облегчить геологическую интерпретацию окончательного сейсмического разреза. Решение о том, какие именно методы применять для обработки какого-либо конкретного профиля, определяется теоретическими знаниями, опытом и результатами тестирования параметров. В то же время для одной разведаемой площади последовательность процедур (или граф) обработки и ключевые параметры от профиля к профилю не меняют, с тем чтобы можно было проводить сравнение данных и временную привязку отражений. Вариациями формы сигнала или, к примеру, интенсивности кратных отражений при этом, конечно, пренебрегают.

На рис. 3.82 представлен график обработки мультиплексных данных, который помимо необходимых процедур включает также ряд менее обязательных. Обязательные процедуры, заключенные в прямоугольные рамки, представлены в строгой последовательности их применения. Большая часть необязательных процедур может до некоторой степени менять свое место в основном фиксированном графике, хотя простые графы обработки, применимые в различных геофизических фирмах, обычно

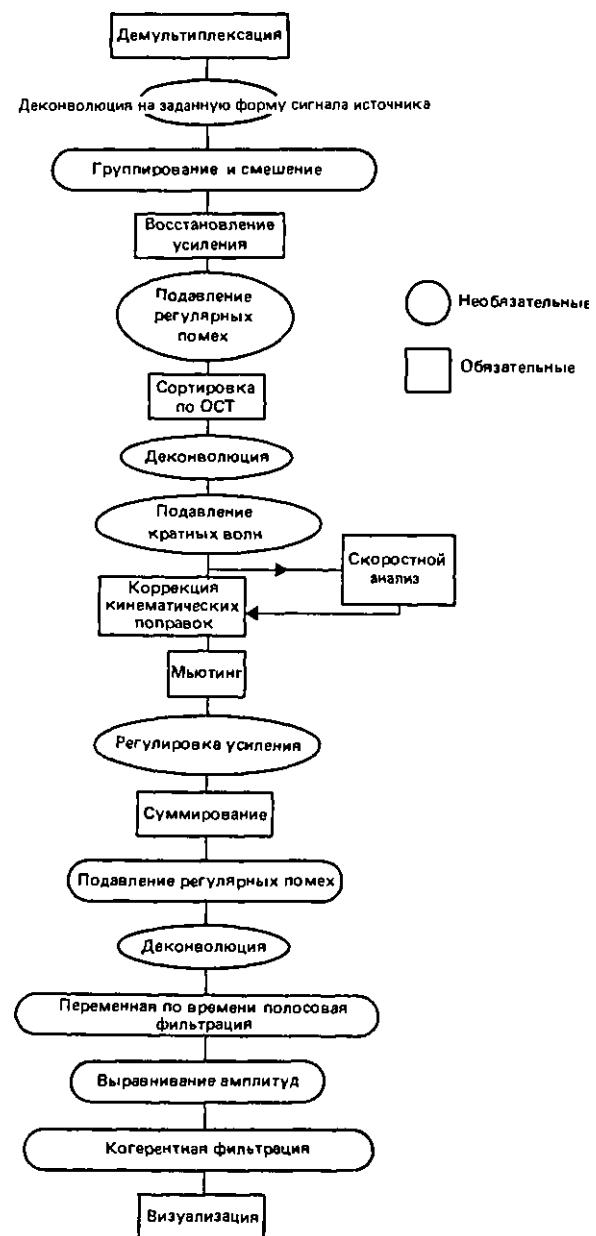


Рис. 3.82. Типичный график обработки морских сейсмических данных, включающий обязательные и необязательные процедуры.

сходны. Этот факт, по всей вероятности, отражает интуитивное понимание рассматривающих в разд. 4.5 свойств, касающихся коммутативности.

### 3.5.1. Порядок применения процедур

При определении места в графе необязательных процедур обработки, в частности двумерных, особую роль играют процедуры сортировки и суммирования по ОСТ, поскольку они меняют структуру данных. Например, фильтры подавления регулярных помех и имитационное группирование можно использовать для ослабления помех, образующих на сейсмограммах ОПВ прямолинейные оси синфазности и, значит, они должны применяться до сортировки по ОСТ. Подавление кратных волн, основанное на использовании кинематических различий кратных и однократных отражений, обычно выполняется по отсортированным данным. В то же время места, которые занимают в графе одноканальные процедуры, такие как деконволюция, масштабирование и мьютинг, могут меняться с большей свободой, хотя нередко относительный порядок их применения имеет решающее значение.

#### 3.5.1.1. Деконволюция на заданную форму сигнала источника

Эта процедура, как правило, применяется на первом шаге после демультиплексации, но деконволюции всегда должна предшествовать какая-либо явная регулировка усиления.

#### 3.5.1.2. Имитация группирования

Поскольку эта процедура эффективно имитирует различные схемы полевых наблюдений, ее следует применять на ранних этапах обработки. Ее место в графике относительно детерминистической деконволюции обычно роли не играет, если только не используются какие-либо нелинейные операции, например ввод меняющихся по времени кинематических поправок. Редактирование данных необходимо проводить до группирования, поскольку смешение соседних трасс будет «размазывать» бракованные отсчеты. Если уровни усиления регистрируемых каналов неоднородны, имеет смысл также выполнить простую балансировку исходных трасс с использованием скалярных масштабных множителей.

#### 3.5.1.3. Подавление регулярных помех

Рекомендации здесь примерно такие же, как для группирования, с тем исключением, что в случае фильтрации в  $f$ - $k$ -области необходимо вначале про-

вести регулировку амплитуд записей. Дело в том, что амплитудные вариации неблагоприятноказываются на результате фильтрации (аналогичное влияние, как мы увидим в разд. 4.5, они оказывают и на миграцию). Посмотрим, например, к чему приводит наличие в данных выброса большой амплитуды. Фильтрация в  $f$ - $k$ -области эквивалентна двумерной свертке на плоскости  $x$ - $t$ , которую можно рассматривать как суперпозицию копий двумерной импульсной характеристики фильтра с соответствующими весами для каждого отсчета  $x$ - $t$ -плоскости. Поскольку такая импульсная характеристика покрывает большое количество отсчетов по  $x$  и  $t$ , особенно если склоны двумерной частотной характеристики были заданы крутыми, на результате фильтрации будет доминировать единственная копия импульсного отклика фильтра. Даже менее существенные временные или пространственные вариации могут привести к нарушению работоспособности фильтра.

#### 3.5.1.4. Предсказывающая деконволюция

Предсказывающая деконволюция по алгоритму Винера – Левинсона может выполняться как до, так и после сортировки по ОСТ, однако в любом случае после этапа регулировки амплитуд, так как иначе не будет выполняться лежащее в основе этой процедуры предположение о стационарности. Любое необходимое осреднение трасс проводится до такой деконволюции.

#### 3.5.1.5. Подавление кратных волн

Процедуры, основанные на использовании скоростных различий между кратными и однократными отражениями, на практике применяются или до, или после предсказывающей деконволюции. Каждый вариант имеет свои достоинства. Обычно в пользу первого из них приводят тот аргумент, что для более качественного оценивания формы однократно-отраженного сигнала полезно предварительно ослабить вступления кратных волн. Напомним, что перед фильтрацией в  $f$ - $k$ -области важно выровнять амплитудный уровень и провести тщательное редактирование данных.

#### 3.5.1.6. Выравнивание амплитудного уровня трасс

При удовлетворительном качестве исходных данных адаптивное масштабирование трасс с целью оптимизации качества суммирования лучше всего проводить после всех процедур выделения сигнала, применяемых к сейсмограммам. Вместе с тем выравнивание амплитуд – весьма важная для многих

процедур предварительная операция, которая может использоваться на разных этапах обработки. При решении структурных задач многократное применение к трассам определенных по данным и не зависящих от времени нормирующих множителей с целью выравнивания пространственных вариаций усиления не приводит к ухудшению отношения сигнал/помеха. В то же время следует избегать повторного применения процедур выравнивания амплитуд типа АРУ, особенно при задании коротких скользящих окон.

Постоянная для всех трасс коррекция затухания амплитуд также может при необходимости выполняться на разных этапах обработки, не приводя к ухудшению отношения сигнал/помеха.

### 3.5.1.7. Обработка суммарных разрезов

Может показаться удивительным, что многие этапы обработки суммарных разрезов в основном повторяют этапы обработки сейсмограмм. Очень часто одни и те же программы используются с одинаковой целью и до, и после суммирования. Типичный тому пример – процедуры сжатия импульса. Их повторное применение на стадии обработки суммарных разрезов обычно оправдывается более высоким отношением сигнал/помеха и соответственно лучшим ожидаемым качеством результатов. Нелинейность операций ввода кинематических поправок приводит к тому, что даже одинаковые процедуры фильтрации дают разные результаты при их применении до и после суммирования.

Изучение регулярных помех, порождаемых приповерхностными неоднородностями [50, 66], показало, что волны, которые рассеиваются дифрагирующими объектами, расположенными вне плоскости профиля, могут образовать регулярные оси синфазности на суммарном разрезе. Подавление таких помех по признаку наклона становится возможным только после суммирования. В зависимости от механизма образования регулярных помех и ориентации по отношению к источнику может оказаться более выгодным подавлять их на сейсмограммах ОПВ, ОПП или ОСТ.

Показанная на рис. 3.82 последовательность этапов обработки суммарных разрезов может быть частично изменена, хотя процедуры деконволюции, переменной по  $t$  и  $x$  фильтрации и выравнивания амплитуд обычно применяются в указанном на рисунке порядке. Назначение полосовой фильтрации – провести «подчистку» записи, необходимую после расширения спектра на этапе деконволюции. Флуктуации амплитудного уровня, возникающие при таких манипуляциях со спектром, перед визуализацией окончательного разреза выравнивают.

## 3.5.2. Различные подходы к регулировке усиления

Как следует из предыдущего, коррекция амплитудного уровня записи играет важную роль на всех стадиях обработки. Простая стратегия амплитудной коррекции для стандартного графа обработки, представленного на рис. 3.82, предполагает выполнение следующих этапов:

1. Коррекция затухания амплитуд по времени на ранней стадии обработки с использованием единой для всех трасс расчетной кривой усиления.

2. Выравнивание амплитудных уровней трасс непосредственно перед суммированием с помощью скалярных масштабирующих множителей, рассчитанных в широких временных окнах.

3. Сглаживание существенных временных и пространственных вариаций амплитудного уровня, вызванных изменениями геологического строения или предыдущей обработкой, с использованием регулировки усиления в скользящем окне непосредственно перед визуализацией окончательного разреза.

Успехи стратиграфической интерпретации и стремление сохранить при обработке соотношение интенсивностей отражений стимулировали распространение в последние годы иного подхода к регулировке усиления. Этот подход предусматривает возможно более полное исключение из обработки аддитивных процедур регулировки амплитуд и замену их другими, основанными большей частью на теоретических моделях. В самом деле, желательно иметь возможность при необходимости исключать влияние всех предыдущих регулировок усиления и возвращаться к исходным амплитудам.

Тогда затухание можно будет частично скомпенсировать в соответствии с формулой геометрического расхождения или до суммирования с использованием, как правило, единственной скоростной кривой, или по суммарному разрезу с учетом горизонтальных изменений скорости. В варианте компенсации затухания на суммарных разрезах для подготовки данных к процедурам обработки сейсмограмм (таким, например, как вычисление автокорреляционных функций) используется регулировка усиления с помощью заданной аналитической функции подходящего вида. Перед вводом кинематических поправок исходное усиление восстанавливается. Разумно выбирать экспоненциальную кривую усиления, свойство которой возрастать одинаковое число раз на равных временных интервалах оказывается полезным для деконволю-



Рис. 3.83. Современная стратегия обработки в плане коррекции усиления.

ции\*). После коррекции за сферическое расхождение, вероятно, будет сохраняться остаточное затухание амплитуд, обусловленное другими механизмами ослабления энергии. При необходимости это остаточное затухание можно скорректировать на основе анализа большого объема данных (рис. 3.83).

При необходимости строгого сохранения истинных соотношений амплитуд выравнивание уровней трасс не проводится. Этот подход основывается на

предположении о равенстве уровней усиления каналов при регистрации и одинаковом уровне присутствующего на них шума (предположение, к сожалению, довольно утопическое). Здесь возможно следующее, хорошее компромиссное решение: оценивать средние амплитудные уровни во временных окнах на трассах и рассчитывать скалярные масштабирующие множители как обычно, но рассматривать их как весовые коэффициенты, которые используются затем при нормировке суммарной трассы (см. разд. 3.3.5.3).

На заключительной стадии обработки можно применить регулировку усиления в скользящем временном окне, обеспечивающую получение оптимального разреза для структурной интерпретации. Однако параллельно необходимо получать разрез, пригодный для стратиграфической интерпретации, на котором сохранены все амплитудные аномалии.

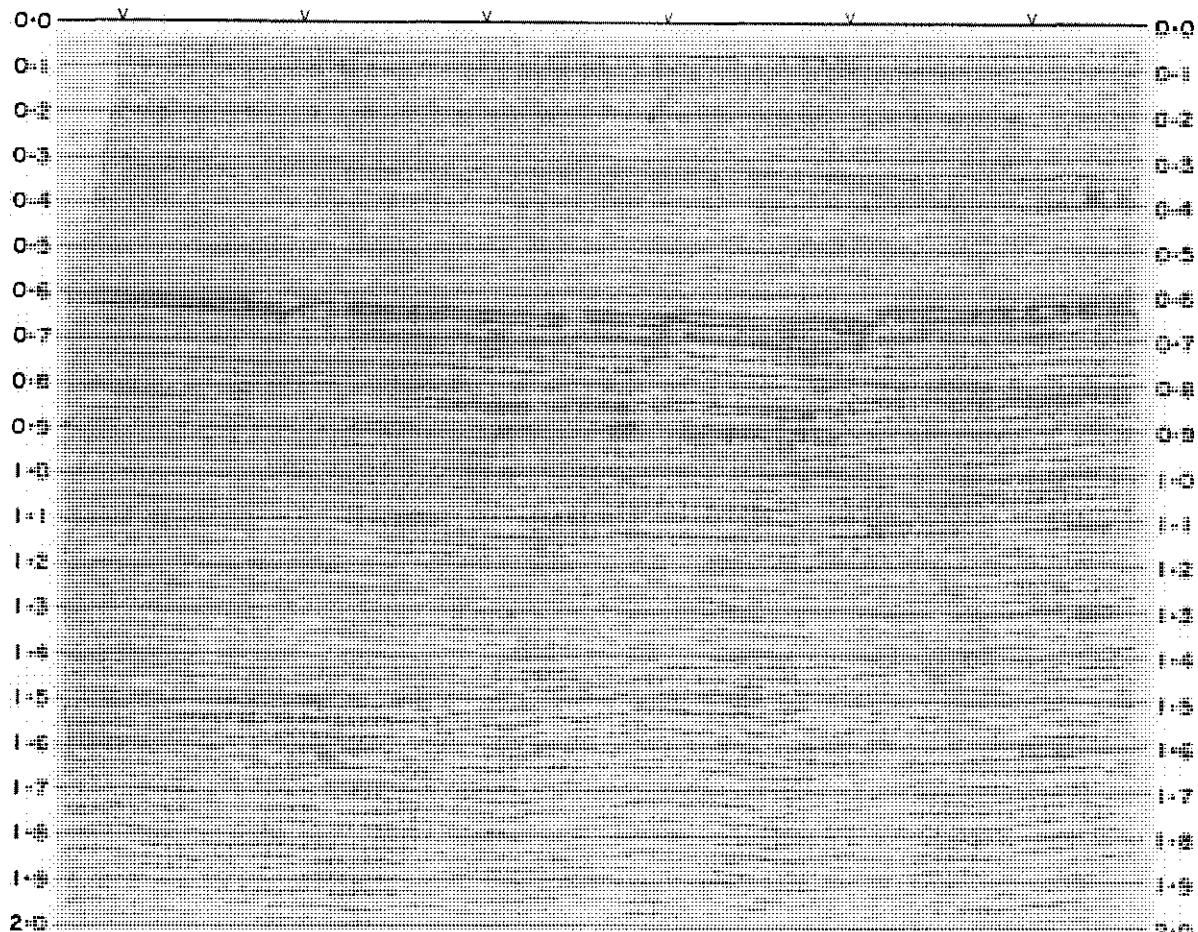
### 3.5.3. Сохранение истинных соотношений амплитуд

Окончательный разрез, помеченный на рис. 3.83 как обработанный в «относительных амплитудах», служит приближением к тому идеальному результату, который может быть получен при использовании одинаковых или близких весов отсчетов на одинаковых временах пробега. Латеральные вариации амплитуд могут в этом случае интерпретироваться как отражение литологических или стратиграфических изменений.

При более строгом подходе к сохранению относительных амплитуд применение любой меняющейся по времени кривой усиления должно иметь под собой теоретическое обоснование. Для этого необходимо оценивать не только сферическое расхождение, но и эффекты затухания другой природы, такие как потери энергии при поглощении и прохождении. Следует избегать использования также других нестационарных процедур, таких как переменная по времени полосовая фильтрация и деконволюция, которые приводят к искажению исходной зависимости амплитудного уровня от времени. К счастью, основную роль играют латеральные вариации и амплитуды разных отражений редко сравнивают количественно.

Типичный суммарный разрез с сохранением относительных амплитуд изображен на рис. 3.84. Его можно сравнить со стандартным отфильтрованным суммарным разрезом, представленным на рис. 3.85. Низкий уровень усиления (примерно на 12 дБ ниже стандартного) позволяет выделять особенно интересные высокоамплитудные отражения на фоне гратц со средними значениями коэффициентов отражения.

\* У экспоненты есть еще одно существенное преимущество: это единственная функция, умножение на которую не нарушает сверточную структуру модели сейсмической трассы.—Прим. перев.



**Рис. 3.84.** Суммарный разрез в относительных амплитудах по профилю, полученному по методике высокоразрешающей сейсморазведки. Отметим низкий уровень усиления (на 12 дБ ниже стандартного).

### 3.5.4. Рекомендации по выбору параметров

Хотя и не существует точных рецептов, как определять параметры обработки, которые будут наилучшими для данного конкретного материала, стоит здесь высказать некоторые замечания общего характера. Проводимые сейсмические исследования можно разделить в широком смысле на *региональные* и *поисковые*.

*Региональные* исследования обычно проводятся на слабо разведанных площадях и предусматривают большой объем наблюдений (например, более 750 полигонных километров профилей). Цель таких исследований – определение общей геологической характеристики района и обнаружение перспективных

объектов. Региональные работы часто проводятся в теоретически перспективных районах сейсморазведочных фирмами-подрядчиками в надежде на будущие коммерческие сделки с заинтересованными нефтяными компаниями.

*Поисковые* работы проводятся на площадях меньшего размера и при более густой сети профилей (особенно в случае трехмерных наблюдений) с целью идентификации и более точной оценки перспективности объекта поиска. Параметры регистрации и расположение профилей выбираются с учетом специфики конкретного изучаемого объекта на основе информации и опыта, полученных при предшествующих региональных работах.

Различие целей сейсмических исследований оказывает влияние и на выбор графа обработки. При обработке региональных профилей требуется выбирать такие процедуры и параметры обработки, которые обеспечивают получение приемлемых результатов при меняющихся геологических условиях. Изменять основные параметры в соответствии с вариациями геологии обычно бывает невозможно,

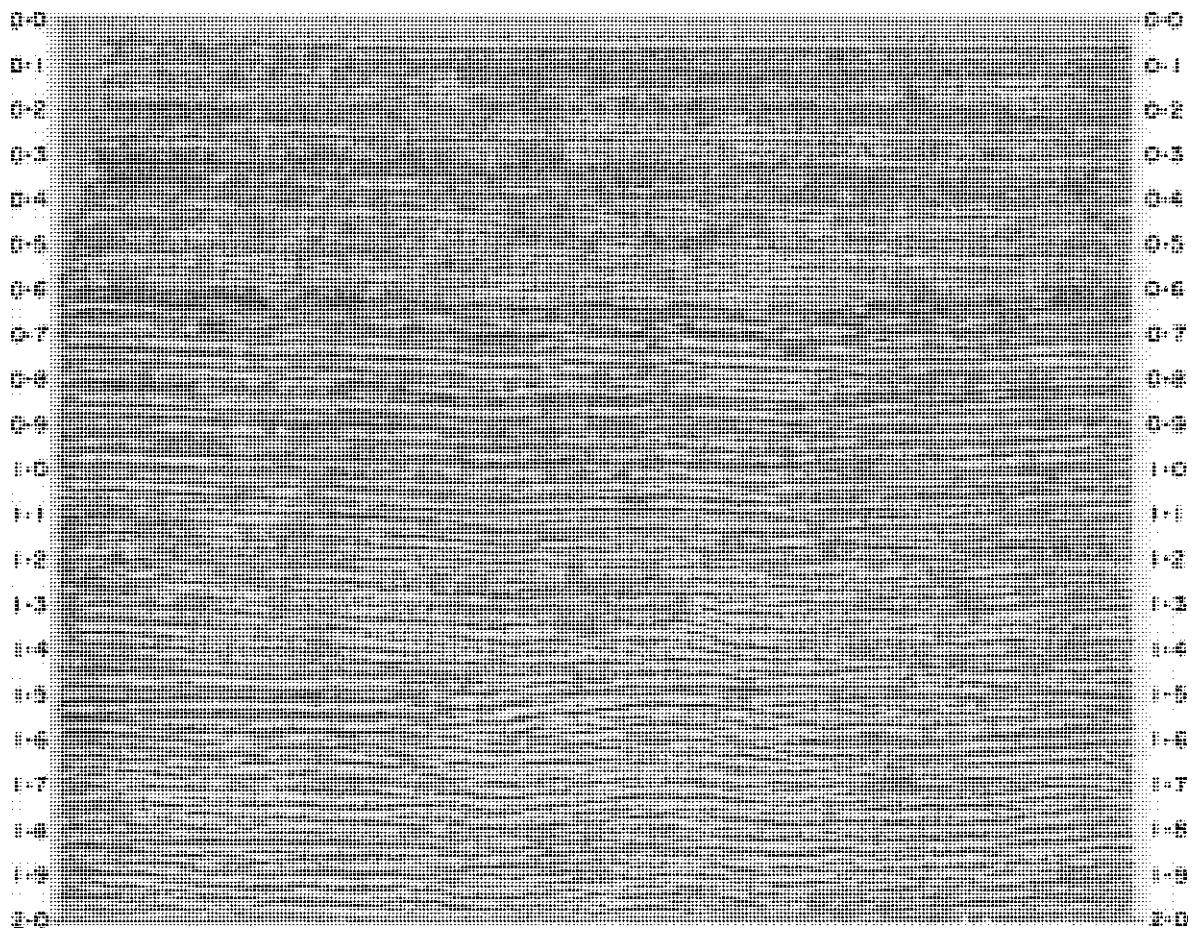


Рис. 3.85. Стандартный суммарный разрез по профилю, полученному по методике высокоразрешающей сейсморазведки.

так как все профили должны иметь сходные характеристики и точно увязываться в точках пересечений. Поскольку в задачу региональных исследований входит идентификация крупных геологических структур, основное внимание при обработке уделяется улучшению прослеживаемости границ и повышению отношения сигнал/помеха. Поэтому здесь целесообразно выбирать консервативную стратегию обработки, сводя к минимуму попытки расширения спектра, используя простые средства подавления помех и избегая применения неустойчивых процедур. По сравнению с региональными материалами поисковых работ можно обрабатывать с использованием более тщательно подобранных параметров. Особое внимание уделяется повышению разрешенности отражений. При обработке опробуются специальные процедуры, способные давать

непредсказуемые результаты, которые зачастую невозможно проверить. Этот более «агрессивный» подход можно применить и при попытках повторной обработки отдельных частей региональных наблюдений.

Приобрести какой-то опыт работы с материалом, полученным в данном регионе с использованием конкретной схемы наблюдений, настолько важно, что даже при наличии старых данных целесообразно (если позволяют экономические соображения) проводить быструю начальную обработку записей по консервативному графу. Наличие оконачательного суммарного разреза чрезвычайно облегчает последующую повторную обработку. Любые неблагоприятные эффекты от применения в ходе повторной обработки более экзотических процедур легко обнаруживаются, так что дополнительное внимание можно уделять перспективным геологическим особенностям разреза. В качестве компромисса между качеством и экономическими затратами часто приходится довольствоваться получением «грубого», или предварительного, суммар-

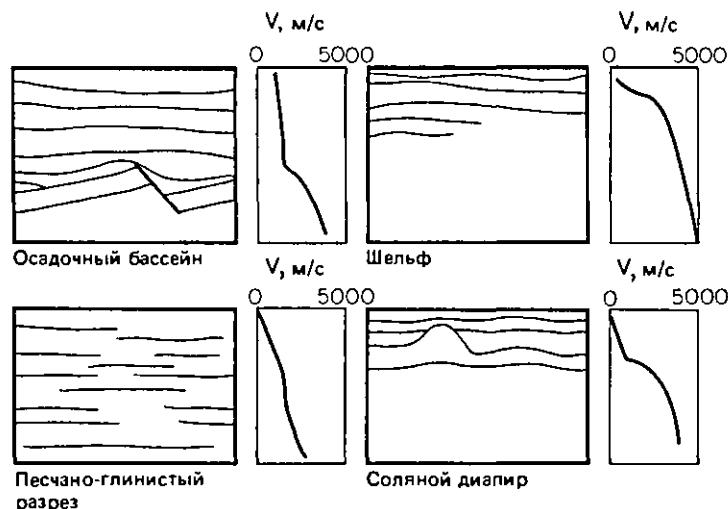


Рис. 3.86. Четыре типичные сейсмо-геологические ситуации при обработке морских сейсмических данных.

ного разреза. Такой разрез получают с использованием единственной скоростной функции, применяя иногда на выходе только широкополосную полосовую фильтрацию.

Сейсмогеологические условия исследуемого района оказывают влияние на выбор типов используемых процедур обработки и порядка их применения. Чтобы это проиллюстрировать, рассмотрим с точки зрения обработки показанные на рис. 3.86 четыре гипотетические, но типичные сейсмогеологические ситуации.

**Осадочные бассейны.** Поиск перспективных объектов в таких сейсмогеологических условиях производится в диапазоне двойных времен пробега от 1,5 до 3,5 с под относительно низкоскоростной толщей осадочных пород. Поскольку целевая зона расположена на довольно большой глубине, выбор параметров мьютинга либо не особенно важен, либо легко осуществляется на основе анализа сейсмограмм ОСТ. В достаточно большом временном интервале выше целевой зоны можно задать два окна (или более) для проведения деконволюции. При подборе скорости суммирования больших сложностей, как правило, не возникает, поскольку и значения кинематических поправок и пространственные вариации скорости для целевых отражений обычно невелики. Точка излома скоростной кривой (см. рис. 3.86) определяется в этом случае достаточно легко.

В нижней части разреза кратные отражения от целевой зоны имеют малые кинематические отличия от однократных волн. При этом отношение сигнал/помеха из-за больших путей распространения регистрируемых сигналов и наличия в вышележащей толще рассеивающих объектов может оказаться довольно низким.

**Шельфовые зоны.** В зоне континентального шельфа перспективные объекты поиска часто за- легают неглубоко под толщей осадочных пород. Поэтому данные регистрируют в небольшом временном интервале, допускающем проведение деконволюции только в одном временном окне. Полезный диапазон удалений в этом случае ограничен и выбор параметров мьютинга становится существенным. Наличие вблизи поверхности более древних высокоскоростных слоев приводит к образованию интенсивных преломленных волн, проявляющихся уже в области малых удалений от источника. Для исключения вступлений таких волн из записи используется очень жесткий мьютинг, однако при достаточном их отличии по кинематическим параметрам от полезных отражений лучше применять фильтры подавления регулярных помех. В условиях высокоскоростного разреза из-за наложения интенсивных регулярных помех интерпретация результатов скоростного анализа может оказаться очень сложной, а задача определения скоростной характеристики более медленных кратных волн – и вовсе непреодолимой.

Итак, выделение на разрезе неглубоких целевых объектов требует преодоления ряда серьезных трудностей. При этом тонкие методы коррекции формы импульса часто оказываются бесполезными.

**Песчано-глинистые разрезы.** Данные, полученные в районах с чередованием глин и песчаников, являются подходящим объектом для применения некоторых интересных процедур стратиграфической обработки, направленных на выделение залежей углеводородов. Речь идет о процедурах анализа амплитудной огибающей, мгновенных фаз и частот сейсмических трасс (см. разд. 2.6.7). Характеристики записей большей частью медленно меняются по

времени и по профилю. Необходимость поиска стратиграфических ловушек предъявляет особые требования к коррекции формы импульса и к подавлению короткопериодных кратных отражений.

**Соляные диапиры.** Соляные тела куполообразной формы с очень крутыми склонами (диапиры) часто служат причиной резких нарушений слоистой структуры вмещающей осадочной толщи. Соль отличается от окружающих осадочных пород также гораздо более высокой скоростью распространения сейсмических волн. Эти факторы порождают многочисленные проблемы при обработке, которые сводятся в основном к следующему.

1. Интерпретация результатов скоростного анализа может быть сопряжена с большими трудностями. С увеличением углов наклона боковых границ соляного купола скорость суммирования быстро растет (см. разд. 3.3.6.1). Когда горизонтальные размеры структуры малы по сравнению с длиной приемной косы, искривление лучевых траекторий приводит к негиперболичности геодографов и нарушению основного допущения метода ОСТ. Искажающее влияние кровли соляного купола отрицательно сказывается на результате стандартного суммирования горизонтов, которые расположены ниже основания соли.

При получении обычных суммарных разрезов ОСТ для оптимального суммирования подсолевых отражений геофизик должен задавать резко меняющиеся скоростные функции. В частности, скоростные кривые ниже склонов соляного купола из-за искривления лучевых траекторий иногда принимают такую форму, которая может показаться совершенно неправдоподобной. Подсолевые границы на разрезе обычно существенно сдвинуты в область меньших времен по отношению к своим продолжениям вдали от соляного тела, что связано с большей скоростью в соли, чем во вмещающих осадочных породах.

Пункты скоростного анализа, очевидно, требуется располагать с небольшим шагом по профилю или тщательно выбирать их пространственное положение. В частности, следует задавать пункты анализа как на склонах купола, так и на пиках и впадинах структур. Когда целевые зоны расположены под соляным телом, желательно по возможности проводить погоризонтный скоростной анализ (см. также разд. 4.4).

2. Для преодоления трудностей, связанных с нарушением предположения об общей средней точке, можно использовать специальные процедуры замещения слоя, предполагающие ввод заранее рассчитанных временных сдвигов (в результате чего исключается влияние вышележащей толщи с переменной скоростью), или применить какой-либо способ миграции сейсмограмм.

3. Деформация соляного тела часто приводит к образованию на его кровле разрывных нарушений, выступающих в роли дифрагирующих объектов. Гиперболические оси синфазности дифрагированных волн зачастую сильно мешают выделению целевых границ. Применение веерной фильтрации суммарных разрезов может в этом случае приводить к подавлению однократных отражений выше подошвы соли. Если целевые отражения в подсолевой области допускают подавление регулярных помех по признаку различия наклонов, указанную трудность можно преодолеть, «сшивая» по времени исходный и отфильтрованный разрезы.

4. Наличие круто наклоненных контрастных границ может приводить к образованию интенсивных кратных волн, мешающих выделению глубоких целевых отражений. Скорости суммирования кратных волн из-за больших углов наклона границ очень близки к скоростям полезных отражений, что препятствует подавлению кратных волн по признаку различия кинематических поправок. Неэффективно здесь использовать и методы, основанные на периодичности, поскольку такие границы генерируют кратные отражения с большим периодом. Иногда единственное, что в данном случае остается, это принести извинения интерпретатору.

5. Вариации скорости могут привести к большим сложностям при миграции. Как показано в разд. 4.3.1, для корректной миграции в таких условиях требуется выполнять тщательный расчет скоростной модели среды. Не помогает, конечно, и тот факт, что скорости суммирования в окрестности соляного диапира слабо связаны с какими-либо физическими характеристиками среды.

### 3.5.5. Процедуры контроля качества

При необходимости сейсмические записи можно визуализировать после каждой процедуры обработки, контролируя правильность ее выполнения. На практике, однако, это оказывается неэкономичным и визуализацию проводят только на некоторых основных этапах обработки, поскольку эффект от применения многих процедур довольно стабилен и предсказуем. Такая ситуация, в частности, имеет место при поточной обработке по сети профилей, когда граф и основные параметры обработки выбираются на основе тестирования по одному или нескольким пробным профилям. При поточном обработке концентрируют внимание на индивидуальных характеристиках каждого профиля, таких как возможное наличие зашумленных каналов или величины остаточных кинематических поправок. Наряду с этим для подтверждения эффективности выбранных при тестировании значений параметров для

каждого профиля выполняется общий контроль качества обработки.

Примерная схема контроля качества должна включать следующие этапы:

#### *Этап 1*

**Вывод ближних трасс (см. рис. 3.28).** Разрез, в котором каждая сейсмограмма ОПВ на профиле представлена ближайшей к источнику трассой после неадаптивной коррекции затухания амплитуд, дает первоначальное представление о поведении основных геологических границ и колебаниях мощности водного слоя. Считая, что каждая трасса разреза характеризует целиком сейсмограмму ОПВ, геофизик может выполнять следующие операции:

1. Исключать полностью отдельные сейсмограммы ОПВ с предполагаемым пропуском возбуждения или сильно зашумленные.

2. Вносить поправки во времена регистрации, если интервал между моментом возбуждения источника и временем регистрации первого отсчета отличается от нормального.

3. Контролировать удаление приемной косы от источника, измеряя время прихода прямой волны.

4. Проверять отсутствие непредусмотренных изменений параметров регистрации (например, параметров фильтров) вдоль профиля.

Визуализация ближних к источнику трасс может проводиться и при достаточно высоком качестве материала для выбора пунктов скоростного анализа на профиле. Совместно с получаемой при демультиплексации диагностической печатью и схемой наблюдений ее можно использовать также для распознавания и коррекции отклонений от стандартного шага возбуждения.

**Выборочный вывод сейсмограмм ОПВ (см. рис. 3.36).** Визуализация полных сейсмограмм ОПВ с регулярным шагом по профилю после неадаптивной коррекции затухания амплитуд может преследовать следующие цели:

1. Выделение закономерно возникающих некондиционных или имеющих обратную полярность каналов.

2. Анализ основных видов регулярных помех и соответствующих им диапазонов наклонов.

3. Приближенная оценка интервальных скоростей в верхних слоях разреза по вступлениям преломленных волн.

4. Анализ уровня кратных отражений.

5. Анализ интерференции в узких частотных диапазонах.

#### *Этап 2*

**Вывод сейсмограмм ОСТ с введенными кинематическими поправками (см. рис. 3.50).** Сейсмограммы ОСТ выводят в окрестности пунктов скоростного

анализа (иогда также в промежутках между ними) преимущественно до применения мьютинга, но с обозначением линии мьютинга на сейсмограмме. При этом выполняются следующие операции:

1. Проверка правильности коррекции кинематических поправок. Вступления однократных отражений должны представлять собой горизонтальные прямолинейные оси синфазности. В районах со сложными сейсмогеологическими условиями особое внимание следует обращать на сейсмограммы в промежутках между пунктами скоростного анализа, поскольку линейная интерполяция между полученными в результате анализа скоростными кривыми может оказаться неудовлетворительной. В этом случае может потребоваться задать дополнительные пункты анализа или использовать другие способы интерполяции (например, интерполяцию вдоль изолиний скорости).

2. Проверка правильности задания параметров мьютинга. Пригодность выбранной линии мьютинга анализируется по всему профилю. Изменения геологического строения и связанные с ними вариации скорости могут приводить к тому, что на сейсмограммах будут оставаться нежелательные вступления преломленных волн или участки чрезмерного растяжения сигналов в результате ввода кинематических поправок. В таких случаях параметры мьютинга необходимо корректировать.

3. Анализ амплитуд. Выделяются аномалии амплитудного уровня трасс, которые могут приводить к ухудшению качества суммирования.

**Вывод предварительного суммарного разреза (см. рис. 3.40).** Зачастую лишь после предварительного разреза впервые появляется возможность с какой-то определенностью судить о геологическом строении среды вдоль профиля. Предварительный суммарный разрез может показать, что параметры предшествующей обработки (например, положение окна синтеза фильтра при деконволюции или координаты пунктов скоростного анализа) были выбраны неудачно. По этой причине в районах с плохим качеством регистрируемых данных предварительное суммирование с использованием типичной для данного района скоростной кривой выполняют уже на ранней стадии обработки. Как уже выше говорилось, при интерпретации результатов скоростного анализа предварительный суммарный разрез может быть гораздо более полезен, чем вывод ближних к источнику трасс.

Предварительный разрез всегда следует анализировать на предмет наличия каких-либо аномалий в поведении границ, которые могут быть связаны с недостатками обработки. Бдительный интерпретатор вряд ли пропустит исчезновение горизонтов или их участков. Это может произойти в результате ослабления полезных отражений в процедурах по-

давления кратных волн или других типов регулярных помех, когда области подавления заданы слишком широкими, при неверной интерпретации скоростей суммирования или, возможно, при задании слишком «мягких» параметров мьютинга.

Изменение частотного состава (формы отраженных сигналов), которое проявляется на определенном времени пробега и не связано с изменениями геологии или амплитудного уровня, как правило, указывает на недостаточную длину зоны перекрытия окон при переменной по времени деконволюции или частотной фильтрации. В более редких (как можно надеяться) случаях это может происходить из-за непреднамеренного преждевременного завершения предварительной обработки или даже неверного задания кривой усиления, т. е., иначе говоря, из-за ошибки в задании на обработку.

Приведенную схему контроля качества в случае обработки тестовых профилей или при детальной обработке следует существенно расширить, включив в нее дополнительные этапы визуализации до и после применения различных процедур.

Если необходимо использовать детерминистическую деконволюцию с расчетом оператора фильтра по зарегистрированной для каждой сейсмограммы форме импульса источника, контроль каждого импульса должен считаться обязательным.

### 3.5.6. Подбор параметров

Априорная информация об исследуемом регионе и просмотр полевых сейсмограмм обычно позволяют наметить процедуры, подлежащие тестированию до этапа суммирования. Однако некоторые процедуры и параметры принято тестировать по коротким фрагментам данных во всех случаях.

#### 3.5.6.1. Деконволюция до и после суммирования

Деконволюция до и после суммирования (ДДС и ДПС), а также переменная по времени и по профилю фильтрация – это процедуры, параметры которых выбираются в тесной зависимости как друг от друга, так и от других процедур, меняющих спектр сейсмической записи (таких, например, как детерминистическая деконволюция на заданную форму импульса источника). Поэтому выбор параметров отдельных процедур нельзя проводить полностью изолированно. Отсюда следует, что каждый результат тестового просчета ДДС должен подаваться после суммирования на вход полной схемы тестирования параметров ДПС. В свою очередь каждый вариант ДПС нужно использовать в качестве исходной информации при подборе параметров фильтрации. После этого можно оценивать все возможные сочетания параметров,

влияющих на спектральный состав сейсмической записи. Если прикинуть, какое общее количество просчетов потребуется для такого тестирования (примерно  $6 \times 6 \times 6 = 216$ ), то его практическая нереализуемость будет очевидна каждому геофизику – обработчику и (как хочется надеяться) интерпретатору. Одна возможность состоит в разумном ограничении количества вариантов. Например, вряд ли стоит пробовать импульсный режим деконволюции и до, и после суммирования. Если при всех просчетах ДДС использовать только широкополосную фильтрацию, а количество комбинаций ДДС – ДПС, полагаясь на теоретические соображения и здравый смысл, ограничить, удается получить в результате не более 18 вариантов. При таком выборе параметров ДДС и ДПС на выходе получают только один вариант полосовой фильтрации.

С геофизической точки зрения такой сокращенный набор вариантов ДДС – ДПС может показаться случайным и довольно неполным. В то же время, если необходимо анализировать большое число просчетов, соответствующих комбинациям различных параметров, часто трудно дать разумное геофизическое обоснование для выбора какого-то конкретного варианта. Последовательный (или пошаговый) подход к подбору параметров, когда варианты ДДС выбираются до тестирования ДПС, позволяет опробовать большее число вариантов и упростить их анализ. Если на этом шаге в равной степени перспективными и теоретически оправданными представляются два варианта ДДС, оба они подаются на вход процедуры тестирования ДПС по ограниченному набору вариантов.

Итак, при выборе параметров можно придерживаться одной из следующих стратегий.

1. Вначале определить все представляющиеся разумными комбинации ДДС и ДПС. Задать широкополосный фильтр, уменьшающий чрезмерное усиление компонент с плохим отношением сигнал/шум на очень низких и высоких частотах, возникающее при использовании деконволюции с коротким интервалом прогноза. Выбрать параметры ДДС и ДПС одновременно.

2. Провести полное тестирование параметров ДДС и выбрать один или (возможно) два варианта, по которым выполнить полный перебор параметров ДПС. Ко всем результатам перед выводом применить широкополосный фильтр. Выбрать параметры ДПС.

В прошлые годы из соображений экономии выбор параметров ДДС проводился на основе анализа отфильтрованных сейсмограмм. Сейчас чаще анализируют достаточно представительный участок (длиной от 2 до 5 км) суммарного разреза ОСТ. Стандартный набор вариантов, по которым можно перебирать параметры деконволюции при большой

глубине моря и шаге дискретизации 4 мс, выглядит примерно так:

Вариант	Задержка ФАК, мс		Число окон расчета ФАК
	минимальная	максимальная	
1	4	$T + 60$	1
2	12	$T + 60$	1
3	20	$T + 60$	1
4	32	$T + 60$	1
5	$T - 60$	$T + 60$	1
6	20	100	1
7	20	$T + 60$	2

Здесь  $T$ —временная мощность (двойное время пробега) водного слоя, ФАК—функция автокорреляции. Обратите внимание на различие между вариантами перебора здесь и в примере для морских данных, полученных по методике высокоразрешающей сейсморазведки (см. рис. 3.61).

В приведенной таблице первые четыре варианта соответствуют различной степени сжатия сигнала при одновременном подавлении кратных отражений от дна. Вариант 5 ориентирован только на подавление кратных волн, а вариант 6—только на сжатие импульса. В варианте 7 тестируется влияние увеличения числа окон расчета ФАК. Главная особенность рассмотренного примера состоит в том, что все варианты отличаются от одного, предположительно наилучшего (в нашем случае это вариант 3) значением единственного параметра. Понятно, что наилучшие прогнозные значения параметров могут существенно отличаться от заданных в этом примере, однако в любом случае очень важно уметь учитывать какие-то изменения свойств данных, варьируя только один параметр.

Набор вариантов для тестирования параметров ДПС обычно выглядит примерно так же, как и для ДДС. Если деконволюция суммарного разреза применяется только с целью сжатия сигнала, причем задача эта частично уже решена до суммирования, значение максимальной задержки ФАК может быть уменьшено. В зависимости от выбранных значений параметров ДДС некоторые варианты ДПС можно не тестировать.

Примеры переборов параметров ДДС и ДПС представлены соответственно на рис. 3.61 и 3.87. В них использованы данные, полученные по методике высокоразрешающей сейсморазведки на мелководье. Поэтому значения параметров, задаваемые при тестировании, отличаются от тех, которые фигурировали в рассмотренном выше примере для случая водного слоя большой мощности. Показанные на рисунках автокорреляционные функции трасс позволяют анализировать наличие в записи

периодических компонент (вспомним замечания, приводимые в разд. 2.7). Для удобства анализа первые 300 мс ФАК даны в увеличенном масштабе.

На каждом рисунке приведены варианты деконволюции в диапазонах корреляционных задержек 1–100, 2–100, 4–100, 8–100, 8–40 и 40–100 мс. В обоих случаях задавалось одно и то же значение уровня белого шума.

Интересно отметить различие результатов ДДС и ДПС при фильтрации в диапазоне задержек 1–100 мс (самый левый фрагмент) по уровню шумового фона. Действительно, уровень помех на разрезе после ДПС значительно более высок. Это связано с тем, что на самих исходных трассах (до суммирования), характеризующихся пониженным звучанием  $S/N$ , уровень случайных помех достаточно, чтобы контролировать усиление фильтра. После суммирования ситуация меняется и задаваемое значение уровня белого шума для деконволюции с единичным интервалом прогноза (импульсной деконволюции) оказывается уже недостаточным.

### 3.5.6.2. Мьютинг

Для выбора параметров мьютинга часто достаточно бывает просмотреть выведенные в крупном масштабе сейсмограммы ОСТ. При более строгом подходе нужно проанализировать фрагменты суммарного разреза, полученные при различной кратности суммирования. Для каждого из заданных моментов времени требуется определить число исходных трасс, при котором качество суммирования становится оптимальным. При кратности наблюдений 48 достаточно оценить значения кратности суммирования 1, 2, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 36 и 48.

В другом способе предварительно задаются приемлемые параметры мьютинга и затем рассчитываются его варианты, в которых кратность суммирования для каждого момента времени отличается от первоначальной на фиксированное число процентов. По каждому из вариантов мьютинга получают фрагмент суммарного разреза.

### 3.5.6.3. Переменная по времени фильтрация (ПВФ)

Для выбора оптимальных параметров переменной по времени фильтрации результат деконволюции фрагмента суммарного разреза обрабатывается полосовыми фильтрами с различными, заданными геофизиком параметрами. Обычно используют три типа переборов фильтров:

а) Тестирование фильтров с такими значениями частот и крутизны срезов, которые будут в конечном счете применяться при обработке (см.

рис. 3.64). Полосы пропускания фильтров меняют от низкочастотной, применяемой при фильтрации глубоких отражений, до высокочастотной, которая обычно задается при обработке верхней части разреза. Для выбора параметров фильтрации достаточно на любом времени просто указать тот вариант, который обеспечивает наилучшее качество данных. Недостаток этого способа состоит в том, что ухудшение качества может быть связано с неудачным выбором только нижней (или верхней) частоты среза. Ширину полосы пропускания фильтра тоже подчас выбрать не легко.

б) *Перебор узкополосных фильтров при сохранении относительных амплитуд (см. рис. 3.63).* Результаты фильтрации в смежных или перекрывающихся узких частотных диапазонах (например, 0,5 октавы) дают визуальное представление о расположении спектральных компонент сигнала и помех. Переменные по времени частоты нижнего и верхнего среза определяются независимо. Поскольку ни один из опробуемых вариантов не может быть использован при окончательной фильтрации разреза, наряду с данным способом тестирования часто дополнительно проводится и перебор широкополосных фильтров по способу «а».

в) *Перебор значений нижней частоты среза при фиксированной верхней или перебор значений верхней частоты при фиксированной нижней.* Режим тестирования фильтров отличается от способа «а» только тем, что один край полосы пропускания фильтра фиксируется, а другой меняется. Верхнюю частоту среза целесообразно изменять с шагом 5 Гц, а нижнюю — с шагом 2 Гц. Переменные по времени частоты верхнего и нижнего среза выбираются независимо. Фиксированную частоту среза следует задавать при тестировании вне сигнального диапазона.

В заключение отметим, что удовлетворительный компромисс обеспечивает фильтр с полосой 28–140 Гц (см. рис. 3.64), который подавляет низкочастотную помеху от приемной косы и пропускает самые высокочастотные компоненты сигнала.

#### 3.5.6.4. Окончательная регулировка амплитуд и визуализация

Какой-либо определенной стратегии для подбора регулировки усиления и параметров вывода не существует, однако на практике может потребоваться проведение некоторых пробных просчетов:

1. Подбор параметров аддитивной регулировки усиления (например, перебор значений ширины скользящего окна).
2. Подбор уровня усиления при выводе (задается в децибелах).
3. Выбор полярности выводимых трасс.

#### 3.5.6.5. Миграция

Процедура миграции будет подробно рассмотрена в следующей главе. Этот краткий раздел потребовался просто для того, чтобы иллюстрировать завершающий этап обработки данных, полученных по методике высокоразрешающей сейсморазведки. На рис. 3.88 представлен результат конечно-разностной миграции отфильтрованного разреза, показанного на рис. 3.85. В данном примере скорость по горизонтали почти не меняется, поэтому сильных эффектов от применения миграции здесь ожидать не приходится. Тем не менее на мигрированном разрезе можно заметить более четкое проявление разрывных нарушений.

#### 3.5.7. Аннотирование и маркировка разреза

##### 3.5.7.1. Общее описание

Вслед за обработкой и визуализацией сейсмических записей выполняется важный завершающий этап — аннотирование и маркировка разреза. В современных системах обработки окончательный разрез обычно сопровождается сверху заголовком и аннотацией. Кроме этого может выводиться также и боковая аннотация — таблица, содержащая исходную и полученную в ходе обработки профиля информацию.

Ширина боковой аннотации обычно не превышает 19 см (ширина стандартного формата А4), а по высоте достигает вертикального размера разреза. Увеличивать высоту этой таблицы выше такого предела нежелательно. Общая информация о профиле помещается в верхней половине боковой аннотации (это позволяет складывать бумагу, на которую выведен разрез, до размеров формата А4 и нодшивать в архивную папку). Здесь приводятся сведения о номере профиля, диапазоне координат точек возбуждения, основных этапах обработки,дается краткое описание разведуемой площади, указываются наименования нефтяной компании и подрядных фирм, проводивших регистрацию и обработку данных. Чтобы облегчить быстрый поиск нужного материала в архивной папке, на противоположной стороне изображения разреза также воспроизводится боковая метка, но уже в сокращенном виде.

##### 3.5.7.2. Данные о расположении профиля

Геофизику важно знать как абсолютные географические координаты профиля, так и его положение по отношению к другим профилям на разведуемой площади. Эта информация отображается на графическом выводе по-разному.

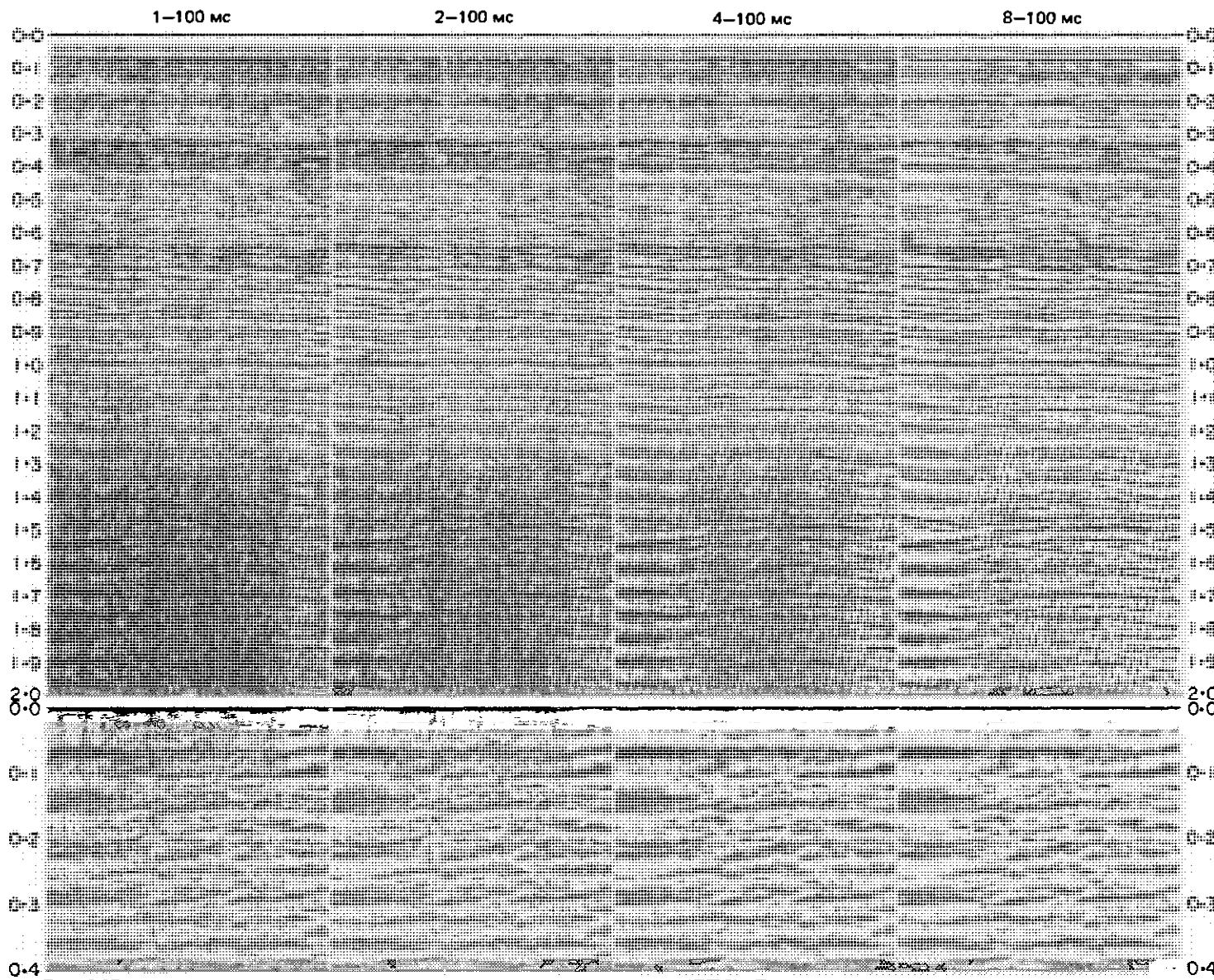


Рис. 3.87. Тестирование параметров деконволюции после суммирования (ДПС). Данные получены по методике высокоразрешающей сейсморазведки. Использованы такие же параметры деконволюции, как и в примере на рис. 3.61. Под каждым фрагментом суммарного разреза показаны автокорреляционные функции его трасс.

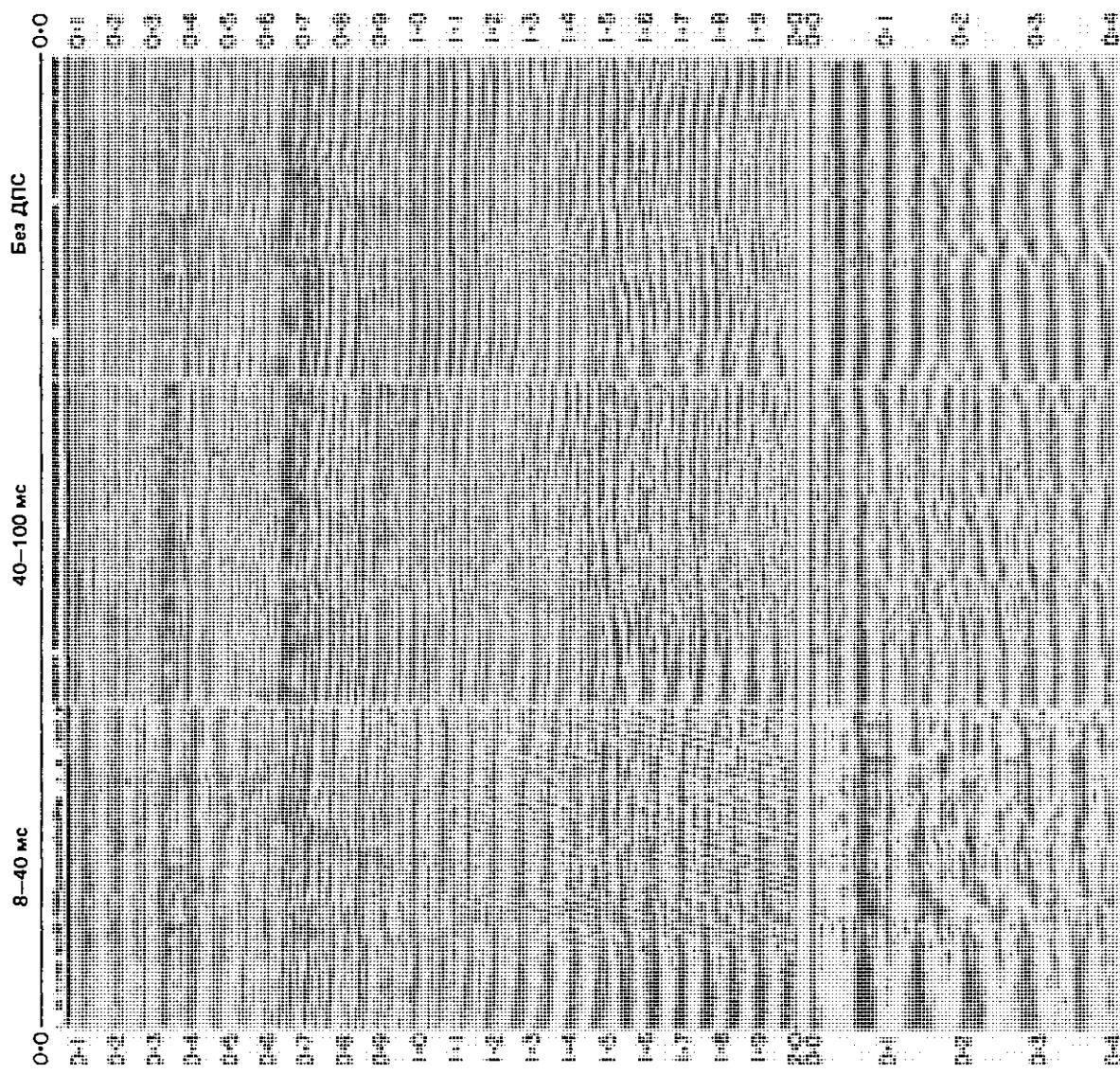


Рис. 3.87. (Продолжение.)

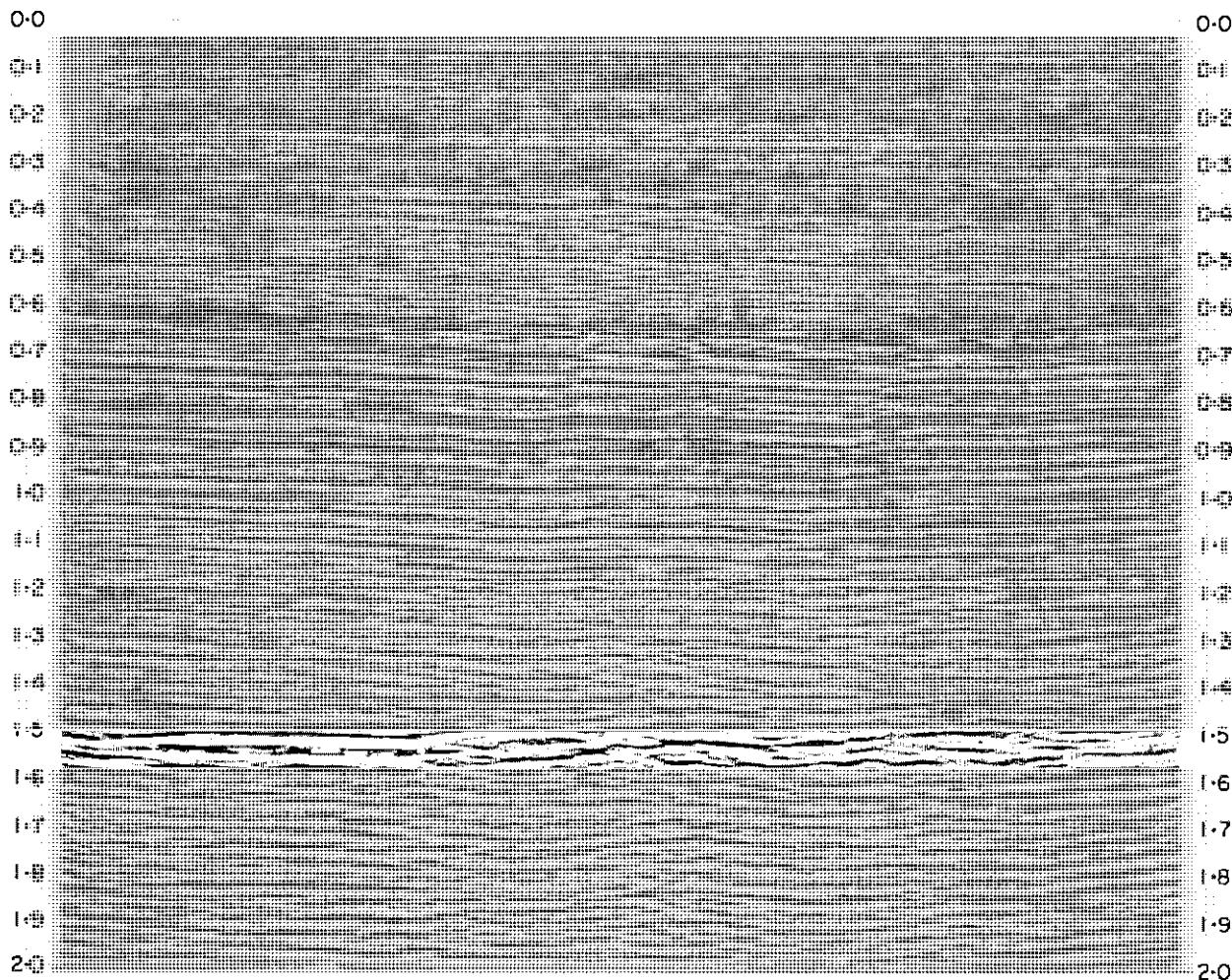


Рис. 3.88. Миграция отфильтрованного суммарного разреза (рис. 3.85) конечно-разностным методом

*Карта разведуемой площади.* На карте показано положение района сейсморазведочных работ относительно береговой линии, а также координатных широтных и меридиональных линий.

*Схема профилей.* Здесь показана ориентация профилей по отношению друг к другу. Рассматриваемый профиль выделяется жирной линией.

*Указатель направлений.* Направление профиля (направление, в котором возрастают номера точек возбуждения) указывается обычно стрелкой с обозначением курса судна по компасу.

*Маркировка пунктов возбуждения.* Пункты возбуждения указываются вдоль линии профиля обычно непосредственно над трассами. Маркировка пунктов возбуждения на разрезе должна полностью совпадать с маркировкой на схеме наблюдений.

Если участки одного профиля зарегистрированы повторно, номера пунктов возбуждения не должны повторяться. Чтобы исправить повторяющиеся номера, присвоенные при регистрации, обычно увеличивают номера пунктов возбуждения на 1000 или 10 000 как на разрезе, так и на схеме наблюдений. Другие связанные с координатами пунктов возбуждения величины, такие как глубины моря, могут указываться над изображением разреза выше номеров возбуждений. Номера ОСТ и других общих координат, используемые в основном на стадии обработки, а не интерпретации, помечаются ниже изображения разреза.

Два самых верхних уровня аннотации используются для указания точек пересечения профилей и представления информации о скоростях. Дополнительные указатели точек пересечения, помечаемые ниже изображения разреза, помогают точно перегнуть бумагу при сопоставлении пересе-

<u>Оператор</u>			
Регистрация	Обработка		
Профиль № .....		Наименования подрядных фирм	
ПВ .....		Номер профиля	
4200%, ДДС, ДПС, ПВФ		Диапазон координат ПВ на профиле	
3 ← →		Основные этапы обработки	
Карта раз- ведываемой площади	Схема профилей	Направление профиля	
Зарегистрировал ..... Дата .....			
Обработал ..... Дата .....			
Контракт № .....			
<u>Параметры регистрации</u>			
<p>ПВ Трасса 48 Трасса 1 50 352 2330</p>			
<u>История обработки</u>			
Процедуры указаны строго в порядке их применения			
<u>Параметры вывода</u>			
С указанием полярности			
Символы, использованные при аннотации разреза			
Масштабы разреза			
Вертикальный и горизонтальный масштабы			

Рис. 3.89. Типичный формат боковой аннотации при выводе окончательных разрезов.

кающихся профилей. Скоростная информация обычно представлена скоростями суммирования (которые часто ошибочно называют среднеквадратичными) и интервальными скоростями между заданными горизонтами. Интервальные скорости рассчитываются по формулам Дикса в предположении, что скорость суммирования совпадает со среднеквадратичной. На мигрированных разрезах должны быть показаны скорости миграции. Часто, однако, в этом качестве используются скорости суммирования. Подробнее об этом будет говориться в следующей главе. Наконец, на разрезе указывают так-

же глубины, рассчитанные по интервальным скоростям, хотя доверять этим данным можно только с очень большой осторожностью.

### 3.5.7.3. Параметры регистрации

Детальное описание условий регистрации, таких как тип, глубина и мощность источника, параметры фильтров и приемной расстановки и т. д., приводится в специальном разделе боковой аннотации совместно с диаграммой, иллюстрирующей конфигурацию сейсмической косы и положение групп приемников. Основной источник этой информации — схема нолевых сейсмических наблюдений. Почему-то такие схемы имеют дурное обыкновение неизвестно куда пронадать, так что при повторной

обработке данных приходится черпать всю информацию о параметрах регистрации из боковой аннотации. Хорошо, что в последнее время все большее число параметров стали включать в заголовок полевой ленты.

### 3.5.7.4. История обработки

После параметров регистрации в боковой аннотации дается описание графа обработки. Здесь указываются основные параметры процедур, что по идеи должно обеспечивать возможность воспроизведения при необходимости окончательного разреза. К сожалению, сложность современных графов обработки и привычка использовать фирменные, совершенно невразумительные имена процедур делают задачу точного воспроизведения разреза практически нереальной. Тем не менее приведение истории обработки очень полезно для анализа особенностей разреза, связанных с использованным составом процедур и выбранными параметрами обработки.

Рекомендации по форме представления и содержанию выводимой информации иногда вырабатывают такие авторитетные в промышленности организации, как Британская ассоциация производителей морских работ (UKOOA). На рис. 3.89 приведен пример боковой аннотации, формат которой рекомендован Норвежской промышленной ассоциацией разведочных компаний.

## 3.6. Нерегулярная и расширенная геометрия наблюдений

### 3.6.1. Введение

Одна из самых характерных черт рассматривавшейся до сих пор обычной двумерной обработки – это регулярность геометрии сейсмических наблюдений (см. разд. 3.3.2). Этого свойства лишены другие виды обработки, например двумерная обработка сухопутных или трехмерная обработка сухопутных и морских данных. В таких случаях геометрические особенности систем наблюдений требуют гораздо большего внимания геофизика и большей доли вычислительных затрат. Кроме того, ошибки в задании геометрических параметров гораздо труднее обнаруживаются на окончательном результате. Следовательно, стоит уделить некоторое внимание этому часто пренебрегаемому и неэффективному, но очень важному разделу обработки.

Вначале полезно будет рассмотреть классификацию сейсмических работ по одному из самых общих признаков – размерности.

**1 $\frac{1}{2}$ -мерная сейсмика.** Скважинные сейсмические наблюдения и их обработка.

**2-мерная сейсмика.** Стандартная регистрация и обработка сейсмических данных по методу отраженных волн без учета пересечений профилей.

**2 $\frac{1}{4}$ -мерная сейсмика.** Наблюдения проводятся вдоль криволинейных профилей. При обработке используются трехмерные методы, например простые процедуры оценивания наклонов некоторых горизонтов поперек линии профиля.

**2 $\frac{1}{2}$ -мерная сейсмика.** Часто этот вид сейсмики называют трехмерным. Наблюдения проводятся по густой сети обычных двумерных профилей, но обрабатываются эти данные совместно, с привлечением трехмерных процедур. Здесь мы не будем отходить от современного технического жаргона, на котором такие сейсмические работы квалифицируются как трехмерные.

**3-мерная сейсмика.** Трехмерной является не только обработка, но и регистрация, проводимая с использованием при каждом возбуждении площадных расстановок приемников. Этот вид сейсморазведки ввиду дороговизны применяется пока редко и здесь рассматриваться не будет.

Все вопросы, обсуждавшиеся в разд. 3.3.2, относятся, конечно, и к данной теме. Как мы вскоре увидим, нерегулярность наблюдений приводит к тому, что от концепции общей глубинной точки отражения приходится отказываться. Трехмерные морские данные, полученные, по существу, посредством двумерной регистрации, можно было бы назвать регулярными; однако, как вскоре будет показано, это определенно не так.

Исторически методы сейсморазведки с использованием нерегулярных и регулярных схем наблюдений развивались параллельно. Хотя регулярные системы представляют собой частный случай нерегулярных, эффективность практической обработки обоих видов наблюдений требует применения различных подходов и, как правило, разных машинных программ. Трехмерная регистрация и обработка появились позднее и рассматриваться здесь будут отдельно, хотя, по сути дела, от двумерной сейсморазведки они отличаются скорее объемом данных, чем методологией.

Перед тем как вдаваться в детали, стоит привести здесь одно полезное изречение: при прочих равных условиях, чем более регулярна система наблюдений, тем лучше будет окончательный результат обработки.

### 3.6.2. Криволинейный профиль и разбиение на площадки

Прежде всего необходимо четко определить понятие «криволинейное профилирование», поскольку оно имеет двойственный смысл. Тривиальный смысл состоит в том, что *криволинейный* – это, по



Рис. 3.90. Схема типичного криволинейного наземного профиля. Пункты возбуждения обозначены черными квадратами, пункты приема — светлыми.

существу, любой профиль, проложенный не по прямой линии. На практике под обработкой данных криволинейного профилирования обычно понимают такую обработку, которая использует криволинейность для получения некоторой дополнительной информации о геологических характеристиках разреза в направлении поперек профиля. В этом состоит нетривиальное значение криволинейного профилирования. Согласно классификации, приведенной в предыдущем разделе, криволинейное профилирование относится к  $2\frac{1}{4}$ -мерным методам. Конечно, нерегулярность наблюдений можно либо принимать как неизбежное зло, либо специально использовать для получения дополнительной информации о свойствах среды в поперечном к профилю направлении. При двух- и трехмерной регистрации на суще нерегулярность, обусловленная трудностями построения регулярной сети наблюдений в условиях пересеченной местности, обычно иезбежна.

На рис. 3.90 представлена схема довольно типичного наземного профиля. Черными квадратиками отмечены пункты возбуждения, светлыми — пункты приема. Как сказывается криволинейность профиля на получаемых данных? Самое важное следствие, которое уже кратко упоминалось выше, состоит в нарушении предположения о существовании общих средних точек. О степени несостоительности этого предположения можно судить по рис. 3.91, на котором показана схема того же профиля, что и на рис. 3.90, но с указанием положения средних точек для всех пар источник — приемник. Мы видим, что в

диапазоне координат восточной долготы от 691500 до 694500 средние точки сильно рассеяны по площади.

Универсальное решение состоит здесь в том, чтобы расширить определение общей средней точки, заменив его понятием общей площадки\*. Форма площадок может быть различной, но в основном используются площадки прямоугольные. Важную роль играет как абсолютный размер площадки, так и (в случае прямоугольной или эллиптической формы) соотношение между продольным и поперечным размерами. В каждой точке профиля желательно так подобрать размер и форму площадки, чтобы ее заполнение, т. е. количество входящих в нее средних точек, было достаточно велико. При этом во избежание потери пространственной разрешенности данных размер площадки должен быть сравнительно небольшим. Критерий выбора площадок мы рассмотрим чуть позднее. В примере, показанном на рис. 3.92 и (в увеличенном масштабе) на рис. 3.93, дано простое разбиение области в окрестности криволинейного профиля с рис. 3.90 на неперекрывающиеся прямоугольные площадки одинакового размера.

Внимательный читатель, вероятно, заметил, что на диаграммах показано поверхностное, а не глубинное (как в простом введении к геометрии наблюдений в разд. 3.3.2) положение средних точек. Такой подход в условиях, как правило, довольно сложной геометрии наземных систем наблюдений является нормой. Кроме того, на обработку сухопутных дан-

\* В оригинале использован термин *bip* (бункер, контейнер), применяемый для обозначения группы объектов сходной природы. — Прим. перев.

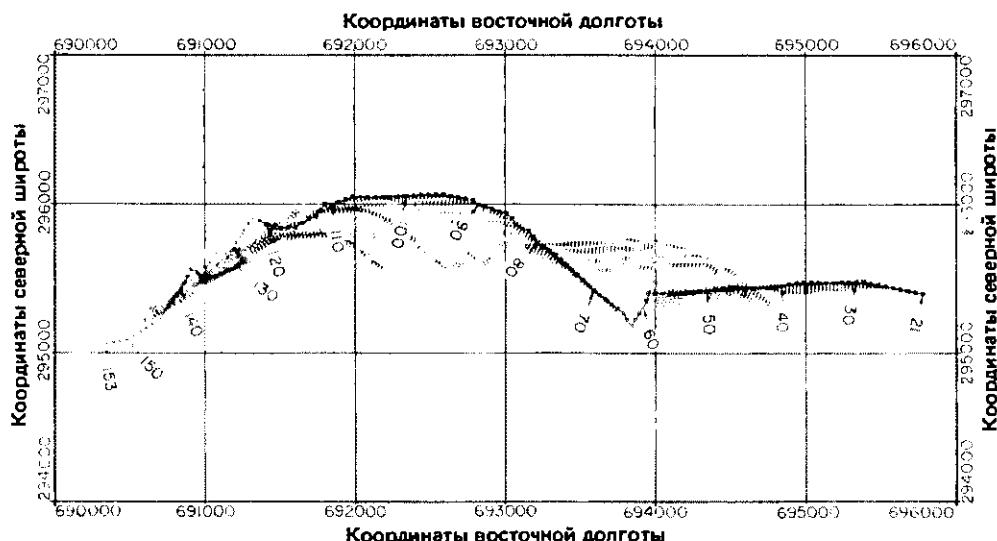


Рис. 3.91. Та же схема, что на рис. 3.90, но с обозначением поля средних точек.

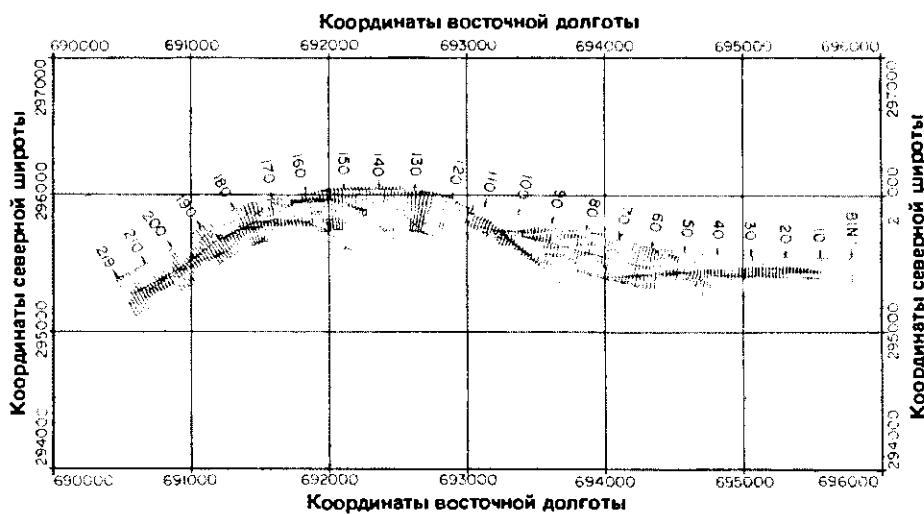


Рис. 3.92. Разбиение поля средних точек на площадки.

ных оказывают влияние другие поверхностные факторы, такие как временные сдвиги, обусловленные неравномерностью рельефа местности. В этих условиях геофизику приходится одновременно учитывать целый ряд поверхностных факторов, которые могут осложнить обработку данных.

Заметим также, что показанные на рис. 3.92 площадки выбраны так, что линия, на которой лежат их центры, практически наилучшим образом согласуется с распределением средних точек. Эта линия, по сути дела, определяет профиль обработки, т. е. поверхностные координаты окончательного разреза. На самом деле профиль обработки можно провести

произвольно, однако, если только нет серьезных причин для другого выбора, естественно задать его так, как показано на рис. 3.92.

Схемы, представленные на рис. 3.90–3.93, еще недостаточны для проведения обработки. Их нужно дополнить результатами специального статистического анализа, которые позволят судить о пригодности выбранного разбиения поля средних точек на площадки. Перед тем как переходить к обсуждению способов такого анализа, стоит предварительно рассмотреть некоторые эффекты нерегулярности и критерии пригодности разбиения.

Геометрический центр, центр тяжести площадки и

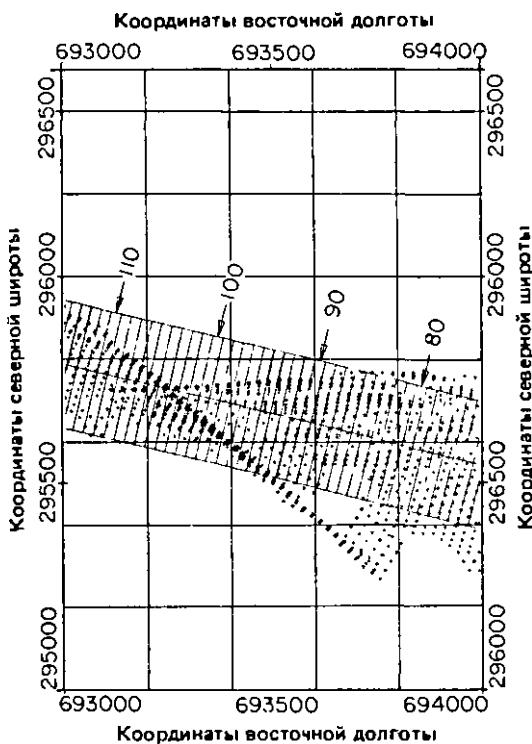


Рис. 3.93. Фрагмент рис. 3.92 в увеличенном масштабе.

**смещение.** При разбиении поля средних точек, показанном на рис. 3.93, геометрические центры площадок расположены с постоянным шагом по профилю обработки. С другой стороны, центром площадки естественно считать ее центр тяжести, т. е. среднее положение лежащих в пределах площадки средних точек. Расстояние между геометрическим центром и центром тяжести называют *смещением площадки*. Это расхождение нужно учитывать, поскольку результат суммирования всех принадлежащих площадке трасс желательно соотнести с ее геометрическим центром. В любом случае здесь приходится применять какой-либо явный или неявный способ интерполяции, поскольку окончательный разрез должен получаться с регулярным шагом. Это важно как для визуализации, так и для применения большинства алгоритмов миграции. Безусловно, желательно смещение площадок минимизировать.

**Распределение удалений.** Трассы в пределах площадки должны быть распределены по своим удалениям равномерно. Это очень важно, например, для скоростного анализа или подавления кратных отражений. Очевидно, что площадка, содержащая трассы только с малыми или только с большими удаленными, будет использоваться в обработке весьма ограниченно. Не менее важно иметь достаточно

равномерную кратность, т. е. примерно одинаковое количество средних точек в площадках. Неравномерная кратность может отрицательно сказываться на эффективности таких чувствительных к значениям амплитуд процедур, как миграция и коррекция статических поправок.

**Распределение азимутов.** Это несколько более тонкий вопрос. В случаях, когда пространственная ориентация геологических структур выражена слабо, угол между линией, соединяющей пару источник–приемник, и некоторым опорным направлением

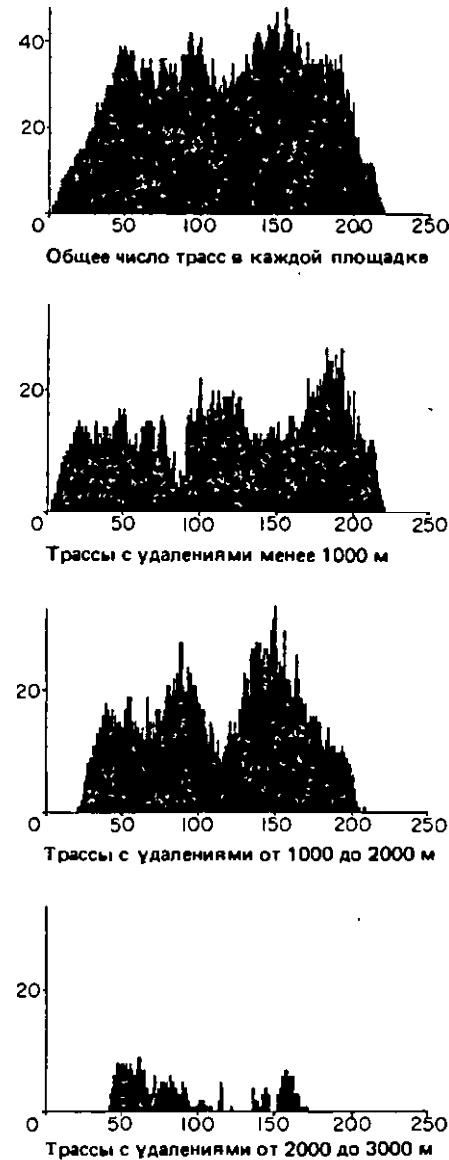


Рис. 3.94. Распределение удалений и количества средних точек в площадках по всему профилю.

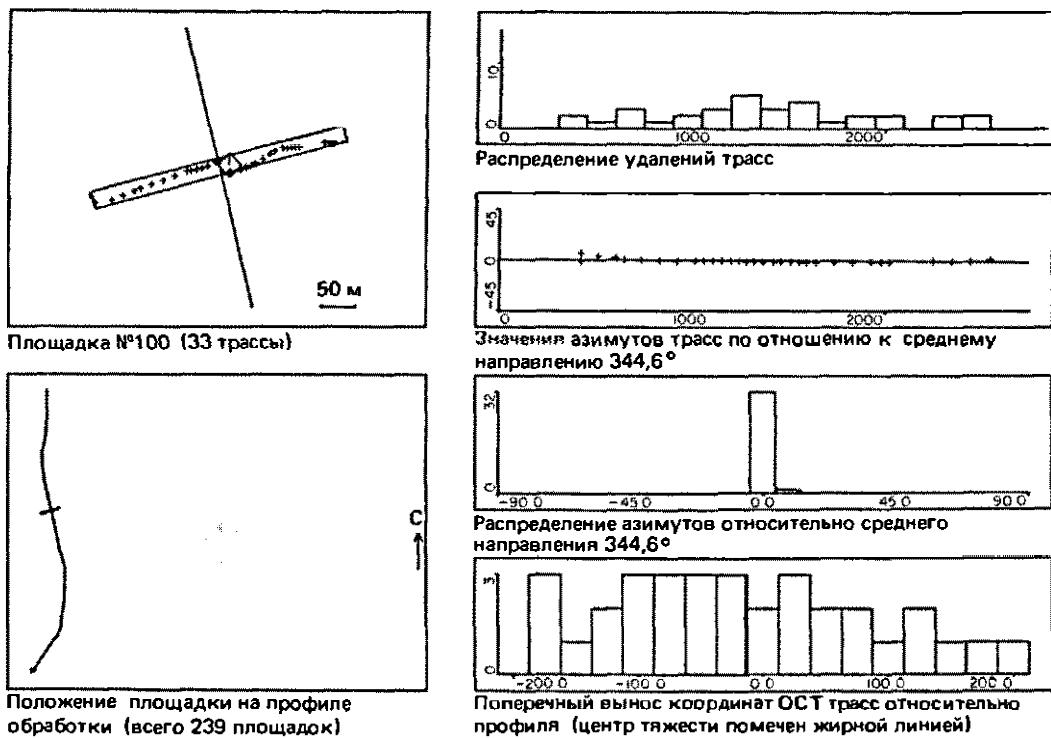


Рис. 3.95. Пример диагностической графики для конкретной площадки: положение площадки на профиле, распре-

деление азимутов и удалений трасс, положение центра тяжести.

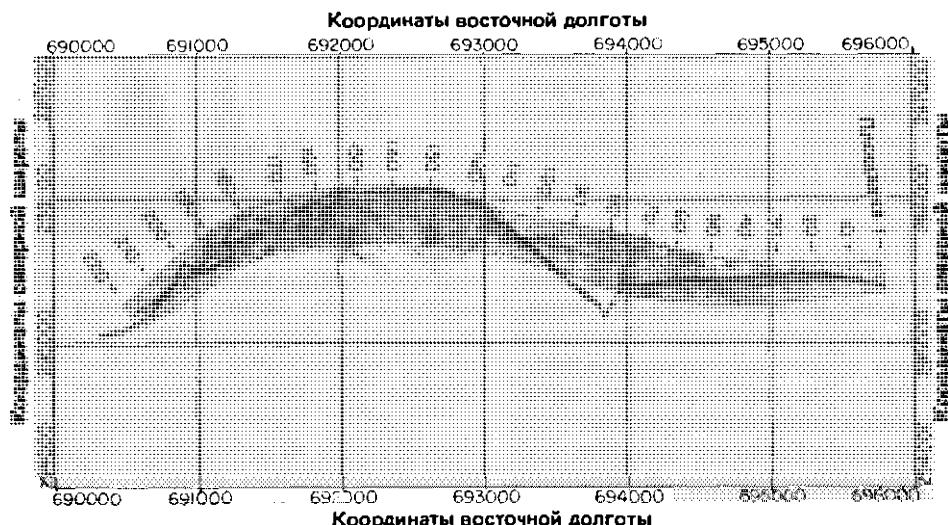


Рис. 3.96. Окончательный вариант разбиения. Размер площадок по профилю меняется.

особой роли не играет. Однако при наличии преимущественной ориентации двойные времена пребыва для одного и того же горизонта на трассах с одинаковыми удаленными, но разными азимутами будут различаться. На практике учет этого эффекта обходится довольно дорого, поскольку для оценки направления преимущественной ориентации требуется провести довольно тщательную предварительную обработку данных. Фактически необходимо построить трехмерную модель среды, на основе которой проводится второй цикл обработки. В такой ситуации может оказаться предпочтительным простое альтернативное решение – по возможности ограничить диапазон азимутов. Таким образом, критерий, касающийся распределения азимутов, противоположен критерию для распределения удалений.

На рис. 3.94 и 3.95 показаны примеры диагностической графики, используемой для оценки качества выбранного способа разбиения на площадки. На рис. 3.94 представлены распределения удалений и количества средних точек в площадках по всему профилю, показанному на рис. 3.92. На графиках хорошо заметны нарушения равномерности распределений. Довольно сложные графики на рис. 3.95 дают детальное представление о параметрах заданной площадки. Здесь показано положение площадки на профиле обработки, построены распределения азимутов и удалений трасс, а также указано положение центра тяжести площадки. Такого рода графики обычно рассчитываются только в заданных точках профиля в целях диагностики.

На рис. 3.96 показано окончательное разбиение, выбранное с учетом высказанных выше соображений. Заметим, что здесь использован переменный размер площадок.

В начале раздела уже говорилось, что нетривиальный смысл идеи криволинейного профилирования предполагает учет площадного расположения источников и приемников для извлечения информации о поведении определенных горизонтов в поперечном к линии профиля направлении. Практически это достигается использованием нескольких параллельных профилей обработки, для каждого из которых задается свое разбиение. В результате получают несколько разных выходных профилей меньшей кратности (поскольку исходные зарегистрированные в поле данные одни и те же). Таким образом, можно выбрать компромисс между отношением сигнал/помеха на заданном профиле и объемом получаемой информации о свойствах среды в поперечном к профилю направлении. Заметим, что при отсутствии данных настоящей трехмерной разведки эта информация может оказаться для интерпретатора очень важной.

### 3.6.3. Регистрация и обработка трехмерных данных

Как упоминалось в предыдущем разделе, основное различие между криволинейным профилем и трехмерными наблюдениями состоит в объеме получаемых данных. Это, в частности, означает, что количество различных координат точек возбуждения и приема существенно возрастает. Задачи обработки в смысле статистики количества трасс в площадках те же самые, поэтому здесь достаточно будет ограничиться несколькими замечаниями:

1. Регулярность наблюдений – основа хорошего качества обработки данных. В отсутствие регулярности трехмерная обработка неизбежно должна включать интерполяцию большой части данных, что, как правило, ухудшает пространственную разрешенность.

2. В общем случае оптимальная геометрия наблюдений – это сеть параллельных прямолинейных профилей. Экзотические системы наблюдений, например квадраты и т. п., могут быть полезными при решении специальных задач, однако свойственная таким системам сильная неравномерность распределения параметров площадок (например, полной кратности или азимутов) может серьезно осложнить обработку.

3. Эффекты наложения пространственных частот, возникающие при объединении соседних двухмерных профилей в единый трехмерный куб данных, не всегда принимаются в расчет, однако их действие проявляется позднее в ухудшении пространственной разрешенности.

4. В случае прямоугольной сети наблюдений линии источников должны быть направлены главным образом вдоль оси преимущественного наклона границ (если, конечно, такая информация имеется). Это имеет важные следствия для скоростного анализа.

5. При морской трехмерной регистрации главную проблему представляет регулировка положения приемной косы. Обычно приемную косу буксируют под углом  $20^\circ$  к желательному направлению профиля возбуждения. При длине косы 2400 м и расстоянии между соседними профилами 50 м коса за счет отклонения будет перекрывать 17 профилей. Обычно судовую навигационную систему настраивают таким образом, чтобы на профиле возбуждений находилось не само судно, а некоторая точка приемной косы. При этом концы косы должны буксироваться вдоль восьмых но счету профилей, считая по обе стороны от центрального. Даже с помощью навигационной системы обеспечить стабильное положение приемной косы нелегко.

Другая сложность связана с тем, что почти во всех современных системах регулировка положения косы производится с помощью 6–10 миниатюрных маг-

нитных компасов, вмонтированных в косу. Хотя сами эти компасы позволяют выдерживать положение косы по горизонтали с точностью до 1 м, влияние посторонних магнитных полей почти всегда приводят к падению точности позиционирования в несколько раз. В результате оказывается, что при самой тщательной современной технологии работ, когда для контроля положения косы помимо показаний компасов используют такие дополнительные данные, как угол боксирного троса на корме судна и положение хвостового буя, точность позиционирования сейсмической косы по горизонтали составляет  $\pm 10$  м. Это автоматически приводит к снижению горизонтальной пространственной разрешенности примерно в три раза по сравнению с разрешенностью в направлении профиля и, как следствие, к эффектам «размазывания» при использовании таких процедур, как миграция. Точность позиционирования приемной косы – один из главных факторов, определяющих сегодня качество регистрации трехмерных сейсмических данных на море.

Перспективные разработки средств контроля за положением сейсмической косы, основанные, например, на использовании генераторов акустических сигналов, работающих в килогерцевом диапазоне, обещают существенно повысить точность позиционирования. Как будет показано в разд. 4.4.2, регуляризация случайного шума при миграции в трехмерном случае проявляется сильнее, чем в двумерном. Разрез в результате получается по всем направлениям «зарегулированным». Проявление регуляризации преимущественно в поперечном к профилю направлении указывает на ошибки в поперечном позиционировании приемников.

### 3.7. Различия в обработке морских и наземных данных

Обработку наземных данных по отношению к обработке морских сейсмических материалов правильнее рассматривать как отдельную дисциплину. Обрабатывают сухопутные данные обычно с использованием специальных пакетов программ и привлекают для этого специально обученный персонал. Двумерная обработка различных морских профилей и даже площадей имеет обычно много общего. Не заходя столь далеко, чтобы говорить о существовании единой для всех морских профилей скоростной функции, можно все же утверждать, что необычные условия обработки морских данных довольно редки. Вместе с тем по отношению к обработке наземной информации верно обратное утверждение. Почти каждый профиль и даже участки одного профиля могут иметь свои индивидуальные особенности. Таким образом, обработка сухопут-

ных данных часто бывает сродни кропотливой работе детектива.

При всем разнообразии ситуаций, с которыми приходится сталкиваться в процессе обработки морских и сухопутных данных, можно указать три аспекта, в отношении которых различия между ними наиболее существенны. Это:

- 1) геометрия наблюдений и статические поправки;
- 2) источники, приемники и фаза;
- 3) отношение сигнал/помеха.

#### 3.7.1. Геометрия наблюдений и статические поправки

##### 3.7.1.1. Введение

Раздел 3.6 был целиком посвящен рассмотрению геометрических характеристик систем наблюдений, в частности их регулярности. Заметим, что нерегулярность наблюдений может проявиться и по вертикали. Обычно такую нерегулярность не рассматривают под углом зрения геометрии, хотя, конечно, фактор этот чисто геометрический. Как правило, в данном случае употребляют термин «статические поправки», в частности «полевые (или расчетные) поправки». Существует несколько прекрасных работ, посвященных этому предмету (см., например, [19]).

Учет статических поправок состоит в замене полученного в поле массива данных таким новым массивом, который был бы зарегистрирован, если бы источники и приемники располагались на значительно более гладкой (как правило, плоской) поверхности. Эта новая поверхность называется *уровнем* (или *поверхностью*) *приведения* и лежит ниже реальной поверхности наблюдений. Если по каким-то причинам поверхность приведения выбирается неплоской, говорят о плавающем уровне приведения. Относительно этого уровня сейсмические данные имеют более регулярную структуру, поскольку вертикальная нерегулярность исключается (рис. 3.97).

Единственный корректный способ учета статических поправок основывается на волновой теории и заключается в определении скоростной характеристи-



Рис. 3.97. Уровень приведения в задаче коррекции статических поправок.

тики верхней части разреза и продолжении затем исходного волнового поля вниз на уровень приведения. К сожалению, даже при известной скоростной характеристике данная процедура оказывается весьма времяземкой, хотя в принципе вполне выполнимой. На практике используется целый ряд более простых приближенных процедур, основанных на методах лучевой теории. Учет статических поправок реализуется в них посредством расчета и последующего ввода в трассы относительных временных сдвигов. В основе некоторых из этих процедур лежат следующие допущения:

1. Лучевые траектории предполагаются прямыми и линейными и вертикальными. Скорость постоянна.

2. Лучевые траектории прямолинейны и вертикальны. Используется слоистая модель с постоянной скоростью в каждом слое.

3. Времена пробега рассчитываются с использованием закона Снеллиуса. Скоростная модель и статические поправки определяются по преломленным волнам.

Коррекция временных сдвигов, оставшихся в результате неточности расчета статических поправок, осуществляется при помощи специальных процедур, которые будут рассмотрены в гл. 5 в контексте решения обратных задач. Обычно считается, что статическая поправка имеет компоненты, связанные с пунктом возбуждения (время распространения волны от источника до поверхности приведения) и пунктом приема (время пробега от уровня приведения до приемника), которые не зависят от удаления. Следует, впрочем, заметить, что фантазия разработчиков программ коррекции статических поправок поистине не имеет границ.

### 3.7.1.2. Влияние поверхностных условий на обработку данных

Поверхностные условия зачастую довольно сложным образом проявляются в зарегистрированных данных. Особенно зависит от них скоростной анализ. Дело в том, что практически все современные процедуры скоростного анализа используют предположение о гиперболичности гидографа отраженной волны, которое в свою очередь основано на горизонтально-слоистой модели среды. Даже если эта модель адекватна, обработку сухонутных данных осложняет то обстоятельство, что кровля верхнего слоя, т. е. дневная поверхность, не плоская. Таким образом, одна из важных целей коррекции статических поправок состоит в том, чтобы посредством приведения данных к плоской поверхности наблюдений приблизить форму гидографов к гиперболической. Ошибки коррекции проявляются в остаточной негиперболичности вступлений отраженных волн, что в свою очередь сказывается на результа-

тых скоростного анализа и в конечном счете на качестве суммирования.

Тщательно следить нужно также за искажениями кинематических параметров регулярных помех, поскольку от этих искажений может зависеть возможность ослабления помех по отношению к сигналу.

## 3.7.2. Источники, приемники и фаза

В морской и наземной модификациях сейсморазведки используются, как правило, различные типы источников и приемников.

### 3.7.2.1. Различие типов источников

Наибольшее распространение при наземной регистрации получили вибрационные и взрывные источники.

Вибрационные источники особенно важны с точки зрения экологии. Сигнал (так называемый *свип*) возбуждается колебаниями жестко связанной с грунтом плиты. Форма сигнала описывается функцией

$$V(t) = E(t) \sin(at + bt^2/2), \quad (3.7.1)$$

где  $E(t)$  — медленно меняющаяся огибающая, а  $a$  и  $b$  — константы, определяющие соответственно начальную частоту и скорость изменения частоты колебаний.

Длительность сигнала  $V(t)$  может составлять несколько десятков секунд при начальной частоте 10–40 Гц и конечной около 150 Гц. Для сжатия этого длинного сигнала используется корреляция трассы с записью посыпанного свипа (детали этой процедуры описаны, например, в [85]). В результате корреляции форма сигнала эффективно приводится к нуль-фазовой, поскольку на месте каждого вступления отраженной волны на трассе свип-сигнал будет заменен своей автокорреляционной функцией. Отсюда следует, что без предварительной соответствующей корректировки фазы нельзя пользоваться такими процедурами, как предсказывающая деконволюция. Обычно вместо последней применяются различные алгоритмы нуль-фазовой деконволюции. Для получения представления о современных методах деконволюции вибросейсмических данных серьезному обработчику необходимо познакомиться с работами [21, 54, 56].

Там, где соображения охраны окружающей среды это позволяют, довольно часто используются взрывные источники. Поскольку форма возбуждаемого взрывом сигнала неизвестна и может в зависимости от локальных свойств пород от взрыва к взрыву существенно меняться, рассматривать ее следует в статистическом аспекте. Статистические методы фильтрации рассматривались в разд. 3.4. Сигнал обычно предполагается минимально-фазовым.

### 3.7.2.2. Различие приемников

Единственная разница между приемниками, используемыми при морской и наземной регистрации, состоит в том, что на суше сейсмоприемники обычно измеряют скорость смещения частиц среды, тогда как морскими приемниками (гидрофонами) измеряется давление. Поскольку давление – это сила и, следовательно, прямо пропорционально ускорению, давление и скорость различаются по фазе на  $90^\circ$ . Эту особенность важно учитывать в случаях, когда разведочный профиль включает и сухопутные, и водные участки.

### 3.7.3. Отношение сигнал/помеха

Сухопутные сейсмические данные почти всегда характеризуются более низким отношением сигнал/помеха, чем морские. Этот факт оказывает влияние на всю стратегию обработки в том смысле, что для получения интерпретируемого разреза приходится допускать гораздо большую степень сглаживания данных, неизбежно жертвуя при этом разрешенностью. Необходимость такого подхода продиктована различными причинами, включая следующие:

1. Стабильность условий возбуждения и приема при наземной сейсморазведке всегда ниже, чем при морской. Это приводит не только к ухудшению отношения сигнал/помеха на исходных данных, но и к значительному росту флуктуаций амплитудного уровня записи.

2. Наземной регистрации свойственны дополнительные источники помех, такие как поверхностные и звуковые волны.

3. При проведении наземных работ возникает множество технических проблем. Существенные

сложности связаны, например, с проведением сейсморазведки в горной местности, джунглях, песчаных дюнах, в условиях вечной мерзлоты. Наконец, можно представить себе, какие помехи нормальному ходу работ могут создавать бродящие поблизости тигры. Кроме того, значительно усложняются и условия эксплуатации оборудования. С другой стороны, главные проблемы при морской регистрации обычно связаны с серьезными сбоями судовой электронной аппаратуры.

Перечисленные причины приводят к тому, что для таких процедур, как скоростной анализ, существенно необходимым становится мощное осреднение данных. Построение спектров скоростей (см. разд. 3.3.6.2.2) используется при обработке данных наземной сейсморазведки редко. Вместо этого абсолютно необходимым оказывается применение процедур суммирования с пробными постоянными или переменными скоростями и ряда других аналогичных приемов.

Деконволюция данных наземной сейсморазведки в отсутствие информации о форме сигнала источника главным образом направлена на расширение спектра в сигнальном диапазоне частот. Такой подход применяется даже при обработке вибросейсмических данных, где в отношении формы посылаемого в среду сигнала существует большая определенность, чем в случае взрывных источников.

При обработке сухопутных данных некоторые процедуры нередко применяются в итеративном режиме. Например, этапы коррекции статических поправок и скоростного анализа могут повторяться несколько раз. Следует, впрочем, заметить, что в надежде на извлечение из сейсмических данных хоть какой-то дополнительной информации приемы обработки год от года меняют.

# Глава 4

## Миграция сейсмических данных

### 4.1. Миграция и три типа сейсмических разрезов

#### 4.1.1. Введение

Окончательный результат, получаемый после выполнения описанных в предыдущей главе этапов обработки, обычно представляет собой временной разрез, составленный из трасс с нулевыми удалениями. Предполагается, что трасса, полученная в результате суммирования по ОСТ, эквивалентна записи, которая могла бы быть зарегистрирована в гипотетическом эксперименте, когда источник и приемник совмещены в одной точке (т. е. при нулевом удалении). Эта ситуация описывается так называемой *моделью излучающих отражателей*, речь о которой пойдет в дальнейшем. Трассы на разрезе изображены вертикально, и, следовательно, каждое вступление отраженной волны будет располагаться на одной вертикали с точкой возбуждения – приема независимо от истинного положения отражающей границы.

*Миграция* – это процедура, с помощью которой из временного сейсмического разреза получают изображение, на котором положение отражающих границ в среде показано правильно. При корректном применении миграция реализует преобразование исходного временного разреза в мигрированный глубинный. Важно отметить, что каждый из этих разрезов имеет простую физическую интерпретацию. В этом смысле мигрированный разрез следует трактовать как разрез с правильным расположением отражающих границ, хотя на практике по причинам, которые станут ясными в дальнейшем, можно говорить скорее не о правильном, а просто об измененном расположении.

Важно с самого начала уяснить, что для успешной миграции необходимо знать скорость  $V(x, y, z)$  в каждой точке среды. Это требование представляется довольно абсурдным, поскольку оно означает, что мы заранее, еще до решения задачи, должны знать правильный ответ. Здесь, однако, следует учесть,

что на практике, располагая довольно неточными данными о скоростях, найденными из скоростного анализа сейсмограмм ОСТ, обычно можно получить значительно улучшенное, хотя и не вполне совершенное изображение среды. Более того, по результатам миграции можно в принципе рассчитать ход лучей и методом последовательных приближений подбирать скоростную модель до тех пор, пока различия между расчетными и наблюдаемыми временами пробега не станут достаточно малыми.

Основные принципы миграции в двумерном случае легко выражаются с помощью связи между фронтом и гиперболическим годографом дифрагированной волны. Рассмотрим простейший случай однородной среды с погруженным в нее точечным дифрагирующем объектом. Получаемый на поверхности такой среды сейсмический разрез нулевых удалений изображен в плоскости  $z = 0$  на рис. 4.1. Для среды с постоянной скоростью фронт волны на плоскости  $(x, z)$  представляет собой окружность, а в пространстве  $(x, z, t)$  – конус. Сечение конуса плоскостью  $z = 0$  дает гиперболу.

На рис. 4.2 «взвешенное время»  $vt/2$  и глубина  $z$  отложены по одной и той же вертикальной оси. Дуга окружности, изображающая фронт волны в среде с постоянной скоростью, пересекает годограф дифрагированной волны в двух точках: точке  $A$ , расположенной на одной вертикали с точкой возбуждения – приема  $P$ , и в вершине  $B$  гиперболического годографа, определяющей истинное положение дифрагирующего объекта. Если этот объект является элементом отражающей границы, ее истинный наклон будет равен наклону касательной к линии фронта волны в точке  $B$ . Каждый наклон границы на сейсмическом временном разрезе будет определяться касательной к годографу дифрагированной волны в точке  $A$ . При  $z = 0$  кажущееся и истинное положения отражающего элемента совпадают, поэтому прямые  $AX$  и  $BX$  на рис. 4.2 выходят на поверхность  $z = 0$  в одной точке  $X$ . Заметим также, что

$$PA = PB = vt/2.$$

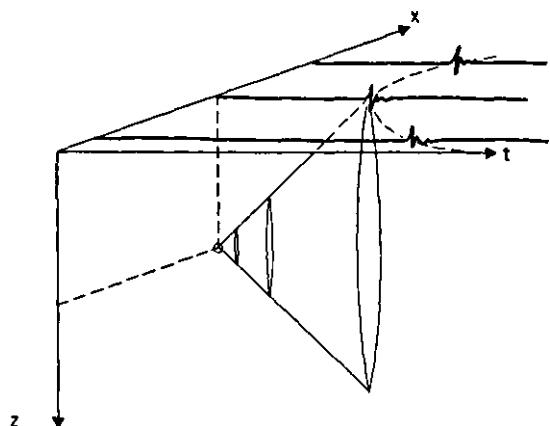


Рис. 4.1. Волновое поле точечного источника в однородной среде в координатах расстояния по профилю  $x$ , глубины  $z$  и времени  $t$ .

Таким образом, поскольку

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= PA/PX, \\ \sin \beta &= PB/PX, \end{aligned}$$

получим

$$\operatorname{tg} \alpha = \sin \beta.$$

Это простое соотношение, связывающее истинный и кажущийся углы наклона границы, иногда называют *уравнением миграции*.

Преобразование из плоскости  $(x, z)$  в  $(x, t)$  можно рассматривать как операцию двумерной свертки. Если в соответствии с принципом Гюйгенса каждую точку среды считать источником вторичных волн, то сейсмический временной разрез будет представлять собой суперпозицию дифрагированных волн от всех таких точечных источников. Тогда миграцию можно рассматривать как двумерную, переменную по времени деконволюцию. Желаемый обратный фильтр должен сжимать гиперболическое вступление дифрагированной волны в короткий импульс. Понятно, что должен существовать и эквивалентный спектральный метод, реализующий миграционное преобразование в  $f\text{-}k$ -области посредством переноса спектров. Подробное описание спектрального метода миграции читатель найдет, например, в работе [81].

Изложенные выше принципы составляют основу автоматизированной миграционной процедуры, известной как *дифракционное преобразование* (или *D-преобразование*)\*. Зарегистрированное волновое

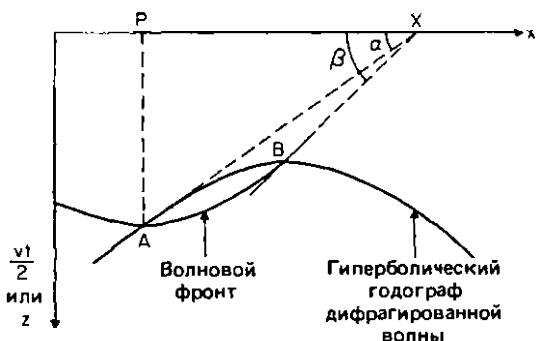


Рис. 4.2. Связь между истинным и кажущимся наклоном отражающей границы

поле  $p(x, z = 0, t)$  хранится в памяти ЭВМ в виде двумерного массива значений амплитуд дискретных отсчетов. Для каждого отсчета рассчитывается гиперболический годограф дифрагированной волны с вершиной в этом отсчете. Значения отсчетов волнового поля, через которые проходит годограф, подсчитываются к значению в вершине гиперболы. Эта операция повторяется для всех отсчетов поля в координатах  $(x, t)$ .

Рассмотрим результат применения описанной процедуры к волновому полю в координатах  $(x, t)$  для показанного на рис. 4.1 случая точечного дифрагирующего объекта. Когда рассчитанный годограф дифрагированной волны в точности совпадает с наблюдаемым, результат суммирования вдоль годографа, отнесенный к отсчету в вершине гиперболы, будет выражаться большим числом. При всех других положениях расчетного годографа вдоль него уже не будут проходить инкогнитные вступления и амплитуда результирующего отсчета, полученная в результате суммирования, окажется в среднем памятного меньшей. Таким образом, окончательный результат даст хорошую аппроксимацию волнового поля в координатах  $(x, z)$ . Как мы вскоре увидим, рассмотренный метод имеет строгое математическое обоснование и базируется на решении волнового уравнения в виде интеграла Кирхгофа. Реализующую этот метод миграционную процедуру часто, следуя работе Ларнера и Хаттона [52], называют *миграцией Кирхгофа*. Более подробно мы рассмотрим ее в следующем разделе.

Один из описываемых в этой главе способов миграции основан на волновой теории и реализует преобразование волнового поля, заданного на плоскости  $(x, t)$ , в разрез коэффициентов отражения, получаемый в координатах  $(x, z)$ . Однако если исходный временной разрез приближенно описывает

\* При переводе нами использован распространенный в советской геофизической литературе термин, первоначально введенный создателем метода D-преобразования Ю. В. Тимошиным (см. Ю. В. Тимошин. Основы дифракционного преобразования сейсмических записей.–М.: Недра, 1972).–Прим. перев.

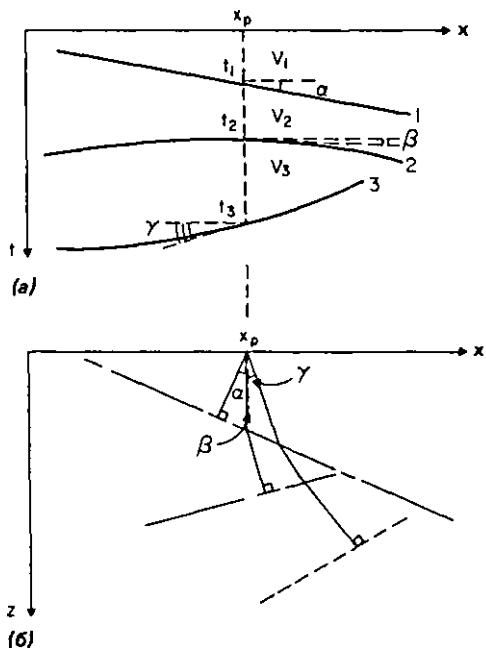


Рис. 4.3. Схема процедуры глубинной миграции по-средством лучевых построений (подробности см. в тексте).

ся несколькими простыми кривыми, соответствующими основным отражающим границам, то миграцию этих границ несложно осуществить с помощью лучевых построений.

Рассмотрим на рис. 4.3, а точку поверхности с координатой вдоль профиля  $x_p$ . Пусть в этой точке зарегистрированы три вступления отраженной волны, подходящие к поверхности под углами  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ . Допустим также, что скорости  $V_1$ ,  $V_2$  и  $V_3$  известны. Начиная с первого вступления, проведем из точки  $x_p$  луч под углом  $\alpha$  к вертикали и отложим на ней отрезок  $V_1 t_1/2$  (рис. 4.3, б). Повторив эту процедуру для всех поверхностных точек наблюдений, получим в результате изменение положение границы 1. Проведем теперь из точки  $x_p$  луч под углом  $\beta$  до пересечения с первой границей. Здесь в соответствии с законом Снеллиуса надо учесть преломление луча при переходе через границу между слоями со скоростями  $V_1$  и  $V_2$ . Траектория луча во втором слое продолжается до тех пор, пока полное время пробега не станет равным  $t_2$ . Повторяя эту процедуру во всех точках поверхности, построим границу 2. Положение всех последующих границ определяется аналогичным образом.

Исторически миграцию стали явно связывать с волновым уравнением с начала 70-х годов, следуя пионерской работе Джона Клербаута и его коллег по Станфордскому университету. До сих пор разработанный ими способ часто называют *миграцией*

на основе волнового уравнения. Надо сказать, что сегодня этот термин можно применить ко всем численным процедурам миграции, поскольку каждая из них основана на решении волнового уравнения. Эта особенность современных методов миграции не всеми ясно осознавалась (см. [52]).

Здесь уместно задать вопрос: о каком волновом уравнении идет речь? По сути дела, имеется в виду скалярное волновое уравнение вида

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad (4.1.1)$$

где  $P(x, y, z, t)$  — поле давления как функция трехмерного пространства с заданной в нем прямоугольной системой декартовых координат,  $x$  — координата вдоль профиля, ось  $y$  образует прямой угол с  $x$  и также направлена вдоль поверхности,  $z$  — глубинная и  $t$  — временная координаты. Скорость распространения продольных волн представлена функцией  $v(x, y, z)$ . Это уравнение нужно дополнить граничными условиями, сужающими множество допустимых решений. Значения поля  $P(x, y, 0, t)$  на поверхности известны и всегда регистрируются в процессе сейсмических наблюдений. К сожалению, как следует из теории, такая информация не обеспечивает единственности решения уравнений типа (4.1.1), поэтому в сейсмике используются те или иные его аппроксимации.

#### 4.1.2. Мигрированный временной разрез

Здесь мы довольно подробно рассмотрим аппроксимации волнового уравнения, которые выявляют существование третьего типа разреза в дополнение к тем двум, которые уже были определены выше. Речь идет о так называемом мигрированном временном разрезе, весьма важном по той причине, что именно по нему выполняется почти вся сейсмическая интерпретация. К сожалению, из всех трех только мигрированный временной разрез непосредственно не связан с сейсмическим экспериментом. Таким образом, выбор этого типа разреза как основного для интерпретации (т. е. для проявления геологической и физической иллюзии) представляется довольно странным. В действительности этот выбор является для геологов и геофизиков вынужденным, поскольку данные о распределении скоростей в среде обычно очень приблизительны.

Естественно задаться вопросом, как же мигрированный временной разрез оказался в столь привилегированном положении. Дело в том, что вначале при создании практических алгоритмов миграции главным требованием была экономия вычислительных затрат и лишь позднее эти алгоритмы обосновывались теоретически. Поэтому первые реализации

миграционных преобразований строились на эмпирической основе. Как уже говорилось выше, чтобы устранить эффекты, показанные на рис. 4.2, надо просуммировать значения отсчетов вдоль гиперболической траектории, кривизна которой определяется скоростью в среде. Результат суммирования нужно поместить затем в вершину (отсчет с минимальным временем) гиперболы. Заметим, что в результате такой процедуры получается по-прежнему временной разрез. Это, конечно, весьма желательно для геофизика-интерпретатора, готового «предать анафеме» получаемый посредством обработки глубинный разрез, так как он знает, насколько неточно оценивание скоростей по сейсмическим записям и каковы последствия этих неточностей. В начале 70-х годов геофизики не подозревали о существовании концепции глубинной миграции, поэтому процедура суммирования по годографу дифрагированной волны называлась просто миграцией. На современном языке ее, конечно, следовало бы назвать временной миграцией.

В этот же период Клербаут и его сотрудники приступили к разработке проблемы миграции, непосредственно увязывая ее с дифференциальным волновым уравнением (4.1.1). С помощью остроумного преобразования координат удалось избавиться от плохой обусловленности задачи и представить результат в приемлемой для миграции форме. Поскольку этот метод явно основывался на скалярном волновом уравнении, он стал известен как *миграция на основе волнового уравнения* и под таким названием упоминался в каждой второй фразе, произнесенной на геофизических конференциях в середине 70-х годов. Семейство преобразований Клербаута базировалось на следующем основном преобразовании.

Рассмотрим вначале без потери общности двумерный случай, для которого

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (4.1.2)$$

и, следовательно,  $P = P(x, z, t)$ .

Предположим также, что скорость в среде постоянна, т.е.  $\mathcal{I}(x, z) = V_c$ . Рассмотрим теперь преобразование координат

$$\begin{aligned} x' &= x, \\ z' &= 2z/V_c, \\ t' &= t + 2z/V_c. \end{aligned} \quad (4.1.3)$$

В этом контексте  $V_c$  называют также структурной скоростью.

Перед тем как выписывать преобразованное уравнение (4.1.1), целесообразно сделать несколько замечаний:

1. Новая горизонтальная координата  $x'$  совпадает со старой.

2. Новая вертикальная координата  $z'$  представляется собой двойное время пробега, т.е. совпадает с координатой, использовавшейся на предыдущих этапах обработки.

3. Новая временная координата  $t'$  – это предсказание. На встречах участников Станфордского исследовательского проекта понулярным вечерним времяпровождением было выяснение смысла новой координаты. Суть данного преобразования заключается в том, чтобы основной акцент перенести на восходящие волны. Если знак в формуле изменить на противоположный, получится обратный эффект, ориентированный на продолжение вниз поля падающих волн (решение прямой задачи). Миграция – это процедура обращенного продолжения восходящих волн вниз до совмещения с породившими их отражающими границами.

С учетом (4.1.2) и (4.1.3) уравнение (4.1.1) принимает вид

$$\frac{\partial^2 P'}{\partial z' \partial t'} = -\frac{V_c^2}{8} \frac{\partial^2 P'}{\partial x'^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P'}{\partial z'^2} - \frac{3}{8} \frac{\partial^2 P'}{\partial t'^2}, \quad (4.1.4)$$

где  $P'(x', z', t') = P(x, z, t)$ .

Заметим, что пока никаких дополнительных приближений сделано не было. Уравнение (4.1.4) для случая двумерной среды с постоянной скоростью является точным.

Чтобы полученное уравнение можно было использовать, потребовалось сделать два небесспорных упрощения.

1. Второй член в правой части (4.1.4) был отброшен. Это приближение основано на том соображении, что преобразование координат гарантировует малую величину отбрасываемого члена. Важно заметить, что уравнение после такой операции имеет уже не второй, а первый порядок по  $z'$ . Это позволяет находить его решение, располагая только запачненным полем  $P'(x', 0, t')$  на поверхности при некоторых подходящих граничных условиях по  $x'$ .

Рассмотренный прием приводит к так называемой 15-градусной аппроксимации уравнения, при которой с достаточной точностью описывается распространение волн с углами не более  $15^\circ$  от вертикали.

Качество аппроксимации можно улучшить итеративным методом. При этом порядок уравнения по  $z'$  остается неизменным, появляются дополнительные члены, позволяющие сохранить точность в значительно большем диапазоне углов. На практике довольно часто используются 45-градусные алгоритмы.

2. Третий член правой части (4.1.4) можно отбросить по тем же причинам, что и второй. Оказывается, это приводит к решющим и неожиданным последствиям.

Уравнение принимает вид

$$\frac{\partial^2 P'}{\partial z' \partial t'} = -\frac{V_c^2}{8} \frac{\partial^2 P'}{\partial x'^2}. \quad (4.1.5)$$

До сих пор рассматривался только случай постоянной скорости. Обсуждение случая неоднородной среды начнем с преобразования координат

$$x' = x,$$

$$z' = \int_0^z \frac{2}{V(x, b)} db, \quad (4.1.6)$$

$$t' = t + \int_0^z \frac{2}{V(x, b)} db.$$

Заметим, что теперь  $z'$  – двойное время пробега.

Повторяя предыдущие выкладки и пренебрегая градиентом скорости, получим

$$\frac{\partial^2 P'}{\partial z' \partial t'} = -\frac{V'^2(x', z')}{8} \frac{\partial^2 P'}{\partial x'^2}, \quad (4.1.7)$$

где  $V'(x', z') = V(x, z)$ .

Уравнение можно переписать в виде

$$\frac{\partial}{\partial z'} \left[ \frac{\partial P'}{\partial t'} \right] = -\frac{V'^2(x', z')}{8} \frac{\partial^2 P'}{\partial x'^2}. \quad (4.1.8)$$

Миграцию на заданный конкретный уровень  $z'$  можно полностью описать с помощью модели излучающих отражателей, введенной в работе [57]. В этой модели реальный геологический разрез представляется средой с половиной по отношению к реальной скоростью. Зарегистрированное на поверхности в момент  $t$  волновое поле продолжается в обращенном времени в среду вплоть до момента  $t = 0$ , когда отраженные волны должны совпасть с породившими их отражающими границами. В соответствии с равенствами (4.1.6) для мигрированного волнового поля при этом будет выполняться соотношение  $z' = t'$ .

Приведем полный набор графических условий, необходимых для решения уравнения (4.1.8):

$P(x', 0, t')$  – зарегистрированное на поверхности волновое поле;

$P(x'_0, z', t')$  – ограничивается в соответствии с заданным типом условий на боковой границе (например, нулевое граничное условие, ноглощающая граница и т. д.);

$P(x'_1, z', t')$  – ограничивается аналогичным образом в соответствии с условиями на другой боковой границе;

$P(x', z', z')$  – мигрированный временной разрез. (4.1.9)

Анализ уравнения (4.1.8) показывает, что процесс его решения можно интерпретировать как про-

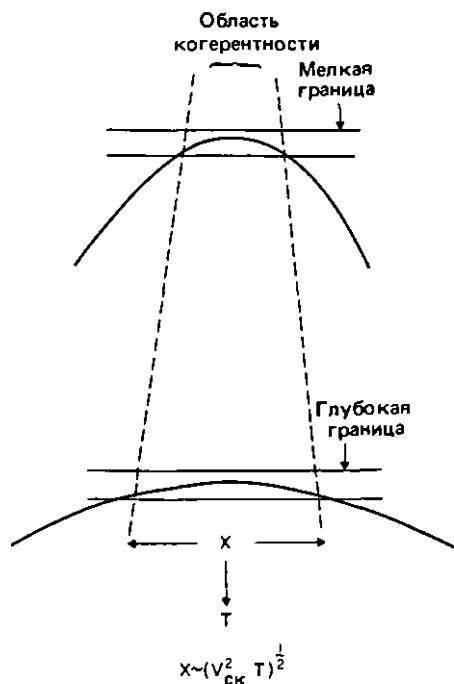


Рис. 4.4. Расширение области когерентного суммирования (или стационарной фазы) с увеличением времени.

должение поля вниз по  $z'$  – координате двойного времени пробега. При этом решение на уровне  $z' + dz'$  можно получить из решения на уровне  $z'$ , где  $dz'$  – приращение двойного времени пробега. Как уже отмечалось выше, значения волнового поля при  $z' = 0$ , конечно, известны. На практике приращение  $dz'$  выбирают равным от 5 до 15 интервалов дискретизации и используют метод конечных разностей.

Между тем в середине 70-х годов Ньюмен [65], а также Ларнер и Хаттон [52] показали, что метод суммирования по гиперболическому годографу дифрагированной волны после некоторой дополнительной модификации по сути дела дает дискретную аппроксимацию решения уравнения (4.1.1) в форме интеграла Кирхгофа. Эта процедура миграции получила поэтому название *суммирование по Кирхгофу*. Для реализации процедуры помимо собственного суммирования необходимо выполнение следующих двух операций:

1. Учет фактора геометрического расхождения, который для двумерного случая пропорционален

$$(V_{ск}^2 T)^{-1/2}, \quad (4.1.10)$$

где  $V_{ск}$  – среднеквадратичная скорость. Влияние расхождения поясняется рис. 4.4. Ниже мы рассмотрим роль этого фактора при миграционном преобразовании шумовой компоненты сейсмической записи.

## 2. Модификация спектра посредством применения дифференциального оператора

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t'} \right]^{1/2} P(t), \quad (4.1.1)$$

который появляется в интеграле Кирхгофа в двухмерном случае. Анализ влияния этого оператора на комплексную гармонику  $\exp(2\pi i f t')$  показывает, что действие его сводится к сдвигу фазового спектра на величину  $\pi/4$  и умножению амплитудного спектра на  $|f|^{1/2}$  (подробнее об этом см. в работах [52, 65]).

Итак, мы рассмотрели два основанных на скалярном волновом уравнении конкурирующих метода миграции, каждый из которых позволяет получить мигрированные временные разрезы. Заметим, что в обоих методах закон Сиеллиуса не учитывается.

### 4.1.3. Проблемы, связанные с учетом реального распределения скоростей

Первым на серьезные недостатки временной миграции обратил внимание Хубрал в своей выдающейся работе [39]. Он показал, что суммирование по Кирхгофу не дает и не может давать в результате разрез с правильным расположением сейсмических границ, если скорость (пусть даже известным образом) меняется по латерали. Для коррекции результата временной миграции Хубрал предложил способ преобразования временного мигрированного разреза в глубинный и назвал этот способ *глубинной миграцией*. Преобразование состоит в «растяжении» и «искривлении» трасс мигрированного временного разреза вдоль воображаемых лучей, перпендикулярных к дневной поверхности и подчиняющихся закону Сиеллиуса. В работе [58] данный подход был использован при разработке способа миграции для

случая слабо неоднородной среды. Оказалось, что при этом два этапа миграции, т. е. построение изображения (устранение эффектов дифракции) и преобразование вдоль воображаемых лучей, могут быть реализованы отдельными процедурами. Кроме того, как показано в работе [33], конечно-разностные алгоритмы миграции, основанные на дифференциальном уравнении (4.1.7), имеют точно те же недостатки, что и способ суммирования по Кирхгофу. При этом источник трудностей коренится в одном из приближений, допускаемых при переходе от уравнения (4.1.4) к (4.1.5). Речь идет об отбрасывании третьего члена в (4.1.4), который, по существу, отвечает в этом уравнении за учет закона преломления Сиеллиуса. Как мы увидим в разд. 4.2, восстановление этого члена приводит к тому, что результат миграции естественно получается уже не во времени, а в глубинном масштабе.

Итак, при миграции сейсмических данных приходится иметь дело с тремя типами разрезов:

а) *Немигрированный временной разрез*. Разрез до миграции, в котором роль вертикальной координаты играет, как и в исходных зарегистрированных данных, двойное время пробега.

б) *Мигрированный временной разрез*. Разрез в тех же координатах, что и предыдущий, но после миграции без учета преломления (т. е. только после устранения эффектов дифракции). Результат такой миграции мало чувствителен к ошибкам в задании скоростей.

в) *Мигрированный глубинный разрез*. По этому разрезу можно судить о строении реальной среды, однако результат глубинной миграции весьма чувствителен к ошибкам в задании скоростной модели.

Рассмотренные типы разрезов и связи между ними схематически показаны на рис. 4.5. Заметим,



Рис. 4.5 Схематическая иллюстрация трех используемых в сейморазведке типов разрезов (зимствовано из [71]).

что немигрированный временной и мигрированный глубинный разрезы связаны преобразованием по нормальному лучам (лучам, которые пересекают интересующую нас отражающую границу под прямым углом). Мигрированные глубинный и временной разрезы имеют аналогичную связь по воображаемым лучам. Заметим также, что временной не-мигрированный разрез аппроксимируется здесь суммарным сейсмическим разрезом.

## 4.2. Естественные миграционные координаты

### 4.2.1. Смысл естественных координат

В этом разделе мы рассмотрим так называемые естественные координаты, в которых получается результат миграции. Как правило, под естественными координатами понимают такие, которые допускают простую физическую интерпретацию математических уравнений. Нестандартные координаты такую интерпретацию затрудняют.

Как уже говорилось раньше, естественная интерпретация уравнения (4.1.8) позволяет трактовать миграцию как продолжение поля вниз по переменной  $z'$ , определяемой формулой (4.1.6):

$$z' = \int_0^t \frac{2}{V(x, b)} db,$$

т.е. по координате двойного времени пробега. Эта координата естественно появляется при выводе основных соотношений, хотя при этом приходится прибегать к ряду приближенных допущений. К сожалению, как уже отмечалось, в такой формулировке миграции закон преломления Снеллиуса оказывается нарушенным.

### 4.2.2. Глубинная миграция

Несоблюдение закона Снеллиуса, конечно, доставляет геофизику-интерпретатору, работающему с мигрированными временными разрезами, серьезные трудности. Рассмотрим теперь более последовательный подход к уравнению (4.1.1), исключающий необязательные приближения. Подстановка (4.1.2) и (4.1.3) в (4.1.1) непосредственно приводит к следующему точному уравнению:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P'}{\partial z' \partial t'} = -\frac{V_c^2}{8} \frac{\partial^2 P'}{\partial x'^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P'}{\partial z'^2} + \\ + \frac{1}{2} \left( \frac{V_c^2}{4V'^2(x', z')} - 1 \right) \frac{\partial^2 P'}{\partial z'^2}. \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

Для получения по заданным граничным условиям единственного решения здесь также приходится или непосредственно, или итеративно уменьшать вели-

чину второго члена в правой части уравнения. При этом третий член сохраняется. Заметим, что тогда продолжение поля в нижнее полупространство по  $z'$  будет продолжением по координате

$$z' = 2z/V_c. \quad (4.2.2)$$

Хотя переменная  $z'$  имеет размерность времени, по сути дела это не что иное, как нормированная глубинная координата, поскольку  $V_c$  – постоянная величина. Таким образом, рассмотренный нами более последовательный подход приводит к миграции с естественной глубинной выходной координатой. Именно поэтому такую миграцию называют глубинной. Важно отметить, что при глубинной миграции простое отбрасывание второго члена оказывается некорректным при любых углах (подробнее см. в [33]).

Следующий раздел будет посвящен заданию скоростей при миграции и чувствительности различных способов временной и глубинной миграции к неопределенности в скоростной информации.

## 4.3. Скорости миграции и чувствительность к ошибкам в задании скоростей

### 4.3.1. Введение

За последние несколько лет благодаря работам Берханута [4], Клербаута [12], Газдага [20], Къяртанссона [46], Столта [81] и многих других исследователей в понимании алгоритмических основ миграционных преобразований был достигнут значительный прогресс. К сожалению, куда меньше продвижение в вопросе, с которым приходится сталкиваться каждому геофизику, желающему использовать миграцию для облегчения решения интерпретационных задач. Речь идет о выборе скоростей при миграции. Создается впечатление, что геофизики-обработчики больше внимания уделяют тщательному подбору алгоритмов, чем используемых скоростей.

Существует тенденция решать проблему выбора скоростей миграции, так сказать, кавалерийским наскоком. В течение многих лет стандартная доктрина состояла в использовании скоростей суммирования, уменьшенных или увеличенных на несколько процентов. Эта, очевидно, случайная добавка менялась в зависимости от дня недели, погоды или других подобных факторов. Проблема состоит в том, что скорости суммирования, используемые при построении немигрированного временного разреза, имеют весьма отдаленное отношение к реальности в том смысле, что в рамках любой реалистической модели очень слабо связаны со скоростями миграции.

### 4.3.2. Скорость миграции

Итак, что же такое скорость миграции? Чтобы ответить на этот вопрос, вспомним три типа сейсмических разрезов, рассмотренных в разд. 4.1. Соответствующие зависимые переменные в системе координат каждого из трех типов разрезов указаны на рис. 4.6. В идеальном случае, если бы скорость была задана как функция глубины и можно было использовать любой алгоритм глубинной миграции (до или после суммирования, двумерной или трехмерной в зависимости от степени латеральной неоднородности), результат миграции был бы близок к совершенственному. Таким образом, скорости глубинной миграции определяются множеством зависимых переменных в системе координат мигрированного глубинного разреза: интервальными скоростями, глубинами и углами наклона горизонтов. Для временной миграции это множество будет включать интер-

вальные скорости, времена и наклоны границ на временном разрезе. На практике при задании скоростей миграции приходится сталкиваться со следующими проблемами.

а) Скоростная модель задана в координатах временного разреза до (а не после) миграции. Разрешить возникающие здесь трудности помогают методы, описанные в работе Хубрала и Крея [40], где описывается связь между тремя типами разрезов. В частности, там на основе использования приближения для малых удалений получен способ отображения скоростной модели, заданной в координатах немигрированного временного разреза, в систему координат временного разреза после миграции. В примере на рис. 4.7 показаны разрезы этих трех типов, соответствующие одной и той же скоростной модели (в данном случае исходная модель была задана в глубинных координатах). В этом примере временная миграция с использованием скоростной модели, заданной в координатах временного немигрированного разреза, будет давать очень неточный результат как раз на тех участках, которые интерпретатору хотелось бы максимально прояснить, т. е. в зонах несогласий. Если предположить, что скорость в такой модели по времени растет, участки несогласий окажутся «перемигрированными».

б) В случае латеральных вариаций скорости положение границ на мигрированном временном разрезе получается искаженным даже при точно заданной скоростной модели. Этот факт уже обсуждался в разд. 4.1.3, где он приводил к концепции воображаемых лучей. Примеры построения воображаемых лучей для ряда типичных геологических моделей представлены на рис. 4.8 в сравнении с траекториями нормально падающих лучей для выборочных слоев в каждой модели. Как показано в [25], ис-

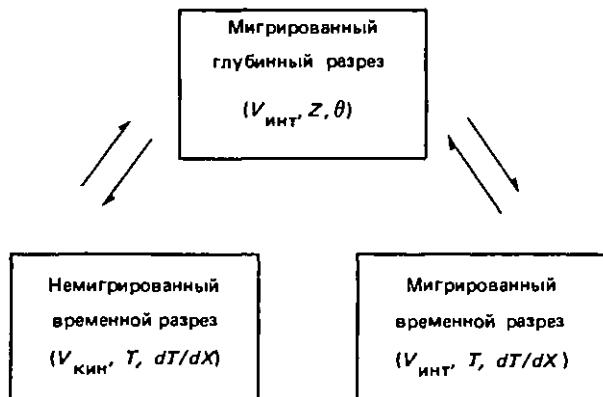


Рис. 4.6. Зависимые переменные для трех типов сейсмических разрезов.

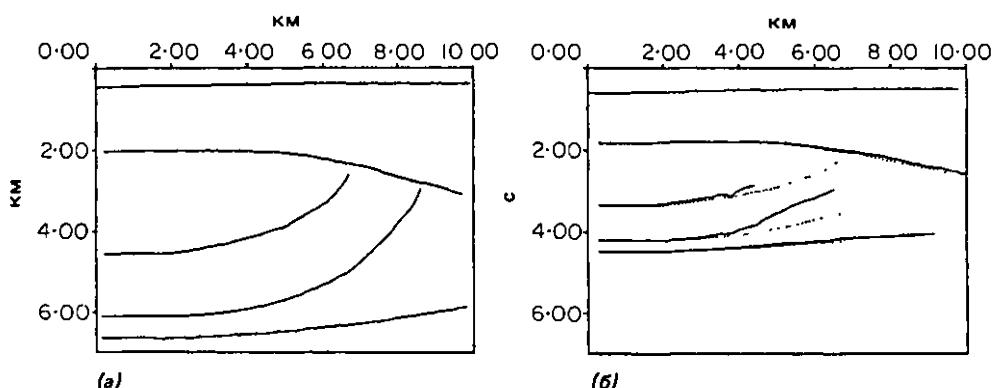


Рис. 4.7. Модель с несогласно залегающими пластами: (а) мигрированный глубинный разрез; (б) временные

немигрированный и мигрированный (показан точками) разрезы.

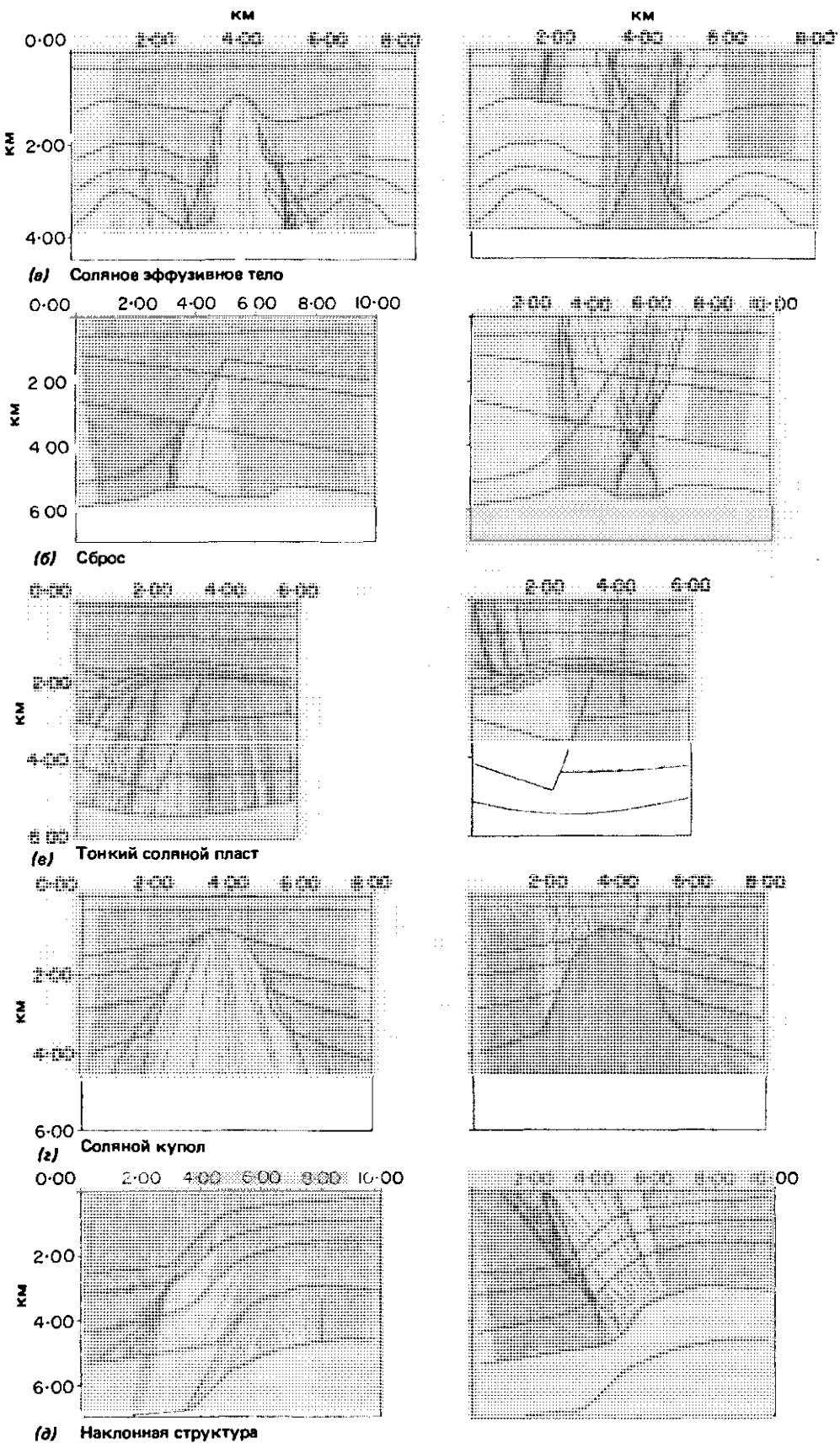


Рис. 4.8. Траектории во-  
ображаемых (слева) и нор-  
мальных к выбранным го-  
ризонтам (справа) лучей  
для ряда типичных моде-  
лей сред в координатах  
глубинного мигрирова-  
нного разреза.

пользование воображаемых лучей оказывается очень полезным для диагностики искажений, приводимых временной миграцией:

*Диагностика искажений в положении границ.* Во всех случаях, когда воображаемые лучи отклоняются от вертикали, границы в результате времени миграции оказываются смещеными по горизонтали. Более того, при правильной скоростной модели по отклонению лучей можно судить об истинном горизонтальном положении границ. Для изображенных на рис. 4.8 моделей величина горизонтального смещения может достигать нескольких сотен метров. Анализ траекторий воображаемых лучей на рис. 4.8, б показывает, что при таких сильных латеральных вариациях скорости преобразование от времен к глубинам для самой нижней границы вообще не существует. При этом траектории нормальных лучей настолько перепутаны, что в такой ситуации необходима глубинная миграция после, а еще лучше до суммирования.

*Диагностика амплитудных искажений.* Фокусировка или расхождение воображаемых лучей всегда указывает на присутствие на мигрированном временном разрезе амплитудных аномалий, порожденных самим миграционным преобразованием. На участке фокусировки (схождения) лучей результат временной миграции будет давать уменьшение амплитудного уровня, а в области расфокусировки (расхождения) – его усиление. Так, для модели, показанной на рис. 4.8, а, самая глубокая отражающая граница на временном мигрированном разрезе, вероятно, будет иметь весьма иерархическое распределение амплитуд, даже если коэффициент отражения вдоль этой границы постоянен. Неправильная интерпретация таких амплитудных аномалий может иметь весьма неприятные последствия, особенно если учесть склонность геофизиков доверять амплитудным характеристикам временных мигрированных разрезов.

в) Трехмерные эффекты не учитываются должным образом при регистрации, не говоря уже об обработке. В этой области сейчас ведутся интенсивные исследования. Некоторые вопросы были затронуты в разд. 3.7. Заметим кстати, что все алгоритмы расчета лучевых траекторий, о которых говорилось в этом разделе, в равной мере применимы как для двумерного, так и для трехмерного случая, однако данный предмет в общем выходит за рамки настоящей книги.

г) Информация о скоростях, извлекаемая из зарегистрированных на поверхности сейсмических данных, в среднем весьма недостоверна. Скоростная модель обычно должна задаваться в координатах временного немигрированного разреза, поскольку определяется она по исходным сейсмограммам. Процедуры перехода к координатам мигрирован-

ного временного разреза, о которых говорилось в п. «а», на практике оказываются в среднем очень неустойчивыми. Поэтому всегда требуется использовать тот или иной способ регуляризации. Здесь возможны два подхода.

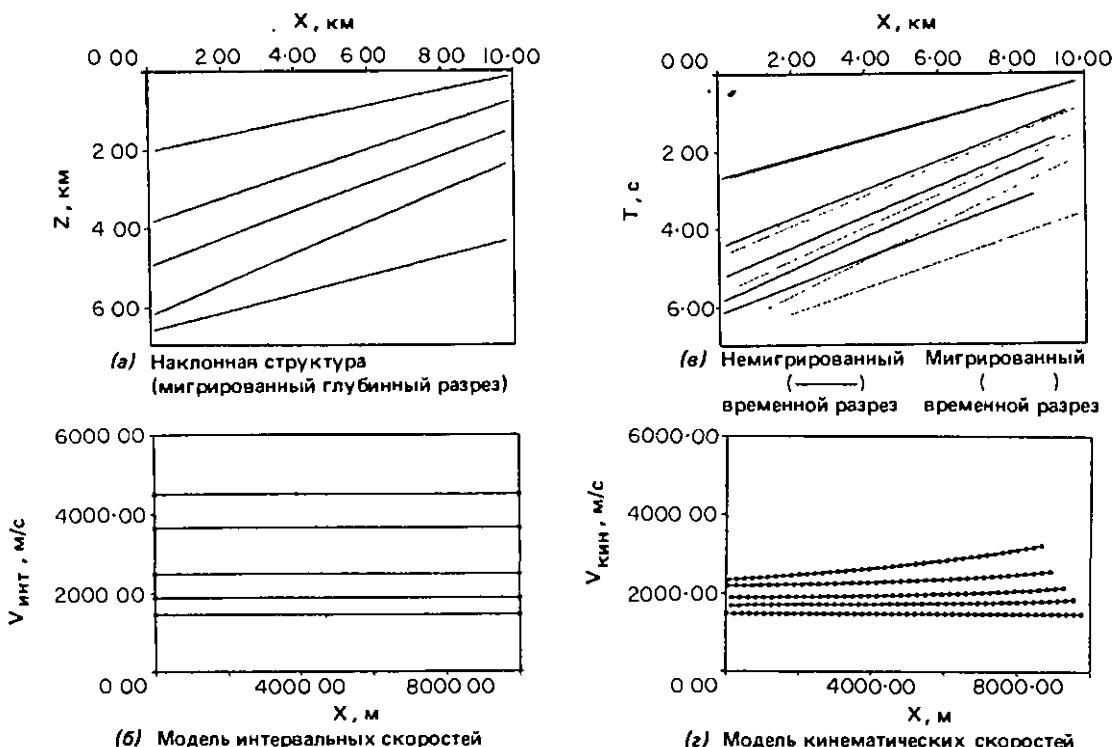
*Использование скважинной информации.* Одна из неблагоприятных особенностей системы координат немигрированного разреза состоит в том, что, хотя времена отражений обычно известны очень точно, определение верных значений скоростей оказывается, как уже говорилось выше, делом безнадежным. Существенно повысить качество моделей можно, если использовать информацию о временах, полученную по исходному немигрированному разрезу, а скоростную информацию – взять из скважинных данных, т. е. получить в системе координат мигрированного глубинного разреза.

*Здравый смысл.* Хотя об этом обычно не заходит речь в теоретических руководствах, роль здравого смысла при решении рассматриваемой задачи трудно переоценить, особенно при отсутствии какой-либо скважинной информации. В таких случаях обычно применяется редактирование глубинной модели и последующий ее пересчет во временной масштаб с использованием информации о кинематических скоростях и временах отражений.

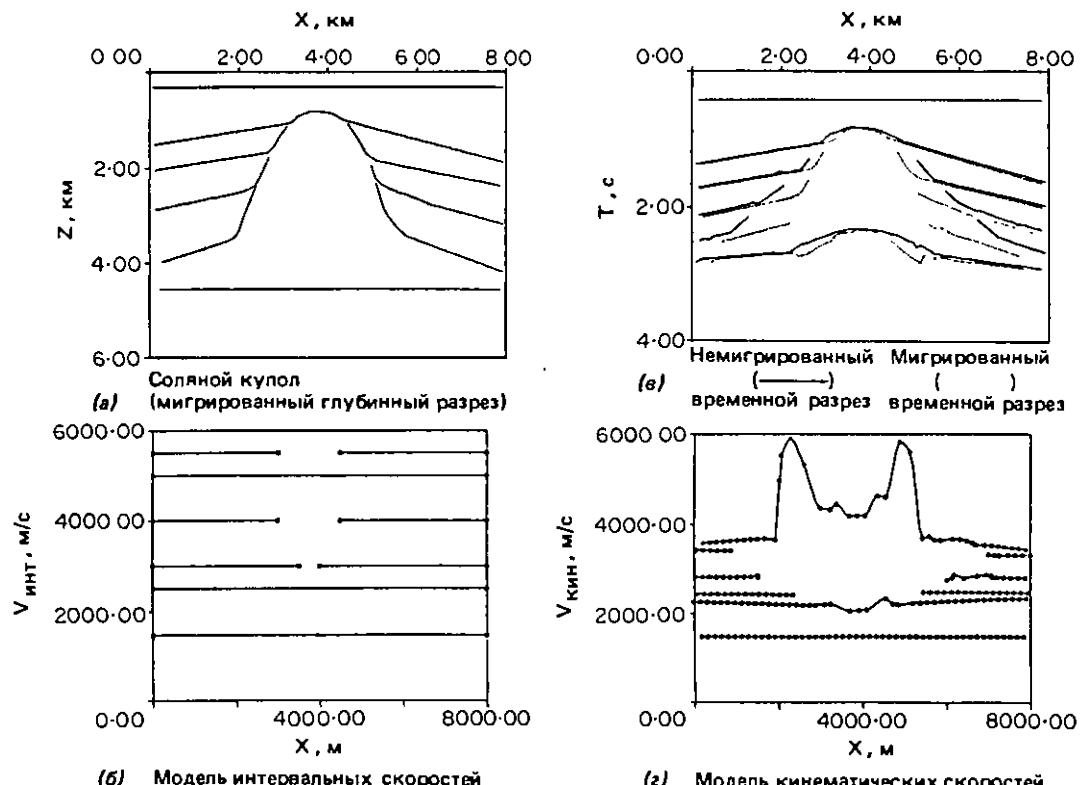
Рисунки 4.9 и 4.10 показывают, насколько сложными могут быть связи между скоростными моделями в трех системах координат. На рис. 4.9, а представлена довольно простая глубинная модель согласно залегающих наклонных пластов. Как следует из рис. 4.9, б, интервальная скорость в каждом пласте постоянна и меняется от пластика к пласту с 1500 до 4500 м/с. Соответствующие (немигрированный и мигрированный) временные разрезы изображены на рис. 4.9, в, а кинематические скорости – на рис. 4.9, г. Сравнивая рис. 4.9, б и г, мы видим довольно равномерное увеличение кинематических скоростей в направлении восстания горизонтов. Поскольку обычно скорости суммирования с приемлемой точностью аппроксимируют кинематические, тот же тренд будет наблюдаться и на скоростях суммирования. При таком гладком характере изменения скорости и достаточно высоком отношении сигнал/помеха подходящий алгоритм обращения, по всей вероятности, будет давать приемлемую точность восстановления показанной на рис. 4.9, б «глубинной» скоростной модели.

Иначе обстоит дело на рис. 4.10, где представлены аналогичные разрезы для исключительно более сложной, но вполне типичной «глубинной» модели соляного купола. Сравнение рис. 4.10, б и г демонстрирует гораздо большую чувствительность к особенностям модели.

Полезно интерпретировать глубинную модель как отображение из одной скоростной области в



4. Связь между «глубинной» моделью интервальных и «временной» моделью кинематических скоростей для простой модели среды с наклонными, согласно залегающими пластами.



5. Связь между «глубинной» моделью интервальных и «временной» моделью кинематических скоростей для более сложной модели среды, включающей соляной купол с примыкающими к нему слоями осадочных пород.

другую. В такой трактовке легко представить себе те трудности, которые возникают при попытке восстановить «глубинную» модель интервальных скоростей (рис. 4.10, б) по исходной «временной» скоростной модели (рис. 4.10, г) при наличии помех. В этом случае для получения удовлетворительной скоростной модели в глубинной или временной миграции процедура обращения должна обязательно включать этап редактирования модели в координатах глубинного мигрированного разреза.

Следует отметить, что в обоих приведенных выше примерах при расчетах учитывалась кривизна границ. Для моделей типа последней из рассмотренных такой учет оказывается существенным.

Роль неопределенности в информации о скоростях систематически изучалась, к сожалению, недостаточно. В то же время вопрос этот для сейсморазведки столь важен, что мы исследуем его здесь более подробно.

### 4.3.3. Чувствительность к ошибкам в скоростной модели

Влияние ошибок в задании скоростной модели на результат временной миграции иллюстрирует рис. 4.11, взятый из работы [71]. В этом примере использована глубинная модель сложной среды, включающей соляной купол. Интервальные скорости во всех слоях подвергались возмущениям в пределах  $\pm 20\%$  средних значений, что соответствует встречающимся на практике размерам неопределенности скоростей. Анализ рис. 4.11 позволяет выявить следующие важные моменты:

1. Даже при таком уровне неопределенности всегда лучше использовать скоростную модель, заданную в координатах мигрированного, а не исходного временного разреза.

2. При малых наклонах границ ошибки совсем

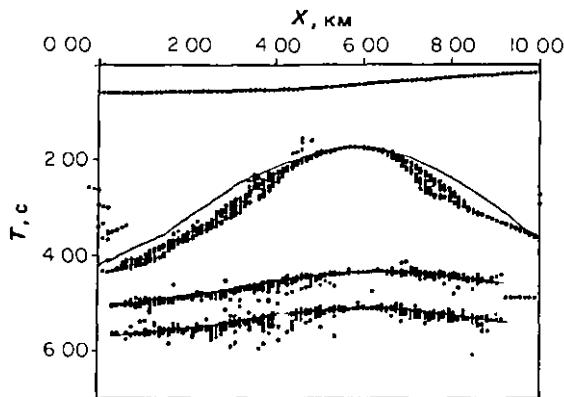


Рис. 4.11. Зоны неопределенности на мигрированном временном разрезе при флуктуациях интервальных скоростей в каждом слое в пределах  $\pm 20\%$ .

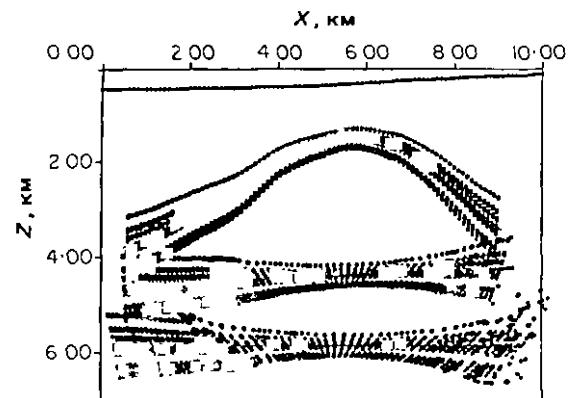


Рис. 4.12. Зоны неопределенности на мигрированном глубинном разрезе при флуктуациях скорости только во втором слое в пределах  $\pm 20\%$ .

незначительны, что видно на примере верхнего слоя.

3. Накопленные ошибки для нескольких согласно залегающих слоев с небольшим наклоном невелики (это видно на примере субгоризонтальных слоев под антиклиналью).

Для сравнения на рис. 4.12 представлен глубинный мигрированный разрез, где ошибки вызваны флуктуациями (величиной  $\pm 20\%$ ) интервальной скорости только в одном слое. Искажения в положении границ оказываются здесь очень большими. Этот пример показывает, что при большой неопределенности в оценках скоростей (типичный случай при отсутствии скважинной информации) ориентация на использование при интерпретации временного мигрированного разреза будет, видимо, не таким уж плохим выбором.

Наконец, заключительный пример, представленный на рис. 4.13, иллюстрирует возмущение траек-

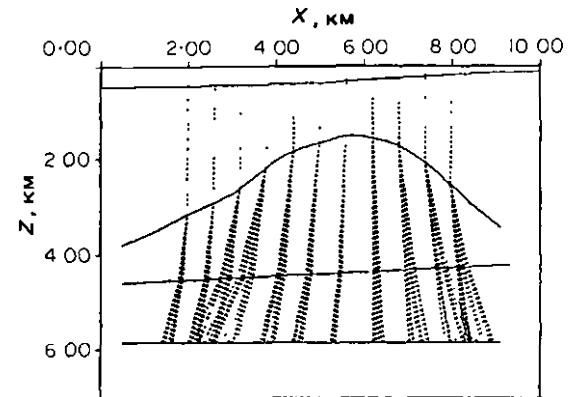


Рис. 4.13. Неопределенность траекторий воображаемых лучей при флуктуациях интервальных скоростей в каждом слое в пределах  $\pm 5\%$ .

торий воображаемых лучей при флуктуациях скоростей во всех слоях на уровне  $\pm 5\%$ . Такие ошибки и их интерпретация обсуждаются также в работе [53].

## 4.4. Миграция и нерегулярный шум

### 4.4.1. Анализ для случая суммирования по Кирхгофу

К сожалению, до последнего времени влиянию миграционных преобразований на присутствующий в записи аддитивный шум уделялось зачастую очень мало внимания, хотя учет возникающих при этом эффектов может оказаться очень важным. Здесь мы рассмотрим этот вопрос на примере наиболее простого и наглядного алгоритма миграции Кирхгофа (см. разд. 4.1). Всюду в данном разделе среда будет предполагаться горизонтально-однородной.

Напомним, что существенным элементом процедуры миграции по способу Кирхгофа является компенсация затухания амплитуд, вызванного геометрическим расхождением, в соответствии с формулой (4.1.10). Дело в том, что гиперболическая траектория суммирования с ростом времени выполняется, причем область стационарной фазы, которая и дает основной вклад в сумму, расширяется пропорционально

$$(V_{\text{ex}}^2 t)^{-1/2}.$$

Таким образом, в отсутствие коррекции за геометрическое расхождение амплитуды отражений от более глубоких границ оказались бы при той же временной длительности сигнала завышенными. С другой стороны, если вдоль гиперболической траектории суммировать отсчеты нерегулярного гауссовского шума, амплитудный уровень результата не будет зависеть от кривизны линии суммирования. Разумеется, в самом интеграле Кирхгофа нет какого-то разделения волнового поля на шумовую и сигнальную составляющие, поэтому амплитудная коррекция применяется ко всей записи. Следовательно, после выполнения любого миграционного преобразования, основанного на волновом уравнении, амплитудный уровень первоначально стационарного гауссовского шума будет меняться по времени в соответствии с выражением (4.1.10):

$$(V_{\text{ex}}^2 t)^{-1/2}.$$

Таким образом, миграция приводит к снижению амплитудного уровня нерегулярного шума, не воздействуя на амплитуды сигналов. Этот факт представляется некоторым геофизикам неожиданным, хотя он не нов и, насколько известно авторам, впервые был описан в 1977 г. Гибсоном.

Правда, у отмеченного явления есть и обратная сторона. Рассмотрим, например, среду с очень высокой скоростью. Траектория суммирования, особенно на больших временах, будет в этом случае очень близка к прямолинейной, так что суммирование начнет действовать почти как горизонтальный смеситель, который, как известно, подчеркивает компоненты с низкими пространственными частотами. Разрез в результате выглядит «зарегулированным», а горизонтальная разрешенность существенно снижается. При очень зашумленных данных и высокой скорости распространения волн (такие данные получают при наземной сейсморазведке в некоторых районах мира) описанный эффект может проявляться настолько сильно, что мигрированный разрез становится практически неинтерпретируемым. В подобных случаях геофизику приходится интерпретировать исходный разрез и затем с помощью лучевых процедур, описанных в разд. 4.1, мигрировать уже построенную модель. Методы волновой теории оказываются при низком отношении сигнал/помеха фактически неприменимыми.

Степень проявления амплитудного эффекта, который описывается выражением (4.1.10), и возникающих в результате спектральных искажений определяется тем, насколько точно конкретный алгоритм аппроксимирует решение волнового уравнения. В способах суммирования по Кирхгофу и миграции в  $f-k$ -области точность численной аппроксимации скалярного волнового уравнения очень высока и названные выше эффекты проявляются вполне отчетливо, приводя к регуляризации данных и изменению их спектральных характеристик. С другой стороны, в конечно-разностных алгоритмах при достаточно больших углах наклона границ точность аппроксимации волнового уравнения, как правило, невысока, а спектральные искажения незначительны. Этим, видимо, объясняется большая популярность конечно-разностных процедур миграции в сейсморазведке. Действительно, геофизику гораздо легче сравнивать сигналы до и после миграции на фоне шума одного и того же спектрального состава. Если же используются конечно-разностные алгоритмы, способные правильно мигрировать кругоисклоненные границы, они действуют на шум именно так, как и «предписывается» скалярным волновым уравнением. Попросту говоря, временной разрез после конечно-разностной процедуры миграции с точки зрения интерпретатора обычно выглядит примерно так же, как исходный суммарный разрез.

В отношении выражения (4.1.10) можно сделать следующие выводы.

1. При постоянной скорости изменение амплитудного уровня случайного шума будет зависеть только от времени. Амплитуды затухают пропорционально  $t^{-1/2}$ , т. е., конечно, медленнее, чем в

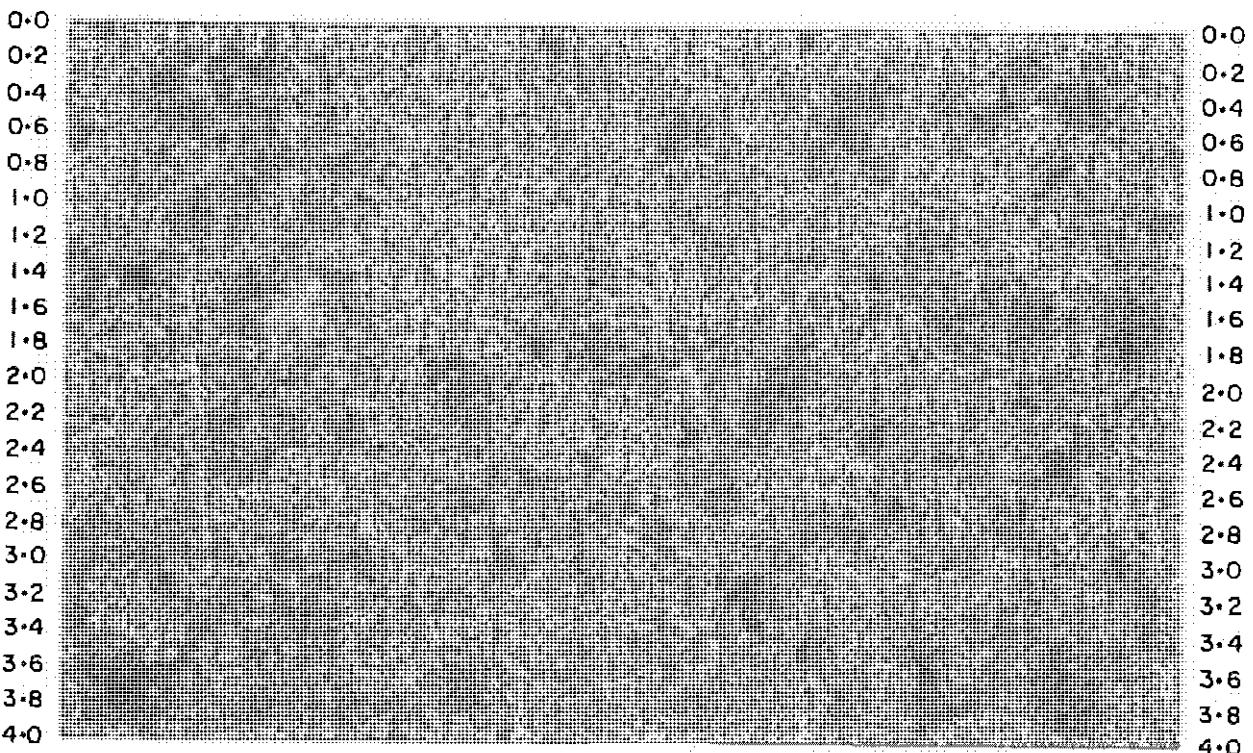


Рис. 4.14. Разрез, содержащий некоррелированный гауссовский шум.

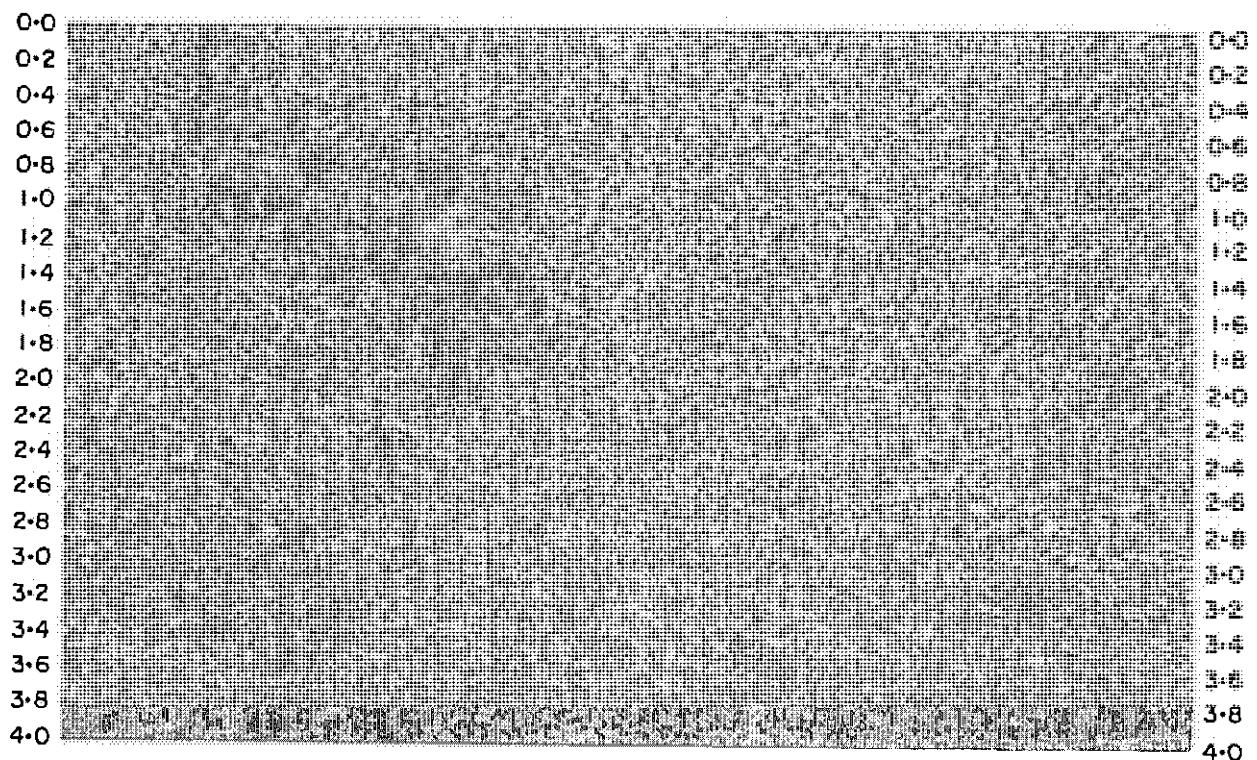


Рис. 4.15. Результат миграции разреза, изображенного на рис. 4.14, при использовании двухслойной скоростной модели (2000 м/с при  $t \leq 2$  с и 5000 м/с при  $t > 2$  с).

Обратите внимание на снижение уровня шума на временах, больших 2 с.

случае, когда скорость с глубиной растет. В то же время при постоянной скорости гиперболические годографы дифрагированных волн будут менее нологими и, следовательно, эффект горизонтального смещения будет выражен слабее. Таким образом, мы пришли к важному выводу: чем больше в результате миграции ослабляется нерегулярный шум, тем сильнее повышается его коррелированность по горизонтальной координате.

2. Резкому увеличению скорости в среде должны соответствовать заметное падение амплитудного уровня шума и изменение его спектральных свойств, обусловленное большей степенью горизонтального смещения. Этот эффект иллюстрируют рис. 4.14 и 4.15. На рис. 4.14 изображен разрез, состоящий целиком из стационарного центрированного гауссского белого шума, а на рис. 4.15 – результат его миграции с использованием конечно-разностного алгоритма. Скорость задавалась равной 2000 м/с от 0 до 2 с и 5000 м/с от 2 до 4 с. Хотя конечно-разностный алгоритм за счет ограниченности по наклонам регуляризует шум незначительно, все же эффекты, о которых говорилось выше, заметны довольно отчетливо.

3. Эквивалент выражения (4.1.10) в трехмерном случае имеет вид

$$(V_{ex}^2 t)^{-1}. \quad (4.4.1)$$

Это означает, что гауссовский шум при трехмерной миграции подавляется сильнее, чем при двумерной. Однако, имея в виду ранее сделанные замечания, естественно предположить, что пропорционально выше будет и степень горизонтального смещения. Фактор (4.4.1) может служить количественной мерой тех наблюдаемых на практике эффектов усиления горизонтальной корреляции, которые сопутствуют трехмерной миграции.

#### 4.4.2. Миграция в двух и трех измерениях

На вопросе об ослаблении шума при двух- и трехмерной миграции стоит остановиться несколько подробнее.

Рассмотрим рис. 4.16, где изображена двумерная гиперболическая траектория суммирования для некоторого момента времени, которая получается при сечении трехмерного гиперболоида плоскостью. Траекторию пересекает наклонная отражающая граница. Предположим, что область стационарной фазы включает  $M$ , а вся апертура миграции –  $N$  трасс. Согласно волновой теории, при суммировании вдоль гиперболической траектории сигнал будет давать значительный вклад в сумму только в области стационарной фазы. За пределами этой области суммируются только отсчеты шума. Неправильное понимание этого важного момента часто

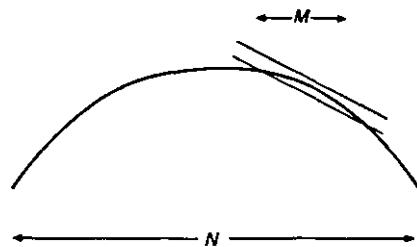


Рис. 4.16. Область стационарной фазы (включает  $M$  трасс) для наклонной отражающей границы при эффективной апертуре миграционного алгоритма, включающей  $N$  трасс.

является причиной ошибок при анализе помехоустойчивости миграционных процедур. Так, например, в прошлом приходилось слышать довольно экстравагантные утверждения о том, что трехмерная миграция обеспечивает гораздо более высокое отношение сигнал/помеха, чем двумерная, поскольку в формировании каждой трассы результата участвуют тысячи исходных трасс. Это, конечно, совершенно неверно.

Если предположить без потери общности, что гауссовский шум центрирован и имеет единичную дисперсию, а средняя амплитуда сигнала в области стационарной фазы равна  $S$ , то, как легко получить с помощью рис. 4.16, отношение сигнал/помеха (SNR) после двумерного суммирования будет равно

$$(\text{SNR})_{2D} = \frac{MS}{N^{1/2}}. \quad (4.4.2)$$

Заметим, что множитель, описывающий геометрическое расхождение, в эту формулу не входит, поскольку здесь рассматривается отношение амплитудных уровней сигнала и помехи.

В трехмерном случае получим

$$(\text{SNR})_{3D} = \left( \frac{\pi}{4} \right)^{1/2} \frac{MS}{N}. \quad (4.4.3)$$

Тогда отношение этих двух величин будет равно

$$\frac{(\text{SNR})_{3D}}{(\text{SNR})_{2D}} = \left( \frac{\pi}{4N} \right)^{1/2} M. \quad (4.4.4)$$

Соотношение между значениями  $M$  и  $N$  зависит от конкретного используемого алгоритма. Заметим, что отношение (4.4.4) может быть как меньше, так и больше единицы, причем точно оценить его нелегко. Таким образом, вопрос об относительной помехоустойчивости двумерной и трехмерной миграции не так уж прост. Отметим еще раз, что различные показатели геометрического расхождения здесь не фигурируют, поскольку (4.4.4) – это отношение отнесений.

## 4.5. Миграция и коммутативность

### 4.5.1. Определение коммутативности

Две процедуры обработки сейсмических данных коммутативны (коммутируют), если результат не зависит от порядка применения процедур. Довольно странно, что при анализе большого числа различных процедур, с помощью которых обрабатывается основной объем сейсмических данных, в литературе очень мало внимания уделено вопросу коммутативности. В этом разделе мы рассмотрим несколько примеров, призванных скорее побудить к размышлению, чем дать формальное теоретическое обоснование предмета. Суть дела в том, что миграция не обязательно оказывается коммутативной, однако на практике это не приводит к каким-либо серьезным затруднениям.

### 4.5.2. Коммутативность с фильтрами

Рассмотрим вначале простой пример свертки двух фильтров (см. разд. 2.4). Хорошо известно и легко доказывается, что такие фильтры коммутируют, т. е.

$$a * b = b * a. \quad (4.5.1)$$

Вероятно, именно на этом факте основана уверенность многих геофизиков в том, что фильтрационные процедуры, в том числе и двумерные, в общем случае коммутативны. В случае миграции основанием для такой уверенности мог бы быть известный факт, что эта процедура представляет собой полностью пропускающий фильтр. На самом деле при выводе дисперсионного соотношения, соответствующего уравнению (4.1.1), для среды с постоянной скоростью  $V_c$  получаем следующий результат:

$$\frac{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}{\omega^2} = \frac{1}{V_c^2}, \quad (4.5.2)$$

где  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  – волновые числа по различным координатным осям и  $\omega$  – круговая частота. Следовательно, миграцию можно считать полностью пропускающим фильтром лишь в том смысле, что это преобразование сохраняет неизменной величину левой части (4.5.2). Как мы сейчас увидим, этого недостаточно для того, чтобы гарантировать коммутативность миграции даже с постоянным одномерным полосовым фильтром.

Рассмотрим следующие два примера:

**Постоянный фильтр.** Рис. 4.17 показывает, что происходит с двумя точками, принадлежащими одной трассе, при миграции с постоянной скоростью. После суммирования по гиперболическим траекториям временной интервал между точками меняется.

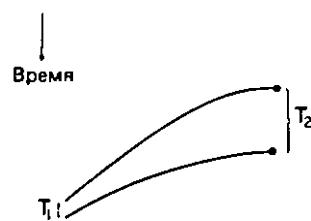


Рис. 4.17. Два годографа дифрагированной волны для случая среды с постоянной скоростью  $V$ . Заметим, что годографы имеют разную кривизну.



Рис. 4.18. Соотношение между переменной по времени фильтрацией и миграцией. Наклонное вступление до и после миграции попадает в зоны действия разных фильтров.

Теперь представим себе фильтр, который полностью подавляет частоту, которая соответствует исходному временному интервалу. Если такой фильтр применить до миграции, никакая информация об этих точках в вершины показанных на рисунке гипербол не войдет, поскольку соответствующие значения трассы будут обнулены фильтром. Если же фильтровать мигрированную запись, отсчеты в вершинах гипербол практически не изменятся, поскольку новый временной интервал между ними уже не связан с частотой режекции фильтра. Таким образом, миграция с этим фильтром не коммутирует.

**Переменная по времени фильтрация.** Рис. 4.18 иллюстрирует пример обработки разреза, содержащего наклонную границу, переменным фильтром. Здесь заданы три горизонтальные области, в каждой из которых действует свой постоянный фильтр. Если в процессе миграции наклонная граница перемещается из одной области в другую, то, очевидно, результат фильтрации будет зависеть от того, до или после миграции она применялась. Итак, процедура миграции снова оказывается некоммутативной, на этот раз с простым переменным по времени фильтром.

### 4.5.3. Коммутативность с регулировкой усиления

Эффекты перестановки процедур миграции и регулировки усиления также можно оценить заранее.

Довольно просто показать, что эти процедуры не коммутативны. Для этого необходимо рассмотреть формулу (4.1.11), описывающую подынтегральное выражение в интеграле Кирхгофа:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t'} \right]^{1/2} P(t).$$

Пусть теперь

$$P(t) = g(t) \cdot P'(t), \quad (4.5.3)$$

т. е.  $P$  представляет собой результат применения к некоторому исходному полю давления  $P'$  кривой регулировки усиления  $g$ .

Подставив (4.5.3) в (4.1.11) и воспользовавшись правилом дифференцирования произведения, получим

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\partial}{\partial t'} \right]^{1/2} P(t) = \\ & = \left\{ g(t) \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial t'} \right] P'(t) + P'(t) \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial t'} \right] g(t) \right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (4.5.4)$$

Анализ выражения (4.5.4) показывает, что регулировка усиления коммутирует с миграцией лишь в том случае, когда второе слагаемое в правой части ненебрежимо мало по сравнению с первым. Таким образом, коммутативность будет иметь место только при медлении изменения усиления во времени. В большинстве случаев так, вероятно, и бывает, если только не используется жесткая регулировка типа АРУ.

В трехмерном случае для исследования коммутативности требуется убрать из записи дифференциального оператора показатель квадратного корня. Анализируя, как в конце разд. 4.1.2, результат применения этого оператора к простой гармонической функции, можно убедиться, что из высоких частотах нарушение коммутативности в трехмерном случае проявляется сильнее, чем в двумерном.

Хотя эти эффекты могут показаться незначительными, представляется, что вопросы коммутативности требуют более вдумчивого к себе отношения, особенно учитывая современные тенденции к извлечению из сейсмических данных максимума информации на все более высоких частотах.

## 4.6. Миграция и наложение пространственных частот

Наложение пространственных частот и его проявление в виде изменения знака наклона мы обсуждали в разд. 2.10. Здесь полезно будет ненадолго вернуться к этому вопросу, чтобы выяснить, как наложение сказывается на результате миграции.

Подходя к вопросу с несколько другой точки зрения, рассмотрим рис. 4.19, на котором изобра-

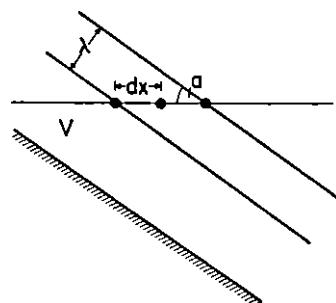


Рис. 4.19. Положение фронта волны, отраженной от наклонной границы, при котором наступает наложение пространственных частот.

жена единственная паклонная отражающая граница в однородной среде со скоростью распространения продольных волн  $V$ . Угол наклона границы равен  $\alpha$ , а шаг расстановки поверхностных приемников  $dx$ . Из геометрических соображений несложно определить, что все гармоники с частотами выше

$$\frac{V}{2 \cdot dx \cdot \sin \alpha} \quad (4.6.1)$$

будут испытывать пространственное наложение. Этот порог в точности соответствует условию появления обратных наклонов, обсуждавшемуся в разд. 2.10.5. Там изменение знака наклона оси синфазности на дискретизированном двумерном волновом поле происходит при постоянной частоте и росте наклона (или волнового числа  $k$ ). В миграции тот же самый эффект возникает при постоянном  $k$  и росте частоты  $f$ . Таким образом, знак наклона всех гармонических компонент плоской волны с частотами, превышающими определенный выражением (4.6.1) предел, изменится и миграция будет смещать их в неверном направлении. В результате в окрестности правильного положения наклонной границы появляется довольно беспорядочный фон наложенных пространственных гармоник.

С другой стороны, миграция данных, содержащих наложенные пространственные гармоники, приводит, согласно (4.6.1), к ограничению полосы частот отраженных сигналов. Наложенные частоты переходят при этом в нерегулярную фоновую компоненту. Рассмотренный эффект может серьезно ухудшить разрешенность. Более четко он проявляется при сочетании низкой скорости, большого шага расстановки приемников и наклона (даже умеренного) границ. В таких условиях имеет смысл отказываться от проведения миграции, так же как в рассмотренном выше случае, когда анализировалось влияние шума.

Итак, как при больших значениях скорости и высоком уровне шума, так и в случае низких скоп-

ростей, больших наклонов и большого шага расстановки приемников может оказаться предпочтительным интерпретировать немигрированный разрез, а уж затем проводить миграцию лучевым способом. Лучший судья здесь опыт. Наложение не всегда приводит к таким тяжелым последствиям. Можно выделить, например, такие два случая:

**Слабое наложение.** В описанной выше ситуации, несмотря на наложение пространственных частот, геофизик вполне в состоянии проследить иаклонную границу. Интерпретация значительно осложняется за счет вызванного миграцией нерегулярного фона помех. Представляется, что здесь мы имеем тот самый случай, когда глаз оказывается более совершенным инструментом, чем алгоритм. Это так называемый случай слабого наложения, рассмотренный в работе [51] в связи с вопросами интерполяции записей, содержащих частоты выше порога (4.6.1). В ситуации слабого наложения существует такой поворот среды, при котором данные регистрировались бы без наложения частот. В этом случае данные можно проинтерполировать так, чтобы за счет уменьшения шага  $dx$  поднять величину порога (4.6.1) и обеспечить таким образом возможность корректного применения миграции.

**Грубое наложение.** Это тот случай, когда из-за различия наклонов границ (например, в зонах несогласий) подобрать необходимый угол поворота невозможно. Проблема не может быть разрешена алгоритмически, и, как уже говорилось выше, здесь, видимо, лучше вообще отказываться от миграции.

В заключение отметим, что фон, возникающий при миграции данных с наложенными пространственными частотами, не следует путать с более регулярным фоном, который образуется при использовании конечно-разностных миграционных алгоритмов с ограничением по максимальному наклону. Такой фон не связан с наложением частот и возникает за счет присущих самому алгоритму ошибок в миграции наклонных границ, которые увеличиваются с ростом частоты (рис. 4.20). Это явление называют также дисперсией.

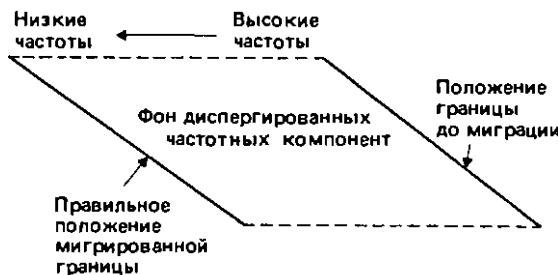


Рис. 4.20. Фон частотных компонент, который всегда возникает при миграции наклонных границ на основе дисперсионного конечно-разностного алгоритма.

## 4.7. Некоторые полезные миграционные формулы

Нередко приходится наблюдать нечто вроде парнического страха геофизиков-практиков перед современными алгоритмическими разработками в области миграции. К счастью, основные принципы не изменились, и представленные здесь простые формулы могут оказаться очень полезными при прогнозировании некоторых эффектов временной миграции независимо от того, какой используется алгоритм.

### 4.7.1. Примерное положение границы после миграции

Положение границы можно вычислить с помощью уравнения линии суммирования в способе миграции Кирхгофа

$$T^2 = T_0^2 + X^2/V_{\text{ск}}^2, \quad (4.7.1)$$

где  $T_0$  — время, соответствующее вершине гиперболы,  $X$  — удаление от вершины по горизонтали и  $T$  — соответствующее этому удалению время,  $V_{\text{ск}}$  — среднеквадратичная скорость в вершине. Вообще говоря, положение этой точки заранее неизвестно, поэтому значение скорости приходится задавать исходя из положения немигрированной границы.

Дифференцируя (4.7.1) по  $X$ , получим

$$X = V_{\text{ск}}^2 T \frac{dT}{dX}. \quad (4.7.2)$$

С помощью уравнений (4.7.1) и (4.7.2) можно определить приближенное положение мигрированной границы. Положим, например,  $T = 2$  с,  $V = 2000$  м/с и  $dT/dX = 5$  мс на трассу при шаге между трассами 25 м. Из (4.7.2) найдем

$$X = 2000^2 \cdot 2 \frac{0,005}{25} = 1600 \text{ м} = 64 \text{ трассы.}$$

Подставив найденное значение  $X$  в уравнение (4.7.1), вычислим

$$T_0 = \left( 4 - \frac{1600^2}{2000^2} \right)^{1/2} = 1,833 \text{ с.}$$

Таким образом, точка на времени 2 с в результате миграции передвинется примерно на 64 трассы в направлении наклона границы и будет соответствовать двойному времени пробега 1,833 с.

### 4.7.2. Наклон границы до и после миграции

Как видно из схемы, изображенной на рис. 4.21, наклон границы на немигрированном разрезе опре-

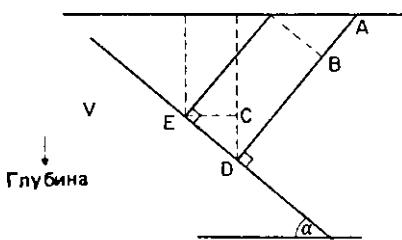


Рис. 4.21. К выводу соотношений для расчета наклона границы.

деляется формулой

$$\left( \frac{dT}{dX} \right)_{\text{иск}} = \frac{2 \sin \alpha}{V},$$

а на мигрированном временном разрезе – выражением

$$\left( \frac{dT}{dX} \right)_{\text{миг}} = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{V},$$

где  $\alpha$  – истинный угол наклона границы в среде с постоянной скоростью  $V$ .

Заметим, что из этих формул можно по известному наклону границы на временном мигрированном или немигрированном разрезе приблизенно вычислить истинный пространственный наклон.

Например, при значении пространственного угла наклона  $10^\circ$ , скорости  $2000$  м/с и шаге между трассами  $25$  м наклоны границы на исходном и мигрированном временных разрезах составят соответственно  $4,3$  и  $4,4$  мс на трассу. Близость полученных чисел есть следствие подобия функций  $\sin \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha$  при малых значениях  $\alpha$ . При  $\alpha = 30^\circ$  соответствующие значения наклонов будут равны уже  $12,5$  и  $14,4$  мс на трассу.

## 4.8. Миграция до суммирования

До сих пор ничего не говорилось о миграции до суммирования. По существу, эту процедуру можно рассматривать как совокупность миграционных

преобразований разрезов равных удалений на основе заданной скоростной модели среды. При этом устраняется зависимость скорости суммирования от косинуса угла наклона границ, улучшается спрямление гидографов и появляется возможность корректно суммировать с однородной скоростью отражения, которые на исходном разрезе при одном времени имеют разные наклоны. Данная процедура существует почти столько же, сколько вообще миграция, но на практике ввиду большой времязатрат на миграцию до суммирования в ее наиболее полном варианте к затратам на миграцию суммарного разреза равна кратности суммирования). По мере роста мощности ЭВМ роль фактора экономичности, конечно, снижается.

Резонно все же задаться вопросом: стоит ли применять миграцию до суммирования? Вообще говоря, эта процедура представляется очень важной, особенно учитывая постоянное стремление сейсмозаведчиков получать данные с более высокими частотами и, следовательно, с большим разрешением. Однако с практической точки зрения похоже, что ответ будет в целом отрицательным. Миграция до суммирования достаточно опробовалась в прошлом, но получаемые результаты почти всегда не оправдывали роста стоимости обработки. Дело в том, что при любых значимых вариациях скорости по горизонту применение временной миграции до суммирования становится, как показано в [33], довольно бессмысленным упражнением. В этом случае необходимо использовать глубинную миграцию сейсмограмм, описанную в [76]. Если скорость в среде меняется мало, существуют гораздо более дешевые альтернативные алгоритмы типа тех, что описаны в прекрасном обзоре Худа [37]. Тем не менее геофизики-обработчики по труднообъяснимым причинам продолжают верить в миграцию до суммирования, так что эта процедура, несомненно, будет использоваться и в дальнейшем. В дополнение к работе Худа читателю стоит познакомиться с общей обзорной статьей Хоскена [38], а также с монографиями Робинсона [74], Берхайта [6] и Клербаута [13].

# Глава 5

## Теория обратных задач и ее приложения

### 5.1. Введение

С решениями обратных задач в геофизике приходится сталкиваться довольно часто. Два хорошо известных примера – это уравнение Герглотца–Вейхарта, которое позволяет определять скорости сейсмических волн в горизонтально-однородной среде по данным о полных временах пробега, и формула Дикса, которая связывает скорости в горизонтальных слоях с временами пробега волн, отраженных от границ между слоями. Эти задачи называются *обратными*, поскольку скорости определяются по наблюденным временем пробега. Решение соответствующей *прямой* задачи должно давать теоретические значения времени пробега, рассчитанные для любой заданной скоростной модели.

При анализе различных методов решения обратных задач и конкретных приложений всегда будет предполагаться, что теоретические соотношения, позволяющие правильно предсказывать значения наблюдаемых данных, нам известны. Иначе говоря, предполагается, что прямая задача уже решена. Здесь описывается ряд методов обращения, применимых, вообще говоря, к решению широкого круга задач геофизики. Все примеры приложений этих методов взяты из сейсмики, что довольно естественно для книги, целиком посвященной обработке сейсмических данных, хотя, конечно, несложно было бы включить примеры и из других областей разведочной геофизики.

### 5.2. Неединственность

Неопределенность в оценках параметров будет в этой главе основной темой обсуждения, но прежде всего необходимо сделать несколько вводных замечаний.

Всякий раз, когда мы определяем каким-либо образом модель среды, очень важно знать, является ли найденная модель единственной. Если это не так, то возможно, что она представляет лишь одну из многих (может быть, бесконечно многих), очень

разных моделей, удовлетворяющих данным. Иначе говоря, данные не налагают никаких полезных ограничений на конкретное искомое решение. Однако если все допустимые модели попадают в одно достаточно узкое множество, то определение границ этого множества, т.е., по сути дела, выяснение пределов изменения физических свойств среды, может дать какую-то полезную геологическую информацию. Утверждение о том, что конкретному множеству данных может удовлетворять бесконечное число моделей, само по себе еще не означает, что модели в области возможных значений своих параметров будут бесконечно изменчивы. Бесконечное число моделей может существовать в пределах узкой области пространства параметров.

В идеальном случае каждая геофизическая модель должна включать оценку границ области изменения модельных параметров. Если в научной публикации говорится о модели без приведения таких оценок, значит автор неявно предполагает, что размеры области неединственности незначительны (но крайней мере в контексте рассматриваемой задачи). Это предположение может быть справедливым, а может и не быть. Во всяком случае определению верно, что неединственность конкретной обратной задачи можно эффективно устраниТЬ за счет тщательного выбора типа искомой модели.

Например, гравитационным присуща неединственность. Теорема об эквивалентном слое из теории потенциала утверждает, что гравитационный потенциал в любой точке вне поверхности, окружающей источник поля, равен потенциальному, создаваемого слоем распределенной по поверхности массы с поверхностью плотностью

$$\delta = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial v}{\partial n},$$

где  $v$  – потенциал всей притягивающей массы и  $n$  – внешняя нормаль к поверхности. Поскольку форма поверхности произвольна, эта теорема дает ясное представление о диапазоне распределений массы материи, удовлетворяющих любой заданной функции изменения гравитационного потенциала.

Это не означает, что гравитационные данные бесполезны, но, значит, для получения потенциально единственных моделей на распределение массы должны быть предварительно наложены ограничения. Если на основании имеющихся данных мы можем сказать, что искомый объект, представляет собой сферу, цилиндр или куб, то с помощью очень простых соотношений непосредственно и единственным образом вычисляются размеры этих тел. Конечно, получаемым результатам можно доверять лишь в той степени, в какой мы можем быть уверены в истинности исходных предположений о форме объекта.

Выше шла речь о «потенциально единственных» моделях. Такое определение мы использовали потому, что до сих пор не было сделано никаких предположений о качестве исходных данных. Неединственность решений в определенной мере всегда связана с неточностью самих наблюденных данных, однако пока речь пойдет только о проблемах неединственности, возникающих в идеальном случае данных, свободных от помех.

Важно учитывать, что границы области неединственности, оцененные для конкретной модели, сильно зависят от любых предположений, использованных в процессе решения обратной задачи. Например, очевидно, что любая оценка ошибок параметров горизонтально-слоистой модели, рассчитанных по сейсмическим записям преломленных волн, будет иметь смысл, только если в процедуре решения обратной задачи использовалось предположение о горизонтальной слоистости среды. Но, как мы увидим в следующем разделе, иногда предположения, использованные при решении обратной задачи, очень легко проглядеть.

### 5.3. Нелинейные методы

Все методы обращения, которые обсуждаются в разд. 5.4–5.12, основаны на предположении, что связь между значениями наблюдаемых данных и искомыми параметрами модели описывается линейными уравнениями. Это предположение не настолько ограничивающее, как на первый взгляд представляется, поскольку решения нелинейных задач можно получать с помощью последовательного решения приближенных линейных (см. разд. 5.5). Однако существует семейство методов обращения, которые не требуют каких-либо предположений о линейности основных уравнений. Эти методы мы здесь вкратце рассмотрим.

Простейший метод поиска значений параметров модели, которые удовлетворяют некоторому множеству наблюденных данных, – это метод проб и ошибок. Процедура такого поиска обычно чрезвы-

чайно трудоемка, причем, если требуется найти также границы изменений параметров, определяющие область неединственности, рост вычислительных затрат вообще трудно поддается оценке. *Метод Монте-Карло* – это не что иное, как тот же способ проб и ошибок, но выполняемый вычислительной машиной, которая имеет гораздо больше терпения, чем средний экспериментатор. Машинная программа включает процедуру расчета теоретического массива данных по заданным значениям имеющих конкретный физический смысл параметров модели среды. Теоретические данные затем сравниваются с наблюдаемыми, и, если при этом удовлетворяется некоторый критерий сходства, модель считается приемлемой. При отрицательном результате сравнения модель отклоняется и стирается из памяти. Описанная процедура может повторяться ЭВМ миллионы раз, причем, чтобы полностью исключить влияние на получаемые решения человека, операцию генерирования пробных моделей стараются сделать совершенно случайной. Окончательный результат содержит в себе информацию об области неединственности, которая определяется как суперпозиция всех приемлемых моделей.

Существует вариант описанного метода, который предусматривает более регулярный поиск в пространстве параметров. Модели генерируются и тестируются так же, как в процедуре Монте-Карло, однако после нахождения приемлемого решения следующие модели выбираются уже не случайным образом. На этом этапе «прощупывается» окрестность найденной точки, с тем чтобы определить область параметрического пространства, где содержатся решения, близкие к исходному. Затем обычно происходит возврат к стратегии случайного поиска до момента, пока не будет найдена следующая приемлемая модель, в окрестности которой аналогичным образом определяется другая область параметрического пространства, содержащая решения.

К сожалению, при использовании процедур случайного поиска никогда нельзя гарантировать, что количество проведенных итераций было достаточным. Здесь нужно принимать во внимание, что для модели всего лишь с десятью параметрами, каждый из которых может принимать десять значений, существует  $10^{10}$  возможных решений. На практике это число обычно удается значительно уменьшить за счет ограничений, накладываемых на форму решения (например, на гладкость или на количество низкоскоростных слоев в глубинной скоростной модели).

Если задача состоит в отыскании какой-то одной модели, минимизирующей некоторый заданный критерий (в таком контексте обычно используется термин «целевая функция»), можно воспользоваться одним из большой группы методов оптимизации.



Рис. 5.1. Целевая функция в  $n$ -мерном пространстве параметров может иметь любое число локальных минимумов, к которым могут сходиться итерационные алгоритмы, тогда как задача состоит в отыскании глобального минимума.

Пример типичной целевой функции — сумма квадратов разностей между значениями наблюдаемых и расчетных данных. Попытайтесь представить себе поверхность в  $n$ -мерном пространстве, заданную значениями целевой функции от  $n - 1$  переменных (параметров модели). Если это сделать не удается, вообразите себе поверхность в трехмерном пространстве, где целевая функция зависит только от двух модельных параметров. Задача состоит в отыскании единственного (по возможности кратчайшего) пути к центру самой глубокой впадины на задаваемой целевой функцией поверхности. Минимум достигается после ряда итераций, на каждой из которых значения параметров получают определенные приращения. Разные методы отличаются друг от друга способом расчета направления и величины очередного вектора приращений. Например, в градиентных методах с помощью рассчитанных значений частных производных целевой функции по каждому параметру находится самый прямой путь вниз по склону. Более подробные сведения о способах оптимизации читатель сможет получить, ознакомившись с работами [1, 24].

Независимо от выбранного алгоритма оптимизации нужно всегда считаться с опасностью сходимости итерационного процесса не к глобальному, а к локальному минимуму (рис. 5.1). Обычно полезно бывает дважды или трижды повторить процедуру минимизации, задавая каждый раз в качестве начального значения различные точки пространства параметров. Другая возможность заключается в исследовании окрестности минимума (как в модификации метода Монте-Карло) с целью проверки, не скрывается ли за ближайшим гребнем более глубокая впадина.

Одно существенное преимущество рассмотренных процедур по сравнению со схемами решения обратных задач, обсуждаемыми ниже, состоит в том, что они не предъявляют каких-либо требований к слож-

ности ограничений, которые могут быть наложены на модель. Для усложнения модели достаточно просто заменить одну программу генерации моделей на другую. Главный недостаток всех нелинейных методов решения обратных задач заключается в том, что при росте числа искомых параметров модели вычислительные затраты быстро становятся совершенно неприемлемыми. Именно по этой причине нелинейные методы не получили пока широкого распространения в сейсмике.

Границы области неединственности, определяемой суперпозицией всех приемлемых моделей, получаемых с помощью метода Монте-Карло или его модификации, будут сильно зависеть от любых накладываемых на модели априорных ограничений. На рис. 5.2,а показан набор моделей скоростей распространения поперечных волн в верхней мантии Земли, полученных с помощью метода Монте-Карло по данным о полных временах пробега волн [88]. Может показаться, что данный набор моделей позволяет судить о границах, в которых заключены истинные скорости поперечных волн на глубине, скажем, 400 км. Следует заметить, что при расчете изображенных на рис. 5.2,а моделей использовалось одно важное предположение о том, что в среде могут существовать только два низкоскоростных слоя. Другое, уже неявное предположение касается гладкости искомой модели. Положение границ области неединственности сильно зависит также от шага дискретной сетки, на которой случайным образом генерируются модели среды.

Рассмотрим два крайних случая. Если шаг сетки выбирается очень малым, можно будет генерировать модели типа той, что изображена на рис. 5.2,б. Эти модели могут удовлетворять данным даже при наличии аномально тонких слоев, поскольку при сравнении с имеющимся конечным набором данных эффект от столь тонких слоев обнаружить будет

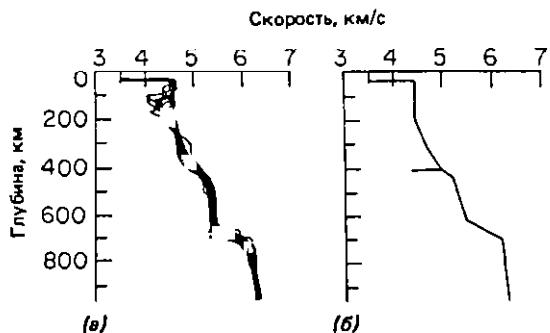


Рис. 5.2. (а) Множество моделей скоростей распространения поперечных волн в верхней мантии Земли, полученных методом Монте-Карло; б) единственная скоростьная модель, удовлетворяющая описанному в тексте критерию.

невозможно. В результате область неединственности настолько расширится, что полученное решение окажется бесполезным. Другая крайность – это выбор настолько грубого шага сетки, что никакая построенная на ней модель допустимой структуры уже не будет удовлетворять данным.

Где-то посередине между двумя крайними случаями существует модель, достаточно сложная, чтобы удовлетворять данным наблюдений, и вместе с тем достаточно простая (т.е. построенная на достаточно грубой сетке), чтобы решение оказалось, по существу, единственным. Способ построения такой модели можно было бы назвать методом «максимальной простоты».

Понятно, что, если принято решение искать максимально простую модель, необходимо определить, что в данном случае понимается под «простотой». Обычно вводится некоторое определение гладкости  $s$ . Например, минимизируется величина

$$s = \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i-1})^2.$$

Другой вариант – поиск в классе моделей, которые имеют постоянные значения параметров в пределах заданных глубинных интервалов (ступенчатая модель).

Ознакомившись с содержанием разд. 5.2 и 5.3, читатель, вероятно, уяснил, что концепция границ области неединственности решения обратной задачи требует четкого определения. В дальнейшем, допустив, что в экспериментальных данных возможны ошибки, мы рассмотрим проблему неединственности с еще одной стороны.

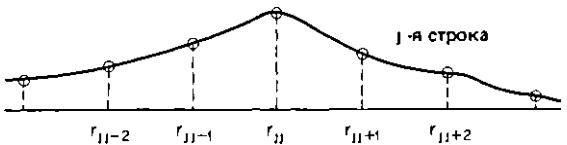


Рис. 5.3. Графическое представление одной строки матрицы разрешенности.

Если  $\mathbf{H}\mathbf{A}$  – неединичная матрица, то параметры модели  $\hat{\mathbf{x}}$  представляют собой результат некоторого взвешенного осреднения значений истинного решения  $\mathbf{x}$ . Например,

$$\hat{x}_6 = \sum_{i=1}^n r_{6i} x_i, \quad (5.4.2)$$

где  $r_{6i}$  – элементы шестой строки матрицы  $\mathbf{H}\mathbf{A}$ . При оптимальном (в некотором смысле) значении  $\mathbf{H}$   $i$ -я строка матрицы  $\mathbf{H}\mathbf{A}$  будет представлять собой «функцию разрешенности», соответствующую  $i$ -му параметру. Обычно эти функции имеют колокольную форму и принимают максимальное значение вблизи диагонального элемента (рис. 5.3).

Если вектор  $\mathbf{x}$  описывает некоторый меняющийся с глубиной параметр среды, тогда «ширина» функции будет характеризовать разрешенность данных в пределах соответствующего интервала глубин. Эта характеристика может оказаться весьма полезной мерой неединственности модели.

Проблема, конечно, заключается в том, как определить  $\mathbf{H}$ , однако этот вопрос мы детально обсудим в следующих разделах. Здесь же рассмотрим, как различные сейсмические задачи сводятся к решению уравнения (5.4.1).

С одним примером мы уже знакомы. В разд. 2.8.1 было показано, что дискретная линейная свертка двух временных последовательностей может быть выражена матричным уравнением. Решение соответствующей обратной задачи дает процедура деконволюции (подробности см. в разд. 5.8).

Рассмотрим теперь пример сейсмических наблюдений, проводимых для определения статических поправок по преломленным волнам (рис. 5.4). Если среда представляет собой однородный слой со скоростью  $V_0$ , а скорость в подстилающей толще  $V_1$  (причем  $V_0 < V_1$ ), то время пробега  $t_{ij}$  волны между расположенными на поверхности источником и приемником будет равно

$$t_{ij} = \frac{x_{ij}}{V_1} + \delta_i + \gamma_j, \quad (5.4.3)$$

где  $x_{ij}$  – горизонтальное расстояние между источником и приемником, а  $\delta_i$  и  $\gamma_j$  – временные запаздывания (статические поправки) для  $i$ -го пункта возбуждения и  $j$ -го пункта приема. Тогда для схемы

## 5.4. Матричная формулировка обратной задачи

Некоторые возникающие в геофизике задачи легко сводятся к решению системы линейных уравнений

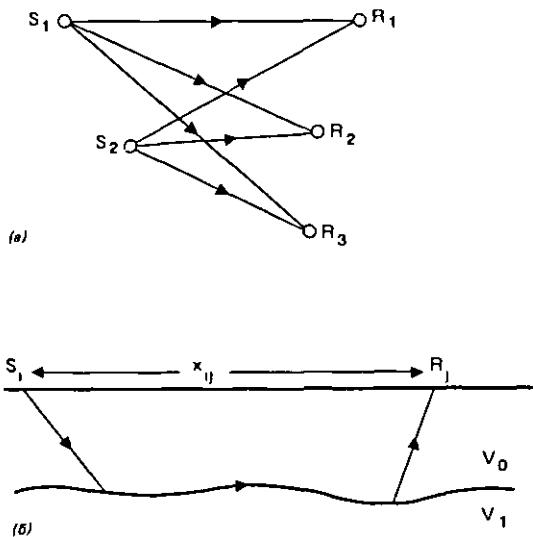
$$\mathbf{y} = \mathbf{Ax}, \quad (5.4.1)$$

где  $\mathbf{y}$  – вектор-столбец значений данных,  $\mathbf{x}$  – вектор-столбец значений параметров модели и  $\mathbf{A}$  – матрица коэффициентов порядка  $m \times n$ , связывающая  $m$  отсчетов данных с  $n$  параметрами модели. Обратная задача сводится к решению уравнения (5.4.1) относительно  $\mathbf{x}$ . Для нахождения  $\mathbf{x}$  требуется умножить обе части уравнения слева на матрицу  $\mathbf{H}$  такую, что

$$\mathbf{HA} \approx \mathbf{I}.$$

Тогда

$$\mathbf{Hy} = \mathbf{H}\mathbf{Ax} \approx \hat{\mathbf{x}}. \quad (5.4.1a)$$



Ис. 5.4. Простая схема наблюдений для определения статических поправок. (а) Сигнал, возбуждаемый в точках \$S\_1\$ и \$S\_2\$, принимается в пунктах \$R\_1\$, \$R\_2\$ и \$R\_3\$. (б) Модель среды: слой со скоростью \$V\_0\$, покрывающий однородную толщу со скоростью \$V\_1\$ (\$V\_0 < V\_1\$). Колебания глубины границы малы по сравнению с мощностью слоя.

наблюдений, включающей два источника, сигналы от каждого из которых регистрируются тремя приемниками, можно записать следующее матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} t_{11} \\ t_{12} \\ t_{13} \\ t_{21} \\ t_{22} \\ t_{23} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & x_{11} \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & x_{12} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{13} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & x_{21} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & x_{22} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & x_{23} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ 1/V_1 \end{pmatrix} \quad (5.4.4)$$

Решение этого конкретного уравнения будет описано в разд. 5.6.

Ряд задач можно свести к интегральным уравнениям вида

$$d_i = \int_0^z K_i(z) p(z) dz, \quad (5.4.5)$$

где \$d\_i\$ – конечное множество данных, \$p(z)\$ – некоторая непрерывная функция, которую требуется определить (например, скорость или плотность как функция глубины в горизонтально-однородной среде), \$d\_i\$ и \$p(z)\$ связаны функциями \$K\_i(z)\$. Если при расчетах на ЭВМ интеграл аппроксимируется конечной суммой (значение \$\Delta z\$ выбирается при этом достаточно малым), уравнение (5.4.5) принимает вид \$y = Ax\$, где \$y = (d\_i)\$ и \$x = p(m\Delta z)\$. Однако уравнений здесь в общем случае окажется значительно меньше, чем неизвестных. В пределе, когда \$\Delta z \rightarrow 0\$, а \$p(m\Delta z)\$

стремится к непрерывной функции \$p(z)\$, количество неизвестных бесконечно возрастает. Следовательно, модель среды \$p(z)\$ необходимо каким-то образом упростить. В матричной записи имеем

$$x = Wx', \quad (5.4.6)$$

где \$W\$ – матрица \$m \times n\$, которая преобразует вектор \$x'\$ длиной \$m\$ (где \$m\$ обычно очень большое число) в вектор \$x\$ длиной \$n\$ (\$n \ll m\$). Рассмотрим два примера задания матрицы \$W\$:

1. Предположим, что среда описывается моделью, состоящей только из пяти слоев с постоянным в каждом слое значением искомого параметра. Тогда

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_j \\ x_{j+1} \\ x_{j+2} \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ x'_4 \\ x'_5 \end{pmatrix} \quad (5.4.7)$$

2. Предположим, что в промежутках между отсчетами глубин, в которых требуется определить параметры среды, эти параметры меняются линейно. Тогда для пяти таких отсчетов уравнение может иметь вид

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ x_{j-2} \\ x_{j-1} \\ x_j \\ x_{j+1} \\ x_{j+2} \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ x'_4 \\ x'_5 \end{pmatrix} \quad (5.4.8)$$

Подставив (5.4.6) в уравнение (5.4.1), получим

$$y = AWx' = A'x', \quad (5.4.9)$$

где \$i\$-я строка матрицы \$A'\$ составлена из элементов

$$A'_{ij} = \int_0^z K_i(z) W_j(z) dz \approx \sum_k K_{ik} W_{kj} \quad (5.4.10)$$

и \$W\_j(z)\$ – \$j\$-й столбец матрицы \$W\$.

## 5.5. Линеаризация

Надо признать, что уравнения, выражающие связь геофизических наблюдений с параметрами среды, оказываются чаще всего нелинейными. Сле-

довательно, для того чтобы всюду можно было использовать мощный аппарат линейной алгебры, необходимо предварительно применить некоторую процедуру, которая сведет любую задачу к линейной.

Предположим, что мы располагаем некоторым разумным начальным приближением ( $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n$ ) к искомому решению. Тогда, решая прямую задачу, найдем соответствующие этому приближению теоретические значения данных:

$$y_i = f(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n); \quad i = 1, \dots, m. \quad (5.5.1)$$

Разлагая функцию  $y$  в степенной ряд в окрестности точки  $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)$  пространства параметров, получим

$$\begin{aligned} y_i(\hat{x}_1 + \delta\hat{x}_1, \hat{x}_2 + \delta\hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n + \delta\hat{x}_n) &= \\ &= \hat{y}_i + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial f_i}{\partial x_2} \delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \delta x_n + o(\delta), \\ i &= 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (5.5.2)$$

где через  $o(\delta)$  обозначен остаток ряда, содержащий члены более высоких порядков. При условии что  $\delta x_i$ , при всех  $i$  малы по величине, остатком ряда можно пренебречь. В этом случае

$$\begin{aligned} y_i - \hat{y}_i &= \Delta y_i = \\ &= \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial f_i}{\partial x_2} \delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \delta x_n, \\ i &= 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (5.5.3)$$

или

$$Y = AX,$$

где  $Y$  – вектор разностей между наблюденными и расчетными данными, полученными для начальной модели;  $X$  – вектор приращений параметров среды, приводящих к имеющимся изменениям в данных;  $A$  – матрица частных производных, которая характеризует степень влияния на данные малых приращений каждого из параметров. Таким образом, мы пришли к системе линейных уравнений. Вектор параметров окончательной модели будет равен

$$\hat{X} + X. \quad (5.5.4)$$

Эта схема хорошо работает при условии, что члены ряда более высокого порядка действительно пренебрежимо малы. Чем больше значения элементов вектора  $X$ , тем более вероятно, что линейная аппроксимация будет приводить к ошибке. На практике обычно приходится выполнять итерации. При этом модель (5.5.4) задается в качестве нового начального приближения  $X$ , заново рассчитываются элементы матрицы частных производных  $A$  и вычисляется новое значение  $X$ . Процесс повторяется до тех пор, пока решение не сойдется к некоторому уже не меняющемуся при следующих итерациях вектору.

Две проблемы, которые часто возникают при использовании итерационного метода, касаются сходимости и времени вычислений. Вопросы сходимости более подробно будут рассматриваться в разд. 5.8. Расчет матрицы  $A$ , который должен выполняться на каждой итерации, может требовать больших вычислительных затрат. Каждый элемент определяется по формуле

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\delta x_j} [f_i(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_j + \delta x_j/2, \dots) - f_i(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_j - \delta x_j/2, \dots)], \quad (5.5.5)$$

т.е. для расчета каждой строки матрицы  $A$  приходится дважды решать прямую задачу.

## 5.6. Обобщенное решение матричного уравнения

В настоящем разделе мы практически не будем касаться математического обоснования процедуры получения обобщенных решений (или псевдорешений) матричных уравнений. Этой теме посвящен ряд прекрасных работ (см., например, [2, 41, 49]). Основное внимание мы уделим здесь вопросам практического использования программ получения псевдорешений в геофизических задачах. Стоит отметить, что практически любая универсальная ЭВМ имеет в составе библиотеки прикладных подпрограмм модули, необходимые для выполнения любой из описанных в этом разделе операций.

Рассмотрим уравнение

$$y = Ax, \quad (5.6.1)$$

где  $A$  – квадратная симметричная матрица. Пусть векторы  $x$  и  $y$  можно с помощью матричного оператора  $V$  получить из других векторов  $X$  и  $Y$ , т.е.

$$y = VY, \quad x = VX.$$

Тогда

$$VY = AVX.$$

Если матрица  $V$  ортогональна<sup>\*)</sup>, то

$$Y = V^T AVX = AX. \quad (5.6.2)$$

Здесь  $A$  – диагональная матрица, в которой по главной диагонали расположены собственные значения матрицы  $A$ , а  $V$  – матрица, столбцами которой являются нормированные собственные векторы  $A$ . Анализ собственных значений  $A$  позволяет выяснить, можно ли, располагая  $y$  и  $A^{-1}$ , получить надежную оценку вектора  $x$ . Поскольку

<sup>\*)</sup> Квадратная матрица  $V$  называется ортогональной, если транспонированная к ней матрица  $V^T$  совпадает с обратной  $V^{-1}$ . – Прим. перев.

$$\mathbf{x} = \mathbf{V} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ \frac{1}{\lambda_1} & \ddots & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \frac{1}{\lambda_n} \\ 0 & & & \\ & & & \ddots & 0 \end{bmatrix} \mathbf{y} \quad (5.6.3)$$

любое очень малое значение  $\lambda$  (очень большое значение  $1/\lambda$ ) будет давать основной вклад в оценку  $\mathbf{x}$ . Вполне вероятно, что малые значения определяются преимущественно шумом и ошибками округления. В этом случае оценка вектора  $\mathbf{x}$  будет весьма недостоверной. Вопрос о том, какие величины собственных значений считать недопустимо малыми, мы рассмотрим позднее.

Описанную процедуру можно распространить на более общий случай прямоугольной матрицы  $n \times m$ , используя для  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$  уже разные ортогональные матрицы  $\mathbf{V}$  ( $m \times m$ ) и  $\mathbf{U}$  ( $n \times n$ ). Тогда  $\mathbf{x} = \mathbf{Va}$ ,  $\mathbf{y} = \mathbf{Ub}$  и

$$\mathbf{b} = \mathbf{U}^T \mathbf{A} \mathbf{v} = \Lambda \mathbf{a}, \quad (5.6.4)$$

где  $\Lambda$  – диагональная матрица, имеющая самое большое  $g = \min(m, n)$  ненулевых диагональных элементов (подробности см. в приложении – разд. 5.13). Из (5.6.4) следует, что  $\mathbf{A} = \mathbf{U} \Lambda \mathbf{V}^T$ .

Для первоначального понимания метода читателю не требуется точно знать, как определяются матрицы  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{V}$  и  $\Lambda$ . Этот вопрос обсуждается в приложении (см. разд. 5.13). Представление  $\mathbf{A}$  в виде произведения трех матриц  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{V}$  и  $\Lambda$  называется *сингулярным разложением*.

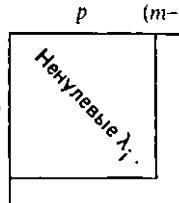
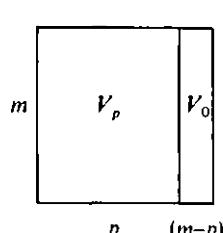
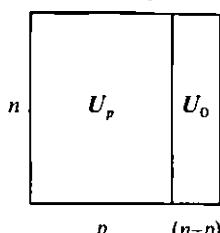
Наша основная цель сейчас – определить подходящий обратный оператор  $\mathbf{H}$ , введенный в разд. 5.4. На первый взгляд представляется, что возможным кандидатом на эту роль мог бы быть оператор

$$\mathbf{H} = \mathbf{V} \Lambda^{-1} \mathbf{U}^T. \quad (5.6.5)$$

Действительно, поскольку  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{U}$  – ортогональные матрицы,

$$\mathbf{H}\mathbf{A} = \mathbf{V} \Lambda^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{U} \Lambda \mathbf{V}^T = \mathbf{I}.$$

Однако, как и в простом случае квадратной симметричной матрицы, сложности возникают при наличии на главной диагонали матрицы  $\Lambda$  нулевых или близких к нулю элементов.



Пусть геофизическая задача поставлена так, как это описано в разд. 5.4, причем количество уравнений (отсчетов данных) равно числу неизвестных (значений параметров) или превосходит его. Матрица  $\mathbf{A}$  представляется в виде произведения трех компонент  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{V}$  и  $\Lambda$  (см. рисунок внизу). Предположим, что на главной диагонали матрицы  $\Lambda$  присутствуют один или несколько практически нулевых элементов (сингулярных чисел)<sup>\*</sup>, так что матрицу  $\Lambda^{-1}$  получить нельзя. Пусть столбцы матриц  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{V}$ , образующие подматрицы  $\mathbf{U}_p$  и  $\mathbf{V}_p$ , соответствуют ненулевым сингулярным числам.

Поскольку  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{V}$  ортогональны,

$$\mathbf{U}_p^T \mathbf{U}_p = \mathbf{I}, \quad \mathbf{U}_0^T \mathbf{U}_0 = \mathbf{I}, \quad (5.6.6)$$

но  $\mathbf{U}_p^T \mathbf{U}_0 = \mathbf{U}_0^T \mathbf{U}_p = 0$ , так как здесь перемножаются разные строки. То же самое справедливо и в отношении матрицы  $\mathbf{V}$ . Связь между  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  и  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  принимает теперь вид

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}_p \mathbf{b}_p + \mathbf{U}_0 \mathbf{b}_0, \quad (5.6.7)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{V}_p \mathbf{a}_p + \mathbf{V}_0 \mathbf{a}_0. \quad (5.6.8)$$

Обобщенный обратный оператор  $\mathbf{H}$  определяется выражением

$$\mathbf{H} = \mathbf{V}_p \Lambda_p^{-1} \mathbf{U}_p^T. \quad (5.6.9)$$

Очевидно, что этот оператор всегда существует, поскольку все «плохие» элементы матрицы  $\Lambda^{-1}$  исключены. Оценку вектора  $\mathbf{x}$ , которая получается с помощью оператора  $\mathbf{H}$ , обозначим  $\hat{\mathbf{x}}$ , т. е.

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{H}\mathbf{y}. \quad (5.6.9a)$$

Подстановка (5.6.7), (5.6.8) и (5.6.9) в (5.6.9a) дает

$$\mathbf{V}_p \mathbf{a}_p + \mathbf{V}_0 \mathbf{a}_0 = \mathbf{V}_p \Lambda_p^{-1} \mathbf{U}_p^T (\mathbf{U}_p \mathbf{b}_p + \mathbf{U}_0 \mathbf{b}_0) = \mathbf{V}_p \Lambda_p^{-1} \mathbf{b}_p. \quad (5.6.10)$$

Умножая обе части равенства (5.6.10) слева на  $\mathbf{V}_p^T$ , находим

$$\mathbf{a}_p = \Lambda_p^{-1} \mathbf{b}_p. \quad (5.6.11)$$

Умножив теперь (5.6.10) слева на  $\mathbf{V}_0^T$ , получим

$$\mathbf{a}_0 = 0. \quad (5.6.12)$$

Таким образом, обобщенное решение имеет вид

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{V}_p \mathbf{a}_p. \quad (5.6.13)$$

\* Напомним, что сингулярными числами матрицы  $\mathbf{A}$  называются положительные значения квадратных корней из собственных значений матрицы  $\mathbf{AA}^T$ . Для симметричной неотрицательно определенной матрицы собственные значения и сингулярные числа совпадают. – Прим. перев.

При этом точное решение уравнения (5.6.1) относительно  $\mathbf{x}$  может не существовать.

До сих пор мы не акцентировали внимание на смысле полученного результата. Оказывается, что решение, найденное с помощью обобщенного обратного оператора, обладает следующими свойствами:

1. Оно минимизирует сумму квадратов разностей между  $\mathbf{y}$  и  $\mathbf{Ax}$ :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\epsilon} &= \mathbf{Ax} - \mathbf{y}, \\ |\boldsymbol{\epsilon}|^2 &= \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\epsilon} = |(\mathbf{Ax} - \mathbf{y})^T (\mathbf{Ax} - \mathbf{y})|. \quad (5.6.14)\end{aligned}$$

2. Сумма квадратов значений элементов вектора параметров  $\mathbf{x}$

$$|\mathbf{x}|^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{x} \quad (5.6.15)$$

также минимизируется.

Равенства (5.6.14) и (5.6.15) после преобразования от  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  к  $\boldsymbol{\alpha}$ ,  $\boldsymbol{\beta}$  и от  $\mathbf{A}$  к  $\mathbf{U}\Lambda\mathbf{V}^T$  принимают вид

$$|\boldsymbol{\epsilon}|^2 = |\Lambda_p \boldsymbol{\alpha}_p - \boldsymbol{\beta}_p|^2 + |\boldsymbol{\beta}_0|^2, \quad (5.6.16)$$

$$|\mathbf{x}|^2 = |\Lambda_p^{-1} \boldsymbol{\beta}_p|^2 + |\boldsymbol{\alpha}_0|^2. \quad (5.6.17)$$

Минимальные значения  $|\boldsymbol{\epsilon}|^2$  и  $|\mathbf{x}|^2$  при варьировании по всем возможным значениям параметров  $\boldsymbol{\alpha}_p$  и  $\boldsymbol{\alpha}_0$  в соотношениях (5.6.16) и (5.6.17) достигаются при  $\boldsymbol{\alpha}_0 = 0$  и  $\Lambda_p \boldsymbol{\alpha}_p = \boldsymbol{\beta}_p$ , что в точности совпадает с полученным ранее результатом (выражения (5.6.12) и (5.6.13)). Заметим, что при отсутствии нулевых собственных значений (т. е. когда  $p = m$ ) условие (5.6.12) не требуется, так как  $\boldsymbol{\alpha}_0 = 0$  по определению.

Не всегда желательно, чтобы сумма квадратов значений параметров сводилась к минимуму. Однако, если задача поставлена так, как в разд. 5.5, где вектор  $\mathbf{x}$  описывает возмущение исходной модели, минимизация  $|\mathbf{x}|^2$  соответствует следующей стратегии: в случае затруднений с получением точного решения его заменяют приближенным, которое minimally отличается от начального приближения, но удовлетворяет любым ограничениям, налагаемым данными наблюдений.

В качестве простого примера применения процедуры обобщенного обращения рассмотрим обработку данных описанного в разд. 5.4 эксперимента по определению статических поправок. Значения времен пробега и удалений приведены в табл. 5.1.

Матрица уравнения (5.4.4) представляется в виде  $\mathbf{U}\Lambda\mathbf{V}^T$ . Значения диагональных элементов  $\Lambda$  сведены в табл. 5.2.

Минимальное сингулярное число отличается от нуля только благодаря ошибке округления. Задача, следовательно, плохо обусловлена, т. е. без исключения минимального сингулярного числа и соответствующих векторов в матрицах  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{V}$  расчет обратного оператора будет невозможен. В соответствии с уравнением (5.4.1а) оценка вектора па-

Таблица 5.1

$(i, j)$	$(t_{ij})$	$(x_{ij})$
1, 1	2,323	6,0
1, 2	2,543	6,708
1, 3	2,857	8,485
2, 1	2,64	7,616
2, 2	2,529	7,0
2, 3	2,553	7,616
Значения параметров.		
$\delta_1$	0,433	$\gamma_1 = 0,390$
$\delta_2$	0,346	$\gamma_2 = 0,433$
		$V_1 = 4,0$

Таблица 5.2

	Сингулярные числа	Нормированные значения
1	17,97097067	1,0000
2	1,73238428	$9,6399 \cdot 10^{-2}$
3	1,42082900	$7,9062 \cdot 10^{-2}$
4	1,41421356	$7,8694 \cdot 10^{-2}$
5	0,15396097	$8,5672 \cdot 10^{-3}$
6	0,00000000	$7,5362 \cdot 10^{-19}$

метров  $\hat{\mathbf{x}}$  будет иметь вид

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{H}\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{V}_p \Lambda_p^{-1} \mathbf{U}_p^T \mathbf{U}_p \Lambda_p \mathbf{V}_p^T \mathbf{x} = \mathbf{V}_p \mathbf{V}_p^T \mathbf{x}, \quad (5.6.18)$$

где  $\mathbf{V}_p \mathbf{V}_p^T$  — матрица разрешенности. В отличие от  $\mathbf{V} \mathbf{V}^T$  эта матрица не единичная, поскольку в ней отсутствует шестой столбец. Матрица разрешенности и оценки параметров, которые получаются при использовании пяти сингулярных чисел, сведены в табл. 5.3.

Для скорости  $V_1$  получена хорошая разрешенность и точная оценка. Вместе с тем оценки статических поправок оказываются взвешенными сред-

Таблица 5.3

Матрица разрешенности $\mathbf{V} \mathbf{V}^T$					
$\delta_1$	$\delta_2$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$1/V_1$
1	2	3	4	5	6
1	0,80	-0,20	0,20	0,20	0,20
2	-0,20	0,80	0,20	0,20	0,20
3	0,20	0,20	0,80	-0,20	-0,20
4	0,20	0,20	-0,20	0,80	-0,20
5	0,20	0,20	-0,20	-0,20	0,80
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Оценки параметров					
0,503	0,416	0,301	0,364	0,234	0,25
Истинные значения параметров					
0,433	0,346	0,390	0,433	0,303	0,25

ними истинных значений. Например,

$$\delta_1 = 0,503 = 0,8 \cdot 0,433 - 0,2 \cdot 0,346 + \\ + 0,2(0,390 + 0,433 + 0,303).$$

В этом нет ничего удивительного. Действительно, временные сдвиги не могут быть определены однозначно, поскольку, добавляя к  $\delta_1$  и  $\delta_2$  и вычитая из  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$  произвольное число, мы оставляем систему (5.4.4) неизменной. Для получения единственного решения по всем шести параметрам один из временных сдвигов нужно зафиксировать. Это достигается за счет добавления к системе (5.4.4) седьмого уравнения:

$$\delta_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ 1 \\ V_1 \end{pmatrix}.$$

Полученные при решении расширенной системы результаты представлены в табл. 5.4.

Таблица 5.4

Сингулярные числа			Нормированные значения		
1	17,97109279	1,0000	2	$1,89875282 \cdot 10^{-1}$	$7,9122 \cdot 10^{-2}$
3	1,42190379	$7,8694 \cdot 10^{-2}$	4	$1,41421356 \cdot 10^{-2}$	$3,5297 \cdot 10^{-2}$
5	0,63431768	$5,5067 \cdot 10^{-3}$	6	0,09896082	
Матрица разрешенности $VV^T$					
$\delta_1$	$\delta_2$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$1/V_1$
1	2	3	4	5	6
1	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Оценки параметров					
0,433	0,346	0,390	0,433	0,303	0,25

Заметим, что, поскольку никакие сингулярные числа не исключались, матрица разрешенности получилась единичной, что соответствует идеальному разрешению.

Иногда полезно уметь оценивать относительную

Таблица 5.5

	Матрица информационной плотности $UU^T$						
	1	2	3	4	5	6	7
1	0,93	0,16	-0,08	0,16	0,08	0,08	0,00
2	0,16	0,67	0,18	-0,16	0,33	-0,18	0,00
3	-0,08	0,18	0,91	0,08	-0,18	0,09	0,00
4	0,07	-0,16	0,08	0,93	0,16	-0,08	0,00
5	-0,16	0,33	-0,18	0,16	0,67	0,18	0,00
6	0,08	-0,18	0,09	-0,08	0,18	0,91	0,00
7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00

значимость отдельных наблюдений. Поскольку

$$Hy = HAx = \hat{x},$$

то

$$AHy = A\hat{x} = \hat{y},$$

или

$$U_p A_p V_p V_p^T A_p^{-1} U_p^T y = \hat{y}.$$

Отсюда

$$U_p U_p^T y = \hat{y}. \quad (5.6.19)$$

$U_p U_p^T$  называют *матрицей информационной плотности*.

В представленном в табл. 5.5 примере отсутствие недиагональных элементов в седьмом столбце матрицы отражает уникальную значимость седьмого уравнения системы для получения обобщенного решения.

## 5.7. Вопросы практической реализации обобщенного обращения

### 5.7.1. Ошибки в данных

В предыдущем разделе предполагалось, что данные наблюдений полностью свободны от помех. Если отказаться от этого весьма малоправдоподобного предположения, то уравнение, связывающее данные с параметрами, примет вид

$$y + \Delta y = A(x + \Delta x), \quad (5.7.1)$$

где  $\Delta y$  – шумовая компонента данных и  $\Delta x$  – вектор соответствующих возмущений значений параметров. Таким образом,

$$\Delta y = A\Delta x. \quad (5.7.2)$$

Тогда, в частности следуя описанному в разд. 5.6 методу, можно получить оценку вектора  $\Delta x$  вида

$$\Delta \hat{x} = H_p \Delta y. \quad (5.7.3)$$

В общем случае ошибки в значениях элементов последовательности длиной  $n$  описываются кова-

риационной матрицей порядка  $n \times n$ . Предполагается, что эксперимент проводился многократно. Тогда

$$\langle \Delta x e \Delta x e^T \rangle = H_p \langle \Delta y e \Delta y e^T \rangle H_p^T, \quad (5.7.4)$$

где символ  $\langle \rangle$  означает усреднение по всем реализациям данных наблюдений.

Когда флуктуации одной наблюдаемой величины  $\Delta y e$ , не зависят от флуктуаций любой другой  $\Delta y e$ , все недиагональные элементы ковариационной матрицы  $\langle \Delta y e \Delta y e^T \rangle$  равны нулю. По главной диагонали расположены дисперсии наблюдаемых величин.

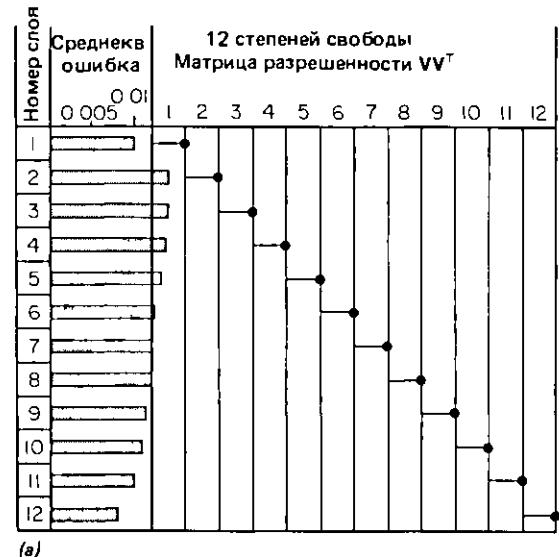
Предполагая, что  $\langle \Delta y e \Delta y e^T \rangle$  – диагональная матрица, из (5.7.4) можно получить выражения для диагональных элементов матрицы  $\langle \Delta x e \Delta x e^T \rangle$ , т.е. для дисперсий параметров

$$\text{var}(x_i) = \sum_{j=1}^n H_{p,j}^2 \text{var}(y_j). \quad (5.7.5)$$

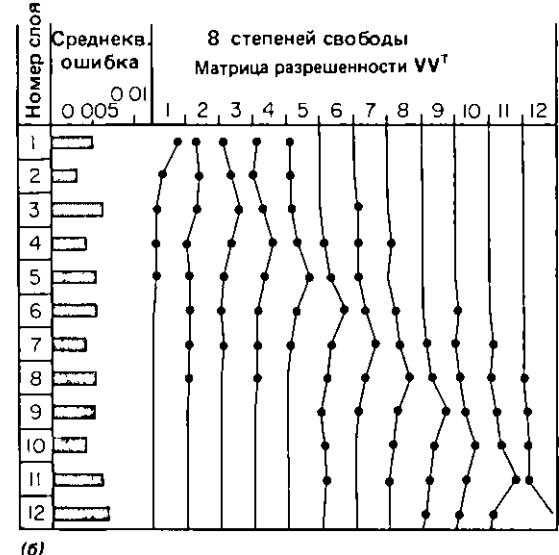
Соотношение (5.7.5) показывает, что разрешение параметров тесно связано с их дисперсиями. Рассмотрим задачу, в которой по данным наблюдений требуется определить 12 параметров. В результате обращения с использованием всех 12 собственных значений получены среднеквадратичные отклонения оценок параметров (по формуле (5.7.5)) и матрица разрешенности, которая, конечно, оказывается единичной (рис. 5.5, а).

Проблема состоит в том, что если в идеальном случае (без помех) собственные значения матрицы  $A$  делились на нулевые и ненулевые, то в присутствии шума нулевые собственные значения будут иметь уже хотя и малые, но конечные величины, которые целиком определяются шумом. Понятно, что такие значения при расчете обратного оператора обязательно нужно исключать. Если этого не сделать, участвующие в расчете величины, обратные к малым случайным собственным значениям, будут сильно влиять на получаемый в результате оператор  $H$  и, следовательно, на оценку  $\hat{x}$ . Заметим, однако, что мы не располагаем здесь каким-то точным порогом, ниже которого собственные значения надо считать незначимыми, обусловленными в основном помехой и, следовательно, подлежащими исключению. Величина этого порога оказывается, по сути дела, произвольной.

Таким образом, мы снова сталкиваемся со знакомой концепцией принципа неопределенности или компромисса между дисперсией оценок параметров и разрешенностью. На рис. 5.5, б представлены среднеквадратичные отклонения оценок параметров и матрица разрешенности, которые получены при обращении с использованием восьми старших собственных значений (четыре младших полагались нулевыми). Колоколообразные функции, определяемые строками матрицы  $V_p V_p^T$ , характеризуют разрешенность данных. В нашем случае разрешенность



(а)



(б)

Рис. 5.5. Графическое представление матрицы разрешенности и ошибок оценивания параметров при обращении с двенадцатью (а) и восемью (б) степенями свободы. Отметим, что рост точности оценок сопровождается падением разрешенности

упала. Однако, поскольку, согласно (5.7.5), дисперсии  $\text{var}(x_i)$  обратно пропорциональны собственным значениям матрицы  $A$ , исключение четырех младших значений приводит к уменьшению дисперсий оценок параметров.

Бэкус и Гилберт предложили выбирать компромисс с помощью специальной кривой, связывающей дисперсию оценок и разрешенность (точнее, обратную к ней величину, определяемую как половина

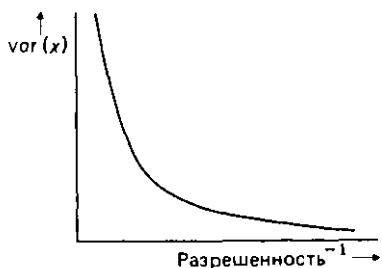


Рис. 5.6. Кривая «компромисса» между разрешенностью и дисперсией оценок параметров.

ширины максимумов колокольных функций в матрице разрешенности) (рис. 5.6). Такая кривая обычно имеет перегиб, координаты которого, как предполагается, и соответствуют оптимальному решению [22].

Пусть, например, задача состоит в определении модели зависимости плотности от глубины в горизонтально-однородной среде. Зададимся простым на первый взгляд вопросом: «Какова ошибка оценивания плотности на глубине 2 км?» Оказывается, что, если привязка по глубине должна быть довольно точной (например, нас интересует плотность в глубинном интервале 1900–2100 м), значение плотности  $x$  мы сможем оценить лишь с очень большой неопределенностью  $\pm \Delta x$ , так что пользы в такой оценке будет довольно мало. С другой стороны, если достаточно оценить среднее значение плотности в интервале от 1500 до 2500 м, ошибка оценивания  $\Delta x$  будет гораздо меньшей.

Следует также уделять внимание любым допущениям, «встроенным» в процедуру обращения. Может использоваться, например, свойство гладкости плотности как функции глубины. Понятно, что такого рода допущения должны быть обоснованными.

### 5.7.2. Масштабирование параметров

Вопросы масштабирования параметров удобнее всего рассмотреть на конкретном примере. Дадим

вначале необходимые пояснения. На рис. 5.7 изображена запись, полученная с помощью 12-футового ( $\sim 3,7$  м) скважинного акустического зонда. Первое вступление соответствует преломленной продольной волне, распространяющейся в породе со скоростью  $V_p$ . Высокоамплитудное и несколько «размазанное» второе вступление соответствует волне Стоунли. Это волна, возникающая на границе раздела твердого тела и жидкости; амплитуда ее затухает примерно экспоненциально по обе стороны от границы. Запись на рис. 5.7 имеет сравнительно простую форму, поскольку скорость поперечных волн в породе здесь меньше скорости звука в жидкости. При таких условиях преломленные поперечные или псевдорэлеевские волны не возникают (подробнее об этом см. в [86]). Практическое значение таких наблюдений состоит в том, что, несмотря на отсутствие в записи каких-либо вступлений поперечных волн, существует теоретическая возможность оценивать скорость поперечных волн в породе по вступлению волн Стоунли.

Фазовая скорость скважинной волны Стоунли зависит от частоты и на заданной частоте  $\omega$  может быть описана функцией шести параметров (радиуса скважины  $r$ , плотности  $\rho_*$  скважинной жидкости и скорости  $V_*$  распространения в ней продольных волн, плотности  $\rho$  твердой породы и скоростей  $V_p$  и  $V_s$  распространения в ней продольных и поперечных волн):

$$c(\omega) = F(r, \rho_*, V_*, \rho, V_p, V_s). \quad (5.7.6)$$

Следуя методу, описанному в разд. 5.5, запишем

Таблица 5.6

	Конечная модель	Начальная модель
$r$ , м	0,11	0,1
$\rho_*$ , г/см <sup>3</sup>	1,65	1,5
$V_*$ , м/с	1672,0	1520,0
$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	2,31	2,1
$V_p$ , м/с	3014,0	2740,0
$V_s$ , м/с	1342,0	1220,0

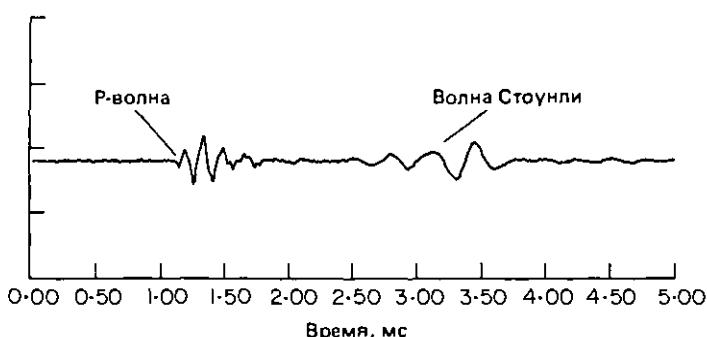


Рис. 5.7. Типичная запись, полученная с помощью длинного скважинного акустического зонда в случае, когда скорость распространения поперечных волн в твердой породе меньше скорости звука в скважинной жидкости.

Таблица 5.7

	Исходная матрица					
	1	2	3	4	5	6
1	-100,0000	-148,0000	0,2237	103,8000	0,0066	0,5148
2	-100,0000	-137,3000	0,1974	96,1900	0,0088	0,5393
3	-100,0000	-128,0000	0,1750	90,4800	0,0117	0,5623
4	-120,0000	-122,7000	0,1566	85,7100	0,0139	0,5787
5	-140,0000	-117,3000	0,1421	82,8600	0,0153	0,5951
6	-160,0000	-114,7000	0,1303	80,0000	0,0168	0,6066
7	-180,0000	-110,7000	0,1211	78,1000	0,0182	0,6164
8	-180,0000	-109,3000	0,1118	76,1900	0,0197	0,6246

	Сингулярные числа	Нормированные значения
1	573,79096553	1,0000
2	95,95224605	$1,6723 \cdot 10^{-1}$
3	1,01748769	$1,7733 \cdot 10^{-3}$
4	0,08094254	$1,4107 \cdot 10^{-4}$
5	0,00202768	$3,5338 \cdot 10^{-6}$
6	0,00051736	$9,0166 \cdot 10^{-7}$

линеаризованное соотношение

$$c(\omega)_{\text{наб}} - c(\omega)_{\text{нач}} = \frac{\partial c}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial c}{\partial p_x} \Delta p_x + \frac{\partial c}{\partial V_x} \Delta V_x + \frac{\partial c}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial c}{\partial V_p} \Delta V_p + \frac{\partial c}{\partial V_s} \Delta V_s. \quad (5.7.7)$$

В табл. 5.6 приведены параметры модели, по которым рассчитывалось значение  $c(\omega)_{\text{наб}}$ , и начальной модели, дающей значение  $c(\omega)_{\text{нач}}$ .

В табл. 5.7 представлена матрица A частных производных, полученных на восьми частотах, и приведены сингулярные числа этой матрицы.

Частные производные оценивались численно (по формуле (5.5.5)) при одинаковых относительных (в процентах) приращениях каждого параметра. Существенное различие величин элементов в столбцах матрицы обусловлено, следовательно, просто различием физических размерностей параметров.

Сложности возникают при обращении с ограничением количества сингулярных чисел. Как уже говорилось в разд. 5.6, такое решение минимизирует  $|\Delta p|^2$ , где

$$\Delta p = (\Delta r, \Delta p_x, \Delta V_x, \Delta p, \Delta V_p, \Delta V_s). \quad (5.7.8)$$

В данном случае значение подлежащего минимизации выражения равно

$$0,01^2 + 0,15^2 + 152^2 + 0,21^2 + 274^2 + 122^2.$$

Отсюда видно, что для эффективной минимизации целесообразно положить равными нулю самые большие приращения, т. е.  $\Delta V_x$ ,  $\Delta V_p$  и  $\Delta V_s$ , допустив

возможность вариации вектора параметров только за счет приращений  $\Delta r$ ,  $\Delta p_x$  и  $\Delta p$ . Именно так и происходит, когда при обращении используются три сингулярных числа. В табл. 5.8 приводится получаемая при этом матрица разрешенности и вектор решения  $\Delta p$ .

Мы получили на редкость бесполезный результат. Значения  $\Delta p$  весьма далеки от разумных, а матрица разрешенности просто отражает факт существеной несоразмерности параметров.

Исправить положение здесь помогает масштабирование параметров, обеспечивающее примерное равенство всех величин. Вводя новый вектор параметров  $x'$ , в общем виде получим

$$x' = W^{1/2}x; \quad y = Ax = AW^{-1/2}x' = A'x', \quad (5.7.9)$$

т. е. матрица A переходит в  $AW^{-1/2}$ , а вместо  $\min(x^T x)$  отыскивается  $\min(x'^T W^{-1} x')$ . Решив урав-

Таблица 5.8

	$\Delta r$ 1	$\Delta p_x$ 2	$\Delta V_x$ 3	$\Delta p$ 4	$\Delta V_p$ 5	$\Delta V_s$ 6
1	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,01
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,02
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,01	0,00	0,02	0,00	0,00
$\Delta p$	-0,21	1,09	-0,001	2,41	0,002	0,05

Таблица 5.9

Исходная матрица					
1	2	3	4	5	6
1 - 10,0000	- 222,0000	340,0240	217,9800	18,0018	628,0560
2 - 10,0000	- 205,9500	300,0480	201,9990	23,9997	657,9460
3 - 10,0000	- 192,0000	266,0000	190,0080	32,0032	686,0060
4 - 12,0000	- 184,0500	238,0320	179,9910	38,0038	706,0140
5 - 14,0000	- 175,9500	215,9920	174,0060	42,0042	726,0220
6 - 16,0000	- 172,0500	198,0560	168,0000	46,0046	740,0520
7 - 18,0000	- 166,0500	184,0720	164,0100	50,0050	752,0080
8 - 18,0000	- 163,9500	169,9360	159,9990	54,0054	762,0120

Сингулярные числа		Нормированные значения			
1	2238,99221470	1,0000			
2	213,12442898	$9,5188 \cdot 10^{-2}$			
3	5,85057792	$2,6130 \cdot 10^{-3}$			
4	2,05182119	$9,1640 \cdot 10^{-4}$			
5	1,71572217	$7,6629 \cdot 10^{-4}$			
6	0,77464815	$3,4598 \cdot 10^{-4}$			

Матрица разрешенности $VV^T$					
$\Delta r$	$\Delta p_x$	$\Delta V_x$	$\Delta p$	$\Delta V_p$	$\Delta V_s$
1	2	3	4	5	6
1 0,35	0,32	0,21	- 0,18	- 0,21	0,06
2 0,32	0,45	- 0,13	- 0,32	- 0,16	0,00
3 0,21	- 0,13	0,82	0,20	- 0,21	- 0,01
4 - 0,18	- 0,32	0,20	0,25	0,08	0,03
5 - 0,21	- 0,16	- 0,21	0,08	0,15	0,05
6 0,06	0,00	- 0,01	0,03	0,05	0,99
$\Delta p =$	0,007	0,037	152,4	0,001	- 107,7 146,9
Новые параметры:	0,107	1,54	1672,0	2,10	2632,0 1367,0

нение (5.7.9) с матрицей  $A'$  относительно  $x'$ , к старым координатам можно вернуться с помощью соотношения

$$x = W^{-1/2}x'. \quad (5.7.10)$$

В рассмотренном выше примере  $W^{1/2}$  представляет собой диагональную матрицу с элементами, обратными значениям параметров начальной модели

$$W_{ij}^{1/2} = \begin{cases} \left( \frac{1}{\rho}, \frac{1}{\rho_x}, \frac{1}{V_x}, \frac{1}{\rho}, \frac{1}{V_p}, \frac{1}{V_s} \right), & i = j; \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (5.7.11)$$

В табл. 5.9 приведены результаты обращения с использованием трех сингулярных чисел, полученного при масштабировании параметров. Новые параметры теперь неплохо аппроксимируют конечную модель. Хорошо восстановлены, в частности, параметры  $V_x$  и  $V_s$ , имеющие наилучшее разрешение. Это довольно точно отражает истинную физическую

ситуацию в плане относительной зависимости скорости распространения волны Стоуни от рассмотренных шести параметров.

Для повышения точности аппроксимации истинного (конечного) решения процесс необходимо повторять, проводя каждый раз линеаризацию в окрестности новых значений параметров. Не надо забывать, что такое обращение – это линейная аппроксимация решения нелинейной задачи, поэтому приращения параметров на каждой итерации должны быть невелики (что достигается выбором специальных весовых коэффициентов, уменьшающих вклад малых собственных значений).

Заметим, что в примере, где масштабирование параметров не применялось, получено значение  $\Delta r = -0,21$ . Но тогда  $r = 0,11 - 0,21 = -0,1$ , т. е. значение радиуса оказалось отрицательным, что физически невозможно. Чтобы в необходимых случаях гарантировать положительность значений па-

параметров, можно работать с их логарифмами

$$x' = \ln x. \quad (5.7.12)$$

Тогда даже если  $x'$  окажется отрицательным,  $x$  всегда будет оставаться положительным. Интересно, что этот прием оказывается эквивалентным рассмотренному выше способу масштабирования параметров. Действительно, дифференцируя равенство (5.7.12), получим

$$\frac{dx'_i}{dx_i} = \frac{1}{x_i} \approx \frac{\Delta x'_i}{\Delta x_i}.$$

Отсюда

$$\Delta x'_i = \frac{1}{x_i} \cdot \Delta x_i, \quad (5.7.13)$$

что эквивалентно соотношениям (5.7.10) и (5.7.11).

Аналогично, если  $\delta c_j / \delta x_i$  – элемент матрицы  $A$ , то

$$\frac{\delta c_j}{\delta x_i} = \frac{\delta c_j}{\delta x'_i} \cdot \frac{\delta x'_i}{\delta x_i} = \frac{\delta c_j}{\delta x'_i} \cdot \frac{1}{x_i}$$

или в матричном виде

$$A = A'W^{1/2},$$

что совпадает с (5.7.9).

Таким образом, правильное масштабирование параметров гарантирует положительность полученного решения [69].

### 5.7.3. Взвешивание данных

Процедуру, аналогичную масштабированию параметров, можно применить и к данным, если некоторые отсчеты считаются более достоверными, чем другие. Желательно, чтобы более надежные данные сильнее влияли на решение. Очевидная мера падежности – среднеквадратичное отклонение наблюдаемой величины. Обозначим  $S$  диагональную матрицу, в которой по главной диагонали расположены дисперсии отсчетов данных. Рассмотрим теперь вместо

$$y = Ax$$

взвешенное уравнение

$$S^{-1/2}y = S^{-1/2}Ax. \quad (5.7.14)$$

Если  $A$  – квадратная невырожденная матрица, одноковое взвешивание обеих частей уравнения ничего не меняет. Однако если ищется решение, минимизирующее  $(Ax - y)^T(Ax - y)$ , тогда после взвешивания будет минимизироваться уже  $(Ax - y)^T S^{-1}(Ax - y)$ . Задача сводится к решению дискретного уравнения Винера–Хопфа, вывод которого рассматривался в разд. 2.8.2. Здесь мы даем вывод этого важного уравнения в матричных обозначениях для случая

взвешенных данных:

$$\begin{aligned} E &= (Ax - y)^T S^{-1}(Ax - y) = \\ &= (x^T A^T - y^T)(S^{-1}Ax - S^{-1}y) = \\ &= x^T A^T S^{-1}Ax - x^T A^T S^{-1}y - \\ &\quad - y^T S^{-1}Ax + y^T S^{-1}y. \end{aligned}$$

Минимизация  $E$  приводит к уравнению

$$\frac{\partial E}{\partial x^T} = A^T S^{-1}Ax - A^T S^{-1}y = 0.$$

Таким образом,

$$x = (A^T S^{-1}A)^{-1} A^T S^{-1}y. \quad (5.7.15)$$

## 5.8. Метод наименьших квадратов с регуляризацией

В предыдущем разделе, по сути дела, установлено следующее. Если система уравнений  $y = Ax$  может иметь множество различных решений, поскольку связь между данными наблюдений  $y$  и неизвестными параметрами  $x$  недостаточно жесткая, чтобы обеспечить единственность, на значения, которые может принимать  $x$ , следует наложить дополнительные ограничения. В процедуре обобщенного обращения автоматически учитывается требование минимизации нормы  $|x|^2$ . Дополнительные ограничения, используемые в методе наименьших квадратов (МНК) с регуляризацией, имеют, по существу, тот же смысл, однако несколько иную реализацию.

Регуляризация решения достигается за счет добавления уравнений

$$\epsilon x_i = 0, \quad i = 1, \dots, N,$$

где  $N$  – количество неизвестных параметров. Постоянная  $\epsilon$  называется *параметром регуляризации*. Таким образом, исходное уравнение

$$y = Ax \quad (5.8.1)$$

принимает вид

$$\begin{bmatrix} A \\ \epsilon I \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} y \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.8.2)$$

Стандартная процедура МНК, примененная к уравнению (5.8.1), приводит к решению (см. разд. 2.8.2 и 5.7.3)

$$x = (A^T A)^{-1} A^T y.$$

МНК-решение уравнения (5.8.2) – будет, следовательно, иметь вид

$$\begin{aligned} x &= \left( [A^T; \epsilon I] \begin{bmatrix} A \\ \epsilon I \end{bmatrix} \right)^{-1} [A^T; \epsilon I] \begin{bmatrix} y \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= (A^T A + \epsilon^2 I)^{-1} A^T y. \end{aligned} \quad (5.8.3)$$

Выражение (5.8.3) можно получить также совсем из других соображений. Если обобщенное обраще-

ние минимизирует одновременно норму невязки  $\|Ax - y\|^2$  и норму решения  $\|x\|^2$ , то МНК с регуляризацией эквивалентен минимизации взвешенной суммы этих норм

$$\begin{aligned} & \|Ax - y\|^2 + \varepsilon^2 \|x\|^2, \\ E = & (Ax - y)^T (Ax - y) + \varepsilon^2 x^T x = \\ & = x^T A^T Ax - x^T A^T y - y^T Ax + \\ & + y^T y + \varepsilon^2 x^T x. \end{aligned} \quad (5.8.4)$$

Из условия минимизации  $E$  имеем

$$\frac{\partial E}{\partial x^T} = A^T Ax - A^T y + \varepsilon^2 x = 0.$$

Отсюда

$$(A^T A + \varepsilon^2 I)x = A^T y. \quad (5.8.5)$$

Вернемся снова к рассматривавшемуся в разд. 5.4 и 5.6 примеру расчета статических поправок по наблюденным временам вступлений преломленных волн. В табл. 5.10 приведена дополниенная матрица, соответствующая системе (5.8.2) при значении параметра регуляризации  $\varepsilon = 0,05$ .

Сравним сингулярные числа  $\lambda_i'$  этой матрицы (табл. 5.10) с сингулярными числами  $\lambda_i$  исходной матрицы  $A$  (табл. 5.2 из разд. 5.6). Оказывается, что они связаны соотношением

$$\lambda_i' = (\lambda_i^2 + \varepsilon^2)^{1/2}, \quad (5.8.6)$$

т. е. при  $\varepsilon \ll \lambda_i$   $\lambda_i' \approx \lambda_i$ .

Таблица 5.10

	Исходная матрица					
	1	2	3	4	5	6
1	1,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	6,0000
2	1,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	6,7080
3	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	8,4850
4	0,0000	1,0000	1,0000	0,000	0,0000	7,6160
5	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000	0,0000	7,0000
6	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	1,0000	7,6160
7	0,0500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	0,0000	0,0500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
9	0,0000	0,0000	0,0500	0,0000	0,0000	0,0000
10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0500	0,0000	0,0000
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0500	0,0000
12	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0500

	Сингулярные числа	Нормированные значения
1	17,97104022	1,0000
2	1,73310568	$9,6439 \cdot 10^{-2}$
3	1,42170850	$7,9111 \cdot 10^{-2}$
4	1,41509717	$7,8743 \cdot 10^{-2}$
5	0,16187644	$9,0076 \cdot 10^{-3}$
6	0,05000000	$2,7823 \cdot 10^{-3}$

Таким образом, введение регуляризации гарантирует, что никакое сингулярное число не может быть меньше  $\varepsilon$  и, следовательно, МНК-решение всегда существует. Выбор значения параметра регуляризации зависит от уровня шума в данных. При ухудшении отношения сигнал/шум уровень шума в сингулярных числах возрастает. На практике значение  $\varepsilon$  целесообразно задавать равным максимальному сингулярному числу, величина которого, как предполагается, определяется преимущественно шумом.

В методе обобщенного обращения этой операции соответствует исключение всех сингулярных чисел, меньших некоторой выбранной величины. При наличии шума значение этой пороговой величины неизбежно будет до некоторой степени произвольным. Способ плавного взвешивания сингулярных чисел, к которому приводит МНК с регуляризацией, интуитивно представляется более приемлемым. К тому же его проще реализовать на практике.

В разд. 5.4 описывалась итеративная процедура решения нелинейной обратной задачи. Сходимость такой процедуры в случае, когда функционал

$\sum (y_i - \hat{y}_i)^2$ , зависящий от  $n$  параметров, образует в  $(n+1)$ -мерном пространстве сложную гиперповерхность с локальными максимумами и минимумами, обеспечить довольно трудно. Обычно необходимо бывает управлять величиной шага приращения  $\Delta x$  на каждой итерации так, чтобы вначале шаг был большим, но уменьшался бы в окрестности устойчивого минимума функционала. Удобнее всего такой контроль шага осуществлять при помощи метода наименьших квадратов с регуляризацией. Значение параметра регуляризации определяет при этом величину шага  $\Delta x$ . При увеличении  $\varepsilon$  шаг  $\Delta x$  уменьшается до тех пор, пока при очень сильной регуляризации текущая модель вообще не перестанет меняться.

Заметим в заключение, что рассмотренный в разд. 2.8.4 способ построения оператора деконволюции с использованием параметра белого шума представляет собой не что иное, как процедуру МНК с регуляризацией. Действительно, членам уравнения (5.8.5) можно поставить в соответствие следующие операции:

$A^T Ax$  – свертка автокорреляционной функции входа с оператором фильтра  $x$ ;

$\varepsilon^2 Ix$  – свертка  $\delta$ -импульса амплитуды  $\varepsilon^2$  с оператором фильтра  $x$ ;

$A^T y$  – взаимная корреляция входа и выхода фильтра.

Физический смысл регуляризации станет совсем прозрачным, если перевести уравнение (5.8.5) в час-

тотную область:

$$[F_{\text{вх}}^*(\omega) F_{\text{вх}}(\omega) + \epsilon^2] X(\omega) = F_{\text{вх}}^*(\omega) F_{\text{вых}}(\omega). \quad (5.8.7)$$

Здесь  $F_{\text{вх}}(\omega)$  – преобразование Фурье входной последовательности и  $*$  – знак комплексного сопряжения;  $F_{\text{вых}}(\omega)$  – преобразование Фурье отфильтрованной последовательности;  $X(\omega)$  – частотная характеристика фильтра;  $\epsilon^2$  – не зависящая от частоты постоянная. Отсюда

$$X = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{F_{\text{вх}}^*(\omega) F_{\text{вых}}(\omega)}{F_{\text{вх}}^*(\omega) F_{\text{вх}}(\omega) + \epsilon^2} \right\}, \quad (5.8.8)$$

где  $\mathcal{F}^{-1}$  – обратное преобразование Фурье.

При  $\epsilon = 0$  большие значения выражения, заключенного в (5.8.8) в фигурные скобки, будут обусловлены малыми значениями  $F_{\text{вх}}(\omega)$ . Обычно меньшим значениям  $F_{\text{вх}}(\omega)$  соответствуют более низкие значения отношения сигнал/шум. При этом легко может возникнуть ситуация, когда максимальные отсчеты  $X(\omega)$  будут в большей степени зависеть от шума, чем от сигнала. Такого нежелательного усиления шума можно избежать путем обоснованного выбора параметра регуляризации  $\epsilon$ . Наличие в знаменателе выражения (5.8.8) слагаемого  $\epsilon^2$  гарантирует, что малые значения  $F_{\text{вх}}(\omega)$  не будут сильно влиять на решение.

Можно указать на один недостаток регуляризации решения с помощью параметра белого шума. Он состоит в том, что этот способ приводит к ограничению усиления всех частотных компонент, тогда как на тех частотах, где значения  $F_{\text{вх}}(\omega)$  можно считать надежными, этот эффект нежелателен. В своей неопубликованной работе 1976 г. Хаттон и Хьюлет показали, как вносить в уравнение (5.8.5) регуляризацию таким образом, чтобы она проявлялась только в желаемых интервалах частот. Этот способ, названный авторами регуляризацией «окрашенным шумом», сводится к замене (5.8.5) уравнением

$$(A^T A + \lambda C) x = A^T y, \quad (5.8.9)$$

где  $\lambda$  – скалярная величина и  $C$  – матрица с тепличевой структурой:

$$\begin{bmatrix} C_0 & C_1 & C_2 & \dots & C_N \\ C_1 & C_0 & C_1 & C_2 & \dots & C_{N-1} \\ C_2 & C_1 & C_0 & C_1 & C_2 & \dots & C_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_N & C_{N-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & C_0 \end{bmatrix} = C$$

Коэффициенты матрицы  $C$  удобнее всего определять, задавая желаемый спектр последовательности  $C_i$ , имеющей максимумы на тех частотах, где исходный спектр имеет провалы и где, следова-

тельно, отношение сигнал/шум будет низким. Такие провалы могут быть обусловлены, например, наличием волны-спутника (см. разд. 2.3). После задания формы спектра коэффициенты  $C_i$  рассчитываются с помощью обратного преобразования Фурье. Хаттон и Хьюлет задавали спектр в виде суперпозиции колокольных гауссовских функций<sup>\*)</sup> с подобранными амплитудой и шириной максимума. Обратное преобразование Фурье таких функций представляет собой известное аналитическое выражение, что позволяет особенно просто оценивать коэффициенты  $C_i$ .

Изложенный метод обладает потенциальным преимуществом в случае высокого отношения сигнал/шум. На обычных сейсмических записях он, однако, не дает заметного эффекта, поскольку присутствующий в исходной записи шум не позволяет с достаточной точностью оценить спектр сигнальной компоненты.

## 5.9. Обработка данных ВСП

Все методы и приемы построения изображений среды, которые обсуждались в гл. 3 и 4, были ориентированы на горизонтальные расстановки источников и приемников. Если полученные сейсмические изображения внушают дирекции нефтяной компании доверие и надежду, на соответствующем месте бурится скважина. После этого потенциально доступным становится дополнительный набор сейсмических данных, обработка которого может привести к существенным изменениям тех изображений, на основании анализа которых было принято первоначальное решение о бурении скважины.

Как подчеркивалось в гл. 4, в любом алгоритме миграции самый важный входной параметр – скорость. Скважина дает возможность получить как минимум дополнительные данные о скоростях. Точнее, становится известной связь между временем и глубиной, которая в принципе может быть определена путем интегрирования времен, зарегистрированных акустическим зондом при его перемещении вдоль скважины. На практике для калибровки акустической кривой требуется привлекать данные сейсмокаротажа. В этом методе сигнал, возбужденный источником вблизи устья скважины, регистрируется прижатым к стеклу скважины сейсмоприемником, помещаемым на различные глубины. Времена пробега, измеряемые при сейсмокаротаже, отличаются от полученных путем интегрирования акустических кривых в силу ряда причин. Во-первых, само наличие скважины до некоторой степени изменяет физические свойства пород в непосредственной близи-

<sup>\*)</sup> Вида  $A \exp(-a\omega^2)$ . – Прим. перев.

зости от нее. Во-вторых, частоты, используемые при акустическом и сейсмическом каротажах, различаются примерно в тысячу раз, а на таком частотном интервале даже слабо выраженные явления дисперсии скоростей становятся заметными. Кроме того, акустический зонд редко поднимают к самой поверхности, поэтому сейсмокаротажные данные требуются для привязки верхней части акустической кривой к нулевому глубинному уровню. Акустические данные корректируются таким образом, чтобы проинтегрированные акустические и сейсмокаротажные времена совпадали во всех глубинных интервалах.

При сейсмокаротаже проводятся очень простые наблюдения, предусматривающие, по существу, только измерение времен первых вступлений прямых волн. Однако из записи, полученной с помощью погруженного сейсмоприемника, можно извлечь гораздо большую информацию, чем одно только время пробега. Интуитивно ясно, что, если нас интересует структура среды в непосредственной окрестности скважины, размещение в ней набора сейсмоприемников должно давать какое-то преимущество. Способы наблюдений, предусматривающие использование различных конфигураций поверхностных и заглубленных источников и приемников, объединяются общим названием *вертикальное сейсмическое профилирование (ВСП)*.

Решаемые ВСП задачи разделяются на два широких, взаимно не пересекающихся класса:

1. При обработке обычных сейсмических записей привлекают дополнительную информацию об изменениях волнового поля по глубине, содержащуюся в данных ВСП. Например, при синтезе операторов обратных фильтров целесообразно использовать форму импульса, полученную по сейсмо-

граммме ВСП. Данные ВСП позволяют надежно идентифицировать кратные волны и т. д.

2. Разрешенность сейсмического изображения в непосредственной окрестности скважины можно в принципе повысить, разместив источники и приемники вблизи интересующей нас области (иначе говоря, в скважине).

При решении второй задачи часто требуется проводить наблюдения с использованием большого числа источников, располагая их на различных расстояниях и в разных направлениях от устья скважины. Число глубинных уровней, на которых размещаются скважинные сейсмоприемники, увеличивают насколько это позволяет время и стоимость работ. Такие наблюдения называют ВСП с выносом источника.

Способы обработки данных ВСП большей частью несущественно отличаются от методов, описанных в гл. 3 и 4. Суммирование по ОСТ и миграцию можно адаптировать к специфической двумерной геометрии наблюдений. Однако в одном важном аспекте данные ВСП отличаются от зарегистрированных на поверхности записей. Дело в том, что при ВСП волны подходят к приемникам и сверху, и снизу. Для разделения падающих и восходящих волн требуется специальные процедуры. Одна из таких процедур, предложенная в работах [78, 80], описывается ниже. Для первоначального знакомства с обширной литературой по ВСП стоит обратиться к работам [3, 10].

### 5.9.1. Разделение падающих и восходящих волн

На рис. 5.8 показаны результаты гипотетических наблюдений ВСП. Обратите внимание, что одно-

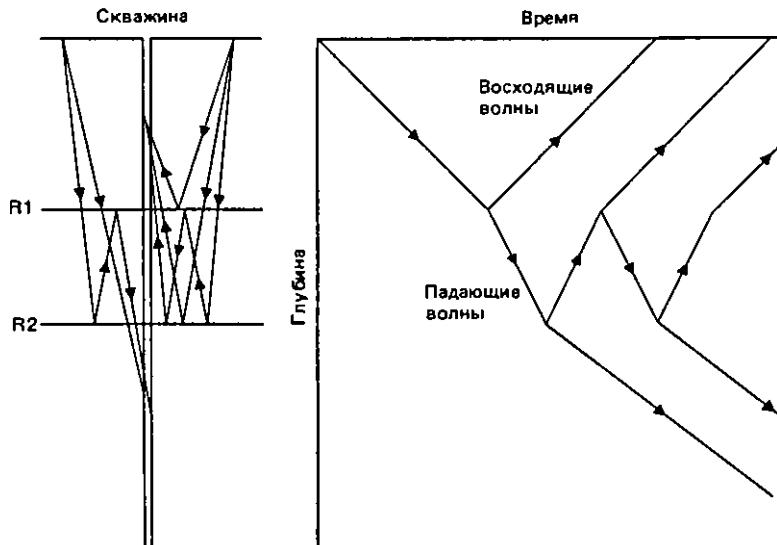


Рис. 5.8. Модельная сейсмограмма ВСП.

кратное отражение (восходящая волна) всегда ограничивается первым вступлением, соответствующим падающей волне. Все ветви, соответствующие кратным отражениям (как восходящим, так и падающим), всегда начинаются правее первого вступления, т. е. на больших временах. По этому признаку можно надежно идентифицировать кратные отражения.

Заметим также, что кажущиеся скорости восходящих и падающих волн имеют противоположные знаки. Это позволяет в принципе использовать для разделения волн фильтрацию в  $f$ - $k$ -области, описанную в разд. 2.10. Главное возражение против такого способа обработки состоит в том, что  $f$ - $k$ -фильтрация основана на алгоритме быстрого преобразования Фурье, который предполагает равномерную дискретизацию по обеим координатам. Точки расположения приемников в скважине не обязательно будут идти с постоянным шагом по глубине. Они часто выбираются так, чтобы исключить так называемые зоны «размытия», которые могут быть причиной плохого контакта между сейсмоприемниками и породой.

В качестве альтернативного подхода рассмотрим проблему разделения падающих и восходящих волн как линейную обратную задачу, а для решения ее воспользуемся одним из методов, описанных в предыдущих разделах этой главы.

Разберем вначале очень простой пример. Три сейсмоприемника расположены в вертикальной скважине выше отражающей границы. Предположим, что форма волнового импульса при распространении от одного приемника до другого меняется незначительно. Сигналы, регистрируемые каждым сейсмоприемником, можно описать следующими выражениями:

$$S_0(t) = u_0(t) + d_0(t) + n_0(t),$$

$$S_1(t) = u_0(t - \Delta t) + d_0(t + \Delta t) + n_1(t),$$

$$S_2(t) = u_0(t - 2\Delta t) + d_0(t + 2\Delta t) + n_2(t).$$

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= V_1 \Delta t \\ \Delta x_2 &= V_2 \Delta t \end{aligned} \quad (5.9.1)$$

Здесь  $d_0$  — поле падающих и  $u_0$  — поле восходящих волн на нулевом глубинном уровне;  $n_0$ ,  $n_1$  и  $n_2$  — компоненты шума на трех уровнях. Временная задержка между уровнями 0 и 1 та же, что и между уровнями 1 и 2.

В частотной области уравнения (5.9.1) принимают вид

$$S_0(\omega) = U_0(\omega) + D_0(\omega) + N_0(\omega),$$

$$S_1(\omega) = e^{-i\omega\Delta t} U_0(\omega) + e^{i\omega\Delta t} D_0(\omega) + N_1(\omega), \quad (5.9.2)$$

$$S_2(\omega) = e^{-i\omega 2\Delta t} U_0(\omega) + e^{i\omega 2\Delta t} D_0(\omega) + N_2(\omega).$$

Для любой частоты

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-i\omega\Delta t} & e^{i\omega\Delta t} \\ e^{-i\omega 2\Delta t} & e^{i\omega 2\Delta t} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_0 \\ D_0 \\ N_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N_0 \\ N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} \quad (5.9.3)$$

или в матричных обозначениях

$$y = Ax + n. \quad (5.9.4)$$

Запишем МНК-решение уравнения (5.9.4) для падающих и восходящих волн на нулевом глубинном уровне:

$$x = \begin{bmatrix} U_0 \\ D_0 \end{bmatrix} = (\tilde{A}^T A)^{-1} \tilde{A}^T y, \quad (5.9.5)$$

где  $\tilde{A}$  — комплексно-сопряженная к  $A$  матрица.

В общем случае процедура заключается в следующем:

1. Рассчитываются значения  $\Delta t$  между пунктами приема. Не обязательно предполагать, что волновой фронт распространяется параллельно скважине. Заменив истинные скорости на кажущиеся, можно не исключать из рассмотрения случаи наклонных скважин и негоризонтальных границ.

2. По данным, полученным на предыдущем шаге, формируется матрица  $A$ .

3. Для зарегистрированных на каждом уровне записей рассчитываются преобразования Фурье и для каждой частотной компоненты формируется свой вектор  $y$ .

4. Для всех частотных компонент отыскиваются решения уравнений вида (5.9.5).

5. С помощью обратного преобразования Фурье рассчитываются оценки полей падающих и восходящих волн для любого желаемого опорного уровня.

К сожалению, бывают ситуации, когда матрица  $\tilde{A}^T A$  оказывается вырожденной. Вернемся снова к простому примеру. В этом случае

$$\begin{aligned} (\tilde{A}^T A)^{-1} &= \frac{1}{\text{Det}(\tilde{A}^T A)} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 3 & 1 + e^{i\omega 2\Delta t} + e^{i\omega 4\Delta t} \\ 1 + e^{-i\omega 2\Delta t} + e^{-i\omega 4\Delta t} & 3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.9.6)$$

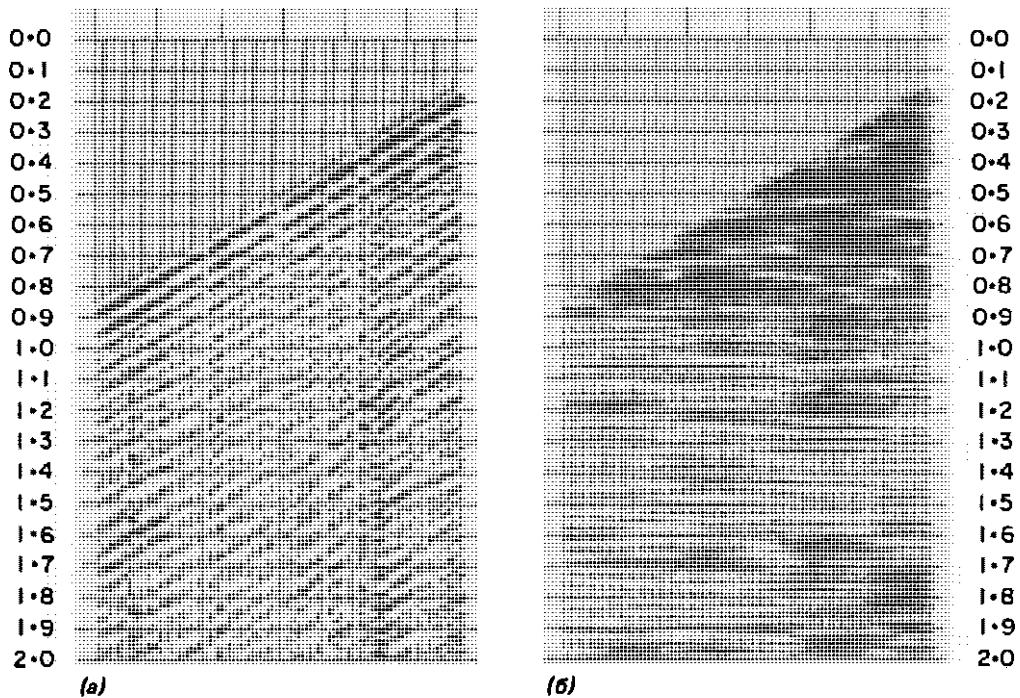


Рис. 5.9. Разделение падающих и восходящих волн на реальной сейсмограмме ВСП.

и

$$\text{Det}(\tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{A}) = (6 - 4 \cos \omega 2\Delta t - 2 \cos \omega 4\Delta t).$$

Заметим, что

$$\text{Det}(\tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{A}) = 0 \text{ при } \omega = \frac{\pi k}{\Delta t}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

На частотах, очень близких к этим критическим значениям, величина определителя  $\text{Det}(\tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{A})$  будет хотя и конечной, но очень малой. Деление вектора данных  $\mathbf{y}$  на очень малое число допустимо в случае полного отсутствия шума и абсолютно неприемлемо, если на этой конкретной частоте реальные данные содержат в основном шум.

С подобными затруднениями мы уже встречались при рассмотрении других ранее приводившихся в этой главе примеров. Приемлемое решение дает в таких случаях метод наименьших квадратов с регуляризацией [80].

Уравнение (5.9.5) принимает вид

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ D_0 \end{bmatrix} = (\tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{A} + \gamma \mathbf{I})^{-1} \tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{y}, \quad (5.9.7)$$

где  $\gamma$  — параметр регуляризации. Для нашего просто-

го примера

$$\begin{aligned} \text{Det}(\tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{A} + \gamma \mathbf{I}) &= \\ &= (6 + 6\gamma + \gamma^2 - 4 \cos \omega 2\Delta t - 2 \cos \omega 4\Delta t). \end{aligned} \quad (5.9.8)$$

Присутствие  $\gamma$  гарантирует существование обратной матрицы и препятствует получению сильно зашумленного решения.

Следует коснуться еще одного практического вопроса. Почти всегда амплитуды падающих волн бывают намного выше амплитуд восходящих. Если при этом ищется МНК-решение с регуляризацией, которое минимизирует

$$|\mathbf{Ax} - \mathbf{y}|^2 + \gamma |\mathbf{x}|^2,$$

возникают те самые проблемы, о которых говорилось в разд. 5.7.2 и для разрешения которых необходимо использовать масштабирование параметров. Подходящее масштабирование можно ввести с помощью матрицы

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix},$$

где  $G$  — отношение амплитуд падающих и восходящих волн.

На рис. 5.9 представлена сейсмограмма, получен-

ная при ВСП пробуренной на суше скважины. В трассы сейсмограммы введены временные сдвиги такие, чтобы первые вступления соответствовали двойным временем пробега. При этом вступления восходящих продольных волн будут идти примерно горизонтально. На рис. 5.9, а можно видеть интенсивное поле падающих волн, а также более слабую трубную волну и обменные поперечные волны. Оценка поля восходящих волн, полученная путем обработки сейсмограммы с рис. 5.9, а, показана на рис. 5.9, б. В данном случае была применена также деконволюция, основанная на оценке формы импульса падающей волны. Заметим, что по записи на рис. 5.9, б можно сделать вывод о наличии наклонных отражающих границ и вероятного нарушения вблизи скважины.

## 5.10. Коррекция статических поправок

Другое важное приложение метода наименьших квадратов с регуляризацией – это использование его в задаче коррекции статических поправок [87]. Суть задачи коррекции, сформулированной в разд. 3.7.1, состоит в попытке компенсировать временные сдвиги в записях отраженных волн, обусловленные вариациями скорости в приповерхностном слое. Обратимся к рис. 3.97 и рассмотрим траекторию луча, пробегающего от источника до глубинной отражающей границы и затем к приемнику. Полное время пробега  $T_{ij}$  от  $i$ -го пункта возбуждения к  $j$ -му пункту приема равно

$$T_{ij} = S_i + R_j + G_k + M_k X_{ij}^2, \quad (5.10.1)$$

где  $S_i$  – время пробега от источника до уровня приведения в пункте  $i$ ;  $R_j$  – время пробега от уровня приведения до приемника в пункте  $j$ ;  $G_k$  – двойное время пробега нормального луча от уровня приведения до глубинной отражающей границы в  $k$ -й ОСТ. Слагаемое  $M_k X_{ij}^2$  описывает остаточную кинематическую поправку для удаления  $X_{ij}$  приемника от источника. Для системы наблюдений, изображенной на рис. 5.10, система уравнений времен пробега будет иметь следующий вид:

$$\begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{12} \\ T_{13} \\ T_{22} \\ T_{23} \\ T_{24} \\ T_{33} \\ T_{34} \\ T_{35} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{p} \quad (5.10.2)$$

где

$$\mathbf{p}^T = (S_1 \rightarrow S_3, \quad R_1 \rightarrow R_5, \quad G_1 \rightarrow G_7, \quad M_1 \rightarrow M_7),$$

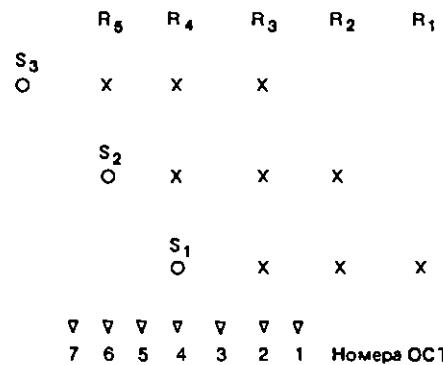


Рис. 5.10. Простая схема наблюдений с регулярным расположением пунктов возбуждения  $S_i$ , приема  $R_i$  и ОСТ.

или

$$\mathbf{t} = \mathbf{Ap}. \quad (5.10.3)$$

$S$  и  $R$  обычно представляют собой остаточные статические сдвиги, нескорректированные на этапе ввода расчетных статических поправок, определяемых на основе полевых наблюдений (например, данных топографической съемки и оценок скорости в верхней части разреза, получаемых с помощью сейсмокаротажа неглубоких скважин). Кинематические поправки также предварительно корректируются, поэтому коэффициент  $M$  соответствует остаточной кинематике. На практике коэффициенты  $M_k$  часто осредняют в некотором окне по профилю, поскольку большие изменения  $M_k$  при переходе от одной ОСТ к другой маловероятны. Таким образом, коэффициенты от  $M_1$  до  $M_{i+n}$  заменяются средним значением  $M_j$ , а столбцы матрицы  $A$  с  $i$ -го по  $(i+n)$ -й суммируются, давая один результирующий столбец. Заметим, что матрица системы (5.10.2) формируется с учетом согласованности расположения пунктов возбуждения и приема по профилю. Предполагается также, что поправки  $S_i$  и  $R_j$  не зависят от удаления  $i$ , следовательно, от угла выхода лучей.

Уравнение (5.10.3) дает пример некорректной обратной задачи. Хотя количество наблюдений обыч-

но превышает количество неизвестных, в сингулярном разложении матрицы  $A$  ненулевых сингулярных чисел будет меньше, чем неизвестных. Как показано в разд. 5.8, решение этой задачи может быть получено методом наименьших квадратов с регуляризацией. Параметр регуляризации контролирует размеры вариаций значений параметров. В наших обозначениях уравнение (5.8.5) будет иметь вид

$$(A^T A + e^2 I) p = A^T t. \quad (5.10.4)$$

На практике матрицу  $(A^T A + e^2 I)$  никогда не обращают непосредственно. При типичном для сейсмического профиля числе пунктов возбуждения и приема никакая из существующих ЭВМ не справится с решением этой задачи за приемлемое время. (Подробнее об обращении больших матриц см. в разд. 5.12.)

Итеративный способ типа алгоритма Гаусса–Зейделя (см., например, [67]) обычно обеспечивает достаточную сходимость за 4–5 итераций. При этом время вычислений по сравнению с требующимся для непосредственного обращения матрицы сокращается во много раз.

## 5.11. Линейное программирование

Аппарат линейного программирования используется для решения задач типа следующей:

$$\begin{aligned} & \text{Максимизировать функцию } z = c^T x \\ & \text{при ограничениях } Ax \leq b, x > 0. \end{aligned} \quad (5.11.1)$$

На рис. 5.11 показан пример, когда  $x = (x_1, x_2)$ . Задача решается перемещением прямой, заданной уравнением  $z = c^T x$ , возможно дальше в указанном направлении при условии, что прямая будет иметь общие точки с областью, заданной линейными ограничениями (на рис. 5.11 они помечены штриховкой).

В математическом обеспечении большинства универсальных ЭВМ обычно содержится хотя бы один пакет линейного программирования со своей библиотекой подпрограмм, поскольку к требуемому общему виду может быть приведен очень широкий круг задач.

Здесь нам достаточно будет отоситься к подпрограмме линейного программирования как к «черному ящику» (подробности алгоритмической реализации см. в [84]). В отношении входных параметров варианты подпрограмм различаются по степени гибкости, которая допустима при описании линейных ограничений. Описание, приведенное в начале настоящего раздела, выглядит довольно специфическим. На самом деле это не так, поскольку:

1.  $\max c^T x \equiv \min -c^T x$ .
2.  $Ax \geq b \equiv -Ax \leq -b$ .
3.  $x > 0 \equiv x = x^+ - x^-$ , где  $x^+$  и  $x^-$  положительны, а  $x$  может иметь любой знак.

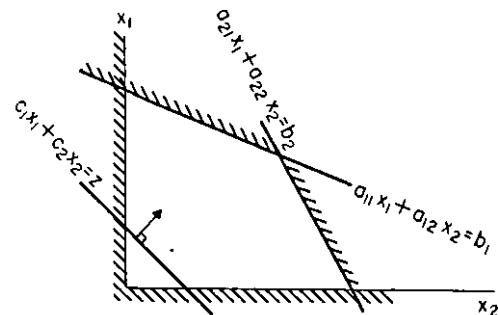


Рис. 5.11.

Ниже мы рассмотрим два примера применения пакета программ линейного программирования при решении геофизических задач.

### 5.11.1. Экстремальное обращение

В этой главе мы уже познакомились с двумя методами экстремального обращения: методом Монте-Карло и одной его модификацией. Цель применения таких методов состоит не в поиске какой-то одной подходящей модели, а в определении максимально допустимого диапазона изменения модельных параметров. Заметим, что точки пространства параметров, принадлежащие верхней и нижней границам, не соответствуют моделям, которые удовлетворяют данным.

Рассмотрим снова задачу определения параметров скважины и околоскважинного пространства по фазовой скорости волн Стоунли (см. разд. 5.7.2). Для отыскания с помощью аппарата линейного программирования максимальных и минимальных значений шести неизвестных параметров поступим следующим образом [43]. Имеем

$$c(\omega) - \hat{c}(\omega) = \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \hat{c}}{\partial p_i} (p_i - \hat{p}_i), \quad (5.11.2)$$

где  $p = (r, p_x, V_x, p, V_p, V_s)$  (обозначения те же, что и в разд. 5.7.2). Перепишем (5.11.2) в виде

$$\sum_{i=1}^6 \frac{\partial \hat{c}}{\partial p_i} p_i = c(\omega) - \hat{c}(\omega) + \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \hat{c}}{\partial p_i} \hat{p}_i. \quad (5.11.3)$$

Пусть  $\sigma(\omega)$  определяет точность, с которой измеряются значения  $c(\omega)$ . Тогда

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \hat{c}}{\partial p_i} p_i &\geq c(\omega) - \sigma(\omega) - \hat{c}(\omega) + \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \hat{c}}{\partial p_i} \hat{p}_i, \\ \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \hat{c}}{\partial p_i} p_i &\leq c(\omega) + \sigma(\omega) - \hat{c}(\omega) + \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \hat{c}}{\partial p_i} \hat{p}_i. \end{aligned} \quad (5.11.4)$$

Таблица 5.11

Параметр	Нижняя граница	Истинное значение	Верхняя граница
$r, \text{ м}$	0	0,11	0,244
$\rho_s, \text{ г/см}^3$	0,063	1,65	2,91
$V_s, \text{ м/с}$	164,9	1672,0	2992,0
$\rho, \text{ г/см}^3$	0	2,31	6,197
$V_p, \text{ м/с}$	0	3014,0	7583,0
$V_s, \text{ м/с}$	1173,0	1342,0	1535,0

Для отыскания максимального значения параметра, например  $V_s$ , требуется максимизировать  $c^T x$ , где

$$\begin{aligned} c &= (0, 0, 0, 0, 0, 1), \\ x &= p, \end{aligned}$$

а уравнения (5.11.4) играют роль линейных ограничений.

В табл. 5.11 представлены полученные методом линейного программирования результаты экстремального обращения для взятого из разд. 5.7.2 примера с волной Стоули. Точность измерения фазовых скоростей была задана равной  $\pm 1 \text{ м/с}$ . Из анализа таблицы ясно видно, что скорость поперечных волн — единственный параметр, который по имеющимся данным можно оценить надежно. Это вполне согласуется с выводом, полученным в результате анализа матрицы разрешенности (см. табл. 5.9 в разд. 5.7.2).

Здесь необходимо высказать одно предостережение. Обращение методом подбора модели основано на линейной аппроксимации нелинейного уравнения. При больших значениях  $(p_i - \hat{p}_i)$  качество аппроксимации ухудшается. Таким образом, экстремальные области пространства параметров соответствуют максимальной ошибке линеаризации. Впрочем, это представляет собой серьезную проблему, только когда  $\sigma$  значительно больше, чем  $c(\omega) - \hat{c}(\omega)$ .

### 5.11.2. Обращение в норме $L_1$

В качестве меры сходства наблюдаемых и рассчитанных данных чаще всего используется сумма квадратов разностей их значений (норма  $L_2$ ). Вместо этого можно использовать сумму абсолютных величин разностей, т. е. так называемую норму  $L_1$ . Критерий минимизации суммы

$$\sum_{i=1}^n |m_i - x_i| \quad (5.11.5)$$

имеет перед нормой  $L_2$  то главное преимущество, что он менее чувствителен к наличию некоторого числа больших отклонений в данных, когда другие отсчеты зашумлены относительно слабо [14].

Обращение в норме  $L_1$  удобнее всего выполнять с

использованием процедуры линейного программирования. Если

$$y = Ax + \varepsilon,$$

положим

$$\begin{aligned} x &= x^+ - x^-, \\ \varepsilon &= \varepsilon^+ - \varepsilon^- \end{aligned}$$

и

$$[A : -A; I : -I] \begin{pmatrix} x^+ \\ x^- \\ \varepsilon^+ \\ \varepsilon^- \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} x^+ \\ x^- \\ \varepsilon^+ \\ \varepsilon^- \end{pmatrix} \geq 0. \quad (5.11.6)$$

Задача сводится теперь просто к минимизации  $z$ :

$$z = (0, 0, 1, 1) \begin{pmatrix} x^+ \\ x^- \\ \varepsilon^+ \\ \varepsilon^- \end{pmatrix} \quad (5.11.7)$$

Используемые на практике пакеты линейного программирования нередко включают и программы минимизации в норме  $L_1$ . Такая программа сама рассчитывает занесенные выше матрицы и векторы.

## 5.12. Томография

Различные процедуры, описанные в предыдущих разделах этой главы, потенциально можно использовать при решении любых геофизических обратных задач. Настоящий раздел специально посвящен обратным задачам, в которых связь данных наблюдений и параметров среды описывается линейным интегральным уравнением. Например, скорость распространения сейсмических волн и поглощающие свойства среды могут быть связаны с наблюдаемыми временем пробега ( $t_k$ ) и амплитудами ( $a_k$ ) волн криволинейным интегралом по лучевой траектории ( $R_k$ ).

*Сейсмическая томография* — это обращение таких интегральных соотношений (рис. 5.12) с целью получения оценок поля скоростей  $v(x, y)$  или поля поглощения  $\alpha(x, y)$  внутри некоторой области пространства, пересеченной лучами. Здесь мы рассмотрим четыре различные процедуры обращения.

### 5.12.1. Матричное обращение

Для решения задачи в равной мере применимы методы обобщенного обращения, МНК с регуляризацией и линейного программирования. Исследуемая область разбивается сеткой на элементарные ячейки, в пределах каждой из которых  $v(x, y)$  или  $\alpha(x, y)$  считаются постоянными. Рассмотрим, на-

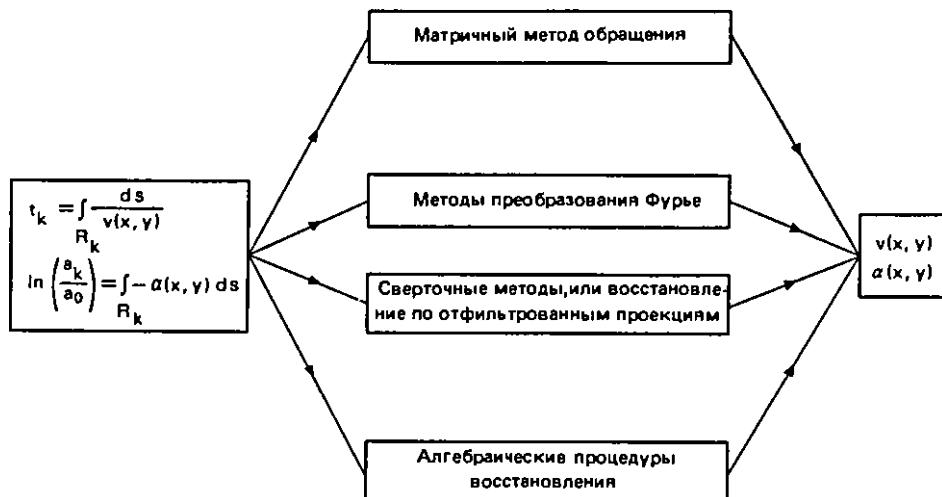


Рис. 5.12.

пример, способ построения уравнения для времени пробега. Криволинейный интеграл можно аппроксимировать суммой

$$t_k = \sum_j \frac{\Delta s_j}{v_j}, \quad (5.12.1)$$

где  $\Delta s_j$  – расстояние, пройденное лучом в пределах  $j$ -й ячейки;  $v_j$  – скорость распространения сейсмических волн в  $j$ -й ячейке. Сумма берется по всем ячейкам, которые пересекает  $k$ -я лучевая траектория. По причинам, изложенным в разд. 5.6, желательно сформировать систему уравнений так, чтобы решение ее отыскивалось относительно отклонений значений скорости от некоторой начальной скоростной модели. Тогда

$$\Delta t_k = t_k^{\text{набл}} - t_k^{\text{расч}} = \sum_j \Delta s_j \Delta p_j, \quad (5.12.2)$$

где  $\Delta p_j = 1/v_j - 1/\theta_j$  – приращение «медленности» (величины, обратной скорости) для  $j$ -й ячейки. Система (5.12.2) соответствует матричному уравнению  $y = Ax$ , где  $A$  – матрица размерности  $k_{\max} \times j_{\max}$ , элементами которой являются значения  $\Delta s_j$ . Здесь  $k_{\max}$  – общее число траекторий, не пересекающих исследуемую область, и  $j_{\max}$  – общее количество ячеек. Заметим, что  $A$  – относительно разреженная матрица (т. е. содержит значительное число нулевых элементов), поскольку каждый луч не пересекает, как правило, лишь небольшую часть ячеек в пределах исследуемой области.

Чтобы сформировать матрицу  $A$ , нужно знать, как идет луч от источника к приемнику. Траектория луча будет зависеть от поля скоростей, т. е. оказывается, что для решения задачи нужно заранее получить ответ! На практике можно применить способ, описанный в разд. 5.5. Лучи трассируются в соответствии с начальной (пробной) моделью, что по-

зволяет сформировать матрицу  $A$ . Уравнение  $y = Ax$  решается методом обобщенного обращения, МНК с регуляризацией или линейного программирования. Приращения скорости, т. е. элементы вектора  $x$ , делаются небольшими, что достигается выбором подходящего значения параметра регуляризации. Возникающие при этом отклонения лучевых траекторий также предполагаются небольшими и поэтому не учитываются. Для модифицированной скоростной модели снова рассчитывается ход лучей и формируется новая матрица  $A$ . Процедура повторяется до тех пор, пока мера различия между наблюденными и рассчитанными временами пробега не станет меньше некоторой заданной величины.

Для успешного решения обратной задачи томографии исследуемая область должна пересекаться лучами в возможно более широком диапазоне углов. В большинстве геофизических приложений расположение источников и приемников строго ограничено, что неизбежно приводит к нарушению четкости и однозначности получаемого изображения. В примере на рис. 5.13 иллюстрируется в общем экстремальная ситуация. Исследуемая область описывается простой скоростной моделью, показанной на рис. 5.13, а. 10 источников и 14 приемников дают в совокупности 140 пересекающих область лучей. Область разбита на ячейки (8 в ширину и 12 в длину). Таким образом, матрица  $A$  имеет порядок  $140 \times 96$ . При сингулярном разложении матрицы  $A$  из 96 сингулярных чисел только 70 оказались ненулевыми (или значимыми). Это неудивительно, поскольку некоторые ячейки в правом нижнем углу области вообще не пересекались лучами. Обращение с 70 степенями свободы (в обозначениях разд. 5.6  $p = 70$ ) приводит к изображению, показанному на рис. 5.13, б. Результат обращения с использованием времен пробега только от одного источника пред-

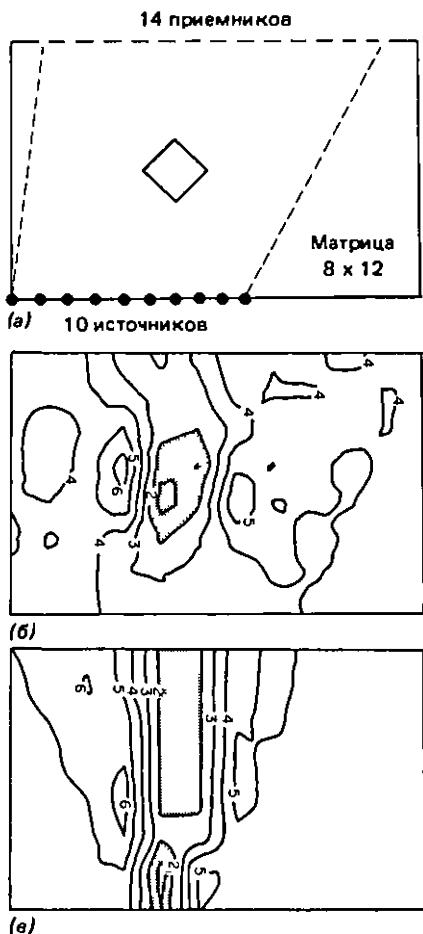


Рис. 5.13. Пример томограммы поля скоростей, рассчитанной с помощью метода обобщенного матричного обращения. (а) Модель однородного поля скоростей с квадратной высокоскоростной аномалией в центре. Пепад скоростей составляет 10%. Область разбита на 96 блоков (ячеек). (б) Результат обращения. (в) Результат обращения при использовании только 14 лучей от одного источника. Обратите внимание на неизбежную потерю разрешенности в направлении от источника к приемнику.

ставлен на рис. 5.13, в. При получении этого изображения применялся МНК с регуляризацией. Матрица А первоначальной размерности  $14 \times 96$  была дополнена до порядка  $110 \times 96$  уравнениями-ограничениями вида  $\varepsilon_{\chi_i} = 0$  (см. разд. 5.8). Размазывание изображения в направлении хода лучей – неизбежное следствие очень бедного покрытия исследуемой области лучевыми траекториями.

Главный недостаток метода матричного обращения в применении к томографии состоит в очень больших вычислительных затратах. Количество операций, требуемое для обращения матрицы, имеет порядок  $n^3$ , где  $n$  – число ячеек в исследуемой

области. Таким образом, при размерах области  $10 \times 10$  ячеек потребуется  $10^6$ , а при размерах  $100 \times 100 - 10^{12}$  операций. Если длительность одной операции составляет 1 мкс, в последнем случае нужно будет затратить на обращение матрицы 277 ч машинного времени. Обработка области  $200 \times 200$  ячеек потребует уже двух лет! Заметим, что размеры  $100 \times 100$  вполне реальны во многих приложениях. Отсюда ясно, насколько важно располагать более быстрыми вычислительными процедурами. Следующие два метода, которые мы рассмотрим, обеспечивают высокую скорость расчета, но взамен ограничивают диапазон возможных систем наблюдений и допустимых лучевых траекторий.

### 5.12.2. Методы преобразования Фурье

Методы преобразования Фурье основаны на теореме о сечении спектра, которая утверждает, что одномерное преобразование Фурье проекции на направление  $\theta$  некоторой функции двух переменных совпадает с сечением двумерного преобразования Фурье этой функции направленной под тем же углом плоскостью [61].

Рассмотрим рис. 5.14. На рис. 5.14, а показано поле скоростей, соответствующее однородной среде

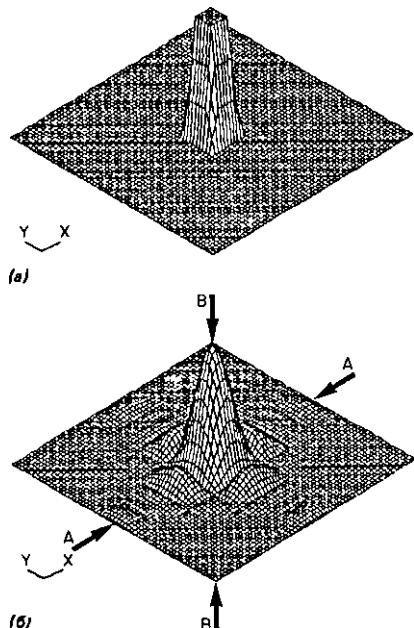


Рис. 5.14. Графическая иллюстрация теоремы о сечении спектра (подробности см. в тексте). (а) Поле скоростей; (б) его двумерное преобразование Фурье. Сечения (б) вертикальными плоскостями (например, проходящими через прямые  $A - A$  или  $B - B$ ) совпадают с преобразованиями Фурье от проекций (а) по тем же направлениям.

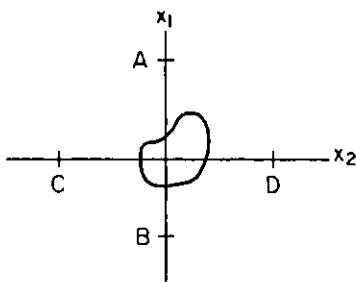


Рис. 5.15.

с включенной в нее высокоскоростной областью квадратной формы (границы области на рисунке несколько стяжены, что было сделано из чисто вычислительных соображений и не должно уводить читателя от основной линии рассуждений). Проекция данного поля скоростей — это времена пробега вдоль параллельных лучей, пересекающих поле под одним и тем же углом. Когда лучи параллельны осям  $x$  или  $y$ , аномалия времен пробега имеет прямоугольную форму. Если же лучи пойдут под углом  $45^\circ$  к осям  $x$  или  $y$ , форма аномалии будет треугольной. На рис. 5.14, б показано двумерное преобразование Фурье рассматриваемого поля. Согласно теореме о сечении спектра, вертикальная плоскость, проходящая через изображенную на рис. 5.14, б поверхность, даст в сечении одномерное преобразование Фурье проекции представлена на рис. 5.14, а поля на то же направление. Заметим, что сечения вертикальными плоскостями, проходящими на рис. 5.14, б вдоль прямых  $A$  и  $B$ , представляют собой преобразования Фурье соответственно прямоугольника и треугольника.

Предположим, что параллельные прямолинейные лучи пересекают интересующую нас область по направлению  $x_1$  (рис. 5.15). Проекция на это направление будет равна

$$P_{x_1}(k_2) = \int_A^B f(x_1, x_2) dx_1, \quad (5.12.3)$$

где функция  $f$  в зависимости от конкретного приложения описывает времена пробега или амплитуды, а  $f(x_1, x_2)$  — искомая характеристика среды. Запишем преобразование Фурье от  $P_{x_1}(x_2)$ :

$$P_{x_1}(k_2) = \int_C^D P_{x_1}(x_2) \exp(-ik_2 x_2) dx_2 \quad (5.12.4)$$

и двумерное преобразование Фурье от  $f(x_1, x_2)$ :

$$F(k_1, k_2) = \int_C^D \int_A^B f(x_1, x_2) \exp[-i(k_1 x_1 + k_2 x_2)] dx_1 dx_2. \quad (5.12.5)$$

Подставляя (5.12.3) в (5.12.4) и сравнивая результат с (5.12.5), получим

$$P_{x_1}(k_2) = F(k_1, k_2)|_{k_1}. \quad (5.12.6)$$

Приведенное доказательство можно обобщить на случай произвольного угла  $\theta$  (рис. 5.16) [61].

В принципе на основании рассмотренной теоремы можно создать очень быстрый метод обращения. Вначале вычисляются преобразования Фурье всех проекций на различные направления и по ним строится двумерный спектр типа изображенного на рис. 5.14, б. Затем с помощью обратного двумерного преобразования Фурье находится исходное поле скоростей. Заметим, однако, что на этапе интерполяции двумерного спектра при переходе от полярных к декартовым координатам (что необходимо для выполнения обратного преобразования Фурье) могут возникнуть сложности. Дело в том, что количество отсчетов данных на единицу площади с удалением от начала координат уменьшается. Вследствие этого ошибка интерполяции при больших значениях волновых чисел неизбежно растет и окончательное изображение может в результате получиться сильно искаженным. Кроме того, интерполяция требует больших вычислительных затрат. По этим причинам более эффективным оказывается эквивалентный сверточный подход.

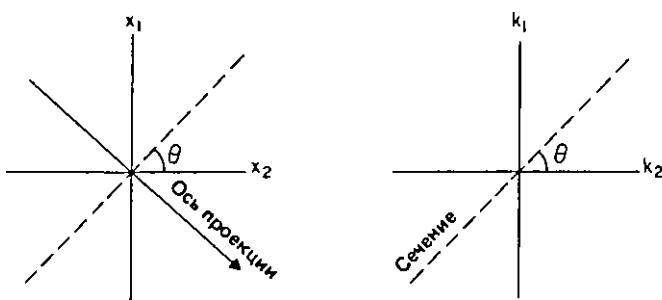


Рис. 5.16.

### 5.12.3. Сверточные методы, или восстановление по отфильтрованным проекциям

В геофизике этот метод чаще всего применяется не для построения изображений, а при направленном суммировании, или  $t\text{-}p$ -преобразовании, сейсмических данных [73].

На рис. 5.17 иллюстрируется способ направленного суммирования. Сумма амплитуд отсчетов, взятых с сейсмограммы ОСТ в координатах  $(x, t)$  вдоль линии суммирования, заданной наклоном  $p$  и временем на нулевом удалении  $t$ , определяет значение поля в точке  $t\text{-}p$ -плоскости.

Применим теперь то же преобразование для случая, когда  $t$  представляет собой вторую пространственную, а именно глубинную, координату. Пусть источники расположены на различных глубинах  $t$  в скважине, проходящей через точку  $x = 0$ , а возбужденные этими источниками колебания регистрируются приемниками в вертикальной скважине при  $x = x_{\max}$ . Если поле в координатах  $(x, t)$  определяет значения «мнедленности» (1/скорость) сейсмических волн в области между двумя скважинами, результат

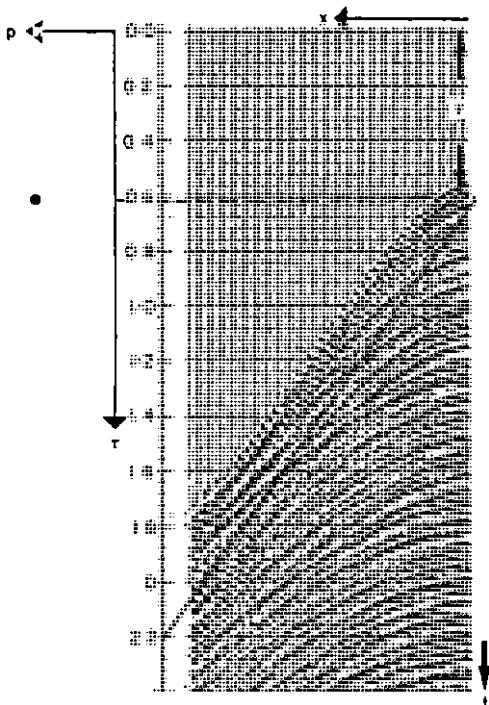


Рис. 5.17. Томографическое обращение сверточным методом (восстановление по отфильтрованным проекциям) совпадает с обратным  $t\text{-}p$ -преобразованием. На рисунке показано, что направленное суммирование по сейсмограмме ОСТ дает точку на плоскости  $(t, p)$ .

направленного суммирования с параметрами  $(t, p)$  даст время пробега вдоль луча, идущего из точки  $(t, x = 0)$  в точку  $(px_{\max} + t, x_{\max})$ . Отображение поля в координатах  $(x, t)$  на плоскость  $(t, p)$  называется *преобразованием Радона*. Вернемся временно к случаю данных ОСТ, где координата  $t$  представляет собой время, и посмотрим, как строится обратное преобразование.

Итак, пусть  $u(x, t)$  – амплитуда сейсмических колебаний на удалении от источника  $x$  и времени регистрации  $t$ . Занимем выражение для преобразования Фурье по пространственной координате:

$$u(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} \hat{u}(k) e^{ikx} dk. \quad (5.12.7)$$

Поскольку  $p = t/x = 1/v$ , положим  $k = |\omega|p$ . Тогда  $dk = |\omega|dp$  и выражение (5.12.7) принимает вид

$$u(x) = \frac{|\omega|}{2\pi} \int_{p_{\min}}^{p_{\max}} \hat{u}(p) e^{i\omega px} dp. \quad (5.12.8)$$

Для двумерного преобразования Фурье получим

$$u(x, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \int_{p_{\min}}^{p_{\max}} \hat{u}(\omega, p) |\omega| \times \\ \times \exp[-i\omega(t - px)] dp d\omega = \quad (5.12.9)$$

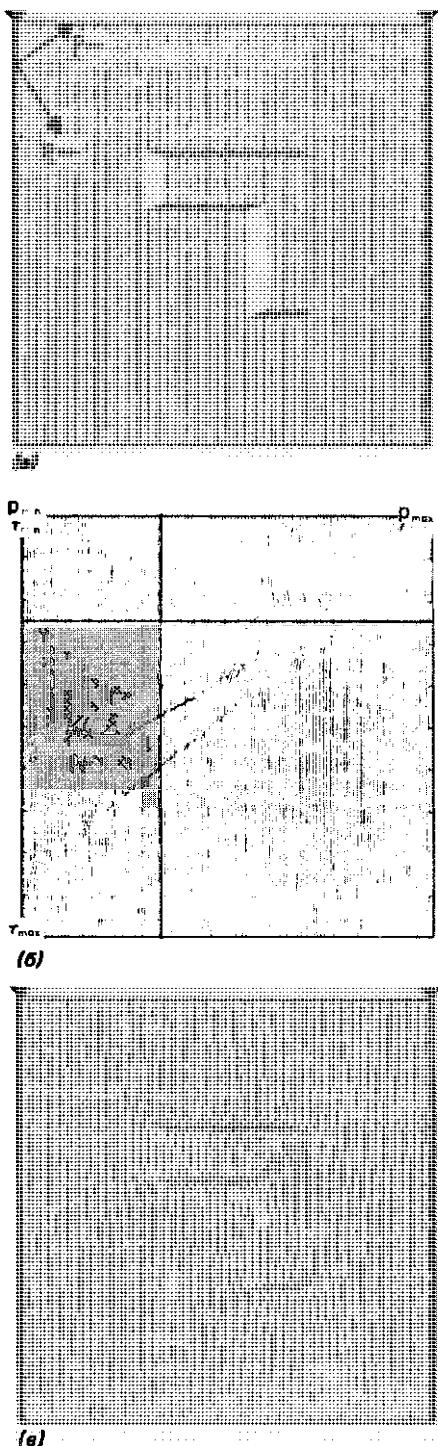
$$= \frac{1}{2\pi} \int_{p_{\min}}^{p_{\max}} \hat{u}(t - px, p) * (\mathcal{F}^{-1}|\omega|) dp, \quad (5.12.10)$$

где  $\mathcal{F}^{-1}$  – обозначение обратного одномерного преобразования Фурье и  $\hat{u}(t - px, p)$  – преобразование Радона от  $u(x, t)$ . Интеграл

$$\int_{p_{\min}}^{p_{\max}} \hat{u}(t - px, p) dp$$

соответствует суммированию значений поля в координатах  $(t, p)$  вдоль прямой с угловым коэффициентом  $dt/dp = -x$ , пересекающей ось  $t$  в точке  $t = t$ . Таким образом, обратное преобразование от координат  $(t, p)$  к  $(t, x)$  очень похоже на прямое. Единственное отличие состоит в том, что в обратном преобразовании перед суммированием выполняется свертка по координате  $t$  с фильтром, имеющим частотную характеристику  $|\omega|$  (отсюда происхождение термина «восстановление по отфильтрованным проекциям»). Более подробно это вопрос рассматривается в работах [73, 77].

На рис. 5.18 представлен модельный пример, на котором иллюстрируется процедура обращения. На левой границе изображенной на рис. 5.18, *a* области находится скважина с источниками, а на правой – вторая вертикальная скважина с приемниками. Стрелками показаны максимальный и минимальный наклоны, под которыми лучи пересекают межскважинную область. На рис. 5.18, *b* представлен



результат преобразования Радона ( $t$ - $p$ -преобразования) поля с рис. 5.18, а, а на рис. 5.18, в—результат обратного преобразования, полученный в соответствии с (5.12.10). Как и можно было ожидать, вертикальные границы L-образной аномалии оказываются нечеткими, поскольку в наборе пересекающих область лучей отсутствуют вертикальные и даже близкие к вертикальным. В случае неполного набора углов лучей изображение размазывается в направлении, по которому плотность лучей максимальна.

Связь между методами преобразования Фурье и сверточными методами, которые описывались в последних двух разделах, иллюстрируется схемой на рис. 5.19. Переход от плоскости изображения к пространству проекций осуществляется с помощью преобразования Радона. В случае направленного суммирования плоскость изображения—это сейсмограмма ОСТ, а пространство проекций— $t$ - $p$ -преобразование, или суммограмма. В терминах томографии плоскость изображения—это искомое поле скоростей или коэффициентов поглощения, а пространство проекций—наблюденные значения времен пробега или амплитуд, полученные в ограниченном диапазоне направлений лучей.

Спектральная область определяется просто как двумерное преобразование Фурье плоскости изображения, тогда как пространство проекций связано со спектральной областью посредством набора одномерных фурье-преобразований. Наконец, непосредственный переход от пространства проекций к плоскости изображения реализуется путем обратного преобразования Радона, т. е. восстановления по отфильтрованным проекциям.

#### 5.12.4. Алгебраические процедуры восстановления (АПВ)

В ходе предыдущего обсуждения мы выяснили, что достоинства матричного обращения сводятся к отсутствию ограничений на геометрию расстановки источников и приемников и на форму лучевых траекторий. Недостатком метода является его высокая (иногда неприемлемо высокая) времязатратность. Методы преобразования Фурье и восстановления по

Рис. 5.18. (а) Модель с L-образной скоростной аномалией между двумя вертикальными скважинами. Максимальный и минимальный углы выхода лучей от левой скважины соответствуют значениям  $p_{\text{min}}$  и  $p_{\text{max}}$ . (б)  $t$ - $p$ -преобразование (а). (в) Обратное  $t$ - $p$ -преобразование (б). Обратите внимание на размазанность вертикальных границ L-образной аномалии, обусловленное неполным покрытием области лучами (лучи проходят только между левой и правой вертикальными границами области).

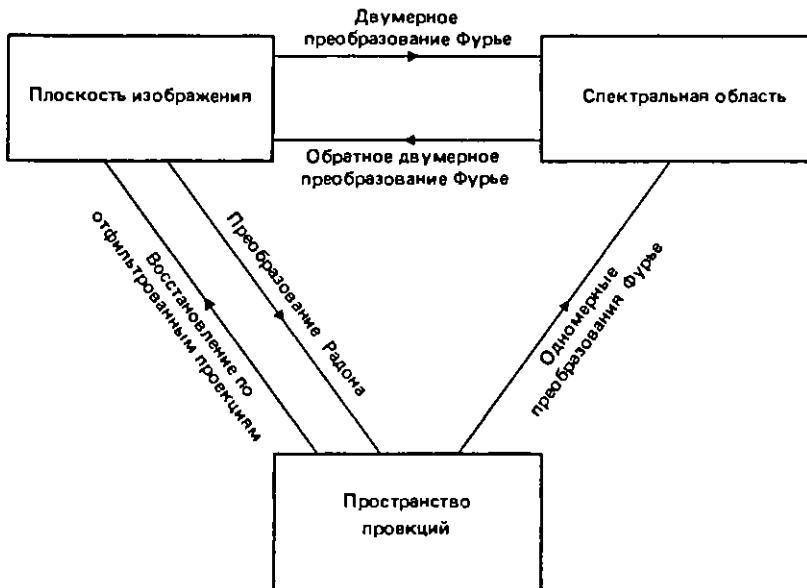


Рис. 5.19. Связи между плоскостью изображения, пространством проекций и двумерной частотной (спектральной) областью.

отфильтрованным проекциям быстрые, но они не обладают желаемой гибкостью в отношении геометрии наблюдений и допустимой формы лучевых траекторий. Алгебраическим процедурам восстановления в определенной степени свойственны сильные стороны обеих групп методов.

АПВ имеют дело с таким же матричным уравнением, как и то, которое рассматривалось в разд. 5.12.1. Единственное отличие состоит в том, что решение уравнения ищется методом итераций. Итак, вначале по имеющимся  $m$  отсчетам данных, составляющим вектор  $y$ , строится система уравнений

$$y = Ax,$$

где  $A$  – матрица  $m \times n^2$ , сформированная для области размерами  $n \times n$  ячеек.

Затем на каждой  $q$ -й итерации и для каждого  $i$ -го луча определяется расчетное время пробега (или амплитуда)  $y$  и новое значение  $x$ :

$$y_j^q = \sum_j A_{ij} x_j^q, \quad x_j^{q+1} = x_j^q + A_{ij} \frac{y_j^q - y_i^q}{\sum_j A_{ij}^2}. \quad (5.12.11)$$

Иначе говоря, в пределах области, изображение которой требуется построить, рассчитывается ход лучей и определяются времена (или амплитуды). Невязки между наблюдаемыми и расчетными значениями времен (амплитуд) перераспределяются вдоль каждой лучевой траектории, и по формуле (5.12.11) находится новое значение  $x$ . С учетом

найденного модифицированного варианта поля скоростей ход лучей пересчитывается и процедура повторяется. Заметим, что, если ячейку с номером  $j$  не пересекает ни один луч, значение  $x_j$  в ходе итераций не меняется.

В литературе описано большое число модификаций изложенного алгоритма (см., например, [17, 23, 35, 59, 77]). Алгоритм, использованный в следующем примере, описан в работе [60].

На рис. 5.20 представлены результаты простого модельного томографического эксперимента. Моделируется ситуация, которая возникает при использовании межскважинного просвечивания для построения изображений локальных структур. В нашем примере в качестве такой структуры выступает осложненный разрывом пласт, отличающийся по скорости от вмещающей однородной среды на 10%.

Хотя лучевые траектории для такой модели заметно отличаются от прямолинейных, в процедуре обращения это не учитывалось. Предположение о прямолинейности всех лучей позволяет существенно сократить вычислительные затраты по сравнению с обращением для общего случая. При этом, как можно заметить, результат оказывается вполне приемлемым. Очевидно, что при большом контрасте скоростей приближение прямолинейными лучевыми траекториями будет уже неудовлетворительным. Считается, что на практике такой аппроксимацией можно успешно пользоваться при перепадах скоростей вплоть до 15%.

До сих пор молчаливо предполагалось, что распространение волн адекватно описывается на языке геометрической сейсмики. Если длина сейсмической волны имеет тот же порядок, что и размеры кар-

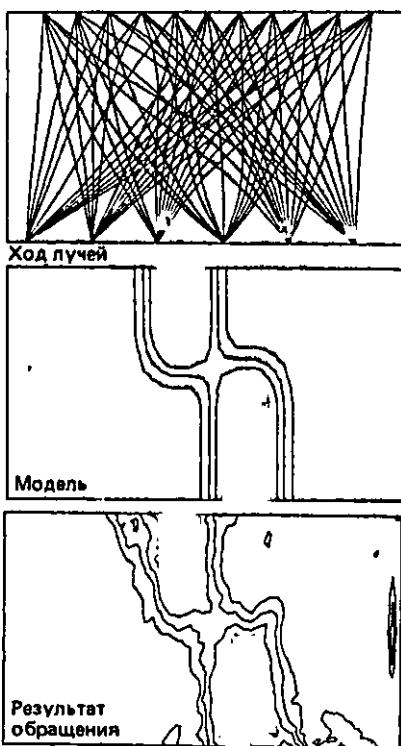


Рис. 5.20. Модельный пример обращения с использованием АПВ. Показаны лучевые траектории, скоростная модель, включающая 10%-ную аномалию скорости, и результат томографического обращения. Обращение выполнялось в предположении прямолинейности лучевых траекторий.

тируемых структур, это предположение будет уже весьма сомнительным. В таких случаях необходима процедура, в которой учитываются эффекты дифракции и, кроме того, не только данные о времени пробега или амплитуде первой фазы, но и по возможности вся информация о форме приходящей волны. Эти вопросы относятся к очень активно развивающейся сейчас области исследований. Здесь мы лишь кратко перечислим некоторые недавно полученные результаты.

В предположении о слабом рассеянии сейсмических волн на подлежащих картированию неоднородностях можно показать, что приближенное решение скалярного волнового уравнения приводит к модификации описанной в разд. 5.12.2 теоремы о сечении двумерного спектра. Теорема о сечении спектра проходящей волны утверждает, что преобразование Фурье поля проходящих волн, порожденного первичной падающей на объект волной и измеренного вдоль перпендикулярной к направлению распространения волны прямой, дает значения двумерного спектра объекта вдоль дуги окружности

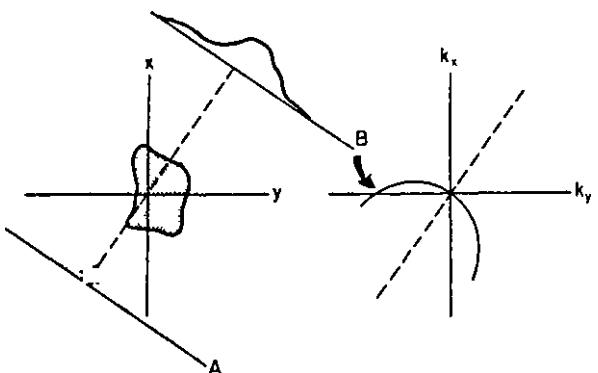


Рис. 5.21. Графическая иллюстрация теоремы о сечении спектра проходящей волны. Преобразование Фурье поля проходящих волн  $B$ , порожденного падающей плоской волной  $A$ , дает значения двумерного преобразования Фурье поля скоростей вдоль показанной на рисунке дуги окружности.

(рис. 5.21). Радиус  $k_0$  этой окружности равен  $2\pi/\lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны во вмещающей среде. Таким образом, двумерное преобразование Фурье исследуемой области строится на сетке дуг окружностей, а не на сетке полярных координат, как в случае теоремы о сечении спектра.

При практическом использовании метода возникают те же трудности с интерполяцией, которые описывались в разд. 5.12.2. Для преодоления их разработан теоретико-волновой подход, эквивалентный способу, рассмотренному в разд. 5.12.3. Это так называемый *метод обращенного продолжения поля с фильтрацией*. Подробнее о таких методах можно узнать из работ [16, 70]. Кроме того, стоит познакомиться также с монографиями [15, 34].

### 5.13. Приложение: сингулярное разложение матрицы $A$

Если  $A$  – матрица размерности  $n \times m$ , то, следуя [49], можно сформировать симметричную матрицу

$$S = \begin{bmatrix} 0 & A \\ A^T & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} n \\ m \end{matrix}. \quad (5.13.1)$$

Собственные значения  $\lambda_i$  и собственные векторы матрицы  $S$  удовлетворяют уравнению

$$\begin{bmatrix} 0 & A \\ A^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} = \lambda_i \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}. \quad (5.13.2)$$

Собственные векторы разделены на подмножества  $\{u_i\}$  и  $\{v_i\}$ , которые связаны соответственно со столбцами и строками матрицы  $A$ , т. е.

$$Av_i = \lambda_i u_i, \quad (5.13.3)$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{u}_i = \lambda_i \mathbf{v}_i. \quad (5.13.4)$$

Подставив (5.13.4) в (5.13.3) и наоборот, получим соотношения

$$\mathbf{A} \mathbf{A}^T \mathbf{u}_i = \lambda_i^2 \mathbf{u}_i, \quad (5.13.5)$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{v}_i = \lambda_i^2 \mathbf{v}_i. \quad (5.13.6)$$

Поскольку матрицы  $\mathbf{A} \mathbf{A}^T$  и  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  обе эрмитовы, собственные векторы  $\mathbf{u}_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) и  $\mathbf{v}_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) ортогональны, а собственные значения действительны.

Обозначим  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{V}$  матрицы, столбцы которых – это нормированные собственные векторы  $\mathbf{u}_i$  и  $\mathbf{v}_i$  соответственно. Пусть, кроме того,  $\Lambda$  – диагональная матрица с элементами  $\lambda_i$  на главной диагонали. Тогда (5.13.3) можно представить в виде

$$\mathbf{AV} = \mathbf{UA}. \quad (5.13.7)$$

Однако матрицы  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{U}$  имеют размерности соответственно  $n \times m$ ,  $m \times m$  и  $n \times n$ , а из (5.13.2) следует, что  $\Lambda$  – это матрица  $(n+m) \times (n+m)$ . Поскольку равенство (5.13.7) должно быть сбалансировано (т. е. в левой и правой частях должно быть одно и то же число строк и столбцов), некоторые из  $(n+m)$  собственных значений обязательно равны нулю. При  $n > m$  должно быть не более  $m$  ненулевых собственных значений. Имеем

$$\begin{matrix} m \\ n \end{matrix} \boxed{\mathbf{A}} \quad \begin{matrix} m \\ n \end{matrix} \boxed{\mathbf{V}} = \begin{matrix} n \\ n \end{matrix} \boxed{\mathbf{U}} \quad \begin{matrix} m \\ n \end{matrix} \boxed{\begin{matrix} \lambda_i & \\ & 0 \end{matrix}} =$$

$$= \begin{matrix} m \\ n \end{matrix} \boxed{\mathbf{U}} \quad \begin{matrix} m \\ m \end{matrix} \boxed{\Lambda} \quad (5.13.8)$$

Умножив обе части (5.13.8) справа на  $\mathbf{V}^T$ , получим

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \Lambda \mathbf{V}^T. \quad (5.13.9)$$

Выражение (5.13.9) называется *сингулярным разложением* матрицы  $\mathbf{A}$ . Если  $m > n$ , то, как следует из (5.13.4), количество ненулевых собственных значений не может превышать  $n$ . При любых соотношениях между  $m$  и  $n$  вполне возможна ситуация, когда ненулевых собственных значений будет меньше, чем  $\min(n, m)$ . Последствия такой ситуации рассматриваются в разд. 5.6.

# Упражнения

## Глава 2

### Преобразование Фурье

1. Используя определение (2.2.6), найдите преобразование Фурье  $X(k)$  функции

$$x(t) = \begin{cases} A, & 0 < t < 2a, \\ 0, & t \leq 0, t \geq 2a. \end{cases}$$

Пусть  $X(k)$  принимает комплексные значения:

$$X(k) = |X(k)| e^{j\varphi(k)},$$

где  $|X(k)|$ —амплитудный и  $\varphi(k)$ —фазовый спектры.

Получите выражения для амплитудного и фазового спектров функции  $x(t)$ . Как будут выглядеть амплитудные и фазовые спектры функций:

$$a) \quad x(t) = \begin{cases} A, & -a < t < a, \\ 0, & t \leq -a, t \geq a. \end{cases}$$

$$b) \quad x(t) = \begin{cases} A, & a < t < 3a, \\ 0, & t \leq a, t \geq 3a. \end{cases}$$

Обратите внимание, что амплитудный спектр при смещении начала отсчета времени не меняется. Как влияет временной сдвиг на фазовый спектр?

2. Пусть  $x(t)$ —действительная функция и  $X(k)$ —ее преобразование Фурье. Покажите, что

$$X(-k) = X^*(k),$$

где  $*$ —знак комплексного сопряжения. Этот результат используется при выводе формулы для преобразования Фурье взаимной корреляции двух функций (см. ниже).

3. Покажите, что если  $x(t)$ —действительная функция, то  $|X(k)|$ —четная, а  $\varphi(k)$ —нечетная функция  $k$ .

4. Пусть суперпозиция сигнала и его отражения описывается выражением

$$S(t) = f(t) - af(t - \tau).$$

Покажите, что амплитудный спектр  $S(t)$  равен амплитудному спектру  $f(t)$ , умноженному на  $|H(k)|$ , где

$$|H(k)| = [(1 - a \cos kt)^2 + (a \sin kt)^2]^{1/2}.$$

5. Найдите первую ненулевую частоту, на которой спектр волны со спутником равен нулю. Источник возбуждается в воде на глубине 7,5 м. Скорость звука в воде 1500 м/с.

### Свертка

6. Следуя разд. 2.4.2, докажите теорему о свертке в обращенной форме, т. е. что свертка в частотной области эквивалентна перемножению соответствующих временных функций.

7. Значения отсчетов дискретизированного импульса  $w$  равны  $(2, 1, 0)$ , а последовательность  $e$  значений акустической жесткости в среде есть  $(1, -1/2, 0, 0, 1, 0, 0, -1, 0)$ . Вычислите  $g = w * e$ , т. е. свертку последовательностей  $w$  и  $e$ .

8. Требуется вычислить свертку двух цифровых сигналов длиной соответственно 80 и 200 отсчетов с использованием алгоритма расчета в частотной области. Учитывая, что на вход алгоритма требуется подавать последовательности длиной, равной целой степени двойки, определите, сколько нулей нужно добавить к сигналам, чтобы в результате не возникло искажений, обусловленных цикличностью.

9. Если сигнал  $f_{вх}(t)$  подать на вход согласованного фильтра  $m(t)$ , сигнал  $f_{вых}(t)$  на выходе фильтра будет иметь нулевой фазовый спектр и амплитудный спектр  $|F_{вых}(\omega)| = |F_{вх}(\omega)|^2$ . Напомним, что

$$f_{вых}(t) = f_{вх}(t) * m(t).$$

Пусть  $(a + ib)$ —частотная компонента  $F_{вх}(\omega)$ , а  $(x + iy)$ —частотная компонента фильтра  $M(\omega)$ . Выразите  $x$  и  $y$  через  $a$  и  $b$ .

Вам надо доказать, что  $M(\omega) = F_{вх}^*(\omega)$ , где  $*$ —символ комплексного сопряжения. Тогда

$$F_{вых}(\omega) = F_{вх}(\omega) F_{вх}^*(\omega) = |F_{вх}(\omega)|^2$$

и

$$\Phi(\omega) = 0.$$

### Фильтрация

10. Обратите внимание, что на рис. 2.15  $q$ —это значение индекса, а не частоты. Какому значению частоты в герцах соответствует индекс  $q = 27$  в дискретном преобразовании Фурье временной последовательности длиной 64 отсчета при шаге дискретизации 2 мс?

11. Склон амплитудно-частотной характеристики фильтра, имеющий постоянную крутизну в единицах дБ/октава на графике с логарифмическими масштабами по обеим осям (по основанию 2 для абсциссы и 10 для ординаты), будет линейным. Пусть уравнение склона в логарифмических координатах  $(f', g')$  имеет вид

$$g' = af' + \beta; \quad a = \text{const}, \quad \beta = \text{const}.$$

Здесь  $f' = \log_2 f$  и  $g' = \log_{10} g$ , где  $g$ —амплитуда. Выведите уравнение склона частотной характеристики в линейной системе координат  $(f, g)$  (где склон, конечно, уже не будет линейным).

12. Фильтр нижних частот имеет крутизну частотной характеристики 72 дБ/октава и частоту среза

64 Гц. На какой частоте уровень амплитудного спектра фильтра будет на 36 дБ ниже уровня на частоте среза?

13. Каково значение (в дБ) амплитудного спектра фильтра из предыдущей задачи на частоте 90 Гц, если в полосе пропускания оно равно единице?

## Z-преобразование

14. Найдите минимально-фазовые аналоги сигналов

- а) (4, 8, 3);
- б) (0, 1, 2).

15. Найдите максимально-фазовый аналог сигнала (1, 0, 1/4). Используйте разложение на комплексные множители, учитывая, что  $|i| = 1$ .

16. Найдите бесконечный дискретный сигнал, обратный к диполю (1, 1/5). Проверьте, насколько точно обращается диполь, если взять только четыре первых отсчета бесконечного сигнала.

17. Рассчитайте бесконечный обратный фильтр на сигнал (0, 1, 1/5). Сравните результат с бесконечным сигналом, полученным в задаче 16. Почему фильтр получился непричинным?

## Авто- и взаимная корреляция

18. Пользуясь теорией, приведенной в разд. 2.7, определите автокорреляционную функцию последовательности

$$x_t = A \sin\left(\frac{2\pi t}{N} + \phi\right),$$

где  $\phi$  – фазовый сдвиг.

19. Учитывая связь между корреляцией и сверткой, получите выражение для преобразования Фурье взаимной корреляции двух функций (см. упражнение 2). Покажите также, что преобразование Фурье автокорреляции представляет собой действительную функцию частоты.

20. Найдите взаимную корреляцию функций

$$f_1(t) = A \sin(\omega_1 t + \phi_1)$$

и

$$f_2(t) = B \sin(\omega_2 t + \phi_2),$$

где  $\omega_1 \neq \omega_2$ . (Попробуйте, проводя рассуждения в частотной области, сразу дать ответ.)

21. Пусть

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= (3, 4, 2, -1, 1), \\ \mathbf{b} &= (1, 2, 1). \end{aligned}$$

Найдите значения взаимной корреляции между  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ , а также автокорреляций  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  для положительных и отрицательных задержек.

22. Докажите, что при широкополосном входном сигнале взаимная корреляция входа и выхода линейного фильтра приближенно равна импульсной

характеристике фильтра. Как изменится результат, если полоса частот входного сигнала ограничена?

## Винеровская фильтрация

23. Рассчитайте импульсную характеристику линейного фильтра  $\mathbf{h} = (h_1, h_2, h_3)$  для входного сигнала  $\mathbf{x} = (2, 1)$  и желаемого выхода  $\mathbf{s} = (0, 1, 2, 1)$ . Сформируйте матричное уравнение вида (2.8.9). Заметим, что  $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$  – это автокорреляционная матрица входа. Найдите  $\mathbf{H}$  путем обращения матрицы  $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ .

24. Вычислите свертку  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{h}$  из предыдущего упражнения и сравните результат с желаемым выходом (0, 1, 2, 1).

25. Используя описанный в разд. 2.8.3.3 метод, рассчитайте фильтр ошибки предсказания, подавляющий отражение-спутник в сигнале

$$\mathbf{s} = (2, 1, 0, 0, 0, 1, 1/2, 0).$$

Интервал прогноза – пять отсчетов. Вычислите свертку полученного фильтра с  $\mathbf{s}$ .

## Двумерное преобразование Фурье

26. Ось синфазности на временном разрезе имеет наклон 15,625 мс на трассу. На какой частоте наступает пространственное наложение?

27. Поверхностная волна с максимальной частотой 100 Гц имеет кажущуюся скорость 200 м/с. Какой требуется выбрать шаг сейсмоприемников, чтобы исключить наложение пространственных частот?

## Глава 3

### Геометрия наблюдений

1. Постройте диаграммы суммирования для следующих схем наблюдений (длина профиля 200 м):

а) 6 каналов, шаг приемных групп 25 м, шаг источников 25 м.

б) 6 каналов, шаг приемных групп 25 м, шаг источников 6,25 м.

Рассчитайте в каждом случае величину шага ОСТ и кратность перекрытий.

2. Постройте диаграммы суммирования с учетом накапливания соседних трасс каждой сейсмограммы ОПВ и накапливания трасс с одинаковыми удаленными, принадлежащими соседним сейсмограммам ОПВ, для следующих схем наблюдений:

а) 6 каналов, шаг приемных групп 25 м, шаг источников 12,5 м.

б) 6 каналов, шаг приемных групп 25 м, шаг источников 6,25 м.

Для каждого из четырех случаев рассчитайте шаг ОСТ и кратность перекрытий.

3. Как изменится кратность перекрытий, если в каждой сейсмограмме будет отсутствовать пятый канал при

- а) шаге источников 12,5 м;  
 б) шаге источников 25 м;  
 в) шаге источников 25 м и накапливании в процессе обработки соседних трасс.

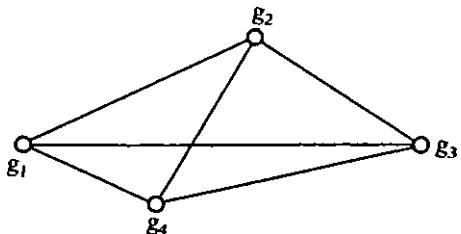
4. Иногда полезно бывает использовать диаграмму суммирования для поверхности наблюдений. Здесь помечаются не положения средних точек, а пункты приема. Постройте такую диаграмму для следующей системы наблюдений: 6 каналов, шаг приемных групп 25 м, шаг источников 12,5 м.

Отметьте на диаграмме сейсмограммы ОПВ, ОСТ и разрезы общих удалений.

## Глава 5

### Теория обратных задач

1. Для проведения гравиразведки требуется разместить четыре новые гравиметрические станции в подходящих, удаленных друг от друга точках исследуемой площади. Нужно определить значения ускорения свободного падения  $g$  в трех точках (2, 3, 4) при условии, что значение  $g_1$  известно.



Из-за дрейфа, погрешностей измерения и т. п. значения  $\Delta g_{ij} = g_i - g_j$  будут искажены ошибками, т. е.

$$\Delta g_{ij} = g_i - g_j + e_{ij},$$

где  $e_{ij}$  — ошибка измерения  $\Delta g_{ij}$ . Сформируйте матрицу  $A$  уравнения

$$y = Ax,$$

где  $y$  — вектор данных и  $x$  — вектор искомых значений  $g$ . Почему матрица  $A^T A$  должна быть невырожденной? Рассчитайте  $A^T A$  при условии, что значение  $g_1$  также неизвестно, и покажите, что  $\det(A^T A) = 0$ .

2. Выпишите выражение для  $i$ -й строки матрицы  $A'$  в уравнении (5.4.9) (разд. 5.4), если в уравнении (5.4.10)

$$K_i(z) = \begin{cases} C, & a \leq z \leq b; \\ 0, & 0 \leq z < a, \quad b < z \leq Z, \end{cases}$$

и  $p(z)$  выражается через первые  $n$  членов разложения в ряд Фурье по косинусам:

$$p(z) = \sum_{i=1}^n a_i \cos nz.$$

3. Найдите обобщенное решение следующей си-

стемы линейных уравнений:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_3 &= 1, \\ 2x_1 + 4x_3 &= 2, \\ x_2 &= 1. \end{aligned}$$

В матричных обозначениях  $y = Ax$ , где

$$y^T = (1, 2, 1), \quad x^T = (x_1, x_2, x_3),$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрицу  $A$  можно разложить на множители (см. разд. 5.13):

$$A = U \Lambda V^T.$$

Определите  $U$  и  $V$  из уравнений

$$\begin{aligned} AA^T u &= \lambda^2 u, \\ A^T Av &= \lambda^2 v. \end{aligned}$$

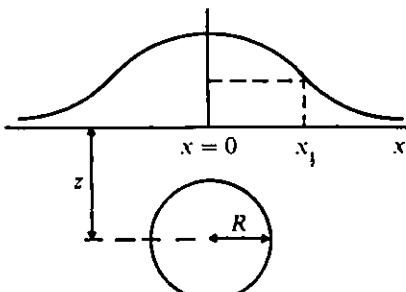
Не забудьте о нормировке собственных векторов.

Обобщенный обратный оператор  $H = V \Lambda^{-1} U^T$  рассчитывается после исключения нулевых собственных значений из  $\Lambda$  и соответствующих собственных векторов из  $U$  и  $V$ . В данном примере нуль равно одно собственное значение. Модифицируйте соответствующим образом  $\Lambda$ ,  $U$ ,  $V$  и определите  $H$ . Затем по формуле  $x = Hy$  найдите оценку  $x$ .

Рассчитайте матрицу разрешенности  $VV^T$ , где  $V$  — матрица размерностью  $3 \times 2$ , образованная нормированными собственными векторами, которые соответствуют двум ненулевым собственным значениям. Объясните полученный результат.

Аналогичный пример с полным разбором приводится в [2].

4. Рассмотрим пример использования метода обобщенного обращения при решении очень простой задачи расчета гравитационной аномалии от погребенного цилиндрического объекта. Гравитаци-



онная аномалия  $A$  определяется выражением

$$A = \frac{2\pi G R^2 \sigma z}{x^2 + z^2},$$

где  $\sigma$  — перепад плотности. Неединственность реше-

ния обусловлена тем, что выбор значений радиуса цилиндра  $R$  и перепада плотности  $\sigma$  при любой заданной величине гравитационной аномалии неоднозначен. При этом глубину  $z$  можно оценить по формуле половинной ширины  $z = x_{1/2}$  совершенно независимо от какой-либо информации о значениях  $R$  и  $\sigma$ . Имеем

$$A_{\max} = \frac{2\pi G R^2 \sigma}{z} (x=0), A_{1/2} = \frac{2\pi G R^2 \sigma z}{x_{1/2}^2 + z^2},$$

$$A_{\max} = 2A_{1/2}, \quad \frac{1}{z} = \frac{2z}{x_{1/2}^2 + z^2}, \quad z = x_{1/2}.$$

а) Линеаризуйте задачу в окрестности некоторой начальной модели ( $R_1, \sigma_1, z_1$ ). Получите выражения для столбцов матрицы, которая связывает возмущения в данных с изменениями параметров, т. е. определите

$$\frac{\partial A}{\partial R}, \quad \frac{\partial A}{\partial \sigma}, \quad \frac{\partial A}{\partial z}.$$

б) Убедитесь в том, что матрица вырождена (два столбца пропорциональны друг другу). Чему равен коэффициент пропорциональности?

в) Ниже приводится сингулярное разложение матрицы частных производных, полученной при линеаризации в окрестности начальной модели  $R_1 = 1$ ,  $\sigma = 1$ ,  $z = 10$  (в произвольных единицах). Обратите внимание, что наименьшее сингулярное число отличается от пуля только за счет ошибки округления. Если все собственные значения считать ненулевыми, матрица разрешенности будет единичной.

Какого результата можно ожидать от обращения с тремя степенями свободы?

Сформируйте матрицу разрешенности, исключив наименьшее собственное значение и соответствующий ему собственный вектор. Объясните полученный результат.

Исходная матрица

	1	2	3
1	0,1980	0,0990	-0,1860
2	0,1600	0,0800	-0,1200
3	0,1000	0,0500	-0,0450

	Сингулярные числа	Нормированные значения
1	3784,05772307	1,0000
2	365,38629980	$9,6559 \cdot 10^{-2}$
3	0,00000000	$3,7453 \cdot 10^{-13}$

Матрица  $U$  – ортонормированные собственные векторы

	1	2	3
1	-0,76	-0,52	0,39
2	-0,57	0,25	-0,78
3	-0,31	0,82	0,49

Матрица  $V$  – ортонормированные собственные векторы-столбцы

	1	2	3
1	-0,72	0,53	0,45
2	-0,36	0,26	-0,89
3	0,59	0,81	-0,00

5. Выведите уравнения (5.6.16) и (5.6.17) из разд. 5.6.

6. Решите систему уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

методом наименьших квадратов с регуляризацией, т. е. рассчитайте

$$[A^T A + e^2 I]^{-1} A^T \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

для произвольно малой постоянной  $e$  и отбросьте члены более высокого порядка, чем  $e^2$ .

7. Как требуется модифицировать уравнение (5.9.3) из разд. 5.9, если отражающая граница, порождающая восходящие волны, наклонена под углом  $10^\circ$ ?

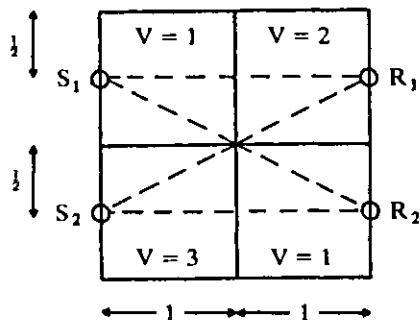
8. Пусть лучевые траектории между источниками  $S_1, S_2$  и приемниками  $R_1, R_2$  (см. рисунок) можно считать прямолинейными. Среда между линиями источников и приемников включает четыре области квадратной формы со скоростями 1, 2, 3 и 1.

а) Сформулируйте матричное уравнение

$$t = As,$$

где  $t$  – вектор времен пробега вдоль четырех лучей и  $s$  – значения «медленности» ( $1/V$ ) для четырех областей.

б) Используйте алгоритм, определяемый соотношением (5.12.11), и выполните одну-две итерации



алгебраической процедуры восстановления, взяв в качестве начальной модель однородной среды со скоростью  $V = 1$ .

# Литература

1. *Adby P. R. and Dempster M. A. H.* (1974). *Introduction to Optimisation Methods*. Chapman and Hall, London.
2. *Aki K. and Richards P. G.* (1980). *Quantitative Seismology, Theory and Methods*, Vols. I and II. W. H. Freeman, San Francisco. (Русский перевод: *Аки К., Ричардс П.* Количественная сейсмология. М.: Мир, 1983.)
3. *Balch A. H. and Lee M. W.* (1984). *Vertical Seismic Profiling*. IHRDC, Boston.
4. *Berkhout A. J.* (1980). Seismic migration: imaging of acoustic energy by wave field extrapolation. In: *Developments in Solid Earth Geophysics* 12. Elsevier, Amsterdam.
5. *Berkhout A. J.* (1984). Seismic resolution. In: *Handbook of Geophysical Exploration* 12. Geophysical Press, London/Amsterdam.
6. *Berkhout A. J.* (1984). Seismic migration. In: *Developments in Solid Earth Geophysics* 14B. Elsevier, Amsterdam.
7. *Bracewell R. N.* (1978). *The Fourier Transform and its Applications* (2nd edn.). McGraw-Hill, New York.
8. *Burg J. P.* (1967). Maximum Entropy Spectral Analysis. Paper presented at 37th SEG Meeting, Oklahoma.
9. *Capon J.* (1969). High-resolution frequency-wave-number spectrum analysis. *Proc. I.E.E.E.* 57, 1408–1418. (Русский перевод: *Кэпон Дж.* Пространственно-временной спектральный анализ с высоким разрешением. ТИИЭР, 1969, 57, № 8, с. 69–79.)
10. *Cassell B.* (1984). Vertical seismic profiles – an introduction. *First Break* 2, No. 11, 9–19.
11. *Chatfield C.* (1975). *The Analysis of Time Series: Theory and Practice*. Chapman and Hall, London.
12. *Claerbout J. F.* (1976). *Fundamentals of Geophysical Data Processing*. McGraw-Hill, New York. (Русский перевод: *Клаэрбют Дж. Ф.* Теоретические основы обработки геофизической информации с приложением к разведке нефти. М.: Недра, 1981.)
13. *Claerbout J. F.* (1985). *Imaging the Earth's Interior*. Blackwell Scientific Publications, Oxford.
14. *Claerbout J. F. and Muir F.* (1973). Robust modelling with erratic data. *Geophysics* 38, 826–844.
15. *Deans S. R.* (1983). *The Radon Transform and Some of its Applications*. Wiley-Intersciences Publications, New York.
16. *Devaney A. J.* (1984). Geophysics diffraction tomography, *I.E.E.E. Trans. Geosci. Remote Sensing* GF-22, 3–13.
17. *Dines K. A. and Lyle P. J.* (1979). Computerised geophysical tomography. *Proc. I.E.E.E.* 67, 1065–1073. (Русский перевод: *Дайнс К., Лайл Р.* Машинальная томография в геофизике. ТИИЭР, 1979, 67, № 7, с. 103–112.)
18. *Evenden B. S., Stone D. R. and Anstey N. A.* (1971). *Seismic Prospecting Instruments*. Vol. I, *Gcoexploration Monographs*. Geopublication Associates Gebiüder Borntraeger.
19. *Fromm G. and Helbig K.* (1984). *Static Corrections, Continuing Education for Explorationists*, EAEG Series. International Science Services, Couwenhoven, The Netherlands.
20. *Gazdag J.* (1978). Wave equation migration with the phase shift method. *Geophysics* 43, 1342–1351.
21. *Gibson B. and Larner K.* (1984). Predictive deconvolution and the zero-phase source. *Geophysics* 49, 379–397.
22. *Gilbert F.* (1972). Inverse problems for the earth's normal modes. In: *The Nature of the Solid Earth*, ed. E. C. Robertson. McGraw-Hill, New York, 125–146.
23. *Gordon R.* (1974). A tutorial on PRT. *I.E.E.E. Trans. Nucl. Sci.* NS-21, 78–93.
24. *Grieg D. M.* (1980). *Optimisation*. Longman, London.
25. *Hatton L* (1980). Image-Rays and the Treatment of Inhomogeneity in Migration. Paper presented at 5th SE Asia Petroleum Society Meeting, 31 March.
26. *Hatton L* (1981). Aliasing and the Transient Signal. 43rd Meeting of the EAEG, Venice, Italy.
27. *Hatton L* (1983). Computer science for geophysicists I. *First Break* 1, No. 6, 18–24.
28. *Hatton L* (1983). Computer science for geophysicists II. *First Break* 1, No. 9, 18–22.
29. *Hatton L* (1983). Computer science for geophysicists III. *First Break* 1, No. 10, 13–19.
30. *Hatton L* (1983). Computer science for geophysicists IV. *First Break* 1, No. 11, 18–23.
31. *Hatton D.* (1984). Computer science for geophysicists V. *First Break* 2, No. 1, 9–15.
32. *Hatton L* (1984). Computer science for geophysicists VI. *First Break* 2, No. 9, 9–17.
33. *Hatton L, Larner K. L and Gibson B. S.* (1981). Migration of seismic data from inhomogeneous media. *Geophysics* 46, 751–767.
34. *Herman G. T.* (1980). *Image Reconstruction from Projections. The Fundamentals of Computerised Tomography*. Academic Press, New York.
35. *Herman G. T., Lent A. and Rowlands S.* (1973). ART: mathematics and applications: a report on the mathematical foundations and on applicability to real data of the algebraic reconstruction techniques. *J. Theor. Biol.* 43, 1.
36. *Hogg R. V. and Craig A. T.* (1959). *Introduction to Mathematical Statistics*. Macmillan, New York.
37. *Hood P.* (1981). *Migration in Developments in Geophysical Exploration Methods* 2, ed. A.A. Fitch. Applied Science Publishers, London, 151–230.
38. *Hosken J. W. J.* (1981). Imaging the earth's subsurface with seismic reflections. In: *The Solution of the Inverse Problem in Geophysical Interpretations*, ed. R. Cassinis. Plenum Press, New York, 179–210.
39. *Hubral P.* (1977). Time migration – some ray theoretical aspects. *Geophysical Prospecting* 25, 738–745.
40. *Hubral P. and Krey T.* (1980). *Interval Velocities from Seismic Reflection Time Measurements*. SEG Publications, Tulsa, Oklahoma.
41. *Jackson D. D.* (1972). Interpretation of inaccurate, insufficient and inconsistent data. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 28, 97–109.
42. *Jackson M. C.* (1977). A classification of the snowiness of 100 winters – a tribute to the late L.C.W. Bonacina. *Weather* 32, 91–97.
43. *Johnson C. E.* (1972). *Regionalised Earth Models from Linear Programming Methods*. M.Sc. Thesis, Massachusetts Institute of Technology.
44. *Kanasewich E. R.* (1981). *Time Sequence Analysis in Geophysics* (3rd edn.). University of Alberta Press. (Русский перевод: *Канасевич Э. Р.* Анализ временных последовательностей в геофизике. М.: Недра, 1985.)
45. *Kendall M. G. and Stuart A.* (1966). *The Advanced Theory of Statistics* 3. Charles Griffin, London. (Русский перевод: *Кендалл М. Дж., Стюарт А.* Многомерный статистический анализ и временные ряды. М.: Наука, 1976.)
46. *Kjartansson E.* (1979). *Attenuation of Seismic Waves in Rocks and Applications in Energy Exploration*. Ph. D.

- Dissertation, Stanford University.
47. Kline M. (1972). Mathematical Thought from Ancient to Modern Times. Oxford University Press, Oxford.
  48. Lacoss R. T. (1971). Data adaptive spectral analysis methods. *Geophysics* 36, 661–675.
  49. Lanczos C. (1961). Linear Differential Operators. Van Nostrand, London.
  50. Larner K., Chambers R., Yang M., Lynn W. and Wai W. (1983). Coherent noise in marine seismic data. *Geophysics* 48, 854–886.
  51. Larner K., Gibson B. and Rothman D. (1980). Trace Interpolation and the Design of Seismic Surveys, Paper presented at 50th SEG Meeting, Houston, November.
  52. Larner K. and Hatton L. (1976). Wave Equation Migration: Two Approaches. Offshore Technology Conference OTC-2568, Houston.
  53. Larner K. L., Hatton L. and Gibson B. S. (1981). Depth migration of imaged time sections. *Geophysics* 46, 734.
  54. Lerwill W. E. (1981). The amplitude and phase response of a seismic vibrator. *Geophysical Prospecting* 29, 503–528.
  55. Lighthill M. J. (1962). Introduction to Fourier Analysis and Generalised Functions. Cambridge Univ. Press, Cambridge.
  56. Lines L. R. and Clyston R. W. (1977). A new approach to vidroseis deconvolution. *Geophysical Prospecting* 25, 417.
  57. Loewenthal D., Lu L., Robertson R. and Sherwood J. W. C. (1976). The wave equation applied to migration. *Geophysical Prospecting* 24, 380–399.
  58. Loveridge M. M., Parkes G. E., Hatton L. and Worthington M. H. (1984). Effects of marine source array directivity on seismic data and source signature deconvolution. *First Break* 2, No. 7, 11–23.
  59. Lytle R. J. and Dines K. A. (1980). Iterative ray-tracing between boreholes for underground image reconstruction. I. *E.E.E. Trans. Geosci. Remote Sensing GE-18*, 234–239.
  60. Mason I. M. (1981). Algebraic reconstruction of a two-dimensional velocity inhomogeneity in the High Hazles seam of Thoresby colliery. *Geophysics* 46, 298–308.
  61. Mersereau R. M. and Oppenheim A. V. (1974) Digital reconstruction of multi-dimensional signals from their projections. Proc. I.E.E.E. 62, 1319–1338. (Русский перевод: Мерсеро Р. М., Оппенхейм А. В. Цифровое восстановление многомерных сигналов по их проекциям. ТИИЭР, 1974, 62, № 10, с. 29–51.)
  62. Neidell N. S. and Taner M. T. (1971) Samblance and other coherency measures for multichannel data. *Geophysics* 36, 482–498.
  63. Newland D. E. (1975). An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis. Longman, London.
  64. Newman P. (1973). Diverence effects in a layered earth. *Geophysics* 38, 481–488.
  65. Newman P. (1975). Amplitude and Phase Properties of a Digital Migration Process. Paper presented at 37th Meeting of the EAEG, Bergen, Norway.
  66. Newman P. (1984). Seismic reponse to sea-floor diffractors. *First Break* 2, No. 2, 9–19.
  67. Noble B. and Daniel J. W. (1977). Applied Linear Algebra (2nd edn.). Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J.
  68. Oppenheim A. V. and Schafer R. W. (1975). Digital Signal Processing. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J. (Русский перевод: Оппенгейм А. В., Шафер Р. В. Цифровая обработка сигналов. М.: Связь, 1979.)
  69. Oristaglio M. (1978). Geophysical Investigations of Earth Structure within the Vicinity of Boreholes. D. Phil. Thesis, Oxford University.
  70. Pan S. X. and Kak A. C. (1983). A computational study of reconstruction algorithms for diffraction tomography: interpolation versus filtered back propagation. *I.E.E.E. Trans. Acoust., Speech Sig. Proc. ASSP-31*, 1262.
  71. Parkes G. E. and Hatton L. (1984). Toward a Systematic Understanding of the Effects of Velocity Model Errors on Depth and Time Migration of Seismic Data. Paper presented at 54th SEG Meeting, Atlanta, December.
  72. Parkes G. E., Ziolkowski A., Hatton L. and Haugland T. (1984). The signature of an airgun array: computation from near field measurements including interactions—practical considerations. *Geophysics* 48, 105–111.
  73. Robinson E. A. (1982). Spectral approach to geophysical inversion by Lorentz, Fourier, and Radon transforms. *Proc. I.E.E.E. 70*, 1039–1054. (Русский перевод: Робинсон Э. А. Спектральный подход к решению обратной задачи в геофизике на основе преобразований Лоренца, Фурье и Радона. ТИИЭР, 1982, 70, № 9, с. 153–171.)
  74. Robinson E. A. (1983). Migration of Geophysical Data. Reidel, Dordrecht.
  75. Robinson E. A. and Treitel S. (1980). Geophysical Signal Analysis. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J.
  76. Schultz P. S. and Sherwood J. W. C. (1980). Depth migration before stack. *Geophysics* 45, 376–393.
  77. Scudder H. J. (1978). Introduction to computer-aided tomography. *Proc. I.E.E.E. 66*, 628–637. (Русский перевод: Скаддер Г. Дж. Введение в машинную томографию. ТИИЭР, 1978, 66, № 6, с. 5–16.)
  78. Seaman B. and Horowitz L. (1983) Vertical seismic profiling: separation of upgoing and downgoing acoustic waves in a stratified medium. *Geophysics* 48, 555–568.
  79. Society of Exploration Geophysicists (1980). Digital Tape Standards. SEG Publications, Tulsa, Oklahoma.
  80. Stansby S. D. (1984). Seismic Attenuation and VSP Processing. D. Phil. Thesis, Oxford University.
  81. Stolt R. H. (1978). Migration by Fourier transform. *Geophysics* 43, 23–48.
  82. Taner M. T., Koehler F. and Sheriff R. E. (1979). Complex seismic trace analysis. *Geophysics* 44, 1041–1063.
  83. Ursin B. (1978). Attenuation of coherent noise in marine seismic exploration using very long arrays. *Geophysical Prospecting* 26, 722–747.
  84. Vajda S. (1970). The Theory of Games and Linear Programming. Monograph Science Paperback SP50. Methuen.
  85. Waters K. H. (1978). Reflection Seismology. Wiley-Interscience, New York. (Русский перевод: Уотерс К. Отражательная сейсмология. М.: Мир, 1981.)
  86. White J. E. (1983). Underground Sounds. Methods in Geochemistry and Geophysics 18. Elsevier, Amsterdam.
  87. Wiggins R. A., Larner K. L and Wisecup R. D. (1976). Residual statics analysis as a general linear inverse problems. *Geophysics* 41, 922–938.
  88. Worthington M. H., Cleary J. R. and Anderssen R. S. (1974). Upper and lower mantle shear velocity modelling by Monte Carlo inversion. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 36, 91.
  89. Ziolkowski A. (1984). The Delft airgun experiment. *First Break* 2, No. 6, 9–18.
  90. Ziolkowski A. (1984). Deconvolution. IHRDC, Boston.
  91. Ziolkowski A., Parkes G., Hatton L. and Haugland T. (1982). The signature of an airgun array: computation from near field measurements including interactions. *Geophysics* 47, 1413–1421.

# Предметный указатель

- Автокорреляции функция (ФАК) 37, 104, 140  
Автокорреляционная задержка минимальная и максимальная 104–106  
Автокорреляция 38–45  
и периодичность 38, 42  
и спектральный анализ 47  
при нулевой задержке 103  
шума 41  
Акустическая жесткость 26, 69  
Алгебраические процедуры восстановления (АПВ) 200–202  
Амплитуда 69, 73, 91  
Амплитуд выравнивание 73, 91, 129, 131, 132  
Амплитудные выбросы 111, 118  
Амплитудный спектр 23, 33, 93, 97  
в присутствии волны-спутника 26  
двумерный 53, 55  
фильтров 30, 31  
Амплитуд сохранение 133, 141  
Анализ скоростей (суммирования) 84–88, 122–124, 137, 153  
Аналитический сигнал 37  
Аннотация боковая 141, 145, 146  
Аннотирование и маркировка разреза 141–146  
АРУ см. Регулировка усиления автоматическая
- «Бабочка» вычислительная 24  
Байтовая организация 9  
Бартлетта окно 50, 51  
Белый шум 46, 98, 108, 189  
Блок данных 11, 62, 64
- Вертикальное сейсмическое профилирование 190  
Весовое суммирование см. Сумма взвешенная  
Взаимная корреляция 37, 40, 42, 43, 86  
Взаимной корреляции функция см. Взаимная корреляция  
Взвешивание данных 187  
Вибрационные помехи 70  
Визуализация (сейсмических разрезов) 109, 125–130, 137, 141  
Винера – Левинсона алгоритм 104, 131  
Винера – Хопфа дискретное уравнение 44, 187  
Внешние помехи 71  
Волновое уравнение
- дифференциальное 158  
и миграция 157  
решение в виде интеграла Кирхгофа 156, 159  
скалярное 157, 167  
Волны-спутники 25, 69, 70, 100, 189  
Воображаемые лучи 160, 162, 163, 166  
Восстановление по отфильтрованным проекциям см. Сверточные методы (томографии)  
Временная и частотная области 19, 48, 191  
–разрешенность 91  
Временное окно см. Окно временнос  
Временной ряд (дискретный) 17, 18, 20, 21  
Временные сдвиги и ДПФ 23  
Время вычислений 179  
–доступа 12  
–обращения к диску 13  
Выделение сигналов 91–130  
ВСП см. Вертикальное сейсмическое профилирование  
Высокочастотные компоненты 115
- Гауссовский шум 39, 41, 167–169  
Геологическая информация 88, 89  
Геометрическое расхождение 72, 159  
Геометрия наблюдений  
и статические поправки 152  
нерегулярная и расширенная 146–152  
регулярная 146, 151, 193  
Герглотца – Вихерта уравнение 174  
Гильберта преобразование 34  
Гильберт-преобразователь 37  
Гладкость 177  
Годографы волн 76–79  
Графопостроители 14  
автономные 126  
аналоговые 14, 15, 128  
векторные 14, 128  
лазерные 126  
растровые 14, 120  
цифровые 14, 15, 128  
электростатические 125  
Графы обработки морских сейсмических данных 130–146
- Деконволюция 36, 109  
детерминистическая 96–103  
импульсная 104  
на заданную форму импульса 100, 131  
переменная по времени 108, 156

- предсказывающая 45, 46, 104, 124, 131  
 статистическая 103–109  
 Деконволюция в нескольких окнах 108  
 – в одном временном окне 108, 136  
 – до суммирования (ДДС) 106, 139  
 – после суммирования (ДПС) 107, 139  
 Дельта-импульс 36, 89  
 Демультиплексация 61  
 Децибел 29  
 Диаграмма суммирования 67, 68  
 – для поверхности наблюдений 116  
 Дикса формула 83, 174  
 Диполь 33, 34, 36  
 Дискретизация и наложение зеркальных частот 22  
 Дисперсия 172  
 Дифрагированные волны 70, 137, 155, 156, 170  
 Дифракционное преобразование 156  
 Длина оператора фильтра 97  
 Длительность импульса эффективная 88  
 Добротность см. Поглощения параметр  
 ДПФ см. Фурье преобразование дискретное  
 Единичный импульс см. Дельта-импульс  
 Естественные координаты 161  
 Заголовок магнитной ленты 64  
 – сейсмограммы 62  
 Задержка 32, 38, 114  
 – минимальная 34  
 Задир головки 13  
 Затухание амплитуд 71, 132, 167  
 Затухания коррекция 73  
 «Звон» 97, 108  
 Избыточность данных 80  
 Имитация группирования 115, 131  
 Импульсная трасса 70, 91  
     кратных от дна 70  
 Интервал прогноза 46, 104  
 Интерполатор спектр 51, 52  
 Интерполяция 89  
     на основе БПФ 24  
     при выводе на графопостроитель 128  
 Интерференция импульсов 96  
 Источников типы 153  
 Итерационный метод 176, 179, 188, 194  
 Кинематические поправки 77, 89, 138  
     и растяжение сигнала 89, 90  
     и суммирование 108  
     формула 78, 83  
     – в случае многослойной среды 83  
 Кирхгофа интеграл 160, 167, 171  
 – миграция 156  
 Когерентности меры 84  
     коэффициент подобия 84  
     нормированная взаимная корреляция 86  
     обычное суммирование 84  
 Комбинированные изображения 88, 125  
 Коммутативность 170  
     с регулировкой усиления 170  
     с фильтрами 170  
 Комплексная трасса см. Аналитический сигнал  
 Компромисс между разрешенностью и дисперсией оценок параметров 183, 184  
 Конечных разностей метод 160, 167, 172  
 Контроллер ленты 10  
 Контроль качества 137–139  
 Корреляционные функции (выборочные) 38, 42  
 Корреляция 38  
     и отношение сигнал/шум 42  
     нормированная 38, 43, 86  
 Кратные волны 69, 70, 90, 114  
     идентификация 114  
     подавление 118–125, 131  
     – в  $f\text{-}k$ -области 121  
 Критический угол падения 78  
 Крутизна характеристики фильтра см. Слоны частотной характеристики (фильтра)  
 Кош-память 10  
 Левинсона алгоритм 47  
 Магнитные диски 12  
 – ленты 10  
     информационная емкость 11  
     регистрация и обработка 11  
     эффективность использования 11  
 Максимального правдоподобия метод 49–51  
 «Максимальной простоты» метод 177  
 Масштаб изображения 126  
 Матрица информационной плотности 182  
 – разрешенности 177, 181–183  
 МБГ см. Межблочный промежуток  
 Мегаэйтсон 8  
 Мегафон 15  
 Медианная обработка 120  
 «Медленность» 196, 199  
 Межблочный промежуток 10–12, 61  
 Метка конца носителя 12  
 – файла (МКФ) 12, 61  
 Метод наименьших квадратов 44–45  
     критерии минимизации 44  
     с регуляризацией 187–189, 192–196  
     стандартная процедура 187  
     – обращенного продолжения поля с фильтрацией 202  
 Миграция 137, 141, 144, 155–173  
     в двух и трех измерениях 169  
     временная 158, 160, 162, 166, 172  
     глубинная 157, 160–162  
     до суммирования 173  
     и коммутативность 170  
     и наложение пространственных частот 171  
     на основе волнового уравнения 157, 158, 167  
     посредством лучевых построений 157, 160  
     формулы 172

- Мигрированный временной разрез 157, 159  
 Микропроцессоры 8, 9  
 Микро-ЭВМ 7–9, 12  
 Миллион операций в секунду 8  
 Минимально-фазовый импульс см.  
     Сейсмический импульс минимально-фазовый  
     –разрез 93  
 Минимизация с использованием нормы  $L_1$  195  
    $\rightarrow L_2$  44, 195  
 Мини-ЭВМ 79  
 ММП см. Максимального правдоподобия метод  
 ММЭ см. Максимальной энтропии метод  
 МНК см. Метод наименьших квадратов  
 МНК-решение 187, 191, 192  
 Многократные отражения см. Кратные волны  
 Модель излучающих отражателей 155, 159  
 Морских данных обработка 65–91  
 МОС см. Миллион операций в секунду  
 Мьютинг см. Обнуление участков трасс  
*Найквиста* частота (временная) 22,  
   23, 31, 58  
     линейная 22  
     ограничение 22  
     пространственная 55, 58, 117  
     циклическая 22  
 Наклон отражающей границы 171–173  
     истинный и кажущийся 156  
 Наложение (зеркальных частот) 22,  
   23, 48, 56  
     грубое 172  
     двумерное 56  
     пространственных частот 57–59,  
       117, 171  
     слабое 172  
 Направленное суммирование 199  
 Направленность приемной группы 90, 99, 115  
 Неединственность 174–177  
 Неопределенность в оценке параметров 174, 183  
 Нерегулярный шум см. Случайный шум  
 Нулю-фазовый импульс см. Сейсмический импульс нуль-фазовый  
     –разрез 93  
 Обнуление участков трасс 81, 90–92,  
   118, 120, 138, 140  
 Обработка  
     данных ВСП 189–193  
     морских и наземных (различия)  
       152–154  
     предварительная 104  
     суммарных разрезов 132  
 Обратная фильтрация компонент исходного сигнала 98  
 Обратные задачи 28, 174–193, 195–202  
 матричная формулировка 177  
     теория и приложения 174–203  
 Обращение 36, 181  
     в норме  $L_1$  195  
     матричное 195–197, 200  
     методом подбора модели 195  
     методом преобразования Фурье 197  
     обобщенное 181–188, 197  
     экстремальное 194  
 Обращения методы  
     градиентные 176  
     линейные и нелинейные 175, 178  
 МНК см. Метод наименьших квадратов  
     Монте-Карло 175, 176  
 Общая площадка 147–151  
     –средняя точка 65, 67, 147–151  
 Общих средних точек метод 66–68  
 Окно временное 42, 48, 75  
     –спектральное 49  
 Окон перекрытие 108, 139  
 Окончательная регулировка амплитуд 141  
 Октава 29  
 Оператор единичной задержки 32  
 Осадочные бассейны 136  
 Основная память 9  
 ОСТ см. Общая средняя точка  
 Отбеливание предварительное 44  
 Отношение сигнал/помеха 18, 42, 97,  
   103, 108, 154  
     при миграции 169  
     улучшение 81, 91  
 Отражения многократные см. Кратные волны  
     –коэффициент 65, 68, 156  
 Отраженные волны 76, 79  
 Параметров выбор 104, 134–137, 139  
     –масштабирование 184–187, 192  
     –оценка 174, 181, 184  
 Параметры вывода результатов (на фотопленку) 126–128  
 Перекрытия многократные 66  
 Периодичность 38, 39, 52, 137  
     в корреляционных функциях 42  
     кратных отражений 114, 124, 137  
 Песчано-глинистые разрезы 136  
 Плоскость обобщенная 67  
     –средних точек 66  
 Площадки смещение 149  
     –центр 149  
 Поглощение энергии 72  
 Поглощения параметр 72, 102  
 Положение и ширина окна автокорреляции 104, 107  
     –нулевого отсчета оператора фильтра 98  
 Поперечные волны 73, 184  
 Последовательность коэффициентов отражения 28, 68, 91  
 Пословная организация 9  
 Потери энергии при прохождении границ 72  
 Преломленные волны 70, 77–79, 177  
 Приемников различие 154  
 Причинность 34, 114  
     и обращение 36

- Программирование линейное 194  
 Производительность ЭВМ 8, 9, 12  
 Пропущенные возбуждения 81  
 Прореживание по времени 23  
 - по частоте 23  
 Прохождения коэффициент 65  
 Процессоры матричные 15  
 Прямая задача 174  
 Прямые волны 70, 77–79  
 Псевдорешение см. Обобщенное решение матричного уравнения  
 Пульсации 31
- Радона* преобразование 199–201  
 Размер и дискретность точек 128  
 Размерность сейсмических работ 146  
 Разностная кинематика 114, 115  
 Разрешенности критерии 94  
 - матрица см. Матрица разрешенности  
 - повышение 95  
 - функция 177  
 Разрешенность 50, 108, 183, 190. См. также Временная разрешенность  
 Рассеяние энергии 72  
 Реверберации 90, 114  
 Регулирование направленности 116  
 Регулировка положения приемной косы 151  
 - усиления 129, 132, 170  
 --автоматическая 75  
 Регулировки усиления процедуры 129  
 Регуляризации параметр 187, 188, 192, 194, 196  
 Регуляризация «окрашенным шумом» 189  
 Регулярные помехи 70, 90  
 подавление 114–125, 131  
 распознавание 114, 132  
 Редактирование модели 164, 166  
 Робастная оценка 120
- Сблокированные записи 12  
 Свертка 26, 35, 170  
 во временной области 28  
 в частотной области 27, 28  
 циклическая и линейная 29  
 Свертки матричное представление 43  
 Сверточная модель сейсмической трассы 26, 28, 68, 95  
 --спектра 47  
 Сверточные методы 199–201  
 Сейсмическая трасса 18, 19, 26, 68  
 Сейсмические исследования 134  
 поисковые 134, 135  
 региональные 134, 135  
 Сейсмический сигнал  
 идеализированный 69  
 минимально-фазовый 33, 34, 40, 42, 93, 153  
 модифицированный 69, 70  
 нуль-фазовый 34, 93–95, 153  
 смешанно-фазовый 35, 36, 93  
 -разрез  
 мигрированный временной 157, 159, 160, 162, 165, 166, 173  
 -глубинный 160, 162, 164–166  
 немигрированный временной 160, 162, 164, 165, 172  
 Сейсмогеологические условия 136
- Сейсмограмма ВСП 192  
 -ОПВ 68, 76–80, 138  
 -ОCT 88, 92, 138  
 Сейсмокаротаж 189, 190  
 Сжатие данных 68  
 -импульса 104, 132, 140  
 Сингулярное разложение 180, 202  
 Сингулярные числа 180–182, 185, 188, 194  
 Синтетическая трасса 71  
 Синхрокод 63  
 Сканирование скорости 84  
 Скважинная информация 164  
 Склоны частотной характеристики (фильтра) 30–32, 94, 117, 205  
 Скорость 164, 166  
 интервальная  $V_{\text{int}}$  83, 88, 164–166  
 кинематическая  $V_{\text{kin}}$  83, 84, 120, 164  
 миграции 161–167  
 поперечных волн 176, 184, 195  
 среднеквадратичная  $V_{\text{ex}}$  83, 159  
 средняя  $V_{\text{cp}}$  83  
 структурная  $V_c$  158  
 суммирования  $V_{\text{сум}}$  83, 88, 114, 137, 161, 164  
 Случайные помехи см. Случайный шум  
 Случайный процесс и случайная функция 17  
 -шум 39–41, 71, 167  
 источники 71  
 подавление 71, 109–114  
 Смещение нулевого амплитудного уровня 127  
 Спеллуза законы 65, 157, 160  
 Соляные диапиры (купола) 137, 165  
 Сопроцессоры плавающей запятой 15  
 Спектральная область 201  
 Спектральное осреднение 103  
 -сглаживание см. Спектральный анализ, независимый от данных  
 Спектральный анализ 47–52  
 зависимый от данных (адаптивный) 49  
 независимый от данных 49  
 Спектра «размазывание» 48  
 Спектр двумерный 53, 55, 56  
 -интерполятора 51  
 -мощности 47, 50  
 -скоростей 84, 86–89, 122  
 Способы построения изображения 126  
 Срезы частотной характеристики см. склоны частотной характеристики (фильтра)  
 Стандарты записи на ленту 11  
 Статистические поправки 152, 177, 181, 188  
 Статистических поправок коррекция 152, 193  
 Ступенчатая модель 177  
 Стоули волна 184, 186, 194  
 Сумма взвешенная 81, 120  
 Суммарной трассы нормировка 81  
 Суммарный разрез 82, 112, 135  
 в относительных амплитудах 134  
 предварительный 135, 138  
 Суммирование  
 весовое 120  
 по Кирхгофу 159, 160, 167

- по ОСТ 80–82, 109, 115, 131  
 синфазное 115  
 соседних трасс 68  
 стандартное 80  
 трасс одинаковых удалений 68  
 Суммограмма 200  
 Супер-ЭВМ 8, 9  
 Схема суммирования 81  
 Сходимость вычислений 179, 188
- Теорема о дискретной свертке** 27  
 – о свертке и цикличность 27  
 – о сечении спектра 197, 198, 202  
 – отсчетов переходная 48, 56  
**Технология вычислений**  
 конвейерная 15  
 параллельная 15  
**Типа волны изменение** 73  
**Томография сейсмическая** 195–202  
**Точечный принцип формирования изображения** 125  
**Траектории лучей** 65, 153, 193, 196, 201  
 в горизонтальной среде 65  
 искривленные 137  
 сложные 69, 90  
**Трасса прогнозных значений** 125  
**Трассы накапливание и смещение** 108, 111, 115  
**Трехмерная сейсмика** 147, 151  
**Трехмерные эффекты** 164
- Уиттекера – Найквиста – Шеннона**  
 (УНШ) критерий 22  
**Универсальная ЭВМ** 7, 9, 194  
**Уровень отсечки** 128  
 – приведения 152  
**Усиление восстановление** 61  
 – коэффициенты 62  
 – уровень при выводе 127  
**Усредненный показатель производительности по Уэтстону** 8  
**Уэтстоновский комплект** 30
- Фаза**  
 максимальная 33  
 мгновенная 37  
 минимальная 33  
 смешанная 33  
 стационарная 159, 169  
**Фазовый спектр** 23, 33, 93, 97  
**Фильтр**  
 антиналожения 31  
 веерный 55, 116, 137  
 – двумерный 117  
 винеровский 43, 45, 96, 103  
 – обратный 45  
 минимально-фазовый 35  
 нуль-фазовый 35  
 ошибки предсказания 46  
 полоса пропускания 29  
 постоянный 170  
 с чисто упреждающими компонентами 36  
 частоты среза 109  
**Фильтрация** 29  
 аналоговая 22  
 верхних частот 30  
 в среде 102
- в  $f\text{-}k$ -области 53, 55, 117, 131  
 в  $x\text{-}t$ -области 53, 55, 117, 118  
 двумерная 53, 117  
 детерминистическая 18  
 нижних частот 30  
 переменная по времени (ПВФ) 109, 139, 140, 170  
 полосовая 29, 108, 112, 132, 140  
 – одноканальная 109  
 режекторная 31  
 статистическая 18  
 суммарного разреза 110, 112, 119  
 формирующая 45  
**Фокусировка** лучей 164  
 – энергии 116  
**Форма импульса (источника)** 96, 98, 102  
 в ближней зоне 95, 98, 99  
 в дальней зоне 99, 100, 102  
 искажение 90  
 коррекция 137  
 критерии выбора 93  
 оценивание 103  
**Форматирование** 13  
**Форматы данных** внутренние 16, 61–64  
 мультиплексные и демультиплексные 61  
 символьный 16  
 с плавающей запятой 16, 125  
 целочисленные 16  
**Фортран и матричные процессоры** 15  
**Функции двумерные синусоидальные** 54  
 – дискретные периодические и испериодические 20  
 – испрерывные испериодические 19  
 – периодические 19, 20  
**Фурье преобразование** 20, 189, 197, 202, 204  
 автокорреляционной функции 47  
 быстрое (БПФ) 23–25, 47  
 дискретное (ДПФ) 20–25, 27  
 двумерное 52–59, 199, 201, 202, 205  
 непрерывное 21  
 обратное 21, 189, 199  
 по пространственной координате 199  
 связь с Z-преобразованием 32  
**Фурье теория** 19
- Целевая функция** 175, 176  
**Центральный процессор** 8  
**Цикличность** 27, 118, 120
- Частичная энергия** 34  
**Частично кратные волны** 114  
**Частота мгновенная** 37
- Шаг дискретизации** 18, 22, 48  
**Шельфовые зоны** 136  
**Шумовые участки** 111
- Элементы системы обработки данных** 8  
**Энергетическая огибающая** 37  
**Эффект наложения см. Наложение зеркальных частот**
- Z-преобразование** 32–34

# Оглавление

<b>От переводчика</b>		
<b>Предисловие</b>		
<b>Глава 1. Обработка сейсмических данных и вычислительные системы</b>		
1.1. Введение	17	
1.2. Элементы типичной системы обработки сейсмических данных	17	
<b>Глава 2. Анализ временных рядов в сейсмических исследованиях</b>		
2.1. Введение	17	
2.2. Основы теории Фурье	17	
2.3. Дискретное преобразование Фурье	19	
2.4. Свертка	20	
2.5. Фильтрация	26	
2.6. Z-преобразование, фаза и задержка	29	
2.7. Функции автокорреляции и взаимной корреляции	32	
2.8. Винеровский фильтр	37	
2.9. Спектральный анализ	43	
2.10. Двумерное преобразование Фурье	47	
<b>Глава 3. Обработка сейсмических данных</b>		
3.1. Введение	60	
3.2. Демультиплексация, восстановление усиления и ленточные форматы	60	
3.3. Основы обработки морских сейсмических данных	61	
3.4. Процедуры выделения сигналов	65	
3.5. Графы обработки морских сейсмических данных	91	
3.6. Нерегулярная и расширенная геометрия наблюдений	130	
3.7. Различия в обработке морских и наземных данных	146	
<b>Глава 4. Миграция сейсмических данных</b>		
4.1. Миграция и три типа сейсмических разрезов	155	
4.2. Естественные миграционные координаты	155	
4.3. Скорости миграции и чувствительность к ошибкам в задании скоростей	161	
4.4. Миграция и нерегулярный шум	161	
4.5. Миграция и коммутативность	167	
4.6. Миграция и наложение пространственных частот	170	
4.7. Некоторые полезные миграционные формулы	171	
4.8. Миграция до суммирования	172	
	173	
<b>Глава 5. Теория обратных задач и ее приложения</b>		
5.1. Введение	174	
5.2. Неединственность	174	
5.3. Нелинейные методы	174	
5.4. Матричная формулировка обратной задачи	175	
5.5. Линеаризация	177	
5.6. Обобщенное решение матричного уравнения	178	
5.7. Вопросы практической реализации обобщенного обращения	179	
5.8. Метод наименьших квадратов с регуляризацией	182	
5.9. Обработка данных ВСП	187	
5.10. Коррекция статических поправок	189	
5.11. Линейное программирование	193	
5.12. Томография	194	
5.13. Приложение: сингулярие разложение матрицы A	195	
	202	
<b>Упражнения</b>		
<b>Литература</b>		
<b>Предметный указатель</b>		
	204	
	209	
	212	

## **УВАЖАЕМЫЙ ЧИТАТЕЛЬ!**

Ваши замечания о содержании книги,  
ее оформлении, качестве перевода  
и др. просим присыпать по адресу:  
129820, Москва И-110, ГСП, 1-й Риж-  
ский пер., д. 2, издательство «Мир».

## **НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ**

**Лесли Хаттон, Майкл Уэрдингтон, Джон Мейкин**

### **ОБРАБОТКА СЕЙСМИЧЕСКИХ ДАННЫХ ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА**

Заведующий редакцией В. В. Герасимовский  
Старший научный редактор В. А. Пантаева

Художник А. В. Захаров

Художественные редакторы А. Я. Мусин, А. В. Страхова

Технический редактор М. А. Страпинова

Корректор М. А. Смирнов

**ИБ № 6673**

Сдано в набор 21.04.88 Подписано к печати 29.12.88.

Формат 84 × 108<sup>1/16</sup>. Бумага офсетная № 1. Печать офсетная  
Гарнитура гаймс

Объем 6,75 бум. л. Усл. печ. л. 22,68. Усл. кр.-отт. 46,70.

Уч. изд. л. 24,48.

Изд. № 5/5825. Тираж 3200 экз. Зак. 493. Цена 5 р. 20 к

**ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР» В/О «Совэкспорткнига» Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли  
129820, ГСП, Москва, И-110, 1-й Рижский пер., 2**

**Можайский полиграфкомбинат В/О «Совэксорткнига» Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли  
г. Можайск, ул. Мира, 93**