

ВВЕДЕНИЕ В МЕХАНИКУ СКАЛЬНЫХ ПОРОД

• МИР •

**Введение
в механику
скальных
пород**



An Introduction to Rock Mechanics

Edited by
H. Bock

Department of Civil and Systems Engineering
James Cook University of North Queensland

ВВЕДЕНИЕ В МЕХАНИКУ СКАЛЬНЫХ ПОРОД

Под редакцией Х. Бока
Перевод с английского
Ю. В. Андреева и Р. Р. Тизделя
под редакцией
д-ра технических наук
Э. Г. Газиева

МОСКВА «МИР» 1983

Авторы: Д. Х. Троллоп, Х. Бок, Б. С. Бест, К. Уоллес, М. Дж. Фултон

Введение в механику скальных пород: Пер. с англ./Под ред. Х. Бока.— М.: Мир, 1983.— 276 с., ил.

Цикл лекций подготовленный специалистами Университета Джеймса Кука (Австралия) по инициативе горнорудной компании «Маунт-Айза» для горных инженеров и геологов. Цикл посвящен всестороннему рассмотрению механики горных пород и скальных массивов, являющихся основой для сооружения гидроэнергетических, гидротехнических транспортных, горнодобывающих и других сооружений.

Для инженеров-геологов, геомехаников, горных инженеров, инженеров-строителей, а также для преподавателей и студентов этих специальностей

Редакция литературы по геологии

Под ред. Х. Бока
ВВЕДЕНИЕ В МЕХАНИКУ
СКАЛЬНЫХ ПОРОД

Старший научный редактор В. С. Краснова Младший научный редактор Т. С. Егорова Младший редактор Н. М. Терехина
Художественный редактор А. В. Проценко Технический редактор Н. И. Борисова Корректор Т. П. Пашковская

ИБ № 2833

Сдано в набор 04.01.82 Подписано к печати 06.09.82 Формат 60 × 90^{1/16}
Бумага офсетная № 2 Гарнитура таймс Печать офсетная Объем 8,63 бум. л.
Усл. кр. отт. 17,49 Усл. печ. т. 17,25 Уч.-изд. л. 16.36 Изд. № 5/1814
Тираж 2200 экз Заказ № Цена 2 р 50 к

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР» 129820, Москва, И-110, ГСП, 1-й Рижский пер., 2

Ордена Октябрьской Революции ордена Трудового Красного Знамени Ленинградское производственное техническое объединение «Печатный Двор» имени А. М. Горького Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли 197136, Ленинград П-136, Чкаловский пр., 15

В 3202000000-410 118-82, ч. 1
041(01)-83

© By the authors, 1978

© Перевод на русский язык, «Мир», 1983

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

Понятие «механика скальных пород» (правильнее было бы говорить «механика скальных массивов») уже достаточно широко используется в инженерном деле, и хотя известно большое число не только журнальных публикаций, но и монографий, посвященных проблемам строительства на скальном основании, в том числе и на русском языке [1 – 10], как наука механика скальных пород находится в стадии формирования, и ее основные принципы еще не полностью сформулированы. Поэтому никого не должно удивлять название настоящей книги – «Введение в механику скальных пород» и не следует считать, что такое название приижает ее значение и ограничивает ее содержание. Мы, несомненно, будем свидетелями выхода в свет еще многих работ с аналогичным названием, не считая вышедшей в 1980 г. книги проф. Р. Гудмана [12]. И это понятно, так как стремительное развитие механики скальных пород как науки неминуемо должно сопровождаться выдвижением, обсуждением и утверждением основополагающих гипотез и принципов, являющихся основой развития теоретических и экспериментальных исследований.

Предлагаемая книга написана группой авторов, что имеет как достоинства, так и недостатки. Это позволяет по каждому из рассматриваемых вопросов представить мнение специалиста в данной конкретной области и отразить различные точки зрения, но неизбежно ведет к некоторому различию в терминологии и стиле изложения.

Авторы не ставили своей целью подробно описать основные разделы механики скальных пород, да это и невозможно сделать в книге такого объема. Книга представляет собой цикл лекций и предназначена для учащихся и специалистов, желающих получить представление об основных положениях и гипотезах механики скальных пород как самостоятельной науки. Авторы рассмотрели довольно широкий круг вопросов, стараясь изложить материал возможно более простым языком, что отнюдь не снижает научного значения книги. Чтобы просто рассказать о сложных и еще не полностью изученных проблемах, нужно очень много знать. Авторы владеют весьма большим научным и экспериментальным материалом, и поэтому написанная ими книга представляет несомненный научный интерес.

Скальные массивы являются дискретными, анизотропными, неоднородными средами, обладающими к тому же начальным напряженным

состоянием, и поэтому к ним не всегда применимы законы механики сплошных тел и механики грунтов, что достаточно убедительно показано в настоящей книге. В книге много места отведено принципам механики зернистой среды и рассмотрению кристаллических структур минералов. В то же время недостаточно внимания уделено анизотропии деформационных и прочностных свойств скальных массивов, хотя основными элементами, определяющими характеристики и поведение скального массива, являются не столько петрографическое строение породы, сколько характер трещиноватости и масштаб блочности скального массива, определяющие его поведение как дискретной среды (см. гл. 7, 8, 10, 12). В целом предлагаемая советскому читателю книга несомненно полезна для специалистов, так как позволяет ознакомиться с современным представлением об основных принципах механики скальных пород как единой самостоятельной науки, с основными результатами и направлениями исследований.

Книга безусловно привлечет внимание инженеров-строителей, геологов и горных инженеров, а также специалистов, занимающихся исследованиями в области механики скальных пород (механики дискретных сред).

Э. Газиев

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 *Борщ-Компониц В. И. Механика горных пород, массивов и горное давление* — М. Мос горн ин-т 1968
- 2 *Газиев Э. Г. Механика скальных пород в строительстве* — М. Стройиздат, 1973
- 3 *Газиев Э. Г. Устойчивость скальных массивов и методы их закрепления* — М. Стройиздат, 1977
- 4 *Евдокимов П. Д. Сапегин Д. Д. Прочность, сопротивляемость сдвигу и деформируемость оснований сооружений на скальных породах* — М. — Л. Энергия, 1964
- 5 *Ержанов Ж. С. Теория ползучести горных пород и ее приложения* — Алма-Ата Наука, 1964
- 6 *Кандауров И. И. Механика зернистых сред и ее применение в строительстве* — Л. — М. Госстройиздат, 1966
- 7 *Ржевский В. В. Новик Г. Я. Основы физики горных пород* — М. Недра, 1973
- 8 *Турчанинов И. А. Иофис М. А. Каспарян Э. В. Основы механики горных пород* — Л. Недра 1977
- 9 *Ухов С. Б. Скальные основания гидротехнических сооружений* — М. Энергия, 1975
- 10 *Фисенко Г. Л. Устойчивость бортов карьеров и отвалов* — М. Недра, 1965
- 11 *Шахудин Г. М. К вопросу определения условий устойчивости оползней* — Строительство железных дорог и путевого хозяйства, 1941, № 2
- 12 *Goodman R. E. Introduction to Rock Mechanics* — NY. John Wiley & Sons, 1980

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эта монография составлена на основе краткого вводного курса лекций по механике скальных пород, подготовленного по предложению Горнорудной компании «Маунт-Айза» и прочитанного 5–9 сентября 1977 г в г Маунт-Айза. В результате последующих обсуждений этих лекций, а также в ответ на запросы со всех концов Австралии от лиц, не сумевших прослушать курс, было решено издать эту книгу в ее настоящем виде.

В связи с этим вполне понятно, что содержание книги касается главным образом условий горных выработок вообще и рудников Маунт-Айза в особенности. Тем не менее авторы пытались, насколько возможно, расширить содержание книги, сознавая при этом, что некоторые важные области механики скальных пород, в частности такие, как полевые исследования и натурные испытания, не будут затронуты.

Издание книги преследовало две цели. Во-первых, она должна служить введением в механику скальных пород для студентов и горных инженеров-практиков. По этой причине внимание было обращено на то, чтобы текст не был перегружен деталями аналитического характера. Много усилий было затрачено на подбор дополнительной литературы, с помощью которой читатель мог бы продолжить более подробное изучение предмета. Во-вторых, монография должна дать представление читателю о том, что механика скальных пород находится еще в стадии своего активного развития, которое во многом зависит от современного научного и инженерного вклада в нее. Было решено составить книгу так, чтобы каждая глава, оставаясь на ответственности автора, знакомила бы читателя с различными существующими подходами к решению вопросов.

Таунсвилл,
февраль 1978 г

Х. Бок, Д. Х. Тройлон

ВСТУПИТЕЛЬНОЕ СЛОВО К ЛЕКЦИЯМ
ПО МЕХАНИКЕ СКАЛЬНЫХ ПОРОД
ПРОЧИТАННЫМ 5 – 9 СЕНТЯБРЯ 1977 г
В г. МАУНТ-АЙЗА

Всеми признана необходимость повышения квалификации специалистов в горной промышленности но при этом больше внимания уделяется совершенствованию искусства управления и меньше – техническому обучению. Тем не менее стала очевидной потребность в развитии технического образования горных инженеров и геологов сверх полученного в учебных заведениях, что дало бы им возможность лучше выполнять свои служебные обязанности.

Нам действительно повезло, что в Северном Квинсленде имеется университет с признанными авторитетами в относительно новой области знаний – механике скальных пород, и мы благодарны инженерному отделению Университета Джеймса Кука в Северном Квинсленде, согласившемуся подготовить для нас курс лекций. Горнорудная компания «Маунт-Айза» имеет продолжительную историю сотрудничества в деле научных исследований с университетами, и приятно видеть, что это сотрудничество теперь распространилось и в область обучения.

Выгода от этой совместной деятельности проявится в двух направлениях горные инженеры и геологи, простоявшие курс лекций, обретут знания, которые помогут им в работе, а университетский коллектив текторов получит лучшее представление о нуждах промышленности.

В заключение я поздравляю преподавателей Университета Джеймса Кука Северного Квинсленда с подготовкой этих превосходных лекций и желаю всем студентам успеха в учебе.

Р. В. ГРИНИЛШ

Технический директор
горнорудной компании
«Маунт-Айза»

Маунт Айза
сентябрь 1977 г

Глава 1

Введение в механику скальных пород

Д. Х. Троллон

1.1. Введение. С давних времен человек имел дело с горными породами как строительным материалом. Возможность пещерных людей выжить в значительной мере зависела от способности правильно оценить надежность подземных пещер, служивших им убежищем, и позднее, когда человек научился находить и добывать из недр полезные ископаемые, он должен был развивать умение интуитивно оценивать многие факторы, влияющие на механические свойства массивов горных пород.

Еще совсем недавно землетрясения и крупные оползневые явления считались проявлениями «божьей воли», не доступными человеческому пониманию и не поддающимися контролю. Теперь мы начали понимать механизм движения больших масс земной коры, и это понимание превратилось в быстро развивающуюся область науки.

Механика скальных пород затрагивает большой круг вопросов, от землетрясений до бурения малых буровых скважин, и опирается на такие науки, как структурная геология, теоретическая и прикладная механика, сопротивление материалов, кристаллография.

Годом рождения механики скальных пород как самостоятельного раздела инженерной науки можно формально считать 1966 год. Комитет по механике скальных пород Американского геологического общества в 1966 г. дал следующее определение этой науки: «Механика скальных пород является теоретической и прикладной наукой о механическом поведении скальной породы, это раздел механики, рассматривающий реакцию скальной породы на силовые воздействия окружающей ее физической среды». В том же году в Лиссабоне состоялся первый конгресс Международного общества по механике скальных пород под председательством его первого президента профессора Леопольда Мюллера. В приветственном слове к конгрессу Мюллер [16] сказал: «... мы уже давно осознали, что скальная порода, в которой горняки ищут полезные ископаемые, инженеры-строители проходят свои туннели и котлованы и которую изучают специалисты по структурной геологии и геофизике, является одной и той же породой». Этими словами Мюллер хотел подчеркнуть единство интересов горных инженеров, инженеров-строителей и геологов. Из этого следует, что механика скальных пород представляет собой неотъемлемую часть более обширной науки, именуемой *геомеханикой*; признание этого факта

привело к образованию в 1970 г. Австралийского геомеханического общества, которое в 1971 г. провело в Мельбурне первую Австралийско-Новозеландскую конференцию по геомеханике.

Возникает вопрос: зачем надо было ждать 1966 г. для создания механики скальных пород, если люди уже давно имели дело со скальными породами? Дело в том, что при бурном развитии научных знаний в XX в. создались благоприятные условия и появились практические методы расчета, подготовившие почву для возникновения этой науки. Дополнительным толчком для специалистов горного и строительного дела послужили аварии на гидроузлах Мальпассе (1959 г.) и Вайонт (1963 г.).

До этого времени большинство инженеров полагались на геологические данные описательного характера и существовало ошибочное мнение об общей надежности, так как считалось, что при отсутствии трещиноватых (разрывных) зон прочность скальных пород намного превышает инженерные требования. Сейчас хорошо известно, что общее состояние и поведение массива определяют трещины, дефекты или ослабленные участки в скальных массивах и наличие в них воды.

Возникновение механики скальных пород является прекрасным примером, подтверждающим необходимость чисто научных исследований, так как рабочие гипотезы и практические методы появлялись благодаря случайнм причинам, не связанным непосредственно с данной проблемой. История начинается с «великих французских открытий» во второй половине XIX в., когда в теоретической физике стали использоваться «новые» представления об однородной упругой среде. В этот период времени двумя учеными были введены новые понятия: Коши (Cauchy) о напряжениях и Навье (Navier) о деформациях, — которые легли в основу широко применяемой теории упругости. Согласно этой теории, материал рассматривается как сплошная среда, представляющая собой совокупность однородных элементов. В начале XX в. был заложен фундамент атомистической теории происхождения материи, а с появлением рентгеноскопии, разработанной Рентгеном и Лауз на основе теоретических работ Планка и Эйнштейна, возникла современная кристаллография, которая в свою очередь наряду с исследованиями Резерфорда и Борна привела к концепции о строении материи (по крайней мере неорганической) в виде геометрически правильных систем квазисферических атомов. К 1930 г. точка зрения на строение минералов получила широкое признание. Однако в процессе проверочных испытаний возникло много новых вопросов. Было экспериментально установлено, что прочность на растяжение кристаллического материала на два-три порядка меньше идеальной прочности, предсказанной исходя из теории атомного строения. В конце 1930-х годов Тейлору (Taylor) удалось доказать, что прочность реальных кристаллических материалов во многом зависит от дефектов в связях между отдельными зернами, от наличия дислокаций и др.

Вопреки этим основным положениям стало очевидным, что поведение массива пород в целом определяется прежде всего дефектами в его структуре, такими, как разломы, трещины, поверхности напластования и т. д., и в меньшей степени дефектами структуры самой кристаллической породы. Поэтому необходимо различать два понятия:

скальная монолитная порода – отдельный кусок кристаллической породы;

скальный массив пород – блоки (совокупность) скальной породы, пронизанные трещинами и другими нарушениями.

В 1925 г. Терцаги внес один из наиболее существенных вкладов в развитие прикладной механики за все время ее существования. Он сформулировал «принцип эффективных напряжений», в котором подчеркивается роль внутреннего порового давления в состоянии и поведении зернистого материала, что указало на необходимость исследовать внутреннее напряженное состояние, а не только «внешнее», как было распространено со временем Аристотеля. Нетрудно понять, что принцип Терцаги распространяется и на воду, заключенную в трещинах и в других нарушениях сплошности скальных массивов, и что именно вода играла решающую роль в авариях на плотинах Мальпассе и Вайонт (а позднее и Аберфран). На фоне всего сказанного вопросы геометрии, взаимосвязи и другие, возникающие в обычной инженерной практике, оказались даже в очень простых случаях слишком сложными для их решения традиционными методами прикладной механики.

Еще одно очень важное открытие было сделано в 1954 г. Аргирисом [1], разработавшим метод структурного анализа, который должен был найти широкое применение в проектировании сложных авиационных конструкций. Метод Аргириса был развит Тернером и др. [26] введением в него понятия о конечных элементах и Клоугом [5], связавшим его с быстро развивавшейся вычислительной техникой и использованием цифровых вычислительных машин. В 1967 г. Зенкевич (Zienkiewicz) показал, что метод конечных элементов применим независимо от конструктивных взаимосвязей материальных элементов, и этим открыл возможность для решения инженерных проблем в широком диапазоне изменения геометрических форм и свойств материалов применительно к скальным породам.

Насколько автору известно, первая попытка анализа поведения модели, составленной из серии отдельных равномерно расположенных блоков (дисконтинуума), воспроизводящей идеальный скальный массив, была сделана в Американском институте горных инженеров [23]. Впоследствии Гудман [10] и Бест [2], работая вместе с Зенкевичем, применили метод конечных элементов к блочной модели с учетом имеющихся в ней контактов (трещин), положив этим основу для моделей, построенных Гудманом и др. [11] и Берманом [4]. По мнению автора, эти модели, хотя и в меньшей степени, чем модель Канделла (Cundall, 1971), являются хорошим средством для решения будущих проблем механики скальных массивов.

В настоящее время механика скальных пород применяется для решения широкого круга задач при строительстве туннелей, крупных подземных выработок (рудников, электростанций, подземных хранилищ), открытых разработок (карьеров, автострад, железных дорог и т. д.), естественных склонов (устойчивость), оснований сооружений (плотин, электростанций и др.) и при дроблении (руд, строительных материалов).

Теоретические и практические положения, рассматриваемые в последующих главах, касаются всех этих аспектов, но главное внимание обращено на твердые горные породы, имеющие первостепенное значение в австралийской горнорудной промышленности.

Свойства скальных пород. Пожалуй, самым разочаровывающим обстоятельством в науке о поведении материалов было установление того факта, что вследствие определяющей роли нарушений в материале нельзя простой экстраполяцией от атомного строения материалов прийти к практическому определению их свойств и прочности. Тем не менее, как и во всей инженерной деятельности, знание основных особенностей строения исходных материалов неоценимо для понимания многих аспектов их физического состояния.

В середине 1960-х годов автору стало ясно огромное конструктивное значение, которое кислородные ионы имеют в строении земной коры и океана; с этой точки зрения Землю можно рассматривать как «кислородную структуру». В широком смысле слова наша планета выглядит как система кислородных ионов в состоянии химического равновесия с рядом катионов. В такой модели кислородные ионы можно представить себе в виде мячей для линг-понга, пустоты между которыми заполнены мельчайшими катионами; группы мячей в свою очередь связаны между собой более крупными катионами. В обычной геомеханической среде результирующие силы связи изменяются в пределах от высокоустойчивых твердых силикатных образований из кварца до подвижных жидких образований с водородными связями.

Последующее описание скальных пород основано на приведенных выше соображениях и заимствовано из лекций, прочитанных автором в 1969 г. [25].

1.2. Введение в минералогию горных пород. Традиционным методом в минералогии всегда было описание строения и облика кристаллов. Сначала описывались внешняя форма природных кристаллов и оптические свойства минералов в отраженном или проходящем свете при изучении под микроскопом специально приготовленных шлифов. В результате исследований было установлено сложное строение минералов и было выделено около 2000 различных видов [20].

Крупный шаг вперед в деле изучения сложного строения кристаллов был сделан в 1895 г. с открытием рентгеновских лучей и обнаружением способности их проникать через твердые тела. В 1912 г. Лаэу, ученик Рентгена, предположил, что можно изучать особенности строения кристаллов, если пропускать через них рентгеновские лучи,

так как происходящая при этом дифракция должна быть связана с закономерным отражением лучей от поверхностей атомов. Однако первые результаты детального кристаллорафического анализа были опубликованы только в 1913 г. У. Г. и У. Ф. Брэггами.

В 1926 г. Гольдшмит сформулировал основные принципы, определяющие строение кристаллов простого неорганического соединения: он показал, что такие структуры можно рассматривать как результат плотнейшей упаковки сферических ионов, а межатомные расстояния в структуре являются постоянной величиной и определяются геометрическими соображениями. Эти наблюдения подвели итог многовековым размышлением о внутреннем строении кристаллов. Наиболее ранние упоминания о морфологических особенностях кристаллов предположительно принадлежат древним египтянам, разрабатывавшим в шестом тысячелетии до нашей эры месторождения бирюзы на Синайском полуострове [8]. Описание угловатой и правильной форм кристаллов граната можно найти у Теофраста в его трактате «О камнях», написанном в четвертом веке до нашей эры.

Примечательно, что еще до того, как Теофраст опубликовал свой труд, Фалес и Демокрит впервые выдвинули концепцию об атомной природе материи. Однако дальнейшее развитие эта концепция получила благодаря точным доказательствам Брэггов, до того как были разработаны количественные методы оценки структур кристаллов.

Задолго до появления этих научных доказательств размышления о внутреннем строении кристаллов занимали умы многих исследователей. В 1611 г. Кеплер заметил, что характеристику гексагональной симметрии снежных хлопьев можно свести к нормальной упаковке составных частиц. Эту идею развил Декарт в 1637 г., а Роберт Гук в 1665 г. утверждал, что форма кристаллов может быть воспроизведена как конструкция из «ядер и шариков» и что некоторые обычные формы кристаллов квасцов можно построить из мушкетных дробинок, складывая их в виде своеобразной правильной решетки (см. [6]). Согласно утверждению Коттрелла, все эти ранние теории не получили развития потому, что имели умозрительный характер и в них отсутствовали объективные доказательства, хотя по существу они были правильными.

Столетием позже Бергман в 1770 г. и Гаюи в 1784 г. рассматривали кристаллы кальцита как постройку из закономерно взаиморасположенных ромбоздрических частиц, представленных молекулами карбоната кальция. Такая точка зрения не сразу получила признание потому, что многие кристаллы имеют направления спайности, не соответствующие требованиям ромбоздрической симметрии. Наиболее интересную идею выдвинул в 1850 г. Ранкин, рассматривавший прямоугольный параллелепипед как «молекулу». На эту концепцию, несомненно, оказал влияние декартовский тип элемента, получивший в то время широкое признание в теоретической механике (рис. 1.1). Это, однако, еще один пример попытки, направленной на решение ограниченной теоретической задачи без подтверждения экспериментальными наблюдениями.

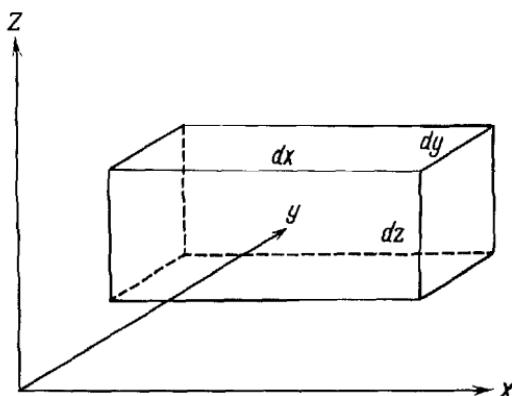


Рис. 1.1. «Молекула» Ранкина.

Только в XX в. Барлоу и Поп (1906 г.) подтвердили, что кристалл по существу представляет собой геометрическое тело, сложенное закономерно расположеными сферическими атомами определенных и характерных размеров. Как уже говорилось, такая модель кристаллического строения вытекала из работ Брэггов и Гольдшмита и теперь получила всеобщее подтверждение.

Несмотря на то что более полное представление об атомном строении привело к признанию необходимости существования не только сферических, но и иных форм атомов, для обеспечения электронной плотности сферическая модель остается достаточно точной для характеристики грунтов и скальных пород, хотя бы в первом приближении. В настоящее время доказано, что морфология кристалла (т. е. плоских граней) зависит от свойственной ему атомной структуры больше, чем от любых других факторов, и это одно из наиболее важных положений в науке о физической прочности скальных пород. Таким образом, для полной оценки происхождения и свойств прочности породы необходимо представить себе, какое значение в этом имеют межатомные и межмолекулярные взаимодействия.

1.3. Межатомные связи и строение атома. *1.3.1. Развитие теории связей.* Простейшую модель, удовлетворительно описывающую строение атома, предложил Бор. Атом состоит из ядер диаметром 10^{-13} см, окруженных оболочками из вращающихся по орбитам электронов. Общий диаметр системы порядка 10^{-8} см (1 Å). В одноэлектронном атоме водорода электрон вращается во внешней оболочке, и радиус его орбиты определяется балансом электростатической энергии притяжения между ядром и электроном и кинетической энергии электрона. Чем меньше объем пространства, в котором может вращаться электрон, тем больше его кинетическая энергия. Таким образом, любому «сжатию» атома противостоит соответствующее увеличение кинетической энергии электрона. Открытие квантового эффекта привело к выводу о возможности движения электронов только по совершенно определенным

орбитам. В случае водородного атома допустимый радиус орбит равен

$$r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m e^2}, \quad (1.1)$$

где m – масса электрона, e – заряд электрона, h – постоянная Планка, n – главное квантовое число, выражаемое только целыми числами (1, 2, 3, ...). Для так называемого основного состояния с $n = 1$ радиус атома теоретически равен 0,532 Å, и это правильно предсказывает порядок размера атома водорода.

Поскольку любая попытка рассматривать энергию притяжения независимо от энергии отталкивания с физической точки зрения несостоятельна, принято считать притяжение действием, а отталкивание противодействием, т. е. реакция отталкивания должна всегда соответствовать силе притяжения между двумя телами.

Атомы находятся постоянно под влиянием соседних частиц, в связи с чем следует учитывать характер атомных взаимодействий, в частности в твердом теле – это состояние равновесия между соседними атомами. Рассмотрим упрощенную модель, приведенную на рис. 1.2. При вращении электронов вокруг ядра возникают колебания электростатических сил отталкивания и притяжения, приводящие к изменению расстояния d . Скорость таких колебаний настолько велика, а периоды колебаний настолько малы по сравнению с промежутком времени, необходимым для проведения наблюдений в твердом состоянии, что величину d можно рассматривать как нормальное среднее расстояние между электронами. Эта модель показывает также, каким образом достигается равновесие между притяжением и отталкиванием электронов. При таком сближении атомов, когда начинается перекрытие электронных орбит, собственная несжимаемость отдельных атомов (свойство, известное под названием отталкивания Борна) лимитирует величину d . В кристаллах эта минимальная величина принимается за характерный диаметр образующих их атомов.

Дополнительно к электростатическому воздействию возникает электромагнитное притяжение, пропорциональное скорости вращения электронов, кроме того, на энергетическое состояние атома влияет скорость собственно вращения электронов («спин»). Разумеется, реальное положение гораздо сложнее изображенного на рис. 1.2, и в сложных атомах внешние электроны сильно влияют на межатомные связи. Тем не менее простая модель достаточно хорошо иллюстрирует положение о том, что равновесное состояние атомов определяется равновесием сил притяжения и отталкивания.

По нашему мнению, твердое состояние характеризуется отсутствием изменений кинетической энергии во времени и, следовательно, состояние любой твердой системы можно рассматривать с точки зрения изменения потенциальной энергии.

(По аналогии с газообразным состоянием, при рассмотрении которого предполагается, что происходит изменение только кинетической

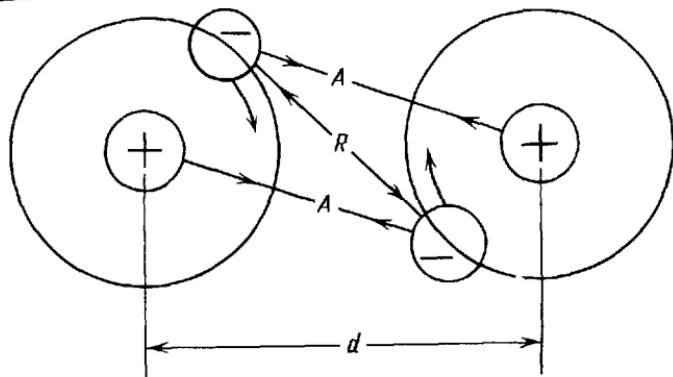


Рис. 1.2. Упрощенная модель взаимодействия атомов.

энергии, возникает необходимость в построении статистической модели, подходящим образом описывающей изменения потенциальной энергии в равновесных твердых телах. Предложенную выше шариковую модель можно рассматривать как модель, вполне приемлемую для аналитических исследований, хотя бы в первом приближении.)

Установлено три типа основных межатомных связей: ионная, ковалентная и металлическая. Эти связи, обусловленные притяжением между ближайшими атомами, имеют преимущественно электростатический характер. Прочность связей зависит прежде всего от расположения электронов во внешних оболочках. Первоначально считалось, что ионная связь — это взаимопритяжение разнородных атомов, в то время как ковалентной связью называлась связь между однородными атомами. Теперь известно, что разница между этими видами связи определяется валентными электронами.

1.3.2. Ионная связь. Атомы одних элементов в добавок к полным оболочкам обладают легко отделяющимися валентными электронами. Атомы других элементов стремятся обогатиться электронами для образования своих полных оболочек. Таким образом, в ионных кристаллах при сближении атомов первого типа с атомами второго типа происходит перемещение валентных электронов. При этом возникает ионизация атомов, и их электростатическое притяжение увеличивается. Энергия электростатического притяжения определяется суммированием электростатического полярного взаимодействия всех положительных и отрицательных ионов. Оно изменяется обратно пропорционально первой степени межионного расстояния.

1.3.3. Ковалентная связь. Атомы некоторых элементов стремятся к частичному обобщению своих валентных электронов. При этом количество энергии уменьшается. Такого рода связь называется ковалентной.

134 Металлическая связь Атомы с легко отделяющимися валентными электронами при близком расположении друг к другу обладают низким уровнем энергии, что позволяет электронам перемещаться в кристалле от одного узла решетки к другому, образуя некоторое подобие газа, состоящего из свободных электронов, который как бы скрепляет положительно заряженные ионы в плотнейшую упаковку. Такая связь характерна для щелочных металлов и известна под названием металлической.

Кроме описанных выше главных связей существуют остаточные межмолекулярные связи, или вандерваальсовы, и водородные связи.

135 Межатомное (межмолекулярное) взаимодействие Связующие силы, заставляющие атомы объединяться в молекулы, а молекулы — в кристаллы или другие некристаллические вещества, обычно представляют собой некую комбинацию из упомянутых выше типов связи. Независимо от природы связи взаимодействие между атомами (молекулами) может быть в значительной части случаев описано потенциалом парного взаимодействия [22]

$$U(r) = \frac{a}{r^m} + \frac{b}{r^n} \quad (12)$$

Здесь $U(r)$ — потенциальная энергия, равная работе, которая совершается при разведении атомов (молекул) из исходного состояния (с расстоянием r между частицами) на бесконечное расстояние ($r \rightarrow \infty$).

Первое слагаемое правой части выражения (12) обычно соответствует энергии притяжения (константа $a < 0$), второе слагаемое — энергия отталкивания (константа $b > 0$). Теоретические значения констант a , b , m и n удается получить лишь для относительно простых случаев и обычно пользуются их эмпирическими значениями. При этом величины m и n , как правило, считаются положительными целыми числами.

Для того, чтобы потенциал $U(r)$ (12) описывал связанное состояние частиц, необходимо наличие так называемой «потенциальной ямы» на графике зависимости $U(r)$, причем при малых расстояниях должна преобладать энергия отталкивания. Это требование приводит к условию $n > m$. Типичная зависимость $U(r)$ приведена на рис. 13, а. Кривая (i) соответствует потенциальному энергии отталкивания b/r^n , кривая (ii) — потенциалу притяжения a/r^m .

Потенциальная энергия электростатического взаимодействия между двумя ионами с зарядами $z_1 e$ и $z_2 e$ (e — заряд электрона), находящимися на расстоянии r друг от друга, определяется законом Кулона

$$U(r) = \frac{z_1 z_2 e^2}{r} \quad (13)$$

В случае, когда заданная пара ионов окружена другими зарядами, закон (13) может быть модифицирован

$$J(r) = \frac{4z_1 z_2 e^2}{r} \quad (14)$$

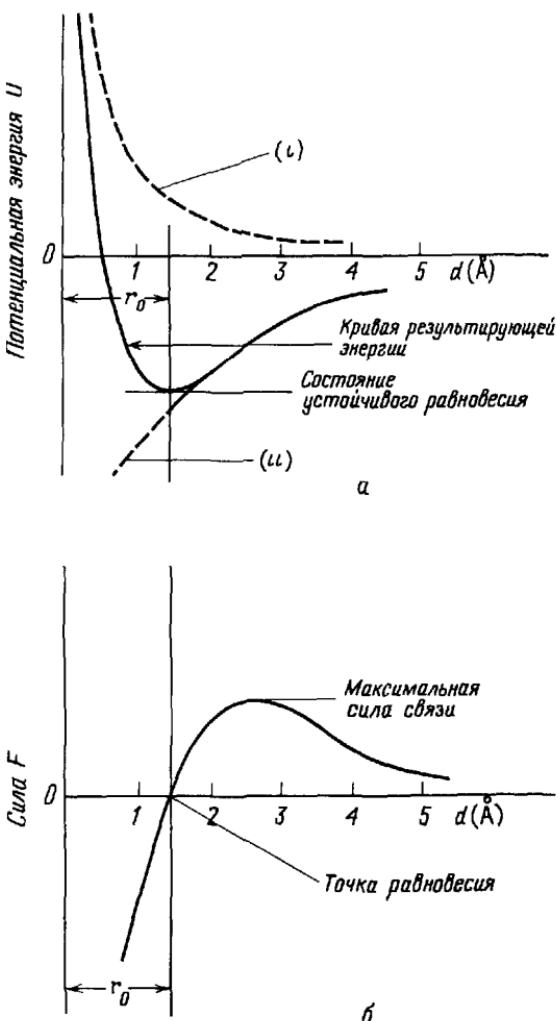


Рис. 1.3. Кривые потенциальной энергии и сил атомного и ионного взаимодействия

Здесь A – безразмерная величина со значением, превышающим I, известная как постоянная Маделунга. Таким образом, законы (1.3), (1.4) соответствуют выражению (1.2), в котором следует положить (в зависимости от знака произведения $z_1 z_2$) либо a , либо b равным 0, а величины $n = m = 1$, т.е.

$$U = \frac{c}{r} \quad (1.5)$$

Потенциальная энергия отталкивания неполярных молекул описывается законом Борна

$$U(r) = \frac{b}{r^{12}}. \quad (1.6)$$

Отметим, что потенциальная энергия притяжения с увеличением расстояния между частицами уменьшается медленнее, чем энергия отталкивания.

Силу F , действующую между двумя ионами, можно найти с помощью уравнения

$$F = \frac{dU(r)}{dr}. \quad (1.7)$$

Соответственно для F с помощью выражения (1.2) получаем

$$F = \frac{a'}{r^{m'}} + \frac{b'}{r^{n'}} \quad (1.8)$$

Здесь $a' = (m + 1)a$, $b' = (n + 1)b$, $m' = m + 1$, $n' = n + 1$. Из вида графика зависимости силы взаимодействия от расстояния, приведенного на рис. 1.3, б, следует, что значение $r = r_0$, при котором сила $F(r)$ обращается в нуль, соответствует минимуму потенциальной энергии. Поскольку сила определяется в соответствии с выражением (1.7) производной плотности, наибольшее значение связывающей силы достигается в области максимальной крутизны графика потенциальной энергии при значениях $r > r_0$.

Приведенные на рис. 1.3 зависимости потенциала и силы от расстояния определяют поведение ненарушенной скальной породы обычно поликристаллического строения, а также ее внутренние свойства.

Остаточные связи имеют значение в межмолекулярных и коллоидных реакциях, т. е. в тех случаях, когда расстояние между взаимодействующими частицами значительно больше, чем при межатомных взаимодействиях. Основное уравнение потенциальной энергии аналогично уравнению (1.2), но приближенные значения величин a и b намного меньше, а величина r_0 имеет значения порядка 100–1000 Å.

Таким образом, остаточные связи играют большую роль в разбавленных суспензиях, для которых характерны явления тиксотропии, но они практически не оказывают влияния на свойства скальных пород. Если поверхности взаимодействующих частиц скального массива находятся в непосредственной близости, сочетание главных и остаточных сил связи влияет на конечное физическое состояние материала в той же степени, что и в грунте плотного сложения.

1.4. Кристаллическая структура. Отличительной особенностью чистого металла является то, что составляющие его атомы имеют одинаковые размеры. Существенной характеристикой металлического крис-

также является стремление его атомов находиться в состоянии плотнейшей упаковки. Это, разумеется, самое устойчивое состояние. При геометрическом рассмотрении модели такого рода можно считать, что она составлена из относительно твердых сфер.

Прежде всего следует отметить, что вокруг центральной сферы могут разместиться и непосредственно контактировать с ней не более двенадцати одинаковых по размерам сфер. Различные способы расположения сфер приведены на рис. 1.4. Шесть плотно расположенных контактирующих одна с другой сфер размещаются в одной плоскости с центральной сферой, три — выше и три — ниже ее. В случае плотной гексагональной (шестиугольной) упаковки верхний и нижний ряды сфер имеют одинаковый вид, если верхний ряд перевернут (рис. 1.4), образуется гранецентрированная кубическая плотнейшая упаковка. Некоторые виды такой упаковки изображены на рис. 1.5.

Одно из наиболее важных свойств любой из плотнейших упаковок заключается в способности ее иметь два вида пустот — тетраэдрические (четырехгранный формы) и октаэдрические (восьмигранный формы). Пустоты первого вида образованы четырьмя сферами, пустоты второго

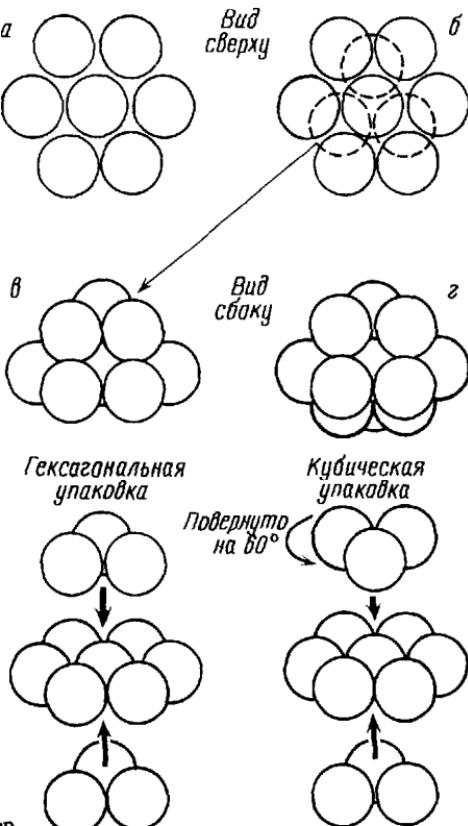
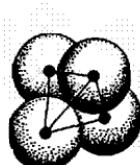
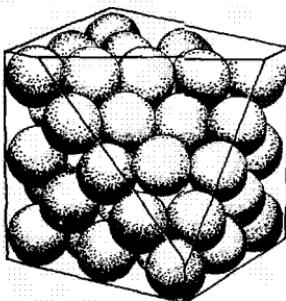
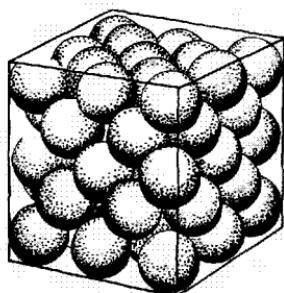
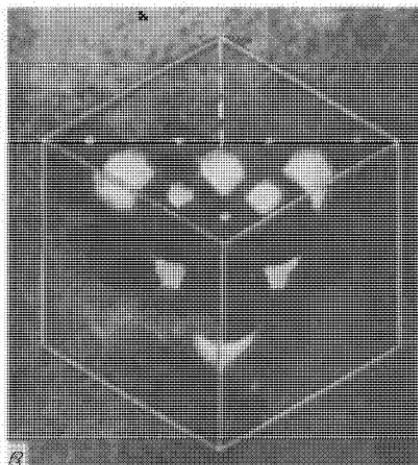
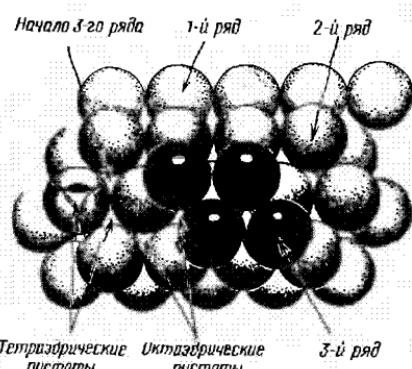
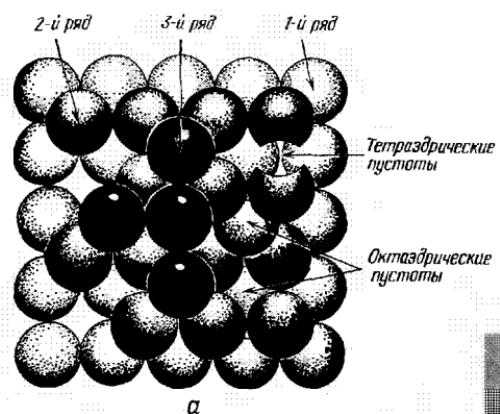
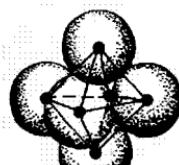


Рис. 1.4. Плотнейшая упаковка сфер.



Тетраэдрическая упаковка



Октаэдрическая упаковка

Рис. 1.5. Гранецентрированная кубическая упаковка сфер под разным углом зрения [13].

типа — шестью. Как будет показано ниже, эти пустоты играют важную роль в структурах силикатов. Другая характерная черта плотнейшей упаковки — это то, что она может быть построена из слоев как с квадратными, так и с ромбическими ячейками (рис. 1.6). Разница между гексагональной и гранецентрированной кубической плотнейшими упаковками показана из рис. 1.7. Следует еще раз сказать, что пустоты бывают как тетраэдрические, так и октаэдрические и что обе формы слоев могут быть отнесены к гексагональным плотноупакованным структурам.

На рис. 1.8 показаны положения слоев в гексагональной пирамиде под разным углом зрения. Хотя, по традиции, гранецентрированная кубическая и гексагональная плотнейшие упаковки относятся к различным кристаллографическим системам (на основе морфологии кристаллов), на самом деле они представляют собой одну и ту же плотнейшую упаковку, имеющую ромбодрическую симметрию и различно ориентированную в пространстве.

Если в слое с квадратными ячейками координаты центра каждой сферы отсчитывать от одной начальной точки (рис. 1.9), то положение центра любой сферы определяется по трем точкам в декартовых (прямоугольных) координатах: \bar{P} , \bar{n} , d , где \bar{n} — колонка из трех целых чисел, d — диаметр сферы и \bar{P} — матрица:

$$\bar{P} \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & \sqrt{1/2} & \sqrt{1/2} \\ 0 & -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}.$$

Расстояние от начальной точки до центра любой сферы (или расстояние между любыми двумя сферами) определяется выражением $d\sqrt{\bar{n}^1\bar{P}^1\bar{P}\bar{n}}$ или $d\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 + n_1n_2 + n_2n_3 + n_1n_3}$. Это выражение принимает минимальное значение, равное d в двенадцати точках, когда ряд \bar{n}^1 задан величинами $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(0, 1, -1)$, $(1, 0, -1)$ и $(1, -1, 0)$, также и в их отрицательных значениях; таким образом, каждая сфера касается двенадцати других сфер, попарно противоположных по диаметру. Эта формулировка, принадлежащая Ринне [17], дает полное геометрическое описание любой плотнейшей упаковки. Хотя такое

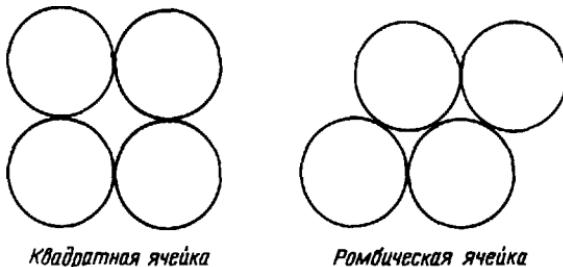


Рис. 1.6. Расположение слоев в структурах из упакованных сфер.

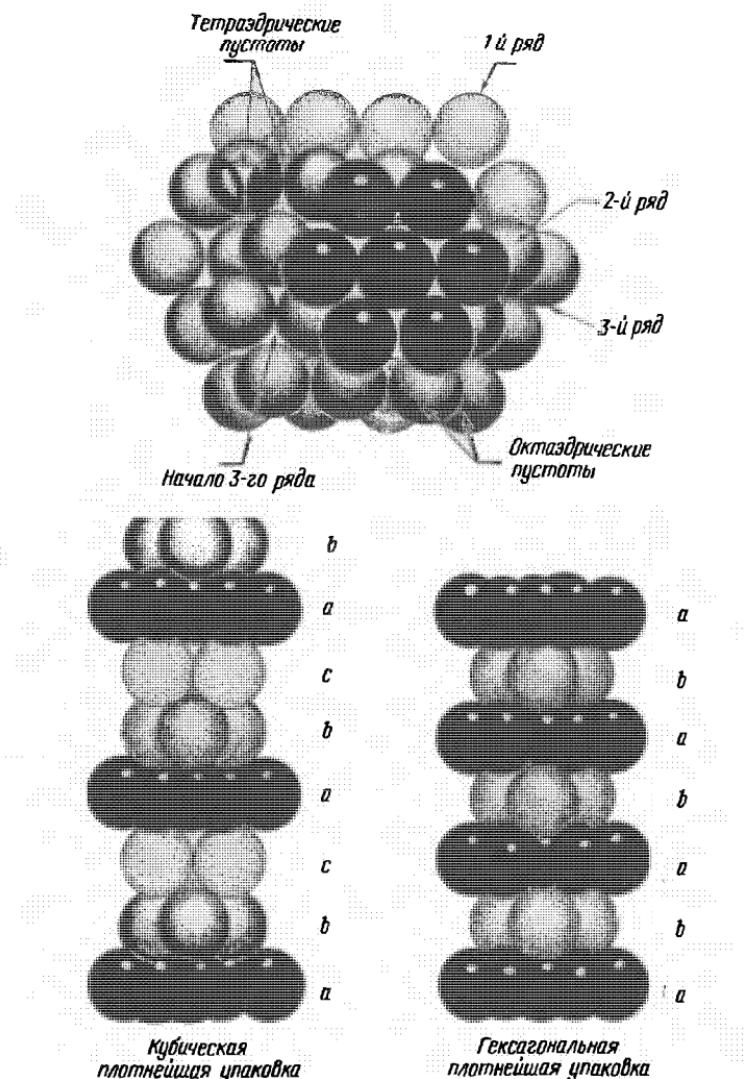


Рис. 1.7. Разновидности гексагональной плотнейшей упаковки.

расположение сфер обеспечивает наиболее плотное заполнение пространства, теоретически возможны и другие правильные упаковки равных сфер. Наименее устойчивое состояние описывается обычно как *примитивная кубическая упаковка*, показанная на рис. 1.10. *Орторомбическая**

* Орторомб представляет собой призму с квадратными боковыми гранями и ромбическими основаниями. — Прим. ред

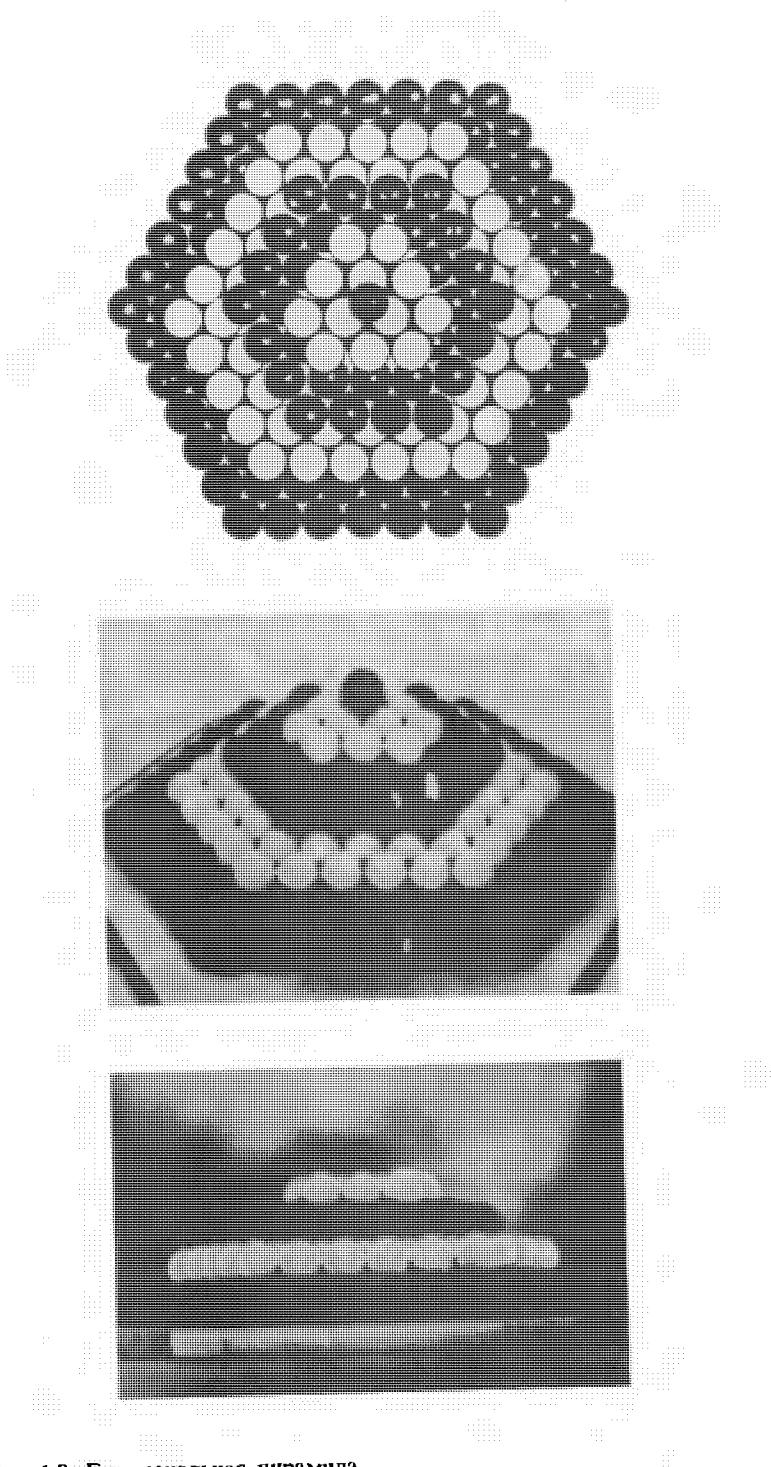


Рис. 1.8. Гексагональная пирамида.

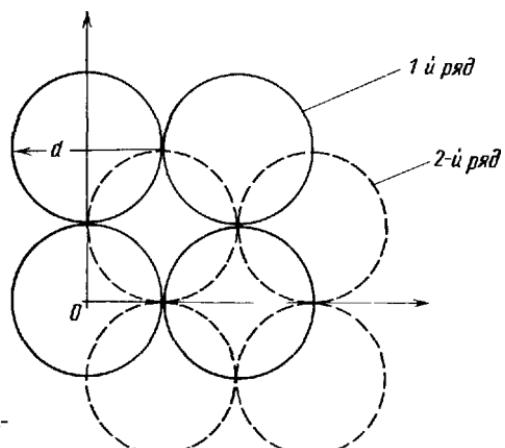


Рис. 1.9. Слои плотнейшей упаковки с квадратными ячейками

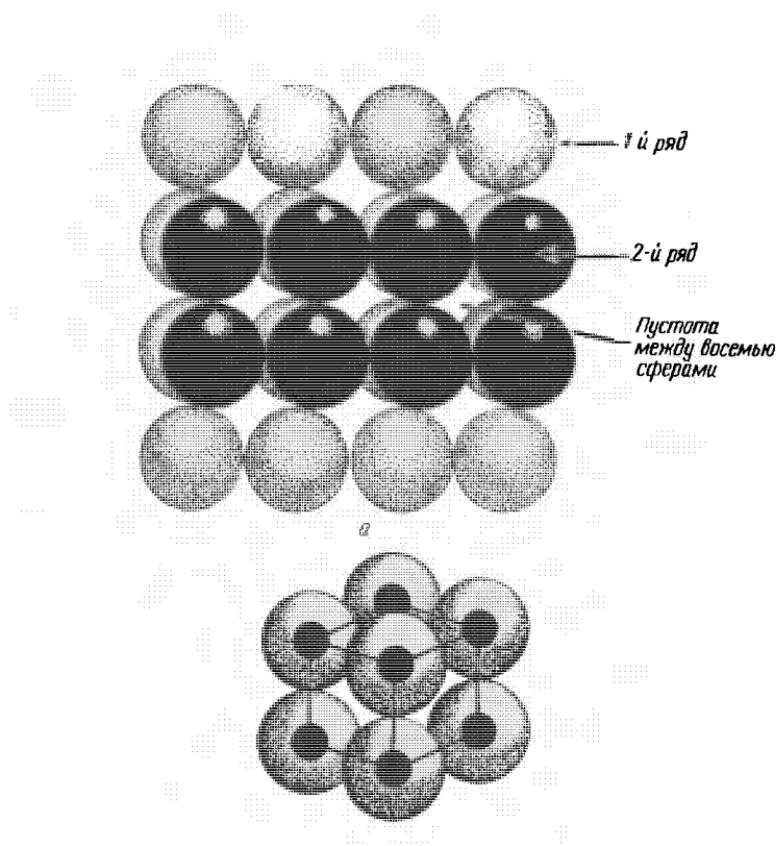


Рис. 1.10. Простая кубическая упаковка сфер

система образуется, когда центры сфер в одном ряду расположены на расстоянии $d/2$ по отношению к соседним рядам, как это видно на рис. 1.11, а. Тетрагонально-сфериодальная система упаковки образуется тогда, когда ромбовидные ряды сложены в порядке, изображенном на рис. 1.11, б, причем каждая сфера вклиниена между двумя сферами нижнего ряда.

Геометрические характеристики четырех основных систем приведены ниже в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Характеристики правильных упаковок равных сфер

Параметры	Система упаковки			
	кубическая	орторомбическая (призматическая)	тетрагонально-сфериодальная	ромбодирическая
Отношение свободного объема к заполненному	0,91	0,65	0,435	0,35
Пористость, %	47,64	39,54	30,19	29,95
Расстояние в рядах	d	d или $\sqrt{\frac{3}{2}}d$	$\sqrt{\frac{3}{2}}d$ или $\frac{d}{\sqrt{2}}$	$\frac{2}{3}d$
Координационное число	6	8	10	12

Следует упомянуть, что координационным числом называется количество ближайших (соседних) контактов: в некоторых случаях его именуют степенью связности системы. Приведенные выше рассуждения относятся только к случаю, когда модель состоит из равных сфер. Однако для ионных кристаллов приходится рассматривать структуры из сфер различной величины. Часто такого рода кристаллы состоят из относительно крупных анионов, окружающих значительно меньший

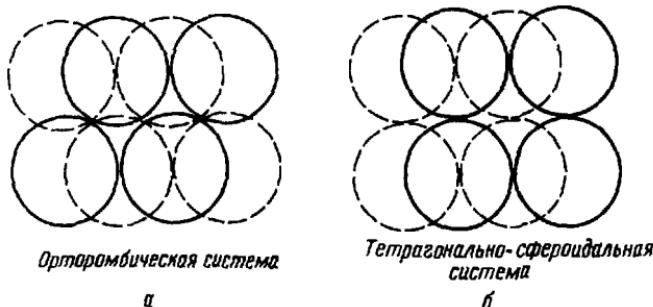
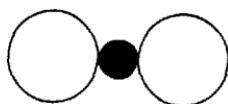


Рис. 1.11. Ортромбическая и тетрагонально-сфериодальная системы упаковки сфер.

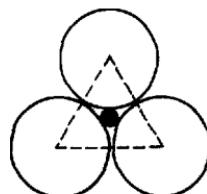
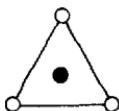
катион. На рис. 1.12 показано несколько типичных примеров правильного расположения атомов в кристаллах.

1.5. Породообразующие минералы. Источником материала для всех пород являются магматические породы, так как осадочные отложения представляют собой продукт переработки изверженных и метаморфических образований, а метаморфические в свою очередь образуются при изменении изверженных и осадочных пород. Поэтому элементы,

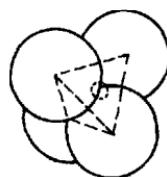
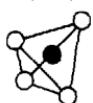
Линейное



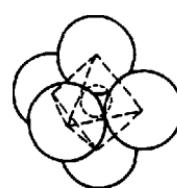
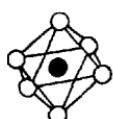
Треугольное



Тетраэдрическое



Октаэдрическое



Кубическое

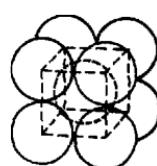
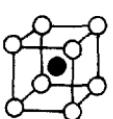


Рис. 1.12. Расположение атомов в кристаллах. *Линейное* – один атом окружен двумя атомами противоположного заряда; *треугольное* – три атома окружают очень малый центральный атом с противоположным зарядом; *тетраэдрическое* – четыре больших атома окружают один малый атом с противоположным зарядом; *октаэдрическое* – шесть больших атомов окружают небольшой центральный атом с противоположным зарядом; *кубическое* – восемь атомов окружают центральный атом почти одинакового с ними размера.

составляющие изверженные породы, присутствуют и в других образованиях. Известно огромное количество химических анализов изверженных пород, обобщенные результаты которых приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Содержание отдельных элементов в земной коре

Элемент	Содержание вес. %	
	по Мейсону, 1952 г. [15]	по Кларку и Вашингтону (см. [19])
O	46,60	46,41
Si	27,72	27,58
Al	8,13	8,08
Fe	5,0	5,08
Ca	3,63	3,61
Na	2,83	2,83
K	2,59	2,58
Mg	2,09	2,09
Всего	98,59	98,26
Ti	0,44	0,72
H	0,14	0,13
P	0,12	0,16
Mn	0,10	0,12
Всего	0,80	1,13
S	0,05	
C	0,03	
Всего	0,08	
Сумма	99,47	99,39

Роль кислорода в строении земной коры исключительно велика; как известно, кислород является также составной частью воды. Еще более примечательным является содержание, в объемном выражении, ионов кислорода в кристаллах минералов. Некоторые характерные цифры приведены ниже (в %):

Кварц	O — 98,7,	Si — 1,3,	
Ориолаз	O — 87,1,	Si — 0,9,	Al — 0,9, K — 11,1,
Мусковит	O — 89,9,	Si — 0,6,	Al — 1,9, K — 7,6.

Не подлежит сомнению, что геометрия размещения сфер одинако-

вых размеров, представленных в природе кислородными анионами, имеет решающее значение в строении кристаллов породообразующих минералов, в том числе силикатов. Относительные размеры ионов, слагающих силикаты, показаны на рис. 1.13.

Из рис. 1.12 видно, что, принимая атом кислорода за наибольший, можно вычислить размеры малых катионов, расположенных в пустоте любой данной укладки атомов кислорода. Так, если r_c обозначает радиус катиона, а \bar{r}_0 — радиусы ионов кислорода, расположенных вокруг катиона, то по табличным данным можно определить отношения r_c/r_0 , в котором r_0 — радиус кислородного аниона, показанного на рис. 1.13 (1,32 Å).

Ниже в табл. 1.3 приведены значения r_c/r_0 , полученные Гольдшмитом [14], вместе с вычисленными значениями \bar{r}_0 .

Таблица 1.3

Координационные числа и эффективные радиусы ионов, входящих в состав силикатов

Четверная координация (тетраэдрическое окружение) $r_c/r_0 = 0,22 - 0,41$			Шестерная координация (октаэдрическое окружение) $r_c/r_0 = 0,41 - 0,71$			Восьмерная координация (кубическое окружение) $r_c/r_0 > 0,71$					
	r_c	r_0		r_c	r_0		r_c	r_0			
Be	0,26	0,34	1,13	Al	0,43	0,57	1,32	Na	0,74	0,98	1,32
P	0,27	0,36	1,30	Tl	0,48	0,63	1,47	Ca	0,80	1,06	1,43
Si	0,30	0,39	1,32	Fe ³⁺	0,51	0,67	1,56	Pb	1,00	1,32	1,79
			(6)	Mn ³⁺	0,53	0,70	1,63	K	1,01	1,34	1,81
Mn ⁴⁺	0,39	0,51	1,70	Cu	0,53	0,70	1,63				
				Li	0,59	0,78	1,82				
				Mg	0,59	0,78	1,82				
				Fe ²⁺	0,63	0,83	1,93				
				Mn ²⁺	0,69	0,91	2,12				

Значения эффективных кислородных радиусов (\bar{r}_0) служат хорошими показателями относительного деформирования упаковки кислородных ионов при замене одного из катионов другим; для катионов одинаковой валентности эти радиусы указывают также на относительную прочность связей катионов с анионами. Надо помнить, что «размер» катионов и анионов является не постоянной величиной, а изменяется в соответствии с изменением внешних связей. Структуры силикатов можно рассматривать как геометрически правильно упакованные кислородные системы со связующими катионами в пустотах.

1.5.1. Силикаты. Рассматривая табл. 1.2, не следует удивляться тому, что в скальных породах и в грунтах чаще всего встречаются соединения кремния с кислородом. Сложный ион SiO_4 — это главная составная часть силикатов. В тех случаях, когда центральный ион кремния находится в тетраэдрической координации, т. е. окружен четырьмя ионами кислорода, образуются кремнекислородные тетраэдры

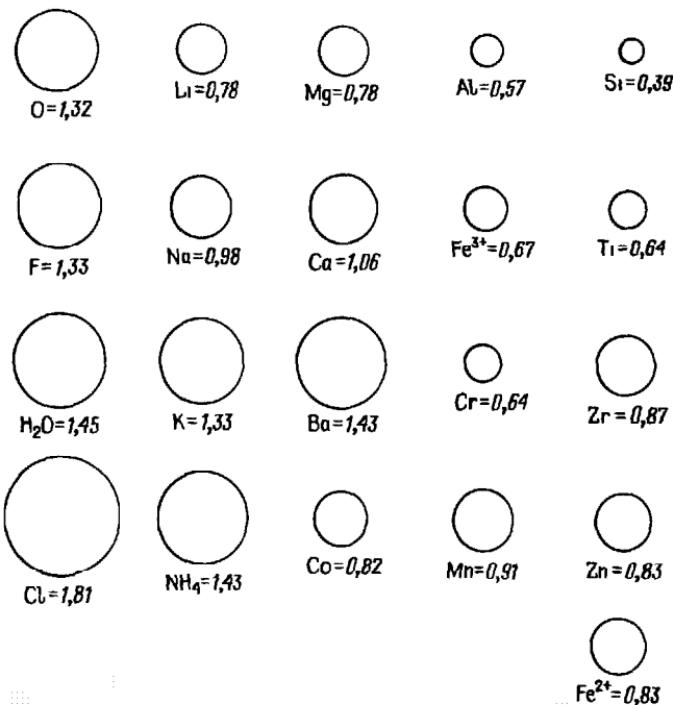


Рис. 1.13. Соотношение размеров атомов (в \AA) элементов, входящих в состав силикатов

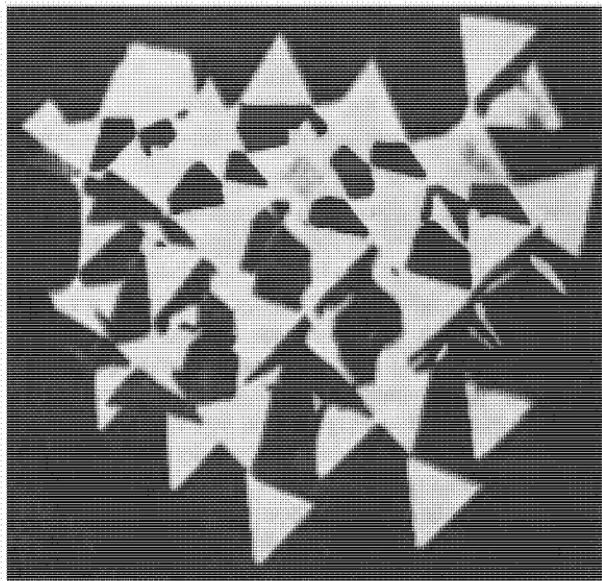


Рис. 1.14. Пространственная кристаллическая решетка кварца (схематическое изображение)

(рис 1.12). Так как валентность кремния равна четырем, то только один заряд каждого из окружающих его кислородных ионов нейтрализуется кремнием и каждый ион кислорода сохраняет по одному отрицательному заряду для связи с другими катионами. Это обеспечивает возможность обобществления кислорода двумя сложными ионами и представляет собой один из наиболее важных механизмов формирования силикатных структур. Из табл. 1.3 следует, что эффективный радиус кислорода (r_0) в тетраэдрической координации кремния равен 1,32 Å и соответствует «нормальному» значению, приведенному на рис 1.13. Сказанное подтверждает высокую стабильность группировки (SiO_4) . Связь в ней носит смешанный ионно-ковалентный характер и относительно очень прочна.

Классификация силикатов основана на типе соединения между собой тетраэдров SiO_4 . Основные группы следующие:

Каркасные силикаты	Тетраэдры соединяются кислородными связями и образуют трехмерные каркасы (рис 1.14) Типичные примеры: кварц, полевые шпаты и группа цеолитов
Ортосиликаты (островные)	Тетраэдры существуют раздельно и обычно связаны металлическими катионами (рис 1.15). Примеры: гранаты и силикаты алюминия
Диортосиликаты	Пары тетраэдров связаны одним общим кислородным ионом (рис 1.15) и образованные таким образом анионы, имеющие форму песочных часов, соединены металлическими, кислородными или гидроксильными ионами. Примерами являются группы эпидота и гемиморфита
Цепочечные силикаты	Тетраэдры объединены общими кислородами в одиночные или двойные цепочки (рис 1.15). Примеры группы амфиболов и пироксенов
Кольцевые силикаты	Тетраэдрические группировки образуют замкнутые кольцевые структуры (рис 1.15), состоящие из трех, четырех или шести единиц. Примеры: берилл, турмалин
Слоистые силикаты	Тетраэдры расположены слоями, в пределах которых (рис 1.15) связь между ними относительно сильная; между слоями связь слабая. Примеры группы слюд, хлоритов, глинистые минералы

1.5.2. *Карбонаты.* Карбонаты образуют другой класс минералов, также играющих значительную роль как материал скальных пород. В карбонатах основной составной единицей является сложный карбонатный радикал, состоящий из трех атомов кислорода, расположенных в виде треугольника вокруг центрального иона углерода (рис. 1.16). Углеродно-кислородная связь в основном ковалентная и более прочная, чем кремнекислородная связь. Поскольку заряд углеродного катиона

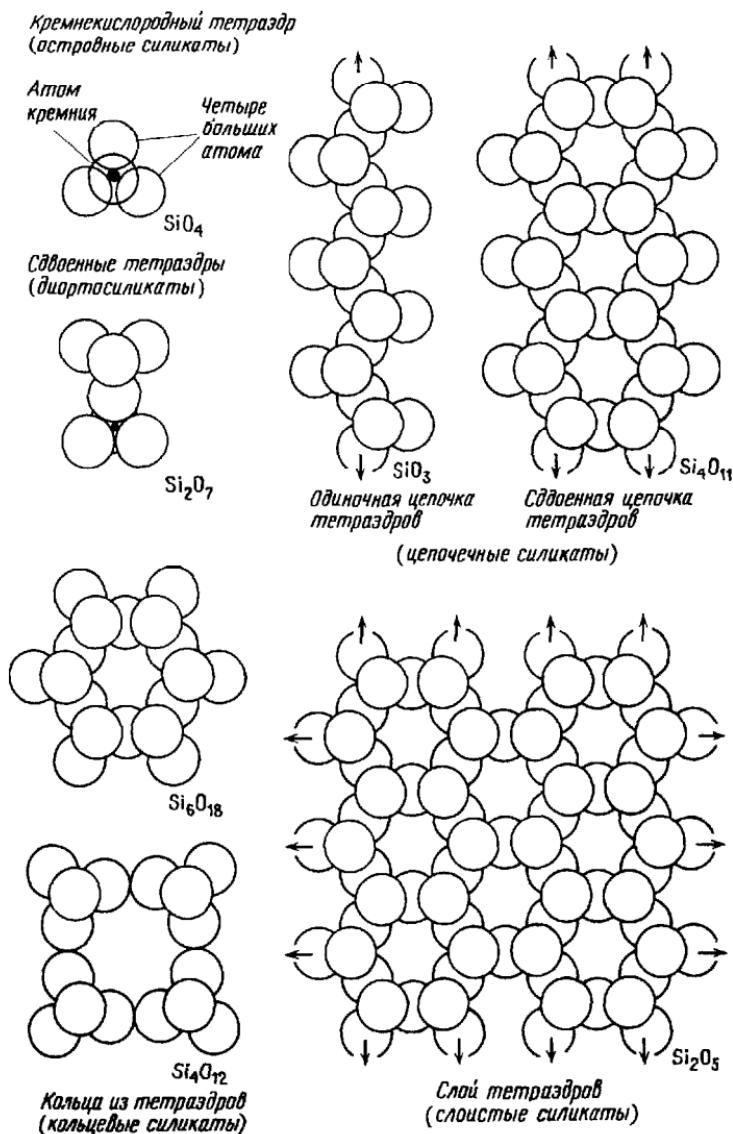


Рис. 1.15. Классификация структур силикатов.

(C^{4+}) недостаточен для нейтрализации шести отрицательных зарядов трех кислородных ионов (O^{2-}) , карбонатный ион ведет себя так, как если бы он был анионом с двумя отрицательными зарядами.

Наиболее распространенным минералом является кальцит (CaCO_3) , в котором катион кальция (Ca^{2+}) находится в октаэдрической коорди-

нации по отношению к кислородным атомам, с которыми его соединяют ионные связи. Рассматривая карбонатный ион отдельно, можно заметить, что кальциевые и углеродные ионы расположены в том же порядке, что и в структуре каменной соли (NaCl) (рис. 1.16).

Из табл. 1.3 следует, что кальций должен находиться в кубической координации по отношению к кислороду, но в кристалле кальцита этому мешают жесткие углеродно-кислородные связи. Таким образом, прочность кристалла определяется кислородно-кальциевой ионной связью.

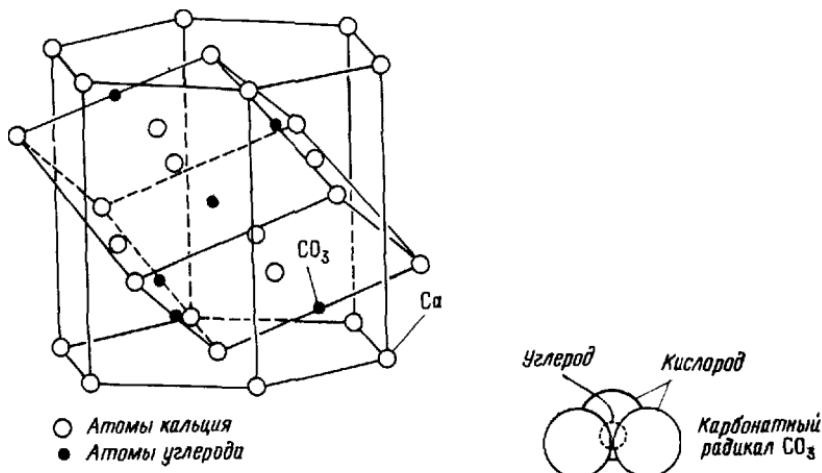


Рис. 1.16. Сложный карбонатный ион и кристаллическая структура кальцита.

Другой особенностью кристаллов кальцита является анизотропия их тепловых свойств. Совершенно очевидно, что резкое различие линейного расширения в плоскости карбонатных ионов от расширения в направлении, перпендикулярном этой плоскости, происходит из-за доминирующего влияния углеродно-кислородных связей. В табл. 1.4 приведены значения коэффициентов теплового расширения некоторых кристаллов [13].

Сильная анизотропия кальцита является причиной растрескивания поликристаллических агрегатов кальцита вдоль границ раздела зерен при нагревании до температуры примерно 500°C [18]; таким способом получают широко используемый уплотненный зернистый материал.

Другими разновидностями карбонатов, встречающихся в скальных породах, являются сидерит (FeCO_3), в котором кальцит замещен железом (Fe^{2+}), и доломит ($\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$), в котором одновременно присутствуют кальций и магний (Mg^{2+}). Поскольку Fe^{2+} и Mg^{2+} могут существовать в октаэдрической координации с кислородом (табл. 1.3), соединения этих катионов обладают большей прочностью, чем соединения с кальцитом.

Таблица 1.4

Коэффициенты теплового линейного расширения некоторых анизотропных кристаллов

Кристалл	Коэффициент линейного расширения, 10^{-6}	
	перпендикулярно оси с	параллельно оси с
Al_2O_3	8	9
SiO_2 (кварц)	14	9
$3\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2$	5	6
$\text{NaAl}_5\text{Si}_3\text{O}_8$ (альбит)	4	13
CaCO_3 (кальцит)	-6	25
С (графит)	1	27

1.5.3. Изоморфное замещение. Одним из важнейших свойств кристаллических структур является способность к замене одних ионов на другие, равнозначные по размерам и электрическим характеристикам, без изменения формы кристалла. Это явление называется изоморфным замещением. Так, например, магнезит (MgCO_3) отличается от сидерита (FeCO_3) только тем, что с ионами карбоната связаны катионы магния, а не железа. В связи с тем что радиус железа ($0,83 \text{ \AA}$) несколько больше радиуса магния ($0,78 \text{ \AA}$), часть магния в магнезите может быть замещена железом без изменения основной структуры кристалла. В других случаях замещение ионов сопровождается изменением заряда с нарушением электронейтральности кристалла, даже если его форма остается без изменения. В этом смысле наиболее важную роль играет ион алюминия (Al^{3+}); его размеры таковы, что он может входить либо в тетраэдрическую (в которой он замещает кремний Si^{4+}), либо в октаэдрическую координацию. Эта особенность распространяется на широкий круг минералов различного типа, в частности на силикаты и глинистые минералы.

1.6. Структура силикатов и свойства силикатных материалов.

1.6.1. Кварц. Можно показать, что чем меньше отношение ионных радиусов (табл. 1.3), тем устойчивее кристалл. В идеале кварц должен быть самым устойчивым силикатным минералом не только потому, что сложный ион (SiO_4) представляет собой наиболее устойчивую кислородную группировку, но и потому, что обобществление всех вершин тетраэдров приводит к образованию единого трехмерного каркаса (рис. 1.14). Геометрически вполне возможны контакты тетраэдров по вершинам (углов), по ребрам и по граням. Однако в этих случаях положительно заряженные катионы будут располагаться ближе согласно отношению

$$1 \text{ (вершина)} : 0,58 \text{ (ребро)} : 0,33 \text{ (грань)}$$

и электростатическое отталкивание сильно увеличится.

1.6.2. Группа полевых шпатов. Полевые шпаты представляют собой группу наиболее распространенных первичных минералов, что подтверждается высоким их содержанием в изверженных породах (табл. 1.5).

Геометрически полевошпатовая структура, подобно кварцевой, состоит из трехмерного каркаса, образованного кислородными тетраэдрами с угловыми контактами. В тетраэдрах полевых шпатов значительную долю ($1/4 - 1/2$) составляет ион алюминия (Al^{3+}), замещающий ион кремния (Si^{4+}). Тем самым в каждом алюминиевом тетраэдре ощущается дефицит в один положительный заряд. Чтобы скомпенсировать этот недостаток и обеспечить электронейтральность, необходимы катионы металлов, например K^+ , Na^+ или Ca^{2+} .

Таблица 1.5

Содержание наиболее часто встречающихся минералов в изверженных породах

Минералы	Содержание, вес %
Полевые шпаты	59,8
Роговая обманка и пироксены	16,8
Кварц	12,0
Биотит	3,8
Прочие	7,9

Полевые шпаты по характеру внедренных в каркас катионов делятся на две подгруппы: калиевые полевые шпаты и натриево-кальциевые полевые шпаты или плагиоклазы. К первой подгруппе относятся ортоклаз, микроклин и санидин. Все эти минералы имеют один и тот же химический состав $K(AlSi_3O_8)$, но строение кристаллов разное и определяется положением иона калия (рис. 1.17). Серия плагиоклазов представляет собой непрерывный ряд от богатого натрием альбита до богатого кальцием анортита, как это видно из табл. 1.6.

Следует заметить, что теоретически, поскольку кальций двухвалентный, алюминий в анортите занимает в два раза больше мест, чем в альбите. Так как к тому же ион алюминия больше иона кремния, эквивалентный кислородный радиус r_0 увеличен, а связь соответственно ослаблена. Присутствие металлических катионов тоже способствует искажению кислородных упаковок. Полевые шпаты менее стойкие, чем кварц, выветриваясь, превращаются в глинистые минералы, а кварц сохраняется в виде песка. Примечательно также, что кальциевый плагиоклаз, в котором каждый анион кальция насыщает связи двух тетраэдров и, следовательно, способствует большему искажению кислородной упаковки, обладает меньшей устойчивостью к выветриванию, чем натриевый плагиоклаз (табл. 1.7).

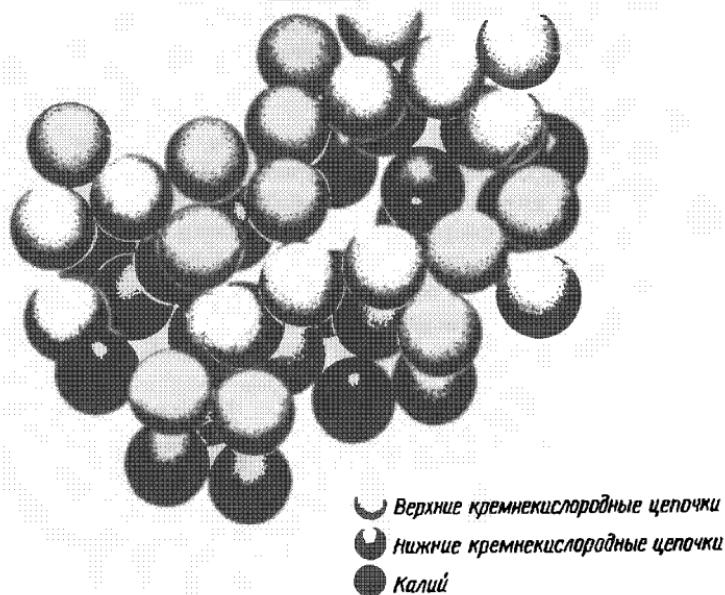


Рис. 1.17. Расположение атомов кислорода и калия в кристаллической структуре ортоклаза $K[AlSi_3O_8]$. Атомы кремния и алюминия не показаны

Таблица 1.6

Серия плагиоклазов

Название минерала	Содержание натриевого компонента $Na(AlSi_3O_8)$ %	Содержание кальциевого компонента $Ca(Al_2Si_2O_8)$ %
Альбит	100—90	0—10
Олигоклаз	90—70	10—30
Андезин	70—50	30—50
Лабрадор	50—30	50—70
Битовнит (редок)	30—10	70—90
Анортит (редок)	10—0	90—100

1.6.3. Группа слюд. В минералах этой группы кислородные тетраэдры объединяются только по вершинам, причем таким образом, что основания тетраэдров все находятся в одной плоскости, а свободные вершины — в другой. В результате такого расположения получаются слоистые (листоватые) структуры, показанные на рис. 1.18 и 1.19. Вершины тетраэдров представляют собой ненасыщенные внутри тетраэдрической сетки кислородные ионы; они образуют один из «ионных

Таблица 1.7

Устойчивость к выветриванию минералов изверженных пород [9]

Увеличение устойчивости	Оливин
	Кальциевый плагиоклаз
	Пироксен
	Амфибол
	Натриевый плагиоклаз
	Биотит
	Калиевый полевой шпат
	Мусковит
	Кварц

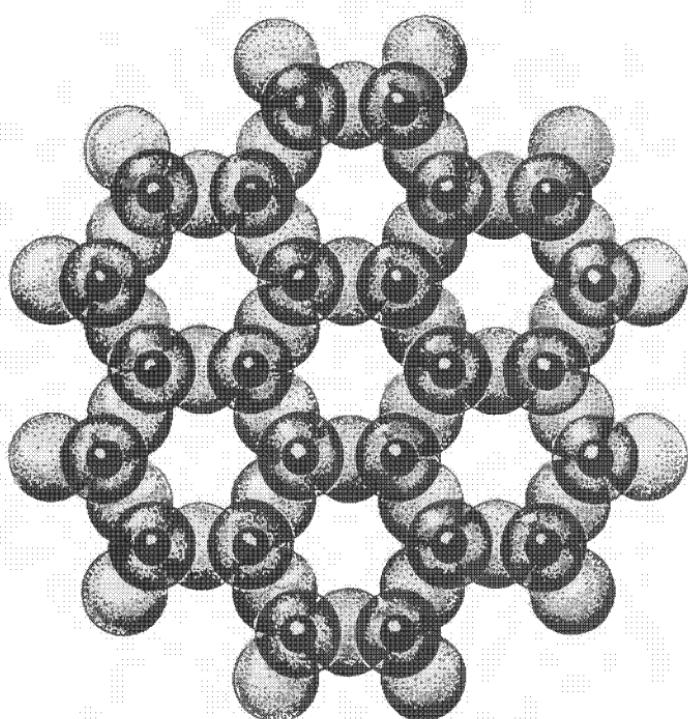


Рис. 1.18. Кольцевая структура в основании кремнекислородного слоя

этажей» в октаэдрическом слое (рис. 1.19). Тетраэдрическая сетка с другой стороны октаэдрического слоя перевернута по отношению к первой. Все три слоя вместе образуют один пакет слоистой силикатной структуры. Особенностью слюд является то, что $1/4$ кремниевых позиций всегда занята ионами алюминия и, кроме того, позиции алю-

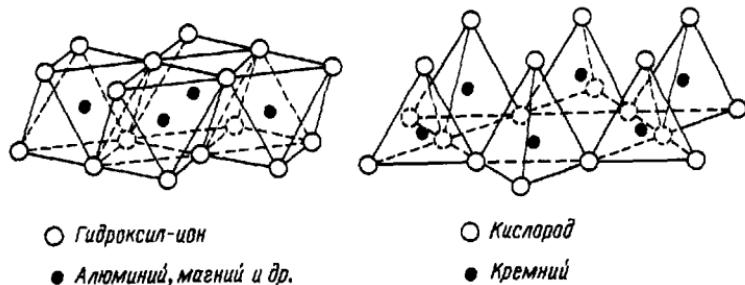


Рис. 1.19. Структура октаэдрических слоев.

миния в октаэдрах могут быть замещены ионами Mg или Fe . Тип слюды зависит от характера этих замещений.

Структурная единица слюды состоит из двух слоев кремниевых тетраэдров и одного слоя алюминиевых октаэдров. Связаны эти единицы ионами калия, расположеннымными в промежутках между кремниево-алюминиевыми пакетами (рис. 1.18 и 1.20).

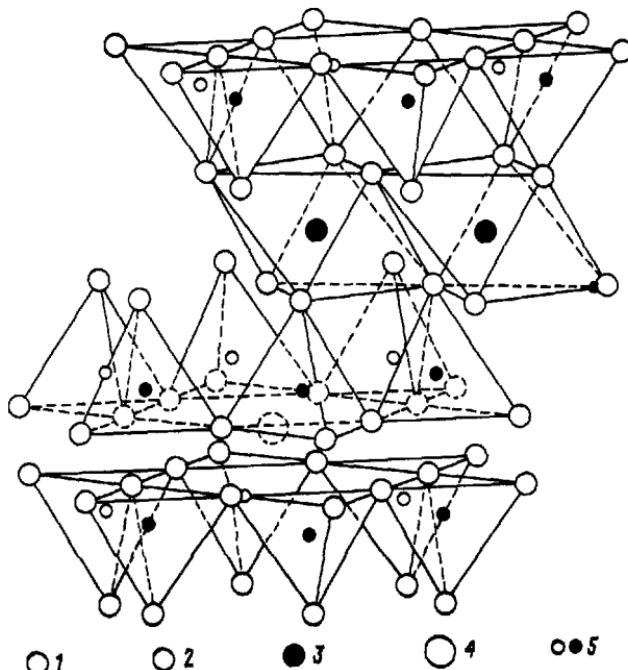


Рис. 1.20. Идеальная структура мусковита. 1 – кислород; 2 – ион гидроксила; 3 – алюминий; 4 – калий; 5 – кремний (на одну четверть замещенный алюминием).

Мусковит, который также называют калиевой слюдой, обладает структурной формулой $(\text{OH})_2\text{KAl}_2(\text{AlSi}_3\text{O}_{10})$ и не имеет замещений в октаэдрическом слое. Мусковит более устойчив к выветриванию, чем биотит (табл. 1.7), в котором все позиции алюминиевых октаэдров замещены ионами Mg и Fe. Структурная формула широко распространенного биотита $(\text{OH})_2\text{K}(\text{Mg}, \text{Fe})_3\text{AlSi}_3\text{O}_{10}$. Прочность слюды зависит от силы калиевой связи, которая в свою очередь зависит от характера искажения решетки, вызванного процессом замещения. Эти связи, хотя и существенные по своей силе, значительно слабее внутренних связей в кремниевых алюминиевых слоях, и слюда вследствие этого обладает способностью расщепляться вдоль калиевых слоев, что обусловливает совершенную спайность, проявляющуюся в кристаллах.

1.6.4. *Глинистые минералы.* В структурном отношении слюды тесно связаны с глинистыми минералами. *Иллит*, например, отличается от биотита степенью замещения как в тетраэдрических, так и в октаэдрических слоях и, следовательно, количеством ионов калия, связывающих структурные единицы. Структурная формула иллита $(\text{OH})_4\text{K}_y(\text{Al}_4, \text{Fe}_4\text{Mg}_{4-6}(\text{Si}_{8-y}\text{Al}_y)\text{O}_{20})$, в которой значение y может изменяться от 1 до 1,5. *Монтмориллонит* по строению его структурных единиц подобен иллиту, но в нем отсутствуют связующие ионы калия. Вместо этого гидратированные катионы Na и Ca испытывают притяжение за счет дефицита заряда в пределах структурных единиц, что дает менее эффективную связь, чем та, которую обеспечивают ионы калия.

Теоретическая формула структурных единиц монтмориллонита $(\text{OH})_4\text{Si}_8\text{Al}_4\text{O}_{20} \cdot n\text{H}_2\text{O}$, но практически состав минерала всегда отличается от этой формулы из-за замещения кремния в тетраэдрической координации алюминием и алюминия в октаэдрической координации такими элементами, как Mg, Fe, Zn и Li. Этим замещением и вызван дефицит заряда, притягивающего заменяющие катионы к граням составляющих единиц. Энергия гидратации катионов настолько велика, что вокруг последних образуется водяная пленка. Вода, проникая между элементарными единицами, расклинивает их, вызывая этим объемное расширение структуры. Монтмориллониты известны своей способностью к набуханию.

Каолинит отличается от других глинистых минералов тем, что состоит из чередующихся слоев силикатных тетраэдров и глиноземных октаэдров. Внешний ряд вершин октаэдрического слоя в этом случае образован ионами гидроксила, вследствие чего при соединении этого ряда с кислородными ионами смежного силикатного слоя образуются водородные связи (рис. 1.21). По характеру последовательности силикатных и глиноземных слоев каолинит часто обозначают как минерал с решеткой 1:1 со структурной формулой $(\text{OH})_8\text{Si}_4\text{O}_{10}$.

Кроме описанных выше существует много других минералов. В начале этой главы отмечалось, что в настоящее время выявлено около 2000 видов различных минералов. Однако здесь рассмотрены

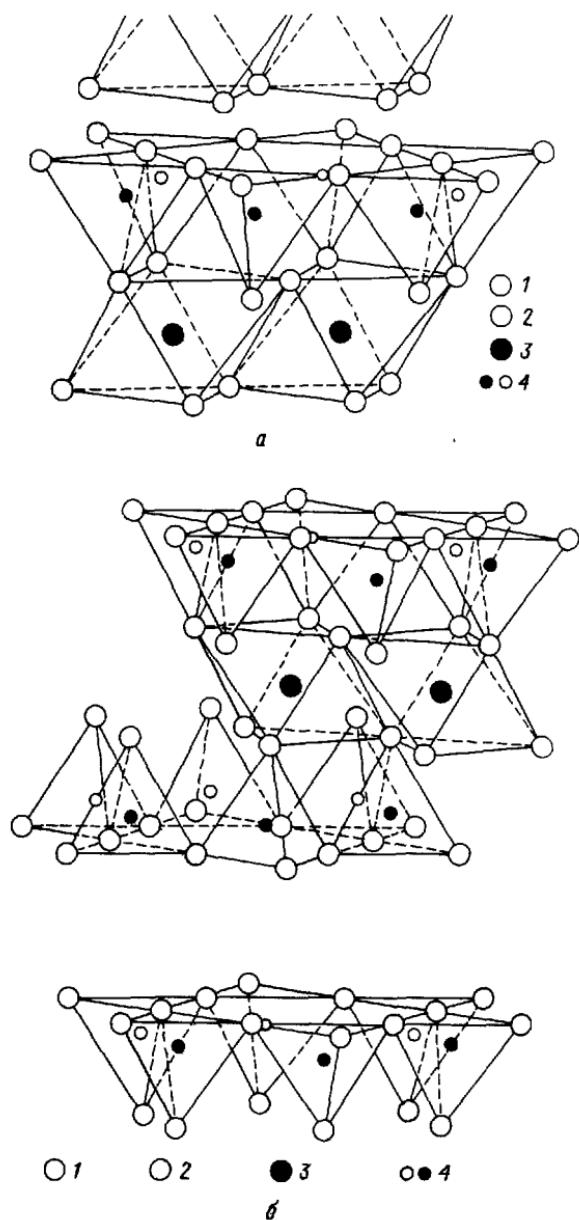


Рис. 1.21. Структура глинистых минералов. *а* – каолин: 1 – кислород, 2 – ион гидроксила, 3 – алюминий, 4 – кремний; *б* – монтмориллонит: 1 – кислород, 2 – ион гидроксила, 3 – алюминий, железо, магний, 4 – кремний, спорадически алюминий.

наиболее характерные свойства лишь тех минералов, которые существенно влияют на механическую прочность скальных пород.

1.7. Несовершенства и дефекты строения. Установлено, что дефекты в структуре металлических кристаллов сильно влияют на деформационные свойства последних. Существенное значение имеют несовершенства и в кристаллах таких минералов, как силикаты, но из-за иного характера связи (ионной и ковалентной) здесь имеются серьезные отличия. На рис. 1.22 показаны два вида искажения решеток, вызванного присутствием в них «чужих» атомов — замещающих и внедренных. Следует напомнить, что в минералах горных пород часто наблюдается изоморфное замещение, ведущее к серьезному нарушению решетки и как следствие к ослаблению кристаллической структуры. Специфический вид расстройства, при котором возникает равное количество свободных мест в каркасе и внедренных атомов, известный как дефекты по Френкелю, изображен на рис. 1.23. Но в окисных системах и в ковалентных кристаллах такие дефекты встречаются

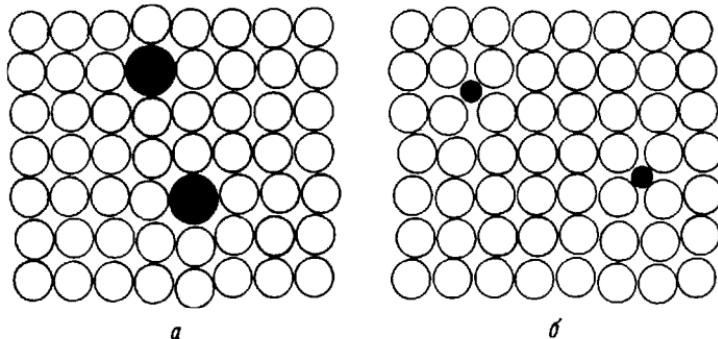


Рис. 1.22. Замещающие (а) и внедренные (б) атомы в твердых растворах.

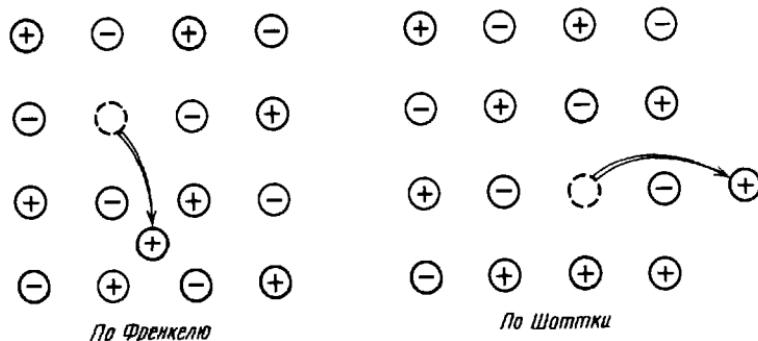


Рис. 1.23. Схематическое изображение дефектов по Френкелю и Шоттки в ионных кристаллах.

редко. На этом же рисунке показаны также дефекты по Шоттки, более характерные для ионных кристаллов.

Простые дислокации, краевая и винтовая, не имеют существенного значения при деформации минералов горных пород по крайней мере при нормальных температуре и давлении, когда порода находится главным образом в хрупком состоянии. При некотором всестороннем сжатии и при повышенной температуре большинство силикатов обнаруживают пластические свойства, и, как можно предполагать, развитию этого состояния могут способствовать упомянутые выше геометрические типы дислокаций. Один из возможных механизмов дислокаций показан на рис. 1.24.

В совершенном слюдяном кристалле (рис. 1.20) ион калия должен располагаться симметрично между поверхностями, образованными гексагональными кислородными кольцами. Однако хорошо известно [3], что кристаллы обычно лишены своей идеальной конфигурации. Кислородные ряды отходят от простой плоской аранжировки, что влечет за собой смещение ионов калия из единой плоскости. Происходит относительно простое проскальзывание как следствие последовательного перемещения ионов калия без расходования большого количества энергии для отделения слоев. С другой стороны, свойства кварца зависят от сравнительно прочной кремниево-кислородной связи, которая должна быть разрушена при искажении (нарушении) структуры. Не удивительно, что кварц остается хрупким и в условиях высокого всестороннего давления.

Значительно более существенным дефектом в кристаллических породах являются границы раздела зерен (рис. 1.25). В поликристаллических породах присутствие таких границ неизбежно и последние из-за анизотропного характера кристаллов могут служить зонами разупорядочения атомов. Следует напомнить, что дальность действия силикатных связей обычно не велика и при расстоянии всего лишь одного или двух диаметров атома ($> 3 \text{ \AA}$ [12]) взаимодействие слабое. Некоторые теории разрушения хрупких пород основаны на предположении, что микротрещины Гриффитса возникают от концентрации напряжений в окружающей однородной среде. Границы раздела зерен обычно считают вероятным источником развития таких трещин. Согласно гипотезе, ранее высказанной автором [25], возможна иная интерпретация значения границы раздела зерен, которую целесообразно рассмотреть ниже.

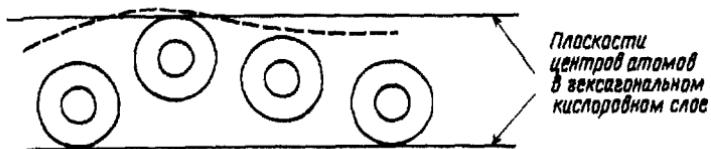


Рис. 1.24. Гипотетический механизм дислокаций в слюде.

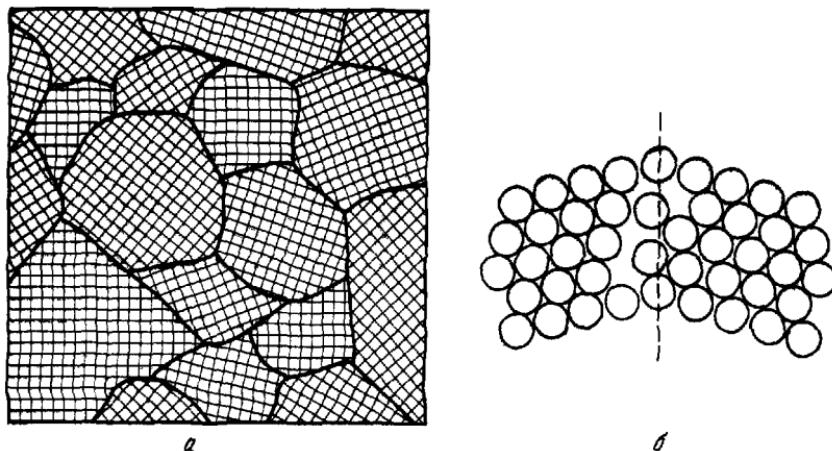


Рис. 1.25. Поликристаллы: *а* – границы раздела полиздрических зерен; *б* – атомное строение на границе раздела.

Если к идеальному кристаллу (рис. 1.26, *а*) приложить напряжение σ , то на каждой границе раздела зерен будет действовать усилие связи в направлении σ , равное t (на рисунке $t = 1/4\sigma$). С удалением двух элементарных единиц, как это показано на рис. 1.26, *б*, усилие связи увеличится до $2t$. Но если t представляет собой максимальную прочность связи, то в случае *б* может быть приложено только напряжение $\sigma/2$. Пример этот приведен с целью показать, какое решающее значение имеет максимальная прочность связи. В куске скальной породы протяженность границ раздела между зернами может равняться сотням и тысячам ангстремов. Следовательно, прочность в направлении, нормальном границе раздела, может измеряться величиной от $t/100$ до t .

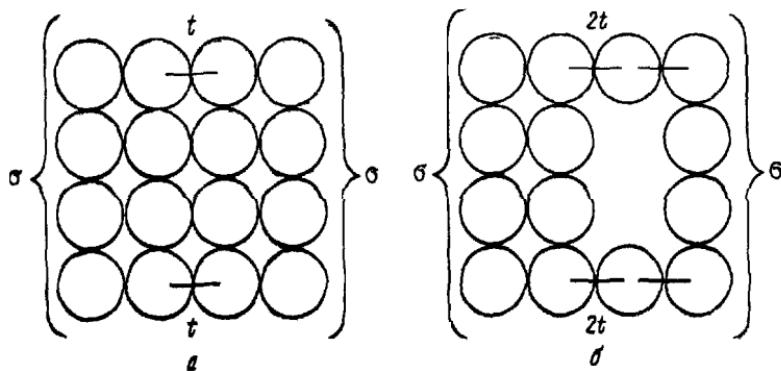


Рис. 1.26. Идеализированная модель алмазного вакансий вблизи границ раздела зерен.

до $t/1000$ Это главная причина, почему поликристаллические скальные породы гораздо слабее идеального кристалла.

На рис. 1.27 показан контакт между двумя зернами с преувеличенной шириной границы раздела. Под влиянием комплекса внешних напряжений зерна стремятся отделиться друг от друга и разрушение происходит, когда связи на контакте рвутся. По указанным выше причинам разрыв может произойти и тогда, когда внешние напряжения в среднем значительно ниже прочности идеального кристалла. При изменении направления приложения внешних усилий возникают напряжения сжатия (σ_c), и тогда силы, вызванные этими напряжениями, передаются через контакты. Таким образом, влияние σ_c на усилия

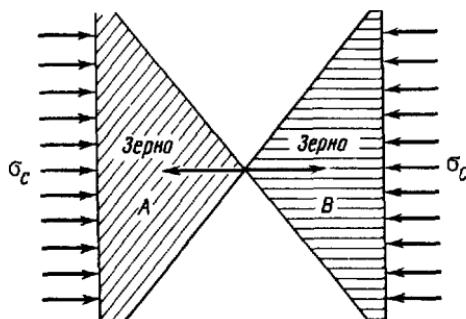


Рис. 1.27. Роль границ раздела зерен в передаче внешнего напряжения

связи в контактах будет увеличиваться в той же степени, в какой происходило уменьшение прочности в первом случае. По этой причине всестороннее сжатие очень сильно влияет на поведение хрупких материалов. Внешние напряжения, способствующие увеличению прочности кристаллических пород, обычно во внимание не принимаются. Приведенные выше аргументы показывают, насколько дефекты на границах раздела зерен, препятствующие развитию теоретически возможной прочности в поликристаллических агрегатах, могут в то же время способствовать внешним сжимающим напряжениям увеличивать уже существующую прочность. При размерах трещин или других дефектов, превышающих размер зерен, эти трещины уже существенно влияют на концентрацию макронапряжений, в общем виде предсказанную Гриффитсом, и на развитие хрупкого разрушения. Значения этих дефектов более подробно рассмотрены в гл. 5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Argyris J H Energy Theorems and Structural Analysis – Aircraft Eng., 26, 347–356, 1954
2. Best, B S Stress Distributions in Block Jointed Masses – 209 p Ph D Thesis, James Cook Univ., 1970

- 3 *Brindley G W* Ceramic Fabrication Processes, ed *Kingery*, Wiley, 1958
- 4 *Burman B C* A numerical approach to the mechanics of discontinua – 383 pp, Ph D Thesis James Cook Univ, 1971
- 5 *Clough R W* The Finite Element in Plane Stress Analysis Proc 2nd ASCE Conf on Electronic Comput (Pittsburgh), 1960
- 6 *Cottrell A H* The Mechanical Properties of Matter – 430 p, New York (Wiley), 1964
- 7 *Cundall P A* The measurement of Analysis of Accelerations in Rock Slopes Ph D Thesis, University of London, 1971
- 8 *Evans R C* An introduction to crystal chemistry – 2nd ed, 410 p Cambr Univ Press, 1964
- 9 *Goldich S S* A study in rock weathering – Journ Geol, **46**, 17–58, 1938
- 10 *Goodman R E* Analysis of Structures in Jointed Rock – Report No DACA 45-67-C-0015, U S Army Engr Dist Omaha, 1967
- 11 *Goodman R E, Taylor R L and Brekke T L* A model for the Mechanics of Jointed Rock – Proc ASCE, Soil Mech Found Eng Div, **94**, 637–659, 1968
- 12 *Ingles O G* Chapter 1 in Soil Mechanics – Selected Topics, ed *Lee*, Butterworths, 1968
- 13 *Kingery W D* Introduction to Ceramics – 781 p, New York (Wiley), 1960
- 14 *Marshall C E* The Physical chemistry and mineralogy of soils, Vol 1 – New York (Wiley), 1964
- 15 *Mason B* Principles of Geochemistry 3rd ed, 310 p, New York (Wiley), 1966
- 16 *Muller L* Opening Address – Proc 1st Congress, Int Soc Rock Mech Lisbon, **3**, 80–83, 1966
- 17 *Rennie B C* On the Strength of Sand – Journ Aust Math Soc, **1**, 71–79, 1959
- 18 *Rosengren K J and Jaeger J C* The Mechanical Properties of an Interlocked low-porosity Aggregate – Geotechnique, **18**, 317–326, 1968
- 19 *Simpson B* Rocks and Minerals – London (Pergamon), 1966
- 20 *Sinkankas J* Mineralogy a first course – 585 p, Princeton (v Nostrand), 1966
- 21 *Terzaghi K V* Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage – 399 pp, Leipzig/Wien (Deuticke), 1925
- 22 *Tottle G R* The Science of Engineering Materials – 252 p, London (Heinemann), 1966
- 23 *Trollope D H* Mechanics of Rock Slopes – AIME (New York Mtg) TP60A037, 1960
- 24 *Trollope D H* The mechanics of discontinua or clastic mechanics in rock problems – In *STAGG K C and Zienkiewicz O C* (eds) Rock Mechanics in Engineering Practice, 275–320, New York (Wiley), 1968
- 25 *Trollope D H* The Nature of Rock Material – Vacation School in Rock Mechanics, Univ College of Townsville, 65 pp, 1969
- 26 *Turner M J, Clough R W, Martin H C and Topp L J* Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures – J Aero Sci, **23**, 805–823, 1956
- 27 *Zienkiewicz O C and Cheung Y K* The finite element method in structural and continuum mechanics – London (McGraw-Hill), 1967

Глава 2

Геология и механика скальных пород *

Х. Бок

2.1. Геология и проектирование сооружений. Вопросы механики скальных пород в инженерном проектировании обычно рассматриваются при решении проблем взаимодействия сооружений со скальными массивами. Основные этапы проектирования состоят из ряда последовательных этапов, которые можно перечислить в следующем порядке:

1. Предварительные исследования — оценка необходимости и экономической целесообразности проекта и выявление возможных вариантов решения.

2. Полевые изыскания — детальное определение строения скального массива.

3. Отбор и испытания образцов — оценка соответствующих механических свойств участков скального массива, выделенных, по данным полевых исследований, как представительные.

4. Анализ (расчеты) — воспроизведение естественных условий и поставленной инженерной задачи на идеализированной модели с целью прогнозирования поведения скального массива (основания).

5. Проектирование — оптимизация поведения скального массива с точки зрения эффективности и безопасности.

6. Измерения — натурные наблюдения за скальным массивом и сравнение прогнозных данных с фактическими.

Эта последовательность может меняться в зависимости от характера вопросов, решаемых в проекте. На практике бывает иногда целесообразным отказаться от некоторых этапов по крайней мере временно или дополнить некоторые из них специальными исследованиями и уточнениями. Так, например, признано полезным в более сложных скальных условиях проводить предварительные проектные проработки до окончания полевых изысканий и испытаний. В таких проработках (параметрических исследованиях или анализе чувствительности) оцениваются исходные данные для выявления наиболее важных параметров, подлежащих затем более полному изучению в полевых и лабораторных условиях.

Проектирование в области механики скальных пород требует участия специалистов разного профиля и квалификации, в том числе экономистов, инженеров-строителей и горных инженеров, геологов и гео-

* Посвящается проф. Л. Мюллеру по случаю его семидесятилетия.

физиков. Геологи нужны главным образом на стадии изысканий и предварительных исследований, при отборе и испытании образцов и в натурных наблюдениях (рис. 2.1). Задача геологов сводится к тому, чтобы найти путь рационального анализа скального основания или массива, окружающего подземное сооружение. В связи с этим возникают следующие вопросы:

Какие геологические параметры наиболее важны для геомеханической модели? (см. разд. 2.2).

В чем заключается специфическая задача участия геологов в оценке реальных параметров скального массива?

Какие основные проблемы связаны с этими параметрами? (см. разд. 2.3).

2.2. Геологические параметры в геомеханической модели. Наиболее важные геологические параметры, необходимые для построения геомеханической модели, показаны на рис. 2.2:

1. Границы условия модели (естественные напряжения или возможности перемещений).

2. Литологические разновидности породы и их распределение.

3. Тип, расположение и ориентация нарушений сплошности, например разломов, трещин и поверхностей напластования.

4. Распределение подземных вод, их физические и химические свойства.

2.2.1. Границы условия. Считается, что скала всегда в какой-то степени является частью построенного на ней сооружения. Поскольку протяженность скального массива в натуре практически бесконечна, необходимо выбрать границы, в пределах которых моделируется скальный массив и анализируется его механическое поведение. Предполагается, что за пределами этих границ скальный массив остается незатронутым влиянием сооружения. Определение этих границ и установление приемлемых условий вдоль них («границы условий»), отра-

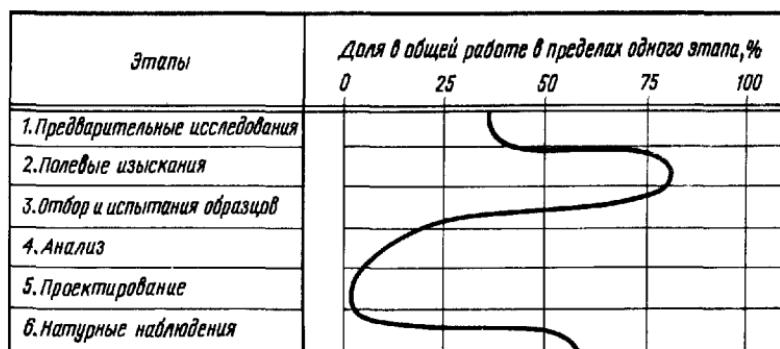


Рис. 2.1. Приблизительная доля участия геологов в работе на разных этапах проектирования сооружений на или в скале.

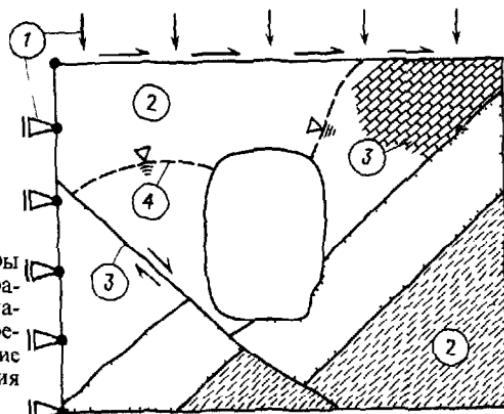


Рис. 2.2. Геологические факторы в геомеханической модели 1 – граничные условия (естественные напряжения или возможности перемещения), 2 – петрографические разновидности; 3 – нарушения сплошности; 4 – вода.

жающих напряженно-деформированное состояние скального массива в естественном залегании, является задачей инженера геомеханика

Раньше при оценке состояния скального массива вокруг подземной выработки граничные условия принимались обычно такими, как это показано на рис. 2.3, а. Предполагалось, что верхняя и нижняя границы области испытывают нормальное напряжение σ_v , определяемое высотой h и объемной массой γ вышележащей толщи пород, т. е.

$$\sigma_v = \gamma \cdot h. \quad (2.1)$$

На боковых границах области предполагается невозможность гори-

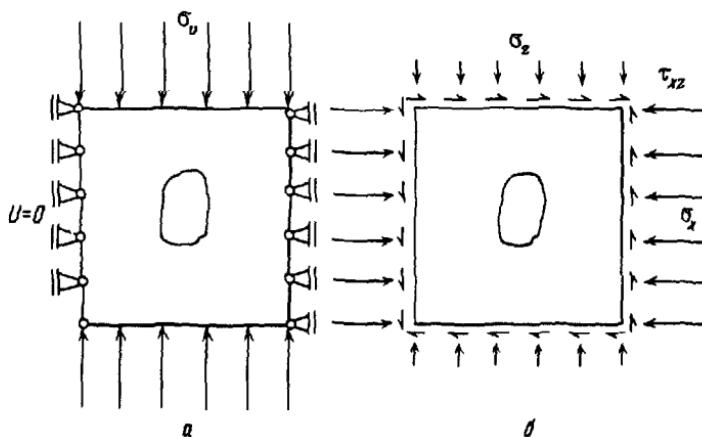


Рис. 2.3. Два взаимоисключающих вида граничных условий геомеханической модели подземной выработки. а – классическое решение с вертикальной нагрузкой и отсутствием возможностей горизонтальных смещений; б – более прогрессивное решение с естественными напряжениями, действующими по всем граничным поверхностям модели.

зонтальных смещений. В таких заданных граничных условиях при упругой работе скального массива горизонтальные напряжения будут равны

$$\sigma_h = \frac{v}{1-v} \cdot \sigma_v; \quad 0 \leq v \leq 0,5, \quad (2.2)$$

откуда следует, что эти напряжения не превышают вертикальных напряжений σ_v . Но в настоящее время накопилось много примеров, когда горизонтальные напряжения оказываются больше вертикальных (рис. 2.4); следовательно, приведенные выше граничные условия являются слишком упрощенными. Поэтому необходимо непосредственно ко всем граням геомеханической модели прикладывать имеющиеся естественные напряжения, как это показано на рис. 2.3,б.

Прогноз напряженного состояния массива в его естественном залегании может быть сделан с помощью геологических, геофизических и особенно геомеханических методов. В этом отношении можно использовать два вида геологических данных.

Во-первых, общие литологические и структурно-геологические характеристики. Ренелли и др. [24], обобщив имевшийся в их распоряжении материал по измерению естественного напряженного состояния пород, сделали, несмотря на большой разброс данных, два весьма важных вывода: породы кристаллического фундамента древних платформ и деформированные породы складчатых поясов обычно обнаруживают горизонтальные напряжения, превышающие теоретическое давление массы вышележащих отложений, а породы осадочного чехла, наоборот, показывают горизонтальные напряжения меньше вертикальных давлений. Это указывает на возможность получения некоторой качественной информации о естественном напряженном состоянии, исходя из общих геологических условий. Такие сведения могут оказаться очень полезными на ранних этапах проектирования подземного сооружения, т. е. на стадии предварительных исследований.

Во-вторых, данные о наличии структур, возникших под действием напряжений, например разломов, трещин, небольших складок, стилллитов и т. д. (рис. 2.5; рудники Маунт-Айза, Австралия) [9]. Такой подход позволяет воспроизвести развитие напряжений в геологическом теле и установить его современное напряженное состояние, рассматривая его как результат общих напряжений, действующих в настоящее время в земной коре [13]. Следует заметить, что таким методом можно определить лишь направления осей напряжений. Величина последних в большинстве случаев остается неизвестной.

Геолог может также дать ценные сведения о характере граничных условий, особенно нужных в случае, когда скальный массив подвергается действию землетрясений или крупномасштабных деформаций ползучести, а также при наличии карста и проседаний.

2.2.2. Литологические разновидности скальных пород. Определение типа пород и распределения их в скальном массиве, рассматриваемом

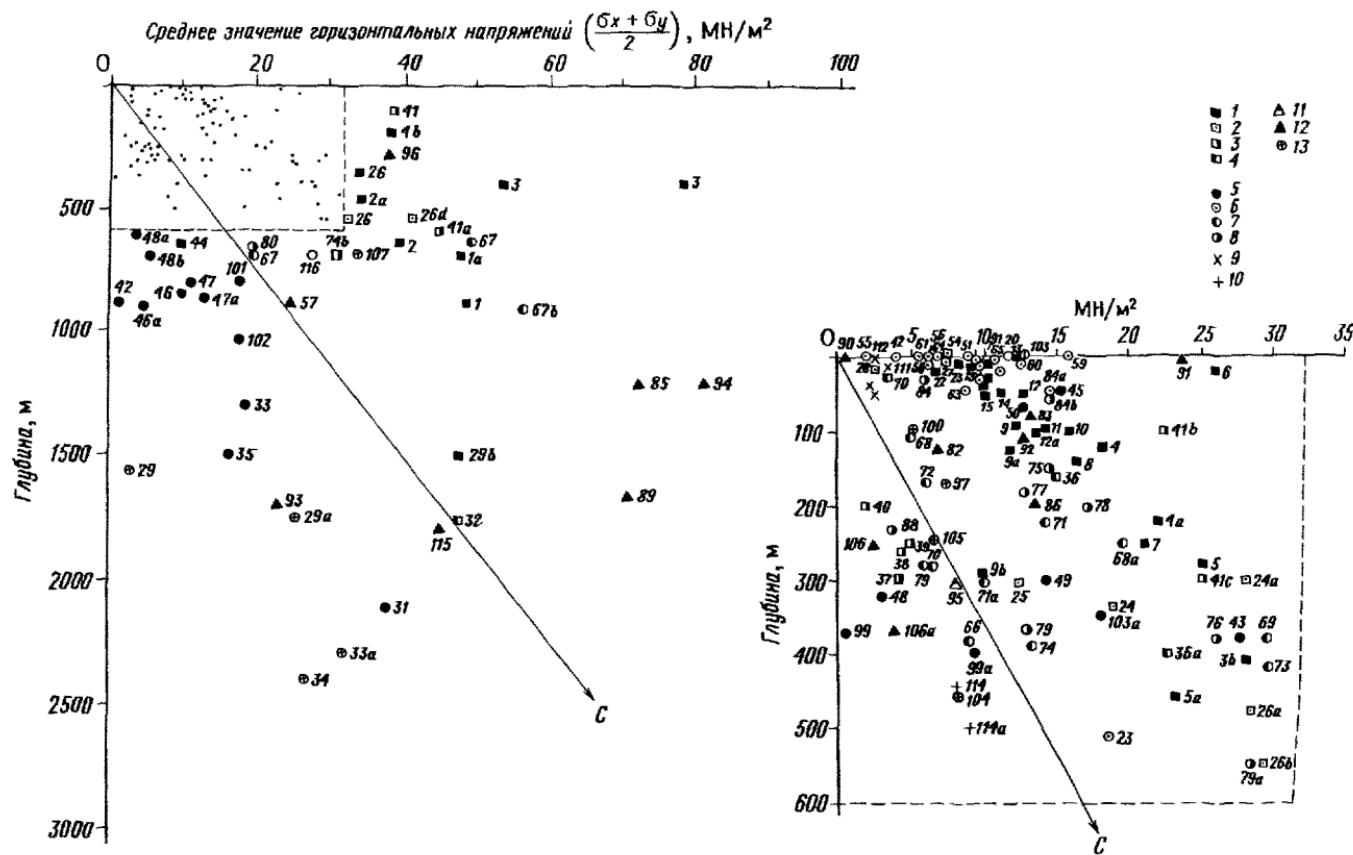


Рис. 2.4. Средние значения горизонтальных напряжений в зависимости от глубины в различных геологических условиях; линия ОС соответствует гидростатическому характеру напряжений. Обращает на себя внимание превышение вблизи поверхности горизонтальных напряжений над вертикальными [24]. 1 – Канадский щит; 2 – Скандинавский щит; 3 – щиты в пределах СССР; 4 – Африканский щит; 5 – 8 – палеозойская складчатость: 5 – каледонская, 6 – аппалачская и на востоке США, 7 – палеозойская складчатость в пределах СССР, 8 – австралийская и пр.; 9 – мезозойская складчатость; 10 – кайнозойская складчатость; 11 – осадочный чехол; 12 – рифтовые зоны (Исландия); 13 – прочие условия.

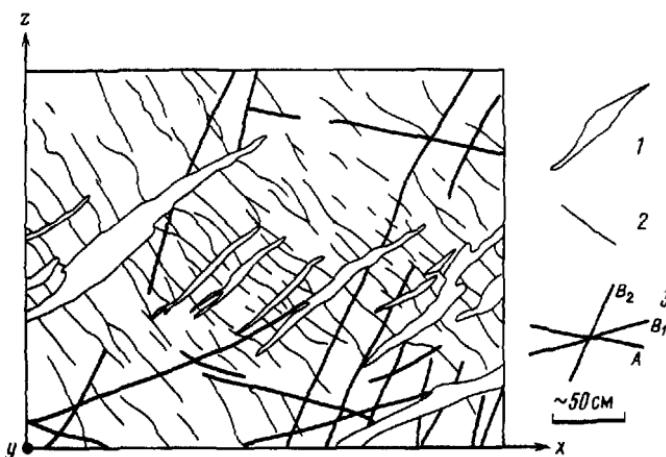


Рис. 2.5. Три различных признака развития напряжений на одном примере (схематизация согласно Рамсею [23], см. рис. 3.26). 1 – трещины растяжения; 2 – оси складок; 3 – разломы скальвания. Все три элемента указывают на СВ-ЮЗ направления σ_1 .

в геомеханической модели, возможно, является наиболее важным вкладом геолога в проектирование сооружения на и в скальном массиве. Кроме того, результаты такого рода исследований, и в частности описание петрографических разновидностей скальных пород и степени их выветривания, существенно помогают оценке механических параметров скального массива (см. разд. 9.2, табл. 9.1, рис. 9.1 и 9.2). Они служат также основой для составления хорошо продуманной программы геомеханических испытаний и для распространения полученных данных на участки массива, недоступные для непосредственного изучения.

2.2.3. Поверхности ослабления. Поверхности ослабления («нарушения сплошности» или «трещины») повсеместно распространены в скальных массивах и имеют решающее влияние на их механическое поведение. Специальной задачей геолога является определение фактических характеристик залегания поверхностей ослабления, таких, как:

1. Пространственное положение (ориентация) нарушений, которые контролируют анизотропность скального массива (различные механические свойства в разных направлениях). Например, во многих случаях нежелательно идти подземной выработкой параллельно преобладающим в массиве наклонным поверхностям ослабления, как это было сделано в свинцовом руднике в Маунт-Айза (переборы, неустойчивость кровли и т. д.). Там, где это можно, наклонные поверхности напластования или сланцеватости следует пересекать под углом не менее 20° (рис. 2.6).

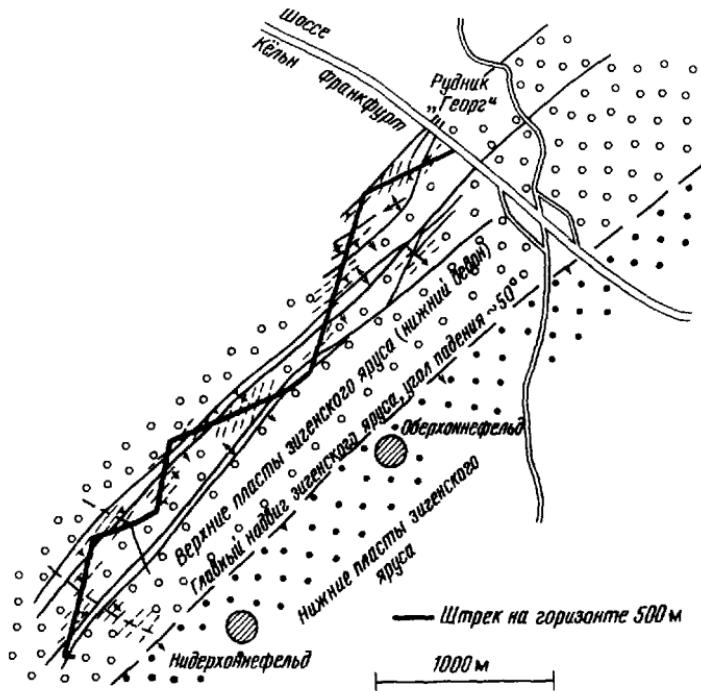


Рис. 2.6. Пример влияния ориентации поверхностей ослабления в горном деле: галерее придано изломанное направление, чтобы не идти параллельно СВ-ЮЗ простиранию и ЮВ падению поверхностей напластования породы (рудник «Георг»; ФРГ).

2. Расстояние между трещинами или их частота, существенно влияющие на степень анизотропности скального массива. Частота характеризуется расстоянием между двумя смежными поверхностями ослабления, относящимися к одной системе таких поверхностей. Единицей измерения частоты, или «интенсивности», служит количество поверхностей ослабления на единицу длины в направлении, нормальном к этим поверхностям*.

3. Протяженность поверхностей ослабления (размерность: длина в квадрате), которая обычно рассматривается как наиболее трудно определяемый геометрический параметр. Но оценка этого параметра необходима [21], так как основные механические свойства скальных массивов, в том числе уменьшение прочности, вызванное трещиноватостью, зависят от размера поверхностей ослабления.

Очень часто плоскостная протяженность трещин приводится к боль-

* Этот показатель соответствует модулю трещиноватости, согласно терминологии, принятой в СССР (СНиП П-16-76). — Прим. перев.

шай по размерам площади A , границы которой выбираются с учетом проектируемого сооружения и в пределах которой расположены поверхности ослабления. Безразмерный коэффициент k равен

$$k = \frac{\Sigma a}{A} = \frac{\Sigma a}{\Sigma a + \Sigma b} \quad (0 \leq k \leq 1), \quad (2.3)$$

где A – общая площадь; Σa – суммарная площадь трещин в пределах A ; Σb – суммарная площадь ненарушенных участков массива в пределах A ; k называется коэффициентом «сплошности» («непрерывности») [14] или «степенью разрывности» [20] и учитывается модифицированным законом трения (см. гл. 7)*.

4. Шероховатость, которая существенно влияет на сопротивление сдвигу поверхностей ослабления и является исходным параметром некоторых модифицированных зависимостей сопротивления сдвигу (гл. 7). Технология количественной оценки шероховатости стенок трещин находится еще на начальной стадии разработки. Наиболее полезные предложения сделаны Ренджерсом [25] (применение стереоскопического микроскопа, профилографов, наземной фотограмметрии) и Фекером и др. [7] (использование геологического компаса и диаграмм разброса данных в полусферической проекции).

Геолог должен не только определить геометрические параметры поверхностей ослабления, но обработать и представить полученные данные в понятной и доступной для использования инженером-геомехаником форме. С этой целью в геологической науке разработаны особые методы и специальная технология:

для полевых изысканий, например, «Технология сплошной крупномасштабной съемки по заданной линии» [14, 21, 6], документация буровых скважин (в том числе с телевизионной камерой или прессиометром) [1], использование фотограмметрии;

для обработки и изображения результатов – полусферическая проекция [11], статистические модели и параметры, описывающие дисперсию точек на полусфере [18].

Обычно считают, что составление полусферических или стереографических проекций является наиболее действенным способом обработки геологических данных, необходимых для инженера-геомеханика. Этот способ позволяет решать трехмерные задачи, требующие ориентирования линий и плоскостей. Типичными примерами линейных и плоскостных элементов, с которыми инженер имеет дело, служат:

линии – оси буровых скважин, пересечение двух непараллельных плоскостей, направление главных напряжений, векторы (силы и т. д.);

плоскости – все виды поверхностей ослабления, поверхности откосов, плоскости поперечных сечений и т. д.

В работах Йона [15], Гудмана [8], Хука и Брея [11] указывается

* k – площадной коэффициент трещинной пустотности по принятой в СССР терминологии. – Прим. перев.

на исключительное разнообразие проблем, которые могут быть решены или упрощены с использованием стереографических проекций, в том числе:

анализ устойчивости откосов и подземных выработок при двух возможных видах разрушения – скольжении и обрушении (см. разд. 9.5);

реконструкция осей главных напряжений в геологических структурах;

определение оптимального направления буровых скважин;

перевод ориентирных данных в другие координатные системы (например, трансформация результатов замеров в наклонных буровых скважинах в проекции на обычно используемую горизонтальную плоскость).

Основные принципы построения стереографических проекций показаны на рис. 2.7. Рассмотрены пять последовательных ступеней в оценке и в обработке ориентирных данных (в нашем случае ориентиры буровой скважины).

1. Определение ориентиров буровой скважины на месте (например, с помощью геологического компаса).

2. Параллельное перемещение оси буровой скважины в центр ориентированной полусфера. Точка P пересечения оси с поверхностью полусфера четко определяет ориентацию оси. (Параллельное перемещение оси обозначает, что методом полусфера определяется только ориентация, а не местоположение буровой скважины. Применение полной сферы ведет к образованию двух точек пересечений и, следовательно, к неоднозначным условиям. Обычно предпочитают использовать нижнюю полусферу.)

3. С целью определения положения точки P на поверхности полусфера вводится координатная сетка с отсчетами широт и долгот.

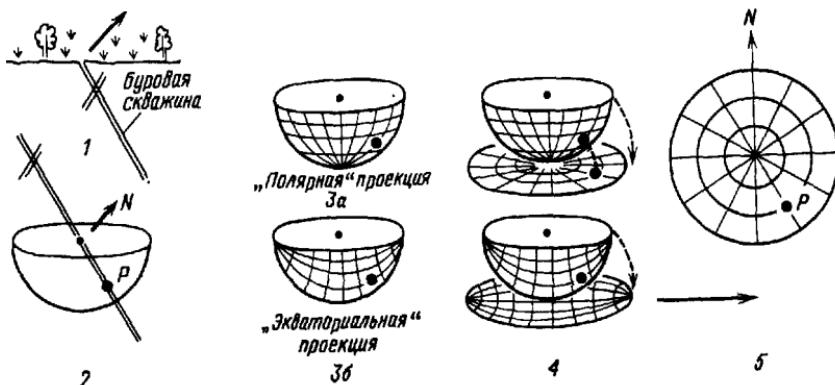


Рис. 2.7. Иллюстрация принципов стереографической проекции нижней полусфера. 1 – замеры на месте; 2 – параллельное перемещение в центр полусфера; 3 – координатная сетка на поверхности полусфера; 4 – проектирование; 5 – результирующая горизонтальная проекция полусфера.

гот. Сетка может быть полярной (3a) или экваториальной (3б).

4. Проектирование полусфера на плоскость. Обычно применяют равноплощадную проекцию Ламберта*.

5. В результате использования полусферической проекции (в полярных или экваториальных координатах) точкой P четко описывается ориентация буровой скважины.

2.2.4. *Подземные воды*. Проблемы, связанные с подземными водами, занимают серьезное место в работе инженера-геомеханика не только потому, что именно воды являются причиной многих опасностей, возникающих при проходке горных выработок, но и потому, что от них зависят устойчивость большей части скальных откосов и производство дренажных работ. Влияние подземных вод на подземные сооружения разнообразно.

Гидростатическое давление снижает прочность скальных массивов, уменьшая сопротивление сдвигу потенциально неустойчивых поверхностей (нормальные эффективные напряжения, противодавление, распор).

Повышенная влажность (поровая вода) в ненарушенных породах может способствовать их выветриванию и ослаблению (например, в сланцах, мергелях) и увеличивает их объемную массу (повышение транспортных расходов).

Проникновение подземных вод в подземные выработки или в фундаменты может иметь катастрофические последствия и влияет на увеличение стоимости строительных работ (насосное оборудование; трудности с проходкой, тяжелое оборудование для мокрого грунта). Разгрузка водоносного горизонта ведет очень часто к снижению уровня подземных вод и к неприятным просадочным явлениям, вредно влияет на грунтовое водоснабжение соседних районов (водопотребление).

В зависимости от окружающих геологических условий в грунтовые воды могут попадать вещества, поражающие бетон (агрессивные подземные воды).

Имеются два принципиальных подхода к изучению гидрогеологических условий:

1. Заключение, основанное на общих данных о геологических и климатических условиях (представление о присутствии водоносных и водоупорных пород и т. д.).

2. Непосредственное измерение уровней воды в местах выхода ее на поверхность (ключи) или в буровых скважинах (пьезометры).

Оценка существующих гидрогеологических условий должна осу-

* При решении задач определения пространственной ориентации линий пересечения плоскостей, осей главных напряжений, буровых скважин и т. п. обычно удобнее пользоваться равноугольной проекцией Вульфа. Равноплощадная проекция используется при построении диаграмм трещиноватости и при необходимости статистической обработки данных. (См. Газиев Э. Г. Устойчивость скальных массивов и методы их закрепления. — М.: Стройиздат, 1977.) — Прим. ред.

ществляться специалистами геологами и гидрогеологами, так как взаимодействие подземных вод с окружающей литологической и тектонической средой достаточно сложно.

2.3. Проблемы, связанные с геологическими параметрами. Определение геологических параметров и переход от них к геомеханическим является очень важным этапом при любом проектировании в скальных породах. Все большее число специалистов подчеркивают, что с этим этапом связаны «наиболее трудные проблемы геомеханики» [19]. Йон [16] отмечает, что в последнее время главное внимание ученых и инженеров в области механики скальных пород все чаще возвращается от расчетов снова к исходным геологическим данным как «ключу к реальным многозначным результатам анализа». Исключительная важность исходных геологических данных в геомеханических расчетах обусловлена следующими четырьмя причинами:

1. *Большим количеством* исходных геологических данных, как это уже отмечалось выше и более детально изложено в труде Хука и Лонда [12]. Из физики известно, что чем больше параметров используется для определения поведения тела (в нашем случае скального массива), тем менее точны результаты этого анализа.

2. *Чувствительностью* результатов анализа к воздействию некоторых геологических факторов. Дженнингс [14] указал, что в этом отношении три геологических фактора имеют «исключительное значение, а именно: ориентация трещин, их протяженность и гидростатическое давление». На рис. 2.8 приведен пример, показывающий влияние коэффициента сплошности k на прочность на сдвиг [29]. Изменение высоких значений k (например, от 0,9 до 1,0) вызывает резкое снижение доли участия сохранной породы в сопротивлении сдвига в комбинированной плоскости сдвига трещина — сохранная порода.

3. *Практическими трудностями* определения геологических параметров в поле с достаточной точностью. Следует отдавать себе отчет в том, что при обычном проектировании скального основания или подземного сооружения вскрытая часть скального массива (обнажения, буровые скважины, штолни и т. д.) составляет лишь малую долю того массива, с которым приходится иметь дело. Из этого следует, что в процессе изыскательских работ нельзя избегать интерполяции данных между двумя изученными точками, или экстраполяции полученных сведений на неизученный участок. Хотя геологи, имея метод генетической интерпретации, обладают мощными средствами для того, чтобы увязать и экстраполировать фрагментарные данные, некоторая неуверенность в правильном прогнозировании свойств скального массива все же остается. Эта неуверенность в известной мере больше *той*, с которой имеют дело инженеры, работая с такими классическими строительными материалами, как металл или бетон. Необходимо подчеркнуть, что в полевых условиях最难的 всего определить геологические параметры, которые как раз имеют наибольшее значение в геомеханических расчетах. Это, в частности, относится

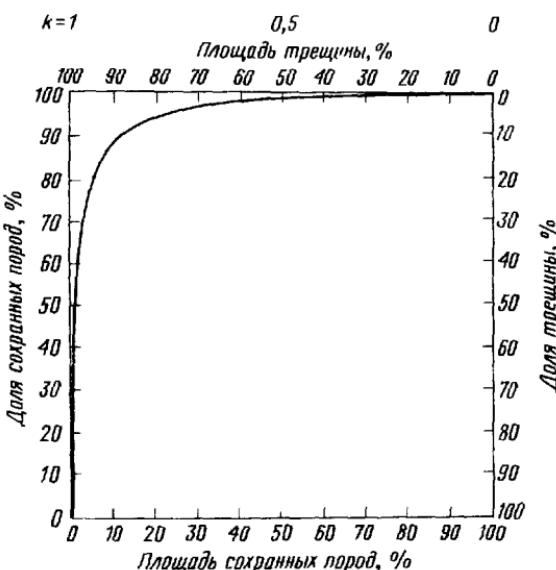


Рис. 2.8. Зависимость прочности от коэффициента сплошности. Доля прочности сохранных пород или сопротивления сдвигу по трещине в общей прочности сложного контакта сохранная порода — поверхность трещины в зависимости от площади соприкасающихся поверхностей (коэффициент сплошности) [29]

и к параметру «сплошности» (непрерывности), который, как кажется, в поле вообще не может быть точно определен [27, 11, 2]

4 Высокой степенью неоднородности практически любого скального массива (порода представляет собой материал со сложной геологической историей). В основных соображениях о проектировании, изложенных выше, в разд. 2.1, подразумевается, что в скальном массиве могут быть выделены области со статистически однородными механическими свойствами («структурные области» или «однородные зоны»). Исходя из этого, вполне допустимо изучать небольшие участки в пределах таких зон, считая, что результаты этих исследований представительны для всей зоны и могут быть заложены в геомеханическую модель.

В свете сказанного целесообразно обратиться к исследованиям, недавно законченным автором [4]. Цель заключалась в сборе сведений, характеризующих степень однородности строения естественных трещин в большом обнажении и изучении влияния дисперсии (разброса) геометрических параметров трещин на сопротивление скального массива сдвигу. В начале этих исследований была поставлена задача найти массив, с геологической точки зрения наиболее однородный в структурном отношении. Основное мнение геологов в этом вопросе сформулировано Секором [26]. трещиноватость достигает «своей наибольшей выдержанности и совершенства в субгоризонтальных оса-

дочных отложениях, в пределах которых другие виды структурных нарушений встречаются редко или совсем отсутствуют». Согласно этому положению, изучалась трещиноватость почти горизонтально залегающих осадочных пород в границах сопоставимых с размерами больших сооружений (порядка от 10 до 100 м). Типичная карта трещиноватости в плоскости напластования показана на рис. 2.9. Все системы были рассмотрены с геометрической и механической точек зрения. Наиболее информативным оказался разброс параметров прочности на сдвиг, полученный при изучении отдельных трещин (рассматривались только относительно протяженные, хорошо ориентированные, одинаковые в генетическом отношении так называемые «главные трещины») [10]. Выяснилось, что, применяя в тех или иных законах трения (см. гл. 7) действительные геометрические и механические параметры отдельных трещин, можно получить большой разброс кривых прочности для этих трещин (рис. 2.10).

Выражая прочность через главные напряжения, что необходимо при анализе возможного возникновения скольжения по поверхности отдельной трещины, можно получить разницу в напряжениях сто и более процентов. Установлено также, что амплитуда разброса значений прочности на сдвиг различных трещин значительно больше амплитуды, в пределах которой изменяются результаты, полученные по разным законам трения. По мнению автора, это исследование приводит

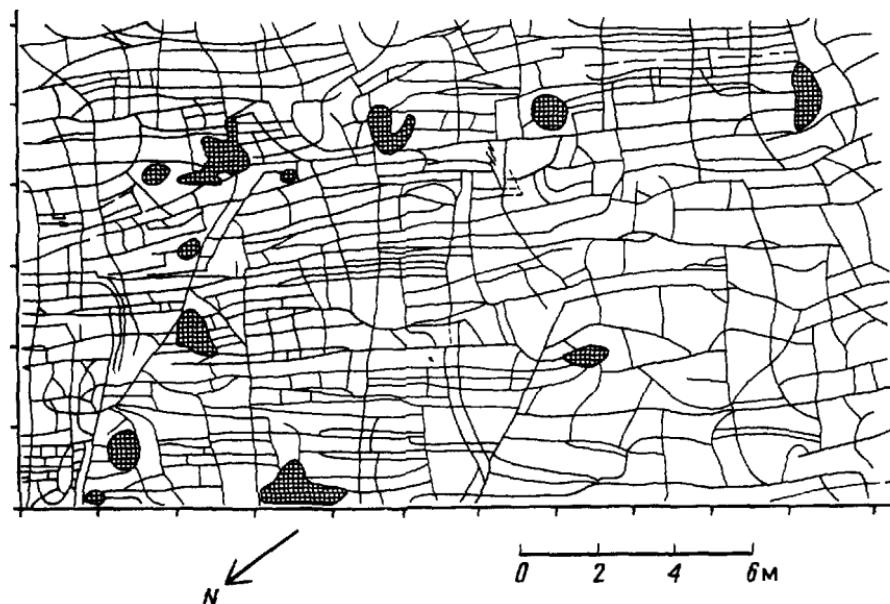


Рис. 2.9. Типичный рисунок трещиноватости на плоскости напластования субгоризонтально залегающих осадочных пород.

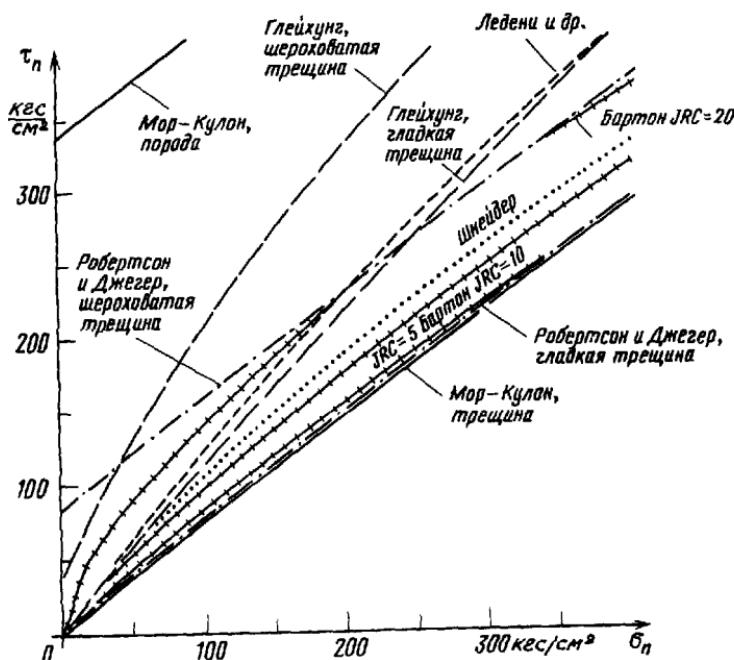


Рис. 2.10. Прочность на сдвиг по трещинам: пределы разброса данных по главным трещинам. [JRC — сокращенное обозначение параметра «коэффициент шероховатости трещины» (Joint Roughness Coefficient), используемого Бартоном для характеристики шероховатости. — Ред.].

к единственному возможному заключению: если даже в идеально однородном в геологическом отношении теле механические свойства могут, как отмечалось выше, меняться в широких пределах, то в общем случае расчеты методами механики скальных пород, основанными на концепции об однородных зонах, в корне сомнительны.

2.4. Выводы. Большое количество параметров, с которыми приходится иметь дело при оценке свойств скального массива, и большой разброс результатов определения этих параметров, в том числе наиболее важных из них, а также недостаточная изученность их взаимосвязей — все это приводит к заключению, что точно охарактеризовать свойства скального массива невозможно. В связи с этим с геологической точки зрения можно порекомендовать применение в практике строительства сооружений на (в) скале модифицированную методику проектирования, которую, согласно Терцаги и Пэку [28], можно назвать «методом наблюдений». Такое проектирование может быть выполнено в два основных этапа:

1. Составляют проект подземного сооружения только в общих чертах, используя либо физические модели (см. гл. 10) и соответству-

ющие математические или численные модели (см. гл. 11 и 12), либо (и), что, пожалуй, самое главное,— опыт.

2. Приспосабливают проект сооружения в процессе его строительства к специфическим геологическим условиям, используя результаты полевых исследований и измерений.

Рассмотрим эти этапы на конкретном примере: «вывемка и засыпка породы при разработке тонкой жилы». Можно полагать, что в этом отношении проектирование скальных работ возможно и целесообразно только в общем виде с выбором, например, оптимальной последовательности разработки, как это показано на рис. 2.11. Но в деталях, например при определении оптимальной ширины подсводового целика, могут возникнуть более или менее значительные расхождения между расчетными и фактическими данными. Натурные наблюдения за состоянием скального массива в пределах и вокруг подсводового целика могут дать необходимые исходные данные для проектирования подземного сооружения в соответствии с тонкостями геологического строения.

Характерная особенность проектирования «методом наблюдений» заключается в стремлении:

приблизить степень достоверности механических или математических моделей к уровню познания скального массива. Опыт показывает, что результаты очень детального моделирования могут легко прельстить читателей своей кажущейся точностью, которая не находит подтверждения на практике (механика скальных пород без скальных пород);

проектировать скальные основания и подземные сооружения с самого начала так, чтобы иметь возможность изменять и улучшать проект

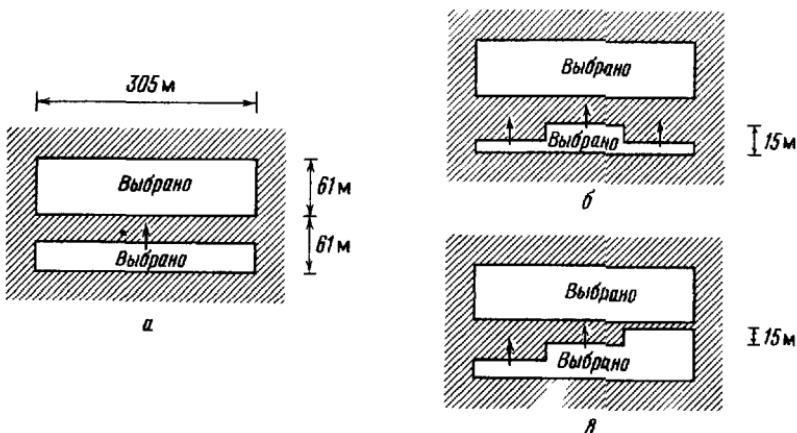


Рис. 2.11. Несколько вариантов последовательной выборки в процессе разработки и засыпки подземной выработки [3]. а) существующая система; б) первый вариант (центр выбирается в первую очередь); в) второй вариант (ступенчатая выборка).

без особых задержек в строительных работах. В этом отношении важно определить возможные варианты решений и планировать реальность их осуществления в процессе строительных работ,

считать натурные наблюдения составной частью процесса проектирования. Такие наблюдения можно рассматривать как исследования в натурном масштабе (1:1), являющиеся единственным непосредственным (правильным) способом изучения очень неоднородных тел, таких, как скальные массивы.

Метод наблюдений с возрастающим успехом используется во всех областях геомеханики в применении к плотинам (например, Чикоасен в Мексике [17]), откосам [5], туннелестроению (например, в новом австрийском методе проходки туннелей [23]). В настоящее время этот метод применяется также на рудниках Маунт-Айза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Barr V V and Hocking G Borehole structural logging employing a pneumatically inflatable impression packer — Proceed Sympo Exploration for Rock Engin Johannesburg, 29—34, 1976
- 2 Bjerrum L and Jorstad Discussion to K W John An approach to rock mechanics — Proceed ASCE, J Soil Mech Found Div, 88, 300—302, New York, 1962
- 3 Board M P and Croch S L Mine planning to control rock bursts in cut and fill excavations — 16 Sympo Rock Mechanics Univ Minnesota 157—162, 1975
- 4 Bock H Geometric properties of joint planes and their influence on the strength of geological bodies (in german) — Habilschr Geologie Univ Bochum, 1—201, 1976
- 5 Brandl H Stabilization of high cuts in slide areas of weathered soils (in German) — Mitt Inst Grundbau Bodenmech T U Wien, 14, 9—18, 1976
- 6 Bridges M C Presentation of fracture data for rock mechanics — 2nd Conf Geomech ANZ Brisbane, 144—148, 1975
- 7 Fecker E and Rengers N Measurement of large scale roughnesses of rock planes by means of profilograph and geological compass — Sympo Intern Soc Rock Mech, 1—18, Nancy, 1971
- 8 Goodman R E Methods of geological engineering in discontinuous rocks — 472 p, St Paul (West Publish — Comp), 1976
- 9 Herget G B The Stress field in the Urquahart Shales at Mount Isa (Queensland, Australia), based on structural investigations — Rock Mech Eng Geol, 6, 190—200, 1968
- 10 Hodgson R A Regional study of jointing in Comb Ridge — Navajo Mountain Area, Arizona and Utah — Bull Amer Ass Petrol Geol, 45, 1—38, 1961
- 11 Hoek E and Bray J Rock Slope Engineering, 309 pp, London (Inst Min Met), 1974
- 12 Hoek E and Londe P Surface workings in rock — Proceed 3rd Congr Int Soc Rock Mech, 1, 613—654, Denver, 1974
- 13 Illies J H Recent and paleo — intraplate tectonics in stable Europe and the

- Rhinegraben rift system – Tectonophysics, **29**, 251–264, 1975
- 14 Jennings J E A Mathematical Theory for the Calculation of the Stability of Slopes in Open Cast Mines – Proceed Open Pit Min Sympos Johannesburg, 87–102, Balkema (South Afr Inst Min Met), 1970
- 15 John K W Graphical stability analysis of slopes in jointed rock – Proceed ASCE Soil Mech Found Div, **94**, 497–526, 1968
- 16 John K W Properties of rock masses in research and engineering practice – Proceed 3rd Congr Int Soc Rock Mech, **1A**, 173–176, 1974
- 17 John K W Rock foundation of large dams Problems – solutions (in German) – Rock Mech. Suppl, **5**, 61–79, 1976
- 18 Mahtab M A, Bolstad D D, Allredge J R and Shanley R J Analysis of fracture orientation for input to structural models of discontinuous rock – U S Dept Interior Bureau of Min, R17669, 1–76, Denver, 1972
- 19 Muller L Rock Mass Behaviour – Determination and Application in Engineering Practice – Proceed 3rd Congr Int Soc Rock Mech, **1A**, 205–215, 1974
- 20 Pacher F Kennziffern des flachengeflüges – Geol Bauwes, **24**, 223–227, 1959
- 21 Piteau D R Characterizing and Extrapolating Rock Joint Properties in Engineering Practice – Rock Mech Suppl, **2**, 5–31, 1973
- 22 Rabcewicz L V and Golser J Principles of dimensioning the supporting system for the "New Austrian tunnelling method" – Water Power, **25**, 88–93, 1973
- 23 Ramsay J G Folding and fracturing of rocks – 1–568, New York (McGraw-Hill), 1967
- 24 Ranalli G and Chandler T E The Stress Field in the Upper Crust as Determined from in-situ Measurements – Geol Rdsch, **64**, 653–674, Stuttgart, 1975
- 25 Rengers N Influence of surface roughness on the friction properties of rock planes – Proceed 2nd Congr Int Soc Rock Mech, **1**, 229–234, Beograd, 1970
- 26 Secor D T Role of Fluid pressure in jointing – J Amer Sci, **263**, 633–646, 1965
- 27 Terzaghi K v Discussion to K W John An Approach to Rock Mechanics – Proceed ASCE, J Soil Mech Found Eng, **88**, 295–300, New York, 1962
- 28 Terzaghi K v and Peck R B Soil Mechanics in Engineering Practice – 2nd ed New York (Wiley and Sons), 1967
- 29 Thun J L v The practical and realistic Solution of Rock Slope Stability Problems – Preprints 16 Sympos Rock Mech Univ Minnesota, 87–98, 1975

Глава 3

Идеализация скальных пород

Б. С. Бест

3.1. Введение. Основной задачей специалистов, ответственных за использование скальных пород в строительстве, является предварительное, до начала строительных работ, определение условий безопасности намечаемого сооружения. В общем виде правильная оценка допустимых характеристик сооружения зависит от умения разумно сочетать:

а) науку – использование различных технических приемов для выражения физических проблем в математической форме и

б) искусство – умение отобрать среди известных математических приемов такой, который лучше всего описал бы предполагаемое физическое поведение материала.

Механика скальных пород – наука сравнительно молодая, стремящаяся, что вполне понятно, применить существующие методы прикладной механики для решения возникающих вопросов. Специалисты в области механики скальных пород появились во времена интенсивного внедрения в практику точных методов математического анализа, и, таким образом, они сразу же имели возможность использовать известные достижения и экспериментировать в широких пределах математического приближения.

3.2. Континуум (сплошная среда). Традиционные методы прикладной механики основаны на предположении о сплошности материала, сохраняющейся в процессе деформации последнего под действием приложенной к нему нагрузки. Иначе говоря, материал способен деформироваться без образования в нем трещин или складок. Неразрывность изменения как напряжений, так и деформаций позволяет рассматривать материал как континуум. Согласно концепции о континууме, инженерное понимание напряжения как силы, деленной на площадь ее приложения, может быть распространено и на случай, когда размеры площади сводятся к размерам отдельной точки.

Предположение о континууме допустимо при исследованиях механического поведения скального материала, но в отношении скальных массивов использовать его надо с большой осторожностью. К счастью, так как положение о сплошности материала хорошо обосновано, результаты большинства лабораторных испытаний, хотя они ведутся на малых образцах, достаточно надежно характеризуют свойства реального скального материала.

3.3. Дисконтинуум (дискретная среда). В естественном состоянии скальный массив содержит определенное количество нарушений сплош-

ности в виде трещин, поверхностей напластования, зон сдвига и других геомеханических дефектов. Эти нарушения иногда раскрываются в виде трещин или могут способствовать скольжению породы с одной стороны трещины по породе на другой ее стороне. Эти особенности характеризуют материал как дискретный и вводят дополнительные граничные условия к уже существующим в условиях континуума и значительно усложняют решение возникающих проблем. Нарушения сплошности меняются от случая, когда в скальном массиве существует одна трещина или разлом, до положения, когда в массиве интенсивно развиты системы (сеть) трещин, ослабляющие его до состояния, напоминающего наброску из раздробленной скальной породы.

3.4. Теория упругости. Основным инструментом для строительных расчетов является математическая теория упругости. Исходя из этой теории, базирующейся на понятии о сплошности материала, создана система дифференциальных уравнений, описывающих напряженно-деформированное состояние типичного элементарного участка упругого тела. Эта проблема решается на основе дифференциальных уравнений, удовлетворяющих граничным условиям поставленной задачи. Обычно законченное решение может быть получено только для относительно простых границ раздела и для ограниченного количества контуров нагружения. Тем не менее во многих практических случаях решение находится применением принципа суперпозиции (наложения). Однако теория упругости используется главным образом для отыскания основных взаимозависимостей, принимаемых за основу для численных методов решения, подробно рассмотренных ниже в гл. 11. Установить необходимые взаимосвязи можно путем рассмотрения плоского бесконечно малого элемента, как показано на рис. 3.1. Предполагается, что элемент настолько мал, что любое изменение компонентов напряжений на рассматриваемой поверхности элемента не имеет существенного значения по сравнению со средней величиной напряжений, действующих на эту поверхность. Таким образом, напряжения, приложенные к поверхностям элемента, принимаются за средние величины. Из рис. 3.1 видно, что заданные компоненты напряжений изменяются при переходе с любой грани элемента на противоположную грань, и, таким образом, учитывается теоретически изменчивость поля напряжения.

Все проблемы строительной механики сводятся к необходимости одновременного удовлетворения трех условий: 1) равновесия, 2) неразрывности деформаций и 3) напряженно-деформированного состояния.

3.4.1. Условия равновесия. При рассмотрении трех условий равновесия тела в рамках плоской задачи решаются следующие уравнения:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + X = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + Y = 0, \quad (3.2)$$

$$\tau_{xy} - \tau_{yx} = 0. \quad (3.3)$$

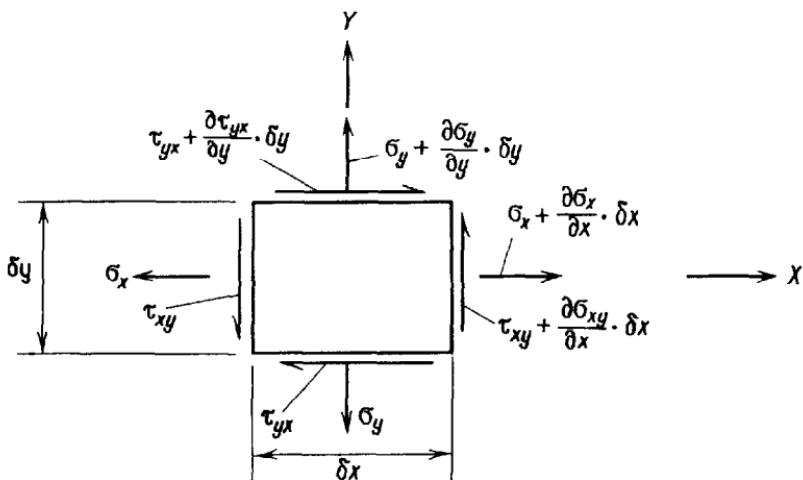


Рис. 3.1. Основной плоский элемент.

В этих уравнениях известны силы (X и Y), приложенные к телу, но остаются четыре неизвестные, для решения которых имеются только три уравнения. Задача является статически неопределенной, и необходимо рассмотреть деформированное состояние для составления хотя бы еще одного дополнительного уравнения.

3.4.2. Условие неразрывности деформаций. На рис. 3.2 изображен элемент с формой, искаженной под действием приложенных к нему нагрузок. Углы элемента, первоначально расположенные в точках A , B , C и D после приложения нагрузки, сместились в точки A' , B' , C' и D' . Три компонента деформации описываются уравнениями

$$\epsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad (3.4)$$

$$\epsilon_y = \frac{dv}{dy}, \quad (3.5)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (3.6)$$

Приведенные выше выражения не являются независимыми, и между основными компонентами деформации должно существовать следующее соотношение:

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2}. \quad (3.7)$$

Зависимости, выраженные уравнением (3.7), удовлетворяют условию так называемой неразрывности, обеспечивающей отсутствие разрывов и складок в деформированном теле, т. е. сохранение его сплошности (континуума). К сожалению, при составлении приведенного выше

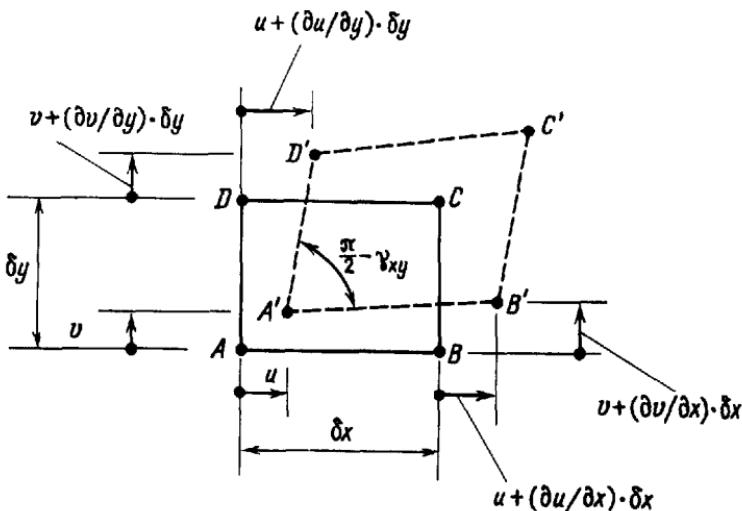


Рис. 3.2. Деформирование элемента.

уравнения были введены еще три дополнительных неизвестных, что свело общее количество их к семи. Четыре имеющихся теперь уравнения не дают возможности найти семь неизвестных.

3.4.3. Связь между напряжениями и деформациями. В конечном счете необходимы уравнения, описывающие связь между деформациями и напряжениями. В математической теории упругости считается, что между деформациями и напряжениями существует линейно-упругая зависимость, выражаемая в условиях плоской задачи следующей обобщенной формой закона Гука:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{Bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

Одновременное точное решение системы из семи уравнений, необходимое для удовлетворения граничных условий поставленной задачи, связано с большими трудностями даже при простом очертании границ и приложенных нагрузок и в большинстве практических случаев фактически невозможно.

3.5. Теория пластичности. Как уже отмечалось, применение теории упругости возможно только к материалам, в которых деформирование под нагрузкой имеет линейно-упругий характер. На кривой, приведенной на рис. 3.3, это положение выражено отрезком AB , соответствующим диапазону нагрузки от нуля до предела упругости материала. Если образец нагрузить сверх предела упругости (точка C на кривой) и затем

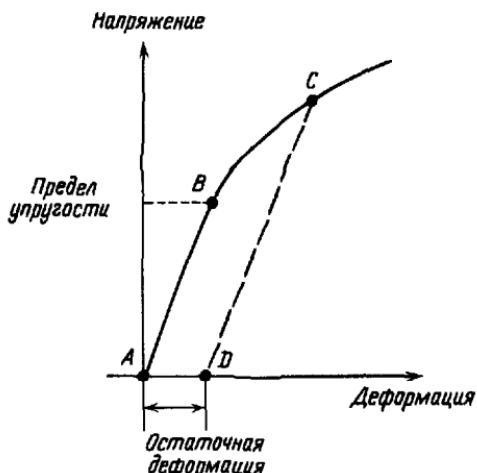


Рис. 3.3. Нелинейная кривая зависимости деформаций от напряжений.

разгрузить, поведение его в процессе разгрузки будет в большинстве случаев иметь линейно-упругий характер и выражаться прямой CD , параллельной начальному упругому отрезку AB . После полной разгрузки в материале сохранится остаточная деформация, представленная отрезком AD .

Вычислить пластическую составляющую общей деформации труднее, чем определить расчетом долю упругой восстанавливаемой деформации. Пример, приведенный на рис. 3.3, касается только единичных компонентов напряжения и деформации; в общем виде объемная (трехмерная) задача требует рассмотрения шести компонентов напряжения и шести компонентов деформации, и изобразить такое напряженно-деформированное состояние значительно труднее, чем в случае плоской задачи. Теория, на которой основано вычисление главных пластических деформаций, называется теорией пластичности.

К сожалению, поведение материалов в пластическом состоянии и их механические свойства в этом состоянии отличаются большим разнообразием, в связи с чем ниже приводится описание теории лишь в самом общем виде. Задачи теории пластичности могут быть сформулированы в следующей последовательности:

- 1) установление момента перехода материала в пластичное состояние — критерий текучести;
- 2) выбор соответствующего закона течения для определения смещений при возрастании нагрузки в пластичной области поведения материала;
- 3) обеспечение возможности учета упрочнения или разупрочнения материала.

3.5.1. *Критерий текучести.* В течение многих лет многие ученые стремились дать определение понятию «критерий текучести». Этот критерий в значительной мере зависит от материала, но в общем случае

он представляет собой скалярную функцию напряжения, пластической деформации и параметра упрочнения:

$$F(\{\sigma\}, \{\varepsilon\}_p, k) = 0. \quad (3.9)$$

В идеальном пластичном материале деформации упрочнения не возникают и текучесть зависит только от напряжения:

$$F(\{\sigma\}) = 0. \quad (3.10)$$

В этом случае предполагается, что искомая функция текучести является функцией только материала и, следовательно, параметры ее могут быть определены путем лабораторных испытаний стандартных образцов. В идеале эти исследования должны включать лишь простые одноосные испытания образцов, но для задач механики грунтов и механики скальных пород необходимы трехосные испытания.

Критерий текучести может быть изображен пространственно в координатах σ_1 , σ_2 и σ_3 , что приведет к формированию так называемой поверхности разрушения. Следует подчеркнуть, что выше рассматривались материалы, подверженные пластическим деформациям. Хрупкие материалы испытывают линейно-упругие деформации до известного предела, после чего в них начинается процесс трещинообразования. Появление трещины может быть охарактеризовано появлением разрывной поверхности, соответствующей *критерию трещинообразования*.

3.5.2. *Закон пластичного течения*. Для определения направления приращения пластической деформации, соответствующей каждому приращению нагрузки, превышающей нагрузку, величина которой больше, чем необходимо для возникновения текучести, предполагается существование в пространстве напряжений потенциальной поверхности, расположенной так, что приращение пластической деформации развивается в направлении, нормальном к этой поверхности – *принцип нормальности*. Потенциальная поверхность может быть выражена в функции напряжения, пластической деформации и параметра упрочнения:

$$Q(\{\sigma\}, \{\varepsilon\}_p, k) = 0. \quad (3.11)$$

Для некоторых материалов можно предположить, что функция течения и потенциал пластичности идентичны, из чего вытекает так называемый *закон ассоциированного течения материалов*:

$$F(\{\sigma\}, \{\varepsilon\}_p, k) \equiv Q(\{\sigma\}, \{\varepsilon\}_p, k). \quad (3.12)$$

В более распространном случае, когда функции текучести и потенциала не равны между собой, действует более распространенный *закон неассоциированного течения материалов*. Эти материалы, естественно, требуют дополнительного исследования для определения соответствующей потенциальной функции.

Для идеально пластичных материалов и для закона ассоциированного течения

$$F(\{\sigma\}) \equiv Q(\{\sigma\}). \quad (3.12)$$

Приращение пластической деформации может быть найдено из выражения

$$\delta \{\varepsilon\}_p = \lambda \frac{\partial F(\{\sigma\})}{\partial \{\sigma\}}, \quad (3.13)$$

где λ – подлежащая определению постоянная пропорциональности.

3.5.3. Параметр упрочнения. Эффект упрочнения при использовании теории пластичности может быть в первом приближении учтен допущением идеально пластичного поведения материала на каждом из небольших приращений нагрузки за пределами упругости. Критерий текучести может в этом случае изменяться ступенчато, так что поверхность текучести смещается вовне (упрочнение) или вовнутрь (разупрочнение), чтобы обеспечить необходимое представление нового значения приращения пластической деформации. Непрерывная кривая нагрузка – смещение принимает в этом случае вид серии последовательных ступенчатых изменений, отражающих упругопластичное состояние для каждого приращения нагрузки, как это показано на рис. 3.4 в случае осевого загружения.

Приведенное выше краткое описание пластичности имело целью дать представление о сложности поведения материала в этих условиях. На практике нередко обнаруживается, что пластические деформации, полученные исходя из закона ассоциированного течения, при сравнении с фактически замеренными деформациями дают значительно преувеличенные значения приращения объема. Это приводит к выводу о необходимости применения в таких случаях закона неассоциированного течения с лабораторными исследованиями новых физических параметров и со значительным усложнением вычислительного процесса.

3.6. Реологические модели. В стремлении лучше познать напря-

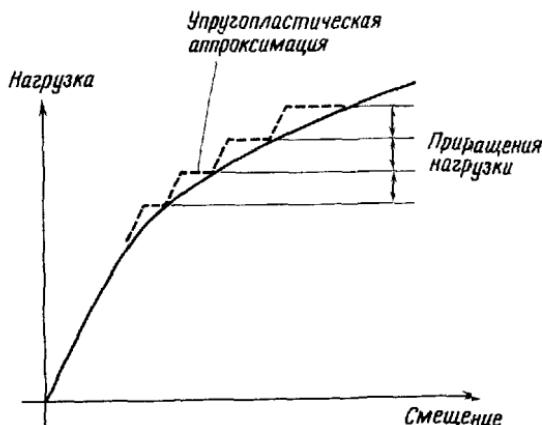


Рис. 3.4. Ступенчатая аппроксимация.

женно-деформированное состояние реальных материалов часто пользуются имеющимися моделями, описывающими основные зависимости между напряжениями и деформациями. Это облегчает построение модели реакции заданного материала на нагрузку. Наиболее простой является модель отдельного линейно-упругого элемента, изображенного на рис. 3.5. На рис. 3.6 приведена модель идеально пластичного состояния, показывающая, что смещение отсутствует, пока трение по контактной поверхности не преодолено, после этого смещение может продолжаться без увеличения нагрузки. Если нагрузка уменьшится, смещение прекратится и не восстановится. На рис. 3.7 показаны две возможные комбинации исходных реологических моделей, представляющих два различных состояния материала. Следующим, наиболее распространенным элементом в реологической модели является жидкостный амортизатор, воспроизводящий вязкое поведение материала во времени. С помощью различных комбинаций этих трех основных элементов можно воспроизвести большое многообразие типов поведения различных материалов (см. табл. 4.2).

3.7. Выводы. Эта глава представляет собой краткое введение в теории упругости и пластичности. Обе теории используются в механике скальных пород для решения проблем, связанных с сокнутыми трещинами, как это бывает в глубине массива для случаев, когда

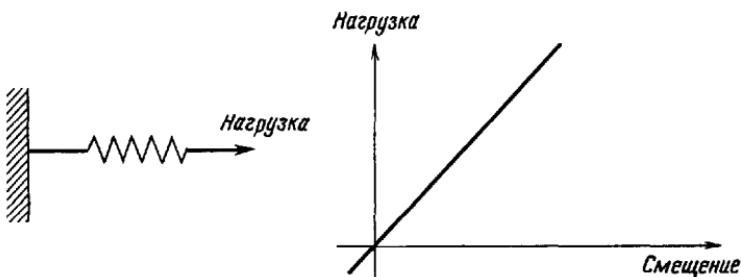


Рис. 3.5. Идеально линейно-упругий элемент.

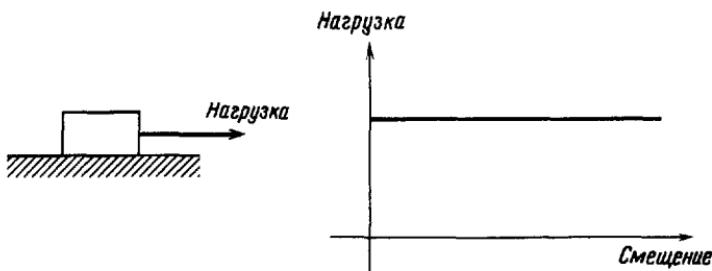


Рис. 3.6. Идеально пластичный элемент.

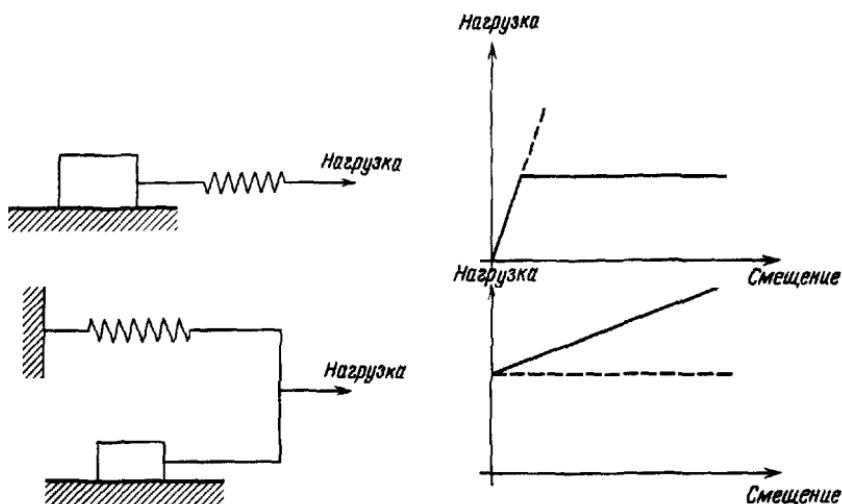


Рис. 3.7. Комбинация (сочетание) упругих и пластичных элементов.

трещины вообще отсутствуют. Совсем другой подход должен быть при рассмотрении сильно или частично трещиноватого материала, в частности материала, встречающегося непосредственно вблизи дневной поверхности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Drucker D. C.: A more fundamental approach to plastic stress-strain relations – Proc. First U. S. Nat. Congr. of Appl. Mech., 1951.
2. Hill R.: The mathematical theory of plasticity – 355 p., Oxford (Clarendon Press), 1960.
3. Naday A.: Theory of flow and fracture of solids – Vol. 1, 572 p., 2nd. ed., New York (McGraw-Hill), 1950.
4. Smith J. O. and Sidebottom O. M.: Inelastic behaviour of road-carrying members – New York (Wiley), 1965.
5. Timoshenko S. P. and Goodier J. N.: Theory of elasticity. – 567 p., 3rd ed., Tokyo – McGraw-Hill, 1970.
6. Zienkiewicz O. C.: The finite element method in engineering science – 521 p., London (McGraw-Hill), 1971.
7. Zienkiewicz O. C. and Cormeau I. C.: Visco-plasticity, plasticity and creep in elastic solids. – A unified numerical solution approach – Int. J. Methods. Eng., pp. 821 – 845, 1974.

Глава 4

Инженерные свойства ненарушенных скальных пород

X. Бок

4.1. Введение. Основное внимание в этой главе уделяется *инженерным свойствам*, к которым относятся только механические свойства, имеющие существенное значение в практике строительства сооружений на или в скале, и *ненарушенным породам*, т. е. материалу скального массива, не затронутому крупными нарушениями сплошности, такими, как поверхности напластования и большие трещины. Наши познания о механических свойствах собственно скальной породы продвинулись значительно дальше, чем изучение скальных массивов. Это объясняется тем, что образцы ненарушенной породы (например, керн из буровых скважин) могут быть надлежащим образом изучены в лабораторных условиях, что нельзя сделать со скальным массивом, поддающимся исследованию практически только в натурных (полевых) условиях. В механике скальных пород рассмотрение свойств ненарушенных пород имеет большое значение потому, что эти свойства

влияют в известной степени на механическое поведение скальных массивов (другой влияющий фактор – разрывные нарушения – рассмотрен ниже в гл. 7);

имеют решающее значение в производстве скальных работ малого масштаба, например в бурении скважин или (в меньшей степени) во взрывных работах;

обнаруживают некоторое сходство со свойствами скальных массивов в особенности в «запредельном» состоянии (см. разд. 4.3.1.4).

Свойства ненарушенной породы рассматриваются с точки зрения двух типичных инженерных категорий: деформаций и прочности. Водопроницаемость ненарушенных пород не затрагивается, поскольку она имеет очень малое значение в строительстве сооружений неглубокого заложения.

4.2. Деформационные свойства. Знание деформационных свойств скальных пород необходимо при проектировании большинства сооружений на или в скале (в том числе туннельных обделок). Для определения эквивалентных деформационных характеристик в настоящее время производят главным образом одноосные испытания. В процессе опыта (рис. 4.1) измеряются деформации образца в направлении приложения нагрузки P (осевая деформация Δl) и перпендикулярно этому направлению (поперечная деформация Δr). Нагрузки и деформации относят к размерам испытуемых образцов (распределение нагрузки на плошадь

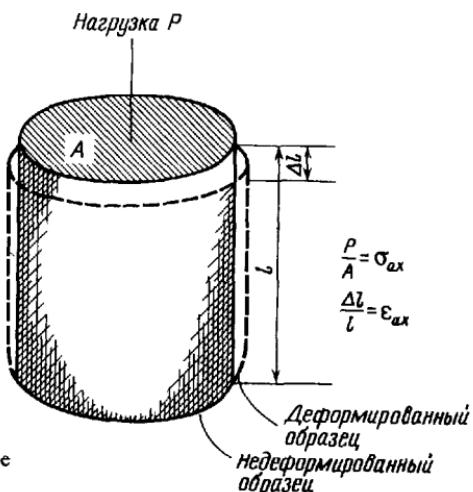


Рис. 4.1. Схема опыта на одноосное сжатие образца.

A ее приложения называют напряжением, а отношение деформации к длине *l* или диаметру *2r* образца именуется относительной деформацией). Результаты испытаний изображаются в виде кривых, показанных на рис. 4.2.

4.2.1. *Упругие деформационные свойства*. Наклон кривой напряжение – деформация (рис. 4.2) определяет модуль упругости Юнга (*E*). Как это видно из криволинейной зависимости, показанной на рис. 4.2, численное значение модуля зависит от напряжения, а при последовательном нагружении и разгружении образца породы от цикла испытания (влияние других факторов изложено в гл. 6).

Подобные замечания относятся также к коэффициенту Пуассона *v*, который получают делением поперечной деформации на осевую (рис. 4.1) и который можно лишь весьма условно принимать за постоянную величину. Линк [18] указывает, что опубликованные до настоящего времени значения коэффициента Пуассона для скальных пород определялись исключительно при напряжениях, не превышающих 50 % предела прочности. При напряжениях, близких к пределу прочности, поперечные деформации, судя по кривым напряжение – деформация, растут быстрее осевых, что приводит к значительному увеличению коэффициента Пуассона. Значения этого коэффициента обычно изменяются в пределах 0,2 – 0,35 (табл. 4.1).

В инженерных расчетах с целью некоторого упрощения фактическое деформированное состояние материала идеализируется. Наиболее простой является модель линейно-упругой деформации (рис. 4.3, *a*), преимуществом которой является возможность непосредственного приложения ее к теории линейной упругости, хорошо разработанной и широко применяемой в инженерном анализе (гл. 3 и 11). Но, с другой стороны, положение о линейно-упругом состоянии ведет к су-

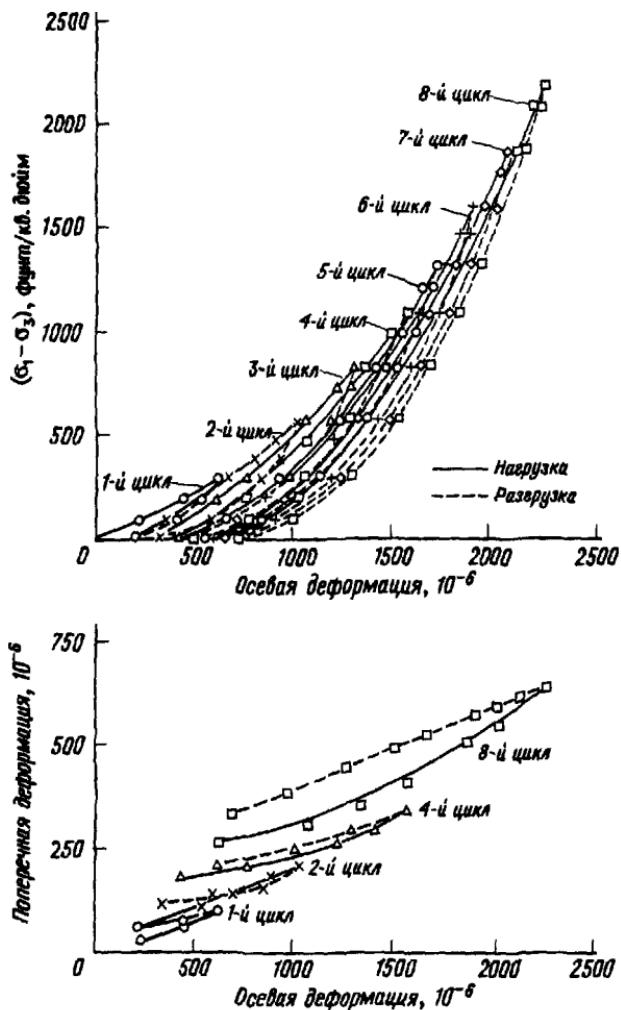


Рис. 4.2. Результаты испытаний на сжатие ($\sigma_3 = 0$, т. е. опыт проводится в условиях односного сжатия). Такого рода испытания необходимы для определения характеристик упругости — модуля Юнга E и коэффициента Пуассона v [19]. Испытания в сухом состоянии; пористость 15,3%; 1 фунт/кв. дюйм = $0,007$ МПа.

щественным противоречиям, в особенности в условиях напряжений, близких к пределу прочности материала, т. е. как раз в области напряжений, представляющих особый интерес с точки зрения механики скальных пород.

Несколько лучшей моделью может служить совершенное нелинейно-упругое тело, которое в инженерных расчетах обычно аппроксими-

Таблица 4.1

Некоторые характерные свойства скальных пород, определенные одноосными испытаниями на сжатие и косвенные испытаниями на растяжение [1, 29]

Порода	Модуль упругости Юнга E , 10^5 МПа	Коэффициент Пуассона, ν	Прочность на сжатие при одноосном испытании, МПа	Прочность на растяжение по косвенным испытаниям, МПа
Гранит	0,55–0,9	0,21–0,28	210	9–13
Габбро	1,05	0,34	200	22
Базальт	1	0,28	290	16
Мрамор	1,1	0,28	250	15
Известняк	0,2–0,9	0,23–0,20	30–180	2,1–10
Песчаник	0,02–0,7	0,3–0,4	10–42	0,3–1,1
Мел	0,05–0,7	0,4	15–19	0,5–0,9
Бетон	0,17	0,3	30	2,5

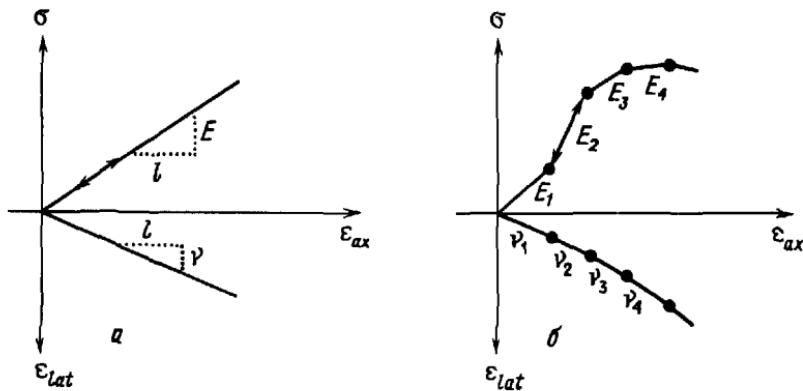


Рис. 4.3. Примеры идеализации деформационных свойств ненарушенных скальных пород. *а* – линейно-упругое тело с параметрами E и ν ; *б* – совершенное упругое тело со ступенчатыми упругими характеристиками E_1 , ν_1 , E_2 , ν_2 , ..., E_n , ν_n .

руется линейно-ступенчатой деформацией (рис. 4.3, б). Большая точность результатов в этом случае достигается ценой увеличения количества упругих параметров и значительного усложнения самих расчетов (точное решение возможно только с применением вычислительной техники).

4.2.2. *Деформация, изменяющаяся во времени (ползучесть).* Выше описывалась деформация породы без учета фактора времени. На самом деле все скальные породы в той или иной мере проявляют свою способность деформироваться во времени (ползучесть). Если, например, в процессе одноосных испытаний на сжатие прекратить дальнейшее увеличение нагрузки и сохранить ее без изменения, деформация может еще продолжаться, в особенности в области нагрузок, близких к пре-

делу прочности (рис. 4.4). Обычно строят кривые перемещений (или деформаций) ползучести в функции времени (рис. 4.5). Из схематического графика, приведенного на рис. 4.6, видно, что после приложения к породе постоянного напряжения сразу возникает мгновенно-упругая деформация (ϵ_e). Далее следует область I, в которой кривая зависимости деформации от времени имеет выпуклую кверху форму — ползучесть в этом отрезке времени называется первичной или неуставновившейся. Второй участок кривой (II) имеет более или менее выдержаненный наклон (вторичная или установившаяся ползучесть). Последний участок (III) кривой имеет вогнутую форму, что соответствует третичной или ускоряющейся ползучести, вслед за которой наступает быстрое разрушение. Идеализация деформированного во времени поведения выражается обычно в виде «реологических моделей». Последние строят, основываясь на сочетании таких простых представлений, как линейная упругость (гуковское тело) или совершенная (полная) вязкость (ニュотоновское тело) (табл. 4.2), и они имеют вид простых механических моделей (пружины для гуковского тела или амортизатора для ньютонаской модели).

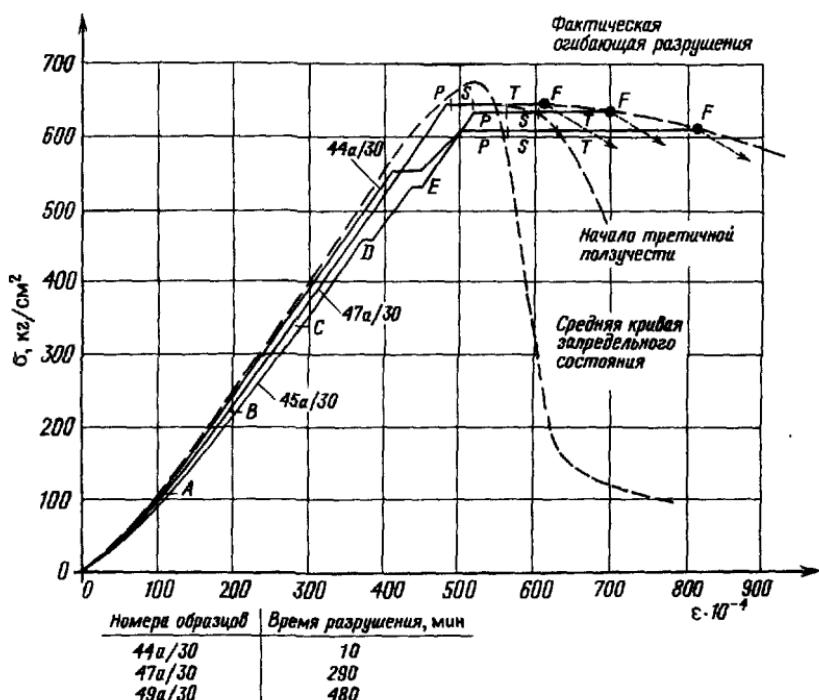


Рис. 4.4. Ползучесть образцов мрамора, выраженная кривыми напряжение — деформация [17]. P — первичная ползучесть; S — вторичная ползучесть; T — третичная ползучесть; F — точка начала разрушения.

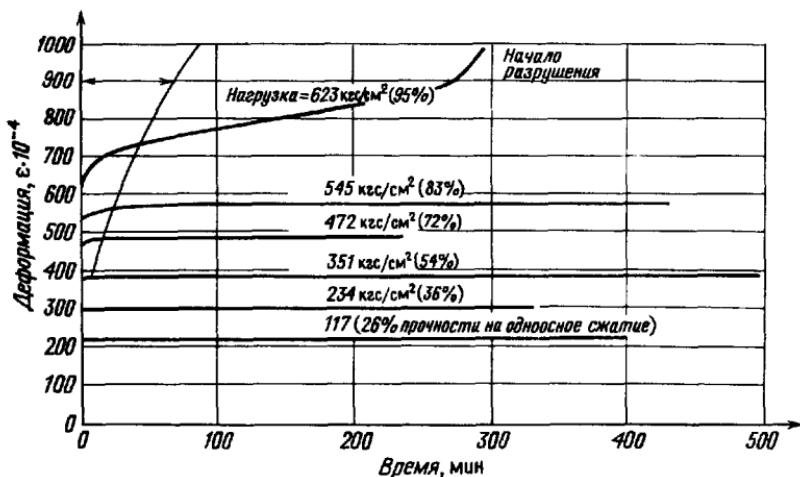


Рис. 4.5. Кривые ползучести (деформация/время) мрамора (в скобках указана нагрузка в процентах прочности на одноосное сжатие) [17].

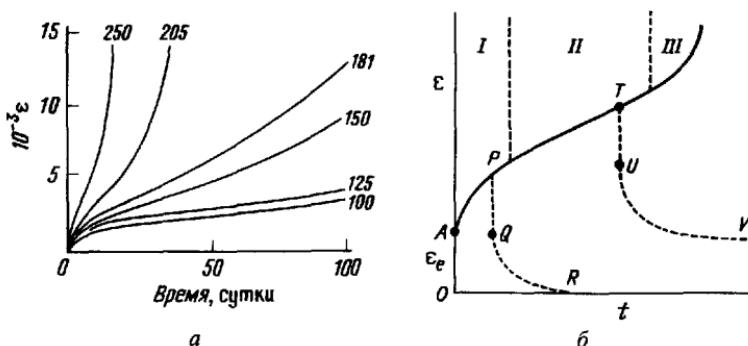
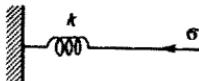
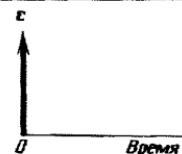
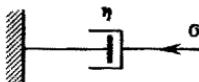
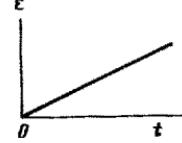
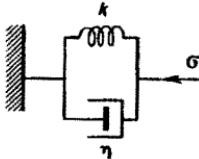
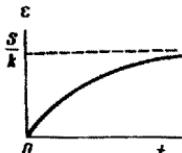


Рис. 4.6. Кривые ползучести. *а* – ползучесть алебастра в воде [7]; цифры на кривых обозначают напряжение одноосного сжатия в барах; *б* – схематическая кривая ползучести, показывающая мгновеноупругую деформацию ε ; первичную (I), вторичную (II) и третичную (III) фазы ползучести [15].

Касаясь ползучести совершенного нелинейно-упругого тела, следует в соответствии с ранее сказанным отметить, что чем точнее требуется модель или расчет, тем больше параметров должно быть учтено при расчетах. Использование этих моделей для определения необходимых деформационных параметров или для инженерных расчетов соответственно связано с большими трудностями. Найти компромиссное решение между двумя противоположными полюсами – точностью и эффективностью – одна из задач инженера, проектирующего сооружение на скальном основании.

Таблица 4.2

Реологические модели

Название	Схема механической модели	Зависимость напряжение – деформация в одномерном (линейном) изображении		Модель описывает
		формула	график	
Модель Гука		$\sigma = k \cdot \varepsilon$		Мгновенноупругую деформацию
Модель Ньютона		$\sigma = \eta \cdot \dot{\varepsilon}$		Вторичную ползучесть
Модель Кельвина		$\sigma = \eta \cdot \dot{\varepsilon} + k \varepsilon$		Первичную ползучесть

-11-

Місцем зупинки
було відмінно
зроблене місце.



$$\zeta = \frac{\sigma}{h} + \frac{\sigma}{h_1} \left(-e^{\eta_1} \right) + \frac{\sigma}{h_1} \eta_1$$

MEISTERHOFER, MARY
1900-1980



Нижеследующий перечень изображает способы, какими можно улучшить производительность труда в производственных процессах.

4.3. Прочностные свойства. 4.3.1. Прочность на сжатие. 4.3.1.1. Кривая напряжение – деформация и форма хрупкого разрушения. Рис. 4.7 дает представление о полной типовой кривой

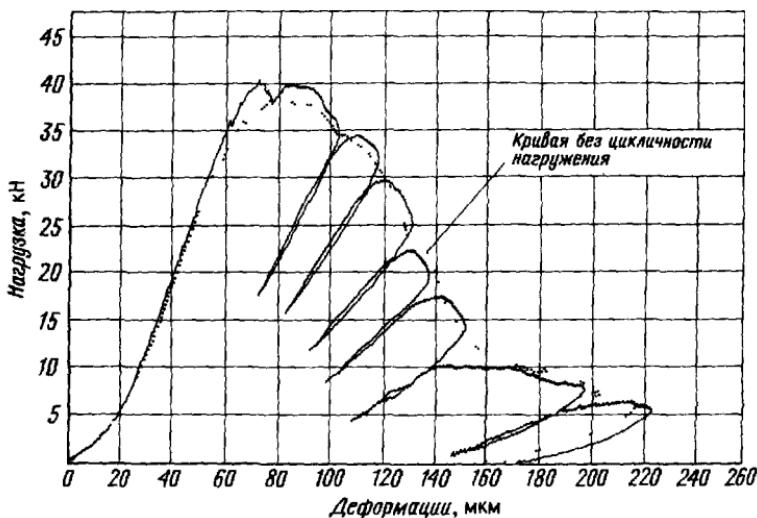


Рис. 4.7. Полная кривая нагрузка – деформация с циклами нагружения на запредельном участке кривой [6].

нагрузка – деформация (запись полной кривой стала возможной за последнее время благодаря применению испытательного оборудования со следящим устройством, гл. 6). Схематические кривые осевое напряжение – осевая деформация и осевая деформация – поперечная деформация приведены на рис. 4.8, табл. 4.3.

По результатам исследований, выполненных рядом авторов [2, 5, 10, 28], известно, что кривую напряжение – деформация ненарушенных скальных пород можно разделить на несколько типичных участков. Каждый участок соответствует определенной стадии трещинообразования в испытуемом образце (рис. 4.8, табл. 4.3).

Участок I – смыкание ранее существовавших трещин, что обнаруживается по слегка выпуклой книзу форме кривой напряжение – деформация.

Участок II – почти линейно-упругое состояние породы.

Участок III – рост существующих трещин проскальзывания и появление первых микротрещин, главным образом в центральной части образца. Отдельные микротрещины ориентированы преимущественно в направлении действия наибольшего главного напряжения («осевой трещинный кливаж»).

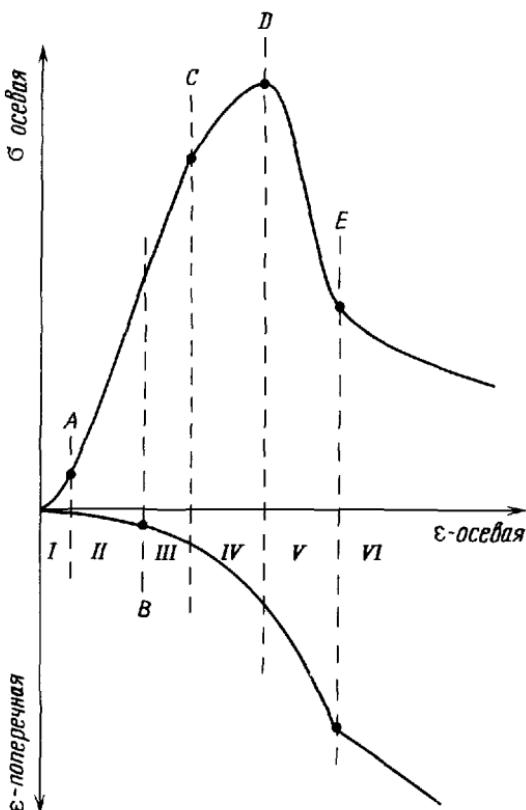


Рис. 4.8. Схематизированные кривые осевое напряжение – осевая деформация и осевая деформация – поперечная деформация с разделением на шесть участков типичных по характеру трещинообразования [10]

Участок *IV* – быстрое увеличение плотности микротрещин с приближением к пределу прочности (или просто «прочности», или «разрушению», или σ)* породы в образце. Как и в третьем участке, преобладают малые трещины, ориентированные в осевом направлении. Хальбауэр и др. [10] указывают, что количество микротрещин увеличивается семикратно при уровне напряжения 0,8–0,9 предельной прочности. Они установили также, что при достижении предела прочности в центральной части образуется плоскость макротрещин (рис. 4.9), при дальнейшем увеличении сжатия эта плоскость разрастается в сторону одного или обоих торцов образца за счет последовательного соединения существующих микротрещин. Ваверзик [28] обнаружил, что

* Четкая терминология в этой части отсутствует

Таблица 4.3

Основные зависимости между напряжениями и деформациями для различных участков полной кривой напряжение – деформация и связанные с ними структурные изменения в образцах скальных пород [10]

Участок	Зависимость $\sigma_{oc} - \varepsilon_{oc}$	Зависимость $\varepsilon_{pop} - \varepsilon_{oc}$	Качественное описание изменений в образцах породы в процессе трехосного сжатия
I	Нелинейная с увеличивающимся $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon_{oc}$ до точки A	Линейная с постоянным низким значением $\Delta\varepsilon_{pop}/\Delta\varepsilon_{oc}$	Локальное разрушение неупругого сжатия, вызванное шероховатой поверхностью торцов образца, смыкание открытых полостей (трещин)
II	Линейная с постоянным значением $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon_{oc}$	Линейная с постоянным до точки B значением $\Delta\varepsilon_{pop}/\Delta\varepsilon_{oc}$	Линейно-упругая зона без заметного изменения структуры образца
III	Линейная с постоянным значением $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon_{oc}$	Нелинейная с увеличивающимся значением $\Delta\varepsilon_{pop}/\Delta\varepsilon_{oc}$	Начало разрушения, образование отдельных микротрещин преимущественно в направлении наибольшего главного напряжения
IV	Нелинейная с уменьшающимся значением $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon_{oc}$	Нелинейная со значением $\Delta\varepsilon_{pop}/\Delta\varepsilon_{oc}$, близким к единице и быстро увеличивающимся	Увеличение микротрещиноватости, связанное с ускоренным трещинообразованием
V	Нелинейная с $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon_{oc}$, быстро приобретающим отрицательное значение	Нелинейная с быстро увеличивающимся значением $\Delta\varepsilon_{pop}/\Delta\varepsilon_{oc}$	Образование плоскостей макротрещин за счет соединения благоприятно расположенных микротрещин. Заметного увеличения плотности трещин нет
VI	Нелинейная с уменьшающимся отрицательным значением $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon_{oc}$	Линейная с постоянным значением $\Delta\varepsilon_{pop}$	Скольжение вдоль плоскостей макротрещин

дополнительно к локальным микротрещинам «в конце участка IV возникают относительно крупные трещины, расположенные вблизи свободных поверхностей образца и приблизительно параллельно им. Трещины образуются примерно на половине высоты образца и дают начало процессу откалывания (отслаивания) в начальной части участка V». Хотя различный механизм разрушения может быть частично объяснен различными условиями опиания на торцах (гл. 6), процесс

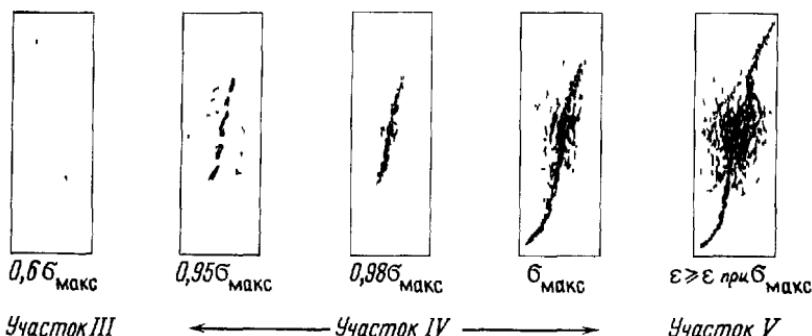


Рис. 4.9. Схематическая модель механизма разрушения образца породы в процессе испытания на сжатие [10].

развития трещин, приводящий к полному разрушению, до сих пор полностью не изучен*.

Участок V — образование плоскости макротрещины (рис. 4.9). Быстрое снижение несущей способности образца можно объяснить разрушением скальных перемычек (целиков), находящихся на пути развития этой плоскости.

Участок VI — скольжение по плоскостям макротрещин с возрастающим разрушением и дроблением. В результате образуется рыхлая масса раздробленной породы.

Из сказанного выше следует, что разрушение является не мгновенным явлением, а более или менее продолжительным процессом трещинообразования в образце скальной породы.

4.3.1.2. Предел прочности («разрушение»). Для инженера, имеющего дело со скальными породами, предел прочности породы является вопросом исключительной важности (несущая способность подземного целика, основания плотины, скального откоса и т. д.). Предел прочности зависит от многих параметров. Наибольшее влияние на него оказывают следующие факторы: наличие бокового обжатия, температура, поровое давление.

Влияние всестороннего сжатия (частично по Джегеру и Куку [15]). Еще в прошлом столетии было известно (только с качественной стороны), что в испытаниях на сжатие прочность образца может быть повышена приложением к нему всесторонней нагрузки, препятствую-

* Практическое значение этого вопроса для горного инженера не вызывает сомнения. Например, чтобы ответить на вопрос, исчерпана или нет несущая способность целика в подземной выработке, важно знать, что ведет к его разрушению: появление трещин на его поверхности (отслаивание), или расширение трещин в его средней части, или какой-нибудь другой процесс трещинообразования.

щей развитию в образце боковых перемещений. Классические трехосные испытания скальных пород были проведены фон Карманом в 1911 г [16] и Бекером в 1915 г [3], использовавшими масло для создания обжимающего давления $\sigma_2 = \sigma_3$ на стенки цилиндрического образца.

Эффект обжатия хорошо заметен на кривых напряжение – деформация, приведенных на рис. 4.10 и 4.11, дающих возможность сделать общее заключение, что с увеличением бокового давления увеличивается прочность образца.

Обычно напряжения σ_1 и σ_3 , действующие на пределе прочности, изображают в виде диаграммы Мора. По данным трехосных испытаний (рис. 4.11, а) построены круги Мора и соответствующая им огибающая Мора (рис. 4.11, б). Как видно из этого рисунка, огибающая для ненарушенных пород имеет слегка криволинейную форму.

Для облегчения пользования огибающими Мора их в известной мере упрощают (идеализируют). Прочностные свойства обычно выражают двумя параметрами «углом внутреннего трения f » и «сцеплением» C , которые являются терминами, распространенными среди практиков, но неприемлемыми для ученых (предпочтительнее пользоваться терминами типа «прочность на сдвиг, присущая рассматриваемой породе» и т. п.). На рис. 4.12 приведено три более сложных примера.

Представление о другом важном свойстве ненарушенной скальной породы дает рис. 4.10. В зависимости от величины бокового обжатия скальная порода обнаруживает два типа напряженно-деформированного

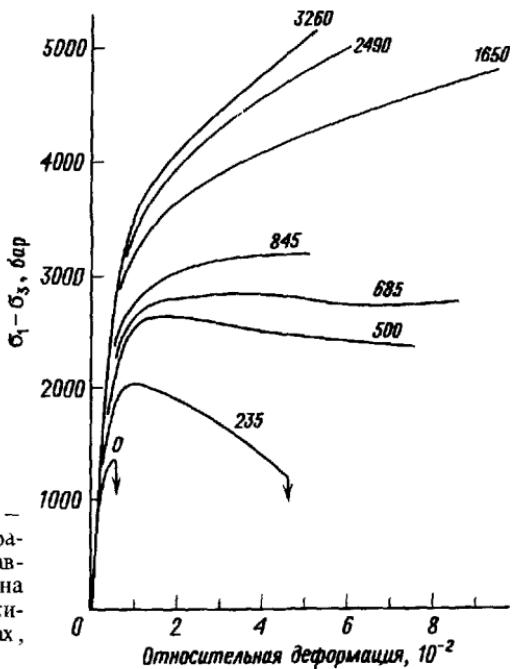
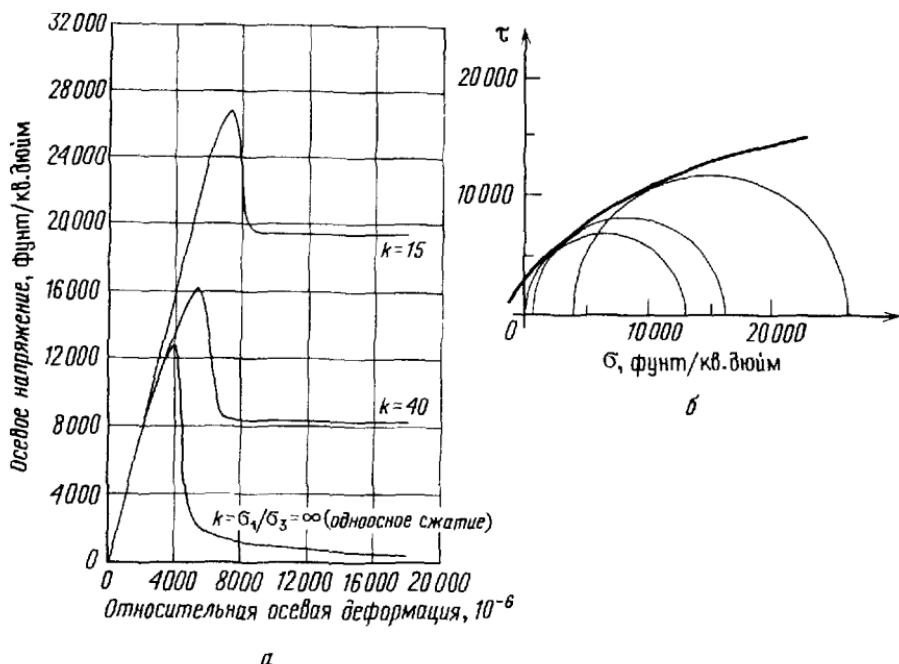


Рис. 4.10. Кривые напряжение – деформация для каррарского мрамора при различных значениях давления бокового обжатия (цифры на кривых обозначают величину обжимающего напряжения в барах, 1 бар = 0,01 МПа) [15, 16].



а

Рис. 4.11. Предельная прочность ненарушенной породы а – полные кривые напряжение – деформация при различных значениях бокового обжатия σ_3 [2]; б – круги и огибающая Мора для напряженного состояния, соответствующего пределу прочности.

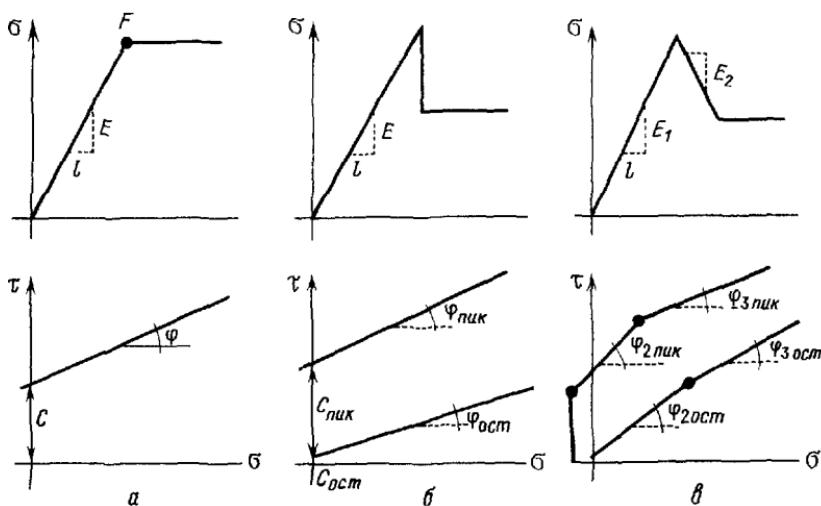


Рис. 4.12. Идеализация возможных типов деформирования под нагрузкой образцов пластичных и хрупких пород. а – первый вид аппроксимации для пластичных пород; б – второй вид аппроксимации для хрупких пород; в – третий вид аппроксимации. Более совершенная аппроксимация фактического состояния породы связана с трудностями вычислительного характера, поскольку аппроксимация даже третьего вида поддается расчету только методом конечных элементов (см. гл. 11).

поведения: при обжимающем напряжении ниже примерно 500 бар ($\sigma_3 \leq 500$ бар) мы имеем вполне определенный предел прочности и падение этой прочности после начала разрушения. Можно сказать, что порода является *хрупкой (разупрочняющейся)* при таких условиях проведения испытания.

Совершенно иной вид имеют кривые при σ_3 более 685 бар, так как порода в этих условиях может испытывать на 7% большие деформации, не теряя при этом прочности. Такое поведение называется обычно *пластичным*. Рассматривая рис. 4.10, можно заметить, что переход породы из хрупкого в пластичное состояние происходит при довольно нечетко выраженной границе значений обжимающего давления. Явление это называется переходом от хрупкости к пластичности. Многие авторы [4, 8, 14] указывали также, что хрупкое и пластичное состояния характеризуются различными формами разрушения (рис. 4.13). Так, порода в пластичном состоянии не обнаруживает осевых микротрещин, возникающих преимущественно на III и IV стадиях в опытах с хрупкими породами (разд. 4.3.1.1).

В связи с инженерными проблемами большую часть скальных пород можно рассматривать как находящиеся в хрупком состоянии,

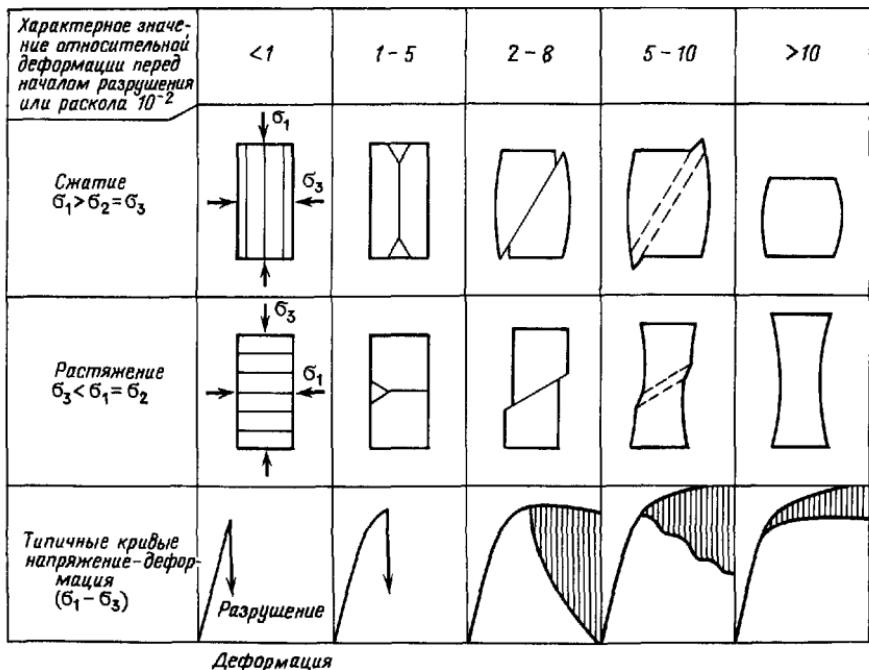


Рис. 4.13. Различные виды разрушения (переход от хрупкости к пластичности) при трехосных испытаниях (схематизировано [8]).

хотя некоторые из них (например, водонасыщенные сланцы или каменная соль) имеют тенденцию к пластичному поведению.

Температурное влияние (частично по Джегеру и Куку [15]). Увеличение температуры вызывает уменьшение переходного давления от хрупкости к пластичности. На рис. 4.14 показаны кривые для гранита при постоянном обжимающем давлении 5000 бар и разных температурах. При комнатной температуре гранит ведет себя как хрупкое тело, но при 800° порода становится почти полностью пластичной. Связанный с температурой переход от хрупкости к пластичности представляет особый интерес для геологов и геофизиков, но мало значит в механике скальных пород, так как подобные давления и температуры редко встречаются. Некоторое значение это явление может иметь для карбонатов (например, для гипсонасенных пород) и для каменной соли (в полостях, используемых для складирования радиоактивных отходов).

Влияние порового давления на предельную прочность описывается обычно «законом эффективного напряжения», выведенного Терцаги [24] для мягких грунтов. В 1945 г. Терцаги предложил распространить эту концепцию на водонасыщенные скальные породы. Последующие исследования этих пород [11, 13, 21] в общем подтвердили положения, высказанные Терцаги для условий, когда в скальной породе имеется система связанных между собой пор и трещин (рис. 4.15): $\sigma'_1 = \sigma_1 - p$; $\sigma'_2 = \sigma_2 - p$; $\sigma'_3 = \sigma_3 - p$.

Влияние порового давления показано на диаграмме Мора (рис. 4.16): с увеличением порового давления круг эффективных напряжений перемещается в сторону начала координат, что приводит к менее устойчивому напряженному состоянию. Этот фактор имеет значение

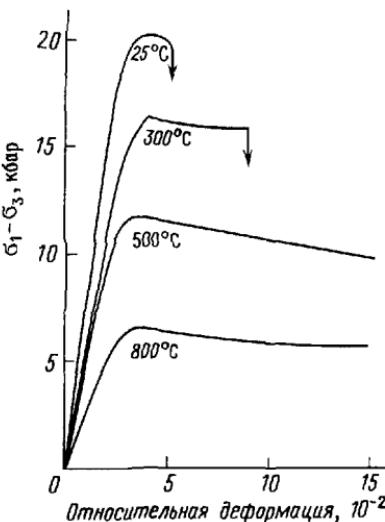


Рис. 4.14. Влияние температуры на вид кривой напряжение – деформация для гранита при обжимающем давлении 5 кбар [8].

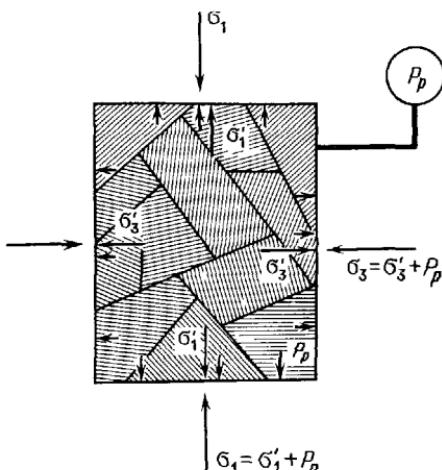


Рис. 4.15. Определение эффективного напряжения σ' при наличии внутреннего порового давления P_p и локального поля напряжения σ [22]

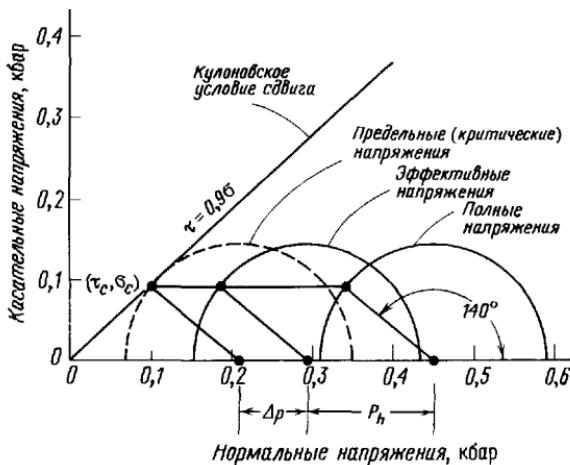


Рис. 4.16. Эффект порового давления, приводящий к перемещению круга полных напряжений в сторону начала координат (круга эффективных напряжений) Нарастающая опасность разрушения

для искусственного возбуждения землетрясения путем нагнетания жидкости в глубокие буровые скважины [12] (рис. 4.17). Обратный эффект (откачка жидкости из недр земли) был использован для предотвращения скольжения (связанного с землетрясением) вдоль одного разлома. При сочетании обоих способов (приложение высокого давления в одном месте приводит к образованию местного неразрушающего сейсмического толчка, а создание на расположенному рядом участке низкого давления способствует стабилизации положения и предотвращению землетрясения); возникает возможность снизить

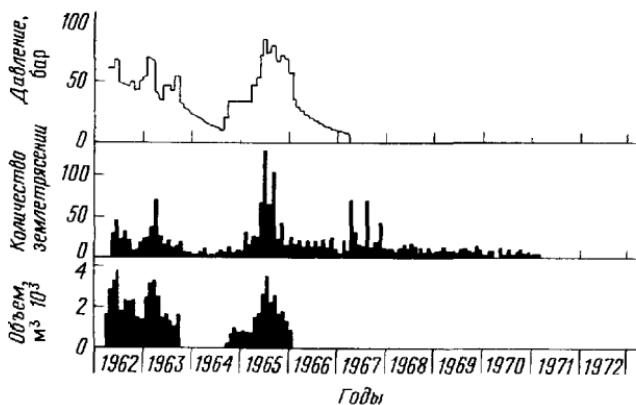


Рис. 4.17. Корреляция количества землетрясений в районе Денвера (штат Колорадо США) с объемом и напором жидкости которая закачивается в скважины для жидких отходов

тектонические напряжения в земной коре, т.е. предупредить концентрацию напряжений и не допустить возникновения разрушительного землетрясения

4.3.1.3 Определение предела прочности косвенными методами Как уже говорилось выше (разд. 4.3.1.1), разрушение хрупкой породы можно рассматривать как более или менее непрерывный процесс трещинообразования В связи с этим практический интерес представляет возможность предсказания прочности материала по некоторым характерным физическим явлениям, которые могут быть измерены и использованы как показатели приближения материала к своему предельному состоянию К таким явлениям относятся объемные изменения, скорости распространения поперечных волн и некоторые сейсмоакустические проявления

На рис. 4.18 приведено два примера испытаний на сжатие в результате которых было определено относительное изменение объема $\Delta V/V$ Первый этап испытаний характеризуется уменьшением объема при сжатии С переходом с III на IV участок кривой (как это описано в разд. 4.3.1.1, рис. 4.8, табл. 4.3) наблюдается стремление к увеличению объема

Данные замеров скоростей упругих волн (особенно поперечных) могут быть использованы для интерпретации нарушенного состояния породы Обычно с увеличением напряженного состояния скальные породы обнаруживают увеличение скоростей на несколько процентов Но возникновение неупругих деформаций, главным образом в начале IV стадии, характеризуется уменьшением скорости (рис. 4.19) Развитие микротрещин непосредственно перед наступлением предела прочности сопровождается акустическими импульсами, поддающимися регистрации (рис. 4.20)

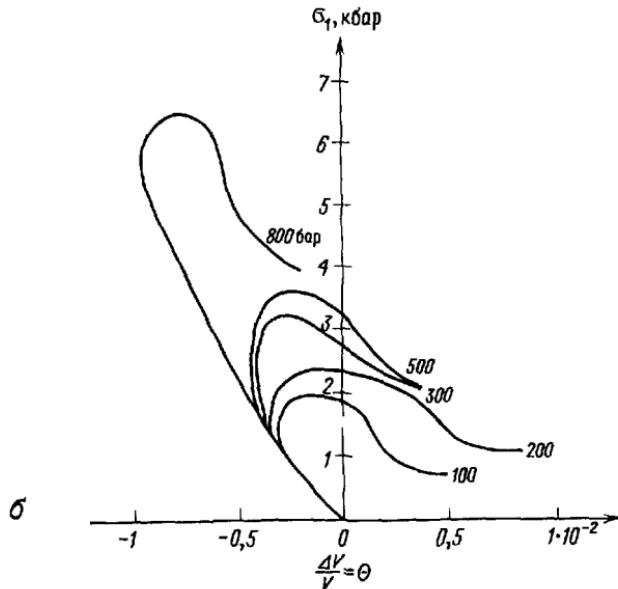
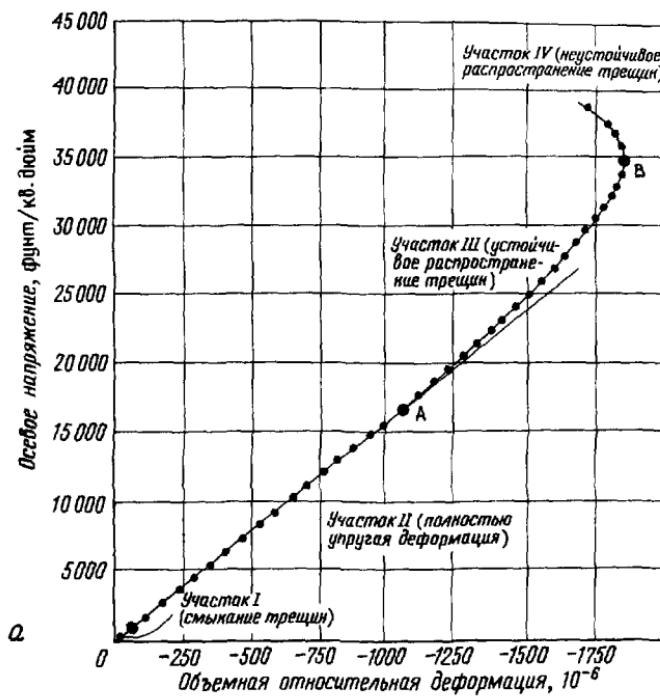


Рис. 4.18. Зависимость между осевыми напряжениями и объемной относительной деформацией в процессе испытаний на сжатие. а – испытания на одноосное сжатие кварцита [2]; б – испытания на трехосное сжатие песчаника с различными обжимающими давлениями [23].

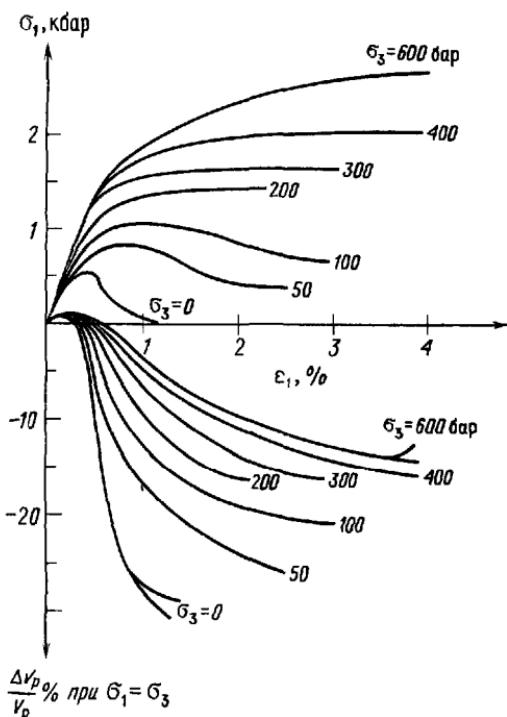


Рис. 4.19. Кривая напряжение – деформация (в верхней части) и относительное изменение скорости поперечных волн в опыте на трехосное сжатие, образец песчаника из Рура. Следует обратить внимание на начало уменьшения скорости поперечных волн до достижения предела прочности породы [23]

4 3 1 4 Запредельное состояние (после начала разрушения) В последние годы все большее внимание уделяется поведению скальных пород после достижения ими предела прочности («запредельное состояние») Одна из причин повышенного внимания заключается в том, что трещины и другие плоскости ослабления, фиксируемые в запредельной области напряжений, возникают большей частью еще в допредельном состоянии (разд. 4 3 11, рис. 4 9) Другая причина состоит в том, что существует много общего в механическом поведении образца ненарушенной породы, нагруженного сверх предела прочности, и скальным массивом в натурных условиях Мюллер [20] пытался иллюстрировать этот факт диаграммой напряженно-деформированного состояния (рис. 4 21) Он предположил, что влияние «тектонического прошлого скального массива» на характер его трещиноватости может быть выражено смещением оси напряжений на полной кривой напряжение – деформация для ненарушенной породы Напряженно-деформированное состояние скального массива в таком случае будет представлено кривой повторного нагружения в запредельном состоянии

На практике имеет большое значение, в каком напряженном состоянии находится скальная порода в допредельном или запредельном. Например, в так называемой «пластичной зоне» вокруг подземной

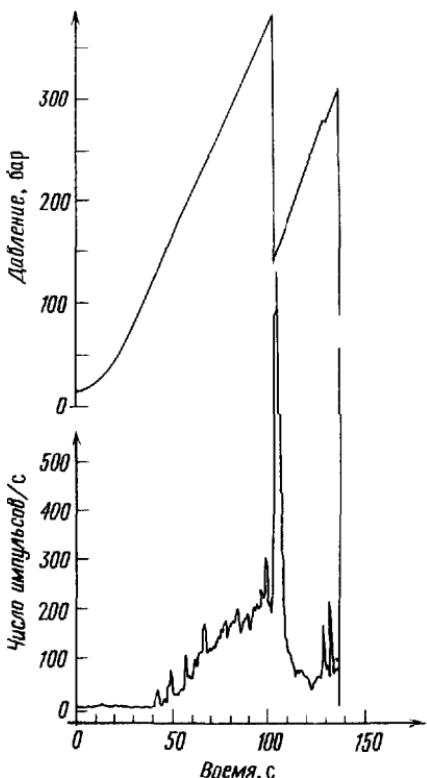


Рис. 4.20. Испытания на сжатие и связанные с ним сейсмоакустические импульсы [23]

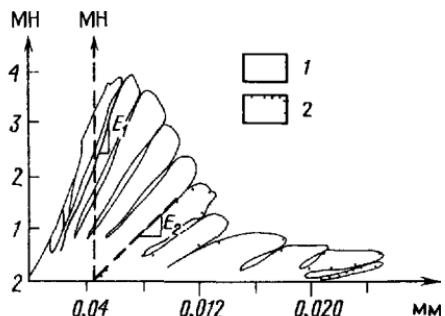


Рис. 4.21. Иллюстрация сходства поведения ненарушенной породы и скального массива на примере полной кривой нагрузка – деформация «ненарушенной» породы [20]. 1 – ненарушенная порода, 2 – скальный массив

выработки порода напряжена выше своего предела прочности и находится в запредельном напряженном состоянии. Предположим, что возникает возмущающая сила (вызванная взрывной волной или температурными колебаниями), ориентированная на контур выработки. Эта сила вызывает дополнительную деформацию, сопровождаемую развитием отрицательных реактивных сил, что прямо противоположно ситуации, при наличии которой соответствует восходящая кривая

напряжение – деформация. Это указывает на необратимый характер деформации и на дальнейшее снижение прочности породы. Повторяющиеся воздействия таких возмущающих сил ведут к ослаблению породы и в конечном счете к разрушению туннеля, т. е. к процессу, который можно сравнить с регрессивной эрозией (см. также разд. 14.5).

4.3.2. Прочность на растяжение. В отношении прочности на растяжение два обстоятельства представляются наиболее существенными:

1. Абсолютное значение прочности на растяжение ненарушенных скальных пород значительно ниже прочности на сжатие. В инженерной практике можно в пределах допустимой точности принимать прочность на растяжение равной 5–10 % одноосной прочности на сжатие.

2. Образование плоскости ослабления при одноосной растягивающей нагрузке носит самопроизвольный характер и сопровождается развитием нескольких микротрещин так же, как это наблюдается приложении к образцу одноосной сжимающей нагрузки (см. разд. 4.3.1.1).

Непосредственные растягивающие нагрузки и состоянне одноосного растяжения в Механике скальных пород практически не существуют. Значительно большее значение имеют растягивающие напряжения, возникающие при сжатии двух тел с неровной поверхностью («косвенные растягивающие напряжения»). Это явление поясняется рис. 4.22: на нем приведены результаты теоретического анализа несущей способности кварцитов Витватерсранда, нагруженных жестким штампом (случай исключительно неровного контакта двух поверхностей). Как это видно, наименьшие главные напряжения σ_3 порядка 150 бар образуют область растяжения вблизи края штампа. Несущая способность ненарушенных пород является важным показателем во многих проблемах, возникающих в горном деле, в частности касающихся разрыхления и подрезки скальных пород.

Принцип развития локальных растягивающих напряжений при сжатии двух тел с неровными поверхностями положен в основу бразильского метода испытаний (или метода «косвенного растяжения») для определения прочности на растяжение ненарушенной породы (см. гл. 6).

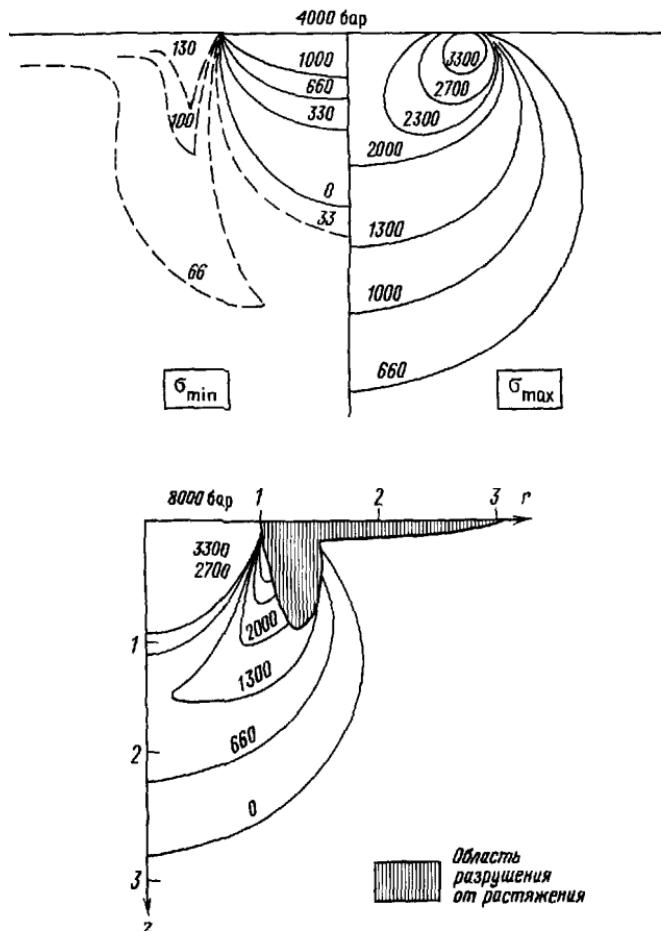


Рис. 4.22. Распределение наибольших и наименьших главных напряжений и области растяжения в основании жесткого штампа [27].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. D'Anrea D. V., Fischer R. L. and Fogelson D. E.: Prediction of compressive strength from other rock properties – U. S. B. M., R1., **6702**, 1965.
2. Bieniawski Z. T.: Mechanism of brittle fracture of rock – CSIR Report, MEG580, Pretoria, 1–224, 1967.
3. Böker R.: Die Mechanik der bleibenden Formänderung in kristallinisch aufgebauten Körpern. – Mitt. Forsch. Ver. deutsch. Ing., **175**, 1–51, 1915
4. Brace W. F. and Bombolakis E. G.: A note on brittle crack growth in compression. – J. Geophys. Research, **68**, 3709–3713, 1963.
5. Cook N. G. W.: Failure of rock. – J. Rock Mech. Min. Sc., **2**, 389–403, 1965.
6. Denkhaus H. S.: The load – deformation behaviour of rock in uniaxial compression. – Rock Mech. Suppl., **2**, 33–51, 1973.

- 7 *Griggs D T* Experimental flow of rocks under conditions favouring recrystallization – *Bull Geol Soc Amer*, **51**, 1001–1022, 1940
- 8 *Griggs D T and Handin J H* Observations on fracture and a hypothesis of earthquakes – *Geol Soc Amer Mem*, **79**, 347–364, 1960
- 9 *Griggs D T, Turner F J and Heard H C* Deformation of rocks at 500° to 800°C – In *Rock Deformations*, *Geol Soc Amer Mem*, **79**, 39–104, 1960
- 10 *Hallbauer D K, Wagner H and Cook N G W* Some observations concerning the microscopic and mechanical behaviour of quartzite specimens in static, triaxial compression tests – *Int J Rock Mech Min Sci*, **10**, 713–726, 1973
- 11 *Handin J and Hager R V* Experimental deformation of sedimentary rocks under confining pressure tests at room temperature on dry samples – *Bull Amer Ass Petrol Geol*, **41**, 1–50, 1957
- 12 *Handin J and Raleigh C B* Manmade earthquakes and earthquake control – *Proceed Conf Flow in fissured rocks, TZ-D*, Stuttgart, 1972
- 13 *Heard H C* Translation from brittle to ductile flow in Solnhofen limestone as a function of temperature, confining pressure and interstitial fluid pressure – In *Rock Deformations*, *Geol Soc Amer Mem*, **79**, 193–226, 1960
- 14 *Hoek E* Rock fracture under static stress conditions – 1–201, *Ph D Thesis (Univ Cape Town)*, 1965
- 15 *Jaeger J C and Cook N G W* Fundamentals of rock mechanics – 585 p., 2nd ed, London (Chapman and Hall), 1976
- 16 *Karman Th v* Fertigkeitsversuche unter allseitigem Druck – *Z Ver deutsch Ing*, **55**, 1749–1757, 1911
- 17 *Lama R D* Untersuchung des rheologischen Verhaltens von geklüftetem Fels – *Jahresber SFB Felsmech Karlsruhe*, 1973, 52–65, 1974
- 18 *Link H* On Poisson's ratio in rock and rock masses at stresses near fracture strength (in German) – *Proceed 1st Congr Int Soc Rock Mech*, **1**, 425–431, Lisboa, 1966
- 19 *Morgenstern N R and Tamuly Phukan A L* Non-linear stress – strain relations for a homogeneous sandstone – *Int J Rock Mech Min Sci*, **6**, 127–142, 1969
- 20 *Muller L* Rock mass behaviour – determination and application in engineering practice – *Proceed 3rd Congr Int Soc Rock Mech*, **1A**, 205–215, 1974
- 21 *Robinson L H* Effect of pore and confining pressure on the failure process in sedimentary rocks – *Color School Mines Q*, **54**, 177–199, 1959
- 22 *Rummel F* Experimentelle Untersuchungen zum Bruchvorgang in Gesteinen – *Ber Inst Geophys Ruhr-Univ*, **4**, 1–144, Bochum, 1974
- 23 *Rummel F and Jung R* Hydraulic fracturing stress measurements near the Hohenzollern – Graben – Structure, Sw – Germany – *Pure and Appl Geophys*, **113**, 321–330, 1975
- 24 *Terzaghi K v* Effect of minor geological details on the safety of dams – *Bull Amer Inst Min Eng, Techn Publ*, **215**, class I Min Geol № 29, p 31, 1929
- 25 *Terzaghi K v* Stress conditions for the failure of saturated concrete and rock – *Proceed Amer Soc Testing Mat*, **45**, 777–801, 1945
- 26 *Trollope D H* Fracture and Failure of rock material *Univ Coll Townsville Depart Eng*, 1–94, 1969
- 27 *Wagner H and Schurmann E H R* The stamp-load bearing strength of rock – An experimental and theoretical investigation – *Rock Mech*, **3**, 185–207, 1971
- 28 *Wawersik W R and Brace W F* Post-failure behaviour of a granite and diabase – *Rock Mech*, **3**, 61–85, 1971
- 29 *Wuerker R G* Annotated tables of strength and elastic properties of rock – *Transact A I M E*, **202**, 157, 1955

Глава 5

Критерии разрушения хрупких скальных пород

Д. Х. Троллон

5.1. Введение. В любой области инженерного использования прикладной механики необходимо знание предельной прочности рассматриваемого материала. Эта прочность соответствует максимальному значению напряжения, которое выдерживает данный материал.

Особую важность понятие прочности приобретает при разработке твердой монолитной скалы, разрушение которой, имеющее, как правило, хрупкий характер, может повлечь за собой серьезные обрушения, угрожающие не только безопасности персонала, но и экономике предприятия в связи с задержками в работе производства. В условиях разработки твердых скальных пород влияние редких трещин имеет, по-видимому, меньшее значение по сравнению с прочностью самой породы.

Наиболее очевидный и простой подход состоит в утверждении, что прочность материала является константой, а разрушение наступает, когда максимальное приложенное напряжение достигает предельного значения. Эта гипотеза (гипотеза максимальных напряжений) была отвергнута на раннем этапе развития теории разрушения, так как эксперименты, проведенные в условиях сложного напряженного состояния, доказали ее несостоятельность.

Как указывает Тимошенко [21], первая официальная формулировка гипотезы разрушения принадлежит французскому ученому Мариотту (1616–1684), который, наблюдая растяжение проволоки, экспериментально установил, что «разрушение наступает тогда, когда удлинение превосходит некоторое предельное значение».

Примерно сто лет спустя Навье (1785–1836) ввел понятие относительной деформации, т. е. деформации, приходящейся на единицу длины, а его современник бельгийский инженер-физик Понселе (1788–1867) установил, что «разрушение хрупких материалов, таких, как камень или чугун, обусловлено их боковым расширением».

Именно в это время были заложены основы теории упругости, а фундаментальным положением линейной теории упругости стал обобщенный закон Гука

$$\text{напряжения} \rightleftharpoons \text{деформации}. \quad (5.1)$$

Для однородных материалов в условиях одноосного растяжения гипотеза Мариотта идентична гипотезе максимальных напряжений, в то время, как согласно гипотезе Понселе, момент разрушения опре-

деляется деформацией в направлении, перпендикулярном направлению максимального напряжения.

Первым ввел понятие напряжения Коши (1789–1857), и выглядело оно так:

$$\sigma = \frac{\frac{n}{\sum f_n} - 1}{a}, \quad (5.2)$$

т. е. напряжение определялось как средняя интенсивность силового воздействия, приходящаяся на единицу площади.

Эту формулировку автор настоящей главы назвал *интегральным определением напряжения* [23].

В связи с необходимостью выразить положения теории упругости в обозначениях непрерывных математических функций было введено дифференциальное определение напряжения, а именно:

$$\sigma = \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{\delta f_n}{\delta a} = \frac{df}{da}. \quad (5.3)$$

Для идеального континуума оба определения совпадают. Однако, как будет показано в дальнейшем, для дискретных или зернистых материалов (а в действительности все материалы таковы) дифференциальное определение напряжений неприемлемо. Теперь хорошо известно, что общая картина напряженного состояния полностью определяется тремя взаимно перпендикулярными напряжениями, которые называются главными и обозначаются обычно $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, причем

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad (5.4)$$

(наибольшее главное напряжение, среднее главное напряжение и наименьшее главное напряжение).

Сен-Венан (1797–1886) показал, что критерий максимальных удлинений Мариотта – Понселе может быть представлен в виде эквивалентных напряжений, которые записутся так (сжатие положительное):

$$\begin{aligned} \sigma'_1 &= \varepsilon_1 E = \sigma_1 - v(\sigma_2 + \sigma_3), \\ \sigma'_2 &= \varepsilon_2 E = \sigma_2 - v(\sigma_1 + \sigma_3), \\ \sigma'_3 &= \varepsilon_3 E = \sigma_3 - v(\sigma_1 + \sigma_2). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Наибольшее по абсолютной величине отрицательное значение σ' , обычно σ'_3 (максимальное растягивающее напряжение, соответствующее предельному удлинению), выбирается в качестве предела прочности. Во второй половине XIX в. уравнениями (5.5) широко пользовались в Европе. Однако, как замечает Тимошенко [21], «английские авторы продолжали строить свои расчеты при проектировании на гипотезе максимальных напряжений».

Уравнениями (5.5) учитывается, что среднее главное напряжение ока-

зывает влияние на разрушение Троллон [22] предположил, что максимальное удлинение является мерой максимальных поверхностных сил связи в зернистом материале, и использовал уравнения (5.5) для определения эффективной прочности хрупких материалов при растяжении. Однако серия тщательных испытаний, проведенная Хамметом [11] на искусственном скальном материале — строительном гипсе в условиях двухосного напряженного состояния, со всей очевидностью продемонстрировала несоответствие этой гипотезы опытным данным.

При испытаниях на одноосное сжатие ($\sigma_2 = \sigma_3 = 0$) эффективная прочность на растяжение $\bar{\sigma}_t = -v\sigma_1$ или $\sigma_{1f} = -\frac{\bar{\sigma}_t}{v}$. В условиях двухосного сжатия ($\sigma_1 = \sigma_2, \sigma_3 = 0$)

$$\sigma_t = -2v\sigma_1 \text{ или } \sigma_{1f} = -\frac{\bar{\sigma}_t}{2v} \quad (5.6)$$

Таким образом, предел прочности при разрушении для двухосного сжатия должен быть в два раза ниже, чем для одноосного. Опыты Хаммета показали, что прочность в условиях двухосного сжатия по крайней мере равна прочности при одноосном сжатии и может превышать ее, следовательно, первоначальная гипотеза должна быть отвергнута. Ниже будет показано, что теория эффективных растягивающих напряжений легко может быть модифицирована таким образом, что учит и эти, и другие факты. Прежде чем перейти к описанию современных теорий прочности, необходимо заметить, что вообще сомнительно, чтобы даже с помощью интегрального определения напряжений в его простой форме можно было бы адекватно описать поведение реальных дискретных материалов. Дальнейшее обсуждение этого вопроса выходит, однако, за рамки настоящей главы. Поэтому впредь будем считать что обычные зависимости между напряжениями достоверны.

Здесь уместно ввести понятие пространства напряжений. Как уже было указано, любое напряженное состояние полностью определяется тремя главными напряжениями ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$), которые в свою очередь определяются шестью независимыми компонентами осевых напряжений ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$). Эти шесть компонент образуют тензор напряжений, и можно доказать [19], что последний имеет только три независимых инварианта, а именно

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \\ I_2 &= -(\sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 + \sigma_1\sigma_2), \\ I_3 &= \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Если на рис. 5.1 $AO = OB = OC$ и линия OP проведена нормально по отношению к плоскости ABC , то OP является осью гидростатического напряженного состояния, во всех точках которой $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, а плоскость ABC называется октаэдрической. Положение произвольной

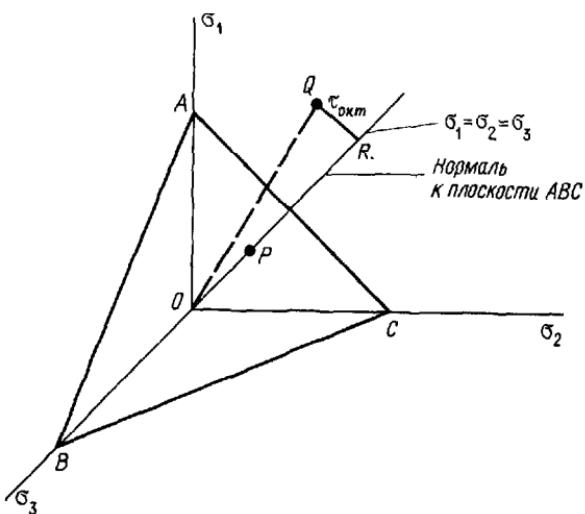


Рис. 5.1. Октаэдрическая плоскость.

точки Q в пространстве главных напряжений σ_1 , σ_2 , σ_3 может быть определено координатой QR вдоль по гидростатической оси (диагонали пространства) и координатой OR , нормальной к этой оси*.

Значение октаэдрического нормального напряжения определяется формулой

$$\sigma_{\text{окт}} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3),$$

а октаэдрического касательного напряжения — формулой

$$\tau_{\text{окт}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (5.8)$$

Если теперь записать уравнения:

$$\begin{aligned} S_1 &= \sigma_1 - \sigma_{\text{окт}}, \\ S_2 &= \sigma_2 - \sigma_{\text{окт}}, \\ S_3 &= \sigma_3 - \sigma_{\text{окт}}, \end{aligned} \quad (5.9)$$

то S_1 , S_2 , S_3 будут означать главные компоненты девиатора напряжений, или отклонения напряжений.

Как и у тензора напряжений, у девиатора существуют три инварианта, два первых из них имеют вид

$$J_1 = S_1 + S_2 + S_3 = 0, \quad J_2 = \frac{1}{2} (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2). \quad (5.10)$$

* Координаты QR и OR не определяют абсолютного положения точки Q в пространстве, а лишь указывают, на какой окружности она находится.— Прим. перев.

5.2. Теории разрушения. 5.2.1. *Критерий Мизеса* был предложен для описания начала пластического течения в мягких сталях. Характерной его особенностью является одинаковое значение пределов текучести, получаемое для сжатия и растяжения. Ясно, что это неприменимо к хрупким материалам, прочность которых на разрыв значительно ниже, чем на сжатие. Тем не менее, как будет показано в дальнейшем, этот критерий имеет большое значение в качестве отправной точки для построения теорий разрушения.

По Мизесу, пластическое течение начинается тогда, когда касательные напряжения на октаэдрической площадке достигают предельного значения

$$\tau_{\text{окт}} = K_p.$$

С учетом сказанного из уравнений (5.8) и (5.9) получим

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 9K_p^2, \quad (5.11)$$

или

$$3(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) = 9K_p^2,$$

а из уравнений (5.10)

$$J_2 = \frac{3}{2}K_p^2, \quad (5.12)$$

следовательно, критерий текучести в главных напряжениях для этого частного случая имеет вид

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6J_2. \quad (5.13)$$

При одноосном сжатии (или растяжении) $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, а $\sigma_1 = \sigma_c$. Подставляя эти значения в уравнение (5.11), получим

$$\frac{1}{3}\sqrt{2\sigma_c^2} = K_p,$$

поэтому

$$J_2 = \frac{\sigma_c}{\sqrt{2}}.$$

5.2.2. *Критерий Трёски*. В 1868 г. Трёска первым сформулировал критерий, согласно которому разрушение наступает при достижении касательными напряжениями некоторого максимального значения. По этой причине критерий Трёски иногда называют теорией максимальной сдвиговой прочности. Можно записать

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \tau_{\text{крит.}} \quad (5.14)$$

В случае одноосного сжатия (соответственно и растяжения) $\sigma_3 = 0$ и $\tau_{\text{крит}} = \frac{\sigma_c}{2}$, или

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_c}{2} \quad (5.15)$$

Оказалось, что этот критерий, так же как и критерий Мизеса, дает хорошие результаты в случае пластического течения металлов и иногда является даже более предпочтительным благодаря своей математической простоте

5.2.3 *Критерий Фрудентала* Оба рассмотренных критерия – Мизеса и Трески – предполагают постоянное значение предельных сдвигающих напряжений октаэдрического в первом случае и максимального касательного – во втором

Фруденталь в 1951 г [8] использовал кулоновскую зависимость для определения предела октаэдрического сопротивления сдвига при разрушении бетона, для которого было хорошо известно, что его прочность возрастает при всестороннем сжатии. Критерий имеет вид

$$\tau_{\text{окт}} = A + B\sigma_{\text{окт}}, \quad (5.16)$$

где A и B – константы материала

Бетон, подобно скальной породе, – материал в основном хрупкий, и в противоположность критерию Мизеса критерий Фрудентала предназначен для описания хрупкого разрушения таких материалов. С учетом уравнения (5.11) уравнение (5.16) принимает простую математическую форму

$$\sqrt{\frac{2J_2}{3}} = A + B \frac{J_1}{3} \quad (5.17)$$

Брэслер и Пистер [4] установили, что это соотношение вполне удовлетворяет результатам некоторых испытаний бетона, но в других испытаниях при иных сочетаниях напряжений хорошего совпадения не получается. Теперь известно, что условия испытаний сильно влияют на их результаты, и это обстоятельство, возможно, стало причиной пересмотра вышеуказанных выводов

5.2.4 *Критерии Кулона – Мора* В 1900 г Мор сделал предположение, что разрушение имеет место тогда, когда значение сдвигающих напряжений достигает критического значения в соответствии с зависимостью

$$\tau = f(\sigma) \quad (5.18)$$

и происходит по плоскости, на которой σ – нормальные напряжения. Хотя функция $f(\sigma)$ может быть определена экспериментально, обычно ее принимают в соответствии с уравнением Кулона

$$\tau = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi \quad (5.19)$$

Заметим, что между уравнением (5.19) и критерием Трёски существует та же связь, что и между критериями Фруленталя и Мизеса. Разница состоит в определении плоскости разрушения (и напряжений на ней) в одном случае и использовании октаэдрической поверхности — в другом.

Критерий Кулона — Мора широко применяется в механике грунтов, и многие специалисты использовали его для определения прочности скальных пород. Недавние исследования, результаты которых будут рассмотрены ниже, показывают, однако, что ориентация поверхности разрушения, соответствующая гипотезе Мора, не подтверждается экспериментальными данными. По мнению автора, введение этой концепции, возможно, принесло вред, и, хотя никому, конечно, не дано изменить историческое прошлое, оглядываясь назад, можно предположить, что если бы с самого начала внимание было сконцентрировано на разнице главных напряжений или на их соотношении в момент разрушения, то конечный результат исследований в этом направлении был бы ближе к истине.

5.2.5. *Критерий Гриффита*. В 1921 г. Гриффитс [10] высказал предположение о том, что хрупкое разрушение происходит вследствие концентрации напряжений у вершин существующих в материале микротрещин, называемых теперь трещинами Гриффита. Он предположил, что трещины имеют эллиптическую форму, а разрушение начинается тогда, когда в какой-нибудь точке достигается предел прочности материала. В случае одноосного растяжения это произойдет на конце трещины, ориентированной перпендикулярно направлению растягивающих напряжений. Большая часть ранних работ, посвященных хрупкому разрушению металлов, была посвящена случаю одноосного растяжения, и это явилось основой для широкого применения критерия Гриффита. Его теория объясняет экспериментальные наблюдения, согласно которым поверхности разрушения действительно развиваются в направлении, перпендикулярном растягивающим напряжениям. Значение локального растягивающего напряжения σ при вершине трещины определяется формулой

$$\sigma = \sigma_t \left(1 + 2 \sqrt{\frac{c}{a}} \right), \quad (5.20)$$

где σ_t — собственная прочность материала на растяжение, c — половина длины трещины, a — радиус кривизны трещины у вершины. Эта теория подверглась критике [23], так как для согласования ее с результатами наблюдений требуется, чтобы размер трещины приближался к размерам атома, что, очевидно, неприемлемо. Для случая одноосного сжатия Хук [12] показал, что критическая трещина должна быть наклонена под углом к направлению вектора приложенных напряжений (рис. 5.2). Чтобы привести теорию в соответствие с экспериментальными данными, которые свидетельствовали о том, что поверхность разрушения параллельна направлению сжимающих напряжений, он предположил,

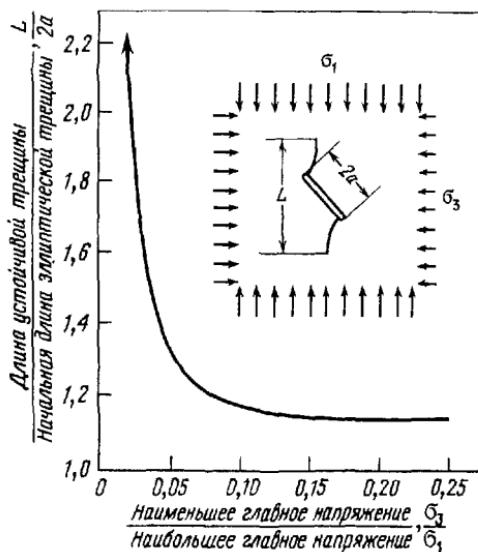


Рис. 5.2. Отношение длины устойчивой трещины к длине эллиптической трещины в зависимости от соотношения сжимающих напряжений.

что трещины, параллельные оси загружения, развиваются из точек с максимальными растягивающими напряжениями, и подтвердил это предположение экспериментами на стеклянных плитках. Однако «начальные» трещины, введенные Хуком, имели размеры большего порядка, нежели «теоретические» трещины Гриффитса, и этот эксперимент фактически был предназначен для подтверждения критерия Гриффитса. Однако это показало, что теория действительно применима к макротрещинам в поликристаллических материалах, но трещина в этом случае должна быть достаточно крупной по сравнению с диаметром структурных зерен.

Джегер и Кук [13] показали, что случай двухосного сжатия, описанный Гриффитсом, можно представить в виде

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 = 8\sigma_t(\sigma_1 + \sigma_2),$$

если $\sigma_1 + 3\sigma_3 > 0$;

$$\sigma_3 = -\sigma_t, \text{ если } \sigma_1 + 3\sigma_3 < 0. \quad (5.21)$$

Легко убедиться, что в случае одноосного напряженного состояния (при $\sigma_3 = 0$)

$$\sigma_1 = 8\sigma_t, \quad (5.22)$$

т. е. прочность на сжатие в 8 раз превышает прочность на растяжение. Хотя порядок этого соотношения близок к действительному, для целого ряда горных пород оно существенно отличается от получаемого в экспериментах. Уравнения (5.21) могут быть также выражены в обозначениях, используемых для огибающей Мора [13]. Кривая примет

вид параболы:

$$\tau^2 = 4\sigma_t(\sigma + \sigma_t). \quad (5.23)$$

Меррелл [16] предположил, что парабола, соответствующая уравнению (5.23), может быть использована в качестве образующей критериальной поверхности в пространстве трех главных напряжений (рис. 5.3).

Критерий Меррелла отличается от критерия Фруденталя лишь тем, что в последнем в качестве образующей берется прямая линия.

Эксперименты, однако, свидетельствуют о том, что на диаграмме Мора (зависимость τ от σ) многие горные породы дают прямолинейную огибающую. Пытаясь добиться лучшего соответствия с результатами опытов, Брейс [3] и Мак-Клинток и Уолш [14] предложили модификацию теории Гриффитса, утверждающую, что при возрастании сжимающих напряжений трещины должны закрываться, вследствие чего развивается трение по поверхности образующегося контакта.

Окончательная зависимость имеет вид

$$\sigma_1 [(\mu^2 + 1)^{1/2} - \mu] - \sigma_2 [(\mu^2 + 1)^{1/2} + \mu] = 4\sigma_t. \quad (5.24)$$

Мак-Ламор [15], однако, показал, что уравнение (5.24) сводится к уравнению Кулона при $\mu = \operatorname{tg} \varphi$ [19]. Джегер и Кук [13] детально рассмотрели это преобразование.

5.2.6. Гипотеза эффективных растягивающих напряжений. В последние годы ряд авторов [22, 1, 20] выразил результаты экспериментальных наблюдений через растягивающие напряжения, вызванные сжимающей нагрузкой. Эти растягивающие напряжения развиваются в зависимости от дискретной или зернистой природы материала.

Как уже было сказано, автор отверг собственную гипотезу 1968 г., базируясь на экспериментальных данных. Однако нужна была только

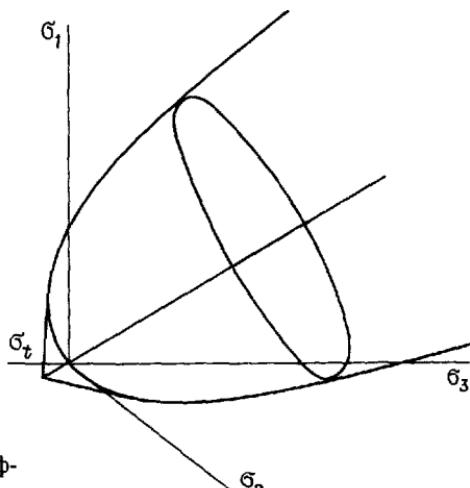


Рис. 5.3. Критерий Меррелла – Гриффитса.

относительно простая модификация, чтобы привести первоначальную теорию в соответствие с результатами экспериментов. Эта пересмотренная теория будет изложена ниже, так как она, по-видимому, является самым простым и практически ценным критерием из всех существующих ныне.

Характерный элемент зернистой структуры состоит из произвольного набора зерен, как показано на рис. 5.4. Особенностью элемента зернистой структуры является возникновение в нем максимальных растягивающих усилий, нормальных к сжимающим напряжениям, когда угол $\iota = 0^\circ$. Когда $\iota = 30^\circ$, растягивающие усилия не возникают. Детальный анализ изменения сил растяжения в зависимости от угла ι изложен Троллопом в его работе [23]. Если предположить, что отдельные зерна материала соединены линейными упругими пружинами (линейный зернистый элемент, рис. 5.5), то можно вычислить коэффициент Пуассона

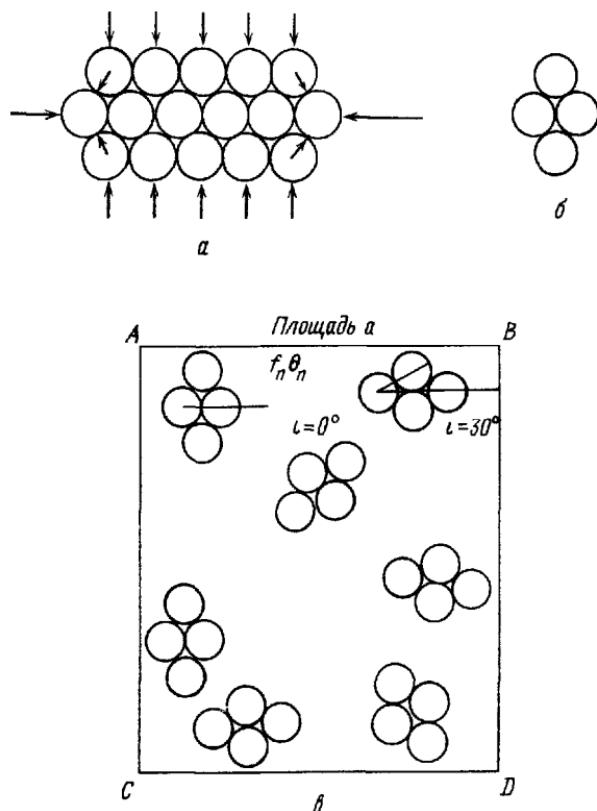


Рис. 5.4. Типичный зернистый материал *а* – элементарная единица материала зернистого строения, *б* – характерный элемент, *в* – идеализированный изотропный материал

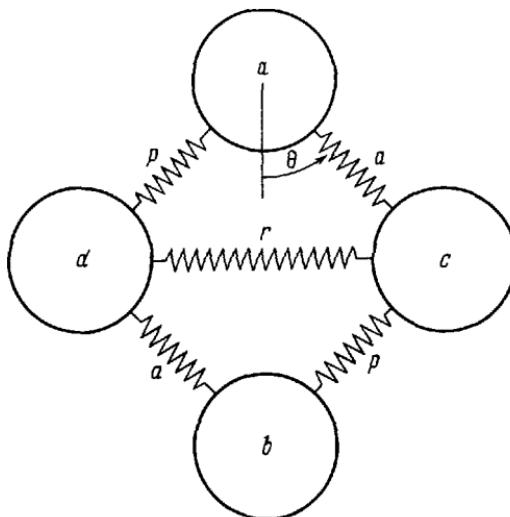


Рис. 5.5. Идеальная линейная модель зернистого материала.

для зернистого материала в условиях плоской задачи [23]. Его значение составляет 0,29, что близко к экспериментальным данным. В соответствии с первоначальной гипотезой коэффициент Пуассона определяет величину возникающих деформаций растяжения. По этим деформациям легко могут быть определены эквивалентные растягивающие напряжения [22]. Сейчас, однако, ясно, что разрушение вызывается в тех элементах, где $i = 0$, и это подтверждают самые доступные экспериментальные исследования [5], в которых при критических напряжениях наблюдалась серия случайно расположенных субосевых трещин. Теория идеального зернистого материала говорит о том, что для гладких шарообразных элементов величина среднего главного напряжения не имеет значения (сравните с критериями Трёски, Кулона, Гриффитса). Таким образом, можно утверждать, что критерий эффективных напряжений имеет вид

$$\sigma_t = (\sigma_3 - v' \sigma_1) \quad (5.25)$$

(сжатие положительное).

Сразу ясно, что уравнение (5.25) дает линейную зависимость на диаграмме Мора, и можно показать, что

$$v' = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \quad (\text{коэффициент Ранкина}) \quad \text{равен} \quad (5.26)$$

$$\sigma_t = \frac{2c \cos \phi}{1 + \sin \phi}. \quad (5.27)$$

Эти соотношения дают возможность вычислять значения v' и σ_t по экспериментальным данным.

Следует заметить, что уравнение (5.25) автоматически учитывает случай разрушения при растяжении, так как, когда $\sigma_1 = 0$,

$$\sigma_3 = -\sigma_1 \quad (5.28)$$

Это и есть прочность на одноосное растяжение

5.3. Результаты экспериментов. До самого недавнего времени не существовало удовлетворительного оборудования для получения адекватных характеристик скальных пород в условиях хрупкого разрушения при сжатии. Тем приспособлением, появления которого пришлось так долго ждать, стали стержневые (щеточные) пластины, обеспечивающие отсутствие трения на торцах, и сервоуправляемые (имеющие следящую систему) испытательные приборы, позволяющие проводить испытания образцов в запредельной стадии деформирования. Даже нынешние приборы нельзя считать вполне надежными, и многочисленные исследования ждут своего часа, в частности остаются нерешенными некоторые вопросы определения устойчивости в условиях так называемых двухосных испытаний ($\sigma_1 = \sigma_2$, $\sigma_3 = 0$).

Самая достоверная из доступной на сегодня информации приводится Брауном [6], его данные показаны на рис. 5.6 одновременно с критериями Фрудентала и Троллопа, соответствующими экспериментальным результатам. Ясно, что среднее главное напряжение оказывает какое-то влияние на общую картину, однако с практической точки зрения это влияние входит в запас прочности. Как утверждает Браун, оно (влияние среднего главного напряжения) вытекает скорее из теории, чем из практики.

Использование критерия Фрудентала в этих обстоятельствах подразумевает механизм разрушения, соответствующий гипотезе эффективных растягивающих напряжений. Сам по себе этот критерий не содержит никаких утверждений, касающихся механизма разрушения, и может рассматриваться как эмпирическое утверждение о связи главных напряжений при разрушении.

Обнадеживающим является то обстоятельство, что в соответствии с приведенными данными прослеживается аналогия между теориями разрушения хрупкого материала и критериями пластического течения Мизеса и Трески.

Диаграмма, приведенная Брауном, не дает, однако, представления о детальных отличиях рассмотренных критерии во всей полноте. Если изобразить их в пространстве главных напряжений, как на рис. 5.7, разница становится более очевидной.

Можно показать, что в соответствии с критерием Троллопа

$$OA = \frac{2v + 1}{v' + 2} OB \quad (5.29)$$

Форма этой диаграммы напоминает форму общеизвестного критерия Кулона — Мора — математическая связь между обоими критериями определяется уравнениями (5.26) и (5.27). Однако предположение, что

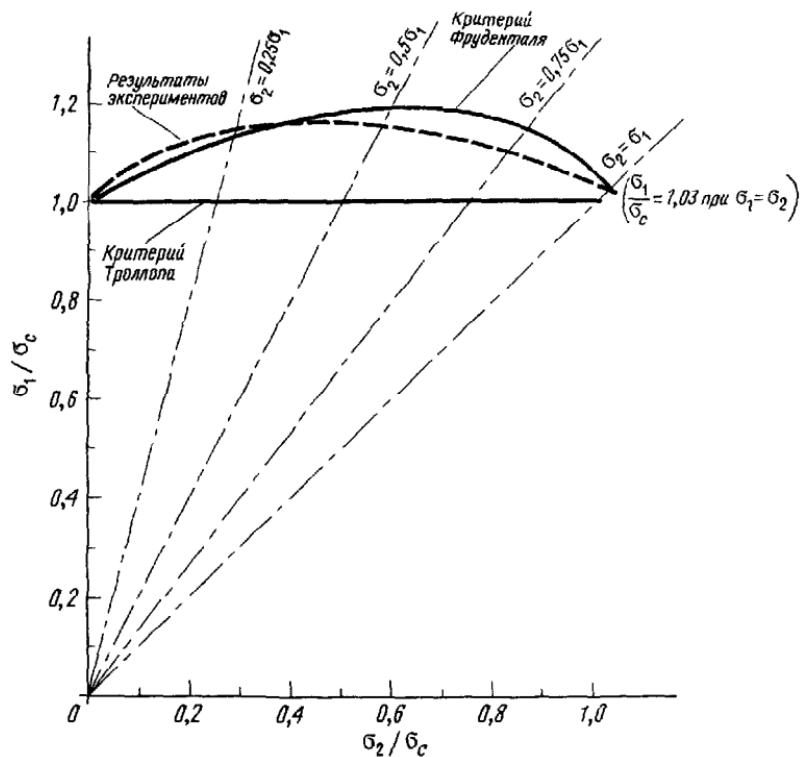


Рис. 5.6. Результаты испытаний на двухосное сжатие мрамора [6].

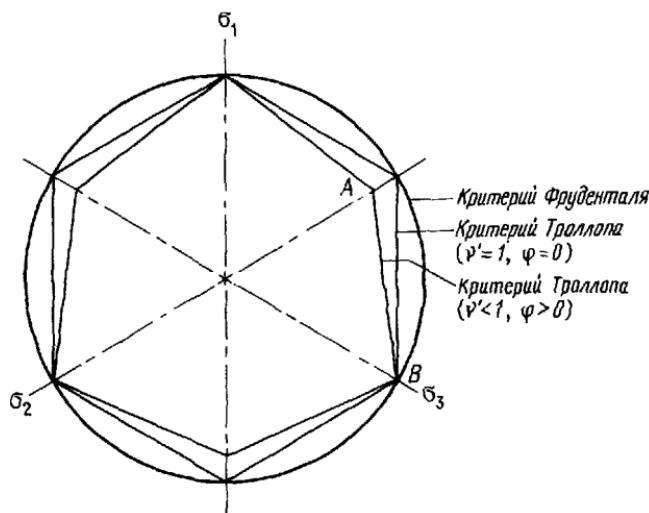


Рис. 5.7. Критерии Фруденталя и Троллопа в пространстве главных напряжений.

разрушение происходит в форме сдвига, положенное в основу гипотезы Мора, экспериментально не подтверждается. Браун и др. [5] указывают, что плоскость сдвига, наблюдаемая при трехосных испытаниях, развивается в запредельной стадии деформирования уже после достижения максимальных напряжений. Троллоп [23] предположил, что этот механизм может быть объяснен разрушением отдельных элементов (зерен) среды, подобно тому как это имеет место в песке и гравии. Объем настоящего курса не позволяет вдаваться здесь в дальнейшее обсуждение этого вопроса; укажем только, что рассмотренная модель зернистого материала обеспечивает полное и единое теоретическое описание механизма разрушения скальных пород, будь то зернистый материал или хрупкая ненарушенная скала.

На рис. 5.8 и 5.9 изображены результаты испытаний песков, позволяющие проследить, как влияет на общую картину среднее главное напряжение в зависимости от величины сил трения между зернами. По-видимому, введение аналогичных сил в критерий Троллопа позволило бы учесть влияние среднего главного напряжения на хрупкое разрушение, однако с практической точки зрения такое усложнение на данном этапе не оправдано.

5.4. Влияние давления поровой воды. Мы располагаем ограниченными экспериментальными данными о протяженности и соообщаемости пор в скальных породах. Однако там, где есть поровое давление, необходимо учитывать компоненту эффективного напряжения u , введенную Терцаги; в этом случае уравнение (5.25) примет вид

$$\sigma_t = (\sigma_3 - v'\sigma_1 - u). \quad (5.30)$$

Следует отметить, что наличие локализованного порового давления может привести к возникновению трещин либо к снижению эффективной прочности на разрыв, если порода не находится в водонасыщенном состоянии. Подобные допущения могут быть введены в критерий Фрудентала, однако сразу ясно, что такая модификация приведет к значительно более сложной зависимости, нежели уравнение (5.30).

И снова объем издания не позволяет продолжить обсуждение роли поровой воды, но этот очень важный аспект механики скальных пород стоит подробно исследовать в будущем.

5.5. Практические приложения. Вопрос о хрупком разрушении скальных пород особенно важен при оценке устойчивости подземных выработок. В частности, обычный случай двухосного напряженного состояния ($\sigma_1 > \sigma_2 \neq 0; \sigma_3 = 0$) представляет особый интерес, поскольку создание обнажения ведет к тому, что главное напряжение, нормальное к его поверхности, равняется нулю. Истинный механизм разрушения остается пока невыясненным, так как не решен еще вопрос о влиянии градиентов напряжений, так же как и ряд других проблем [9]. Однако критерий, изображенный на рис. 5.7, может быть использован

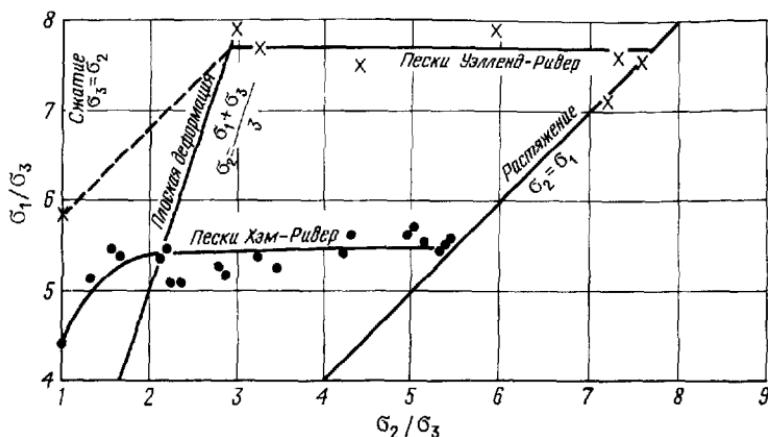


Рис. 5.8. Результаты испытаний плотных песков [24].

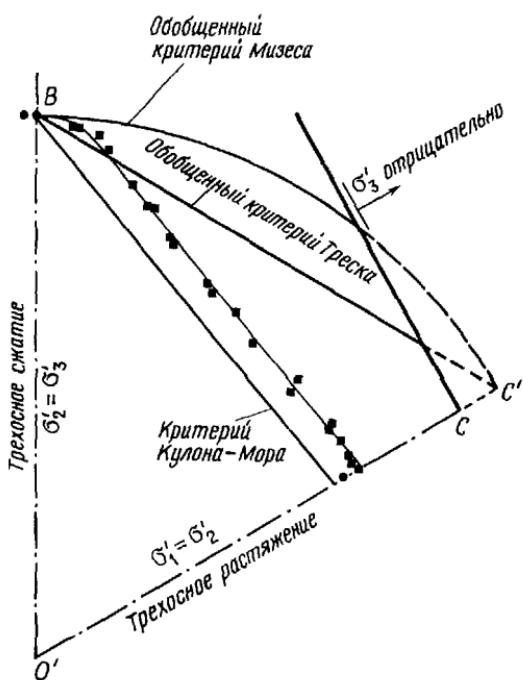


Рис. 5.9. Экспериментальные данные о плотных песках реки Хэм [2].

для определения условий, которые приведут к началу процесса разрушения. Благодаря своей простоте и тому обстоятельству, что сфера его применимости достаточно широка, этот критерий в виде уравнения (5.30) удобен, по-видимому, при проектировании. Значение v' может быть получено в результате проведения немногочисленных и несложных лабораторных испытаний, а значение максимального главного напряжения измеряется в натуре с помощью соответствующей аппаратуры. Наиболее сложной задачей в практических условиях будет, вероятно, определение v .

Большое практическое значение имеет испытание на простое одноосное сжатие, описанное Брауном и Гонано [7], с использованием стержневых (щеточных) пластин. На рис. 5.10 приведены результаты испытаний образцов мрамора. Такие испытания могут быть проведены на образцах с низким отношением длины к диаметру ($<\frac{1}{2}$), тогда

как при использовании обычных торцевых плит это соотношение равно 2. Значит, керны могут быть использованы гораздо продуктивнее и в дальнейшем полученное значение прочности на сжатие (σ_c) может быть использовано в расчетах непосредственно без определения v' , так как на практике обычно $\sigma_3 = 0$. Для более сложных условий, однако, когда $\sigma_3 \neq 0$, значение v_1 необходимо определять.

Как будет показано в разд. 6.22, теория эффективных растягивающих напряжений может быть успешно применена для интерпретации результатов широко применяемого бразильского метода или косвенных испытаний на разрыв.

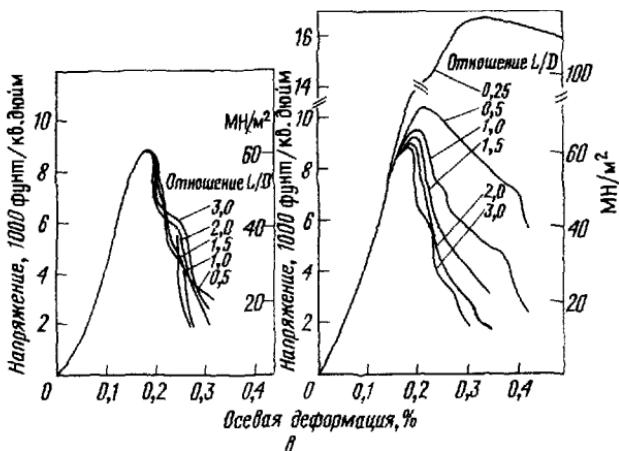
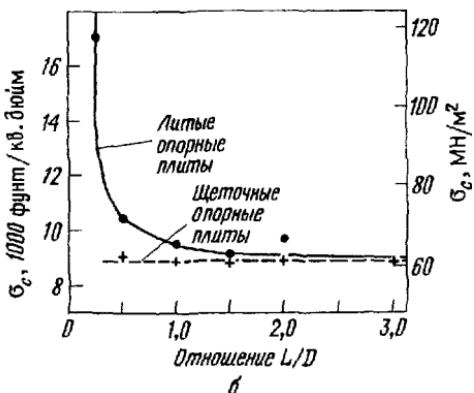
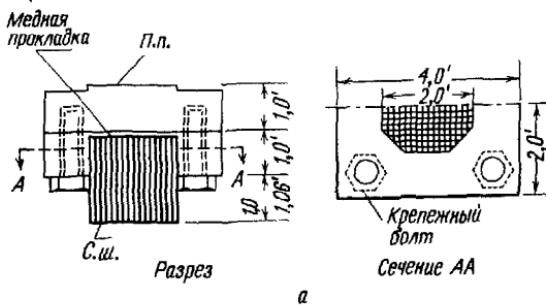


Рис. 5.10. Результаты испытаний мрамора на одноосное сжатие [7]. а – щеточные опорные плиты для испытания образцов диаметром 2 дюйма (51 мм) при нагрузке до 10 000 фунт/кв. дюйм (70 МН/м²); б – изменение прочности на одноосное сжатие σ_c при изменении отношения L/D ; в – влияние отношения L/D на кривые напряжений – деформаций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 *Baker L L* A criterion of concrete failure – Proc Inst Civil Eng, **45**, 269–278, 1970
- 2 *Bishop A W* Shear strength parameters for undisturbed and remoulded soil specimens In Parry, R H G (Ed) Stress-strain behaviour of Soils – Proc Roscoe Memorial Symp, 3–58, Cambridge 1972
- 3 *Brace W F* An extension of Griffith theory of fracture to rocks – Geophy Res, **65** 3477–3480 1960
- 4 *Bresler B and Pister K S* Failure of plain concrete under combined stresses – Trans ASCE **122** 1049–1068, 1957
- 5 *Brown E T Hudson J A Hardy M P and Fairhurst C* Controlled failure of hollow rock cylinders in uniaxial compression – Rock Mech, **4**, 1–24, 1972
- 6 *Brown E T* Fracture of rock under uniform biaxial compression – Proc 3rd Congr Int Soc Rock Mech, **2A** 111–117 1974
- 7 *Brown E T and Gonano L P* Improved compression testing technique for soft rock – Geotech Eng Div A S C E, **100**, 196–199 1974
- 8 *Freudenthal A* The inelastic behaviour and failure of concrete – Proc 1st US Nat Cong of App Mech Illinois Inst of Tech 641–646, 1951
- 9 *Gonano L P* Stress gradient and size effect phenomena in brittle materials – 364 p, Ph D Thesis, James Cook Univ 1974
- 10 *Griffith A A* The phenomena of rupture and flow in solids – Phil Trans Roy Soc London, **A221**, 163–198, 1921
- 11 *Hammet R D* Theoretical and numerical aspects of rock fracture, – M Eng Sc Thesis, James Cook Univ 1971
- 12 *Hoek E* Brittle failure of rock – In Stagg K C and Zienkiewicz O C (eds) Rock mechanics in engineering practice, 99–124, New York (Wiley), 1968
- 13 *Jaeger J C and Cook N G W* Fundamentals of rock mechanics – 513 p London (Methuen), 1969
- 14 *McClintock F A and Walsh J B* Friction on Griffith cracks under pressure – Proc 4th US Nat Congr Appl Mech 1015–1021 1962
- 15 *McLamore R T* Strength-deformation characteristics of an isotropic sedimentary rock – Ph D Thesis Univ of Texas, 1966
- 16 *Murrell S A F* A criterion for brittle fracture of rocks and concrete – Proc 5th Rock Mech Sympos Univ Minnesota, 563–577 1963
- 17 *Parkin a k* On the strength of packed spheres – J Austral Math Soc, **5**, 443–452, 1965
- 18 *Rennie B C* On the strength of sand – J Auster Math Soc, **1**, 71–79 1959
- 19 *Shames I N* Mechanics of deformable solids – 532 p, Englewood Cliffs (Prentice-Hall) 1964
- 20 *Taylor M A, Jain A K and Ramey M R* Path-dependent biaxial compressive testing of an all-lightweight aggregate concrete – J Am Conc Inst, **69**, 758–764, 1972
- 21 *Timoshenko S P* History of strength of materials – 452 p New York (McGraw-Hill), 1953
- 22 *Trollope D H* The mechanics of discontinua or elastic mechanics in rock problems – In Stagg K G and Zienkiewicz O C (eds) Rock mechanics in engineering practice, 275–320, New York (Wiley), 1968
- 23 *Trollope D H* Fracture and Failure of rock material – Vacation School in Rock Mech Univ College of Townsville, 1969
- 24 *Trollope D H* The collapse of elastic aggregates – Proc 1st Aust – N Z Conf on Geomech, 204–210, Melbourne, 1971

Глава 6

Испытания образцов ненарушенных скальных пород

Х. Бок и К. Уоллес

6.1. Введение. За последние 20 лет большое развитие получили методы испытаний скальных пород с разрушением образцов. Не связанные традициями в инженерной практике специалисты по механике скальных пород сделали серьезный шаг вперед от обычной ручной техники испытаний к сложным сервоуправляемым машинам. В задачу настоящей главы входит обзор распространенных в настоящее время способов испытаний скальных пород для строительных нужд или связанных с ними исследований. Но прежде всего следует уточнить, для чего вообще нужно изучение образцов пород. Для инженеров, проектирующих сооружения на и в скальных массивах, оно нужно.

1. С классификационной точки зрения с целью внести единообразие в обозначение свойств скальных пород. (Такое простое описание, как «твердая» или «мягкая» порода, имеет смысл только в узких рамках исследования, но в большинстве случаев инженерам требуется более объективное обозначение свойств.)

2. Для натурных определений напряженного состояния. (В натурных условиях обычно измеряют деформации, и для перехода от деформаций к напряжениям надо знать механические свойства породы.)

3. Для определения характеристик пород, закладываемых в прогнозные математические модели.

6.2. Стандартные испытания. 6.2.1. *Испытания на одноосное сжатие.* Одним из наиболее старых и наиболее распространенных способов исследования образцов ненарушенных скальных пород являются испытания на сжатие в одноосно напряженном состоянии. В этом случае цилиндрический или прямоугольный столбик породы сжимается в направлении его длиной оси. В процессе опыта регистрируются деформации и состояние прочности образца и соответствующим образом определяются механические свойства породы — модуль упругости (модуль Юнга) E , коэффициент Пуассона ν и прочность на одноосное сжатие σ_c . Несмотря на то что одноосные испытания в принципе чрезвычайно просты, имеется ряд факторов, существенно влияющих на их результаты. Главные из них: форма образцов (разд. 6.3.1), скорость приложения нагрузки, материал, из которого сделаны контактирующие с образцом плиты и их форма (разд. 6.3.2.1), жесткость испытательной машины (разд. 6.3.2.2) и окружающие условия.

Комитетом по стандартизации лабораторных исследований Международного общества по механике скальных пород [18] рекомендовано

проводить одноосные испытания с соблюдением определенных правил:

а) Допуски в размерах цилиндрических образцов:

обработка поверхности торцов образца должна производиться с точностью не менее 0,02 мм;

торцы образца должны быть перпендикулярны его оси с отклонением в пределах 0,001 рад;

боковые поверхности образца должны быть гладкими, без резких выступов и прямолинейными в пределах 0,3 мм на всю его высоту.

б) Отношение высоты к диаметру образца: 2,5 – 3,0.

в) Форма образца: цилиндрическая, диаметром не менее диаметра карна колонкового бурения (около 54 мм).

г) Скорость нагружения: в пределах от 0,5 до 1,0 МПа/с.

д) Окружающие условия: подготовленные образцы выдерживаются до начала испытания в воздушной среде при температуре $+20 \pm 2^{\circ}\text{C}$ и влажности 50 %.

Имеется ряд косвенных методов оценки прочности на сжатие [30], в том числе точечный (см. разд. 9.2.2 и рис. 9.7).

6.2.2. *Прямой и косвенный (бразильский) методы исследований на растяжение.* Метод испытаний прямым растяжением в принципе мало отличается от способа, применяемого при испытании сталей. Однако на практике проведение исследований скальных пород этим способом связано с рядом трудностей. Самым сложным является закрепление образцов породы без их повреждения и точное центрирование прилагаемых осевых усилий. Некоторые рекомендации по обработке образцов и скреплению их с натяжной системой разработаны Вутукури и др. [30], но ни одно из этих предложений не направлено на упрощение опытов и повышение надежности их результатов.

Более подходящими являются косвенные методы испытания на растяжение, например методы изгиба или разрыва гидравлическим давлением изнутри, но, без сомнения, наиболее известным является так называемый «бразильский» способ раздавливания образца по диаметру, заслуживший всеобщее признание своей доступностью. Этот метод хорошо описан в технической литературе многими специалистами, в том числе Хондросом [15], Аддиналом и др. [1], Фэрхерстом [7] и Брауном и др. [4].

В «бразильском» методе круглый диск сжимается до разрушения по диаметру (рис. 6.1, а). По теории упругости, для случая сжатия диска двумя линейно-распределенными нагрузками напряжение σ_y , действующее в направлении, нормальном к приложению нагрузки, равно

$$\sigma_y = \frac{F}{\pi \cdot r_0 \cdot t}, \quad (6.1)$$

где F – нагрузка, r_0 – радиус диска, t – толщина диска*.

* Зависимость (6.1) дает усредненное значение напряжения σ , в центральной части диска, которое на рис. 6.1 обозначено буквой k . – Прим. ред

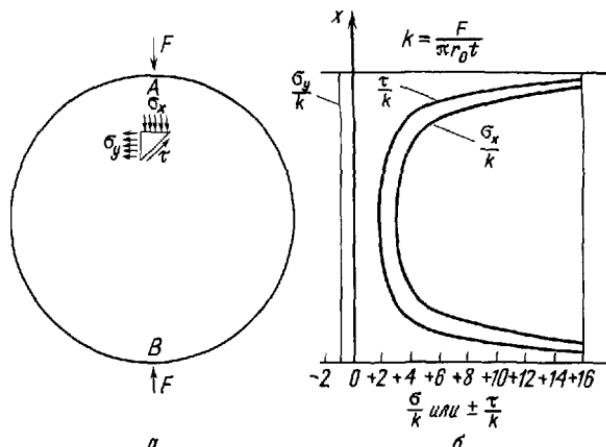


Рис. 6.1. Форма приложения нагрузки (а) и распределение напряжений по диаметру (б) цилиндра, сжатого двумя линейно-распределенными усилиями («бразильский» опыт [27])

Следовательно, существует постоянное (растягивающее) напряжение, действующее в нормальном к нагрузке направлении. Выражение (6.1) обычно применяют для определения прочности на растяжение ненарушенных скальных пород.

Попытка приложить линейно-распределенную нагрузку практически никогда не удается из-за сплющивания образца на контактах. Лучшие результаты можно получить на машине со стальными дисками того же радиуса, что и у испытуемых образцов. В этом случае образец нагружается под определенным углом соприкосновения 2α (рис. 6.2). В средней части образца возникает постоянное растягивающее напряжение, величина которого определяется выражением 6.1. Тем не менее по краям плиты образуется очень высокий градиент сжимающих напряжений.

Испытания «бразильским» методом дают правильные результаты только тогда, когда разрушение начинается с образования вертикальной трещины во внутренней части образца [1, 4, 22]. Если разрушение возникает под нагрузочными плитами, результаты испытаний этим методом считаются не пригодными для оценки прочности на растяжение. Грамберг [11] и Браун и др. [4] обратили внимание на то, что, когда разрушение зарождается во внутренней части образца, трещины могут возникать не в центре и не вблизи центра диска. Троллоп [28],

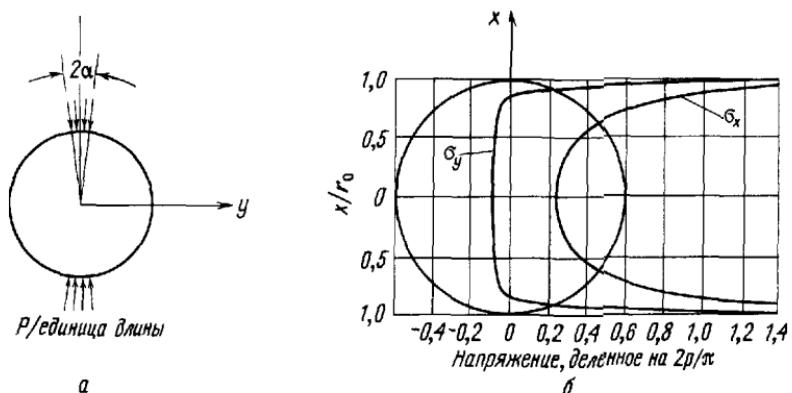


Рис. 6.2. Форма приложения нагрузки (а) и распределение напряжений по диаметру (б) цилиндра, сжатого усилием, действующим по дуге 2α [4].

Браун и др. [4], основываясь на теории эффективных растягивающих напряжений, подтвердили правильность этих положений. Наибольшее боковое растягивающее напряжение имеет место при x/r_0 , равном приблизительно 0,7 (рис. 6.3), и это свидетельствует о том, что трещинообразование должно начаться не в центре образца.

6.2.3. Двухосные испытания. В натурных условиях (например, на скальной поверхности подземной выработки) нередко возникает плоское напряженное состояние, когда $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3 = 0$, следовательно, двухосные испытания на сжатие ($\sigma_3 = 0$) также имеют некоторое значение в механике скальных пород. Определение прочности на сжатие в условиях двухосного напряженного состояния можно проводить двумя способами:

1) подвергая полые цилиндры внешнему (или как вариант внутреннему) давлению совместно с осевой нагрузкой (рис. 6.4);

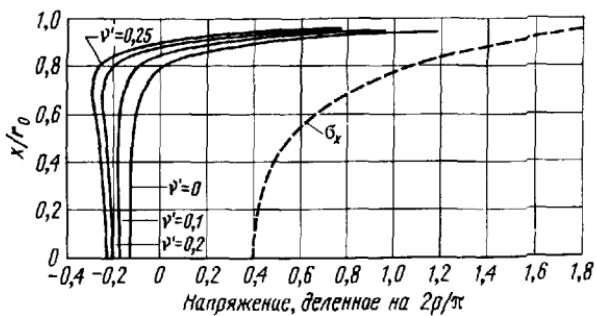


Рис. 6.3. Распределение эффективных боковых напряжений при различных значениях v в испытаниях «бразильским» методом [4].

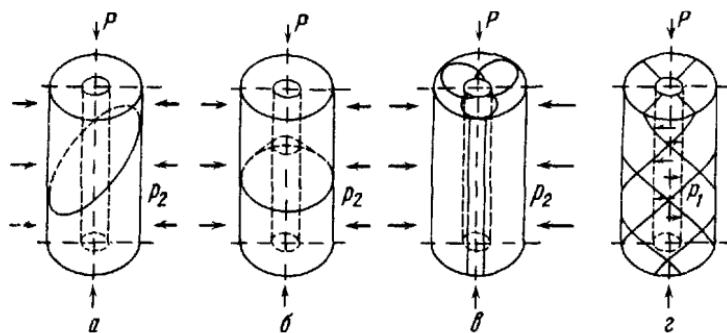


Рис. 6.4. Различные системы трещинообразования в полых цилиндрах под действием внешнего давления (P_2) и осевой нагрузки (P) (случаи $a-b$), а также внутреннего давления (P_1) и осевой нагрузки (случай g) [19].

2) прикладывая главные напряжения к поверхностям прямоугольной призмы (рис. 6.5).

По мнению Брауна [3], первый способ более труден в осуществлении и теоретически менее разработан по сравнению со вторым способом, которому и следует отдать предпочтение как наиболее правильному методу двухосных испытаний.

Обычно результаты опытов на двухосное сжатие изображают в виде кривых зависимости $\sigma_1 - \sigma_2$ или в форме диаграммы, на которых предельные (разрушающие) напряжения σ_1 и σ_2 отнесены к прочности на одноосное сжатие σ_c (рис. 6.6 и 6.7). Некоторые результаты двух-

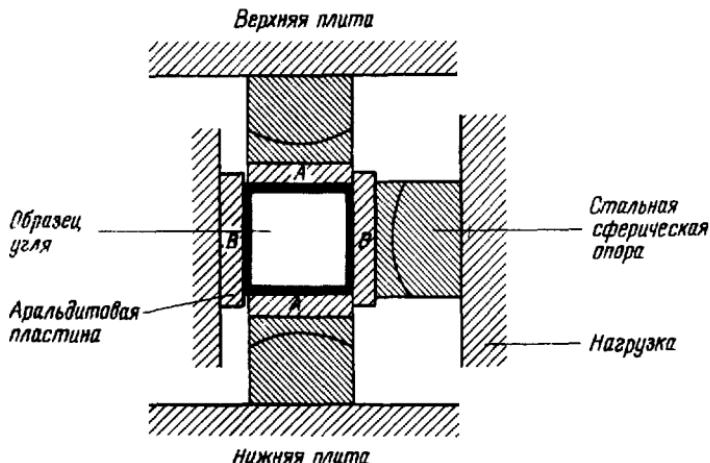


Рис. 6.5. Прибор для двухосных испытаний на сжатие с непосредственным приложением усилий к поверхностям прямоугольной призмы [13]. Испытания проводятся в испытательной машине, нагрузка создается ручным насосом.

Рис. 6.6. Результаты испытаний на двухосное сжатие [3]. Приведены кривые для разных пород: 1 – гранит (Parate, 1969); 2 – известняк (там же); 3, 4 – уголь (Hobbs, 1962); 5 – доломит (Mogi, 1967); 6 – песчаник (Akai and Mori, 1967); 7 – песчаник (Biepnawski, 1971).

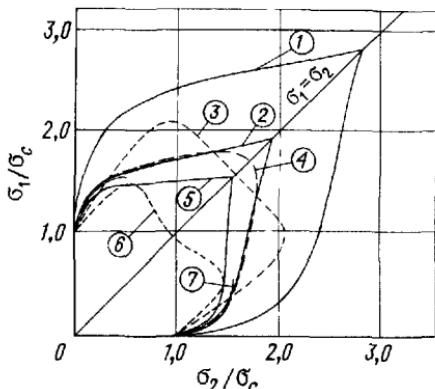
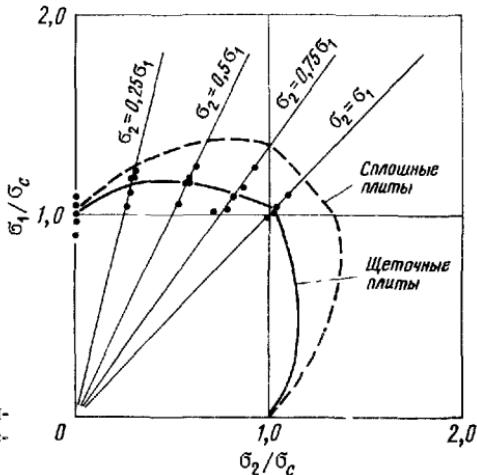


Рис. 6.7. Уменьшение кажущейся прочности на двухосное сжатие при применении щеточных плит [3].



осных испытаний на сжатие, собранные Брауном [3], приведены на рис. 6.6. Судя по этим данным, при приложении промежуточного главного напряжения σ_2 происходит некоторое увеличение наибольшего главного напряжения σ_1 , при котором происходит разрушение. Однако было установлено [3, 21], что это увеличение (частичное увеличение кажущейся прочности иногда на 100 и более процентов) вызвано неправильным изготовлением торцевых плит нагружочного устройства * (см. разд. 6.3.2.1). Но при применении стальных щеточных пластин, которые

* Автор имеет здесь в виду возникновение на торцах образцов при использовании обычных стальных нагрузочных плит касательных напряжений, препятствующих развитию поперечных деформаций, что приводит к кажущемуся увеличению прочности – Прим. ред.

можно рассматривать как наиболее прогрессивный тип нагружочных плит, прочность, согласно исследованиям Брауна, увеличивается не намного (не более чем на 20 %, рис. 6.7). Браун считает, что «имея на практике дело с двухосным сжатием, нецелесообразно принимать в расчет прочность выше одноосной прочности» [3].

6.2.4. Трехосные испытания. Трехосные испытания на сжатие ведутся в настоящее время по схеме, предложенной фон Карманом еще в 1911 г. (рис. 6.8), согласно которой наибольшее главное напряжение σ_1 прикладывается вдоль оси цилиндрического образца скальной породы с помощью пресса, а наименьшие главные напряжения $\sigma_2 = \sigma_3$ передаются на криволинейную поверхность образца через водонепроницаемую металлическую или резиновую оболочку посредством всестороннего гидростатического давления. Весьма разнообразные приборы, созданные по этому принципу, описаны Вутукури и др. [30]. Простая и относительно недорогая трехосная камера, приспособленная для быстрого испытания кернов ненарушенных скальных пород, была сконструирована Хуком и Франклином [14] (рис. 6.9).

6.3. Факторы, влияющие на результаты испытаний. Как уже упоминалось выше (разд. 6.2.1), известно много факторов, влияющих на результаты опытов. Главные из них: геометрия образца (разд. 6.3.1), условия на торцах и тип нагружочных плит (разд. 6.3.2.1) и жесткость нагружочного устройства (разд. 6.3.2.2).

6.3.1. Геометрия образца. Влияние размера, формы и особенно отношения высоты к диаметру образца изучалось многими авторами. Типичные результаты этих исследований изображены на рис. 6.10

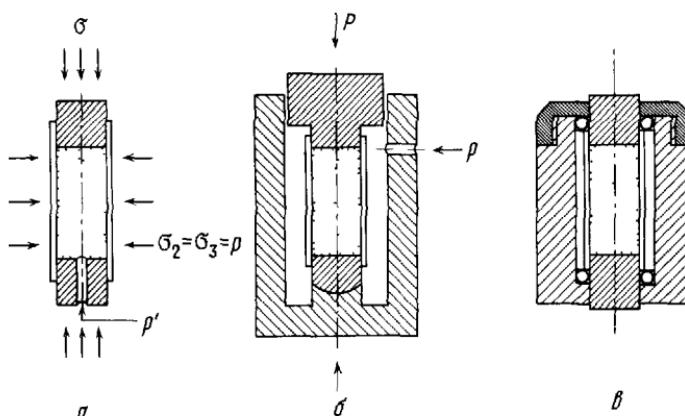


Рис. 6.8. Некоторые типы приборов на трехосное сжатие [19]. *а* — одетый в оболочку цилиндрический образец скальной породы и торцевые пробки, приспособленные для измерения порового давления, *б* и *в* — обычные камеры для трехосного сжатия.

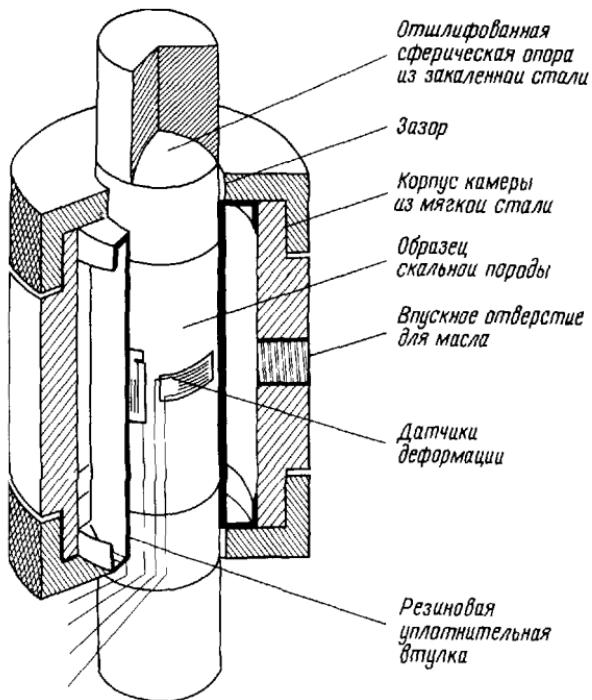


Рис. 6.9. Разрез через трехосную камеру Хука [14]

(влияние на кривые нагрузка – деформации) и на рис 6.11 (влияние на предел прочности) Следует отметить, что, согласно рис 6.11, отношение высоты к диаметру образца влияет на прочность только в том случае, если оно меньше 2,5 (см правила, приведенные в разд 6.2.1)

6.3.2 Испытательные машины (прессы) 6.3.2.1 Торцевые условия В процессе сжатия между стальными плитами испытательной машины образец стремится расширяться в боковом направлении, т.е. в направлении своей короткой оси (эффект Пуассона) Однако торможение трением в плоскости контакта образца с нагрузочной плитой препятствует этому расширению В результате образец находится в неоднородном напряженном состоянии Некоторые авторы, изучавшие распределение напряжений в упругом цилиндре, проанализировали описанное выше торможение трением [2, 9, 24, 25] На рис 6.12 приведены в качестве типичного примера результаты анализа напряженного состояния, выполненного Пенгом [25], указывающие на высокую концентрацию напряжений по краям торцевой поверхности образца Эти и другие подобные анализы напряжений совместно с экспериментальными данными показывают, что дефорсированное и предельное

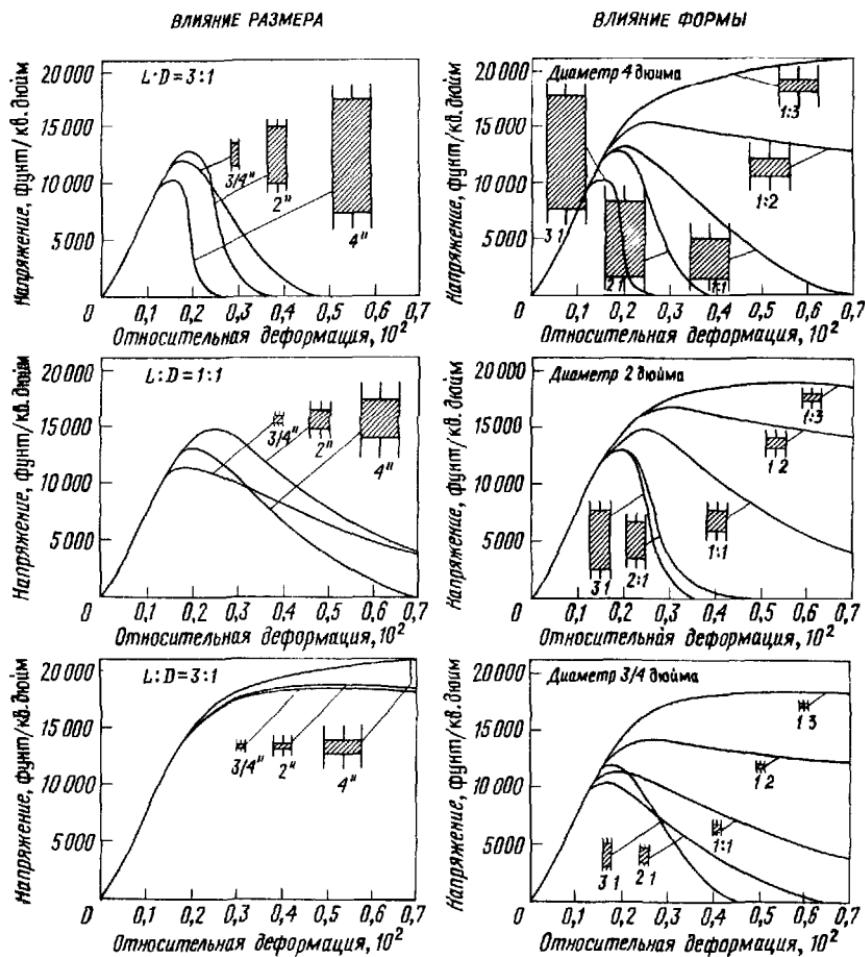


Рис. 6.10. Влияние размера и формы образца мрамора на характер кривой напряжение – деформация при одноосном сжатии [17]

состояния скальных образцов сильно зависят от торможения трения по поверхности нагружочных плит. Отсюда следует, что одноосные испытания на сжатие с торможением по контактирующим поверхностям дают значение кажущегося модуля упругости (модуля Юнга) более высокое, чем истинное (рис. 6.13)

Концентрация напряжений вызывает обычно разрушение в точках по краям горцевой поверхности цилиндра на контакте с плитами. Это приводит к образованию конусов или клиньев разрушения, идущих от обоих плит и наблюдаемых при испытаниях на одноосное сжатие (рис. 6.14, а). В случае ослабления или устранения торцевого эффекта

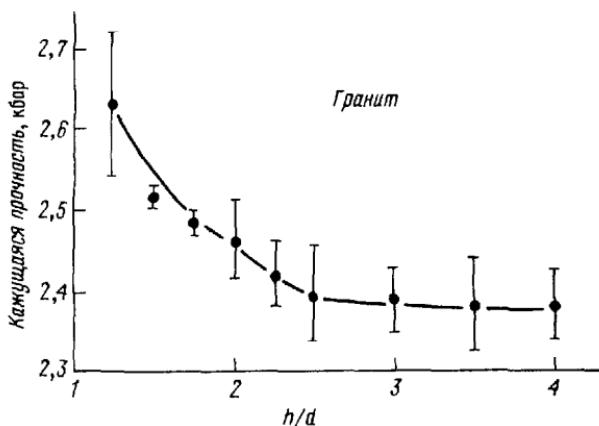


Рис. 6.11. Зависимость кажущейся прочности на сжатие от отношения высоты (h) к диаметру (d) образца [23].

возникает совершенно другой механизм разрушения: вместо разрушения при сдвиге с образованием конических элементов происходит образование трещины растяжения вдоль оси образца. Существует несколько способов устранения эффекта трения на торцах образцов.

1. Смазка контактирующих поверхностей (например, графитом, дисульфидом молибдена) или применение тонких прокладок (резиновых, тефлоновых, неопреновых и т. п.). Главным недостатком этого способа является внедрение смазки в породу или сжатие прокладки, вызывающее радиальные растягивающие напряжения и образующее неоднородное поле напряжений.

2. Используются образцы особой формы (рис. 6.14, б и в), но это весьма затрудняет подготовительные операции.

3. Применение нагружочных плит того же диаметра, что и испытуемый образец (хорошо подогнанные торцевые плиты, рис. 6.14, г) [8]. Этим устраняется эффект изгиба на поверхностях раздела и несколько уменьшается влияние трения на торцах.

4. Применение щеточных плит [12]. Из рис. 6.15 видно, что такого рода плиты состоят из большого количества плотно расположенных тонких стальных стержней, с одного конца заключенных в металлическую обойму, а с другого опирающихся на образец. Деформация образца в любом боковом направлении сопровождается изгибанием стержней, практически снимающих торможение на контактной плоскости. В последние годы щеточные плиты с неизменным успехом применялись при испытании бетонов и скальных пород [21]. При этом было установлено, что деформированное состояние и прочность скальной породы не зависят от геометрии испытуемого образца (рис. 6.16), чего нельзя сказать в случае использования сплошных плит (см. разд. 6.3.1).

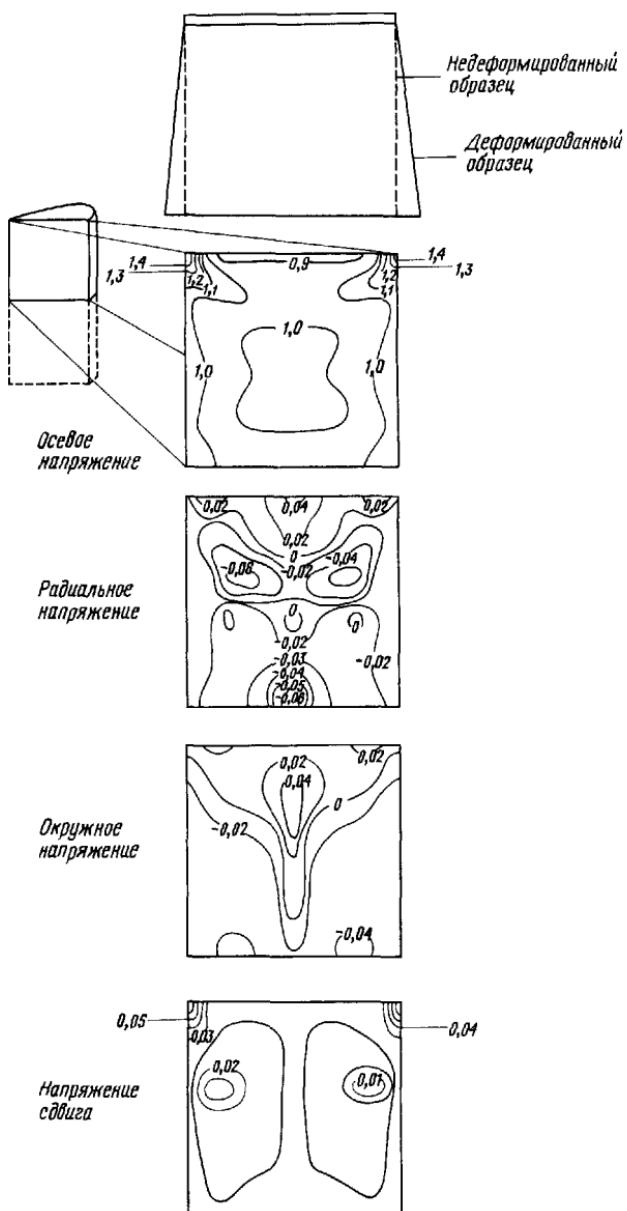


Рис. 6.12. Анализ напряженного состояния однооснонагруженного образца в условиях совершенного защемления торцевых поверхностей [25].

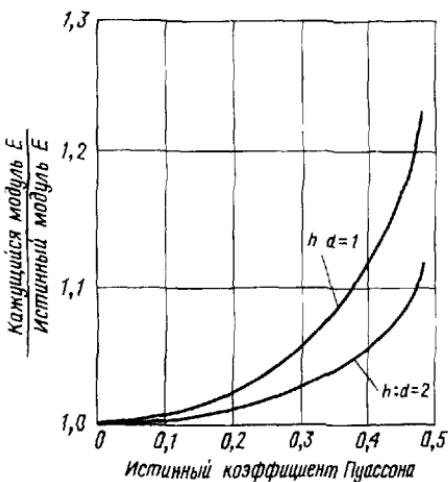


Рис. 6.13. Отношение кажущегося модуля упругости (модуля Юнга) к истинному модулю в зависимости от коэффициента Пуассона в опыте на сжатие с учетом сопротивления трения по загруженной поверхности [24]

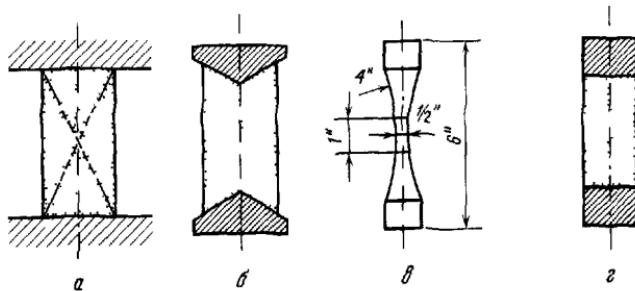


Рис. 6.14. Испытания цилиндрических образцов скальной породы на сжатие а – возникновение разрушения на краевых контактах с плитой; б – торцевые плиты конической формы, препятствующие торможению трением, в – фасонный образец; г – хорошо пригнанные торцевые плиты

В настоящее время применение щеточных плит рассматривается как наиболее надежный способ решения «проблемы торцевых плит».

6.3.2.2. Жесткие и сервоуправляемые испытательные машины При сжатии образца скальной породы в машине соответствующим гидравлическим или винтовым нагружочным устройством происходит резкое и неуправляемое разрушение образца при достижении им предельной прочности. Начиная примерно с 1965 г. все тверже стали убеждаться, что такое разрушение взрывного типа не характеризует, как это иногда считают, присущие образцу породы свойства, а является результатом конструктивных особенностей нагружочного устройства.

Чтобы лучше разобраться в этом вопросе, следует рассмотреть энергию деформации, аккумулируемую в процессе испытаний, как

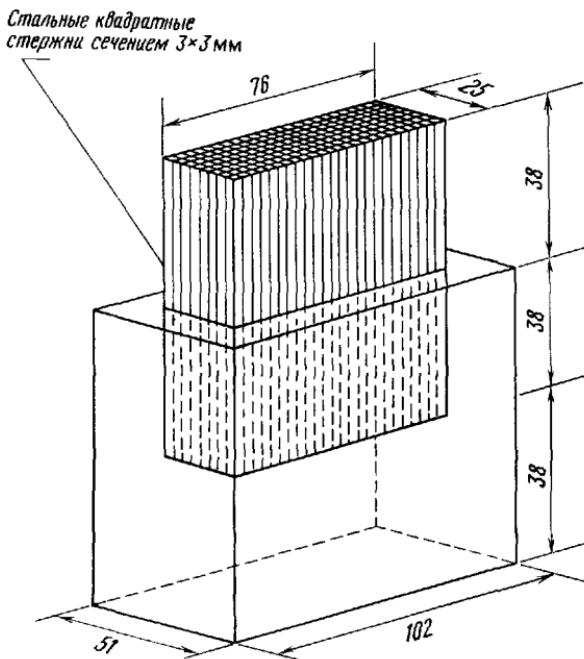


Рис. 6.15. Схематический вид щеточной плиты Брауна (размеры в мм) [3].

в образце, так и в нагрузочной раме. На рис. 6.17 видно, что при приложении нагрузки P образец сжимается на величину σ_s , а испытательная машина удлиняется на величину σ_M . Кривые нагрузка – смещение для образца и испытательной машины приведены на рис. 6.18. Аккумулированная в машине энергия деформации может быть выражена через

$$E_M = \frac{1}{2}P \cdot \sigma_M. \quad (6.2)$$

Принимая наклон кривой за показатель жесткости k (рис. 6.18), равный

$$k_M = \frac{P}{\sigma_M}, \quad (6.3)$$

получаем

$$E_M = \frac{1}{2} \frac{P^2}{k_M}. \quad (6.4)$$

Из уравнения (6.4) следует, что чем жестче испытательная машина, тем меньше аккумулируется в ней энергии деформации. В упругом элементе, каким является машина, энергия деформации высвобождается при сбросе нагрузки, что происходит по достижении образцом предела своей прочности. Возможность резкого разрушения зависит, таким

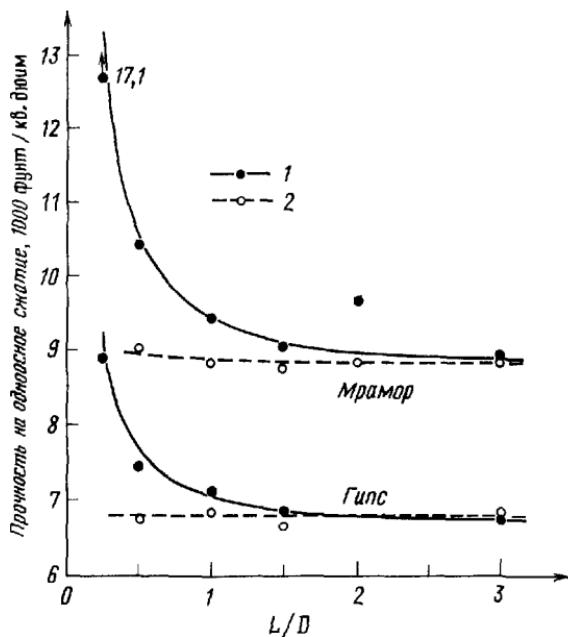


Рис. 6.16. Влияние плит сплошного или щеточного вида на результаты испытаний на одноосное сжатие [10]. 1 – сплошные плиты, 2 – щеточные плиты

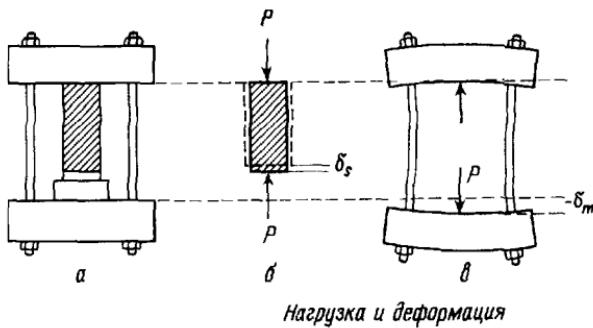


Рис. 6.17. Деформация двух компонентов системы «образца» и «нагруженной рамы» при приложении нагрузки P . а – система образец – домкрат – испытательная рама; б – образец, в – испытательная рама

образом, от того, больше или меньше энергия, необходимая для деформирования образца в запредельной стадии ($E_{запр}$, заштрихованный участок на рис. 6.18), чем энергия, аккумулированная в испытательной машине. Общим критерием для управляемого испытания (без резкого

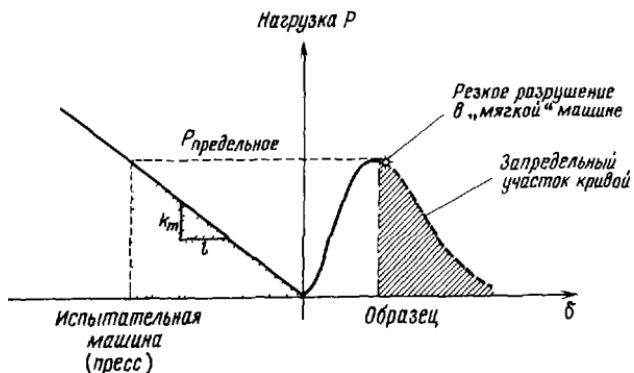


Рис. 6.18. Кривые нагрузка — смещение для испытательной машины (слева) и для образца (справа). Точки — энергия деформации, аккумулированная в испытательной машине к моменту достижения предела прочности образца; штриховка — энергия, необходимая для деформации образца в запредельной области.

разрушения) служит выражение

$$E_{\text{запр}} > E_M, \quad (6.5)$$

или

$$\left| \frac{dP}{d\sigma_M} \right| > \left| \frac{dP}{d\sigma_s} \right|, \quad (6.6)$$

а также

$$|dk_M| > |dk_s|, \quad (6.7)$$

если указывается, что обеспечено устойчивое положение всех точек на запредельном участке кривой (только для пород «1 класса»). Из этого следует, что энергия деформации, аккумулированная машиной, должна быть меньше энергии, необходимой для деформирования образца в запредельной стадии. Иначе говоря, жесткость испытательной машины должна превышать жесткость скального образца. Кук и Ходжем [6] установили, что жесткость обычного нагрузочного устройства мощностью 500 кН равна примерно $95 \cdot 10^6$ Н/м, в то время как жесткость характерного цилиндрического образца диаметром 5 см с отношением длины к диаметру 2,5 выражается приблизительно цифрой $525 \cdot 10^6$ Н/м. Таким образом, нормальная испытательная машина аккумулирует гораздо больше энергии, чем это требуется для деформирования скального образца в запредельной стадии. Этот избыток энергии и приводит к резкому разрушению образца.

В настоящее время имеется ряд способов, помогающих избежать резкого разрушения, что дает возможность построить кривую нагрузка — деформация в запредельной стадии.

1. Увеличение жесткости испытательной машины; применение нагрузочного устройства с очень тяжелыми стойками и минимальным количеством жидкости в гидравлической системе [5, 29, 31].

2. Уменьшение жесткости скальных образцов Согласно уравнению (6.3),

$$k_s = \frac{P}{\delta_s} \text{ и } \frac{\delta_s}{l} = \frac{\sigma}{E} = \frac{P}{A \cdot E}, \quad (6.8)$$

откуда

$$k_s = \frac{A \cdot E}{l} \quad (6.9)$$

Следовательно, надо отбирать образцы скальных пород с возможно меньшей площадью A , к которой прикладывается нагрузка, и большой длиной l . Но это не всегда удается, так как на практике образцы с отношением длины к диаметру больше 3 становятся неустойчивыми.

3. Применение сервоуправляемых испытательных машин. Принципиальная схема такого рода устройства приведена на рис. 6.19. Сигнал обратной связи f , отображающий некоторые типичные условия эксперимента (например, осевую деформацию образца δ_s), образуется с помощью преобразователя. Этот электрический импульс сопоставляется с запрограммированным сигналом (P) , представляющим заданное условие опыта. При появлении несоответствия между обратным и запрограммированным сигналом возникает сигнал «ошибки» (e) , действующий на сервоклапан. Если обратный сигнал указывает, что деформация δ_s больше ожидаемой (как раз начало неуправляемого разрушения), сервоклапан открывается, давая возможность быстро снизить эффективное гидростатическое давление в домкрате нагрузочного устройства. Непрерывное действие такой замкнутой системы обеспечивает контроль над ведением эксперимента по заданной программе.

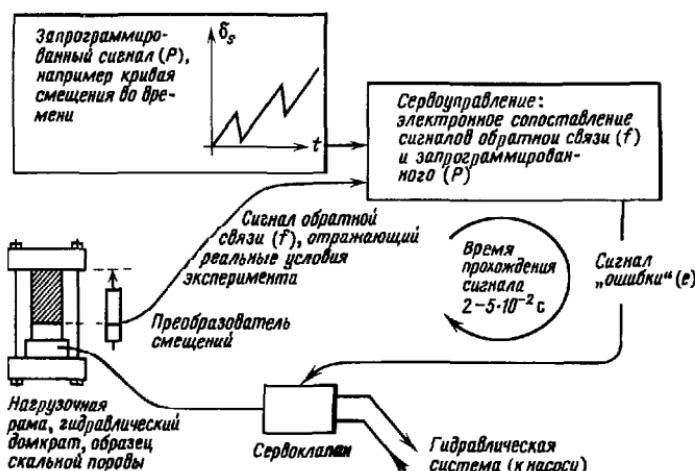


Рис. 6.19. Принципиальная схема сервоуправляемого испытательного устройства

Реакция существующих сервоуправляемых систем, разумеется, не мгновенная. Между моментом возникновения отклонения от заданного условия опыта и корректировкой прилагаемого усилия проходят тысячные доли секунды. Как показывает опыт, это «время реагирования» достаточно мало, чтобы предотвратить неуправляемое разрушение исследуемого образца.

После того как в 1970 г. Руммель и Фэрхерст [26] впервые успешно провели свои испытания скальных образцов с помощью сервоуправляемой машины, этот метод получил широкое распространение и может считаться наиболее современным. Такое утверждение можно аргументировать широкими возможностями сервоуправляемых машин:

они легко приспосабливаются к выбору сигнала обратной связи [17]. Любой соответствующий физический параметр, могущий быть превращен в электрический импульс, подходит в качестве сигнала обратной связи;

позволяют проводить исследования запредельного состояния скальных пород «II класса» [31] (рис. 6.20). Некоторые участки запредель-

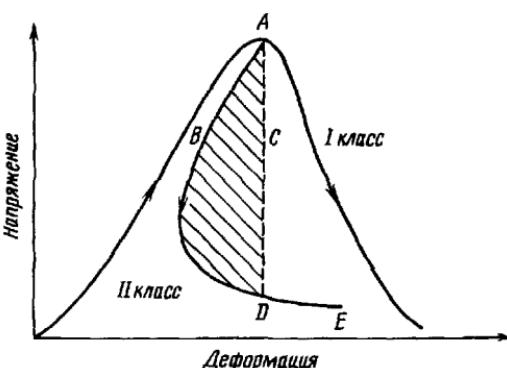


Рис. 6.20. Типы запредельного поведения скальных пород [31].

ной ветви кривой напряжение – деформация для пород этого класса имеют положительный наклон (что указывает на расход энергии образца). Даже в бесконечно жесткой испытательной машине было бы невозможно провести контролируемое испытание пород II класса;

сервоуправляемые испытания можно проводить в обычной («мягкой») испытательной машине при надлежащем дополнении ее чувствительными гидравлическими и электронными приспособлениями – сервоклапанами и сервоконтроллерами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 *Addinal E and Hackett P* The effect of platen conditions on the tensile strengths of rock-like materials – *Civ Eng. Publ Works Review*, **59**, 1250–1253, 1964
- 2 *Balla A* Stress conditions in triaxial compression – *J Soil Mech Found. Eng Div ASCE*, **86**, 57–84, 1960
- 3 *Brown E T* Fracture of rock under uniform biaxial compression – *Proceed 3rd Congr Int Soc Rock Mech*, 2A, 111–117, Denver, 1974
- 4 *Brown E T and D H Trollope* The failure of linear brittle materials under effective tensile stress – *Rock Mech Eng Geol*, **5**, 229–241, 1967
- 5 *Cook N G W* Failure of Rock – *J Rock Mech Min Sci*, **2**, 389–403, 1965
- 6 *Cook N G W and Hojem J P M* A rigid 50-ton compression and tension testing machine – *South Afr Mech Eng*, **16**, 89–92, 1966
- 7 *Fairhurst C* On the validity of the "Brazilian" test for brittle materials – *Int J Rock Mech Min Sci*, **1**, 535–546, 1964
- 8 *Fairhurst C and Cook N G W* The phenomenon of rock splitting parallel to the direction of maximum compression in the neighbourhood of a surface – *Proceed 1st Conf Int Soc Rock Mech*, I, 687–692, Lisboa, 1966
- 9 *Filon L N G* On the elastic equilibrium of circular cylinders under certain practical systems of load – *Phil Trans Roy. Soc London*, **198**, 147–233, 1902
- 10 *Gonano L P* Stress gradient and size effect phenomena in brittle material – 364 pp, Ph D Thesis, James Cook Univ., 1974
- 11 *Gramberg J* The axial cleavage fracture I Axial cleavage fracturing a significant process in mining and geology – *Eng Geol*, **1**, 31–72, 1965
- 12 *Hilsdorf H* Die Bestimmung der zweiachsigen Festigkeit von Beton – *Deutscher Ausschuss Stahlbeton*, **173**, 1965
- 13 *Hobbs D W* The strength of coal under biaxial compression – *Coll Eng*, **39**, 285–290, 1962
- 14 *Hoek E and Franklin J A* A simple triaxial cell for field or laboratory testing of rock – *Rock Mech Research Report*, 4, Imperial Coll Sci Tech, London, 1967
- 15 *Hondros G* The evaluation of Poisson's ratio and the modulus of materials of a low tensile resistance by the Brazilian (indirect tensile) test with particular reference to concrete – *Australian J Appl Sci*, **10**, 243–264, 1959
- 16 *Hudson J A, Crouch S L and Fairhurst Ch* Soft, stiff and servo-controlled testing machines A review with reference to rock failure – *Eng Geol*, **6**, 155–189, 1972
- 17 *Hudson J A, Brown E T and Rummel F* The controlled failure of rock discs and rings loaded in diametral compression – *Int J Rock Mech Min Sci* **9** 241–248 1972
- 18 *I S R M (Intern Soc Rock Mech)* Suggested methods for determining the uniaxial compressive strength of rock materials and the point load strength index – *Int Soc Rock Mech Committee on lab tests*, 1, 1–12, 1972
- 19 *Jaeger J C and Cook N G W* Fundamentals of rock mechanics – 585 p, 2nd ed London (Chapman and Hall) 1976
- 20 *Karman Th i* Festigkeitsversuche unter allseitigem Druck – *Z Ver deutsch Ing*, **55**, 1749–1757, 1911
- 21 *Linse D and Stegbauer A* Festigkeit und Bruchverhalten von Beton und homogenen Baustoffen bei zweiachsiger Beanspruchung – *Veroff Inst Bodenmech Felsmech Univ Karlsruhe*, **55**, 139–157, 1972

-
- 22 *Mellor M and Hawkes I* Measurement of tensile strength by diametral compression of discs and annuli – Eng Geol, 5, 173–225, 1971
 - 23 *Mogi K* Some precise measurements of fracture strength of rocks under uniform compressive strength – Rock Mech Eng Geol, 4, 41–55, 1966
 - 24 *Moore W M* Effects of variations in POISSON's ratio on soil triaxial testing – High Res Record, 108, 19–30, 1966
 - 25 *Peng S D* Stresses within elastic circular cylinders loaded uniaxially and triaxially – Int J Rock Mech Min Sci, 8, 399–432, 1971
 - 26 *Rummel F and Fairhurst Ch* Determination of the postfailure behaviour of brittle rock using a servo-controlled testing machine – Rock Mech, 2, 189–204, 1970
 - 27 *Shook W B* Critical survey of mechanical property test-methods for brittle materials – Ohio State University Eng Exp Station, Columbus, 1–136 (1963)
 - 28 *Trollope D H* The mechanics of discontinua or elasic mechanics – Proceed Advanced Course Rock Mech in Eng Practice, Swansea/Wales, Chapter 9, 1967
 - 29 *Turner P W and Barnard P R* Stiff constant strain rate testing machine – Engineer, 214, 146–148, 1962
 - 30 *Vutukuri V S, Lama R D and Saluja S A* Handbook on mechanical properties of rocks Testing techniques and results – Vol 1, 1–280, Aedermannsdorf/Switzerland (Trans Tech S A) ISBN 0-87849-010-8 (1974)
 - 31 *Wawersik W R* Detailed analysis of rock failure in laboratory compression tests – Ph D Thesis, 1–165, Univ Minnesota, 1968

Глава 7

Инженерные свойства нарушений сплошности

К. Уоллес и Х. Бок

7.1. Введение. Поведение скального массива часто определяется наличием в нем нарушений сплошности или поверхностей ослабления, разделяющих блоки из сохранных пород. Хук и Брей [8] определяют нарушение сплошности как структурную поверхность ослабления, по которой могут происходить подвижки. К таким поверхностям относятся разломы, дайки, плоскости напластования, кливаж и трещины растяжения и скола. На основе деления, принятого в гл. 4, инженерные свойства нарушений сплошности описаны ниже с позиции деформационных и прочностных свойств (разд. 7.2 и 7.3). Дополнительно рассмотрена также водопроницаемость (разд. 7.4).

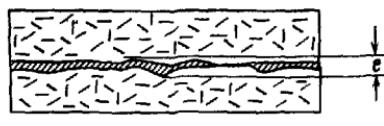
7.2. Деформационные свойства (Х. Бок). Крсманович и др. [11] и особенно Гудман и др. [7] впервые обратили внимание на значение деформационных свойств нарушений сплошности для решения многих вопросов строительной практики. В настоящее время принято рассматривать деформационные свойства с двух точек зрения:

перемещений в направлении, нормальному к нарушению сплошности (нормальная деформация);

перемещений в направлении, параллельном нарушению сплошности (сдвиговая деформация).

7.2.1. Нормальная деформация. Гудман [6] констатировал, что «в случае, когда блок свободно опирается на шероховатую поверхность, площадь действительных контактов близка к нулю, а контактные напряжения сосредоточены полностью в трех или более точках соприкосновения. С увеличением нормальной нагрузки площадь точечных контактов увеличивается за счет упругой деформации, дробления и трещин растяжения; образуются новые контактные участки. Процесс этот поддается математическому описанию, и может быть создана теория нормальной деформации при возрастающей нормальной нагрузке. Имеются два физических ограничения нормальных деформаций. Во-первых, открытая трещина не обладает прочностью на растяжение, а во-вторых, существует предел сжатия, т. е. максимально возможное закрытие трещины V_{mc} , которое должно быть меньше «толщины» трещины (рис. 7.1, а).

Наличие этих двух условий приводит к тому, что зависимость нормальное давление – деформация располагается в одном квадранте, как это показано на рис. 7.1, б. Этим условиям удовлетворяет простая



a

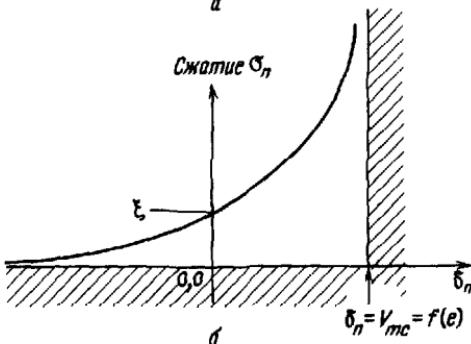


Рис. 7.1. К определению нормальной деформации трещин [6]. а – трещина и ее «толщина» e ; б – схематизированное поведение трещины при сжатии (ξ – исходное давление).

гиперболическая зависимость

$$\frac{\sigma_n - \xi}{\xi} = A \left(\frac{\delta_n}{V_{mc} - \delta_n} \right)^t, \quad (7.1)$$

(при условии, что $\delta_n < V_{mc}$), где ξ – исходное давление, определяющее начальные условия измерения нормальной деформации δ_n ; V_{mc} – максимально возможное закрытие трещины; A и t – безразмерные эмпирические коэффициенты.

Результаты исследований, проведенных Боком [3], представлены в виде кривых нормальное напряжение – нормальная деформация (рис. 7.2), подобных кривой Гудмана, показанной на рис. 7.1, б. При более тщательном рассмотрении было установлено, что данные испытаний достаточно хорошо описываются прямой линией при построении в полулогарифмическом масштабе графика $\lg \sigma_n - \sigma_n$ (рис. 7.3). Очевидно, результаты эти могут быть выражены формулой

$$\lg \frac{\sigma_n}{\xi} = - C_D \frac{\delta_n}{e}, \quad (7.2)$$

являющейся аналогом формулы Терцаги [16], описывающей зависимость напряжение – деформация в условиях всестороннего сжатия (в одометре). Соответственно показатель C_D может быть назван «коэффициентом сжатия» трещины.

Авторы убеждены в совершенной недостаточности современных представлений о нормально-деформированном поведении нарушенной сплошности в естественных условиях. По их мнению, вопросы, возникающие в связи с нормальной деформацией нарушенной сплошности, ясно отражают общее положение в механике скальных пород, в которой методы теоретических исследований (например, метод конечных элементов, упомянутый в гл. 11 и 12) развиты лучше, чем методы натурных испытаний и оценок действительных параметров скальных массивов.

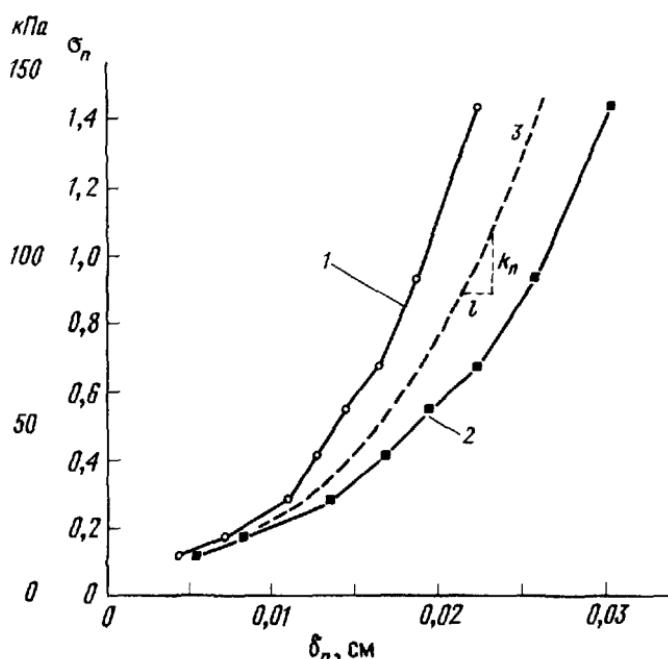


Рис. 7.2. Результаты испытания на сжатие модели трещины [3]. 1 – испытание № 1; 2 – испытание № 2; 3 – усредненная зависимость.

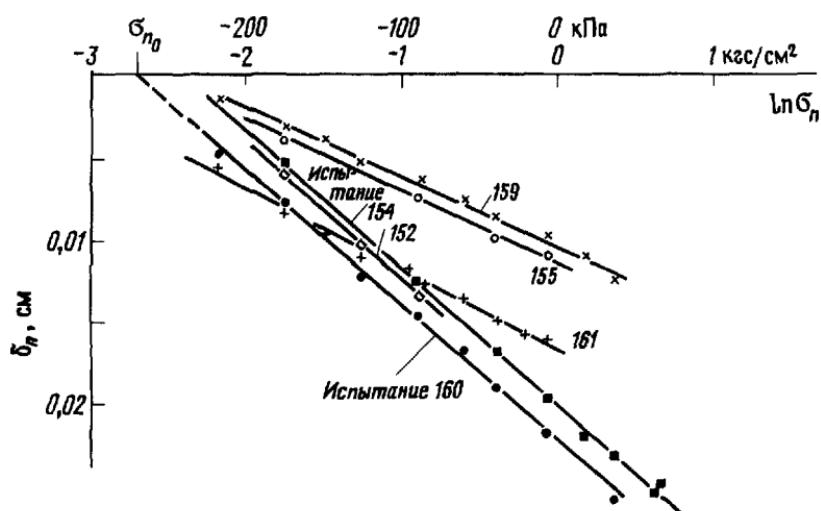


Рис. 7.3. Результаты испытаний на сжатие моделей трещин в полулогарифмическом масштабе [3].

7.2.2 Сдвиговая деформация Когда блок, лежащий на поверхности под некоторой нормальной нагрузкой, перемещается (сдвигается) по плоскости этой поверхности, то результаты такого рода испытания характеризуются касательным напряжением τ_s и деформацией сдвига δ_s , согласно кривой на рис. 7.4, а. Принято [6] выделять на этой кривой три отрезка упругую (допредельную), пиковую и пластичную (запредельную) области. В этом разделе мы рассмотрим допредельную область. При аппроксимации кривой τ_s/σ_s прямой линией наклон последней определяется параметром k_s , называемым «удельной жесткостью на сдвиг» трещины [7]. Гудман [6] отметил, что представительные значения k_s для различных типов нарушений сплошности, как правило, неизвестны и величина их в расчетах принимается условно.

7.3. Прочностные свойства (К. Уоллс). Ниже рассмотрена только пиковая область кривой. Исследуются главные факторы, влияющие на прочность на сдвиг по нарушениям сплошности и описывающие этот относительно сложный механизм, контролирующий прочность, к таким факторам относятся

угол трения по скальной поверхности,
давление воды в трещине,
прочность ненарушенной породы в стенках трещины,
шероховатость поверхностей трещин,
заполнитель,
степень протяженности трещин

7.3.1 Угол трения по скальной поверхности На рис. 7.5, а показан простейший тип известных нарушений сплошности — блок, покоящийся на основании, от которого он отделен гладкой и чистой поверхностью нарушения сплошности. Равнодействующая сила F приложена под углом θ к линии, нормальной к трещине. При увеличении угла θ до угла трения ϕ_μ блок сдвигается по границе раздела. Состояние сдвига в трещине лучше всего описывается нормальной и тангенциальной составляющими напряжения, действующего на границе раздела, как это видно на рис. 7.5, б. На следующем рис. 7.5, в изображено изменение тангенциальных напряжений при постоянной скорости перемещения блока по поверхности сдвига. Следует отметить, что предельная прочность на сдвиг достигается после некоторого перемещения, вслед за которым прочность может снизиться до остаточного значения, которое соответствует большим перемещениям. Предельная прочность может быть выражена уравнением

$$\tau_p = \sigma_N \operatorname{tg} \phi_\mu, \quad (7.3)$$

где $\operatorname{tg} \phi_\mu$ — коэффициент трения, а ϕ_μ — угол трения.

Обзор измеренных значений трения между скальными поверхностями составлен Джегером [9]. Сила трения в большей степени определяется шероховатостью и увлажнением материала, чем его минерало-

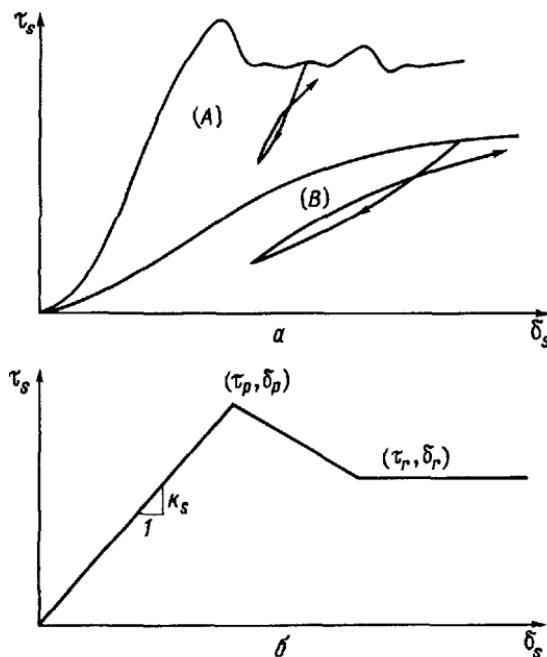


Рис. 7.4. Кривые зависимости касательного напряжения τ_s от деформации сдвига δ_s [6]. а – два типа кривых при постоянном нормальном напряжении σ_n ; б – схематизация кривой деформирования при сдвиге.

гий; это не относится к минералам группы слоистых силикатов (слюдам, хлориту, глинам, тальку и серпентину), которые имеют вообще низкие значения Φ_μ . Обычно Φ_μ лежит в пределах от 25 до 40°, но может снижаться до 12° в листоватых минералах. Влажная скальная поверхность более скользкая, чем в сухом состоянии.

Прочность на сдвиг по нарушениям сплошности в мягких породах может очень чувствительно реагировать на изменение влажности, поэтому в некоторых случаях чрезвычайно важно проводить испытания на сдвиг в состоянии влажности, соответствующей наиболее критическим полевым условиям. Наибольшее снижение прочности на сдвиг в запредельной области наблюдается в выветрелых породах, по трещинам которых образуются глинистые пленки. В этом случае прочность на сдвиг может быть вдвое меньше предельной.

Опыт исследований естественных грунтовых материалов показал, что Φ_μ может быть определен только путем проведения испытаний непосредственно по нарушению сплошности. (Читатель должен иметь в виду, что результаты исследований чистых минералов или очень гладких, хорошо отшлифованных поверхностей могут привести его к ошибочным выводам.) Считается, что Φ_μ отражает результаты

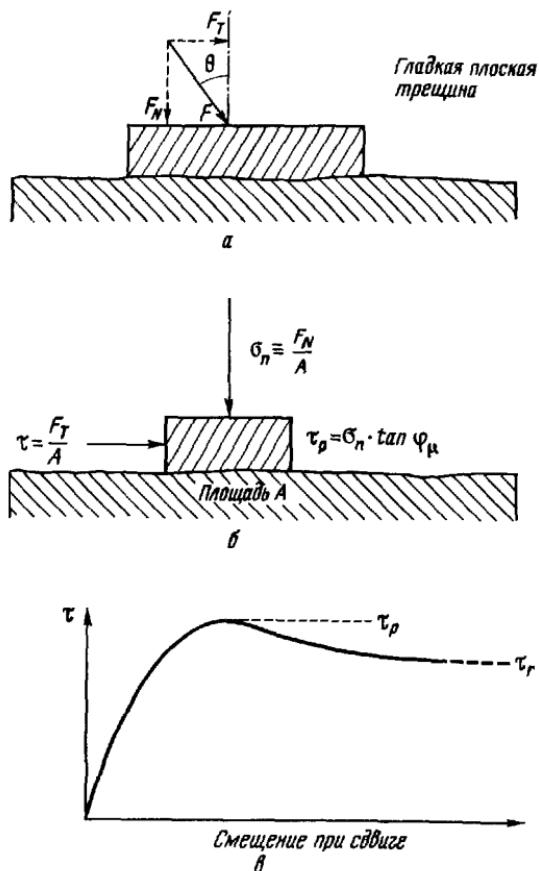


Рис. 7.5. Схема нагружения (а), аналитическое описание (б) и зависимость напряжение сдвига – деформация сдвига (в) для гладкой плоской трещины.

испытаний относительно плоских и гладких трещин и что шероховатость или волнистость последних значительно повышают его значение. Как будет отмечено ниже при рассмотрении влияния шероховатости, прочность на сдвиг гладких плоских трещин при больших нормальных нагрузках в некоторой степени зависит от компонента сцепления.

7.3.2. Давление воды в трещинах. Прочность на сдвиг по трещине, как показано на рис. 7.5, зависит от сил, передаваемых взаимно смещающимися частями трещины, и поэтому, если часть этого давления воспринимается водой, заключенной в трещине, общая прочность на сдвиг снижается. Эти соображения приводят к концепции Терцаги об эффективных напряжениях, согласно которой

$$\tau_p = (\sigma - u) \operatorname{tg} \varphi_\mu, \quad (7.4)$$

где u = внутреннее давление в трещине. Эта зависимость, хорошо подтвержденная экспериментально и на практике в зернистых грунтах, распространяется и на скальные породы, за исключением случаев, когда под действием высокого нормального напряжения на гладкую поверхность площадь контакта составляет значительную долю общей поверхности трещины. Величина порового давления в трещинах сохранившего скального массива может быть равна давлению столба воды высотой до поверхности массива или больше. В этих условиях $u = \gamma_w \cdot z$ и $\sigma = \gamma z$, если напряжение на глубине z соответствует давлению вышележащей толщи пород. Поровое давление должно уменьшить прочность на сдвиг от

$$\tau_p = \gamma z \cdot \operatorname{tg} \varphi_u \quad (7.5)$$

до

$$\tau_p = (\gamma - \gamma_w) z \cdot \operatorname{tg} \varphi_u. \quad (7.6)$$

Следовательно, при $\gamma = 2,7$ и $\gamma_w = 1$ прочность может снизиться примерно на 35 %. Если же снизить значение σ за счет съема скалы (не снижая порового давления), то результат может оказаться еще хуже. Как же все это увязывается с полевым опытом?

Влияние порового давления на устойчивость откосов открытых разработок можно наблюдать в тропиках в период любого дождливого сезона, и это обстоятельство учитывается при проектировании. Однако в подземных выработках влияние порового давления на скальный массив не столь очевидно, и возникают сомнения в целесообразности принудительного снижения его вокруг туннеля. Причины этих противоречий кроются в неодинаковом воздействии проходческих работ на поровое давление. В откосе фильтрационный поток воды нарушается и давление концентрируется в наиболее критическом и напряженном участке в подошве откоса. А при подземной разработке поровое давление очень часто снижается за счет разгрузки скального массива вокруг выработки. Тем не менее наблюдения показывают, что в некоторых случаях поровое давление может быть одним из решающих факторов, влияющих на неустойчивость трещин в стенах подземной выработки.

7.3.3. Прочность ненарушенных пород. Поскольку прочность ненарушенной породы имеет существенное значение при рассмотрении сдвига вдоль шероховатой, волнистой поверхности (разд. 7.3.4), полезно продолжить изучение этой простой модели. На рис. 7.6 приведены кривые касательное напряжение — перемещение сдвига в двух вариантах: кривая сдвига вдоль трещины такая же, как рассмотренная в разд. 7.3.1 кривая для ненарушенных пород, имеющая более высокий пик значений предельной прочности. Эта кривая описывается уравнением

$$\tau_p = c_1 + \sigma_N \operatorname{tg} \varphi_1 \quad (7.7)$$

(или еще более точно — параболическая огибающая предельной прочности на сдвиг по Фэрхерсту, рис. 7.8).

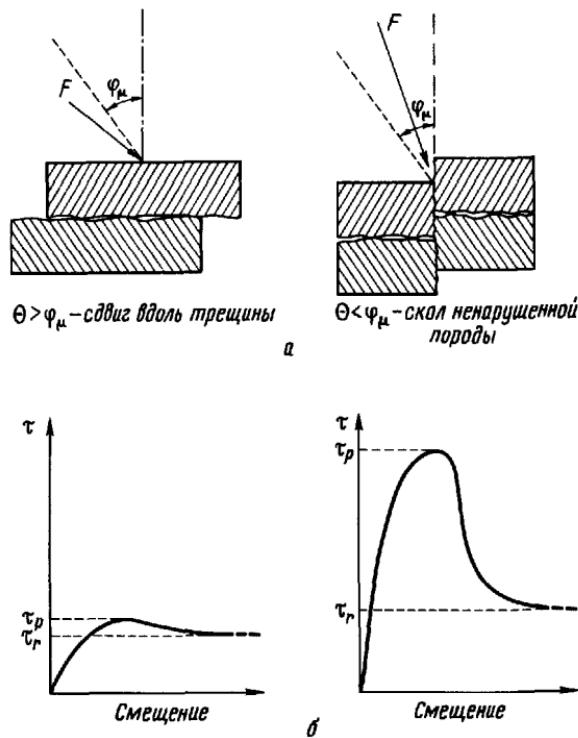


Рис. 7.6. Механизм разрушения (а) и кривые напряжение – сдвигение (б) при различной ориентировке трещины.

Для твердых ненарушенных пород величина c_l в первом приближении может иметь значения от 10 до 30 МПа. После того как перемещения при сдвиге первоначально ненарушенной породы приведут ее в запредельное состояние, происходит значительное уменьшение прочности до остаточного значения τ_r , равного

$$\tau_r = c_l + \sigma_N \operatorname{tg} \varphi_r. \quad (7.8)$$

Хук и Брей [8] считают, что c_l в массиве ненарушенных твердых пород равно приблизительно 1–3 МПа. Учитывая большую разницу между c_l и c_r , уравнение (7.8) можно привести к виду

$$\tau_r = \sigma_N \operatorname{tg} \varphi_r. \quad (7.9)$$

Разница в значениях τ_p и τ_r для ненарушенных скальных пород зависит от относительных значений c_l и $\sigma_N \operatorname{tg} \varphi_l$ в предельном состоянии. При низком нормальном напряжении c_l имеет преобладающее значение и хрупкость сдвигаемой породы выше. Несоответствие между предельной и остаточной прочностями усиливает необходимость в исследовании

сдвиговых деформаций при изучении сдвиговых характеристик трещин, которые либо в результате волнистости, либо из-за недостатка сплошности вовлекают в сдвиг окружающую сохранную породу. Это несомненное значение и в прогрессирующем разрушении скальных массивов.

7.3.4. *Шероховатость поверхности трещин (или волнистость).* Как видно на рис. 7.7, *а*, нарушение сплошности может иметь неровности более крупного масштаба, чем те, для которых определялся угол φ_μ в разд. 7.3.1. Паттон [13] установил, что наличие волнистости на поверхности трещины может привести к увеличению ее сопротивления сдвигу по сравнению со значением, соответствующим углу φ_μ . Проведенные им полевые наблюдения за рельефом поверхностей напластования в известняках, слагавших откосы, показали, что чем грубее волнистость этих поверхностей, тем устойчивее откосы с более крутыми углами зало-

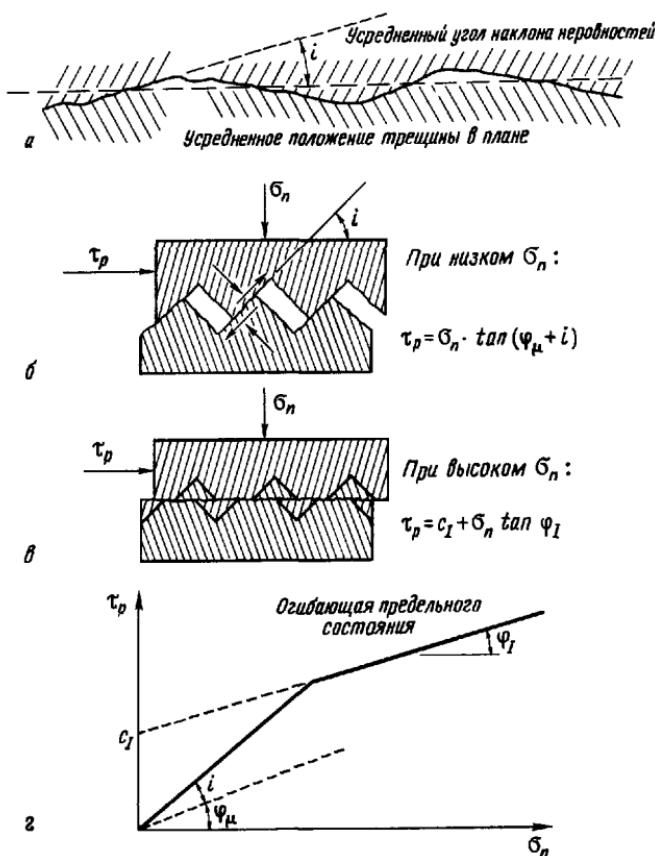


Рис. 7.7. Геометрия (*а*), механизм разрушения (*б* и *в*) и предельная огибающая (*г*) для шероховатых трещин [13].

жения. Для того чтобы разобраться в результатах своих наблюдений и подтвердить выводы, Паттон построил простую модель, приведенную на рис. 7.7, б, и провел ряд испытаний такого рода моделей. Для возникновения сдвига по схеме, показанной на рис. 7.7, б, сдвигающее напряжение τ_m на поверхности зубца, наклоненной под углом i к общей поверхности нарушения сплошности, будет

$$\tau_m = \sigma_m \operatorname{tg} \Phi_\mu. \quad (7.10)$$

Проектируя действующие силы на плоскость, наклоненную под углом i , получим

$$\tau_m = \tau_p \cos i - \sigma_N \sin i. \quad (7.11)$$

Проектируя эти силы на нормаль к этой плоскости, получаем

$$\sigma_m = \sigma_N \cos i + \tau_p \sin i. \quad (7.12)$$

Подстановка уравнений (7.11) и (7.12) в уравнение (7.10) дает

$$\tau_p = \sigma_N \operatorname{tg} (\Phi_\mu + i). \quad (7.13)$$

Уравнение (7.13) можно считать пригодным вплоть до того уровня напряжений, при которых срезается сохранившаяся порода в основании зубцов. Согласно данным разд. 7.3.3, это происходит, когда

$$\tau_p = c_l + \sigma_N \operatorname{tg} \varphi_l. \quad (7.7)$$

На рис. 7.7, г изображена огибающая предельной прочности на сдвиг паттоновской модели.

В то время как эта модель убедительно иллюстрирует влияние крупных неровностей на устойчивость откоса, Мать Природа никогда не бывает столь добной, чтобы запастись такого рода нарушениями сплошности. Чаще всего может встретиться целый спектр неровностей и может сильно варьировать эффективная площадь оснований выступов. Более поздние работы были посвящены полевой оценке шероховатости трещин и выявлению соответствующих закономерностей, определяющих пределы прочности на сдвиг по этим трещинам. Фекер и Ренджерс [5] предложили хороший метод измерения эффективного угла наклона неровностей (i) различного масштаба. Бартон [1] установил некоторую взаимосвязь между эффективным углом неровностей, определяемым из эксперимента, и уровнем приложенного к ним нормального напряжения. Изучая трещины растяжения в гранитах, не затронутых выветриванием, Бартон нашел, что эффективный угол неровностей i уменьшается с увеличением нормального напряжения. Он объяснял это тем, что небольшие, но крутые выступы, контролирующие смещения при низких напряжениях, скальваются с увеличением нагрузки. Хук и Брей [8] продолжили исследования Бартона, Фекера и Ренджерса и довели их результаты до удобного для проектирования вида. Несмотря на кажущийся обычный характер исходных данных, сделанная ими работа представляется в общих словах очень перспективным начинанием.

Джегер [9] предложил эмпирическую зависимость, которая в приложении к экспериментальным данным позволяет построить кривую, в общем виде напоминающую кривую Паттона, но касательную к огибающей остаточной прочности ненарушенных пород [уравнение (7.8)] при высоком уровне напряжений. Для андезита из района месторождения Пангуня Бугенвильской меднорудной компании, зависимость эта имеет вид

$$\tau_p = 270(1 - e^{-0.0015\sigma}) + 0.41\sigma. \quad (7.14)$$

Уравнение Джегера удобно для обобщения результатов испытаний.

Наиболее многообещающим подходом к описанию прочности на сдвиг по шероховатым трещинам является предложение Ладани и Аршамбо [12], примененное ими к результатам модельных исследований. Выведенное ими уравнение имеет вид

$$\tau_p = \frac{\sigma_N(1 - a_s)(\dot{v} + \operatorname{tg} \varphi_\mu) + a_s s_R}{1 - (1 - a_s)\dot{v} \operatorname{tg} \varphi_\mu}, \quad (7.15)$$

где a_s – доля поверхности трещины, приходящаяся на срезаемые неровности; \dot{v} – интенсивность дилатансии при предельном напряжении сдвига (интенсивность секущей дилатансии, т. е. вертикальное перемещение, деленное на горизонтальное перемещение); s_R – прочность породы на сдвиг, включая неровности. При низком значении σ , при $a_s = 0$ и $\dot{v} = \operatorname{tg} i$ уравнение (7.15) принимает вид

$$\tau_p = \sigma_N \operatorname{tg}(\varphi_\mu + i). \quad (7.13)$$

Если

$$s_R = c_r + \sigma_N \operatorname{tg} \varphi_r, \quad (7.8)$$

то при высоком значении σ , когда все выступы срезаны и $a_s = 1$, а $\dot{v} = 0$, уравнение (7.15) трансформируется в

$$\tau_p = c_r + \sigma_N \operatorname{tg} \varphi_r.$$

Ладани предлагает описывать прочность на сдвиг ненарушенной породы параболой Фэрхерста:

$$s_R = q_u \frac{\sqrt{1+n} - 1}{n} \left(1 + \frac{n\sigma}{q_u}\right)^{1/2} \quad (7.16)$$

где q_u – одноосная прочность на сжатие и n – отношение прочности на сжатие к прочности на растяжение породы, включая неровности.

Ладани и Аршамбо вывели энергетические закономерности для \dot{v} и a_s при $\sigma < \sigma_T$ (σ_T – напряжение, при котором нарушение сплошности

перестает ослаблять скальный массив):

$$a_s = 1 - \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_T}\right)^{K_1} \quad (7.17a)$$

и

$$\dot{v} = \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_T}\right)^{K_2} \operatorname{tg} i_0. \quad (7.17b)$$

K_1 и K_2 предлагается принимать равными 1,5 и 4 соответственно. За неимением точной информации можно считать, что $\sigma_f = q_u$.

На рис. 7.8 приведена кривая этих двух авторов, описанная предыдущими уравнениями.

7.3.5. Заполнитель трещин или жильная глина. Жильной глинкой, или заполнителем, называется материал, расположенный между двумя поверхностями сохранных пород в полости нарушения сплошности. Если толщина заполнителя больше высоты неровностей на поверхности породы, сопротивление сдвигу по трещине такое же, как у ее заполнителя. Заполнитель может быть разным – от глиники трения и материала, отложенного фильтрующейся водой, до продуктов выветривания материнской породы. Пожалуй, наиболее неблагоприятным является заполнитель из монтмориллонитовой глины, образующейся в результате гидротермального выветривания полевых шпатов. Этот материал обладает очень низким сопротивлением сдвигу и может развивать высокое давление пучения, ведущее к нарушению устойчивости подземных выработок.

В трудах по механике грунтов, в том числе в книге Пэка и др. [14], рассматриваются вопросы оценки прочности на сдвиг различных грунтовых материалов. У мягких глин прочность очень низкая (25 кПа). Твердые глины могут иметь прочность на сдвиг более 100 кПа, но со временем, при свободном доступе воды, слабеют и начинают разбухать.

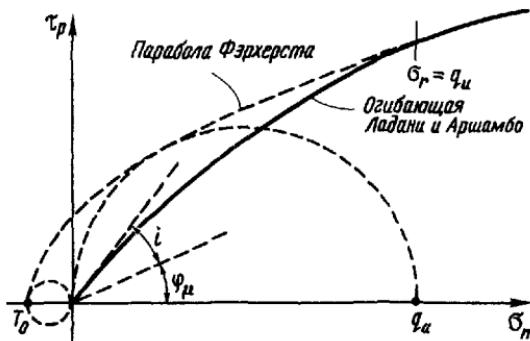


Рис. 7.8. Прочность на сдвиг по шероховатой трещине согласно Ладани и Аршамбо [12].

Хук и Брей [8] считают, что для заполнителей можно принимать в качестве первого приближения следующие параметры сопротивления сдвигу

Материал	Угол трения фриза	Степень сцепления, кПа
Твердая глина	10—20	100
Мягкая глина	5—7	25
Плотная глина	—	50
Глина трения	10—20	—
Кальцитовый заполнитель тектонических зон	20—27	—
Сланцеватый разломный материал	14—22	—

Более высокие показатели имеют раздробленные породы и переплотненный (твёрдый) сухой мелкозернистый заполнитель, характеристики которых могут быть определены испытаниями на сдвиг или расчетным путем приближенно по известным в механике грунтов корреляционным зависимостям

В тех случаях, когда мощность заполнителя меньше высоты неровностей, механизм сопротивления сдвигу сложнее. При небольших перемещениях прочность на сдвиг определяется заполнителем, но с увеличением перемещения основное значение приобретает зацепление выступающих неровностей скальной породы. При известных свойствах и мощности заполнителя и характере шероховатости трещины в предварительной оценке сопротивления сдвигу нарушения с мелким заполнителем могут быть использованы модели, описанные в разд. 7.3.4

7.3.6 *Степень протяженности трещин* До сих пор рассматривались нарушения сплошности, длина которых со скальным массивом соизмерима. Разломы и плоскости напластования могут прослеживаться на большие расстояния, но многие могут быть прерывистыми и разделяться участками ненарушенной породы. В разд. 7.3.4 уже подчеркивалось несоответствие прочности сохранной и нарушенной пород. При низком нормальном напряжении предельное сопротивление сдвигу породы по крайней мере на порядок больше сопротивления трещины. Более того, жесткость на сдвиг ненарушенной породы намного выше жесткости трещины, в связи с чем нельзя объединять предельные прочности и надо учитывать, что ненарушенная порода разрушается при меньшем сдвиговом перемещении, чем это необходимо для мобилизации сопротивления по всей трещине.

Равнодействующая прочности прерывистой трещины в значительной мере зависит от площади сохранных пород. Дженнингс [10] детально рассмотрел поведение прерывистых трещин. Поведение таких трещин сложно, и для изучения их Бернз [2] рекомендовал проводить крупномасштабные натурные или лабораторные исследования. Хук и Брей [8], а также Бок [4] подчеркнули, что степень протяженности,

или выдержанность, трещин относится к наиболее трудно изучаемым геологическим категориям. Хук идет дальше и утверждает, что трещина прерывиста на всем своем протяжении. Автор полагает, что должны быть предприняты попытки для оценки площади, занимаемой ненарушенной породой, в особенности при низких нормальных напряжениях, когда в сопротивлении сдвигу преобладающее значение имеет сцепление.

7.3.7. Значение смещения для результирующей прочности на сдвиг по трещине. Результирующая прочность на сдвиг по трещине в сильной мере зависит от ее взаимодействия с окружающим скальным массивом. Два фактора имеют решающее значение: ограничение дилатансии и прогрессивное разрушение под действием градиентов напряжения вдоль всей трещины. Влияние этих факторов на поведение скального массива породы изучено только частично, но их значение несомненно.

Дилатансия. Простая модель, приведенная на рис. 7.7, показывает, что при сдвиге может происходить дилатансия или смещение в направлении, перпендикулярном трещине, в пределах, зависящих от геометрии и граничных условий скального массива в целом. На рис. 7.9 изображены два скальных массива; один из них при сдвиге по трещине может свободно расширяться, в другом из-за невозможности расширения порода стремится заклиниться на месте. Из разд. 7.3.4 следует, что в условиях резкого ограничения дилатансии прочность на сдвиг по трещине приближается к прочности скального массива. Бернз [2] указывает, что при выкладке сводов сухая каменная кладка проявляет замечательную устойчивость и в течение многих столетий смелые строители возводили сооружения из тесаного камня без скрепляющего раствора. Они были достаточно мудрыми, чтобы управлять дилатансией, тщательно подбирая форму швов. Инженеры, специалисты в области механики скальных пород, лишенные возможности влиять на форму трещин, вынуждены научиться приспосабливать свои сооружения к природной трещиноватости, укреплять скальную породу и «управлять» дилатансией».

Прогрессивное разрушение. В большинстве случаев, рассматривая прочность на сдвиг по трещине, используют понятие предельной прочности. Однако, как уже упоминалось в отношении шероховатых или прерывистых трещин, при низком уровне нормальных напряжений величина остаточной прочности может быть существенно меньше предельной прочности. В этих условиях поведение трещины отличается чрезвычайной хрупкостью. На рис. 7.10 показана трещина, в которой фиксируется значительное расхождение между предельной и остаточной прочностями на сдвиг. Концентрация касательных напряжений вблизи носка может привести к сколу породы, уменьшению ее прочности до остаточной величины и вызвать существенное перераспределение касательных напряжений вдоль трещины. Положение еще более усложняется при изменении прочности на сдвиг по мере роста смещений по трещине и деформаций в скальном массиве. Сказанного уже достаточно, чтобы

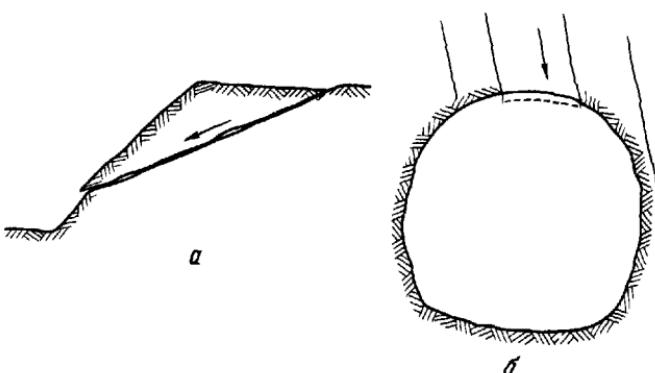


Рис. 7.9. Разница в степени ограничения дилатансии в двух случаях строительной практики в скальных породах *а* – свободная дилатансия в скальном откосе; *б* – ограниченная дилатансия в туннеле.

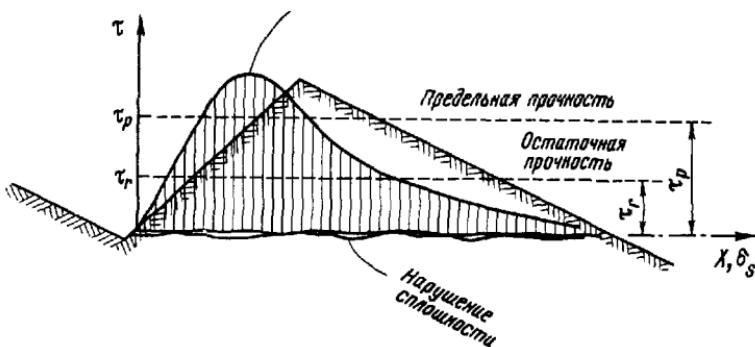


Рис. 7.10. Хрупкий скальный откос.

оценить то чрезмерное упрощение, которое вводится в проектирование использованием предельных значений сопротивления сдвигу. В самом деле, при проектировании невозможно учитывать весь комплекс данных напряжение сдвига – перемещение, но рекомендуется оценивать «хрупкость» трещин (т. е. возможное расхождение между предельной и остаточной прочностями при соответствующем уровне нормальных напряжений). Если это сделано, то расчетный коэффициент запаса может быть уточнен применительно к проектным проработкам, основанным на значениях предельной прочности.

7.4. Водопроницаемость (К. Уоллес). Подробное рассмотрение водопроницаемости трещиноватых скальных пород не входит в задачу настоящей главы. При анализе поведения трещины очень важно знать давление фильтрационной воды на стенки трещины. В разд. 7.3.2 уже отмечалось, что изменение напряженного состояния скального массива

отражается на его водопроницаемости и может способствовать более или менее благоприятному развитию давления воды в потенциально неустойчивых зонах. Для системы плоских, гладких и параллельных трещин водопроницаемость в параллельном им направлении равна

$$K = \frac{g \cdot e^3}{12vb} \text{ см/с,}$$

где g – ускорение силы тяжести (981 см/с^2); e – раскрытие трещины, см; b – расстояние между трещинами, см; v – коэффициент кинематической вязкости ($0,01 \text{ см}^2/\text{с}$ при температуре воды 20°C).

Это выражение хорошо иллюстрирует эффект влияния раскрытия трещины. Изменение напряженного состояния ведет к раскрытию или закрытию трещин, изменению e , что существенно влияет на водопроницаемость. Изменение характера заполнителя трещины может изменить ее водопроницаемость на несколько порядков (например, в 10^4 раз), кроме того, водопроницаемость зависит также от степени протяженности трещин. (Выше уже отмечалось, что эту величину определить практически очень трудно.) Можно сказать, что по-настоящему оценить водопроницаемость нарушений сплошности можно только путем полевых опытных работ.

7.5. Испытания на сдвиг (К. Уоллес). Оценка поведения трещин при сдвиге может быть осуществлена в лабораторных условиях трехосными испытаниями кернов, испытаниями образцов в сдвиговых приборах и натурными исследованиями *in situ*. Технология тщательного отбора образцов и последующего испытания нарушений сплошности подробно описана Гудманом [6], а также Хуком и Брейем [8].

7.6. Выводы и заключения. Принципы, определяющие поведение плоских (гладких) трещин при сдвиге, вполне определены и хорошо обоснованы опытом, накопленным в других областях инженерной деятельности. Сопротивление трению может быть описано соотношением эффективных напряжений [уравнение (7.4)], кроме того, прочность на сдвиг зависит также от величины смещения при сдвиге. В пределах скального массива влияние трещины зависит от ее ориентировки по отношению к приложенной системе напряжений. В соответствующих условиях может произойти скол ненарушенных пород (гл. 8). При низком уровне напряжений сдвиг в ненарушенных породах имеет хрупкий характер. Прочность эта значительно меньше максимальной или предельной прочности на сдвиг.

Сопротивление сдвигу шероховатых нарушений сплошности (разд. 7.3.4) зависит также от угла наклона более крупных неровностей или волнистости и от уровня нормальных напряжений. При малых нормальных напряжениях одна поверхность нарушения стремится сдвинуться по другой волнистой поверхности, в то время как при высоких нормальных напряжениях возникает тенденция к сколу сохранной породы в основании выступов. Предлагались разные объяснения воз-

никновения подобных явлений, среди них как наиболее обоснованные можно рекомендовать объяснения Ладани и Аршамбо [12]

Поведение трещин при сдвиге значительно усложняется при наличии в них глиники трения или другого заполнителя, а также в случае их прерывности (см. разд. 7.3.5 и 7.3.6 соответственно). Протяженность трещины имеет в этом отношении решающее значение, но представляет собой геологический фактор, труднее всего определяемый в процессе натурных исследований.

Поведение нарушения сплошности в большой степени зависит также от его взаимодействия со скальным массивом в целом. Ограничение дилагансии может увеличить прочность на сдвиг до уровня сохранных пород. Рассмотрение процесса прогрессивного разрушения приводит к заключению о важности учета изменения прочности на сдвиг при возникновении смещений и указывает на необходимость завышать коэффициент запаса при расчетах в тех случаях, когда остаточная прочность значительно ниже максимальной, учтенной в проекте.

Из всего сказанного в этой главе можно заключить, что, за исключением самых простых случаев, точно определить характеристики трещин практически невозможно. Однако не следует терять надежды. Лучшее понимание причин, влияющих на состояние трещин, даст возможность инженеру принимать более обоснованные проектные решения. Во многих случаях он сможет следовать дальше, проведя детальный анализ влияния каждой переменной на прогноз поведения проектируемого им сооружения. Это даст солидную количественную основу для проектных решений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 *Barton N R* Estimating the shear strength of rock joints – Proc 3rd Congr Int Soc Rock Mech Denver, 2A, 219–220, 1974
- 2 *Bernaix J* Properties of rock and rock masses – Proc 3rd Congr Int Soc Rock Mech Denver, 1A, 9–38, 1974
- 3 *Bock H* Geometric properties of joint planes and their influence on the strength of geological bodies (in German) – Habilschr Geol Univ Bochum, 1–201, 1976
- 4 *Bock H* Geology in rock mechanics – Chapter 2 of this book, 1977
- 5 *Fecker E and Rengers N* Measurement of large scale roughness of rock planes by means of profilograph and geological compass – Proc Int Symp on Rock Fracture, Nancy, paper 1–18, 1971
- 6 *Goodman R E* Methods of geological engineering in discontinuous rocks – 472 p St Paul West Publish Co, 1976
- 7 *Goodman R E Taylor R L and Brekke T L* A model for the mechanics of jointed rock – J Soil Mech Found Div ASCE, 94, 637–659, 1968
- 8 *Hoek E and Bray J* Rock slope engineering – 309 p, London (Inst Min Met), 1974 *

* Рекомендуется прочитать всем, занимающимся этой темой.

9. Jaeger C.: Friction of rocks and the stability of rock slopes – Rankine Lecture – *Géotechnique*, **21**, 97–134, 1971.
10. Jennings J. E.: A mathematical theory for the calculation of the stability of slopes in open pit mines – Proc. Open Pit Mine Symp., Johannesburg, 87–102, Balkema (S. Afr. I. M. M.), 1970.
11. Krsmanović D. and Langof Z.: Large scale laboratory tests of the shear strength of rock material – *Felsmech. Ing., Geol. Suppl.*, **1**, 20–30, 1964.
12. Ladanyi B. and Archambault G.: Simulation of shear behaviour of a jointed rock mass – Proc. 11th Symp. on Rock Mech (AIME), 105–125, 1970.
13. Patton F. D.: Multiple modes of shear failure in rock – Proc. 1st Congr. Int. Soc. Rock Mech., Lisbon, **1**, 509–513, 1966.
14. Reck R., Hanson W. E. and Thorburn T. H.: Foundation engineering – 2nd Ed., New York (Wiley), 1974.
15. Széchy K.: The art of tunnelling – 1097 p. 2nd Eng. Ed., Budapest (Akadémiai Kiadó), 1973.
16. Terzaghi K. v.: Erdbaumechanic auf boden physikalischer Grundlage – 399 p., Leipzig (Deuticke), 1925.

Глава 8

Механизм разрушения трещиноватых скальных пород

Б. С. Бест

8.1. Введение. Сплошная среда была рассмотрена в гл. 3. Однако на протяжении всего изложения подчеркивалось, что обычно скальные породы ведут себя иначе. Скальный массив представляет собой породу, имеющую ослабления в виде трещин, поверхностей напластования, повреждений и т. д., и эти ослабления определяют геометрию возможного разрыва или взаимного скольжения частей массива и нарушают условия его работы как единого целого, на которые опирается механика континуума.

Континуум можно рассматривать как материал, деформирование которого под нагрузкой хорошо поддается математическому анализу. Конечно, при решении неупругих задач, учитывающих пластические свойства и вязкость материала, приходится сталкиваться с определенными трудностями. Однако эти задачи все же могут быть исследованы в общем виде, если правильно выбрана основная модель, описывающая поведение материала: линейно-упругая, идеально пластическая, упрочняющаяся, вязкая и т. д.

Ранние работы по механике скальных пород были направлены на применение решений механики континуума для скальных массивов. В лучшем случае результаты таких расчетов могли обеспечить получение более или менее приблизительного решения, и в описании поведения массива обычно оказывались существенные ошибки. В последние два десятилетия появилось правильное представление о природе скалы и в то же время значительное внимание было уделено проблеме получения общих решений о напряженно-деформированном состоянии скальных массивов под нагрузкой.

8.2. Постановка задачи. Трещиноватость в породах может быть различной — от выраженной единичной прерывистой трещины до незакономерно распределенных в массиве систем трещин. С одной стороны, — это материал, который по своему поведению мало отличается от сплошной среды, и в то же время он не похож на континуум, и по виду и по характеристикам больше напоминает сыпучие материалы, изучаемые в механике грунтов.

Маловероятно поэтому создание в короткие сроки единой теории для описания поведения сразу всех видов трещиноватых пород. В связи с этим научные поиски обычно ведутся по одному из трех основных направлений:

- 1) учет одного ослабления или системы параллельных трещин,
- 2) учет двух пересекающихся трещин или двух пересекающихся систем трещин,
- 3) изучение работы материала с произвольной трещиноватостью

Хотя конечной целью является разработка общей теории, которая даст нам надежный инструмент для прогноза поведения любого массива, несомненно и то, что ответы на многие вопросы потребуются в ближайшее время, поэтому частные исследования, касающиеся структурной устойчивости скальных пород, должны продолжаться — они необходимы для строительства туннелей, плотин, мостов, подземных электростанций, устройства открытых выемок. Целесообразно в связи с этим детально изучить отдельные вопросы в проблеме определения безопасных условий проведения работ, чтобы избежать риска, и страховки. Если обрушение все-таки случается, то должно быть проведено детальное исследование аварии, которое поможет лучше понять поведение породы в массиве.

8.3. Одна трещина или система параллельных трещин. Простейшей для исследования системой является массив, содержащий единственную трещину или ряд параллельных трещин. В этом случае отклонение от поведения описываемого теорией сплошной среды, наблюдается лишь тогда, когда разрушение происходит по плоскости имеющейся трещины. Разрушение может иметь вид раскрытия трещины (при условии превышения сопротивляемости растяжению в направлении, нормальному к плоскости трещин) либо сдвига по ней. Скольжение в первом приближении может быть исследовано при помощи основного критерия Кулона для разрушения при сдвиге

$$\tau = c + \sigma \operatorname{tg} \phi, \quad (8.1)$$

где c — сцепление, ϕ — угол трения для трещины.

Будем считать, что в образце с единственной трещиной, показанном на рис. 8.1, направления главных напряжений соответствуют направлениям σ_1 и σ_3 .

Соотношение, определяемое уравнением (8.1), может быть выражено с помощью главных напряжений

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2c + 2\sigma_3 \operatorname{tg} \phi}{(1 - \operatorname{tg} \phi \operatorname{ctg} \beta) \sin 2\beta}, \quad (8.2)$$

где β — угол между плоскостью ослабления и направлением минимального напряжения, как показано на рис. 8.1. Разница между главными напряжениями обращается в бесконечность при β , стремящемся к 90° или к ϕ .

Уравнение (8.2) соответствует условиям разрушения при сдвиге. Однако скальная порода может разрушиться как таковая, прежде чем произойдет сдвиг по трещине, поэтому для получения полного критерия разрушения уравнение (8.2) должно быть включено в общий

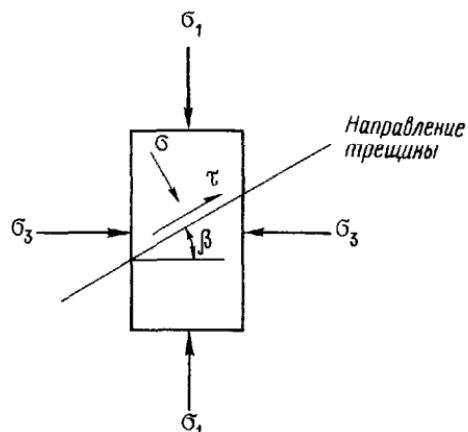


Рис. 8.1. Одиночная трещина.

критерий разрушения. Рис. 8.2 представляет собой результат синтеза обоих критериев разрушения в единое целое.

Все вышеизложенное справедливо не только для случая одной трещины, но также и для случая, когда порода содержит систему параллельных трещин.

8.4. Пересекающиеся трещины и системы. Подход, использованный для анализа трещин одного направления, может быть распространен на случай двух и более направлений. Рис. 8.3 соответствует условию разрушения материала, содержащего две пересекающиеся симметрично ориентированные трещины. Очевидно, что «прочность» материала почти целиком определяется свойствами трещин, прочность самой породы обуславливает лишь незначительную часть предельной кривой.

На рис. 8.4 в первом приближении показано определение верхнего и нижнего пределов прочности сильно трещиноватой породы. Одна кривая в координатах Мора представляет собой предельную огибающую

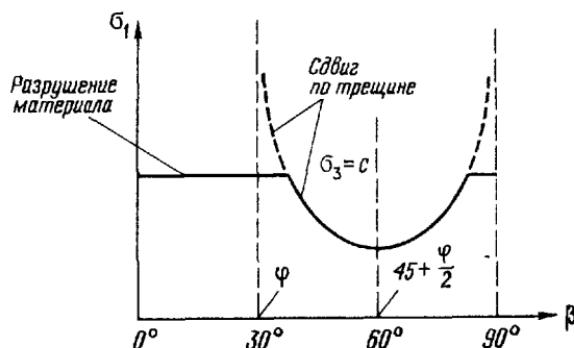


Рис. 8.2. Условия разрушения при наличии одной трещины.

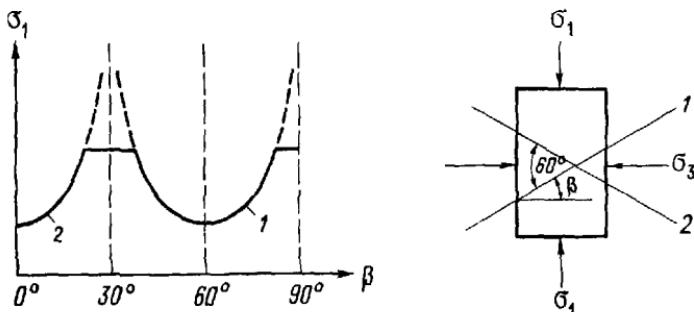


Рис. 8.3. Две пересекающиеся трещины.

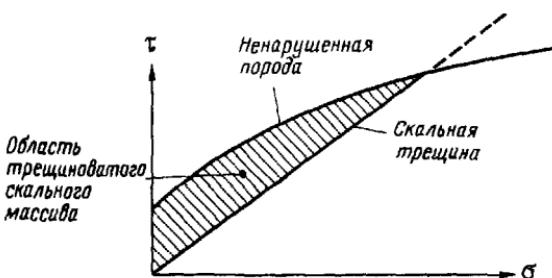


Рис. 8.4. Пределы прочности трещиноватой скальной породы.

шую скальной породы, а другая – условие скольжения по гладкой трещине. Показано, что при низких напряжениях возможно разрушение в результате скольжения вдоль трещины, в то время как при высоких напряжениях происходит разрушение самой скальной породы.

Из рассмотренного здесь простого критерия может быть сделан один важный вывод, а именно: разрушение в виде скольжения по трещине менее вероятно на глубине, чем у поверхности. Ограничение вышеизложенного подхода состоит в том, что сдвиг по плоскости трещины не может достигать сколько-нибудь большой величины, не вызывая заклинивания блоков, в связи с чем применение простой математической модели для анализа поведения массива ограничивается областью малых перемещений.

Тем не менее этот подход полезен в качестве первого приближения, так как дает результаты, в основном согласующиеся с данными наблюдений, которые показывают, что по мере увеличения числа факторов, влияющих на прочность скального массива, разница между прочными и слабыми трещиноватыми породами уменьшается, поскольку разрушение определяется свойствами трещины. Такое поведение массива Мюллер [11] иллюстрирует диаграммой, приведенной на рис. 8.5.

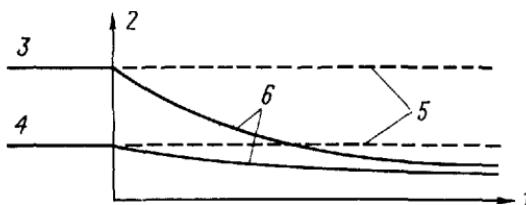


Рис. 8.5. Прочность монолита и прочность скального массива. 1 — фактор снижения прочности массива (степень трещиноватости, степень протяженности трещин и т. п.); 2 — прочность; 3 — прочная порода; 4 — слабая скала; 5 — прочность монолита; 6 — прочность скального массива.

8.5. Физические модели. Изложенный подход является попыткой создать общую теорию поведения трещиноватых систем. О важности всей этой работы свидетельствует большое число исследований, проводимых на физических моделях трещиноватых материалов. Оказывается, что трение и сцепление — не единственные факторы, влияющие на поведение модели: при низких боковых давлениях наблюдалось появление осевого кливажа, смещение блоков, вызывающее раскрытие трещин и эффект дилатансии. Работа продолжается в настоящее время и в теоретическом, и в экспериментальном направлениях.

Создателями моделей трещиноватых пород была проявлена большая изобретательность. При доведении конструкции до разрушения используются гипсовые модели, а прозрачные модели служат для изучения распределения напряжений методами фотоупругости; для получения трещины необходимой шероховатости раскалывают целые блоки.

8.6. Виды разрушений. До сих пор мы обсуждали разрушение, вызванное нарушением прочности материала или проскальзыванием по трещине. Однако возможны и другие виды разрушений, в частности

- 1) опрокидывание,
- 2) выпучивание,
- 3) обрушение с образованием арочного свода.

8.6.1. Опрокидывание. Разрушение такого типа иллюстрирует рис. 8.6. Условия, при которых оно становится неизбежным, определяются уравнениями статического равновесия. Отдельный блок, изображенный на рис. 8.7, опрокинется в том случае, если вектор его собственного веса, приложенный в центре тяжести тела, лежит на вертикали, выходящей за пределы основания блока.

8.6.2. Выпучивание. Разрушение в результате выпучивания (выгибания) возможно при условии, что массив имеет протяженные трещины в одном направлении, прерывистые — в другом и нагружен сдвигующей нагрузкой, как показано на рис. 8.7. В таких условиях образуется зона «вращательного сдвига», который вызывает расслоение пластов и затем разрушение с выпучиванием длинных пакетов пластов, как это изображено на рис. 8.8.

8.6.3. Обрушение с образованием арочного свода. Пример такого рода

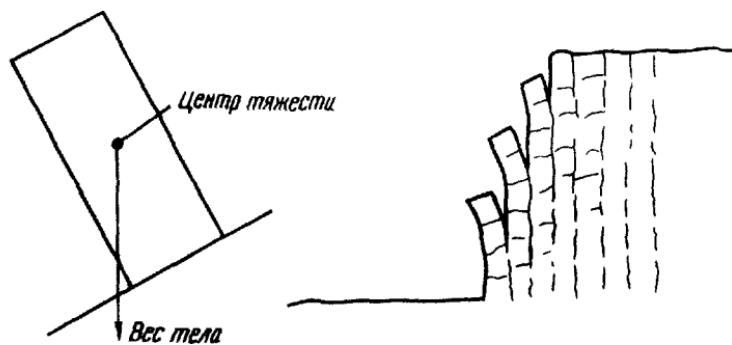


Рис. 8.6. Разрушение в результате опрокидывания.

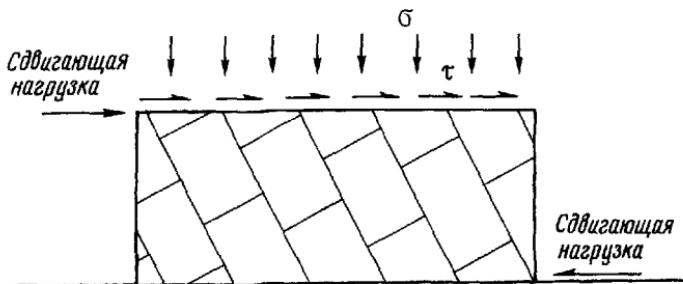


Рис. 8.7. Нагружение, приводящее к вращательному сдвигу.

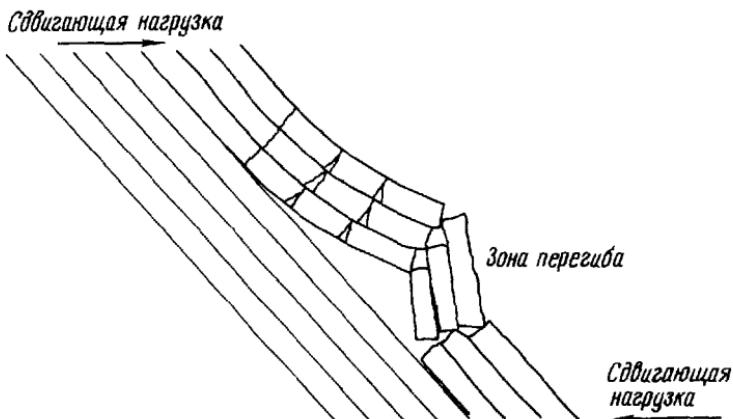


Рис. 8.8. Разрушение в результате выпучивания – выпнутый пласт.

разрушения показан на рис. 8.9. Выработка проходит в скальной породе, имеющей вертикальную и горизонтальную трещиноватость. Блоки, образующие свод выработки, могут вести себя как предварительно напряженные балки и способны создать перекрытие пролета, несмотря на то, что вертикальные трещины не сопротивляются растяжению. Значит, блочные структуры способны создавать «свод» с образованием распора, возникающего в результате смещений отдельных блоков, как это показано на рис. 8.9.

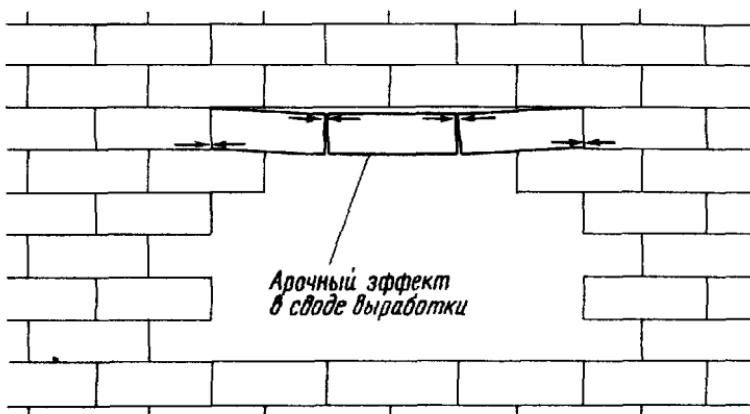


Рис. 8.9. Защемление блоков в кровле выработки

В этих условиях обрушение возможно тогда, когда распор слишком мал и блоки получают значительные смещения прежде, чем проявляется достаточный эффект сводообразования.

8.7. Заключение. Выше были рассмотрены некоторые из факторов, обуславливающих прочность трещиноватых горных пород. Изложенные соображения являются только сжатым введением в очень сложную науку. Можно сказать, что поведение трещиноватого скального массива в основном зависит от следующих факторов: 1) свойств ненарушенной породы; 2) свойств трещин; 3) природного (начального) напряженного состояния; 4) наличия воды в порах и трещинах, 5) времени.

Последовательной общей теории, включающей все случаи разрушения трещиноватых скальных пород, пока нет; в настоящее время продолжаются исследования механизма скольжения, опрокидывания, выпучивания и возникновения арочного эффекта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Barton N R.*. A model study of rock-joint deformation – Int J Rock Mech Min Sci. 9, 579 – 602, 1972

- 2 *Brown E T* Strength of models of rock with intermittent joints – *J Soil Mech Found Div, ASCE*, **96**, 1935–1946, 1970
- 3 *Brown E T and Trollope D H* Strength of a model of jointed rock – *J Soil Mech Found Div, ASCE*, **96**, 685–704, 1970
- 4 *Cundall P A* A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems – *Proc ISRM Sympos on Rock Fracture*, Paper 11–8, Nancy, 1971
- 5 *Einstein H H and Hirschfeld R G* Model studies of mechanics of jointed rock – *J Soil Mech Found Div, ASCE*, **99**, 229–248, 1973
- 6 *Goodman R E, Taylor R L and Brekke T L* A model for the mechanics of jointed rock – *J Soil Mech Found Div, ASCE*, **94**, 637–659, 1968
- 7 *Goodman R E* The mechanical properties of joints – *Proc 3rd Congr Int Soc Rock Mech*, Denver, **1A**, 127–140, 1974
- 8 *Hoek E and Londe P* Surface workings in rock – *Proc 3rd Congr Int Soc Rock Mech*, Denver, **1A**, 613–654, 1974
- 9 *Join K W* Civil engineering approach to evaluate strength and deformability of regularly jointed rock – *Proc 11th Sympos Rock Mech*, AIME, 69–82, Berkeley, 1970
- 10 *Kutter H K* Failure mechanism of jointed rock – *CISM Rock Mech Course*, Udine, 1973
- 11 *Muller L* Rock mass behaviour – Determination and application in engineering practice – *Proc, 3rd congr Int Soc Rock Mech*, Denver, **1A**, 205–215, 1974
- 12 *Rosengren K J and Jaeger J E* The mechanical properties of an interlocked low porosity aggregate – *Geotechnique*, **18**, 317–326, 1968

Глава 9

Классификация скольных массивов

Х. Бок

9.1. Введение. Классификации разрабатывались как средство обобщения результатов, накопленных в процессе натурных исследований, в такой форме, чтобы обеспечить:

проектировщику – некоторую информацию о наиболее вероятном состоянии скального массива;

подрядчику – информацию, необходимую для составления сметных расценок (неопределенность в классификации пород нередко служит причиной возникновения разного рода взаимных претензий друг к другу у заказчика и подрядчика).

По этим двум причинам классификация имеет большое значение для любого строительства, использующего скальные массивы, и является одной из основных задач механики скальных пород. В последнее время было составлено несколько новых или по крайней мере улучшенных классификационных схем, полезность которых обсуждалась и была подтверждена на недавних симпозиумах по механике скальных пород. Все классификации носят эмпирический характер, не полностью выдержаны в понятиях механики скальных пород и, таким образом, не освобождают инженера от необходимости анализировать конкретные условия и находить собственные инженерные решения.

9.2. Классификация ненарушенных пород. 9.2.1. Геологическая классификация. Инженеры должны понимать и использовать обычные геологические (или литологические) классификации скальных пород, так как:

а) они являются частью языка геологов, в тесном контакте с которыми инженеры работают (табл. 9.1);

б) служат своего рода указателем возможных свойств пород; так, одни типы пород обладают низкой прочностью (туфы, каменная соль, см. рис. 9.2), а другие, например свежие мелкозернистые изверженные породы (в частности, базальты), очень прочны и очень хрупки. Некоторые породы под действием воды подвержены пучению (глинистые сланцы, загипсованные породы, рис. 9.1). Литологический состав может также служить указателем степени анизотропности, с которой приходится считаться инженеру (кровельные и кристаллические сланцы). Рис. 9.1 и 9.2 дают представление о влиянии некоторых литологических особенностей пород на технические сложности и стоимость работ по проходке туннелей.

9.2.2. Геомеханическая классификация. Несмотря на свою полезность,

Таблица 9.1

Литологическая классификация пород (наиболее распространенные осадочные, изверженные и метаморфические породы и их свойства, неблагоприятные с инженерной точки зрения)

Генетический тип пород	Наименование пород	Возможные неблагоприятные «инженерные» свойства пород
Осадочные породы (обломочного происхождения)	Песчаники Алевролиты Глинистые сланцы	Плохо бурятся — Подвержены пучению и усадке
Осадочные породы (химического происхождения)	Известняки Гипс Каменная соль	Карст (проседания), исключительно высокая водопроницаемость Пучится при доступе воды; агрессивность поровых вод Склонна к ползучести; выщелачивается
Изверженные породы (интрузивные)	Граниты Габбро Базальты	Склонны к выветриванию, в особенности крупнозернистые разности — Выветриваются до высокочувствительных глинистых минералов — монтмориллонитов
Метаморфические породы	Аспидные (кровельные) сланцы Кристаллические сланцы Гнейсы Кварциты	Весьма анизотропны, содержат различные пластинчатые минералы слюду, графит, тальк), являющиеся причиной низкой прочности на сдвиг Анизотропность Очень плохо бурятся

литологическая классификация полностью не удовлетворяет инженерным требованиям, поскольку одной в геологическом понимании породе могут быть присущи самые разнообразные механические свойства. С инженерной точки зрения, геологическая характеристика должна сопровождаться хотя бы одним параметром из ниже приводимых геомеханических свойств. В основу геомеханических классификаций ненарушенных пород положены:

прочность на одноосное сжатие (три класса по Коатсу [8]; пять классов по Дику и Миллеру [10], а также по Стейплдону [28], табл. 9.2; семь классов по Бенявскому [6], табл. 9.9);

«относительный модуль» E_t/σ_c по Дику и Миллеру [10];

показатель прочности при точечном приложении нагрузки J_s [12].

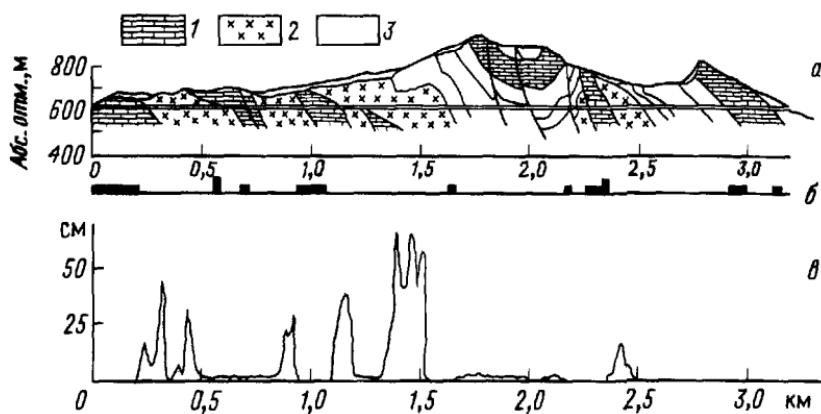


Рис. 9.1. Бельхенский туннель (Швейцарская Юра) *а* – продольный геологический профиль, *б* – водопритоки (в основном в известняках), *в* – пучение обратного свода (преимущественно в загипсованных породах) 1 – известняки, 2 – гипсонасочные слои, 3 – другие литологические разности

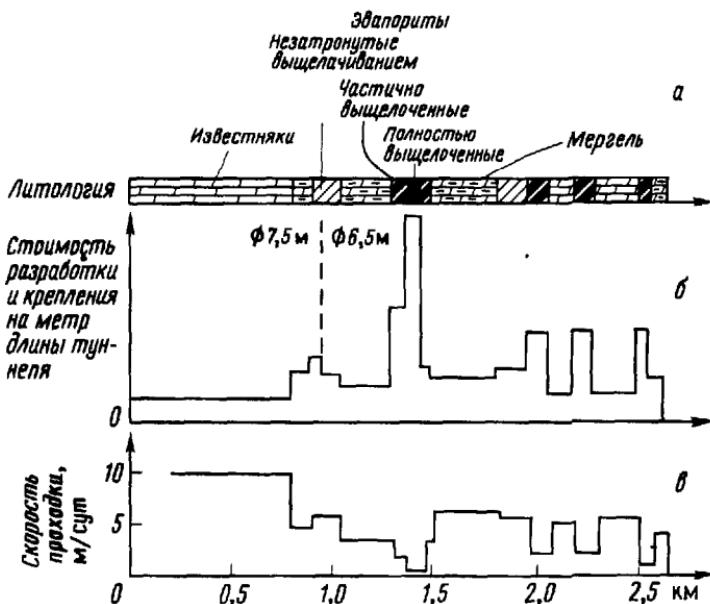


Рис. 9.2. Подводящий туннель гидроэлектростанции Ландл, Австрия [27] *а* – литология на участке туннеля длиной 2,6 км, *б* – стоимость разработки и крепления туннеля на единицу длины его (в относительном масштабе); *в* – скорость проходки (сильно зависит от литологических условий)

Таблица 9.2

Пример геомеханической классификации ненарушенных пород, основанной на прочности на одноосное сжатие [28].

Стэплдон считает, что породы средней и слабой категорий могут при водонасыщении терять до 80 % своей прочности. Из этого следует, что испытания в классификационных целях должны проводиться в стандартных условиях (т. е. в точно установленном сухом или водонасыщенном состоянии).

Категория пород	Сокращен-ные обозна-чения	Прочность на одноосное сжатие	
		МПа	фунт/кв дюйм
Очень слабые	VW	<7	<1 000
Слабые	W	7–20	1 000–3 000
Средней крепости	MS	20–70	3 000–10 000
Крепкие	S	70–170	10 000–25 000
Очень крепкие	VS	>170	>25 000

Классификационная система, предложенная Диром и Миллером [10], до сего времени широко применяемая в Америке, основана на прочности на одноосное сжатие σ_c и дополнительно на касательном модуле упругости E_t , измеренном при напряжении, соответствующем половине прочности на сжатие (рис. 9.3). Отношение этого модуля к одноосной прочности называется относительным модулем (modulus ratio). Дир и др. выделяют три класса пород: с высоким, средним и низким относительным модулем (см. табл. 9.3).

Классификационные диаграммы прочность на сжатие – модуль упругости строятся в логарифмическом масштабе. Два примера, приведенных на рис. 9.4, показывают, что:

а) экспериментальные значения как одноосной прочности, так и модуля упругости имеют большой разброс;

б) в то же время их соотношение имеет более или менее постоянную величину (значение относительного модуля в пределах от 200 до 700) независимо от прочности или от модуля упругости. Из этого следует, что относительный модуль не очень подходит для характеристики или для классификации ненарушенных пород.

Показатель прочности при точечном приложении нагрузки J_s [12] определяется на кернах породы методом соосных пuhanсонов. Прибор для такого рода испытаний состоит из небольшого гидравлического ломката и нагружочного устройства с легким каркасом. Керн сдавливается между торцами соосно расположенных пuhanсонов стандартного размера (рис. 9.5). В процессе испытания измеряются две величины: расстояние D между торцами и сила P , необходимая, чтобы расколоть

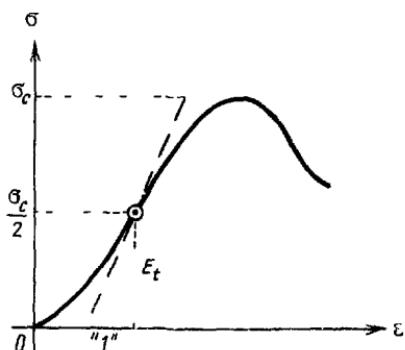


Рис. 9.3. Определение относительного модуля

Таблица 9.3

Классификация по относительному модулю [10]

Класс	Описание	Относительный модуль
H	Высокий относительный модуль	> 500
M	Средний относительный модуль	200–500
L	Низкий относительный модуль	< 200

керн. Показатель прочности J_s определяется из отношения P/D^2 (рис. 9.6). Теоретически таким способом определяется прочность на растяжение [17]. Однако результаты испытаний вполне удовлетворительно увязываются с другими параметрами, в том числе с прочностью на одноосное сжатие, что позволяет использовать их для вывода показателя прочности (рис. 9.7) в общем смысле.

Испытания с точечным нагружением имеют некоторые существенные преимущества:

а) образец разрушается при значительно меньших нагрузках, чем при сжатии (мощность требуемого домкрата не превышает 0,1 от требуемой в опытах со сжатием, и это облегчает загрузочную раму, которая в этом случае может быть портативной);

б) испытывать можно керны, взятые непосредственно из колонковой трубы без предварительной обработки.

Методика определения показателя J_s разработана вполне надежно до стандартного уровня [16], а необходимая для этого аппаратура поставляется промышленностью. Метод этот, простой и общепринятый, может быть рекомендован для целей классификации ненарушенных пород. Классификация по прочности приведена ниже в табл. 9.4.

9.3. Классификация нарушений сплошности. 9.3.1. Геологическая классификация. Нарушения сплошности (или поверхности ослабления) относятся к структурным особенностям и разделяют скальный массив

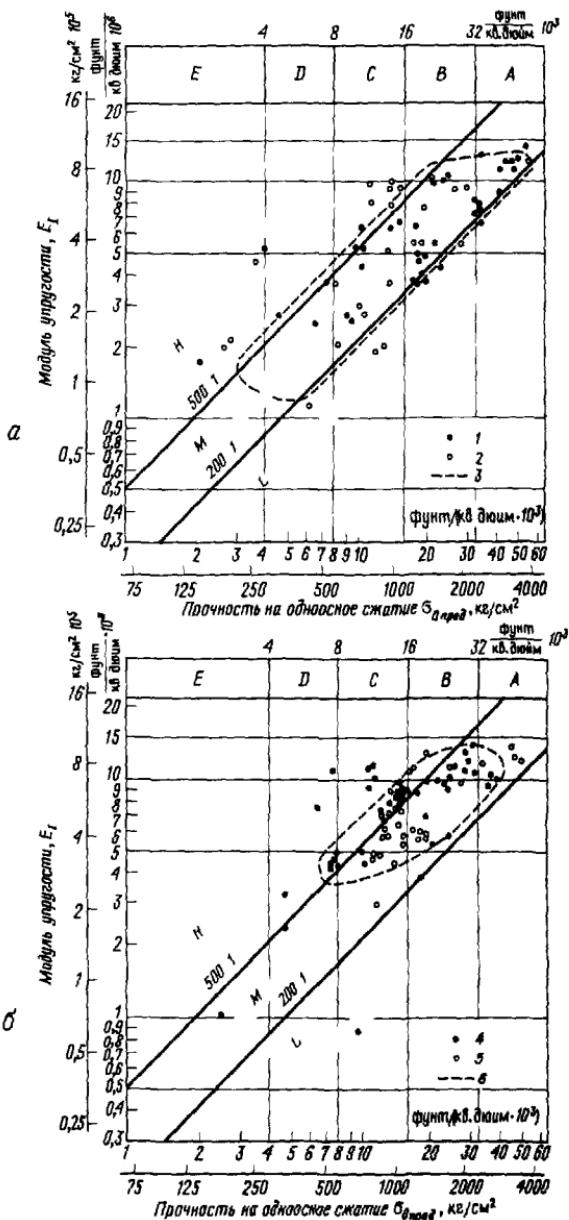


Рис. 9.4. Классификационные диаграммы, характеризующие относительные модули [9] а Данные по некоторым эфузивным породам 1 – базальты, 2 – андезиты, габбро и риолиты, 3 – 75 % результатов б Данные по осадочным породам 4 – известняки, 5 – доломиты, 6 – 75 % результатов. А – очень высокая прочность, В – высокая прочность, С – средняя прочность, D – низкая прочность, Е – очень низкая прочность, Н – высокий относительный модуль, М – средний относительный модуль, L – низкий относительный модуль

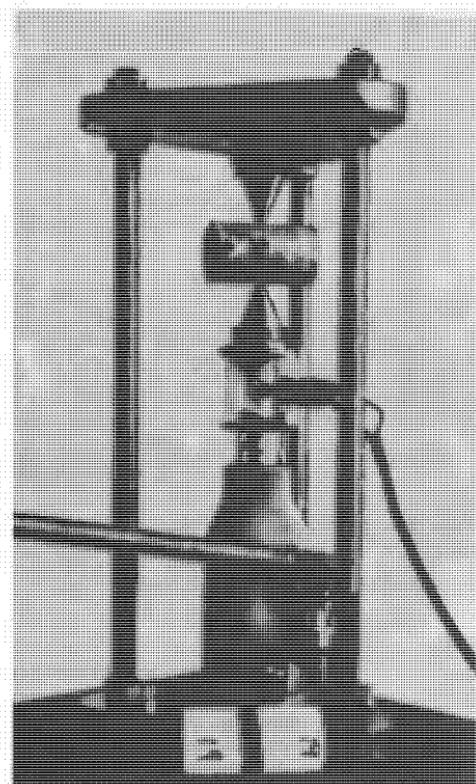


Рис. 9.5. Простое оборудование для испытаний на прочность при точечном приложении нагрузки [5]

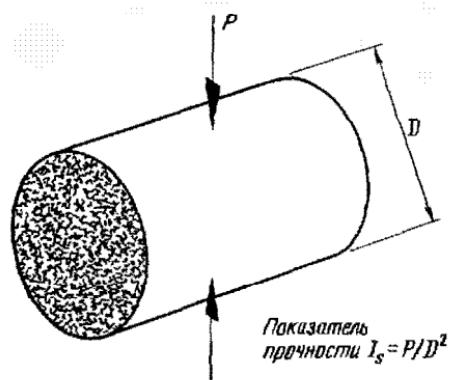


Рис. 9.6. Основные параметры в опыте с точечным приложением нагрузки.

на блоки ненарушенных пород. Многие инженеры объединяют эти нарушения под общим названием «трещины» (трещины в широком смысле слова), но это очень большое упрощение, так как механические свойства этих нарушений зависят от их генезиса. Следовательно, раз-

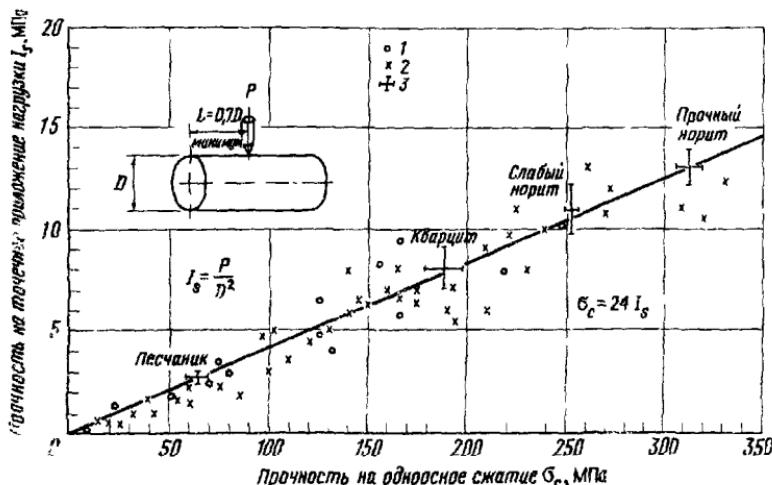


Рис. 9.7. Зависимость между показателем прочности на точечное приложение нагрузки I_s и прочностью на одноосное сжатие [5]. Источники данных: 1 – Broch and Franklin, 1972; 2 – D'Andrea et al., 1965; 3 – Бенявский [5].

Таблица 9.4

Классификация ненарушенных пород по прочности [5]

Описательная характеристика прочности	Прочность на одноосное сжатие, МПа	Прочность на точечное приложение нагрузки, МПа
Очень высокая	> 200	> 8
Высокая	100 – 200	4 – 8
Средняя	50 – 100	2 – 4
Низкая	25 – 40	1 – 2
Очень низкая	< 25	< 1

ломы, плоскости напластования, трещины (в узко генетическом смысле), кливаж и т. д. имеют различные геометрические и механические характеристики (табл. 9.5, рис. 9.8 и 9.9), поэтому геологическая классификация нарушений сплошности особенно важна для инженерных целей.

9.3.2. Геомеханическая классификация. Геомеханическая классификация нарушений сплошности основана на:

шаге или расстоянии между трещинами (пять классов по Дику [9], табл. 9.6; шесть классов по Франклину [12], табл. 9.11);

количестве систем трещин (девять классов по Бартону и др. [3]);

шероховатости поверхности трещин (пять классов по Пито [26], табл. 9.7; девять классов по Бартону и др. [3]);

мощности заполнения трещин (пять классов по Пито [26], табл. 9.8; 14 классов по Бартону [3]).

Таблица 9.5

Геологические плоскости и их основные геометрические характеристики

Геологическое описание	Характеристика поверхностей				
	Ориентация	Интервал, или шаг	Протяженность	Шероховатость	Заполнение
Разломы	В зависимости от направления тектонических сил	—	Большая	Низкая	Большое
Плоскости напластования	Выдержанная	Переменный	Большая	Переменная	Разное
Трещины:					
системные	Выдержанная	Меньше, чем у бессистемных	Большая	Малая	Среднее
бессистемные	Разная	Больше, чем у системных	Малая	Большая	Малое
Кливаж	Очень выдержанная	Очень малый	Средняя	Малая	Малое

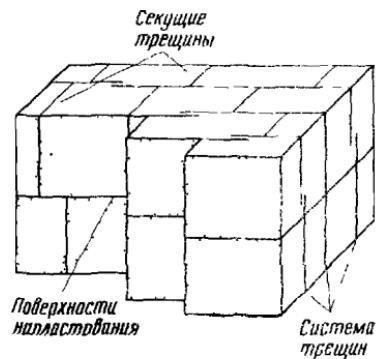


Рис. 9.8. Схематичная блок-диаграмма, показывающая взаимосвязь между преобладающими плоскостями напластования, системными и бессистемными (поперечными) трещинами [14].

Классификации, приведенные в табл. 9.7 и 9.8, составлены на примере рудника С. С. А. Кобар, Австралия. Они основаны на предложениях Питто [26] и Бартона [2].

9.4. Классификация скальных массивов. Механическое поведение скальных массивов зависит от свойств слагающих пород и нарушений сплошности, поэтому классификация массивов, несомненно, должна базироваться по меньшей мере на двух параметрах: один должен характеризовать сохранную породу и другой – нарушения сплошности.

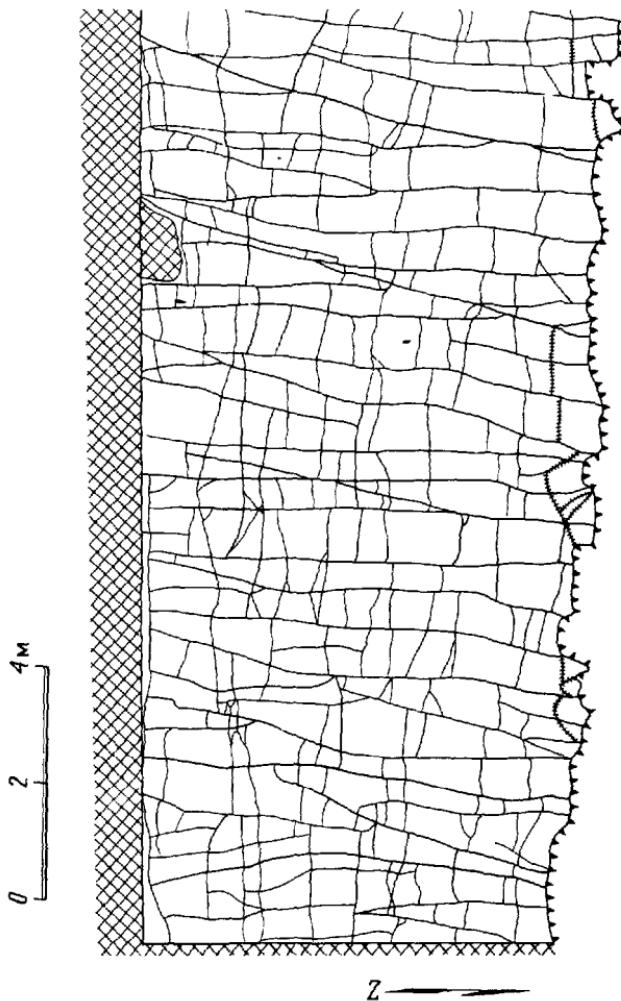


Рис. 9.9. Вид на субгоризонтальную плоскость напластования со следами системных и бессистемных сетей трещин в известняке [7].

Наиболее простым в этом отношении является предложение Мюллера [23] использовать в качестве параметров прочность на одноосное сжатие и расстояние между трещинами (оба показателя выражены на классификационных диаграммах в логарифмическом масштабе). Мюллер делит массивы по качеству на четыре категории (см. рис. 9.10). Похожую классификацию, но с делением на шесть категорий предложил Франклайн [12], см. рис. 9.11.

Однопараметровая классификация возможна благодаря использо-

Таблица 9.6

Классификация нарушений силоности по расстоянию между ними [9]

Описательная оценка расстояния	Расстояние между трещинами в единицах длины
Очень малое	< 5 см
Малое	5–30 см
Умеренно большое	30 см–1 м
Большое	1–3 м
Очень большое	> 3 м

Таблица 9.7

Классификация шероховатости поверхностей трещин

Дефекты (руник CSA)	Индекс шероховатости	Описание шероховатости
Кливаж в тальк-хлоритовой тектонической зоне	1	Зеркало скольжения
Послойный кливаж на поверхности трещин	2 3 4 5	Сглаженная Ясно выраженная ребристость Слегка ступенчатая Весьма грубая

Таблица 9.8

Классификация трещин по мощности залоннителя

Дефекты (руник CSA)	Категория	Мощность залоннителя, см
Трещины и мелкие разломы	1	0
	2	> 0, но < 0,6
	3	> 0,6, но < 1,25
	4	> 1,25, но < 2,5
Крупные тальк-хлоритовые тектонические зоны	5	> 2,5

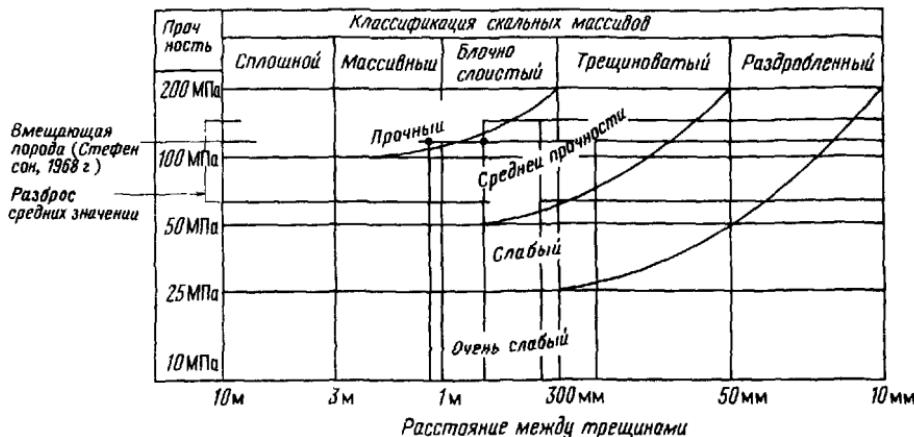


Рис. 9.10. Диаграмма классификации скальных массивов, предложенная Мюлером применительно к руднику ССА, Кобар [2]. Оценка прочности скальных массивов прочный массив – сцепление 70,2 МПа или угол трения $>40^\circ$, массив средней прочности – сцепление 0,1–0,2 МПа или угол трения 30–40°, слабый массив – сцепление 10–100 кПа или угол трения 20–30°, очень слабый массив – сцепление <10 кПа или угол трения $<20^\circ$. Под прочностью в таблице подразумевается прочность ненарушенной породы на сжатие. Классификация скальных массивов сплошной – практически без трещин, массивный – слегка трещиноватый блочно-слоистый – умеренно трещиноватый, трещиноватый – сильно нарушенный, раздробленный

ванию показателя качества породы RQD^* [10], определяемого по выходу керна при колонковом бурении и косвенно зависящего от количества трещин и степени выветрелости породы

$$RQD = \frac{\text{Суммарная длина кусков керна } \geq 10 \text{ см}}{\text{Глубина скважины}} \cdot 100 (\%)$$

(В расчет принимается только керн диаметром ≥ 50 мм, отобранный при колонковом бурении) Пример подсчета RQD приведен на рис 9.12.

Определение RQD требует отличного качества бурения из-за того, что разрушение породы при проходке скважины может отразиться на показателе. При высоких значениях RQD проявляется некоторая «нечувствительность» метода например, для скального массива, состоящего из блоков с длиной ребра 20 см, RQD может оказаться равным 100 %, и в то же время этот массив может быть очень неустойчивым в каких-то строительных ситуациях, т.е. отнюдь не иметь отличного качества

* Параметр RQD (rock quality designation) был предложен Диrom в 1963 г в работе *Deere D U Technical description of rock cores for engineering purposes, Rock Mechanics and Engineering Geology*, 1963, vol 1, p 18 – Прим. ред

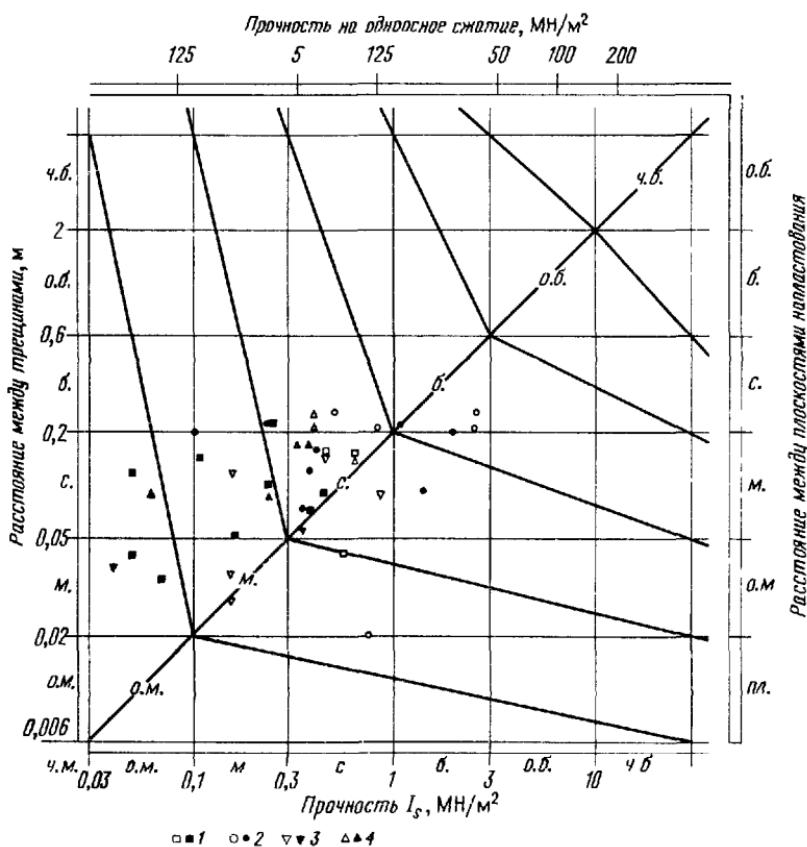


Рис. 9.11. Классификация скальных массивов [12]. Расстояние между трещинами и плоскостями напластования: ч.б. – чрезвычайно большое, о.б. – очень большое, б. – большое, с. – среднее, м. – малое, о.м. – очень малое, п.л. – пластичная отдельность. Описание пород (темные значения – Англия, светлые – Уэльс): 1 – подстилающий слой (глина), 2 – песчаник; 3 – аргиллит. 4 – алевролит и полосчатые слои

Классификационные системы как Мюллера – Франклина, так и *RQD* имеют общий недостаток – они не учитывают некоторые параметры, имеющие, как показал опыт, большое значение в механическом поведении скальных массивов. Это дало Бартону и др. [3] и Беняевскому [4, 6] повод к составлению многопараметровых классификационных систем. В обеих системах показатель качества скального массива *Q* выводится из шести параметров:

по Бартону и др.

$$Q = \frac{RQD}{J_n} \cdot \frac{J_R}{J_a} \cdot \frac{J_u}{SRF},$$

Выход керна, дюймы	Модифицированный выход керна, дюймы	RQD-показатель качества породы	Описание качества породы
10	10	0 - 25	Очень плохое
2		25 - 50	Плохое
2		50 - 75	Удовлетворительное
3		75 - 90	Хорошее
4	4	90 - 100	Очень хорошее
5	5		
3			
4	4		
6	6		
1			
2			
5	5		
<hr/> 50	<hr/> 34		
Выход керна 50/60=83%	RQD 34/60=57%		

Рис. 9.12. Выход керна — показатель качества скального массива [9]

здесь RQD — показатель качества по Диру; J_n — показатель количества систем трещин; J_R — показатель шероховатости поверхностей трещин; J_s — показатель выветрелости по трещинам; J — показатель степени обводнения трещин; SRF — коэффициент учета естественного напряженного состояния*.

по Беняевскому

$$Q = R_{B_n} + R_{RQD} + R_{d_j} + R_{s_j} + R_n + R_{o_j}$$

здесь R_{B_n} — параметр прочности на одноосное сжатие ненарушенной породы; R_{RQD} — параметр показателя RQD ; R_{d_j} — параметр расстояния между трещинами; R_{s_j} — параметр состояния трещин, R_n — параметр условий обводнения; R_{o_j} — параметр ориентации трещин. В обеих системах особое значение придается свойствам трещин (четыре параметра в системе Барттона и три — у Беняевского). В обоих случаях RQD рассматривается совместно с условиями обводнения массива. Нет ничего удивительного в том, что обе системы можно связать между собой (рис. 9.13). Подробные данные, необходимые для определения различных параметров по Беняевскому, приведены в табл. 9.9.

* Все вышеперечисленные показатели определяются по соответствующим шкалам, приведенным в табл. 1 в работе Барттона и др. [3] — Прим. ред

Таблица 9.9

Геомеханическая классификация скальных массивов [4]

А. Классификационные параметры

	Показатель прочности при точечном приложении на-	> 8	4-8	2-4	1-2	Лучше пользоваться показателями прочности на одноосное сжатие			
1	Прочность грунка, МПа								
1	ненарушенной породы	Прочность на одноосное сжатие, МПа	> 200	100-200	50-100	25-50	10-25	3-10	1-3
2	Оценка в баллах	15	12	7	4	2	1	0	
2	Качество бурового керна $RQD, \%$	90-100	75-90	50-75	25-50			<25	
3	Оценка в баллах	20	17	13	8			3	
3	Расстояние между трещинами	> 3 м	1-3 м	0,3-1 м	50-300 мм			<50 мм	
4	Оценка в баллах	30	25	20	10			5	
4	Характеристика трещиноватости	Очень шероховатые поверхности. Трещины короткие, сомкнутые, стенки твердые	Слегка шероховатые поверхности. Ширина трещин < 1 мм, стенки твердые	Слегка шероховатые поверхности. Ширина трещин < 1 мм, стенки мягкие	Зеркало скольжения яля глиника трения мощностью < 5 мм или открытые трещины шириной > 5 мм. Длинные трещины	Мягкая глиника трения мощностью > 5 мм или открытые трещины шириной > 5 мм. Длинные трещины			
	Оценка в баллах	25	20	12	6			0	

Продолжение табл 9.9

5	Приток на 10 м длины туннеля, л/мин	Отсутствует	<25	25–125	125
	Отношение напора трещинных вод к наибольшему главному напряжению	0	0,0–0,2	0,2–0,5	>0,5
	Общие условия	Совершенно сухо	Только влажность	Вода под умеренным давлением	Сложные проблемы, связанные с водой
	Оценка в баллах	10	7	4	0

Б. Оценка элементов залегания трещин

Оценка в баллах	Простижение и падение трещин	Очень благоприятное	Благоприятное	Удовлетворительное	Неблагоприятное	Очень неблагоприятное	
		в туннелях	0	-2	-5	-10	-12
		в основаниях	0	-2	-7	-15	-25
		в откосах	0	-5	-25	-50	-60
Простижение, перпендикулярное оси туннеля				Простижение, параллельное оси туннеля	Угол падения 0–20° независимо от простириания		
Проходка по падению		Проходка против падения					
Падение 45–90°	Падение 20–45°	Падение 45–90°	Падение 20–45°	Падение 45–90°	Падение 20–45°		
Очень благоприятное	Благоприятное	Удовлетворительное	Неблагоприятное	Очень неблагоприятное	Удовлетворительное	Неблагоприятное	

В. Классификация скальных массивов по 100-балльной шкале

Класс	I	II	III	IV	V
Описательная оценка	Очень хороший массив	Хороший массив	Удовлетворительный массив	Плохой массив	Очень плохой массив
Оценка в баллах	100 ← 90	90 ← 70	70 ← 50	50 ← 25	<25

Г. Характеристика классов скальных массивов

Класс	I	II	III	IV	V
Время стояния в незакрепленном виде	10 лет при пролете 5 м	6 мес при пролете 4 м	1 неделя при пролете 3 м	5 ч при пролете 1,5 м	10 мин при пролете 0,5 м
Сцепление в скальном массиве, к Па	> 300	200–300	150–200	100–150	<100
Угол трения в скальном массиве	45	40–45	35–40	30–35 °	<30 °
Дробимость породы (руды)	Очень плохая	С трудом, на крупные обломки	Удовлетворительная	Без труда, на мелкие обломки	Очень хорошая

На современном этапе развития механики скальных пород параметр Q и классификация скальных массивов (см. табл. 9.9, В) широко применяются в проектировании, например, для определения времени стояния незакрепленной выработки, дробимости руды (см. табл. 9.9, Г) или для определения временного крепления туннелей (см. табл. 9.10). «Необходимо тем не менее помнить, что классификации... как правило, основаны на эмпирических выводах, требующих перекрестной проверки в процессе строительства с помощью соответствующих натурных исследований и инженерного суждения» (Беняевский [6]).

9.5. Классификации специального назначения и для специфических районов. Классификация для туннелей. Первая классификация практического характера для туннелей была составлена Терцаги [29]. В ней содержались указания на типы и размеры туннельных крепей, и она широко использовалась в США до самого последнего времени. Лауффер [19] предложил классификацию скальных массивов вокруг туннелей в зависимости от эффективной длины незакрепляемого пролета подземной выработки и времени стояния незакрепленной выработки. Основные положения этой классификации применяются и сейчас (рис. 9.14).

Классификация движений массивов в открытых выемках. В геомеханике принято выделять два типа оползневых движений в открытых

Таблица 9.10

Указания для выбора временной крепи для туннелей неглубокого заложения диаметром от 5 до 12 м [6]

Класс скважинного массива	Способ разработки	Временная крепь		
		Анкерные болты* (для туннелей пролетом 10 м)	Торкрет	Металлическая крепь
I	Сплошным забоем с продвижением его на 3 м	Обычно крепление не требуется, за исключением анкеровки на отдельных участках		
II	Сплошным забоем с продвижением его на 1,0–1,5 м	Анкеры на отдельных участках кровли длиной 2–3 м с шагом 2–2,5 м, местами с металлической сеткой. Заканчивается в 20 м от забоя	50 мм в кровле, в основном для гидроизоляции	Не требуется
III	Верхним передовым забоем с продвижением его на 1,5–3,0 м	Систематическая анкеровка в кровле и в стенах болтами длиной 3–4 м с шагом 1,5–2 м в кровле с металлической сеткой. Заканчивается в 10 м от забоя	50–100 мм в кровле и 30 мм по бокам	Не требуется
IV	Верхним передовым забоем с продвижением его на 1,0–1,5 м	Систематическая анкеровка в кровле и в стенах болтами длиной 4–5 м с шагом 1–1,5 м с металлической сеткой. Заканчивается в 10 м от забоя	100–150 мм в кровле и по бокам. Крепление в процессе проходки	Местами, где это требуется, легкие стойки с шагом 1,5 м
V	Параллельными заходками с продвижением верхнего забоя на 0,5–1 м	Систематическая анкеровка в кровле и в стенах болтами длиной 5–6 м с шагом 1–1,5 м с металлической сеткой. Анкеровка лотка. Заканчивается в 5 м от забоя	150–200 мм в кровле, 150 мм в стенах и 50 мм в забое. Накладывается как можно скорее после производства взрывных работ.	Тяжелые стойки с шагом 0,75 м с металлической затяжкой

* Диаметром 20 см и длиной, равной половине пролета туннеля, полностью заделанные на полимерных смолах

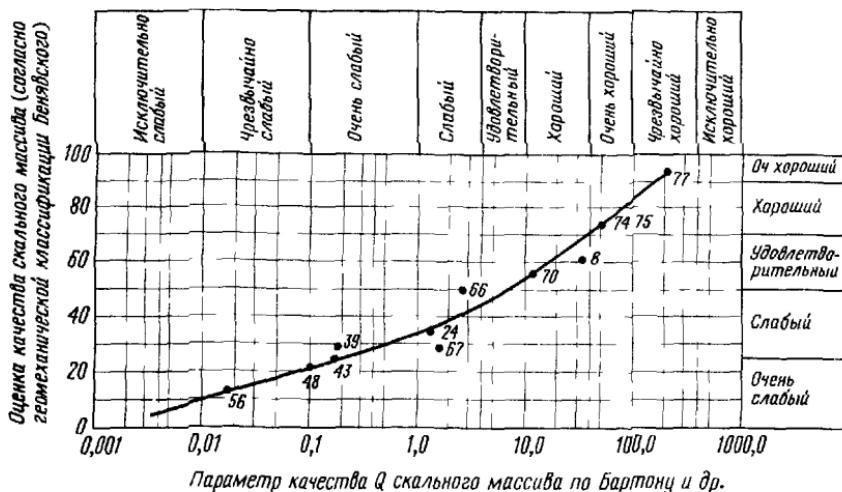


Рис. 9.13. Сопоставление качеств скальных массивов, определяемых по Бартону и др. и по Беняевскому соответственно (см. [25]). Цифры на кривой соответствуют нумерации в табл. 8 и 9 в работе Бартона и др. [3].

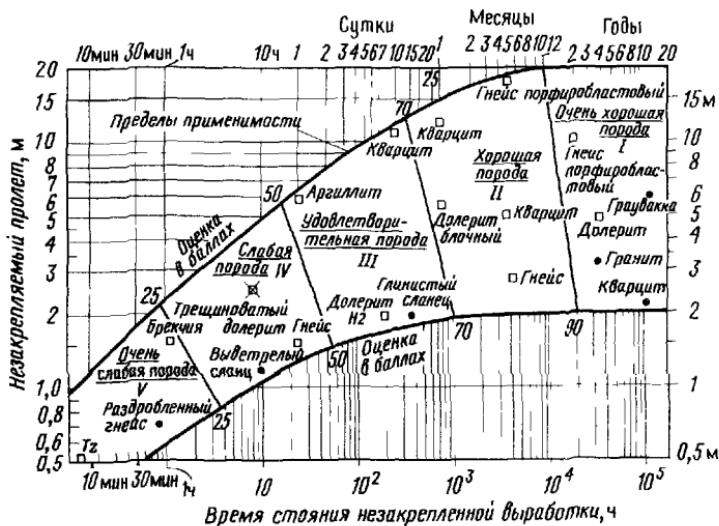


Рис. 9.14. Геомеханическая классификация скальных массивов для туннелей по Лауфферу (см. [6]).

выемках — скольжение и опрокидывание (сравнимые с движениями синтетических* и антисинтетических** разломов в структурной геологии) Как это видно из рис 9 15, оползневый тип разрушения может быть подразделен на плоский (двухмерный) и клинообразный (трехмерный) виды Фукс и Суини [11] описали мероприятия по борьбе с этими двумя и еще с одним (камнепад или глыбовый обвал) видом разрушения, см табл 9 11

Очень полезной с геомеханической точки зрения является классификация скальных массивов в основу которой положено число имеющихся поверхностей скольжения, как это показано на рис 12 17 [30] Точное выявление механизма разрушения,ющего возникнуть в склоне (откосе) имеет существенное значение в реалистичном анализе его устойчивости Более общие классификации движений массивов были предложены Гудманом и др [13] и Немчоком и др [24] В соответствии с геомеханическим характером и скоростью движения Немчок и др выделили следующие типы склоновых движений крип, оползень, поток обвал

Крип — длительное в геологическом понимании движение с неувеличивающейся скоростью без ясно выраженных поверхностей скольжения (рис 9 16, примеры 1—9)

Оползень — склоновое движение связной массы грунта вдоль одной или нескольких хорошо выраженных поверхностей скольжения (рис 9 16, примеры 10—14, см также классификацию Троллопа, рис 12 17)

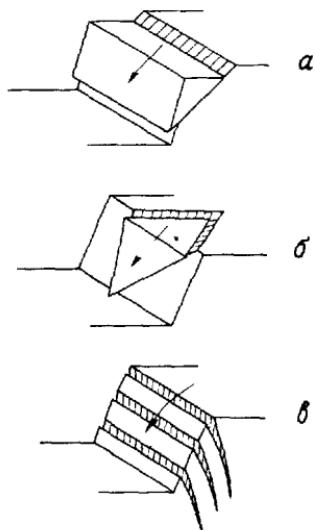


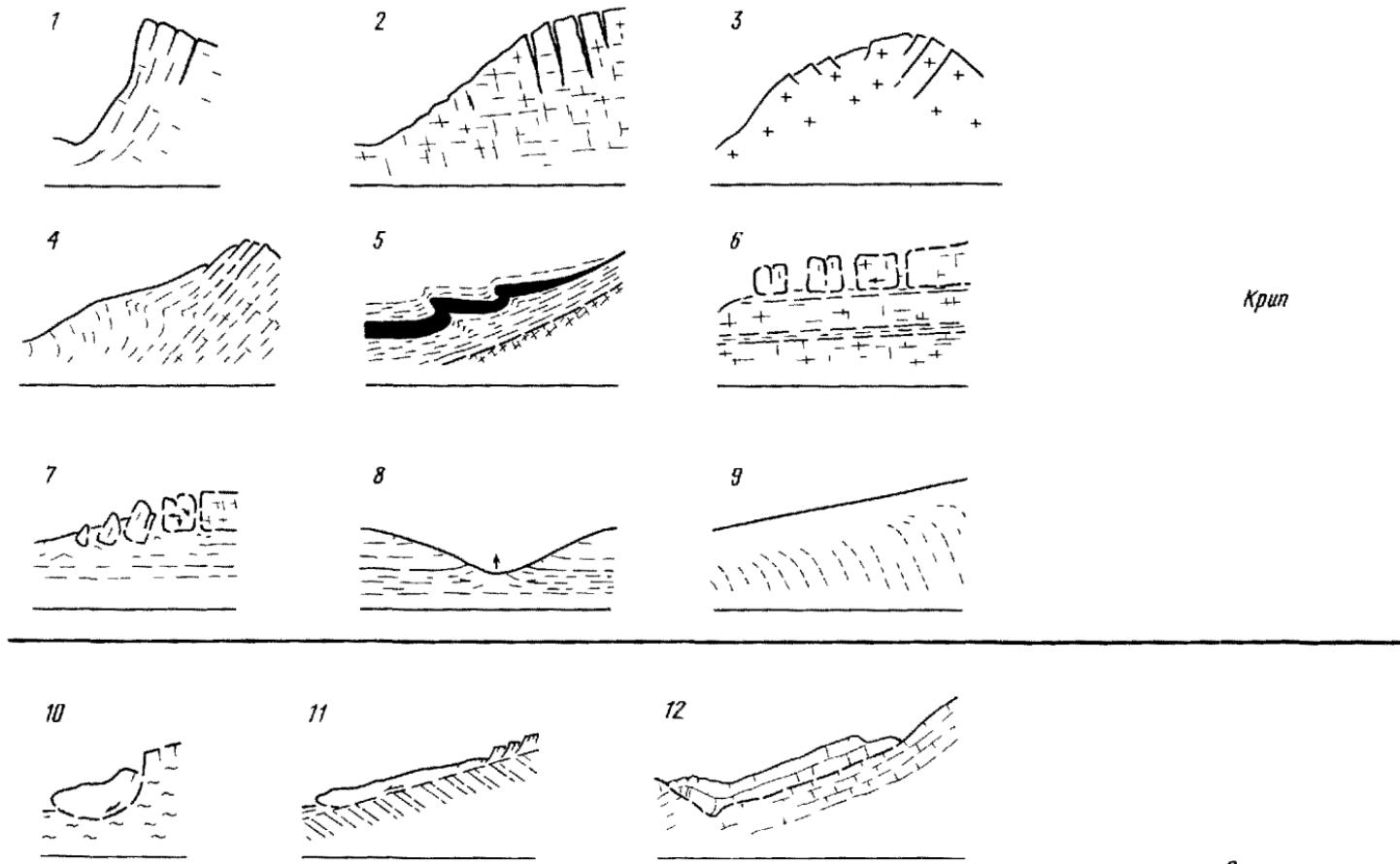
Рис 9.15. Основные типы разрушения скальных откосов по Хуку и др [15] а — плоский сдвиг в хорошо упорядоченных структурах как например кровельный сланец б — клиновидное разрушение по двум нарушенням сплошности, в — опрокидывание в твердых породах с круто-падающими нарушеннями сплошности

* Второстепенный нормальный сброс имеющий ту же ориентировку что и главный сброс — *Прич перв*

** Второстепенный нормальный сброс падающий в сторону противоположную падению главного сброса с которым он связан — *Прич перв*

THIS IS A PAPER COPY OF THE WORKS OF WILLIAM SHAKESPEARE

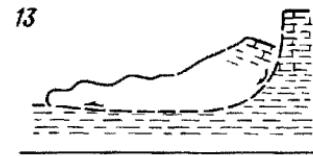
Учебные документы: 1 - практическое приложение к курсу, 2 - практическое руководство в управлении отечеством, 3 - практическое занятие по истории и ее методам



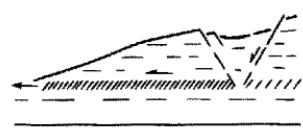
Круп

Оползание

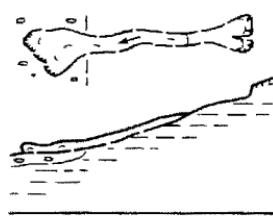
13



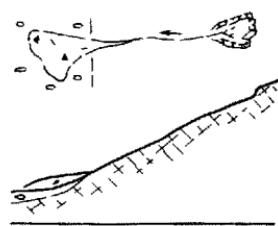
14



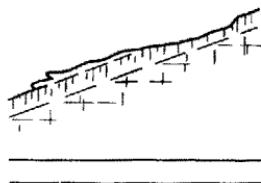
15



16

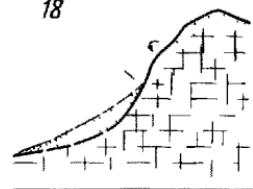


17

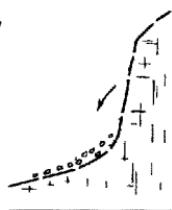


Поток

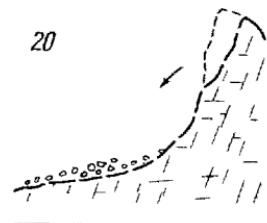
18



19



20



21



Рис. 9.16. Классификация оползней по Немчоку и др. [24]. Примеры четырех типов движения крипа (1—9), оползания (10—14), потока (15—17) и обвала (18—21)

Поток – склоновое движение грунта и скальных пород аналогичное движению жидкости (рис 9 16, примеры 15–17)

Обвал – внезапное склоновое движение, движущиеся массы на короткое время теряют свое сцепление и контакт с подстилающей породой (рис 9 16, примеры 18–21)

Классификации для буровых работ см в работах Мейдла [20] и Бейли и др [1]

Классификации для взрывных работ см в работах Лангефорса и Кильстрема [18] и Мосинетса и др [21]

Классификация для специфических районов Примером может служить классификация выветрелых гранитов района Снежных гор, Австралия, предложенная Мойе [22] и позволившая проектировщикам составить необходимые технические условия на крепление с учетом опыта, ранее приобретенного на объекте

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 *Bailey S G and Bamford W E* Drillability predictions from laboratory tests – Nat Sympos rock fragmentation Adelaide, 105–110, 1973
- 2 *Barton C M* A geotechnical analysis of rock structure and fabric in the C S A Mine, Cobar, New South Wales – CSIRO Aust Div Appl Geomech Tech, Pap, 24, 1–30, 1977
- 3 *Barton N, Lien R and Lunde J* Engineering Classification of Rock Masses for the Design of Tunnel Support – Rock Mech, 6, 189–236, 1974
- 4 *Bierniawski Z T* Engineering Classification of jointed rock masses – Transact S Afr Inst Civil Eng, 15, 335–342, 1973
- 5 *Bierniawski Z T* Estimating the Strength of Rock Materials – J S Afr Inst Min Met, 74, 312–320, 1974
- 6 *Bierniawski Z T* Case Studies Prediction of Rock Mass Behavior by the Geomechanic Classification – Proceed 2nd A N Z Conf Geomech, 36–41, 1975
- 7 *Bock H* Geologic properties of joint planes and their influence on the strength of geological bodies (in German) – Habilschr Geologie Univ Bochum, 1–201, 1976
- 8 *Coates D F* Classification of rocks for rock mechanics – Int J Rock Mech Min Sci, 1, 421–429, 1964
- 9 *Deere D U* Geological Considerations – In Stagg K G and Zienkiewicz O C Rock Mechanics in Engineering Practice 1–442, London (Wiley and Sons), 1968
- 10 *Deere D U and Miller R P* Engineering Classification and index properties for intact rock – Techn Rep Air Force Weapons Lab No AFWL-TR-65-116, New Mexico 1966
- 11 *Fookes P G and Sweeney M* Stabilization and control of local rock falls and degrading rock slopes – Quart J Eng Geol, 9, 37–55, 1976
- 12 *Franklin J A, Broch E and Walton G* Logging the mechanical character of rock – Transact Inst Min Metall Sect A, 80, A1–A9, 1971
- 13 *Goodman R E and Duncam J M* The role of structure and solid mechanics in the design of surface and underground excavations in rock – In Structure, Solid Mechanics and Engineering design, Part 2, 1379–1404, London (Wiley), 1971

- 14 *Hodgson R A* Regional Study of jointing in Comb Ridge-Navajo Mountain Area, Arizona and Utah – Bull Amer Ass Petrol Geol **45**, 1–38, 1961
- 15 *Hoek E and Lunde P* Surface workings in rock – Proceed 3rd Congr Int Soc Rock Mech, IA 613–654, Denver 1974
- 16 *ISRM (Intern Soc Rock Mech)* Suggested methods for determining the point-load strength index of rock materials – ISRM Committee on Standardization of Lab Tests, I 8–13, 1972
- 17 *Jaeger J C and Cook N G W* Fundamentals of Rock Mechanics – I–513, London (Methuen), 1969
- 18 *Langeforce U and Kihlström B* The modern technique of rock blasting – 405 pp, New York (Wiley and Sons) 1963
- 19 *Lauffer H* Gebirgsdruckklassifizierung für den Stollenbau – Geol Bauwes **24**, 46–51, 1958
- 20 *Maidl B* Classification of rocks according to their drillability (in German) – Rock Mech, **4**, 25–44, 1972
- 21 *Mosinets V N et al* Classification of rock according to the expenses of blasting – Soviet Min Sci, **1**, 21–26, 1967
- 22 *Moyle D G* Engineering Geology of the Snowy Mountains Scheme – J Inst Eng Australia, **27**, 287–298, 1955
- 23 *Müller L* Der Felsbau, Bd 1-1-624, Stuttgart (Enke), 1963
- 24 *Nemčok A, Pásek J and Rybař J* Classification of Landslides and other Mass Movements – Rock Mech, **4**, 71–78, 1972
- 25 *Pells P J N* Discussion on the Paper "Engineering Classification of Rock Masses for the Design of Tunnel Support", by N Barton, R Lien and J Lunde – Rock Mech, **7**, 246–248, 1975
- 26 *Piteau D R* Characterizing and Extrapolating Rock Joint Properties in Engineering Practice – Rock Mech Suppl, **2**, 5–31, 1973
- 27 *Spaun G* Tunnelbaugeologie – Bauvertrag – Bauabwicklung – Bundesmin. Bauten u Techn Austria, Strassenforsch, **18**, 7–13, 1974
- 28 *Stapledon D H* Discussion on paper by COATES and PARSONS – Int J Rock Mech Min Sci, **5**, 371–373, 1968
- 29 *Terzaghi, K i* Introduction to tunnel geology – In Rock Tunneling with steel support Ed PROCTOR R V and T L WHITE 17–99 Youngstown (Comm Shearing and Stamping Co), 1946
- 30 *Trollope D H* The Stability of Rock Slopes – Vac School in Rock Mech Dept Eng Univ Coll Townsville, 1969

Глава 10

Физическое моделирование

Х. Бок

10.1. Введение. Предварительным условием рационального анализа и проектирования сооружения в условиях скальных пород (как, впрочем, и всякого инженерного сооружения) является создание такой модели, которая воплощает заданные важные свойства реального объекта, а второстепенные характеристики, не нуждающиеся в изучении, игнорирует. Упрощение действительных условий и концентрация внимания на основных моментах позволяют сделать задачу доступной для математического и экспериментального исследования.

Модели – это инженерные представления, которые могут быть

- а) сформулированы математически (*математические модели*). Например, утверждается, что скальная порода в массиве ведет себя как линейно-упругая среда, и напряженно-деформированное состояние массива анализируется при помощи линейной теории упругости;
- б) материализованы в виде *физических моделей*.

И те и другие модели широко применяются в механике скальных пород. Хотя в последнее время наметилась тенденция к более широкому использованию математических моделей, можно сказать, что физические модели еще сохраняют важное значение как в научной, так и в практической работе.

10.2. Задачи физического моделирования. Физические модели можно использовать в самых разных целях.

- а) *Демонстрационные модели* предназначены для демонстрации объемного решения проектируемого сооружения или уже известных механических и геометрических эффектов (например, демонстрация механизма опрокидывания на модели с фрикционной базой; см. разд. 10.4.1).

- б) *Определительные модели* разрабатываются для получения конкретных решений. Модель сооружения испытывается при условиях, подобных условиям работы прототипа. Сооружение в скальных породах воспроизводится с сохранением основных черт, но в меньшем масштабе. Модель помещается в соответствующие условия нагружения (с учетом естественных напряжений, гравитационного воздействия и др.). Если макет изготовлен с высокой точностью, то в результате можно получить не только качественную кинематическую схему работы объекта, но и определенную информацию о возможных количественных характеристиках. Вероятно, наиболее широко известные примеры такого рода

моделей в механике скальных пород – это модели арочных плотин (см. разд. 10.3.1).

в) *Эвристические модели* направлены на выработку новых представлений и идей о сложных явлениях на основе *прямых наблюдений*. Испытывая модель и наблюдая процессы деформации и разрушения, хороший инженер находит новые решения и выводы с помощью ассоциаций, он может видеть в явлении нечто подобное тому, что, возможно, наблюдал при совсем иных условиях. Эвристические модели, таким образом, особенно полезны в научном смысле и в какой-то мере – в практическом.

Деление всех моделей на три подгруппы весьма условно, и часто трудно определить, к какой из них относится та или иная физическая модель. В моделях для решения конкретных задач обычно присутствуют черты эвристических моделей, и можно утверждать, что именно они, вызывая новые ассоциации, пробуждая дух новаторства и интуицию, определяют значимость физического моделирования в механике скальных пород и в проектировании.

10.3. Виды физических моделей. Денкхаус [3] выделяет два принципиально различающихся типа физических моделей: эквивалентные и аналоговые модели.

10.3.1. Эквивалентные модели. При создании эквивалентной модели условия, характеризующие реальную задачу, воспроизводят в определенном (как правило, меньшем) масштабе. Исследователь должен изучить физические параметры задачи и изготовить модель, соблюдая законы подобия. Эквивалентные модели особенно полезны в тех случаях, когда постановка и решение математической задачи затруднительны или соотношения между теми или иными характеристиками неизвестны. Примерами эквивалентных моделей служат модели арочной плотины на скальном основании (рис. 10.1) и подземной выработки в слоистых породах (рис. 10.2).

Методику воспроизведения физических условий при создании эквивалентных моделей подсказывает теория механического подобия (см., например, [6]). В статических задачах она сводится к выполнению условия

$$\lambda = \frac{\xi}{\rho}, \quad (10.1)$$

где

$$\lambda = \frac{L}{L'} = \frac{\text{единица длины прототипа}}{\text{единица длины модели}}, \quad (10.2)$$

$$\xi = \frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{\text{единица напряжений прототипа}}{\text{единица напряжений модели}}, \quad (10.3)$$

$$\rho = \frac{\sigma \cdot L}{\sigma' \cdot L'} = \frac{\text{единица удельного веса прототипа}}{\text{единица удельного веса модели}}. \quad (10.4)$$

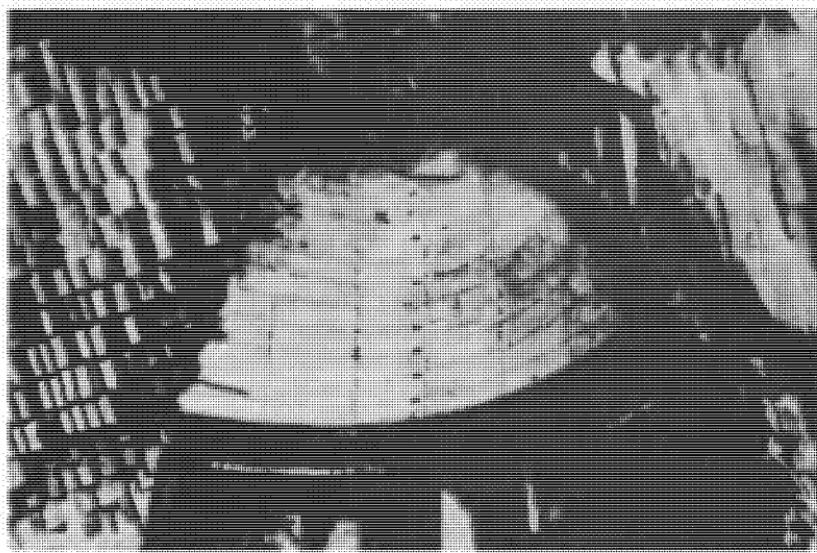


Рис. 10.1. Эквивалентная геомеханическая модель бетонной арочной плотины ISMES, Италия [7]

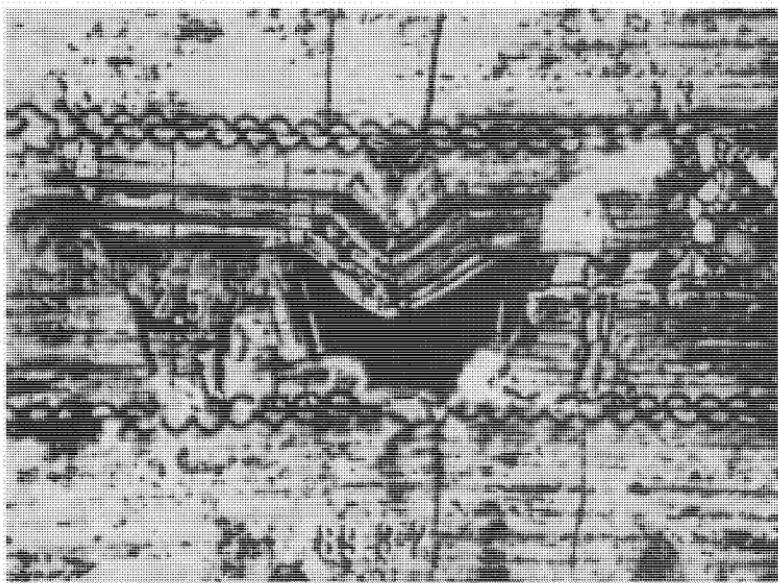


Рис. 10.2. Эквивалентная геомеханическая модель, демонстрирующая изгиbie разрушение слоистой кровли выработки [4]

Если удельный вес материала прототипа и модели одинаков (что более или менее отвечает практическим условиям, за исключением случаев моделирования на центрифуге), уравнение (10.4) принимает вид

$$\frac{L}{L'} = \frac{\sigma}{\sigma'}$$

или

$$L = L' \quad (10.5)$$

Это означает, что физические характеристики, имеющие размерность напряжений (прочность, модуль упругости, сцепление и т. д.) должны быть воспроизведены на модели с учетом того же масштабного фактора, что и линейные размеры. Безразмерные характеристики, такие, как коэффициент Пуассона, угол внутреннего трения, относительные деформации, остаются при этом без изменения.

Эквивалентные модели, в особенности те из них, которые были предназначены для количественного определения параметров механического поведения массивов горных пород и условий безопасности, подвергаются все возрастающей критике по трем причинам (см. [12]).

1) Создание достаточно точной эквивалентной модели связано с большими затратами времени и средств. Эти затраты могут оказаться

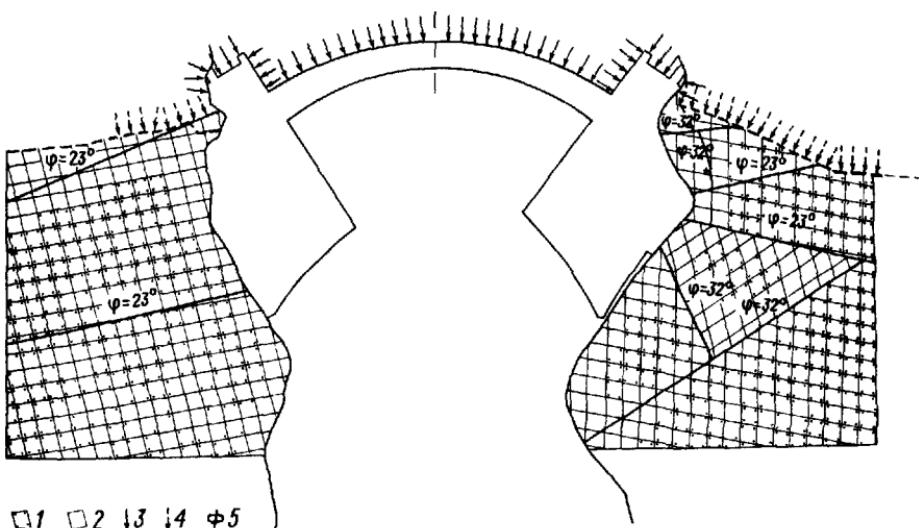


Рис. 10.3. Эквивалентная модель арочной плотины Рапел, Чили, с различным характером трециноватости скальных примыканий [5]. 1 — модуль деформации образца $E = 300\,000$ кг/см 2 , модуль деформации массива $E = 160\,000$ кг/см 2 , 2 — модуль деформации образца $E = 100\,000$ кг/см 2 , модуль деформации массива $E = 70\,000$ кг/см 2 , 3 — давление воды на плотину, 4 — давление воды на цементационную завесу, 5 — угол внутреннего трения трещин.

неоправданными, когда на модели необходимо воспроизвести такие детали, как изменение модуля деформации или характера трещиноватости (рис. 10.3).

2) Невозможно создать модель, строго эквивалентную прототипу по всем механическим параметрам, как того требует теория (см. [9]).

3) На эквивалентных моделях невозможно исследовать влияние изменения геотехнических параметров. Сегодняшняя механика скальных пород, однако, очень нуждается в такой возможности для решения теоретических и практических задач (см. анализ «чувствительности» в гл. 2.1).

Главным образом по этой третьей причине эквивалентное моделирование все более интенсивно вытесняется численным, хотя физические модели иногда все еще рассматриваются как оправданные для решения объемных задач, так как другие методы инженерного анализа пока не могут учесть всего комплекса кинематических и геологических факторов в трехмерной постановке.

10.3.2. Аналоговые модели. Для использования аналоговой модели необходимо, чтобы ее поведение подчинялось тем же математическим зависимостям, что и механические свойства скального массива (при создании эквивалентной модели это условие, как правило, не соблюдается). Если удается обнаружить, что два разных физических процесса могут быть описаны одними и теми же математическими формулами, то один из них можно представить как модель другого, хотя они могут и не иметь никакого физического сходства.

Пример 1. Фильтрация грунтовой воды в водонасыщенных скальных породах подчиняется тем же дифференциальным зависимостям, что и прохождение электрического тока через проводник. Поэтому задачи по фильтрации и дренированию можно изучать при помощи аналоговой физической модели, представляющей собой набор электрических сопротивлений (рис. 10.4).

Пример 2. Теория упругости утверждает, что в случае постоянных объемных сил дифференциальные уравнения, характеризующие распределение напряжений в теле, не содержат упругих констант материала. Таким образом, распределение напряжений для всех изотропных материалов будет одинаковым.

Это заключение имеет большую практическую ценность – можно определять картину распределения напряжений оптическим методом на фотоупругих моделях, изготовленных из прозрачных материалов, таких, как оргстекло или эпоксидная смола, используя поляризованный свет. А из вышеизложенного следует, что результаты, полученные в таких опытах, могут быть перенесены на другие материалы, в том числе скальные породы (рис. 10.5).

10.4. Нагружение моделей. В большинстве физических моделей нагрузжение осуществляется обычными методами:

созданием усилий на контуре модели при помощи механических

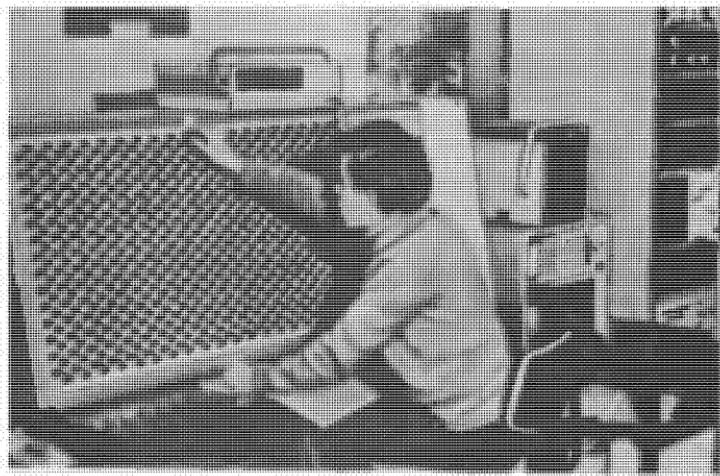


Рис. 10.4. Электрическая аналоговая модель для решения фильтрационных задач [11].

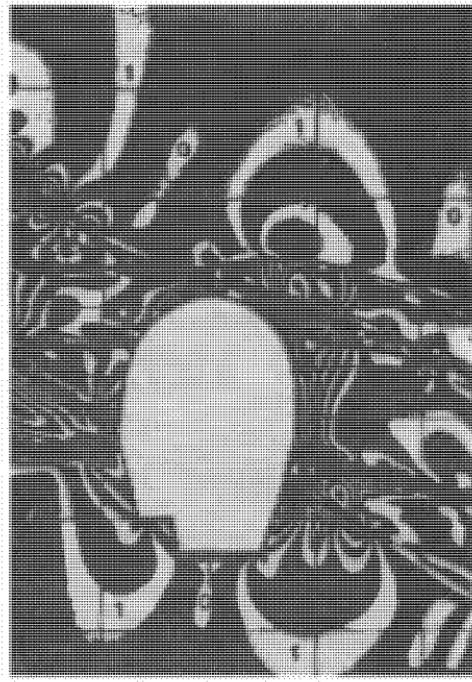


Рис. 10.5. Фотоупругая модель подземного машинного зала электростанции с изоклиниами (линиями постоянных максимальных касательных напряжений) [14].

и гидравлических домкратов или заданием деформаций контура посредством жестких ограничителей;

собственным весом модели массива (например, при исследовании устойчивости откосов [13, 2]).

Возможно и иное нагружение моделей другими способами:

с помощью сил сопротивления сдвигу, как это делается в моделях с фрикционной базой;

посредством центробежных сил, возникающих в центрифуге. На этих двух методах передачи нагрузки следует остановиться особо.

10.4.1. *Модели с фрикционной базой* были предложены Гудманом в 1971 г. и нашли с тех пор широкое применение в механике скальных пород. В этих плоских установках гравитационные силы имитируются силами трения, возникающими при протягивании ленты под моделью объектов (рис. 10.6).

Ашби [1] и Спэнг [15] показали, что такой метод обеспечивает замечательную точность воспроизведения гравитационных сил. Он объединяет в себе простоту, точность и наглядность. На рис. 15.5 будет показано, как полезны такие модели в механике скальных пород, например при проектировании контуров подземных выработок.

10.4.2. *Центробежное моделирование*. В прошлом много раз предпринимались попытки ввести центробежное моделирование в практику проектирования [10] и научных изысканий в области механики скальных пород [16]. Основное достоинство моделей такого рода вытекает из уравнения (10.4):

$$\rho = \frac{\sigma \cdot L}{\sigma' \cdot L} = \frac{\text{единица удельного веса прототипа}}{\text{единица удельного веса модели}},$$

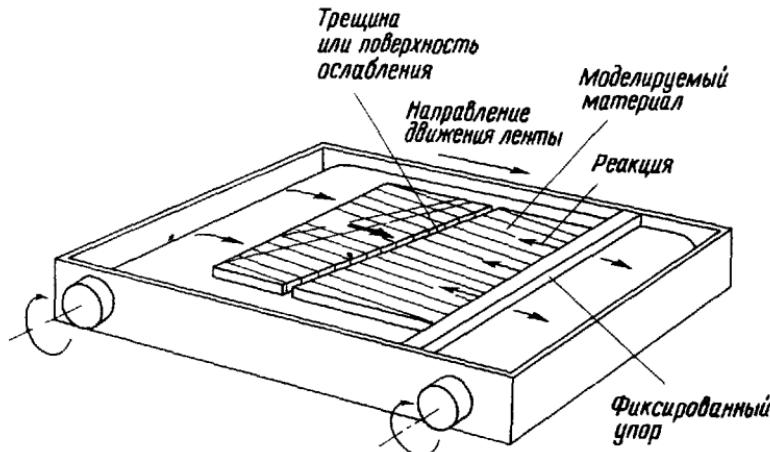


Рис. 10.6. Установка с фрикционной базой [9]. Сила собственного веса моделируется силами трения, возникающими при протяжке ленты под моделью, упирающейся в фиксированную пластику.

или

$$\frac{\sigma}{\sigma} \frac{L}{L} = \frac{g}{a},$$

где g — ускорение силы тяжести (для прототипа), a — центростремительное ускорение (для модели)

Стефенсон и др ([16], с 507) получали на своих моделях центростремительное ускорение порядка 3000 g . При таких условиях требуется прочность материала модели, в 3000 раз превышающая обычную прочность модельных материалов

«Возможность использования для моделей материалов такой большой прочности чрезвычайно расширяет выбор и увеличивает, в частности, вероятность отыскания такого материала, все свойства которого будут соответствовать свойствам прототипа»

Главный недостаток центробежного моделирования состоит в жестких ограничениях размеров моделей — их объем не должен превышать нескольких кубических сантиметров. Это, возможно, основная причина того, что такие модели не имеют успеха в механике скальных пород

10.5. Заключение. Физические модели являются хорошим инструментом исследования закономерностей механического поведения сооружений в скальных породах. Сравнительно простые модели, такие, как модели с фрикционной базой, обеспечивают при несложных испытаниях относительную точность и доступность наблюдений

Создание эквивалентных моделей требует больших затрат времени и средств, эти модели не допускают изменения параметров в процессе исследований, в связи с чем они все больше заменяются численными моделями. То же относится и к аналоговым моделям, которые однако, по-прежнему хороши для демонстрационных целей

Все физические модели позволяют осуществлять прямые наблюдения за своим механическим поведением при испытаниях, что помогает постигать новые закономерности и может рассматриваться как их особо ценное свойство

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Ashby J P Sliding and toppling modes of failure in models and jointed rock slopes — M Sc Thesis Univ London (Imperial Coll), 1–40, 1971
- 2 Barton N R A Model Study of the Behaviour of Steep excavated Rock Slopes — 1–376 Diss Imp Coll London 1971
- 3 Denkhaus H G Discussion comments — Proceed, Sympos Planning Open Pit Mines Johannesburg 277–278 1970
- 4 Everling G Model tests concerning the interaction of ground and roof support in gate-roads — Int J Rock Mech Min Sci 1, 319–326, 1964
- 5 Fumagalli E Model simulation of rock mechanics problems — In Stagg K G and Zienkiewicz O C (ed) Rock Mechanics in Engineering Practice, 353–384, London (Wiley), 1968
- 6 Fumagalli E U Statical and Geomechanical Models — 1–182, Wien/New York (Springer), 1973

-
- 7 *Fumagalli E* Examples of advanced geomechanical modelling – ISMES News, 73, 1–14, Bergamo, 1976
 - 8 *Goodman R E* Geological investigations to evaluate stability – Proceed 2nd Conf on Stability for open pit mines Vancouver (AIME), 1971
 - 9 *Goodman R E* Methods of geological engineering in discontinuous rocks – 472 p, St Paul (West Publish Comp), 1976
 - 10 *Hoek E* The design of centrifuge for the simulation of gravitational force fields in mine models – J South Afr Inst Min Met, 65, 455–487, 1965
 - 11 *Hoek E and Bray J* Rock slope Engineering – 309 pp, London (Inst Min Met), 1974
 - 12 *Muller L* Sinn und Berechtigung von Modellversuchen in der Geomechanik – Forschung – Jahresber, SFB 77 Felsmech Univ Karlsruhe, 1975, 31–47, 1976
 - 13 *Muller L and Hoffmann H* Selection compilation and assessment of geological data for the slope problem – Proceed Sympos Planning Open Pit Mines, Johannesburg, 153–170, 1970
 - 14 *Rescher O J, Abraham K H, Bräutigam F and Pahl A* The construction of an underground chamber with geomechanical conditions taken into consideration (in German) – Rock Mech Suppl, 2, 313–354, 1973
 - 15 *Spang R M* Möglichkeiten und Grenzen des Base Friction Konzepts – Rock Mech, 8, 185–198, 1976
 - 16 *Stephanson O and Ramberg R* Centrifuged models in rock mechanics – Proceed 1st Congr Int Soc Rock Mech, 3, 506–509, Lisbon, 1966

Глава 11

Численное моделирование в механике сплошной среды

Б. С. Бест

11.1. Введение. Понятие континуума и краткое изложение основных принципов теории упругости и теории пластичности приведены в гл. 3. Там внимание было сконцентрировано на трудностях, которые стоят на пути получения решений практических задач механики континуума.

Появление вычислительных машин вооружило сегодняшних специалистов инструментом для проведения таких быстрых и точных вычислений, что перед учеными открылись новые горизонты, о которых нельзя было и мечтать двадцать лет назад. Во всяком случае, задачи, не поддающиеся решению в замкнутой форме, стало возможным решать с заданной точностью, используя численные методы. В этой главе дано краткое описание имеющихся в нашем распоряжении численных методов решения, в частности более или менее подробное изложение одного из них — метода конечных элементов, и рассмотрены проблемы решения задач с учетом упругости, пластичности и вязкости материала.

Те приемы, которые изложены ниже, уже нашли широкое применение при исследовании прочности и устойчивости скальных массивов. Возможность или невозможность использовать законы механики континуума для описания исследуемого материала зависит от его свойств: ненарушенная скальная порода ведет себя как сплошная среда, сильно трещиноватая нет. Если читатель не уверовал по ошибке в то, что механика сплошной среды даст окончательные ответы на все вопросы механики скальных пород, то численные методы позволят ему изучить поведение скальных массивов при самых различных свойствах материала. Такое исследование поможет определить наиболее опасную их комбинацию в данной ситуации и обеспечит получение информации о поведении массива в случае изменения каких-то характеристик.

11.2. Численные методы. В настоящее время имеется множество численных методов решения задач, но мы рассмотрим в общих чертах следующие три:

1) метод конечных разностей; 2) метод граничных интегральных уравнений, 3) метод конечных элементов.

Подходы, рассмотренные в гл. 3, обеспечивают получение дифференциальных уравнений, описывающих состояние сплошной среды во всех ее точках. Подразумевается, что решение этих уравнений в любой

точке удовлетворяет требуемым условиям. При численном решении задачи стремятся получить его в виде аппроксимации сначала для набора отдельных контрольных точек (узлов), а затем, используя подходящую интерполирующую функцию, распространить полученное решение на всю оставшуюся область.

Исторически метод конечных разностей, появившийся еще в 30-х годах нашего столетия, первым среди численных методов приобрел популярность и обеспечил успех при решении некоторых задач механики сплошной среды. Ряд задач был решен этим методом вручную. Конечные результаты обычно не зависят от арифметических ошибок, допущенных в процессе счета, поскольку метод является итерационным и ошибки корректируются в последующих циклах решения системы.

Метод конечных элементов стали применять для решения линейных упругих задач в 60-е годы; он использовался для анализа сложных рамных конструкций, таких, как крыло самолета или каркас многоэтажного здания. Этот метод получил дальнейшее развитие в огромном количестве работ, и сфера его применения распространилась далеко за пределы теории сооружений.

В последние десять лет все большим вниманием пользуется метод решения краевых задач с помощью интегральных уравнений. Он хорош тем, что требует меньше усилий при подготовке некоторых данных для анализа системы и дает решение в напряжениях на границе рассматриваемого тела. Это важный момент, так как напряжения и деформации обычно достигают максимальных значений именно на границах и там в первую очередь возникают зоны предельного состояния. Если требуется определить значения напряжений и деформаций во внутренних точках тела, то они могут быть получены в дополнительном цикле вычислений непосредственно из граничных условий, и для этого не требуется дополнительного интегрирования.

К настоящему моменту метод граничных интегральных уравнений еще не получил развития, достаточного для решения задач в нелинейной постановке. Однако работы ведутся именно в этом направлении.

Наиболее привлекательная черта рассмотренного метода с точки зрения механики скальных пород состоит в его эффективности при решении задач с бесконечно удаленными границами. Часто скальные массивы так велики, что при использовании других численных методов приходится вводить искусственные граничные условия на огромных, хотя и конечных участках.

11.3. Метод конечных элементов. Пользуясь методом конечных элементов, исследователь представляет сплошную среду в виде набора относительно больших элементов, связанных между собой в отдельных точках, называемых узлами. Предполагается, что все силы, действующие на тело, приложены в узлах. Важно усвоить, что деление на элементы производится только в математическом смысле — физическая модель, изготовленная из соответствующего материала и скрепленная

в узлах шарнирами, вела бы себя совсем иначе, чем модель математическая.

Этот метод можно рассматривать как развитие метода перемещений, применяемого в теории сооружений. Начальная стадия его сводится к установлению соотношений между узловыми силами и соответствующими узловыми перемещениями для одного типового элемента системы. На рис. 11.1 изображен изопараметрический элемент – элемент из семейства прямоугольных, имеющий криволинейные стороны.

Показаны горизонтальная и вертикальная составляющие силы, действующей на узел 1. Аналогичные силы (и перемещения) действуют и в остальных узлах, но они опущены для упрощения рисунка. Установим теперь соотношение между этими силами и соответствующими узловыми перемещениями:

$$\{F\}^e = [k] \{\delta\}^e, \quad (11.1)$$

где $[k]$ – матрица жесткости одного элемента, $\{F\}$ и $\{\delta\}$ – полные векторы сил и перемещений этого элемента.

Успех применения метода зависит от способности исследователя правильно найти набор членов матрицы жесткости. Мы можем считать, что существуют хорошо разработанные процедуры для отыскания указанных коэффициентов. Раз коэффициенты найдены, то ряд элементов может быть объединен, в результате чего образуется модель исследуемого тела, которая имеет единую матрицу жесткости, устанавливающую соотношение между узловыми силами и перемещениями всей системы и строящуюся по обычной методике теории сооружений:

$$\{p\} = [k] \{\Delta\}. \quad (11.2)$$

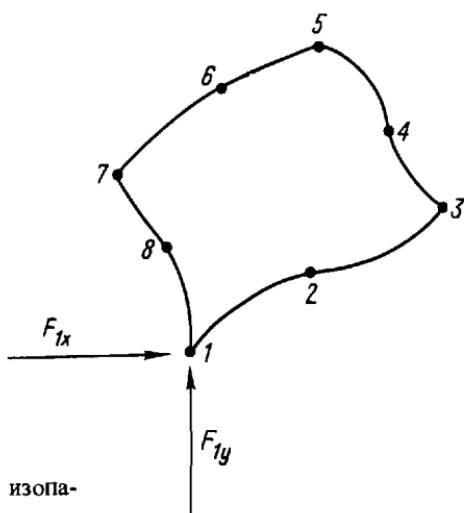


Рис. 11.1. Основной прямоугольный изопараметрический элемент.

На рис. 11.2 показаны три восьмиузловых элемента, образующие четверть круглого диска. Для окончательной постановки задачи необходимо ввести соответствующие граничные условия в виде жестких связей и узловых сил. При расчете можно учесть наличие начальных напряжений и деформаций.

Когда значения заданных узловых сил и перемещений будут включены в уравнение (11.2), задача будет вполне определена, а полученное уравнение будет представлять собой линейно-упругую математическую модель физической системы.

Система уравнений, представляемая матричным уравнением (11.2), может быть решена относительно неизвестных узловых перемещений и относительно реактивных усилий в тех точках на границах, где заданы перемещения. Когда все перемещения известны, можно определить напряжения и деформации в элементах.

Описанные процедуры могут быть выполнены достаточно эффективно лишь с помощью ЭВМ. Программа для ЭВМ должна содержать следующие логические операции:

1. Чтение входных данных.
2. Вычисление матриц жесткости элементов.
3. Построение матрицы жесткости системы.
4. Решение системы уравнений относительно неизвестных перемещений и реакций.
5. Расчет напряжений в элементах.

Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений существуют различные математические приемы. Когда можно использовать итерационный подход, предпочтительными являются прямые методы решения (например, метод Гаусса с обратной подстановкой). Значительный объем вычислений требуется для построения общей матрицы жесткости системы и решения системы уравнений на первом шаге приложения нагрузки. Когда для одного и того же сооружения требуется повторить анализ в других условиях нагружения,

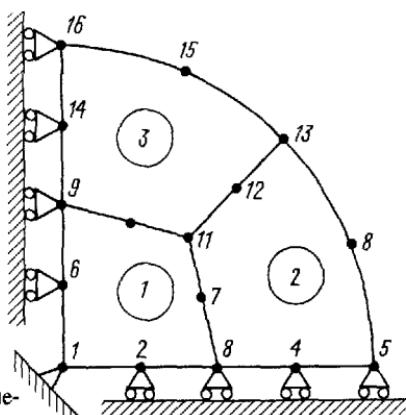


Рис. 11.2. Модель диска из конечных элементов.

можно избежать многочисленных вычислений, потребовавшихся при первом решении, если программа составлена так, что промежуточные результаты сохраняются в памяти ЭВМ с целью ускорения решения системы по Гауссу. Эта информация используется на повторных шагах нагружения, что сокращает затраты машинного времени по сравнению с необходимыми на первом шаге. Таким приемом пользуются при решении некоторых нелинейных задач.

11.4. Нелинейные среды. Значительные успехи уже достигнуты в применении метода конечных элементов для решения задач в нелинейной постановке. Известно несколько примеров реализованных моделей сред:

- 1) среда, не сопротивляющаяся растяжению,
- 2) упругопластическая среда,
- 3) вязкопластическая среда,
- 4) среда с отдельными трещинами.

Примеры 1–3 реализуют модели сплошной среды, в то время как пример 4 дает возможность рассмотреть среды с отдельными трещинами.

11.5. Метод начальных напряжений. Рассмотрим материал, обладающий нелинейными свойствами (рис. 11.3).

Пользуясь методом начальных напряжений, предполагают, что материал подчиняется линейной упругой зависимости и это предположение является основой метода конечных элементов. В результате решения получаем напряжения и деформации, соответствующие точке *A* на рис. 11.3. Точка *A* лежит за пределами заданной зависимости. Вычисленные значения деформаций должны соответствовать напряжениям в точке *B*, лежащей на исходной кривой. Вертикальный отрезок *AB* соответствует ошибке в вычислении напряжений, которую необходимо устранить. Это достигается путем уменьшения напряжений в данном элементе на величину *AB* за счет приложения к элементу соответ-

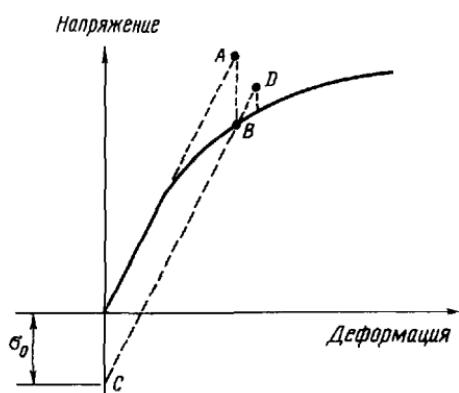


Рис. 11.3. Нелинейное поведение материала.

ствующих узловых сил, которые компенсируют снижение жесткости, вызывающее ошибку при вычислении напряжений.

С другой стороны, такая ошибка может быть представлена как начальное напряжение $\{\sigma_0\}$ в элементе, а набор узловых сил элемента, эквивалентный этому напряжению, может быть приложен к элементу наряду с внешней нагрузкой. Диаграмма деформирования под действием внешней нагрузки с учетом начального напряжения будет представлять собой линию CD , причем точка D располагается уже недалеко от заданного криволинейного графика. Новая, дополнительная ошибка в вычислении напряжений может быть добавлена к той, что была получена на первом этапе решения, а их сумма использована в качестве начальных напряжений. Этот итерационный процесс продолжается до тех пор, пока очередное решение не совпадет, наконец, с заданной зависимостью.

Описанный прием широко и вполне успешно используется. Можно применить определенные средства, позволяющие ускорить сходимость решения, однако в целом процедура достаточно экономична. Метод использует одну и ту же матрицу жесткости системы во всех итерациях, поэтому позволяет переходить от одного случая нагружения системы к другому с большой легкостью, после того как было получено первое решение.

Есть и иные методы получения нелинейных решений, но метод начальных напряжений завоевал наибольшую популярность. Существуют также методы переменной жесткости и начальных деформаций.

11.6. Среды, не сопротивляющиеся растяжению. Если среда имеет ограниченную прочность на растяжение или не сопротивляется растяжению вообще, то она может быть проанализирована с помощью метода начальных напряжений. Когда напряжения в элементе превосходят прочность материала на растяжение, все растягивающие напряжения могут быть ликвидированы. Этого эффекта разгрузки добиваются приложением набора соответствующих узловых сил.

11.7. Среда с отдельными трещинами. Отдельные трещины в скальной породе моделируются тонкими вытянутыми элементами. Если трещина стремится к раскрытию, то считается, что элементы не сопротивляются растяжению. В то же время они позволяют в полной мере реализовать сопротивление породы сжатию в нормальном к трещине направлении, а что касается сопротивления сдвигу по трещине, то оно моделируется трением и сцеплением.

Такие элементы используются как для трещин без заполнителя, представляющих собой контакт скалы со скалой, так и для трещин, заполненных грунтовым материалом.

11.8. Упругопластическая среда. Материалы, подчиняющиеся нелинейным зависимостям, могут быть исследованы с применением критерия пластического течения, который позволяет установить, какую часть

общей нагрузки может воспринять материал до достижения поверхности текучести. Остальная часть нагрузки прикладывается затем маленькими порциями и определяются упругие и пластические приращения деформаций для каждого шага нагружения. Приращения нагрузки выбираются настолько малыми, чтобы напряжения не могли существенно выйти за пределы поверхности текучести.

11.9. Вязкопластическая среда. Это сравнительно новое направление в методе конечных элементов. Оно учитывает вязкопластическое течение материала во времени. Понятно, что такое направление оправданно, поскольку мгновенно приложенная нагрузка может вызвать напряжения, превышающие предел текучести. С течением времени напряжения в результате ползучести материала возвращаются к этому пределу. Применение теории вязкопластического течения дает результаты, аналогичные тем, какие получаются при использовании метода начальных напряжений. Это обстоятельство лишний раз свидетельствует о возможности применения более простой процедуры метода начальных напряжений.

Аппарат вязкопластического анализа является математически значительно более совершенным, чем метод начальных напряжений, и позволяет теоретически решать вопрос о выборе соответствующих релаксационных параметров. К настоящему времени накоплен определенный опыт использования таких параметров, который показывает, что по крайней мере в некоторых случаях максимальное значение параметра, обеспечивающее сходимость процесса, значительно меньше предполагаемого.

11.10. Сильно трещиноватые среды. Если регулярные трещины пересекают весь массив скальной породы, то считается, что его можно исследовать как континуум, наделенный соответствующими свойствами, которые определяются так, чтобы поведение сплошной среды соответствовало поведению трещиноватой. Этот подход применим и в случаях, когда несколько систем параллельных трещин пересекают массив в разных направлениях.

Задачи такого рода обладают большой степенью нелинейности, а выбор достоверных характеристик среды представляет собой сложный процесс проб и ошибок.

11.11. Заключение. Все математические приемы, рассмотренные в настоящей главе, являются практическими средствами анализа поведения скальных массивов. К сожалению, это такая область, в которой наука, вероятно, опережает практическое использование разработанных методов. Изложенные методы безусловно надежны при решении задач в линейно-упругой постановке. Они могут быть использованы и при анализе нелинейных сред, однако в этом случае результаты расчетов необходимо тщательно интерпретировать и использовать с осторожностью.

Численные методы могут быть использованы и для описания

дискретных сред, однако в этом случае упруговязкопластическое поведение среды не может быть описано с требуемой достоверностью для получения надежных результатов. Необходимо продолжать использование этих методов для исследования дискретных сред, так как они позволяют, хотя и приближенно, анализировать поведение при изменениях свойств материала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 *Allen D N de G and Southwell R* Relaxation methods applied to engineering problems – XIV Plastic straining in two-dimensional stress systems – *Phil Trans Roy Soc Amer*, **242**, 379–414, 1950
- 2 *Argyris J H* Elasto-plastic matrix displacement analysis of three-dimensional continua – *J Roy Aero Soc*, **69**, 633–635, 1965
- 3 *Bray J W* A programm for two-dimensional stress analysis using the boundary element method – *Rock Mech Progr Rep*, **16**, Imperial Coll, London, 1976
- 4 *Cormeau I C* Numerical stability in quasi-static elasto-viscoplasticity – *Int J Num Meth in Eng*, **9**, 109–127, 1975
- 5 *Cruse T A* Numerical solutions in three-dimensional elastostatics – *Int J Solids Struct*, **5**, 1258–1274, 1969
- 6 *Cruse T A* An improved boundary integral equation method for three-dimensional elastic stress analysis – *Comp Struct*, **4**, 741–754, 1974
- 7 *Duncan J M and Goodman R E* Finite element analysis of slopes in jointed rock – Rep No TE-68-1, Univ of Calif, Berkeley, 1968
- 8 *Drucker D C, Greenberg H J and Prager N* Extended limit design theorems for continuous media – *Q J Mech Appl Math*, **9**, 381, 1952
- 9 *Drucker D C, Gibson R E and Henkel D J* Soil mechanics and work hardening theories of plasticity – *Trans Am Soc Civ Eng*, **122**, 338–346, 1957
- 10 *Goodman R E, Taylor R L and Brekke T* A model for mechanism of jointed rock – *J Soil Mech Found Div, ASCE*, **94**, 637–659, 1968
- 11 *Hill R* The mathematical Theory of Plasticity – Oxford, 1950
- 12 *Hocking G, Brown E T, and Watson J O* Three-dimensional elastic stress analysis of underground openings by the boundary integral equation method – *Proc 3rd Sympos Eng Applications of Solid Mech*, Toronto (in press), 1976
- 13 *Humpheson C* Finite element analysis of elasto-viscoplastic soils – Rh D Thesis Univ of Wales, Swansea, 1976
- 14 *Irons B M and Tuck R C* A version of the Aitken accelerator for computer iteration – *J Num Meth in Eng*, **1**, No 3
- 15 *Jaeger J C and Cook N G W* Fundamentals of rock mechanics – London (Methuen), pp 87–101, 1969
- 16 *Johnson W and Mellor P* Plasticity for mechanical engineers – Van Nostrand, USA, 1962
- 17 *Lachat J C and Watson J O* A second generation boundary integral equation program for three-dimensional elastic analysis – In Boundary integral equation method. Computational applications in applied mechanics (ed T A Cruse and F J Rizzo), ASME, New York, pp 85–100, 1975
- 18 *Marcal P V and King I P* Elastic-plastic analysis of two-dimensional stress systems by the finite element method – *Int J Mech Sci*, **9**, 143–155, 1967
- 19 *Nyak G C and Zienkiewicz O C* Elasto-plastic stress analysis A generalisation for various constitutive relations including strain softening – *Int J Num Meth in Eng*, **5**, 113–135, 1972

-
- 20 *Reyes S F* Elastic-plastic analysis of underground openings by the finite element method – Ph D Thesis, Univ of Illinois, USA, 1966
 - 21 *Reyes S F and Dere D U* Elastic plastic analysis of underground openings by the finite element method – Proc 1st Int Conf Rock Mech, 2, 477–486 Lisbon, 1966
 - 22 *Smith I* Numerical methods in soil and rock mechanics – Num methods in soil and rock mech, Karlsruhe, 1975
 - 23 *Zienkiewicz O C* Continuum mechanics as an approach to rock mass problems – In rock mechanics in engineering practice (ed K G Stagg and O C Zienkiewicz) (Wiley), 1968
 - 24 *Zienkiewicz O C, Valhappan S and King I P* Elastoplastic solutions of engineering problems Initial stress approach – Int J Num Meth in Eng 1, 75–100 1969
 - 25 *Zienkiewicz O C* The finite element method in engineering science – London/New York (McGraw-Hill), 1971
 - 26 *Zienkiewicz O C, Humpheson C and Lewis R W* Associated and nonassociated visco plasticity in soil mechanics – Geotechnique, 25 671–689 1975

Глава 12

Численное моделирование в механике дискретной среды

Часть 1. Методы решения задач

М. Дж. Фултон

12.1. Введение. Совершенно очевидно, что некоторые материалы ведут себя преимущественно как дискретные среды (т. е. среды, состоящие из набора отдельных частиц, взаимные перемещения которых по крайней мере также значительны, как и их собственные деформации), и обычные методы механики сплошной среды, использующие упругость и пластичность, для них абсолютно неприемлемы. Здесь нужны новые методы, в разработке которых наметилось два подхода.

Теоретически возможно построить зависимости для описания связи между напряжениями и деформациями сплошной среды, «приспособливая» их для описания поведения дискретной среды под нагрузкой. Возможно, но в результате мы, вероятно, получим очень сложную или вообще неразрешимую задачу. Этот путь не сулит успеха.

С другой стороны, взаимодействие двух отдельных элементов дискретной среды само по себе является достаточно простым. Второй подход заключается в попытке суммировать эти взаимодействия и дать ответ на вопрос о поведении всего массива. Задача, которая сводится к комбинации огромного числа простых отношений, идеально приспособлена для решения на ЭВМ и рассмотрена ниже.

12.2. Виды деформаций. Важной особенностью дискретной среды является то обстоятельство, что под нагрузкой отдельные ее элементы в большей степени смещаются один относительно другого, чем деформируются. Их относительные смещения относятся к трем следующим типам: скольжение элементов по поверхности контакта, расхождение элементов, взаимный поворот.

При сопоставлении работы элементов дискретной и сплошной сред (рис. 12.1) разница может показаться незначительной, однако она важна по двум причинам. Во-первых, заметно отличается воздействие на окружающие элементы, во-вторых, возможность смещения приводит к снижению напряжений внутри самих элементов. В результате окончательное распределение напряжений в дискретной среде может оказаться совершенно иным, чем в сплошной.

Итак, основой подхода, предназначенного для реализации на ЭВМ, является объединение большого числа блоков в одно целое таким образом, чтобы допустить определенную свободу их взаимных перемещений и моделировать поведение массива под нагрузкой.

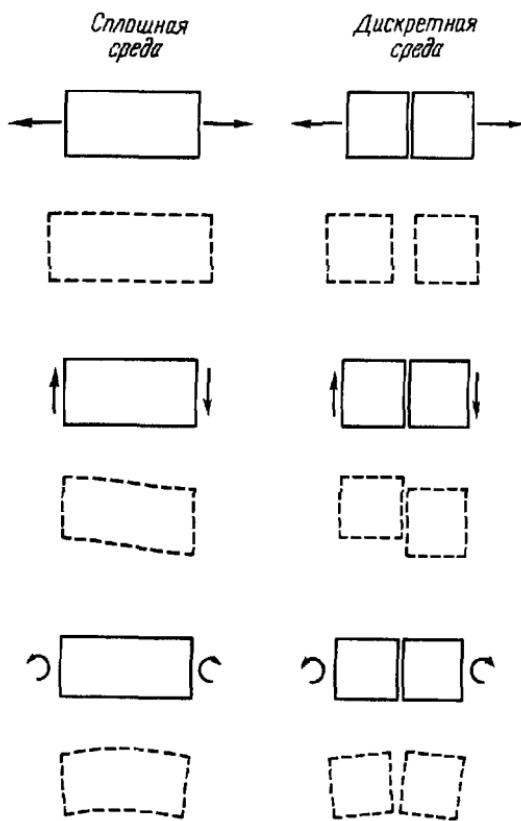


Рис. 12.1. Виды деформаций.

12.3. Метод конечных элементов. На первый взгляд схема массива, представленного в виде отдельных составляющих блоков, аналогична сети конечных элементов, применяющейся в теории сооружений при расчетах методом конечных элементов. Но это скорее кажущееся, чем действительное сходство, так как, хотя конечные элементы в известном смысле независимы, они все же жестко связаны в узлах и не имеют необходимой свободы смещений.

12.3.1. Элементы Гудмана – Беста. Гудман с соавторами [10] и Бест [2] предложили вводить между отдельными блоками материала специальные контактные элементы. Эти элементы имеют прямоугольную форму и очень тонки по сравнению с элементами неповрежденной скалы (рис. 12.2). Таким образом, во время последующих взаимных смещений они не вносят значительных изменений в геометрию блоков.

Зона трещины может быть заполнена прослойкой инородного материала, например глиной, либо может иметь шероховатый контакт без заполнителя (рис. 12.3). В последнем случае свойства контакта необходимо задать таким образом, чтобы они соответствовали наблюдаемому

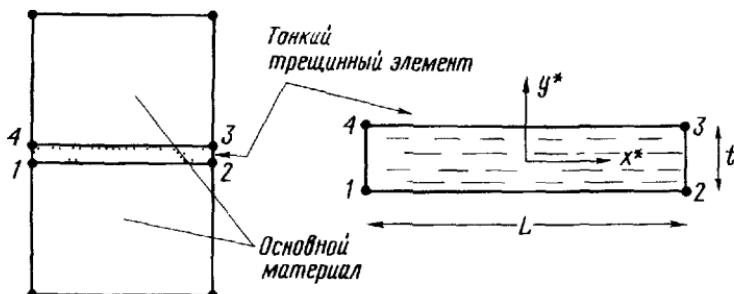


Рис. 12.2. Трещинный элемент Гудмана – Беста

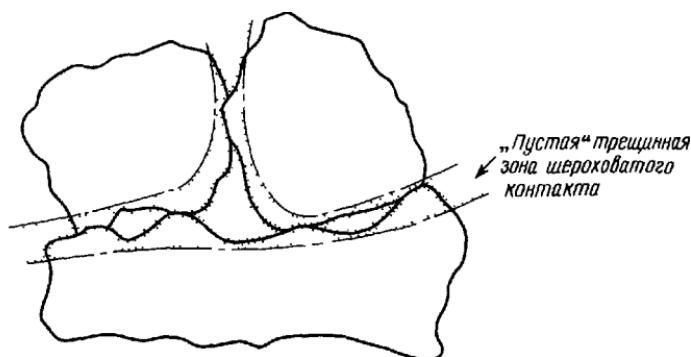


Рис. 12.3. Контактная зона

поведению породы в массиве, тогда как в первом случае они могут быть непосредственно получены при испытании реального материала прослойки.

Для моделирования трещин можно было бы использовать обычные конечные элементы с четырьмя узлами, но это нежелательно по двум причинам. Во-первых, усложняется детализация координат из-за близкого расположения узлов, во-вторых, если элементы слишком тонкие, ошибки, вызванные округлением чисел, могут стать большими. Применение специальных контактных элементов позволяет решить эти и другие полезные задачи, например упростить вычисление координат узлов, учесть нелинейное поведение среды при сдвиге. В модели, предложенной Бестом, учитываются также прочностные свойства контактного элемента при сдвиге и растяжении.

Если какой-то из пределов прочности превзойден, контакт нарушается, и образуется раскрытая трещина, которая уже не несет никакой нагрузки, это приводит к перераспределению напряжений в окружающих элементах. Такое перераспределение достигается путем вычисления узловых сил, ликвидирующих напряжение в трещине, которые прикла-

дываются на следующем цикле итераций и являются, по существу, новым случаем загружения.

Сходным образом учитывают нелинейные свойства среды при сдвиге. Любая криволинейная зависимость между напряжениями и деформациями (включая кривые упрочнения и разупрочнения) может быть аппроксимирована последовательностью прямолинейных участков.

Численная процедура состоит в том, что на первом шаге напряжения и деформации вычисляются по характеристикам упругости, соответствующим начальной части кривой. Затем полученные для каждого контакта напряжения сравниваются с напряжениями, взятыми по криволинейной зависимости при тех же значениях деформаций (рис. 12.4). Чтобы устранить «ошибку», допущенную при вычислении напряжений, рассчитываются и прикладываются в узлах соответствующие узловые силы, которые должны понизить напряжения до «приемлемого» уровня (при уже имеющихся значениях деформаций).

Очередное распределение напряжений даст новые ошибки (которые, надо надеяться, будут меньше), поэтому потребуется целая серия итераций (рис. 12.5). Для более быстрого получения решения часто используются ускоряющие процедуры, но делать это приходится с осторожностью, чтобы избежать неустойчивости решения и в конечном счете ошибочных результатов.

Другим возможным подходом является вычисление нового значения модуля сдвига материала на каждой итерации. Несмотря на простоту и наглядность самой идеи, численная процедура в этом случае потребует, по всей вероятности, значительно больше машинного времени, так как на каждом шаге решения придется заново вычислять матрицу жесткости системы.

Введение контактных элементов в обычную программу метода конечных элементов решает задачу создания нового способа вычисления

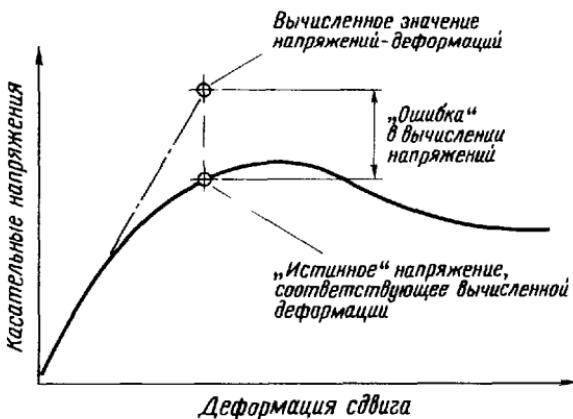


Рис. 12.4. Начальное значение напряжений – деформаций



Рис. 12.5. Итерационная процедура решения.

матрицы жесткости элемента в локальных координатах. Последующие этапы формирования матрицы жесткости системы и решения уравнений в основном могут остаться без изменений.

В идеальном случае процедура анализа поведения нелинейных материалов должна учитывать ползучесть и другие виды нелинейности; если это не так, необходимо предусмотреть такой учет.

Хотя Гудман и Бест работали независимо друг от друга, их методы базируются на одних и тех же принципах и при решении дают близкие результаты. Основное различие между двумя подходами состоит в том, что Гудман пренебрегает толщиной трещины и оперирует соотношениями сил и перемещений, а не напряжений и деформаций.

12.3.2. Метод Бермана. Основной недостаток метода Гудмана – Беста состоит в том, что в расчетную схему приходится вводить дополнительные узлы и элементы. Это может существенно увеличить затраты машинного времени и объем необходимой памяти ЭВМ. Если указанное обстоятельство не представляет собой серьезной проблемы при наличии нескольких трещин (например, при моделировании одной или двух плоскостей ослабления, рис. 12.6), то трудности возрастают при попытке моделировать совокупность большого числа отдельных блоков.

Берман [4] попытался решить эту задачу, придав материалу блоков абсолютную жесткость. Определяя затем положение какой-нибудь точки внутри блока, например центра тяжести, можно легко вычислить положение остальных точек. Однако, чтобы сделать это, необходимо иметь характеристику угла поворота блока; другими словами, мы должны ввести третью степень свободы.

Элемент, таким образом, представляет собой фиктивную конструкцию, состоящую из двух связанных узлов, заменяющих блоки и имеющих каждый по три степени свободы. Получается, что элемент Бермана имеет всего шесть степеней свободы (два узла, по три степени свободы у каждого), в то время как элемент Гудмана – Беста по крайней



Рис. 12.6. Задача об устойчивости откоса с четко выраженными поверхностями ослабления.

мере восемь (четыре узла, по две степени свободы у каждого). Истинную экономию при решении реальных задач подсчитать не так просто, однако она может быть значительной.

Общее число степеней свободы в задаче (т. е. число узлов, умноженное на число степеней свободы одного узла) – самый важный из факторов, влияющих на затраты машинного времени и объем памяти при решении задачи на ЭВМ и заслуживает, следовательно, большого внимания.

Численная процедура для элемента Бермана (рис. 12.7) состоит из вычисления координат элемента типа Гудмана – Беста исходя из его номинальных размеров, определения его жесткости и перевода этой жесткости в эквивалентные величины, отнесенные к узлам (центрам тяжести) блоков.

Так как блоки являются абсолютно жесткими, данная модель не может быть непосредственно использована при решении задач, в которых внутренние деформации отдельных блоков могут иметь существенное значение. Берман тем не менее утверждает, что свойства трещин можно задавать таким образом, чтобы они учитывали эффект упругого деформирования самих блоков, однако возможность осуществления такой процедуры требует доказательств.

Выходные данные сегодняшнего варианта программы Бермана состоят из реакций в фиксированных узлах, смещений остальных узлов, напряжений и деформаций, вычисленных как средние местные значения в центре трещинного элемента.

Вычисляются три следующие компоненты напряжений (деформаций):

- 1) нормальные напряжения (деформации) в направлении, перпендикулярном оси X^* трещинного элемента,
- 2) сдвиговые напряжения (деформации) вдоль оси X^* ,

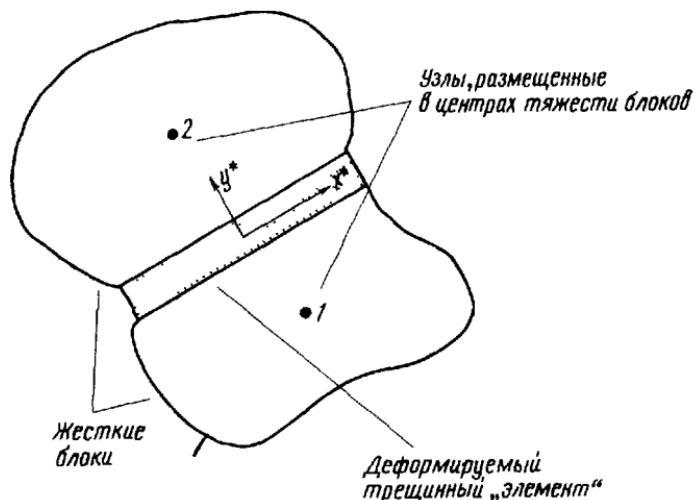


Рис. 12.7. Элемент Бермана (x^* и y^* – локальная система координат)

3) «вращательные» компоненты напряжений (деформаций), определяющие изменение напряжений (деформаций) по длине трещины.

12.4. Метод Канделла. Канделл [6] предложил несколько иной подход, направленный главным образом на моделирование больших смещений и на более верное описание механизма разрушения, а не на анализ напряженно-деформированного состояния среды.

Фактически он считает, что напряженно-деформированное состояние играет незначительную роль, когда смещения велики, и предлагает вместо этого анализировать силы, возникающие на контактах между блоками. Как и Берман, Канделл для упрощения задачи использует жесткие блоки и утверждает, что если бы потребовалось, то деформация самих блоков могла бы быть учтена с помощью задания определенных условий на их поверхности.

Контакты между блоками ограничиваются одним типом: угол одного внедряется в ребро другого (контакт двух ребер, например, рассматривается как два контакта типа угол – ребро), а развивающиеся на контактах силы вычисляются исходя из величины взаимного «внедрения» рассматриваемых блоков (рис. 12.8).

Сдвиг по контакту может произойти, если сдвигающая компонента равнодействующей силы больше, чем произведение величины нормального усилия на тангенс угла внутреннего трения системы.

Канделл утверждает, что трудности, стоящие на пути получения достоверных данных при анализе поведения скалы другими методами, во многих случаях приводят к тому, что решение принимается лишь на основе здравого смысла. Он рассматривает свою модель, в особен-

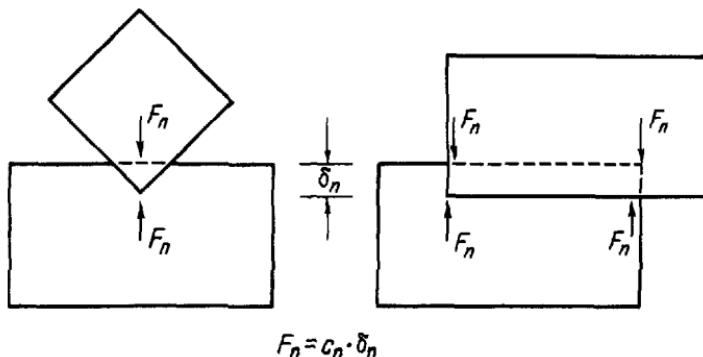


Рис. 12.8. Контакты блоков (по Канделу).

ности ее последнюю модификацию [7], имеющую выход на дисплей, как средство демонстрации возможных видов разрушения, которое помогает специалистам принимать верные решения.

12.5. Заключение. Вышеупомянутые приемы не составляют исчерпывающего перечня средств анализа дискретной среды. Другие методы (например, метод анализа сильнотрециноватой среды) применяются с разной степенью успеха. Предстоит еще работа по использованию и оценке существующих моделей и по созданию новых.

Глава 12

Численное моделирование в механике дискретной среды

Часть 2. Применение численных методов

Д. Х. Троллон

12.6. Значение численного моделирования. Хотя развитие численного моделирования применительно к дискретной среде является относительно новым направлением, в последних работах, кажется, уже появляется определенная путаница, и настало время попытаться определить значение численных моделей в практическом использовании.

Успех, который выпал на долю метода конечных элементов при решении задач для сплошной среды, в значительной степени объясняется тем фактом, что результаты, которые он дает при анализе полей напряжений, близки к распределению напряжений, согласно классической механике сплошной среды (например, теории упругости и пластичности).

Первая зернистая модель, предложенная Троллоном [19], предназначалась для получения аналогичных результатов по дискретной среде. Она не имела (и не имеет) такого математического обоснования в условиях единственности решения, которое имеет, например, линейная теория упругости. Поэтому были получены только решения задач предельного равновесия, строго удовлетворяющие условиям равновесия и условию «отсутствия сил растяжения между отдельностями» и качественно удовлетворяющие условиям деформирования на контуре. В этом смысле такие решения можно рассматривать как классические. Основное математическое допущение при получении таких решений состоит в том, что каждая отдельность (диск, сфера, прямоугольник или круг) очень мала по сравнению с размерами всего массива.

Подобные решения являются только аналогами – они не воспроизводят реальную ситуацию в точности, и, следовательно, их использование может быть оправдано только после экспериментальной проверки.

С другой стороны, возможно создание физических моделей скальных массивов, например, из деревянных или пластмассовых кубиков. В этом случае, однако, размер отдельного блока обычно значителен по отношению к размеру всего массива. Возможности современных вычислительных машин позволяют заменить физические модели численными, однако интерпретация результатов в этом случае будет иметь те же ограничения, что и в случае физического моделирования. Это значит, что такие модели не годятся для исследования обычных полей напря-

жений. Модель Канделла [6] относится как раз к такому типу. При воспроизведении механизма опрокидывания (рис. 12.9) точность получаемых результатов превышает пределы точности эксперимента. Таким образом, модель позволяет получить очень полезную механическую картину, но в то же время чрезвычайно сложно связать ее с обычным напряженным состоянием, которое является причиной разрушения.

12.7. Структурная аналогия модели Бермана. Берман [4] разработал численную модель, основанную на анализе отдельности. На рис. 12.10, а показано, что контакт между двумя отдельностями характеризуется тремя степенями свободы, которым соответствуют продольная жесткость (E), сдвиговая жесткость (G) и моментная жесткость (M). Перекос контактного элемента (рис. 12.10, б) определяет смещение узлов (центров отдельностей), и решение получается в результате применения к узлам принципа неразрывности. С аналитической точки зрения модель может быть полностью заменена решетчатым структурным аналогом, изображенным на рис. 12.10, в.

Если экспериментальные данные подтверждают такую аналогию, нет никаких оснований не использовать ее при решении задач механики скальных пород. Если вместо дисков на рис. 12.10, а используются прямоугольники, то необходимо изменить угол наклона контактных поверхностей (от 30° до 0) и величину угла распределения (θ).

Этот метод является чрезвычайно мощным аналитическим средством, поскольку если принять, что M и G имеют значение того же порядка, что и продольная жесткость E , то мы получим квазиупругое решение, если же значения M и G малы по сравнению с E , то результаты приближаются к простым теоретическим решениям для зернистой среды. Рис. 12.11 демонстрирует близость численных и теоретических решений, полученных в последнем случае.

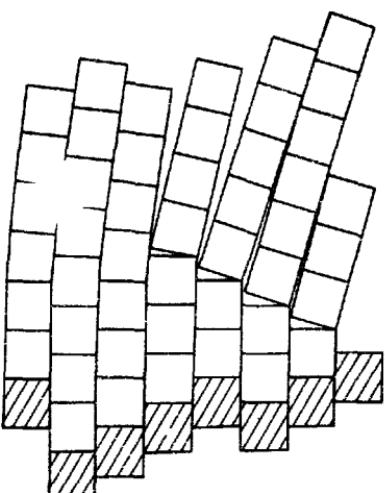


Рис. 12.9. Разрушение трещиноватой структуры в результате опрокидывания [6].

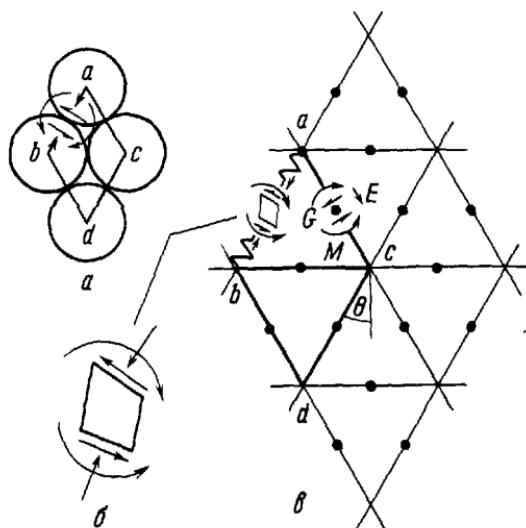


Рис. 12.10. Структурная аналогия дискретной среды.

Особый интерес представляет связь такой структурной аналогии с обычным методом конечных элементов. Родоначальник этого метода Аргирис [1] предполагал, что отрезки ab , bc и т. д., являются линейно-упругими стержнями, так что в нашем случае, при M и $G \approx E$, решения сравнимы с полученными Аргирисом. Рис. 12.12 иллюстрирует историческую эволюцию методов.

Практическое значение рассмотренной аналогии состоит в том, что если мы имеем дело с плотной или жесткой трещиноватой структурой, то используется решение упругого типа, если же с рыхлой или мягкой, то более уместно решение для зернистой среды. На практике полезно получить значения для предельных случаев, соответственно изменения M и G . Примеры такого подхода к моделированию подземных выработок приведены в гл. 15.

12.8. Задачи предельного равновесия. Метод предельного равновесия в течение долгого времени широко использовался при решении задач механики грунтов.

В принципе метод сводится к а) определению кинематически возможного механизма разрушения и б) отысканию статически уравновешенных полей напряжений с целью анализа общей устойчивости.

Поскольку обычно нельзя математически доказать, что принятное распределение напряжений является единственным, окончательное решение не будет теоретически строгим. Настоящий инженерный подход, однако, состоит в том, чтобы сравнивая прогноз условий устойчивости с результатами натурных и модельных наблюдений за ее потерей,

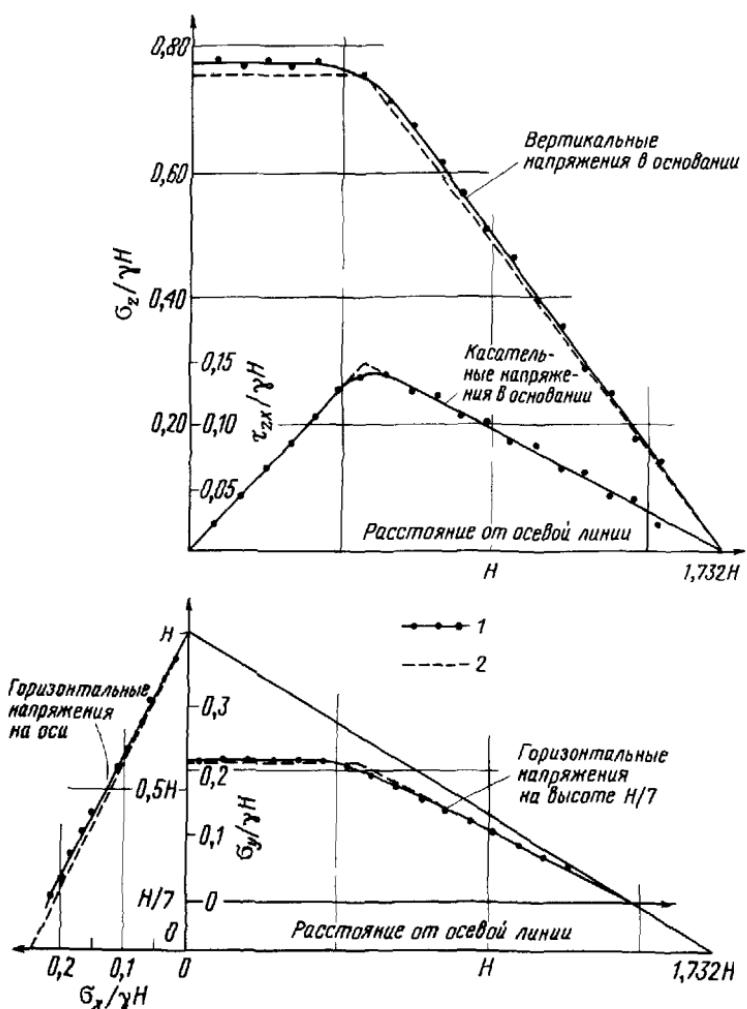


Рис. 12.11. Сравнение безразмерных компонент напряжений, полученных в результате численного и аналитического решений при условии отсутствия арочного эффекта [4]. 1 – численное решение; 2 – аналитическое решение для условий отсутствия арочного эффекта (Троллоп, 1968).

эмпирически доказать ценность аналитического приема. Если поведение материала может быть описано как идеально пластическое и он деформируется при постоянном (или уменьшающемся) объеме (например, нормально консолидированная недренированная глина или рыхлый сыпучий материал), то можно показать, что окончательное решение принадлежит к «нижней границе» и что получаемый коэффициент запаса занижен.

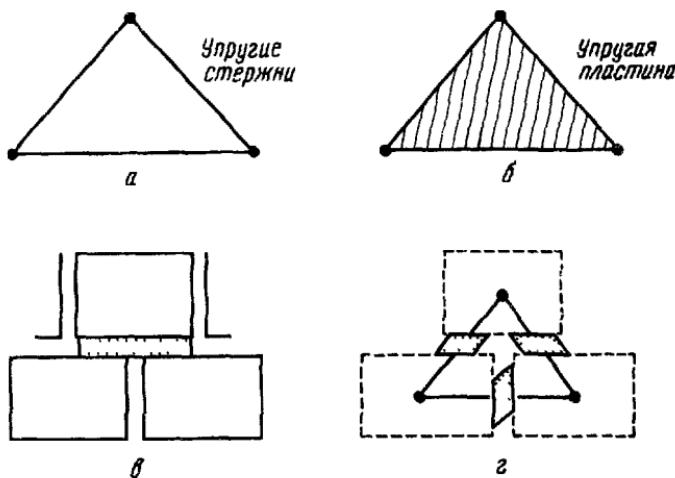


Рис. 12.12. Развитие метода конечных элементов *а* – Аргирис; *б* – Тернер и др.; *в* – Гудман – Беслер, *г* – Берман

Большинство геологических материалов и особенно скальные массивы являются разупрочняющимися средами и часто деформируются с увеличением объема (явление дилатансии). В этом случае допущения обычного метода предельного равновесия не выполняются, и необходимо искать другие решения.

В связи с вышеприведенным удобно принять простую классификацию на два типа:

- I. Квазипластические или упрочняющиеся материалы.
- II. Разупрочняющиеся материалы.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением вопросов устойчивости ненагруженных откосов. Им уделено наибольшее внимание как простейшему случаю. Изучение его, однако, обеспечит основу для понимания поведения более сложных систем и для решения таких вопросов, как вопрос об устойчивости подземных выработок в трещиноватой скальной породе.

Для материалов типа I применим обычный метод круглоцилиндрических поверхностей. На рис. 12.13 показан хорошо известный метод Бишопа [3], с помощью которого определяется коэффициент запаса

$$F = \frac{1}{\sum W \sin \alpha} \sum \frac{c'l + (W - u) \operatorname{tg} \varphi'}{\cos \alpha \left(\frac{1 + \operatorname{tg} \varphi' \operatorname{tg} \alpha}{F} \right)}. \quad (12.1)$$

Хук [11] дополнил этот метод и распространил его применение на откосы в скальных породах, использовав для этого подход, впервые предложенный Тейлором [18]. На рис. 12.14 приводятся окончательные расчетные графики. Следует все же заметить, что они применимы лишь

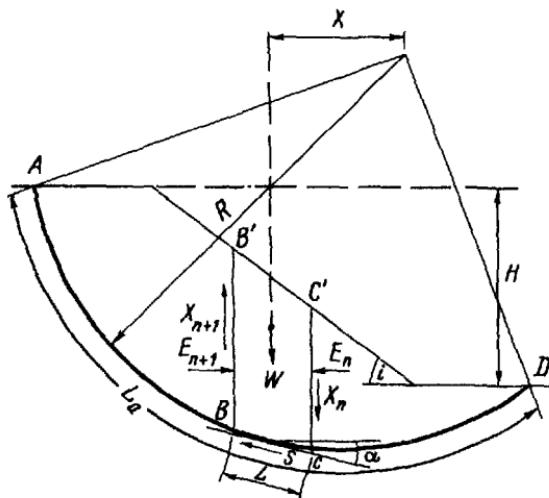


Рис. 12.13. Анализ устойчивости откоса методом Бишопа.

в том случае, если материал удовлетворяет условиям квазипластичности и постоянства объема в процессе течения.

Простой статический анализ может быть также использован в другой ситуации, когда нарушение (трещина) падает прямо в сторону откоса. Этот случай изображен на рис. 12.15.

Наихудшей ситуацией является та, при которой трещина является сильно проницаемой, а находящаяся в ней вода непосредственно связана с атмосферой. В действительности такое положение не может развиться в полной мере, поскольку какая-то потеря напора будет наблюдаться. Однако эти условия могут иметь место при подъеме уровня воды после ливня.

Коэффициент запаса будет равен

$$F = \frac{cH \operatorname{cosec} \beta + W \cos \beta \operatorname{tg} \varphi}{W \sin \beta} \quad (u = 0), \quad (12.2)$$

и если $c = 0$,

to

$$F = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \beta}; \quad (12.3)$$

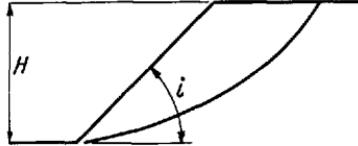
если $u \neq 0$ и $W = \frac{\gamma H^2}{2} (\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} i)$,

10

$$u = \frac{\gamma_w H_w^2}{2} \cosec \beta$$

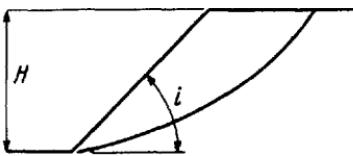
Функция угла наклона борта откоса X Функция высоты откоса Y

А. Дренированный откос



$$X = i - 1,2 \varphi$$

Б. Наличие трещины, не сопротивляющейся растяжению



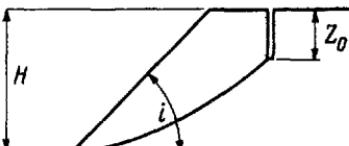
$$Y = \gamma H / c$$

В. Нормальный фильтрационный поток



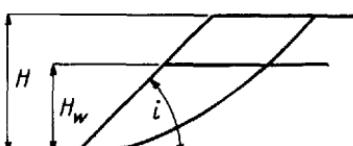
$$X = i - \varphi \left[1,2 - 0,3 \frac{H_w}{H} \right]$$

Г. Наличие сухой трещины растяжения



$$Y = \left[1 + \left(\frac{i-25}{100} \right) \frac{Z_0}{H} \right] \frac{\gamma H}{c}$$

Д. Горизонтальный поток воды



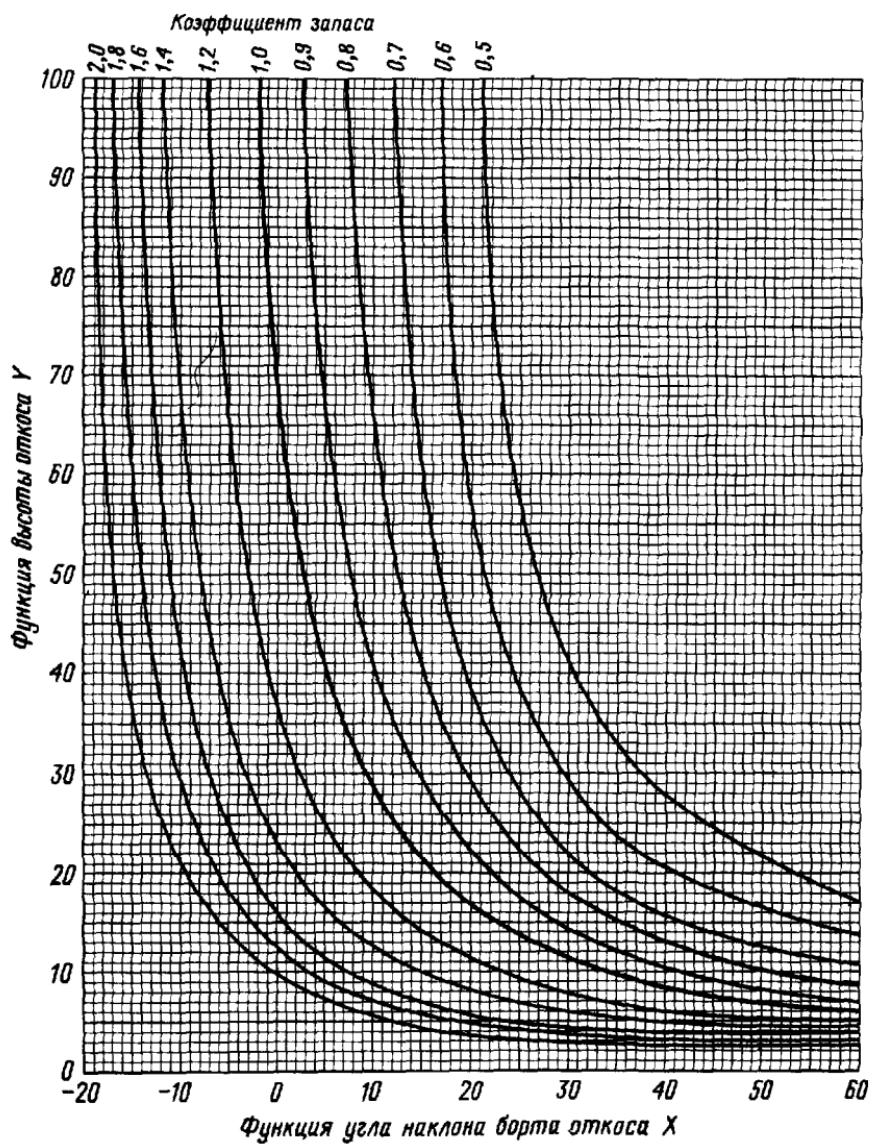
$$X = i - \varphi \left[1,2 - 0,5 \frac{H_w}{H} \right]$$

Е. Наличие заполненной водой трещины растяжения



$$Y = \left[1 + \left(\frac{i-10}{100} \right) \frac{Z_0}{H} \right] \frac{\gamma H}{c}$$

Рис. 12.14. Графики для проектирования устойчивых откосов (методом кругло-цилиндрических поверхностей) [11].



Продолжение рис. 12.14.

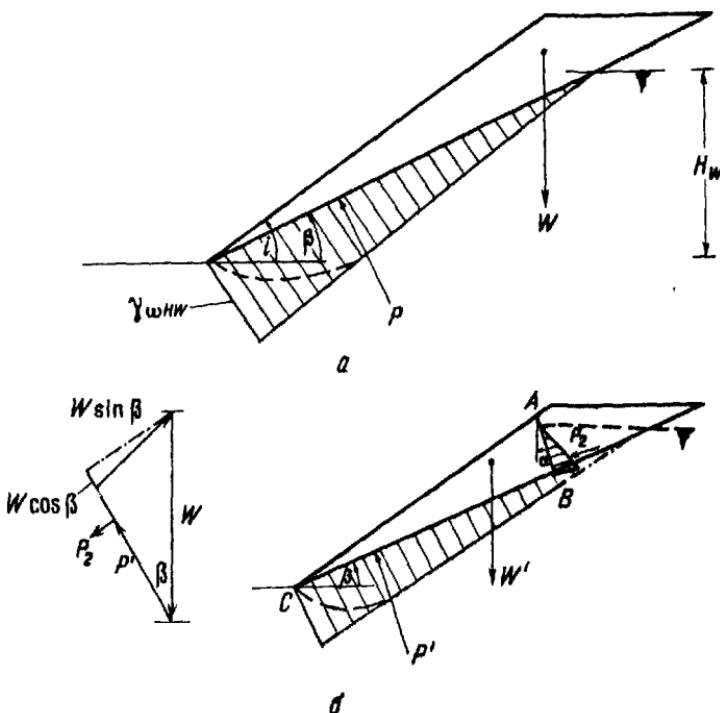


Рис. 12.15. Учет давления воды в трещине при расчете устойчивости оползневого клина.

и

$$F = \frac{c' H \operatorname{cosec} \beta + (W \cos \beta - u) \operatorname{tg} \phi'}{W \sin \beta}. \quad (12.4)$$

Наконец, в эту же группу задач входит случай потери устойчивости объемным блоком, имеющим форму тэтраэдра, как показано на рис. 12.16. Решение таких задач основано на векторном анализе; графическое решение этой задачи было получено целым рядом авторов [14, 23, 12].

Были описаны и более сложные механизмы потери устойчивости [21]. Они изображены на рис. 12.17. Примеры возникновения механизма обрушения «третьего порядка» наблюдались как в лабораторных условиях, так и в природе; на рис. 12.18 приведен замечательный пример из полевой практики.

Если предположить, что потеря устойчивости произошла одновременно по всем трем поверхностям смещения, то простой анализ устойчивости клина может быть произведен в соответствии с рис. 12.19. Лабораторные эксперименты, однако, убедительно показали, что такие обрушения происходят последовательно [21, 22], и чтобы определить

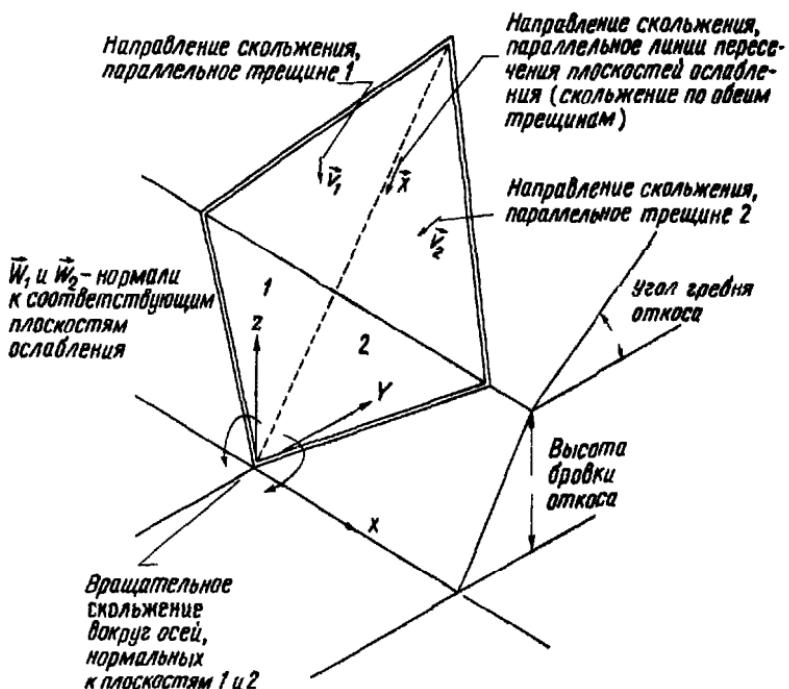


Рис. 12.16. Анализ устойчивости объемного клиновидного блока [15]. Опрокидывание вокруг линии подножия откоса может произойти в том случае, когда центр тяжести клина обрушения выходит за пределы подошвы откоса, а также при сейсмических воздействиях или в результате давления воды в трещинах

Скользжение по плоскости 1 или 2

$$F = \frac{AR_{1,2} \left\{ A + B \left[\pm \frac{\bar{W}_{1,2} (\bar{WT} + \bar{SV}_{1,2})}{AR_{1,2}} - PW_{1,2} \right]^p \right\}}{\bar{V}_{1,2} (\bar{WT} + \bar{SV}_{1,2})}$$

Скользжение по обеим плоскостям параллельно линии их пересечения

$$F = \frac{AR_{1,2} \left\{ A + B \left[\frac{\bar{N}_{1,2}}{AR_{1,2}} - \bar{PW}_{1,2} \right]^p \right\}}{[\bar{M}]},$$

где $\bar{M} = \bar{X} \frac{\bar{X}}{|\bar{X}|} (\bar{SX} + \bar{WT})$, $AR_{1,2}$ – площадь обеих плоскостей, \bar{WT} – вектор собственного веса, $\bar{N}_{1,2}$ – нормальная компонента равнодействующей на каждую плоскость, $\bar{SV}_{1,2}$ – вектор сейсмической нагрузки, параллельный соответствующей плоскости, \bar{SX} – вектор сейсмической нагрузки, параллельный линии пересечения, $\bar{PW}_{1,2}$ – вектор давления поровой воды, \bar{X} – вектор, описывающий линию пересечения

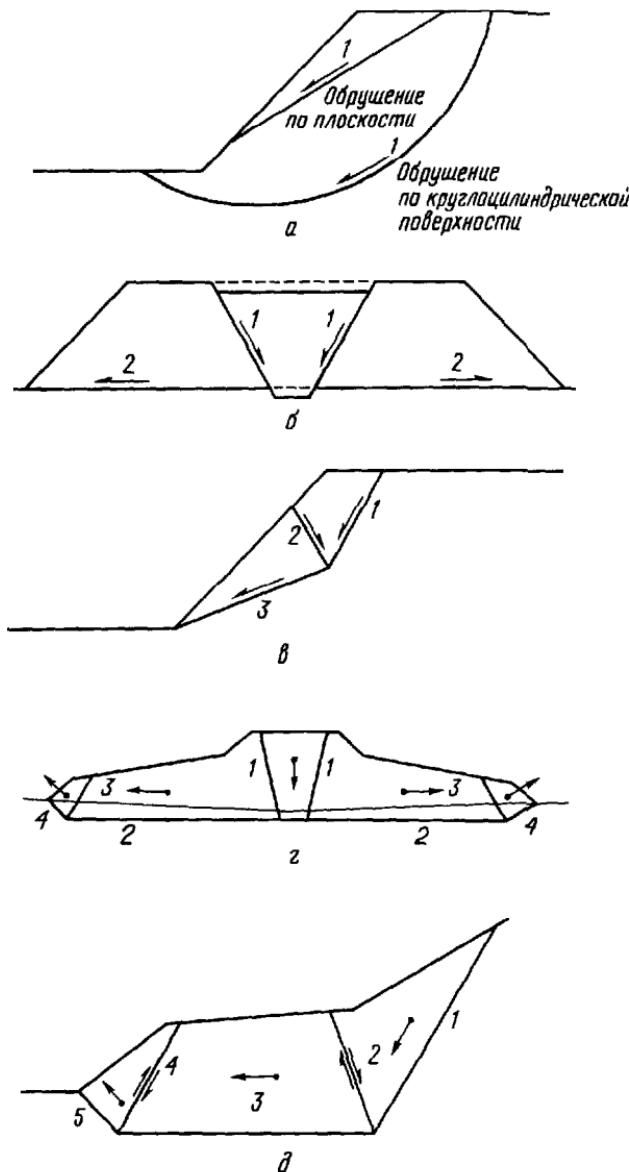


Рис. 12.17. Комбинированные формы обрушения откосов. *a* – механизм обрушения первого порядка; *б* – механизм обрушения второго порядка; *в* – механизм обрушения третьего порядка; *г* – механизм обрушения четвертого порядка; *д* – механизм обрушения пятого порядка.

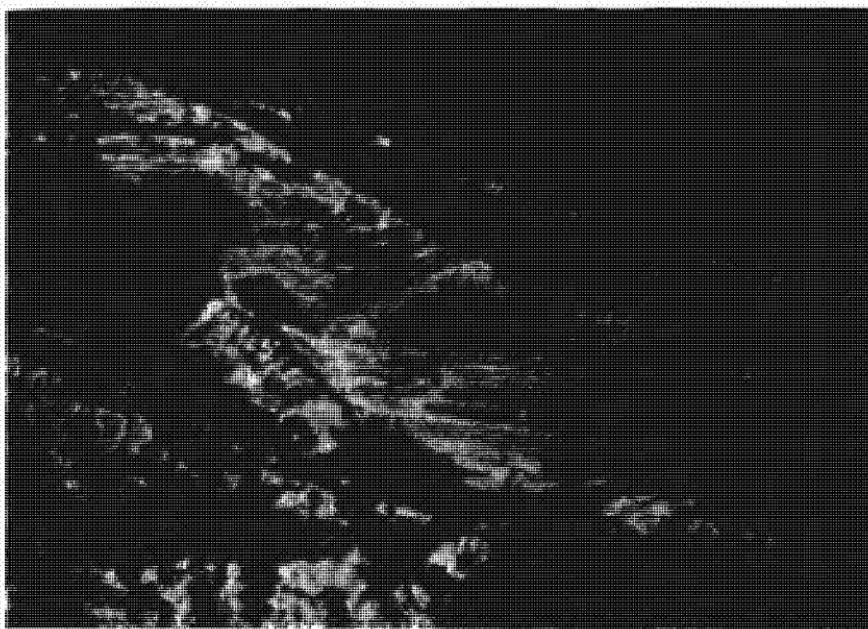


Рис. 12.18. Древний оползень, обнажившийся недавно в результате потери устойчивости склона. Следует обратить внимание на то, что нижняя часть поверхности скольжения оползня проходит по плоскости напластования. Район Форт-Спокан [13].

коэффициент запаса к моменту начала оползания, необходимо оценить устойчивость массива только по нижней поверхности [3] (см. рис. 12.17).

Данбаван [9] показал, что механизм потери устойчивости «третьего порядка» имеет место в моделях песчаных откосов. Прежде чем перейти к анализу этого явления, необходимо вернуться к рассмотрению поведения зернистого материала. На рис. 12.20 приведены результаты некоторых численных экспериментов, выполненных Берманом [4]. Они показывают, что предельные значения, получаемые для условия полного сводообразования, достаточно близки к искомым значениям, особенно при наличии шероховатого контакта. В таких условиях коэффициент запаса к моменту начала формирования (нижней) поверхности сдвига при условии, что она горизонтальна, составит

$$F = 2\sqrt{3} \frac{c' + 1/2(\gamma H - u) \operatorname{tg} \phi'}{\gamma H}. \quad (12.5)$$

Это свидетельствует о том, что начальная поверхность сдвига формируется по II типу, т. е. в разупрочняющемся материале. Подразумевается, что оставшаяся часть откоса выше поверхности скольжения также

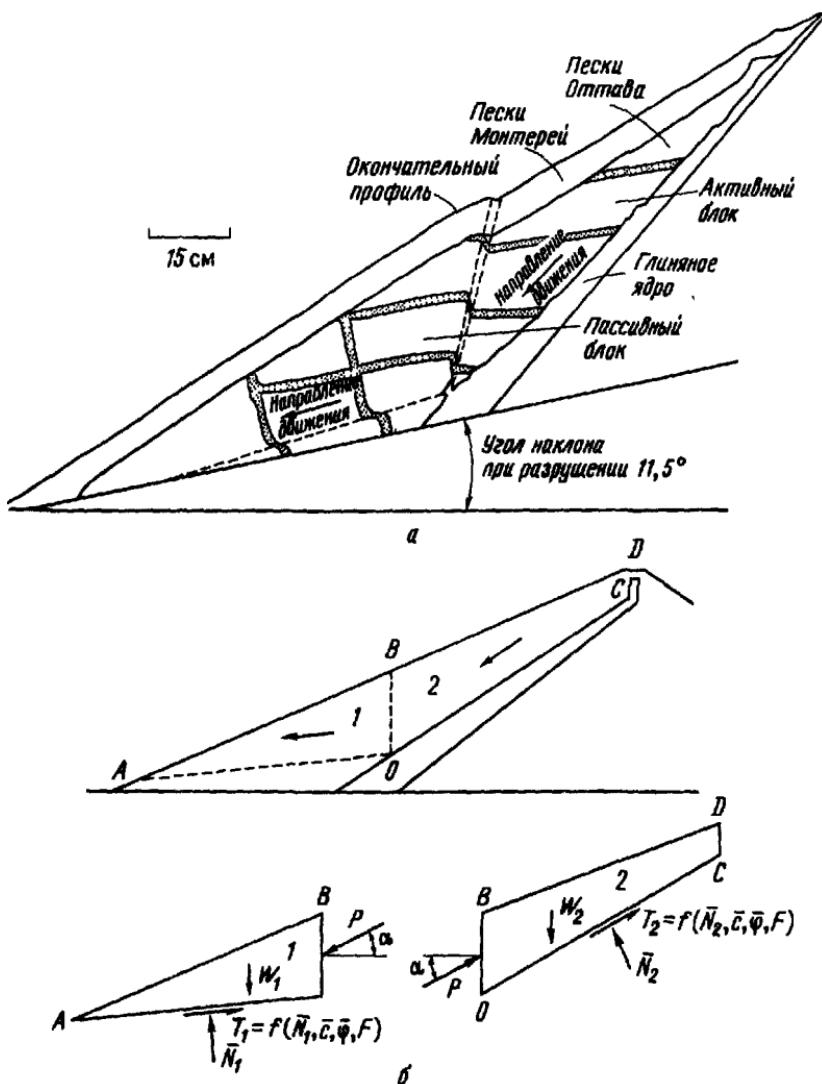


Рис. 12.19. Анализ устойчивости методом равновесия клиновых блоков. а – модель обрушения откоса плотины с глиняным ядром; б – блоки и действующие на них силы [17].

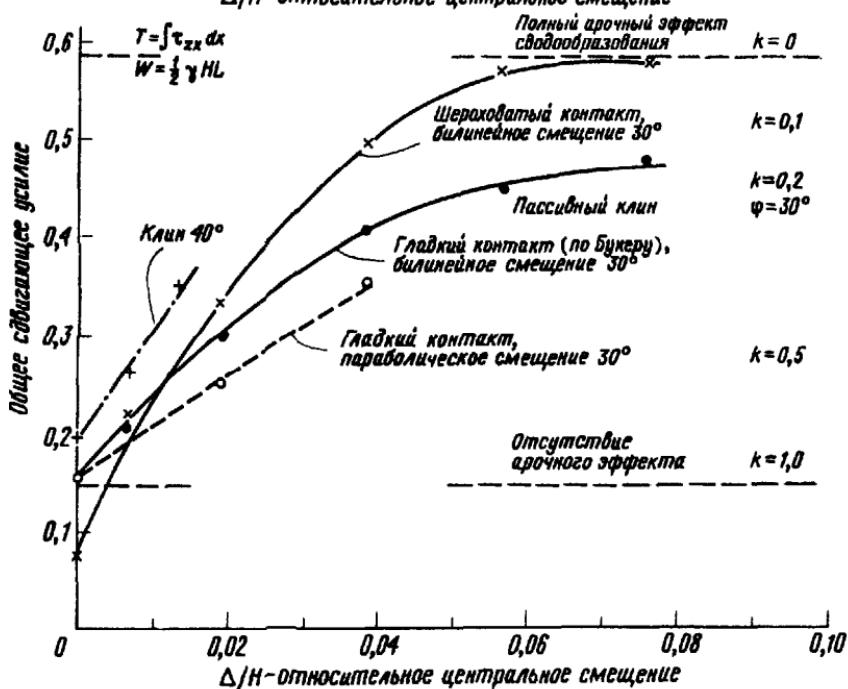
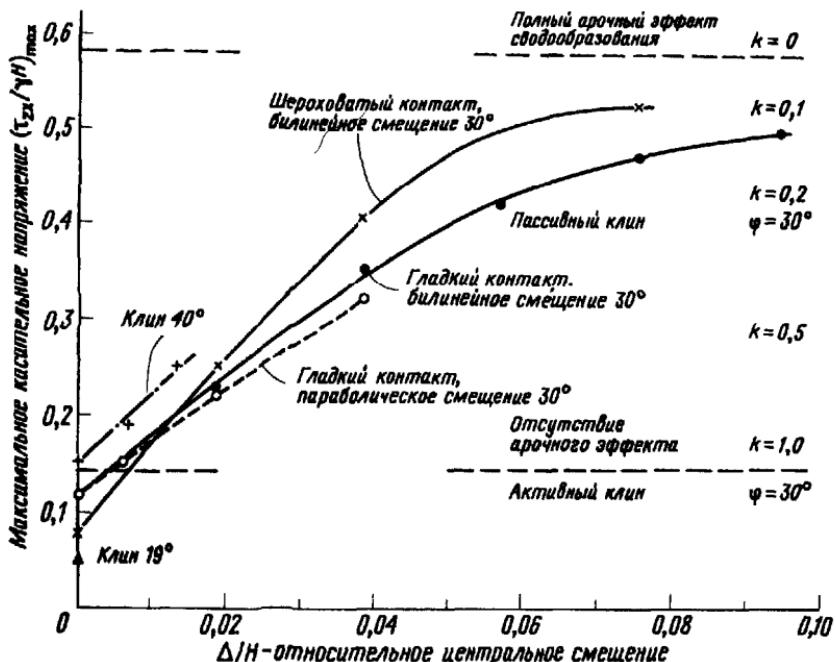


Рис. 12.20. Изменение максимальных касательных напряжений и общего сдвигающего усилия в зависимости от смещения блоков, состоящих из идеализированного зернистого материала при выпуклом смещении контура [4].

представлена разупрочняющимся материалом, но здесь могут быть исключения.

Если, однако, формирование первой поверхности скольжения происходит в материале I типа, пластическом, то при условии, что предел прочности на этой поверхности достигнут, дальнейшее движение может привести к такому внутреннему перераспределению напряжений в теле откоса, что эффект сводообразования от своего полного значения снизится до нуля. Именно эти условия воспроизвел Данбован. Если сопротивление сдвигу без учета эффекта сводообразования составляет $1/4$ от значения, полученного при полном сводообразовании, то коэффициент запаса составит

$$F = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{[c' + (1/2\gamma H - u) \operatorname{tg} \phi']}{\gamma H}. \quad (12.6)$$

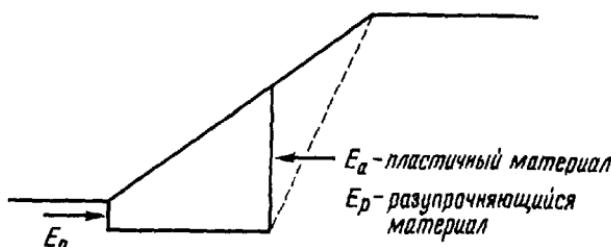


Рис. 12.21. Модифицированный анализ устойчивости блока.

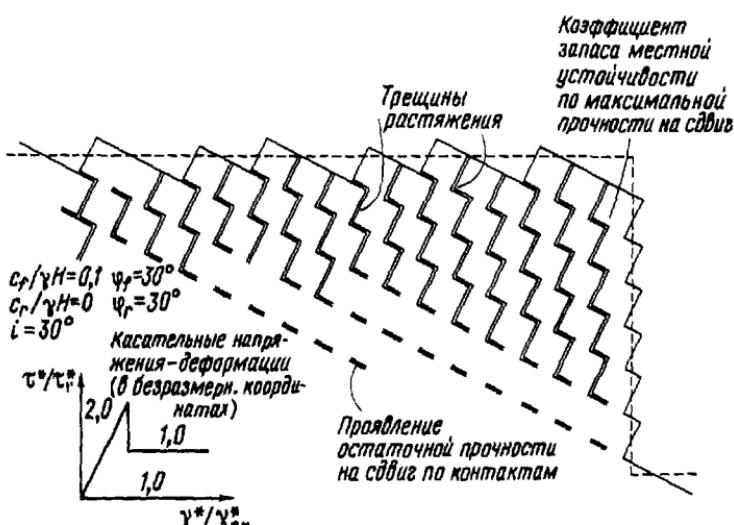


Рис. 12.22. Рисунок распределения трещин растяжения и мобилизация прочности на сдвиг хрупких трещин в откосе блоковой структуры.

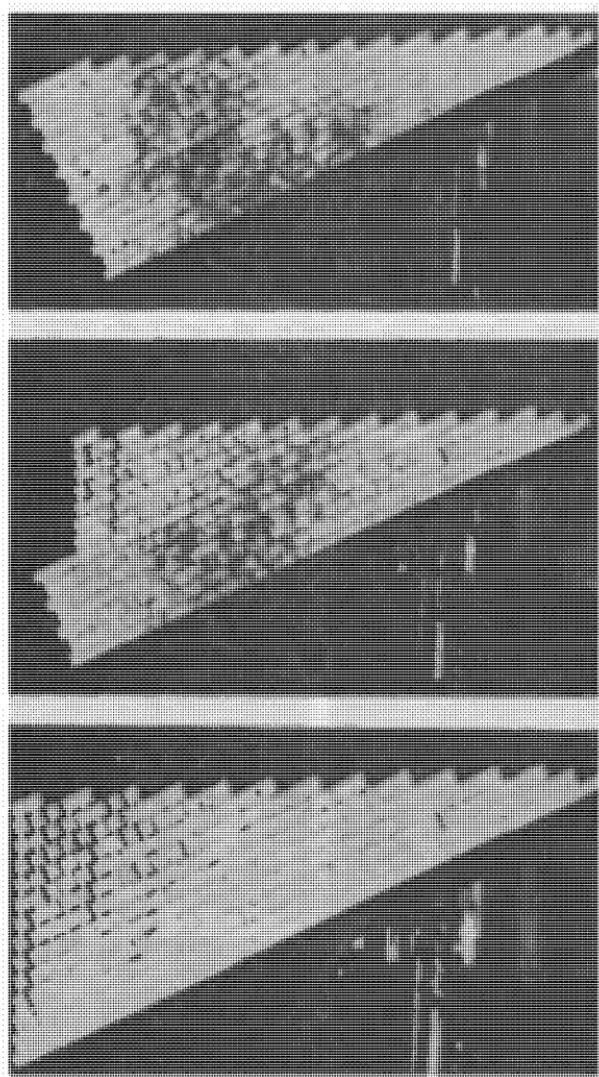


Рис. 12.23. Развитие деформаций вращения в модели трещиноватого откоса блочной структуры [16]

В свете последних достижений теории зернистой среды становится сомнительным утверждение, что классические зоны разрушения Ранкина применимы к поведению реальных сыпучих материалов. В то же время чрезвычайно интересно отметить, что похожие результаты могут быть получены, если при решении хорошо известной задачи о скольжении блока значения активного и пассивного давления по Ранкину задаются так, как это показано на рис. 12.21.

12.9. Анализ блочных структур на моделях. На рис. 12.22 представлены результаты применения метода Бермана к анализу устойчивости трещиноватого откоса блочной структуры [5], а на рис. 12.23 – демонстрационная физическая модель, на которой виден полученный характер деформирования. Эти результаты сравнимы с результатами, полученными Канделлом (рис. 12.9), особенно в смысле развития механизма опрокидывания блоков близ свободной поверхности откоса.

На рис. 12.24 показаны результаты последующих исследований Канделла и его соавторов [8]. Интересно отметить, что в массиве возникает эффект сводообразования, впервые рассмотренный Троллопом [20]

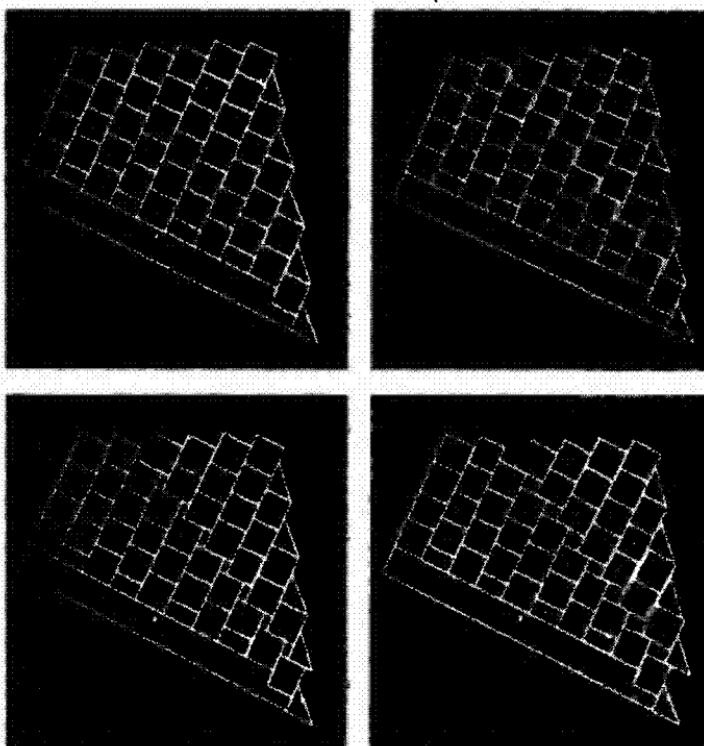


Рис. 12.24. Четыре стадии обрушения трещиноватого откоса блочной структуры, вычисленные на ЭВМ.

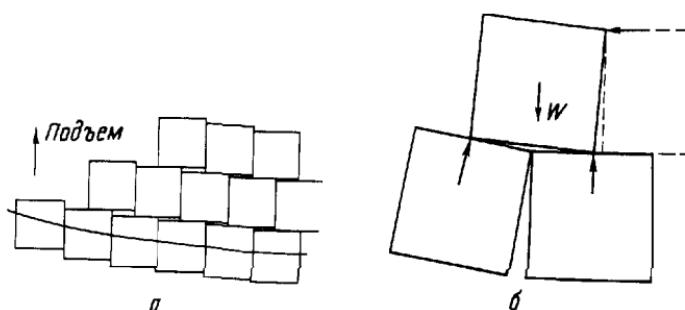


Рис. 12.25. Механизм возникновения арочного эффекта в блочных моделях [20]

(рис. 12.25, а), и что еще до достижения конечной стадии разрушения вращение блоков, которое вызывает их опрокидывание, становится заметным и приводит к образованию модифицированной арочной единицы (рис. 12.25, б)

Необходимо еще раз подчеркнуть, что эти модельные испытания имеют ограниченную сферу применимости. Они особенно полезны при изучении механизма разрушения у поверхности откоса, где отдельные блоки сравнительно велики по отношению к высоте откоса, но, как уже указывалось ранее, внимание должно быть сосредоточено на возможности перевода получаемых результатов в обычные поля напряжений. Анализируя рис. 12.24, можно сделать вывод о том, что механизм сводообразования развивается там, где снижается сопротивление трения по трещинам. Это соответствует высказанному ранее утверждению, что теория зернистой среды применима в случае рыхлой трещиноватой структуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Argyris J R Energy theorems and structural analysis – Aircraft Eng, 26, 347–356, 1954
- 2 Best B S An investigation into the use of finite element methods for analysing stress distributions in block jointed masses – Ph D Thesis, James Cook Univ 1970
- 3 Bishop A W The use of the slip circle in the stability analysis of earth slopes – Geotechnique, 5, 7–17, 1955
- 4 Burman B C A numerical approach to the mechanics of discontinua – 383 p., Ph D Thesis, James Cook Univ, 1971
- 5 Burman B S, Trollope D H and Philp M G The behaviour of excavated slopes in jointed rock – Aust Geomech Journ G5 1 26, 1975
- 6 Cundall P A The measurement and analysis of accelerations in rock slopes – Ph D Thesis, Univ of London (Imperial Coll of Sci and Tech), 1971
- 7 Cundall P A Rational design of tunnel supports – Techn Rep MRD – 2–74, Missouri River Div, Corps of Eng, 1974

- 8 *Cundall P A, Voegeli M and Fathurst C* Computerized Design of Rock Slopes Using Interactive Graphics for the Input and Output of Geometrical Data – 16th Sympos Rock Mech Univ of Minnesota, 1–10, 1975
- 9 *Dunavant M* Personal communication, 1977
- 10 *Goodman R D, Taylor R L and Brekke T L* A model for the mechanics of jointed rock – *J Amer Soc Civ Engrs, Soil Mech Found Div*, **94**, 637–659, 1968
- 11 *Hoek E* Rock Slope Stability in Open Cast Mining – Imp Coll London, *Rock Mech Res Rep*, **4**, 1971
- 12 *John K W* Graphical Stability Analysis of Slopes in Jointed Rock – *Journ Soil Mech Found Div ASCE*, **94**, 497–527, 1968
- 13 *Jones F O, Embdy D R and Peterson W L* Landslides along the Columbia River Valley, Northheastern Washington. *U S Geol Surv Prof Paper* No 367 1961
- 14 *Londe P, Vigier G and Vormerenger R* Stability of rock slopes, a three-dimensional study – *J Soil Mech Found Div ASCE*, **95**, 235–262, 1969
- 15 *Pentz D L* Methods of analysis of stability of rock slopes – In *Stability in open pit mining* Eds Brawner and Milligan *Proc 1st Int Conf on Stability in Open Pit Mining*, Vancouver, 1971
- 16 *Philp M G* Jointed slopes – a numerical investigation – 249 p., M Eng Sci Thesis (James Cook Univ), 1972
- 17 *Sultan H A and Seed H B* Stability of sloping core earth dams – *J Soil Mech. Found Eng ASCE*, **93**, 45–68 1967
- 18 *Taylor D W* Fundamentals of soil mechanics – New York (Wiley), 1948
- 19 *Trollope D H* The Stability of Wedges of Granular Materials – Rh D Thesis, Univ of Melbourne, 1956
- 20 *Trollope D H* Mechanics of Rock Slopes – *AIME* (New York Mtd) TR 60 A037, 1960
- 21 *Trollope D H* Sequential Failure in Strain-Softening Soils – *Proc 8th Int Conf Soil Mech Found Eng Moscow*, 4 38, 227, 1973
- 22 *Trollope D H* An Approximate Design Method for Slopes in Strain Softening Material – 16th Sympos Rock Mech Univ of Minnesota, 1975
- 23 *Witke W* Method of Analyzing the Stability of Rock Slopes With and Without Additional Loading (in German) – *Felmsmech Ing Geol Suppl*, **2**, 52–79, 1965

Глава 13

Распределение напряжений вокруг подземных выработок. Упругие решения

К Узлам

13.1. Введение. Цель настоящей главы – дать более глубокие сведения о передаче и концентрации усилий вокруг подземных выработок в скальных массивах. Нами использованы решения классической теории упругости, чтобы в доступной форме показать, как влияют размеры и форма выработки и исходное напряженное состояние скального массива, имевшее место до проходки, на формирование напряженного состояния массива.

13.1.1. Исходные допущения. Напряжения и деформации внутри скального массива являются статически неопределенными. Поэтому они не могут быть получены просто из ньютоновских уравнений равновесия. Чтобы найти распределение напряжений и деформаций, необходимо учесть два требования: условие совместности деформаций во всем массиве и закон состояния, т.е. уравнение связи напряжений и деформаций в любой точке массива. Что касается условия совместности, то теория упругости трактует скальную породу как континуум, в котором деформации плавно изменяются в пределах всей области, т.е. подразумевается, что в массиве нет разрывов сплошности. Большинство строгих решений теории упругости получено для законов состояния описывавших однородную изотропную линейно-упругую среду. Математические решения, представленные в настоящей главе, относятся к таким материалам, у которых связь напряжений и деформаций подчиняется закону Гука, а свойства постоянны в любой точке и не зависят от направления.

В дальнейшем подразумеваем, что распределение напряжений во всем массиве однородно до проходки подземной выработки. Это означает, что начальные напряжения в массиве велики по сравнению с теми поправками, которые вносит собственный вес породы в зоне влияния выработки. Можно показать, что в том случае, когда глубина заложения выработки превышает ее пролет более чем в четыре раза, предположение об однородности исходного поля напряжений не приведет к существенным ошибкам.

13.2.1. Применимость упругих решений. Поскольку решения классической теории упругости получены для идеализированного материала, к нему с самого начала следует относиться критически. Терцаги и Ришар [6] писали: «Эти допущения приемлемы только в том случае, если выработка располагается на большой глубине в механически

и химически ненарушенной упругой и изотропной породе, такой, как гранит, неслоистый песчаник или известняк. Картину напряженного состояния, порождаемого проходкой выработки в сланцеватых, тонко-стоистых сильно трещиноватых или набухающих породах, не может быть определена при помощи этих расчетов »

В последнее время все больше внимания уделяется измерению напряженного состояния скальных массивов в поле как одному из методов инженерных наблюдений в механике скальных пород. В тех случаях, когда производится измерение разгрузки в сравнительно небольшой и однородной зоне массива на границе с выработкой, можно с успехом использовать теорию упругости для описания полученных результатов

Даже в тех случаях, когда состояние скального массива таково, что использование теории упругости не совсем правомерно, точные решения, полученные на основе этой теории, все равно представляют существенный интерес, хотя и не имеют непосредственного применения. Во-первых, они образуют последовательную логическую основу, на которой базируется наш опыт работы в различных полевых условиях (и для инженера, и для ученого гораздо легче оценить наблюдаемое поведение массива с точки зрения отклонения от идеализированной нормы, чем каждый раз строить новую независимую модель). Во-вторых, классические решения были подтверждены многочисленными экспериментами на соответствующих материалах и являются, следовательно, незаменимой базой для оценки правильности более сложных решений, которые применяются для описания поведения скальных массивов

13.1.3 Определения Рассматриваются два типа подземных выработок: длинные призматические выработки кругового, прямоугольного или эллиптического сечения и сфероидальные камеры

До начала строительства скальный массив находится под воздействием начальных, или первичных, напряжений. В самом простом случае вертикальные напряжения будут равны давлению вышележащих пород. Но реальная ситуация часто осложняется действием тектонических сил, и поэтому соотношение между давлением собственного веса породы и действующими первичными вертикальными и горизонтальными напряжениями от случая к случаю меняется. Как показано на рис. 13.1, современный анализ базируется на предположении о равномерности распределения как первичных вертикальных напряжений p_z , так и первичных горизонтальных напряжений $p_x = \lambda p_z$ в пределах массива. Распределение напряжений p_z и p_x , действующих независимо, характеризуется различными значениями *отношения первичных напряжений* λ . Вопрос о соотношении между вертикальными и горизонтальными первичными напряжениями кратко освещен в разд. 13.3.1

Вторичные напряжения развиваются в скальном массиве в результате проходки подземной выработки. При анализе напряжений вокруг вытянутой выработки предполагают, что она находится в условиях *плоской деформации*, т. е. в направлении, параллельном длине выработки, деформации равны нулю (заметим, что окончательные решения

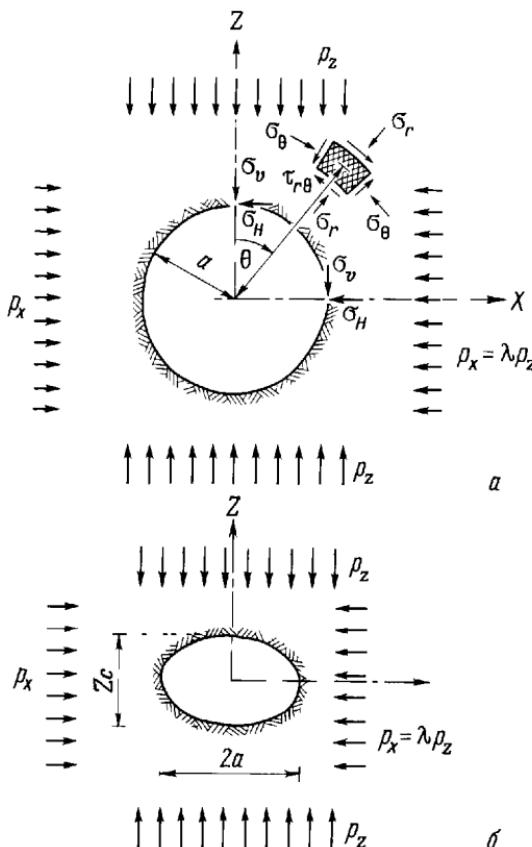


Рис. 13.1. Основные обозначения при анализе распределения напряжений вокруг выработки кругового (а) и эллиптического (б) очертания

таких задач равным образом применимы и в случае плоского напряженного состояния, например в задаче о распределении напряжений вокруг отверстия в тонкой пластине) На рис 13.1 показана система координат, используемая для описания распределения напряжений вокруг выработки. Напряжения в скальном массиве вокруг круглой выработки с радиусом a записываются в цилиндрической системе координат σ_r , σ_θ и $\tau_{r\theta}$. В своде выработки σ_r вертикально и может быть обозначено символом σ_v . В боковых стенках выработки, на горизонтальной оси сечения, σ_r горизонтально и может быть обозначено символом σ_H . На рис 13.1 приведены также обозначение размеров эллиптического сечения $2a$ и $2b$ и символ σ_θ , используемый для описания окружных напряжений в стенке выработки.

Напряженно-деформированное состояние рассматриваемой однород-

ной изотропной линейно-упругой горной породы зависит от модуля упругости E и коэффициента Пуассона ν . Эти константы материала определяются по результатам испытаний образцов на одноосное сжатие приложенное напряжение σ , вызывает деформации ε в напряжении σ и деформации ε_x и ε_y в двух других взаимно перпендикулярных направ-

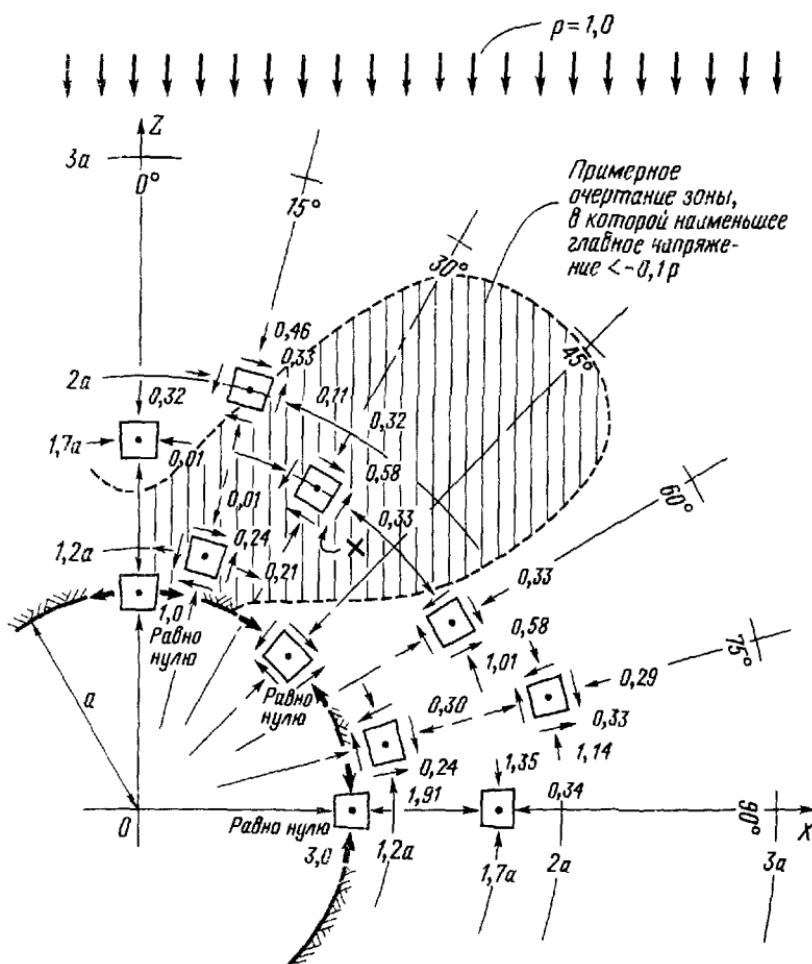


Рис. 13.2. Направление и величина напряжений вокруг выработки кругового очертания в одноосном поле первичных напряжений

лениях. Тогда

$$E = \frac{\sigma_z}{\epsilon_z}$$

и

$$\epsilon_x = \epsilon_y = -v\epsilon_z.$$

(Заметим, что напряжения и деформации сжатия считаются положительными.) Напряженное состояние вокруг длинных призматических выработок в упругой среде не зависит от значений E и v . Напряженное состояние вокруг сфероидальной камеры зависит от величины v . Для несжимаемого материала $v = 0,5$, но для скальных пород значение коэффициента Пуассона обычно колеблется в пределах $0,1 - 0,3$.

13.2. Передача силовых воздействий вокруг выработок в упругой среде. В линейно-упругой среде суммарный эффект от одновременного воздействия двух первичных напряжений p_z и p_x эквивалентен сумме эффектов, вызываемых каждым напряжением в отдельности. В связи с этим полезно детально рассмотреть случай проходки выработки в условиях одноосного первичного поля напряжений p (т. е. $p_z = p$, $\lambda = 0$; см. рис. 13.1).

Сначала обратимся к круглой выработке с тем, чтобы показать окончательное распределение вокруг нее напряжений: степень концентрации напряжений, зоны растягивающих напряжений и зоны, в которых влияние выработки на распределение напряжений существенно. Затем перейдем к изучению эллиптических и сферических выработок, чтобы проиллюстрировать влияние формы поперечного сечения.

13.2.1. Выработка кругового очертания в условиях одноосного напряженного состояния среды. Решение было получено еще Киршем в 1898 г. [2] и описано в его работе о распределении напряжений вблизи круглого отверстия в тонкой пластине. Аналитическое решение Кирша может быть непосредственно применено для задачи о выработке кругового очертания в одноосном поле напряжений*. В обозначениях, соответствующих рис. 13.1, напряжения могут быть определены по следующим зависимостям:

* Как у Кирша [2], так и у Тимошенко [7] решение дано для плоского напряженного состояния, которое также представляет большой интерес в механике скальных пород и записывается применительно к обозначениям на рис. 13.1 следующим образом:

$$\sigma_r = \frac{1}{2} \left(p_z + p_x \right) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{1}{2} \left(p_z - p_x \right) \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta.$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2} \left(p_z + p_x \right) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{1}{2} \left(p_z - p_x \right) \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta,$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{2} \left(p_z - p_x \right) \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta - \text{Прим. ред.}$$

$$\sigma_r = \frac{p}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{p}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \quad (13.1a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{p}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{p}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \quad (13.1b)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{p}{2} \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \quad (13.1c)$$

Вывод этих уравнений читатель найдет у Тимошенко и Гудьера [7]. (Следует отметить, что в большинстве ссылок на эти уравнения ошибочно оставляют знак минус перед $\tau_{r\theta}$, соответствующий другому правилу знаков, в котором положительным считается растяжение.) Уравнения (13.1a) – (13.1c) совместно с основными уравнениями преобразования напряжений могут быть легко решены с помощью магнитного или электронного настольного калькулятора и дают картину напряжений во всей области. На рис. 13.2 приведено распределение напряжений в отдельных точках области вокруг выработки. Стрелками здесь показаны направления действия напряжений в виде сосредоточенных сил, действующих на элементарные объемы материала вокруг выбранных точек. Значения напряжений даны в относительных величинах σ_r/p , σ_θ/p и $\tau_{r\theta}/p$. На эту диаграмму мы будем ссылаться в дальнейшем, по мере того как будут более подробно обсуждаться основные закономерности распределения напряжений.

а) Концентрация напряжений. Простейшей наглядной иллюстрацией воздействия выработки на исходное поле напряжений является рис. 13.3, а, на котором показано, как поток сжимающих усилий обтекает отверстие. До проходки силовые линии текли через массив в вертикальном направлении. Выработка как бы раздвигает сжимающие усилия в стороны, вызывая тем самым их концентрацию по бокам. Аналитические результаты, приведенные на рис. 13.2, подтверждают, что вертикальные сжимающие напряжения снижаются в своде, но концентрируются в стенах. Можно было бы ожидать далее, что степень концентрации должна меняться в соответствии с характером препятствия, встреченного потоком (что доказывают результаты, приведенные в следующем разделе). На рис. 13.3, б показано распределение вертикальных сжимающих напряжений вдоль горизонтальной оси по мере удаления от стены выработки. Отношение максимального сжимающего напряжения (3,0 p) к первичному напряжению (p) называется коэффициентом концентрации напряжений C . В случае выработки кругового очертания $C = 3$.

б) Растягивающие напряжения в своде. Развитие растягивающих напряжений в своде за счет изгиба кровли иллюстрируется рис. 13.4. На рисунке приведены также аналитические результаты, описывающие изменение окружных напряжений в своде камеры. Видно, что растягивающие напряжения на поверхности круглого отверстия снижаются от 1,0 p в середине свода до нуля в точке, соответ-

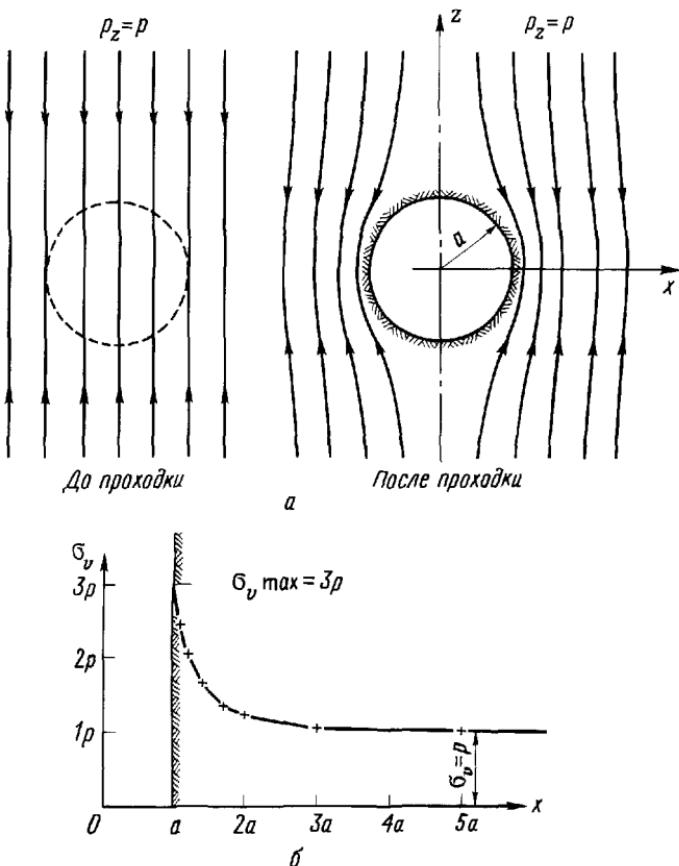


Рис. 13.3. Выработка кругового очертания в одноосном поле первичных напряжений *a* – силы сжатия «обтекают» выработку, *б* – изменение σ_v по мере удаления от сечения в горизонтальном направлении

ствующей углу $\theta = \pm 30^\circ$. На рис. 13.5 показано, как снижаются растягивающие напряжения по мере удаления вверх от отверстия. Горизонтальные растягивающие напряжения обращаются в нуль на расстоянии около $0,7a$ выше свода.

в) Касательные напряжения и диагональное растяжение. Анализ распределения главных напряжений в среде показывает, что по бокам от вертикальной оси выше и ниже сечения развиваются большие зоны растяжения. На рис. 13.2 видно распространение зоны значительных растягивающих напряжений в правом верхнем квадранте. Простое пояснение возникновения таких зон растяжения дано на рис. 13.6.

Чтобы сохранить равновесие там, где существуют градиенты нор-

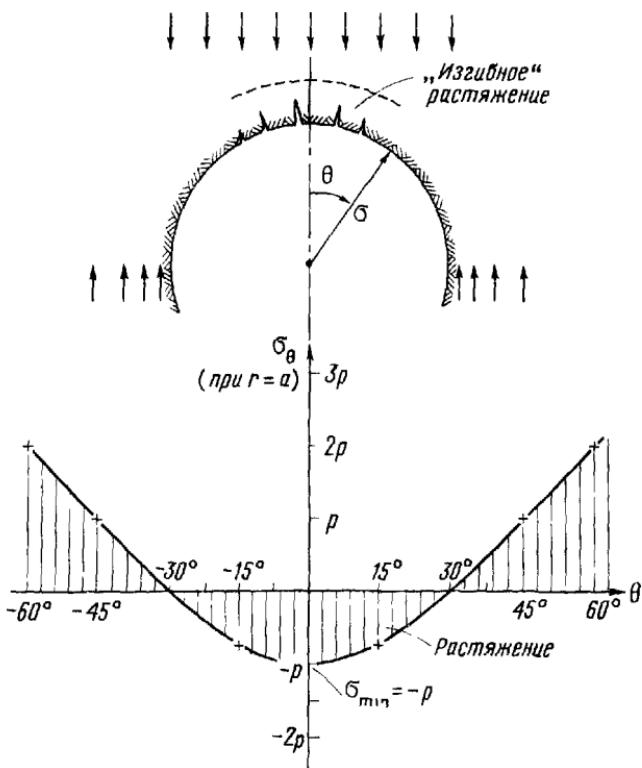


Рис. 13.4. Кольцевые напряжения в своде круглой выработки в одноосном поле первичных напряжений (аналогичные условия существуют и в лотке)

мальных напряжений, как это имеет место в кольцевом направлении вокруг выработки, должны существовать также и касательные напряжения. Это вытекает из анализа сил, действующих на элемент материала, находящийся вблизи стенки туннеля (правая нижняя часть рис. 13.6). Чтобы сбалансировать окружные нормальные усилия, касательные должны действовать вверх на внешней стороне элемента. Выше горизонтальной оси окружные касательные напряжения должны быть направлены по часовой стрелке, что вытекает из условий равновесия. Как показано в правой верхней части рисунка, полный набор касательных усилий $\tau_{r\theta}$, действующих на малый элемент, вызывает его растяжение в диагональном направлении. В зонах слабого сжатия такое диагональное растяжение становится преобладающим, что приводит к возникновению главных растягивающих напряжений. Это явление можно наблюдать, изучая напряжения, действующие в точке X на рис. 13.2.

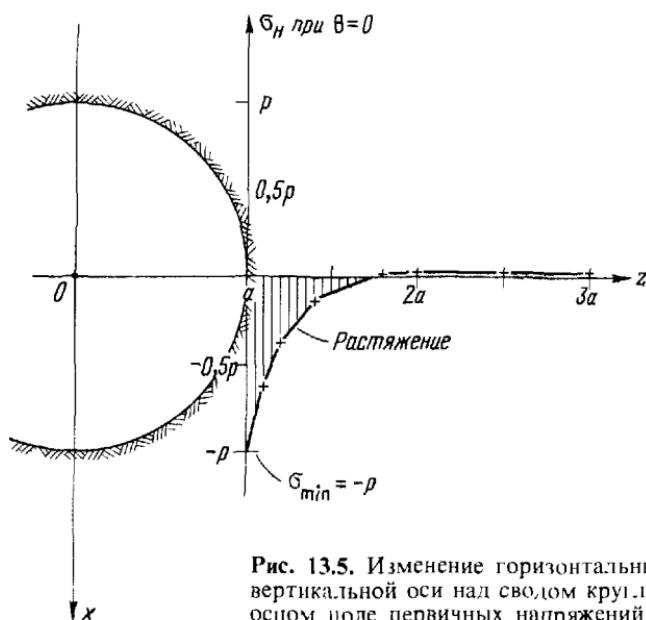


Рис. 13.5. Изменение горизонтальных напряжений вдоль вертикальной оси над сводом круглой выработки в одноосном поле первичных напряжений

г) **Зона влияния выработки.** В соответствии с принципом Сен-Венана влияние круглого отверстия будет ощущаться в ограниченной зоне вокруг выработки. Это подтверждают и предыдущие результаты. Если зоной влияния считать такую зону, в которой вертикальные сжимающие напряжения выходят за пределы интервала $0,9 p - 1,1 p$, то она распространится на расстояние $r = 5a$ вдоль вертикальной оси и на расстояние $r = 2,8a$ вдоль горизонтальной. Интересно отметить, что зона влияния вытянута в направлении, совпадающем с направлением первичных напряжений.

13.2.2. **Выработки некругового очертания в условиях одноосного сжатия среды** Базируясь на теоретическом решении Кирша [2] для круглых отверстий, Инглес [1] получил решение для эллиптических пустот. В 1926 г. Саутуэл [5] опубликовал исследование распределения напряжений вокруг сферической камеры. Эти решения можно найти у Тимошенко и Гудьера [7], а самые применимые окончательные результаты решений — у Терцаги и Ришара [6]. Савиным [4] было получено решение для выработки прямоугольного очертания.

а) **Влияние формы поперечного сечения на концентрацию напряжений.** Концентрация напряжений возле выработки эллиптического очертания определяется выражением

$$C = 1 + \frac{2a}{b}, \quad (13.2)$$

когда одноосное поле первичных напряжений действует перпендику-

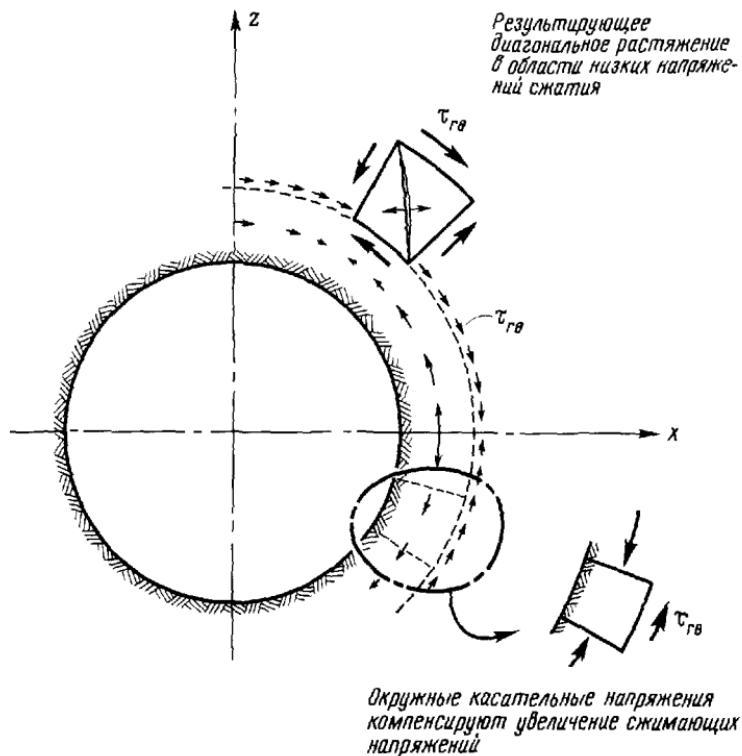


Рис. 13.6. Окружные касательные напряжения и результирующее диагональное растяжение в областях низких сжимающих напряжений вокруг выработки кругового очертания в одноосном поле первичных напряжений

лярно оси длиной $2a$ (рис. 13.1). Это выражение дает следующие значения коэффициента концентрации напряжений:

a	b	C
0,5		2,0
1,0		3,0
(круговое очертание)		
2,0		5,0

Коэффициент концентрации напряжений для сферической камеры несколько зависит от коэффициента Пуассона и изменяется в пределах от 1,93 до 2,17 при изменении ν от 0,0 до 0,5. Можно заметить, что коэффициент концентрации меняется, как и предполагалось, в зависи-

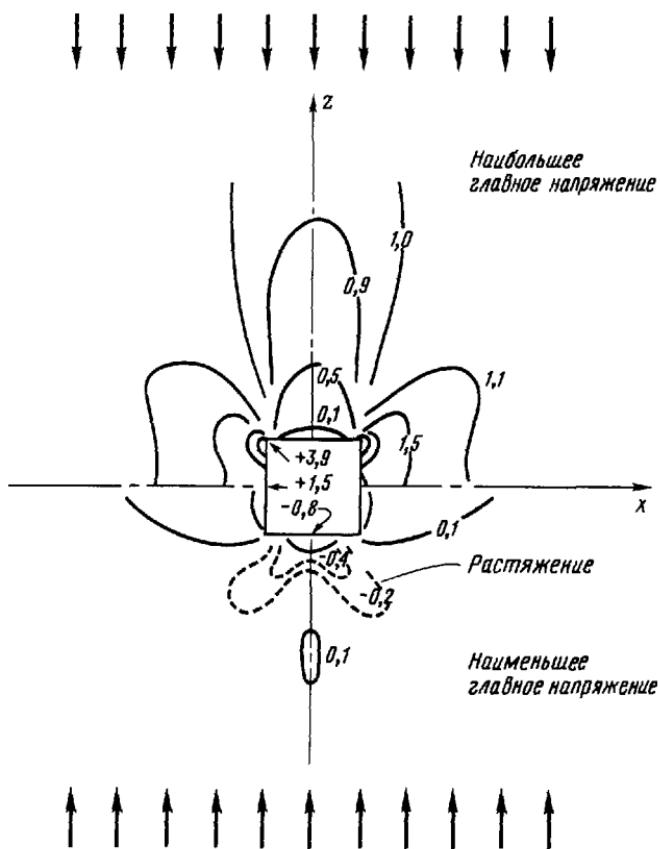


Рис. 13.7. Напряжения вокруг квадратной выработки в одноосном поле первичных напряжений.

ности от формы препятствия, возникающего на пути у «потока» сжимающих напряжений. Рис. 13.7 иллюстрирует обычное распределение напряжений вокруг выработки квадратного сечения. Здесь концентрация напряжений наблюдается в углах. Коэффициент концентрации равен 3,9.

б) Влияние формы поперечного сечения на величину растягивающих напряжений в своде. Как при круговом, так и при эллиптическом очертании выработки растягивающие напряжения в своде достигают величины 1,0 р. Соответствующее значение для выработки квадратного очертания составляет 0,8 р.

Растягивающие напряжения в центре купола сферической камеры зависят от коэффициента Пуассона следующим образом:

ν	Растягивающие напряжения в центре купола сферической камеры
0,00	0,21 p
0,20	0,50 p
0,30	0,68 p
0,50	1,17 p

Представляет интерес также вопрос о том, как затухают горизонтальные напряжения по мере удаления вверх от контура выработки. На рис. 13.8 показана картина изменения горизонтальных напряжений для выработок различного очертания, но имеющих одинаковый пролет, равный $2a$, по мере удаления вдоль оси z . Диаграмма свидетельствует, что форма поперечного сечения оказывает незначительное влияние на величину горизонтальных напряжений непосредственно в своде длинной призматической выработки, расположенной в одноосном поле напряжений. Более низкие растягивающие напряжения в куполе сферической выработки затухают быстрее и падают до нуля на расстоянии $0,4a$ (для призматических выработок оно соответственно равно $0,7a$).

в) Влияние формы поперечного сечения на зоны диагонального растяжения. Сравнение рис. 13.2 и 13.7 показывает, что для двух крайних случаев, кругового и квадратного очертания, значительные зоны диагонального растяжения простираются на расстояние около $2a$ от контура и направлены под углом от 30 до 45° к вертикальной оси.

г) Влияние формы поперечного сечения на величину зоны влияния выработки. В нижеследующей таблице приведены размеры зон существенного влияния выработок на поле первичных напряжений.

Влияние считается существенным, если напряжение $\sigma > 1,1 p$ или $\sigma < 0,9 p$.

Форма поперечного сечения	Примерное расстояние от контура сечения до границы зоны существенного влияния	
	по вертикальной оси	по горизонтальной оси
Квадрат	4,5a	2,2a
Круг	4,0a	1,8a
Эллипс ($a/b = 0,5$)	4,7a	2,7a
Эллипс ($a/b = 2,0$)	3,6a	1,6a
Сфера	2,0a	0,7a

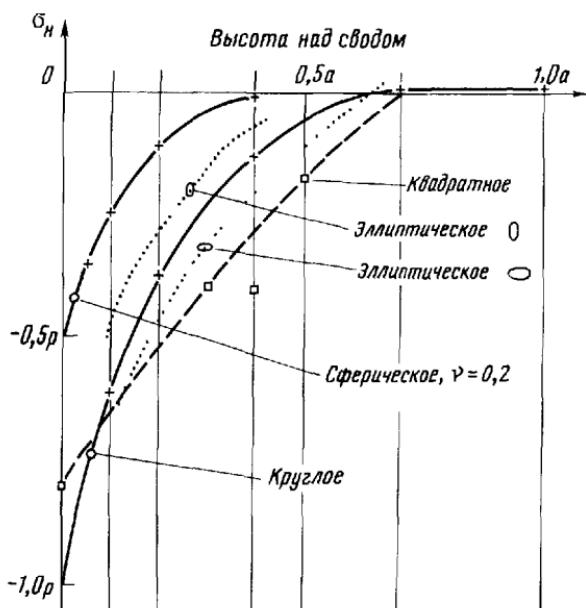


Рис. 13.8. Изменение горизонтальных напряжений σ_H вдоль вертикальной оси над сводом выработок различного очертания, имеющих одинаковый пролет $2a$

Меньшие зоны влияния сферической камеры объясняются пространственным характером распределения усилий вокруг выработки.

д) Напряжения на контуре овальных, квадратных и ромбовидных отверстий. На рис. 13.9 воспроизводятся диаграммы Обера и Дювала [3], демонстрирующие изменение окружных напряжений вокруг выработок различного очертания. Особый интерес представляют кривые, обозначенные цифрой II , которые относятся к случаю одноосного вертикального поля напряжений. Основное дополнение к приведенным выше результатам состоит в том, что в своде туннеля ромбовидного сечения величина растягивающих напряжений достигает $1,75$ р.

13.3. Влияние соотношения первичных напряжений на распределение напряжений вокруг выработок в упругой среде. 13.3.1 *Первичные напряжения*, существующие в реальном скальном массиве, являются сложной функцией его природы и геологической истории. Ориентация главных естественных напряжений и соотношения наибольшего и наименьшего напряжений в различных массивах различны. Применение решений классической теории упругости ограничено теми случаями, когда главные естественные напряжения действуют в направлении осей симметрии выработки. Для удобства представления результатов обычно принимают, что наибольшее главное первичное напряжение действует в вертикальном направлении (рис. 13.1). В действительности оно может действовать

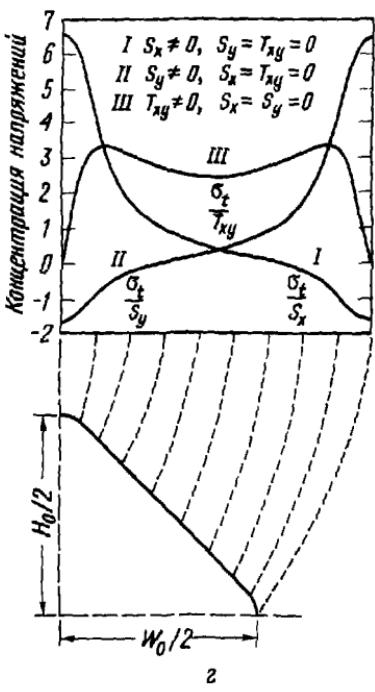
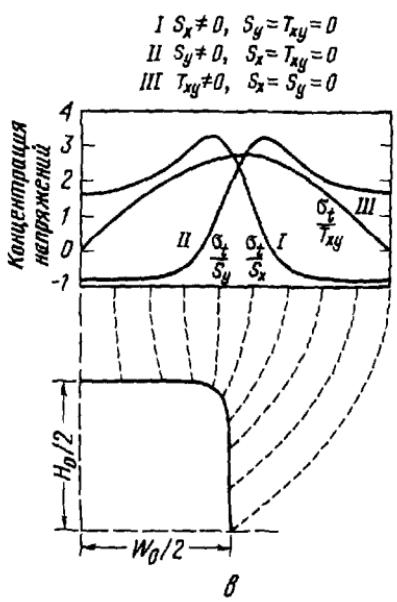
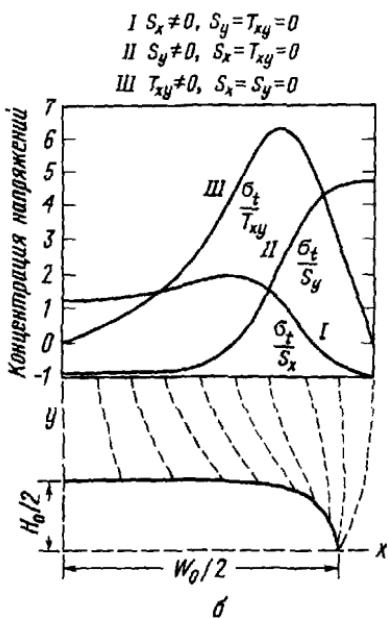
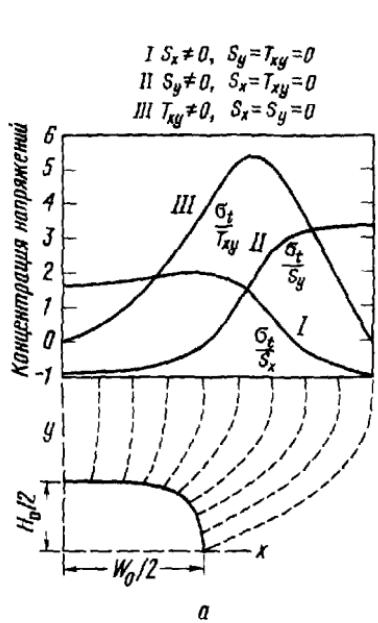


Рис. 13.9. Напряжения на контуре овальной, квадратной и ромбовидной выработок в одноосном поле первичных напряжений [3]. *a* – напряжения на контуре овалоида при $W_0/H_0 = 2$; *б* – напряжение на контуре овалоида при $W_0/H_0 = 4$; *в* – напряжение на контуре квадратного сечения с закругленными углами, стороны квадрата параллельны осям, причем $W_0/H_0 = 1$; *г* – напряжения на контуре ромбовидного сечения с закругленными углами, диагонали ромба параллельны осям, $W_0/H_0 = 1$.

вать в любом направлении между вертикальным и горизонтальным. Соотношение между главными напряжениями λ может изменяться в пределах от величин несколько меньших нуля и до единицы. Верхний предел соответствует состоянию гидростатического сжатия. Случай $\lambda = 0$ наблюдается у массивов, разрушившихся в результате действия естественных растягивающих напряжений. Эти условия соответствуют одноосному полю первичных напряжений (разд. 13.2). Терцаги и Ришар [6] полагают, что значение λ , близкое к нулю, можно использовать для осадочных пород, имеющих трещины, перпендикулярные плоскости напластования, для эфузивных магматических пород типа базальта (с системами трещин, которые образовались при сжатии породы в процессе застывания) и для интрузивных изверженных пород, которые затвердели при умеренных давлениях. Сложнее всего предсказать значение λ для метаморфических пород.

Некоторые авторы подчеркивают, что особым случаем является массив с горизонтально-слоистой структурой, в котором горизонтальные размеры слоев остаются неизменными. В этом особом случае наибольшее главное первичное напряжение действует вертикально и равно давлению вышележащей породы, а λ определяется выражением

$$\lambda_1 = \frac{v}{1-v}. \quad (13.3)$$

При обычном значении $v = 0,2$ имеем $\lambda_1 = 0,25$. Предположение о том, что главное естественное напряжение равно давлению вышележащей породы, пригодно для простого напластования, однако опыт, накопленный с грунтами (простейшими из отложений), свидетельствует, что, принимая значение λ_1 по указанной методике, можно допустить большую ошибку. Лучше всего устанавливать значение λ по результатам непосредственных измерений напряжений в натуре.

13.3.2. Выработка кругового очертания. а) **Основные зависимости.** Распределение напряжений вокруг выработки кругового очертания в условиях двусного первичного поля напряжений может быть получено методом суперпозиции напряжений p и λp . Уравнения (13.1) дают распределение напряжений в поле p , выраженное через a , r и θ в соответствии с рис. 13.1. Картина, вызванная перпендикулярным полем первичных напряжений λ_p , может быть получена в результате подстановки величины $90^\circ - \theta$ вместо θ в уравнения (13.1):

$$\sigma_r = \frac{\lambda p}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{\lambda p}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta, \quad (13.4a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\lambda p}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{\lambda p}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta, \quad (13.4b)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{\lambda p}{2} \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta. \quad (13.4c)$$

Суммируя уравнения (13.1) и (13.4), для двухосного поля напряжений получим

$$\sigma_r = \frac{(1 + \lambda)p}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{(1 - \lambda)p}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta, \quad (13.5a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{(1 + \lambda)p}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{(1 - \lambda)p}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta, \quad (13.5b)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{(1 - \lambda)p}{2} \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta. \quad (13.5b)$$

б) Гидростатическое поле первичных напряжений. Уравнения (13.5) показывают, что в гидростатическом поле первичных напряжений ($\lambda = 1$) исчезают напряжения сдвига, остаются лишь однородные кольцевые напряжения сжатия σ_θ , достигающие значения $2p$ на контуре выработки и уменьшающиеся до p по мере удаления, и σ_r , возрастающие от нуля до p , по мере того как $(a/r)^2$ стремится к нулю.

в) Влияние соотношения напряжений на концентрацию напряжений. Из рис. 13.2 видно, что воздействие напряжений $p_x = \lambda p$ ведет к снижению концентрации напряжений в стенах на величину λ , т. е. $C = (3 - \lambda)$.

г) Влияние соотношения напряжений на растяжение в своде. Напряжения в своде выработки составят $\sigma_H = p(3\lambda - 1)$, так что растяжение в своде исчезнет при $\lambda \geq 1/3$.

д) Влияние соотношения напряжений на диагональное растяжение. Исследование напряжений в условиях одноосного поля первичных напряжений показало, что эффект диагонального растяжения особенно силен вблизи точки с координатами $\theta = 30^\circ$, $r/a = 1,4$. Подставляя эти значения в уравнения (13.5), для двухосного поля напряжений получим

$$\sigma_r/p = 0,18 + 0,31\lambda, \quad (13.6a)$$

$$\sigma_\theta/p = 0,31 + 1,2\lambda, \quad (13.6b)$$

$$\tau_{r\theta}/p = 0,537(1 - \lambda). \quad (13.6c)$$

Вычисление главных напряжений для этой точки показывает, что растягивающие напряжения исчезают при $\lambda > 0,25$ и что когда $\lambda = 1/3$, наименьшее главное напряжение составляет $+0,064 p$ (сжатие). Отсюда видно, что зона растягивающих напряжений, сопутствующая диагональному растяжению, как показано на рис. 13.2, исчезнет, когда λ будет достаточно велика, чтобы исключить растяжение в своде.

13.3.3. Выработка эллиптического очертания. а) Влияние соотношения напряжений на концентрацию напряжений. В условиях одноосного поля напряжений напряжения сжатия в стенах достигают значения $p(1 + 2a/b)$. Воздействие напряжений $p_x = \lambda p$ при-

водит к снижению концентрации напряжений до величины $C = (1 - \lambda + 2a/b)$.

б) Влияние соотношения напряжений на растяжение в своде. В результате взаимного наложения действия однородных полей напряжений p и λp растягивающее напряжение в своде в условиях двухосного первичного напряженного состояния будет равно

$$\sigma_H = \lambda p \left(1 + \frac{2b}{a} \right) - p,$$

т. е. растяжение в своде исчезнет при $\lambda > 1/(1 + 2b/a)$.

Отсюда следует:

если $a/b = 0,5$, растяжение исчезнет при $\lambda > 0,2$;

если $a/b = 1,0$ (круговое очертание), растяжение исчезнет при $\lambda > 0,33$;

если $a/b = 2,0$, растяжение исчезнет при $\lambda > 0,5$;

если $a/b = 4,0$, растяжение исчезнет при $\lambda > 0,67$.

Эти результаты показывают, что, исключая случаи больших значений λ , в своде выработки сплюснутого эллиптического очертания (при $a > b$) будут развиваться значительные окружные растягивающие напряжения.

Подобное заключение справедливо и для сфероидальных камер с оговоркой, что растяжение в своде у них появится при несколько больших значениях отношения a/b . Так, например, при $\lambda = 0,25$ растягивающие напряжения появятся над эллиптическим отверстием при $a/b > 0,67$, в то время как над сфероидальной выработкой (при $v = 0,2$) они появятся при $a/b > 1,0$.

Терцаги и Ришар [6] пишут о влиянии горизонтальных напряжений: «... Если свод в скальной породе обрушается, то он обрушается вследствие горизонтального растяжения, которое приводит к образованию большего или меньшего количества вертикальных трещин растяжения. При раскрытии вертикальных трещин возрастает вертикальное растяжение в породе, лежащей выше свода. Если трещины растяжения достигнут высоты h над сводом выработки в скальной породе, имеющей объемный вес γ , то растягивающие напряжения на горизонтальных площадках, проходящих через верхние участки трещин, составят

$$\sigma_t = -h\gamma. \quad (13.7)$$

Если свод недостаточно прочен, чтобы выдержать такие напряжения, начнется выпадение кусков породы, вследствие чего будет снижена величина отношения a/b между пролетом или диаметром выработки и стрелой подъема арки или купола. Снижение величины отношения a/b ведет к снижению величины горизонтальных растягивающих напряжений в своде. Выпадение кусков породы прекратится, как только величина растягивающих напряжений станет сравнима с прочностью данного свода».

13.4. Заключение и выводы. Использование линейной теории упругости в простом случае с выработкой кругового очертания в условиях одноосного поля первичных напряжений позволяет выявить несколько важных моментов:

- 1) концентрацию напряжений сжатия в стенках выработки (до 3,0 p);
- 2) растягивающие напряжения (до 1,0 p) в своде (и в лотке);
- 3) большие зоны диагонального растяжения, вытянутые в направлении под углом $\pm(30 \div 45)^\circ$ к вертикальной оси;
- 4) ограниченность зоны влияния выработки.

Форма поперечного сечения выработки в условиях одноосного поля напряжений оказывает наибольшее влияние на концентрацию напряжений в стенках. Для выработки эллиптического очертания максимальные напряжения изменяются в пределах от $2p$ до $5p$ при изменении соотношения полуосей эллипса от $a/b = 0,5$ до $a/b = 2,0$. Напряжения «на экваторе» сферической камеры достигают значения примерно $2p$.

Суперпозиция решений для одноосных полей первичных напряжений показывает, что решающее влияние на формирование поля напряжений вокруг выработки оказывает коэффициент λ . Особый интерес представляет минимальное значение этого соотношения, при котором в своде не возникает растягивающих усилий. Для выработки эллиптического очертания оно составляет от 0,2 до 0,5 в зависимости от изменения отношения a/b от 0,5 до 2,0. Показано, что вокруг выработки кругового очертания зоны диагонального растяжения исчезают при более низких значениях λ , чем те, которые вызывают исчезновение растяжения в своде.

Жечи (Széchy) в своей книге «Искусство туннелестроения» пишет: «Определение давления в скальных породах представляет собой одну из самых запутанных проблем строительной науки. Сложность ее объясняется не только трудностями, связанными с прогнозом напряженного состояния, первичных напряжений, действующих внутри неоднородного скального массива, но также и с тем фактом (в дополнение к трудностям определения прочностных характеристик породы), что значения вторичных напряжений, развивающиеся в окрестности выработки после проходки, обусловливаются множеством факторов, таких, как размеры сечения, способ проходки, жесткость крепи и время, в течение которого порода остается незакрепленной ...»

Классическая теория упругости дает возможность сделать лишь первый шаг в изучении основных закономерностей управления формированием напряжений вокруг подземных выработок. С помощью численного анализа можно перейти к вопросам, связанным с воздействием несимметричного нагружения и проходкой туннелей искривленного очертания. Недавние достижения в области вязкоупругопластического анализа являются шагом к познанию закономерностей поведения массива во времени, в особенности в тех случаях, когда аппарат механики дискретной среды используется для сильнотрещиноватых пород.

Однако в этом случае остается еще много неясностей, связанных с природой ослаблений в массивах (см. гл. 7) и величинами естественных напряжений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Inglis C. E.*: Stresses in a plite due to the presence of cracks and sharp corners. — Trans. Inst. Naval Architects, 55, pp. 219—230, 1913.
2. *Kirsch G.* * see V. D. I., Vol. 42, 1898
3. *Obert L. and Duvall W. I.* Rock Mechanics and the Design of Structures in Rock — Wiley, New York, 1967
4. *Savin G. N.* Stress concentration around holes — New York, 1961.
5. *Southwell R. V.* * see Philosophical Magazine, 1926.
6. *Terzyghi K. and Richart L.* Stresses in rocks about cavities — Géotechnique, 3, pp. 57—75, 1952
7. *Timoshenko S. P. and Goodier J. N.* Theory of Elasticity — 3rd Ed., McGraw-Hill, New York, 1970 Имеется перевод С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер Теория упругости — М. Наука, 1979

* Математические решения Кирша, Инглиса и Саутуэла можно найти также в книге Тимошенко и Гудьера (гл. 35, 63 и 137 соответственно)

Глава 14

Распределение напряжений вокруг подземных выработок. Упругопластические решения

X. Бок

14.1. Введение. В машиностроении и гражданском строительстве устойчивость объектов обычно достигается за счет соблюдения при проектировании следующего требования: в каждом отдельном элементе напряжения не должны превышать предела его прочности. Однако такой подход к проектированию подземных сооружений неприемлем, поскольку он закрыл бы путь к проходке шахт и тоннелей во многих случаях, когда на практике строительство осуществляется весьма успешно и без особого риска. Отсюда следует, что если необходимо получить близкое к реальному распределение напряжений вокруг подземной выработки, то теоретические представления должны базироваться не только на линейно-упругих деформационных характеристиках скального массива.

Тот факт, что нелинейные деформации действительно обычны в практике подземного строительства, иллюстрирует рис. 14.1. На нем изображены в виде блоковых диаграмм окружные напряжения σ_θ , усредненные по небольшим участкам сечения прямоугольного угольного целика. Каждая диаграмма представляет определенную точку на обобщенной кривой зависимости средних (по площади целика) напряжений от деформаций. Видно, что максимальные окружные напряжения действуют не на поверхности целика или близко от нее (как утверждает линейная теория упругости; см. гл. 13), а где-то во внутренних его областях. Минуя значение верхнего предела прочности целика, пик напряжений устанавливается в самой его середине, и очень важно понять, что центральная часть способна выдерживать чрезвычайно высокие напряжения, даже тогда, когда целик нагружен сверх того максимального предела, который традиционно принимается за его прочность.

В этой главе рассмотрены три случая нелинейного напряженно-деформированного поведения (рис. 14.2).

Во-первых, случай линейно-упругого идеально пластического поведения скального массива; этот случай позволяет перейти от хрупкого к пластическому механизму разрушения («нулевая хрупкость»*; рис. 14.2, а) и изложен в разд. 14.2.

* Хрупкость материала определяется как «максимальное значение крутизны» ниспадающей части кривой запредельных испытаний ([4], с. 80).

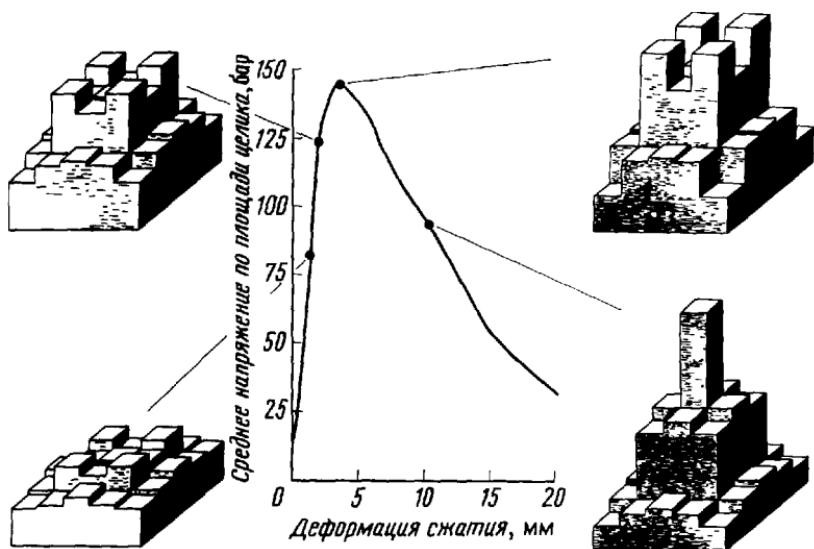


Рис. 14.1. Окружения в угольном целике на разных стадиях его нагружения [7].

Во-вторых, случай материала с бесконечной хрупкостью (рис. 14.2, б), рассмотренный в разд. 14.3.

В-третьих, случай материала с конечной хрупкостью (рис. 14.2, в), представленный в разд. 14.4.

В первых двух случаях поведение реального скального массива сильно идеализировано. Они могут рассматриваться как верхний и нижний пределы действительного запредельного поведения хрупкой скальной породы, которому в большей мере соответствует третий случай.

Для первых двух типов запредельных кривых возможно получение строгих математических решений в напряжениях и перемещениях, хотя эти решения ограничены простейшими геометрическими условиями (выработка только кругового очертания), первичным напряженным состоянием ($\lambda = 1,0$) и свойствами материала (однородного изотропного; см. разд. 13.1.1).

14.2. Скальные массивы с нулевой хрупкостью (линейно-упругое идеально пластическое поведение). Основные решения задач о распределении напряжений в таких средах были получены Феннером [3], Талобром [9] и Кестнером [5].

Если напряжения ни в одной точке вокруг подземной выработки не достигли значений предельных напряжений, соответствующих огибающей разрушения, то поле напряжений соответствует известному из линейной теории упругости (см. гл. 13). Если, однако, вычисленные

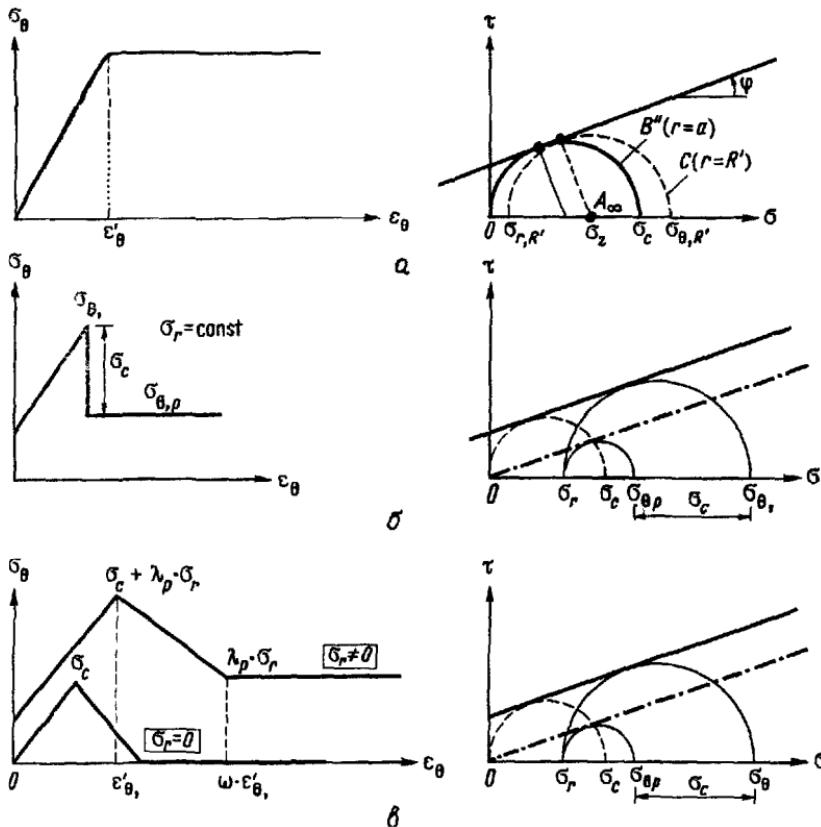


Рис. 14.2. Кривые напряжение – деформация (слева) и огибающие Мора (справа), соответствующие трем случаям, рассмотренным в разд. 14.2 – 14.4. *а* – линейно-упругое идеально пластическое поведение; *б* – разупрочняющийся материал с бесконечной хрупкостью; *в* – материал с конечной ненулевой хрупкостью.

на базе линейной теории упругости напряжения выходят за пределы огибающей разрушения, то производится следующее преобразование в их распределении: вблизи подземной выработки во внутренних частях массива напряжения приравниваются к пределу текучести и порода подвергается пластическим деформациям («пластическая зона»), в то время как в более удаленных частях массива деформируется чисто упруго («упругая зона»).

Напряжения в пластической зоне будут равны

$$\begin{aligned}
 \sigma_{r,pl} &= \left(\frac{r}{a}\right)^{\xi-1} \left[\sigma_{r0} + \frac{\sigma_c}{\xi-1} \right] - \frac{\sigma_c}{\xi-1}, \\
 \sigma_{\theta,pl} &= \xi \left(\frac{r}{a}\right)^{\xi-1} \left[\sigma_{r0} + \frac{\sigma_c}{\xi-1} \right] - \frac{\sigma_c}{\xi-1}
 \end{aligned} \quad (14.1)$$

и

$$\tau_{r\theta\text{уп}} = 0,$$

где a — радиус подземной выработки; $\xi = (1 + \sin \varphi) / (1 - \sin \varphi)$ — коэффициент пассивного давления породы; φ — угол внутреннего трения, σ_{r0} — равномерное внутреннее давление, связанное, например, с сопротивлением обделки; σ_c — прочность породы на одноосное сжатие. Напряжения в упругой зоне составят

$$\begin{aligned}\sigma_{ry\text{уп}} &= \frac{R'^2}{r^2} \sigma_{rR} + \left(1 - \frac{R'^2}{r^2}\right) \sigma_z, \\ \sigma_{\theta\text{уп}} &= \frac{R'^2}{r^2} \sigma_{rR} + \left(1 + \frac{R'^2}{r^2}\right) \sigma_z.\end{aligned}\quad (14.2)$$

и

$$\tau_{r\theta\text{уп}} = 0,$$

где R' — радиус круговой границы между пластической и упругой зонами («критический радиус»), σ_{rR} — радиальные напряжения на расстоянии критического радиуса от контура. В частности,

$$R' = a \left[\frac{2}{\xi - 1} \cdot \frac{\sigma_z (\xi - 1) + \sigma_c}{\sigma_{r0} (\xi - 1) + \sigma_c} \right]^{\frac{1}{\xi - 1}} \quad (14.3)$$

и

$$\sigma_{rR} = \frac{2\sigma_z - \sigma_c}{\xi + 1}$$

Рис. 14.3 иллюстрирует распределение радиальных и окружных напряжений, вычисленных по этим формулам. Обращает на себя внимание различие между внутренней «пластической зоной», в которой и окружное и радиальное напряжения увеличиваются по мере удаления от контура подземной выработки, и внешней «упругой зоной», в которой окружные и радиальные напряжения с увеличением расстояния от контура все больше приближаются к первичному напряженному состоянию $\sigma_x = \sigma_z$.

Это явление можно представить себе таким образом: в случае упругого пластического поведения скального массива высокие окружные напряжения на контуре выработки, соответствующие теории упругости, понижаются и передаются в более отдаленные зоны массива. В этих более отдаленных зонах радиальные напряжения σ_r уже достигают заметной величины, вследствие чего порода значительно повышает свою прочность, так как уже находится в условиях трехосного напряженного состояния (см. гл. 4).

Формирование и рост зон «пластических деформаций» чрезвычайно чувствительны ко всякого рода изменениям, например геометрии попечерного сечения, свойств скального массива, первичного напряженного состояния. На рис. 14.4 представлены зоны пластических деформаций, соответствующие трем разным значениям поля первичных напряжений

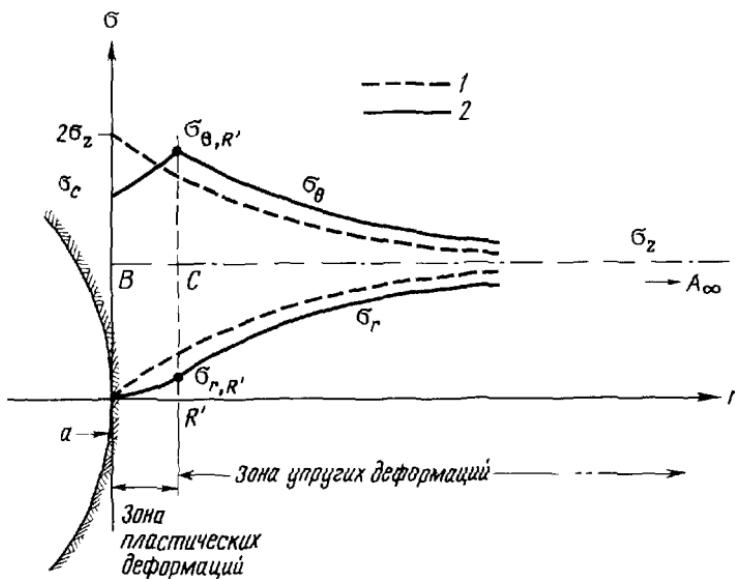


Рис. 14.3. Распределение радиальных и окружных напряжений σ_r и σ_θ вокруг выработки кругового очертания в упругопластической среде при $\lambda = 1$ [5]
 1 — упругое решение, 2 — упруго пластическое решение

14.3. Скальные массивы с бесконечной жесткостью. Эту проблему недавно исследовал Эггер [1]. Он предположил, что при разрушении перегруженный выше предела прочности скальный массив внезапно теряет все сцепление и с этого момента его можно считать сыпучим материалом, вся прочность которого (остаточная прочность массива) обусловлена только углом внутреннего трения. Из рис. 14.2 видно, что такая спонтанная потеря сцепления соответствует падению окружных напряжений σ_θ на величину, равную пределу прочности на одноосное сжатие σ_c (предполагается, что разрушение не повлияет на напряжения σ_r).

Эггер получил распределение напряжений, изображенное на рис. 14.5.

Для нас самое важное рассмотреть аналитическое выражение критического радиуса R' :

$$R' = a \left[\frac{1}{\xi + 1} \cdot \frac{2\sigma_z - \sigma_c}{\sigma_{r_0}} \right]^{\frac{1}{\xi - 1}} \quad (14.5)$$

Из уравнения (14.5) видно, что наличие крепления контура выработки (σ_{r_0}) является определяющим фактором при вычислении критического радиуса R' . С другой стороны (когда $\sigma_{r_0} = 0$), радиус зоны разрушений может обращаться в бесконечность, что соответствует случаю неустойчивой выработки.

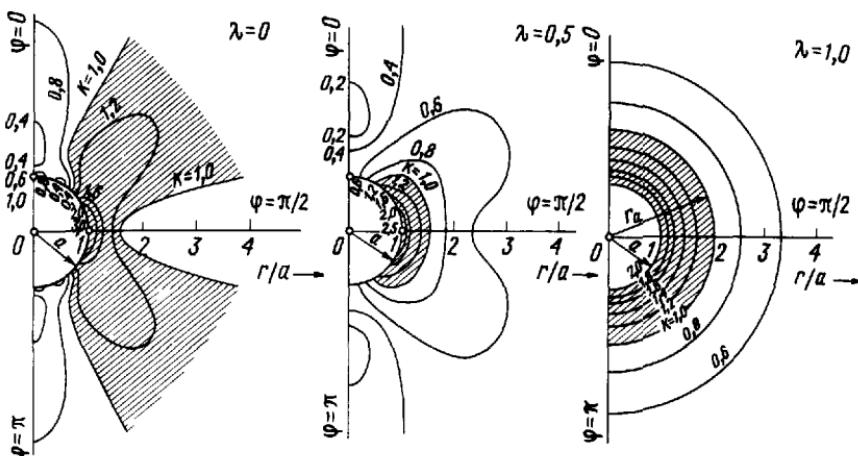


Рис. 14.4. Изменение зоны пластических деформаций при изменении поля первичных напряжений [8]. Слева — $\lambda = 0$, т. е. случай одноосного поля первичных напряжений, справа $\lambda = 1$, т. е. гидростатическое первичное напряженное состояние.

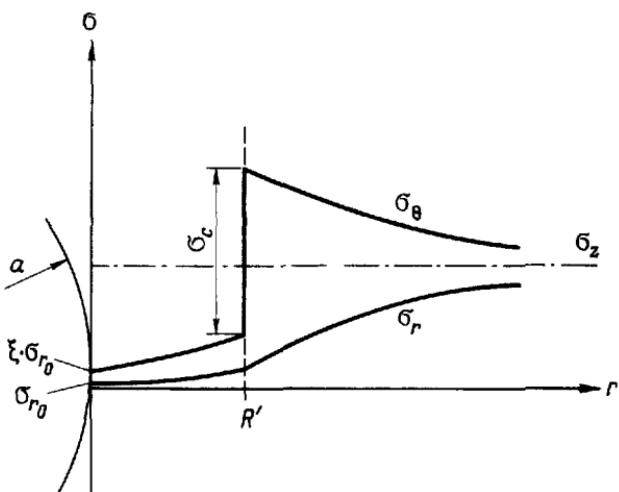


Рис. 14.5. Распределение σ_r и σ_θ в окрестности выработки кругового очертания в среде с бесконечной хрупкостью [1].

Возвращаясь в связи с этим назад, к упруго-пластическому решению (гл. 14.2) и уравнению (14.3), видим, что радиус пластической зоны для незакрепленной выработки имеет конечное значение. Другими словами, теория утверждает, что в линейно-упругой идеально пластической среде возможно обеспечить устойчивость незакрепленной выработки кругового очертания (см., однако, разд. 14.5).

14.4. Скальные массивы с конечной, ненулевой хрупкостью. Мы столкнулись с ситуацией, в которой один экстремальный случай (бесконечная хрупкость) ведет к неустойчивости выработок, в то время как другой (нулевая хрупкость) – к явно устойчивым решениям. Запредельное поведение реальных скальных массивов обычно является чем-то средним: они обладают конечной, ненулевой хрупкостью, и нельзя с уверенностью сказать, будет ли незакрепленная выработка в таких породах устойчива или нет. Обычно следует ожидать большей устойчивости в скальных массивах со сравнительно низкой хрупкостью и меньшей – в массивах с высокой хрупкостью; может существовать определенное значение хрупкости, вплоть до которого устойчивость обеспечена.

Детально рассмотреть эти задачи значительно труднее, поскольку не существует их точного математического решения. Сошлемся на некоторые результаты, опубликованные Эггером в 1973 и 1974 г. [1, 2]. В качестве меры хрупкости Эггер ввел величину ω , которую определил как (ср. с рис. 14.2, в)

$$\omega = \frac{\varepsilon_{\theta \text{ ост}}}{\varepsilon'_{\theta \text{ уп}}}, \quad (14.6)$$

где $\varepsilon_{\theta \text{ ост}}$ – окружная деформация к моменту достижения остаточной прочности, $\varepsilon'_{\theta \text{ уп}}$ – окружная деформация, соответствующая пределу прочности.

При этом:

если $\omega = \infty$, имеем случай нулевой хрупкости (разд. 14.2);
если $\omega = 1$, имеем случай бесконечной хрупкости (разд. 14.3);

если $1 < \omega < \infty$, имеем случай, рассматриваемый в настоящей главе.

На рис. 14.6 представлены характерные результаты расчетов по Эггеру. Следует заметить, что значение $\omega \approx 1,6$ в этом примере соответствует, очевидно, границе между двумя совершенно различными видами поведения скального массива: в случае относительно «быстрой» разгрузки породы во время запредельного деформирования ($\omega < 1,6$) крепление выработки принципиально необходимо, в то время как при небольшой крутизне ниспадающей части запредельной кривой ($\omega > 1,6$) устойчивость массива, возможно, будет обеспечена и при незакрепленной выработке. В частности, из рис. 14.6 следует, что незакрепленная поверхность выработки (т. е. $\sigma_{r0}/p_0 = 0$, абсцисса на рис. 14.6) будет иметь радиальную деформацию (u_{R0}), составляющую около 1% от величины радиуса подземной выработки (R_0).

14.5. Заключение. В предыдущих главах было показано, что основной характеристикой разупрочняющегося скального массива (в отношении его устойчивости вокруг подземных выработок) является его близость либо к среде с бесконечной хрупкостью, либо к идеально пластической среде. Устойчивость незакрепленной выработки возможна, когда крутизна ниспадающей части запредельной кривой достаточно мала. В связи с этим необходимо сделать следующие две оговорки, имеющие, по мнению автора, первостепенное значение.

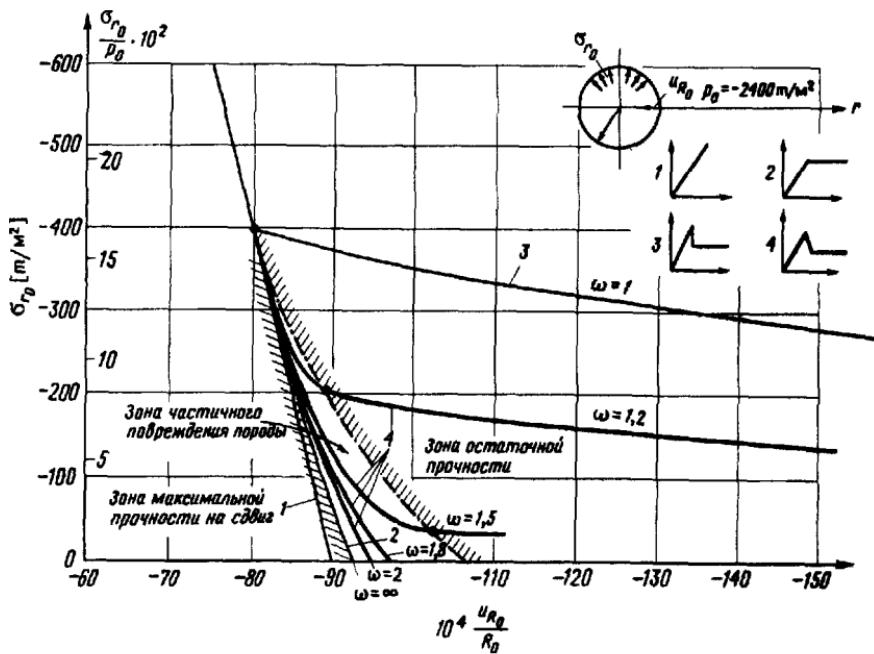


Рис. 14.6. Влияние разупрочнения породы (параметра ω) на величину необходимого опорного давления σ_{r_0} и радиальную деформацию u_{r_0} . Значения σ_{r_0} и u_{r_0} отнесены к величине естественного напряжения $p_0 = \sigma_z = \sigma_x$ и радиусу подземной выработки R_0 соответственно [1].

Во-первых, все приемы, упомянутые в гл. 14, основаны на допущении об упругопластическом поведении скального массива. Это значит, что временные зависимости не учитываются. Опыт туннеле- и шахтостроения свидетельствует, однако, что поведение подземных выработок заметно меняется «со временем» (см. классификацию скальных массивов для туннелестроения по Лауфферу; разд. 9.5, рис. 9.14).

Во-вторых, скальный массив, находящийся в условиях запредельного деформирования (а в таких условиях находится порода в «пластической» зоне между контуром выработки и окружностью критического радиуса), подвергается перераспределению усилий. Этот факт необходимо кратко пояснить с помощью рис. 14.7.

Все точки напряженного состояния в запредельной области (например, напряжения в точках A, B или C на рис. 14.7, a) характеризуются тем, что каждая из них определяет свою фактическую огибающую прочности (которой касается круг напряжений). Всякая дополнительная деформация в запредельной стадии вызывает частичное разрушение и ослабление материала, которое проявляется в более или менее устойчивом снижении огибающей (рис. 14.7, б).

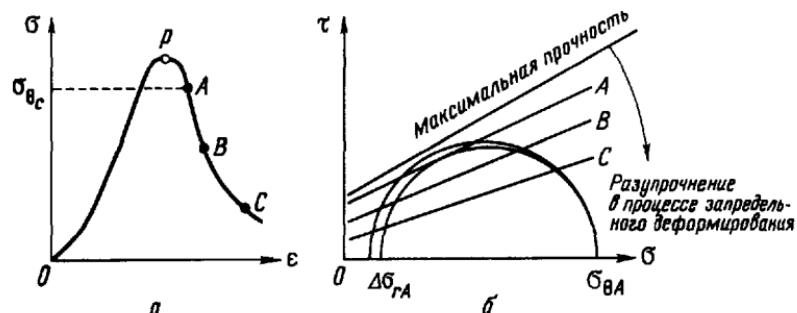


Рис. 14.7. Снижение прочности скальной породы в результате перераспределения усилий в массиве (подробнее см. в тексте). *а* — кривая напряжения — деформация; *б* — диаграмма Мора с несколькими огибающими, соответствующими различным фазам снижения прочности в процессе запредельного деформирования.

Предположим, что действительное напряженное состояние элемента в «пластической зоне» соответствует точке *A* на кривой напряжение — деформация (рис. 14.7, *а*) или кругу напряжений с главными напряжениями σ_{rA} и $\sigma_{\theta A}$, как показано на рис. 14.7, *б*. Практика туннель- и шахтостроения свидетельствует о том, что такой элемент обычно подвергается некоторому возмущающему воздействию, которое вызывается взрывными работами, действием тяжелых транспортных средств или температурными изменениями. Эти воздействия вызывают (кроме всего прочего) кратковременные снижения радиальных напряжений σ_r (рис. 14.7, *б*), что ведет к выходу круга напряжений за пределы огибающей *A*. Порода вследствие этого разрушается и теряет прочность. В случае незакрепленной выработки этот процесс продолжается до полного разрушения массива. Это начинается на поверхности выработки. Здесь массив не напряжен и куски породы вываливаются внутрь выработки. Весь этот процесс подобен эрозии, которая ведет к увеличению пролета выработки и соответствующему росту критического радиуса.

Суммируя все сказанное в этой главе, следует отметить, что обеспечение устойчивости упругопластического скального массива вокруг выработки кругового очертания в принципе возможно, однако эта устойчивость тем не менее снижается со временем из-за возмущающих воздействий. Следовательно, основным назначением крепления выработок должна быть компенсация возможных возмущающих воздействий с тем, чтобы скальный массив сохранил свою способность обеспечить собственную устойчивость.

Зная это, легко определить, какие крепления выработок являются практически наиболее эффективными:

легкие системы крепления, такие, как анкерные (преимущественно в шахтах) или тонкий, до 15 см толщиной, торкет-бетон. В комбинации

с анкерами он применяется преимущественно в туннелях и подземных камерах;

крепления скальных обнажений в выработках, возводимые в кратчайшие сроки с целью предотвратить начало разрушения. Быстрота крепления — основное требование современного туннелестроения [6] и шахтостроения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Egger P.*: Einfluss des Post-Failure-Verhaltens von Fels auf den Tunnel — ausbau — Veröff. Inst. Bodenmech. Felsmech. Univ. Karlsruhe, **57**, 1—83, 1973.
2. *Egger P.*: Rock pressure in tunnelling and stabilization of the tunnel face in rock beyond failure (in German) — Proceed. 3rd. Congr. Int. Soc. Rock Mech. Denver, **11B**, 1007—1011, 1974.
3. *Fenner R.*: Untersuchungen zur Erkenntnis des Gebirgsdruckes. — Glückauf, **74**, p. 681, 1938.
4. *Jaeger J. C. and Cook N. G. W.*: Fundamentals of rock mechanics — 2nd. ed., 585 pp., London (Chapman and Hall), 1976.
5. *Kastner H.*: Über den echten Gebirgsdruck beim Bau tiefliegender Tunnel — Österr. Bauzeitschr., **1949**, 10—11, 1949.
6. *Mathews K. E. and Meek J. L.*: Modelling of rock reinforcement systems in Gut and fill mining. — Proceed. 2nd Conf. Geomech. ANZ. Brisbane, 42—47, 1975.
7. *Salamon M. D. G.*: Rock Mechanics of underground excavations. — Proceed. 3rd. Congr. Int. Soc. Rock Mech. Denver, 1—B, 951—1099, 1974.
8. *Széchy K.*: The art of tunnelling. — 1—1097, Budapest (Akadémiai Kiado), 1973.
9. *Talobre N. J.*: La méchanique des roches. — Paris (Dunod), 1957.

Глава 15

Распределение напряжений вокруг подземных выработок. Решения механики зернистой среды

Д. Х. Троллоп

15.1. Введение. Решения задач о подземных выработках в дискретной среде из-за большой сложности граничных условий не получили пока такого развития, как сравнительно простые задачи устойчивости откосов (см. гл. 12). В решении таких задач с помощью численного моделирования на ЭВМ имеются специфические трудности, обусловленные соотношением размеров отдельностей и сечения камеры. Чтобы получить решение задачи о поле напряжений, сравнимое с теми, какие приведены в гл. 14, требуется очень большая сетка и соответствующий объем памяти ЭВМ; насколько известно автору, таких решений пока не имеется.

Кое-что тем не менее уже сделано в этом направлении, и модельные испытания дают путеводную нить в руки инженеру-проектировщику при условии, что он четко осознает ограниченные возможности таких испытаний.

15.2. Выработки трапециoidalного сечения. Рис. 15.1 [11] иллюстрирует эксперимент, выполненный на модели из пластиковых кубиков. Эта упрощенная модель подтверждает наблюдения Терцаги [9], как свидетельствует рис. 15.2. На рис. 15.3 можно выделить две зоны: устойчивую зону за пределами треугольного контура и висячую зону.

В висячей зоне при такой конфигурации блоков каждый слой блоков работает независимо как балка. Этот балочный эффект предсказан на основе анализа, выполненного Уангом и Сингом [13], и наблюдается также в природе (рис. 15.4) и на модели массива (рис. 15.5), на которой были воспроизведены только горизонтальные трещины напластования [6].

Необходимо рассмотреть два основных вопроса. Первый – если предположить, что висячая зона будет поддерживаться крепью, допускающей только малые деформации, то каково будет распределение давления на крепь? И второй – каковы условия обрушения нижнего ряда блоков, представляющего собой балочную конструкцию?

На первый вопрос Троллоп [12] предлагает следующий ответ: крепь выработки должна воспринимать вес всей породы, заключенной в треугольной висячей зоне. Анализируя работу балки, не сопротивляющейся растяжению (рис. 15.3), он получил соотношения, представленные на рис. 15.6. Уравнение такой пластичной балки, не сопротивляющейся

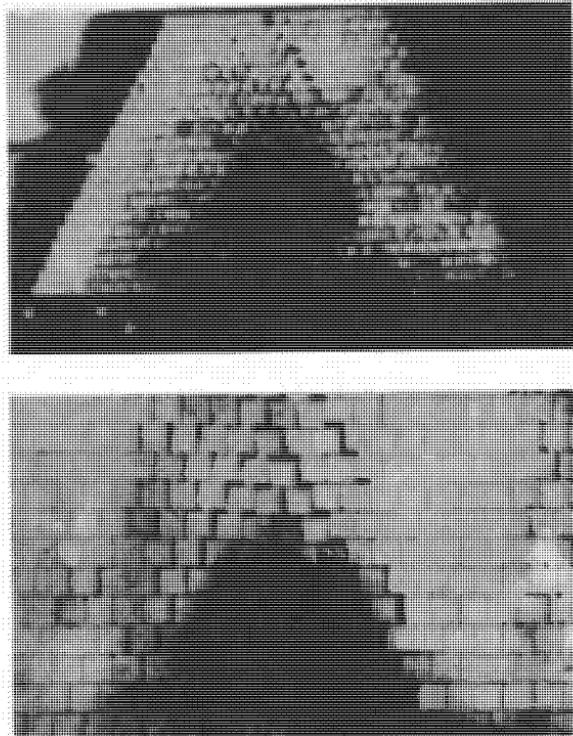


Рис. 15.1. Модель трещиноватого массива блочной структуры [11].

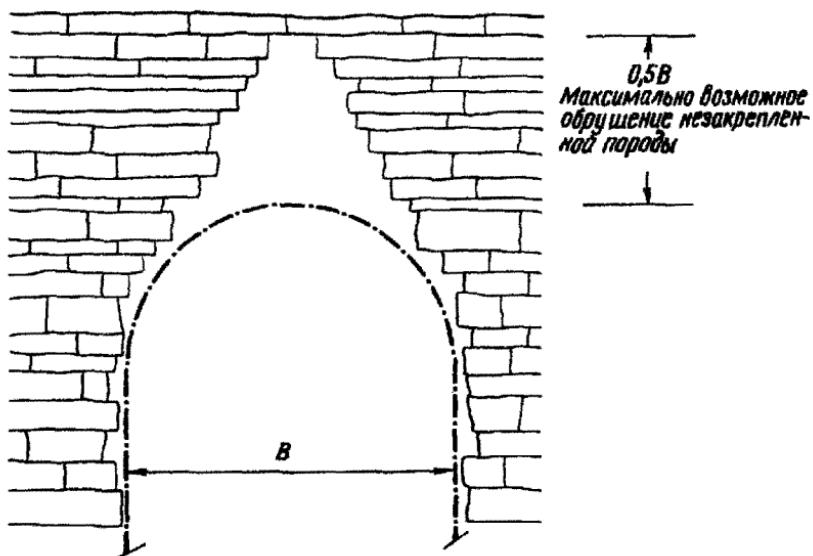


Рис. 15.2. Вывал в горизонтально-слоистом массиве [9].

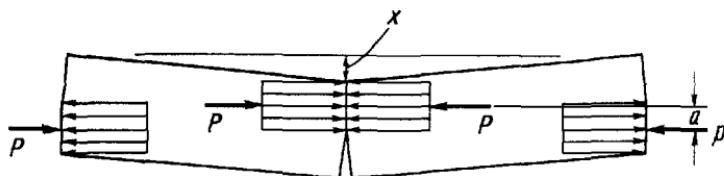
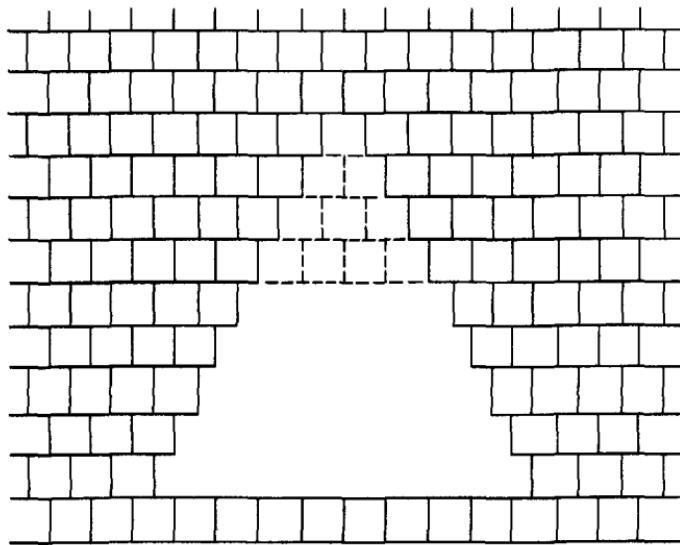


Рис. 15.3. Выработка трапециoidalного сечения в блочном массиве (вверху) и геометрическая схема балки (внизу), не воспринимающей растягивающих напряжений [12].

растягивающим напряжениям, имеет вид

$$\left(\frac{L}{L_0}\right)^2 = 2 \left[\frac{N}{N_p} \left(1 - \frac{x}{d}\right) - \left(\frac{N}{N_p}\right)^2 \right], \quad (15.1)$$

где L – пролет балки; L_0 – допустимый пролет при действии горизонтального, сжимающего усилия N ; N_p – осевое сжимающее усилие, способное одним своим действием вызвать пластическое состояние всего поперечного сечения; x – вертикальное смещение (прогиб) середины балки; d – высота балки.

Разумеется, уравнение (15.1) соответствует сильно идеализированной ситуации, но оно полезно при анализе факторов, влияющих на макси-

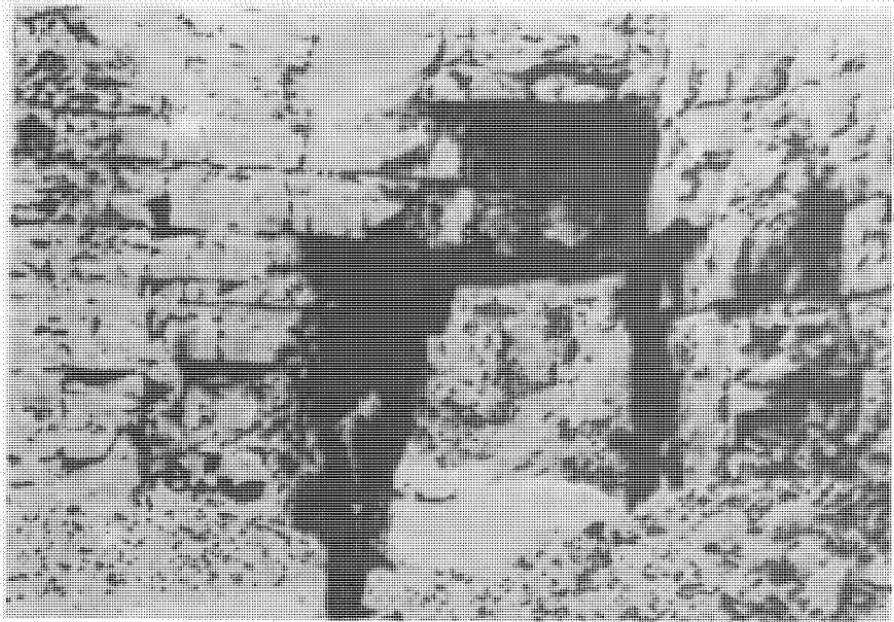


Рис. 15.4. Прямоугольная выработка в горизонтально-слоистом известняке в кровле выработки находятся «балки», не воспринимающие растягивающих напряжений

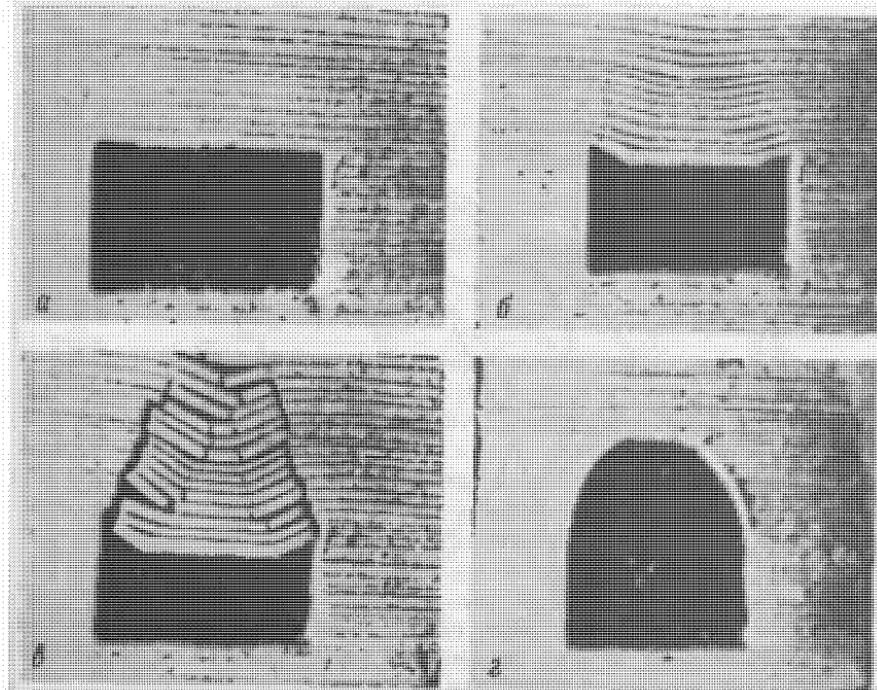


Рис. 15.5. Зависимость устойчивости подземной выработки от формы поперечного сечения (модель с фрикционной базой) [6] а-в – три стадии обрушения кровли выработки прямоугольного поперечного сечения с образованием «балок», не воспринимающих растягивающих напряжений г – арочный свод того же пролета (порода устойчива)

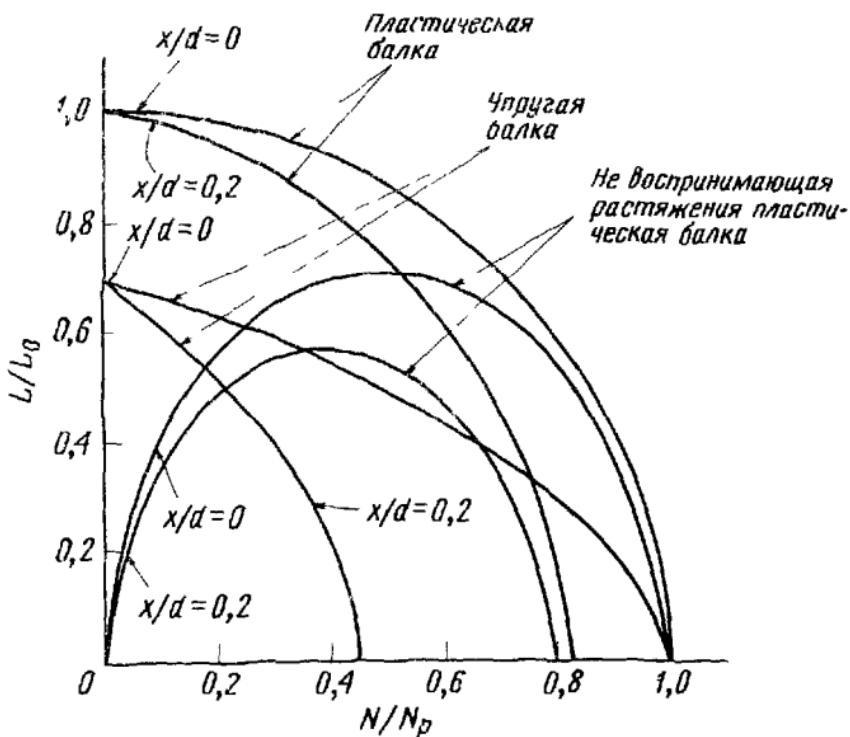


Рис. 15.6. Соотношение между величинами мгновенноустойчивого пролета и осевой нагрузкой для жесткопластической, упругой и не воспринимающей растяжения пластической балок [12]

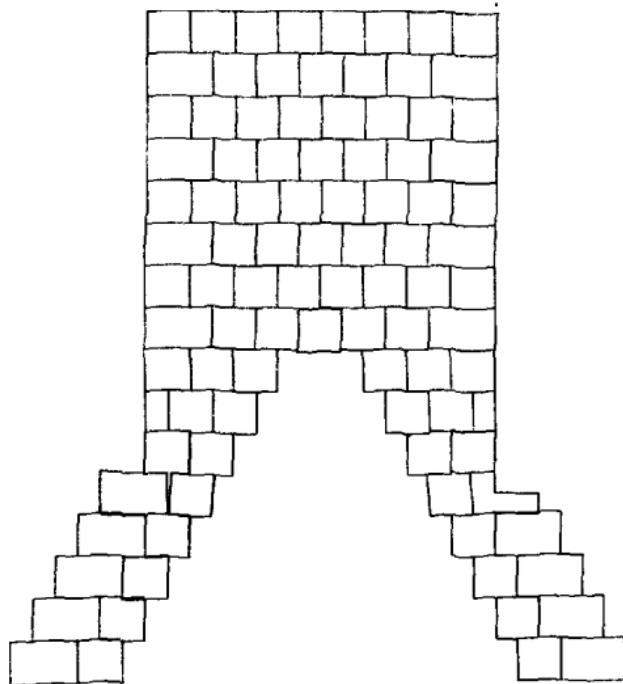


Рис. 15.7. Туннель в ступенчатой блочной структуре Случай 1 – обрушение первонаучального свода [5]

мальный пролет незакрепленной выработки в трещиноватых породах. К этим факторам относятся:

- 1) вес отдельностей;
- 2) предел текучести породы при сжатии;
- 3) расстояние между горизонтальными трещинами;
- 4) боковое сжатие (распор);
- 5) допустимое вертикальное смещение центральной части любой «балки» в трещиноватой породе.

В статье, которая свидетельствует об очень больших достижениях в области механики дискретной среды, Гудман и др. [5] сумели смоделировать рассмотренную ситуацию на ЭВМ. Это было одно из первых подобных решений, полученных с помощью компьютера; его результаты приведены на рис. 15.7 и 15.8.

Решения для более сложных подземных выработок, полученные в дальнейшем с помощью подобных численных процедур, показаны на рис. 15.9 [6].

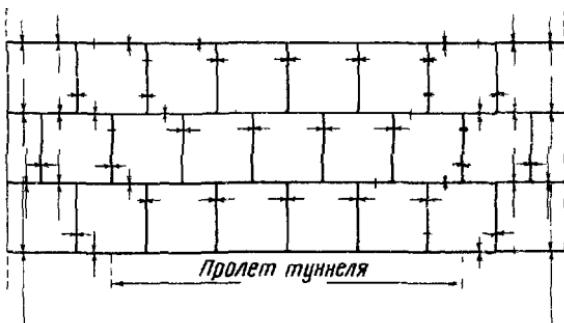


Рис. 15.8. Туннель в ступенчатой блочной структуре. Случай 2 – возникновение арочного эффекта в своде [5].

15.3. Идеализированные подземные выработки. Берман [1] провел численные эксперименты (рис. 15.10) и показал, что их результаты подобны результатам, полученным Чаппеллом [3] на фотоупругой модели.

Анализировалось влияние выемки трех блоков из массива, находящегося в условиях гидростатического нагружения. Отмечалось также развитие горизонтального распора в «балочном» своде, хотя, надо заметить, что собственный вес элементов не воспроизводился. Кроме того, полученные результаты показали, до какой степени возрастает субвертикальное давление по бокам от выработки.

Чаппелл [4] использовал численную модель Бермана [1], чтобы проанализировать на ней влияние изменения сдвиговой жесткости трещин. На рис. 15.11 приведены его результаты для сечения в пять

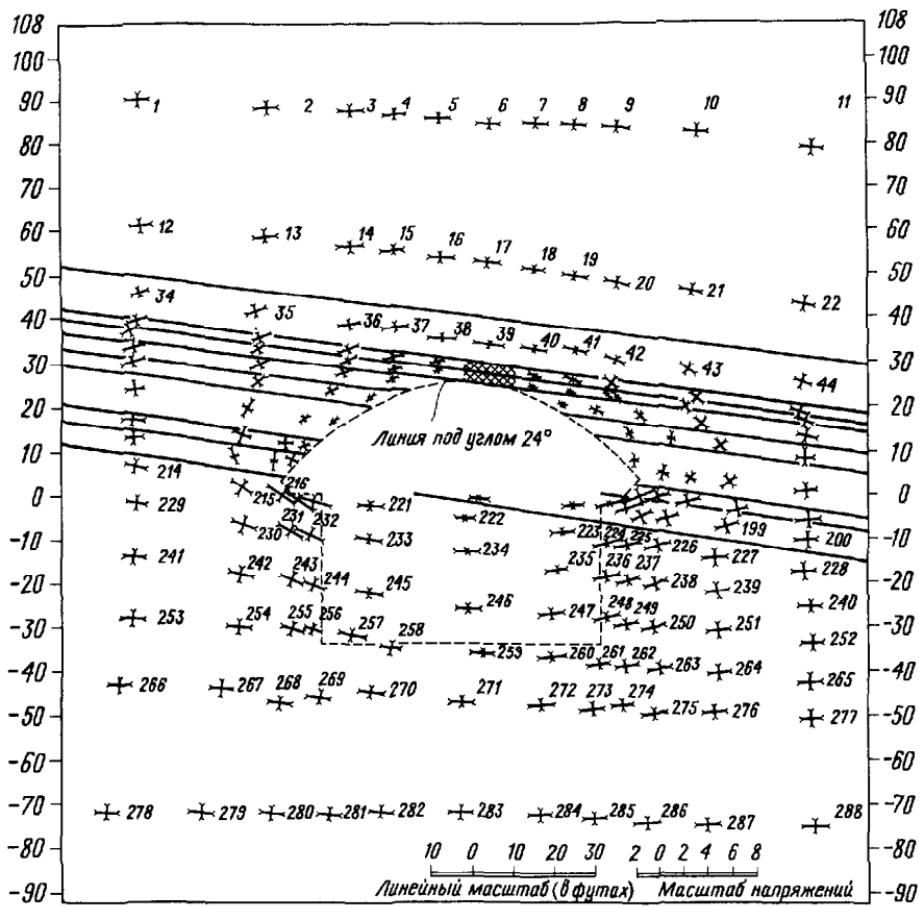


Рис. 15.9. Исследование устойчивости подземной выработки методом конечных элементов [6].

блоков при изменении отношения G/E от 1:3 до 1:30. Эти результаты свидетельствуют о том, что поведение массива достаточно чувствительно к изменению сдвиговой жесткости трещин.

Чаппелл [4] получил также решение для трапециoidalного сечения с жесткими трещинами (рис. 15.12). Он заметил, что результаты, получаемые на численной модели, не зависят от пути нагружения, т. е. когда сначала прикладывается внешняя нагрузка, а затем извлекаются блоки, образующие сечение, получается тот же эффект, как и тогда, когда сначала извлекаются блоки, а затем прикладывается внешняя нагрузка. Берн [2] показал, что независимость результатов от пути нагружения при численном моделировании является следствием использования

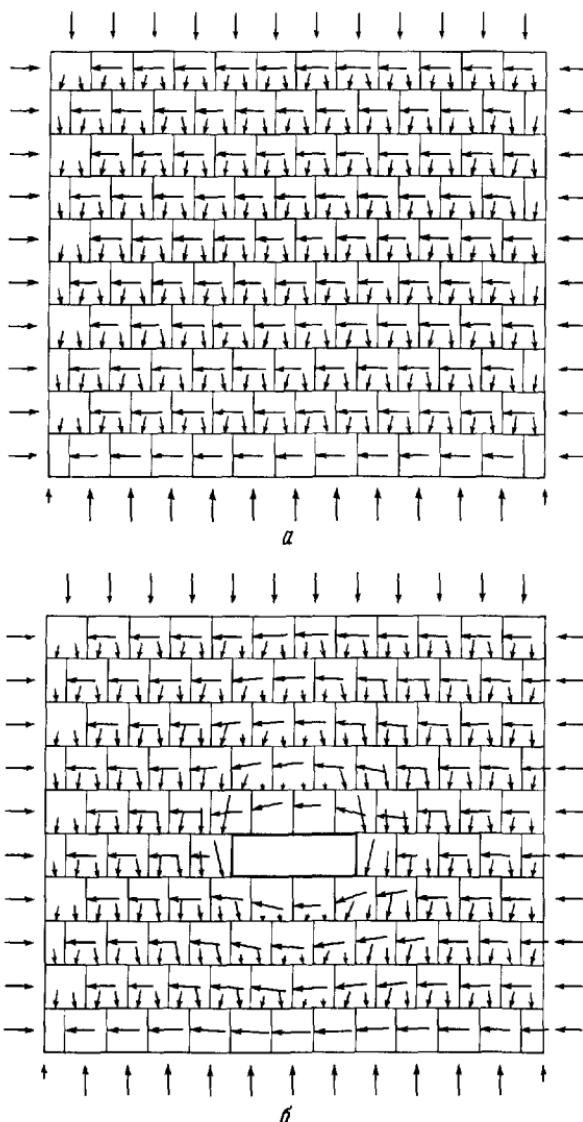


Рис. 15.10. Пример численного моделирования подземной выработки в трещиноватой блочной среде [1]. *а* – исходное гидростатическое напряженное состояние среды; *б* – выработка в условиях гидростатического нагружения среды.

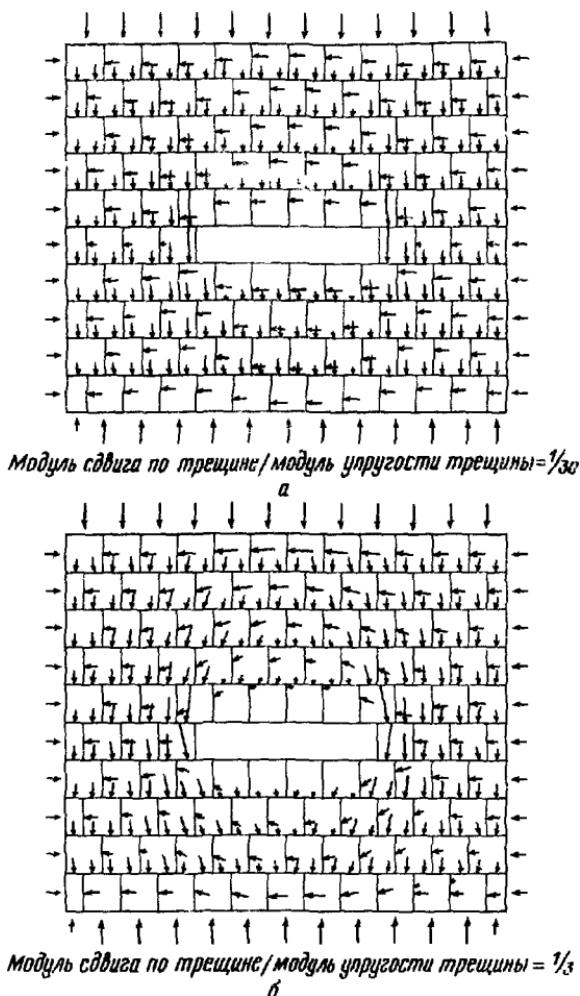


Рис. 15.11. Влияние сопротивления сдвигу по трещинам на распределение напряжений вокруг выработки [4]

итерационного процесса. Эта ситуация аналогична случаю обычного линейного решения методом конечных элементов. Однако Чаппелл заметил, что при физическом моделировании таких задач наблюдаются иные результаты. Неясно, до какой степени смещения, вызванные извлечением блоков из ненагруженной физической модели, влияют на окончательный результат и насколько этот эксперимент соответствует реальному скальному массиву. Очевидно, необходимо дальнейшее исследование этого вопроса одновременно с изучением влияния больших момен-

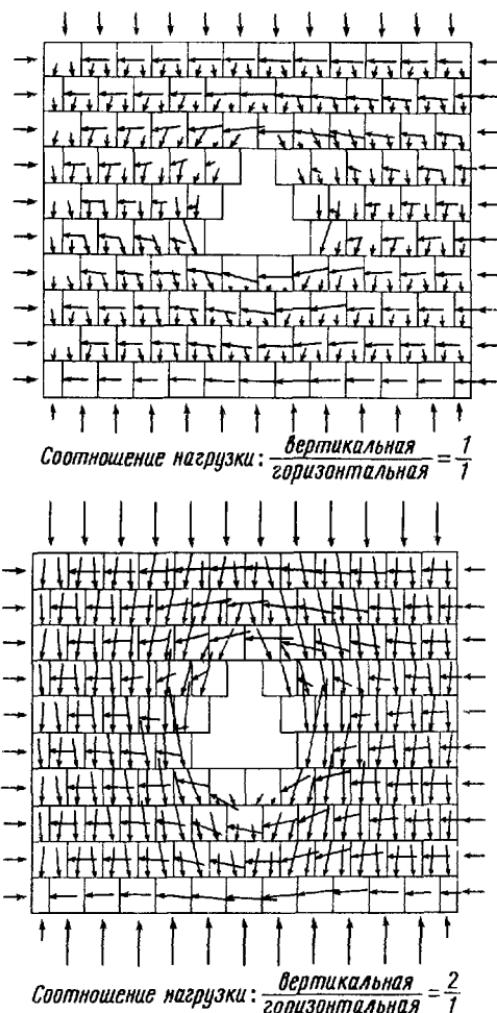
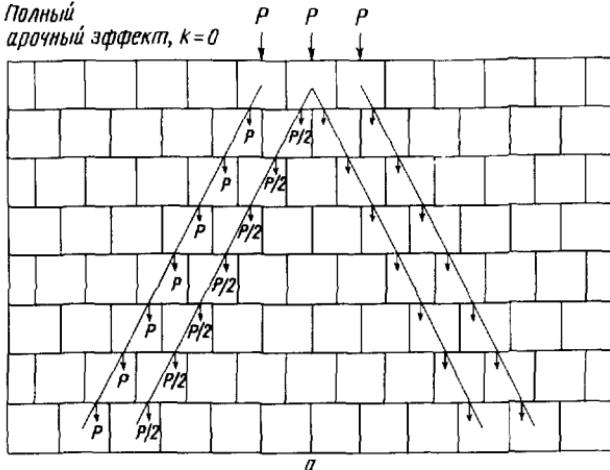


Рис. 15.12. Влияние соотношения вертикальной и горизонтальной нагрузок на распределение усилий в среде при выемке шести блоков [4]

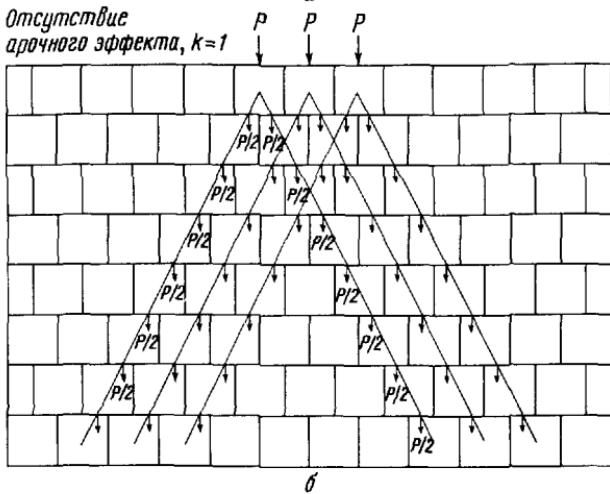
тов, возникающих в блоках вблизи выработки, на которые обращали внимание и Берман и Чаппелл.

Случай появления больших моментов, действующих на блоки, рождает ситуацию, в которой нельзя удовлетворить условиям равновесия, используя простое интегральное определение напряжений. Эта проблема аналогична проблеме пары сил в механике континуума, и с ней связан вопрос о самом понятии напряжений в механике дискретной среды. Подобная тема выходит за рамки настоящего курса,

Полный
арочного эффекта, $k=0$



Отсутствие
арочного эффекта, $k=1$



Частичный
арочного эффекта, $k=1/2$

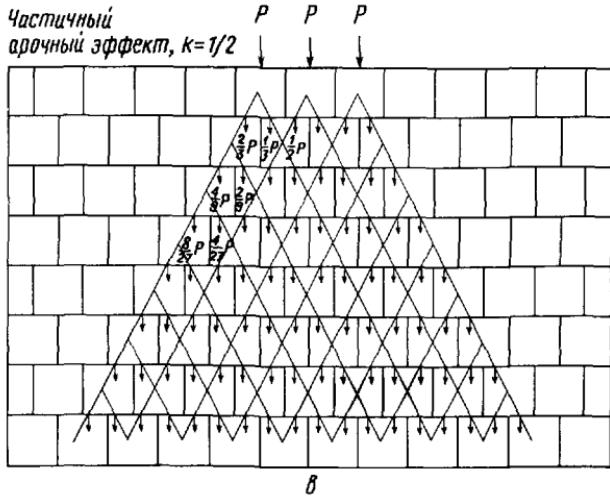


Рис. 15.13. Распределение напряжений в зернистой среде [10]

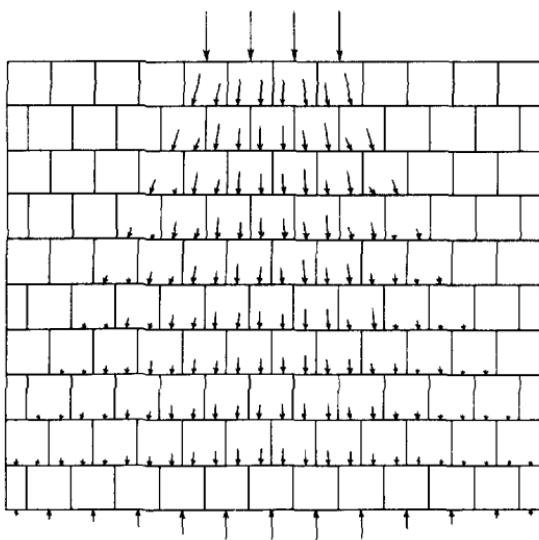


Рис. 15.14. Распределение усилий, полученное с помощью численной модели с жесткими блоками [3]

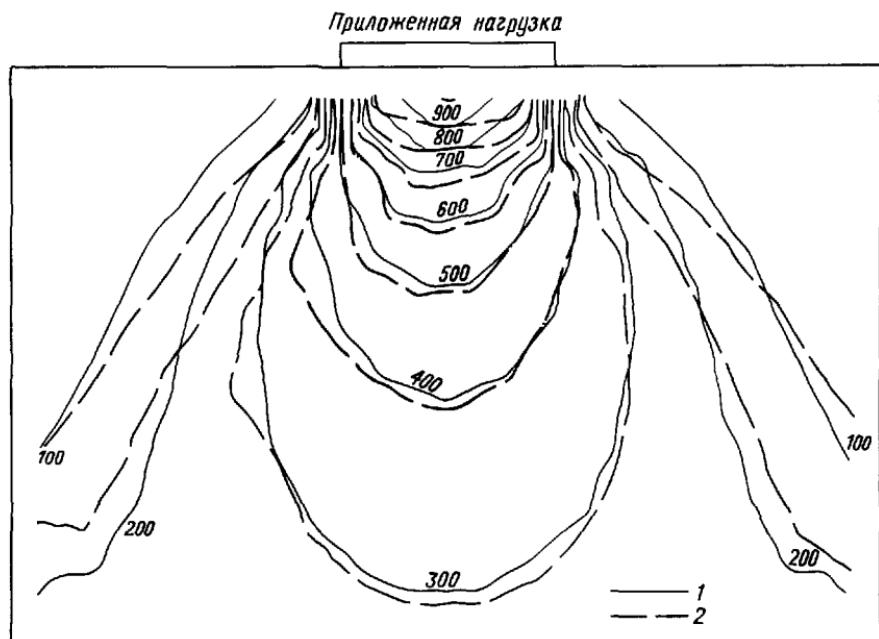


Рис. 15.15. Изобары вертикальных напряжений, приведенных к центрам блоков, полученные с помощью численных моделей для жестких и деформируемых блоков [7] 1 – модель с деформируемыми блоками, 2 – модель с жесткими блоками

однако она, очевидно, представляет собой перспективную область для дальнейших научных поисков. Несмотря на перечисленные недостатки, доступные ныне приемы расчета дают проектировщику наиболее ценную информацию — они отвечают на вопрос о том, где следует ожидать развития зон высоких напряжений вокруг подземной выработки.

15.4. Действие внешней нагрузки. При решении задач геомеханики часто возникают вопросы, связанные с приложением внешней нагрузки к скальному массиву. Проведенные Крсмановичем и Миличем [8] модельные исследования передачи нагрузки плотины на основание, представленное скальным массивом с блочной структурой и регулярной трещиноватостью, показали, что эпюра распределения вертикальных напряжений под площадкой нагружения характеризуется наличием двух пиков. Троллоп и Браун [10] сумели модифицировать средства анализа зернистой среды таким образом, чтобы получить тот же результат расчетным путем (рис. 15.13).

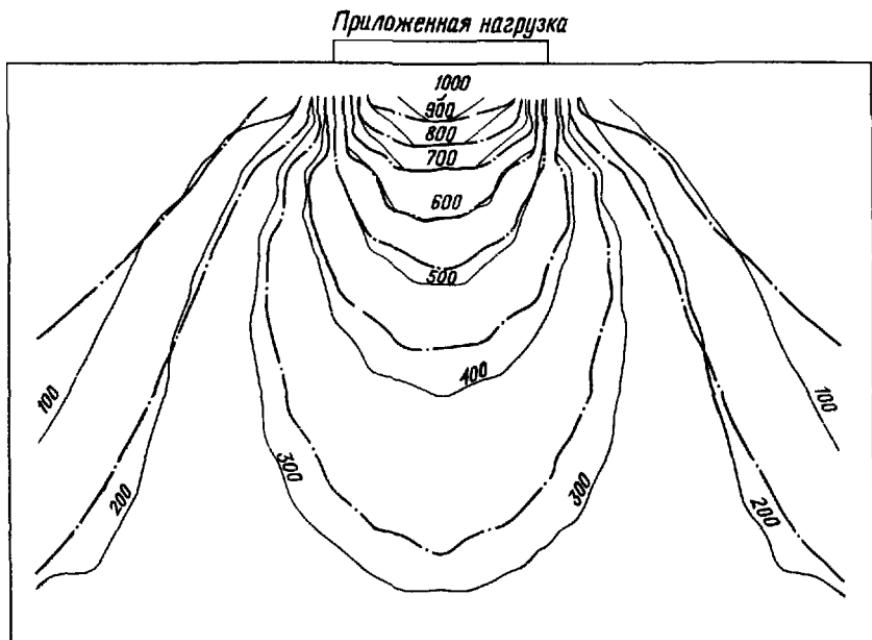
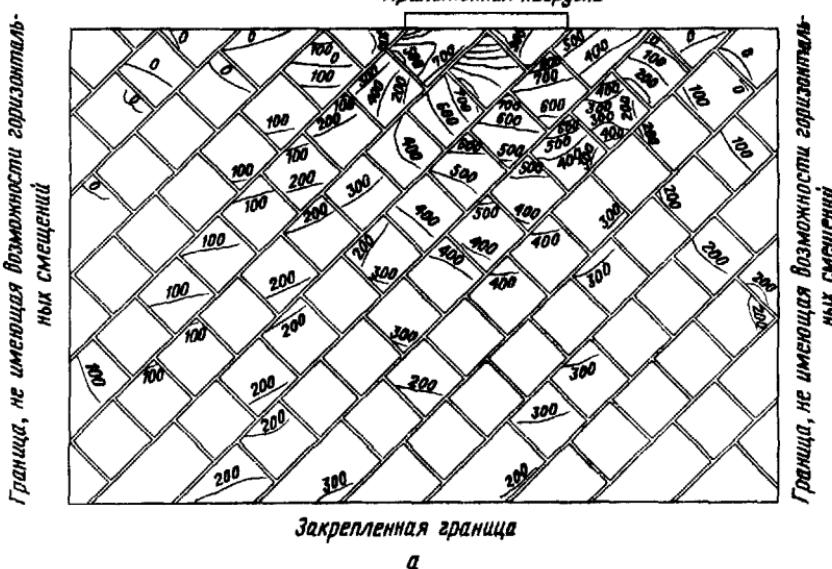
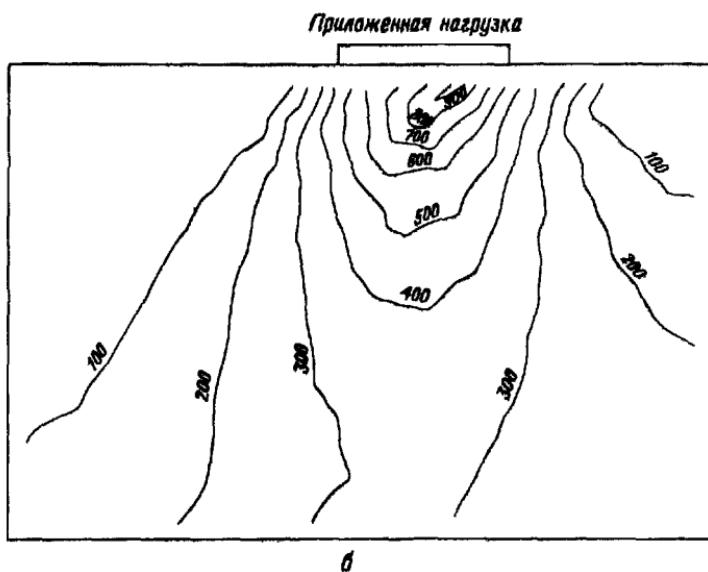


Рис. 15.16. Изобары вертикальных напряжений, приведенных к центрам блоков, для условий свободных и закрепленных в горизонтальном направлении вертикальных границ области [7].

Чаплелл [3] использовал численную модель Бермана для получения результатов, представленных на рис. 15.14, а Хаммег [7] расширил возможности этой модели, приняв во внимание нелинейное напряженно-деформационное поведение трещин. Некоторые типичные результаты



a



б

Рис. 15.17. а – изобары вертикальных напряжений (наклон слоев 45°); б – изобары вертикальных напряжений, приведенные к центрам блоков (наклон слоев 45°) [7].

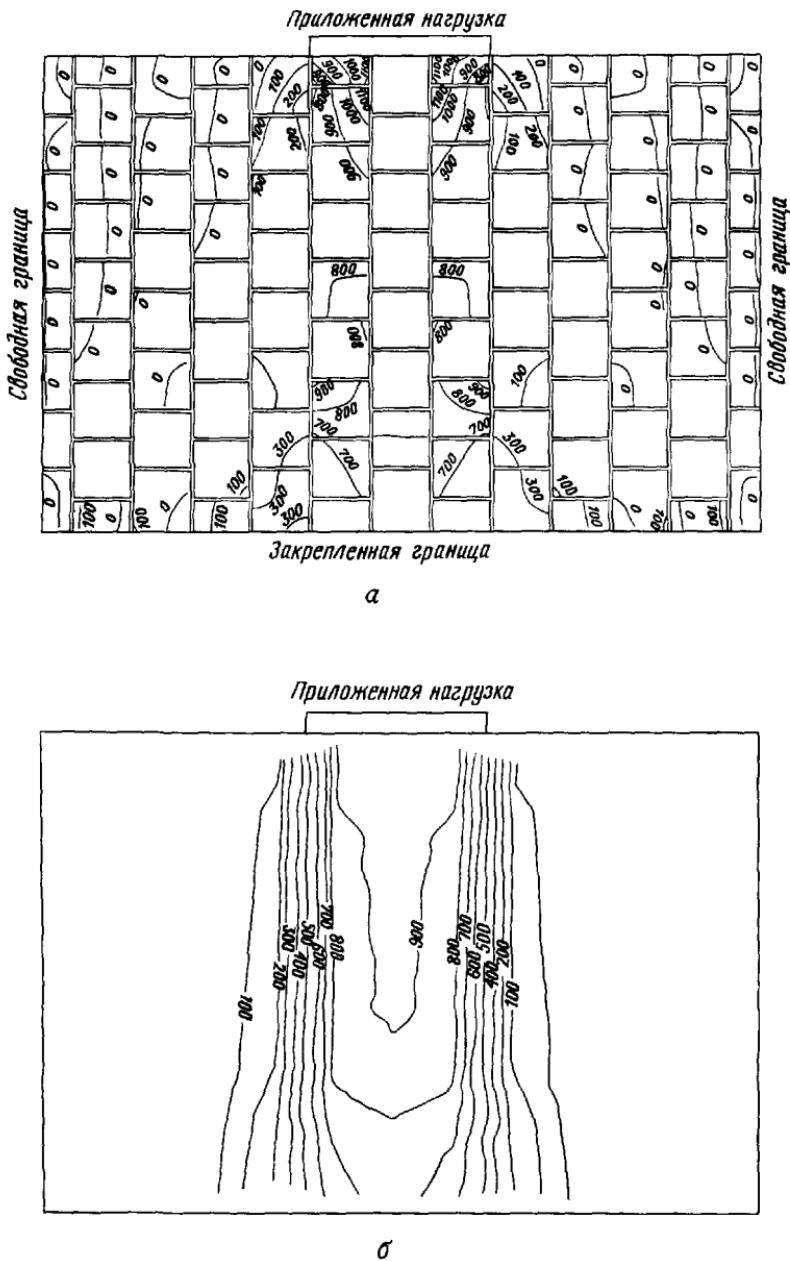


Рис. 15.18. *а* – изобары вертикальных напряжений (наклон слоев 90°); *б* – изобары вертикальных напряжений, приведенные к центрам блоков (наклон слоев 90°) [7].

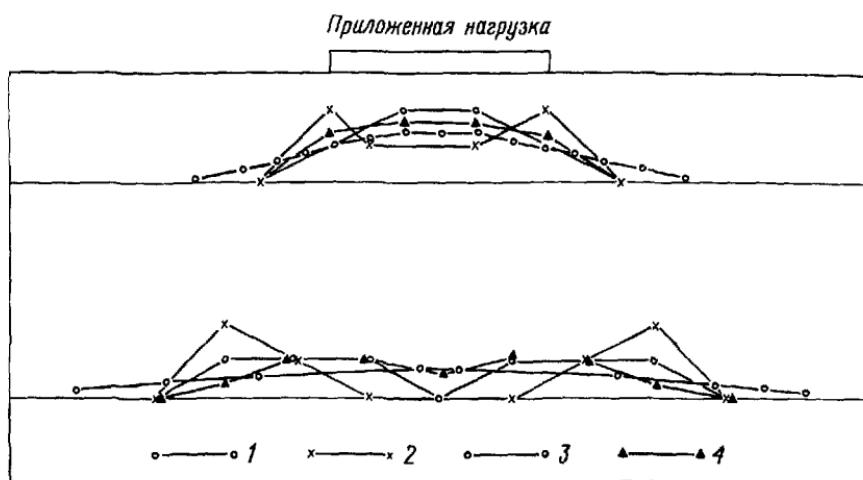


Рис. 15.19. Сравнение распределения вертикальных напряжений на глубине по результатам нелинейного численного решения и решения механики зернистой среды [7]. 1 – нелинейное численное решение; 2 – решение механики зернистой среды (полный арочный эффект); 3 – решение механики зернистой среды (отсутствие арочного эффекта); 4 – решение механики зернистой среды (частичный арочный эффект, $K = 1/2$).

его работы приведены на рис. 15.15 – 15.18. На рис. 15.19 Хаммет сравнивает свои нелинейные решения с решениями Троллопа и Брауна [10] и считает, что анализ средствами механики зернистой среды ведет к ошибкам в расчетах. Автор не разделяет этого мнения, поскольку рассмотренные два случая представляются ему несравнимыми. Троллоп и Браун полагают, что возникающие в трещиноватом блочном массиве деформации ограничиваются величиной, допускающей развитие эффекта сводообразования, в то время как Хаммет всегда вводит в основание своей модели жесткую границу, не допускающую подобных деформаций. Влияние граничных условий во всех численных моделях типа использованной Хамметом, включая обычную модель метода конечных элементов, нуждается в самом тщательном исследовании.

Для механики зернистой среды характерно отсутствие такого типа ограничений. Здесь нужно, вероятно, заметить, что предположение о возникновении эффекта обратного сводообразования приводит к концентрации вертикальных напряжений под площадью загружения. Предполагается, что обычный арочный эффект связан с дилатационными свойствами материала основания, в то время как обратное сводообразование имеет место при сокращении объема материала в процессе сжатия.

Из всего сказанного не следует, что решения механики зернистой среды представляются автору завершенными. Ряд полученных на сегодня эмпирических данных находится в противоречии с ними, и в этой области предстоит еще сделать гораздо больше, чем уже сделано.

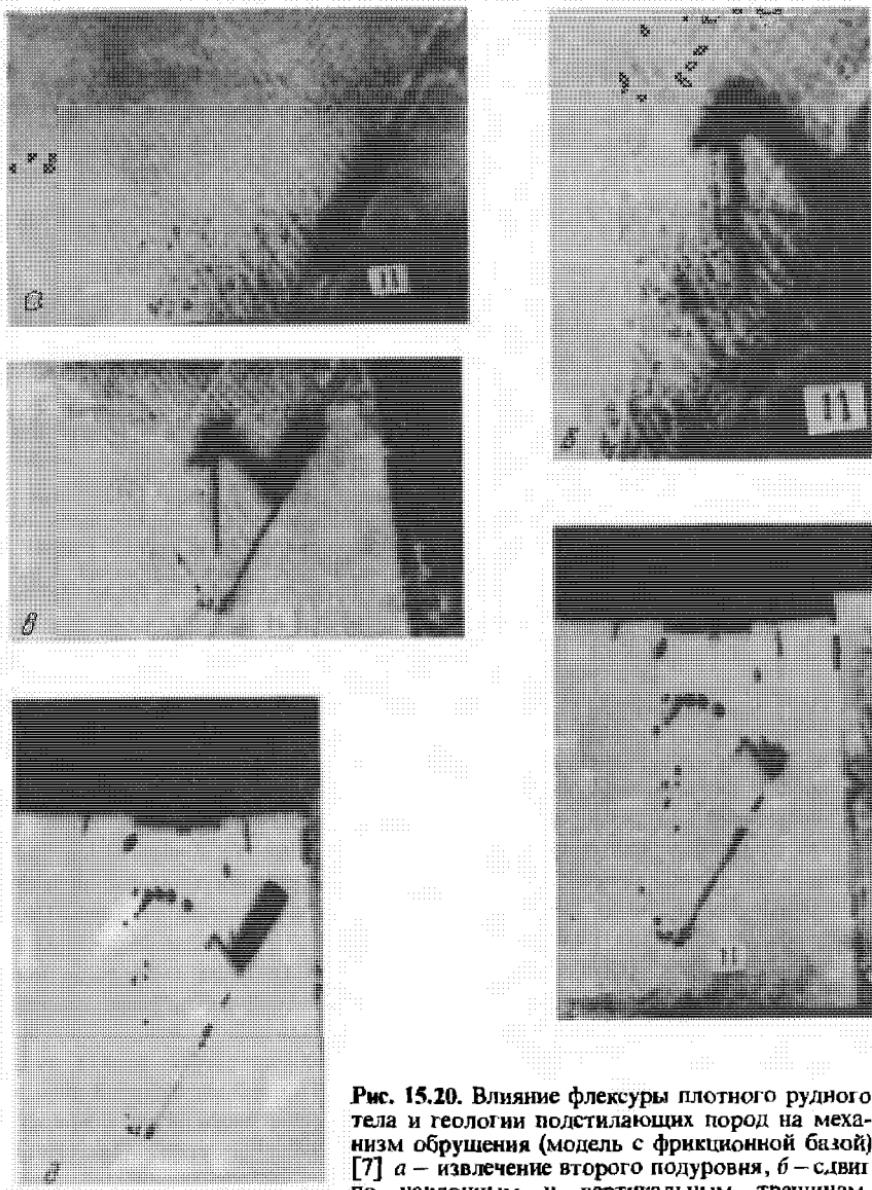


Рис. 15.20. Влияние флексуры плотного рудного тела и геологии подстилающих пород на механизм обрушения (модель с фрикционной базой) [7] *а* – извлечение второго подуровня, *б* – сдвиг по наклонным и вертикальным трещинам, *в* – извлечение третьего подуровня, *г* – обрушение, обусловленное сетью вертикальных трещин, *д* – извлечение третьего подуровня

Для изучения влияния методов проходки при подземном строительстве Хамметт [7] использовал также модель с фрикционной базой. Некоторые результаты этих экспериментов иллюстрирует рис. 15.20. Такие эксперименты с использованием блочных моделей очень помогают понять механизм и развитие больших смещений при проведении горных работ. Кроме того, они показывают направление дальнейшей разработки численных моделей, необходимых проектировщикам в отсутствие соответствующих аналитических методов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 *Byman B C* A numerical approach to the mechanics of discontinua – 383 p, Ph D Thesis, James Cook Univ, 1971
- 2 *Byrne R J* Physical and numerical models in rock and soil slope stability – 631 p, Ph D Thesis, James Cook Univ, 1974
- 3 *Chappell B A* The mechanics of blocky material – Ph D Thesis, Austral Nat Univ, 1972
- 4 *Ghappell B A* Numerical and Physical experiments with discontinua – Proc 3rd Congr Int Soc Rock Mech, Denver, 2A, 118–125, 1974
- 5 *Goodman R E, Taylor R L and Brekke T L* A model for the mechanics of jointed rock – Journ Soil Mech Found Div ASCE, **94**, 637–659, 1968
- 6 *Goodman R E* Methods of geological engineering in discontinuous rocks – 472 p, St Paul (West Publish Comp), 1976
- 7 *Hammett R D* A study of the behaviour of discontinuous rock masses – 235 p, Rh D Thesis, James Cook Univ, 1974
- 8 *Krsmanovic D and Milic S* Model experiments on pressure distribution in some cases of a discontinuum – Rock Mech Eng Geol Suppl, 1, 72–87, 1964
- 9 *Terzaghi K* i Rock defects and loads on tunnel supports – In Rock tunnelling with steel supports, ed Proctor and White Youngstown (Commercial Shearing and Stamping Co), 1946
- 10 *Trollope D H and Brown E T* Pressure distributions in some discontinua – Water Power, **17**, 310–313, 1965
- 11 *Trollope D H* General Report "Underground excavations and deep boring" – Proc 1st Int Congr ISRM Lisbon, **3**, 478–483, 1966a
- 12 *Trollope D H* The stability of trapezoidal openings in rock masses – Rock Mech Eng Geol, **4**, 232, 1966b
- 13 *Wang Y J and Sing M M* A numerical method for the determination of stress around underground openings – Proc 1st Int Cong ISRM Lisbon, **2**, 363–373, 1966

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редактора перевода	5
Предисловие <i>Перевод Р Р Тизделя</i>	7
Вступительное слово к лекциям по курсу механики скальных пород, прочитанным 5–9 сентября 1977 г в г Маунт-Айза <i>Перевод Р Р Тизделя</i>	8
Глава 1 <i>Введение в механику скальных пород.</i> Д Х Троллоп <i>Перевод Р Р Тизделя</i>	9
Глава 2 <i>Геология и механика скальных пород.</i> Х Бок <i>Перевод Р Р Тизделя</i>	46
Глава 3 <i>Идеализация скальных пород.</i> Б С Бест <i>Перевод Р Р Тизделя</i>	63
Глава 4 <i>Инженерные свойства ненарушенных скальных пород.</i> Х Бок <i>Перевод Р Р Тизделя</i>	72
Глава 5 <i>Критерии разрушения хрупких скальных пород.</i> Д Х Троллоп <i>Перевод Ю В Андреева</i>	96
Глава 6 <i>Испытания образцов ненарушенных скальных пород.</i> Х Бок и К Уоллес <i>Перевод Р Р Тизделя</i>	114
Глава 7 <i>Инженерные свойства нарушений сплошности.</i> К Уоллес и Х Бок <i>Перевод Р Р Тизделя</i>	133
Глава 8 <i>Механизм разрушения трещиноватых скальных пород.</i> Б С Бест <i>Перевод Ю В Андреева</i>	151
Глава 9 <i>Классификация скальных массивов.</i> Х Бок <i>Перевод Р Р Тизделя</i>	159
Глава 10 <i>Физическое моделирование.</i> Х Бок <i>Перевод Ю В Андреева</i>	184
Глава 11 <i>Численное моделирование в механике сплошной среды.</i> Б С Бест <i>Перевод Ю В Андреева</i>	193
Глава 12 <i>Численное моделирование в механике дискретной среды. Часть 1. Методы решения задач.</i> М Дж Фултон <i>Перевод Ю В Андреева</i>	202
Глава 12 <i>Численное моделирование в механике дискретной среды. Часть 2. Применение численных методов.</i> Д Х Троллоп <i>Перевод Ю В Андреева</i>	210
Глава 13 <i>Распределение напряжений вокруг подземных выработок. Упругие решения.</i> К Уоллес <i>Перевод Ю В Андреева</i>	229
Глава 14 <i>Распределение напряжений вокруг подземных выработок. Упругопластические решения.</i> Х Бок <i>Перевод Ю В Андреева</i>	248
Глава 15 <i>Распределение напряжений вокруг подземных выработок. Решения механики зернистой среды.</i> Д Х Троллоп <i>Перевод Ю В Андреева</i>	260