

Р.Э.ДАШКО

# МЕХАНИКА ГОРНЫХ ПОРОД

*Допущено  
Министерством высшего и среднего  
специального образования СССР  
в качестве учебника для студентов вузов,  
обучающихся по специальности  
«Гидрогеология и инженерная геология»*



МОСКВА "НЕДРА" 1987

Дашко Р. Э. Механика горных пород: Учебник для вузов.—М.: Недра, 1987.—264 с., ил.

Рассмотрены основные положения по расчету распределения напряжений в основании наземных сооружений и в подземных горных выработках. Показаны специфические особенности оценки напряженного состояния пород под действием их собственного веса, тектонических напряжений, а также различного вида нагрузок от сооружений. Проанализированы схемы расчета деформаций горных пород в зависимости от типов пород и сооружений. Приведены примеры использования положений механики горных пород в инженерно-геологической практике.

Для студентов вузов, обучающихся по специальности «Гидрогеология и инженерная геология».

Табл. 29, ил. 72, список лит. — 36 назв.

Рецензенты: кафедра инженерной геологии и гидрогеологии (Свердловский горный институт), И. С. Комаров, д-р геол.-минер. наук (Московский геологоразведочный институт)

## ПРЕДИСЛОВИЕ

---

Деятельность специалистов в области инженерной геологии и гидрогеологии в практическом ее аспекте направлена на исследование и обоснование оптимальных условий строительства и надежности эксплуатации сооружений, рационального использования и охрану геологической среды.

Сфера деятельности инженерной геологии и гидрогеологии с каждым годом постоянно расширяется, что связано не только с темпами и размахом строительства, но и с возведением уникальных сооружений (высокие плотины, глубокие карьеры, проходка и ведение подземных работ на больших глубинах и пр.).

Знание механики горных пород необходимо специалистам в области инженерной геологии и гидрогеологии при составлении количественных прогнозов развития различных геологических процессов, обосновании устойчивости сооружений в определенной геологической обстановке и, кроме того, позволяет решать ряд теоретических вопросов, связанных с формированием и природой прочности горных пород.

На определенных этапах исследований взаимодействия сооружений с горными породами инженерная геология, гидрогеология и механика горных пород оказываются взаимосвязанными. Инженерная геология и гидрогеология должны закладывать основу для построения расчетной модели с учетом особенностей геологического разреза, а также анализа работы системы «сооружение — горные породы».

В настоящем издании рассматриваются особенности оценки прочности, устойчивости и деформируемости практически всех типов пород (исключение составляют мерзлые растворимые породы, а также органо-минеральные образования) во взаимодействии их с различными наземными и подземными сооружениями. Включение главы, касающейся устойчивости подземных выработок, обусловлено развитием самостоятельного раздела «Инженерная геология месторождений полезных ископаемых».

Поскольку данная книга рассчитана на студентов геологического профиля, в ней достаточно внимание удалено физической природе различных процессов, развивающихся в горных породах в процессе строительства и эксплуатации сооружений, и возможности их учета в расчетных схемах.

Использование механики горных пород в инженерной геологии и гидрогеологии позволяет оптимально сочетать качественный анализ геологической обстановки строительства с количественным обоснованием правильности выбранного варианта размещения, конструкции сооружения и условий его эксплуатации, что служит залогом успешной деятельности специалиста, работающего в области инженерной геологии и гидрогеологии.

**§ 1. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ**

Деятельность современного специалиста в области инженерной геологии связана со строительством всех типов сооружений, возводимых человеком, добычей полезных ископаемых, освоением шельфовой зоны морей и океанов и т. п. Инженерная деятельность человека резко меняет природную обстановку. Это воздействие не только простирается на большие площади земной поверхности, но и затрагивает существенные глубины, достигающие 2—3 км и более:

Расцвет научно-технической революции требует проектирования новых типов сооружений, для строительства которых накопленный опыт недостаточен. Вместе с тем ведется освоение новых территорий, которые ранее рассматривались как непригодные для строительства тяжелых сооружений с точки зрения неудовлетворительного состояния горных пород при оценке их несущей способности. Размах гидротехнического строительства, когда проектируются плотины, достигающие в высоту нескольких сот метров, рассчитанные на восприятие нагрузок, эквивалентных действию взрыва миллионов тонн тринитротолуола, ввод в эксплуатацию карьеров глубиной свыше 700 м, в настоящее время оказывается обычной инженерной задачей.

Инженерная геология на современном этапе ее развития, занимающаяся вопросами геологических условий строительства различных сооружений и хозяйственного использования территорий, — наука комплексная. В результате проведения инженерно-геологических исследований на рассматриваемой территории не толькодается качественная оценка условий строительства того или иного объекта, но и производится количественное обоснование устойчивости проектируемого сооружения, на основе которого разрабатываются инженерные мероприятия для обеспечения нормальных условий его строительства и эксплуатации. С этой целью в инженерной геологии широко используют расчетно-теоретические методы, применение которых возможно только при достаточно фундаментальном знании механики горных пород. Знание механики горных пород не только помогает в проектировании и строительстве, но и позволяет правильно и целесустримленно изучать различные геологические явления, имеющие место при накоплении осадков и последующем их преобразовании в породу под действием физико-химических и гравитационных процессов, оценивать роль денудации и аккумуляции в ходе геологического развития земной поверхности, рассматривать действие тектонических сил при создании напряженного состояния горных пород на различных глуби-

нах с целью выявления возможных областей опасного их смещения.

Без знания механики горных пород специалист в области инженерной геологии не может произвести количественный анализ и дать обоснованный прогноз развития различных геологических процессов как природных, так и являющихся результатом инженерной деятельности человека. Прогнозирование изменения геологической обстановки в результате строительства различных сооружений также должно вестись с использованием расчетов и теоретических положений, развиваемых механикой горных пород.

Объектом исследований механики горных пород, как и инженерной геологии, служат горные породы как естественно-геологические образования со всеми присущими им особенностями.

В. Д. Ломтадзе отмечает, что самостоятельное существование двух дисциплин — механики грунтов и механики горных пород — неоправданно, оно сложилось исторически в связи с запросами различных видов строительства [17]. Вместе с тем специалист, работающий в области инженерной геологии, должен изучать и оценивать как песчано-глинистые образования, так и твердые скальные в различной степени трещиноватые породы, тем более что способы и методы их изучения различны лишь в отдельных случаях. Горные породы, оцениваемые в инженерном аспекте, рассматриваются как естественное основание для наземных сооружений или среда, в которой проходят подземные выработки, карьеры, котлованы, либо как строительный материал для различных сооружений.

Эти вопросы не могут быть решены без всестороннего изучения и оценки прочности, деформируемости и устойчивости горных пород в процессе их взаимодействия с сооружением. Поэтому одной из первостепенных задач механики горных пород является исследование закономерностей распределения напряжений и развития деформаций в горных породах под воздействием внешних сил и собственного веса, а также изучение взаимосвязи напряжений и деформаций. Установление таких закономерностей позволяет решать и другую задачу механики горных пород — изучение и оценка условий устойчивости (равновесия) разных типов горных пород при воздействии на них различных усилий — нагрузок. Следующая задача — разработка расчетных схем прочности, деформаций и устойчивости горных пород при различных силовых воздействиях, которые в наибольшей степени отражали бы их реальные особенности. Следует ожидать, что по мере расширения знаний о горных породах будут возникать новые расчетные схемы, более глубоко и всесторонне учитывающие физическую природу их прочности и деформируемости. Таковы основные проблемы теоретических исследований механики горных пород.

Связь механики горных пород с практикой (строительством и горным делом) проявляется в использовании ее методов для оценки устойчивости наземных сооружений при проектировании их оснований и фундаментов; для оценки устойчивости подземных сооружений и величины горного давления с целью управления им;

для оценки устойчивости естественных склонов, откосов и подпорных сооружений.

Механика горных пород относится к циклу наук, объединенных общим названием «механика». Если проследить развитие механики как науки, то на начальном этапе были сформулированы законы механики абсолютно твердых недеформируемых тел. Последние рассматриваются в теоретической механике, которая устанавливает законы движения и равновесия этих тел.

Исследованием деформируемых тел занимается строительная механика, которая изучает эти тела как сплошные системы. Поведение таких тел в зависимости от напряженного состояния может быть описано законами теорий упругости, пластичности, а также реологии.

Механика горных пород, используя достижения этих наук в своих выводах и расчетах, устанавливает также и свои закономерности, вытекающие непосредственно из рассмотрения особенностей строения горных пород как трещиноватых или дисперсных систем. Принимая во внимание их раздробленность, в механику горных пород вводятся новые закономерности деформирования и разрушения с учетом трещиноватости и пористости материалов, сил внутреннего трения и сцепления, действия фильтрационных и гидростатических давлений.

Следовательно, методы, которыми пользуется механика горных пород при решении своих задач, базируются на синтезе методов, используемых в теоретической и строительной механике, в инженерной геологии и гидрогеологии (динамике подземных вод).

Учитывая сложность строения естественных геологических образований, механика горных пород зачастую абстрагируется от рассмотрения всех особенностей внутреннего строения горной породы и прибегает к анализу идеализированных сред, поведение которых может быть описано с помощью законов механики с привлечением математического аппарата. Н. В. Орнатский отмечал, что с методологической стороны изучение механических схем природных явлений должно рассматриваться как одна из форм абстрактного мышления, составляющего важную стадию процесса познания сущности этих явлений. Математическое моделирование идеализированных сред является одним из основных методов решения задач механики горных пород.

На основе созданных идеализированных моделей разрабатываются расчетные схемы устойчивости различных сооружений, откосов, подземных выработок и т. п., которые позволяют количественно оценивать условия строительства и развитие различных процессов и явлений. Этот метод назван *расчетно-теоретическим*. Он широко применяется не только в механике горных пород, но и в инженерной геологии и гидрогеологии.

Критерием подтверждения правильности расчетов с использованием определенной схемы служат эксперименты, проведенные в лабораторных и полевых условиях, а также наблюдения за поведением существующих сооружений и развитием геологических про-

цессов. При этом необходимо количественно сравнивать данные расчетов с результатами экспериментов или наблюдений. Следовательно, в механике горных пород должен широко применяться экспериментальный метод, позволяющий не только подтверждать реальность и возможность использования той или иной расчетной схемы, но и создавать свои эмпирические зависимости, используемые при рассмотрении аналогичных вариантов. Экспериментальный метод служит средством дальнейшего совершенствования расчетной схемы путем введения неучтенных факторов, выявленных в ходе практического ее использования.

При решении вопросов возможности использования эмпирических зависимостей механика горных пород пользуется методом подобия.

Новые теоретические разработки в механике горных пород создаются путем не только математического описания ряда идеализированных моделей, но и использования методов моделирования: электрогидродинамического, оптического, центробежного, эквивалентных материалов и др.

## § 2. ГОРНЫЕ ПОРОДЫ КАК СРЕДА МЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

В методах расчета распределения напряжений и вызываемых ими деформаций механика горных пород широко использует модели и схемы, применяемые в строительной механике. При этом среда строительной механики рассматривается как непрерывная по своей структуре, обладающая также и непрерывностью свойств. Такая среда называется *сплошной*. Реальные породы с их сложным строением на макро- и микроуровне заменяются некоторой моделью сплошной, однородной, изотропной, невесомой и упругой среды. Такая среда обладает рядом особенностей, главными из которых являются:

- 1) после устранения внешней нагрузки размер и форма тела полностью восстанавливаются;
- 2) под действием нагрузки среда деформируется без нарушения сплошности;
- 3) деформация протекает мгновенно, т. е. моменты приложения нагрузки и завершения деформаций совпадают;
- 4) среда теории упругости невесома, поэтому начальные напряжения в ней отсутствуют;
- 5) деформации среды в каждой точке пропорциональны напряжениям (закон Гука):

$$\sigma = E \varepsilon, \quad (1)$$

где  $\sigma$  — действующее напряжение;  $\varepsilon$  — относительная деформация в направлении действия напряжения;  $E$  — коэффициент пропорциональности, называемый модулем упругости.

Следует отметить, что теория упругости устанавливает также зависимость между касательными напряжениями и деформациями (см. гл. 2).

Если в сплошной однородной и изотропной среде наряду с упругими проявляются также неупругие (остаточные) деформации и связь между напряжениями и деформациями можно считать линейной, то для расчетов используется модель линейно-деформируемой среды. Применение этой модели возможно только при однократном действии нагрузки (ветвь загружения), отсутствии или незначительном развитии пластических деформаций; при этом следует помнить, что деформации завершившиеся. Основным законом для линейно-деформируемой среды остается закон Гука, однако вместо модуля упругости используется параметр, называемый *модулем общей деформации*, при экспериментальном определении которого используется величина общей деформации, устанавливаемая по ветви загружения.

Для описания поведения сланцеватых тонкослоистых пород используют модели анизотропных линейно-деформируемых (упругих) тел, среди которых наиболее широко распространена трансверсально-изотропная среда. Характерной особенностью такой среды является постоянство свойств в различных направлениях в плоскости изотропии и различие в свойствах в направлении, перпендикулярном к этой плоскости.

Упругопластическая модель используется в случае, когда до определенного предела напряжений наблюдается линейная зависимость между напряжениями и деформациями, а выше этого предела начинается пластическое течение материала при действии постоянного напряжения (рис. 1). Пластические деформации проявляются в изменении формы тела при постоянстве объема и без нарушения его сплошности. Пластические деформации рассматриваются как остаточные деформации сдвига с нарушением линейной зависимости между напряжениями и деформациями. Для описания поведения таких тел используется теория пластичности, в которой чаще всего рассматривают две модели среды: Сен-Венана и Мизеса — Генки.

Согласно А. Сен-Венану, материал переходит в пластическое состояние, когда наибольшее касательное напряжение  $\tau_{\max}$  достигает некоторого предельного значения  $\tau_t$  (предел текучести сдвига), т. е.  $\tau_{\max} = \tau_t$ .

Р. Мизес и Г. Генки предположили, что появление пластических деформаций характеризуется некоторым вполне определенным значением касательных напряжений:  $\tau_t = \text{const}$ .

Установлено, что обе модели довольно близки между собой и достаточно корректно определяют начало пластических деформаций, однако модель Мизеса — Генки более удовлетворительно отвечает результатам экспериментов.

В настоящее время в связи с проектированием различных конструкций по предельным состояниям широко применяются в практике

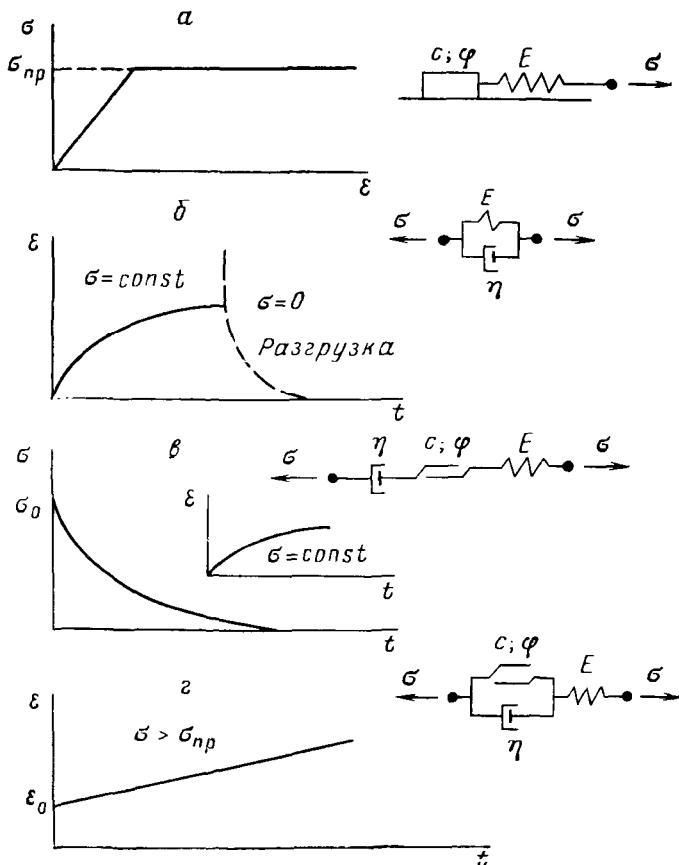


Рис. 1. Диаграммы деформирования и структурные модели тел:  
 а — упругопластического; б — вязкоупругого (модель Кельвина); в — вязкоупругого (модель Максвелла); г — вязкопластического (модель Бингама — Шведова)

тике строительства положения реологии \*, рассматривающей связь между напряжениями и деформациями или скоростью деформации, изменяющимися во времени. Обычно в реологии изучают ползучесть материалов, которая определяется как процесс развития деформаций во времени при постоянном напряжении. Деформации ползучести в зависимости от величины действующего напряжения и свойств материала могут затухать либо развиваться с постоянной скоростью, либо переходить в стадию прогрессирующего течения до разрушения. Если при постоянной величине деформации наблюдается уменьшение напряжений, то отмечается простая релаксация. Прочность материала при длительном действии касательных напряжений может падать, при этом вводится представление о дли-

\* Реология — раздел механики, где рассматривается течение сплошных однородных и изотропных тел.

тельной прочности как функции напряженного состояния с учетом фактора времени.

При описании деформирования тел как сплошной среды в реологии разработан ряд теорий — упрочнения, старения и наследственной ползучести. Наиболее часто в механике горных пород используется теория *наследственной ползучести*.

В реологии широко применяются так называемые *механические модели*, в которых любое тело может рассматриваться как совокупность упругих и вязких элементов, определенным образом связанных. Обычно упругие элементы моделируются пружиной, поведение которой подчиняется закону Гука, а вязкие элементы — с помощью дырчатого поршня, перемещающегося в цилиндре, заполненном жидкостью. В вязком элементе напряжения пропорциональны скорости деформации (тело Ньютона)

$$\sigma = \eta \frac{de}{dt}, \quad (2)$$

где  $\eta$  — коэффициент вязкости. В зависимости от сочетания таких элементов можно получить модель любого идеализированного тела. Параллельное соединение упругой пружины и поршня в вязкой жидкости представляет собой тело Кельвина, последовательное — тело Максвелла.

Оба упомянутых тела являются упруговязкими, первое из них — нерелаксирующее, второе — релаксирующее (см. рис. I, б, в). Уравнение состояния для тела Кельвина записывается в виде

$$\sigma = E\varepsilon + \eta \frac{de}{dt}. \quad (3)$$

Модель Кельвина для горных пород не дает удовлетворительно-го совпадения с опытом, поскольку не учитывает начальных деформаций, а также релаксации напряжений при  $\varepsilon=\text{const}$ .

Уравнение модели Максвелла

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (4)$$

справедливо при напряжениях  $\sigma$ , не превышающих некоторого предельного значения  $\sigma_{\text{пр}}$  (см. рис. 1, а). Если  $\sigma > \sigma_{\text{пр}}$ , то деформирование происходит по законам теории пластичности. Если в момент времени  $t=0$  действует напряжение  $\sigma_0 > \sigma_{\text{пр}}$ , то начальная деформация  $\varepsilon_0$  будет равна  $\sigma_0/E + \varepsilon_{\text{пл}}$  (где  $\varepsilon_{\text{пл}}$  — пластическая деформация,  $\sigma_0/E$  — упругая). При условии постоянства деформаций  $\varepsilon_0 = \varepsilon = \text{const}$  и  $d\varepsilon/dt = 0$ , из зависимости (4) следует, что

$$\frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} = 0 \text{ и} \\ \sigma = \sigma_0 e^{-t/t_0}, \quad (5)$$

где  $t_0$  — время релаксации напряжений

$$t_0 = \eta/E. \quad (6)$$

Из уравнения (6) следует, что при постоянной деформации напряжения в среде убывают по экспоненциальному закону, стремясь к нулю.

Процесс развития незатухающей ползучести, возникающей при превышении некоторого напряжения  $\sigma_{\text{пр}}$ , можно смоделировать с помощью тела Бингама — Шведова (см. рис. 1,2). При  $\sigma < \sigma_{\text{пр}}$  уравнение состояния среды может быть записано в виде

$$\frac{d\sigma}{dt} = E \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (7)$$

Если  $\sigma > \sigma_{\text{пр}}$ , то под действием разности напряжений  $\sigma - \sigma_{\text{пр}}$  в работу включается вязкий элемент, скорость деформации которого постоянна и составляет

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma - \sigma_{\text{пр}}}{\eta}. \quad (8)$$

Скорость полной деформации с учетом (7) и (8) будет равна

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma - \sigma_{\text{пр}}}{\eta}, \quad (9)$$

при  $(\sigma - \sigma_{\text{пр}}) = \text{const}$  величина деформации составит

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\sigma - \sigma_{\text{пр}}}{\eta} t. \quad (10)$$

Кривые развития деформаций ползучести во времени для тела Бингама — Шведова являются прямыми линиями, т. е. отмечается неограниченное возрастание их величин. Однако для большинства горных пород при определенной критической деформации наблюдается их разрушение, исключение составляют лишь малолитифицированные глинистые породы, в которых вязкопластическое течение может протекать в течение длительного промежутка времени.

Механический перенос решений теорий упругости, пластичности и реологии в механику горных пород недопустим, так как горные породы по особенностям внутреннего строения, свойствам и поведению часто несопоставимы со сплошными телами. Многообразие типов горных пород требует дифференцированного подхода для обоснования расчетных моделей согласно их индивидуальным особенностям и напряженному состоянию.

Скальные породы, отличающиеся высокой плотностью, малой пористостью и наличием жестких связей, прочность которых часто соизмерима с прочностью самих кристаллических зерен, могут с определенной степенью допущения рассматриваться как сплошные однородные и изотропные среды. Наиболее прочные нетрещиноватые скальные породы в значительном диапазоне напряжений ведут себя как упругие среды. Предел упругости этих пород часто совпадает с пределом их прочности. Для них вполне применим основной закон теории упругости — закон Гука.

Менее прочные трещиноватые скальные породы при развитии остаточных деформаций, но при сохранении линейной зависимости

между напряжением и деформацией можно рассматривать как линейно-деформируемую среду. В этом случае нагрузка, отвечающая определенному пределу деформаций таких горных пород, принимается равной их прочности.

Анализ поведения скальных горных пород на больших глубинах в объемном напряженном состоянии при действии давлений, превышающих сотни и тысячи мегапаскалей, показал, что в этих породах возникают и развиваются пластические деформации. Теория упругости и теория линейно-деформируемой среды в таком случае неприемлемы и следует использовать модели упругопластических тел или законы деформируемости согласно реологическим положениям.

Для пород, обладающих повышенной трещиноватостью, характерно наличие необратимых остаточных деформаций. Предел упругости для этих пород не совпадает с пределом прочности и поэтому решения теории упругости для таких пород очень часто непригодны. Однако в определенных пределах действующих напряжений с точностью, достаточной для практических расчетов, установлено наличие линейной зависимости между напряжениями и величиной общей деформации, что позволяет рассматривать такие породы как линейно-деформируемую среду.

Если давления превышают величину нагрузки, при которой породу можно считать линейно-деформируемой средой, обычно в зависимости от конкретной ситуации применяют модели нелинейно-деформируемых сред.

Возможность применения модели сплошной и однородной среды для трещиноватых горных пород обосновывается специальными критериями. Еще в конце XIX в. Ф. С. Ясинский теоретически доказал, что в зависимости от требуемой точности определений  $n$  отклонения от модели сплошной и однородной среды наблюдается при определенном соотношении размера изучаемого объекта  $L$  и среднего размера отдельного слагающего его элемента  $l$ , т. е.

$$n = \sqrt{\frac{L}{l}} \cdot 100. \quad (11)$$

Если принять, что необходимая точность  $n$  не превышает 10%, то согласно зависимости (11)  $L/l \geq 100$ . Более поздние экспериментальные исследования показали, что можно допускать меньшее значение  $L/l$ . Так по данным, полученным в Ленинградском отделении Гидропроекта, при  $L/l \geq 20$  толщца пород рассматривается как квазисплошная и квазиоднородная, причем это соотношение подтверждается результатами геофизических исследований: скорости распространения упругих волн в средах, составленных из отдельных блоков, при указанном выше соотношении, были равны между собой.

Однако работами, выполненными в МИСИ, установлено, что критерий квазисплошности и квазиоднородности трещиноватых пород не только зависит от размеров исследуемого объекта и элемен-

тарного блока, но и определяется характером трещиноватости, а также показателями деформационных свойств пород. Критерий квазисплошности и квазиоднородности  $k_{\text{кв}}$  может быть рассчитан по формуле С. Б. Ухова:

$$k_{\text{кв}} = \frac{m[(100+n)(A+1)M_t B - 100(M_a A + m M_t B)]}{n(A+1)(M_a A + m M_t B)}, \quad (12)$$

где  $m$  равно 1, 2, 3 соответственно для одномерной, двухмерной (плоской) и трехмерной (объемной или пространственной) задач (см. главы 2 и 5);  $n$  — заданная точность определений;  $A=a/\Delta a$  ( $a$  — средний размер блока;  $\Delta a$  — средний размер ширины трещины);  $B=E_a/E_t$  ( $E_a, E_t$  — соответственно средние значения модулей деформации отдельных блоков и трещин);  $M_a$  и  $M_t$  — функции, зависящие от коэффициентов поперечного расширения  $\mu_a$  (блоки пород) и  $\mu_t$  (трещины); если  $\mu_a=\mu_t$ , то  $M_a=M_t$ .

Для трещиноватых пород при  $n=10\%$  критерий квазисплошности изменяется от 5 до 7.

Минимальный линейный размер толщи трещиноватых пород  $L$ , в пределах которой можно использовать модель сплошной и однородной среды и применять соответствующие показатели механических свойств пород, рассчитывается по формуле

$$L = ak_{\text{кв}} + \Delta a(k_{\text{кв}}-1). \quad (13)$$

Если согласно рассмотренным выше критериям условие квазисплошности и квазиоднородности не выполняется, то толщу пород следует рассматривать как трещиновато-блочную среду. При этом влияние трещиноватости можно учитывать по двум направлениям:

1) оценку механических свойств пород в условиях их естественного залегания производить с учетом трещиноватости той части толщи, которая взаимодействует с сооружением;

2) напряженно-деформированное состояние трещиноватых пород исследовать на основе возможности смещения отдельных блоков пород по трещинам, а также с учетом концентраций напряжений на контактах блоков пород.

Влияние трещиноватости на показатели механических свойств проявляется в так называемом масштабном эффекте: по мере возрастания объема пород, включающихся в работу при их взаимодействии с сооружением, прочность и модуль деформации трещиноватой толщи снижаются до некоторого постоянного значения.

Однако в настоящее время не существует математически строгих решений для оценки напряженного состояния и соответственно деформаций трещиновато-блочной среды. Необходимо отметить, что наряду с эмпирическим методом исследование поведения трещиновато-блочной среды можно вести также на основе вероятностного подхода, и о напряжениях и деформациях говорить как о некоторых математических ожиданиях [4].

Оценка песчано-глинистых пород должна проводиться на основе их анализа как дисперсных систем. В условиях естественного за-

легания эти породы обычно содержат воду с растворенными в ней компонентами, воздух и другие газы. Поэтому при рассмотрении таких отложений как дисперсных систем следует принимать во внимание роль физико-химических процессов, которые развиваются благодаря появлению большой поверхностной энергии за счет раздробленности, сложного состава поровых вод, изменения структуры воды в поле действия тонкодисперсных частиц породы. Между частицами в глинистых породах всегда существуют структурные связи, природа которых достаточно сложна и тесно связана с условиями формирования и стадией литификации рассматриваемых отложений. В настоящее время выделяют магнитные, кулоновские, капиллярные, молекулярные, ионно-электростатические и химические связи. Прочность и деформируемость глинистых пород во многом обусловлены преобладанием определенного типа структурных связей [16, 26].

Под действием давлений большая часть деформаций в этих породах происходит в результате уменьшения объема их пор. При анализе деформационного поведения, а также прочности литифицированных глинистых пород необходимо учитывать их трещиноватость различного генезиса.

Раздробленность резко изменяет механические свойства песчано-глинистых пород. Так, например, модуль деформации скальной породы без трещин равен  $5 \cdot 10^4$  МПа, а для песка, полученного путем дробления той же породы, — 50 МПа. Несвязные породы не воспринимают растягивающих напряжений вообще, а глинистые породы воспринимают в очень узком интервале небольших по величине напряжений. Сжатие этих пород обычно протекает во времени, что связано с замедленным выжиманием воды из пор породы, взаимным перемещением частиц друг относительно друга, разрушением и восстановлением структурных связей. Следовательно, наблюдается заметное отставание завершения деформаций от момента передачи на эту породу давления. Для песчано-глинистых пород роль упругих деформаций сравнительно мала по сравнению с остаточными и заметно возрастает по мере перехода к уплотненным разностям пород. Для литифицированных глинистых отложений в условиях их естественного залегания упругие деформации характерны при анализе деформационного поведения только отдельных нетрещиноватых блоков пород, тогда как развитие деформаций в толще пород происходит вследствие ее трещиноватости.

Для песчано-глинистых пород линейная или близкая к ней зависимость между давлением и деформацией наблюдается в интервале от нуля до некоторой нагрузки  $p_1$  (первая критическая), на этой стадии скорость деформации стремится к нулю и, следовательно, деформация характеризуется некоторой стабильной величиной. При давлениях, больших  $p_1$ , в породе развиваются сдвиговые деформации, приводящие к изменению не только объема, но и формы, при этом нарушается линейная зависимость между нагрузкой и деформацией: рост последней обгоняет увеличение давления. Такая картина наблюдается до нагрузки  $p_2$  (вторая критическая).

При дальнейшем увеличении давления порода переходит в стадию разрушения. Наличие трех фаз деформирования песчано-глинистых пород было впервые сформулировано Н. М. Герсевановым.

При решении задач механики горных пород применительно к песчано-глинистым отложениям в пределах давлений от нуля до  $p_1$  и более можно использовать модель линейно-деформируемой среды. Последняя широко применяется при расчетах распределения напряжений и конечных осадок.

Однако использование закона Гука для оценки сжимаемости дисперсных тел оказывается недостаточным. Поэтому положения принципов линейно-деформируемой среды дополняются закономерностями, вытекающими непосредственно из рассмотрения песчано-глинистых пород как дисперсных систем. Одна из таких закономерностей — установление зависимости между увеличением давления и уменьшением пористости породы.

Оценка поведения песчано-глинистых пород при нагрузках, превышающих величину, при которой можно использовать теорию линейно-деформируемой среды, должна производиться в двух направлениях: 1) разработка схем для определения критериев прочности и устойчивости горных пород в основании сооружений, откосах, подземных выработках и т. д.; 2) изучение деформируемости пород под действием касательных напряжений, величина которых ниже порога разрушения, поскольку их роль во второй фазе деформирования, по Н. М. Герсеванову, — ведущая.

Первая из указанных выше задач решается на основе разработки общей теории предельного напряженного состояния (предельного равновесия). Поведение горных пород при нагрузках выше  $p_1$  может быть исследовано с помощью моделей теории пластичности. Эти модели используются при оценке несущей способности оснований сооружений, сложенных глинистыми породами, с углами внутреннего трения меньше  $5-7^\circ$ .

При решении задач общей теории предельного напряженного состояния применяются модели не только механики сплошной среды, но и тел как дисперсных систем. Самой простейшей из них является модель сыпучего тела, состоящего из отдельных твердых частиц малого размера, свободно опирающихся друг на друга и не имеющих между собой никакой связи. Прочность такого тела определяется силами трения.

Усложнение модели сыпучего тела привело к созданию модели среды, обладающей трением и сцеплением. Используя эти две модели, можно решить задачи устойчивости горных пород при взаимодействии их с сооружением по двум схемам:

1) предельное состояние существует только вдоль определенной, заданной поверхности разрушения;

2) предельное напряженное состояние наблюдается в каждой точке массива горной породы.

Вторая задача — оценка деформируемости песчано-глинистых пород при напряженном состоянии, создаваемом нагрузками выше величины  $p_1$ , обычно описывается с помощью реологических моде-

лей сплошной среды, таких, как модель Бингама — Шведова, а также модель теории наследственной ползучести Больцмана — Вольтерра.

Следует отметить, что выбор модели и обоснование расчетного метода не только определяются типом пород, но и зависят от требуемой точности и надежности расчетов. В приближенных методах, обычно используемых на стадии предварительной оценки устойчивости сооружений, широко применяют модель линейно-деформируемого тела.

### § 3. СВЯЗЬ МЕХАНИКИ ГОРНЫХ ПОРОД С ИНЖЕНЕРНОЙ ГЕОЛОГИЕЙ, ГИДРОГЕОЛОГИЕЙ И ДИСЦИПЛИНАМИ ГОРНОГО И СТРОИТЕЛЬНОГО ЦИКЛОВ

**Механика горных пород и инженерная геология.** Инженерная геология является одной из самых молодых наук геологического цикла. Для современного уровня развития инженерной геологии характерна широта и сложность решаемых ею проблем. Практически все виды строительства требуют научного инженерно-геологического обоснования и проведения разнообразных инженерно-геологических изысканий. Инженерная геология развивается на стыке наук геологического цикла и инженерно-технических. Еще акад. Ф. П. Саваренский отмечал, что инженер-геолог должен уметь оценивать природную геологическую обстановку применительно к специальным требованиям строительства, сознательно используя для этого приемы и методы, разработанные механикой, физикой и химией грунтов.

Современная инженерная геология при решении своих теоретических и прикладных задач широко применяет положения, выводы и закономерности механики горных пород.

В настоящее время инженерная геология включает в себя несколько разделов, каждый из которых самостоятельно использует достижения механики горных пород.

Первый основной раздел инженерной геологии посвящен исследованию вопросов теории формирования физико-механических свойств горных пород, а также изменения этих свойств под влиянием строящихся сооружений и других инженерных работ. Как известно, формирование и изменение свойств пород представляют собой сложные целенаправленные процессы, протекающие под влиянием напряженного состояния, физико-химической и биохимической обстановки. Изменение напряженного состояния будет определять процессы уплотнения или, наоборот, разуплотнения и разупрочнения горных пород. Количественная оценка напряжений в толще горных пород может быть получена только с помощью закономерностей, рассматриваемых в механике горных пород.

В то же время разработка методов полевых и лабораторных исследований для определения параметров свойств горных пород должна базироваться на рассмотрении реальной работы этих гор-

ных пород как основания либо среды различных сооружений. Следовательно, в рекомендуемых методиках для оценки свойств пород необходимо учитывать определенные расчетные модели, принимая во внимание действие тех напряжений, которые возникнут в ходе строительства и эксплуатации объектов.

Вторая часть инженерной геологии — инженерная геодинамика, разрабатывающая теоретические и практические аспекты прогноза развития геологических процессов и явлений. Такой прогноз в своей основе имеет количественное обоснование, которое должно, в свою очередь, базироваться на определенных расчетных схемах, развиваемых механикой горных пород с учетом геологической обстановки. В этом разделе инженерной геологии использование механики горных пород является достаточно полным. Закономерности распределения напряжений, расчет возможных деформаций слабых отложений, оценка устойчивости толщ горных пород в откосах, склонах, деформации дневной поверхности в результате глубокого водопонижения, развития карстовых и суффозионных процессов — вот далеко не полный перечень проблем, в решении которых весьма существен вклад механики горных пород.

Третий раздел — специальная инженерная геология, которая изучает геологические условия строительства промышленных, гражданских, дорожных, гидротехнических, подземных и других сооружений в различных инженерно-геологических условиях и разрабатывает методы и методику инженерно-геологических исследований при их проектировании и строительстве. Только с помощью механики горных пород можно количественно обосновать устойчивость сооружений, используя наиболее приемлемые для конкретных инженерно-геологических условий расчетные схемы. Расчет устойчивости сооружений должен производится с учетом развития геологических процессов и явлений, которые существовали до строительства сооружений и могут возникнуть в процессе их эксплуатации.

Механика горных пород дает возможность определять глубину и протяженность зон воздействия сооружения, области концентраций напряжений и развития наиболее опасных деформаций. На этой основе инженер-геолог может обоснованно выбирать наиболее рациональную систему инженерных изысканий для строительства различного типа сооружений: предельные контуры разведочной сети выработок, степень сгущения или разрежения скважин, а также их глубину.

В инженерной геологии месторождений полезных ископаемых оценка устойчивости откосов уступов, а также бортов карьеров и отвалов, подземных выработок дается на основе углубленного использования разделов механики горных пород, разрабатывающих теоретическую и прикладную стороны проблемы предельного напряженного состояния и деформаций горных пород.

Широкое применение средств гидромеханизации, приводящее к намыву обширных по площади гидроотвалов, ставит задачи процесса их консолидации, обеспечения устойчивости, а также их

дальнейшего использования в качестве оснований сооружений, что также невозможно осуществить без применения механики горных пород.

В свою очередь, механика горных пород для разработки надежных расчетных методов, наиболее полно учитывающих реальную работу горных пород, должна опираться на достоверную инженерно-геологическую информацию об условиях залегания и физико-механических свойствах пород, взаимодействующих с сооружением.

К. Терцаги в специальной работе «Прошлое и будущее прикладной механики горных пород», проанализировав аварии на различных сооружениях, отметил, что катастрофические разрушения были вызваны в основном использованием недостаточного объема и качества инженерно-геологических изысканий, хотя при проектировании применялись современные расчетные методы и схемы.

Следует также отметить, что разработка методов расчета должна базироваться на современных представлениях инженерной геологии о природе прочности и деформируемости горных пород с учетом особенностей физико-химических процессов, протекающих в дисперсных системах при их взаимодействии с внешними средами.

Количественная оценка природных геологических факторов, процессов и явлений, прогноз устойчивости отдельных сооружений и пригодности территорий, предназначенных для строительства, должна производиться с учетом последних достижений механики горных пород.

Механика горных пород способствует также развитию и совершенствованию ряда методов инженерной геологии, таких, как экспериментальный, расчетно-теоретический, метод моделирования и аналогий.

Из дисциплин геологического цикла механика горных пород особенно тесно связана с тектоникой; знание действия и распределения тектонических сил очень важно при глубоких подземных разработках полезных ископаемых, строительстве метрополитенов и тоннелей в горно-складчатых областях. Большое значение имеет не только учет действующих в настоящее время тектонических сил, но и определение зон концентраций напряжений, приуроченных обычно к зонам тектонических нарушений.

**Механика горных пород и гидрогеология.** При изучении вопросов распределения напряжений в толще горных пород, устойчивости наземных и подземных сооружений, а также склонов и откосов необходимо учитывать влияние подземных вод, прежде всего, с точки зрения их силового воздействия. Это выражается в развитии гидростатического и гидродинамического давлений, которые определенным образом влияют на характер распределения напряжений и, следовательно, на устойчивость сооружения. Динамика подземных вод, изучающая законы их движения, используя основы теории фильтрации, дает возможность рассчитать то давление, которое оказывает поток подземных вод при своем движении. При исследовании процесса консолидации песчано-глинистых пород механика горных пород опирается на основной закон фильтрации —

закон Дарси, являющийся также основным при рассмотрении движения подземных вод.

Задачи динамики подземных вод (изучение распределения напоров в толще горных пород различных водоносных горизонтов, их взаимосвязь, формирование фильтрационного потока и установление характера его движения) должны рассматриваться механикой горных пород при решении вопросов напряженно-деформированного состояния и устойчивости горных пород.

**Механика горных пород и горное дело.** Разработка месторождений полезных ископаемых подземным способом, проходка тоннелей на больших глубинах в сложных горно-геологических условиях приводят к формированию различных процессов, таких, как горные удары, внезапные выбросы пород, угля и газа, прорывы воды, глины и плытунов, обрушения и вывалы. Исследования этих процессов, их контроль и прогноз, разработка надежных мероприятий, достаточно экономичных и эффективных, определяют во многих случаях возможность и целесообразность разработки месторождений полезных ископаемых. Характер протекания этих процессов обусловлен не только природными факторами, но и системой разработки, ее параметрами, скоростью продвижения фронта горных работ и т. д., т. е. зависит от технологии их ведения. Механика горных пород в горном деле — одна из ведущих наук, призванная решать следующие задачи: 1) количественно обосновать устойчивость подземных выработок; 2) дать прогноз развития перечисленных выше процессов и их локализацию; 3) определить основу для разработки правильной технологии ведения горных работ, управления кровлей в конкретных условиях; 4) выбрать способ крепления выработок и произвести расчет крепи.

Один из коренных вопросов механики горных пород в горном деле — разработка теории и методов расчета горного давления. В настоящее время используется ряд гипотез горного давления, предложенных и разрабатываемых механикой горных пород.

Проблемы, связанные с оценкой горного давления, должны рассматриваться в связи с принятой системой разработки, которая часто влияет на величину, интенсивность развития и характер распределения давления. При этом особо встает вопрос об изучении опорного давления, которое, как известно, может в 1,5—4 раза превышать вес столба породы над выработкой. Механика горных пород уделяет этой проблеме большое внимание, изучая динамику развития опорного давления, зоны распространения и изменения его величины.

Схема распределения опорных давлений как наиболее максимальных, разрабатываемая механикой горных пород, дает возможность наметить рациональное размещение подземных выработок.

На решении уравнений механики горных пород основаны расчеты различных типов целиков с учетом особенностей распределения напряжений в них, их геологического строения, взаимодействия целиков с вмещающими породами.

**Механика горных пород и дисциплины строительного цикла.** Механика горных пород в своем развитии опиралась и опирается на строительную механику, сопротивление материалов, теорию упругости и пластичности. Эти науки рассматривают различные тела (брюсы, стержни, плиты, пластины, оболочки и др.) в их предельном (рабочем) нагруженном состоянии, а также в предельном, близком к разрушению. Изучение этих тел не ограничивается исследованием напряжений в них, так как учитывается также характер их деформирования и разрушения.

Перечислим основные положения указанных наук, наиболее полно используемые механикой горных пород: уравнения равновесия (или движения), связывающие внешние силы и напряжения; определение деформаций, происходящих в теле под действием внешних сил; установление зависимости между напряжениями и деформациями, возникающими в теле; обоснование теории прочности и разрушения. Все перечисленные закономерности устанавливаются не для действительных (реальных) тел с их сложным внутренним строением, а для некоторой однородной сплошной среды, дающей возможность выделять из тела малые элементы и считать, что они сохраняют те же физические свойства, что и все тело.

Прогноз прочности и устойчивости основания и возведенного на нем сооружения невозможен без использования расчетных схем механики горных пород. В свою очередь, тип используемых фундаментов, их размеры, конструкция и особенности их устройства определяют характер распределения напряжений в горной породе по глубине, в пределах и вне контура фундаментов. Зная величину напряжений и характер их распределения, можно рассчитать деформируемость основания и, следовательно, устойчивость фундаментов и возведенных на них сооружений. В дисциплине «Основания и фундаменты» широко используются закономерности изменения прочности, устойчивости и деформируемости горных пород, изложенные в курсе «Механика горных пород».

#### *Контрольные вопросы*

1. Сформулируйте основные задачи механики горных пород. Как эти задачи должны быть реализованы в практической деятельности специалистов, работающих в области инженерной геологии и гидрогеологии?

2. Основные методы, используемые механикой горных пород. Укажите на общность методов, используемых в механике горных пород, а также в инженерной геологии и гидрогеологии. Особенности методов моделирования, применяемых в механике горных пород.

3. Покажите на примерах, для каких пород возможно применение теории упругости. Какая разница между линейно-деформируемой средой и средой теории упругости? Критерий применимости закона Гука для горных пород.

4. Изложите основные особенности деформационного поведения горных пород при использовании моделей упругопластической среды и среды теории пластичности.

5. Объясните, в чем заключается особенность оценки трещиноватых скальных пород как объекта изучения механики горных пород. Какие критерии используются для расчетов этих пород как сплошной или трещиновато-блочной среды?

6. Охарактеризуйте особенности песчано-глинистых пород как дисперсных

систем. Возможно ли использование для песчано-глинистых пород модели линейно-деформируемой среды?

7. В каких разделах курсов инженерной геологии и гидрогеологии необходимо использовать и используются положения механики горных пород. Приведите конкретные примеры.

## Глава 2

# ОСНОВНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ ГОРНЫХ ПОРОД

---

### § 1. ПОНЯТИЕ О НАПРЯЖЕНИЯХ

Прочность и устойчивость сооружений, возводимых на породах или непосредственно в их толще, определяются напряженным состоянием, возникающим как результат действия внешних сил (нагрузок) и зависящим от свойств горных пород. Изучение их напряженного состояния должно вестись во всей зоне влияния сооружения, которая распространяется обычно на значительную глубину. Без знания величины напряжений и области их распространения невозможно рассчитать осадку сооружения, оценить устойчивость склонов и откосов, а также безопасность эксплуатации подземных выработок.

В механике горных пород для расчета напряжений используют положения теории упругости, которые могут быть применены для любых линейно-деформируемых тел. Как уже указывалось в гл. 1, горные породы в определенных пределах давлений деформируются по закону, близкому к линейному. Следовательно, при определении напряжений в породах можно исходить из теории линейно-деформируемых сред. В таком случае зоны пластических деформаций либо отсутствуют, либо имеют незначительную область развития.

Значительные отклонения от линейной зависимости при давлениях выше предела пропорциональности и существенном развитии зон пластических деформаций не позволяют применять решения теории упругости.

Теория упругости обычно используется для определения напряжений при условии стабилизации деформаций под действием внешней нагрузки. Следовательно, при расчете напряжений горные породы должны рассматриваться как линейно-деформируемые тела, процесс деформирования которых под нагрузкой закончился. При таких допущениях величина конечных напряжений в горной породе от действия внешних сил будет определена с необходимой точностью.

Если к горной породе приложена некоторая сила, то в ней, как и в каждом материале, возникают внутренние усилия. Интенсивность распределения внутренних усилий в выделенном элементе породы называют *напряжением*. При действии поверхностных сил таким элементом считают некоторое сечение, проведенное через точку тела, в которой требуется определить напряжение. Величина

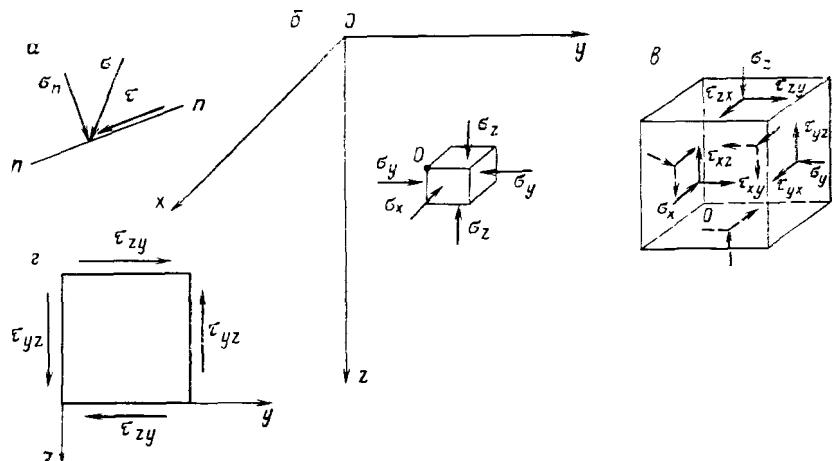


Рис. 2. Схемы для определения составляющих напряжений на горизонтальных и вертикальных площадках:

*α* — разложение полного напряжения  $\sigma$  на нормальную и касательную составляющую; *β* — нормальные напряжения на гранях элементарного параллелепипеда; *γ* — нормальные и касательные составляющие напряжений на гранях элементарного параллелепипеда;  $\epsilon$  — парность касательных напряжений

напряжения  $\sigma$  равна  $P/F$  (где  $P$  — усилие на площадь сечения  $F$ ).

Напряжение в горной породе следует рассматривать не как напряженное состояние его частиц, а как среднее напряжение на мысленно выделенной площадке конечных размеров внутри горной породы.

Площадка  $F$  может иметь любую ориентировку. Для определенной площадки напряжение выражается вектором, длина которого в заданном масштабе представляет величину напряжения. Величина и направление вектора напряжения зависят не только от внешней силы и координат точки, но и от ориентировки площадки, для которой определялась равнодействующая внутренних усилий.

Для любой точки толщи горной породы, находящейся в равновесии, равнодействующая напряжений, действующих по всем площадкам, которые проходят через эту точку, равна нулю. Если вектор напряжения наклонен к площадке под углом, то его можно разложить на две составляющие: нормальную, перпендикулярную к плоскости площадки, и касательную, действующую в плоскости площадки (рис. 2, *α*).

Положение точки в толще горной породы определяют с помощью прямоугольной системы координат, началом которой считают точку на границе действия внешних сил и горной породы. Ось  $z$  направлена вниз, ось  $y$  — слева направо, ось  $x$  — перпендикулярно к оси  $y$  (см. рис. 2, *б*).

Для оценки сжимаемости горной породы под действием внешней нагрузки обычно рассматривают горизонтальные и вертикальные площадки. В таком случае решение задачи о сжатии горной

породы в некоторой точке  $O$  сводится к решению задачи о сжатии заменяющего эту точку элементарного параллелепипеда, стороны которого параллельны осям координат, что допустимо в силу его малости. На каждой грани параллелепипеда действуют три составляющие полного напряжения: одна нормальная и две касательные. Нормальные составляющие напряжения обозначаются  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_x$ . Индексы  $z$ ,  $y$  и  $x$  указывают, что соответствующее нормальное напряжение действует на площадке, перпендикулярной к оси, обозначенной этой буквой. В обозначении касательных составляющих напряжений:  $\tau_{zy}$ ,  $\tau_{zx}$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{yx}$ ,  $\tau_{xy}$  и  $\tau_{xz}$  — первая буква индекса указывает направление нормали к площадке, на которой действует касательная составляющая напряжения, а вторая — направление последней. Таким образом, касательная составляющая напряжения  $\tau_{zy}$  действует на площадке, нормаль к которой параллельна или совпадает с осью  $z$ , а сама составляющая параллельна оси  $y$  (см. рис. 2,в).

Таким образом, на параллелепипед действуют шесть нормальных и двенадцать касательных составляющих напряжений.

Для параллелепипеда, находящегося в равновесии, напряжения на противоположных гранях равны. Поэтому для характеристики напряженного состояния этого элемента горной породы необходимо знать три нормальные и шесть касательных составляющих полного напряжения. Однако при рассмотрении элементарного параллелепипеда число касательных напряжений может быть уменьшено вдвое. С этой целью определим момент тех сил, которые действуют на выделенный элемент, например, относительно оси  $x$ . В этом случае, очевидно, во внимание следует принимать только те напряжения на гранях элемента, которые показаны на рис. 2,г. Объемные силы при уменьшении размера параллелепипеда снижаются пропорционально третьей степени длины ребра, в то же время уменьшение поверхностных сил происходит пропорционально второй степени длины ребра. Следовательно, для бесконечно малого элемента объемные силы являются бесконечно малыми величинами высшего порядка малости по сравнению с поверхностными, и при рассмотрении равновесия этого элемента ими следует пренебречь. Подобным образом можно показать, что моменты нормальных усилий вследствие неравномерности их распределения также величины высшего порядка малости по отношению к моментам, создаваемым касательными напряжениями, и в пределе обращаются в нуль. Усилия, действующие на каждую грань, можно считать равными произведению напряжения в центре грани на ее площадь. Обозначив размеры бесконечно малого элемента  $dx$ ,  $dy$  и  $dz$  и найдя моменты силы относительно оси  $x$ , получим уравнения равновесия этого элемента в виде

$$\tau_{zy}dxdydz = \tau_{yz}dxdydz. \quad (14)$$

Два других уравнения для нахождения  $\tau_{zx}$  и  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{xy}$  и  $\tau_{yx}$  составляются аналогичным образом. Из этих уравнений следует, что  $\tau_{zy} = \tau_{yz}$ ;  $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ ;  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ .

Таким образом, напряженное состояние в каждой точке толщи горной породы можно оценивать с помощью трех нормальных ( $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_x$ ) и трех касательных ( $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{xy}$ ) напряжений.

## § 2. НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ ПРИ СЖАТИИ НА ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ И ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПЛОЩАДКАХ

Под действием нормальных напряжений ( $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_x$ ) происходит сжатие горной породы, которое сопровождается уменьшением ее объема. Изменение объема элементарного параллелепипеда происходит за счет уменьшения его сторон. Введем понятие *относительной объемной деформации сжатия*, под которой подразумевается отношение изменения объема элементарного параллелепипеда под действием нормального напряжения к его первоначальному объему. Объем параллелепипеда  $dV$  до сжатия составляет

$$dV = dx dy dz. \quad (15)$$

Относительные деформации сжатия в направлении осей  $z$ ,  $x$ ,  $y$  обозначим соответственно  $\epsilon_z^V$ ,  $\epsilon_x^V$ ,  $\epsilon_y^V$ . Вследствие сжатия параллелепипеда длины его сторон станут равными  $(1 - \epsilon_z^V)dz$ ;  $(1 - \epsilon_x^V)dx$ ;  $(1 - \epsilon_y^V)dy$ , а уменьшенный объем ( $dV'$ ) составит

$$dV' = (1 - \epsilon_x^V)dx(1 - \epsilon_y^V)dy(1 - \epsilon_z^V)dz. \quad (16)$$

Если пренебречь произведением относительных деформаций из-за их малости, то получим выражение для  $dV'$  в виде

$$dV' = (1 - \epsilon_x^V - \epsilon_y^V - \epsilon_z^V)dx dy dz. \quad (17)$$

Относительное изменение объема, или относительная объемная деформация  $\Theta$ , определится из выражения

$$\Theta = \frac{dV - dV'}{dV} = \frac{dx dy dz - (1 - \epsilon_x^V - \epsilon_y^V - \epsilon_z^V)dx dy dz}{dx dy dz} = \epsilon_x^V + \epsilon_y^V + \epsilon_z^V. \quad (18)$$

Следовательно, относительная объемная деформация некоторого выделенного элемента в толще пород равна сумме относительных линейных деформаций, происходящих в направлении координатных осей.

Как уже указывалось в гл. 1, основным законом линейно-деформируемой среды является закон Гука, который характеризует линейную зависимость между относительной деформацией  $\epsilon$  (в направлении действия напряжения) и напряжением  $\sigma$ , т. е.  $\epsilon = \sigma/E$ .

Коэффициентом пропорциональности в этом случае является величина  $E$ , называемая *модулем упругости*. Для горных пород, рассматриваемых как линейно-деформируемая среда, таким коэффициентом пропорциональности служит *модуль общей деформации*  $E_0$ . В одном и том же интервале напряжений горные породы могут характеризоваться как модулем упругости, так и модулем общей деформации. Первый обычно определяется по ветви разгрузки, и для его расчета используют только упругие деформации (рис. 3, а)

$$E_y = \sigma / \epsilon_y. \quad (19)$$

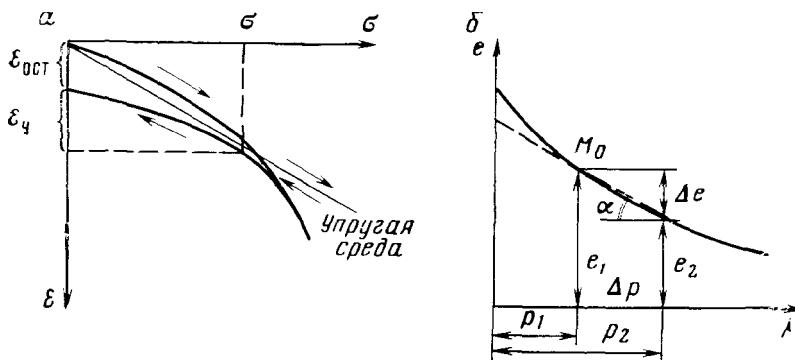


Рис. 3. График деформирования горных пород под нагрузкой:  
а — зависимость между относительными деформациями и напряжениями; б — компрессионная кривая песчано-глинистых пород и ее параметры

Что же касается модуля общей деформации, то при его оценке используют величину полной деформации породы, которая обычно суммируется из упругой  $\epsilon_y$  и остаточной  $\epsilon_{ост}$  частей и может быть найдена по ветви нагрузки при однократном загружении породы (см. рис. 3,а)

$$E_0 = \sigma / (\epsilon_y + \epsilon_{ост}). \quad (20)$$

Поскольку для большинства горных пород величины упругих деформаций меньше, чем полных, модуль упругости всегда больше, чем модуль общей деформации. Исключение составляют скальные нетрещиноватые породы, для которых модули упругости и общей деформации сопоставимы между собой. С ростом степени трещиноватости и выветрелости наблюдается увеличение расхождения между этими параметрами деформационных свойств горных пород (табл. 1).

Для слабых глинистых пород, в которых основную роль играют остаточные деформации, модуль упругости может отличаться от модуля деформации на два порядка и более.

Таблица 1. Сравнительная характеристика модулей упругости  $E_y$  и деформации  $E_0$  гранитов различной степени трещиноватости (по Л. Мюллеру)

Породы	Степень трещиноватости	$E_y/E_0$
Невыветрелые	Нетрещиноватые	1,42
	Малотрещиноватые	1,80
Маловыветрелые	Трещиноватые	1,88
Выветрелые	» Сильно трещиноватые	3,22 3,70

Сжатие элементарного параллелепипеда в направлении оси  $z$  обычно сопровождается его поперечным расширением, которое в направлении осей  $x$  и  $y$  меньше деформации сжатия вдоль оси  $z$  ( $\epsilon_z$ ). В связи с этим, выражения для определения относительных поперечных деформаций в направлении оси  $x$  ( $\epsilon_x$ ) и  $y$  ( $\epsilon_y$ ) имеют следующий вид:

$$\epsilon_x = -\mu \epsilon_z = -\mu \frac{\sigma_z}{E}; \quad (21)$$

$$\epsilon_y = -\mu \epsilon_z = -\mu \frac{\sigma_z}{E}, \quad (22)$$

где  $\mu$  — коэффициент пропорциональности, который в случае малых деформаций имеет постоянное значение. Необходимо отметить, что в механике горных пород знаки деформации принимаются положительными при сжатии и отрицательными при расширении.

Для однородной и изотропной среды  $\epsilon_x = \epsilon_y$ . Тогда из сопоставления (21) и (22) следует, что

$$\mu = \left| \frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} \right| = \left| \frac{\epsilon_y}{\epsilon_z} \right|. \quad (23)$$

Для среды теории упругости  $\mu$  носит название *коэффициента Пуассона*, и в этом случае он определяется только по величине упругих деформаций. Если расчет  $\mu$  ведется с учетом полных относительных деформаций, то этот коэффициент получает название *коэффициента поперечного расширения*.

Величина коэффициента Пуассона (коэффициента поперечного расширения) изменяется от 0 до 0,5 и не более, так как при значениях, превышающих указанную величину, наблюдается существенное изменение объема. В этом случае теория упругости уже не применима, ибо все законы напряженно-деформированного состояния для упругой (линейно-деформируемой) среды получены при условии постоянства объема деформирующегося материала.

При наличии линейной связи между напряжениями и деформациями можно производить суммирование деформаций по каждой из осей от действия нормальных составляющих напряжений. Так, например, относительную деформацию по оси  $z$  —  $\epsilon_z$  можно представить в виде слагаемых относительных деформаций, возникающих от действия напряжений  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$  и  $\sigma_x$  относительно указанной оси:

$$\epsilon_z = \epsilon'_z + \epsilon''_z + \epsilon'''_z, \quad (24)$$

где  $\epsilon'_z$  — относительная деформация сжатия по оси  $z$  от действия  $\sigma_z$ , равная  $\sigma_z/E$ ;  $\epsilon''_z$  — относительная деформация расширения по оси  $z$  от действия  $\sigma_y$ , равная  $-\mu \sigma_y/E$ ;  $\epsilon'''_z$  — относительная деформация расширения по оси  $z$  от действия  $\sigma_x$ , равная  $-\mu \sigma_x/E$ . Подставив полученные выражения для относительных деформаций в

уравнение (24), получим

$$\varepsilon_z = \sigma_z/E - \mu\sigma_x/E - \mu\sigma_y/E = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)]. \quad (25)$$

Таким же путем можно вывести формулы для определения величин относительных деформаций по осям  $x$  и  $y$ , которые имеют следующий вид:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_z + \sigma_y)]; \quad (26)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_z + \sigma_x)]. \quad (27)$$

Формулы (25) — (27) представляют обобщенный закон Гука для однородных, изотропных линейно-деформируемых (упругих) сред. Из этих формул следует, что зависимости между деформациями сжатия и нормальными напряжениями при действии последних по всем трем осям ( $x$ ,  $y$  и  $z$ ) определяются двумя деформационными характеристиками среды: для горных пород — модулем общей деформации и коэффициентом поперечного расширения, для упругих материалов — модулем упругости и коэффициентом Пуассона.

Для определения величины относительной объемной деформации  $\Theta$  просуммируем левые и правые части уравнений (25) — (27) обобщенного закона Гука:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) - 2\mu(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)] = \\ &= \frac{1-2\mu}{E} [(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)]. \end{aligned} \quad (28)$$

Заменим в левой части сумму относительных деформаций по трем осям относительной объемной деформацией сжатия  $\Theta$  (18), а сумму нормальных составляющих напряжений, стоящих в правой части уравнения (28), обозначим  $\theta$ . Тогда (28) запишется в виде

$$\Theta = \frac{1-2\mu}{E} \theta. \quad (29)$$

Следовательно, относительная объемная деформация сжатия прямо пропорциональна сумме нормальных напряжений. Если ввести обозначение  $E/(1-2\mu)=K_y$ , то

$$\Theta = \theta/K_y, \quad (30)$$

т. е. получим выражение, по общему виду совпадающее с законом Гука.

В случае равенства всех трех нормальных составляющих напряжений  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma$  (равномерное всестороннее сжатие)

$$\Theta = \frac{3(1-2\mu)}{E} \sigma \quad (31)$$

или, положив  $\frac{E}{3(1 - 2\mu)} = K_V$ , можно записать, что

$$\Theta = \sigma / K_V, \quad (32)$$

где  $K_V$  — модуль объемной деформации.

Между нормальными напряжениями, действующими на горизонтальных ( $\sigma_z$ ) и вертикальных ( $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ ) площадках, существует определенная взаимосвязь. Поскольку поперечные деформации ( $\epsilon_x$  и  $\epsilon_y$ ) всегда меньше, чем продольные ( $\epsilon_z$ ), то в таком же соотношении должны находиться и вызывающие их напряжения. Коэффициент, показывающий, какая часть вертикального напряжения ( $\sigma_z$ ) передается в стороны, называется *коэффициентом бокового давления* породы в состоянии покоя (при невозможности бокового расширения)

$$\xi = \frac{\mu}{1 - \mu}. \quad (33)$$

Следовательно, при отсутствии бокового расширения в однородной и изотропной среде

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\mu}{1 - \mu} \sigma_z = \xi \sigma_z. \quad (34)$$

Эта зависимость была предложена А. Н. Динником для описания распределения напряжений в толще горных пород, рассматриваемых как упругая, сплошная и изотропная среда.

Величины  $\mu$  и соответственно  $\xi$  определяются типом горной породы. Для скальных пород  $\mu$  возрастает вместе с увеличением степени трещиноватости и наличием других дефектов: в песках — зависит от плотности, гранулометрического состава, его однородности и в меньшей степени от влажности; в глинистых породах — определяется прочностью структурных связей, величинами плотности и влажности, наличием макро- и микротрещин.

Следует отметить, что как модуль общей деформации, так и величина  $\mu$  рассчитываются только для интервала нагружения, где связь между напряжениями и деформациями линейная. Соответственно коэффициент бокового давления также зависит от типа и особенностей строения горной породы, как и коэффициент  $\mu$ . Вместе с тем еще В. А. Флорин отмечал, что  $\mu$  и соответственно  $\xi$  определяются объемным напряженным состоянием, которое обусловливает возможность перехода породы в пластичное состояние. В таком случае  $\xi \rightarrow 1$  и составляющие нормальных напряжений равны между собой ( $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$ ). Коэффициент бокового давления  $\xi$  в слабых пластичных глинистых породах равен единице при напряжениях, меньших 0,1 МПа; при набухании либо упругом разуплотнении пород  $\xi$  может превышать единицу, поскольку напряжения  $\sigma_z$  уменьшаются, а  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  остаются неизменными.

Как уже отмечалось в гл. 1, песчано-глинистые породы имеют свои специфические особенности, обусловленные их дисперсностью,

которая, в свою очередь, порождает определенные закономерности их деформирования, в частности, при сжатии. Следовательно, для решения задач уплотнения таких пород к зависимостям, установленным в теории упругости, следует добавить закономерности, характеризующие сжимаемость породы в результате изменения объема пор.

Как известно, изменение пористости горной породы в зависимости от действующего давления при невозможности ее бокового расширения может быть изображено компрессионной кривой (см. рис. 3,б). Сжимаемость горной породы при данном давлении  $p_1$  характеризуется наклоном кривой к горизонтали в точке  $M_0$ , отвечающей этой нагрузке. В случае приращения нагрузки на величину  $\Delta p$  коэффициент пористости  $e_1$  уменьшится до  $e_2$ , т. е. на величину  $\Delta e$ . Для точки  $M_0$ , соответствующей  $p_1$ , имеем

$$\lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{\Delta e}{\Delta p} = -\operatorname{tg} \alpha. \quad (35)$$

Знак минус показывает, что при увеличении давления происходит уменьшение коэффициента пористости. Выразим  $\operatorname{tg} \alpha$  через  $a$ , тогда

$$\lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{\Delta e}{\Delta p} = -a \quad (36)$$

или в дифференциальной форме  $de/dp = -a$ , откуда

$$de = -adp. \quad (37)$$

Выражение (37) математически описывает один из основных и первых (по времени установления) законов механики горных пород применительно к задачам уплотнения песчано-глинистых отложений. В 1934 г. Н. А. Цытович предложил назвать его *законом уплотнения*, который может быть сформулирован следующим образом: *при небольших значениях уплотняющих давлений уменьшение коэффициента пористости породы пропорционально росту давления*.

Изменение величины коэффициента пористости зависит, при прочих равных условиях, от сжимающих напряжений, действующих как по горизонтальным, так и по вертикальным площадкам.

При решении задачи, когда сжатие осуществляется без возможности бокового расширения и  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$ , состояние равновесия будет достигаться при равенстве  $\sigma_z$  внешней нагрузке  $p$ . В таком случае сумма нормальных составляющих напряжений, обозначенная ранее  $\theta$ , будет

$$\theta = \sigma_z = p. \quad (38)$$

При сжатии, когда  $\varepsilon_y = 0$ , а  $\varepsilon_x \neq 0$

$$\theta = \sigma_x + \sigma_z = \xi \sigma_z + \sigma_z = (1 + \xi) \sigma = (1 + \xi) p, \quad (39)$$

следовательно

$$p = \frac{\theta}{1 + \xi}. \quad (40)$$

При действии всех трех нормальных напряжений

$$\begin{aligned} \theta &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \xi\sigma_z + \xi\sigma_z + \sigma_z = (1 + 2\xi)\sigma_z = (1 + 2\xi)p; \\ p &= \frac{\theta}{1 + 2\xi}. \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (41)$$

Таким образом, величина коэффициента пористости дисперсной породы зависит от суммы нормальных составляющих напряжений  $\theta$  и не зависит от их соотношения. Это положение, впервые установленное Н. М. Герсевановым, было названо им *принципом гидроемкости грунтовой массы*. Н. М. Герсеванов рассматривал водонасыщенную дисперсную породу, в которой сжатие происходит вследствие изменения объема пор по мере оттока воды, и коэффициент пористости уменьшается пропорционально росту давления.

Как известно, горные породы представляют сложные многофазные системы, состоящие из минеральной части, воздуха и воды в различном агрегатном состоянии, заполняющей трещины и поры. Они могут быть полностью или частично водонасыщенными.

Сжатие сухой дисперсной породы обычно происходит довольно быстро и обусловлено в основном преодолением сил сцепления и трения между частицами. Иная картина наблюдается в процессе сжатия водонасыщенных горных пород. При приложении внешней нагрузки часть ее будет восприниматься скелетом горной породы через точки контакта твердых частиц, а часть — водой, заключенной в порах горной породы. При отсутствии сил сцепления вся внешняя нагрузка передается на поровую воду, создавая напор, равный

$$H_v = \frac{p_0}{\gamma_v}, \quad (42)$$

где  $p_0$  — давление в воде;  $\gamma_v$  — плотность воды. Под действием этого напора начинается фильтрация воды из горной породы, что и приводит к ее уплотнению. По мере уплотнения большая часть внешнего давления воспринимается скелетом, меньшая — водой.

Необходимо подчеркнуть, что давление, которое передается на скелет горной породы, активно воздействует на него, приводя к уплотнению. Что же касается давления в воде, то его роль ограничивается в основном созданием напора, под действием которого происходит фильтрация воды из горных пород. Согласно современным представлениям, это давление может привести только к несущественному сжатию минеральных зерен, слагающих горную породу. Как известно, сжимаемость последних на несколько порядков ниже компрессионной способности горной породы. Следовательно, для практических расчетов уплотнения дисперсной породы сжати-

ем минеральных зерен под действием давления воды можно пре-небречь.

Напряжение от внешней нагрузки, действующее в скелете горной породы, благодаря его активной роли, получило название *эффективного р<sub>эф</sub>*, а давление, передающееся на воду, — *нейтрального или порового р<sub>о</sub>*. Следовательно, для водонасыщенной песчано-глинистой породы в любой момент справедливо равенство

$$p = p_{\text{эф}} + p_0, \quad (43)$$

где  $p$  — действующее давление.

Следует отметить, что поровое давление по величине больше атмосферного. В связи с этим его иногда называют *избыточным поровым давлением*. Согласно определению, принятому Международной ассоциацией по механике грунтов и фундаментостроению в 1965 г., термин *поровое давление* можно применять только в отношении водонасыщенных пород.

Если порода содержит не только воду, но и воздух, то на него также будут передаваться напряжения от внешней нагрузки. В таком случае, как указывает А. Бишон и Д. Хенкель, уравнение (43) перейдет в следующую зависимость:

$$p = p_{\text{эф}} + [p_v - \chi(p_v - p_0)], \quad (44)$$

где  $p_v$  — давление в поровом воздухе;  $\chi$  — параметр, зависящий от соотношения между объемами воды и воздуха, заключенными в порах породы. В сухой породе он равен нулю, при полном насыщении ее водой — единице.

Установленные понятия об эффективном и поровом давлении можно распространить на любые нормальные напряжения, возникающие в водонасыщенной песчано-глинистой породе (СНиП 2,02.01—83). Величина полного напряжения  $\sigma$  складывается из эффективного напряжения  $\sigma_{\text{эф}}$ , которое передается на скелет породы, и напряжения, создающего напор в поровой воде,  $u$ , т. е.

$$\sigma = \sigma_{\text{эф}} + u, \quad (45)$$

откуда эффективное напряжение равно разности между полным и нейтральным напряжениями:  $\sigma_{\text{эф}} = \sigma - u$ .

Уравнение (45) является одним из главных в механике горных пород и широко используется, например, при оценке консолидации водонасыщенных глинистых пород, расчете осадки сооружений во времени и др.

В 1945 г. К. Терцаги предложил распространить концепцию эффективных и поровых давлений на водонасыщенные трещиноватые скальные породы. Последующие исследования подтвердили необходимость оценки этих давлений при условии наличия в скальной породе системы связанных между собой трещин и пор [5]. При наличии порового давления может наблюдаться возникновение новых трещин либо снижение прочности пород в целом. Однако этот вопрос подлежит дальнейшему более глубокому исследованию.

### § 3. НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ ПРИ СДВИГЕ НА ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ И ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПЛОЩАДКАХ

Под действием касательных напряжений в породе возникают сдвиговые деформации, приводящие к изменению формы рассматриваемого элемента породы (рис. 4, а). Если это изменение происходит вследствие приложения к граням элемента пары равных противоположно направленных касательных составляющих напряжений  $\tau_{xy} = \tau_{yz}$ , то говорят о чистом сдвиге. При этом мерой сдвига является угол сдвига  $\delta$ . Небольшие по величине касательные напряжения вызывают только упругие деформации. При возникновении упругих деформаций угол сдвига относительно мал и его величина зависит от типа горной породы. В случае малых  $\delta$  значения углов и их тангенсов практически совпадают:

$$\delta \approx \operatorname{tg} \delta = \frac{dy}{dz}. \quad (46)$$

При чистом сдвиге предполагается, что сжатие не происходит и объем тела не меняется. В процессе сдвига происходит изменение длин диагоналей квадрата, одна из которых удлиняется, а другая укорачивается (см. рис. 4, б):

$$\delta_{yz} = \delta_1 + \delta_2. \quad (47)$$

В однородном и изотропном материале  $\delta_1 = \delta_2$ .

Если касательное напряжение действует по грани элемента, (см. рис. 4, а), то изменение угла между двумя координатными осями зависит только от составляющих напряжений, параллельных этим осям.

Зависимость между касательными напряжениями и соответствующими сдвиговыми деформациями описывается законом, аналогичным закону Гука. Докажем высказанное утверждение.

Если закрепить ребро  $AD$  неподвижно, то под действием касательных напряжений ребро  $BC$  сместится параллельно  $AD$  на некоторую величину  $CC_1 = BB_1$  (см. рис. 4, в). При этом углы эле-

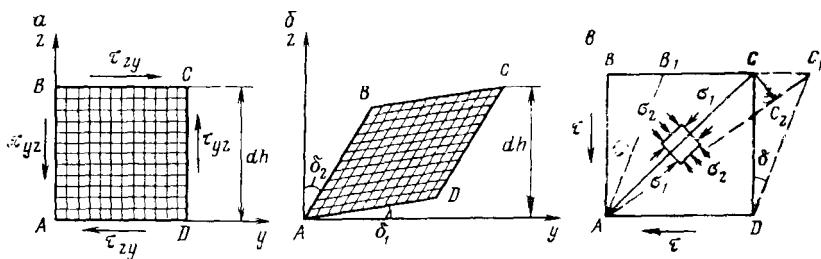


Рис. 4. Схемы для определения соотношения между касательными напряжениями на горизонтальных и вертикальных площадках и вызываемыми ими деформациями:

*a* — элемент породы до сдвига; *б* — элемент породы в результате чистого сдвига; *в* — схема для вывода зависимости между касательными напряжениями и деформациями

мента изменяется на **весьма малую величину**  $\delta$ , которая в таком случае составит

$$\delta \approx \operatorname{tg} \delta = \frac{CC_1}{CD}. \quad (48)$$

При перекосе элемента диагональ  $AC$  удлинится. Абсолютное удлинение диагонали можно получить, отложив от точки  $A$  на диагонали  $AC_1$  отрезок  $AC_2=AC$ .

При условии, что деформация сдвига мала, а поэтому угол  $BC_1D$  незначительно отличается от прямого, угол  $CC_1A$  равен  $45^\circ$ . Следовательно, удлинение диагонали  $AC$  составляет  $C_2C_1 = CC_1 \cos 45^\circ$ , а ее относительное удлинение

$$\varepsilon_t = \frac{C_2C_1}{AC}. \quad (49)$$

Так как  $AC=CD/\sin 45^\circ$ , то

$$\varepsilon_t = \frac{CC_1 \cos 45^\circ \sin 45^\circ}{CD} = \frac{1}{2} \frac{CC_1}{CD}. \quad (50)$$

Принимая во внимание (48), получим

$$\varepsilon_t = \frac{1}{2} \varepsilon. \quad (51)$$

Относительное удлинение диагонали обусловлено напряжениями, действующими по двум взаимно перпендикулярным площадкам (см. рис. 4,в). Рассмотрим условия равновесия призмы, выделенной таким образом, как показано на рис. 4,в. Спроектировав касательные напряжения на направления действия напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , можно легко доказать, что  $\sigma_1=\tau$  и  $\sigma_2=-\tau$ .

Используем полученное ранее выражение для закона Гука с учетом, что напряжения в плоскости, перпендикулярной к плоскости чертежа, равно нулю,  $\varepsilon_t = (\sigma_1 - \mu\sigma_2)/E$  или  $\varepsilon_t = (\tau + \mu\tau)/E$ . Имея в виду (51), получим

$$\delta = \frac{2\tau(1+\mu)}{E}. \quad (52)$$

Если  $E/2(1+\mu)$  обозначить через  $G_y$ , тогда

$$\delta = \tau/G_y. \quad (53)$$

Сравнив формулы (19) и (53), связывающие напряжения и относительные деформации при сжатии и сдвиге, можно убедиться в полной их аналогии. Коэффициент пропорциональности  $G_y$  называется **модулем сдвига**. Теперь можно легко получить выражения

для относительных деформаций сдвига при действии касательных напряжений на разных площадках.

$$\left. \begin{array}{l} \delta_{zy} = \frac{2(1+\mu)}{E} \tau_{zy}; \\ \delta_{zx} = \frac{2(1+\mu)}{E} \tau_{zx}; \\ \delta_{xy} = \frac{2(1+\mu)}{E} \tau_{xy}. \end{array} \right\} \quad (54)$$

Необходимо подчеркнуть, что сжатие элемента и искажение его углов при сдвиге независимы друг от друга.

Если чистый (упругий) сдвиг не приводит к разрушению породы, то при увеличении касательных напряжений в ней начинают развиваться остаточные деформации, обычно протекающие во времени. При этом линейная зависимость между напряжениями и деформациями часто не соблюдается.

В практической деятельности чаще всего приходится сталкиваться не с чисто сдвиговыми деформациями, когда нормальные напряжения отсутствуют, а со сложноНапряженным состоянием породы, при котором возможны изменения как объема (при сжатии), так и формы (при сдвиге).

По мере роста напряжений в породе развиваются внутренние силы сопротивления, которые увеличиваются одновременно с напряжениями. Однако возрастание внутреннего сопротивления породы происходит не бесконечно, а до некоторого определенного предела, характеризуемого сопротивлением сдвигу, или прочностью породы.

Исследование и анализ разрушения материалов в настоящее время проводятся с использованием статических (не учитывающих скорости деформирования) и динамических теорий прочности. Среди статических теорий наиболее широко распространена теория Кулона, согласно которой условие предельного напряженного состояния, когда действующие напряжения равны сопротивлению породы сдвигу, записывается как

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c, \quad (55)$$

где  $\tau$  и  $\sigma$  — соответственно касательные и нормальные напряжения;  $\varphi$  и  $c$  — параметры сопротивления сдвигу, называемые соответственно углом внутреннего трения и сцеплением.

При отсутствии связи между частицами, обломками и блоками горных пород ( $c=0$ ) условие предельного напряженного состояния принимает вид  $\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi$ . Это же уравнение справедливо при рассмотрении прочности на сдвиг скальных пород по незаполненной трещине.

В водонасыщенных горных породах перераспределение нормальных напряжений за счет создания напряжений в скелете и поровой воде приводит к тому, что уравнение Кулона (55) с уч-

том выражения (45) примет вид

$$\tau = (\sigma - u) \operatorname{tg} \varphi + c. \quad (56)$$

Эта зависимость распространяется и на трещиноватые скальные породы, за исключением случаев, когда под действием высоких нормальных напряжений площадь контакта (смыкания) между отдельными трещинами составляет значительную долю общей поверхности трещины [5].

#### § 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОСТАВЛЯЮЩИХ НАПРЯЖЕНИЙ НА НАКЛОННЫХ ПЛОЩАДКАХ

При передаче нагрузки и изменении напряженного состояния породы последняя подвергается одновременному действию нормальных и касательных составляющих напряжения, возникающих в каждой точке толщи породы. Для удобства расчетов и упрощения выводов зависимостей, позволяющих определить деформируемость и устойчивость пород, эти составляющие рассматриваются раздельно. Касательные составляющие напряжений стремятся сместить одну часть толщи породы относительно другой. В результате реакции на внешние воздействия в породе мобилизуются усилия, сопротивляющиеся такому смещению. Каждая порода в конкретных условиях, определяемых величиной действующего на нее давления, скоростью приложения, условиями дренирования и др., обладает предельной способностью сопротивляться сдвигающим усилиям ( $\tau_{\text{пр}}$ ). Если касательные напряжения, создаваемые внешней нагрузкой, превышают  $\tau_{\text{пр}}$ , то порода разрушается с образованием поверхности скольжения. Если касательные напряжения меньше  $\tau_{\text{пр}}$ , но действуют длительное время, то в зависимости от их величины и времени действия порода может разрушаться в процессе развития незатухающей ползучести. Наконец, при касательных напряжениях, величина которых меньше напряжений, приводящих к возникновению и развитию незатухающей ползучести, деформации пород стабилизируются во времени.

В теории упругости сдвиг рассматривается как процесс, проходящий без изменений объема материала. Горные породы, как правило, не подчиняются этому закону. Сдвиг в плотных песках обычно сопровождается увеличением их объема, в менее плотных — приводит к уменьшению объема пород.

Аналогичные явления происходят и в глинистых породах, однако из-за их связности дилатансия (изменение плотности при сдвиге) проявляется в значительно меньшей степени. Изменения объема отмечаются и в процессе деформирования трещиноватых пород.

При оценке сжимаемости породы наибольший интерес представляют напряжения, возникающие на горизонтальных и вертикальных площадках. Что же касается расчетов устойчивости оснований сооружений, склонов и откосов, подземных сооружений, то

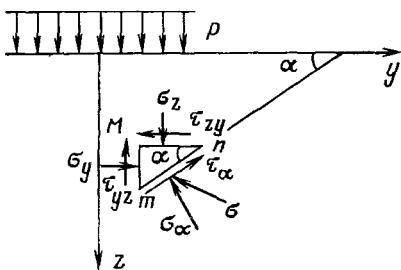


Рис. 5. Схема для определения составляющих напряжений на наклонных площадках

ют нормальную  $\sigma_\alpha$  и касательную  $\tau_\alpha$  составляющие. Величины нормальной и касательной составляющих изменяются в зависимости от угла наклона площадки. Для нахождения  $\sigma_\alpha$  и  $\tau_\alpha$  в толще породы у произвольной точки  $M$  выделим бесконечно малую прямоугольную призму, грань которой, перпендикулярная к плоскости чертежа (см. рис. 5), равна единице. Грань  $Mn$  расположим параллельно оси  $y$ . Тогда по грани  $Mn$  действуют вертикальная нормальная  $\sigma_z$  и касательная  $\tau_{zy}$  составляющие напряжения, а по грани  $Mm$  — горизонтальная нормальная  $\sigma_y$  и касательная  $\tau_{yz}$ . В рассматриваемом случае требуется по известным  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{zy}$  и  $\alpha$  найти значения составляющих напряжений  $\sigma_\alpha$  и  $\tau_\alpha$ , действующих по площадке  $mp$ . При этом, как и ранее, предполагается, что толща породы находится в равновесии. Это означает, что сумма проекций всех сил, приложенных к граням призмы, на любую ось должна быть равна нулю. В качестве таких осей выберем вначале направление действия  $\sigma_\alpha$ , а затем и направление действия  $\tau_\alpha$ . При проектировании сил соблюдается следующее правило знаков: если направление действия силы совпадает с положительным направлением оси, то проекция имеет знак «плюс», в противном случае — знак «минус».

Величина силы, возникающей от действия вертикальной нормальной составляющей  $\sigma_z$  на горизонтальную грань, определится произведением этого напряжения на площадь грани и составит  $\sigma_z (Mn \cdot 1)$ . Соответственно остальные силы будут равны  $\tau_{zy} (Mn \cdot 1)$ ;  $\sigma_y (Mm \cdot 1)$ ;  $\tau_{yz} (Mm \cdot 1)$ .

Найдем  $\sigma_\alpha^1$  как проекцию  $\sigma_z (Mn)$  на направление действия  $\sigma_\alpha$ , учитывая правило знаков:

$$\sigma_\alpha^1 = -\sigma_z Mn \cos \alpha,$$

или, поскольку  $Mn = mn \cos \alpha$ , то

$$\sigma_\alpha^1 = -\sigma_z mn \cos^2 \alpha. \quad (57)$$

в этом случае необходимо определять напряжения на площадках, наклоненных к горизонту под некоторым углом.

На рис. 5 показана точка  $M$  в толще породы, через которую под углом  $\alpha$  к горизонту проведена площадка  $mp$ . Под действием внешнего давления, а также собственного веса в точке  $M$  на площадке  $mp$  возникает напряжение  $\sigma$ , называемое полным напряжением. Раскладывая  $\sigma$  по правилу разложения векторов, получаем

нормальную  $\sigma_\alpha$  и касательную  $\tau_\alpha$  составляющие. Величины нормальной и касательной составляющих изменяются в зависимости от угла наклона площадки. Для нахождения  $\sigma_\alpha$  и  $\tau_\alpha$  в толще породы у произвольной точки  $M$  выделим бесконечно малую прямоугольную призму, грань которой, перпендикулярная к плоскости чертежа (см. рис. 5), равна единице. Грань  $Mn$  расположим параллельно оси  $y$ . Тогда по грани  $Mn$  действуют вертикальная нормальная  $\sigma_z$  и касательная  $\tau_{zy}$  составляющие напряжения, а по грани  $Mm$  — горизонтальная нормальная  $\sigma_y$  и касательная  $\tau_{yz}$ . В рассматриваемом случае требуется по известным  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{zy}$  и  $\alpha$  найти значения составляющих напряжений  $\sigma_\alpha$  и  $\tau_\alpha$ , действующих по площадке  $mp$ . При этом, как и ранее, предполагается, что толща породы находится в равновесии. Это означает, что сумма проекций всех сил, приложенных к граням призмы, на любую ось должна быть равна нулю. В качестве таких осей выберем вначале направление действия  $\sigma_\alpha$ , а затем и направление действия  $\tau_\alpha$ . При проектировании сил соблюдается следующее правило знаков: если направление действия силы совпадает с положительным направлением оси, то проекция имеет знак «плюс», в противном случае — знак «минус».

Величина силы, возникающей от действия вертикальной нормальной составляющей  $\sigma_z$  на горизонтальную грань, определится произведением этого напряжения на площадь грани и составит  $\sigma_z (Mn \cdot 1)$ . Соответственно остальные силы будут равны  $\tau_{zy} (Mn \cdot 1)$ ;  $\sigma_y (Mm \cdot 1)$ ;  $\tau_{yz} (Mm \cdot 1)$ .

Найдем  $\sigma_\alpha^1$  как проекцию  $\sigma_z (Mn)$  на направление действия  $\sigma_\alpha$ , учитывая правило знаков:

$$\sigma_\alpha^1 = -\sigma_z Mn \cos \alpha,$$

или, поскольку  $Mn = mn \cos \alpha$ , то

$$\sigma_\alpha^1 = -\sigma_z mn \cos^2 \alpha. \quad (57)$$

Аналогично

$$\sigma_a^{II} = -\sigma_y mn \sin^2 \alpha; \quad (58)$$

$$\sigma_a^{III} = \tau_{zy} mn \cos \alpha \sin \alpha; \quad (59)$$

$$\sigma_a^{IV} = \tau_{yz} mn \sin \alpha \cos \alpha. \quad (60)$$

Просуммировав все силы, действующие на направление напряжения  $\sigma_\alpha$ , получим

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha mn - \sigma_z mn \cos^2 \alpha - \sigma_y mn \sin^2 \alpha + \\ + \tau_{yz} mn \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{zy} mn \cos \alpha \sin \alpha = 0. \end{aligned} \quad (61)$$

Отсюда, принимая во внимание, что  $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ , имеем

$$\sigma_\alpha = \sigma_z \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha - \tau_{zy} \sin 2\alpha. \quad (62)$$

Точно таким же образом можно найти, что

$$\begin{aligned} \tau_\alpha mn - \sigma_z mn \cos \alpha \sin \alpha + \sigma_y mn \sin \alpha \cos \alpha + \\ + \tau_{yz} mn \sin^2 \alpha - \tau_{zy} mn \cos^2 \alpha = 0; \end{aligned} \quad (63)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{zy} \cos 2\alpha. \quad (64)$$

Особый интерес представляют положения тех площадок, по которым действуют наибольшие и наименьшие нормальные и касательные составляющие напряжений.

Для нахождения углов наклона таких площадок к горизонту необходимо взять первые производные по  $\alpha$  из выражений (62) и (64) и приравнять их нулю, т. е.  $d\sigma/d\alpha = \sigma_z \sin 2\alpha + \sigma_y \sin 2\alpha - 2\tau_{zy} \cos 2\alpha = 0$ . Отсюда

$$\operatorname{tg} 2\alpha_n = -\frac{2\tau_{zy}}{\sigma_z - \sigma_y}. \quad (65)$$

Взяв вторую производную от  $\sigma_\alpha$ , легко убедиться в том, что она обращается в нуль только при  $z=0$ . Таким образом, выражение (65) определяет угол наклона к горизонту двух площадок, в которых действуют наибольшие и наименьшие нормальные напряжения. Из уравнения (65) следует, что эти площадки взаимно перпендикулярны. Определим, чему равны касательные напряжения на этих площадках. Для этого представим (65) в виде

$$\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} = -\tau_{zy} \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}. \quad (66)$$

и, подставив (66) в (64), получим

$$\tau_\alpha = -\tau_{zy} \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \sin 2\alpha + \tau_{zy} \cos 2\alpha = 0. \quad (67)$$

Следовательно, в каждой точке толщи породы существуют две взаимно перпендикулярные площадки, на которых действуют наи-

большее и наименьшее нормальные напряжения, а касательные напряжения на этих площадках равные нулю, т. е. здесь полные и нормальные напряжения совпадают по величине и направлению. Такие площадки называются *главными*, а действующие в них напряжения — *главными напряжениями*. Наибольшее главное напряжение принято обозначать  $\sigma_1$ , а наименьшее —  $\sigma_2$ .

Для определения направления площадок, в которых действуют наибольшее и наименьшее касательные напряжения, продифференцируем по  $\alpha$  выражение (64) и приравняем результат к нулю.

$$d\tau_\alpha/d\alpha = (\sigma_z - \sigma_y) \cos 2\alpha - 2\tau_{zy} \sin 2\alpha = 0,$$

отсюда

$$\operatorname{tg} 2\alpha_t = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2\tau_{zy}}. \quad (68)$$

Из уравнений (65) и (68) видно, что углы  $\alpha_n$  и  $\alpha_t$ , определяемые этими выражениями, отличаются на  $45^\circ$ . Следовательно, площадки, на которых действуют наибольшее ( $\tau_{\max}$ ) и наименьшее ( $\tau_{\min}$ ) касательные напряжения, наклонены к главным площадкам под углом  $45^\circ$ . Величины напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , а также  $\tau_{\max}$  и  $\tau_{\min}$  можно найти также через  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{zy}$ , подставив в уравнение (62) выражение (65) и в уравнение (64) выражение (68). Тогда

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2}; \quad (69)$$

$$\tau_{\max} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2}. \quad (70)$$

Из выражения (69) следует, что сумма главных напряжений в данной точке равна сумме нормальных составляющих, действующих на горизонтальной и вертикальной площадках в той же точке, т. е.

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_z + \sigma_y. \quad (71)$$

Из тех же выражений легко получить, что

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \tau_{\max} \quad (72)$$

или

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} + \tau_{\max}; \quad (73)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} - \tau_{\min}. \quad (74)$$

Решив (71) и (73) относительно  $\tau_{\max}$ , найдем

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}. \quad (75)$$

## § 5. КРУГ НАПРЯЖЕНИЙ МОРА

Для определения составляющих напряжений на различных площадках, положения площадок, а также для решения целого ряда других задач механики горных пород используется круг Мора, или круг напряжений. Круг Мора позволяет графически изобразить напряжения, действующие на разных площадках, проходящих через данную точку в породе.

Круг Мора строится в прямоугольной системе координат. По оси абсцисс откладываются нормальные составляющие напряжения, а по оси ординат — касательные.

Если расположить некоторую площадку  $AB$  по отношению к главной площадке  $BC$  под углом  $\omega$  (рис. 6,а), то с учетом, что на главной площадке отсутствуют касательные напряжения, выражения для определения  $\tau_\omega$  и  $\sigma_\omega$  на основе выведенных ранее выражений (62) и (64) запишутся в виде

$$\sigma_\omega = \sigma_1 \cos^2 \omega + \sigma_2 \sin^2 \omega; \quad (76)$$

$$\tau_\omega = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\omega. \quad (77)$$

Перепишем уравнение (76), учитывая, что  $\cos^2 \omega = (1 + \cos 2\omega)/2$ ;  $\sin^2 \omega = (1 - \cos 2\omega)/2$ , в виде

$$\sigma_\omega = \sigma_1 \frac{1 + \cos 2\omega}{2} + \sigma_2 \frac{1 - \cos 2\omega}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\omega$$

или

$$\sigma_\omega = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\omega. \quad (78)$$

Возведя в квадрат формулы (77) и (78) и сложив их, получим

$$\left( \sigma_\omega - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)^2 + \tau_\omega^2 = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right)^2. \quad (79)$$

Выражение (79) есть уравнение окружности с центром в точке  $O$  с координатами ( $\sigma_\omega = \sigma_1 + \sigma_2/2$ ;  $\tau_\omega = 0$ ) и радиусом  $(\sigma_1 - \sigma_2)/2$ . Эта окружность называется *кругом Мора*.

Координаты точки на круге Мора характеризуют нормальную и касательную составляющие на площадке  $AB$ , проведенной к направлению главных площадок под углом  $\omega$  (рис. 6,б).

Для доказательства этого соединим точку  $B$  с центром круга Мора. Координаты точки  $B$  изображаются графически отрезками  $BC$  к  $O_1C$ . Угол  $BOC$ , как внешний по отношению к углу  $BAC$ , равен  $2\omega$ . Тогда из треугольника  $OBC$

$$\tau_\omega = BC = OB \sin 2\omega = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\omega,$$

что совпадает с выражением для касательной составляющей напряжения (77), действующего на площадке, наклоненной к глав-

ной площади под углом  $\omega$ :

$$\sigma_\omega = O_1 C = O_1 O + OC;$$

$$O_1 O = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}; \quad OC = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\omega,$$

следовательно,

$$\sigma_\omega = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\omega.$$

Выражение для  $\sigma_\omega$  совпадает с приведенной ранее формулой (78) для определения  $\sigma_\omega$ .

Таким образом, для того чтобы найти нормальную и касательную составляющие напряжений, действующих на площадке, наклоненной по отношению к главной площадке под углом  $\omega$ , надо провести из конца диаметра круга Мора (точка  $A$ ) секущую под этим углом и найти координаты пересечения секущей с окружностью (см. рис. 6,б).

С помощью круга Мора можно решить и обратную задачу, а именно — по известным нормальным  $\sigma_z$  и  $\sigma_y$  и касательным  $\tau_{yz}$  составляющим в вертикальной и горизонтальной площадках найти главные напряжения и угол наклона площадки к направлению главного напряжения  $\sigma_1$ . Для этого в левой верхней четверти плоскости строится точка  $C$  с координатами  $\sigma_y, \tau_{yz}$ , а в правой нижней четверти — точка  $D$  с координатами  $\sigma_z, \tau_{yz}$  (см. рис. 6,в). Линия, соединяющая полученные таким образом точки, является диаметром круга напряжений. Соответственно  $\sigma_1 = O_1 B$ ,  $\sigma_2 = O_1 A$ .

В треугольнике  $AOC < AOC = 180^\circ - 2\omega$ ;  $KO = (\sigma_z - \sigma_y)/2$ ;  $KC = -\tau_{yz}$ . Поэтому угол наклона площадки к направлению главного напряжения определится следующим образом:

$$\operatorname{tg}(180^\circ - 2\omega) = \frac{2\tau_{yz}}{\sigma_z - \sigma_y} \text{ или}$$

$$\operatorname{tg} 2\omega = -\frac{2\tau_{yz}}{\sigma_z - \sigma_y},$$

что совпадает с ранее полученным выражением (65).

Для круга Мора сжимающие напряжения принято считать положительными и откладывать их вправо от начала координат, а растягивающие — отрицательными и соответственно изображать отрезками слева от пересечения координатных осей.

С помощью круга Мора легко получить соотношение, выведенное ранее аналитически (75).

Очевидно, что в пределах круга наибольшее касательное напряжение  $\tau_{\max}$  соответствует отрезку  $OD$ , т. е. радиусу круга (см. рис. 6,г), следовательно,

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.$$

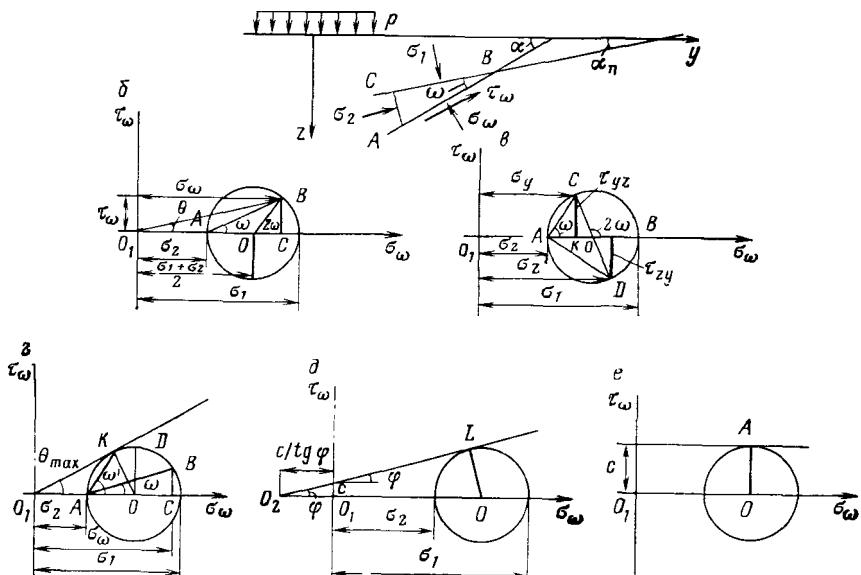


Рис. 6. Графическое изображение напряженного состояния пород с помощью круга Мора:

*a* — схема расположения главных площадок; *б* — нахождение нормальных, касательных и полных напряжений на наклонной площадке; *в* — определение составляющих напряжений на горизонтальной и вертикальной площадках; *г* — определение полного напряжения и максимального угла отклонения при  $c=0$ ; *д* — круг напряжений при  $\varphi \neq 0$  и  $c \neq 0$ ; *е* — круг напряжений при  $\varphi=0$  и  $c \neq 0$

Полное напряжение, действующее на площадке  $AB$ , равно

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\omega}^2 + \tau_{\omega}^2} = O_1B,$$

а тангенс угла отклонения  $\theta$  полного напряжения от нормали к площадке —  $\tau_{\omega}/\sigma_{\omega}$  (см. рис. 6, б).

Наибольший угол отклонения соответствует касательной, проведенной к кругу Мора. Из прямоугольного треугольника  $O_1OK$  (см. рис. 6, г)

$$\sin \theta_{\max} = \frac{OK}{O_1O} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} : \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}.$$

Для пород, обладающих сцеплением и трением из треугольника  $O_2OL$  (см. рис. 6, д),

$$\sin \theta_{\max} = \sin \varphi = \frac{OL}{O_2O} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2 + 2c/\tan \varphi}, \quad (80)$$

поскольку  $O_2O = O_2O_1 + O_1O = (c/\tan \varphi) + (\sigma_1 + \sigma_2)/2$ , а  $OL = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ .

Для пород, обладающих только сцеплением (см. рис. 6,e),

$$AO = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = c \quad | \\ \text{или} \quad | \\ \sigma_1 - \sigma_2 = 2c. \quad |$$
(81)

Угол наклона площадки  $AK$ , на которой фиксируется максимальный угол отклонения, к главной площадке ( $\omega_1$ ), может быть определен из равнобедренного треугольника  $AKO$  (см. рис. 6,g):

$$180^\circ = (90^\circ - \theta_{\max}) + 2\omega_1,$$

откуда

$$\omega_1 = 45^\circ + \frac{\theta_{\max}}{2}. \quad (82)$$

Или, если  $\theta_{\max} = \varphi$  (где  $\varphi$  — угол внутреннего трения породы),

$$\omega_1 = 45^\circ + \varphi/2. \quad (83)$$

## § 6. ПЛОСКАЯ И ОБЪЕМНАЯ ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ

Как уже было показано в § 1, для определения напряженного состояния в каждой точке толщи горных пород необходимо знать шесть составляющих напряжений ( $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_x$ ,  $\tau_{zy}$ ,  $\tau_{xy}$  и  $\tau_{zx}$ ), с помощью которых можно найти любые напряжения на различно ориентированных площадках. Однако число составляющих напряжений определяется условиями конкретной задачи, решаемой в каждом случае индивидуально.

В теории упругости различают две задачи распределения напряжений: плоскую и пространственную (объемную).

Плоская задача возникает, когда характер распределения напряжения меняется только в одной плоскости, а в перпендикулярной к ней плоскости напряжения либо постоянны, либо равны нулю. Плоская задача решается в случае, когда внешняя нагрузка распределена на полосе значительной длины и характер нагрузки меняется только по ее ширине (рис. 7,a). В плоской задаче рассматриваются лишь напряжения, действующие в плоскостях, параллельных плоскости  $yOz$ , следовательно, определению подлежат три составляющие напряжений: две нормальные ( $\sigma_z$  и  $\sigma_y$ ) и одна касательная ( $\tau_{zy} = \tau_{yz}$ ) в точке  $M$ . Их находят с помощью двух уравнений равновесия соответственно на горизонтальной и вертикальной площадках и одного уравнения связи между напряжениями и деформациями, полученного из условия неразрывности деформаций при рассмотрении горных пород как сплошной однородной и линейно-деформируемой среды и обобщенного закона Гука.

Условия равновесия на горизонтальной и вертикальной пло-

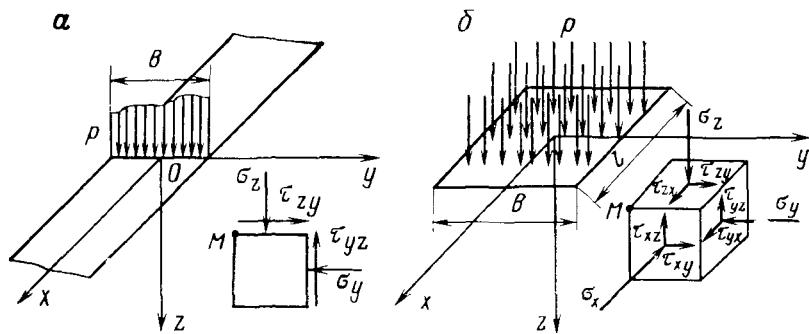


Рис. 7. Характер распределения напряжений в плоской (а) и объемной (б) задачах

щадках записываются в виде

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + F_z = 0; \quad (84)$$

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + F_y = 0, \quad (85)$$

где  $F_z$  и  $F_y$  — действующие объемные силы.

Для плоской задачи условие неразрывности деформаций, т. е. сохранение сплошности среды (континуума), может быть выражено следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \delta_{zy}}{\partial z \partial y}, \quad (86)$$

описывающим зависимость между вторыми производными от двух линейных деформаций по осям  $z$  и  $y$  ( $\epsilon_z$  и  $\epsilon_y$ ) и от угловой деформации  $\delta_{zy}$ .

Уравнение (86) может быть преобразовано с помощью обобщенного закона Гука. Для плоской задачи при условии, что  $\epsilon_x = 0$  и  $\sigma_x = 0$  уравнения обобщенного закона Гука имеют вид

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \mu \sigma_y); \quad (87)$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \mu \sigma_z); \quad (88)$$

$$\delta_{zy} = \frac{2(1+\mu)}{E} \tau_{zy}. \quad (89)$$

Взяв вторые производные из выражений (87) — (89), получим

$$\frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial y^2} = \frac{1}{E} \left( \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial y^2} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial z^2} \right); \quad (90)$$

$$\frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial z^2} = \frac{1}{E} \left( \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial z^2} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial y^2} \right); \quad (91)$$

$$\frac{\partial^2 \delta_{zy}}{\partial z \partial y} = \frac{2(1+\mu)}{E} \cdot \frac{\partial^2 \tau_{zy}}{\partial z \partial y}. \quad (92)$$

Подставив (90) — (92) в (86) и сократив на  $1/E$ , получим следующую зависимость:

$$\frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial y^2} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial z^2} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial y^2} - 2(1+\mu) \frac{\partial^2 \tau_{zy}}{\partial z \partial y} = 0. \quad (93)$$

Полученное выражение примет более простой вид, если в нем касательное напряжение  $\tau_{zy}$  выразить через нормальные напряжения с помощью дифференциальных уравнений равновесия (84) — (85). Взяв производные по  $z$  из (84) и по  $y$  из (85) и принимая во внимание, что объемные силы постоянны, получим

$$\frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \tau_{zy}}{\partial y \partial z} = 0 \quad \frac{\partial^2 \tau_{zy}}{\partial z \partial y} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} = 0.$$

Сложив эти два уравнения, найдем выражение второй производной для  $\tau_{xy}$ :

$$2 \frac{\partial^2 \tau_{zy}}{\partial z \partial y} = - \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2}. \quad (94)$$

Подставив (94) в (93), после сокращения получим

$$\frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} = 0,$$

или

$$\frac{\partial^2 (\sigma_z + \sigma_y)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 (\sigma_z + \sigma_y)}{\partial z^2} = 0. \quad (95)$$

Используя оператор Лапласа, уравнение (95) перепишем в виде

$$\nabla^2(\sigma_z + \sigma_y) = 0. \quad (96)$$

Уравнение (95) применимо лишь в тех случаях, когда объемные силы постоянны или могут быть приняты равными нулю.

Таким образом, для определения трех неизвестных напряжений в плоской задаче ( $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{zy}$ ) решается система из трех дифференциальных уравнений: уравнения равновесия (84) и (85) и уравнение совместности (96). Необходимо также подчеркнуть, что в механике горных пород объемной силой является собственный вес пород, который может рассматриваться как постоянный в каждой точке анализируемой толщи. При принятом расположении координатных осей (см. § 1) ось  $z$  направлена вертикально вниз, и потому собственный вес будет давать составляющую лишь по оси  $z$ , причем если  $\gamma$  — плотность породы, то  $F_z = \gamma z$ , а  $F_y = 0$ . Следовательно, система трех дифференциальных уравнений для

решения плоской задачи имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \gamma z = 0; \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0; \\ \nabla^2 (\sigma_z + \sigma_y) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (97)$$

Плоская задача распределения напряжений рассматривается при определении напряжений под вытянутыми в плане сооружениями, так, например под зданиями, расположенными на ленточных фундаментах, плитах большой протяженности, в основании подпорных стенок, насыпей, дамб, плотин, а также применяется при решении большинства задач устойчивости откосов и подземных выработок.

При бесконечно малой ширине полосы загружения ( $b \rightarrow 0$ ) получим решение задачи о распределении напряжений от постоянной нагрузки, действующей вдоль прямой.

Для практических расчетов плоская задача распределения напряжений используется, когда длина загруженной площади  $l$  превышает ширину полосы  $b$  в три раза.

Пространственная (объемная) задача распределения напряжений решается, когда внешняя нагрузка действует на площадь с соотношением  $l/b \leq 3$ . Эта задача более сложная, так как число неизвестных составляющих напряжений увеличивается до шести: трех нормальных  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  и трех касательных  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  (см. рис. 7, б).

В теории упругости для решения пространственной задачи используют систему из шести дифференциальных уравнений: трех уравнений равновесия на одной вертикальной и двух горизонтальных площадках и трех уравнений совместности. Однако в механике горных пород эти уравнения используются крайне редко и для оценки напряженного состояния в объемной задаче применяют специальные приемы, суть которых будет изложена в гл. 4.

Объемная задача распределения напряжений решается при оценке напряженного состояния в основании сооружений ограниченной протяженности, высотных зданий, элеваторов, силосных башен, нефтеналивных резервуаров, телевизионных вышек, дымовых труб, опор мостов, а также при расчетах устойчивости отдельных зон откосов при учете влияния реакций неподвижной толщи пород, устойчивости целиков в подземных выработках и др.

Если величина загруженной площади в объемной задаче стремится к точке, то получают решение для сосредоточенной силы, т. е. силы, приложенной на бесконечно малую площадь, которая, по существу, является основной теоретической задачей для расчета напряжений.

#### Контрольные вопросы

1. Дайте определение понятия объемных и поверхностных сил. Приведите примеры.

2. Что такое напряжение? Особенности его определения в горных породах. Дайте объяснение понятию «напряжение» как векторной величине.

3. Какие напряжения необходимо определять при оценке сжимаемости горных пород? Дайте их обозначения с учетом принятой прямоугольной системы координат.

4. Какие касательные напряжения действуют на горизонтальных и вертикальных площадках? Дайте их обозначения. Докажите, что касательные напряжения попарно равны между собой:

$$(\tau_{zy} = \tau_{yz}; \tau_{xz} = \tau_{zx} \text{ и } \tau_{xy} = \tau_{yx}).$$

5. Охарактеризуйте показатели деформационных свойств горных пород. Как различаются между собой модули упругости и общей деформации? Для каких пород эти параметры близки по величине, для каких пород различие максимальное? Дайте вывод обобщенного закона Гука.

6. Что такое коэффициент бокового давления? Какие условия характеризуют этот коэффициент? В каких пределах изменяется его величина для различных типов горных пород? Влияет ли объемное напряженное состояние пород на коэффициент бокового давления?

7. Как математически выражается основной закон уплотнения песчано-глинистых пород? Что такое принцип гидроемкости грунтовой массы по Н. М. Герсеванову?

8. Дайте определение понятия эффективного и порового давлений. Как определить эти давления в породе? На какие породы распространяется использование концепции эффективных и поровых давлений?

9. Выведите зависимость между касательными напряжениями и деформациями сдвига. Покажите связь между модулем сдвига и модулем упругости. Что такое чистый сдвиг?

10. Как определить напряжения на любой наклонной площадке? Из каких условий выводятся эти зависимости? Что такое главные напряжения и главные площадки? Как определить положение главных площадок в толще пород? Как расположены площадки, на которых действуют максимальные и минимальные касательные напряжения, по отношению к главным площадкам? Можно ли рассчитать значения главных напряжений, зная составляющие напряжений на горизонтальных и вертикальных площадках?

11. Объясните принципы построения круга напряжений Мора. Докажите с помощью круга Мора, что сумма главных напряжений (в данной точке) есть величина постоянная и равная сумме нормальных напряжений на горизонтальной и вертикальной площадках. Выведите зависимость для определения максимального угла отклонения для пород, характеризующихся трением и сцеплением.

12. Дайте определения плоской и объемной (пространственной) задач распределения напряжений. Какое число составляющих напряжений необходимо рассчитывать при решении плоской задачи, какое — при решении пространственной задачи? Составьте систему из трех дифференциальных уравнений для расчета составляющих напряжений в плоской задаче. Приведите конкретные примеры необходимости решения плоской и пространственной задач.

## Глава 3

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ОТ СОБСТВЕННОГО ВЕСА ГОРНЫХ ПОРОД

#### § 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАСЧЕТА

Сведения об естественном напряженном состоянии толщи горных пород до строительства различного типа наземных и подземных сооружений дают важную и необходимую информацию,

которая используется для проектирования и расчета устойчивости конструкций сооружений.

Напряжения в толще пород возникают главным образом под действием гравитационных и тектонических сил. Вместе с тем важную роль при анализе напряженного состояния играют подземные воды, влияние которых обычно проявляется в действии гидростатических и гидродинамических сил.

Кроме того, при оценке напряжений в приповерхностных зонах следует учитывать расчлененность рельефа дневной поверхности, однако с глубиной влияние форм рельефа ослабевает.

Все перечисленные выше факторы определяют начальное напряженное состояние толщи пород. При возведении наземных сооружений возникают дополнительные напряжения, которые обычно суммируются с начальными. Открытие котлованов, устройство карьеров вызывают, наоборот, в приоткосной зоне уменьшение начальных напряжений. Наиболее сложные изменения происходят в толще пород при проходке подземных выработок, поскольку вокруг них формируются как разгруженные зоны, так и области повышенных напряжений.

Основной активной силой считается гравитационная (объемная сила тяжести), определяемая весом вышележащей толщи над точкой, в которой рассчитываются напряжения. Повсеместно действующая гравитационная сила характеризуется вертикальным вектором. Если дневная поверхность горизонтальна, то нормальные напряжения от собственного веса на горизонтальных площадках ( $\sigma_z^g$ ) будут расти по мере удаления от дневной поверхности и на некоторой глубине составят

$$\sigma_z^g = \int_0^z \gamma(z) dz, \quad (98)$$

где  $\gamma(z)$  — плотность породы в точке, расположенной на глубине  $z$ .

Величины горизонтальных напряжений  $\sigma_x^g$  и  $\sigma_y^g$ , возникающих на вертикальных площадках, зависят от типа и свойств пород, а также от принятой расчетной модели. Если толща горных пород рассматривается как сплошная упругая однородная и изотропная среда, напряжения  $\sigma_x^g$  и  $\sigma_y^g$  при условии отсутствия горизонтальных деформаций можно получить из выражения

$$\sigma_x^g = \sigma_y^g = \zeta \int_0^z \gamma(z) dz, \quad (99)$$

где  $\zeta$  — уже известный коэффициент бокового давления в толще горных пород, равный  $\mu/(1-\mu)$ . Равенство (99) позволяет рассматривать все возможные случаи действия напряжений от гравитационных сил: от безраспорного ( $\zeta=0$ ,  $\mu=0$ ) до гидростатического ( $\zeta=1$ ,  $\mu=0,5$ ).

Гипотеза о возможности гидростатического закона распределения напряжений в толще горных пород была высказана впервые швейцарским геологом А. Геймом во второй половине XIX в.

Если дневная поверхность горизонтальна, то направления действия полного напряжения (силы тяжести) и его нормальной составляющей на горизонтальной площадке ( $\sigma_z$ ) совпадают. Следовательно, касательные напряжения, действующие на той же площадке  $\tau_{xy} = \tau_{yz} = 0$ . Как уже было показано в гл. 2, такие площадки называются главными, а действующие в них напряжения — главными напряжениями. Поэтому величина напряжения  $\sigma_z^g = \sigma_1^g$ , соответственно напряжения  $\sigma_x^g = \sigma_y^g = \sigma_2^g$  и вертикальные площадки будут также главными.

Если толща представлена однородными по плотности горными породами, т. е.  $\gamma(z) = \gamma = \text{const}$ , то нормальные составляющие напряжений от собственного веса могут быть определены по простейшим формулам

$$\begin{aligned}\sigma_z^g &= \sigma_1^g = \gamma z; \\ \sigma_x^g &= \sigma_y^g = \sigma_2^g = \zeta \gamma z.\end{aligned}\quad (100)$$

При неоднородной толще, состоящей из слоев с разной плотностью, величины нормальных составляющих напряжений получают, заменяя интегрирование в формулах (98) и (99) суммированием:

$$\left. \begin{aligned}\sigma_z^g &= \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 + \dots + \gamma_n h_n; \\ \sigma_x^g &= \sigma_y^g = \sum_{i=1}^n \zeta_i \gamma_i h_i = \zeta_1 \gamma_1 h_1 + \zeta_2 \gamma_2 h_2 + \zeta_3 \gamma_3 h_3 + \dots + \zeta_n \gamma_n h_n,\end{aligned}\right\} \quad (101)$$

где  $\gamma_i$ ,  $h_i$ ,  $\zeta_i$  — соответственно плотность, мощность и коэффициент бокового давления  $i$ -го слоя породы;  $n$  — число слоев.

Коэффициенты бокового давления являются для пород (при определенных условиях) некоторой постоянной характеристикой. На основании экспериментальных исследований во ВНИМИ разработана упрощенная классификация горных пород в зависимости от величины коэффициента  $\zeta$  (табл. 2).

Таблица 2

Категория пород по боковому распору	Породы	Среднее значение $\zeta$
I высокого	Глинистые отложения	$>0,8$
II среднего	Алевролит, аргиллит, глинистый сланец	$0,5-0,8$
III малого	Песчаники на крепком цементе, известняки, большинство магматических и метаморфических пород	$<0,5$

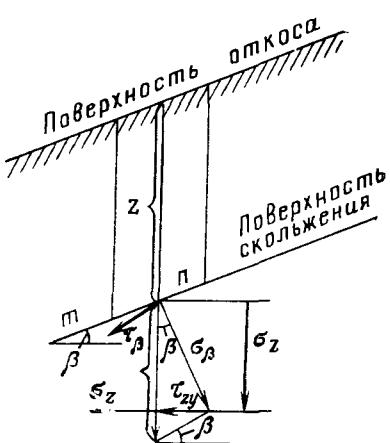
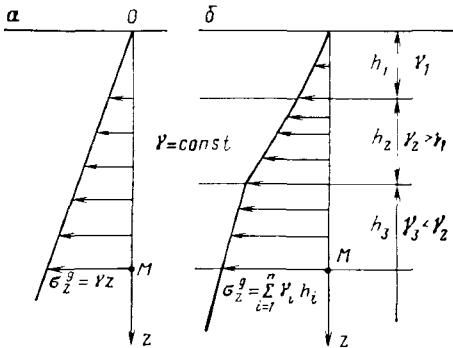


Рис. 9. Схема для определения составляющих напряжений от собственного веса пород на горизонтальной площадке ниже поверхности откоса

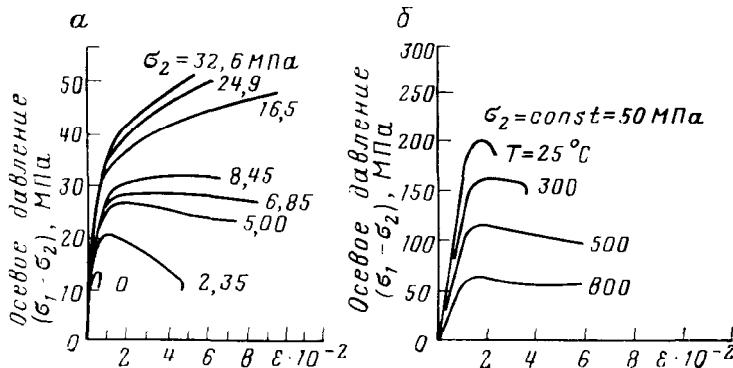


Рис. 10. Характер деформируемости образцов пород в зависимости от величины бокового давления (а) для мрамора и температуры (б) для гранита [5]

Характер распределения напряжений (эпюры)  $\sigma_z^g$  в однородной и неоднородной толщах пород приведен на рис. 8, из которого следует, что по мере увеличения глубины и плотности породы напряжения от собственного веса существенно возрастают.

Если дневная поверхность горных пород не горизонтальна (откос карьера, природный склон), то горизонтальные и вертикальные площадки в толще ниже поверхности откоса не являются главными и напряжения в них могут быть определены следующим образом (рис. 9). Выделим элементарную площадку  $mn$ , наклоненную под углом  $\beta$  к горизонту. На этой площадке действуют полные напряжения за счет веса столба породы  $\sigma = \gamma z$ .

вектор этого напряжения вертикален, следовательно, величины нормального и касательного напряжений на площадке  $mn$  равны;

$$\begin{aligned}\sigma_\beta &= \gamma z \cos \beta; \\ \tau_\beta &= \gamma z \sin \beta.\end{aligned}\quad (102)$$

Проектируя эти напряжения на горизонтальную площадку, получим

$$\begin{aligned}\sigma_z &= \gamma z \cos^2 \beta; \\ \tau_{zy} &= \gamma z \sin \beta \cos \beta.\end{aligned}\quad (103)$$

Как показывают наблюдения, силе тяжести противодействуют силы упругой деформации пород, которые создают равновесное состояние в толще [15]. Следовательно, в формировании напряженного состояния горных пород под действием их собственного веса существенную роль играют механические свойства пород, и прежде всего возможность их трансформации во времени при длительном действии напряжений. Влияние фактора времени на напряженное состояние толщи пород проявляется в том, что все горные породы обладают свойством ползучести, интенсивность которой зависит от действующих напряжений. За время, порядок которого сопоставим со временем геологических эпох, горные породы пластически деформируются, значения нормальных компонентов напряжений сближаются по величине, а касательные постепенно исчезают, т. е. напряженное состояние соответствует гидростатическому закону распределения напряжений.

Согласно наблюдениям многих исследователей, даже весьма прочные скальные породы при действии высоких напряжений и температур обладают свойством ползучести и переходят в пластичное состояние, что дает возможность использовать гипотезу гидростатического закона распределения напряжений при рассмотрении устойчивости подземных выработок, пройденных на больших глубинах. Подтверждением вышесказанному служат результаты испытаний образцов скальных пород при различных значениях боковых давлений (рис. 10,а). В зависимости от величины бокового обжатия  $\sigma_2$  исследованные скальные породы обнаруживают два типа кривых деформирования. При боковом давлении ниже 5,0 МПа разрушаются, как хрупкие разности с пиковым значением прочности. Рост бокового давления выше 6,85 МПа приводит к пластичному характеру деформирования образцов мрамора (см. рис. 10,а). Сходный эффект вызывает и повышение температуры (см. рис. 10,б). При комнатной температуре 25 °C образцы гранита ведут себя как хрупко разрушающиеся тела, при 800 °C деформирование гранита близко к пластическому (боковое давление составляет 50 МПа). Вместе с тем при повышении температуры отмечается снижение прочности образцов (при постоянном боковом давлении). Знание законо-

мерностей перехода пород из хрупкого состояния в пластичное имеет большое практическое значение при оценке распределения напряжений в толще горных пород и соответственно прогнозировании их поведения при прохождении выработки на определенной глубине. Н. С. Булычевым получена теоретическая зависимость для оценки той глубины, ниже которой толща горных пород должна рассматриваться как пластичная среда [4]:

$$z_e = \frac{R_{сж}}{\gamma \left( 1 - \beta \frac{\mu}{1 - \mu} \right)}, \quad (104)$$

где  $R_{сж}$  — прочность пород при одноосном сжатии;  $\beta = (1 + \sin \varphi) / (1 - \sin \varphi)$  ( $\varphi$  — угол внутреннего трения породы).

Эта зависимость была проверена экспериментальными замерами напряжений в толще горных пород и подтверждалась для осадочных чехлов древних и молодых платформ.

На распределение напряжений в толще горных пород от собственного веса большое влияние оказывает характер рельефа дневной поверхности. Эрозионный врез долины реки, формирование оврагов приводят к перераспределению напряжений и вызывают их концентрацию в бортах и основании. Теория концентрации напряжений и теория разрушения, разработанные для различных конструкций, могут быть применены и для оценки напряжений в толще горных пород при условии влияния таких факторов, как криволинейность дневной поверхности, наличие трещин и ослабленных зон и др. [34].

## § 2. ВЛИЯНИЕ ТЕКТОНИЧЕСКИХ СИЛ

Накопленный к настоящему времени большой экспериментальный материал, а также наблюдения за поведением пород при возведении плотин в горно-складчатых областях, при проходке туннелей, вертикальных, горизонтальных и наклонных выработок позволили сделать вывод, что для определенных областей земного шара при анализе напряженного состояния использование лишь гипотезы действия гравитационных сил может привести к существенным и весьма опасным ошибкам при прогнозе устойчивости различного типа сооружений. Во многих регионах горизонтальная составляющая напряжений в несколько раз преисходит величину, рассчитанную теоретически и превышает давление веса столба пород ( $\gamma z$ ). Дж. Ренелли и Т. Чендлер в результате обобщения материала по измерению естественных напряжений в толще пород сделали важные выводы. Породы кристаллического фундамента древних платформ и деформированные породы складчатых поясов обычно обнаруживают превышения горизонтальных напряжений над вертикальными, вызванными давлением от веса вышележащих пород; в породах осадочного чехла горизонтальные напряжения меньше вертикальных [5]. Особенно отчетливо «избыточные» горизонтальные

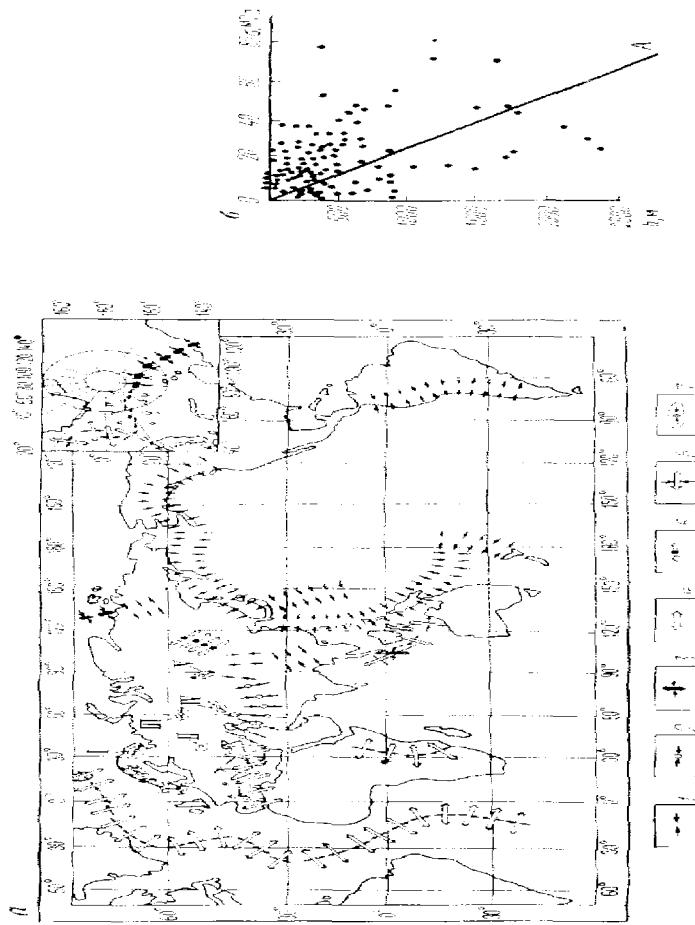


Рис. 11. Характер распространения тектонических единиц в зоне гор:

а — генетическая зональная тектоническая карта; б — схема распространения тектонических единиц в зоне гор: 1—5 — основные зоны; 4—6 — зоны субширотного разнотипного тектонического строения; 7 — ортостатическое, 8 — криогенное, 9 — мезозойский эпизод; 1 — Красная зона; II — Белая зона; III — Серебряная зона; IV — Голубая зона; V — Серый Урал. А — Горный Урал [4, 5]

напряжения проявляются в областях активных новейших и современных тектонических движений (рис. 11,а). Эти избыточные горизонтальные напряжения имеют тектоническое происхождение и, согласно гипотезе П. Н. Кропоткина [25], связаны как с особенностями позднекайнозойских деформаций соответствующего участка земной коры, так и с глобальным полем напряжений, которое зависит от сокращения радиуса Земли в современную геологическую эпоху. П. Н. Кропоткин полагает, что время релаксации напряжений в верхних слоях земной коры составляет примерно 20 000 лет. «Это соответствует естественному уменьшению напряжений в миллион раз за 300 000 лет — время, которое в пять раз меньше продолжительности новейшего, самого короткого из геологических периодов — четвертичного» [25, с. 21].

Характер изменения «избыточных» средних горизонтальных напряжений по глубине  $z$  в различных регионах планеты по сравнению с рассчитанными по гидростатическому закону распределения напряжений (линия OA) приведен на рис. 11,б. Эти напряжения на территории Советского Союза обнаружены в породах Балтийского щита, кристаллических породах района КМА, в нижнепалеозойских отложениях Алтае-Саянской системы, в верхнепалеозойских образованиях складчатых зон Урала, Донецкого бассейна, Центрального Казахстана, а также в областях мезозойской и кайнозойской складчатостей (см. рис. 11,а). Глубина проявления «избыточных» тектонических напряжений различна: от первых метров до сотен и тысяч метров (см. рис. 11,б). Обращает на себя внимание концентрация высоких горизонтальных напряжений вблизи дневной поверхности. В некоторых точках Южной Швеции, Западной Финляндии и США тектонические напряжения наблюдались на глубине 6—15 м [25]. По данным шведского ученого Н. Хаста, горизонтальные составляющие напряжений в Скандинавии можно рассчитать по зависимости

$$\sigma_x + \sigma_y = (19,1 \pm 0,1) + (0,099 \pm 0,003)z, \text{ МПа.} \quad (105)$$

Следовательно, на дневной поверхности при  $z=0$  величина горизонтальных напряжений ( $\sigma_x + \sigma_y$ ) составляет приблизительно 19 МПа.

На урановом руднике в Канаде на глубине 390—420 м горизонтальные напряжения вдвое превышали вертикальные. На одном из рудников в США на глубине 150 м горизонтальные напряжения вблизи геологического нарушения составляли 31,5 МПа, а вертикальные — лишь 4,2 МПа. На некоторых рудных месторождениях Средней Азии горизонтальные напряжения в два-три раза превышают вертикальные ( $\gamma z$ ) и ориентированы перпендикулярно к простиранию горных хребтов. На некоторых рудниках Урала в субширотном направлении действуют «избыточные» сжимающие горизонтальные напряжения, равные соответственно 49 и 33,5 МПа, а в субмеридиональном — растягивающие — 9,0 и 13,2 МПа. Хотя в большинстве случаев основное направление тектонических напряжений горизонтальное, однако в

Таблица 3

Место измерений	Порода	Предел прочности на сжатие, МПа	Коэффициент поперечного расширения	Глубина, м	Вертикальное напряжение $\gamma z$ , МПа	Замеренные напряжения, МПа		
						$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$
Расмұнчоррский рудник (Хибины): горизонт 600 м 400 м	Интрузивная	120—220	0,20—0,30	100	3,0	23,0	23,0	57,0
		120—220	0,20—0,30	600	18,0	15,0	18,0	78,0
(Горная Шория): Рудник Таштагол (Горная Шория): горизонт 410 м 550 м	"	60—120	0,20—0,35	410	12,0	12,0	18,0	22,0
		60—120	0,20—0,30	550	15,0	15,0	19,0	38,0
Рудник Темир-Тау: горизонт 340 м Джезказган: горизонт 180 м	Осадочно-метаморфическая	120—150	0,25—0,30	340	9,0	9,0	9,0	32,0
		200	0,22	240	7,5	7,0	15,0	54,0

отдельных районах зафиксированы значительные по величине вертикальные сжимающие напряжения тектонического происхождения. На ряде шахт Донбасса в зонах тектонических нарушений вертикальные напряжения в несколько раз превышают давление столба пород. Так, например, максимальные значения  $\sigma_1$  зафиксированы в Центральном районе Донбасса в западной части антиклинали ( $3,8\gamma z$ ), в Донецко-Макеевском районе на участке пологих склонов крупных котловин ( $2,8\gamma z$ ), а минимальные ( $1,8\gamma z$ ) — на участке синклинали в Алмазно-Марьевском районе [25].

Замеры главных напряжений в различных областях СССР непосредственно в толще пород показали, что распределение «избыточных» тектонических напряжений существенно анизотропно (табл. 3). В Хибинском массиве направление действия наибольшего напряжения составляет практически прямой угол с простиранием современных тектонических зон, проходящих вблизи массива [20]. В Джезказгане оно направлено вдоль простирания древних структурных элементов.

В горно-складчатых районах на распределение напряжений в приповерхностной части толщи горных пород большое влияние оказывает резкая расчлененность рельефа. Отмечено, что в районах высоких гор из-за разности нормальных напряжений в краевых частях хребтов прослеживаются области, в которых максимальные касательные напряжения составляют 80—85 МПа [34]. На рис. 12,а приведены кривые, характеризующие распре-

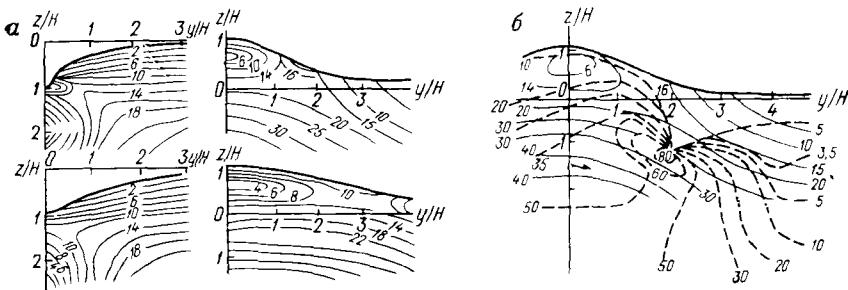


Рис. 12. Распределение относительных максимальных напряжений  $\bar{\tau}_{\max}$  в толще пород с учетом влияния расчлененности рельефа:

*а* — при различной крутизне и высоте рельефа; *б* — при эрозионном врезе (сплошные линии — до эрозионного вреза, пунктирные — после него) [34]

деление максимальных касательных напряжений ( $\tau_{\max}$ ) в горных районах в зависимости от расчлененности рельефа. Из анализа рис. 12,*а* следует, что концентрация напряжений приурочена к зонам наибольшего изменения кривизны рельефа, причем глубина, на которую прослеживается влияние особенностей рельефа, зависит от высоты горы (или глубины вреза), ее ширины и, в меньшей степени, от крутизны (кривизны) рельефа. Усиление эрозионной деятельности во времени — углубление эрозионного вреза вызывает заметный рост концентраций напряжений в его основании (см. рис. 12,*б*). Это обстоятельство необходимо учитывать при проектировании крупных наземных сооружений (в частности, гидroteхнических), при оценке устойчивости природных склонов в горно-складчатых областях и при обосновании устойчивости подземных выработок.

Решение задачи об изменении напряженного состояния в толще пород при расчлененном рельефе и наличии гор было предложено во ВНИМИ [15]. Значения вертикальных ( $\sigma_z$ ), горизонтальных ( $\sigma_y$ ) и касательных ( $\tau_{zy}$ ) напряжений можно рассчитать, приняв очертание горы треугольным и предположив, что породы являются линейно-деформируемой, однородной и изотропной средой:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= - (p_k + \gamma z); \\ \sigma_y &= - p \{ k - z [\ln(z^2 + y_1^2) + \ln(z^2 + y_2^2) - 2 \ln(z^2 + a^2)] \} - \zeta \gamma z; \\ \tau_{zy} &= p z (\Delta + \zeta + \eta), \end{aligned} \right\} \quad (106)$$

где  $p = \frac{\gamma H}{\pi(a - y_1)}$ ;  $k = a\eta + y_1\Delta + y_2\zeta$ ;  $\Delta = \operatorname{arctg} \frac{y_1}{z}$ ;  $\zeta = \operatorname{arctg} \frac{y_2}{z}$ ;  
 $\eta = - 2 \operatorname{arctg} \frac{a}{2}$ .

здесь  $z$  — глубина от поверхности;  $H$  — высота горы;  $y_1$  и  $y_2$  — соответственно горизонтальное расстояние от левого и правого подножия горы;  $a = (y_1 + y_2)/2$ .

Следует отметить, что в горно-складчатых областях фиксируется существенная неравномерность напряжений в толще горных пород. При расположении горизонтальной подземной выработки в мульде синклинальной складки наблюдалось усиленное проявление горного давления, причем с возрастанием крутизны крыльев складки увеличивался и уровень напряженного состояния пород в центральной части мульды. Более устойчивыми были подземные выработки, приуроченные к замкам антиклинальных складок, так как в этом случае естественный свод складки служил как бы защитной конструкцией [15].

При оценке напряженного состояния толщи горных пород с учетом тектонических сил, влияния рельефа необходимо проводить исследования непосредственно в натурных условиях. В настоящее время для замера напряжений широко используются методы разгрузки, измерения деформаций скважин, непосредственные определения на торцах скважин, пройденных из горных выработок.

Следует также отметить, что под воздействием гравитационных и тектонических сил в верхних слоях земной коры постоянно происходят изменения ее напряженно-деформированного состояния. В настоящее время предлагается учитывать напряжения земной коры и связанные с ними деформации толщи пород вследствие приливного воздействия Луны и Солнца, особенно при проектировании таких сооружений, как атомные электростанции, ускорители электронов и ряд других прецизионных объектов, для которых существуют жесткие нормы по неравномерности осадок, часто составляющие несколько миллиметров на 100 м длины сооружения. Расчеты осадки четвертичных отложений под приливным воздействием Луны показали, что разность осадок при модуле деформации  $E_0 = 10 \text{ МПа}$  и  $\mu = 0,3$  может составить более 1 см [34]. Напряжения в земной коре, возникающие в результате лунного притяжения, были определены А. Надаи. При мощности толщи пород порядка 100 км наибольшее значение главных напряжений вследствие действия Луны составляет всего  $\sim 7 \cdot 10^{-3} \text{ МПа}$ , однако если в расчетах принять мощность толщи меньшую в 5 раз и более, то соответственно возрастает и величина напряжений. При учете неоднородности строения земной коры, вызывающей местную концентрацию напряжений, следует принимать во внимание значительное увеличение этих напряжений [34].

### § 3. РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЙ ОТ СОБСТВЕННОГО ВЕСА ПОРОД С УЧЕТОМ ГИДРОСТАТИЧЕСКИХ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ

Как уже указывалось выше, подземные воды, залегающие в толще горных пород, оказывают существенное влияние на характер распределения в них напряжений. В водоносные горизон-

ты подразделяются на безнапорные и напорные. Для первых из них характерно наличие свободной поверхности, служащей верхней границей горизонта, на которой гидростатическое давление равно атмосферному. Верхней границей напорного водоносного пласта является контакт с относительным водоупором, на котором гидростатическое давление больше атмосферного. В этом случае пьезометрическая поверхность оказывается выше контакта с водоупором. Следовательно, при рассмотрении напорного водоносного горизонта необходимо учитывать силовое воздействие гидростатического давления воды на кровлю водоупора.

В безнапорном водоносном горизонте гидростатическое давление, действующее ниже свободной поверхности,

$$p = \gamma_b h_z, \quad (107)$$

где  $\gamma_b$  — плотность воды;  $h_z$  — глубина точки от свободной поверхности горизонта, в которой рассчитывается гидростатическое давление.

В водонасыщенных породах, имеющих в порах свободную воду, а также минимальную площадь контактов всех частиц (пески), обломков пород (крупнообломочные разности), блоков (скальные трещиноватые породы), вся поверхность каждого из выделенных элементов воспринимает давление воды, и поэтому необходимо учитывать их полное взвешивание. Следует также отметить, что взвешивание каждой частицы или блока обусловлено тем, что равнодействующая нормальных давлений направлена вверх, и поэтому для определения плотности полностью водонасыщенной породы следует учсть закон Архимеда

$$\gamma' = (\gamma_m - \gamma_b) (1 - n), \quad (108)$$

где  $\gamma_m$  — плотность минеральной части породы;  $n$  — пористость породы.

Уменьшение плотности породы с учетом архимедовых сил приводит к тому, что эпюра распределения напряжений по глубине даже в однородных породах получается ломаной вследствие резкого изменения веса породы (рис. 13,а). Вопрос о необходимости взвешивания водонасыщенных глинистых пород в настоящее время не может считаться окончательно решенным. Учитывая, что часть порового пространства глинистых пород содержит иммобилизованную воду, причем свойства воды вследствие влияния поверхностных сил глинистых частиц в значительном объеме отличны от свойств свободной воды, следует признать, что возможность архимедова взвешивания должна рассматриваться дифференцированно для различного типа отложений. Для глинистых пород малой степени литификации при низком содержании тонкодисперской фракции (супесчаные разности) можно говорить о частичном взвешивании породы. В средне- и высоколитифицированных глинистых разностях, практически не содержащих свободную воду и часто имеющих цементационные связи между частицами, взвешивание вследствие гидростатиче-

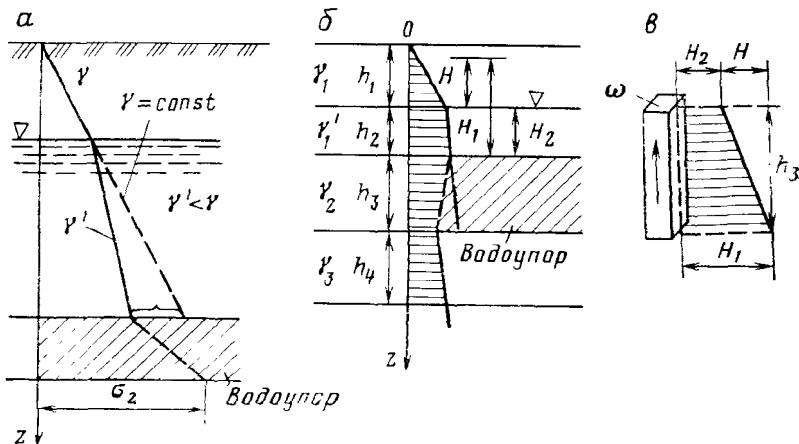


Рис. 13. Характер распределения напряжений и напоров в толще пород при наличии одного безнапорного водоносного горизонта (а), двух (безнапорного и напорного) водоносных горизонтов (б) и падение напоров в призме водоупора (в)

ских сил исключается. Следует упомянуть, что В. А. Флорин отрицал необходимость взвешивания плотных глинистых разностей пород [38].

При наличии в разрезе толщи горных пород напорного водоносного горизонта (см. рис. 13, б) необходимо рассмотреть два случая. Первый из них предполагает, что водоупор, разделяющий два водоносных горизонта, — относительный и возможна фильтрация из нижнего (напорного) водоносного горизонта в верхний. Этот случай имеет место, если начальный градиент напора  $J_n$  пород водоупора меньше, чем действующий градиент  $J_d$ . Согласно данным, приведенным на рис. 13, б,

$$J_d = \frac{H_1 - H_2}{h_3}. \quad (109)$$

При фильтрации воды из нижнего горизонта в верхний породы испытывают гидродинамическое давление, направленное в каждой точке вдоль линий тока, при этом фильтрационные силы действуют на каждую единицу объема горных пород. Гидродинамическое давление представляет собой сумму нормального давления фильтрационного потока на скелет породы и давления, затрачиваемого на преодоление сил трения, которые возникают в поровом пространстве при движении воды. Выделим в водоупорном слое некоторую элементарную призму высотой  $h_3$  и сечением  $\omega$ . В этой призме давление фильтрационного потока на скелет породы (ее минеральную часть) может быть определено из выражения

$$\Phi = \gamma_w (1-n) \omega (H_1 - H_2). \quad (110)$$

Если учесть выражение (109), получим

$$H_1 - H_2 = I_d h_3,$$

следовательно, зависимость (110) можно переписать в виде

$$\Phi = \gamma_b I_d (1-n) V, \quad (111)$$

где  $V$  — объем выделенной призмы, равный  $\omega h_3$ .

Сопротивление силам трения при равномерном движении развивается только в поровом пространстве и составляет

$$T = \gamma_b I_d n V, \quad (112)$$

а полная величина гидродинамического давления

$$D = \Phi + T = \gamma_b I_d V. \quad (113)$$

Гидродинамическое давление снимает часть напряжений  $\sigma_z$ , действующих в водоупорном слое. Наибольшее уменьшение напряжений наблюдается в подошве водоупора. Эпюра распределения напряжений с учетом гидродинамического давления в толще водоупорных пород показана пунктиром (см. рис. 13,б).

Если рассматривать водоупор как абсолютный, а движением воды через него можно пренебречь ( $I_d \leq I_n$ ), то следует принять во внимание только действие на подошву водоупора давления, величина которого зависит от существующего напора  $H$  и численно равна  $\gamma_b H$ . В таком случае напряжения уменьшаются только по подошве водоупора и значение напряжений  $\sigma_z$  в точке  $M$  от давления вышележащей толщи пород (принимая во внимание противодавление  $\gamma_b H$ ) определяется из выражения (см. рис. 13,б).

$$\sigma_z^{\text{cb}} = \gamma_1 h_1 + \gamma'_1 h_2 + (\gamma_2 h_3 - \gamma_b H) + \gamma'_3 h_4. \quad (114)$$

Следовательно, при больших напорах, составляющих десятки и сотни метров, противодавление или гидродинамическое давление может иметь значение, достигающее единиц мегапаскалей.

При откачке подземных вод в процессе длительной их эксплуатации для целей водоснабжения или при дренировании мощных водоносных горизонтов во время разработки месторождений полезных ископаемых открытым либо подземным способом происходит снятие напоров и соответственно возрастает давление на породы, которые залегают ниже осушаемых водоносных горизонтов. Понижение напоров на каждые 10 м приводит к росту напряжений в скелете (эффективных напряжений) на 0,1 МПа. С понижением уровня грунтовых вод при их откачке ( $S$ ) в породах, находящихся ниже этого уровня, будут возникать дополнительные напряжения ( $\Delta\sigma_z$ ), которые можно рассчитать с учетом снятия гидростатического взвешивания

$$\Delta\sigma_z = (\gamma - \gamma') S, \quad (115)$$

где  $\gamma$  — плотность породы выше уровня грунтовых вод;  $\gamma'$  — плотность породы ниже уровня грунтовых вод с учетом гидростатического взвешивания.

Рост нормальных напряжений приводит к сжатию пород и вызывает значительную осадку дневной поверхности на площади, сопоставимой с площадью развивающейся депрессионной воронки, в результате снижения уровня подземных вод. В Токио, где артезианские воды длительное время используются для водоснабжения, площадь такой воронки достигла 300 км<sup>2</sup>, а в Большом Лондоне — 1800 км<sup>2</sup>. Максимальное оседание дневной поверхности в Токио за 50 лет превышает 3,3 м, при этом скорость осадки равна 18 см/год. В Мехико оседание дневной территории превышает 9 м, в США в штате Техас на берегу Мексиканского залива за 30 лет извлечения подземных вод максимальная осадка поверхности достигла 120 см. В СССР на Белозерском месторождении (по данным ВНИМИ) снижение напоров в палеогеновых песках на 250 м вызвало сжатие подстилающих песчано-глинистых и мергельно-меловых толщ, залегающих на глубине 300 м. Осадка дневной поверхности при этом превысила 2,5 м.

Аналогичные явления наблюдаются при откачке нефти и извлечении газа. Откачка газа в г. Ниигата (Япония, о. Хонсю) вызвала осадку поверхности со скоростью 50 см/год. Закачка воды в обработанные газовые скважины снизила оседание до 25 см/год. Еще большая скорость осадки наблюдалась вблизи г. Лос-Анджелес (США) — 75 см/год, в этом районе менее чем за 20 лет было добыто 148 млн. т нефти [32].

Закачка воды, промышленных стоков в глубокие горизонты приводит к обратному эффекту — падению эффективных напряжений, действующих в скелете породы. Снижение этих напряжений при одновременном росте поровых (нейтральных) давлений способствует появлению значительных растягивающих напряжений в толще пород, что вызывает увеличение раскрытия трещин, рост проницаемости и снижение прочности пород в толще. О характере изменения проницаемости вследствие увеличения трещиноватости при закачке воды можно судить по графику, приведенному на рис. 14,а [24]. Линейная зависимость между давлением нагнетания  $p_n$  и расходом отвечает неизменности проницаемости — трещиноватости (отрезок  $OA$ ), отклонение от линейной зависимости (отрезок  $AB$ ) характеризует начало трещинообразования, резкое падение давления нагнетания при одновременном росте расхода свидетельствует о гидроразрыве пласта. Это явление широко используется при нефтедобыче для увеличения производительности скважины в случае падения пластовых давлений. При гидроразрыве пласта проницаемость пород может возрасти на два-три порядка.

Нагнетание жидкости в глубокие горизонты настолько изменяет напряженное состояние верхних слоев земной коры, что это может вызвать искусственные землетрясения, о чём свиде-

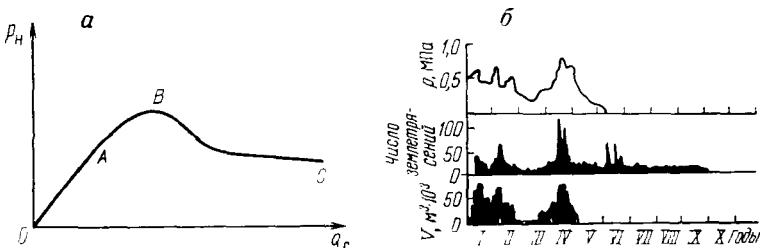


Рис. 14. Влияние закачки на изменение напряженного состояния горных пород:  
а — характер изменения проницаемости пород; б — связь числа землетрясений с объемом закачиваемой жидкости [5]

тельствуют данные наблюдений в штате Колорадо (США), проведенных в течение ряда лет (см. рис. 14,б).

Определенная и направленная система сбалансированного создания высоких поровых давлений с помощью закачки жидкости в толщу пород при одновременном увеличении эффективных напряжений на соседних участках за счет откачки дает возможность управлять напряженным состоянием верхних слоев земной коры, предупреждать концентрацию напряжений и существенно уменьшать тектонические напряжения. Особенно важно решать вопросы управления напряженным состоянием толщ пород в сейсмически активных районах с целью регулирования силы землетрясений.

#### *Контрольные вопросы*

1. Какие факторы определяют начальное напряженное состояние пород (до возведения сооружений)? Охарактеризуйте роль каждого из указанных факторов в зависимости от конкретной, решаемой задачи.
2. Для каких районов нашей страны большое значение будут иметь избыточные тектонические напряжения? Какова их величина? Как объясняется существование избыточных тектонических напряжений в толще пород?
3. Как определяются напряжения в толще пород в результате действия только гравитационных сил?
4. Как определяются составляющие напряжений на горизонтальной площадке, если дневная поверхность имеет наклонное очертание (природный склон, откос выработки)?
5. Можно ли аналитически, имея данные о показателях свойств пород, оценить ту глубину, на которой породы переходят в пластичное состояние? Какие параметры свойств надо определить, какой из этих параметров будет ведущий?
6. Как учитывают влияние расчлененности рельефа на распределение напряжений в толще пород? Оцените приближенно влияние глубины эрозионного вреза, используя формулы ВНИМИ. Для каких типов сооружений будет иметь большее значение концентрация напряжений, вызванная характером рельефа: для подземных выработок, туннелей, расположенных на глубинах 100 м и более или для гидротехнических (плотин, деривационных сооружений, берегов водохранилищ)?
7. Объясните роль гидростатических и гидродинамических сил при оценке напряжений от собственного веса породы. В каких породах необходимо учитывать взвешивающее действие в результате гидростатических сил? Как оценить влияние гидродинамического давления?

8. Как изменяется напряженное состояние пород при снятии напоров? Какие напряжения возрастают при снятии напоров — эффективные или давления в поровой воде? Как изменяется напряженное состояние при обратном эффекте — закачке промышленных стоков в толщу пород? Что такое гидроразрывы пласта? В результате каких процессов возникает гидроразрыв?

## Г л а в а 4

# РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ОСНОВАНИИ ПРИ ДЕЙСТВИИ ДАВЛЕНИЯ ОТ СООРУЖЕНИЯ

---

### § 1. ПОНЯТИЕ ОБ ОСНОВАНИИ СООРУЖЕНИЯ

При возведении сооружения действие от его давления распространяется на значительную глубину и в стороны, сопровождаясь ростом напряжений в толще пород. Толща горных пород, находящаяся в зоне влияния сооружения, называется *естественным основанием*. Границей зоны естественного основания сооружения считается совокупность точек, в которых напряжения от действия сооружения не вызывают деформаций горной породы или эти деформации настолько малы, что ими можно пренебречь. Естественным основанием могут служить однородные породы, а также слоистая толща, состоящая из отложений, различных по своим литолого-генетическим признакам и физико-механическим свойствам. Кроме того, в практике строительства различают искусственные основания, к которым относят насыпные или намывные отложения, а также искусственно улучшенные горные породы [10]. Естественным основанием могут служить различные горные породы: скальные, крупнообломочные, песчаные, глинистые. Принято считать, что наиболее надежными основаниями являются скальные породы, обладающие значительной прочностью и малой деформируемостью. Однако при строительстве тяжелых сооружений — высоких гравитационных бетонных, земляных и каменно-земляных плотин, высота которых в настоящее время превышает 300 м, промышленных цехов, передающих значительные нагрузки на основание, деформации, и особенно неравномерность развития деформаций, скальных трещиноватых пород могут быть значительны. В то же время известно, что некоторые сооружения, например атомные электростанции, гидроэлектростанции, синхрофазотроны и другие, требуют минимальной разности деформаций (несколько миллиметров). В таком случае даже надежные, на первый взгляд, горные породы могут оказаться в качестве оснований подобных сооружений, требующих специальной подготовки и улучшения. Необходимо помнить, что при исследовании и оценке скальных пород нельзя полагаться только на лабораторные испытания небольших по размеру образцов. Для выполнения надежных прогнозов по устойчивости, прочности и деформационной способности скальных пород необходимо иметь, прежде всего, информацию об особенностях

строения толщи в условиях ее естественного залегания. Прежде всего, следует изучить характер и степень трещиноватости пород с позиции ориентировки трещин в зоне основания сооружения, размеров блоков пород, на которые разбита исследуемая толща. Эти данные совместно с показателями деформационных свойств блоков и трещин позволяют рассчитать критерий квазисплошности и квазиоднородности. Используя этот критерий можно определить тот минимальный элементарный объем, для расчета которого справедливо применение аппарата механики сплошных сред. Сравнивая такой объем с размерами зоны основания сооружения можно судить о возможности использования модели сплошной среды в качестве расчетной.

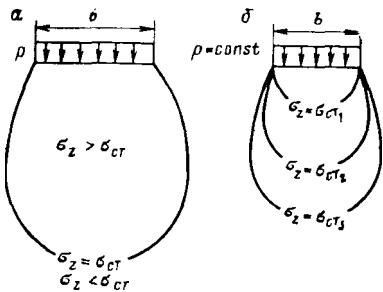
Развитие деформаций и их неравномерность в толще скальных и трещиноватых пород основания будет определяться не столько деформируемостью самих блоков, сколько свойствами заполнителя трещин или особенностями поверхности трещин при отсутствии заполнителя.

Концентрация напряжений на контактах между отдельными блоками оснований, представленных скальными трещиноватыми породами, может вызвать дополнительную трещиноватость, ослабляющую толщу и способствующую увеличению ее деформационной способности.

Если рассматривать основания, сложенные глинистыми отложениями, то, прежде всего, необходимо оценивать эти породы с точки зрения их природной литифицированности: малой, средней или высокой. При этом основная задача — обоснование и расчет определенных давлений на основание от сооружения, при действии которых развитие деформаций и их неравномерность не превосходили бы допускаемого значения для выбранной конструкции. Глинистые породы различной степени литификации имеют свои специфические особенности, которые необходимо учитывать при проектировании основания. Уплотненные глинистые породы (средних и высокой степеней литификаций) обычно обладают выраженной микро- и макротрещиноватостью, но в отличие от скальных и трещиноватых пород развитие деформаций в таком основании будет происходить из-за наличия как трещин, так и непосредственно блоков пород. Глинистые породы малой степени литификации могут деформироваться в основании как одно-, двух- или трехфазная среда. Первый случай обычно возможен для пород с малой степенью водонасыщения (менее 0,6), второй — для водонасыщенных пород, третий — при наличии в породе газонасыщенной жидкости.

Наиболее сложны для изучения в практическом отношении основания, представляющие собой переслаивание пород, неоднородных по физическому состоянию, свойствам, особенностям их строения.

Основными критериями при оценке устойчивости сооружений служат абсолютная величина деформаций пород основания и неравномерность их развития, которые не должны превосходить



*Рис. 15. Схемы определения зоны основания сооружения:*  
*а — по соотношению напряжений  $\sigma_z$  и структурной прочности пород на сжатие  $\sigma_{ct}$ ;*  
*б — зависимость размеров зоны оснований от величины  $\sigma_{ct}$  ( $\sigma_{ct_1} > \sigma_{ct_2} > \sigma_{ct_3}$ )*

допускаемых значений для проектируемой конструкции. В случае превышения таких норм требуется применение других типов фундаментов либо приспособление конструкции сооружения к большим деформациям. Практически любое естественное основание неоднородно, что определяется рядом факторов; 1) значительной изменчивостью свойств пород по глубине и площади; 2) различием в величине напряжений; 3) влиянием соседних сооружений.

Поскольку в основании значительная часть деформаций обусловлена действием нормальных напряжений  $\sigma_z$ , то размер зоны основания сооружения определяется исходя из соотношения величины действующих напряжений  $\sigma_z$  и структурной прочности пород на сжатие ( $\sigma_{ct}$ ), превышение которой приводит к развитию деформаций [1, 12, 33]. Причем для нетрещиноватых пород  $\sigma_{ct}$  определяет начало разрушения структурных связей, для трещиноватых — прочность породы в контактной зоне между отдельными блоками, которая будет зависеть либо от типа заполнителя, либо от характеристик трения и зацепления по трещине ( $\sigma_{ct}^t$ ). Следовательно, границей зоны основания сооружения является совокупность точек в толще пород, в каждой из которых выполняется условие:

$$\sigma_z = \sigma_{ct} \text{ (для нетрещиноватых пород);} \quad (116)$$

$$\sigma_z = \sigma_{ct}^t \text{ (для трещиноватых пород).} \quad (117)$$

При  $\sigma_z > \sigma_{ct}$  отмечается развитие деформаций сжатия в зоне основания сооружения, при  $\sigma_z \leqslant \sigma_{ct}$  или  $\sigma_z \leqslant \sigma_{ct}^t$  — только упругих деформаций (рис. 15, а). Таким образом, чем прочнее порода, тем меньше будет при прочих равных условиях (одном и том же давлении, типе фундаментов, единой технологии строительства и эксплуатации) зона основания сооружения (см. рис. 15, б).

Данный критерий оценки зоны основания сооружения определяет лишь изменение напряженного состояния пород в результате давления от сооружения. Вместе с тем влияние сооружения на породы основания имеет более сложный характер, что необходимо учитывать в процессе изысканий, проектирования и эксплуатации. Так, например, для большинства промышленных сооружений характерен «мокрый» технологический режим в про-

цессе эксплуатации, связанный с большим водопотреблением и соответственно существенными утечками, часто агрессивными по отношению к породам основания. В процессе длительной эксплуатации сооружений вследствие наличия промышленных стоков происходят подъем уровня грунтовых вод (подтопление) и изменение их химического состава. Особенно активно подтопление происходит в трещиноватых толщах, в том числе и глинистых породах, а также в песчаных отложениях. Значительно медленнее этот процесс развивается в глинистых породах при отсутствии трещиноватости. Подъем уровня грунтовых вод вызывает появление гидростатических сил, в результате действия которых меняется первоначальное напряженное состояние пород, значительно уменьшаются эффективные напряжения и увеличивается поровое давление. Взаимодействие промышленных стоков с глинистыми породами может вызвать набухание пород основания при условии, что действующие напряжения  $\sigma_z$  меньше по величине, чем давление набухания  $\sigma_n$ . Такое взаимодействие также способствует изменению прочности пород, зачастую приводя к ее снижению из-за протекающих физико-химических процессов между породой и фильтрующими в основании стоками.

Уменьшение прочности пород влечет за собой расширение зоны основания сооружения и рост дополнительных деформаций уже на стадии эксплуатации.

Следует также отметить, что изменение напряженного состояния глинистых пород в основании может происходить в результате смены температурного режима в процессе эксплуатации сооружения.

Таким образом, только комплексная оценка позволит провести достоверный количественный прогноз прочности, устойчивости и деформируемости пород основания сооружения в период его строительства и эксплуатации.

Сложная картина напряженного состояния возникает и при его оценке в основании гидротехнических сооружений. Так, например, в основании плотин следует оценивать не только напряжения от их веса и давления воды, но и от фильтрационных сил, которые возникают при движении грунтового потока под плотиной за счет разности напоров в верхнем и нижнем бьефах. Эти силы оказывают взвешивающее действие на плотину, уменьшая тем самым ее сопротивление сдвигающим усилиям, а также способствуют развитию различных процессов в основании, обусловленных действием гидродинамического давления (супфозия, фильтрационный выпор, вынос заполнителя трещин и т. д.).

Однако в практике инженерных расчетов оснований сооружений, прежде всего необходимо оценивать те напряжения, которые возникают под действием веса сооружения, воздвигнутого на различных типах фундаментов. Как уже указывалось в гл. 2, в зависимости от отношения ширины фундамента к его длине следует рассматривать объемную (пространственную) либо плос-

кую задачи распределения напряжений. Характер распределения напряжений в этих задачах может существенно различаться. Знание интенсивности распределения напряжений в пределах зоны основания сооружения позволяет специалисту в области инженерной геологии и гидрогеологии назначать глубину скважин, их размещение, устанавливать места отбора проб. Исследование поведения пород в конкретном напряженном состоянии дает возможность прогнозировать изменения их прочности и деформируемости с наибольшей степенью приближения к реальным условиям. Оценка напряжений в толще пород позволяет решать задачи прочности, устойчивости пород, определения их деформаций, и прежде всего осадок сооружений.

В настоящее время расчет распределения напряжений проводится на основе рассмотрения горных пород как линейно-деформируемой сплошной однородной и изотропной среды при отсутствии в ней областей пластических деформаций.

## § 2. РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЙ В ОСНОВАНИИ СООРУЖЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ (ОБЪЕМНОЙ) ЗАДАЧИ

**Распределение напряжений под действием сосредоточенной силы.** Основной задачей, на которой базируются решения распределения напряжений в толще пород под действием различного вида внешней нагрузки, является задача Ж. Буссинеска (расчет напряжений под действием вертикальной сосредоточенной силы, приложенной к поверхности среды), решенная им в 1885 г. в предположении невесомости, однородности и изотропности среды и линейной связи между возникающими напряжениями и деформациями.

Для нахождения составляющих напряжений ( $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{zy}$ ) от заданной внешней сосредоточенной силы  $P$  рассмотрим некоторую точку  $M$  на глубине  $z$  от поверхности горной породы. Положение точки  $M$  определяется в полярной системе координат с помощью радиуса  $R$  и угла  $\beta$  между направлением действия силы и радиусом (рис. 16, а). Величина перемещения точки  $M$  в направлении радиуса  $R$  зависит от его длины и значения угла  $\beta$ . Очевидно, чем больше  $R$  и  $\beta$  (или меньше  $\cos \beta$ ), тем меньше перемещение точки  $M$ . Поэтому перемещение  $S$  точки  $M$  по направлению радиуса  $R$  можно принять

$$S = \frac{A \cos \beta}{R}, \quad (118)$$

где  $A$  — коэффициент пропорциональности. Приведенная зависимость удовлетворяет поставленным условиям. Для точки  $M_1$ , отстоящей от точки  $M$  в направлении радиуса  $R$  на расстоянии  $dR$ , перемещение  $S_1$  составит

$$S_1 = \frac{A \cos \beta}{R + dR}.$$

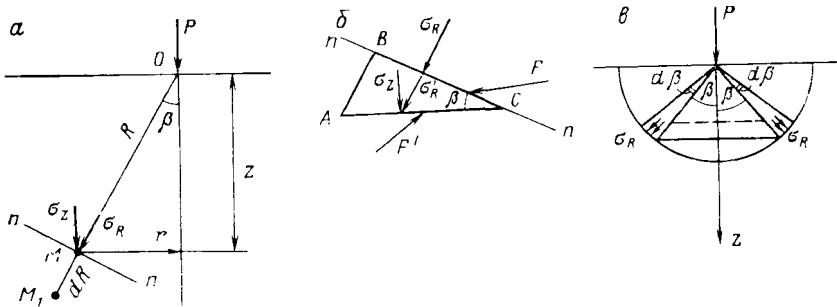


Рис. 16. Схема расчета напряжений при действии вертикальной сосредоточенной силы:  
 а — для радиальных напряжений  $\sigma_R$ ; б — для нормальных напряжений  $\sigma_z$ ; в — распределение напряжений в полушаровом сечении

Относительная деформация отрезка  $dR$

$$\begin{aligned}\epsilon_R &= \frac{S - S_1}{dR} = \frac{1}{dR} \left( \frac{A \cos \beta}{R} - \frac{A \cos \beta}{R + dR} \right) = \\ &= \frac{A \cos \beta}{dR} \frac{dR}{R(R + dR)} = \frac{A \cos \beta}{R^2 + RdR}.\end{aligned}$$

Так как из-за малости  $dR$  величина  $R^2$  значительно больше произведения  $RdR$ , последним можно пренебречь, тогда

$$\epsilon_R = \frac{A \cos \beta}{R^2}. \quad (120)$$

Поведение линейно-деформируемых тел подчиняется закону Гука, поэтому величина напряжения, действующего в направлении радиуса  $R$ ,

$$\sigma_R = \epsilon_R B, \quad (121)$$

где  $B$  — коэффициент пропорциональности. Подставляя значение  $\epsilon_R$  в выражение (121), получим

$$\sigma_R = \frac{AB \cos \beta}{R^2}. \quad (122)$$

Для определения величины напряжения  $\sigma_R$  проведем полушаровое сечение с центром в точке приложения сосредоточенной силы. По всей поверхности полушара будут приложены сжимающие напряжения, величина которых определяется выражением (122). В полушаровом сечении выделим шаровой пояс с центральным углом  $d\beta$  (см. рис. 16, в). Интенсивность распределения напряжений по этому поясу можно считать постоянной, как и для всякой элементарной площадки, и равной  $\sigma_R$ .

Поскольку выделенный объем находится в равновесии с силой  $P$ , то выполняется следующее условие: сумма проекций всех

внутренних усилий, в том числе и радиальных напряжений, возникающих в среде от действия силы  $P$  на ось  $z$ , равна внешней силе  $P$ , т. е.

$$P - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_R \cos \beta dF = 0, \quad (123)$$

где  $dF$  — поверхность элементарного шарового пояса с углом  $d\beta$ ,

$$dF = 2\pi(R \sin \beta)(R d\beta).$$

Подставив выражения для  $\sigma_R$  в уравнение (121) и  $dF = \pi R^2 \sin \beta d\beta$  в (123), получим

$$P - 2\pi AB \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \beta \sin \beta d\beta = 0$$

или

$$P - 2\pi AB \left| -\frac{\cos^3 \beta}{3} \right|_0^{\frac{\pi}{2}} = 0,$$

откуда  $P = 2\pi AB/3$  и, следовательно,

$$AB = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi}. \quad (124)$$

Подставив полученное значение величины  $AB$  в формулу (122), получим

$$\sigma_R = \frac{3P \cos \beta}{2\pi R^2}. \quad (125)$$

Как упоминалось выше,  $\sigma_R$  — напряжение, действующее в направлении радиуса  $R$ , т. е. на элементарной площадке, перпендикулярной к радиусу  $R$  и имеющей размер  $F$ . Напомним, что задача состоит в отыскании составляющих напряжения, действующих на горизонтальную и вертикальную площадки. На горизонтальную площадку  $F'$  действует напряжение  $\sigma'_R$ , которое находится из соотношения  $\sigma_R F_R = \sigma' F'$ . Из треугольника ABC (см. рис. 16, б) видно, что  $F/F' = \cos \beta$ . Тогда

$$\sigma'_R = \sigma_R \cos \beta$$

или

$$\sigma'_R = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi R^2} \cos^2 \beta. \quad (126)$$

Нормальная составляющая напряжений при проектировании  $\sigma'_R$  на вертикаль к площадке  $F'$  будет

$$\sigma_z = \sigma'_R \cos \beta = \sigma_R \cos^2 \beta = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi R^2} \cos^3 \beta. \quad (127)$$

Учитывая, что  $\cos \beta = z/R$ , получим

$$\sigma_z = \frac{3}{2} \frac{Pz^3}{\pi R^5}. \quad (128)$$

Подставим в формулу (128) значение  $R$ , равное  $\sqrt{r^2+z^2}$ , тогда

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2} \cdot \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}. \quad (129)$$

Приняв

$$K = \frac{3}{2\pi \left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}, \quad (130)$$

получим

$$\sigma_z = K \frac{P}{z^2}. \quad (131)$$

Формула (131), определяющая величину сжимающих напряжений  $\sigma_z$  в горизонтальных площадках, имеет наибольшее практическое приложение, так как под действием этих напряжений происходит уплотнение породы.

Коэффициент  $K$  зависит только от координат точки, в которой отыскивается напряжение  $\sigma_z$ . Его значения в зависимости от относительных координат точки  $r/z$  приведены в табл. 4.

Рассуждая аналогичным образом и принимая во внимание соотношения  $\tau_{zy} = \sigma_R \sin \beta$ ;  $\sin \beta = y/R$ , можно получить,

$$\tau_{zy} = \sigma_R \sin \beta \cos \beta = \frac{3P \cos^3 \beta}{2\pi R^2} \sin \beta = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi} \frac{yz^3}{R^5}. \quad (132)$$

Точно так же можно получить выражение для

$$\tau_{zx} = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi} \frac{xz^2}{R^5}. \quad (133)$$

Следует отметить, что выражения для напряжений в горизонтальной площадке (131)–(133) не зависят от деформационных характеристик среды (модуля упругости или деформации и коэффициента Пуассона) и могут быть использованы для любых однородных горных пород.

Таблица 4

$r/z$	$K$	$r/z$	$K$	$r/z$	$K$	$r/z$	$K$
0,00	0,4775	0,56	0,2414	1,12	0,0626	1,68	0,0167
0,02	0,4770	0,58	0,2313	1,14	0,0595	1,70	0,0160
0,04	0,4756	0,60	0,2214	1,16	0,0567	1,72	0,0153
0,06	0,4732	0,62	0,2117	1,18	0,0539	1,74	0,0147
0,08	0,4699	0,64	0,2024	1,20	0,0513	1,76	0,0141
0,10	0,4657	0,66	0,1934	1,22	0,0489	1,78	0,0135
0,12	0,4607	0,68	0,1846	1,24	0,0466	1,80	0,0129
0,14	0,4548	0,70	0,1762	1,26	0,0443	1,82	0,0124
0,16	0,4482	0,72	0,1681	1,28	0,0422	1,84	0,0119
0,18	0,4409	0,74	0,1603	1,30	0,0402	1,86	0,0114
0,20	0,4329	0,76	0,1527	1,32	0,0384	1,88	0,0109
0,22	0,4242	0,78	0,1455	1,34	0,0365	1,90	0,0105
0,24	0,4151	0,80	0,1386	1,36	0,0348	1,92	0,0101
0,26	0,4054	0,82	0,1320	1,38	0,0322	1,94	0,0097
0,28	0,3954	0,84	0,1257	1,40	0,0317	1,96	0,0093
0,30	0,3849	0,86	0,1196	1,42	0,0302	1,98	0,0089
0,32	0,3742	0,88	0,1138	1,44	0,0288	2,00	0,0085
0,34	0,3632	0,90	0,1083	1,46	0,0275	2,10	0,0070
0,36	0,3521	0,92	0,1031	1,48	0,0263	2,20	0,0058
0,38	0,3408	0,94	0,0981	1,50	0,0251	2,30	0,0048
0,40	0,3294	0,96	0,0933	1,52	0,0240	2,40	0,0040
0,42	0,3181	0,98	0,0887	1,54	0,0229	2,50	0,0034
0,44	0,3068	1,00	0,0844	1,56	0,0219	2,60	0,0029
0,46	0,2955	1,02	0,0803	1,58	0,0209	2,70	0,0024
0,48	0,2843	1,04	0,0764	1,60	0,0200	2,80	0,0021
0,50	0,2733	1,06	0,0727	1,62	0,0192	2,90	0,0017
0,52	0,2625	1,08	0,0691	1,64	0,0183	3,00	0,0016
0,54	0,2518	1,10	0,0658	1,66	0,0175	3,50	0,0007

Величины составляющих напряжений для вертикальных площадок  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{xy}$  определяются не только величиной внешней силы и координатами точки  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , но и коэффициентом Пуассона  $\mu$ :

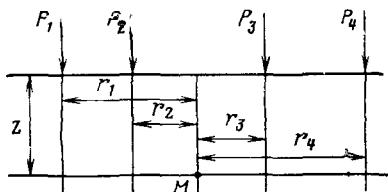
$$\sigma_y = \frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{y^2 z}{R^6} + \frac{1-2\mu}{3} \left[ \frac{1}{R(R+z)} - \frac{(2R+z)y^2}{(R+z)^2 R^3} - \frac{z}{R^3} \right] \right\}; \quad (134)$$

$$\sigma_x = \frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{x^2 z}{R^6} + \frac{1-2\mu}{3} \left[ \frac{1}{R(R+z)} - \frac{(2R+z)x^2}{(R+z)^2 R^3} - \frac{z}{R^3} \right] \right\}; \quad (135)$$

$$\tau_{xy} = \frac{3P}{2\pi} \left[ \frac{xyz}{R^6} - \frac{1-2\mu}{3} \frac{(2R+z)xy}{(R+z)^2 R^3} \right]. \quad (136)$$

Все составляющие напряжений по мере приближения к точке приложения сосредоточенной силы возрастают, стремясь к бесконечно большой величине при  $R \rightarrow 0$ . В действительности при действии определенного напряжения начинается их перераспределение, приводящее к тому, что напряжения вблизи точки приложения силы имеют конечную величину. Тем не менее при расчете напряжений рассматривается область, удаленная на неко-

Рис. 17. Схема для расчета напряжений от действия нескольких сосредоточенных сил



торое расстояние (около 0,3—0,5 м) от точки приложения силы.

В заключение приведем зависимости, позволяющие вычислить перемещения, параллельные осям  $z(w)$ ,  $y(v)$ ,  $x(u)$ :

$$w = \frac{P(1+\mu)}{2\pi E} \left[ \frac{z^2}{R^3} + 2(1-\mu) \frac{1}{R} \right]; \quad (137)$$

$$v = \frac{P(1+\mu)}{2\pi E} \left[ \frac{yz}{R^3} - (1-2\mu) \frac{y}{R(R+z)} \right]. \quad (138)$$

$$u = \frac{P(1+\mu)}{2\pi E} \left[ \frac{xz}{R^3} - (1-2\mu) \frac{x}{R(R+z)} \right]. \quad (139)$$

Имея выражения для составляющих напряжений, можно производить расчеты напряжений в различных точках основания от действия нескольких сосредоточенных сил методом суммирования напряжений. Так, например, к поверхности толщи пород приложено несколько сосредоточенных сил  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ . Требуется найти величину напряжений в точке  $M$ , находящейся на глубине  $z$ , от действия этих четырех сил (рис. 17). Величина напряжений  $\sigma_z$  в точке  $M$ , отстоящей от линии действия силы  $P_1$  на расстоянии  $r_1$ , определится по формуле

$$\sigma_z^{P_1} = K_1 \frac{P_1}{z^2},$$

где  $K_1 = f(r_1/z)$ . Значение  $K_1$  может быть определено по табл. 4. Аналогично могут быть найдены напряжения от действия сил  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ , которые будут равны соответственно  $\sigma_z^{P_2} = K_2 \frac{P_2}{z^2}$ ;

$\sigma_z^{P_3} = K_3 \frac{P_3}{z^2}$  и  $\sigma_z^{P_4} = K_4 \frac{P_4}{z^2}$ , и при одновременном действии сосредоточенных сил  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$  величина напряжений определится суммой

$$\begin{aligned} \sigma_z = & \sigma_z^{P_1} + \sigma_z^{P_2} + \sigma_z^{P_3} + \sigma_z^{P_4} = K_1 \frac{P_1}{z^2} + K_2 \frac{P_2}{z^2} + K_3 \frac{P_3}{z^2} + \\ & + K_4 \frac{P_4}{z^2} = \frac{1}{z^2} (K_1 P_1 + K_2 P_2 + K_3 P_3 + K_4 P_4). \end{aligned} \quad (140)$$

Если значения всех сосредоточенных сил равны между собой:  $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P$ , то в точке  $M$

$$\sigma_z = \frac{P}{z^2} (K_1 + K_2 + K_3 + K_4). \quad (141)$$

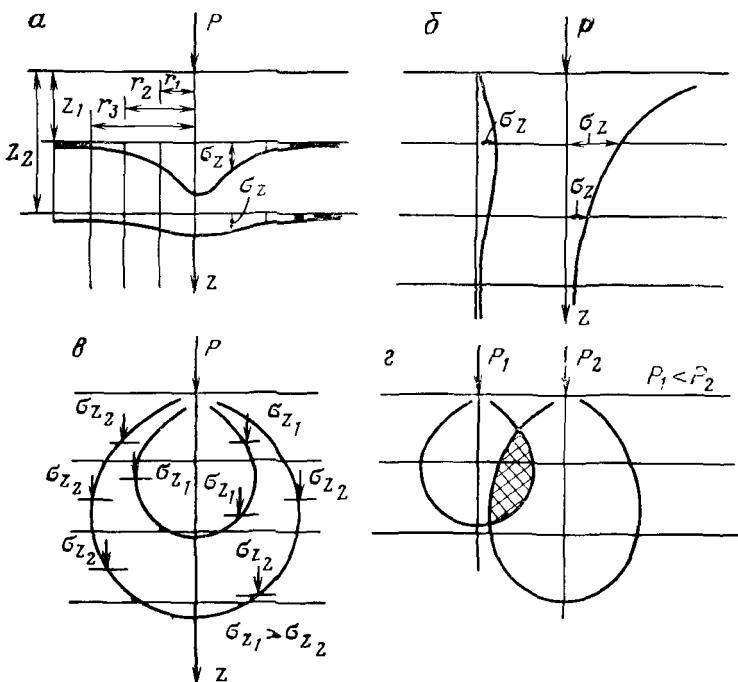


Рис. 18. Графические способы изображения распределения напряжений в толще пород:

*а* — эпюра по горизонтальным сечениям; *б* — то же по вертикальным; *в* — изобары напряженний  $\sigma_z$ ; *г* — взаимодействие двух сосредоточенных сил (заштрихована зона суммарных напряжений)

Для расчета напряжений в толще пород под действием нескольких сосредоточенных сил можно пользоваться методом линий влияния.

Характер распределения напряжений в толще пород обычно показывается с помощью эпюр и изобар. Эпюры представляют собой графическое изображение интенсивности распределения напряжений по горизонтальному или вертикальному сечению (рис. 18,*а*,*б*). Эпюры напряжений по горизонтальным сечениям дают возможность сделать вывод о концентрации напряжений вблизи линии действия приложенной сосредоточенной силы, с глубиной происходит существенное уменьшение напряжений. Распределения напряжений по вертикальному сечению показывают, что при действии вертикальной сосредоточенной силы напряжения по глубине резко затухают. В механике горных пород принято считать, что напряжения на дневной поверхности за линией действия силы равны нулю. Следовательно, эпюра распределения напряжений по вертикальному сечению начинается от нулевой точки. Для построения эпюр необходимо определить

масштаб напряжений, выбор которого зависит от конкретных решаемых задач.

Эпюру напряжений иногда называют *линией влияния*.

Изобары представляют собой линии равных напряжений (см. рис. 18,*в*). По изобарам напряжений  $\sigma_x$  можно судить о размере зон оснований сооружений и наглядно оценить влияние соседних сооружений на напряженное состояние толщи основания (см. рис. 18,*г*). Следует отметить, что сосредоточенных сил в природе не существует. С определенной условностью можно принять, что колесо груженого транспорта представляет собой силу, приложенную в точке, однако, и в этом случае нагрузка передается через некоторую конкретную площадь, которая легко определяется. Практическое применение задачи Ж. Буссинеска реализуется в использовании ее решений для определения напряжений в пространственной (объемной) и плоской задачах при рассмотрении конкретных сооружений.

**Распределение напряжений под действием загруженного фундамента.** Рассмотрим, как распределяются напряжения под гибким фундаментом с отношением сторон, меньшим, равным трем и более, если по площади этого фундамента действует равномерно распределенная нагрузка. Для решения этого вопроса применительно к линейно-деформируемой среде используются зависимости, полученные для сосредоточенной вертикальной силы. С этой целью загруженную площадку разбивают на элементарные прямоугольники и заменяют равномерно распределенную нагрузку, приложенную к каждому из таких прямоугольников, на сосредоточенную силу, действующую в их центрах. Составляющие напряжения в точках основания равны сумме напряжений, возникающих от действия каждой из сосредоточенных сил. Суммирование можно заменить интегрированием по всей площадке, уменьшив размеры элементарных прямоугольников до бесконечно малой величины.

Рассматриваемая задача была решена В. Г. Короткиным, который использовал для этого полученную Б. Г. Галеркиным для задачи Буссинеска функцию напряжений.

Выражения для компонентов напряжений имеют сложный вид, и поэтому применение их в практических целях затруднено.

Для точек, расположенных на вертикали, которая проходит через центр загруженной площадки ( $x=y=0$ ), эти выражения значительно упрощаются. Вертикальная нормальная составляющая напряжений определяется по формуле

$$\sigma_z = \frac{2p}{\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{lb}{2z\sqrt{l^2 + b^2 + 4z^2}} + \right. \\ \left. + \frac{2blz(l^2 + b^2 + 8z^2)}{(l^2 + 4z^2)(b^2 + 4z^2)\sqrt{l^2 + b^2 + 4z^2}} \right], \quad (142)$$

где  $p$  — равномерно-распределенная нагрузка,  $b$  и  $l$  соответственно ширина и длина фундамента.

Если точки, в которых оценивается напряженное состояние основания, лежат на вертикали, проходящей через угол площадки, т. е.  $x = \pm l/2$ ,  $y = \pm b/2$ , то выражения для составляющих напряжений записываются следующим образом:

$$\sigma_z = \frac{p}{2\pi} \left[ \frac{l b z (b^2 + l^2 + 2z^2)}{(l^2 + z^2)(b^2 + z^2) \sqrt{l^2 + b^2 + z^2}} + \operatorname{arctg} \frac{l b}{z \sqrt{l^2 + b^2 + z^2}} \right]. \quad (143)$$

Составляющие напряжений  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  и  $\tau_{xy}$  не зависят от свойств породы, что было характерно для тех же составляющих от со средоточенной силы. Это естественно, так как рассматриваемое решение получено исходя из решения задачи Буссинеска. Кроме того, для квадратного фундамента ( $l=b$ ) нормальные составляющие на вертикальных площадках  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  и касательные составляющие  $\tau_{xz}$  и  $\tau_{xy}$  попарно равны, т. е.  $\sigma_x = \sigma_y$  и  $\tau_{xz} = \tau_{xy}$ .

В то же время нормальные горизонтальные составляющие напряжения  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ , а также касательная составляющая  $\tau_{xy}$  зависят от коэффициента поперечного расширения  $\mu$ .

Чем меньше деформируема порода и меньше значение  $\mu$ , тем больше величина упомянутых компонентов напряжений.

Введем обозначения  $m = l/b$ ;  $n = z/b$  (где  $m$  — относительная длина,  $n$  — относительная глубина). Подставив их значения в выражения (142) — (143), заменив при этом  $z$  на  $bn$  или  $nl/m$ , получим следующие зависимости соответственно для вертикалей, проходящих через центр и угол площадки:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{2p}{\pi} \left[ \frac{2mn}{\sqrt{1+m^2+4n^2}} \frac{1+m^2+8n^2}{(1+m^2+4n^2)4n^2+m^2} + \right. \\ &\quad \left. + \arcsin \frac{m}{\sqrt{(m^2+4n^2)(1+4n^2)}} \right]; \end{aligned} \quad (144)$$

$$\sigma_z = \frac{p}{2\pi} \left[ \frac{mn(m^2+2n^2+1)}{(m^2+n^2)(n^2+1)\sqrt{m^2+n^2+1}} + \operatorname{arctg} \frac{m}{n\sqrt{m^2+n^2+1}} \right]. \quad (145)$$

Таким образом, составляющие напряжения в любой точке основания прямо пропорциональны интенсивности внешней нагрузки и определяются относительным размером фундамента и относительной глубиной расположения точки, в которой рассчитываются напряжения. Это означает, что при приложении одинаковой равномерно распределенной нагрузки к разным по площади гибким фундаментам напряжения в точках, размещенных на одинаково расположенных относительно центра загруженной площади вертикалях, равны, если равны относительные размеры фундамента и относительные глубины расположения этих точек (рис. 19, а).

В табл. 5 приведены значения нормальных вертикальных составляющих напряжений по угловой вертикали ( $\sigma_z$ , МПа) при различных  $m$  и  $n$  и внешнем давлении, равном 0,1 МПа. Как

Таблица 5

Относительная глубина $n$	Относительный размер фундамента, $m$				
	1,0	2,0	3,0	4,0	8,0
0,0	0,0250	0,0250	0,0250	0,0250	0,0250
0,2	0,0249	0,0249	0,0249	0,0249	0,0249
0,4	0,0240	0,0244	0,0244	0,0244	0,0244
0,6	0,0223	0,0233	0,0234	0,0234	0,0234
0,8	0,0200	0,0218	0,0220	0,0220	0,0220
1,0	0,0175	0,0200	0,0203	0,0204	0,0205
1,2	0,0152	0,0182	0,0187	0,0188	0,0189
1,4	0,0131	0,0164	0,0171	0,0173	0,0174
1,6	0,0112	0,0148	0,0157	0,0159	0,0160
1,8	0,0100	0,0133	0,0143	0,0146	0,0148
2,0	0,0082	0,0120	0,0131	0,0135	0,0137
3,0	0,0045	0,0073	0,0087	0,0093	0,0098
4,0	0,0027	0,0047	0,0060	0,0067	0,0075
5,0	0,0018	0,0033	0,0044	0,0050	0,0060
7,0	0,0009	0,0018	0,0025	0,0031	0,0041
10,0	0,0005	0,0009	0,0013	0,0017	0,0026

следует из анализа табл. 5, с ростом  $m$  напряжения по глубине затухают менее интенсивно (см. рис. 19, б).

**Метод угловых точек.** Как уже указывалось, наиболее просто можно рассчитать напряжения в точках, которые лежат на вертикалях, проходящих через углы гибкого фундамента. В практической работе приходится определять напряжения в основании по любым вертикалям как под фундаментом, так и вне его. С этой целью используется простой прием, носящий название **метода угловых точек**. Идея этого метода состоит в том, что если загруженную площадку разбить на прямоугольники, то напряжения в точке, которая является общей для всех прямоуголь-

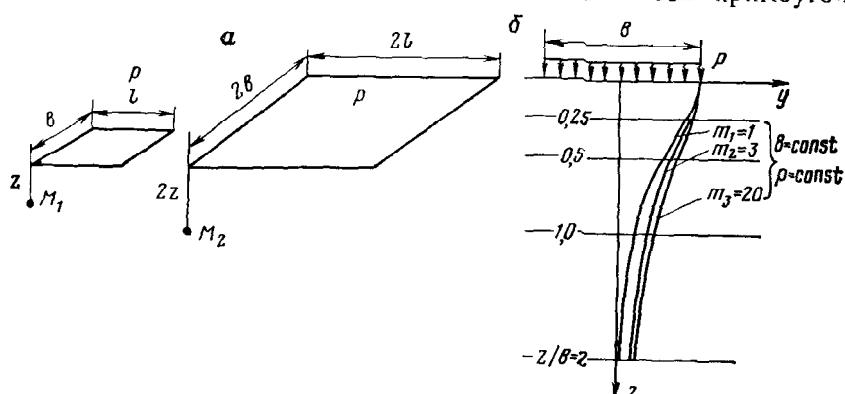


Рис. 19. Характер распределения напряжений  $\sigma_z$  под различными фундаментами:  
а — влияние относительных размеров фундаментов и относительной глубины расположения точки по угловой вертикали ( $\sigma_z|_{M_1} = \sigma_z|_{M_2}$ ); б — распределение напряжений по центральной вертикали под фундаментами одинаковой ширины, но разной длины

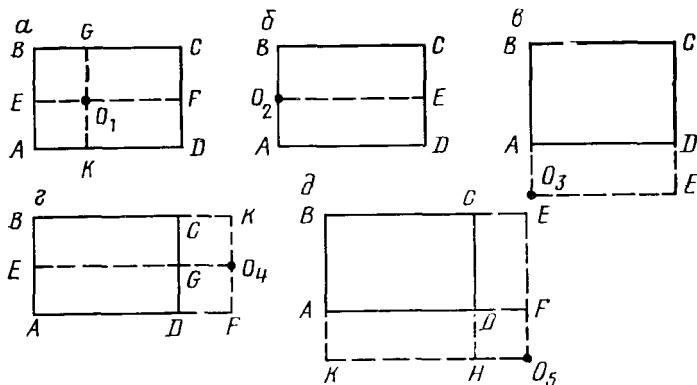


Рис. 20. Схема разделения прямоугольных фундаментов при расчете напряжений по методу угловых точек, находящихся:

*α* — внутри контура фундамента; *β* — на контуре фундамента; *γ*—*δ* — вне контура фундамента (*ε* — на продолжении короткой стороны; *ε* — на некотором расстоянии от короткой стороны, *δ* — на пересечении продолжений короткой и длинной сторон)

ников, равны сумме напряжений, возникающих в этой точке от действия каждого из загруженных прямоугольников. Исходя из этого, площадку, загруженную равномерно распределенной нагрузкой, разбивают на прямоугольники таким образом, чтобы точка, в которой рассчитываются напряжения, была угловой и общей для этих прямоугольников. Метод угловых точек пригоден для нахождения напряжений в любом сечении под подошвой сооружения.

При расчете напряжений под гибким фундаментом могут возникнуть следующие случаи:

1. Точка  $O_1$ , в которой требуется найти напряжения, лежит внутри загруженной площадки.

Через точку  $O_1$  проводятся взаимно перпендикулярные линии так, как это показано на рис. 20,*α*. Тем самым прямоугольник  $ABCD$  разбивается на четыре части. Затем находится напряжение, возникающее в точке  $O_1$  от действия нагрузки, равномерно распределенной по площади каждой из упомянутых частей. При этом значения напряжений берутся из табл. 5. Просуммировав полученные значения, получают величину напряжений от действия всех четырех выделенных прямоугольников

$$\sigma_z^{O_1} = \frac{p}{p_0} [\sigma_z(O_1EBG) + \sigma_z(O_1GCF) + \sigma_z(O_1FDK) + \sigma_z(O_1KAE)],$$

где  $p$  — действующее давление, равномерно распределенное по гибкой площадке;  $\sigma_z$  — напряжение от действия каждого из прямоугольников при давлении  $p_0$ , равном 0,1 МПа (см. табл. 5).

2. Точка  $O_2$ , в которой требуется найти напряжения, лежит на линии контура загруженной площадки.

Через точку  $O_2$  проводится линия, параллельная сторонам площадки (см. рис. 20,б). Общая величина напряжений равна сумме напряжений, возникающих от давления, которое равномерно распределено по прямоугольникам  $O_2BCE$  и  $O_2EDA$ :

$$\sigma_z^{O_2} = \frac{p}{p_0} [\sigma_z(O_2BCE) + \sigma_z(O_2EDA)].$$

3. Точка  $O_3$ , в которой требуется найти напряжения, лежит на продолжении линии контура фундамента.

Площадь загруженной площадки увеличивают так, чтобы точка  $O_3$  оказалась в вершине построенного прямоугольника (см. рис. 20,в). Напряжения в этой точке вычисляются как разность между напряжениями, возникающими от прямоугольника  $O_3BCE$  и от его незагруженной части  $O_3ADE$ , т. е.

$$\sigma_z^{O_3} = \frac{p}{p_0} [\sigma_z(O_3BCE) - \sigma_z(O_3ADE)].$$

4. Точка  $O_4$ , в которой требуется найти напряжения, лежит вне загруженной площадки напротив одной из ее сторон.

Контур загруженной площадки достраивают таким образом, чтобы точка  $O_4$  попала на одну из сторон построенного прямоугольника, а затем через нее параллельно соответствующим сторонам этого прямоугольника проводят линию  $O_4E$  (см. рис. 20,г). Тем самым точка  $O_4$  становится угловой точкой. Напряжение в ней равно сумме напряжений, получаемых вследствие загружения площадок  $O_4EBK$  и  $O_4EAF$ . Однако поскольку к площадкам  $O_4GCK$  и  $O_4GDF$  нагрузка не приложена, то из упомянутой суммы следует вычесть напряжения, которые получены за счет площадок  $O_4GCK$  и  $O_4GDF$ . Тогда общее напряжение составит

$$\sigma_z^{O_4} = \frac{p}{p_0} [\sigma_z(O_4EBK) + \sigma_z(O_4EAF) - \sigma_z(O_4GCK) - \sigma_z(O_4GDF)].$$

5. Точка  $O_5$ , в которой требуется найти напряжения, лежит вне площадки напротив одного из ее углов.

Проводя соответствующие построения (см. рис. 20,д) и рассуждая аналогично тому, как это сделано ранее, получим выражение для подсчета напряжения в точке  $O_5$

$$\sigma_z^{O_5} = \frac{p}{p_0} [\sigma_z(O_5KBE) - \sigma_z(O_5KAF) - \sigma_z(O_5HCE) + \sigma_z(O_5HDF)].$$

Величина  $\sigma_z(O_5HDF)$  берется со знаком плюс, так как прямоугольник  $O_5HDF$  входит в прямоугольники  $O_5KAF$  и  $O_5HCE$ .

### § 3. РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЙ В ОСНОВАНИИ СООРУЖЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ

**Действие давления, распределенного по бесконечной прямой.** Для определения напряжений в основании ленточных фундаментов, плит большой протяженности, земляных сооружений (насы-

Рис. 21. Схема для расчета напряжений от действия нагрузки, равномерно распределенной по бесконечной прямой

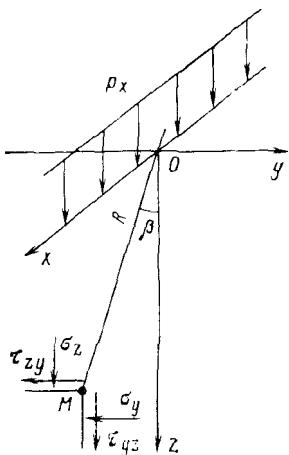
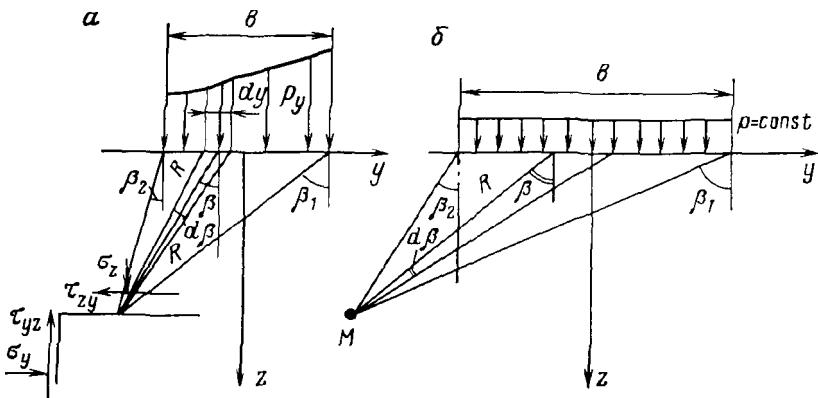


Рис. 22. Схемы для расчета напряжений от действия нагрузки, распределенной по гибкой полосе:

*a* — при произвольном характере распределения нагрузки; *b* — при действии постоянной нагрузки в пределах ширины полосы



пей, дамб, плотин) используется задача о распределении напряжений от внешней вертикальной нагрузки, равномерно распределенной по бесконечной прямой. Эта задача была решена Фламаном в 1892 г. Несколько позже (в 1933 г.) Н. М. Герсеванов решил ее для сплошной однородной и линейно-деформируемой среды, рассматривая нагрузку, распределенную по бесконечной прямой в виде суммы сосредоточенных сил. Используя задачу Буссинеска и решив систему дифференциальных уравнений равновесия для плоской задачи (97) методом характеристик Коши с определением функций напряжений по заданным граничным условиям, он получил выражения для  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{zy}$ .

Зависимости для составляющих напряжений по Н. М. Герсеванову (рис. 21) можно представить в виде

$$\sigma_z = \frac{2p_x}{\pi} \frac{\cos^3 \beta}{R}; \quad (146)$$

$$\sigma_y = \frac{2p_x}{\pi} \frac{\sin^2 \beta \cos \beta}{R}; \quad (147)$$

$$\tau_{zy} = \frac{2p_x}{\pi} \frac{\sin \beta \cos^2 \beta}{R}. \quad (148)$$

Подставив в уравнения (146)–(148) значения  $\cos \beta = z/r$  и  $\sin \beta = y/R$ , получим

$$\sigma_z = \frac{2p_x}{\pi} \frac{z^3}{R^4}; \quad (149)$$

$$\sigma_y = \frac{2p_x}{\pi} \frac{y^2 z}{R^4}; \quad (150)$$

$$\tau_{zy} = \frac{2p_x}{\pi} \frac{yz^2}{R^4}. \quad (151)$$

Поскольку  $R = \sqrt{y^2 + z^2}$ , то

$$\sigma_z = \frac{2p_x}{\pi} \frac{z^2}{(y^2 + z^2)^2} = \frac{2p_x}{\pi} \frac{z^3}{z^4 \left(1 + \frac{y^2}{z^2}\right)^2} = \frac{p_x}{z} \left[ \frac{2}{\pi} - \frac{1}{\left(1 + \frac{y^2}{z^2}\right)^2} \right]. \quad (152)$$

Введем обозначение

$$K_{пл} = \frac{2}{\pi \left(1 + \frac{y^2}{z^2}\right)^2}, \quad (153)$$

тогда выражение (152) примет вид

$$\sigma_z = K_{пл} \frac{p_x}{z}. \quad (154)$$

Значения  $K_{пл}$  табулированы в зависимости от величины  $y/z$  и приведены в табл. 6.

Таблица 6

$y/z$	$K_{пл}$	$y/z$	$K_{пл}$	$y/z$	$K_{пл}$
0,0	0,638	0,9	0,191	1,8	0,036
0,1	0,630	1,0	0,151	1,9	0,031
0,2	0,590	1,1	0,129	2,0	0,027
0,3	0,532	1,2	0,105	2,5	0,011
0,4	0,470	1,3	0,088	3,0	0,006
0,5	0,402	1,4	0,069	4,0	0,002
0,6	0,340	1,5	0,060	5,0	0,0007
0,7	0,285	1,6	0,050		
0,8	0,236	1,7	0,042		

Аналогично

$$\sigma_y = K_{\text{пл}} \frac{p_x}{z^3} y^2; \quad (155)$$

$$\tau_{xy} = K_{\text{пл}} \frac{p_x}{z^2} y. \quad (156)$$

В отличие от объемной задачи горизонтальная составляющая напряжений  $\sigma_y$  в рассмотренном случае не зависит от коэффициента Пуассона и определяется только интенсивностью нагрузки  $p_x$ , равномерно распределенной по прямой, и координатами точки, в которой рассчитывается напряжение. Кроме того, вертикальная составляющая напряжения в плоской задаче убывает по глубине медленнее, чем в объемной. Это объясняется влиянием действия внешних сил, расположенных по обе стороны от вертикали, в которой находится рассматриваемая точка, на величину напряжения в последней.

**Действие давления, равномерно распределенного по гибкому ленточному фундаменту.** Решение данной задачи рассмотрим для фундаментов, поставленных на дневной поверхности горной породы, без учета влияния заглубления фундамента на распределение напряжений в основании сооружений. Если внешняя нагрузка передается через гибкий фундамент, то подошва фундамента должна свободно следовать деформациям основания. Следовательно, гибкие фундаменты работают совместно с уплотняющимся основанием и в таком случае сжимающие напряжения на поверхности горных пород в точках непосредственного приложения нагрузки будут всегда равны интенсивности этой нагрузки.

Расчет напряжений под земляными сооружениями на песчано-глинистом основании следует вести также, как и для гибких фундаментов.

Для нахождения составляющих напряжений от нагрузки, равномерно распределенной по гибкой полосе шириной  $b$ , используется решение, полученное Н. М. Герсевановым для нагрузки, равномерно распределенной по бесконечной прямой.

Пусть нагрузка интенсивностью  $p_y$  произвольно распределена по ширине полосы (рис. 22,а). Разделим полосу на бесконечно узкие участки шириной  $dy$ . Тогда нагрузка, приходящаяся на такой участок, составит

$$dp_x = p_y dy. \quad (157)$$

Каждую из бесконечно узких загруженных полосок фундамента можно отождествить с нагрузкой, распределенной по бесконечной прямой.

Так как ширина бесконечно узкого участка

$$dy = \frac{R d\beta}{\cos \beta}, \quad (158)$$

то

$$dp_x = p_y \frac{R d\beta}{\cos \beta}. \quad (159)$$

Подставив полученное значение  $dp_x$  в формулу (146), получим выражение для нормальных составляющих напряжений, возникающих от нагрузки, равномерно распределенной по бесконечно узкой полосе:

$$d\sigma_z = \frac{2dp_x}{\pi} \frac{\cos^3 \beta}{R} = \frac{2p_y R d\beta}{\pi \cos \beta} \frac{\cos^3 \beta}{R} = \frac{2p_y}{\pi} \cos^2 \beta d\beta. \quad (160)$$

Чтобы найти величину нормальной составляющей напряжений от действия нагрузки, распределенной по ширине всей полосы, надо просуммировать значения  $d\sigma_z$  для всех выделенных бесконечно узких полосок или проинтегрировать выражение (160) в пределах полосы загружения от  $\beta_1$  до  $\beta_2$ :

$$\sigma_z = \frac{2}{\pi} \int_{\beta_2}^{\beta_1} p_y \cos^2 \beta d\beta. \quad (161)$$

Аналогично

$$\sigma_y = \frac{2}{\pi} \int_{\beta_2}^{\beta_1} p_y \sin^2 \beta d\beta; \quad (162)$$

$$\tau_{zy} = \frac{2}{\pi} \int_{\beta_2}^{\beta_1} p_y \sin \beta \cos \beta d\beta. \quad (163)$$

Если в пределах загружения действует **постоянная нагрузка**  $p_y = p = \text{const}$  (см. рис. 22,б), то в результате интегрирования получим

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \left[ \beta_1 + \frac{1}{2} \sin 2\beta_1 - (\pm \beta_2) - \frac{1}{2} \sin (\pm 2\beta_2) \right]; \quad (164)$$

$$\sigma_y = \frac{p}{\pi} \left[ \beta_1 - \frac{1}{2} \sin 2\beta_1 - (\pm \beta_2) + \frac{1}{2} \sin (\pm 2\beta_2) \right]; \quad (165)$$

$$\tau_{zy} = \frac{p}{2\pi} (\cos 2\beta_2 - \cos 2\beta_1). \quad (166)$$

Для точек, лежащих вне полосы загружения, угол  $\beta$  принимается положительным, а для точек, расположенных внутри этой полосы, — отрицательным.

Если выразить  $t$  через  $y/b$  и  $n$  через  $z/b$ , то в прямоугольной системе координат выражения (164) — (166) могут быть пред-

Таблица 7

Относительная глубина $n$	Сносительное горизонтальное расстояние																	
	0,00			0,25			0,50			0,75			1,00			1,50		
	$\sigma_z$	$\sigma_y$	$\tau_{zy}$	$\sigma_z$	$\sigma_y$	$\tau_{zy}$	$\sigma_z$	$\sigma_y$	$\tau_{zy}$	$\sigma_z$	$\sigma_y$	$\tau_{zy}$	$\sigma_z$	$\sigma_y$	$\tau_{zy}$	$\sigma_z$	$\sigma_y$	$\tau_{zy}$
0,00	0,100	0,100	0,000	0,100	0,100	0,000	0,050	0,050	0,032	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
0,25	0,096	0,045	0,000	0,090	0,039	0,013	0,050	0,035	0,032	0,002	0,017	0,005	0,000	0,007	0,000	0,001	0,001	
0,50	0,082	0,018	0,000	0,074	0,019	0,016	0,048	0,023	0,026	0,008	0,021	0,013	0,002	0,004	0,000	0,000	0,000	
0,75	0,067	0,008	0,000	0,061	0,010	0,013	0,045	0,014	0,020	0,015	0,022	0,016	0,004	0,007	0,002	0,002	0,002	
1,00	0,055	0,004	0,000	0,051	0,005	0,010	0,041	0,009	0,016	0,019	0,015	0,016	0,007	0,014	0,010	0,010	0,010	
1,50	0,040	0,001	0,000	0,038	0,002	0,006	0,033	0,004	0,010	0,021	0,008	0,013	0,011	0,010	0,010	0,010	0,010	
2,00	0,031	—	0,000	0,031	—	0,083	0,028	0,002	0,006	0,020	0,005	0,010	0,014	0,007	0,010	0,010	0,010	
3,00	0,021	—	0,000	0,021	—	0,002	0,020	0,001	0,003	0,017	0,002	0,006	0,013	0,003	0,007	0,007	0,007	
4,00	0,016	—	0,000	0,016	—	0,001	0,015	—	0,002	0,014	0,001	0,003	0,012	0,002	0,005	0,005	0,005	
5,00	0,013	—	0,000	0,013	—	—	0,012	—	0,012	—	—	0,011	—	—	—	—	—	
6,00	0,011	—	0,000	0,010	—	0,010	—	—	0,010	—	—	0,010	—	—	—	—	—	

ставлены в виде

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{n}{m^2 + n^2 - \frac{1}{4}} - \frac{n \left( m^2 - n^2 - \frac{1}{4} \right)}{\left( m^2 - n^2 - \frac{1}{4} \right)^2 + 4m^2n^2} \right]; \quad (167)$$

$$\sigma_y = \frac{p}{\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{n}{m^2 + n^2 - \frac{1}{4}} + \frac{n \left( m^2 - n^2 - \frac{1}{4} \right)}{\left( m^2 - n^2 - \frac{1}{4} \right)^2 + 4m^2n^2} \right]; \quad (168)$$

$$\tau_{zy} = \frac{p}{\pi} \frac{2mn^2}{\left( m^2 - n^2 - \frac{1}{4} \right)^2 + 4m^2n^2}, \quad (169)$$

где  $m$  — относительное горизонтальное расстояние, а  $n$  — относительная глубина.

Из выражений (167)–(169) следует, что составляющие напряжений в плоской задаче не зависят от характеристик среды. Они прямо пропорциональны величине внешней нагрузки и определяются положением точки в породе, заданным относительными координатами  $m$  и  $n$ . В табл. 7 приведены значения напряжений  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{zy}$  (в МПа) от действия равномерно распределенного давления, равного 0,1 МПа в точках, расположенных внутри и вне полосы загружения.

Для определения напряжений от действия внешнего давления, отличающегося от 0,1 МПа, необходимо табличные значения напряжений для заданных координат умножить на величину, показывающую, во сколько раз данное давление больше или меньше 0,1 МПа.

Эпюры распределения нормальных составляющих напряжений  $\sigma_z$  по вертикальным (рис. 23, а) и горизонтальным (см.

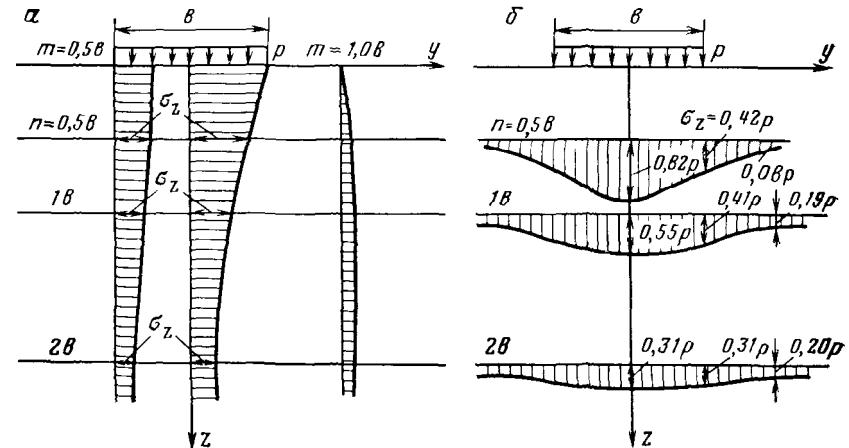


Рис. 23. Эпюры напряжений  $\sigma_z$  по вертикальным (а) и горизонтальным (б) сечениям при действии нагрузки, равномерно распределенной по гибкому ленточному фундаменту

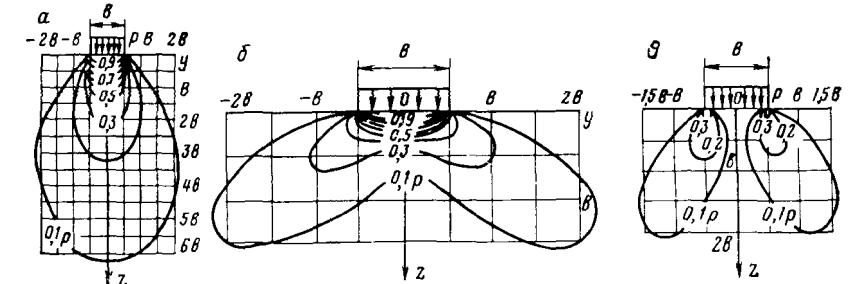


Рис. 24. Изобары напряжений  $\sigma_z$  (а),  $\sigma_y$  (б) и  $\tau_{zy}$  (в) от действия нагрузки, равномерно распределенной по гибкому ленточному фундаменту

Таблица 8

Относительная глубина $n$	Относительный размер фундамента $l/b$					
	1,0	3,0	5,0	10,0	20,0	$\infty$
0,25	0,0956	0,0956	0,0957	0,0959	0,0960	0,0960
0,50	0,0701	0,0814	0,0818	0,0819	0,0820	0,0820
1,00	0,0336	0,0626	0,0545	0,0548	0,0550	0,0550
2,00	0,0108	0,0241	0,0285	0,0303	0,0308	0,0310
5,0	0,0019	0,0053	0,0080	0,0108	0,0125	0,0130

рис. 23,б) сечениям показывают, что максимальные сжимающие напряжения действуют по оси симметрии полосовой нагрузки и уменьшаются как с глубиной, так и с увеличением расстояния от оси симметрии, которой является ось  $z$ .

Распределение составляющих напряжений  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{zy}$  в основании под гибким ленточным фундаментом характеризуется изобарами напряжений (рис. 24). Напряжения  $\sigma_z$  очень медленно убывают с глубиной и довольно быстро в стороны (см. рис. 24,а). Составляющие напряжения  $\sigma_y$  резко убывают по глубине и значительно медленнее в стороны от оси  $z$  (см. рис. 24,б). Касательные напряжения концентрируются под краями фундаментов. Под действием напряжений  $\tau_{zy}$  происходит выдавливание породы из под фундаментов (см. рис. 24,в).

Очертания изобар напряжений позволяют судить о размерах зон влияния сооружения ниже его подошвы в пределах полосы загружения и в стороны от нее.

Поскольку в зоне центральной вертикали касательные напряжения отсутствуют, то горизонтальные и вертикальные площадки, на которых действуют только напряжения  $\sigma_z$  и  $\sigma_y$ , будут являться главными и  $\sigma_z = \sigma_1$ ,  $\sigma_y = \sigma_2$ .

Как уже указывалось ранее, плоская задача распределения напряжений решается в том случае, когда отношение длины за-

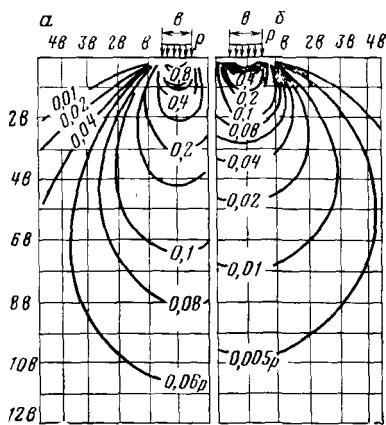


Рис. 25. Изобары напряжений  $\sigma_z$  при действии нагрузки, равномерно распределенной по гибкому ленточному (а) и квадратному (б) фундаментам (по Д. Леонарду)

груженной площадки  $l$  к ее ширине  $l/b > 3$ . Действительно, при возрастании величины  $l/b$  более трех разность в напряжениях составляет менее 20 %. В табл. 8 приведены величины напряжений  $\sigma_z$  (в МПа) для различных размеров фундамента при давлении 0,1 МПа (центральная вертикаль).

Распределение напряжений под фундаментами при  $m < 3$  существенно отличается от распределения напряжений в плоской задаче. Из табл. 8 следует, что напряжения под квадратным фундаментом затухают по глубине значительно более интенсивно, чем под ленточным. Это положение имеет практическое значение при обосновании глубины разведочных выработок в процессе инженерно-геологических исследований, назначений объемов работ. Соотношение размеров возможных зон оснований сооружений под квадратным и ленточным фундаментами может быть определено с помощью рис. 25. На относительной глубине, примерно равной 7,0, напряжения  $\sigma_z$  под квадратным фундаментом приблизительно в 10 раз меньше, чем под ленточным.

#### § 4. УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ЖЕСТКОСТИ ФУНДАМЕНТА ПРИ РАСЧЕТЕ НАПРЯЖЕНИЙ

Если фундамент сооружения обладает жесткостью, превосходящей жесткость пород основания, то такой фундамент можно считать относительно недеформирующимся по сравнению с породой. М. И. Горбунов-Посадов предложил оценивать сравнительную жесткость фундамента ( $\Gamma$ ) следующим выражением:

$$\Gamma = \frac{\pi E_0 b (1 - \mu^2) l_1^3}{4E(1 - \mu_0^2) I} \approx 10 \frac{E_0}{E} \frac{l_1^3}{h_1^3}, \quad (170)$$

где  $E_0$ ,  $\mu_0$  — модуль деформации и коэффициент поперечного расширения породы основания;  $E$ ,  $\mu$  — модуль упругости и коэффициент Пуассона материала фундамента;  $l_1$  — полудлина фундамента;  $h_1$  — высота (толщина) фундамента;  $I$  — момент инерции сечения полосы, равный  $b h_1^3 / 12$ .

При  $\Gamma < 1$  фундамент может считаться абсолютно жестким, при  $1 \leq \Gamma \leq 10$  полоса рассчитывается как имеющая конечную жесткость.

Конструкция жестких фундаментов предполагает, что последние работают только на сжатие. При этом поверхность породы

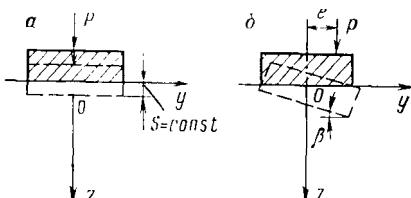


Рис. 26. Схемы перемещения жесткого ленточного фундамента при действии нагрузок, приложенных в центре (а), и с эксцентрикитетом (б)

при деформации под фундаментом может быть только плоской. Жесткость фундамента определяет характер перераспределения напряжений по его подошве и в слое горной породы, примыкающей к ней.

Если на жесткий фундамент действует вертикальная нагрузка, приложенная по центру, то вертикальные перемещения всех точек породы в контактной плоскости с фундаментом должны быть равны между собой (рис. 26,а).

В случае нагрузки с эксцентризитетом вертикальные перемещения непосредственно под подошвой фундамента (см. рис. 26,б) составят

$$w(z) = Ay + B, \quad (171)$$

где  $A$  и  $B$  — параметры, зависящие от характера приложения нагрузки.

Допустив, что трение между подошвой сооружения и породой отсутствует, рассматриваемую задачу сводим к решению плоской задачи теории упругости со смешанными граничными условиями:

1) в пределах полосы загружения на контакте «фундаментная плита — порода», т. е. при  $-b/2 \leq y \leq +b/2$  и  $z=0$ , вертикальные перемещения определяются выражением (171);

2) вне полосы загружения на поверхности породы, т. е. при  $y < -b/2$ ,  $y > +b/2$  и  $z=0$ , вертикальные перемещения равны нулю.

Из расчета балочных плит (балок) конечной жесткости и длины, расположенных на линейно-деформируемом основании, а также из теории упругости известно, что величина перемещения в пределах полосы загружения может быть определена из следующего уравнения:

$$w(z) = Az + B = \frac{2(1-\mu^2)}{\pi E} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} p_y \ln(y - y_i) dy, \quad (172)$$

где  $p_y$  — функция, с помощью которой определяются напряжения в точке, расположенной в контактной плоскости и отстоящей от оси  $z$  на расстоянии  $y_i$ . Из интегрального уравнения (172) находится функция распределения напряжения  $p(y)$  непосредственно под подошвой фундамента.

Решение интегрального уравнения (172) приводит к следующему виду зависимости для определения характера распределения напряжений по контакту жесткого фундамента с основанием\*:

$$p_y = \frac{P - \frac{\pi E}{2(1-\mu^2)} Ay}{\pi \sqrt{\frac{b^2}{4} - y^2}}, \quad (173)$$

\* К. Е. Егоров решил это интегральное уравнение на основании свойств потенциала двойного слоя и интеграла Пуассона.

где  $P$  — величина внешней равнодействующей силы.

По условию равновесия необходимо, чтобы внешнее давление уравновешивалось внутренними усилиями, возникающими в породе при приложении к ней силы  $P$ , т. е.

$$P = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} p(y) dy. \quad (174)$$

Величина параметра  $A$  определяется из условия равенства моментов  $M$  относительно оси  $z$ , внешней силы  $P$  и напряжений, действующих по подошве фундамента:

$$\begin{aligned} M = Pe &= \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} yp(y) dy = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} y \frac{P - \frac{\pi E}{2(1-\mu^2)} Ay}{\pi \sqrt{\frac{b^2}{4} - y^2}} dy = \\ &= -\frac{\pi E}{4(1-\mu^2)} A, \end{aligned} \quad (175)$$

откуда

$$A = -\frac{16(1-\mu^2)}{\pi b^2 E} Pe.$$

Подставив значение  $A$  в (173), получим формулу для определения напряжений непосредственно под жестким фундаментом

$$p_y = \frac{1 + 8 \frac{ey}{b^2}}{\pi \sqrt{\frac{b^2}{4} - y^2}} P. \quad (176)$$

Параметр  $B$  на распределение напряжений не влияет, и, следовательно, можно считать его равным нулю.

Если эксцентриситет приложения нагрузки равен нулю, то формула для расчета напряжений, получаемая подстановкой  $e=0$  в формулу (176), примет вид

$$p_y = \frac{P}{\pi \sqrt{\frac{b^2}{4} - y^2}} = \frac{p_{cp}}{\pi \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{y^2}{b^2}}}, \quad (177)$$

где  $p_{cp} = P/b$ .

При внешней силе, приложенной в центре, напряжения распределяются симметрично оси  $z$  (рис. 27, а).

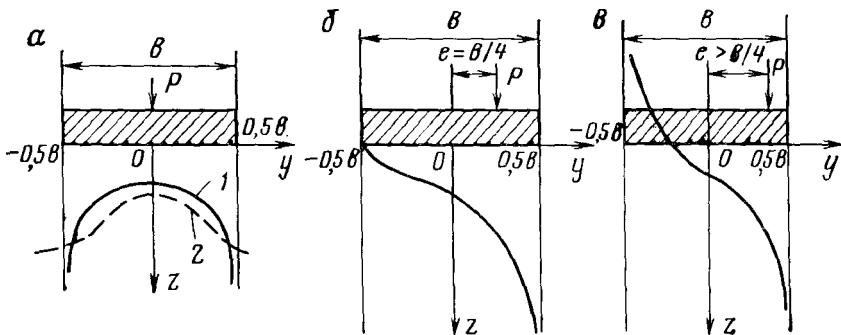


Рис. 27. Эпюры напряжений по контакту жесткого ленточного фундамента при действии вертикальной нагрузки, приложенной в центре (а), с эксцентричеситетом  $e=b/4$  (б), с эксцентричеситетом  $e>b/4$  (в):  
1 — 2 — кривые (1 — теоретическая, 2 — действительная)

Если эксцентричеситет  $e=b/4$ , то по мере приближения к левому краю фундамента ( $y=-b/2$ ) напряжения убывают до нуля (см. рис. 27, б), так как

$$\lim_{y \rightarrow -\frac{b}{2}} p(y) = \lim_{y \rightarrow -\frac{b}{2}} \frac{1 + \frac{2y}{b}}{\sqrt{\frac{b^2}{4} - y^2}} = \frac{2}{b} \lim_{y \rightarrow -\frac{b}{2}} \frac{\frac{b}{2} + y}{\frac{b}{2} - y} \rightarrow 0.$$

Если эксцентричеситет  $e>b/4$ , то под левым краем фундамента должны возникать растягивающие напряжения, однако в действительности этого не происходит, ибо фундамент не представляет одного целого с породой и между ними в таком случае образуется щель (см. рис. 27, в).

Если в формуле (176) для определения напряжений по контакту положить  $y/b=0$ , что соответствует точке, находящейся в центральной части фундамента, то

$$p(0) = \frac{2P}{\pi b} = 0,637 \frac{P}{b}.$$

Следовательно, в средней части фундаментов, при прочих равных условиях, величина напряжений с любым эксцентричеситетом приложенной нагрузки остается постоянной. Подставив  $y=\pm b/2$  в уравнение (177), легко убедиться, что под краями фундамента расчетные напряжения достигают бесконечно большой величины. Это не соответствует действительности, так как величина напряжений ограничена прочностью породы основания. При некотором ее значении начинается пластическое течение породы, что приводит к снижению концентраций напряжений, и эпюра распределения последних приобретает седлообразный характер (см. рис. 27, а).

Напряжения в любой точке основания под жестким ленточным фундаментом определяются исходя из решений, полученных для контактных напряжений. Знание характера распределения напряжения в толще пород по контакту ( $z=0$ ) позволяет использовать ранее полученные решения для полосовой нагрузки при произвольном характере распределения внешнего давления. Подставив в уравнения (161)–(163) выражение (176) и проинтегрировав их, можно получить формулы для определения составляющих в любой точке основания.

Составляющие напряжений в точках на центральной вертикали (при  $y=0$ ) и при величине давления  $P$  определяются из следующих выражений:

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi} \left[ \frac{1}{\sqrt{\frac{b^2}{4} + z^2}} + \frac{z^2}{\sqrt{\left(\frac{b^2}{4} + z^2\right)^3}} \right]; \quad (178)$$

$$\sigma_y = \frac{P}{\pi} \left[ \frac{1}{\sqrt{\frac{b^2}{4} + z^2}} - \frac{z^2}{\sqrt{\left(\frac{b^2}{4} + z^2\right)^3}} \right]; \quad (179)$$

$$\tau_{zy} = \frac{P}{\pi} \frac{2ez}{\sqrt{\left(\frac{b^2}{4} + z^2\right)^3}}. \quad (180)$$

Анализ формул (178)–(179) показывает, что нормальные составляющие напряжений  $\sigma_z$  и  $\sigma_y$  по центральной вертикали не зависят от эксцентричности приложения нагрузки  $e$ . Из сравнения распределения напряжений при центрально и эксцентрично приложенных нагрузках видно, что наибольшее отличие заметно только в зоне, равной полуторной ширине фундамента (рис. 28).

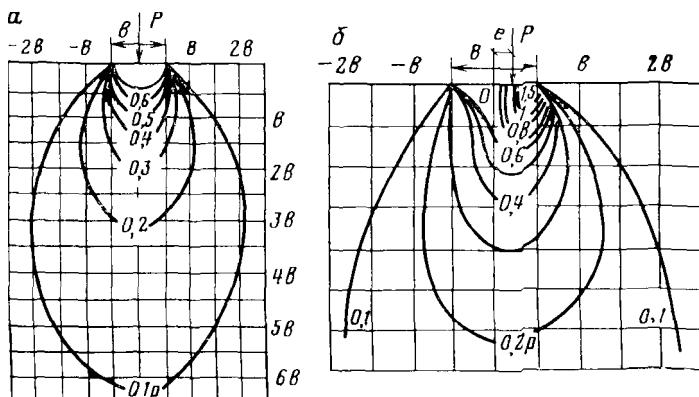


Рис. 28. Изобары напряжений  $\sigma_z$  в основании жесткого ленточного фундамента при вертикальной нагрузке, приложенной в центре (а), и с эксцентричеситетом  $e = b/4$  (б)

Таблица 9

Относительное горизонтальное расстояние $m$	Относительная глубина $n$							
	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0
0,0	0,100	0,082	0,055	0,040	0,031	0,021	0,016	0,013
	0,064	0,068	0,051	0,038	0,030	0,021	0,016	0,013
0,5	0,050	0,048	0,041	0,033	0,028	0,020	0,015	0,012
	$\infty$	0,054	0,041	0,033	0,027	0,020	0,015	0,012
1,0	0,000	0,008	0,018	0,021	0,020	0,017	0,014	0,012
	0,000	0,010	0,019	0,022	0,021	0,017	0,014	0,012
2,0	0,000	0,005	0,003	0,006	0,008	0,010	0,010	0,009
	0,000	0,006	0,003	0,006	0,008	0,010	0,010	0,009

Приложение. В числителе приведены напряжения под гибким фундаментом, в знаменателе — под жестким

В то же время при условии эксцентричности приложения внешней нагрузки касательные напряжения возникают по центральной вертикали и величина их возрастает по мере увеличения эксцентричности.

В табл. 9, по данным К. Е. Егорова, приведены величины нормальных сжимающих напряжений (в МПа) под жестким и гибким фундаментами при давлении 0,1 МПа. Из сравнения этих данных следует, что заметная разница в величинах напряжений под гибким и жестким фундаментами наблюдается по центральной вертикали до глубины, равной удвоенной ширине фундамента. По мере удаления от центра фундамента различия в напряжениях в основании гибкого и жесткого фундаментов ощущимы только на небольших глубинах. Для  $y=b/2$  и  $y=b$  разница в напряжениях исчезает на глубине, равной ширине фундамента. Для  $y=2b$  нормальные вертикальные напряжения в одних и тех же точках под гибким и жестким фундаментами равны друг другу.

## § 5. ОСОБЕННОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ С УЧЕТОМ СОБСТВЕННОГО ВЕСА ПОРОД В ОСНОВАНИИ

Решения задач о распределении напряжений в основании сооружений, приведенные в § 2—4, выполнены при условии, что горные породы являются линейно-деформируемой, однородной, изотропной и невесомой средой, т. е. напряжения в такой среде возникают только под действием внешнего давления от сооружения. Кроме того, предполагается, что фундаменты сооружений поставлены непосредственно на дневную поверхность. На самом деле фундаменты наземных сооружений при условии их возведения на естественном основании всегда заглублены. Обоснование выбора глубины заложения фундаментов и, следо-

вательно, глубины открытия котлованов, в которых устраиваются фундаменты, производится с учетом ряда объективных показателей, главными из которых являются следующие: 1) глубина промерзания пород в данном районе; 2) положение уровня грунтовых вод; 3) залегание в разрезе слоев пород, достаточно прочных и мало деформирующихся под действием напряжений, возникающих от сооружения; 4) конструктивные особенности и назначение возводимого сооружения (здание с подвалом или без подвала).

Для ряда сооружений глубина заложения котлована может достигать первых десятков метров; особенно глубокие котлованы отрываются под здания гидро-, тепло- и атомных электростанций, тяжелых промышленных цехов. В зависимости от отношения глубины заложения фундамента  $h_{\Phi}$  к его ширине  $b$  различают фундаменты мелкого ( $h_{\Phi}/b < 0,5$ ), средней глубины ( $h_{\Phi}/b = 0,5 \div 2$ ), глубокого ( $h_{\Phi}/b = 2 \div 4$ ) и очень глубокого ( $h_{\Phi}/b > 4$ ) заложения [2, 8].

Если учитывать напряжения собственного веса пород в основании, то открытие котлованов и соответственно снятие нагрузки может существенно повлиять на распределение начальных напряжений (собственного веса), а также вызвать изменение напряженного состояния вследствие возводимого сооружения. При этом следует рассмотреть два основных варианта.

**Первый вариант.** Открытие котлована и замена веса вынутой из него породы весом фундамента и сооружения производятся быстро во времени. При такой замене считается, что на уровне дна котлована сохраняются напряжения от собственного веса породы, существовавшие до начала строительных работ.

$$\sigma_z^b = \gamma h_{\Phi},$$

где  $\gamma$  — плотность породы, залегающей выше отметки дна котлована глубиной  $h_{\Phi}$ .

Если нагрузка от веса сооружения равна весу породы, вынутой из котлована, то напряженное состояние в основании не будет отличаться от первоначального. Любое изменение напряженного состояния в основании сооружения при возведении последнего возможно только при условии, что вес сооружения больше веса извлеченной из котлована породы (рис. 29, а). В таком случае, чем больше величина заглубления котлована, тем меньше по величине дополнительные напряжения в основании сооружения. При этом величина напряжений от сооружений определяется с учетом нагрузки  $p_c$ , уменьшенной на величину  $\gamma h_{\Phi}$ . Т. е.

$$\sigma_z^c = f[(p_c - \gamma h_{\Phi}); m; n].$$

Напряжения на глубине будут определяться суммой напряжений собственного веса и сооружения.

**Второй вариант.** Открытие котлована и замена веса вынутой из него породы весом фундамента и сооружения производятся медленно. При таком способе производства строитель-

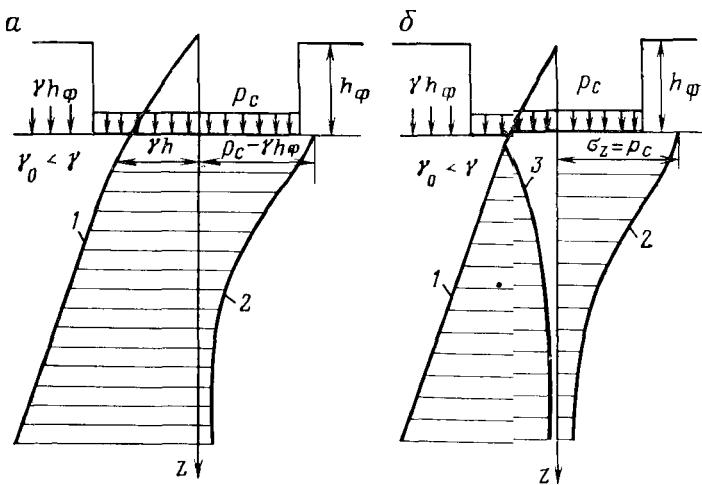


Рис. 29. Распределение напряжений в основании сооружений при быстрой (а) и медленной (б) замене веса породы, вынутой из котлована, весом сооружения  
Эпюры напряжений: 1 — от собственного веса пород; 2 — от веса сооружения; 3 — отрицательного давления  $\gamma h_{\phi}$

ных работ под действием существующих на уровне дна котлована и ничем не компенсируемых напряжений, равных  $\gamma h_{\phi}$ , происходит разуплотнение пород основания. Это разуплотнение можно представить как «отрицательную осадку», происходящую в результате приложения ко дну котлована «отрицательной нагрузки» (см. рис. 29, б), равномерно распределенной по полосе. Ширина полосы соответствует ширине проектируемого фундамента.

Расчет распределения напряжений от собственного веса породы по глубине производят так же, как и для гибкого фундамента, к которому приложена отрицательная нагрузка интенсивностью  $\gamma h_{\phi}$ . Таким образом, величина напряжения от отрицательной нагрузки —  $\gamma h_{\phi}$ .

$$\sigma_z^{-\gamma h_{\phi}} = f(p^{-\gamma h_{\phi}}, m, n).$$

Начальные напряжения от собственного веса породы, существовавшие до вскрытия котлована,

$$\sigma_z^g = \gamma h_{\phi} + \gamma_0 z,$$

где  $\gamma_0$  — плотность породы на глубине  $z$  от отметки дна котлована, а конечные или остаточные —

$$\sigma_z^e = \sigma_z^g - \sigma_z^{-\gamma h_{\phi}}.$$

При таком условии напряжения на отметке дна котлована становятся равными нулю. Следовательно, напряжения, возни-  
92

кающие от сооружения, должны рассчитываться с учетом полного веса последнего:  $\sigma_z^c = f(p_c; m; n)$ , а величина полных напряжений, как сумма, т. е.  $\sigma_z = \sigma_z^c + \sigma_z^g$ .

Второй вариант обычно возникает либо при открытии больших по площади и глубине котлованов, когда работы по его сооружению ведутся в течение нескольких лет, либо при нарушении технологии ведения работ нулевого цикла. Особенное существенное разуплотнение претерпевают глинистые породы. По данным исследований, проведенных в Гидропроекте, разуплотнение пород ниже дна одного из котлованов зданий гидроэлектростанции, возводимой на глинистых отложениях, было зафиксировано на глубине 50 м. Обычно уменьшение напряжений в основании при снятии нагрузки  $u_{hf}$  сопровождается не только деформациями, но и изменением свойств пород ниже дна котлована — снижением их прочности, увеличением деформационной способности. Это обстоятельство необходимо учитывать при прогнозировании прочности и устойчивости оснований сооружений.

## § 6. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В ОСНОВАНИИ СООРУЖЕНИЙ

Исследование проблемы фактического распределения напряжений в основании сооружений по сравнению с рассчитанными по теории упругости (линейно-деформируемой среды) было начато еще в начале XX в. Еще К. Штрошнейдером в 1911 г. и П. А. Миняевым в 1916 г. было показано, что строгое применение положений теории упругости для песчано-глинистых пород возможно, начиная с глубины, где действующие напряжения оказываются меньшими, чем давления, при которых преодолевается связность частиц породы (структурная прочность). Исследованиями Ф. Кеглера и А. Шейдига установлено, что напряженное состояние песчано-глинистых пород под штампом или фундаментом может быть в схематическом виде представлено так, как изображено на рис. 30. Ниже зоны нарушенного состояния порода деформируется в соответствии с законами теории упругости.

Получение реальной картины распределения напряжений в основании штампов и фундаментов возможно только при проведении специальных экспериментальных исследований.

Большинство опытов проводилось на песчаных породах, значительно меньший объем экспериментов выполнен на глинистых. Эти исследования дают возможность установить отклонения в характере распределения напряжений от теоретически полученного по решению линейно-деформируемой среды, что, в свою очередь, позволяет вносить поправки в существующие методы расчета оснований.

Под небольшими в плане штампами и при отсутствии боковой пригрузки (заглубления) развитие пластических деформаций начинается при сравнительно невысоких значениях нагрузки.

Таблица 10

Порода	Характер распределения напряжений при различной глубине заложения штампа, см		
	0	20	30
Песок сухой	Парabolicкий ( $p(y)_{\max} = 1,36 p_{cp}$ )	Седлообразный при малых нагрузках ( $p(y)_u = 0,93 p_{cp}$ )	Парabolicкий при больших нагрузках ( $p(y)_{\max} = 1,15 p_{cp}$ )
Глина сухая	Седлообразный при малых нагрузках ( $p(y)_u = 0,98 p_{cp}$ ; $p(y)_{\max} = 1,33 p_{cp}$ )	Седлообразный при малых нагрузках ( $p(y)_u = 0,98 p_{cp}$ )	
Глина влажностью 32%	Седлообразный ( $p(y)_u = 0,96 p_{cp}$ ; $p(y)_{\max} = 1,26 p_{cp}$ )	Седлообразный ( $p(y)_u = 0,97 p_{cp}$ )	Парabolicкий при больших нагрузках ( $p(y)''_{\max} = 1,13 p_{cp}$ )

Примечание.  $p_{cp}$ —среднее давление на штамп;  $p(y)_u$ —напряжение под центром штампа;  $p(y)_{\max}$ —максимальное напряжение под штампом.

В таких случаях характер распределения контактных давлений, особенно для малоуплотненных пород, описывается параболой. Под штампами больших размеров, заглубленными в плотные пески или связные породы, эпюра контактных напряжений имеет седлообразный характер. Парabolicкая эпюра распределения напряжений обычно наблюдается при значительных внешних нагрузках, приводящих к выпору породы из-под штампа. Такие результаты дали опыты П. Пресса (1934 г.), которые проводились с жестким квадратным штампом размером 60×60 см (табл. 10).

А. Г. Родштейн в 1959 г. изучал распределение напряжений по контакту жестких фундаментов гостиницы «Украина» в Москве, размером 48,5×61 м, дымовой трубы коксогазового завода диаметром 14,5 м, а также ряда других объектов. Сооружения были возведены на песчаном основании. Во всех случаях эпюры имели седлообразное очертание с соотношением напряжений по центральной и краевой вертикалям 1:4. Очертания эпюр отвечали полученным расчетом для плоской задачи о контактных напряжениях под жестким фундаментом. На основании этих данных А. Г. Родштейн предложил при построении эпюр распределения напряжения под заглубленными фундаментами использовать теоретические решения, полученные для линейно-деформируемой среды, ограничивая краевую ординату эпюры величиной соответствующей  $4p(y)_z$ , где  $p(y)_z$ —значение напряжения в центральной части фундамента.

В опытах Ю. Н. Мурзенко, проведенных в 1965 г., отмечалось, что при однократном приложении нагрузки до 0,4—0,5 предельной ее величины эпюра контактных напряжений имела седлообразный характер. При увеличении нагрузки более 0,6 ее пре-

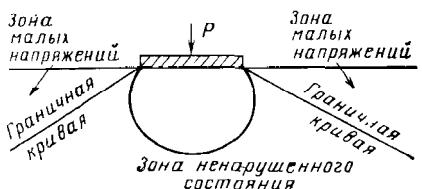


Рис. 30. Положение зон с различным состоянием породы в основании сооружения

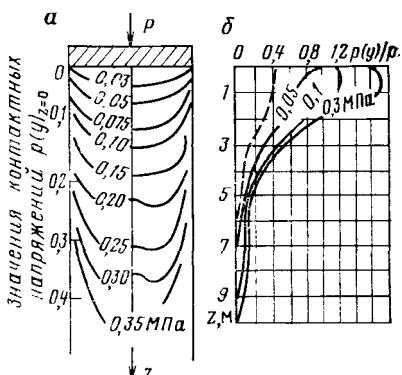


Рис. 31. Характер распределения напряжений по результатам экспериментальных исследований в основании круглых жестких штампов:  
а — эпюры контактных напряжений при различных давлениях; б — распределение напряжений по глубине. Пунктиром показана теоретическая кривая (по К. Е. Егорову)

дельного значения напряжения в средней части штампа возрастили, а вблизи края уменьшались.

Г. А. Скормин и М. В. Малышев в 1970 г. проводили наблюдения за развитием контактных напряжений под жестким круглым незаглубленным штампом диаметром 60 см в процессе роста среднего давления на него от 0,03 до 0,35 МПа (пески средней крупности с влажностью 2 %, плотность сухой породы 1,65—1,67 т/м<sup>3</sup>, коэффициент пористости 0,62). Характер изменения контактных напряжений в зависимости от нагрузки, установленный в этих опытах, также подтверждает закономерность перехода седлообразных эпюр в параболические, хотя на некотором промежуточном этапе нагружения при давлениях 0,075—0,15 МПа происходила концентрация напряжений и по центральной вертикали (рис. 31, а). Кроме того, в опыте велись наблюдения за изменением величины вертикальных сжимающих напряжений с глубиной при различных значениях внешней нагрузки. Сравнение экспериментальных данных с теоретической кривой, рассчитанной по К. Е. Егорову (см. рис. 31, б), показывает, что в песчаном основании, загруженном круглым незаглубленным штампом, наблюдается большая концентрация напряжений с глубиной, чем при расчете по теории упругости.

Л. Т. Абрамова, И. М. Крыжановский и А. Г. Петрова, проводившие в 1968 г. опыты с жесткими круглыми штампами диаметрами 250, 358, 506, 716, 873, 1009, 1128 и 1382 мм, установленными на супесчаном основании, получили несколько иную закономерность распределения напряжений. Для однородного супесчаного основания значения сжимающих напряжений на глубине от 0 до 1,4 м совпадали с величинами, определенными теоретически. При двухслойном основании, в верхней части которого залегает 15-сантиметровый слой щебня с размерами частиц 25—

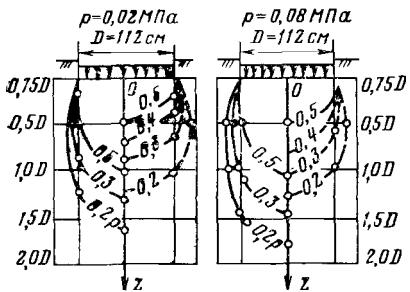


Рис. 32. Характер распределения напряжений  $\sigma_z$  в основании круглого жесткого штампа по результатам экспериментальных исследований на илах оз. Сиваш (сплошные линии) и расчетов по теории упругости (пунктирные линии) [1]

объясняется интенсивным развитием пластических деформаций под краями штампа. При среднем давлении на штамп, равном 0,045—0,06 МПа, распределение контактных напряжений оказалось близким к теоретическому. Распределение вертикальных нормальных напряжений в основании штампа отличалось от теоретического; эти отклонения увеличивались с глубиной и при средней нагрузке 0,08 МПа на глубине, составляющей два диаметра штампа, достигали 35 %. Исследования характера распределения напряжений в основании жестких штампов, установленных на водонасыщенных глинистых породах, дали возможность сделать важные в практическом отношении выводы [1]:

1) распределение напряжений  $\sigma_z$  в толще основания при среднем давлении на штамп, равном или меньшем структурной прочности пород на сжатие, хорошо согласуется с теоретическим, полученным по теории линейно-деформируемой среды;

2) при увеличении давления на штамп примерно до величины допускаемого давления на основание при расчете осадки сооружений с применением теории линейно-деформируемой среды наблюдается увеличение напряжений на 20—30 % по сравнению с полученными по теории упругости;

3) дальнейший рост давления на штамп вызывает значительное расхождение между замеренными и рассчитанными напряжениями, причем концентрация напряжений происходит вдоль центральной оси под штампом (рис. 32). Наибольшая концентрация напряжений и соответственно максимальные отклонения от теории упругости наблюдаются в породах, характеризующихся большей сжимаемостью.

Кроме количественной оценки изменения напряженного состояния в основании штампов, необходимо знать также характер развития деформаций в основании, что позволяет судить о

70 мм, а ниже — супесь, наблюдалась некоторые отклонения от теоретической кривой.

Результаты исследований И.С. Рязанова (1970 г.), которые выполнялись на водонасыщенных слабых глинистых породах, загруженных жестким штампом, показали, что эпюра контактных напряжений под круглым штампом площадью 10 000 см<sup>2</sup>, установленным на глубине 0,8 м, имеет седлообразный характер. Слабо выраженная седлообразность наблюдалась при нагрузке до 0,04 МПа, резко выраженная — при давлении от 0,04 до 0,06 МПа, после чего седлообразность эпюры уменьшалась, что

роли различных составляющих напряжений на последовательно сменяющих друг друга этапах деформирования пород. Опытами, проведенными С. Е. Кагановской с глинистыми породами, установлено, что деформация пород мягкопластичной консистенции происходила до глубины  $2,0-2,2d$  штампа, в тугопластичных— $1,2-1,3d$  (где  $d$  — диаметр штампа). Вертикальные перемещения формируют упругую часть уплотненного ядра под штампом. В породах тугопластичной консистенции такое ядро возникало при нагрузках, составляющих  $0,28-0,35$  от предельной нагрузки  $p_2$ , при которой наблюдается разрушение основания, для пород мягкопластичной консистенции —  $0,38-0,45$  от  $p_2$ . Форма уплотненного ядра приближалась к равнобедренному треугольнику с вогнутыми боковыми сторонами и до нагрузки, составляющей  $0,85-0,95p_2$ , существенно не менялась. К моменту перехода породы в предельное состояние максимальная зона развития горизонтальных деформаций находилась на глубине  $0,7-0,8b$  (где  $b$  — ширина штампа). Для исследованных разностей пород горизонтальные деформации развиваются влево и вправо от боковых граней штампа на расстояние, равное  $(3,4 \div 3,6)b$  в породах мягкопластичной консистенции и  $(2,0 \div 2,2)b$  — тугопластичной. Горизонтальные перемещения в среднем составляли соответственно  $20-23$  и  $20-12\%$  от полной осадки штампа.

## § 7. ОСОБЕННОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ С УЧЕТОМ АНИЗОТРОПИИ СВОЙСТВ ПОРОД

В связи с тем что теоретическое распределение напряжений в ряде случаев отличается от наблюдаемого в экспериментах, появились новые расчетные модели, отличающиеся от модели линейно-деформируемой среды и используемые непосредственно для расчета распределения напряжений в основании. При этом можно выделить два основных направления, посвященных данному вопросу. В работах первого направления используются решения теории упругости для анизотропных нелинейно-деформируемых сред (М. И. Горбунов-Посадов, Г. К. Клейн, М. В. Малышев, Э. Д. Фрадис, В. Н. Широков, Л. Барден, В. Вайскопф, Х. Вестергаард, К. Вольф и др.).

Для работ второго направления характерным является то, что формулы для вычисления распределения напряжений выводятся на основе допущений, нестрогих в теоретическом отношении, однако при этом удается получить хорошую сходимость между теоретическим и экспериментальным распределением напряжений. Обычно эти формулы содержат параметры, численные значения которых подбираются по результатам опытов. Такой полуэмпирический подход позволяет использовать полученные формулы в конкретных геологических условиях, отличающихся большим разнообразием.

Как известно, напряжения от действия вертикальной сосредоточенной силы рассчитываются по следующей формуле:

$$\sigma_z = K \frac{P}{z^2}.$$

Если принять в этой формуле, что коэффициент  $K$  зависит от распределяющей способности пород, то согласно модели Гриффитса — Фрелиха можно выразить  $K$  в виде

$$K = v/2\pi, \quad (181)$$

где  $v$  — коэффициент концентрации напряжений. Для глинистых пород О. К. Фрелих рекомендовал принимать  $v$  равным 4, для песчаных — 6.

Г. К. Клейн и Д. Холл показали, что различным значениям коэффициента концентрации напряжений отвечают строгие решения теории упругости, если модуль деформации  $E_0$  изменяется с глубиной по закону, описываемому выражением

$$E_0 = E_{z=1} z^{v-3}, \quad (182)$$

где  $E_{z=1}$  — модуль деформации при  $z=1$ ,  $z$  — глубина от точки приложения силы до рассматриваемого сечения.

При этом должно выполняться условие  $v \geq 3$ , так как уравнение неразрывности деформации удовлетворяется только при  $v-1=1/\mu$ , а  $\mu$  для упругих сред не может быть более 0,5.

Величина напряжения  $\sigma_R$ , действующего в направлении радиуса приложении к поверхности породы вертикальной сосредоточенной силы  $P$  в случае  $\mu=0$ , может быть записана в виде

$$\sigma_R = \frac{AP}{R^2} f(\beta), \quad (183)$$

где  $A$  — коэффициент пропорциональности;  $R$  — расстояние от точки приложения сосредоточенной силы до точки, в которой рассчитываются напряжения;  $f(\beta)$  — функция, зависящая от величины полярного угла  $\beta$ .

На функцию  $f(\beta)$  накладываются два ограничения, такие же, как и в задаче Буссинеска, а именно, при  $\beta=\pi/2$ ,  $\sigma_R=0$  и при  $\beta=0$   $\sigma_R$  достигает максимального значения. Таким ограничениям удовлетворяет  $f'(\beta)=\cos^n \beta$  (где  $n$  — показатель распределения, который может принимать любое неотрицательное значение).

Используя для нахождения  $A$  условие равновесия, можно получить выражение для определения

$$\sigma_R = \frac{vP \cos^n \beta}{2\pi R^2}, \quad (184)$$

где  $v$  — коэффициент концентрации напряжений, принимаемый равным  $n=2$ .

При  $v=n-1$  формула (184) с точностью до коэффициента  $K$  совпадает с выражением для  $\sigma_R$ , получаемым при решении задачи Буссинеска. На рис. 33 показано распределение напряжения по горизонтальным сечениям в основании в зависимости от характера изменения модуля деформации пород, а также показателя  $n$  по глубине под действием вертикальной сосредоточенной силы.

Существенная разность в распределении напряжений, полученная на основании решений теории упругости и в опытах, наблюдается в породах основания, обладающих ярко выраженной анизотропией деформационных свойств, т. е. когда модуль деформации в направлении оси  $z$  ( $E_z$ ) отличается от модуля деформации в направлении осей  $x$  или  $y$  ( $E_x, E_y$ ).

К. Вольфом дано решение задачи о распределении напряжений в линейно-деформируемой породе, имеющей различные модули деформации в горизонтальном и вертикальном направлениях, при действии нагрузки, равномерно распределенной по прямой:

$$\sigma_z' = K' \frac{2pz^3}{\pi r^2 r_1^2}; \quad (185)$$

$$\sigma_y' = K' \frac{2p}{\pi} \frac{yz^2}{r^2 r_1^2}; \quad (186)$$

$$\tau_{zy}' = K' \frac{2p}{\pi} \frac{yz^2}{r^2 r_1^2}, \quad (187)$$

где  $r$  — расстояние от точки приложения силы, действующей на 1 м прямой, до центра тяжести элементарной площадки, в которой определяются напряжения;  $r_1 = K'r : K_1 = \sqrt{\frac{E_y}{E_z}}$  (где  $E_y$  и  $E_z$  — модули деформации в направлении осей  $y$  и  $z$ ).

Если сравнить выражения для определения напряжений, полученные для анизотропных и изотропных тел, то можно прийти к следующим простым зависимостям, дающим возможность находить величины напряжений в анизотропных средах по значениям напряжений, полученных для изотропных сред:

$$\sigma_z' = \frac{\sigma_z}{K'}; \quad \sigma_y' = \frac{\sigma_y'}{K'}; \quad \tau_{zy}' = \frac{\tau_{zy}}{K'}.$$

Из приведенных формул (185) — (187) следует, что если модуль деформации в направлении действия силы больше, чем в перпендикулярном, то величины напряжений увеличиваются по сравнению с их значениями в изотропной среде. При обратном соотношении модулей деформации в указанных направлениях величины напряжений в анизотропной среде оказываются меньшими, чем в изотропной.

Х. Вестергаард получил зависимости, позволяющие рассчитать напряжения в трасверсально-изотропной среде, в которой однородный и упругий материалы переслаиваются с тонкими

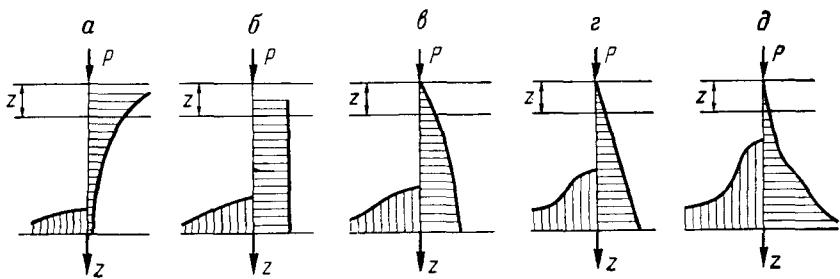


Рис. 33. Распределение напряжений от действия вертикальной сосредоточенной силы в горизонтальном сечении в зависимости от значения  $K$  и показателя  $n$  (в левой части графика показано изменение  $\sigma_z$  от величины  $K$ , в правой — изменение модуля деформации с глубиной):

$a - K=0,24, E=E_{z=1} \cdot z^{-1,5}$ ;  $b - K=0,48, E=E_{z=1} \cdot z^0$ ;  $c - K=0,56, E=E_{z=1} \cdot z^{0,5}$ ;  $d - K=0,64, E=E_{z=1} \cdot z$ ;  $e - K=0,96, E=E_{z=1} \cdot z^3$

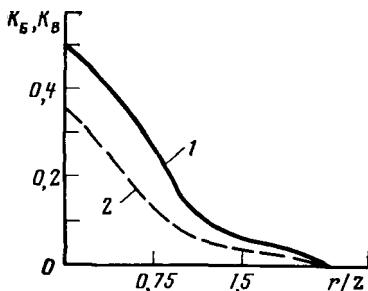


Рис. 34. Изменение коэффициентов, используемых в расчетах напряжений  $\sigma_z$  от действия вертикальной сосредоточенной силы, в зависимости от величины  $r/z$ :

1 — по решению Ж. Буссинеска ( $K_B$ ); 2 — по решению Х. Вестергаарда ( $K_V$ )

слоями неупругого материала. При этом было принято допущение, что в такой среде возможно развитие только вертикальных деформаций и полностью исключаются горизонтальные перемещения. Подобной модели соответствует основание, сложенное песком, содержащим тонкие выдержаные прослойки пластичной глинистой породы.

Для случая приложения к поверхности слоистой среды вертикальной сосредоточенной силы нормальная составляющая напряжения на горизонтальной площадке  $\sigma_z$  определяется по следующей формуле;

$$\sigma_z = K_B \frac{P}{z^2},$$

где

$$K_B = \frac{1}{2\pi\eta^2} \left[ \left( \frac{r}{\eta z} \right)^2 + 1 \right]^{-\frac{3}{2}}; \quad \eta = \sqrt{\frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}}.$$

Распределение напряжений при использовании модели Х. Вестергаарда по горизонтальным площадкам более равномерно по сравнению с решением Ж. Буссинеска. Так, например, величины напряжений  $\sigma_z$  по линии действия сосредоточенной силы  $P$ , по Х. Вестергаарду, составляют 67 % от величин напряжений, рассчитанных по Ж. Буссинеску; при  $r/z=1,5$  величины напряжений совпадают, а при  $r/z>1,5$  напряжения, рассчитанные по модели Х. Вестергаарда, несколько больше, чем по модели Ж. Буссинеска.

Значения коэффициентов, которые применяются для расчета напряжений по формулам Ж. Буссинеска ( $K_B$ ) и Х. Вестергаарда ( $K_V$ ) и определяют разницу в величинах напряжений, приведены на рис. 34.

В. Вайскопф рассмотрел упругую среду с низким значением модуля сдвига  $G_1$ , намного меньшим, чем модуль сдвига изотропной среды  $G=E_y/2(1+\mu)$ . Значения  $E_y$  (модуль упругости) и  $G$  В. Вайскопф рекомендует находить экспериментально, причем величина  $E_y/G$  считается им постоянной. Для вертикальной равномерно распределенной нагрузки по прямой  $p_x$ , В. Вайскопф получил следующие выражения, позволяющие вычислить составляющие напряжений в точке с координатами  $y$  и  $z$ :

$$\sigma_z = \frac{p_x C z}{\pi(C^2 - 1)} \left( \frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right); \quad (188)$$

$$\sigma_y = \frac{p_x C y}{\pi(C^2 - 1)} \left( \frac{1}{C^2 R_1^2} - \frac{C^2}{R_2^2} \right), \quad (189)$$

$$\tau_{zy} = \frac{p_x C y}{\pi(C^2 - 1)} \left( \frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right), \quad (190)$$

где  $R_1^2 = y^2 + z^2/C^2$ ;  $R_2^2 = (y^2 + z^2 C^2)$ ;  $C^2$  — параметр пород основания, равный  $\left(\frac{E}{2G} - \mu\right) \pm \sqrt{\left(\frac{E}{2G} - \mu\right)^2 - 1}$ .

Если  $G > E/2(1+\mu)$ , то  $C$  становится комплексной переменной и теряет физический смысл.

Решение В. Вайскопфа приводит к концентрации напряжений вблизи оси  $z$  и, следовательно, к большим перемещениям в этой области по сравнению с решением той же задачи по теории упругости (рис. 35).

Задача о распределении напряжений в двухслойной среде, когда более слабые породы подстилаются жестким слоем, например скальными породами, была решена К. Е. Егоровым для случая нагрузки, равномерно распределенной по бесконечной полосе шириной  $b$ .

На рис. 36 показано распределение напряжения  $\sigma_z$  по глубине под центром загруженной полосы, когда мощность слабого слоя составляет  $h=0,5b$  и более. Максимальная концентрация напряжений отмечается при  $h=0,5b$  и  $h=b$ . Так, например, при  $h=$

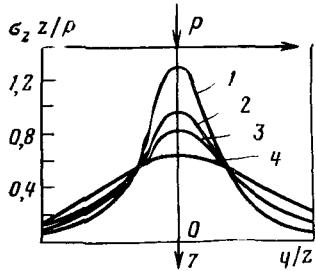


Рис. 35. Распределение напряжений в плоской задаче (по В. Вайскопфу):  
1 —  $G=4,1$ ,  $E/G=1,13$ ; 2 —  $G=2,62$ ,  $E/G=1,73$ ; 3 —  $G=2,31$ ,  $E/G=5,7$ ; 4 — теоретическая задача — решение Фламана;  $G=1,0$ ,  $E/G=2,6$

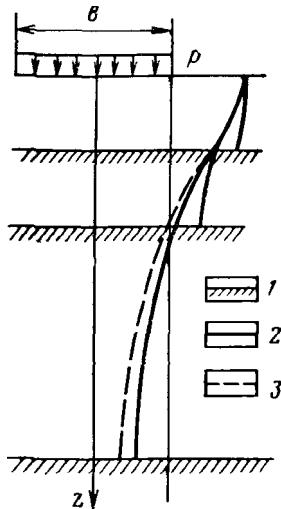


Рис. 36. Эпюры распределения напряжений  $\sigma_z$  по центральной вертикали под гибким ленточным фундаментом при залегании в основании жесткого слоя, подстилающего более слабый слой:

1 — кровля жесткого слоя; 2—3 — эпюры распределения напряжений соответственно в двухслойном и однородном основаниях

$=0,5b$  напряжения по мере удаления от поверхности практически не меняются.

В табл. 11 приведены значения напряжений  $\sigma_z$  на границе слабого и прочного слоев под центром прямоугольного и круглого фундаментов, полученные М. И. Горбуновым-Посадовым в предположении, что на контакте между слоями трение отсутствует.

Из приведенных в табл. 11 значений напряжений видно, что наибольшая их концентрация происходит при величине  $2h/b = 0,75$  для всех типов фундаментов.

Следует отметить, что если в случае пространственной задачи пренебречь жестким слоем и рассматривать основание как бесконечный однородный слой, то погрешность в определении напряжений непосредственно под фундаментом достигает 70%.

При наличии слабого слоя, залегающего под жестким слоем, на котором поконится фундамент, наблюдается обратная картина. Верхний более жесткий слой распределяет нагрузку на большую площадь, и напряжения на кровле слабого слоя оказываются значительно меньшими, чем при однородном основании. Ниже приведены величины изменения напряжений на кровле слабого слоя относительно однородной толщины ( $h$  — глубина залегания слабого слоя):

$h/b$	0,5	1,0	1,5	2,5
$\Delta\sigma_z, \%$	23	32	33	37

Таблица 11

$\frac{2h}{b}$	Напряжение под фундаментами, МПа				
	круглыми с радиусом	прямоугольными с отношением сторон $m=l/b$			
		1	2	3	10
0,00	0,1000	0,1000	0,1000	0,1000	0,1000
0,25	0,1009	0,1009	0,1009	0,1009	0,1009
0,50	0,1064	0,1053	0,1033	0,1033	0,1033
0,75	0,1072	0,1082	0,1059	0,1059	0,1059
1,0	0,0965	0,1027	0,1039	0,1026	0,1025
1,5	0,0684	0,0762	0,0912	0,0911	0,0902
2,0	0,0473	0,0541	0,0717	0,0769	0,0761
3,0	0,0249	0,0298	0,0474	0,0549	0,0560
4,0	0,0148	0,0186	0,0314	0,0392	0,0439
5,0	0,0098	0,0125	0,0222	0,0287	0,0359
7,0	0,0051	0,0065	0,0113	0,0170	0,0262
10,0	0,0025	0,0032	0,0064	0,0098	0,0181
20,0	0,0006	0,0008	0,0016	0,0024	0,0068
50,0	0,0001	0,0001	0,0003	0,0005	0,0014

Данное решение получено при условии, что модуль деформации верхнего, более жесткого слоя в 5 раз больше, чем подстилающего слабого. Значения напряжений  $\sigma_z$  приведены для точек по центральной вертикали при действии равномерно распределенной нагрузки по полосе.

#### Контрольные вопросы

1. Дайте характеристику зоны оснований сооружений. Как влияет прочность пород на размер зоны основания сооружения? Охарактеризуйте те процессы, которые могут протекать в основании в зависимости от технологического режима сооружения. Как влияют утечки на изменение напряженного состояния пород и на параметры их свойств?
2. Охарактеризуйте основные предпосылки решения задачи Буссинеска. Какие составляющие напряжений в этой задаче зависят от коэффициента Пуассона  $\mu$ ?
3. Какие графические способы изображения напряжений используются в механике горных пород?
4. Раскройте особенности использования метода угловых точек для решения объемной задачи.
5. Как влияют размеры фундамента (при действии постоянной нагрузки) на характер распределения напряжений по глубине? Чем объяснить, что при увеличении длины фундамента при сохранении постоянной ширины напряжения по глубине затухают медленнее?
6. Охарактеризуйте, как влияет жесткость фундамента на характер распределения напряжений в основании сооружений. Используя формулу (176) проанализируйте на численных примерах влияние эксцентрикитета приложения нагрузки на распределение напряжений в контактной плоскости ( $Z=0$ ).
7. Как влияет заглубление фундаментов на характер распределения напряжений в основании сооружений? Проанализируйте два случая: 1) быстрая замена вынутой породы из котлована сооружением, 2) медленная замена — длительное простояивание котлована открытым.
8. Проанализируйте, какие отклонения в распределении напряжений фиксируются при проведении экспериментальных исследований. В каких случаях отмечается практическое совпадение экспериментальных данных с теоретическим характером распределения напряжений, в каких — наибольшие отклонения?

9. Как влияет неоднородность строения основания (переслаивание более слабых отложений с прочными малодеформирующими породами) на характер распределения напряжений? В каких случаях основание можно рассматривать как однородное?

## Г л а в а 5

### РАСЧЕТ ДЕФОРМАЦИЙ ОСНОВАНИЙ СООРУЖЕНИЙ

#### § 1. ПРИНЦИПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОСНОВАНИЙ ПО ПРЕДЕЛЬНЫМ СОСТОЯНИЯМ

При проектировании и строительстве различного типа сооружений основной задачей является обеспечение их устойчивости на весь эксплуатационный период. Анализ аварий сооружений показывает, что основная часть нарушений нормальных условий эксплуатации сооружений — результат неравномерного развития деформаций в их основании. Критерий неравномерности деформаций особенно важен при проектировании промышленных и гражданских зданий, поскольку неодинаковость величин деформаций в разных частях сооружения приводит к возникновению дополнительных усилий в конструкциях, развитию в них значительных растягивающих напряжений, не предусмотренных эксплуатационными требованиями, и последующему разрушению здания.

Для земляных сооружений, которые представляют собой довольно гибкие системы, значимость процессов деформирования пород основания отходит на второй план, и главное внимание в оценке устойчивости таких сооружений должно быть обращено на исследование прочности основания, ее изменения в процессе строительства и эксплуатации сооружений.

В настоящее время в Советском Союзе проектирование сооружений ведется по так называемым предельным состояниям. Причем под *предельным состоянием конструкции* понимается такое ее состояние, при котором конструкция перестает удовлетворять предъявляемым к ней эксплуатационным требованиям. Переход конструкции в предельное состояние возможен при следующих условиях: 1) породы основания под действием нагрузки от сооружения разрушаются и, следовательно, возведенная на них конструкция теряет устойчивость; 2) породы основания не разрушаются в ходе строительства и эксплуатации сооружения, но деформируемость их такова, что абсолютные осадки сооружения и неравномерность их развития в пределах контуров сооружения, могут привести к разрушению фундаментов и наземной части сооружения, полному или частичному (трещины в конструкциях перекрытий, во внутренних и наружных стенах и т. п.).

В соответствии с этим, СНиП 2.02.01—83 предлагает вести расчет оснований сооружений по двум группам предельных состояний: 1) по несущей способности, 2) по деформациям.

Расчет по несущей способности основания должен производиться в следующих случаях:

1) на основание передаются значительные горизонтальные нагрузки, а также при действии сейсмических сил;

2) сооружение расположено на откосе или вблизи откоса;

3) основание сложено медленно уплотняющимися водонасыщенными пылевато-глинистыми, а также биогенными породами, имеющими коэффициент водонасыщения  $G \geq 0,85$  и коэффициент скорости консолидации  $c_u \leq 1 \cdot 10^7 \text{ см}^2/\text{год}$ ; в этом случае существует опасность выпора пород основания из-за консервации в них высоких значений порового давления в период строительства и эксплуатации сооружений, сопровождающегося снижением прочности пород;

4) основание сложено скальными породами.

Однако эти случаи полностью не исчерпывают возможные варианты расчета сооружений по первому предельному состоянию — по несущей способности. Так, М. Н. Гольдштейн указывает, что при условии залегания в основании плотных песков и крупнообломочных отложений также возможен выпор породы из-под малозаглубленного фундамента, особенно под действием нагрузок, приложенных с эксцентрикитетом, хотя осадки сооружений, возведенных на таких породах, весьма незначительны даже при высоких давлениях [8]. При высокой плотности застройки в городских условиях разрушение зданий вследствие выпора происходит при снятии боковой пригрузки вблизи стен здания в связи с отрытием канав, траншей и котлованов. Кроме того, проверка устойчивости сооружения по несущей способности должна производиться также при надстройке зданий или размещении в них тяжелого оборудования, не предусмотренного ранее, или при складировании различных материалов вблизи стен зданий.

Особо следует остановиться на особенностях проектирования сооружений, возводимых на скальных породах. Как известно, такие породы обладают высокой несущей способностью, часто несопоставимой с нагрузкой от веса сооружения. Следовательно, их несущая способность всегда используется неполностью и расчет устойчивости наземных сооружений на скальных породах по первому предельному состоянию во многих случаях носит чисто теоретический характер. Исключением является случай неблагоприятной ориентировки поверхностей ослабления, когда несущая способность основания определяется либо прочностью по контактным поверхностям, либо свойствами заполнителя определенной группы трещин.

Расчет сооружений по второй группе предельных состояний (по деформациям) производится для оснований, сложенных нескользящими породами, при условии передачи на них вертикальных нагрузок. Цель расчета оснований по деформациям — ограничение абсолютных и относительных осадок фундаментов и надфундаментных конструкций допускаемыми пределами, которые гарантируют нормальные условия эксплуатации сооружения в целом,

а также отдельных его конструкций. При этом прочность и трещиностойкость фундаментов и надфундаментных конструкций должна быть проверена расчетом, учитывающим взаимодействие сооружения с основанием [31]. В СНиПе 2.02.01—83 деформации основания в зависимости от причин их возникновения подразделяются на два вида: 1) деформации от нагрузки сооружения; 2) деформации, не зависящие от внешней нагрузки.

Расчет по деформациям производится из условия совместной работы сооружения и основания, которая может быть охарактеризована следующими параметрами:

- абсолютной осадкой основания отдельного фундамента;
- средней осадкой основания;
- относительной неравномерностью осадок двух фундаментов, т. е. разностью их вертикальных перемещений, отнесенной к расстоянию между ними;
- креном фундамента или сооружения, т. е. отношением разности осадок крайних точек фундамента к его ширине или длине;
- относительным прогибом или выгибом (отношение стрелы прогиба или выгиба к длине однозначно изгибающего участка сооружения);
- кривизной изгибающего участка сооружения;
- относительным углом закручивания сооружения;
- горизонтальным перемещением фундамента.

Расчет основания по деформациям предполагает, что рассчитанные значения конечных осадок  $S_k$  не превосходят предельных  $S_{pr}$ .

Если надфундаментные конструкции сооружения не рассчитаны на воздействие неравномерных деформаций, то значения предельных абсолютных и относительных деформаций принимаются по СНиП 2.02.01—83 (табл. 12).

Следует отметить, что если основание сложено горизонтальными, выдержаными по мощности слоями пород с уклоном не более 0,1, значения максимальных и средних осадок можно увеличить на 20%.

При набухании пород допускаемая величина подъема сооружений составляет 25% от предельных значений деформаций и 50% от соответствующих относительных величин. Если сооружения возводятся на сплошных плитах (см. табл. 12, 1—3), то значения средних осадок можно увеличить в 1,5 раза.

Следует отметить, что в ряде городов и республик (Ленинград, ЭССР и ЛатССР) действуют региональные нормы, устанавливающие более высокие значения предельных деформаций (например, допускаемые осадки для гражданских сооружений в Ленинграде составляют 30—40 см, увеличены также и значения относительных деформаций).

Известны случаи, когда нормальная эксплуатация сооружений наблюдалась при осадках, достигающих 0,5 м и более, при условии, что такие деформации были предусмотрены проектом и конструкция сооружения была к ним приспособлена.

Таблица 12

Сооружения	Пределевые деформации основания		
	Относительная разность осадок $\Delta S/L$	Крен $i_i$	Средняя осадка $S$ (в скобках максимальная), см
1. Производственные и гражданские одно- и многоэтажные здания с полным каркасом:			
а) железобетонным	0,002	—	(8)
б) стальным	0,004	—	(12)
2. Здания и сооружения, в конструкциях которых не возникает усилия от неравномерных осадок	0,008	—	(15)
3. Многоэтажные бескаркасные здания с несущими стенами из:			
а) круглых панелей,	0,0016	0,005	10
б) крупных блоков или кирпичной кладки без армирования,	0,0020	0,005	10
в) то же, с армированием (в т. ч. с устройством железобетонных поясов)	0,0021	0,005	15
4. Сооружения элеваторов из железобетонных конструкций:			
1) рабочее здание и силосный корпус монолитной конструкции на одной фундаментной плите,	—	0,003	40
2) то же, сборной конструкции,	—	0,003	30
3) отдельно стоящий силосный корпус монолитной конструкции,	—	0,004	40
4) отдельно стоящее рабочее здание	—	0,004	25
5. Дымовые трубы высотой $H$ , м			
1) $H \leq 100$ ,	—	0,005	40
2) $100 < H \leq 200$ ,	—	$1/(2H)$	30
3) $200 < H \leq 300$ ,	—	$1/(2H)$	20
4) $H > 300$	—	$1/(2H)$	10

Необходимо подчеркнуть, что устойчивость большинства наземных сооружений, в том числе и тех, которые проектируются по несущей способности, следует проверять и по деформациям, и прежде всего по допустимой разности осадок.

При неравномерном развитии осадок сооружений (даже при допускаемой величине абсолютных деформаций) вследствие растягивающих напряжений появляются трещины в конструкциях, которые могут привести к их разрушению. Причины неравномерных осадок в пределах контуров сооружения условно подразделяются на три группы.

1 группа объединяет факторы, обусловленные инженерно-геологическими особенностями строения основания, и прежде всего неоднородностью разреза и изменчивостью показателей прочности и деформационных свойств пород. Неоднородность основания выражается в линзообразном залегании или выклинивании более

слабых или прочных отложений, неодинаковой мощности пород с различными показателями свойств и состояния, в наличии крупнообломочных включений и их незакономерном распределении в основании сооружения. К этой же группе может быть отнесено также влияние колебания уровня подземных вод на напряженное состояние пород оснований и изменение показателей их физико-механических свойств.

II группа факторов связана с особенностями возведения и размещения сооружений по отношению к породам основания. При этом большое значение имеют нарушения технологии производства строительных работ нулевого цикла, длительное простояивание котлованов в открытом виде, промораживание пород либо затопление котлованов, динамические воздействия работающих механизмов в котлованах. Все это приводит к разжижению слабых глинистых и пылеватых пород. При высоком положении уровня грунтовых вод (выше дна котлована) возможно развитие суффозионных и других процессов, вызванных действием гидродинамических сил. В этой группе должны быть рассмотрены также факторы, которые определяют неравномерную сжимаемость пород из-за размещения тяжелой части сооружения на слабых породах и легкой — на более прочных. Кроме того, необходимо учитывать, что неравномерная загрузка основания в пределах контура сооружения приводит также к развитию неодинаковых осадок даже при сравнительно однородном основании.

III группа факторов, определяющих развитие неравномерных осадок, связана с неоднородностью напряженного состояния пород в основании в результате взаимного влияния фундаментов отдельных колонн, неодинаковой интенсивностью распределения напряжений по центральной и краевым вертикальным сечениям загруженных ленточных, сплошных и других типов фундаментов. При этом наибольшие напряжения отмечаются в средней части здания с постоянной загрузкой, меньшие — в краевых частях и самые низкие — по угловым вертикалям. Концентрация напряжений, приводящая также к неравномерным деформациям, может возникнуть при строительстве соседнего здания в непосредственной близости от уже эксплуатирующегося, при складировании материалов и продуктов промышленного производства вблизи стен. Открытие котлованов, проходка траншей вблизи стен здания также может повлечь за собой катастрофическое развитие неравномерных деформаций основания.

## § 2. ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ ДЕФОРМАЦИЙ В ПОРОДАХ ОСНОВАНИЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДАВЛЕНИЯ ОТ ВЕСА СООРУЖЕНИЯ

**Песчаные и глинистые породы.** Развитие деформации в основании сооружений происходит под действием как нормальных, так и касательных напряжений. Роль каждой из составляющих напряжений при анализе деформаций зависит от ряда факторов, основ-

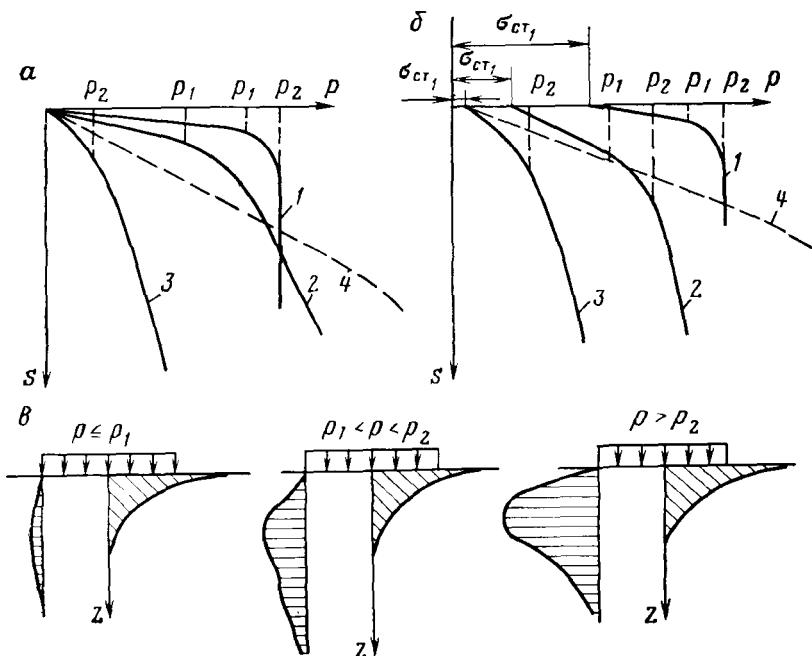


Рис. 37. Зависимость между нагрузкой и деформацией для горных пород:  
 $\alpha$  — несвязных: плотного (1), средней плотности (2) и рыхлого (3) сложения;  $\beta$  — глинистых: высокой (1), средней (2) и малой (3) степени литификации; 4 — кривая деформируемости пород при глубоком заложении фундаментов;  $\sigma$  — эпюры деформаций сжатия (косяя штриховка) и сдвига (горизонтальная штриховка) пород при действии различных по величине нагрузок

ными из которых являются: 1) особенности развития деформаций породы в основании сооружения, которые определяются возможностью либо отсутствием ее бокового распора; 2) величина действующего давления и темпы его роста во времени; 3) тип породы, прочность ее структурных связей, степень уплотненности, величина влажности и водонасыщения, гранулометрический и минеральный состав (причем состав пород особенно важное значение приобретает при рассмотрении развития деформаций в глинистых породах).

Анализ данных наблюдений за развитием деформаций сооружений позволяет наметить три типа зависимости между ростом давления и приращением деформации (рис. 37). Графики, приведенные на рис. 37,  $\alpha$ , характеризуют деформации оснований, сложенных несвязными породами различной плотности. Кривая 1 описывает поведение песчаных пород под нагрузкой плотного сложения, кривые 2 и 3 — соответственно среднего и рыхлого сложения. Деформации глинистых пород в основании сооружений в процессе роста давления развиваются по тем же закономерностям (см. рис. 37,  $\beta$ ). Отличия выражаются лишь в том, что

в пределах начальных интервалов загружения деформации настолько малы, что ими можно пренебречь. Учитывая прочность структурных связей в глинистых породах, следует говорить о нагрузке начала сжатия, которая будет равна структурной прочности пород ( $\sigma_{ct_1}$ ). Кривые 1 и 2 на рис. 37,б характеризуют развитие деформаций соответственно в глинистых породах высокой и средней степеней литификации. В слабых глинистых отложениях наблюдается резкое возрастание деформаций по мере нагружения основания (кривая 3 на рис. 37,б). Вместе с тем отмечается определенная тенденция роста величины структурной прочности по мере перехода от малолитифицированных глинистых разностей к уплотненным. В слабых глинистых отложениях структурная прочность  $\sigma_{ct_1}$  составляет 0,03—0,05 МПа и менее, в среднеуплотненных глинистых породах (в зависимости от их генезиса) возрастает до 0,15 МПа, в высоколитифицированных отложениях может достигать 0,7 МПа. Однако в таких отложениях следует различать структурную прочность отдельных блоков пород ( $\sigma_{ct_1}^b$ ) и структурную прочность на сжатие толщи пород ( $\sigma_{ct_1}^t$ ), которая зависит от характера трещиноватости и параметров прочности пород по трещинам.

Если на кривых 1, 2 (см. рис. 37, а и б) четко выражены участки линейной связи между давлением и деформацией (от 0 до  $p_1$ ), то на кривых 3 нелинейность развития деформаций отмечается практически с первых этапов загружения, в этом случае сопротивление пород по мере увеличения деформации практически не возрастает и при сравнительно небольших давлениях может наступить выпор породы из-под фундаментов. Обычно считают, что в пределах давлений от нуля до  $p_1$  деформация породы определяется главным образом ее сжатием (стадия уплотнения по Н. М. Герсеванову). Однако и на этой стадии возможно боковое перемещение породы. Вертикальные перемещения наиболее интенсивны в центре фундамента, горизонтальные (боковые) — под краями фундамента; последние наиболее существенны для оснований, сложенных песчаными породами рыхлого сложения и слабыми глинистыми пониженнной прочности (см. рис. 37,в).

Горизонтальные деформации происходят под действием касательных напряжений и нарушают пропорциональность между ростом нагрузок и развитием деформаций пород в основании. При увеличении давлений выше  $p_1$  роль горизонтальных смещений существенно растет, а величина вертикальных деформаций, определяющая сжимаемость пород, меняется незначительно, поскольку возможная степень уплотнения породы была реализована на предыдущей стадии при  $p \leq p_1$  (см. рис. 37,в).

Развитие сдвиговых деформаций определяет нелинейную зависимость между давлением от веса сооружения и его деформацией. На второй стадии деформирования (стадия сдвигов по Н. М. Герсеванову) устойчивость породы в основании еще может быть гарантирована при условии затухания сдвиговых деформаций во

времени. Для весьма слабых пород даже при действии относительно небольших нагрузок касательные напряжения определяют величину и характер деформации. Порода практически не претерпевает никакого уплотнения и деформация основания сооружения происходит в результате выдавливания породы (см. рис. 37, б, кривая 3).

Повсеместное развитие сдвиговых деформаций во всей зоне основания сооружения приводит к образованию единой поверхности скольжения и смещению породы вместе с сооружением. Следует отметить, что рассматриваемый характер развития деформаций в основании сооружения обычно наблюдается при неглубоком заложении фундаментов ( $h_f/b \leq 0,5$ ). При условии заглубления фундаментов вторая стадия деформирования обычно не заканчивается разрушением породы в форме выпора, а носит характер длительного нарастания деформации во времени (см. рис. 37, б, кривая 4).

Наиболее сложная картина уплотнения под действием статических нагрузок наблюдается в водонасыщенных глинистых породах. При отсутствии трещиноватости в толще глинистых пород, что характерно для малолитифицированных разностей, развитие деформаций происходит, как уже указывалось выше, под действием нормальных и касательных напряжений. Обычно в этих породах структурная прочность на сжатие меньше тех напряжений, которые действуют в основании сооружений. В таком случае, в процессе развития деформаций главную роль начинает играть перераспределение давлений между скелетом и поровой водой, которое приводит к возникновению напоров, создающих возможность фильтрации воды из водонасыщенной породы. Следует подчеркнуть, что уплотнение пород вследствие оттока воды — решающий фактор увеличения прочности и, следовательно, несущей способности основания. Возможность либо отсутствие возможности оттока воды из породы определяет обоснование схемы расчета осадки сооружений во времени, а также выбор методики получения параметров деформационных свойств и прочности породы. Известно, что методика оценки механических свойств пород определяет их характеристики и, следовательно, оказывает существенное влияние на результаты расчетов деформации и прочности основания сооружения.

При снижении коэффициента водонасыщения до менее единицы для оценки уплотнения глинистых пород следует учитывать сжимаемость поровой воды, содержащей пузырьки воздуха, а также растворенные в ней газы. Влияние последних двух компонентов учитывается суммарно введением в расчеты деформаций соответствующего коэффициента сжимаемости газосодержащей воды (см. гл. 5, § 4). При степени водонасыщения менее 0,85 деформации пород развиваются только в результате ползучести скелета породы, т. е. породы рассматриваются как квазиоднофазная среда.

Оценка деформаций глинистых пород средней и высокой сте-

пени литификации должна проводиться с учетом их трещиноватости.

**Скальные трещиноватые породы.** Экспериментальные исследования, а также наблюдения за деформациями высоких плотин на скальных трещиноватых породах показали, что их уплотнение происходит в результате закрытия горизонтальных и полого залегающих трещин, сжатия и выдавливания образований, заполняющих трещины и пустоты. В трещиноватых породах при действии высоких давлений немаловажную роль играет ползучесть самой породы. Опыты, проведенные МИСИ на площадке строительства Ингурской ГЭС, установили, что в доломитизированных известняках под давлением 7,0–11,0 МПа развитие осадок продолжалось более 1500 ч [30]. Природа этого процесса довольно сложна и в схематизированном виде может быть представлена как результат перераспределения действующих внутри массива породы усилий, приводящих к подвижкам отдельных ее блоков, местным микро- и макроразрушениям. Эти процессы протекают не мгновенно, а постепенно, сменяя друг друга, приводя с течением времени породу к некоторому равновесному состоянию. Наблюдения дали возможность установить, что зависимость между деформациями и давлением для скальных трещиноватых пород часто оказывается нелинейной даже при сравнительно невысоких (1 МПа) давлениях. Кроме того, при уплотнении скальных трещиноватых пород происходят боковые деформации и вертикальные перемещения поверхности пород вокруг загруженной площади на расстоянии, равном 1–1,5 ее ширины (рис. 38,а). При строительстве и эксплуатации высоких плотин (Братской, Красноярской и других ГЭС) отмечалось развитие их деформации во времени. Так, например, осадка плотины Братской ГЭС при давлении на подстилающие ее диабазы до 2,5–4,0 МПа достигла 70 мм. Приблизительно такая же величина осадки зафиксирована в основании бетонной плотины Усть-Илимской ГЭС, возведенной также на трещиноватых диабазах, причем интенсивность развития осадки по отдельным секциям тесно увязывается не только с давлением от сооружения и воды, но и с характером трещиноватости (см. рис. 38,б) [35].

**Влияние технологии возведения сооружения, размеров, формы и заглубления фундаментов на величину деформации.** Величина конечной деформации сооружения, возводимого на различных типах горных пород, определяется не только изменением напряженного состояния пород под действием давления, но и темпами возведения сооружения, размерами и формами фундаментов, жесткостью и глубиной их заложения.

Технология возведения сооружения имеет большое значение при условии залегания в основании относительно слабых глинистых отложений. При скоростных методах возведения сооружений, как показывает практика строительства в Ленинграде, только 20% осадки протекает в строительный период, остальные 80% — в эксплуатационный. Длительность развития и величина

деформации значительно возрастают, если действуют циклические кратковременные нагрузки, например, при загрузке резервуаров хранения нефти в основании водонапорных башен, силосных корпусов, элеваторов [8]. Следовательно, при оценке характера развития деформаций в основании необходимо учитывать темпы возведения сооружения: интервал передачи давления и ее ступень. Наименьшие деформации фиксируются при медленном загружении малыми ступенями, наибольшие — при непрерывном загружении, например при заполнении различных емкостей (рис. 39, а). Экспериментальные исследования, проведенные с различными типами слабых глинистых отложений, подтверждают результаты наблюдений за развитием осадки сооружений при различных темпах приложения давления (см. рис. 39, б, в). Сопоставления результатов исследования прочности глинистых пород при отсутствии жестких цементационных связей (позднеледниковые отложения) и при наличии таких связей (последнеледниковые отложения) показали, что наименьшие значения прочности зафиксированы в пределах первых двух часов загружения в позднеледниковых глинах.

Возрастание интервала времени между ступенями давления приводит к дальнейшему повышению прочности этих отложений. В породах с жесткими цементационными связями характерна в основном тенденция к падению прочности (см. рис. 39, в). Лавинное разрушение жестких необратимо разрушающихся структурных связей при практически малой значимости процессов их восстановления приводит к существенному уменьшению прочности и соответственно к развитию длительно незатухающих деформаций оснований сооружений.

Обобщение данных наблюдений за развитием деформации при постоянном давлении на основание различных гражданских сооружений, возведенных на песчано-глинистых породах, модуль деформации которых превосходил 10 МПа, дало возможность установить, что между размером фундамента ( $b$  — ширина фундамента) и осадкой существует довольно сложная зависимость (рис. 40, а) [9]. При малых значениях (до 0,2—0,4 м) штампа осадка возрастает при уменьшении  $b$ , что связано с развитием зон пластических (сдвиговых) деформаций в его основании. С ростом ширины фундамента зоны пластических деформаций уменьшаются и увеличивается сопротивление породы вдавливанию штампа. При  $b > 0,4$  м зависимость между ростом осадки и шириной фундамента практически линейна. Такая связь существует в интервале изменения  $b$  от 0,4 до 3 м. Дальнейшее увеличение  $b$  приводит к замедлению роста осадки, и при  $b$ , равном 10—15 м, размер фундамента практически не сказывается на величине деформации. Такое явление малой зависимости деформации от размера штампа может быть объяснено влиянием напряжений от собственного веса породы на уменьшение ее деформационной способности [9]. При больших площадях загружения в работу включаются глубоко залегающие слои, модули деформации которых при значительной боковой пригрузке возрастают по сравнению

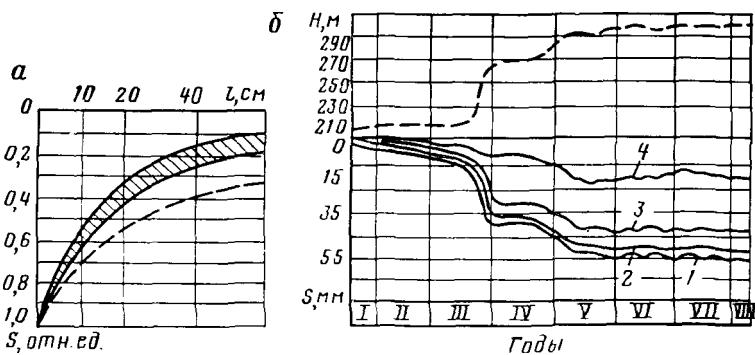


Рис. 38. Характер развития деформаций скальных пород:

*а* — вие зоны загружения штампа  $d=100$  см (заштрихована область экспериментальных данных, пунктиром дана теоретическая кривая); *б* — кривые роста осадки отдельных секций бетонной плотины Усть-Илимской ГЭС, в основании которой залегают диабазы (*1* — весьма трещиноватые; *2* — сильнотрещиноватые; *3* — среднетрещиноватые, *4* — малотрещиноватые); пунктиром показана кривая повышения напора воды на плотину (уровень верхнего бьефа)

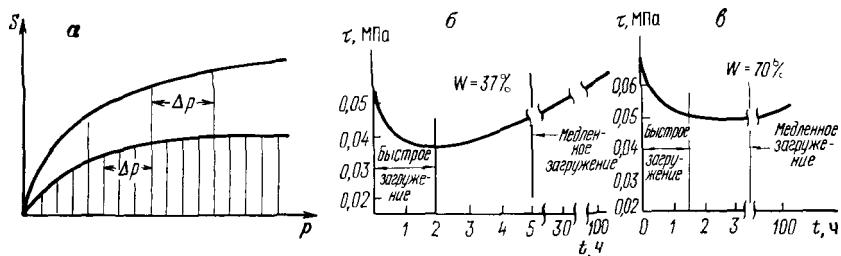


Рис. 39. Характер развития осадки и изменения прочности слабых глинистых пород в зависимости от режима загружения:

*а* — интенсивность нарастания осадки от величины ступени нагрузки; *б* и *в* — изменение прочности соответственно позднеледниковых (озерно-ледниковых) и последледниковых (морских) глин при быстром и медленном загружении

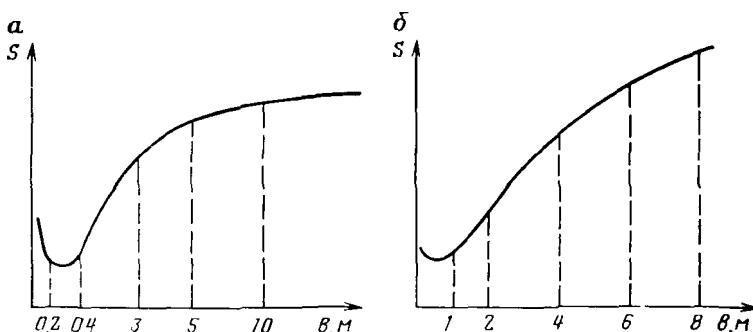


Рис. 40. График зависимости величины осадки от размеров фундаментов в породах:

*а* — с  $E \geq 10$  МПа; *б* — с  $E < 10$  МПа (масштаб условный)

с приповерхностными слоями, залегающими непосредственно под подошвой фундамента. Следовательно, под большими в плане фундаментами необходимо производить ограничения по глубине той зоны основания, в пределах которой будут развиваться деформации пород.

Однако такая независимость величины деформации от размеров штампа характерна для пород относительно прочных с  $E \geq 10$  МПа. В слабых отложениях при  $E < 10$  МПа отмечается четкая зависимость между осадкой и шириной фундамента  $b$  (см. рис. 40, б). Для глинистых город малой степени литификации с глубиной возрастает их способность к развитию пластических деформаций. Как показывают экспериментальные исследования, связь между модулем деформации и объемным напряженным состоянием ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) может быть выражена в виде следующих зависимостей. В интервале всесторонних давлений от 0 до  $\sigma_{ct}$ , модуль деформации  $E_o(\sigma)$  нарастает в соответствии с уравнением

$$E_o(\sigma) = E_o^1 + \sigma_{bc} \operatorname{tg} \varphi, \quad (191)$$

где  $E_o^1$  — модуль деформации при одноосном сжатии;  $\operatorname{tg} \varphi$  — коэффициент внутреннего трения породы, отвечающий ее прочности при неразрушенных структурных связях;  $\sigma_{bc}$  — всестороннее давление, равное  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$ ;  $\sigma_{ct}$  — структурная прочность породы, характеризующая начало разрушения наиболее слабых структурных связей.

Если  $\sigma_{ct_1} < \sigma_{bc} \leq \sigma_{ct_2}$ , наблюдается постоянство либо небольшое увеличение  $E_o(\sigma)$  по сравнению с  $E_o(\sigma_{ct_1})$ . При этом величина  $\sigma_{ct_2}$  определяет разрушение наиболее прочных структурных связей, т. е. переход пород в пластичное состояние. Уменьшение  $E_o(\sigma)$  при  $\sigma_{bc} > \sigma_{ct_2}$  происходит по экспоненциальному закону

$$E_o(\sigma) = E_o^{max} \exp [-\alpha (\sigma_{bc} - \sigma_{ct_2})], \quad (192)$$

где  $E_o^{max}$  — максимальное значение  $E_o(\sigma)$  в интервале давлений  $\sigma_{ct_1} < \sigma_{bc} \leq \sigma_{ct_2}$ ;  $\alpha$  — эмпирический коэффициент, зависящий от типа глинистой породы (так, например, для озерно-ледниковых отложений  $\alpha$  равно 6—8, для моренных суглинков — 2—3, для разуплотненных нижнекембрийских глин — 3—4).

Обратными расчетами модуля деформации, сделанными по результатам наблюдений за послойным развитием деформаций в основании зданий, построенных на слабых глинистых отложениях, установлено, что значение  $E_o$  снижается до 2,3 МПа, что значительно меньше тех же характеристик, но определенных по результатам статических нагрузений штампов в шурфах (5—7 МПа).

Снижение модуля общей деформации приводит к существенному росту глубины зоны основания, в пределах которой происходит развитие деформаций под действием напряжений от веса сооружений. По данным исследований Ленинградского инженерно-строительного института (ЛИСИ), сжимаемая зона при зале-

ганий слабых пород в основании сооружений достигает  $2,5 b$ . Значительная глубина развития деформаций в основании сооружений отмечается также М. Ю. Абелевым при проведении штамповых испытаний на илах, а также на водонасыщенных лёссовых породах. Эти данные вполне согласуются с результатами наблюдений, проведенных в ЛИСИ [1, 10].

В настоящее время известные сложности возникают при определении влияния размера загруженной площади при условии залегания в основании трещиноватых пород. Очевидно, при анализе этого вопроса необходимо, прежде всего, остановиться на оценке характера изменения степени трещиноватости с глубиной. При условии, что трещиноватость в пределах зоны основания сооружения затухает с увеличением глубины и соответственно возрастает модуль деформации, развитие деформаций будет подчиняться зависимости, приведенной на рис. 40,а. Интенсивная трещиноватость определяет характерную взаимосвязь между деформационной способностью пород и масштабным эффектом, суть которого заключается в том, что по мере увеличения объемов породы (например, размер зоны основания сооружения) показатели механических свойств, в том числе и модуль деформации, уменьшаются, стремясь к некоторому постоянному значению (рис. 41). Следовательно, при рассмотрении толщи горных пород как трещиноватоблочной среды показатели деформационных свойств и прочности следует корректировать в зависимости от размера объемов пород, участвующих непосредственно в работе при взаимодействии с сооружением. Поскольку величина деформации породы непосредственно связана с ее модулем обратной зависимостью, то по мере роста размеров фундаментов и, следовательно, вовлечения в работу основания все больших объемов породы следует ожидать возрастания деформаций. Поскольку значение модуля деформации асимптотически стремится к некоторому постоянному значению, величина деформации также будет стабилизироваться (см.

рис. 41). Характер кривых, приведенных на рис. 40,а и 41, сходен, за исключением начального участка. Малые величины деформации при небольших размерах штампа, фундамента, когда деформируется сравнительно небольшой объем пород, объясняются возможностью рассмотрения породы как квазисплошной среды. В таком случае модуль деформации характеризуется наиболее высокими значениями, а осадка — соответственно самыми малыми. Для определения деформации при условии рассмотрения горных пород как квази-

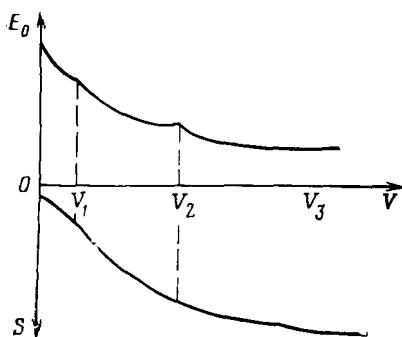


Рис. 41. Характер развития осадки трещиноватых пород в зависимости от проявления масштабного эффекта ( $V$  — объем пород зоны основания)

сплошной среды используется критерий квазисплошности и квазиоднородности (см. гл. 1, § 2).

Влияние формы фундаментов на развитие осадки обычно рассматривается при следующих условиях: а) при постоянной площади фундамента; б) при постоянной его ширине, но изменении длины [8].

Если площади фундамента равны и нагрузка постоянна, то при одинаковом инженерно-геологическом разрезе основания деформации круглых и квадратных фундаментов больше, чем прямоугольных и ленточных. Однако такая зависимость характерна только при давлениях менее  $p_1$ , т. е. при отсутствии зон пластических деформаций в основании. Если развитие деформаций наблюдается во второй стадии (при  $p > p_1$ ), то деформации компактных фундаментов оказываются меньше, чем удлиненных, что определяется характером распределения напряжений в объемной и плоской задачах и соответственно ролью касательных напряжений. Чем менее уплотнены породы, тем наиболее существенна разница при использовании различных в плане фундаментов. М. Н. Гольдштейн отмечает, что при росте величины отношения периметра фундамента к его площади (при одинаковых площадях и давлениях) увеличивается возможность выдавливания породы из-под фундамента, которая приводит к возрастанию величины деформации, особенно при  $p > p_1$ .

Сопоставляя характер распределения напряжений в случае плоской и объемной задач ( $l/b > 3$  и  $l/b \leq 3$ ) при условии одинаковой ширины фундамента и нагрузки на него, можно сделать вывод о том, что под вытянутыми в плане фундаментами деформации будут значительно большими, чем под квадратными и прямоугольными, поскольку напряжения  $\sigma_z$  затухают медленнее по глубине. Это положение подтверждается наблюдениями, проведенными за построенными сооружениями, в процессе специальных экспериментальных исследований в лотках и при нагружении штампов. Особенно велика роль выдавливания пород из-под ленточных фундаментов при возведении сооружений на сильно сжимаемых малолитифицированных глинистых отложениях.

Большое влияние на величину и ход деформации оказывает развитие пластических зон под краями жесткого фундамента, где обычно наблюдается концентрация напряжений (седлообразный характер эпюра распределения напряжений в контактной плоскости). Такие зоны обычно увеличивают общую величину деформации сооружения.

Зависимость осадки от заглубления фундаментов следует рассматривать в основном для небольших в плане фундаментов, шириной или диаметром менее 10 м. Заглубление фундаментов положительно сказывается на характере условий работы породы в основании сооружения. Уменьшение величины деформации сооружений зависит от двух главных факторов: 1) при давлениях более  $p_1$  значительно сокращается возможность выдавливания пород из-под фундаментов; 2) вследствие пригрузки основания

вышележащими породами и роста объемного напряженного состояния наблюдается тенденция к увеличению модуля деформации (за исключением малолитифицированных разностей). Наблюдения за деформациями больших в плане фундаментов ( $b > 10$  м) показали, что разница в заглублении мало сказывается на их значениях, поскольку эти фундаменты обычно относятся к малозаглубленным ( $h_f/b \leq 0,5$ ). Следует отметить также, что при действии давлений  $p \leq p_1$  заглубление фундамента не оказывает существенного влияния на величину деформации. Эффект заглубления фундаментов наиболее полный при условии проектирования сооружений при давлениях  $p > p_1$  и возможности развития зон пластических деформаций. В таком случае заглубление фундамента для ограничения величины осадки может быть экономически оправданным, особенно при возведении сооружений на относительно слабых отложениях.

### § 3. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОНЕЧНОЙ ОСАДКИ

**Основные положения расчета осадки.** Деформации, приводящие к вертикальным смещениям поверхности горной породы и возводенного на ней сооружения, обычно называют *осадками*. Расчет осадок выполняют в том случае, когда гарантируется обеспечение устойчивости основания сооружения при самом невыгодном сочетании нагрузок и других воздействиях на породы основания.

Механика горных пород в основном разрабатывает методы расчета осадки, возникающей только из-за изменения напряженного состояния пород под действием давления от сооружения. При этом, если связь между деформациями основания и ростом давления линейна, то в расчетах используется модель линейно-деформируемой среды. Показателями сжимаемости, используемыми в таком случае в расчетах для песчаных и глинистых пород, являются коэффициент сжимаемости или модуль общей деформации и коэффициент поперечного расширения, для скальных и полускальных пород — модуль общей деформации и коэффициент поперечного расширения. Все перечисленные выше характеристики деформируемости породы являются постоянными параметрами для рассматриваемого интервала давлений. При нелинейной зависимости между давлением и деформациями, что обычно наблюдается при давлениях выше  $p_1$ , а в слабых глинистых отложениях, рыхлых песках, сильно трещиноватых породах и при  $p > p_1$ , следует учитывать влияние напряженного состояния пород на изменение параметров деформационных свойств. Нелинейный характер развития осадки особенно четко проявляется при значительном развитии пластических деформаций.

В практике расчета осадок различают: определение конечной осадки и осадки, величина которой меняется во времени. Знание характера развития осадки во времени приобретает особо важное значение при возведении сооружений на водонасыщенных глинистых нетрещиноватых породах.

Для расчета конечной осадки необходимо иметь следующие данные: 1) инженерно-геологический разрез основания, на котором должны быть показаны мощности слоев, плотности, параметры деформационных свойств и прочности пород для различных диапазонов давлений каждого слоя; 2) характеристика гидрологических условий: наличие водоносных горизонтов, их положение в разрезе, величины напоров; 3) величина давления от сооружения, размеры и типы фундаментов, их заглубление; эти характеристики используются для расчета распределения напряжений в основании сооружений. Напряжения от собственного веса породы рассчитывают согласно положениям, указанным в гл. 3. Расчет конечной осадки и осадки, изменяющейся во времени, обычно проводится при следующих условиях: 1) без учета бокового расширения породы; 2) с учетом возможности такого расширения.

Первый случай отвечает так называемому одноразмерному сжатию породы, второй — двух- и трехразмерному сжатию.

В случае одноразмерного сжатия при приложении к поверхности породы вертикальной нагрузки осадка происходит только в одном направлении, совпадающем с направлением действия этой нагрузки, т. е. в принятых обозначениях — параллельно оси  $z$ . Перемещения вдоль двух других осей ( $x$  и  $y$ ) отсутствуют.

При двухразмерном сжатии под действием вертикальной нагрузки перемещение породы происходит уже в двух направлениях — по вертикали вдоль оси  $z$  и по горизонтали вдоль оси  $y$  или  $x$ . Двухразмерное сжатие соответствует плоской задаче распределения напряжений в основании сооружений. В соответствии с допущением о постоянстве напряжений вдоль оси  $x$  (см. гл. 2, § 6), будем считать, что при двухразмерном сжатии вертикальная нагрузка вызывает перемещения породы в направлении оси  $y$ .

В случае трехразмерного сжатия нагрузка, приложенная вертикально к поверхности породы, приводит к развитию деформаций во всех трех направлениях, что отвечает пространственной (объемной) задаче распределения напряжений.

Таким образом, двух- и трехразмерное сжатие в отличие от одноразмерного связано с возможностью бокового расширения породы. Из изложенного ясно, что трехразмерное сжатие — наиболее общий вид деформирования породы при приложении к ее поверхности вертикальной нагрузки; остальные два вида сжатия — его частные случаи.

Осадка сооружений при двух- и трехразмерном сжатии породы происходит не только в результате изменения ее объема (уменьшение пористости, трещиноватости), но и вследствие изменения формы при постоянном объеме под действием касательных составляющих напряжений. Происходящее при этом скашивание толщи породы в стороны от фундамента протекает одновременно с приложением внешней нагрузки при скоростных темпах возведения сооружения, особенно если в основании зале-

гают глинистые породы с низким коэффициентом фильтрации. Касательные напряжения играют ведущую роль в развитии деформаций основания при действии давления  $p > p_1$ . В этом случае отмечается длительное протекание осадки сооружений во времени, имеющее затухающий либо незатухающий характер в зависимости от величины  $p$ .

В практике проектирования часто ограничиваются расчетом осадок, возникающих вследствие уменьшения объема породы, полагая, что именно этот вид наиболее существен при деформировании основания сооружения.

**Расчет осадки в условиях одноразмерного сжатия.** Расчет осадки сооружения без учета возможности бокового расширения породы, т. е. по схеме одноразмерного сжатия, выполняют в том случае, если соотношение мощности сжимаемого слоя  $h$  и ширины фундамента  $b$  не превышает одной четверти, т. е.  $h/b \leqslant 0,25$ .

Из рассмотрения характера распределения по глубине нормальной вертикальной составляющей напряжения  $\sigma_z$  как в плоской, так и в объемной задачах следует, что при указанной величине  $h/b$  составляющая  $\sigma_z$  остается практически неизменной и равна интенсивности внешней нагрузки. В связи с этим для упрощения расчетов принимают, что нормальные напряжения, возникающие в породе при одноразмерном сжатии в результате приложения к ее поверхности вертикальной равномерно распределенной нагрузки, по глубине не меняются и равны интенсивности распределения внешней нагрузки ( $\sigma_z = p$ ). Эпюра распределения напряжений по глубине имеет вид прямоугольника.

Одноразмерное сжатие возникает, например, если на небольшой глубине от подошвы фундамента залегает практически несжимаемый слой породы либо когда нагрузка на породу распределена по большой площади или при намыве территории, предназначаемой для хозяйственного освоения. Этот же случай деформирования может быть рассмотрен при анализе уплотнения породы в процессе покровного оледенения, при осадконакоплении и др. Существуют методы, позволяющие в условиях, исключающих боковое расширение породы, рассчитать конечную осадку слоя породы и величину осадки на любой момент времени.

Для вычисления конечной осадки слоя породы в указанных условиях рассмотрим призму породы, к поверхности которой приложено вертикальное равномерно распределенное давление  $p$ .

Минеральную часть породы при нагрузках, передаваемых на основание сооружениями, будем считать несжимаемой. Поэтому объем минеральной части скелета после уплотнения остается тем же, что и до уплотнения. Под действием давления  $p$  вследствие уменьшения объема пор породы произойдет осадка призмы

$$S = n_1 - n_2, \quad (193)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — пористость породы до и после уплотнения;  $n_1 = e_1 / (1 + e_1)$ ,  $n_2 = e_2 / (1 + e_2)$ ;  $e_1$  и  $e_2$  — соответственно коэффициенты пористости до и после уплотнения.

## Относительная осадка призмы

$$\varepsilon_z = \frac{S}{h_1} = \frac{n_1 - n_2}{h_1}, \quad (194)$$

где  $h_1$  — высота призмы до уплотнения, равная  $n_1 + m$ ;  $m$  — объем минеральной части породы, равный  $1/(1+e_1)$ .

Подставив в формулу (194) значения  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $h_1$ , получим

$$\varepsilon_z = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1}. \quad (195)$$

Таким образом, осадка на основании формул (194) и (195) определится выражением

$$S = \varepsilon_z h_1 = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} h_1. \quad (196)$$

В то же время, так как коэффициент уплотнения  $a = (e_1 - e_2)/(p_2 - p_1)$ , где  $(p_2 - p_1)$  — интервал давлений, для которых рассчитывался коэффициент уплотнения, то осадка при одноразмерном сжатии составит

$$S = \frac{a(p_2 - p_1)}{1 + e_1} h_1. \quad (197)$$

При подсчете осадки величина  $p_1$  отвечает начальному давлению (собственный вес породы), а  $p_2$  — суммарному давлению (начальному  $p_1$  и от веса возведимого сооружения  $\Delta p$ ), т. е.  $p_2 = p_1 + \Delta p$ .

Значения  $e_1$  и  $e_2$  получают из компрессионной кривой в соответствии с величинами  $p_1$  и  $p_2$ . Формулой (196) пользуются при обработке результатов компрессионных испытаний для определения значений коэффициентов пористости в зависимости от действующих давлений (по величине осадки образца в кольце компрессионного прибора).

Выражение для расчета осадки при одноразмерном сжатии может быть получено также, исходя из анализа зависимостей обобщенного закона Гука. Напомним, что он записывается в виде

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu (\sigma_x + \sigma_y)]; \quad (a)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu (\sigma_x + \sigma_z)]; \quad (b)$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu (\sigma_y + \sigma_z)]. \quad (в)$$

В случае одноразмерного сжатия деформации от действия нормальных составляющих напряжения по вертикальным площадкам  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  отсутствуют, поэтому  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$ . Подставив значения относительных деформаций в выражения (б) и (в) и приравняв их, получим  $\sigma_y - \mu (\sigma_z + \sigma_x) = \sigma_x - \mu (\sigma_z + \sigma_y)$  или  $\sigma_y - \sigma_x = -\mu (\sigma_y - \sigma_x)$ , т. е.  $\mu = -1$ , что невозможно, следовательно,  $\sigma_y = \sigma_x$ .

Заменив в выражении (в)  $\sigma_y$  на  $\sigma_x$ , определим  $\sigma_x$ :

$$\sigma_x - \mu(\sigma_x + \sigma_z) = 0; \quad (198)$$

$$\sigma_x = \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_z.$$

Если подставить в выражение (а) значение  $\sigma_x$  в соответствии с выражением (198) и принять во внимание, что  $S = \varepsilon_z h_1$ , формула для расчета конечной осадки в случае одноразмерного сжатия приобретает вид

$$S = h_1 \varepsilon_z = \frac{\sigma_z h_1}{E} \left( 1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu} \right). \quad (199)$$

Если принять  $\sigma_z = p$  и обозначить сомножитель  $\left( 1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu} \right) = \beta$ , выражение для расчета осадки будет иметь вид

$$S = \frac{ph}{E} \beta. \quad (200)$$

Коэффициент  $\beta$  зависит только от коэффициента поперечного расширения  $\mu$ . При постоянном  $\mu$  коэффициент  $\beta$  также постоянен и определяется типом породы. Формула (200) вошла в действующие строительные нормы и правила для расчета осадки методом послойного суммирования (СНиП 2.02.01—83).

**Расчет конечной осадки в условиях двух- и трехразмерного сжатия породы.** Расчет осадки в этом случае выполняется для условия однородного и неоднородного основания. Однородным следует считать такое основание, в пределах которого соблюдаются однотипность разреза по геолого-генетическим, литологическим особенностям, а также показателям физического состояния и механических свойств горных пород.

Двух- и трехразмерное сжатие рассматривается, когда мощность сжимаемой толщи  $h$  превышает четверть ширины  $b$  загруженной площадки, т. е.  $h > 0,25b$ . Эпюра распределения напряжений  $\sigma_z$  показана на рис. 23,б.

Для вывода формул, позволяющих вычислять осадку слоя породы однородного основания, обратимся к обобщенному закону Гука.

При двухразмерном сжатии деформации вдоль оси  $x$  отсутствуют, следовательно,

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_z + \sigma_y)] = 0; \quad (201)$$

$$\sigma_x = \mu(\sigma_z + \sigma_y). \quad (202)$$

Поскольку конечная осадка  $S_k$  равна  $(\varepsilon/E)h$ , то в случае плоской задачи формула ее расчета записывается следующим образом:

$$S_k = \frac{h}{E} \{ \sigma_z - \mu [\sigma_y + \mu (\sigma_z + \sigma_x)] \} = \frac{h}{E} [\sigma_z (1 - \mu^2) - \sigma_y \mu (1 + \mu)] = \\ = \frac{h(1 - \mu^2)}{E} \left[ \sigma_z - \frac{\mu(1 + \mu)}{1 - \mu^2} \sigma_y \right]$$

или окончательно

$$S_k = \frac{h(1 - \mu^2)}{E} \left( \sigma_z - \frac{\mu}{1 - \mu} \sigma_y \right). \quad (203)$$

В случае трехразмерного сжатия

$$S_k = \frac{h}{E} [\sigma_z - \mu (\sigma_x + \sigma_y)]. \quad (204)$$

Однако в формуле (204) не учитываются параметры фундамента (размер, форма, жесткость), которые, как известно, оказывают существенное влияние на величину осадки сооружения.

Расчет осадки для однородного основания при возможном расширении породы с учетом характеристик фундаментов может быть выполнен по методу Шлейхера — Польшина.

**Определение осадки однородного основания по методу Шлейхера — Польшина.** Этот метод базируется на использовании положений задачи Буссинеска.

Рассмотрим вертикальные перемещения, возникающие в линейно-деформируемой толще пород под действием сосредоточенной силы  $P$ , приложенной перпендикулярно к поверхности этой толщи.

Величина относительного перемещения в направлении оси  $z$

$$\varepsilon_z = \frac{dw}{dz}, \quad (205)$$

где  $w$  — вертикальные перемещения точки.

Из обобщенного закона Гука известно, что

$$\varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu (\sigma_x + \sigma_y)]. \quad (206)$$

Подставив в выражение (206) значения  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  из решения задачи Буссинеска, получим

$$\varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = \frac{P}{2\pi E} \left\{ 3(1 + \mu) R^2 z (R^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}} - \right. \\ \left. - z [3 + \mu (1 - 2\mu)] z (R^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \right\}. \quad (207)$$

Интегрируя полученное выражение, найдем величину вертикального перемещения

$$w = \frac{P}{2\pi E} \left[ (1 + \mu) z^2 (R^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} + 2(1 - \mu^2) (R^2 + z^2)^{-1/2} \right]. \quad (208)$$

Наибольший интерес представляют перемещения поверхности породы. Для нахождения вертикальных деформаций этой поверхности в формулу (208) подставим  $z=0$ , тогда

$$w_{z=0} = \frac{P(1 - \mu^2)}{\pi E R}. \quad (209)$$

Как было показано ранее, у точки приложения вертикальной сосредоточенной силы напряжения и перемещения становятся бесконечно большими. Исходя из теории упругости, можно предложить, что в области, прилегающей к точке приложения внешней силы, в материале вырезана полусферическая поверхность малого радиуса, а сосредоточенная сила заменена статически эквивалентными усилиями, распределенными по этой поверхности.

Имея решения для сосредоточенной силы, можно получить величину вертикального перемещения, возникающего от действия равномерно распределенной нагрузки по прямоугольнику [33]. Пусть на гибкий прямоугольный фундамент действует нагрузка  $p$ , равномерно распределенная по его площади  $F$ . Для определения осадок сооружения фундамент делят на элементарные прямоугольники площадью  $dF$  (где  $dF = d\xi d\eta$ ) и, принимая нагрузку на каждый из них за сосредоточенную силу интенсивностью  $pdF$ , суммируют вертикальные перемещения от действия нагрузок на элементарных площадках. Заменив суммирование интегрированием (209), получают выражение для вычисления осадки

$$w = \frac{1 - \mu^2}{E} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{P(\xi\eta)}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}} d\xi d\eta. \quad (210)$$

Таким образом, при определении осадки в рассматриваемом случае исходят из решения задачи Буссинеска со всеми допущениями и условностями, характерными для последнего.

Результаты интегрирования (210) при  $z=0$  дают формулу для определения осадки поверхности основания в любой точке загруженного прямоугольника, а также вне его.

Для центра загруженного фундамента при условии, что  $m = l/b$  осадка

$$S_u = \frac{2pb(1 - \mu^2)}{\pi E} \left[ \ln(\sqrt{m^2 + 1} + m) + m \ln \frac{\sqrt{m^2 + 1} + 1}{m} \right] = \\ = \frac{\rho b C(1 - \mu^2)}{E},$$

$$\text{где } C = \frac{2}{\pi} \ln(\sqrt{m^2 + 1} + m) + m \ln \frac{\sqrt{m^2 + 1} + 1}{m}.$$

Для круглого фундамента  $C=1$ , для различных соотношений  $l$  и  $b$  рекомендуется принимать следующие значения  $C$ :

$m$	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	40	50	100
$C$	1,12	1,53	1,79	1,97	2,10	2,22	2,41	2,54	2,97	3,24	3,42	3,54	4,00

Осадка угловых точек фундамента, имеющих координаты  $x = \pm b/2$ ,  $y = \pm l/2$ ,

$$S_u = \frac{pb(1-\mu^2)}{\pi E} \left[ \ln(\sqrt{m^2+1} + m) + m \ln \frac{\sqrt{m^2+1} + 1}{m} \right] = \\ = \frac{pb(1-\mu^2)}{E} C_1,$$

где  $C_1$  — коэффициент, зависящий от размеров, формы и жесткости фундамента.

Сравнение формул (211) и (212) дает возможность установить, что значения  $C_1$  в два раза меньше значений  $C$ . Следовательно, осадка точки, находящейся в центре прямоугольного гибкого фундамента, по поверхности которого действует равномерно распределенная нагрузка, в два раза больше осадки угловых точек этого же фундамента.

Осадка для всех точек абсолютно жесткого фундамента при центрально приложенной нагрузке одинакова и равна

$$S_{\infty} = \frac{1-\mu^2}{\pi E} \iint_F \frac{p(\xi, \eta)}{\sqrt{(x-\eta)^2 + (y-\xi)^2}} d\xi d\eta = \text{const}, \quad (213)$$

где  $p$  — равнодействующая внешней нагрузки, приложенной в центре к жесткому фундаменту;  $\eta$  и  $\xi$  — бесконечно малые величины, определяющие элементарную площадь фундамента.

Точное решение этого уравнения сопряжено с большими трудностями, поэтому применяют следующий прием. Нагруженную площадь разбивают на ряд элементов, а интегрирование заменяют суммированием. Тогда при условии, что  $p_i F_i = \bar{P}$ ,

$$S_{\infty} = \frac{1-\mu^2}{\pi E} \sum_{i=1}^n \frac{p_i F_i}{\rho_i(x, y)}, \quad (214)$$

где  $n$  — число элементов, на которые разбивают загруженную площадь;  $p_i$  — среднее давление по площади каждого элемента;  $F_i$  — площадь  $i$ -го элемента;  $\rho_i(x, y)$  — расстояние от центра тяжести элемента до точки, для которой составляется уравнение.

Для точек, совпадающих с центром тяжести элементов и для которых одно из значений  $\rho_i = 0$ , средняя осадка

$$S_{\infty} = \frac{C' \sqrt{F_i} (1-\mu^2)}{\pi E} p_i. \quad (215)$$

Если площадь фундамента представлять в виде  $F = lb = \left(\frac{l}{b}\right) b = (mb) b = mb^2$ , то подставив в формулу (215) выражение

для  $F$  и введя обозначение  $\omega = C' \sqrt{m}/\pi$ , получим выражение для определения осадки жесткого фундамента с учетом бокового расширения породы

$$S = \frac{\omega pb(1 - \mu^2)}{E}. \quad (216)$$

Это уравнение известно как формула Шлейхера — Польшина.

Для круглого фундамента принимают  $\omega = 0,79$ , для прямоугольных и ленточных фундаментов (гибких и жестких) в зависимости от величины  $m$  коэффициент  $\omega$  может быть определен из приведенных данных (табл. 13).

Формула Шлейхера — Польшина используется для определения осадки различного типа горных пород: скальных, песчано-глинистых. Однако при использовании этой формулы следует помнить, что она получена для модели линейно-деформируемой среды, когда в породе отсутствуют или малы по размеру зоны пластических деформаций. Для относительно слабых песчано-глинистых пород это условие (отсутствие пластических деформаций) выполняется для фундаментов небольших размеров (ширина ленточного фундамента не более 2 м, ширина прямоугольного — не более 3 м), при среднем давлении, передаваемом на породу от фундамента, не превышающем 0,3 МПа.

Кроме того, формула Шлейхера — Польшина используется при обработке данных испытаний пород с помощью статических нагрузок, передаваемых на штамп в шурфах и скважинах. По результатам замеров осадки  $S$  штампа известного размера, формы и жесткости при действующем давлении  $p$  можно рассчитать величину модуля деформации пород

$$E = \frac{\omega(1 - \mu^2)}{S} pb.$$

При определенных значениях коэффициента  $\mu$ ,  $\omega$  и ширины (или диаметра) штампа  $b$  сомножитель  $\omega(1 - \mu^2)b$  является постоянной величиной.

Анализ формулы Шлейхера — Польшина показывает, что значения осадки возрастают при увеличении как абсолютных, так и

Таблица 13

$m$	$\omega$ для фундаментов			$m$	$\omega$ для фундаментов			
	гибкого		жесткого		гибкого		жесткого	
	центр	средняя часть			центр	средняя часть		
1	1,12	0,95	0,88	5	2,10	1,83	1,72	
1,5	1,36	1,15	1,08	8	2,42	2,12	—	
2	1,53	1,30	1,22	10	2,53	2,25	2,12	
3	1,78	1,53	1,44	20	2,95	2,64	—	
4	1,96	1,70	1,61	100	4,0	3,69	—	

относительных размеров фундаментов. Однако, как уже было показано, увеличение осадки с ростом размеров фундамента наблюдается только до известного предела, при дальнейшем росте площади фундамента осадка стремится к некоторому постоянному значению (см. рис. 40,а). Следовательно, встает вопрос об ограничении мощности сжимаемой толщи. Один из таких методов — расчет осадки по эквивалентному слою.

**Расчет осадки по методу эквивалентного слоя.** Этот метод расчета осадки сооружения, предложенный Н. А. Цытовичем, применяется в основном для песчано-глинистых пород. Н. А. Цытович привел условия сжатия породы в основании сооружения к условиям уплотнения слоя ограниченной мощности, введя понятие эквивалентного слоя. Эквивалентный слой — это толща породы такой мощности, при которой осадка сплошного, не ограниченного по площади фундамента равна осадке фундамента заданных размеров и формы, возведенного на породах неограниченной мощности [40].

Мощность эквивалентного слоя можно определить из условия равенства величины осадки в условиях двух- или трехразмерного сжатия  $S_{2-3}$  значению осадки при одноразмерном сжатии  $S_1$ .

$$S_1 = \varepsilon_z h_3, \quad (217)$$

где  $h_3$  — мощность эквивалентного слоя. Относительное сжатие для одноразмерной задачи из обобщенного закона Гука

$$\varepsilon_z = \frac{p}{E} \left( 1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu} \right), \quad (218)$$

следовательно,

$$S_1 = \frac{ph_3}{E} \left( 1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu} \right). \quad (219)$$

С другой стороны, осадка для случая двух- или трехразмерного сжатия по формуле Шлейхера — Польшина

$$S_{2-3} = \frac{\omega pb(1-\mu^2)}{E}.$$

Таким образом, полагая  $S_1 = S_{2-3}$ , можно записать

$$\frac{ph_3}{E} \left( 1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu} \right) = \frac{\omega pb(1-\mu^2)}{E}. \quad (220)$$

После простых алгебраических преобразований получим

$$h_3 = \frac{(1-\mu)^2}{1-2\mu} \omega b. \quad (221)$$

Введем коэффициент мощности эквивалентного слоя  $A$ , равный  $(1-\mu^2)/(1-2\mu)$  и зависящий только от коэффициента попечного расширения, тогда

$$h_3 = A \omega b. \quad (222)$$

Поскольку

$$\frac{1 - \frac{2\mu^2}{1 - \mu}}{E} = \frac{\beta}{E} = \frac{a}{1 + e} = a_0, \quad (223)$$

то

$$\varepsilon_z = p a_0,$$

где  $a_0$  — приведенный коэффициент уплотнения.

Подставив в формулу (217) значение  $\varepsilon_z$ , получим выражение для определения осадки по методу эквивалентного слоя

$$S = a_0 p h_3. \quad (224)$$

**Расчет осадки по методу линейно-деформируемого слоя конечной толщины.** Этот метод отражает реальные условия работы породы под действием больших в плане фундаментов при условии, что в основании сооружений залегают достаточно прочные разности с  $E_0 \geq 10$  МПа. Как уже указывалось ранее, в основании больших по площади фундаментов с учетом напряжений собственного веса породы наблюдается возрастание модуля деформации с глубиной. В связи с этим Д. Е. Польшиным было предложено рассматривать модель основания, где на некоторой глубине  $z$  залегает порода, сжатием которой при действии заданной нагрузки можно пренебречь. Это допущение позволяет, используя формулу Шлейхера — Польшина, рассчитать осадку как разность перемещений точек, расположенных непосредственно под подошвой фундамента и на глубине  $z$  практически несжимаемого слоя. Этот прием был использован К. Е. Егоровым для определения осадок различных типов фундаментов (круглых, ленточных и прямоугольных) на однородном основании. Наличие на некоторой глубине несжимаемой породы приводит, как уже отмечалось в гл. 4, к концентрации напряжений в верхнем слое. Жесткий слой оказывает заметное влияние на характер распределения напряжений при глубине его залегания  $z < 2.5b$ . Если  $z \geq 2.5b$ , влияние несжимаемого слоя становится практически несущественным. При  $z = (0.5 \div 1)b$  концентрация напряжений в сжимаемом слое заметно возрастает.

Величина осадки при наличии несжимаемого слоя в основании находится по формуле

$$S = w_0 - w_z = \frac{bp(1 - \mu^2)}{E} (K_0 - K_z) = \frac{bp(1 - \mu^2)}{E} K, \quad (225)$$

где  $w_0$  и  $w_z$  — перемещения точек, расположенных соответственно у подошвы фундамента ( $z=0$ ) и на глубине  $z$ ;  $K_z$  — безразмерный коэффициент, зависящий от приведенной глубины  $n$ , равной  $2z/b$ , относительного размера фундамента  $m$ , равного  $l/b$ , и коэффициента поперечного расширения  $\mu$ ;  $K_0$  — значение  $K_z$  при  $z=0$ ;  $K = K_0 - K_z$ .

Величина осадки зависит от коэффициента поперечного расширения. К. Е. Егоров подсчитал значения коэффициента  $K$  для  $\mu=0,3$ ; с увеличением  $\mu$  значения  $K$  уменьшаются. Для корректировки расчетов К. Е. Егоров ввел в формулу (225) поправочный коэффициент  $M > 1$ .

**Расчет конечной осадки при неоднородном основании.** Вариант неоднородного основания рассматривается, когда в пределах сжимаемой зоны залегают породы, различающиеся по происхождению, литологическому составу и показателям сжимаемости. В этом случае используется метод послойного суммирования.

Сущность этого метода состоит в том, что основание сооружения разбивают на ряд однородных по свойствам слоев и подсчитывают сжимаемость каждого из них ( $S_i$ ). Общая осадка основания представляет сумму осадок всех слоев:

$$S = \sum_{i=1}^n S_i, \quad (226)$$

где  $n$  — число слоев, на которые разделена вся сжимаемая толща пород в основании.

Выделение расчетных слоев в основании сооружения базируется на оценке характера эпюры распределения напряжений  $\sigma_z$ , возникающих от сооружения, и мощности слоев породы, различающихся по своим свойствам. Поскольку эпюра распределения напряжений от внешней нагрузки имеет криволинейные очертания, желательно, чтобы среднее напряжение для каждого расчетного слоя как можно меньше отличалось от величины напряжения в середине слоя. Ясно, что с уменьшением мощности расчетного слоя указанные различия становятся все более несущественными. Однако при очень дробном расчленении основания резко увеличивается объем вычислительных работ при незначительном повышении точности расчета. С другой стороны, границы расчетных слоев не должны выходить за пределы слоев с одинаковыми свойствами.

Было предложено мощность первого и второго расчетных слоев принимать равной  $1/4$  ширины фундаментной плиты. Что касается третьего, четвертого и пятого слоев, то каждый из них должен составлять  $1/2$  ширины фундамента. Мощность всех последующих расчетных слоев увеличивается до ширины фундаментной плиты.

Совершенно очевидно, что мощность расчетных слоев в каждом конкретном случае определится самостоятельно в зависимости от ширины фундамента и особенностей инженерно-геологической обстановки.

Метод послойного суммирования признан одним из основных в действующих строительных нормах и правилах (СНиП 2.02.01—83). При этом в зависимости от конкретных инженерно-геологических условий основания сооружений и размеров фундаментов рекомендуется использовать две расчетные схемы для оп-

пределения осадки с учетом: 1) линейно-деформируемого слоя конечной мощности; 2) линейно-деформируемого полупространства. Первая схема применяется при следующих условиях: а) ширина (диаметр) фундамента  $b \geq 10$  м и модуль деформации пород основания  $E \geq 10$  МПа; б) в пределах сжимаемой толщи основания  $H_c$  залегает порода, модуль деформации которой  $E_1 \geq 100$  МПа и мощность такого слоя  $h_1$  удовлетворяет условию

$$h_1 \geq H_c \left(1 - \sqrt[3]{E_2/E_1}\right), \quad (227)$$

где  $E_2$  — модуль деформации породы, залегающей ниже слоя с модулем деформации  $E_1$ .

При расчете осадки по данной схеме толщина сжимаемого слоя  $H_c$  для условия «б» принимается до кровли породы с  $E_1 \geq 100$  МПа. Если такой слой отсутствует (условие «а»), то  $H$  необходимо рассчитать по формуле

$$H = (H_0 + \psi_b) K_p, \quad (228)$$

где  $H_0$  и  $\psi$  принимаются соответственно равными для оснований, сложенных пылевато-глинистыми породами, 9 и 0,15 м, песчаными — 6 и 0,1 м;  $K_p$  — коэффициент, значения которого зависят от давления под подошвой фундамента (при  $p=0,1$  МПа  $K_p=0,8$ ; при  $p=0,5$  МПа  $K_p=1,2$ ; при промежуточных значениях  $p$  величина  $K_p$  принимается по интерполяции);  $b$  — ширина фундамента.

Если основание сложено пылевато-глинистыми и песчаными отложениями, мощность сжимаемой толщи  $H$  определяется по зависимости

$$H = H_s + h_{cl}/3, \quad (229)$$

где  $H_s$  — толщина сжимаемого слоя, рассчитанная по формуле (228) в предположении, что в основании залегают только песчаные разности;  $h_{cl}$  — суммарная мощность слоев пылевато-глинистых пород в пределах сжимаемой толщи  $H$ , вычисленной по формуле (228) в предположении, что основание сложено только пылевато-глинистыми разностями.

Если ниже сжимаемого слоя  $H$ , определенного по зависимостям (228) или (229), залегает слой с  $E_o < 10$  МПа и его толщина не превышает  $0,2H$ , то значение  $H$  должно быть увеличено с учетом более слабого слоя. При большей толщине слоя такой породы следует расчет деформаций производить по второй схеме.

Осадка основания при использовании первой расчетной схемы (линейно-деформируемого слоя конечной мощности) определяется по формуле

$$S = \frac{pbK_c}{K_m} \sum_{i=1}^n \frac{K_i - K_{i-1}}{E_i}, \quad (230)$$

где  $p$  — среднее давление под подошвой фундамента; если  $b \geq 10$  м, в расчетах  $p$  не учитывается заглубление фундаментов,

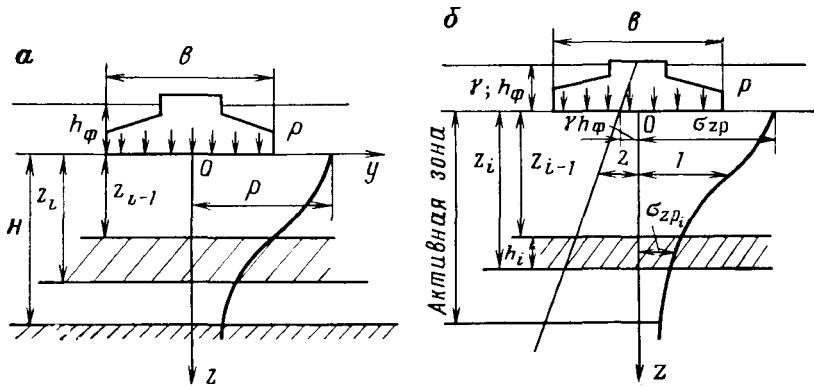


Рис. 42. Схемы для расчета осадки по методам линейно-деформируемого слоя конечной мощности (а) и линейно-деформируемого полупространства (б):  
 1—2 — напряжения, возникающие соответственно от сооружения и собственного веса породы  
 $(\sigma_{zp} = p - \gamma h_\phi)$

при  $b < 10$  м  $p = p_0$ , при этом  $p_0 = p - \sigma_{zg}$  ( $\sigma_{zg}$  — напряжение на уровне подошвы фундамента от собственного веса породы);  $b$  — ширина фундамента;  $K_c$  — коэффициент, учитывающий концентрацию напряжений в сжимаемом слое и определяемый в зависимости от относительной толщины сжимаемого слоя  $2H/b$ ;  $K_m$  — коэффициент условий работы основания, значения которого зависят от  $E_o$  и  $b$ : при  $E_o < 10$  МПа и любом  $b$ , а также при  $b < 10$  м, но  $E_o \geq 10$  МПа  $K_m = 1,0$ ; при  $E_o \geq 10$  МПа и  $10 \leq b < 15$  м  $K_m = 1,35$ , дальнейшее увеличение  $b$  приводит к возрастанию  $K_m$  до 1,5;  $K_i$  и  $K_{i-1}$  — коэффициенты, определяемые по табл. 14 в зависимости от относительной глубины подошвы и кровли  $i$ -го слоя (рис. 42,а), формы и относительных размеров фундаментов;  $E_i$  — модуль деформации  $i$ -го слоя.

Значения коэффициента  $K_c$  в зависимости от относительной толщины сжимаемого слоя  $2H/b$  приведены ниже:

$2H/b$	0—0,5	0,5—1,0	1,0—2,0	2,0—3,0	3,0—5,0	5,0
$K_c$	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0

Вторая схема (линейно-деформируемого полупространства) используется, если: а) в основании больших в плане фундаментов ( $b \geq 10$  м) залегают породы с  $E_o < 10$  МПа; б) в основании небольших фундаментов ( $b < 10$  м) в пределах сжимаемой толщи отсутствуют практически несжимаемые слои с модулем деформации более 100 МПа.

Согласно второй схеме, осадка вычисляется по формуле

$$S = \beta \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{zp_i} h_i}{E_i}. \quad (231)$$

Таблица 14

$\frac{2h}{l}$ или $\frac{z}{r}$ (радиус фундамента)	Значения $K_l$ для различных фундаментов при разных соотношениях сторон $l/b$						ленточных $\geq 10$	
	круг- лых	1	1,4	1,8	2,4	3,2	5	
0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,4	0,090	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,104
0,8	0,179	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,208
1,2	0,266	0,299	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,311
1,6	0,348	0,380	0,394	0,397	0,397	0,397	0,397	0,412
2,0	0,411	0,446	0,472	0,482	0,486	0,486	0,486	0,511
2,4	0,461	0,499	0,538	0,556	0,565	0,567	0,567	0,605
2,8	0,501	0,542	0,592	0,618	0,635	0,640	0,640	0,687
3,2	0,532	0,577	0,637	0,671	0,698	0,707	0,709	0,763
3,6	0,558	0,608	0,676	0,717	0,750	0,768	0,772	0,831
4,0	0,579	0,630	0,708	0,756	0,796	0,820	0,830	0,892
4,4	0,596	0,650	0,735	0,789	0,837	0,867	0,883	0,949
4,8	0,611	0,668	0,759	0,819	0,873	0,908	0,932	1,001
5,2	0,624	0,683	0,780	0,884	0,904	0,948	0,977	1,050
5,6	0,635	0,697	0,798	0,867	0,933	0,981	1,018	1,095
6,0	0,645	0,708	0,814	0,887	0,958	1,011	1,056	1,138
6,4	0,653	0,719	0,828	0,904	0,980	1,031	1,090	1,178
6,8	0,661	0,728	0,841	0,920	1,000	1,065	1,122	1,215
7,2	0,668	0,736	0,852	0,935	1,019	1,088	1,152	1,251
7,6	0,674	0,744	0,863	0,948	1,036	1,109	1,180	1,285
8,0	0,679	0,751	0,872	0,960	1,051	1,128	1,205	1,316
8,4	0,684	0,757	0,881	0,970	1,065	1,146	1,229	1,347
8,8	0,689	0,762	0,888	0,980	1,078	1,162	1,251	1,376
9,2	0,693	0,768	0,896	0,989	1,089	1,178	1,272	1,404
9,6	0,697	0,772	0,907	0,998	1,100	1,192	1,291	1,431
10,0	0,700	0,777	0,908	1,005	1,110	1,205	1,309	1,456
11,0	0,705	0,786	0,912	1,02	1,132	1,233	1,349	1,508
12,0	0,710	0,794	0,933	1,037	1,151	1,257	1,384	1,550

где  $\beta$  — безразмерный коэффициент, для всех видов пород равный 0,8;  $\sigma_{p_i}$  — полусумма вертикальных нормальных напряжений, возникающих на верхней и нижней границах  $i$ -го слоя породы от веса сооружения;  $h_i$ ,  $E_i$  — соответственно мощность и модуль деформации  $i$ -го расчетного слоя (см. рис. 42,б).

Как уже указывалось выше, степень разуплотнения породы зависит от того, насколько быстро происходит замена веса породы, вынутой из котлована, весом сооружения. Это обстоятельство необходимо учитывать при расчете  $\sigma_{p_i}$ . При быстрой замене веса вынутой породы из котлована весом сооружения дополнительные напряжения, возникающие в основании после возведения сооружения, вызываются давление  $p_0$ , равным

$$p_0 = p - \sigma_{zg}.$$

Величина напряжений от собственного веса породы  $\sigma_{zg}$  определяется с учетом планировки территории (см. рис. 42,б). Напря-

Таблица 15

$2z/b$ или $z/b$	Значения $\alpha$ для различных фундаментов при разных соотношениях сторон $l/b$						
	круг- лых	прямоугольных					
		1,0	1,4	1,8	2,4	3,2	5,0
0,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,4	0,949	0,960	0,972	0,975	0,976	0,977	0,977
0,8	0,756	0,800	0,848	0,866	0,875	0,879	0,881
1,2	0,547	0,606	0,682	0,717	0,740	0,740	0,755
1,6	0,390	0,449	0,532	0,578	0,612	0,630	0,639
2,0	0,285	0,336	0,414	0,463	0,505	0,529	0,545
2,4	0,214	0,257	0,325	0,374	0,419	0,449	0,470
2,8	0,165	0,201	0,260	0,304	0,350	0,383	0,410
3,2	0,130	0,160	0,210	0,251	0,294	0,329	0,360
3,6	0,105	0,130	0,173	0,209	0,250	0,285	0,320
4,0	0,087	0,108	0,145	0,176	0,214	0,248	0,285
4,4	0,073	0,091	0,122	0,150	0,185	0,218	0,256
4,8	0,067	0,077	0,105	0,130	0,171	0,192	0,230
5,2	0,053	0,066	0,091	0,112	0,141	0,170	0,208
5,6	0,046	0,058	0,079	0,099	0,124	0,152	0,189
6,0	0,040	0,051	0,070	0,087	0,110	0,136	0,172
6,4	0,036	0,045	0,062	0,077	0,098	0,122	0,158
6,8	0,032	0,040	0,055	0,069	0,088	0,110	0,144
7,2	0,028	0,036	0,049	0,062	0,080	0,100	0,133
7,6	0,024	0,032	0,044	0,056	0,072	0,091	0,123
8,0	0,022	0,029	0,040	0,051	0,066	0,084	0,113
8,4	0,021	0,026	0,037	0,046	0,060	0,077	0,105
8,8	0,019	0,024	0,034	0,042	0,055	0,070	0,098
9,2	0,018	0,022	0,031	0,039	0,051	0,065	0,091
9,6	0,016	0,020	0,028	0,036	0,047	0,060	0,085
10,0	0,015	0,019	0,026	0,033	0,044	0,056	0,079
11,0	0,011	0,017	0,023	0,029	0,040	0,050	0,081
12,0	0,009	0,015	0,020	0,026	0,034	0,044	0,060
							0,104

жения от веса сооружения  $\sigma_{zp_i}$  по центральной вертикали на различных глубинах  $z_i$  от подошвы фундамента рассчитываются по формуле

$$\sigma_{zp_i} = \alpha p_0 = \alpha (p - \sigma_{zg}), \quad (232)$$

где  $\alpha$  — коэффициент распределения напряжения, зависящий от относительной глубины  $2z/b$  и относительного размера фундамента (табл. 15). Напряжения от собственного веса породы  $\sigma_{zg}$  на границе слоя, расположенного на глубине  $z$  от подошвы фундамента, определяются по формуле

$$\sigma_{zg} = \gamma h_\Phi + \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i, \quad (233)$$

где  $\gamma$  — плотность породы выше отметки подошвы фундамента;  $h_\Phi$  — глубина заложения фундамента;  $\gamma_i, h_i$  — соответственно плотность и толщина  $i$ -го слоя породы.

Плотность породы, залегающей ниже уровня подземных вод, но выше водоупора, согласно СНиП 2.02.01—83 должна определяться с учетом действия взвешивающих сил.

Расчет осадки производится до глубины активной зоны  $z = H_c$ , где выполняется условие — напряжения от веса сооружения составляют 20% от напряжений собственного веса породы на той же глубине, т. е.  $\sigma_{zp} = 0,2\sigma_{zg}$ . Напряжения  $\sigma_{zp}$  и  $\sigma_{zg}$  рассчитывают по формулам (232) и (233).

Если найденная указанным выше способом нижняя граница активной зоны попадает в слой породы, где модуль деформации  $E < 5$  МПа, то глубина активной зоны увеличивается за счет изменения соотношения между  $\sigma_{zp}$  и  $\sigma_{zg}$  —  $\sigma_{zp} = 0,1\sigma_{zg}$ .

С учетом того, что осадки сооружения согласно СНиП 2.02.01—83 рассчитывают с использованием модели линейно-деформируемой среды, необходима проверка возможности применения этой модели путем сравнения заданного давления  $p$  по подошве фундамента от сооружения с расчетным сопротивлением  $R$  породы:

$$p \leq R. \quad (234)$$

Расчетное сопротивление соответствует такой нагрузке, при которой зоны развития пластических деформаций распространяются на глубину в пределах 1/4 ширины фундамента или несколько более. Вывод зависимости для определения  $R$  дан в гл. 6. Если условие (234) не выполняется, то необходимо перепроектировать фундаменты для того, чтобы иметь возможность считать осадку при помощи модели линейно-деформируемой среды либо использовать другие методы расчета осадки, принимая во внимание нелинейную связь между напряжениями и деформациями.

Расчет осадки неоднородного основания методом послойного суммирования может быть выполнен с использованием зависимостей (196) и (197) для одноразмерного сжатия породы:

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{e_1' - e_2'}{1 + e_1'} h_i,$$

где  $e_1'$ ,  $e_2'$  — начальный и конечный коэффициенты пористости породы, отвечающие соответственно начальным (собственный вес) и суммарным (собственный вес + вес сооружения) напряжениям в  $i$ -м расчетном слое на глубине  $z$ ;  $h_i$  — толщина расчетного слоя.

Значения  $e_1'$  и  $e_2'$  берутся непосредственно с компрессионной кривой. Расчет напряжений от собственного веса и веса сооружений выполняется согласно положениям, указанным в главах 3 и 4.

Рассчитанная осадка  $S$  обычно сравнивается с допускаемой для данной конструкции сооружения  $S_{\text{доп}}$  (см. табл. 12), при этом должно соблюдаться следующее условие:  $S \leq S_{\text{доп}}$ . В противном случае конструкция сооружения должна быть приспособлена

к большим деформациям основания или перепроектирована с таким расчетом, чтобы уменьшить величины осадок до допускаемых значений.

#### § 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСАДКИ ВО ВРЕМЕНИ

**Основные физические предпосылки.** В § 3 были рассмотрены методы расчета конечной стабилизированной осадки без учета фактора времени. Однако осадка сооружений может развиваться в течение длительного промежутка времени. В практике строительства известны случаи, когда осадки протекали в течение нескольких лет, нескольких десятков и даже сотен лет.

Особенно длительными оказываются деформации при строительстве сооружений на глинистых малолитифицированных породах, имеющих низкие коэффициенты фильтрации. При этом очень важный показатель — скорость протекания осадки; при большой скорости могут разрушаться конструкции сооружений, поскольку они обладают различной способностью перераспределения усилий, возникающих при неравномерных осадках оснований; при небольших скоростях — перераспределение напряжений в конструкции сооружений обычно не создает аварийных ситуаций. Следует также иметь в виду, что в связи с естественной неоднородностью породы сжимаемость в различных точках основания неодинакова. Поэтому в течение всего периода уплотнения сооружение испытывает неравномерные осадки, часто обусловленные различным характером их протекания во времени. Таким образом, вопрос об устойчивости сооружений тесно связан с решением задачи о характере уплотнения породы во времени. Возможность их уплотнения во времени под действием давления от веса сооружения определяет также назначение параметров сопротивления сдвигу пород основания, особенно глинистых отложений. Хорошо известно, что прочность глинистых разностей во многом зависит от их плотности и влажности.

При намыве территории встает вопрос о скорости уплотнения намытых отложений и о показателях их свойств в разные моменты времени, с тем чтобы принять решение о начале строительства на таких участках. Наконец, аналогичные проблемы возникают при скоростных методах строительства, когда основная доля осадки протекает в эксплуатационный период и конструкция сооружения должна быть приспособлена к длительно и часто неравномерно протекающим осадкам основания.

При возведении гидroteхнических сооружений на глинистых отложениях задача о времени уплотнения основания — одна из первоочередных, поскольку наполнение водохранилища, т. е. передача на плотину горизонтальных нагрузок, возможна только при условии затухания осадок от действия веса сооружения.

Процесс протекания осадок глинистых пород во времени и их величина зависят от ряда факторов, основные из которых следующие: 1) тип отложений в зависимости от степени литифициро-

ваниности, определяющий их плотность, характер структурных связей; 2) степень водонасыщения пород (при анализе водонасыщенных разностей следует принимать во внимание значение их коэффициента фильтрации в зависимости от действующего градиента напора); 3) характер перераспределения давления между скелетом породы и поровой водой, что, в свою очередь, обусловлено типом отложений, величиной действующего давления и темпами его приложения во времени.

Величина давлений в скелете (эффективное давление) определяет протекание деформаций ползучести скелета, которая влияет на сложение породы и способствует формированию нового типа ее текстуры, более устойчивой по отношению к действующему давлению. Давление в воде (поровое давление) создает напоры, под действием которых осуществляется движение поровой влаги из областей повышенного давления в области пониженного, что определяет изменение влажного режима в породах. При этом необходимо иметь в виду, что возникновение порового давления следует рассматривать в тесной взаимосвязи с процессом ползучести породы, поскольку этот процесс, способствуя созданию более устойчивого ее сложения, будет регулировать и развитие порового давления во времени.

Величина осадки пород основания во времени  $S(t)$  равна сумме составляющих уплотнения при оттоке (фильтрации) воды из породы  $S^\Phi(t)$  и ползучести скелета породы  $S^n(t)$ :

$$S(t) = S^\Phi(t) + S^n(t). \quad (235)$$

Первая из этих составляющих определяется с помощью теории фильтрационной консолидации, вторая — на основе рассмотрения реологических процессов, в частности процесса ползучести, когда порода рассматривается как квазиоднородная среда.

Развитие теории фильтрационной консолидации насчитывает свыше 60 лет. Первое решение одномерной задачи фильтрационной консолидации было предложено К. Терцаги, который рассматривал некоторую идеализированную модель водонасыщенной глинистой породы без учета прочности структурных связей и не принимал во внимание особые свойства воды в глинистых породах. Работы К. Терцаги положили начало становлению теории фильтрационной консолидации, которая в дальнейшем была развита Н. М. Герсевановым, В. А. Флориным, Н. А. Цытовичем, С. А. Роза, М. Н. Гольдштейном, Н. Н. Масловым, Н. Н. Веригиным, Ю. К. Зарецким, З. Г. Тер-Мартиросяном, М. В. Малышевым, М. Ю. Абелевым, А. И. Ксенофонтовым и др.

Допущения, сделанные К. Терцаги, обусловили значительные расхождения между наблюдаемыми и расчетными значениями деформаций и временем уплотнения водонасыщенных глинистых пород.

Сложный характер процессов, происходящих при уплотнении глинистых пород и зависящих не только от внешних факторов (величины нагрузки, интенсивности ее нарастания во времени и др.),

но и от природы прочности и деформируемости пород, вызвали необходимость поисков путей решения этой проблемы и пересмотра теории фильтрационной консолидации. Развитие теории уплотнения глинистых пород происходило в направлении учета особенностей процесса деформирования скелета породы во времени, явлений процесса его ползучести, которая может происходить как при переменном, так и при постоянном влажностном режиме породы. Развитие теории фильтрационной консолидации В. А. Флориным велось в направлении учета прочности скелета глинистой породы, который представляет основную ее несущую систему, воспринимающую не только сжимающие и касательные напряжения, но и растягивающие. Пока между минеральными частицами структурные связи не нарушены, уплотнение глинистой породы незначительно, при разрушении структурных связей уплотнение может происходить вследствие оттока воды из породы при одновременном развитии деформаций ползучести скелета породы. В. А. Флорин указывал, что процесс уплотнения сопровождается сжатием и растворением защемленного газа в поровой воде и несущественным сжатием самой воды. Теория В. А. Флорина была построена на основе анализа совместного протекания процесса оттока воды из породы при обязательном учете начального градиента напора и ползучести ее скелета, что в наибольшей степени отвечает физической сущности процесса уплотнения.

Введение представлений о ползучести скелета в значительной степени изменяет характер развития порового давления во времени (рис. 43). Согласно модели К. Терцаги, при действии нагрузки на водонасыщенную породу все внешнее давление ( $p = \text{const}$ ) в первый момент времени передается на воду и по мере ее уплотнения снижается до нуля. Учет деформаций ползучести (по В. А. Флорину) приводит к тому, что при  $t=0$  давление в поровой воде составляет лишь часть внешней нагрузки, постепенно рассеиваясь во времени (см. рис. 43, а). Введение представлений о структурной прочности глинистых пород, о наличии пузырьков воздуха в поровой воде и начального градиента напора приводит к тому, что максимальная величина порового давления фиксируется через некоторый промежуток времени  $t_0$  и определяется прочностью структурных связей (см. рис. 43, б). При этом снижение порового давления может происходить не до нуля, а до некоторых остаточных значений.

Согласно исследованиям Н. А. Цытовича и его учеников (Ю. К. Зарецкий, З. К. Тер-Мартirosyan, М. Ю. Абелев, М. В. Малышев), консолидация глинистых пород должна оцениваться с учетом структурной прочности пород и наличия связей, постепенно разрушающихся во времени, а также начального градиента напора.

В зависимости от степени литификации глинистых пород и их консистенции Н. А. Цытович предложил произвести классификацию этих отложений с точки зрения возможности использования различных схем консолидации.

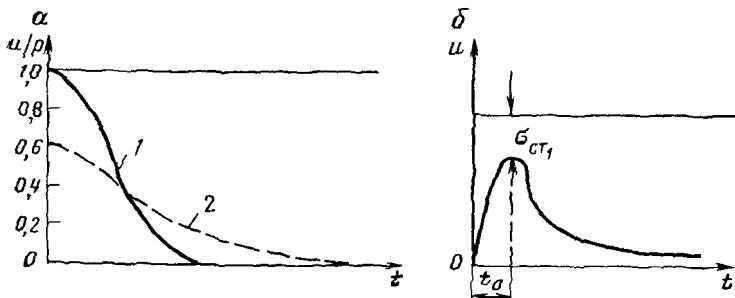


Рис. 43. Характер изменения относительного ( $u/p$ ) и абсолютного ( $u$ ) порового давления во времени без учета и с учетом ползучести скелета (а) и структурной прочности пород (б):

1 — по К. Терцаги; 2 — по В. А. Флорину

Для глинистых пород малой степени литификации, характеризующихся текучей и текучепластичной консистенцией, для расчета осадки пород во времени должна применяться теория фильтрационной консолидации. Однако в отдельных случаях при существовании в таких отложениях достаточно прочных связей необходимо учитывать величину структурной прочности и начального градиента напора.

Если глинистые породы имеют мягкотекучую консистенцию, то в расчетах обязателен учет начального градиента напора и структурной прочности при сжатии.

Для глинистых пород средней степени литификации, имеющих тугопластичную и полутвердую консистенции, необходим учет не только структурной прочности и начального градиента, но и ползучести скелета породы и сжимаемости газосодержащей поровой воды. Чем сильнее уплотнена порода, тем большее значение имеют деформации ползучести, которые в несколько раз могут преувеличивать деформации, возникающие в результате фильтрационной консолидации.

Глинистые породы высокой степени литификации деформируются вследствие ползучести скелета, а также трещиноватости.

Ю. К. Зарецкий рассмотрел развитие осадки во времени одно-, двух- и трехфазных глинистых пород. При этом к однофазным или квазиоднофазным отложениям Ю. К. Зарецкий предлагает относить те разности, при деформации которых соотношение фаз в единице объема не меняется или оно настолько мало, что им можно пренебречь. Так, например, если фильтрация поровой жидкости из глинистой водонасыщенной породы невозможна, то последняя может рассматриваться как однофазная среда, то же самое можно сказать о глинистой породе, в порах которой содержится только воздух или лед. Для таких пород развитие осадки во времени при постоянных внешних факторах является следствием проявления реологических свойств пород. Если порода рассматривается как квазиоднородная, то характер изменения во

времени напряженно-деформированного состояния не должен зависеть от геометрических размеров зоны уплотнения.

Для случая двух- и трехфазных пород размеры зоны уплотнения будут существенным образом влиять на время консолидации глинистых пород. При этом необходимо учитывать механические свойства каждой фазы, характер их взаимодействия между собой, изменение соотношения фаз в единице объема породы в процессе ее уплотнения.

Водонасыщенные глинистые породы могут рассматриваться как квазиоднофазные при невозможности фильтрации воды из них в процессе деформирования либо двухфазные, причем каждая фаза (вода и скелет породы) по-разному сопротивляется действию нагрузки, и в процессе деформирования предполагается количественное изменение жидкой фазы в единице объема. Ю. К. Зарецкий предлагает считать, что консолидация двухфазной глинистой породы происходит в результате двух процессов, происходящих одновременно, как ранее было предложено В. А. Флориным. Разделение консолидации на первичную (при оттоке воды) и вторичную (при ползучести скелета) неправомочно и не облегчает расчеты. В случае решения пространственных задач установить границу между уплотнением вследствие фильтрации и ползучести скелета глинистой породы особенно трудно, поскольку в различных точках толщи глинистых пород время отжима воды из породы будет различным.

При исследовании вопроса возникновения порового давления в водонасыщенных (двухфазных) глинистых породах Ю. К. Зарецкий обнаружил, что физический смысл коэффициента порового давления  $\beta$ , представляющего отношение величины порового давления к действующей нагрузке, может быть выражен через  $n_{акт}/n$ . В этой зависимости  $n_{акт}$  определяет активную пористость, отвечающую относительному объему подвижной влаги, которая может передавать давление. В свою очередь,  $n_{акт}$  можно получить из выражения

$$n_{акт} = n \left[ 1 - \int_{h_{min}}^{h^*} \varphi(h) dh \right],$$

где  $\varphi(h)$  — функция распределения объема пор по размерам;  $h_{min}$  и  $h^*$  — диапазон размера пор, через которые возможно движение влаги под действием порового давления. Следовательно, коэффициент  $\beta$  — некоторая инвариантная характеристика, определяющая сложение глинистой породы.

Н. Н. Маслов, отмечая сложность процесса консолидации, приходит к выводу о том, что учет всех многообразных факторов в математической форме трудно выполним. Теория фильтрационной консолидации, по его мнению, имеет весьма ограниченное применение и может быть использована лишь для глинистых пород нарушенного сложения текучей и текучепластичной консистенций.

Для глинистых отложений ненарушенного сложения различных консистенций, и особенно тугопластичных, полутвердых и твердых, теория фильтрационной консолидации не дает удовлетворительного совпадения с натурными наблюдениями. Н. Н. Маслов отмечает, что опыт строительства и лабораторные эксперименты свидетельствуют о том, что факторами, тормозящими процесс уплотнения, являются структурные связи, вязкость и низкая водопроницаемость глинистых пород.

Для определения скорости уплотнения глинистых пород Н. Н. Маслов предлагает использовать теорию плотности — влажности с учетом особой роли показателя консолидации  $n$  [21]. Отличительная особенность этой теории от теории фильтрационной консолидации состоит в возможности изучения процесса консолидации в целом без учета отдельно взятых факторов, определяющих уплотнение водонасыщенной глинистой породы.

**Расчет осадки, изменяющейся во времени, с использованием теории фильтрационной консолидации (одноразмерная задача).** Исходным положением теории фильтрационной консолидации является утверждение, что скорость затухания осадок породы зависит от водопроницаемости последней. Порода при этом рассматривается как полностью водонасыщенная, содержащая свободную воду. Считается также, что защемленный воздух в порах породы не нарушает гидравлической связи. При преобладании в породе свободной воды ее передвижение при приложении нагрузки к породе должно происходить в соответствии с законами фильтрации.

Теория одноразмерной фильтрационной консолидации, предложенная К. Терцаги, кроме указанного допущения, исходит из следующих предположений: 1) в полностью водонасыщенной породе все составные части (минеральные частицы, вода) несжимаемы; 2) фильтрация в породе происходит в соответствии с линейным законом фильтрации жидкости, установленным А. Дарси; 3) коэффициент фильтрации породы — величина постоянная; 4) в породе отсутствуют структурные связи, и все внешнее давление, которое считается приложенным мгновенно, вызывает возникновение напора в воде, находящейся в порах породы; 5) вязкое сопротивление сдвигу слоев связанный воды, обусловливающих явление начального градиента, отсутствует, поэтому сразу же после приложения внешней нагрузки начинается фильтрация воды из породы; 6) в скелете породы не возникают деформации ползучести, следовательно, после того как заканчивается удаление воды из породы, осадка стабилизируется.

Таким образом, теория фильтрационной консолидации, как уже указывалось ранее, применима к ограниченному классу пород. К нему принадлежат большинство несвязанных пород и слабые глинистые водонасыщенные отложения с низким содержанием глинистых частиц и структурными связями молекулярной природы.

Тем не менее теория фильтрационной консолидации во многих случаях позволяет приблизенно решать вопросы, связанные с

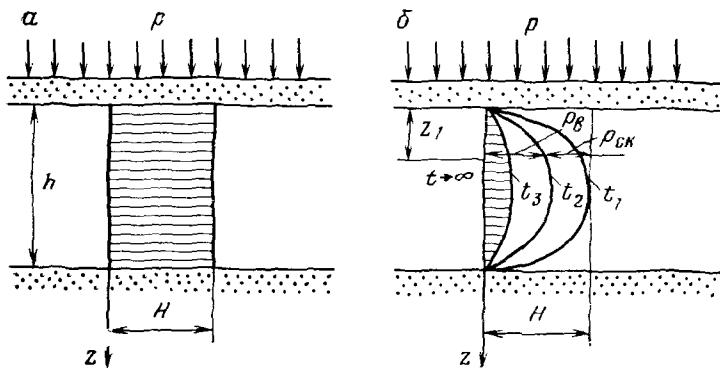


Рис. 44. Эпюры распределения поровых давлений по высоте слоя глинистой породы для различной продолжительности приложения нагрузки:  
а — в момент времени  $t=0$ ; б — в момент времени  $t \neq 0$

оценкой характера протекания осадки во времени, изменения прочности пород в разные этапы строительства и т. п.

При приложении к породе внешней нагрузки из-за разности давления появляется напорный градиент и начинается отток воды из породы. Скорость фильтрации воды зависит от водопроницаемости породы. Как только напорный градиент станет равным нулю, фильтрация прекратится и осадка слоя породы закончится.

В расчетной схеме одноразмерного сжатия рассмотрим случай, когда слой водонасыщенной глины, свойства которой удовлетворяют всем условиям теории фильтрационной консолидации, мощностью  $h$  расположен между несжимаемыми слоями песка. Считаем, что уровень подземных вод совпадает с кровлей верхнего слоя песка, а точка начала координат приурочена к кровле слоя глинистой породы.

Пусть к поверхности породы в условиях, когда ее боковое расширение невозможно, мгновенно приложена равномерно распределенная нагрузка  $p$ . В силу слабой водопроницаемости глинистой породы в момент времени  $t=0$  вода не будет фильтроваться из нее, и, следовательно, объем пор останется неизменным. Так как структурные связи в породе отсутствуют, то вся нагрузка воспринимается водой, создавая в ней постоянный по толщине слоя напор (рис. 44, а)

$$H = p_b / \gamma_b, \quad (236)$$

где  $\gamma_b$  — плотность воды. Под действием напора  $H$  вода начинается двигаться из породы в направлении водопроницаемых слоев. При  $t \neq 0$  на кровле и подошве глинистой породы при  $z=0$  и  $z=h$  напоры равны нулю, поскольку после приложения нагрузки напоры в песках не появились (см. рис. 44, б).

В связи с оттоком воды из породы часть внешней нагрузки передается на ее скелет  $p_{ск}$ , а другая часть  $p_в$  — на воду. Очевидно, что в любой момент времени  $p = p_{ск} + p_в$  или с учетом формулы (236)

$$p = p_{ск} + H\gamma_в. \quad (237)$$

Фильтрация воды происходит вверх и вниз от середины слоя глинистой породы. Наибольшие градиенты напора воды отмечаются у поверхности рассматриваемого слоя. В соответствии с допущениями процесс фильтрации описывается законом Дарси:

$$v = -kI = -k_0 \frac{\partial H}{\partial z_0}, \quad (238)$$

где  $v$  — скорость фильтрации воды;  $k$  — коэффициент фильтрации;  $I$  — величина отношения приращения избыточного напора воды в порах глины к высоте слоя, или градиент напора;  $k_0$  — приведенный коэффициент фильтрации;  $z_0$  — приведенная высота слоя.

Знак минус в формуле (238) указывает, что векторы скорости фильтрации и напоров в воде противоположны: напоры возрастают по направлению к центру слоя, а скорости, поскольку движение воды происходит из областей большого напора в области с меньшим напором, увеличиваются по направлению от центра слоя глины к его краям.

Для упрощения решения задачи вводятся приведенные высота слоя и коэффициент фильтрации:

$$z_0 = \frac{z}{1 + e_0}; \quad k_0 = \frac{k}{1 + e_0},$$

где  $e_0$  — начальный коэффициент пористости. Продифференцировав выражение (238) по  $z_0$ , получим

$$\frac{\partial v}{\partial z_0} = -k_0 \frac{\partial^2 H}{\partial z_0^2}. \quad (239)$$

Скорость фильтрации наибольшая у подошвы и кровли слоя глинистой породы.

По мере удаления воды из породы происходит осадка вследствие уменьшения объема пор. Таким образом, с течением времени нагрузка, передающаяся на породу, перераспределяется: все большая ее часть приходится на скелет и все меньшая — на воду. Сжатие породы прекратится, когда вся нагрузка будет восприниматься скелетом породы:  $p = p_{ск}$  и  $p_в = u = 0$ .

При  $t \rightarrow \infty$  напоры в поровой воде становятся равными нулю (см. рис. 44, б). При сжатии полностью водонасыщенной глинистой породы уменьшение объема пор равно расходу отжатой из этой породы воды, причем расход возрастает в направлении ее движения. Увеличение расхода воды при фильтрации в сечении

(см. рис. 44,б) равно скорости уменьшения объема пор в этом сечении. Поскольку расход прямо пропорционален скорости фильтрации, то увеличение последней равно скорости уменьшения объема пор между сечениями:

$$-\frac{\partial v}{\partial z_0} = \frac{\partial e}{\partial t}, \quad (240)$$

где  $e$  — коэффициент пористости породы;  $t$  — время уплотнения породы. Знак минус в приведенном выражении показывает, что с увеличением скорости фильтрации воды из породы возрастает скорость уменьшения коэффициента пористости породы.

Для небольшого диапазона изменения нагрузки принимается, что коэффициент пористости прямо пропорционален изменению давления, воспринимаемого скелетом породы. При этом коэффициентом пропорциональности служит коэффициент уплотнения  $a$ , т. е.

$$e = -a p_{ck}. \quad (241)$$

Минус в формуле (241) показывает, что  $e$  и  $p_{ck}$  находятся в обратно пропорциональной зависимости.

Продифференцировав уравнение (241) по переменной  $t$ , получим

$$\frac{de}{dt} = -a \frac{\partial p_{ck}}{\partial t}, \quad (242)$$

а продифференцировав выражение (237) по переменной  $t$  и учитя, что  $p_{ck} + H\gamma_b = \text{const}$ , имеем

$$\frac{\partial p_{ck}}{\partial t} = -\gamma_b \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (243)$$

С учетом выражения (243) формула (242) примет вид

$$\frac{de}{dt} = a\gamma_b \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (244)$$

Подставив значения  $\partial v / \partial z_0$  из формулы (239), а  $\partial e / \partial t$  — из (244) в уравнение (240), получим

$$k_0 \frac{\partial^2 H}{\partial z_0^2} = a\gamma_b \frac{\partial H}{\partial t} \quad (245)$$

или

$$c_u \frac{\partial^2 H}{\partial z_0^2} = \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (246)$$

где  $c_u$  — коэффициент консолидации,  $\text{см}^2/\text{год}$ , равный  $k(1 + e_0) / a\gamma_b$ .

Выражение (246) представляет собой однородное дифференциальное уравнение второго порядка относительно величины напора  $H$  с постоянным коэффициентом. Оно описывает различные

процессы, например процесс переноса тепла, веществ при диффузии и т. д. Дифференциальные уравнения подобного рода решают с помощью рядов Фурье, находя частные решения и составляя из них общее решение.

При граничных условиях: 1)  $H = p/\gamma_b$  при  $t=0$  и  $0 \leq z \leq h$ ; 2)  $H=0$  при  $t \neq 0$  и  $z=0, z=h$ , в этом случае решение уравнения (246) имеет следующий вид:

$$H = \frac{4p}{\pi\gamma_b} \sum_{m=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{1}{m} e^{-m^2 T_u} \sin m\pi \frac{z}{h}, \quad (247)$$

где  $T_u$  — фактор времени, равный  $\pi^2 c_u t / h^2$ . Осадка происходит под давлением той части нагрузки, которая передается на скелет породы, т. е. в соответствии с формулой (237):

$$p_{ck} = p - H\gamma_b. \quad (248)$$

Используя выражение (247), найдем

$$p_{ck} = p \left( 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{m=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{1}{m} e^{-m^2 T_u} \sin m\pi \frac{z}{h} \right). \quad (249)$$

Осадку  $S$  слоя породы мощностью  $h$  можно представить в виде суммы осадок элементарных слоев  $S_n = \varepsilon_n \Delta h$ , на которые разделен рассматриваемый слой:

$$S_0 = \sum_0^n \varepsilon_n \Delta h, \quad (250)$$

где  $\varepsilon_n$  — относительная деформация элементарного слоя мощностью  $\Delta h$ . Заменив суммирование интегрированием, получим

$$S_0 = \int_0^h \varepsilon_n dz. \quad (251)$$

Тогда осадка к моменту времени  $t$

$$S_0(t) = \int_0^h \varepsilon_n(t) dz = \int_0^h \frac{ap_{ck}}{1+e} dz, \quad (252)$$

так как  $\varepsilon_n = ap_{ck}/(1+e)$ . Подставив в формулу (252) значение  $p_{ck}$  (249), получим

$$\begin{aligned} S_0(t) &= \int_0^h \frac{ap}{1+e} \left( 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{m=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{m} e^{-m^2 T_u} \sin m\pi \frac{z}{h} \right) dz = \\ &= \frac{ap}{1+e} \left( z + \frac{4}{\pi} \frac{z}{\pi} \sum_{m=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} e^{-m^2 T_u} \cos m\pi \frac{z}{h} \right) \Big|_0^h = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{ap}{1+e} \left[ h + \frac{4h}{\pi^2} \sum_{m=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} e^{-m^2 T_u} (\cos m\pi - 1) \right] = \\
&= \frac{aph}{1+e} \left[ 1 + \frac{4}{\pi^2} \sum_{m=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} e^{-m^2 T_u} (\cos m\pi - 1) \right].
\end{aligned}$$

Так как  $m$  — нечетное число,  $\cos m\pi = -1$ , следовательно,

$$S_0(t) = \frac{aph}{1+e} \left( 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} e^{-m^2 T_u} \right). \quad (253)$$

В выражении (253) величина, заключенная в скобки, зависит только от значения  $T_u$ . Поэтому можно записать

$$S_0(t) = S_k U, \quad (254)$$

где  $U$  — степень уплотнения глинистого слоя;  $S_k$  — конечная осадка.

Степень уплотнения показывает, какая часть осадки слоя от ее полной величины завершилась к моменту времени  $t$ .

$$U = S_0(t) / S_k. \quad (255)$$

Степень уплотнения меняется от 0 до 1. При  $t \rightarrow \infty$   $U = 1$ , т. е.  $S_0(t) = S_k$ . В зависимости от величины  $T_u$  степень уплотнения принимает следующие значения:

$T_u$	0,005	0,02	0,04	0,08	0,12	0,17	0,24	0,31	0,39	0,49
$U$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50

$T_u$	0,59	0,71	0,84	1,00	1,18	1,40	1,69	2,09	2,80	—
$U$	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00

Выражение для расчета осадки (254) получено в предположении, что слой глины подстилается и перекрывается водопроницаемыми песками.

Если же глинистая порода лежит на непроницаемом основании, то в формуле (247) значение  $h$  заменяют на  $2h$ . Это следует из того, что напоры в воде и напряжения в скелете породы симметричны относительно плоскости, проходящей на глубине  $z$ , равной  $h/2$ . Указанная плоскость может рассматриваться как верхняя граница непроницаемого слоя, соответственно величина фактора времени перепишется в виде

$$T_{u_1} = \frac{\pi^2 c_u t}{4h^2} \approx 0,25 T_u. \quad (256)$$

Исходя из зависимости  $T_u = (\pi^2 c_u t) / h^2$ , время уплотнения двух разных по мощности, но одинаковых по свойствам слоев по-

род можно определить с помощью следующего выражения:

$$\frac{t_1}{t_2} = \left( \frac{h_1}{h_2} \right)^n. \quad (257)$$

Н. Н. Маслов предложил для перехода от лабораторных испытаний непосредственно к оценке времени уплотнения толщи глинистых пород в основании показатель степени в выражении (257) заменить на показатель консолидации  $n$ . Он отражает условия уплотнения в зависимости от состава породы, ее состояния и свойств. Тогда уравнение (257) можно переписать в виде

$$t_1 = t_2 \left( \frac{h_1}{h_2} \right)^n. \quad (258)$$

На основании экспериментальных работ было установлено, что показатель консолидации  $n$  определяется из следующего уравнения:

$$n = a_\alpha I_n + b_\alpha, \quad (259)$$

где  $a_\alpha$  и  $b_\alpha$  — коэффициенты, зависящие от консистенции  $I_L$  породы (рис. 45);  $I_n$  — число пластичности породы.

Согласно рис. 45, показатель  $n=2$  характерен только для глинистых пород текучепластичной консистенции,  $n=1,5$  — туго-пластичной консистенции и  $n=0$  — твердой консистенции. Более точные определения показателя  $n$  требуют постановки соответствующих лабораторных исследований при заданных нагрузках.

Если нагрузка на основание возрастает постепенно с постоянной скоростью  $\alpha$ , то формула для расчета осадки глинистой породы в любой момент времени записывается следующим образом:

$$S(t) = \frac{2\alpha \pi h^3}{\pi^2 c_u (1+e)} \left( \frac{T_u}{2} - \frac{\pi^2}{4} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{m=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{1}{m^4} e^{-m^2 T_u} \right) = \\ = \frac{\alpha \pi h^3}{c_u (1+e)} F(T_u). \quad (260)$$

Ниже приведены значения функции  $F(T_u)$ :

$T_u$	...	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0
$F(T_u)$	...	0,000	0,005	0,013	0,023	0,032

По заданной величине степени консолидации слоя глинистой породы  $U$  можно определить время уплотнения  $t$ , используя выражение для расчета фактора времени  $T_u$ , откуда

$$t = \frac{T_u h^2}{\pi^2 c_u}. \quad (261)$$

При этом  $T_u$  определяется по заданной величине  $U$ , а  $c_u$  рассчитывается с учетом известных значений коэффициента фильтрации и результатов компрессионных испытаний.

**Расчет осадки по времени с учетом сжимаемости воды и структурной прочности пород при сжатии.** Классическая теория фильтрационной консолидации считает, что вода и минеральные частицы, слагающие породу, несжимаемы, а в породе отсутствуют структурные связи. Впервые вопрос об учете этих факторов был поставлен В. А. Флориным, который показал, что сжимаемость как воды, так и скелета практически не оказывается на результатах расчетов уплотнения основания. Положение резко меняется, если в воде содержатся пузырьки воздуха и растворенных газов. В этом случае коэффициент объемной сжимаемости воды

$$a_w = \frac{1}{p_a} (1 - G), \quad (262)$$

где  $p_a$  — атмосферное давление;  $G$  — степень водонасыщения породы. Следовательно, уже при  $G=0,99$   $a_w=0,1 \text{ МПа}^{-1}$ .

Как указывает Н. А. Цытович, приведенная выше зависимость справедлива для пород со степенью влажности не менее 0,95—0,97 [33].

Пусть к породе, нагрузка начала сжатия которой  $\sigma_{ct}$ , приложено внешнее давление  $p$ . Тогда в образце возникает поровое давление  $u$ , обусловленное разностью величин  $p$  и  $\sigma_{ct}$ . Коэффициент порового давления в таком случае определится из выражения

$$\beta_0 = \frac{u}{p - \sigma_{ct}}, \quad (263)$$

а относительная деформация скелета породы

$$\varepsilon = \frac{a(p - u)}{1 + e_0}. \quad (264)$$

Предположив, что объем воды, заключенной в порах, равен пористости  $n$ , и учитя коэффициент  $\beta_0$ , получим величину относительной деформации воды

$$\varepsilon_w = a_w n p \beta_0.$$

В момент начала сжатия породы принимается, что  $e_0=\varepsilon_w$ , следовательно,

$$\frac{a(p - u)}{1 + e_0} = a_w n p \beta_0.$$

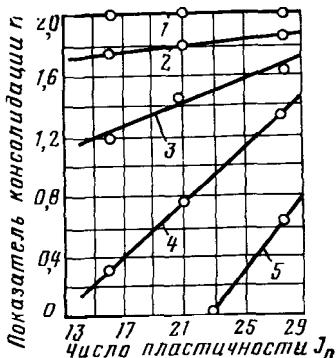


Рис. 45. График зависимости показателя консолидации от числа пластичности породы

Консистенция: 1 — текучепластичная ( $I_L=0,88$ ); 2 — мягкопластичная ( $I_L=0,62$ ); 3 — тугопластичная ( $I_L=0,37$ ); 4 — полутвердая ( $I_L=0,12$ ); 5 — твердая ( $I_L=-0,08$ )

Отсюда

$$u = \frac{a}{(a + a_w n \beta_0)(1 + e_0)} p;$$

тогда

$$\varepsilon_w = \frac{a_w n \beta_0}{\left(1 + \frac{a_w}{a} n \beta_0\right) (1 + e_0)}$$

или

$$\varepsilon_w = a_w n \beta B p,$$

где

$$B = \frac{1}{\left(1 + \frac{a_w}{a} n \beta_0\right) (1 + e_0)},$$

определяет влияние сжимаемости поровой воды на величину порового давления. Начальная осадка, возникающая вследствие сжимаемости поровой воды,

$$S_w = \varepsilon_w h, \quad (265)$$

или

$$S_w = h a_w [n \beta_0 B] p. \quad (266)$$

Выражение (266) показывает, что вследствие сжимаемости поровой воды осадка в начальный момент времени не равна нулю, как это обычно принимается, а имеет определенное конечное значение. Коэффициент  $B$  характеризует степень консолидации  $U$  и осадки  $S_0(t)$  в любой момент времени  $t$ , полученных по теории фильтрационной консолидации, но с учетом сжимаемости поровой воды.

Решив дифференциальное уравнение консолидации, найдем осадку в любой момент времени при условии, что напряжения распределены по глубине уплотняемого слоя равномерно:

$$S_0(t) = \frac{aph}{1+e} \left( 1 - B \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} e^{-m^2 T_u} \right). \quad (267)$$

## § 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЕЧНОЙ ОСАДКИ С УЧЕТОМ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ

При действии давлений, больших, чем  $p_i$ , в породах основания возникают зоны пластических деформаций, которые нарушают линейную зависимость между нагрузкой и осадкой, при этом скорость осадки возрастает. В слабых глинистых породах, а также в песках рыхлого сложения пластические деформации развиваются, начиная с первых этапов загружения основания. Следователь-

но, при передаче давлений выше предела пропорциональности  $p_1$ , а также при расчете деформаций оснований, где залегают слабые глинистые отложения, необходимо определять осадку с учетом нелинейной связи между нагрузкой и осадкой. Величина осадки в этом случае может быть представлена в виде двух слагаемых:

$$S = S_{\text{л}} + S_{\text{нл}}, \quad (268)$$

где  $S_{\text{л}}$  — составляющая осадки при линейной зависимости между давлением и деформациями до значения  $p_1$ ;  $S_{\text{нл}}$  — нелинейная составляющая в интервале давлений между  $p_1$  и  $p_1 + \Delta p$ .

В настоящее время методы расчета осадок сооружений за пределом пропорциональности практически не разработаны. Известные методы расчета нелинейных осадок базируются на использовании следующих решений: 1) нелинейной теории упругости; 2) теории линейно-деформируемой среды с учетом переменности деформационных характеристик породы в зависимости от ее напряженного состояния; 3) смешанной задачи теории линейно-деформируемой среды и теории предельного равновесия.

Для расчета осадки фундаментов глубокого заложения на песчаном основании В. Г. Березанцев предложил заменить криволинейную часть графика  $S=f(p)$  при  $p > p_1$  прямой линией (рис. 4б), следовательно, график зависимости между  $S$  и  $p$  может быть представлен в виде ломаной линии. В таком случае осадка при давлении  $p_1 < p < p_2$  может быть определена по формуле Шлейхера — Польшина, однако с использованием разных показателей деформационных свойств: при давлении менее  $p_1$  и более  $p_1$ :

$$S = \frac{\omega(p_1 - \gamma h_{\Phi})b(1 - \mu_{\text{л}}^2)}{E_{\text{л}}} + \frac{\omega(p - p_1)b(1 - \mu_{\text{нл}}^2)}{E_{\text{нл}}}, \quad (269)$$

где  $E_{\text{л}}$  и  $\mu_{\text{л}}$  — соответственно модуль деформации и коэффициент поперечного расширения при линейной связи в интервале давления  $0 - p_1$ ;  $E_{\text{нл}}$  и  $\mu_{\text{нл}}$  — соответственно модуль деформации и коэффициент поперечного расширения при развитии пластических деформаций, когда  $p_2 > p > p_1$ .

Значения показателей деформационных свойств пород при различном напряженном состоянии определяются по данным стабилометрических исследований или при испытании штампами разных размеров в диапазоне давлений от нуля до  $p_2$ .

Решение И. А. Розенфельда базируется на использовании математического аппарата теории линейно-деформируемой среды с учетом переменности деформационных характеристик пород в зависимости от уровня их напряженного состояния [27]. При этом предполагается, что в пределах давлений до  $p_1$  модуль деформации постоянен, выше давлений  $p_1$  при интенсивном развитии пластических деформаций — снижается. Величина осадки суммируется согласно выражению (268), причем нелинейность развития деформаций при  $p > p_1$  учитывается в решении И. А. Розенфельда

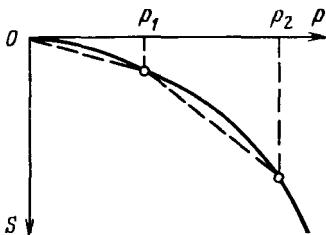


Рис. 46. Принцип замены криволинейной части графика  $S=f(p)$  отрезками прямых

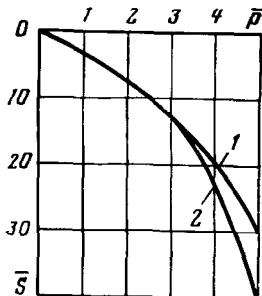


Рис. 47. График зависимости между  $\bar{S}$  и  $\bar{\rho}$  для определения осадки по методу Березанцева при коэффициентах поперечного расширения  $\mu$ , равных 0,4 (1) и 0,3 (2)

коэффициентом  $K_p$ . В общем виде уравнение для определения осадки может быть представлено в виде

$$S = S_0 K_p = \frac{\omega p b (1 - \mu^2)}{E_\lambda} \left[ 1 + \frac{1 - m}{m(1 + n)} \left( \frac{p}{p_2} \right)^n \right], \quad (270)$$

где  $m$  — коэффициент, учитывающий снижение  $E_\lambda$  на стадии развития пластических деформаций;  $n$  — коэффициент, зависящий от  $E_\lambda$  (при  $E_\lambda \leq 15$  МПа  $n=2$ , при  $E_\lambda > 15$  МПа  $n \geq 3$ );  $p_2$  — величина давления, определяющая полную несущую способность пород основания.

Расчет осадки с использованием смешанной задачи теории линейно-деформируемой среды и теории предельного равновесия был предложен В. Г. Березанцевым для случая глинистых пород, имеющих величину сцепления  $c=0,3\text{--}0,5$  МПа и угол внутреннего трения  $\varphi \leq 15^\circ$ . Решение получено для ленточных фундаментов глубокого заложения в виде следующей зависимости:

$$S = \bar{S} \frac{cb}{E_0}, \quad (271)$$

где  $\bar{S}$  — безразмерная приведенная величина осадки, определяемая по графику (рис. 47) в зависимости от  $\bar{\rho}$  равного  $\rho - \gamma h_f/c$ ;  $c$  — величина сцепления породы;  $E_0$  — модуль деформации с учетом напряженного состояния пород.

Выражение (271) приведено для идеально связной среды при  $\varphi \approx 0^\circ$ . Чтобы учесть величину угла внутреннего трения при  $0^\circ < \varphi \leq 15^\circ$ , В. Г. Березанцев предложил использовать вместо  $c$  в формуле (271) повышенное значение  $c_p$ , которое может быть рассчитано по формуле

$$c_p = c \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \pi/2}. \quad (272)$$

М. Н. Гольдштейн и С. Г. Кушнер предложили инженерный способ расчета осадки при  $p > p_1$ , названный ими *методом несущего столба*. Полученное решение может быть использовано для расчета осадки оснований при относительном заглублении фундамента  $h_\Phi/b \geq 0,67 - 1,0$ , при этом предполагается, что максимальное давление, которое передается на основание, не приведет к развитию деформаций, превышающих предельно допустимые для данной конструкции сооружения. Кроме того, действующее давление  $p$  не вызывает выпора породы из-под фундамента, т. е.

$$p \leq m p_2, \quad (273)$$

где  $m$  — коэффициент условий работы, равный для глинистых пород 0,4, для песчаных — 0,5.

Вывод зависимости для определения осадки базируется на предположении, что вертикальная нагрузка передается только несущему столбу (рис. 48). Под действием этой нагрузки происходит его сжатие  $S_{\text{л}}$  и поперечное расширение. Последнее вызывает уплотнение породы, окружающей несущий столб, и приводит к развитию дополнительной осадки  $S_{\text{нл}}$ , при этом

$$S_{\text{нл}} = \frac{\Delta V}{\pi(b/2)^2}, \quad (274)$$

где  $\Delta V$  — объем выжимаемой из-под фундамента породы за счет бокового расширения несущего столба диаметром  $b$ .

Приближенное математическое выражение процесса вытеснения породы из-под фундамента дано на основе схемы работы породы под концом свай при ее погружении.

Опуская промежуточные выкладки, сделанные в системе цилиндрических координат с учетом траектории частиц в зоне, прилегающей к несущему столбу, запишем конечное выражение для осадки за счет боковых деформаций

$$S_{\text{нл}} = \frac{2\beta}{gE} [(p - \gamma h_\Phi) b / 2B_2 - D_2] C_2, \quad (275)$$

где  $g = 1 - \frac{1}{n} + \zeta$ ;  $B_2 = \frac{A}{\alpha_1} \left[ 1 - \exp \left( -\alpha_1 \frac{z_y}{b/2} \right) \right]$ ;  $D_2 = z_y \left[ \gamma \left( h_\Phi + \frac{z_y}{2} \right) + p_n' \right]$ ;  $C_2 = \left( \frac{\rho_0}{b/2} \right)^g - 1$ ;  $\beta = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{1-\mu}$ ;

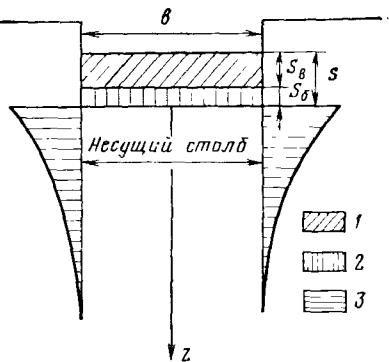


Рис. 48. Схема для расчета осадки по методу Гольдштейна — Кушнера:  
1—2 — осадки несущего столба (1—вследствие сжатия, 2 — вследствие поперечного расширения); 3 — поперечные деформации несущего столба

$n$  для песчаных пород и супесей равно 2; для глинистых пород — 2,5—3;  $\zeta$  — коэффициент бокового давления. Экспериментальные параметры  $a_1$  и  $A$  имеют соответственно значения 1,4 и  $0,5 \pm 1,0$  (меньшие значения относятся к пескам и супесям);  $z_y$  — максимальная глубина, где отмечается развитие поперечных деформаций несущего столба;  $p'_n$  — давление переуплотнения пород (для нормально уплотненных отложений равное нулю);  $r_0$  — максимальный радиус зоны развития поперечных деформаций.

Основные трудности вызывает определение  $z_y$ . Если принять, что горизонтальные (радиальные) напряжения по контуру несущего столба распределяются с глубиной по гиперболическому закону, то

$$z_y' = -\frac{z}{2} + \sqrt{(z/2)^2 + T}, \quad (276)$$

$$\text{где } z = h_\Phi + \frac{b}{4a_1} + \frac{pn'}{\gamma}; \quad T = [A(p - \gamma h_\Phi) - \gamma h_\Phi - p_n'] \frac{b}{4a_1 \gamma}$$

и осадка за счет поперечных деформаций рассчитывается по формуле

$$S_{\text{пл}} = \frac{2\beta}{gE} \left[ (p - \gamma h_\Phi) \frac{b}{2} B_3 - D_3 \right] C_2, \quad (277)$$

$$\text{где } B_3 = \frac{A}{2a_1} \ln \left( 2\alpha \frac{z_y'}{b/2} + 1 \right); \quad D_3 = z_y' \left[ \gamma \left( h_\Phi + \frac{z_y'}{2} \right) + p_n' \right].$$

Из выражений (275) и (277) следует, что величина осадки  $S_{\text{пл}}$  зависит от нагрузки  $p$  в нелинейной форме, с увеличением глубины заложения фундаментов  $h_\Phi$  значение  $S_{\text{пл}}$  уменьшается; возрастание  $S_{\text{пл}}$  отмечается при уменьшении плотности породы  $\gamma$ .

Формулы (275) и (277) справедливы только для пород, обладающих трением и сцеплением либо только трением.

#### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте основные представления о принципах проектирования сооружений по предельным состояниям. Что имеет большее значение при оценке устойчивости сооружений — абсолютная величина деформаций или неравномерность их развития? Какие типы оснований сооружений рекомендуется проектировать по первому и какие по второму предельным состояниям?

2. Какая информация необходима для выполнения расчетов конечных осадок, расчетов осадок во времени?

3. Приведите примеры одноразмерного сжатия пород. Какие приняты допущения при выводе зависимостей для определения одноразмерного сжатия?

4. В каких случаях необходимо рассчитывать осадки с использованием зависимостей для двух- и трехмерного сжатия? Охарактеризуйте ограниченность использования формулы Шлейхера — Польшина для расчета осадок.

5. В чем заключается основная идея метода эквивалентного слоя? Объясните понятие эквивалентный слой породы. Как определяется его мощность?

6. Какие методы расчета осадок используются при неоднородном строении оснований? Какое основание следует рассматривать как неоднородное?

7. Проанализируйте, в каких случаях применяются расчетные схемы, рекомендуемые СНиП 2.02.01—83.

8. В каких случаях используются методы расчета осадок с учетом развития локальных зон пластических деформаций?

9. Какие факторы определяют развитие осадки во времени? Каковы допущения при выводе основного дифференциального уравнения теории фильтрационной консолидации (концепция Терцаги — Герсеванова)? Для каких пород может быть применима модель фильтрационной консолидации?

10. Как учитываются неполное водонасыщение и структурная прочность пород в расчетах осадки во времени? Какие показатели свойств пород входят в расчетные формулы?

11. Каковы особенности расчета осадки во времени, если принять во внимание развитие деформации ползучести скелета породы?

## Г л а в а 6

### РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ОСНОВАНИЙ СООРУЖЕНИЙ

---

#### § 1. ОСНОВНЫЕ ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЧНОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ ОСНОВАНИЙ

Горная порода и возведенное на ней сооружение представляют сложную систему, надежность работы которой зависит от ряда факторов. При этом под надежностью работы системы «сооружение — основание (горные породы)» обычно понимается ее способность нормального функционирования в течение эксплуатационного периода при заданном технологическом режиме сооружения. Система «сооружение — основание» может быть представлена в виде трех последовательно соединяемых элементов: основания (горные породы), фундамента и наземной конструкции. Для земляных сооружений число элементов сокращается до двух за вычетом фундамента. При оценке устойчивости сооружения непосредственно практическое значение имеет схема передачи нагрузки (здание с полным или неполным каркасом, несущими стенами), величина нагрузки на каждую колонну или 1 м длины фундамента. В то время как нагрузки от самого сооружения и работающего оборудования более или менее постоянны, их изменение может происходить в связи с природно-климатическими факторами (ветровые, снеговые нагрузки). Следует также иметь в виду, что с течением времени наблюдается постепенное и необратимое изменение свойств строительных материалов наземной конструкции, обусловленное процессами старения, износа и коррозии.

Определяющими параметрами фундамента являются: их тип (гибкий или жесткий), геометрические размеры, форма и прочность материала. В процессе эксплуатации сооружений наибольшие изменения претерпевает материал фундаментов под воздействием колебаний температуры, влажностного режима, агрессивных промышленных стоков. Разработанные к настоящему времени мероприятия по повышению долговечности материалов фундаментов, начиная с использования специальных марок бетона и кончая различными типами гидроизоляций, позволяют регламентировать сроки эксплуатации этих конструкций.

Наиболее скрытые и неуправляемые изменения в процессе строительства и эксплуатации сооружения происходят с породами основания. При оценке устойчивости сооружений особенно важное значение приобретают те процессы, которые вызывают ухудшение свойств пород основания, приводящие к снижению их прочности и повышению деформационной способности, что в конечном итоге вызывает рост абсолютной и относительной деформаций, вплоть до разрушения пород основания. Нарушения устойчивости сооружений часто происходит вследствие неправильной или неточной инженерно-геологической оценки горных пород основания при их взаимодействии с сооружением. Перечислим причины, приводящие к возможным проектным ошибкам специалистов в области инженерной геологии, и рекомендации по их устранению.

1. На стадии инженерно-геологических изысканий — недостаточность информации для анализа существующей природной обстановки в зоне возможного влияния сооружения. Эта недостаточность связана обычно с использованием малого объема различного вида инженерно-геологических работ, малой глубиной проходки выработок, неправильным их расположением, узостью поставленных задач, а также низким качеством выполненных изысканий.

Обычно глубина выработок определяется исходя лишь из единственного критерия — мощности сжимаемой толщи, что допустимо только при проведении изысканий под гражданские сооружения. При изысканиях под промышленные сооружения с мокрым технологическим режимом одна из первостепенных задач — оценка возможности подтопления основания, в связи с чем глубина выработок должна быть значительно увеличена, особенно в случае залегания грунтовых вод ниже сжимаемой зоны. Вполне понятно, что подтопление вызывает и существенное увеличение глубины сжимаемой зоны сооружения, и изменение свойств пород основания.

2. Вторая группа ошибок обычно связана либо с отсутствием, либо с односторонне выполненным прогнозом по изменению природной обстановки в зоне основания сооружения в процессе его строительства и эксплуатации. Это в первую очередь относится к необходимости получения достоверных данных по изменению гидрогеологических условий и гидрохимической обстановки, температурного режима пород в основании сооружений, условий тепло- и влагообмена. Суммарный эффект изменения природной обстановки прежде всего будет сказываться на ухудшении состояния и свойств пород в основании сооружений.

Обязателен всесторонний прогноз, выполняемый инженерами-геологами для стадии эксплуатации сооружений, когда в наиболее полной степени проявляется комплексное воздействие основных ведущих факторов: давления, физико-химических условий, температурного режима. Влияние этих факторов должно быть учтено в двух аспектах: а) изменении свойств пород во времени в зависимости от фактических условий их работы в основании;

б) изменении напряженного состояния пород основания в результате протекания различных физико-химических, химических, а также возможных биохимических процессов; при этом возникающие напряжения могут значительно превосходить по величине напряжения, создаваемые весом сооружения.

3. Третья и основная группа ошибок — упрощение схем и методов расчета основания и их несоответствие реальным условиям работы — обычно является следствием неправильно выполненных прогнозов по изменению физического и напряженного состояния и свойств пород основания в период эксплуатации сооружений.

Проанализируем более подробно эту группу ошибок. Обоснование расчетной схемы основания должно опираться на анализ тех физических процессов, которые будут иметь место в основании сооружений. Так, например, один из ключевых моментов при проектировании сооружений на песчано-глинистых отложениях — исследование возможности их уплотнения под влиянием давления от веса сооружения. В случае трещиноватых скальных пород в основании сооружений для анализа необходимо использовать модель трещиновато-блочной среды. Необходимо отметить, что такая модель в наибольшей степени будет также характеризовать поведение основания, сложенного литифицированными глинистыми породами.

При выборе расчетной схемы большое значение имеет также установление линейной (либо нелинейной) связи между напряжениями и деформациями, что обычно производится на основе экспериментальных исследований развития деформаций в зависимости от уровня напряженного состояния.

Успех выполненных количественных прогнозов будет зависеть не только от правильно выбранной расчетной схемы, но и от достоверности закладываемых в расчет показателей физико-механических свойств пород. Анализ физических процессов, протекающих в основании сооружения, предопределяет выбор методики оценки параметров свойств пород, и в первую очередь оценки характеристик их прочности и деформируемости. Необходимо отметить, что эти свойства пород зависят также от физико-химических и температурных условий, причем характер их изменения может быть установлен только экспериментальным путем. Следовательно, использование в расчетах параметров свойств пород, которые получены в ходе проведения опытов с учетом действующих факторов, дает реальную возможность для повышения точности количественной оценки устойчивости основания сооружений. Значение направленности изменения свойств — один из основных моментов в построении анализа устойчивости сооружений по данным инженерно-геологических изысканий.

Общая схема проведения такого анализа показана на рис. 49. Главное звено — оценка работы основания при действии определяющего фактора — давления от веса сооружения. Его роль меняется в зависимости от типа горной породы и активности проте-

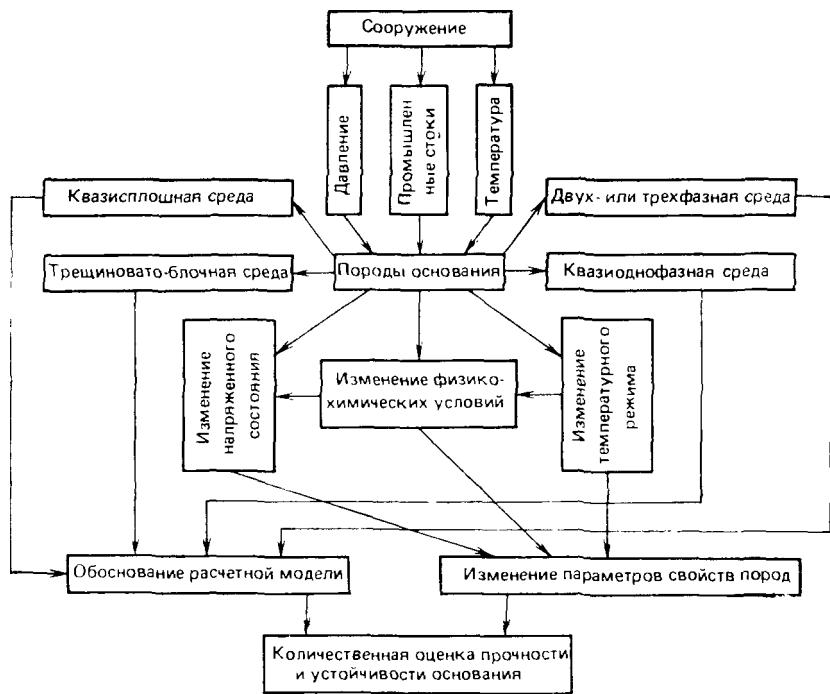


Рис. 49. Схема комплексного инженерно-геологического анализа прочности и устойчивости оснований сооружений

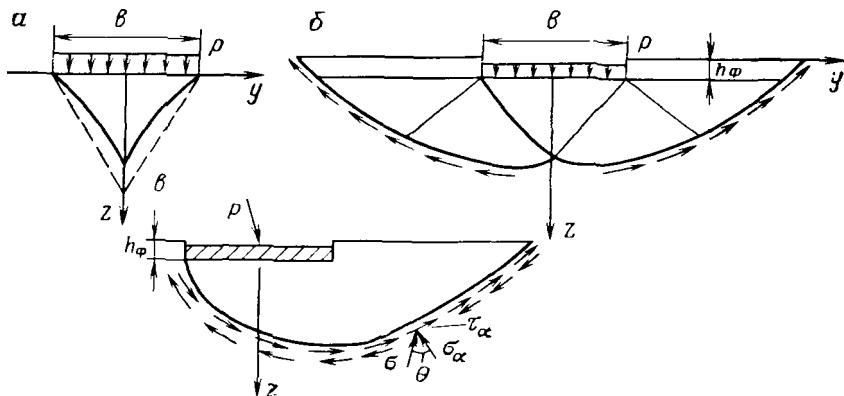


Рис. 50. Характер разрушения пород в основании сооружений:

*α* — схема формирования ядра; *β* — соответственно симметричный и односторонний выпор пород из-под сооружения

кания сопутствующих процессов при других техногенных воздействиях.

Породы в зависимости от их типа, физического состояния и прочности обладают различной способностью к развитию деформаций сжатия и сдвига и переходу к разрушению. Обычно разрушение скальных оснований происходит при возведении особо тяжелых сооружений при наличии неблагоприятно ориентированных поверхностей ослабления (тектонических трещин, контактов при переслаивании толщ пород). Для песчаных пород возможность их разрушения в основании обусловлена рядом причин, главными из которых являются не только прочность пород, но и глубина заложения фундаментов и их размеры. Для песчаных оснований\* выпор пород из-под фундаментов отмечается при относительном их заглублении  $h_f/b \leq 1,5-2,0$ . При увеличении значения  $h_f/b > 1,5-2,0$  основной становится фаза уплотнения, при этом возрастает величина нагрузки  $p_1$ , вторая стадия — фаза сдвигов также растянута, но не переходит в стадию разрушения. Очевидно, что в этом случае устойчивость сооружения определяется нарастанием величины неравномерности осадок при активном развитии деформаций сдвигов.

При анализе поведения глинистых пород в основании следует дифференцированно подходить к оценке устойчивости в зависимости от степени их литифицированности. По данным исследований В. Г. Березанцева, переход в стадию выпора характерен для уплотненных глинистых пород в случаях заглубления фундаментов ( $h_f/b \leq 1,5-2,0$ ). При залегании в основании относительно малолитифицированных пластичных глинистых пород сооружение может потерять свою устойчивость из-за интенсивности возрастания осадки в стадии сдвигов даже при относительно невысоких величинах нагрузки от сооружения, значительно меньших  $p_2$ . Характер деформаций в пластичных глинистых породах не зависит от глубины заложения фундаментов [2].

Многочисленные экспериментальные исследования показали, что при нагрузках, больших  $p_1$ , т. е. при переходе стадии уплотнения в стадию сдвигов, в песках непосредственно под фундаментом образуется уплотненное ядро, имеющее форму клина или близкую к нему (рис. 50, а). Основанием клина служит подошва фундамента на всю его ширину, а боковые стороны образованы кривыми скольжения, проходящими через края фундамента.

При нарастании давления это ядро действует как расклинивающее тело, которое уплотняет и разрушает породу, лежащую вокруг него. Следовательно, такое ядро играет существенную роль в развитии деформаций сдвига и формировании призмы выпора, а также влияет на величину нагрузки, определяющей разрушение пород в основании. М. Н. Горбунов-Посадов [9] выде-

\* В данном случае рассматриваются пески средней плотности и плотные. Пески рыхлого сложения в качестве оснований используются только после их предварительного уплотнения.

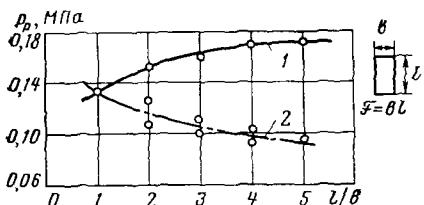


Рис. 51. Изменение величины разрушающей нагрузки  $p_p$  на основание в зависимости от относительного размера фундамента ( $l/b$ ) при постоянных ширине (1) и площасти (2) фундаментов [9]

ляет в ядре почти не меняющие своей формы упругую и прилегающую к ней пластическую части. Размеры и очертания последней варьируют при увеличении нагрузки.

Пластическая часть ядра увеличивает свои размеры, но остается строго симметричной при отсутствии асимметрии в приложении нагрузки. Поверхность скольжения, формирующаяся в основании, является продолжением той плоскости, которая ограничивает пластическую часть ядра. На рис. 50, б показано образование поверхностей скольжения при симметричном характере действия нагрузки, а на рис. 50, в — при несимметричном — разрушение пород основания характеризуется односторонним выпором. Аварии реальных сооружений при потере устойчивости основания всегда происходят при одностороннем выпоре. Опыты В. Г. Березанцева [2] позволили установить, что как при одностороннем, так и при двухстороннем выпорах значения нагрузок, при которых наблюдается разрушение, близки между собой.

Увеличение размеров фундаментов приводит к снижению вероятности выпора пород и соответственно к повышению устойчивости сооружения. Вместе с тем относительные размеры фундамента оказывают существенное влияние на изменение величины нагрузки, определяющей разрушение основания. При постоянной ширине фундамента, но с увеличением значения  $l/b$ , предельное давление на основание возрастает до некоторой постоянной величины. При сохранении постоянства площади фундамента, но уменьшении его ширины и увеличении длины значение разрушающего давления падает (рис. 51). На величину нагрузки, при которой фиксируется разрушение основания, оказывают влияние темпы передачи давления, особенно при нагружении глинистых пород. Быстрый рост давления обычно приводит к снижению значения разрушающей нагрузки, медленный — к ее повышению. Для песчаных оснований такая разница по результатам экспериментальных исследований загрузки штампов составляет всего 8—10 %, для глинистых пород — до 25 %. Уменьшение нагрузки связано с изменением параметров прочности пород при различных темпах загружения.

Расчет по несущей способности пород основания предполагает, что сумма касательных напряжений  $\Sigma \tau_\alpha$ , действующих по поверхности скольжения, становится равной сопротивлению сдвигу горных пород  $\Sigma \tau$  (см. рис. 50, в). При условии равенства  $\Sigma \tau_\alpha = \Sigma \tau$  следует говорить о состоянии предельного равновесия в основа-

нии сооружения. Значения касательных напряжений в зависимости от угла наклона площадки скольжения  $\alpha$  определяются по зависимости (64), а величина сопротивления сдвигу — экспериментальным путем.

При оценке прочности скальных пород необходимо различать сопротивление сколу  $\tau_{ск}$  и сопротивление сдвигу  $\tau_{сдв}$ . Обе формы разрушения обычно свойственны относительно малотрециноватым породам. В сильно трещиноватых породах или при ориентировке поверхности скольжения по напластованию либо трещине разрушение происходит в форме сдвига.

## § 2. ЗОНА ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ И МЕТОДЫ ЕЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Под действием касательных напряжений в основании возникают местные области разрушения, которые по мере повышения давления от сооружения увеличиваются в размерах, и при давлении более  $p_2$  формируется единая поверхность скольжения (рис. 52). Знание размеров зон, в которых происходит разрушение пород в основании сооружений, позволяет: 1) оценить возможность применения теории линейно-деформируемой среды для расчета оснований сооружений; 2) определить устойчивость основания и наметить реальные пути для ее повышения. Принято считать, что модель линейно-деформируемой среды допускается использовать, если глубина зоны предельного равновесия не превышает  $1/4$  ширины фундамента.

При расчете размеров зон пластических деформаций (пределного равновесия) следует прежде всего установить глубину их

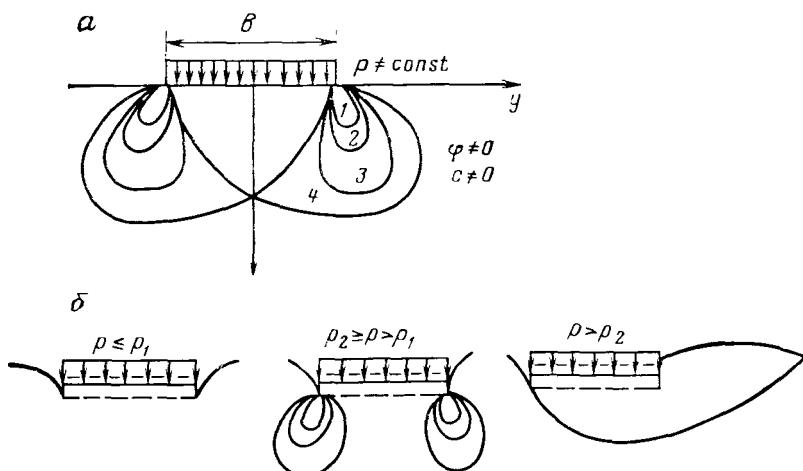


Рис. 52. Характер развития зон предельного равновесия в основании при увеличении нагрузки:

$\alpha$  — размеры зон (1, 2, 3, 4) при росте нагрузки;  $\beta$  — развитие деформаций и зон разрушения в зависимости от величины нагрузки

развития, которая определяется сопоставлением значения максимального угла отклонения  $\theta_{\max}$  с одним из основных параметров прочности породы — углом внутреннего трения  $\phi$ . Напомним, что углом отклонения называется угол между полным напряжением, действующим на площадке, и нормалью к ней. При разложении полного напряжения на нормальную и касательную составляющие последняя окажется тем больше, чем большим будет угол отклонения. Из рис. 50, в следует, что

$$\tau_\alpha = \sigma_\alpha \operatorname{tg} \theta. \quad (278)$$

Рост угла  $\theta$  приводит к увеличению  $\tau_\alpha$ , однако  $\tau_\alpha$  не может расти бесконечно, так как при некотором значении  $\tau_\alpha$  прочность пород становится сопоставимой с касательными напряжениями и последующее их увеличение приводит к разрушению пород основания. Следовательно, угол  $\theta$  должен иметь некоторые максимальные значения и соответственно касательные напряжения  $\tau_{\theta_{\max}}$ , отвечающие  $\theta_{\max}$ , должны быть сопоставлены с прочностью пород  $\tau$  (при данном нормальном напряжении). При этом могут возникнуть три случая:

$$1) \tau < \tau_{\theta_{\max}}; \quad 2) \tau = \tau_{\theta_{\max}}; \quad 3) \tau > \tau_{\theta_{\max}}.$$

В первом случае наблюдается разрушение пород, во втором — порода переходит в состояние предельного равновесия. В механике горных пород полагают, что состояние предельного равновесия соответствует или хрупкому сдвигу, или началу пластической деформации породы. Однако следует отметить, что пластические деформации могут развиваться при напряженном состоянии, меньшем, чем то, которое фиксируется максимальным углом отклонения (третий случай), и отсутствие пластических деформаций при  $\tau_{\theta_{\max}} < \tau$  имеет условный характер. Установить, насколько  $\tau_{\theta_{\max}}$  должно быть меньше  $\tau$ , можно экспериментальным путем, проводя исследования реологических свойств пород и прежде всего определив величину предела длительной прочности ( $\tau_\infty$ ). Отсутствие разрушения породы может быть гарантировано только в случае, когда  $\tau_{\theta_{\max}} \leq \tau_\infty$ .

При расчетах глубины зоны предельного равновесия ограничиваются нахождением точек в основании сооружения, где выполняется соотношение

$$\tau_{\theta_{\max}} = \tau. \quad (279)$$

Задача специалиста в области инженерной геологии — установить величину  $\tau$ , определяющую прочность породы при заданном напряженном состоянии.

Для расчета максимального угла отклонения можно воспользоваться полученными ранее зависимостями  $\sigma_\omega$  и  $\tau_\omega$  на некоторой

площадке, наклоненной под углом  $\omega$  по отношению к главной:

$$\sigma_{\omega} = \sigma_1 \cos^2 \omega + \sigma_2 \sin^2 \omega;$$

$$\tau_{\omega} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\omega.$$

Соответственно угол отклонения определится из выражения

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\tau_{\omega}}{\sigma_{\omega}} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\omega}{2(\sigma_1 \cos^2 \omega + \sigma_2 \sin^2 \omega)} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2) \operatorname{tg} \omega}{\sigma_1 + \sigma_2 \operatorname{tg}^2 \omega}. \quad (280)$$

Используя обычный способ нахождения экстремума функции, найдем, при каком значении  $\operatorname{tg} \omega$  тангенс угла отклонения будет наибольшим (наименьшим):

$$\frac{d \operatorname{tg} \theta}{d \omega} = \frac{\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\cos^2 \omega} (\sigma_1 + \sigma_2 \operatorname{tg}^2 \omega) - \frac{2\sigma_2 \operatorname{tg} \omega}{\cos^2 \omega} (\sigma_1 - \sigma_2) \operatorname{tg} \omega}{(\sigma_1 + \sigma_2 \operatorname{tg}^2 \omega)^2} = 0.$$

В дроби, равной нулю, если ее знаменатель не бесконечно большая величина, числитель есть нуль. Поэтому, учитывая, что  $(\sigma_1 - \sigma_2) > 0$  и  $\cos^2 \omega \neq 0$ , получим

$$\sigma_1 + \sigma_2 \operatorname{tg}^2 \omega - 2\sigma_2 \operatorname{tg} \omega = 0, \quad (281)$$

отсюда  $\sigma_1 - \sigma_2 \operatorname{tg}^2 \omega = 0$  и

$$\operatorname{tg} \omega = \pm \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}. \quad (282)$$

Значение  $\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \theta_{\min}^{\max}$  будет достигнуто при величине  $\operatorname{tg} \omega$ , определенной по формуле (282). Подставив (282) в (280), найдем

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta_{\min}^{\max} &= \frac{(\sigma_1 - \sigma_2) \operatorname{tg} \omega}{\sigma_1 + \sigma_2 \operatorname{tg}^2 \omega} = \frac{\pm \left(1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}}{1 + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \frac{\sigma_1}{\sigma_2}} = \\ &= \pm \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}. \end{aligned} \quad (283)$$

Выражение (283) есть квадратное уравнение относительно  $\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}$ . Решая его, получим

$$\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} = \frac{1 \pm \sin \theta_{\min}^{\max}}{\cos \theta_{\min}^{\max}} \quad (284)$$

или

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{(1 \pm \sin \theta_{\min}^{\max})^2}{\cos^2 \theta_{\min}^{\max}} = \frac{(1 \pm \sin \theta_{\min}^{\max})^2}{1 - \sin^2 \theta_{\min}^{\max}}. \quad (285)$$

Знак «минус» отвечает наибольшему ( $\theta_{\max}$ ) значению угла:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{1 - \sin \theta_{\max}}{1 + \sin \theta_{\max}}. \quad (286)$$

Из (286) легко найти синус наибольшего угла отклонения

$$\sin \theta_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}. \quad (287)$$

Если в числителе выражения (285) взять знак «плюс», то получим отрицательное значение  $\theta$ .

Если учесть значение синуса прямого угла (285), можно получить выражение, показывающее, что в каждой точке толщи основания существуют две взаимно перпендикулярные площадки, на которых соотношение главных напряжений может быть определено выражением

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ \pm \frac{\theta_{\max}}{2} \right). \quad (288)$$

Подставив в (287) значения главных напряжений (69), (71), получим

$$\sin^2 \theta_{\max} = \frac{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}{(\sigma_z + \sigma_y)^2}. \quad (289)$$

Для пород, обладающих сцеплением и трением, с учетом формулы (80) выражение для нахождения максимального угла отклонения приобретает вид

$$\sin \theta_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2 + 2 \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}}. \quad (290)$$

В основании сооружения, кроме напряжений от его веса, существуют также напряжения от собственного веса породы, лежащей выше рассматриваемых точек. С учетом суммы напряжений

$$\sigma_1 = \sigma_1^c + \sigma_1^g = \sigma_1^c + \gamma z; \quad (291)$$

$$\sigma_2 = \sigma_2^c + \sigma_2^g = \sigma_2^c + \zeta \gamma z. \quad (292)$$

В общем случае выражение для определения максимального угла отклонения приобретает вид

$$\sin \theta_{\max} = \frac{(\sigma_1^c + \gamma z) - (\sigma_2^c - \zeta \gamma z)}{(\sigma_1^c + \gamma z) + (\sigma_2^c + \zeta \gamma z) + \frac{2c}{\operatorname{tg} \varphi}} = \frac{(\sigma_1^c + \sigma_2^c) + \gamma z(1 - \zeta)}{(\sigma_1^c + \sigma_2^c) + \gamma z(1 + \zeta) + \frac{2c}{\operatorname{tg} \varphi}}, \quad (293)$$

где  $z$  — глубина залегания точки, в которой рассчитывается максимальный угол отклонения;  $\zeta$  — коэффициент бокового давления породы.

Таким образом, наибольший угол отклонения в разных точках основания полностью определяется свойствами породы, а также напряженным состоянием в этих точках, зависящим от величины внешней нагрузки, ширины фундамента и координат рассматриваемой точки. Чем больше величина плотности породы, тем меньшее угол наибольшего отклонения и тем на меньшую глубину распространяется зона предельного равновесия. Учитывая реальные соотношения сцепления и коэффициента внутреннего трения, можно утверждать, что их роль аналогична роли плотности породы.

В настоящее время не существует методов, позволяющих достоверно определять коэффициент бокового давления. Принимая гидростатический закон распределения напряжения ( $\zeta=1$ ), максимальный угол отклонения может быть определен по следующей зависимости:

$$\sin \theta_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2 + 2\gamma z + \frac{2c}{\operatorname{tg} \varphi}}. \quad (294)$$

Или с учетом вышесказанного это выражение может быть преобразовано в виде

$$\sin^2 \theta_{\max} = \frac{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2}{\left( \sigma_z + \sigma_y + 2\gamma z + \frac{2c}{\operatorname{tg} \varphi} \right)^2}. \quad (295)$$

Обычно зоны предельного равновесия или пластических деформаций возникают под краями фундаментов и по мере роста нагрузки увеличиваются в стороны и по глубине. Условно зоной предельного равновесия будем называть часть толщи пород основания, ограниченную кривой, в каждой точке которой выполняется соотношение (279) или максимальный угол отклонения равен углу внутреннего трения, т. е.  $\theta_{\max} = \varphi$ . Для пород, обладающих трением, зоны предельного равновесия по своим очертаниям напоминают изобары касательных напряжений (см. рис. 52, а).

Если обозначить самую глубокую точку зоны предельного равновесия  $z_{\max}$ , то нагрузка, отвечающая нулевому его значению, считается первой критической нагрузкой  $p_1$ .

Глубина зоны предельного равновесия может быть рассчитана по двум схемам.

Согласно первой схеме, предполагается, что в основании сооружения действует гидростатический закон распределения напряжений. Следовательно, напряжения от собственного веса породы на любой из площадок определяются только расстоянием ее от поверхности и плотностью породы. При расчете глубины зон предельного равновесия по первой схеме пользуются зависимостью

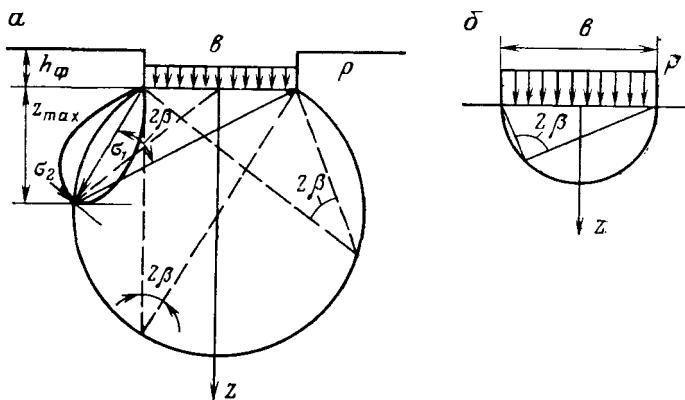


Рис. 53. Расчетные схемы для определения глубины зоны предельного равновесия в породах, обладающих трением (a), и в пластичных породах при  $\phi=0$  (б)

(290). Величины главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  находятся следующим образом:

$$\sigma_1 = \sigma_1^g + \sigma_1^c;$$

$$\sigma_2 = \sigma_2^g + \sigma_2^c,$$

где  $\sigma_1^g$  и  $\sigma_2^g$  — главные напряжения, обусловленные собственным весом породы;  $\sigma_1^c$  и  $\sigma_2^c$  — главные напряжения, возникающие от веса сооружения.

Вследствие допущения гидростатического закона распределения напряжений, величины напряжений от собственного веса породы для любых площадок, проведенных через некоторую точку в породе, равны между собой:

$$\sigma_1^g = \sigma_2^g = \gamma' h_\Phi + \gamma z, \quad (296)$$

где  $\gamma'$  и  $\gamma$  — плотность породы соответственно выше и ниже подошвы фундамента. Н. Н. Маслов предлагает находить  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  в зависимости от значений  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{zy}$ , решая совместно систему двух уравнений

$$\begin{cases} \sigma_1 \sigma_2 = \left( \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \right)^2 - \frac{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2}{4}; \\ \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_z + \sigma_y. \end{cases}$$

Используя для отыскания  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{zy}$  решения в полярной системе координат при угле видимости  $2\beta$  (рис. 53, а), можно получить следующие выражения для главных напряжений:

$$\sigma_1^c = \frac{p - \gamma' h_\Phi}{\pi} (2\beta + \sin 2\beta); \quad (297)$$

$$\sigma_2^c = \frac{p - \gamma' h_\Phi}{\pi} (2\beta - \sin 2\beta). \quad (298)$$

Следует отметить, что  $\sigma_1^c$  и  $\sigma_2^c$  действуют по главным площадкам, направление одной из которых является биссектрисой угла видимости  $2\beta$ ; вторая площадка перпендикулярна к первой (см. рис. 53, а). Суммарные главные напряжения от собственного веса породы и веса сооружения, принимая во внимание (296), (297) и (298), записываем в виде

$$\sigma_1 = \frac{p - \gamma' h_\Phi}{\pi} (2\beta + \sin 2\beta) + \gamma' h_\Phi + \gamma z; \quad (299)$$

$$\sigma_2 = \frac{p - \gamma' h_\Phi}{\pi} (2\beta - \sin 2\beta) + \gamma' h_\Phi + \gamma z. \quad (300)$$

Подставив полученные зависимости в формулу (290) для определения максимального угла отклонения, после преобразования получим условие предельного равновесия в виде зависимости

$$\sin \theta_{\max} = \frac{\frac{p - \gamma' h_\Phi}{\pi} \sin 2\beta}{\frac{p - \gamma' h_\Phi}{\pi} \sin 2\beta + \gamma' h_\Phi + \gamma z + \frac{c}{\tan \varphi}} = \sin \varphi, \quad (301)$$

где  $\varphi$  и  $c$  — некоторые фиксированные для определенного промежутка времени, плотности и влажности параметры сопротивления сдвигу породы. Таким образом, получено уравнение кривой, ограничивающей зону предельного равновесия. В точках, лежащих вне этой области, угол наибольшего отклонения  $\theta_{\max} < \varphi$ , на самой кривой он равен  $\varphi$ . Решив уравнение (301) относительно  $z$ , получим зависимость для граничной линии области предельного равновесия

$$z = \frac{p - \gamma' h_\Phi}{\pi \gamma} \left( \frac{\sin 2\beta}{\sin \varphi} - 2\beta \right) - \frac{c}{\gamma \tan \varphi} - h_\Phi \frac{\gamma'}{\gamma}. \quad (302)$$

Для определения максимальной координаты  $z$  необходимо взять производную по  $\beta$  и приравнять ее нулю:

$$\frac{dz}{d\beta} = \frac{p - \gamma' h_\Phi}{\pi \gamma} \left( \frac{\cos 2\beta}{\sin \varphi} - 1 \right) = 0, \quad (303)$$

откуда  $\cos 2\beta = \sin \varphi$ , что возможно при

$$2\beta = \frac{\pi}{2} - \varphi. \quad (304)$$

В том, что выражение (304) действительно определяет максимум функции, можно убедиться, взяв вторую производную по той же переменной от (303).

Подставив (304) в зависимость (302), найдем

$$z_{\max} = \frac{p - \gamma' h_\Phi}{\pi \gamma} \left[ \left( \operatorname{ctg} \varphi - \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right) \right) \right] - \frac{c}{\gamma \tan \varphi} - h_\Phi \frac{\gamma'}{\gamma}. \quad (305)$$

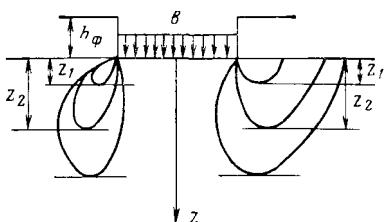


Рис. 54. Очертания зон предельного равновесия в связных и несвязных породах (в правой части рисунка при условии  $\gamma=0$ ,  $\varphi \neq 0$ ,  $c=0$ ; в левой  $\gamma \neq 0$ ,  $c \neq 0$ ,  $\varphi \neq 0$ )

Следует отметить, что приведенные решения базируются на теории упругости. Следовательно, чем больше размеры областей предельного равновесия, тем меньше точность и достоверность получаемых величин этих зон. Обосновано только решение, позволяющее определить первую критическую нагрузку, при которой зона предельного равновесия обращается в нуль.

Вторая схема определения глубины зоны предельного равновесия базируется на предположении негидростатического закона распределения напряжения, когда  $\mu < 0,5$  и  $\xi < 1$ . Для расчета чаще всего используют следующую формулу:

$$\sin^2 \theta_{\max} = \frac{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}{\left( \sigma_z + \sigma_y + \frac{2c}{\tan \varphi} \right)} \leq \sin^2 \varphi,$$

где составляющие напряжений  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  определяются как сумма напряжений от собственного веса породы и веса сооружения:

$$\sigma_z = \sigma_z^c + \sigma_z^g = \sigma_z^c + \gamma h_\phi + \gamma z;$$

$$\sigma_y = \sigma_y^c + \sigma_y^g = \sigma_y^c + \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_z = \sigma_y^c + \zeta (\gamma h_\phi + \gamma z);$$

$$\tau_{xy} = \tau_{xy}^c.$$

Касательные напряжения от собственного веса породы на горизонтальных и вертикальных площадках равны нулю, так как направление полного напряжения (сила тяжести) совпадает с нормалью к площадке.

Составляющие напряжений от веса сооружения ( $\sigma_z^c$ ,  $\sigma_y^c$ ,  $\tau_{xy}^c$ ) вычисляют по вертикалям, соответствующим относительным координатам  $m = y/b$  (0,25; 0,5; 1,0 и 1,5) на различных глубинах  $z$ . В тех же точках находят напряжения от собственного веса породы. Далее, для каждой точки рассчитывают максимальный угол отклонения  $\theta_{\max}$ . Сравнив во всех точках полученную таким образом величину  $\theta_{\max}$  с углом внутреннего трения  $\varphi$ , очерчивают гра-

Из этой формулы следует, что максимальная глубина зоны предельного равновесия определяется величиной внешней нагрузки, плотностью породы и характеристиками ее прочности.

Если сооружение заглублено или возводится на связной породе, области предельного равновесия замкнуты (рис. 54, левая часть). В случае, если основанием сооружения служит несвязная порода ( $c=0$ ), эти области открыты (см. рис. 54, правую часть).

ницу зоны предельного равновесия. Наибольшая глубина зоны предельного равновесия фиксируется при  $m=0,5$ .

Расчет глубины зоны предельного равновесия при условии  $\zeta < 1$  обычно дает завышенные ее размеры по сравнению с результатами расчета по гипотезе гидростатического закона распределения напряжений от веса породы.

В. А. Флорин отмечал, что использовать зоны предельного равновесия для суждения об устойчивости породы в основании сооружения не следует, так как состояние основания при малых размерах областей предельного равновесия достаточно далеко от нарушения устойчивости, а при больших размерах этих зон получаемые очертания ограничивающих кривых недостоверны, поскольку получены по теории упругости.

### § 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ДАВЛЕНИЙ НА ОСНОВАНИЕ

Как известно, величина критических давлений на основание сооружения определяет глубину развития зон предельного равновесия. Для первого критического давления  $p_1$  характерно только зарождение таких зон в точках под краями фундаментов, для давления  $p_2$  — появление поверхности скольжения. Зная выражения для расчета глубины зон предельного равновесия, можно получить ряд формул для оценки нагрузок при различном состоянии пород в основании сооружения.

Из выражения (305) легко выводится зависимость для расчета нагрузки при максимальной глубине распространения зоны предельного равновесия. Если  $\gamma' = \gamma$ , то

$$p_{\max} = \frac{\pi \gamma}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} \left( z_{\max} + h_{\phi} + \frac{c}{\gamma \operatorname{tg} \varphi} \right) + \gamma h_{\phi}. \quad (306)$$

Если принять, что  $z_{\max} = 0$ , то можно получить формулу для вычислений первой критической (краевой) нагрузки, или «совершенно безопасного давления» (формула Пузыревского — Герсеванова)

$$p_1 = \frac{\pi \left( \gamma h_{\phi} + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \right)}{\operatorname{ctg} \varphi - \frac{\pi}{2} + \varphi} + \gamma h_{\phi}. \quad (307)$$

Первая критическая нагрузка для пород, обладающих только сцеплением ( $\varphi = 0$ ), находится, исходя из следующих положений. Разность главных напряжений для таких пород составляет  $\sigma_1 - \sigma_2 = 2c$ . Подставив в это равенство значения для  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  из выражений (299) и (300), получим условие возникновения пластических деформаций в основании

$$p = \frac{\pi c}{\sin 2\beta} + \gamma h_{\phi}. \quad (308)$$

Для того чтобы определить положение точек, в которых появляются пластические деформации, необходимо найти значение угла  $2\beta$ , при котором  $p$  будет минимальным. Давление  $p$  достигает наименьшего значения при  $2\beta = \pi/2$ . Этому условию удовлетворяют точки, лежащие на полуокружности, проходящей через краевые точки подошвы фундамента (см. рис. 53,б). Зависимость (308) приобретает вид

$$p_k = \gamma c + \gamma h_f. \quad (309)$$

Следовательно, в породах, обладающих только сцеплением, зона предельного равновесия имеет форму полуокружности, диаметром которой служит ширина фундамента  $b$ . Формулу (309) используют для пород, в которых  $\phi < 5-7^\circ$ .

Предельное давление на породу от сооружения, соответствующее глубине зоны предельного равновесия, равной  $1/4$  ширины фундамента (при  $\phi > 5-7^\circ$ ), можно найти из выражения (306), приняв, что  $z_{max} = 0,25b$ .

$$p = \frac{\pi \gamma}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} \left( 0,25b + h_f + \frac{c}{\gamma \operatorname{tg} \varphi} \right) + \gamma h_f. \quad (310)$$

Если  $\gamma' \neq \gamma$ , то

$$p = \frac{\pi}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} \left( 0,25b\gamma + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} + \gamma' h_f \right) + \gamma' h_f. \quad (311)$$

Таблица 16

Порода	$\gamma_{c_1}$	$\gamma_{c_2}$ для сооружений с жесткой конструктивной схемой при $L/H$ , равном:	
		4 и более	1,5 и менее
Крупнообломочные с песчаным заполнителем и песчаные, кроме мелких и пылеватых	1,4	1,2	1,4
Пески мелкие	1,3	1,1	1,3
Пески пылеватые:			
а) маловлажные и влажные	1,25	1,0	1,2
б) насыщенные водой	1,1	1,0	1,2
Пылевато-глинистые, а также крупнообломочные с пылевато-глинистым заполнителем:			
а) при $J_L \leq 0,25$ ,	1,25	1,0	1,1
б) при $0,25 < J_L \leq 0,5$ ,	1,2	1,0	1,1
в) при $J_L > 0,5$	1,1	1,0	1,0

Примечание. 1. К сооружениям с жесткой конструктивной схемой относятся сооружения, конструкции которых специально приспособлены с восприятием усилий от деформаций оснований.

2. Для зданий с гибкой конструктивной схемой значение коэффициента  $\gamma_{c_2}$  принимается равным единице; при промежуточных значениях  $L/H$  (где  $L$ —длина сооружения или его отсека,  $H$ —высота) коэффициент  $\gamma_{c_2}$  определяется по интерполяции.

3.  $J_L$ —показатель текучести породы или заполнителя.

На основании (311) получено выражение для определения расчетного сопротивления  $R$ , используемое в СНиП 2.02.01—83 для здания без подвала:

$$R = \frac{\gamma_{c_1} \gamma_{c_2}}{K} (M_1 K_z b \gamma + M_q h_\phi \gamma' + M_c c), \quad (312)$$

где  $\gamma_{c_1}$  и  $\gamma_{c_2}$  — коэффициенты условий работы (табл. 16);  $K$  — коэффициент, принимаемый равным единице, если характеристики прочности породы определяются непосредственно и 1,1, если они назначаются по специальным таблицам рассматриваемого СНиПа;  $K_z$  — безразмерный коэффициент, зависящий от ширины фундамента  $b$  (при  $b < 10$  м  $K_z = 1$ , при  $b \geq 10$  м  $K_z = 8/b + 0,2$ );  $c$  — сцепление породы несущего слоя;  $\gamma$  и  $\gamma'$  — плотность породы соответственно ниже или выше подошвы фундамента;  $M_1$ ,  $M_q$ ,  $M_c$  — безразмерные коэффициенты, зависящие от угла внутреннего трения пород несущего слоя ( $\phi$ ), которые, исходя из формулы (311), рассчитываются из выражений

$$M_1 = \frac{0,25\pi}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}}, \quad M_q = 1 + \frac{\pi}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}},$$

$$M_c = \frac{\pi \operatorname{ctg} \varphi}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}}.$$

Значения этих коэффициентов приведены в табл. 17.

Формулу (312) разрешается применять при любых формах фундамента. Если фундамент имеет форму круга или правильного многоугольника площадью  $F$ , то  $b = \sqrt{F}$ .

Таблица 17

Угол внутреннего трения $\varphi$ , градус	Значения коэффициентов для определения расчетного сопротивления			Угол внутреннего трения $\varphi$ , градус	Значения коэффициентов для определения расчетного сопротивления		
	$M_1$	$M_q$	$M_c$		$M_1$	$M_q$	$M_c$
0	0	1,00	3,14	24	0,72	3,87	6,45
2	0,03	1,12	3,32	26	0,84	4,37	6,90
4	0,06	1,25	3,51	28	0,98	4,98	7,40
6	0,10	1,39	3,71	30	1,15	5,59	7,95
8	0,14	1,55	3,93	32	1,34	6,35	8,55
10	0,18	1,73	4,17	34	1,55	7,21	9,21
12	0,23	1,94	4,42	36	1,81	8,25	9,98
14	0,29	2,17	4,69	38	2,11	9,44	10,80
16	0,36	2,43	5,00	40	2,46	10,84	11,73
18	0,43	2,72	5,81	42	2,87	12,50	12,77
20	0,51	3,06	5,66	44	3,37	14,48	13,96
22	0,61	3,44	6,04	45	3,66	15,64	14,64

Расчетное сопротивление  $R$  для основания, сложенного крупнообломочными породами, разрешается оценивать только по результатам непосредственных определений параметров прочности. Следует указать, что если содержание заполнителя превышает 40 %, то значение  $R$  рассчитывают по характеристикам заполнителя. Величина  $R$ , определенная по формуле (312), может быть увеличена на 20 %, если рассчитанные деформации основания (при давлении, равном  $R$ ) составляют менее 0,4 от предельно-допустимых значений (см. табл. 12).

Расчет оснований сооружений с использованием модели линейно-деформируемой среды производится только при давлениях  $p_c$ , меньших или равных расчетному сопротивлению. При  $p_c > R$  модель линейно-деформируемой среды дает большие погрешности в расчетах, поэтому для оценки устойчивости сооружений необходимо применять другие модели: нелинейно-деформируемых сред или теории предельного равновесия.

Как уже отмечалось ранее, анализ аварий сооружений, а также наблюдения при моделировании их устойчивости показывают, что большинство построенных сооружений не имеет строго центрально приложенной нагрузки и направление равнодействующих сил не всегда вертикально. Указанные обстоятельства способствуют тому, что разрушение основания обычно происходит при одностороннем выпоре породы из-под фундамента при неглубоком его заложении (см. рис. 50, в).

Предотвратить такой выпор породы можно только при соблюдении определенных соотношений между размерами фундамента, глубиной его заложения, величиной нагрузки на фундамент с учетом свойств пород, слагающих основание сооружения. Эти соотношения могут быть получены из условий предельного равновесия призмы смещающейся породы, если ее очертания близки к форме призмы скольжения в натуре.

При расчете устойчивости сооружений важно прежде всего определить критическую нагрузку, приводящую породу основания в предельное состояние при заданных формах, размерах и глубине заложения фундамента. Это предельное давление, по существу, является второй критической нагрузкой  $p_2$ , превышение которой и приводит к выпору пород из-под сооружения. Величина  $p_2$  определяет несущую способность пород основания.

В настоящее время все существующие методы расчета устойчивости гражданских и промышленных сооружений можно разделить на группы, первая из которых включает приближенные методы, а вторая — точные.

В первой группе методов обычно задаются очертаниями поверхности скольжения породы, считая основными ее формами плоскую и круглоцилиндрическую.

Плоская поверхность наиболее отвечает реальным условиям при смещении части толщи основания по неблагоприятно ориентированной поверхности ослабления.

Расчет устойчивости по гипотезе круглоцилиндрической по-

верхности скольжения более соответствует действительным условиям разрушения сооружения, особенно при залегании в основании песчано-глинистых пород.

При расчетах по гипотезам плоской и круглоцилиндрической поверхностей скольжения предполагается, что порода находится в состоянии предельного равновесия только в точках, определяющих положение указанных поверхностей.

Вторая группа методов оценки устойчивости сооружений основана на теории предельного равновесия, при этом поверхностью скольжения не задаются — она находится путем расчетов. При использовании теории предельного равновесия рассматривается среда, в каждой точке которой существует состояние предельного равновесия (модель теории предельного равновесия). Кроме того, в этой группе рассматриваются также решения смешанных задач (упруго-пластических). Применение теории предельного равновесия дает результаты, хорошо согласующиеся с натурными наблюдениями и опытными данными.

Обычно метод расчета устойчивости оснований выбирают, исходя из реальных инженерно-геологических условий, типа фундаментов, их заглубления, а также характера эксплуатации зданий и сооружений. Большое значение для получения достоверных результатов расчетов имеют правильность обоснования расчетных параметров сопротивления сдвигу (учет степени трещиноватости, изменение состояния пород при действующих напряжениях), а также возможность и степень консолидации глинистых отложений в зависимости от технологии эксплуатации сооружений, влияние фактора времени на основе оценки реологических свойств. Расчетные параметры свойств должны выбираться инженерами-геологами только с учетом основных закономерностей механики горных пород и технологических режимов работы сооружений.

#### § 4. ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ ОСНОВАНИЙ

**Расчет по гипотезе плоской поверхности скольжения.** В данной расчетной схеме принимают, что основание сложено однородной породой, имеющей плотность  $\gamma$  и обладающей трением  $\phi$ . При заданных ширине фундамента  $b$ , его заглублении  $h_f$  поверхность скольжения состоит из двух плоскостей, одна из которых проходит через край фундамента и наклонена к горизонту под углом  $45^\circ + \phi/2$ , а вторая — под углом  $45^\circ - \phi/2$  (рис. 55).

Под краем фундамента  $B$  предполагается наличие тонкой подпорной стенки  $BC$  высотой  $H$ .

Со стороны клина  $ABC$  гипотетическая подпорная стенка испытывает активное давление породы, стремящееся сдвинуть ее, которое вызывает отпор породы (пассивное давление) со стороны клина  $BCD$ . Предельное равновесие наступает при равенстве величин активного  $E_a$  и пассивного  $E_n$  давлений.

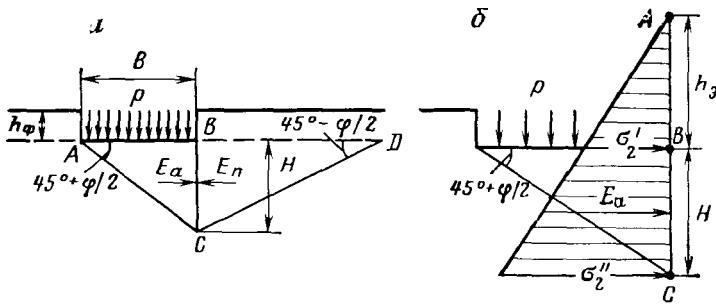


Рис. 55. Схема для расчета устойчивости основания по гипотезе плоской поверхности скольжения:

*a* — положение плоскости скольжения; *b* — схема для расчета активного давления

Вычислим активное давление породы на стенку, которое равно сумме давлений, передаваемых весом сооружений и весом породы.

Напряжение от собственного веса породы в точке, расположенной ниже дневной поверхности, для горизонтальной площадки направлено вертикально и равна  $\sigma_z^g = \gamma z$ . Касательные напряжения на этой площадке отсутствуют, и, следовательно, напряжения собственного веса являются главными, т. е.  $\sigma_z^g = \sigma_1 = \gamma z$ .

Напряжения от собственного веса, действующие в вертикальной площадке, расположенной на внутренней грани стенки *BC*, при условии предельного напряженного состояния могут быть определены из соотношения

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{(1 \pm \sin \theta_{\max})^2}{\cos^2 \theta_{\max}}.$$

Так как для предельного состояния  $\theta_{\max} = \varphi$ , это выражение можно записать в виде

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \operatorname{tg}^2(45^\circ \pm \varphi/2), \quad (313)$$

или

$$\sigma_2 = \sigma_1 \operatorname{tg}^2(45^\circ \pm \varphi/2) = \gamma \operatorname{tg}^2(45^\circ \pm \varphi/2). \quad (314)$$

Здесь знак минус соответствует активному давлению, а знак плюс — пассивному. Если на горизонтальной поверхности породы за стенкой приложена равномерно распределенная нагрузка *p*, то в расчетной схеме ее можно заменить эквивалентным слоем породы с плотностью, равной плотности породы основания ( $\gamma$ ). Мощность такого слоя *h*, определяется из условия  $h = p/\gamma$ .

Продолжим стенку *H* до величины  $H + h$ , имея при этом в виду, что положение плоскости скольжения не меняется (см. рис. 55, б). Выразим величины напряжений от собственного

веса на вертикальную стенку для глубины  $h_3$  через  $\sigma'_2$  и  $(H+h_3)$  через  $\sigma''_2$ . С учетом выражения (314) они могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned}\sigma'_2 &= \gamma h_3 \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2); \\ \sigma''_2 &= \gamma(H + h_3) \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2).\end{aligned}\quad (315)$$

Величина среднего напряжения на подпорную стенку составит

$$\frac{\sigma'_2 + \sigma''_2}{2} = \gamma \left( \frac{H + 2h_3}{2} \right) \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2). \quad (316)$$

Очевидно, что величина активного давления численно равна площади эпюры напряжений  $S_{\text{ак}}$ , действующих на подпорную стену по ее высоте  $H$ , т. е.

$$E_a = S_{\text{ак}} = \frac{\sigma'_2 + \sigma''_2}{2} H. \quad (317)$$

Принимая во внимание (316), перепишем (317) в виде

$$E_a = \gamma H \left( \frac{H + 2h_3}{2} \right) \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2). \quad (318)$$

Произведя некоторые преобразования и заменив величину  $h_3$  на  $p/\gamma$ , найдем выражение для расчета активного давления

$$E_a = \left( \frac{1}{2} \gamma H^2 + pH \right) \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2). \quad (319)$$

Аналогичным образом можно получить значение пассивного давления

$$E_p = \left( \frac{1}{2} \gamma H^2 + \gamma h_\Phi H \right) \operatorname{tg}^2(45^\circ + \varphi/2). \quad (320)$$

Поскольку состояние предельного равновесия наступает при равенстве активного и пассивного давлений, имеем

$$\left( \frac{1}{2} \gamma H^2 + pH \right) \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2) = \left( \frac{1}{2} \gamma H^2 + \gamma h_\Phi H \right) \operatorname{tg}^2(45^\circ + \varphi/2). \quad (321)$$

Решив уравнение (321) относительно  $p$

$$p = \gamma h_\Phi \operatorname{tg}^4(45^\circ + \varphi/2) + \frac{1}{2} \gamma H [\operatorname{tg}^4(45^\circ + \varphi/2) - 1]. \quad (322)$$

Высота стенки  $H$  может быть определена из рассмотрения треугольника  $ABC$  (см. рис. 55, б), т. е.  $H = b/\operatorname{tg}(45^\circ - \varphi/2)$ . Окончательное выражение для вычисления нагрузки  $p$  записывается в следующем виде:

$$p = \gamma h_\Phi \operatorname{tg}^4(45^\circ + \varphi/2) + \frac{\gamma b [\operatorname{tg}^4(45^\circ + \varphi/2) - 1]}{2 \operatorname{tg}(45^\circ - \varphi/2)}. \quad (323)$$

Величина  $p$ , определяемая формулой (323), характеризует вторую критическую нагрузку, превышение которой приводит к выпору породы из-под фундамента. Если в формуле (323) принять  $b=0$ , то величина давления составит

$$p = \gamma h_{\Phi} \operatorname{tg}^4 (45^\circ + \varphi/2). \quad (324)$$

Формула (324) была получена Г. Е. Паукером в конце XIX в. из условий равновесия в точке на краю фундамента.

Заменив равномерно распределенную нагрузку эквивалентным ей слоем породы  $h_s = p/\gamma$ , рассмотрим равновесие в точке  $B$  на краю фундамента (см. рис. 55, а). Для того чтобы из-под фундамента не происходил выпор, пассивное давление должно быть больше активного, т. е.

$$\gamma h_{\Phi} \operatorname{tg}^2 (45^\circ + \varphi/2) > \gamma h_s \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \varphi/2).$$

Величина заглубления фундамента, при котором не будет происходить выпора породы, определится следующим выражением:

$$h_{\Phi} \geq \frac{p}{\gamma} \operatorname{tg}^4 (45^\circ - \varphi/2). \quad (325)$$

В. Г. Березанцев подчеркивает, что плоскости скольжения в рассматриваемой схеме проходят глубже, чем в действительности. Следовательно, получаемая по формуле (323) величина второй критической нагрузки завышена, так же как и глубина заложения фундамента [2].

**Расчет по гипотезе круглоцилиндрической поверхности скольжения.** Для решения задачи об устойчивости основания сооружения по гипотезе круглоцилиндрической поверхности методом М. И. Горбунова-Посадова и В. В. Кречмера необходимо иметь следующие данные: 1) показатели свойств породы, слагающей основание (плотность и угол внутреннего трения  $\varphi$ ); 2) ширину фундамента  $b$ ; 3) глубину его заложения  $h_{\Phi}$ . Предполагается, что коэффициент запаса  $K$  равен единице. Он вычисляется как отношение суммы моментов удерживающих сил  $\Sigma M_{уд}$  к сумме моментов сдвигающих сил  $\Sigma M_{сдв}$ , т. е.

$$K = \frac{\Sigma M_{уд}}{\Sigma M_{сдв}} = 1. \quad (326)$$

Предполагается также, что линия скольжения проходит через нижний край фундамента (точка  $A$  на рис. 56, а). В задаче требуется определить положение центра дуги вращения (точку  $O$ ) и радиус дуги  $R$ , при которых величина нагрузки  $P$  на 1 м фундамента имеет максимальное значение.

Анализ ведется в предположении, что сдвигаемая часть толщи породы рассматривается как твердое тело и состояние предельного равновесия фиксируется только в тех точках, которые находятся на поверхности скольжения.

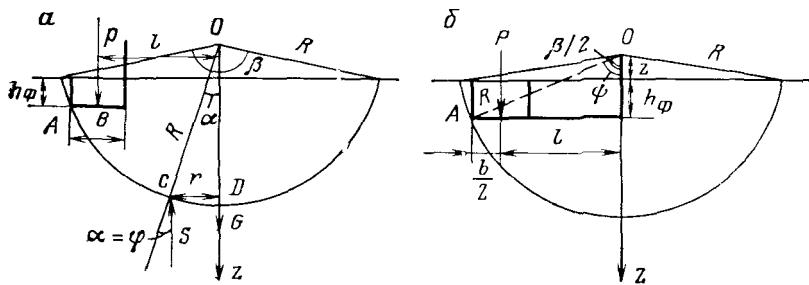


Рис. 56. Схемы для расчета устойчивости основания по гипотезе круглоцилиндрической поверхности скольжения:

*a* — схема действия сил; *б* — схема для определения параметров *l*, *R*

На часть толщи пород, ограниченной поверхностью скольжения, действуют следующие силы: 1) собственный вес выделенного объема породы *G*; 2) сила *P*, определяемая величиной нагрузки на фундамент; 3) реакция со стороны неподвижной части породы в виде равнодействующей *S*.

Таким образом, задача сводится к определению условий равновесия изолированного твердого тела под действием трех сил  $\vec{G}$ ,  $\vec{P}$ ,  $\vec{S}$  при допущении, что их векторы представляют систему параллельных прямых, расположенных в одной плоскости.

Как известно, для тела, находящегося в равновесии, сумма проекций всех сил равна нулю. Спроектировав силы  $\vec{G}$ ,  $\vec{P}$ ,  $\vec{S}$  на ось *z*, получим  $\vec{G} + \vec{P} - \vec{S} = 0$ , и, следовательно,

$$\vec{G} + \vec{P} = \vec{S}. \quad (327)$$

Моменты сил  $\vec{P}$ ,  $\vec{S}$  и  $\vec{G}$  относительно точки *O* составляют (см. рис. 56, *a*)  $M_0(P) = -Pl$ ;  $M_0(S) = Sr$ ;  $M_0(G) = 0$  или, принимая во внимание (327),  $-M_0(S) = (P+G)r$ .

Подставив значение моментов в (326), получим

$$K = \frac{M_0(S)}{M_0(P)} = \left| \frac{Sr}{Pl} \right| = 1,$$

следовательно,

$$Pl = Sr = (P+G)r. \quad (328)$$

Из треугольника *COD* следует, что  $r = R \sin \alpha$  (см. рис. 56, *a*). Подставим его значение в формулу (328), тогда

$$Pl = (P+G)R \sin \alpha. \quad (329)$$

Для состояния предельного равновесия отклонение полного напряжения от нормали к рассматриваемой площадке составляет угол  $\theta_{\max}$ , равный углу внутреннего трения  $\phi$ . Поскольку по плоскости скольжения существует состояние предельного равновесия

сия, то угол между нормалью к площадке, проведенной через точку  $C$ , и направлением реактивной силы  $S$  должен быть равен  $\varphi$ , т. е.  $\alpha = \varphi$  (см. рис. 56, а).

Принимая во внимание, что  $\alpha = \varphi$ , определим величину нагрузки  $P$  из выражения (329):

$$P = \frac{GR \sin \varphi}{l - R \sin \varphi}. \quad (330)$$

В (330) величины  $G$ ,  $R$  и  $l$  неизвестны.

При заданных ранее условиях необходимо выразить  $G$  и  $l$  через величины, которые требуется найти, т. е. через  $R$  и  $z$ . Величина, определяющая положение центра дуги обрушения,

$$z = R \cos \beta / 2, \quad (331)$$

где  $\beta$  — центральный угол (см. рис. 56, а).

Вес сдвигаемой толщи породы

$$G = \gamma F \cdot 1 = \gamma \frac{R^2}{2} (\beta - \sin \beta), \quad (332)$$

где  $F$  — площадь сегмента породы между дугой обрушения и дневной поверхностью, равная  $0,5R^2(\beta - \sin \beta)$ . Чтобы найти  $l$ , соединим центр дуги обрушения  $O$  с точкой  $A$ , находящейся на краю фундамента, через который проходит плоскость скольжения (см. рис. 56, б), тогда

$$l = R \sin \psi - \frac{b}{2}.$$

Так как

$$\sin \psi = \sqrt{1 - \cos^2 \psi} = \sqrt{1 - \left( \frac{z+h}{R} \right)^2}, \quad (333)$$

то

$$l = R \sqrt{1 - \left( \frac{z+h}{R} \right)^2} - \frac{b}{2}, \quad (334)$$

или, с учетом того, что  $z/R = \cos \beta / 2$ ,

$$l = R \sqrt{1 - \left( \cos \frac{\beta}{2} + \frac{h}{R} \right)^2} - \frac{b}{2}. \quad (335)$$

Подставив значения  $G$  и  $l$  из выражений (332) и (335) в формулу (330), получим

$$P = \frac{\gamma \sin \varphi}{2} \frac{R^2 (\beta - \sin \beta)}{R \sqrt{1 - \left( \cos \frac{\beta}{2} + \frac{h}{R} \right)^2} - R \sin \varphi - \frac{b}{2}}. \quad (336)$$

Таблица 18

$\operatorname{tg}\varphi$	Величины безразмерных коэффициентов $A$ , $B$ , $C$ при разных значениях $h_{\Phi}/b$														
	0,0			0,5			1,0			1,5			2,0		
	$A$	$B$	$C$	$A$	$B$	$C$	$A$	$B$	$C$	$A$	$B$	$C$	$A$	$B$	$C$
0,37	2	1,3	1,0	4	1,3	-0,2	5	1,5	-0,5	8	1,8	-0,7	12	2,1	-1,0
0,47	5	—	—	8	—	—	11	—	—	15	—	—	21	—	—
0,58	9,0	1,7	0,9	13	1,7	-0,2	19	1,9	-0,5	25	2,2	-0,7	34	2,5	-1,0
0,70	18	—	—	25	—	—	33	—	—	41	—	—	55	—	—
0,84	33	2,2	0,8	45	2,3	-0,2	57	2,6	-0,5	72	2,9	-0,7	95	3,2	-1,0

Так как по условию задачи величины  $R$  и  $\beta$  должны быть такими, чтобы  $P$  было максимально,  $R$  и  $\beta$  могут быть найдены из решения системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial R} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial \beta} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (337)$$

Решение этих уравнений довольно громоздко. Для ускорения расчетов составлены таблицы, позволяющие для центрально приложенной нагрузки на фундамент и пород, обладающих только трением, получить величину предельной нагрузки по формуле

$$P_{\text{пр}} = Ab\gamma, \quad (338)$$

где  $A$  — безразмерный коэффициент, определяемый по табл. 18 в зависимости от коэффициентов угла внутреннего трения и относительной глубины заложения фундамента  $h_{\Phi}/b$ .

Радиус искомой дуги  $R$  для определения поверхности скольжения и положение центра дуги вращения  $z$  могут быть найдены по следующим зависимостям:

$$R = Bb; \quad (339)$$

$$z = Cb, \quad (340)$$

где  $B$  и  $C$  — безразмерные коэффициенты, значения которых также приведены в табл. 18. Следует отметить, что отрицательные координаты  $z$  откладывают вниз от дневной поверхности, положительные — вверх.

**Расчет несущей способности пород, обладающих только сцеплением.** Впервые задача об определении величины нагрузки  $p_2$  для среды, характеризующейся только наличием сцепления (идеально-пластичная среда), была решена немецким ученым Л. Прандтлем. Как уже было показано выше, для среды, обладающей только сцеплением,  $\tau_{\max} = 2c = \sigma_1 - \sigma_2$ . Известно также, что площадки, на которых действуют максимальные касательные напряжения  $\tau_{\max}$ , наклонены по отношению к главным под углом

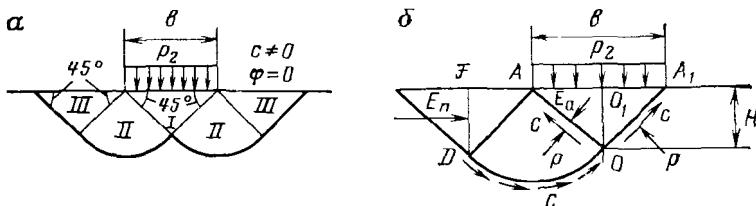


Рис. 57. Схема для расчета величины нагрузки  $p_2$  на пластичные породы при  $\varphi=0$ :  
а — положение поверхностей скольжения; б — схема действия сил в основании

$45^\circ$ . Для пород, в которых  $\varphi \rightarrow 0$ , на площадках скольжения действуют  $\tau_{\max}$ . Следовательно, линии скольжения располагаются по отношению к поверхности породы под углом  $45^\circ$  (рис. 57, а). Кривая скольжения в области II (радиальный сдвиг) будет иметь вид окружности. Для вывода зависимости, определяющей значение второй критической нагрузки, выделяется в левой части блок  $AODF$  (см. рис. 57, б), который рассматривается как подпорная стенка. На грань  $AO$  этой стенки действует активное давление  $E_a$  от клина  $AO_1O$ , на грань  $DF$  — пассивное давление  $E_n$ , равное  $2cH$ . Аналогично задача решается для правого блока. На каждый из выделенных блоков передается половина нагрузки от сооружения. При  $\varphi \rightarrow 0$  собственным весом породы можно пренебречь, поскольку он влияет только на мобилизацию сил трения.

Из условия равновесия действующих сил на гипотетическую стенку  $AOD$  выводится уравнение Л. Прандтля

$$p_2 = (2 + \pi)c = 5,14c. \quad (341)$$

Если фундамент заложен на некоторой глубине  $h_\Phi$ , то в формуле (341) следует учитывать пригрузку от веса породы выше отметки дна котлована

$$p_2 = 5,14c + \gamma h_\Phi. \quad (342)$$

Известна также формула Бент Хансена, который внес поправку в выражение (341), учитывая силы сопротивления сдвига по бокам фундамента

$$p_2 = (\pi + 2 \operatorname{tg} \alpha)c, \quad (343)$$

где  $\operatorname{tg} \alpha$  находится из выражения  $\sqrt{\frac{2h_\Phi}{b}} + 1$ .

Формула (343) используется, если  $h_\Phi/b > 2,0$ ; в случае  $h_\Phi/b \leq 2$  предлагается несколько измененная зависимость для определения второй критической нагрузки

$$p_2 = c \left[ \pi + 2 + 0,533 \left( \sqrt{1 + 7,5 \frac{h_\Phi}{b}} - 1 \right) \right]. \quad (344)$$

На величину предельной нагрузки большое влияние оказывает угол внутреннего трения породы. Так, например, при  $\phi = 10^\circ$  Л. Прандтль считает величину предельной нагрузки  $p_2$  равной  $6,98c$ , а при  $\phi = 20^\circ$  —  $10,33c$ . Известны также несколько другие выражения для оценки нагрузки  $p_2$ . Так, К. Терцаги для условий плоской задачи с учетом шероховатости подошвы фундамента предложил использовать формулу

$$p_2 = 5,7c; \quad (345)$$

по А. Ю. Ишлинскому для квадратных фундаментов

$$p_2 = 5,71c, \quad (346)$$

обобщенная формула Шилда учитывает относительные размеры прямоугольного фундамента ( $b/2l$ ):

$$p_2 = (5,14 + b/2l)c. \quad (347)$$

В случае вытянутых в плане фундаментов значение  $p_2$ , рассчитываемое по формуле (347), становится близким к полученным из выражения (341).

Приведенные выше формулы (341) — (347) получены при условии невесомости пород в основании сооружения. Очевидно, что такое предположение может быть реализовано только при небольших в плане фундаментах, когда в работу основания включаются малые объемы пород. При наличии больших фундаментных плит напряжениями собственного веса пренебрегать нельзя.

Несущая способность основания значительно снижается, если слабая пластичная порода залегает на определенной глубине (от подошвы фундамента). Количественная характеристика влияния слабого слоя может быть получена путем введения некоторых поправочных коэффициентов в основные формулы для определения несущей способности основания либо путем проведения исследований на моделях. Экспериментальные исследования в лотках при наличии двухслойного основания показали, что влияние слабого слоя начинает сказываться при глубине его залегания  $z \leqslant 4b$  (где  $b$  — ширина фундамента). При глубине залегания  $z > 4b$  основание можно считать однородным и его несущая способность будет определяться прочностью пород, залегающих в верхнем слое. Следует отметить, что при  $z = b$  несущая способность снижается в 5 раз по сравнению с однородным основанием, а при  $z = 0,5b$  в 20 раз, причем наибольшее снижение прочности наблюдается при действии вертикальной нагрузки. Создание эксцентричества или приложение нагрузки под некоторым углом к горизонту значительно уменьшает эффект влияния слабого слоя на несущую способность основания. В этих случаях несущая способность основания снижается только вдвое. При сравнении результатов экспериментальных исследований несущей способности двухслойного основания с расчетными оказалось, что более низкие величины получены на моделях, в то время, как для

однородного основания наблюдается обратная закономерность [36]. Отмеченные особенности изменения несущей способности слоистого основания характерны при соотношении прочности слоев, равном примерно пяти.

**Расчет оснований сооружений по несущей способности.** Расчет оснований по несущей способности (по первому предельному состоянию) вне зависимости от типов горных пород производится из условия (СНиП 2.02.01—83)

$$N \leq K_c N_{\text{пр}} / K_n, \quad (348)$$

где  $N$  — расчетная нагрузка;  $N_{\text{пр}}$  — предельное сопротивление пород основания;  $K_c$  — коэффициент условия работы;  $K_n$  — коэффициент надежности. Значения  $K_c$  для песков, кроме пылеватых, принимаются равными 1,0; для пылеватых песков, а также пылевато-глинистых пород в стабилизированном состоянии — 0,9; для пылевато-глинистых пород в нестабилизированном состоянии — 0,85; для скальных невыветрелых и слабовыветрелых пород — 1,0, для скальных выветрелых — 0,9, для скальных сильно-выветрелых — 0,8. Коэффициент надежности  $K_n$ , в зависимости от назначения сооружения, составляет 1,2; 1,15 и 1,10 соответственно для зданий и сооружений I, II и III классов.

Для основания, сложенного скальными породами, вертикальная составляющая силы предельного их сопротивления независимо от глубины заложения фундаментов рассчитывается по формуле

$$p_{\text{пр}} = R_{\text{сж}} b' l', \quad (349)$$

где  $R_{\text{сж}}$  — расчетное значение предела прочности пород на одностороннее сжатие породы;  $b'$  и  $l'$  — соответственно приведенные ширина и длина фундамента

$$b' = b - 2e_b; \quad l' = e - 2e_l, \quad (350)$$

где  $e_b$  и  $e_l$  — эксцентрикитеты приложения равнодействующей нагрузок соответственно в направлении поперечной и продольной осей фундамента.

Если в основании сооружения залегают песчано-глинистые породы, то оценка их несущей способности должна производиться дифференцированно в зависимости от условий и возможности их уплотнения под нагрузкой от веса сооружения. При этом могут представиться два случая.

В первом из них предполагается, что процессы консолидации пород основания протекают в более длительные по сравнению со временем эксплуатации сооружения сроки. Во втором случае рассматриваются основания, сложенные песчано-глинистыми породами, которые уплотняются под действием давления от сооружения и характеризуются параметрами трения и сцепления для их стабилизированного состояния:

$$\tau = \sigma \tan \phi + c.$$

Первый случай следует рассматривать, если основание сложено водонасыщенными медленно уплотняющимися пылевато-глинистыми и заторфованными породами, характеризующимися коэффициентом консолидации  $c_u \leq 10^7$  см<sup>2</sup>/год и коэффициентом водонасыщения  $G \geq 0,85$ . При этом соотношение между нормальными и касательными напряжениями описывается уже известным уравнением, в котором учитывается поровое давление  $u$ :

$$\tau = (\sigma - u) \operatorname{tg}\varphi + c.$$

Согласно СНиП 2.02.01—83, допускается (в запас прочности при определенном обосновании) принимать, что  $\sigma = u$ . Таким образом, прочность пород будет обусловлена величиной сцепления и соответственно предельное сопротивление пород основания рассчитывается только с учетом этого параметра. Для ленточных фундаментов ( $l/b > 3$ ) при их заложении на глубину  $h_\Phi \geq 0,75b$  вертикальная составляющая предельного сопротивления основания определяется по формуле

$$P_{np} = b' [q + (1 + \pi - a + \cos a)c], \quad (351)$$

где  $b'$  — рассчитывается согласно формуле (350);  $q$  — пригрузка от заглубленного фундамента  $\gamma h_\Phi$ ;  $a$  — угол в радианах, определяемый по формуле

$$a = \arcsin f_h / b' c, \quad (352)$$

где  $f_h$  — горизонтальная составляющая расчетной нагрузки на 1 м длины фундамента. Формулу (351) рекомендуется применять, если выполняется условие

$$f_h \leq b' c. \quad (353)$$

При отсутствии горизонтальной составляющей нагрузки  $a = 0^\circ$  и зависимость (351) преображается в уравнение

$$P_{np} = b' [q + (\pi + 2)c]. \quad (354)$$

Зависимость (354) аналогична формуле (342), предложенной ранее Л. Прандтлем. Если фундамент имеет прямоугольную форму ( $l/b \leq 3$ ), то вертикальная составляющая силы предельного сопротивления пород основания будет рассчитываться по формуле

$$P_{np} = b' l' (\xi_g \gamma h_\Phi + 5,14 \xi_c c), \quad (355)$$

где  $b'$  и  $l'$  определяются по зависимостям (350);  $\xi_g$  и  $\xi_c$  — коэффициенты формы фундаментов, при этом  $\xi_g = 1 + 1,5/m$ , ( $m$  — относительный размер фундамента, равный  $l/b$  при отсутствии эксцентрикитета приложения нагрузки или  $l'/b'$  — при его наличии).

Следует также отметить, что если сооружение передает также и горизонтальные нагрузки и породы в основании находятся в нестабилизированном (неконсолидированном) состоянии, необходимо

Таблица 19

Угол внутреннего трения пород $\varphi$ , градус	Углы наклона к вертикали равнодействующей внешней нагрузки $\delta$ , градус	Значения коэффициентов несущей способности пород			Предельный угол наклона $\delta'$
		$N_\gamma$	$N_q$	$N_c$	
0 5	0	0	1,0	5,14	4,9
	0	0,20	1,57	6,49	
	5	(0,05)	(1,26)	(2,93)	
10	0	0,60	2,47	8,34	9,8
	5	0,42	2,16	6,57	
	10	(0,12)	(1,60)	(3,38)	
15	0	1,35	3,94	10,98	14,5
	5	1,02	3,45	9,13	
	10	0,61	2,84	6,88	
	15	(0,21)	(2,06)	(3,94)	
	20	—	—	—	
20	0	2,88	6,40	14,84	18,9
	5	2,18	5,56	12,53	
	10	1,47	4,64	10,02	
	15	0,82	3,64	7,26	
	20	(0,36)	(2,69)	(4,65)	
25	0	5,87	10,66	20,72	22,9
	5	4,50	9,17	7,65	
	10	3,18	7,65	14,26	
	15	2,00	6,13	10,99	
	20	1,05	4,58	7,68	
	25	(0,58)	(3,60)	(5,58)	
30	0	12,39	18,40	30,14	26,5
	5	9,43	15,63	25,34	
	10	6,72	12,94	20,68	
	15	4,44	10,37	16,23	
	20	2,63	7,96	12,05	
	25	1,29	5,67	8,09	
	30	(0,95)	(4,95)	(6,85)	
35	0	27,50	33,30	46,12	29,8
	5	20,58	27,86	38,36	
	10	14,63	22,77	31,09	
	15	9,79	18,12	24,45	
	20	6,08	13,94	18,48	
	25	3,38	10,24	13,19	
	30	(1,60)	(7,04)	(8,63)	
40	0	66,01	64,19	75,31	32,7
	5	48,30	52,71	61,63	
	10	33,84	42,37	49,31	
	15	22,56	33,26	38,45	
	20	14,18	25,39	29,07	
	25	8,26	18,70	21,10	
	30	4,30	13,11	14,43	
	35	(2,79)	(10,46)	(11,27)	
	40	—	—	—	

Продолжение табл. 19

Угол внутреннего трения пород $\varphi$ , градус	Углы наклона к вертикали равнодействующей внешней нагрузки $\delta$ , градус	Значения коэффициентов несущей способности пород			Предельный угол наклона $\delta'$
		$N_Y$	$N_q$	$N_c$	
40	0	177,61	134,87	133,87	
	5	126,09	108,24	107,23	
	10	86,20	85,16	84,16	
	15	56,50	65,58	65,58	
	20	32,26	49,26	48,26	
	25	20,73	35,93	34,93	
	30	11,26	25,24	24,24	
	35	5,45	16,82	15,82	
	40	(5,22)	(16,42)	(15,82)	35,2

Примечание. 1. При промежуточных значениях  $\varphi$  и  $\delta$  коэффициенты  $N_Y$ ,  $N_q$  и  $N_c$  допускается определять по интерполяции.

2. В скобках приведены значения  $N_Y$ ,  $N_q$  и  $N_c$  при предельном угле наклона нагрузки  $\delta'$  исходя из условия  $\operatorname{tg} \delta' < \sin \varphi$ .

димо производить расчет фундаментов на сдвиг по подошве, исходя из условия

$$\Sigma F_{\text{сдв}} \leq \frac{K_c \Sigma F_{\text{уд}}}{K_n}, \quad (356)$$

где  $\Sigma F_{\text{сдв}}$  и  $\Sigma F_{\text{уд}}$  — сумма проекций на плоскость скольжения соответственно сдвигающих и удерживающих сил с учетом активного и пассивного давлений, действующих на боковые грани фундамента.

Во втором случае, когда основание сложено породами, находящимися в стабилизированном состоянии, вертикальная составляющая предельного сопротивления основания определяется по формуле

$$P_{\text{пп}} = b \cdot l \cdot (N_Y \xi_Y b' \gamma + N_g \xi_g \gamma' h_{\Phi} + N_c \xi_c c), \quad (357)$$

где  $N_Y$ ,  $N_g$ ,  $N_c$  — безразмерные коэффициенты несущей способности, которые зависят от расчетного угла внутреннего трения  $\varphi$  и угла наклона к вертикали  $\delta$  равнодействующей внешней нагрузки на уровне подошвы фундамента (табл. 19);  $\xi_Y$ ,  $\xi_g$ ,  $\xi_c$  — коэффициенты формы фундамента, определяемые по формулам.  $\xi_g = 1 - 0,25/m$ ;  $\xi_g = 1 + 1,5/m$ ;  $\xi_c = 1 + 0,3/m$  ( $m = l/b$ );  $\gamma$  и  $\gamma'$  — соответственно плотность породы ниже и выше отметки подошвы фундамента.

Расчет по формуле (357) допустим в случае, если породы однородны на глубину не менее ширины фундамента и различие в вертикальной пригрузке с разных сторон фундамента не превышает  $0,5R$ , где  $R$  — расчетное сопротивление пород основания, определяемое по формуле (312), а также  $\operatorname{tg} \delta < \sin \varphi$ . Если  $\operatorname{tg} \delta > \sin \varphi$ , необходимо рассчитывать устойчивость фундамента на сдвиг по его подошве согласно формуле (356).

Вместе с тем СНиП 2.02.01—83 рекомендует пользоваться графо-аналитическими методами с использованием круглоцилиндрических или ломаных поверхностей скольжения для определения несущей способности оснований в следующих случаях:

- 1) основание сложено слоями пород, различными по своим физико-механическим свойствам;
- 2) сооружение расположено на откосе или вблизи откосов;
- 3) нестабилизированное состояние пород отмечается при малой глубине заложения фундаментов —  $h_{\Phi} < 0,75b$ ;
- 4) пригрузка с разных сторон фундаментов превышает  $0,5R$ .

## § 5. РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ОСНОВАНИЙ СООРУЖЕНИЙ ПО ТЕОРИИ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ

**Общие положения теории предельного равновесия.** Рассмотренные выше методы расчета устойчивости основания сооружений исходят из предпосылок, обеспечивающих запас прочности основания, который в ряде случаев оказывается излишним. Возможность более полно использовать несущую способность породы дает расчет по теории предельного равновесия, разработанный для случая плоской задачи В. В. Соколовским.

Напомним, что состояние породы называется *пределным* по условию прочности, если через все точки основания можно провести элементарные площадки, на которых касательные напряжения  $\tau_a$ , возникающие вследствие действия внешней нагрузки, равны по величине сопротивлению этой породы сдвигу  $\tau$ . Так как это равенство должно выполняться для любой площадки, проходящей через данную точку, то  $\max(\tau_a - \tau) = 0$ .

В теории предельного равновесия искомым является положение линий скольжения, представляющих собой следы пересечения поверхностей скольжения вертикальной координатной плоскостью.

Для нахождения положения плоскости скольжения обозначим угол между направлением площадки скольжения  $n-n$  и направлением главного напряжения  $\sigma_1$  в точке через  $\mu$  (рис. 58, а). Тогда угол  $\omega$ , который составляют площадка скольжения  $n-n$  и главная площадка  $m-m$ , равен

$$\omega = 90^\circ - \mu, \quad (358)$$

поскольку главное напряжение перпендикулярно к  $m-m$ . Для площадок скольжения в силу условия предельного равновесия по прочности угол отклонения  $\theta$  имеет наибольшее значение и равен углу внутреннего трения  $\varphi$ . Поэтому на круге Мора площадки скольжения изображаются отрезками  $AB$  и  $AC$  (см. рис. 58, б). Соответственно  $\angle DAB = \angle EAC = \mu$  и  $\angle BAO = \angle CAO = \omega$ . Угол  $BOF$ , как внешний по отношению к равнобедренному треугольнику  $AOB$ , равен  $2\mu$ . Поскольку из (358) следует, что  $2\omega = 180^\circ - 2\mu$ , то  $\angle BOA = 2\mu$ . Из прямоугольного треугольника  $O_1BO$   $\varphi + 2\mu = 90^\circ$  и, следовательно,  $\mu = 45^\circ - \varphi/2$ .

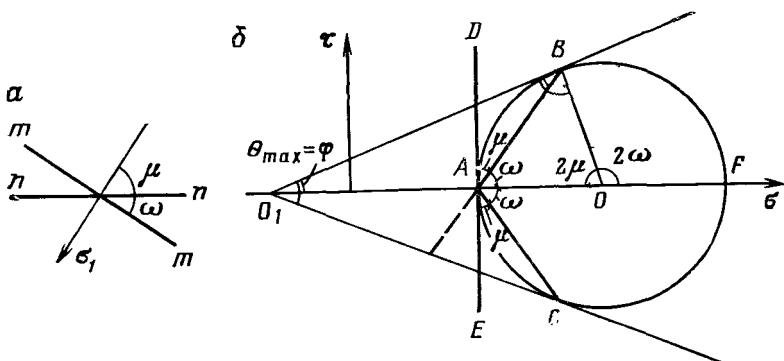


Рис. 58. Схемы для определения угла  $\mu$  (а) и положения площадок скольжения с помощью круга Мора (б)

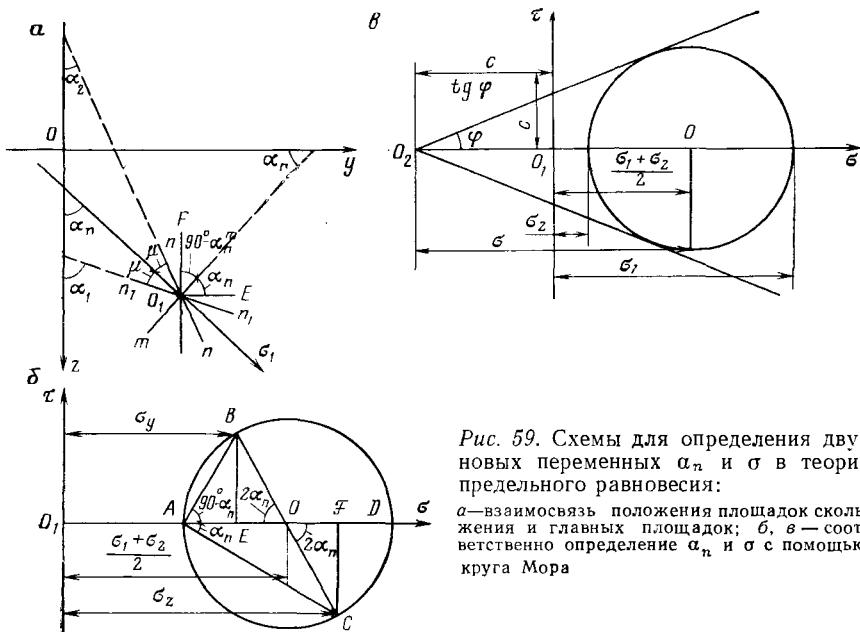


Рис. 59. Схемы для определения двух новых переменных  $\alpha_n$  и  $\sigma$  в теории предельного равновесия:  
а—взаимосвязь положения площадок скольжения и главных площадок; б, в—соответственно определение  $\alpha_n$  и  $\sigma$  с помощью круга Мора

Однако в данной точке существует еще одна площадка скольжения  $AC$  (см. рис. 58, б), которая наклонена к направлению главного напряжения под углом  $\mu = -(45^\circ - \varphi/2)$ . Таким образом,

$$|\mu| = \pm(45^\circ - \varphi/2). \quad (359)$$

Ко второй главной площадке, перпендикулярной к первой главной площадке, площадки скольжения наклонены под углом  $\mu_1 = \pm[90^\circ - (45^\circ - \varphi/2)] = \pm(45^\circ + \varphi/2)$ . Угол между площадками

скольжения составляет  $(180^\circ - 2\omega)$ , как это следует из рис. 58,б, откуда  $2\omega = 180^\circ - 2\mu = 180^\circ - 2(45^\circ - \varphi/2) = 90^\circ + \varphi$ . Следовательно,  $2\mu = 180^\circ - 2\omega = 180^\circ - (90^\circ + \varphi) = 90^\circ - \varphi$ . Таким образом, в каждой точке можно провести две площадки скольжения, угол между которыми равен  $2\mu = 90^\circ - \varphi$ .

В случае плоской задачи и однородной породы предельное равновесие описывается дифференциальными уравнениями теории упругости и условием предельного состояния. Если объемной силой является собственный вес  $\gamma$ , то система уравнений записывается в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} &= \gamma; \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0; \\ \frac{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2}{(\sigma_z + \sigma_y + 2c \operatorname{ctg} \varphi)^2} &= \sin^2 \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (360)$$

Система (360) содержит три неизвестных компонента напряжений  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{zy}$ . Для упрощения решений В. В. Соколовский ввел две новые переменные. Первой из них служит угол между вертикальной осью  $z$  и направлением главного напряжения  $\sigma_1$ , обозначаемый  $a_n$  (рис. 59,а). Площадки скольжения на рис. 59,а обозначены через  $n-n$  и  $n_1-n_1$ . Угол наклона одной из площадок скольжения  $n_1-n_1$  к вертикальной оси

$$\alpha_1 = 180^\circ - [180^\circ - (\alpha_n + \mu)] = \alpha_n + \mu. \quad (361)$$

Угол наклона второй площадки  $n-n$  к той же оси определяется из рис. 59,а.

$$\alpha_2 = 180^\circ - [2\mu + 180^\circ - (\alpha_n + \mu)] = \alpha_n - \mu. \quad (362)$$

Следовательно, углы наклона площадок скольжения по отношению к вертикали составляют  $\alpha_n \pm \mu$ . Угол  $\alpha_n$  показан на круге напряжений Мора, это угол между направлениями главной и горизонтальной площадок (см. рис. 59,а и б).

Вторая переменная  $\sigma$  равна отрезку  $O_2O$  на круге Мора (см. рис. 59,в).

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}, \quad (363)$$

отсюда

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \sigma - \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}. \quad (364)$$

Кроме того, из рис. 58,б следует, что

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \sigma \sin \varphi. \quad (365)$$

На рис. 59,б изображена вертикальная площадка  $AB$  и горизонтальная  $AC$ , а также углы наклона этих площадок к направлению главной площадки  $AD$ . Треугольник  $AOB$ , сторонами которого служат радиусы, — равнобедренный. Следовательно,  $\angle AOB = 180^\circ - 2(90^\circ - \alpha_n) = 2\alpha_n$ . Таким образом,

$$\sigma_y = O_1O - OE = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha_n;$$

$$\sigma_z = O_1O + OF = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha_n;$$

$$\tau_{zy} = BE = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha_n.$$

С учетом выражений (364) — (365) выражения для  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{zy}$  можно также записать в виде

$$\sigma_z = \sigma - \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} + \sigma \sin \varphi \cos 2\alpha_n = \sigma (1 + \sin \varphi \cos 2\alpha_n) - \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}; \quad (366)$$

$$\sigma_y = \sigma - \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} - \sigma \sin \varphi \cos 2\alpha_n = \sigma (1 - \sin \varphi \cos 2\alpha_n) - \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}; \quad (367)$$

$$\tau_{zy} = \sigma \sin \varphi \sin 2\alpha_n. \quad (368)$$

Подстановка полученных значений в дифференциальные уравнения (360) дает

$$(1 + \sin \varphi \cos 2\alpha_n) \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \sin \varphi \sin 2\alpha_n \frac{\partial \sigma}{\partial y} - \\ - 2\sigma \sin \varphi \left( \sin 2\alpha_n \frac{\partial \alpha_n}{\partial z} - \cos 2\alpha_n \frac{\partial \alpha_n}{\partial y} \right) = \gamma; \quad (369)$$

$$\sin \varphi \sin 2\alpha_n \frac{\partial \sigma}{\partial z} + (1 - \sin \varphi \cos 2\alpha_n) \frac{\partial \sigma}{\partial y} + \\ + 2\sigma \sin \varphi \left( \cos 2\alpha_n \frac{\partial \alpha_n}{\partial z} + \sin 2\alpha_n \frac{\partial \alpha_n}{\partial y} \right) = 0. \quad (370)$$

В этой системе неизвестны  $\sigma$  и  $\alpha_n$ .

**Расчет устойчивости основания.** Задача об устойчивости основания сооружений хорошо иллюстрируется моделью, предложенной С. А. Христиановичем. Если на одну из чашек рычажных весов, в которых из-за большого трения в цапфах установка гири малой массы не нарушает равновесия, положить достаточно тяжелую гирю массой  $(P)$ , то для сохранения равновесия на другую чашку потребуется поставить гирю массой  $Q$ . Предельным равновесием весов называется такое их состояние, при котором сколь угодно малое увеличение груза на одной из чашек выводит весы из состояния покоя. Гиря массой  $P$  моделирует нагрузку на основание от веса сооружения, а массой  $Q$  — пригрузку, создаваемую породой выше подошвы фундамента.

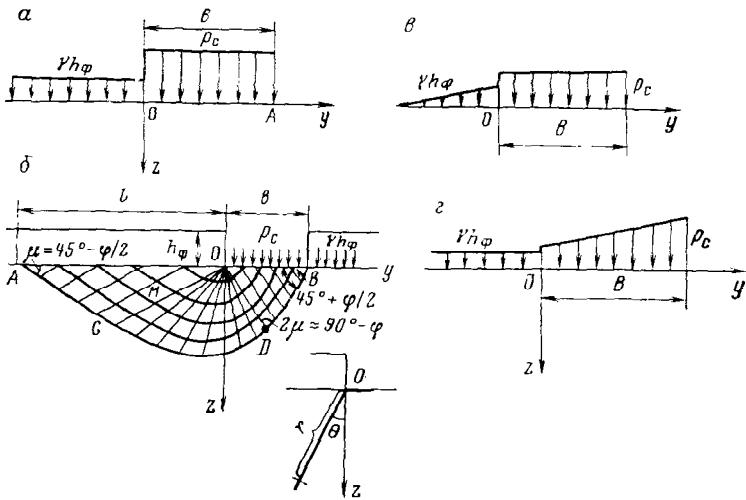


Рис. 60. Схемы для расчета устойчивости оснований по теории предельного равновесия: определение предельной нагрузки на основание для невесомой призмы выпора (а) и положения поверхностей скольжения (б); определение характера пригрузки на основание (в) и характера нагрузки с учетом постоянной пригрузки при условии весомой призмы выпора (г)

Задача формулируется следующим образом:

- 1) какой должна быть минимальная пригрузка породы, т. е. на сколько следует заглубить котлован, чтобы не допустить разрушения породы под действием нагрузки от веса сооружения;
- 2) какой должна быть нагрузка от веса сооружения, чтобы исключить выпирание породы при заданном заглублении фундамента, т. е. пригрузки.

В первой из перечисленных задач рассматривается ленточный фундамент шириной  $b$ , передающий на основание равномерно распределенную нагрузку  $p_c$  (рис. 60, а). Границными условиями на поверхности породы справа от точки  $O$  вдоль оси  $y$  будут вертикальные нормальные напряжения  $\sigma_z = p_c$ ,  $\tau_{zy} = 0$ . Тогда новые переменные  $\sigma$  и  $\alpha_n$  согласно (366) и (368)

$$\alpha_n = 0^\circ \text{ и } \sigma_z = \sigma(1 + \sin \varphi \cos 2\alpha_n) - \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}; \quad p_c = \sigma(1 + \sin \varphi) - \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi};$$

$$\sigma = \frac{p_c + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}}{1 + \sin \varphi}.$$

Решив дифференциальные уравнения плоского равновесия при этих граничных условиях, можно получить выражения для вычисления величины минимальной пригрузки  $\gamma h_\Phi$ , приложенной в точке  $O$  слева, через значение нагрузки от веса сооружения  $p_c$ .

которая приложена в той же точке справа (см. рис. 60, а):

$$\gamma h_{\phi} = \left( p_c + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \right) \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi} - \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \quad (371)$$

или

$$\gamma h_{\phi} = p_c \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi} - \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} [1 - \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \varphi/2) e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi}]. \quad (372)$$

Обозначив  $A$  через  $\operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi}$ ;  $B$  через

$$\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi}}{\operatorname{tg} \varphi},$$

получим

$$\gamma h_{\phi} = p_c A - B c. \quad (373)$$

Коэффициенты  $A$  и  $B$  уравнения (373) в зависимости от угла внутреннего трения  $\varphi$  приведены ниже.

$\varphi$ , градус . . . . .	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$A$ . . . . .	0,649	0,405	0,254	0,162	0,094	0,054	0,027	0,015	0,008
$B$ . . . . .	4,046	3,375	2,784	2,305	1,938	1,636	1,391	1,172	0,992

Глубина заложения фундамента, при которой не произойдет выпора из-под сооружения,

$$h_{\phi} = \frac{(p_c A - B c)}{\gamma}. \quad (374)$$

Можно сравнить глубины заложения фундамента, полученные с использованием теории предельного равновесия (374), и по формуле Г. Е. Паукера (325), для несвязных пород при  $c=0$ . Из формул (372) и (374) следует, что

$$h_{\phi} = \frac{p_c}{\gamma} \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \varphi/2) e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi} = \frac{p_c}{\gamma} A. \quad (375)$$

Глубина заложения котлована по Г. Е. Паукеру

$$h_{\phi} = \frac{p_c}{\gamma} \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \varphi/2) = \frac{p_c}{\gamma} \lambda. \quad (376)$$

Значения постоянных  $A$  и  $\lambda$  определяются только величиной угла внутреннего трения  $\varphi$ :

$\operatorname{tg} \varphi$ . . . . .	0,00	0,18	0,36	0,56	0,84
$\lambda$ . . . . .	1,00	0,50	0,24	0,11	0,05
$A$ . . . . .	1,00	0,41	0,31	0,05	0,02
$\lambda/A$ . . . . .	1,00	1,2	1,8	2,2	2,5

Для одних и тех же условий глубина заложения фундамента зависит только от величин  $A$  и  $\lambda$ . Сравнение этих данных показывает, что формула Г. Е. Паукера явно завышает глубину заложения фундамента, причем это завышение тем больше, чем выше угол внутреннего трения породы.

Величину предельной нагрузки на основание при заданной пригрузке  $\gamma h_\Phi$ , т. е. решение второй задачи, можно найти из выражения (371):

$$p_c = \left( \gamma h_\Phi + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \right) \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \varphi/2) e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi} - \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}. \quad (377)$$

Следует отметить, что величина  $p_c$  не зависит от ширины фундамента, поскольку получена из условия предельного равновесия в точке  $O$  (см. рис. 60, а).

Линия скольжения, ограничивающая призму выпора, проходит через правый край фундамента. Площадка скольжения, примыкающая к этому краю, наклонена к оси  $z$  под углом  $\alpha_n + \mu$ , но так как на поверхности  $\alpha_n = 0$ , угол наклона площадки к оси  $z$  равен  $45^\circ - \varphi/2$ , а к оси  $y$  —  $(90^\circ - \mu) = 45^\circ + \varphi/2$ . Сетка линий скольжения в зоне предельного равновесия делится на три области (см. рис. 60, б). В областях  $AOC$  и  $BOD$  сетка скольжения состоит из двух семейств параллельных прямых. В области  $COD$  она представляет собой пучок прямых, проходящих через точку  $O$ , и семейство логарифмических спиралей. Уравнение логарифмических спиралей в полярных координатах  $r, \theta$  с началом в точке  $O$  и углом  $\theta$ , который отсчитывается от оси  $z$ , имеет вид

$$r = C_1 e^{-\theta \operatorname{tg} \varphi}, \quad (378)$$

где  $C_1$  — произвольная постоянная, определяемая из граничных условий и равная  $p_c / (1 + \sin \varphi)$ .

Протяженность призмы выпора за пределами сооружения зависит от ширины фундамента  $b$ :

$$l = b \operatorname{ctg} (45^\circ - \varphi/2) e^{\frac{\pi}{2} \operatorname{ctg} \varphi} \quad (379)$$

Для весомой породы граничные условия на контуре  $OA$

$$\alpha_n = 0; \sigma = \frac{p_c + \gamma z + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}}{1 + \sin \varphi}.$$

Тогда необходимая величина заглубления  $h_\Phi$ , если считать наиболее опасной в смысле выпора точку  $O$ , определяется по формуле (373). Однако в общем виде задача решается численным интегрированием и пригрузка на всем протяжении призмы выпора будет убывать по закону треугольника (см. рис. 60, в).

Если не учитывать жесткость ленточного фундамента, то ординаты эпюры предельного давления по его подошве для весомой

Таблица 20

$h_{\phi}/b$	Значения $F$ при разных величинах $\operatorname{tg} \phi$							
	0,29	0,36	0,45	0,53	0,62	0,73	0,84	0,97
0,1	2,14	3,65	5,88	9,50	16,77	30,35	57,30	144,02
0,2	2,58	4,30	6,86	11,00	19,24	34,50	64,50	137,74
0,3	3,02	4,95	7,84	12,50	21,71	38,65	71,70	151,46
0,4	3,46	5,60	8,19	14,00	24,18	42,80	78,90	165,18
0,5	3,90	6,25	15,50	26,65	46,95	86,10	86,10	178,90

породы, обладающей трением и сцеплением, определяются приближенной формулой, полученной В. Г. Березанцевым.

$$p = \alpha \gamma h_{\phi} + \beta c + \delta y u. \quad (380)$$

Значения  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  в зависимости от величины коэффициентов внутреннего трения породы приведены ниже:

$\operatorname{tg} \varphi$	0,09	0,18	0,27	0,36	0,47	0,58	0,70	0,84	1,00
$\alpha$	1,57	2,47	3,94	6,40	10,70	18,40	33,30	64,20	134,50
$\beta$	6,49	8,34	11,00	14,90	20,70	30,20	46,20	75,30	133,50
$\delta$	0,17	0,56	1,40	3,16	6,92	15,32	35,19	86,46	236,30

Для данной породы при  $y=0$ , т. е. в точке  $O$  (см. рис. 60,2), предельное давление равно некоторой вполне определенной величине и возрастает по мере удаления от точки  $O$ . Следовательно, предельная эпюра давлений имеет трапециевидную форму.

Приняв во внимание уплотнение породы в основании сооружения и считая, что уплотненное ядро имеет форму клина, В. Г. Березанцев получил также формулу для определения предельной вертикальной нагрузки на основание для незаглубленных и мало-заглубленных фундаментов

$$p = (F \gamma b + D c) b, \quad (381)$$

где  $F$  и  $D$  — коэффициенты.

На величину коэффициента  $F$  влияет величина  $h_{\phi}/b$  и коэффициент внутреннего трения  $\operatorname{tg} \phi$  (табл. 20), коэффициент  $D$  зависит только от  $\operatorname{tg} \phi$ :

$\operatorname{tg} \phi$	0,29	0,36	0,45	0,53	0,62	0,73	0,84	0,97
$D$	11,7	15,1	19,8	25,8	38,0	55,7	84,7	141,2

#### Контрольные вопросы

1. Перечислите основные ошибки, которые могут быть допущены инженерами-геологами при оценке прочности и устойчивости оснований.

2. Что такое угол отклонения? Как получить основную зависимость для определения максимального угла отклонения?

3. Сформулируйте понятие зоны предельного равновесия (пластических деформаций). Какое значение имеют эти зоны для определения устойчивости сооружения? Основные принципы расчета зон предельного равновесия. Каков основной недостаток предлагаемых расчетных схем? Какие особенности возникновения и развития зон предельного равновесия в хрупко разрушающихся и пластичных глинистых породах? Какие параметры сооружения и показатели физико-механических свойств пород надо знать, чтобы рассчитать глубину зон предельного равновесия при  $\mu=0,5$ ?

4. Что такое состояние предельного равновесия пород? Каковы критерии оценки этого состояния для различного типа пород? Приведите конкретные примеры.

5. Как определить совершенно безопасное движение? Формируются ли зоны предельного равновесия при нагрузках от сооружения, равных совершению безопасному давлению?

6. Какова допустимая глубина зон предельного равновесия при использовании модели линейно-деформируемой среды для расчетов оснований сооружений?

7. Из каких условий получена формула расчетного сопротивления пород основания  $R$ , рекомендуемая СНиП 2.02.01—83?

8. Дайте понятие о второй критической нагрузке на основание сооружения. Какие методы существуют для определения значения  $p_2$ ? Что такое несущая способность пород основания и как она определяется?

9. По какому принципу можно систематизировать методы расчета устойчивости оснований сооружений?

10. Какие допущения принимаются при расчетах устойчивости сооружений по гипотезам плоской и круглоцилиндрической поверхностей скольжения? Какие основные характеристики сооружений и свойств пород надо иметь, чтобы определить величину критической нагрузки на основание?

11. Какова основная модель теории предельного равновесия? Какие новые переменные вводятся в дифференциальные уравнения равновесия при решении задач теории предельного равновесия?

12. Каковы граничные условия для решения задачи устойчивости основания сооружений при невесомой и весомой призмах выпора? Как определяется положение поверхностей скольжения в пределах контура загружения и вне его?

## Глава 7

### РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ СКЛОНОВ И ОТКОСОВ

#### § 1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАСЧЕТА

Откос любой искусственной открытой выработки — котлована, дорожной выемки, карьера является одним из основных элементов инженерного сооружения, устойчивость которого должна быть оценена с помощью расчетов не только качественно, но и количественно. Основной параметр проектируемого откоса — угол его заложения при определенной высоте откоса.

Существующий природный склон с инженерных позиций обычно рассматривается как объект, в пределах или в непосредственной близости от которого должны размещаться различные сооружения.

Вполне понятно, что формирование природных склонов и любая, связанная с ними инженерная деятельность, создание откосов при проходке открытых горных выработок меняют первоначальное напряженное состояние пород, в результате чего вследствие перераспределения напряжений в их толще нарушается установленное равновесие. Однако не следует считать, что любое перераспределение напряжений должно сопровождаться потерей устойчивости и приводить к возникновению опасных деформаций склонов и откосов.

Формирование природных склонов под влиянием таких естественных факторов, как абразия, эрозия, действие подземных вод,— процесс саморегулирующийся и длительно протекающий во времени. Наибольшее число нарушений устойчивости природных склонов связано с деятельностью человека. Подрезка склона, возведение сооружения на нем или в непосредственной близости от его бровки, прокладка различных коммуникаций, наполнение водохранилищ и т. п. приводят к резкому и иногда значительному изменению существующего напряженного состояния, влияние которого наиболее точно может быть оценено количественно на основе использования расчетных методов.

Проходка открытых горных выработок осуществляется в течение нескольких месяцев или лет. Так, например, котлованы под гражданские и промышленные здания, глубина которых не превышает 5 м и редко достигает 10 м, сооружаются в течение нескольких месяцев и время обеспечения устойчивости их откосов обычно связано со сроками производства работ по устройству фундаментов. Довольно часто такие котлованы проходят под защитой шпунтовых ограждений.

В то же время глубина современных действующих карьеров достигает 700 м и проблема обеспечения устойчивости откосов таких сооружений представляет сложную инженерную задачу и требует привлечения как широкого круга специалистов, так и современных методов исследований. Вместе с тем известно, что обоснование оптимального угла заложения борта карьера определяет не только безопасность ведения горных работ, но и экономичность добычи полезных ископаемых, а также уменьшение площадей, отводимых под горные работы. Последнее определяет решение одной из важных задач народного хозяйства — рационального использования земельных ресурсов.

Достоверность определения углов откосов карьеров, котлованов, выемок, прогнозирование устойчивого состояния природных склонов во многом зависят от соответствия применяемой расчетной схемы реальным условиям с учетом тех основных факторов, которые будут определять устойчивость склона либо откоса.

Среди главных факторов следует назвать природные, причем основное внимание должно быть уделено особенностям инженерно-геологического разреза откоса. Для расчетов необходимо иметь детальные данные о мощности пород и их свойствах, причем основными параметрами должны быть плотность и показатели прочности пород (сцепление и угол внутреннего трения). В разрезе откоса следует выделять все слабые пропластки и прослойки в толще более прочных пород, которые могут быть потенциальными поверхностями скольжения.

Для оценки устойчивости откосов большое значение имеют также углы наклона пород, плоскостей ослабления и напластования по отношению к поверхности откоса. Если слои пород падают в сторону откоса под углами, большими, чем углы внутреннего трения по контактам слоев и плоскостей ослабления, а сцепление по-

род по контактам значительно меньше по сравнению со сцеплением вмещающих, то при определенной высоте откоса может произойти его смещение. Если падение слоев пород наблюдается внутрь откоса, то в расчетах влияние слоев не учитывается и в отдельных случаях откос можно рассматривать как квазиоднородный.

При расчетах устойчивости откосов весьма существенна роль гидрогеологических условий; наличие напорных и безнапорных водоносных горизонтов, изменение их параметров в зависимости от климатических условий, особенно при выпадении обильных атмосферных осадков, быстром таянии снега и т. п. Влияние гидрогеологических условий на устойчивость откосов проявляется также в действии гидродинамического давления и гидростатических сил взвешивания.

Побочное влияние на устойчивость откосов оказывают такие геологические процессы, как выветривание, эрозия, абразии и др. Однако эти процессы учитываются косвенным путем — введением определенной коррекции в параметры свойств пород или изменением конфигурации откоса во времени. Кроме природных факторов, большое значение для устойчивости откосов и склонов имеет деятельность человека. Откос котлована, выемки, карьера представляет собой элемент инженерного сооружения, который должен быть запроектирован и реализован с учетом не только его строения, но и технологии ведения работ, режима взрывных работ, продолжительности срока эксплуатации сооружения. В этом случае управление устойчивостью откоса с использованием соответствующих расчетных схем позволяет повысить уровень его надежности. Инженерная деятельность, связанная с рассмотрением природного склона как объекта размещения сооружений и различных коммуникаций, должна предусматривать минимальное ухудшение свойств пород и создание такого напряженного состояния толщи, чтобы исключить нарушение устойчивости склона.

Расчет устойчивости откоса обычно выполняется при наименее благоприятном сочетании силовых воздействий, которые будут определять наиболее опасное напряженное состояние пород в толще. При этом один из главных моментов — установление положения плоскости возможного смещения пород, на которое большое влияние оказывает геологическое строение откоса.

Достоверность проведенных расчетов во многом зависит от выбора расчетных параметров свойств пород. Прочность пород должна определяться с учетом их реального напряженного состояния в откосе. Для скальных и полускальных, а также литефицированных глинистых пород необходимо учитывать их трещиноватость путем проведения полевых испытаний или введением коэффициента структурного ослабления пород (см. гл. 1). Для откосов длительного срока службы при выборе параметров прочности необходимо принимать во внимание фактор времени. При этом прочность скальных и полускальных пород снижается в процессе выветривания, которое приводит к росту трещиноватости

толщи в целом и снижению прочности отдельных блоков породы. Как показывают натурные исследования и экспериментальные работы, снижение прочности скальных и полускальных пород за счет ползучести в бортах карьеров несущесвенно. Наиболее значительные изменения в откосах и склонах претерпевают глинистые породы, которые могут набухать, размокать, а также в результате длительного действия касательных напряжений снижать свою прочность из-за развития процессов ползучести. Набухание обычно проявляется в приоткосной зоне, ширина которой определяется равенством действующих нормальных напряжений  $\sigma_z$  в толще пород давлению набухания  $\sigma_n$ . Если  $\sigma_z < \sigma_n$ , то происходит набухание пород, интенсивность которого возрастает по мере приближения к поверхности откоса, где фиксируется свободное набухание.

Наиболее достоверные данные показателей прочности пород по контактам и плоскостям ослабления могут быть получены только в полевых условиях.

Классификация возможных нарушений устойчивости склонов и откосов в зависимости от особенностей разреза и характера движения пород по склону приведена в работе [18].

Как уже было показано в гл. 3, напряженное состояние в толще пород до проходки выработки, строительства любого сооружения определяется в основном действием гравитационных и тектонических сил, причем последние, как показывают современные исследования, для устойчивости откосов имеют значительно меньшее значение, чем для подземных выработок. Вектор гравитационных сил всегда вертикален. Под действием этих сил на любой горизонтальной площадке существуют напряжения  $\sigma_z = \gamma z$ , являющиеся на этих площадках наибольшими главными напряжениями, т. е.  $\sigma_1 = \sigma_2 = \gamma z$ .

Соответственно на вертикальных площадках действуют минимальные главные напряжения  $\sigma_2$ , величина которых либо равна  $\sigma_1$  (при гидростатическом распределении напряжений  $\zeta = 1$ ), либо меньше  $\sigma_1$ , когда  $\zeta < 1$ . Касательные напряжения на этих площадках равны нулю. С глубиной значения напряжений  $\sigma_2$  возрастают. Эти напряжения в приповерхностной зоне в связных породах вызывают появление деформаций растяжения, приводящих к трещинообразованию.

Определение глубины зоны  $H_0$ , в которой возможны растягивающие напряжения, может быть выполнено исходя из условия предельного равновесия: минимальная величина наибольшего главного напряжения в однородной толще пород равна их временному сопротивлению сжатию

$$\sigma_1 = R_{cж}. \quad (382)$$

Величина  $R_{cж}$  для пород, обладающих трением и сцеплением, рассчитывается по формуле

$$R_{cж} = 2c / \operatorname{tg}(45^\circ - \varphi/2). \quad (383)$$

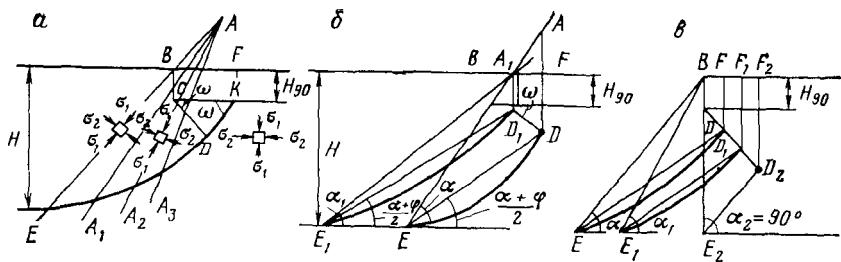


Рис. 61. Напряженное состояние пород в зоне откоса [6]:

*a* — направление действия главных напряжений; *б*, *в* — изменение размеров призмы скольжения соответственно при выполнении и при увеличении угла откосов

В то же время напряжение  $\sigma_1$  на глубине  $H_0$  составляет

$$\sigma_1 = \gamma H_0. \quad (384)$$

Сравнивая (382) с (383) и (384), можно записать, что  $\gamma H_0 = 2c/\operatorname{tg}(45^\circ - \varphi/2)$ , откуда

$$H_0 = \frac{2c}{\gamma} \operatorname{ctg}(45^\circ - \varphi/2) = \frac{2c}{\gamma} \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2). \quad (385)$$

Плоскость скольжения около дневной поверхности начинается вертикальной плоскостью и  $H_0$  часто обозначают как  $H_{90}$ .

Как следует из формулы (385), для несвязанных пород при  $c \rightarrow 0$   $H_0 \rightarrow 0$  (несвязанные породы не воспринимают растягивающих напряжений). Для скальных и полускальных пород, обладающих высокими значениями прочности, расчет  $H_{90}$  не имеет практического смысла и необходим только при оценке устойчивости откосов, в разрезе которых преобладают глинистые разности либо слабые трещиноватые породы.

Создание откоса меняет напряженное состояние толщи породы в ее приконтурной части. Размер такой зоны, где наблюдается изменение первоначальных напряжений гравитационного поля, по данным непосредственных измерений, а также моделирования, составляет  $(0,9 \div 1:1)H$  (где  $H$  — высота откоса или склона). Однако это соотношение имеет место только в сухих и малообводненных откосах. При наличии мощных водоносных горизонтов и их последующем дренировании изменение напряжений прослеживается в зонах существенной протяженности. Так, например, для Лебединского карьера КМА увеличение напряжений вследствие снятия напоров наблюдается на расстоянии 8—13 км от верхней бровки борта карьера. В сухих и малообводненных откосах изменение напряженного состояния пород обычно связано с разгрузкой толщи.

Направление наибольших главных напряжений по мере приближения к поверхности откоса меняется от вертикального до совпадения с линией откоса (рис. 61, *a*). Направление действия напряжения  $\sigma_2$  с горизонтом составляет угол  $90^\circ - \mu'$  в каждом

наклонном сечении, проходящем через точку  $A$ . Если породы в откосе находятся в предельном состоянии, то площадки скольжения в области  $BCDE$  наклонены к сечениям  $AA_1$ ,  $AA_2$ ,  $AA_3$  под углом  $45^\circ - \varphi/2$ . В результате формируется некоторая криволинейная поверхность  $DE$ .

В области  $BCDF$  вектор напряжений  $\sigma_1$  вертикален и, следовательно, площадка  $CD$  наклонена к горизонту под углом  $\omega = 45^\circ + \varphi/2$  (где  $\omega$  — угол между направлением площадки, где имеется состояние предельного равновесия, и главной площадкой). В слое породы выше линии  $CK$  (см. рис. 61,*a*) действуют только растягивающие напряжения, которые вызывают появление трещин закола при формировании оползневого смещения.

На характер изменения напряженного состояния пород в откосе и особенности формирования поверхности скольжения в основном влияет угол наклона откоса к горизонту. Из рис. 61,*b* следует, что при уменьшении угла  $\alpha$  до значения  $\alpha_1$  уменьшается ширина призмы возможного смещения пород и значительно возрастает радиус кривизны поверхности скольжения  $DE$ . Соответственно последующее выполаживание откоса приводит к тому, что призмы скольжения не формируются.

Обратная картина наблюдается при увеличении угла откоса: размеры призмы скольжения возрастают, увеличивается мощность зоны  $H_{90}$ , в которой развиваются растягивающие напряжения, уменьшается кривизна поверхности скольжения, и при  $\alpha = 90^\circ$  она становится плоской (см. рис. 61,*c*) [6].

## § 2. РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ В СКАЛЬНЫХ ТРЕЩИНОВАТЫХ ПОРОДАХ

Наиболее часто устойчивость откосов, сложенных скальными трещиноватыми породами, нарушается вследствие обвалов, характерных для крутых склонов при наличии неглубоко расположенных поверхностей ослабления в толще пород. Еще К. Терцаги отметил, что обвалы не происходят на склонах крутизной менее  $35^\circ$ . Если толща не имеет выраженных поверхностей ослабления и породы расчленены трещинами, которые формируют блоки неправильной формы, то устойчивость таких откосов может быть гарантирована при углах их наклона до  $70^\circ$  и отсутствии обводнения пород [13].

Оползни в рассматриваемых породах обычно возникают при наличии поверхностей ослабления, расположенных достаточно глубоко в толще. Движение пород происходит по напластованию или по крупным разрывным нарушениям. В нижней части склона поверхность скольжения формируется за счет хрупкого скола [13]. Такие оползни могут быть разделены на оползни-обвалы, захватывающие обычно небольшие объемы пород, и структурные оползни, когда смещение крупных блоков пород происходит без заметного нарушения их внутреннего строения [18]. Объемы

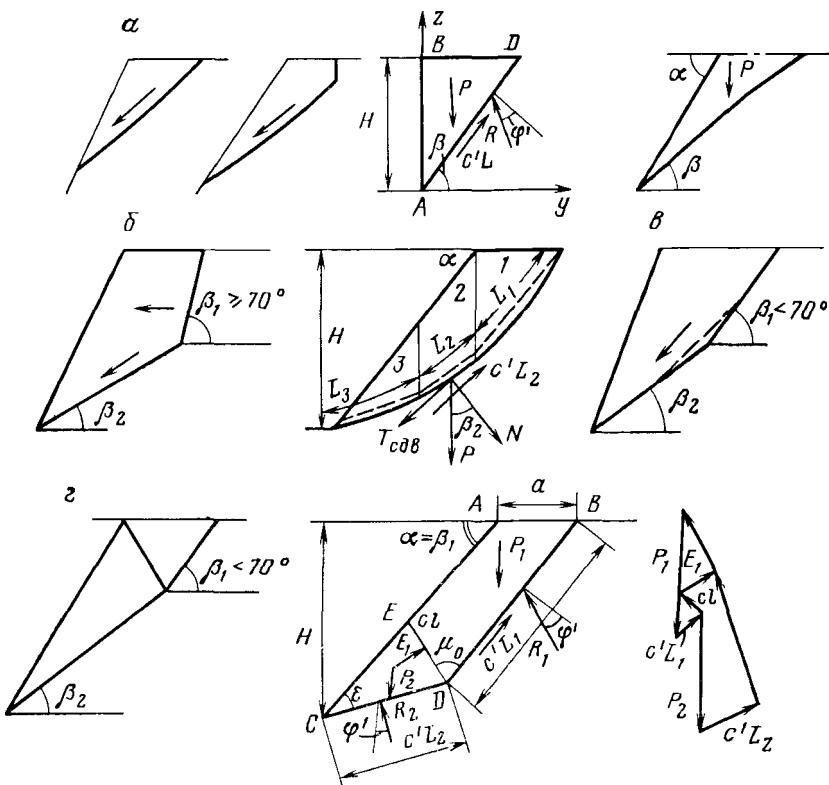


Рис. 62. Схемы для расчета откосов, сложенных скальными породами при наличии одной (а) и двух плоскостей ослабления, расположенных под разными углами:  $(\beta_1 - \beta_2) < 15^\circ$  (б, в) и  $(\beta_1 - \beta_2) > 15^\circ$  (г) [6]

оползневых тел скальных пород достигают сотен миллионов кубических метров (оползень на плотине Вайонт в Италии составил 250 млн. м<sup>3</sup>). А. Геймом описаны древние оползни в Швейцарских Альпах, объем которых достигал 1200 млн. м<sup>3</sup>.

Оползни в скальных породах иногда развиваются на склонах, крутизна которых весьма незначительна ( $10-12^\circ$ ). Можно предполагать, что в таком случае смещения пород происходят по поверхностям ослабления, выполненным пластичным глинистым материалом, поскольку углы внутреннего трения породы по породе имеют более высокие значения.

Таким образом, оценка устойчивости откосов, сложенных скальными трещиноватыми породами, должна учитывать следующие основные факторы: 1) наличие ориентировочных поверхностей ослаблений и систем трещин, которые рассматриваются как возможные поверхности скольжения; 2) наличие водоносных горизонтов в толще трещиноватых пород или возможность их обводнения, при этом вода рассматривается как одна из активных

сил, оказывающих давление на стенки трещин; 3) параметры сопротивления сдвига по трещинам и плоскостям ослабления в зависимости от свойств их заполнителя или при его отсутствии — от характера поверхностей трещин.

Тип смещения в скальных трещиноватых породах определяется строением толщи, ориентацией поверхностей ослабления и параметрами откосов (углом их заложения и высотой).

Самый простой вид смещения в скальных породах формируется при наличии одной поверхности ослабления (рис. 62,*a*), при этом в верхней части откоса может наблюдаться отрыв или скол.

При наличии двух пересекающихся поверхностей ослабления, одна из которых параллельна или субпараллельна поверхности откоса, а вторая проходит под углом к ней (см. рис. 62,*b*), характер смещения будет зависеть от угла  $\beta_1$ . При этом в зависимости от соотношения углов  $\beta_1$  и  $\beta_2$  возникают следующие варианты: 1)  $\beta_1 \geq 70^\circ$  — в процессе смещения наблюдается отрыв по наклонной поверхности (см. рис. 62,*b*); 2)  $\beta_1 < 70^\circ$  и  $\beta_2 - \beta_1 < 15^\circ$  — оползание блоков пород может происходить по криволинейной поверхности (см. рис. 62,*c*); 3)  $\beta_1 < 70^\circ$  и  $\beta_2 - \beta_1 > 15^\circ$  — развитие смещения идет по ломаной поверхности, причем в верхней части наблюдаются деформации скола (см. рис. 62,*d*).

При существовании крупных тектонических нарушений, разломов в сочетании с системами трещин смещения пород могут происходить по двум поверхностям, имеющим форму клина. Обычно поверхность скольжения в форме клина формируется, если угол встречи, составленный поверхностями откоса и ослабления, более  $10^\circ$ . При меньших углах расчет следует вести по плоской поверхности скольжения [6].

Следовательно, поверхность скольжения в скальных трещиноватых породах в зависимости от конкретных геологических условий может быть плоской, криволинейной, ломаной и клиновидной.

Расчет предельной высоты откоса, в котором прослеживается одна плоскость скольжения, наклоненная под углом  $\beta$  к горизонту, выполняется для двух условий: 1)  $\alpha = 90^\circ$  (угол откоса вертикален); 2)  $\alpha < 90^\circ$ .

Схема действующих сил при  $\alpha = 90^\circ$  приведена на рис. 62,*a*. На клин *ABD* действуют: 1) его вес *P*; 2) реакция со стороны неподвижной части откоса *R*, направление которой составляет с нормалью к плоскости скольжения угол  $\varphi'$ , т. е. угол трения пород по поверхности ослабления; 3) силы сопротивления, направленные вдоль плоскости скольжения и равные  $c'L$  (где  $c'$  — сцепление по поверхности ослабления и *L* — длина плоскости смещения). Для условий равновесия сумма проекций этих сил на оси *y* и *z* должна равняться нулю:

$$c'L \cos \beta - R \sin(\beta - \varphi') = 0;$$

$$P - R \cos(\beta - \varphi') - c'L \sin \beta = 0.$$

Из этих уравнений найдем, что

$$P = c' L [\sin \beta + \cos \beta \operatorname{ctg} (\beta - \varphi')]. \quad (386)$$

Подставив в эту формулу значения  $P = 0,5\gamma H^2 \operatorname{ctg} \beta$  и  $L = H / \sin \beta$  и решив ее относительно  $H$ , найдем предельную высоту вертикального откоса, в котором прослеживается поверхность ослабления, наклоненная под углом  $\beta$ :

$$H_{90}^{\text{пр}} = \frac{2c'}{\gamma} [\operatorname{tg} \beta + \operatorname{ctg} (\beta - \varphi')]. \quad (387)$$

Если  $\alpha \neq 90^\circ$ , то вес  $P$  определится по зависимости

$$P = \frac{\gamma H^2}{2} (\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha).$$

Соответственно предельная высота откоса

$$H_{\text{пр}} = \frac{2c'}{\gamma} \left[ \frac{1 + \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} (\beta - \varphi')}{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha} \right]. \quad (388)$$

Исходя из этого равенства, можно рассчитать и предельный угол откоса при заданной высоте

$$\alpha_{\text{пр}} = \operatorname{arctg} \left\{ \operatorname{ctg} \beta - \frac{2c'}{\gamma H} [1 + \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} (\beta - \varphi')] \right\}. \quad (389)$$

Как указывалось выше, смещение по наклонной плоскости сопровождается отрывом или сколом в верхней части откоса, который происходит ранее нарушения устойчивости откоса и в расчетах обычно не учитывается.

Если поверхность скольжения имеет мелкоступенчатую форму вследствие смещения отдельных блоков пород по трещинам, то в расчетах этот момент не учитывается и форма поверхности скольжения принимается плоской.

При расчетах имеет большое значение правильное обоснование расчетных параметров  $c'$  и  $\varphi'$  для поверхности ослабления, особенно большое внимание следует уделять характеристикам поверхности трещин (шероховатости, волнистости), а также их заполнителям. Все эти показатели устанавливаются экспериментально при проведении соответствующих полевых испытаний.

При криволинейной поверхности скольжения (см. рис. 62,в) призма смещения делится на отдельные блоки, в основании которых поверхность скольжения принимается плоской. Устойчивость откоса определяется из условия соотношения удерживающих и сдвигающих сил, причем удерживающими являются силы сопротивления сдвигу, действующие по плоскости скольжения в каждом из выделенных блоков:

$$T_{\text{уд}} = N_i \operatorname{tg} \varphi' + c' L_i, \quad (390)$$

где  $N_i$  — нормальная составляющая каждого блока, которая определяется при разложении силы  $P_i$  на нормальную и касательную

ную составляющие;  $N_i = P_i \cos \beta_i$  ( $\beta_i$  — угол наклона плоскости скольжения к горизонту в каждом блоке, см. рис. 62,в);  $L_i$  — протяженность поверхности ослабления каждого блока;  $c'$  и  $\varphi'$  — соответственно сцепление и угол внутреннего трения по поверхности ослабления.

Сдвигающие силы в каждом блоке определяются в зависимости от величины касательной составляющей

$$T_{\text{сдв}} = P_i \sin \beta_i. \quad (391)$$

Следовательно, коэффициент устойчивости всего откоса в целом может быть выражен с учетом (390) и (391) в виде

$$n = \frac{\Sigma T_{\text{уд}}}{\Sigma T_{\text{сдв}}} = \frac{P_1 \cos \beta_1 \operatorname{tg} \varphi' + c' L_2 + P \cos \beta_2}{P_1 \sin \beta_1 + P_2 \sin \beta_2} \times \\ \times \frac{\operatorname{tg} \varphi' + c' L_3 + P \cos \beta_3 \operatorname{tg} \varphi' + c' L_3}{+ P_3 \sin \beta_3}. \quad (392)$$

При  $n=1$  откос переходит в состояние предельного равновесия; в случае  $n < 1$  устойчивость откоса не может быть обеспечена.

При ломаной поверхности скольжения (см. рис. 62,б и г) в расчетах устойчивости откоса используется графический способ, суть которого заключается в построении многоугольника сил, действующих на отдельные блоки призмы смещения. Схема расчета показана на рис. 62,г. Согласно приведенной схеме одна из плоскостей смещения  $BD$  практически параллельна поверхности откоса, плоскость  $CD$  расположена под углом  $\varepsilon = 45^\circ - \varphi/2$  по отношению к поверхности откоса. Призма смещения в процессе оползания может быть разделена на два блока:  $ABDE$  и  $CED$  — с образованием дополнительной поверхности скольжения  $DE$ , которая по отношению к плоскости  $BD$  составляет угол  $\mu_0 = 90^\circ - \varphi$ . Значение угла  $\mu_0$  используется при расчете веса пород призмы оползания  $ABDE$  и длины поверхности скольжения  $DE$ . Поскольку вес призмы  $ABDE$  зависит от угла  $\mu_0$ , то возникает вопрос, при каких его значениях давление от призмы  $ABDE$  будет максимальным. Неизвестными в этом случае являются три параметра: 1) реакция со стороны неподвижной части откоса  $R_1$ , которая приложена под углом  $\varphi'$  по отношению к нормали, проведенной к плоскости скольжения  $BD$  (см. рис. 62,г); 2) реакция блока  $CDE$  на площадке  $DE$ ; 3) угол  $\mu_0$ .

Для нахождения этих неизвестных составляют систему из трех уравнений, первые два из которых являются уравнениями статики (получаются при проецировании действующих сил на направление  $BD$  и нормаль к нему), а третье соответствует условию экстремума функции  $E_1 = f(\mu_0)$ , т. е.

$$\frac{dE_1}{d\mu_0} = 0. \quad (393)$$

Из двух уравнений статики значение силы  $E_1$  может быть получено в виде

$$E_1 = \frac{P_1(\sin \beta_1 - \cos \beta_1 \operatorname{tg} \varphi) + cl(\sin \mu_0 \operatorname{tg} \varphi - \cos \mu_0) - c'L_1}{\sin \mu_0(1 - \operatorname{tg}^2 \varphi)}, \quad (394)$$

где  $c$  и  $\varphi$  — характеристики прочности породы по поверхности  $DE$ .

Из (393) и (394) получают формулу для определения значения угла  $\mu_0$ , при котором давление призмы  $ABDE$  достигает максимума:

$$\mu_{0(\text{кр})} = \arccos \left[ \frac{cl}{P_1(\sin \beta_1 - \cos \beta_1 \operatorname{tg} \varphi) - c'L_1} \right]. \quad (395)$$

В зависимости от полученного по формуле (395) угла  $\mu_{0(\text{кр})}$  определяют вес призмы  $ABDE$  и длину поверхности скольжения  $L_1$ . Формула (395) справедлива при следующих условиях:

$$\frac{cl}{P_1(\sin \beta_1 - \cos \beta_1 \operatorname{tg} \varphi) - c'L_1} \leq 1; \quad (396)$$

$$P_1(\sin \beta_1 - \cos \beta_1 \operatorname{tg} \varphi) - c'L_1 > 0. \quad (397)$$

Если не выполняется первое условие (396), то сдвиг по поверхности  $DE$  при заданном соотношении сил невозможен, в этом случае призма  $ABDC$  делится вертикальной плоскостью на два блока и устойчивость откоса рассчитывается по формуле (392). Если не выполняется второе условие (397), то призма не смещается по поверхностям  $BD$  и  $DE$ . Ширина призмы возможного смещения определяется по следующей формуле (см. рис. 62,г):

$$AB = a = \frac{c'L_1 \cos \varphi'}{\sigma_1 \sin(\beta_1 - \varphi') - R_{\text{сж}} \sin \beta_1 \cos \varphi'}, \quad (398)$$

где  $\sigma_1$  — наибольшие главные напряжения;  $R_{\text{сж}}$  — временное сопротивление сжатию пород основания откоса.

При выполнении условия (398) вначале строится многоугольник сил для блока  $ABDE$ . В определенном масштабе откладываются векторы сил  $P_1$ ,  $c'L_1$  и  $cl$ , которые параллельны их направлениям в откосе. Затем от конца вектора  $cl$  проводится прямая, параллельная  $E_1$ , а от начала вектора  $E_1$  — сила  $R_1$ , параллельная той же силе в откосе. Многоугольник сил для блока  $CDE$  строится в той же последовательности. Вектор силы  $P_2$  откладывается от точки пересечения векторов сил  $c'L_1$  и  $cl$ . Если откос устойчив, то многоугольник замкнется пересечением векторов  $R_2$  и  $c'L_2$ : при  $n=1$  замыкание точное, при  $n>1$  многоугольник перезамкнут. Отсутствие замыкания многоугольника сил ( $n<1$ ) свидетельствует о том, что откос неустойчив; в этом случае требуется произвести изменения параметров откоса: уменьшить его высоту или угол. Максимальная высота вертикального откоса при отсутствии

поверхностей ослабления может быть определена по следующей зависимости:

$$H_{kp} = H_{90} \left[ 1 + \sqrt{\frac{R_p}{c} \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)} \right], \quad (399)$$

где  $H_{90}$  определяется по формуле (385);  $R_p$  — прочность пород на растяжение;  $c$  и  $\varphi$  — показатели прочности пород [23].

Ширина призмы скольжения на ровной поверхности откоса, считая от его бровки, для однородного откоса рассчитывается по следующей формуле:

$$a = H_{90} \sqrt{\frac{R_p}{c} \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)}. \quad (400)$$

Зависимость (399) используется также при расчете предельной высоты вертикального откоса, сложенного глинистыми породами, имеющими трение и сцепление.

### § 3. РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ, СЛОЖЕННЫХ ПЕСЧАНО-ГЛИНИСТЫМИ ПОРОДАМИ

Нарушения устойчивости склонов и откосов, в разрезе которых преобладают песчано-глинистые породы, чаще всего происходят по типу оползневых смещений. В литифицированных глинистых отложениях развиваются структурные оползни, причем если откос сложен однородными породами, то поверхность скольжения имеет круглоцилиндрическое очертание (асеквентные оползни). При залегании в разрезе неоднородных по свойствам пород, но при отсутствии поверхностей ослабления поверхность скольжения криволинейна (консеквентные оползни). Положение поверхности скольжения зависит также от присутствия в разрезе слабых по прочности отложений. Если менее прочный слой прослеживается в основании откоса, то поверхность скольжения проходит ниже его подножия. В таком случае оползание пород может сопровождаться выдавливанием более слабого слоя, залегающего в основании откоса.

Если в толще пород откоса прослеживаются слабые тонкие прослой или прочность пород на контактах слоев имеет более низкие значения по сравнению со вмещающими породами, то плоскость скольжения обычно приурочена к этим поверхностям ослабления и имеет довольно сложные очертания.

При наличии поверхностей ослабления, ориентированных в сторону откоса, наиболее опасный момент возникает, когда  $\varphi' < \beta < a$  (где  $\beta$  — угол наклона поверхности ослабления к горизонту;  $a$  — угол наклона откоса;  $\varphi'$  — угол внутреннего трения на поверхности ослабления).

В глинистых породах малой и средней степени литификации, а также в отложениях, которые претерпели набухание, формиру-

ются пластические оползни. Для этих оползней характерно течение пород по наклонным поверхностям скольжения. Примером таких оползневых подвижек служат смещение делювиальных отложений, насыщенных водой, по более прочным отложениям, солифлюкционные деформации и т. п.

Глинистые породы наиболее активно взаимодействуют с водой, в результате чего происходит значительное уменьшение их прочности — иногда на 50% и более. Кроме того, в откосах и на склонах глинистые породы легко разуплотняются, выветриваются, прочность их может уменьшиться также под действием сезонного промерзания — оттаивания. Существенное уменьшение прочности пород во времени при длительных сроках службы откосов должно быть обязательно учтено при обосновании расчетных параметров свойств. При снятии высоких напоров в процессе осушения водоносных горизонтов нижележащие глинистые породы могут оказаться под действием напряжений, которые по величине превосходят первоначальные. В связи с этим, в толще глинистых пород, особенно имеющих низкие коэффициенты фильтрации, могут возникнуть такие величины поровых давлений, которые вызовут снижение эффективных напряжений и переход пород в пластичное состояние.

Устойчивость песчано-глинистых пород в откосах определяется также действием гидростатических и гидродинамических сил, обусловливающих развитие фильтрационных деформаций, к числу которых относятся суффозионные процессы, оплыивание пород, особенно песчаных отложений, фильтрационный вынос и размыв пород по трещинам.

Следовательно, эффекты влияния подземных вод при исследовании устойчивости откосов, сложенных песчано-глинистыми породами, следует оценивать двояко: как механическое воздействие, вызывающее изменение напряженного состояния пород в откосах и как физико-химический фактор, определяющий процессы типа набухания и размокания пород при высачивании подземных вод на откос.

Оползневые процессы, протекающие в песчано-глинистых породах, часто имеют циклический характер, особенно когда основными причинами, нарушающими равновесие горных пород, являются изменения их свойств под воздействием выветривания и воды, а также сезонные колебания уровня подземных вод.

**Расчет устойчивости однородных откосов.** Одним из наиболее распространенных методов расчета устойчивости откосов является метод круглоцилиндрической поверхности скольжения, предложенный К. Терцаги.

Основные допущения метода заключаются в предположении, что состояние предельного равновесия фиксируется только в точках по поверхности скольжения, а призма смещения является жестким недеформируемым телом.

К. Терцаги и В. Феллениус состояние равновесия определяли только по одному условию статики — равенству моментов удер-

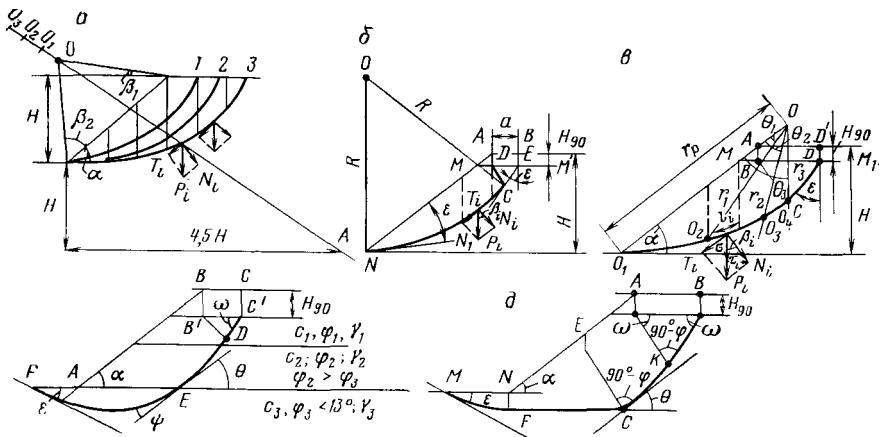


Рис. 63. Схема для расчета откосов, сложенных песчано-глинистыми породами:  
 а — однородный откос (расчет по В. Феллениусу); б — расчетные схемы ВНИМИ (б и в — соответственно однородные и приведенные к однородному состоянию откосы; г — неоднородный откос при условии залегания более слабых пород в основании; д — при наличии в основании откоса слабого контакта или прослоя)

зывающих и сдвигающих сил. Дальнейшее развитие метода в работах Д. Тейлора, Р. Р. Чугаева, И. В. Федорова заключается в использовании уравнения предельного равновесия с учетом всех трех условий статики.

Однако в этих работах не было дано теоретически обоснованных рекомендаций по отысканию наиболее напряженной поверхности скольжения. Ее положение устанавливалось путем подбора при проведении многократных поверочных расчетов. В качестве примера можно проиллюстрировать метод определения наиболее вероятной поверхности скольжения по В. Феллениусу (рис. 63, а). При заданном угле откоса  $\alpha$  и его высоте  $H$  центры вращения наиболее вероятных поверхностей скольжения находятся на прямой, построение которой показано на рис. 63, а. От подножия откоса откладывается вниз его высота  $H$  и далее вправо отрезок, равный  $4,5 H$ ; с помощью дополнительных углов  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , значения которых зависят от угла откоса  $\alpha$  (табл. 21), находят точку  $O$ , которую соединяют с точкой  $A$ . На данной прямой расположены точки, определяющие положения центров вращения круглоцилиндрических поверхностей скольжения. Наиболее слабую поверхность находят путем последовательного выполнения расчетов устойчивости по различным поверхностям скольжения.

Как уже указывалось выше, состояние равновесия, согласно К. Терцаги и В. Феллениусу, описывается

Таблица 21

Угол наклона склона или откоса $\alpha$	Значения углов, градус	
	$\beta_1$	$\beta_2$
45°	28	37
33°41'	26	35
26°41'	25	35
18°28'	25	35
11°19'	28	37

условием равенства моментов удерживающих и сдвигающих сил. Момент сдвигающих сил получают из уравнения

$$M_{\text{сдв}} = \Sigma T_i R, \quad (401)$$

а момент удерживающих сил определяется из зависимости сопротивления сдвигу:

$$M_{\text{уд}} = R \operatorname{tg} \varphi \Sigma N_i + c L R. \quad (402)$$

Для состояния предельного равновесия коэффициент устойчивости равен единице, т. е.

$$n = 1 = \frac{\Sigma M_{\text{уд}}}{\Sigma M_{\text{сдв}}} = \frac{R \operatorname{tg} \varphi \Sigma N_i + c L R}{R \Sigma T_i} = \frac{\operatorname{tg} \varphi \Sigma N_i + c L}{\Sigma T_i}, \quad (403)$$

где  $N_i$  и  $T_i$  показаны на рис. 63, а;  $c$  и  $\operatorname{tg} \varphi$  — параметры прочности породы;  $L$  — длина линии скольжения.

Теоретическое обоснование положения наиболее слабой поверхности скольжения в однородном откосе плоской формы было предложено Г. Л. Фисенко на основании положений теории предельного равновесия. Как уже отмечалось в § 1, в верхней части откоса величина максимального главного напряжения  $\sigma_1 = \gamma H_{90}$  и вектор этого напряжения вертикален, следовательно, положение главной площадки, где действует  $\sigma_1$ , горизонтальное. Как следует из теории предельного равновесия, разработанной В. В. Соколовским, в плоской задаче непосредственно в зоне действия нагрузки (в данном случае напряжений  $\gamma H_{90}$ ) линии семейства поверхностей скольжения имеют прямолинейные очертания и располагаются под углом  $\omega = 45^\circ + \varphi/2$  по отношению к главной площадке или под углом  $\epsilon = 45^\circ - \varphi/2$  по отношению к вертикалам (см. рис. 63, б). Ниже точки  $C$  плоскость скольжения криволинейна и при однородном строении откоса может быть принята круглоцилиндрической. Ширину призмы возможного смещения рассчитывают по зависимости

$$AB = a = \frac{2H \left[ 1 - \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha + \varphi}{2} \right] - 2H_{90}}{\operatorname{ctg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha + \varphi}{2} \right)}. \quad (404)$$

Все обозначения, приведенные в формуле, показаны на рис. 63, б.

Для построения наиболее слабой поверхности скольжения, после нахождения ширины призмы скольжения  $AB$ , из точки  $B$  опускают перпендикуляр  $BE$  на линию  $MM_1$ , которая определяет мощность  $H_{90}$ . Далее из точки  $E$  и из точки  $D$  под углом  $\omega = 45^\circ + \varphi/2$  к горизонтали проводят линии скольжения  $BC$  и  $DC$ . Точка  $C$  представляет собой пересечение линий скольжения. Из точки  $C$  восставляют перпендикуляр  $CO$ . В нижней бровке откоса проводят линию  $NN_1$  под углом  $\epsilon = 45^\circ - \varphi/2$  к поверхности откоса.

са и восставляют к ней перпендикуляр до пересечения с  $CO$ . Точка пересечения этих перпендикуляров  $O$  является центром дуги наиболее вероятной поверхности скольжения, а  $R=ON=OC$  — радиусом круглоцилиндрической поверхности скольжения.

С учетом того, что излагаемый метод основан на теории предельного равновесия, более достоверна криволинейная поверхность скольжения, близкая к логарифмической спирали. Для ее построения (см. рис. 63,*в*) определяют значение радиуса

$$r_0 = \frac{H \operatorname{ctg} \alpha [\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2)] - H_{90}}{\cos \alpha [\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2)] - e^{-(90^\circ - \alpha) \operatorname{ctg} \epsilon}}. \quad (405)$$

В этом случае ширина призмы оползания будет несколько больше, чем в рассмотренном выше случае, и может быть рассчитана по зависимости

$$a_1 = 2(r_0 \cos \alpha - H \operatorname{ctg} \alpha). \quad (406)$$

Поверхность скольжения получают расчетом величины переменных радиусов  $r$  по формуле

$$r = r_0 \exp(-\theta \operatorname{ctg} \epsilon), \quad (407)$$

где  $\theta$  — угол между радиусами, отсчитываемыми от  $r_0$ . Значения  $r$  определяются в интервале  $0^\circ \leqslant \theta \leqslant (90^\circ - \alpha)$ .

Положение центра логарифмической спирали  $O$  устанавливается расчетом  $r_0$ . Полученные значения радиусов, численно равные отрезкам  $OO_1$ ,  $OO_2$ ,  $OO_3$ ,  $OO_4$  (см. рис. 63,*в*), соединяются плавной кривой. Выше точки  $O_4$  кривая скольжения меняет свое очертание на прямолинейное: отрезок  $O_4D$  проведен по направлению к горизонту под углом  $45^\circ + \varphi/2$ . Положение точки  $D$  устанавливается пересечением  $H_{90}$  с отрезком  $O_4D$ . Построение клипа  $BO_4D$  аналогично описанному выше.

После определения положения поверхности скольжения выделенная призма смещения делится на отдельные блоки, в пределах которых криволинейная поверхность скольжения может рассматриваться как плоская. Вес каждого блока  $P_i$  раскладывается на нормальную  $N_i$  и касательную  $T_i$  составляющие. Коэффициент устойчивости рассчитывается по уже известной формуле (403):

$$n = \frac{\operatorname{tg} \varphi \Sigma N_i + cL}{\Sigma T_i}.$$

Этот способ носит название *алгебраического сложения сил*.

**Расчет устойчивости неоднородных откосов.** Метод алгебраического сложения сил широко используется в расчетах устойчивости откосов, сложенных различными по своим физико-механическим свойствам породами, при отсутствии неблагоприятно ориентированных поверхностей ослабления (при любом наклонном либо горизонтальном залегании пород). В этом случае неоднородный откос приводят к некоторому однородному состоянию, рассчи-

тывая средневзвешенные значения сцепления и угла внутреннего трения [23]

$$c_{cp} = \frac{c_1 l_1 + c_2 l_2 + \dots + c_n l_n}{l_1 + l_2 + \dots + l_n};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{cp} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1 \sigma_{n_1} / l_1 + \operatorname{tg} \varphi_2 \sigma_{n_2} / l_2 + \dots + \operatorname{tg} \varphi_n \sigma_{n_n} / l_n}{\sigma_{n_1} l_1 + \sigma_{n_2} l_2 + \dots + \sigma_{n_n} l_n},$$

где  $c_1, \dots, c_n$  — сцепление породы отдельного слоя;  $\operatorname{tg} \varphi_1, \dots, \operatorname{tg} \varphi_n$  — коэффициент внутреннего трения пород отдельного слоя;  $l_1, \dots, l_n$  — отрезок поверхности скольжения в пределах каждого отдельного слоя (см. рис. 63,в);  $\sigma_{n_1}, \dots, \sigma_{n_n}$  — значения нормальных напряжений в выделенных блоках в средней части отрезка скольжения, которые рассчитываются по уже известной формуле (см. гл. 2);  $\sigma_n = \gamma h_i \cos^2 \beta_i$  (где  $\beta_i$  — угол наклона отрезка плоскости скольжения данного блока к горизонту;  $h_i$  — высота блока, см. рис. 63,в).

Поскольку неоднородный откос при отсутствии неблагоприятно ориентированных поверхностей скольжения рассматривается как однородный, то наиболее вероятная поверхность скольжения строится так же, как и в рассмотренном выше случае.

Необходимо отметить, что если в основании такого неоднородного откоса залегают слабые глинистые отложения с углом  $\varphi < 13^\circ$ , то поверхность скольжения захватывает часть основания откоса (см. рис. 63,г). При этом построение кривой скольжения имеет свои особенности при пересечении контакта со слабой породой в основании откоса. Согласно исследованиям, проведенным во ВНИМИ, криволинейный участок поверхности скольжения ниже точки  $C$  пересекает слабый слой под углом  $\theta$  (см. рис. 63,г), значение которого определяется по формуле

$$\theta = \frac{\pi}{4} \pm \frac{1}{2} (\varphi_2 - \varphi_3) - \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{\sin \varphi_3}{\sin \varphi_2} \right), \quad (408)$$

где  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  — соответственно углы внутреннего трения более прочных и слабых пород.

В толще слабых пород угол излома  $\psi$  (см. рис. 63,г) определяется по формуле  $\psi = (\varphi_2 - \varphi_3)/2$ , плоскость скольжения в этом слое имеет плавный криволинейный вид и выходит на некотором расстоянии от нижней бровки откоса под углом  $\varepsilon = 45^\circ - \varphi_3/2$ .

Если угол внутреннего трения слабой породы  $\varphi_3 < 5-7^\circ$ , то устойчивость откоса можно рассчитывать по методу алгебраического сложения сил, используя величину общего сопротивления сдвигу без разделения его на сцепление и трение. С этой целью в пределах каждого блока породы определяют нормальные  $\sigma_n$  и сдвигающие касательные  $\tau_c$  напряжения, действующие на горизон-

тальную площадку:

$$\sigma_n = \gamma h_i \cos^2 \beta_i;$$

$$\tau_c = \frac{1}{2} \gamma h_i \sin 2\beta_i.$$

По диаграммам сопротивления сдвига для пород, слагающих откос, определяют величину их прочности  $\tau_{ud}$ , отвечающую действующему нормальному напряжению  $\sigma$  в каждом выделенном блоке. Коэффициент устойчивости откоса рассчитывают по отношению

$$n = \frac{\Sigma \tau_{ud}}{\Sigma \tau_c}. \quad (409)$$

Коэффициент  $n$  может быть получен в этом случае и графическим путем. Расчетную поверхность скольжения разворачивают в горизонтальную прямую, на которой отмечены положения середины выделенных блоков. В каждой отмеченной точке по оси ординат откладывают в определенном масштабе напряжений отрезки, соответствующие сначала касательным напряжениям  $\tau_c$ , а затем значениям сопротивления сдвига  $\tau_{ud}$ . Соединяют плавной кривой концы отрезков, отвечающие  $\tau_c$ , такую же кривую строят по значениям  $\tau_{ud}$ . Затем рассчитывают полученные площади эпюры сдвигающих и удерживающих сил, отношение которых определяет величину коэффициента устойчивости.

Если слабые породы залегают в основании откоса в виде тонкого прослоя (либо прослеживается слабый контакт), то в этом случае поверхность скольжения проходит по слабой поверхности (см. рис. 63,д) [23]. Максимальная ширина призмы возможного оползания от верхней бровки откоса при весьма низких показателях прочности по контакту рассчитывается по формуле

$$a_1 = H \{ \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \alpha + 2 \operatorname{ctg}(45^\circ + \varphi/2) [3 \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}(45^\circ + \varphi/2)]} - 2 \operatorname{ctg} \alpha \}, \quad (410)$$

где  $H$  — глубина залегания слабого контакта.

Призма скольжения делится на три блока (см. рис. 63,д): 1) призма активного давления  $ABC E$ ; 2) призма  $CFNE$  в пределах плоской поверхности скольжения и 3) призма  $MNF$ , являющаяся пригрузкой в нижней части откоса. Призма активного давления сдвигает призму  $CFNE$  и на границе этих призм появляется семейство поверхностей скольжения, угол между которыми равен  $90^\circ - \varphi$ . Поверхности скольжения наклонены по отношению к горизонтальным площадкам под углом  $\omega = 45^\circ + \varphi/2$ . Отрезок  $KS$  поверхности скольжения криволинеен, и на границе со слабым контактом угол  $\theta$  входа кривой скольжения рассчитывается по формуле (408). Призма  $MNF$  испытывает сжатие под действием давления от призмы  $CFNE$ , и поверхность скольжения с подошвой откоса составляет угол  $\epsilon = 45^\circ - \varphi/2$ .

Если в толще глинистых пород имеются неблагоприятно ориентированные поверхности ослабления, падающие в сторону откоса, и угол наклона таких плоскостей  $\beta$  больше, чем угол внутреннего трения пород по поверхности ослабления  $\phi' (\beta > \phi')$ , а угол наклона откоса  $\alpha = \beta$ , то высота устойчивого откоса  $H$  может быть получена по формуле

$$H = H_{90} \left( \frac{1}{1 - \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \psi'} \right), \quad (411)$$

где  $\psi'$  — угол сдвига по контакту слоев, который рассчитывается по формуле  $\psi' = \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \varphi' + \frac{c'}{\sigma_n} \right)$  ( $\sigma_n$  — нормальное напряжение по предполагаемой плоскости скольжения).

#### § 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОТКОСОВ БЕЗ НАХОЖДЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ СКОЛЬЖЕНИЯ

Для приближенной оценки параметров устойчивых откосов и сравнительной характеристики различных вариантов при их проектировании можно воспользоваться разработанными в настоящее время методами, не требующими трудоемких расчетов по определению вероятных поверхностей скольжения.

Один из первых таких методов, дающих удовлетворительную сходимость с реальным состоянием откосов, был предложен Г. Л. Фисенко [23].

Параметры устойчивого откоса определяются по графику зависимости между его приведенной высотой  $H' = H/H_{90}$  (где  $H$  — высота откоса) и углом  $\alpha$  (рис. 64, а).

Если откос сложен слоистой толщей, то определяют средневзвешенные по мощности значения сцепления  $c_{cp}$ , угла внутреннего трения  $\varphi_{cp}$  и плотности пород  $\gamma_{cp}$ . В параметры  $c_{cp}$  и  $\varphi_{cp}$  вводят коэффициент устойчивости (коэффициент запаса), получая тем самым расчетные характеристики  $c_p = c_{cp}/n$  и  $\varphi_p = \varphi_{cp}/n$ .

Используя  $c_p$ ,  $\varphi_p$  и  $\gamma_{cp}$ , рассчитывают  $H_{90} = 2c_p/\gamma_{cp} \cdot \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi_p/2)$ . Далее, если известен угол наклона откоса  $\alpha$  и требуется определить его высоту, то, зная угол внутреннего трения пород  $\varphi_p$ , определяют по графику, приведенному на рис. 64, а,  $H'$ , а затем его высоту  $H$ , равную  $H_{90} \cdot H'$ . Если задана высота откоса и необходимо найти угол его наклона, то вычисляют  $H'$ , затем по значениям  $H'$  и  $\varphi_p$  определяют  $\alpha$ .

Известно, что несвязные породы, обладающие только углом внутреннего трения  $\varphi$  (идеально-сыпучая среда), могут формировать откос бесконечно большой высоты при условии, что угол внутреннего трения  $\varphi$  равен углу естественного откоса  $\alpha$ .

Если порода обладает только сцеплением и  $\varphi = 0^\circ$  (идеально-пластичная среда), то максимальная высота вертикального уступа определится как

$$H_{90}^{\varphi=0} = 2c/\gamma. \quad (412)$$

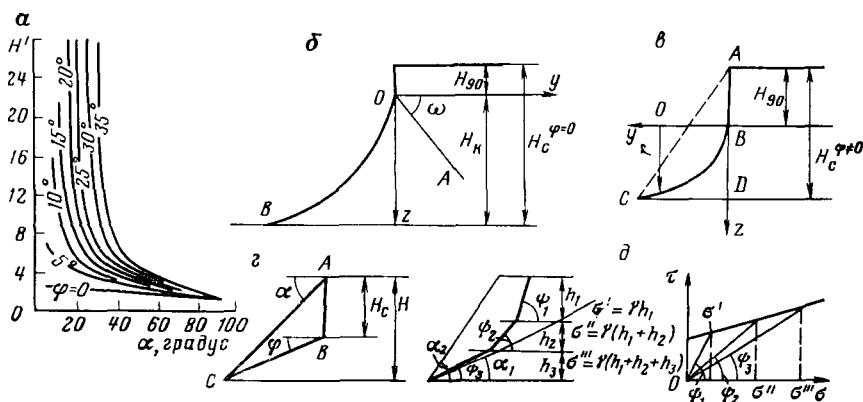


Рис. 64. Схемы для определения параметров откосов без построения поверхностей скольжения:

*α* — график ВНИМИ для определения высоты откоса или угла его заложения; *б* — определение контура откоса в пластичных породах ( $\varphi=0$ ) по В. В. Соколовскому; *в* — определение контура равнустойчивого откоса в породах при  $\varphi \neq 0$  и  $c \neq 0$ ; *г* — определение контура плоского откоса при  $\varphi \neq 0$  и  $c \neq 0$  (по Э. Л. Галустяну); *д* — определение контура откоса по Н. Н. Маслову (метод  $F_p$ )

Ниже  $H_{90}^{\varphi=0}$  контур откоса, согласно исследованию В. В. Соколовского, криволинеен и уравнение кривой имеет вид

$$y = H_{90}^{\varphi=0} \ln \cos \frac{z}{H_{90}^{\varphi=0}}. \quad (413)$$

Глубина, на которой кривая асимптотически выходит на горизонтальную поверхность  $H_k$ , составляет (см. рис. 64,*б*)

$$H_k = \pi c / \gamma. \quad (414)$$

Следовательно, общая высота откоса в идеально-пластичной среде, учитывая (412) и (415), будет

$$H_c = H_{90}^{\varphi=0} + H_k = \frac{2c}{\gamma} + \frac{\pi c}{\gamma} = \frac{5.14c}{\gamma}. \quad (415)$$

Высота  $H_c$ , зависящая от сцепления и плотности породы, получила название параметра связности [6].

Зная характеристики прочности и плотности породы, легко рассчитать  $H_{90}^{\varphi=0}$  по (412), далее, задаваясь значениями  $y_1, y_2, y_3$  и т. д., по формуле (413) можно найти профиль откоса в предельном состоянии для идеально-пластичных пород.

Если среда обладает трением и сцеплением, то формула (415) перепишется в виде

$$H_c^{\varphi \neq 0} = \frac{5.14c}{\gamma} \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2). \quad (416)$$

Согласно рекомендациям Э. Л. Галустяна, предельный (равнопрочный) профиль откоса можно построить приближенно, про-

ведя радиусом  $R$  (отрезок  $BD$ ) часть окружности между точками  $B$  и  $C$  (см. рис. 64, $\delta$ ).

Возможность использования формулы (416) для определения  $H_c^{*\neq 0}$  подтверждается многочисленными расчетами с использованием графика на рис. 64, $a$  при высоте откосов от 10 до 500 м и  $\varphi < \alpha \leq 70^\circ$  [6].

Кроме того, Э. Л. Галустьяном была установлена следующая закономерность: нижние бровки откосов с некоторыми предельными параметрами  $H_1, H_2, \dots, H_n$  и  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  располагаются на одной прямой  $BC$ , наклоненной к горизонту под углом внутреннего трения  $\varphi$  и заканчивающейся вертикалью  $AB=H_c$  при  $\alpha < 70^\circ$  [6] (см. рис. 64, $\varepsilon$ ).

Таким образом, для определения предельной высоты откоса при заданном угле наклона  $\alpha$  необходимо от некоторой произвольной точки  $A$ , взятой на откосе, опустить перпендикуляр высотой  $H_c$ , рассчитываемой по зависимости (416) и провести от точки  $B$  под углом к горизонту  $\varphi$  линию  $BC$  до пересечения ее с откосом.

Высота предельного откоса  $H_{\text{пп}}$  может быть рассчитана также по формуле, полученной аналитическим путем [6]:

$$H_{\text{пп}} = \frac{5.14c \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2)}{\gamma(1 - \operatorname{tg} \varphi / \operatorname{tg} \alpha)} = \frac{H_c}{1 - \operatorname{tg} \varphi / \operatorname{tg} \alpha}, \quad (417)$$

откуда

$$\alpha_{\text{пп}} = \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{tg} \varphi}{1 - H_c / H_{\text{пп}}} \right). \quad (418)$$

Во всех этих случаях коэффициент запаса вводится в характеристики прочности  $c$  и  $\varphi$ .

Кроме методов, изложенных выше, широко применяется также метод  $F_p$ , предложенный проф. Н. Н. Масловым в 1949 г., по которому оценивается не степень устойчивости склона или откоса, а прочность пород в наиболее слабых зонах [22]. Критерием прочности пород в откосах и склонах при использовании метода  $F_p$  является угол сопротивления сдвигу  $\psi$ , значение которого может быть определено по диаграмме сопротивления сдвигу  $\tau = f(\sigma)$ , при этом  $F_p = \operatorname{tg} \psi$

$$F_p = \operatorname{tg} \psi = \frac{\tau}{\sigma}. \quad (419)$$

Величина  $\operatorname{tg} \psi$  непостоянна и зависит от напряженного состояния породы (см. рис. 64, $\delta$ ). Для каждой рассматриваемой точки

$$F_p = \operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \varphi + \frac{c}{\sigma}.$$

Если откос непригружен и напряжения в нем возникают только под действием собственного веса пород, то величина нормаль-

ногого напряжения на горизонтальной площадке равна  $\gamma z$ . Следовательно,  $\psi$  может быть рассчитан по зависимости

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \varphi + \frac{c}{\gamma z}, \quad (420)$$

при этом подразумевается, что величина  $\gamma z$  определяется при наличии слоистого откоса как сумма напряжений от веса вышележащих слоев ( $\Sigma \gamma_i h_i$ ).

Для откоса в предельном состоянии в каждом выделенном слое угол его наклона  $\alpha_i$  не должен превосходить  $\psi_i$ . Поскольку с глубиной напряжения  $\gamma z$  возрастают, то значения угла  $\psi$  и  $\alpha$  должны уменьшаться и, следовательно, откос, построенный по методу  $F_p$ , имеет вогнутую форму (см. рис. 64,д). Если угол  $\alpha < \psi$ , то можно сделать вывод об устойчивости пород в откосе, при обратном соотношении  $\alpha > \psi$  — откос неустойчив.

## § 5. РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ С УЧЕТОМ ГИДРОСТАТИЧЕСКИХ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ

Как уже отмечалось в § 1, роль подземных вод может быть решающей при оценке устойчивости склонов и откосов, сложенных различными типами пород. Известны случаи, когда даже сезонное повышение уровня подземных вод приводило к развитию оползневых процессов. Влияние подземных вод проявляется в развитии гидростатического взвешивания и гидродинамического давления. Эти силы могут быть учтены как при использовании методов расчетов откосов по наиболее вероятной поверхности скольжения, так и в методах построения предельного контура откоса на основе теории предельного равновесия.

Гидростатические силы обычно учитываются непосредственно изменением плотности горной породы, которая определяется с учетом архимедовых сил взвешивания. Величина и направление гидродинамических сил устанавливаются на основе аналитических решений, графических приемов или путем моделирования с применением ЭГДА.

При расчете устойчивости откосов по наиболее вероятной поверхности скольжения гидростатическое и гидродинамическое давления, которые по своей сущности являются объемными силами, рассматриваются как контурные. При этом результирующая сила гидростатического и гидродинамического давлений направлена по нормали к поверхности скольжения. Это положение легко доказывается путем следующих рассуждений.

Вес водонасыщенной породы (без учета извешивания) в объеме  $V$  блока породы

$$P_1 = V(1-n)\gamma + nV\gamma_b, \quad (421)$$

а вес той же породы с учетом гидростатического взвешивания

$$P_2 = V(1-n)(\gamma - \gamma_b) + nV\gamma_b. \quad (422)$$

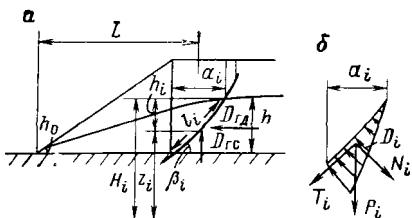


Рис. 65. Схемы для определения результирующей силы гидростатического и гидродинамического давлений по Г. Л. Финсенко:

*a* — схема действия гидростатического и гидродинамического давлений; *б* — схема действия результирующей силы  $D_i$  в расчетном блоке

Разность между  $P_1$  и  $P_2$  равна силе взвешивания

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \gamma_V V. \quad (423)$$

Объем призмы в пределах выделенного блока (рис. 65), который находится под действием гидростатических сил, составляет

$$V_1 = \frac{1}{2} h l_i \cos \beta_i,$$

а величина гидростатического давления

$$D_{rc} = \frac{1}{2} h l_i \cos \beta_i \gamma_V. \quad (424)$$

Если разложить гидростатическое давление в пределах блока по линии скольжения, то составляющие напряжений будут

$$\left. \begin{aligned} N_{rc} &= \frac{1}{2} h l_i \cos^2 \beta_i; \\ T_{rc} &= \frac{1}{2} h l_i \cos \beta_i \sin \beta_i. \end{aligned} \right\} \quad (425)$$

Известно, что гидродинамическое давление

$$D_{rd} = \gamma I V \quad (426)$$

и направлено параллельно линиям тока воды.

В пределах выделенной призмы смещения (см. рис. 65) ее объем может быть с известной степенью приближения подсчитан по формуле

$$V = \frac{1}{2} (h + h_0) L \cdot 1, \quad (427)$$

а градиент напора

$$I = \frac{h - h_0}{L}. \quad (428)$$

Величина  $D_{rd}$  с учетом (427) и (428) равна  $1/2(h^2 - h_0^2)$ . Если пренебречь величиной  $h_0$  (высачивание в пределах поверхности откоса),

$$D_{rd} = \frac{1}{2} h^2. \quad (429)$$

Приняв вектор  $D_{\text{гд}}$  направленным параллельно горизонту и разложив его по линии скольжения в пределах выделенного блока (см. рис. 65) на нормальную и касательную составляющие, получим

$$\left. \begin{aligned} N_{\text{гд}} &= \frac{1}{2} h^2 \sin \beta_i; \\ T_{\text{гд}} &= \frac{1}{2} h^2 \cos \beta_i. \end{aligned} \right\} \quad (430)$$

Суммируя нормальные и касательные составляющие от гидродинамического и гидростатического давлений  $\Delta N = N_{\text{гд}} - N_{\text{гс}}$  и  $\Delta T = T_{\text{гд}} - T_{\text{гс}}$  и учитывая, что  $h = l \sin \beta$ , получим

$$\left. \begin{aligned} \Delta T &= \frac{1}{2} h^2 \cos \beta_i - \frac{1}{2} hl \sin \beta_i \cos \beta_i = 0; \\ \Delta N &= -\frac{1}{2} h^2 \sin \beta_i - \frac{1}{2} hl \cos^2 \beta_i = -\frac{1}{2} hl. \end{aligned} \right\} \quad (431)$$

Следовательно, совместный учет гидростатического и гидродинамического давлений оценивается с помощью результирующей величины  $D_i$ , значение которой в пределах каждого блока вводится в расчет только нормальных напряжений и определяется по формуле

$$D_i = \gamma_{\text{в}} (H_i^{\text{в}} - z_i) \frac{a_i}{\cos \beta_i}, \quad (432)$$

где  $\gamma_{\text{в}}$  — плотность воды;  $H_i^{\text{в}}$  — напор в средней части блока, отсчитываемый от некоторой условной плоскости;  $z_i$  — средняя ордината от плоскости до поверхности скольжения;  $a_i$  — ширина блока;  $\beta_i$  — угол наклона касательной к поверхности скольжения по отношению к горизонту (см. рис. 65).

Следовательно, нормальные напряжения в блоке должны быть уменьшены на величину  $D_i$ , поэтому коэффициент запаса рассчитывается по формуле

$$n = \frac{\Sigma (P_i \cos \beta_i - D_i) \operatorname{tg} \varphi_i + \Sigma c_i l_i}{\Sigma P_i \sin \beta_i}. \quad (433)$$

Если в расчет ввести гидродинамическое давление, то вес блока  $P_i$  определится с учетом полного насыщения пород ниже уровня подземных вод, а плотность пород при полном заполнении пор водой

$$\gamma_{\text{нас}} = \gamma_{\text{м}} (1 - n) + \gamma_{\text{в}} n,$$

где  $\gamma_{\text{м}}$ ,  $\gamma_{\text{в}}$  — соответственно плотность минеральной части породы и воды;  $n$  — пористость породы.

Для пологих откосов, угол которых не превышает  $15^\circ$ , Н. Н. Маслов рекомендует формулу (433) преобразовать следующим образом. Если принять, что вес блока

$$P = \gamma a h_i, \quad (434)$$

где  $a$  — ширина блока, то, разделив числитель и знаменатель в зависимости (433) на (434), а также учитывая, что для пологих откосов  $\cos \beta \approx 1$  и  $\sin \beta \approx \operatorname{tg} \beta$ , можно записать

$$n = \frac{\left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{h_t^B}{h_t}\right) \operatorname{tg} \varphi + \frac{c}{2h_t}}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (435)$$

где  $h_t^B$  — толщина слоя воды в расчетном блоке. В формуле (435) сделано допущение, что  $\gamma = 2 \text{ т}/\text{м}^3$ ,  $\gamma_w = 1 \text{ т}/\text{м}^3$  и откос однородный. Для условий предельного равновесия, когда  $n=1$ ,

$$\operatorname{tg} \alpha_{n=1} = \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{h_t^B}{h_t}\right) \operatorname{tg} \varphi - \frac{c}{h_t}. \quad (436)$$

Для несвязных пород при  $c=0$  предельно допустимый угол наклона откоса будет

$$\operatorname{tg} \alpha_{n=1} = \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{h_t^B}{h_t}\right) \operatorname{tg} \varphi. \quad (437)$$

При условии полного обводнения откоса

$$\alpha = \frac{1}{2} \varphi. \quad (438)$$

Формулу (435) можно рекомендовать только при ориентировочных расчетах на предварительных стадиях исследований.

#### Контрольные вопросы

1. Какие природные факторы необходимо учитывать в расчетной схеме устойчивости склона или откоса? Назовите принципы обоснования параметров прочности пород, используемых в расчетах устойчивости склонов и откосов.

2. Как изменяется напряженное состояние пород в зоне, прилегающей непосредственно к откосу? На каком расстоянии от откоса прослеживается изменение напряжений по сравнению с естественным их распределением в толще пород? Какие факторы в значительной степени влияют на увеличение размера зоны, в пределах которой происходит изменение напряжений при формировании откоса?

3. Почему в верхней части откоса образуется зона растягивающих напряжений? Как рассчитать мощность этой зоны? В каких породах растягивающие напряжения не возникают? Какое влияние на изменение напряженного состояния пород в откосе оказывает значение угла заложения откоса? Как в зависимости от угла откоса происходит формирование поверхности скольжения?

4. При каких условиях наблюдается развитие обвалов в скальных и полускальных породах? Какие типы оползневых смещений характерны для скальных и полускальных пород?

5. Как влияют величины углов наклона поверхностей ослабления в толще скальных и полускальных пород на характер нарушения их устойчивости в откосе?

6. Проанализируйте схемы расчета устойчивости откосов в скальных и полускальных породах при наличии одной поверхности ослабления. Какие изменения претерпевают расчетные схемы при наличии двух поверхностей ослабления?

7. Каковы основные положения расчета устойчивости откосов, сложенных песчано-глинистыми отложениями? Как формируется поверхность скольжения в однородных откосах?

8. Какие основные случаи надо рассматривать при анализе устойчивости неоднородных откосов, сложенных песчано-глинистыми отложениями? При каких

условиях поверхность скольжения проходит ниже основания откоса? Как формируется поверхность скольжения в глинистых породах, если на некоторой глубине от отметки основания откоса залегает прослой слабых отложений небольшой мощности?

9. Как оценивается влияние гидростатических и гидродинамических сил на устойчивость откосов? Докажите, что результирующая этих сил направлена перпендикулярно к отрезку плоскости скольжения в выделенном блоке и, таким образом, оказывает влияние только на нормальную составляющую напряжений  $N_i$ .

10. Какие методы существуют для приближенной оценки устойчивых параметров откосов без нахождения поверхности скольжения? Как определяется высота откоса в идеально-вязкой среде и в среде, обладающей трением и сцеплением? Объясните сущность метода  $F_p$ .

## Г л а в а 8

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД В ПОДЗЕМНЫХ ВЫРАБОТКАХ

#### § 1. ОСНОВНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О ДЕФОРМИРУЕМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД В ПОДЗЕМНЫХ ВЫРАБОТКАХ

Оценка устойчивости выработок, пройденных в толще горных пород, имеет принципиально иной характер по сравнению с наземными сооружениями, откосами карьеров и природных склонов.

Обеспечение устойчивости подземных выработок усложняется из-за широкого диапазона глубин (от десятков до тысяч метров), на которых ведутся горные работы. В настоящее время известны выработки, глубина которых превышает 4 км. Напряженное состояние пород вокруг выработок зависит от веса толщи, залегающей над выработкой, тектонических сил и возможного изменения естественного поля напряжений в результате ее проходки.

Согласно В. Д. Слесареву, устойчивыми следует считать такие выработки, деформации горных пород вокруг которых в основном упругие. В настоящее время, кроме упругих деформаций, предлагаются также рассматривать возможность развития деформаций затухающей ползучести, протекающей в течение небольшого отрезка времени. Если величины упругих деформаций и деформаций затухающей ползучести невелики, смещение контура выработки незначительно и не представляет опасности, то такие выработки считаются устойчивыми.

Выработку следует рассматривать как неустойчивую, если порода вокруг нее переходит в предельное напряженное состояние, при котором она либо обрушается, либо пластически деформируется в течение неограниченного времени. Следовательно, при проектировании, строительстве и эксплуатации подземных выработок весьма важно знать условия и возможность перехода горных пород вокруг выработки в предельное состояние. Факторы, способствующие этому переходу, могут быть разделены на природные и горно-эксплуатационные.

К природным факторам относятся: состав пород, их структурно-текстурные особенности, условия залегания, тектоническая обстановка участка, степень и глубина зоны выветривания, трещиноватость и физико-механические свойства пород, гидрогеологические условия, наличие геологических процессов, существовавших до проведения выработки.

Основными горно-эксплуатационными факторами являются: глубина выработок, размеры, форма и положение их в пространстве относительно элементов залегания пород и основной системы трещин, технология проходки, крепления и срок существования выработок, характер проявления горного давления. Исключительная сложность и многообразие влияния этих факторов на современном этапе исследований не могут быть в полной мере учтены при расчетах устойчивости подземных выработок.

Переход пород в предельное состояние особенно четко проявляется с увеличением глубины выработок и приобретает особое значение при ведении горных работ на больших глубинах. Понятие большая глубина выработки относительно и варьирует в широких пределах в зависимости от геологических и горно-эксплуатационных условий. Большая глубина разработки часто принимается за критическую, на которой начинается пластическое деформирование породы или возникают динамические явления (горные удары, стреляние и пр.) вокруг одиночных выработок либо вблизи забоев очистных выработок.

Выполненные в НИГРИ работы показали, что в условиях Крикого Рога зависимость между ростом пластических деформаций горных пород в выработках и их глубиной, характеризующая уровень напряженного состояния, выражается уравнением регрессии [7]

$$\bar{l}_m = \left( 7,34 \frac{\gamma H}{R_{cjk}} - 0,248 \right) \pm 0,1,$$

где  $\bar{l}_m$  — средняя глубина зоны развития пластических деформаций в массиве.

В зависимости от особенностей строения толщи, степени ее трещиноватости и расслоения, а также способности к развитию пластических деформаций наблюдаются следующие виды нарушения устойчивости пород в горных выработках:

1) вывалообразование, обычно происходящее в сильно трещиноватых горных породах, когда вес пород преимущественно над выработкой или в ее боках превышает их сопротивление отрыву;

2) разрушение пород по поверхностям ослабления, а также в зонах концентраций напряжений за счет веса всей вышележащей толщи, а также существующих тектонических напряжений;

3) развитие пластических деформаций пород во времени в пределах всего контура выработки без видимых признаков их разрушения.

Прогноз вывалаобразования весьма сложен из-за наличия целого ряда взаимосвязанных факторов, довольно трудно определяемых в количественном отношении. Н. С. Булычев предложил определять возможность образования вывалов в выработках с помощью эмпирического показателя устойчивости  $S$ , который является величиной безразмерной и включает ряд безразмерных коэффициентов, учитывающих влияние основных факторов [4]:

$$S = f \frac{K_M}{K_N} \frac{K_R K_W}{K_t K_A K_\alpha}, \quad (439)$$

где  $f$  — коэффициент крепости пород по М. М. Протодьяконову;  $K_M$  — коэффициент, учитывающий влияние степени трещиноватости пород; он определяется в зависимости от пролета выработки  $2a$  по модулю относительной трещиноватости  $n$ , равному  $2a/l$  ( $l$  — среднее расстояние между трещинами); в зависимости от  $n$  коэффициент  $K_M$  принимает следующие значения:

$n$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\geq 60$	$60-25$	$25-12$	$12-6$	$< 6$
$K_M$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$0,5-2,5$	$2,5-5,0$	$5,0-7,5$	$7,5-9,0$	$9-10$

$K_N$  — коэффициент, учитывающий число систем трещин или характер блочности пород, а также их слоистость (если трещины прерывистые и, кроме того, имеются скрытые поверхности ослабления,  $K_N=0,5-1,0$ , при наличии одной системы трещин — 2, двух систем — 4, трех — 9, четырех и более — 15, при раздробленной породе — 20); при условии, что системы трещин осложняются слоистостью, значения коэффициента  $K_N$  изменяются следующим образом: при одной системе трещин  $K_N$  равен 3, при двух — 6, при трех — 12;  $K_R$  — коэффициент, зависящий от характера поверхности стенок (при шероховатых  $K_R$  равен 4, при неровных волнистых — 3, при ровных волнистых — 2, при зеркальных волнистых — 1,5, при плоских ровных, заполненных вторичными образованиями, — 1,0, при наличии зеркал скольжения — 0,5);  $K_W$  — коэффициент, определяемый в зависимости от увлажнения пород и характера водопроявления в выработках (в сухих породах  $K_W=1,0$ ; во влажных — 0,8; при калеже — 0,5; при наличии притока воды по трещинам — 0,3);  $K_t$  — коэффициент, оценивающий степень раскрытия незаполненных трещин (при ширине менее 3 мм  $K_t=1$ , при 3—15 мм — 2 и более 15 мм — 4);  $K_A$  — коэффициент, зависящий от характера заполнителя трещин и наличия контакта между их стенками (при существовании контакта меняется в следующих пределах: если в качестве заполнителя присутствует кварц либо карбонаты — 1, песчаные и обломочные разности — 2, глинистые породы — 3, слюда, тальк или графит — 4; при отсутствии контакта и песчано-глинистом заполнителе — 5, при глинистом — 6—20);  $K_\alpha$  — коэффициент, зависящий от угла  $\alpha$  между осью выработки и основным направлением трещины;

Угол $\alpha$ , . . . . .	градус . . . . .	70—90	20—70	$<20$
$K_a$	. . . . .	1	1,5	2

Значения приведенных коэффициентов выбираются для наиболее развитой и опасной с точки зрения устойчивости выработок системы трещин.

Следует также отметить, что соотношение коэффициентов, входящих в формулу (439), имеет определенный физический смысл:  $K_m/K_n$  характеризует степень расчлененности толщи пород трещинами;  $K_R K_W / K_I K_A$  — прочность толщи пород с учетом ее трещиноватости.

В зависимости от показателя устойчивости  $S$  породы по их предрасположенности к вывалообразованию могут быть разделены на пять категорий (табл. 22) [4]:

Оценка устойчивости подземных выработок при наличии поверхности ослабления разрабатывалась рядом ученых: Г. Н. Кузнецовым, В. Ю. Изаксоном, Г. Л. Фисенко, М. С. Булычевым и др. Основной фактор, влияющий на устойчивость, — ориентировка поверхностей ослабления по отношению к направлению максимальных сжимающих напряжений. Если угол между ними равен  $90^\circ$ , то такие поверхности ослабления не влияют на устойчивость горных пород в подземных выработках и толща пород рассматривается как монолитная. Наиболее неблагоприятный случай возникает, когда направления главных напряжений совпадают с поверхностью ослабления. В горном деле предельное состояние равновесия, которое возникает по поверхности ослабления, называют *специальным* [4, 31]. Условие специального предельного состояния равновесия может быть записано в форме уравнения Кулона:

$$\tau = c^* + \sigma \operatorname{tg} \varphi^*, \quad (440)$$

где  $c^*$  и  $\operatorname{tg} \varphi^*$  — сцепление и коэффициент внутреннего трения по поверхности ослабления.

По данным В. Ю. Изаксона, угол внутреннего трения  $\varphi^*$  для пород угольных месторождений достаточно стабилен и равен  $20^\circ$ . Сцепление можно оценить, исходя из данных определения сцепления монолитной породы с и характера сформированных плоскостей ослабления. Так, например, Г. Н. Кузнецов рекомендует принимать  $c^*$  равной части величины  $c$  при наличии: микрослоисто-

Таблица 22

Категория устойчивости пород	Степень устойчивости	Значение $S$
I	Вполне устойчивые	$>70$
II	Устойчивые	$5—70$
III	Средней устойчивости	$1—5$
IV	Неустойчивые	$0,05—1,0$
V	Весьма неустойчивые	$<0,05$

сти —  $c^* = (0,6—0,8)c$ ; поверхностей отдельности —  $(0,3—0,6)c$ ; контактов слоев —  $(0÷0,3)c$ .

Для оценки устойчивости пород, имеющих поверхности ослабления, Г. Н. Кузнецов предложил использовать векторную диаграмму, которая определяет значения и направления максимальных главных напряжений (длина радиусов векторов от центра диаграммы до ее внешнего контура) в зависимости от направления этих напряжений относительно плоскостей ослабления [4]. Если в толще пород прослеживается несколько поверхностей ослабления, то для каждой из них строят свою векторную диаграмму, после чего эти диаграммы совмещают.

Устойчивость толщи пород с закономерно расположеннымми поверхностями ослабления может оцениваться также на основании определения условных зон нарушения сплошности толщи по этим поверхностям около горной выработки.

Условная зона не должна отождествляться с действительной зоной нарушения сплошности. М. С. Булычев предлагает использовать попятие об условных зонах как сравнительный критерий устойчивости пород при обосновании вариантов формы сечения выработки, ее расположения относительно поверхностей ослабления. Для оконтуривания таких зон находят напряжения  $\tau = f_1(z, y)$  и  $\sigma = f_2(z, y)$  для каждой системы поверхностей ослабления (случай плоской задачи) и подставляют значения рассчитанных  $\tau$  и  $\sigma$  в уравнение (440). Сравнивая напряжения с прочностью пород, определяют точки, в которых выполняется условие специального предельного равновесия. Такие расчеты обычно выполняют с помощью ЭВМ.

В. Ю. Изаксон на основании проведенных исследований показал, что нарушение устойчивости окружающих выработку пород (по сравнению с однородной толщой) наблюдается в том случае, когда расстояние между поверхностями ослабления  $m$  достаточно мало и удовлетворяет неравенству

$$m \leq 0,1\eta_1 \frac{R_{cж}}{R_p} \cdot 2a, \quad (441)$$

где  $R_{cж}$  и  $R_p$  — прочность монолитной породы соответственно на одноосное сжатие и растяжение;  $2a$  — максимальный размер поперечного сечения выработки;  $\eta_1$  — коэффициент, зависящий от типа поверхности ослабления, прочности монолитной породы, глубины расположения выработки (табл. 23).

В настоящее время широко распространена методика оценки предельного состояния пород вокруг выработки по величине  $R_{cж}/\gamma H$  (где  $\gamma H$  — вес столба породы над выработкой,  $R_{cж}$  — прочность породы на одноосное сжатие).

При нарушении устойчивости выработки при развитии пластических деформаций пород без видимого нарушения сплошности, что особенно характерно для глинистых пород, аргиллитов, алевролитов, глинистых сланцев, по данным экспериментальных ис-

Таблица 23

Глубина, м	Значения коэффициента $\tau_1$ в зависимости от типа поверхности ослабления и прочности монолитной породы на одностороннее сжатие													
	контакты слоев						поверхности отдельностей							
	10	20	30	40	50	60	10	20	30	40	50	60		
100	0,60	0,44	0,28	0,22	0,075	0,03	0,28	0,22	0,075	0,03	0,02	0,01		
200	0,72	0,60	0,44	0,28	0,22	0,075	0,44	0,28	0,22	0,075	0,03	0,02		
300	0,80	0,72	0,60	0,44	0,28	0,22	0,60	0,44	0,28	0,022	0,075	0,03		
400	0,83	0,80	0,72	0,60	0,44	0,28	0,72	0,60	0,44	0,28	0,22	0,075		
500	0,87	0,83	0,80	0,72	0,60	0,44	0,80	0,72	0,60	0,44	0,28	0,22		
600	0,90	0,87	0,83	0,80	0,72	0,60	0,83	0,80	0,72	0,60	0,44	0,28		

Таблица 24

Категория устойчивости пород	Степень устойчивости	Длительность обнаружения пород	Характер разрушения пород
I	Весьма устойчивые	Неограниченная	Отсутствует
II	Устойчивые	До 6 мес	Высыпывание отдельных кусков породы
III	Средней устойчивости	До 0,5 мес	Локальные разрушения и отдельные вывалы на глубину до 1 м
IV	Неустойчивые	До 1 сут	Разрушение охватывает большую часть контура выработки и распространяется на глубину более 1 м
V	Весьма неустойчивые	Немедленное разрушение	Переход в движение значительных объемов пород

Таблица 25

Категория устойчивости пород	Степень устойчивости	Смещения $U$ , мм		
		Ссадочные породы (песчаники, алевролиты, аргиллиты, известняки, уголь и др.)	Известковые породы (граниты, диориты, порфириты и др.)	Соляные породы (каменная соль, сильвинит, карналлит и др.)
I	Устойчивое	$<50$	$<20$	$<200$
II	Среднеустойчивое	50—200	20—100	200—300
III	Неустойчивое	200—500	100—200	300—500
IV	Сильно неустойчивое	$>500$	$>200$	$>500$

следований получены следующие значения  $R_{сж}/\gamma H$ , позволяющие судить об их устойчивости: 1) 0,6 — устойчивые в течение 6 мес; 2) 0,3—0,6 — от 0,5 мес до 1 сут; 3)  $<0,3$  — неустойчивые (деформируются при проходке выработки).

В общем случае устойчивость горных пород в выработках можно характеризовать следующими признаками: а) временем относительно устойчивого состояния выработки без крепления по-

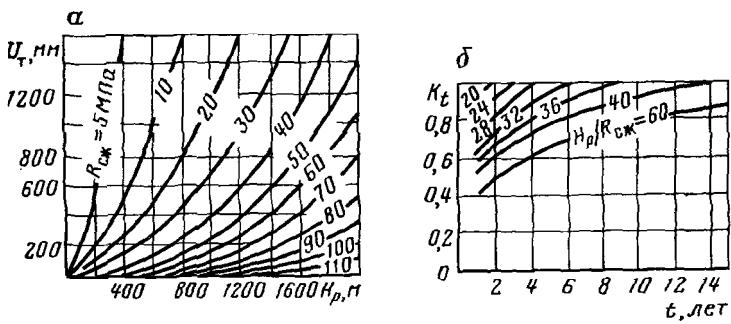


Рис. 66. Графики для определения параметров величины смещения пород в горизонтальных и наклонных выработках:

*α* — для типового смещения  $U_t$ ; *β* — для коэффициента влияния времени возвведения крепи  $K_t$

сле проходки; б) зоной развития деформаций пород от контура выработки в глубь толщи [4] (табл. 24).

В качестве критерия определения категорий устойчивости пород СНиП II-94—80 рекомендуют использовать величину их смещения на контуре поперечного сечения выработки на весь срок ее службы без крепи. При этом критическая величина смещения устанавливается дифференцированно в зависимости от типов пород, в которых пройдена горизонтальная либо наклонная выработка (табл. 25) [29].

Величина смещения  $U$  контура выработки, пройденной в осадочных или изверженных породах, рассчитывается по следующей формуле:

$$U = K_\alpha K_\theta K_s K_b K_t U_t, \quad (442)$$

где  $U_t$  — смещение пород в мм, принятное за типовое, определяемое по графику (рис. 66,*а*) в зависимости от расчетного сопротивления пород одноосному сжатию  $R_{cж}$  и расчетной глубины расположения выработки  $H_p$ ;  $K_\alpha$  — коэффициент влияния угла падения пород и направления выработки относительно простирания пород или основных плоскостей трещиноватости (табл. 26);  $K_\theta$  — коэффициент направления смещения пород: при оценке смещения со стороны кровли или почвы (в вертикальном направлении)  $K_\theta = 1$ , при расчете боковых смещений пород (в горизонтальном направлении)  $K_\theta$  определяется по табл. 26;  $K_s$  — коэффициент влияния размера выработки, определяемый по формуле  $K_s = 0,2(b-1)$ , где  $b$  — ширина выработки при проходке, м;  $K_b$  — коэффициент воздействия других выработок: для одиночных  $K_b = 1,0$ ; для пересекающихся — 1,6, для параллельных —  $(b_1 + b_2)$ ,  $K_L/L$  ( $L$  — расстояние между выработками, м;  $b_1 + b_2$  — суммарная ширина взаимовлияющих выработок в проходке, м);  $K_t$  — коэффициент, определяемый по табл. 27;  $K_t$  — коэффициент влияния времени возведения крепи; для выработок, срок службы которых  $t > 15$  лет,

Таблица 26

Направление проходки выработки	Значения коэффициентов $K_\alpha$ и $K_\theta$ при разных углах залегания пород или основных плоскостей трещиноватости, градус											
	До 20		30		40		50		60		> 70	
	$K_\alpha$	$K_\theta$	$K_\alpha$	$K_\theta$	$K_\alpha$	$K_\theta$	$K_\alpha$	$K_\theta$	$K_\alpha$	$K_\theta$	$K_\alpha$	$K_\theta$
По простира-нию	1,00	0,35	0,95	0,55	0,80	0,80	0,65	1,20	0,60	1,70	0,60	2,25
Вкrest про-стирания	0,70	0,55	0,60	0,80	0,45	0,95	0,25	0,95	0,20	0,80	0,15	0,55
Под углом к простирианию	0,85	0,45	0,80	0,65	0,65	0,90	0,45	1,05	0,35	1,10	0,35	0,95

$K_t = 1$ , при  $t < 15$  лет значение  $K_t$  берется с графиков (см. рис. 66,б).

Расчетную глубину размещения выработки  $H_p$  согласно СНиП II-94—80 рекомендуется определять по формуле

$$H_p = kH, \quad (443)$$

где  $H$  — проектная глубина выработки, м;  $k$  — коэффициент, учитывающий напряженное состояние толщи пород по сравнению с напряжением собственного веса  $\gamma H$ ; для обычных горно-геологических условий  $k=1$ ; для районов, подверженных движениям земной коры в зонах тектонических нарушений, а также при отсутствии экспериментальных данных  $k=1,5$ .

Расчетное сопротивление пород одноосному сжатию по контуру поперечного сечения выработки согласно СНиП II-94—80 следует оценивать с учетом всех пересекаемых выработкой слоев мощностью более 0,1 м, залегающих на расстоянии от контура сечения выработки; в кровле —  $1,5 \cdot 2a$ , в почве и боках выработки —  $1 \cdot 2a$  (где  $2a$  — ширина выработки).

Необходимо отметить, что переход пород в предельное состояние на больших и малых глубинах качественно различен. В тоннелях, капитальных и подготовительных выработках при разработке полезных ископаемых на малых глубинах разрушение пород происходит в ограниченной области свода обрушения, формирующегося над выработкой. На таких глубинах влияние очистных выработок на подготовительные практически не оказывается даже при оставлении целиков небольших размеров.

При ведении горных работ на больших глубинах переход пород в предельное состояние и их разрушение захватывает обширные области и объемы пород, скорость смещения пород в выработках увеличивается. Параметры выработок, их расположение и тип крепи в этом случае принимают в зависимости от характера деформаций пород в выработках.

При добыче полезных ископаемых на больших глубинах устойчивость подготовительных выработок существенно снижается из-

Таблица 27

Расчетная глубина выработки $H_p$ , м	Коэффициент $K_H$ при расчетном $R_{CJ}$ , МПа							
	Для выработок по простиранию				Для выработок вкrest простирания			
	30	60	90	>120	30	60	90	>120
До 300	3,5 2,0	1,8 1,6	1,5 1,3	1,2 1,0	1,8	1,5	1,2	1,0
300—600	4,0 2,5	2,0 1,8	1,7 1,5	1,4 1,2	2,2	1,8	1,5	1,2
600—900	4,5 3,0	2,5 2,1	2,0 1,7	1,6 1,4	2,6	2,1	1,7	1,4
900—1200	5,0 3,5	3,5 3,0	2,5 2,0	1,8 1,6	3,0	2,5	2,0	1,5
Свыше 1200	5,5 4,0	4,0 3,5	3,0 2,3	2,0 1,8	3,4	2,9	2,4	1,7

Приложение. В числителе приведены значения для выработок с  $\alpha \leq 35^\circ$ , в знаменателе — с  $\alpha > 35^\circ$ .

за очистных работ, поскольку разрушаются даже предохранительные целики больших размеров. В очистных выработках в предельное состояние переходят не только породы впереди забоя, но и породы непосредственной кровли и почвы [31].

Следовательно, при разработке полезных ископаемых на больших глубинах устойчивость следует рассчитывать не для изолированной выработки, а с учетом совместного влияния выработок по отдельным подэтажам, этажам и т. д.

Устойчивость эксплуатируемых выработок обеспечивается следующими способами:

- 1) приданием поперечному сечению выработок надлежащих формы и размеров;
- 2) сохранением более прочных пород в кровле и почве, а также целиков полезного ископаемого;
- 3) сооружением искусственной крепи;
- 4) расположением выработок в зонах наименьших напряжений;
- 5) искусственным снижением напряжений пород;
- 6) искусственным укреплением пород, окружающих выработку.

Возможна также комбинация указанных способов.

Первый из перечисленных способов, пригодный лишь при проведении выработок в достаточно прочных, нетрециноватых породах на малых глубинах, широко используется в практике тоннельного строительства: поперечному сечению тоннелей часто придают подковообразную форму. В подземных выработках благоприятную форму выработки нередко сочетают с креплением торкрет-бетоном для предотвращения выветривания пород.

Предохранительную толщу (подкровельную и почвенную) оставляют для увеличения устойчивости соответственно верхней и нижней частей выработок, когда полезное ископаемое прочнее

вмещающих пород, а также при отсутствии ослабленных контактов. Подкровельной толще придают сводчатую или плоскую форму. Мощность такой толщи может быть определена по формулам Слесарева для плоской потолочины или на основании опытных данных. В соляных и некоторых угольных шахтах подкровельная толща может служить также для изоляции выработки от притоков воды.

Целики имеют различное назначение: предохранительное, охранное и барьерное. Первые оберегают подземные выработки от влияния соседних (например, подготовительных от очистных). Охранные целики используются в борьбе со сдвижением дневной поверхности над подземными выработками. Барьерные целики предохраняют выработки от прорывов воды и газов, скопившихся в старых, заброшенных выработках.

Использование целиков для обеспечения устойчивости вышележащей толщи наиболее эффективно при проходке выработок на небольших глубинах, когда породы целика не переходят в предельное состояние и служат опорой, предотвращая сдвижение пород над выработкой.

Оставлять целики на больших глубинах целесообразно, если там залегают весьма прочные породы, в которых целик сохраняется в течение всего периода эксплуатации выработки. Однако на таких глубинах часто наблюдается раздавливание целиков, сопровождающееся сдвижением и разрушением пород кровли на больших участках. При разработке пластовых месторождений целесообразна бесцеликовая схема ведения работ, особенно при отработке свит пластов или слоевой разработке мощных пластов, когда зоны концентраций напряжений от каждого пласта или слоя накладываются друг на друга [31].

Для поддержания выработок в устойчивом состоянии используется крепь, т. е. искусственное сооружение, возводимое в подземных выработках для предотвращения обрушения вмещающих пород и сохранения их необходимых размеров и поперечных сечений выработок [19]. Конструкция жесткой крепи не допускает изменения формы и размеров крепи в целом и отдельных ее элементов. Податливая крепь может изменять свою форму и размеры вследствие взаимного смещения элементов или разрушения отдельных элементов без потери несущей способности и устойчивости.

Крепь горных выработок классифицируют: по типу выработки (капитальная, подготовительная и очистная), в которой ее используют; по материалу (деревянная, бетонная, железобетонная, каменная, смешанная); по конструктивным особенностям (сплошная, рамная, многошарнирная); по сроку службы (временная, постоянная) и т. д.

Выбор крепи определяется техническими, производственными и экономическими факторами.

Постоянную и жесткую крепь применяют в основном в транспортных тоннелях, капитальных выработках (при добыче полез-

ных ископаемых), которые находятся, как правило, вне зоны влияния других выработок. Такая крепь изготавливается из долговечных материалов: бетона или железобетона. Для капитальных выработок на больших глубинах при наличии сильно деформирующихся пород используется стальная крепь.

Подготовительные выработки обычно подвержены влиянию очистных работ, особенно на больших глубинах, когда смещение контура выработки может быть значительным вследствие интенсивного деформирования породы. В этих условиях лучше всего работает податливая крепь, металлическая или деревянная, которая подбирается в зависимости от ожидаемых смещений в породе, их характера и направленности.

На основе обобщения большого фактического материала во ВНИМИ установлена зависимость между относительными смещениями кровли (почвы) выработки ( $U$ , мм) и несущей способностью крепи ( $p$ , МПа):

$$p = 0,01(6,035U - 2). \quad (444)$$

Эта формула наиболее пригодна при смещениях более 500 мм.

Так как с увеличением глубины разработки устойчивость выработок резко снижается и, кроме того, возрастает влияние очистных работ на устойчивость выработок, в настоящее время внедряется способ предварительной разработки пласта, при котором горные работы проходят в зонах пониженных давлений. В зоне влияния пройденных ранее выработок за счет обрушения кровли и деформаций почвы часть напряжений снимается и передается на соседние участки. При проходке выработок в разрушенной области давление обусловлено только весом пород в пределах свода обрушения. Г. Л. Фисенко [31] отмечает, что наиболее благоприятные условия создаются спустя определенное время после проведения очистных работ на расстоянии не более 40 м от границы выработанного пространства.

На больших глубинах, где возможны динамические явления (горные удары, стреляние пород), в зоне влияния выработки напряжения искусственно снижают, изменяя состояние пород таким образом, чтобы они приобрели способность к пластическому деформированию и соответственно к перераспределению напряжений. С этой целью используют камуфлетное взрывание породы в скважинах, пройденных в боках выработки, или нагнетание воды; в некоторых случаях можно ограничиться бурением глубоких скважин большого диаметра в бока выработки. Для охраны целиков и соответственно штреков вдоль обеих сторон выработки создаются бутовые полосы, которые служат «пластичными» опорами, уменьшающими действующие напряжения, причем область концентраций напряжений отодвигается в глубь горных пород, окружающих выработку.

Искусственное укрепление пород обычно проводится при работах на небольших глубинах в сильно трещиноватых породах, где возможны местные вывалы и обвалы. Наиболее широко применя-

ются цементация и смолизация пород. В расслаивающихся толщах кровли выработки для упрочнения пород используют штанговую крепь. С помощью штанг могут быть закреплены и трещиноватые породы в кровле и боках выработки при условии сохранения их устойчивого состояния без поддерживающей крепи.

Комбинация различных методов обеспечения устойчивости обычно используется в достаточно неустойчивых породах для поддержания выработок длительного срока службы. Однако вопрос взаимодействия крепи выработок с горными породами является предметом исследования новой дисциплины—механики подземных сооружений, в которой «подземные конструкции (крепь горных выработок или обделки подземных сооружений) и окружающая толща горных пород рассматриваются и рассчитываются как единая деформируемая система, причем давление горных пород на крепь (нагрузки), а точнее, напряжения на контакте между крепью и породой не задаются в качестве исходных данных, а определяются в процессе единого расчета» [4, с. 3].

## § 2. ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД ОКОЛО ПОДЗЕМНЫХ ВЫРАБОТОК

При исследовании вопросов устойчивости выработок, опорных целиков, потолочин в расчетах давления пород на крепь первостепенное значение приобретает вопрос о естественном напряженном состоянии горных пород до проведения выработок.

Как уже было показано ранее (см. гл. 3), напряжения в толще горных пород возникают главным образом под действием гравитационных и тектонических сил. Кроме того, в приповерхностных зонах следует учитывать форму рельефа дневной поверхности, с глубиной влияние этого фактора ослабевает.

Основной активной действующей силой считается гравитационная, обусловленная весом вышележащей толщи над точкой, в которой определяются напряжения. Повсеместно действующая гравитационная сила характеризуется вертикальным вектором.

Действие вертикальной составляющей вызывает боковой отпор породы, реактивные силы которого обуславливают горизонтальные составляющие напряжений.

Проходка горных выработок существенно изменяет естественное напряженное состояние горных пород и приводит к перераспределению напряжений. Характер такого изменения определяется совокупностью факторов, главными из которых являются следующие:

- 1) форма и размеры поперечного сечения, соотношение длины, ширины и высоты выработки, близость соседних выработок;
- 2) физико-механические свойства пород, окружающих выработки, и возможность их изменения под влиянием напряженного состояния и агентов выветривания;
- 3) особенности естественного напряженного состояния пород до проведения выработки;
- 4) влияние способов проходки и эксплуатации выработок.

Наиболее полно учитываются факторы первой и третьей групп, поскольку в настоящее время для этой цели разработаны аналитические и экспериментальные методы. В стадии разработки находится рассмотрение факторов второй группы. Основные аналитические решения, описывающие поведение пород вокруг горной выработки, базируются на модели теории упругости. Значительно менее разработаны методы анализа неупругого поведения пород с учетом развития ползучести и пластических деформаций. Четвертая группа факторов при определении напряженного состояния учитывается большей частью только качественно [29].

Как показали многочисленные наблюдения, вокруг горной выработки происходит перераспределение естественного поля напряжений, при этом выделяются зоны, в которых напряжения меньше первоначальных и значительно выше их. Отношение напряжений, возникших после прохождения выработки, к начальным напряжениям в этой же точке принято характеризовать некоторыми безразмерными коэффициентами, называемыми *коэффициентами концентраций напряжений*. Наибольшая величина концентраций напряжений составляет 4—6. Впервые теоретическое решение задачи о распределении напряжений вокруг горизонтальной горной выработки было дано А. Н. Динником, А. Б. Моргаевским и Г. Н. Савиным, которые рассматривали горные породы как сплошные изотропные и упругие тела, подчиняющиеся закону Гука. В плоской кровле и почве выработки возникают растягивающие напряжения (рис. 67)

$$\sigma_p = K_1 \frac{\mu}{1-\mu} \gamma H, \quad (445)$$

где  $K_1$  — коэффициент концентрации напряжений.

По мере удаления от кровли или почвы выработки соответственно вверх или вниз величины растягивающих напряжений убывают до нуля, а затем переходят в сжимающие, достигающие значений, свойственных естественному напряженному состоянию. На стенках выработки действуют сжимающие напряжения

$$\sigma_{\text{сж}} = K_2 \gamma H, \quad (446)$$

где  $K_2$  — коэффициент концентраций сжимающих напряжений. Сжимающие напряжения постепенно уменьшаются по мере удаления от выработки до  $\sigma_z = \gamma H$  (см. рис. 67).

Распределение максимальных и минимальных главных напряжений и максимальных касательных напряжений вокруг выработки, по существу, определяют состояние горных пород вокруг нее (рис. 68). При симметричности внешней нагрузки изолинии напряжений располагаются также симметрично. В кровле и почве выработок напряжения  $\sigma_{\min}$  являются растягивающими.

Наибольшие значения коэффициента концентрации напряжений отмечаются в углах выработки и на боковых стенках ( $K_2 > 2$ ). В кровле и почве выработки эти коэффициенты невелики ( $K_1 \leq$

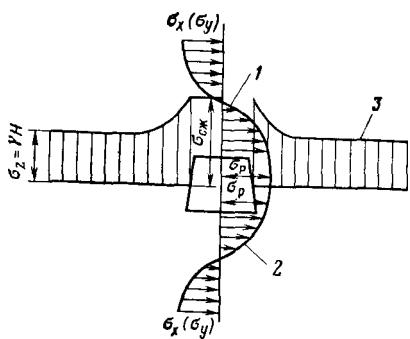
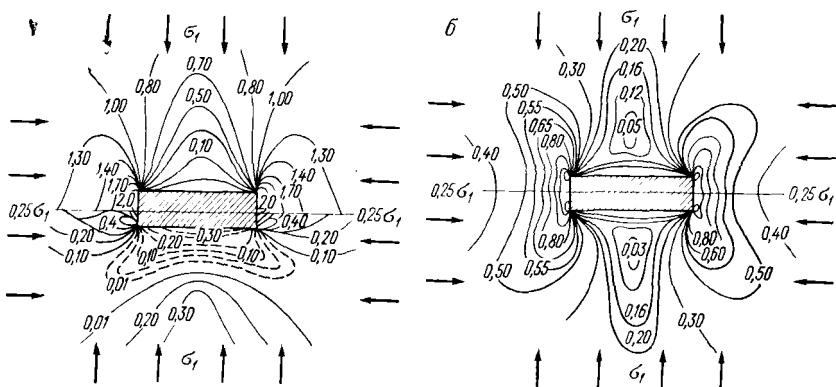


Рис. 67. Эпюры растягивающих напряжений в кровле (1), почве (2) и сжимающих напряжений в боковых стенах (3) выработки



*Рис. 68. Изолинии главных (а) и максимальных (б) касательных напряжений вокруг выработки прямоугольного сечения (на изолиниях даны значения коэффициента  $K$ )*

$\leqslant 0,3$ ). Однако с учетом того, что в таких областях действуют растягивающие напряжения, а прочность пород на растяжение невысока, при оценке устойчивости кровли следует обращать особое внимание на ее напряженное состояние. С увеличением ширины выработки по сравнению с ее высотой величина растягивающих напряжений в кровле (почве) растет. Растягивающие напряжения в кровле прямоугольной формы максимальны, при трапециевидной форме — на 30% меньше. В выработках круглого или эллиптического сечения концентрации напряжений на контуре выработки значительно меньше, чем в выработках трапециевидной формы, а растягивающие напряжения могут быть равны нулю. Однако зависимости (445) и (446) не дают полного представления об устойчивости пород, так как в реальных условиях разрушения, наблюдаемые в одной или нескольких точках около выработки, не определяют еще нарушений устойчивости выработки в целом. Кроме того, коэффициенты  $K_1$  и  $K_2$  не зависят от размеров выработки, а определяются лишь ее формой, а также начальными напряжениями.

Зона влияния выработки относительно невелика и зависит от ее формы. Если сечение прямоугольное, то зона влияния состав-

ляет 3,5 ширины выработки, для сводчатой формы — 2,5—3,0, для круглой и эллиптической — 1,5—2,0 [19]. В отдельных случаях радиус области влияния выработки может быть в 5 раз больше ее ширины. Следовательно, устойчивость незакрепленной горной выработки будет зависеть от соотношения показателей прочности породы и величины напряжений в зоне выработки. Если величина растягивающего напряжения в кровле (почве) выработки равна или меньше предела прочности пород кровли (почвы) на растяжение  $R_p$ , то состояние пород условно можно считать устойчивым. Аналитически это условие может быть записано в виде

$$R_p \geq K_1 \frac{\mu}{1-\mu} \gamma H.$$

При обратном соотношении следует ожидать разрушения кровли (почвы) выработок. Породы в боках выработки устойчивы при условии  $R_{сж} \geq K_2 \gamma H$ . Кроме того, величина максимальных касательных напряжений должна быть равна или меньше прочности породы на сдвиг  $\tau$ , т. е.  $K_2 \frac{\gamma H}{2} \leq \tau$ .

Очевидно, что разрушение стенок выработок будет происходить при условии  $K_2 \gamma H > R_{сж}$ ;  $\frac{K_2 \gamma H}{2} > \tau$ .

Критерий устойчивости пород, обладающих пластическими свойствами, может быть записан в несколько иной форме [4]:

$$K_2 \gamma H \leq R_{сж} K_{уст}, \quad (447)$$

где  $K_{уст}$  — коэффициент повышения устойчивости пород,

$$K_{уст} = 1 + \frac{1}{\sin \varphi} (\Pi_e^{\sin \varphi} - 1), \quad (448)$$

здесь  $\Pi_e$  — показатель, характеризующий пластические свойства пород,

$$\Pi_e = \left[ 1 - \sin \varphi \left( 1 - \frac{2\gamma H_c}{R_{сж}} \right) \right]^{\frac{1}{\sin \varphi}}, \quad (449)$$

где  $H_c$  — предельная глубина пластических деформаций пород, протекающих без разрушения. Величина  $K_{уст} \geq 1,0$ , поскольку в пластических материалах, в том числе и горных породах, возникновение концентраций напряжений менее опасно, чем в хрупких.

Теоретические работы о распределении напряжений при нелинейной зависимости между напряжениями и деформациями показывают, что физическая нелинейность приводит к более равномерному распределению напряжений вокруг выработок [4]. Выравнивание напряжений происходит вследствие пластического деформирования пород. Следовательно, решение задачи с использованием положений теории упругости дает самые высокие значения напряжений.

Так как реальное напряженное состояние пород не соответствует условиям, принятым при теоретическом решении задачи, во многих случаях теоретическую интерпретацию следует рассматривать как качественную, характеризующую лишь общую тенденцию изменения напряженного состояния. Поэтому она должна быть дополнена данными непосредственных измерений и прогноза напряжений в соответствующих геологических условиях.

### § 3. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ В ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ВЫРАБОТКАХ

Породы в непосредственной близости от выработки всегда несколько ослаблены из-за повышенной их трещиноватости и проявлений пластических деформаций. Поэтому вокруг выработки образуется область неупругих деформаций, в которой напряжения перераспределяются, и зона концентрации напряжений отводится в глубь толщи пород.

В породах, непосредственно окружающих выработку, формируется область пониженных напряжений, за которой располагается область повышенных значений напряжений — зона опорного давления (рис. 69, а).

Опорное давление возникает за счет веса вышележащих пород  $\gamma H$  и суммы изгибающих моментов пород, которые зависят при проходке выработки. Оно фиксируется при наличии любой полости в толще пород вне зависимости от геологического строения и особенностей их свойств [3]. Опорное давление играет решающую роль при возникновении горных ударов, стрелянии пород, внезапных выбросах. Эти явления связаны обычно с породами, имеющими ярко выраженные упругие свойства или характеризующимися хрупким разрушением. В породах с пластическими свойствами под действием опорного давления наблюдается пучение почвы выработок, конвергенция их стенок и кровли.

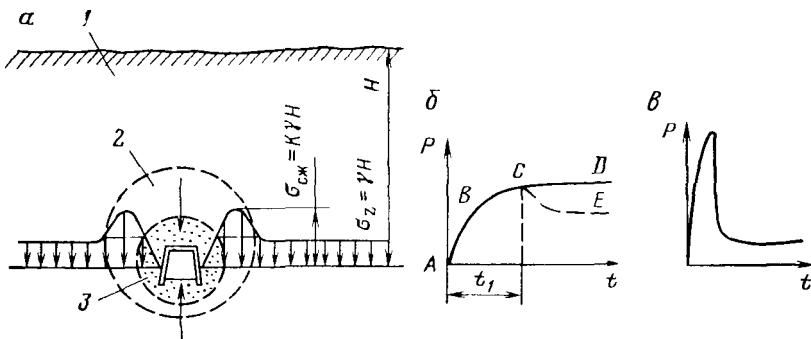


Рис. 69. Характер распределения напряжений вокруг горной выработки:  
а — расположение зон напряжений (1 — естественных напряжений; 2 — опорного давления; 3 — пониженных напряжений); б—в — изменение горного давления во времени соответственно в связных и пассивных породах

Закономерности проявления опорного давления зависят от типа пород, системы разработки, способов крепления выработок и др. Многочисленные исследования, выполненные ЛГИ на угольных месторождениях, показали, что расстояние от забоя выработки до сечения, в котором фиксируется максимум опорного давления, составляет 8—9 м.

Опорное давление характеризует одну из форм возникновения и развития горного давления. Согласно определению П. М. Цимбаревича, горное давление есть объемная сила, которая вызывает деформации обнажений горных пород в выработках вследствие изменения их первоначального напряженного состояния. Горное давление нарастает чаще всего постепенно. Характер его развития во времени зависит от свойств пород (см. рис. 69, б, в). Участок *AB* соответствует деформированию пород без разрыва сплошности, *BC* — процессу трещинообразования. В случае, если трещинообразование приостанавливается, например при действии жесткой крепи, горное давление становится постоянным (участок *CD*); величина его снижается в результате образования свода естественного равновесия (участок *CE*). В несвязанных породах такой свод образуется относительно быстро и поэтому горное давление резко снижается во времени.

Различают неустановившееся или первичное горное давление, развивающееся за промежуток времени  $t_1$ , и установленное или вторичное (участок *CD* или *CE*).

В настоящее время не существует общей теории горного давления. Одни исследователи доказывают общность его проявлений в различных условиях и считают необходимым создание единой теории, другие полагают, что в различных геологических условиях и при разной технологии ведения работ оно имеет свою специфику и, следовательно, целесообразен дифференцированный подход к разработке его теории.

Все теоретические работы по определению горного давления могут быть разделены на пять основных групп:

1. Горные породы рассматриваются как дезинтегрированная среда, обладающая внутренним трением или трением и сцеплением, к которой применимы законы сыпучих сред. В задаче учитывается только давление отделившейся части горной породы над выработкой — теория свода (исследования М. М. Протодьяконова, П. М. Цимбаревича, Н. М. Покровского и др.).

2. Толща горных пород, окружающих выработку, рассматривается как слоистая среда, состоящая из балок (плит) различной толщины и прочности, для расчета устойчивости которой используются положения теории сопротивления материалов (работы Д. С. Ростовцева, В. Д. Слесарева, Г. Н. Кузнецова, А. А. Борисова и др.).

3. Горные породы рассматриваются как сплошная однородная среда, подчиняющаяся законам упругости. Давление на крепь считается результатом напряжений, возникающих в окружающих вы-

работку горных породах (работы А. Н. Динника, С. Г. Лехницкого, Г. Н. Савина и др.).

4. Давление горных пород на крепь рассчитывается на основе теории предельного равновесия (методы К. В. Руппенейта, С. Г. Авершина, Ф. А. Белаенко и др.).

5. Величина давления определяется с учетом реологических свойств пород (методы В. И. Розовского, Ж. С. Ержанова, В. Г. Гмошинского, М. П. Бродского и др.).

Наряду с теоретическими работами в настоящее время ведутся экспериментальные исследования по определению величины горного давления непосредственно в выработках с помощью глубинных реперов, струнных датчиков, методом разгрузки пород, геофизическими методами и т. д., а также с применением различных способов моделирования (оптического, центробежного, эквивалентных материалов).

**Метод М. М. Протодьяконова.** Этот метод базируется на гипотезе формирования свода, впервые предложенный еще в конце XIX в. проф. В. Риттером. Суть этой гипотезы сводится к тому, что при проходке выработки в ее кровле формируется свод естественного равновесия параболического очертания. Этот свод воспринимает давление от вышележащих пород. Таким образом, на крепь давят только порода, заключенная внутри свода. Образование такого свода было доказано с помощью простого эксперимента. Ящик, на дне которого имелось отверстие, закрытое пластиной, заполнялся влажным песком. При открывании отверстия некоторый объем песка высыпался и над отверстием формировался свод, который поддерживал залегающий выше песок, не давая ему высыпаться (рис. 70, а).

Аналитическое решение этой задачи может быть представлено в следующем виде. Свод естественного равновесия  $AOB$  сформировался над выработкой шириной  $2a$  в несвязной породе (см. рис. 70, а). Свод высотой  $b$  воспринимает давление от вышележащих пород как равномерно распределенную нагрузку  $p = \gamma H$  ( $\gamma$  — плотность породы;  $H$  — глубина выработки). Выделим некоторый элемент свода  $OM$  и рассмотрим, какие силы действуют на него.

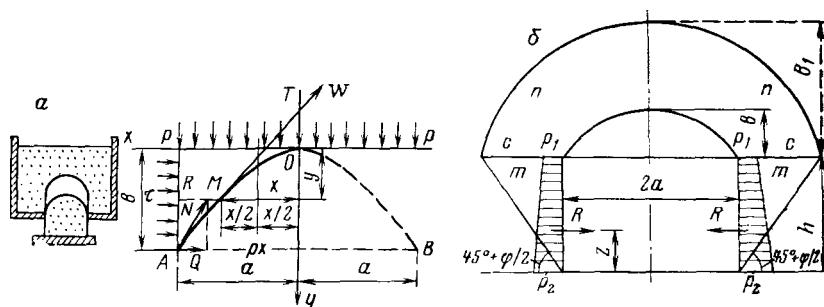


Рис. 70. Схемы расчета горного давления по М. М. Протодьяконову (а) и П. М. Цимбаревичу (б).

Начало координат расположим в вершине свода  $O$ . Действие правой части свода на этот элемент заменим силой  $T$ , действующей в точке  $O$ . Равнодействующая от вертикального давления равна  $px$ . От нижней части левой половины свода  $AM$  действует реактивная сила  $W$ , направленная по касательной и приложенная в точке  $M$ . Поскольку часть свода  $OM$  находится в равновесии, сумма моментов всех сил относительно точки  $M$  равна нулю, т. е.

$$px \frac{x}{2} - Ty = 0, \quad (450)$$

откуда

$$y = \frac{p}{2T} x^2. \quad (451)$$

Поскольку точка  $M$  взята на контуре свода произвольно, то свод естественного равновесия, как следует из (451), имеет параболическое очертание. Для точки  $A$  уравнение будет иметь вид

$$\frac{pa^2}{2} = Tb. \quad (452)$$

Реакцию опоры  $R$  в точке  $A$  разложим на вертикальную  $N$  и горизонтальную  $Q$  составляющие. Сила  $N$  создает давление на частицы породы и вызывает силу трения, а сила  $Q$  стремится сдвинуть опору с места. Для условий равновесий сумма проекций всех сил на любую из осей равна нулю. Спроектируем силы на оси  $x$  и  $y$ :  $Q = T = 0$ ;  $N = Pa = 0$ . Тогда  $Q = T$  и  $N = Pa$ .

Следовательно, сила трения, возникающая в опоре  $A$ ,

$$Nf_0 = Pa f_0,$$

где  $f_0$  — коэффициент трения. При сдвигающей силе

$$Q = Pa f_0 \quad (453)$$

свод переходит в состояние предельного равновесия.

Для того чтобы гарантировать его устойчивость, требуется дополнительная величина сопротивления сдвигу. М. М. Протодьяконов ввел величину горизонтального сдвигающего усилия  $\tau$ . Тогда условие равновесия

$$Q + \tau b = pa f_0, \quad (454)$$

откуда  $Q = pa f_0 - \tau b$ . Поскольку  $Q = T$ , то уравнение кривой в точке  $A$  можно записать на основании формулы (452) в виде

$$\frac{pa^2}{2} = Qb. \quad (455)$$

Подставляя значения  $Q$  из выражения (454) в (455), получим

$$\frac{pa^2}{2} = (pa f_0 - \tau b)b. \quad (456)$$

Следовательно,

$$\tau = pa \frac{2f_0 b - a}{2b^2}. \quad (457)$$

Из уравнения (457) определим максимальную высоту выработки, взяв производную  $\tau$  по  $b$  и приравняв ее нулю:

$$\frac{d\tau}{db} = 0;$$

$$\frac{d\tau}{db} = pa \left[ \frac{2f_0 b^2 - (2f_0 b - a)4b}{4b^4} \right] = pa \frac{a - bf_0}{b^3} = 0. \quad (458)$$

Приравняв числитель к нулю, получим

$$pa^2 - pabf_0 = 0, \quad (459)$$

откуда  $b = a/f_0$ . На крепь давит лишь порода, находящаяся внутри свода естественного равновесия. Величина горного давления на 1 м выработки

$$P = \frac{2}{3} \cdot 2ab\gamma = \frac{2}{3} \cdot 2a \frac{q}{f_0} \gamma = \frac{4}{3} \frac{a^2}{f_0} \gamma. \quad (460)$$

Этот метод расчета горного давления М. М. Протодьяконов распространил и на связные породы, заменив коэффициент внутреннего трения  $f_0$  коэффициентом крепости  $f$ .

Согласно равенству (460), горное давление зависит не от глубины расположения выработки, а от ее размеров и свойств пород.

Из рассмотрения гипотезы следует, что во избежание формирования свода обрушения необходимо крепление выработки производить сразу же после ее проходки, не оставляя зазоры между крепью и породой контура выработки.

**Метод П. М. Цимбаревича.** При наличии неустойчивых пород в боках выработки ее стенки разрушаются, опоры перемещаются в глубь толщи горных пород, что увеличивает ширину свода обрушения, и она становится больше ширины выработки (см. рис. 70,б). В таком случае, кроме вертикального давления, на крепь будет действовать и давление со стороны стенок выработки.

Величину бокового давления П. М. Цимбаревич предложил определять как активное давление на подпорную стенку от сползающих призм породы  $m$ , нагруженных сверху весом породы в объеме сводов  $n$ . Боковое давление возникает в результате сползания пригруженных сверху боковых призм. Высота призм равна высоте выработки  $h$ , а угол наклона плоскости сползания по отношению к горизонту должен быть равен  $45^\circ + \varphi/2$ . В этом случае ширина пролета нового свода обрушения будет равна  $2a + 2c$ , а его высота —  $b_1$  (см. рис. 70,б). П. М. Цимбаревич полагал, что пригрузку на призмы создает порода, находящаяся внутри свода естественного равновесия. Следовательно, горизонтальное давление в пяте свода

$$p_1 = \gamma b_1 \operatorname{tg}^2 (45^\circ + \varphi/2) \quad (461)$$

и соответственно в почве выработки

$$p_2 = \gamma (b_1 + h) \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \varphi/2). \quad (462)$$

Уравнения справедливы при условии однородности породы в кровле и боках выработки. Эпюра давления, действующего на боковую стенку выработки, представляет собой трапецию, и величина горизонтального давления, действующая на единицу длины выработки, численно равна площади трапеции:

$$P_6 = \frac{\gamma}{2} (2b_1 + h) h \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \varphi/2). \quad (463)$$

Полупролет свода равновесия

$$a_1 = a + c = a + h \operatorname{ctg} (45^\circ + \varphi/2). \quad (464)$$

Высота свода исходя из зависимостей (459) и (464)

$$b_1 = \frac{a_1}{f_0} = \frac{a + h \operatorname{ctg} (45^\circ + \varphi/2)}{\operatorname{tg} \varphi}. \quad (465)$$

При расчете давления со стороны кровли вертикальную нагрузку  $P_b$  можно принять равномерно распределенной, обусловленной высотой свода  $b_1$ . Следовательно,

$$P_b = 2a\gamma b_1 = \frac{2a\gamma [a + h \operatorname{ctg} (45^\circ + \varphi/2)]}{\operatorname{tg} \varphi}. \quad (466)$$

Как следует из приведенных формул, боковое и вертикальное давления также не зависят от глубины заложения выработки, а определяются только размерами выработок и свойствами пород. Исследования, проведенные на кафедре разработки пластовых месторождений ЛГИ, показали, что область применения гипотезы свода при расчете горного давления ограничивается однородными связанными породами при соблюдении условия

$$2a > 3,5 \frac{R_p}{\gamma}. \quad (467)$$

В трещиноватых породах образуются вывалы, по форме напоминающие своды, но зависящие от ориентировки трещин, по которым наблюдается наибольшее ослабление. В слоистых нетрещиноватых или слабо трещиноватых породах образование сводов не наблюдается [3].

**Метод В. Д. Слесарева.** Устойчивость кровли выработок рассматривается по схемам расчета прочности балок (плит). Выбор схемы расчета кровли определяется разнообразием геологического строения и положением горной выработки по отношению к различным видам нарушений, которые встречаются в толще горных пород. При линзовидном залегании, наличии различных систем трещин кровлю можно рассматривать как балку или плиту, сво-

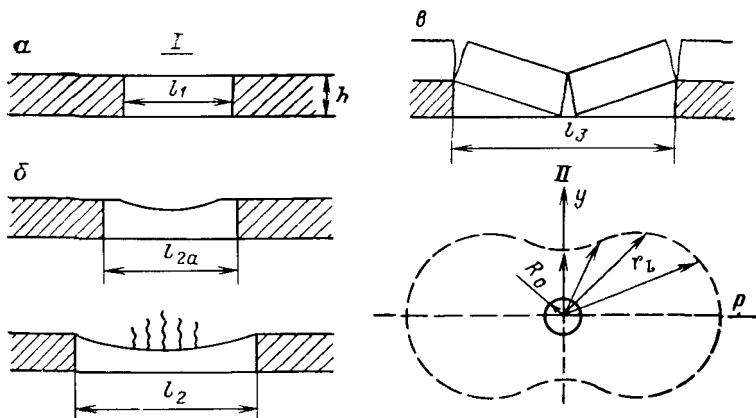


Рис. 71. Схемы расчета горного давления по В. Д. Слесареву (I) и К. В. Руппенейту (II):

*α—β* — соответственно первый, второй и третий предельные пролеты (*l* — длина пролета, *h* — мощность кровли)

бодно лежащую на опорах. При выдержанном залегании пород кровли и относительно монолитном их строении применяют схему расчета балки или плиты с закрепленными краями на опорах.

Используя положения теории сопротивления материалов, В. Д. Слесарев получил выражения для определения размеров предельных пролетов (ширины) выработки. Если ширина выработки меньше или равна величине первого предельного пролета  $l_1$ , то кровля выработки испытывает только упругие деформации, остаточные деформации накапливаются постепенно. Кровля в таком случае считается устойчивой (рис. 71,*α*).

Увеличение размеров выработки до величины второго предельного пролета  $l_{2a}$  приводит к тому, что в кровле развиваются как упругие, так и остаточные деформации, под действием которых кровля максимально прогибается без разрушения ее сплошности (см. рис. 71,*β*). В. Д. Слесарев отмечал, что возможно существование второго предельного пролета  $l_2$ , при котором в кровле выработки могут появиться трещины и разрывы, а также частичное ее обрушение (см. рис. 71,*β*).

При увеличении ширины выработки до величины третьего предельного пролета  $l_3$  происходит полное обрушение кровли (см. рис. 71,*γ*). Формулы для расчетов предельных пролетов приведены в табл. 28.

Все выведенные зависимости относятся к выработкам бесконечно большой длины. В выработках, у которых разность между шириной и длиной незначительна, необходимо учитывать действие боковых сил. В. Д. Слесарев предложил для всякой выработки ограниченного контура найти эквивалентную выработку бесконечно большой длины, кровля которой находится в тех же условиях

Таблица 28

Предельный пролет	Без учета закрепления на опорах	С учетом закрепления на опорах
Первый	$1,15 \sqrt{\frac{R_p h}{\gamma}}$	$1,41 \sqrt{\frac{R_p h}{\gamma}}$
Второй:		
а) максимальный прогиб кровли;	$1,41 \sqrt{\frac{R_p h}{\gamma}}$	$1,73 \sqrt{\frac{R_p h}{\gamma}}$
б) частичное разрушение кровли	$1,63 \sqrt{\frac{R_p h}{\gamma}}$	$2,00 \sqrt{\frac{R_p h}{\gamma}}$
Третий	$2,0 \sqrt{\frac{R_p h}{\gamma}}$	$2,44 \sqrt{\frac{R_p h}{\gamma}}$

равновесия. Для расчета устойчивости таких выработок было введено понятие эквивалентного пролета  $l_{экв} = 2F/S$  (где  $F$  — площадь обнажения кровли в пределах выработки;  $S$  — периметр площади обнажения).

В. Д. Слесарев считал, что основная причина горного давления — вес лежащих над выработкой пород и что давление со стороны кровли выработки, за редким исключением, всегда меньше веса столба породы над выработкой.

Пусть  $p$  — давление со стороны обнажения кровли выработки. Примем плотность породы над выработкой  $\gamma$  и мощность кровли, сложенной данной породой,  $h$  очевидно, что часть давления от породы, равное  $\gamma h - p$ , будет передаваться на боковые породы целиков, окружающих выработанное пространство. Тогда  $(\gamma h - p)/h$  — плотность некоторой условной породы кровли, при которой ее деформации отсутствуют и соблюдается условие первого предельного пролета (без учета закрепления на опорах). Величина пролета в этом случае

$$l = 1,15 \sqrt{\frac{R_p h^2}{\gamma h - p}},$$

откуда

$$p = \gamma h - 1,3 R_p \frac{h^2}{l^2}.$$

При закреплении кровли на опорах

$$p = \gamma h - 2 R_p \frac{h^2}{l^2}.$$

Очевидно, что величина  $p$  представляет собой среднее давление, которое необходимо учитывать при расчете крепления выработки. Если принять, что давление в пролете выработки распре-

деляется по закону параболы, то максимальное его значение  $p_{\max} = 1,5p$ .

Если кровля сложена слоистой толщей, то для определения давления с ее стороны, а также выявления влияния вышележащей породы на нижележащую В. Д. Слесарев предложил применять метод скользящей выработки.

Метод К. В. Руппенейта. К. В. Руппенейт решил задачу расчета давления на податливую и жесткую крепь на основании гипотезы о формировании вокруг выработки зоны неупругих деформаций (см. рис. 71,II) как следствия концентрации напряжений. Величина давления зависит от размера этой зоны. Задача была решена с использованием теории предельного равновесия. Радиус контура зоны неупругих деформаций

$$r_L = r_0 + \lambda r_1(\theta), \quad (468)$$

где

$$r_0 = (1 - \sin \varphi) \frac{\lambda_3 \gamma H + c \operatorname{ctg} \varphi}{p' + c \operatorname{ctg} \varphi},$$

$$\lambda = \frac{1}{2}(1 - \zeta); \quad r_1(\theta) = \frac{r_0 \gamma H (2 - \sin \varphi) \cos 2\theta}{2 \sin \varphi (\lambda_3 \gamma H + c \operatorname{ctg} \varphi)},$$

$\theta$  — угол, отсчитываемый от горизонтальной оси выработки;  $\varphi$  и  $c$  — угол внутреннего трения и сцепление породы в неупругой зоне;  $\lambda_3 = (1 + \zeta)/2$ ;  $\zeta$  — коэффициент бокового распора пород;  $H$  — глубина расположения выработки от поверхности;  $p'$  — отпор крепи.

Отпор податливой крепи круглой выработки

$$p' = R_0^{\frac{\alpha}{2}} \left( \frac{1000\alpha}{4G U_0} \right)^{\frac{\alpha}{2}} [(1 - \sin \varphi)(\lambda_3 \gamma H + c \operatorname{ctg} \varphi)]^{\frac{\alpha+2}{2}} - c \operatorname{ctg} \varphi,$$

где  $R_0$  — радиус выработки;  $\alpha = 2 \sin \varphi / (1 - \sin \varphi)$ ;  $G$  — модуль сдвига;  $U_0$  — радиальное перемещение на контуре выработки (податливость крепи).

Для расчета жесткой крепи, допускающей небольшие по величине смещения, К. В. Руппенейт предлагает следующую формулу:

$$c = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} (\gamma H + c \operatorname{ctg} \varphi) e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi} - c \operatorname{ctg} \varphi. \quad (469)$$

Как следует из приведенных формул, величина давления на крепь зависит от глубины заложения выработки, ее размеров и свойств пород. Однако для практических расчетов метод К. В. Руппенейта не нашел широкого применения. Основная причина этого кроется в несоответствии ряда принятых допущений реальным условиям. В расчете, например, не учитывается неравномерность распределения напряжений вокруг выработки, а также изменение характеристик прочности породы в неупругой области от минимальных на контуре выработки до максимальных в зоне упругого деформирования пород [19]. Замеры деформаций пород

в выработках показывают, что зона неупругих деформаций в кровле выше, чем в ее боках, что объясняется наличием растягивающих напряжений в кровле.

**Методы расчета горного давления с учетом реологических свойств пород.** Строительство и эксплуатация подземных сооружений на больших глубинах, проходка глубоких шахт вызывают необходимость разработки расчетов горного давления и устойчивости выработок с учетом ползучести, длительной прочности и релаксации напряжений. Одним из первых решений было определение давления на крепь горизонтальной выработки круглого сечения по зависимости, предложенной А. Салустовичем,

$$p_0 = \gamma H - \frac{2G(\gamma H + K_t U_0)}{2G + aK_t} \left\{ 1 + \frac{aK_t}{2G} \left[ 1 - \frac{2G + aK_t}{a(\gamma H + K_t U_0)} \right] e^{-\beta t} \right\}, \quad (470)$$

где  $G$  — модуль сдвига при длительном нагружении;  $\beta = (2G + aK_t)/2\eta$  — коэффициент, характеризующий относительную скорость упругого последействия пород;  $\eta$  — вязкость пород;  $K_t$  — коэффициент жесткости крепи;  $a$  — радиус выработки;  $t$  — срок службы выработки. Из приведенного уравнения следует, что со временем величина давления на крепь возрастает и при  $t \rightarrow \infty$ , максимальное давление может быть определено из выражения

$$p_{0_{\max}} = \gamma H - \frac{2G(\gamma H + K_t U_0)}{2G + aK_t}. \quad (471)$$

Однако решение А. Салустовича имеет ряд недостатков, связанных с исходным допущением о том, что крепь плотно примыкает к породам по контуру выработки, а также трудностью оценки параметров реологических свойств.

Следует отметить, что в настоящее время методы расчета горного давления с использованием реологических позиций находятся в стадии разработки. Особенно большой вклад в решение этой проблемы сделан М. И. Розовским и Ж. С. Ержановым. В работах последнего поведение пород с учетом фактора времени описывается известным уравнением теории линейной наследственной ползучести Больцмана — Вольтерра.

#### § 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ ВЫРАБОТКАХ

Вертикальные выработки (стволы шахт) обычно пересекают толщи горных пород, резко отличающиеся по своим физико-механическим свойствам и, следовательно, по устойчивости. Ствол шахты является капитальным долговременным сооружением, к которому предъявляют повышенные требования.

Вокруг шахтных стволов круглой формы возникают радиальные  $\sigma_r$  и нормальные  $\sigma_n$  напряжения в однородной, упругой и изо-

тропной среде

$$\sigma_r = \frac{\mu}{1-\mu} \gamma H \left( 1 - \frac{R^2}{r^2} \right); \quad (472)$$

$$\sigma_n = \frac{\mu}{1-\mu} \gamma H \left( 1 + \frac{R^2}{r^2} \right), \quad (473)$$

где  $R$  — радиус ствола;  $r$  — расстояние от данной точки до центра ствола. Для точек на контуре сечения ствола при  $R=r$  радиальные напряжения  $\sigma_r=0$ . Стенки ствола будут устойчивы, если на его контуре при  $R=r$

$$\sigma_n = \frac{2\mu}{1-\mu} \gamma H < R'_{cж}, \quad (474)$$

где  $R'_{cж}$  — предел прочности породы при двуосном сжатии.

Методы расчета горного давления в вертикальных выработках могут быть разделены на три группы. К первой из них относят расчеты, основанные на теории подпорных стенок, когда давление на крепь ствола рассматривается в виде внешней нагрузки, создаваемой боковыми породами. Вторая группа методов основана на гипотезах сползания некоторых объемов пород по коническим или близким к цилиндрическим поверхностям с образованием радиальных смещений контуров выработки, которые оказывают давление на крепь стволов. Третья — базируется на эмпирических зависимостях, полученных по результатам экспериментальных работ и натурных измерений непосредственно в шахтных стволях.

Расчет горного давления в вертикальных стволях с использованием теории подпорных стенок может быть выполнен по схемам М. М. Протодьяконова и П. М. Цимбаревича.

М. М. Протодьяконов исходил из предположения, что на крепь ствола действует горизонтальное давление, аналогичное давлению на плоскую подпорную стенку, которое может быть рассчитано по зависимости для несвязной среды

$$p_r = \gamma H \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \varphi'/2), \quad (475)$$

где  $\varphi'$  — кажущийся угол внутреннего трения. Этот термин был введен М. М. Протодьяконовым для учета сцепления в толще пород. Угол  $\varphi'$  больше, чем  $\varphi$ , и определяется по формуле  $\operatorname{arctg} \varphi' = \operatorname{arctg} (\sigma \operatorname{tg} \varphi + c) / \sigma$ .

Давление на крепь вертикальной выработки по формуле (475) зависит от глубины и, следовательно, проявляется в породах любой прочности. В действительности в прочных породах стенки стволов сохраняют устойчивость без крепи даже на большой глубине. Этот момент был отмечен М. М. Протодьяконовым при анализе практического опыта креплений стволов шахт в достаточно прочных породах: до глубины 200 м величина горизонтального давления не менялась и в среднем составляла 0,033 МПа. Кроме того,

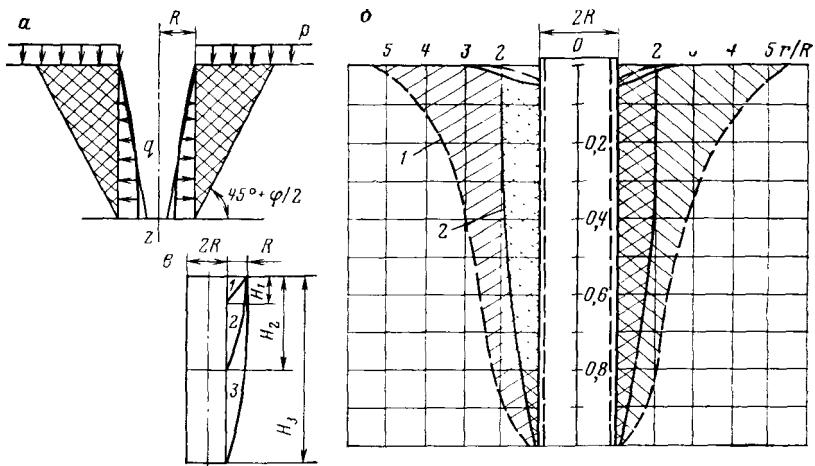


Рис. 72. Зоны смещения горных пород вокруг шахтного ствола:

*α* — расчетная схема Березанцева ( $q$  — минимальное боковое давление пород); *β* — экспериментальные исследования Н. С. Булычева (1—2 — соответственно зоны начальных и прогрессирующих смещений); *γ* — конфигурация сползающего объема (1—3 — соответственно при глубинах  $H_1$ ,  $H_2$  и  $H_3$ )

большая погрешность в расчетах давления возникает, если не учитывать контур вертикального шахтного ствола (круглый или криволинейный и замкнутый в плане).

Г. Л. Фисенко [31] также отмечает, что давление на крепь шахтных стволов значительно меньше, чем на крепь горизонтальных выработок.

Согласно гипотезе П. М. Цимбаревича, при определении величины горного давления учитываются физико-механические свойства пород каждого слоя. П. М. Цимбаревич полагает, что устойчивое состояние пород и отсутствие давления в них возможно при соблюдении условия (474). При обратном соотношении давление разрушающих пород на крепь выработок

$$p_r = \gamma m \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2),$$

где  $m$  — мощность разрушенного слоя или нескольких разрушенных смежных слоев. Согласно П. М. Цимбаревичу, давление определяется раздельно для каждого слоя на его контактах.

Используя положения теории предельного равновесия, В. Г. Березанцев предложил следующую расчетную схему для определения давления на крепь шахтного ствола (рис. 72,*α*). В рассматриваемой схеме приняты следующие допущения: зона предельного состояния пород ограничена конусообразной поверхностью, наклоненной под углом к горизонту  $\pi/4 + \varphi/2$ ; поверхности скольжения прямолинейны, кроме того, трение пород по крепи ствола отсутствует; за зоной предельного равновесия толща пород рассматривается как недеформирующаяся. В таком случае в зоне предельного равновесия  $\sigma_1 = \sigma_2$ ,  $\sigma_2 = \sigma_z$ ,  $\tau = 0$ .

При отсутствии пригрузки поверхности и сцепления на глубине  $z \rightarrow \infty$  давление на крепь может характеризоваться некоторой постоянной величиной, рассчитываемой по формуле

$$p = \gamma R \frac{\operatorname{tg}(\pi/4 - \varphi/2)}{\eta - 1}, \quad (476)$$

где  $\eta = 2 \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg}(\pi/4 + \varphi/2)$ .

Н. С. Булычев на основании экспериментальных исследований по характеру деформирования несвязной среды на модели ствола выделил две стадии: на первой перемещения происходят в некоторой области  $I$  (см. рис. 72,б), которая не имеет четко выраженной границы. По мере сокращения диаметра ствола перемещения концентрируются в непосредственной близости от него, и вокруг ствола формируется так называемый *сползающий объем* (см. рис. 72,б), ограниченный выраженной поверхностью скольжения. Конфигурация сползающего объема при различной глубине ствола показана на рис. 72,в. На основании этих данных Н. С. Булычев представил величину нагрузки на крепь как давление сползающего объема, причем в горизонтальной плоскости его размер определяется начальным радиусом выработки, считая от ее контура, и не зависит от глубины ствола (см. рис. 72,в).

На основании рассмотрения условия равновесия сползающего объема давление на крепь может быть рассчитано по формуле

$$p_{z=H} = \gamma R \operatorname{tg}(\nu - \varphi), \quad (477)$$

где  $R$  — радиус ствола;  $\nu$  — угол наклона плоскости сползания. Если представить, что  $H \rightarrow \infty$  и  $\nu \rightarrow \pi/2$ , то зависимость (477) примет следующий вид:

$$p = \gamma R / \operatorname{tg} \varphi. \quad (478)$$

Сопоставление результатов лабораторных наблюдений за давлением на крепь стволов с рассчитанными по формуле В. Г. Березанцева (476) и Н. С. Булычева (478) показало, что наиболее удовлетворительное совпадение дает формула (478). Так, например, измеренное давление на крепь в сухих песках составило 0,9 кПа, а подсчитанное по формуле (476) — 0,25 кПа, по (478) — 1,15 кПа. При испытании смеси песка, чугунной дроби и масла, моделирующей связную среду, давление на крепь по результатам замеров оказалось равным 3,3 кПа, по (476) — 1,15 кПа и по (478) — 4,20 кПа.

Отсюда можно сделать вывод о том, что давление на крепь вертикального ствола зависит от радиуса выработки  $R$  и свойств пород, а влияние глубины чаще всего несущественно.

Формула (478) хорошо согласуется с результатами непосредственных замеров давлений на крепь вертикальных стволов на шахтах Донбасса при изменении их глубины от 160 до 900 м [4]. Полученная по этим наблюдениям эмпирическая зависимость по

Таблица 29

Категория устойчивости пород	Оценка состояния пород по устойчивости	Величина критерия устойчивости пород $C$
I	Устойчивое	До 3
II	Среднеустойчивое	От 3 до 6
III	Неустойчивое	От 6 до 10
IV	Очень неустойчивое	Более 10

Примечание. При  $R_{\text{сж}} \leq 2$  МПа породы относятся к IV категории устойчивости.

своей структуре близка к формуле (478)

$$p = K \frac{\gamma R}{f}, \quad (479)$$

где  $f$  — коэффициент крепости, равный  $\operatorname{tg} \varphi$ ;  $K$  — эмпирический коэффициент, зависящий от технологии установки крепи и ее характеристик ( $K=5$  — для монолитной бетонной крепи при ее возведении непосредственно в забое ствола;  $K=3$  — для монолитной бетонной крепи при ее возведении с отставанием от забоя;  $K=1,1$  — для тюбинговой крепи, устанавливаемой не ранее чем через две недели после проходки пород).

Разработанные методы расчета давления на крепь вертикальных стволов легли в основу рекомендуемых расчетных схем в СНиП II-94-80. Согласно этому документу, горизонтальные (радиальные) давления рассчитываются для различных участков шахтного ствола: приповерхностной (уступовой) зоны, более глубокой, а также в зонах сопряжений. Кроме того, для вертикальной выработки определяется критерий устойчивости  $C$ , по величине которого все породы делятся на четыре категории (табл. 29).

Критерий устойчивости  $C$  рассчитывается по формуле

$$C = \frac{K_g K_{cb} K_u K_t H_p}{26,3 + K_u R_{\text{сж}} (5,25 + 0,0056 K_u R_{\text{сж}})}, \quad (480)$$

где  $K_g$  — коэффициент, учитывающий взвешивающее действие воды: при отсутствии водоносных горизонтов  $K_g=1$ , для пород водоносного горизонта

$$K_g = \frac{(\gamma h_1 - p_v) + (\gamma_m - \gamma_v) \frac{1}{1+e} h_2}{\gamma H},$$

где  $h_1$  — мощность толщи пород от подошвы водоупора до земной поверхности;  $h_2$  — мощность толщи пород от рассматриваемого сечения в водоносном горизонте до подошвы водоупора;  $\gamma_m$  и  $\gamma_v$  — соответственно плотность минеральной части породы и плотность воды;  $e$  — коэффициент пористости пород водоносного горизонта;  $p_v$  — давление подземных вод с учетом водопонижения;  $K_{cb}$  — ко-

эффициент воздействия на ствол других выработок (для протяженных участков ствола равен единице, для сопряжений — 1,5);  $K_{\text{ц}}$  — коэффициент влияния очистных работ (при отсутствии такого влияния  $K_{\text{ц}}=1$ );  $K_{\alpha}$  — коэффициент влияния угла залегания пород (для горизонтально залегающих пород равен единице, в остальных случаях —  $1/(1+0,5 \sin \alpha)$ );  $K_t$  — коэффициент влияния времени эксплуатации проектируемой выработки (для шахтных стволов равен единице).

Горизонтальное давление для устьевой части ствола рассчитывается с учетом пригрузки от наземных сооружений вблизи ствола, а также гидростатического давления водоносных горизонтов. Если в верхней части разреза залегают песчано-глинистые породы, то горизонтальное давление определяется по формуле

$$p_r = n K_y \left\{ \gamma R \frac{\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\psi}{2} \right)}{\psi - 1} \left[ 1 - \left( \frac{R}{R + H \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\psi}{2} \right)} \right)^{\psi-1} \right] + p_{\Phi} \right\}, \quad (481)$$

где  $n$  — коэффициент перегрузки, равный 1,3;  $K_y$  — коэффициент, зависящий от проемов в крепи (варьирует в пределах 1,7—2,9);  $R$  — радиус ствола;  $\psi$  — безразмерный коэффициент ( $\psi = -2 \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} (\pi/4 + \varphi/2)$ );  $p_{\Phi}$  — наибольшая суммарная дополнительная нагрузка от зданий и сооружений, расположенных на поверхности вблизи ствола.

Горизонтальное давление в более глубокой части ствола следует определять по формуле

$$p_r = m_y n_h p^h [1 + 0,1(R - 3)], \quad (482)$$

где  $n$  — коэффициент перегрузки, равный 1,3;  $m_y$  — коэффициент условий работы, принимаемый в зависимости от типа крепи (для набрызг-бетонной — 0,5, сборной — 0,75, монолитной — 0,8);  $n_h$  — коэффициент приведения к расчетному (максимальному) давлению при неравномерной эпюре нагрузок \* (СНиП II-94-80);  $p^h$  — нормативное давление на крепь, определяемое в зависимости от величины критерия устойчивости пород  $C$ : при  $C \leq 6$   $p^h = 10[(2C - 1) + \Delta]$ , при  $10 \geq C > 6$   $p^h = 10[(3C - 7) + \Delta]$  (омножитель 10веден для перехода к СИ); здесь  $\Delta$  — параметр, учитывающий технологию проходки шахтного ствола при последовательной и параллельной технологических схемах ( $\Delta=0$  при совмещенной технологической схеме проходки с передвижной опалубкой;  $\Delta=2$  при  $C \leq 6$  и  $\Delta=3$  при  $10 \geq C > 6$ ).

\* При пересечении обводненных пород вместо коэффициента  $n_h$  в формулу подставляется значение коэффициента  $n_{h,r} = 1 + \frac{[1 + 0,1(R - 3)(n_h - 1)]}{1 + 0,1(R - 3) + \frac{p_r}{p^h}}$ ,

где  $p_r = \gamma_b H_b$  — давление подземных вод.

Расчетное горизонтальное давление пород на крепь вертикальной выработки в районе сопряжения (на 20 м вниз и вверх от него) определяется по формуле (482) при замене  $n_h$ ,  $p^h$  на величины  $n_{hc}$  и  $p_{ch}$ ), которые могут быть получены по следующим зависимостям:

$$n_{hc} = n_h + (20 - z)\chi; p_{ch} = p^h(1,5 - 0,025z),$$

где  $z$  — расстояние от узла сопряжения рассматриваемого сечения в районе 20 м;  $\chi$  — коэффициент перехода от протяженного участка к району сопряжения (при  $\alpha \leq 10^\circ$   $\chi = 0,037 - 0,050$ ; при  $\alpha > 10^\circ$   $\chi = 0,025$ ).

Все приведенные выше зависимости получены по результатам многочисленных наблюдений и экспериментальных работ, проведенных в различных инженерно-геологических условиях. Их достоверность подтверждена большим опытом проходки и эксплуатации шахтных стволов на месторождениях Советского Союза.

#### *Контрольные вопросы*

1. Дайте понятие об устойчивом состоянии пород в подземных выработках. Какие факторы определяют эту устойчивость и как их характеризовать количественно?

2. Как меняется напряженное состояние пород после проходки подземной выработки? Какие зоны по напряжениям могут быть выделены около выработки? Что такое опорное давление? Какова его роль при оценке устойчивости пород в подземных выработках?

3. Сформулируйте понятие горное давление. Как оно развивается в различных типах пород? Какие методы его расчета существуют в настоящее время? Как они могут быть систематизированы?

4. Какие предпосылки положены в основу методов расчета горного давления по М. М. Протодьяконову и по П. М. Цимбаревичу?

5. Что такое предельный пролет выработки? Как используется это понятие для оценки устойчивости кровли подземной выработки?

6. Как рассчитывается горное давление с учетом взаимодействия крепи выработки и горной породы?

7. Каковы особенности распределения напряжений около вертикальных выработок?

8. Какие методы расчета горного давления в вертикальных выработках наиболее полно отвечают реальной схеме напряженно-деформированного состояния пород? Дайте понятие о сползающем объеме пород и объясните как оно использовано в расчетах устойчивости пород в вертикальных выработках? Дайте основные положения расчета горного давления в вертикальных выработках согласно СНиП II-94-80.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

---

В настоящем приложении приведены примеры решения задач по различным разделам механики горных пород:

- 1) расчет распределения напряжений от действия различного вида нагрузок и собственного веса породы;
- 2) расчет осадки сооружений;
- 3) расчет устойчивости сооружений;
- 4) расчет устойчивости откосов;
- 5) расчет устойчивости подземных выработок.

Кроме того, в приложение включены также задачи аналитического характера с учетом особенностей деятельности специалистов по инженерной геологии. Эти задачи дают возможность убедиться в том, какую большую роль играют правильно обоснованные значения свойств пород, выбор расчетных схем на базе анализа работы системы «сооружение — горные породы».

Задачи, приведенные в данном приложении, являются иллюстрацией к отдельным, наиболее важным разделам курса «Механика горных пород».

*Задача 1.* Рассчитать и сравнить величины напряжений  $\sigma_z$  при действии сосредоточенной силы  $P=100$  кН и равномерно распределенной нагрузки по бесконечной прямой  $p_x=100$  кН/м в точках, проходящих через линии действия сил и на расстояниях от линий действия силы, равных 2, 4 м на глубине  $z=2$  м. Основная формула для решения задачи при действии сосредоточенной силы

$$\sigma_z = K \frac{P}{z^2}.$$

При действии равномерно распределенной нагрузки

$$\sigma_z = K_{\text{пл}} \frac{p_x}{z}.$$

Коэффициенты  $K$  и  $K_{\text{пл}}$  являются безразмерными величинами, определяемыми в зависимости от относительных координат точек, при этом  $K=f(r/z)$  (где  $r$  — расстояние от линий действия силы) и  $K_{\text{пл}}=F(y/z)$  (где  $y$  — расстояние от оси  $z$ ).

В нашем случае значения  $r/z$  и  $y/z$  равны 0, 1, 2; величины коэффициентов  $K$  и  $K_{\text{пл}}$  определяются соответственно по табл. 4 и 6. При относительных значениях  $r/z$  или  $y/z$ , равных 0, 1, 2, значения  $K$  соответственно составляют 0,478; 0,084; 0,008, а  $K_{\text{пл}}=0,638; 0,151; 0,027$ .

Величины напряжений  $\sigma_z$  на глубине  $z=2$  м при известных коэффициентах легко могут быть рассчитаны по указанным выше формулам. На линии действия силы, т. е. при  $r$  или  $y$ , равных нулю,  $\sigma_z$  от сосредоточенной силы составляет  $1,2 \cdot 10^{-2}$  МПа, от равномерно распределенной нагрузки по прямой  $3,2 \cdot 10^{-2}$  МПа, на рас-

стоянии  $r=2$  м или  $y=2$  м  $\sigma_z$  от сосредоточенной силы равно  $2,1 \times 10^{-3}$  МПа, от равномерно распределенной нагрузки —  $7,55 \times 10^{-3}$  МПа. И, наконец, при  $r=4$  м или  $y=4$  м значения указанных выше напряжений составляют  $0,2 \cdot 10^{-3}$  МПа и  $1,35 \cdot 10^{-3}$  МПа.

Сравнительная оценка напряжений показывает, что на одних и тех же глубинах для плоской задачи величина напряжения существенно выше, чем для объемной.

**Задача 2.** Рассчитать значения напряжений  $\sigma_z$  по центральной вертикали под квадратным и ленточным фундаментами при одинаковой их ширине  $b$  равной 4 м и одном и том же давлении  $p$  равном 0,2 МПа на глубинах 2; 4 и 8 м отсчитанных от подошвы фундамента. Определить достаточную глубину бурения скважин на стадии изысканий под здания, строительство которых запроектировано на указанных выше фундаментах, если известно, что структурная прочность пород на сжатие, слагающих основание, составляет 0,05 МПа.

Величина напряжений  $\sigma_z$  под ленточным фундаментом (плоская задача) зависит от внешнего давления и относительных координат точек  $m=y/b$  и  $n=z/b$ , т. е.  $\sigma_z^L=f(p, m, n)$ ; под квадратным фундаментом — от давления, относительных размеров фундамента  $m=l/b$  и относительной глубины точки  $z/b$ , т. е.  $\sigma_z^{KB}=f_1(p, m, n)$ .

Для расчета напряжений  $\sigma_z$  под ленточным фундаментом можно воспользоваться данными табл. 7, в которой приведены величины напряжений при различных  $m$  и  $n$  и давлении 0,1 МПа. В нашем случае  $m=y/b=0$  и  $n_1=z_1/b=2/4=0,5$ ;  $n_2=z_2/b=4/4=1,0$ ;  $n_3=z_3/b=8/4=2,0$ .

Поскольку напряжения прямо пропорциональны внешнему давлению, то соответствующие значения  $\sigma_z$  при рассчитанных выше  $m$  и  $n$  надо увеличить в два раза.

Значения напряжений под квадратным фундаментом по центральной вертикали можно определить, воспользовавшись данными табл. 5. Следует также помнить, что значения напряжений в случае пространственной задачи могут быть легко рассчитаны методом угловых точек. Величины напряжений по центральной вертикали для указанных относительных глубин под ленточным  $\sigma_z^L$  и квадратным  $\sigma_z^{KB}$  фундаментами приведены ниже:

$n=z/b$	0,5	1,0	2,0
$\sigma_z^L$ , МПа	0,164	0,110	0,062
$\sigma_z^{KB}$ , МПа	0,140	0,070	0,017

Сравнение величин напряжений  $\sigma_z$  показывает, что под квадратным фундаментом затухание напряжений происходит значительно быстрее, чем под ленточным.

Знание распределения напряжений по глубине под конкретным фундаментом позволяет обоснованно назначать глубину скважин на стадии изысканий. Так, например, если известно, что структурная прочность при сжатии  $\sigma_{стР}$  для пород основания равна 0,05 МПа, то можно оценить, что под квадратным фундаментом

глубина, на которой выполняется равенство  $\sigma_z = \sigma_{\text{стР}} = 0,05$  МПа, будет составлять около 5,5 м (для нахождения  $\sigma_z = 0,05$  МПа необходимо произвести интерполяцию для относительных глубин 1 и 2).

Под ленточным фундаментом напряжения  $\sigma_z = 0,05$  МПа будут прослеживаться на глубине более 8 м ( $n > 2$ ); при  $n = 3$  ( $z = 12$  м)  $\sigma_z = 0,04$  МПа. Следовательно, интерполируя на глубинах между 8 и 12 м, легко можно подсчитать, что  $\sigma_z = 0,05$  МПа фиксируется на глубине 10 м. Соответственно, глубина скважин при возведении сооружений на ленточных фундаментах будет в два раза больше.

**Задача 3.** Рассчитать напряжения  $\sigma_z$ , возникающие в основании сооружения, возводимого на плите размером  $5 \times 20$  м, заглубленной на 2,5 м. Давление от сооружения составляет 0,15 МПа. Плотность пород выше отметки дна котлована  $\gamma_1 = 1,8$  т/м<sup>3</sup>, ниже —  $\gamma_2 = 2$  т/м<sup>3</sup>. Напряжения следует определять через каждые 2 м до глубины 10 м для двух случаев: а) быстрой замены веса вынутой породы из котлована весом сооружения; б) при длительном простоявании котлована открытым.

Для первого случая напряжения собственного веса на глубине заложения фундамента составляют  $\sigma_z^g = \gamma_1 h_\phi = 1,8 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} = 0,045$  МПа. Следовательно, давление, которое будет вызывать изменение напряженного состояния пород при возведении сооружения, составит  $p = p_c - \gamma_1 h_\phi = 0,15 - 0,045 = 0,105$  МПа.

Соответственно напряжения  $\sigma_z^c$  должны рассчитываться только с учетом давления  $p = 0,105$  МПа. Напряжения от сооружения  $\sigma_z^c$  по центральной вертикали при  $m = l/b = 20/5 = 4$  (плоская задача распределения напряжений) с использованием данных, приведенных в табл. 7 составляют:

$n$	...	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0
$\sigma_z^c$ , МПа	...	0,09	0,065	0,048	0,039	0,032

Напряжения от собственного веса породы  $\sigma_z^g$  на тех же глубинах будут равны:

при  $z = 0$  (отметка дна котлована)  $\gamma_1 h_\phi = 0,045$  МПа;

при  $z_1 = 2$  м (считая от отметки дна котлована)

$$\sigma_{z_1}^g = \gamma_1 h_\phi + \gamma_2 z_1 = 0,045 + 2,0 \times 2 \times 10^{-2} = 0,045 + 0,04 = 0,085 \text{ МПа};$$

при  $z_2 = 4$  м

$$\sigma_{z_2}^g = \gamma_1 h_\phi + \gamma_2 z_2 = 0,045 + 2,0 \times 4 \times 10^{-2} = 0,125 \text{ МПа};$$

при  $z_3 = 6$  м

$$\sigma_{z_3}^g = \gamma_1 h_\phi + \gamma_2 z_3 = 0,045 + 2,0 \times 6 \times 10^{-2} = 0,165 \text{ МПа};$$

при  $z_4 = 8$  м

$$\sigma_{z_4}^g = \gamma_1 h_\phi + \gamma_2 z_4 = 0,045 + 2,0 \times 8 \times 10^{-2} = 0,205 \text{ МПа};$$

при  $z_5 = 10$  м

$$\sigma_{z_5}^g = \gamma_1 h_\phi + \gamma_2 z_5 = 0,045 + 2,0 \times 10 \times 10^{-2} = 0,245 \text{ МПа}.$$

Для второго случая определение напряжений следует вести в следующем порядке:

- а) рассчитывают напряжения собственного веса  $\sigma_z^{g_n}$ , которые существовали до открытия котлована;
- б) определяют потерю в напряжениях собственного веса  $\sigma_z^{-l_1 h_\phi}$  в условиях длительного открытого котлована за счет противодавления, равного  $\gamma_1 h_\phi = 0,045$  МПа. Расчет производят в предположении, что противодавление действует по полосе, ширина которой равна ширине проектируемого фундамента (в нашем случае  $b=5$  м), используя данные табл. 7;
- в) рассчитывают конечные напряжения собственного веса

$$\sigma_z^{g_k} = \sigma_z^{g_n} - \sigma_z^{-l_1 h_\phi}.$$

Согласно первому случаю напряжения собственного веса на глубинах 0, 1, 2, 4, 8, 10 м (считая от дна котлована) составляют соответственно 0,045; 0,085; 0,125; 0,165; 0,205; 0,245 МПа.

Согласно второму случаю потеря напряжений от противодавления  $\gamma_1 h_\phi$  на тех же глубинах при  $n=z/b$ , равных 0; 0,4; 0,8; 1,2; 1,6; 2,0, будет соответственно составлять: 0,045; 0,036; 0,028; 0,021; 0,017; 0,014 МПа.

Согласно третьему случаю конечные напряжения собственного веса на тех глубинах будут составлять: 0; 0,049; 0,097; 0,144; 0,188; 0,231 МПа.

Учитывая, что в результате рассеивания напряжений конечные напряжения от собственного веса породы на отметке дна котлована равны нулю, напряжения от сооружения  $\sigma_z^e$  рассчитываются с использованием полного давления от сооружения — 0,15 МПа — и будут равны на указанных выше глубинах: 0,15; 0,13; 0,094; 0,070; 0,054; 0,046 МПа.

*Задача 4.* Оценить допускаемые расхождения в модулях общей деформации пород в основании различных типов гражданских и промышленных зданий при заданной величине относительной осадки, не превышающей допускаемую.

Как известно, наиболее жесткие требования предъявляются к неравномерности развития деформаций. Относительная осадка  $\chi$ , рассчитываемая как разность осадок двух соседних несущих конструкций  $S_1$  и  $S_2$ , может быть определена по формуле:

$$\chi = \frac{S_1 - S_2}{L},$$

где  $L$  — расстояние между соседними несущими конструкциями.

При условии, что нагрузка на несущие элементы постоянна ( $p=\text{const}$ ), разность осадок будет определяться только показателями деформационных свойств пород.

Если вести расчет осадки с использованием схемы линейно-деформируемого полупространства, то величина  $\chi$  может быть опре-

делена по формуле

$$\chi = \frac{\frac{\beta \Sigma z_i h_i}{E_1} - \beta \frac{\Sigma z_i h_i}{E_2}}{L} = \frac{\beta \Sigma z_i h_i \left( \frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_2} \right)}{L}. \quad (1)$$

Из этого выражения легко получить зависимость между модулями деформации при заданной величине относительной осадки  $\chi$

$$E_1 = \frac{A}{1 + A \frac{1}{E_2}}, \quad A = \frac{\beta \Sigma z_i h_i}{\chi L}. \quad (2)$$

Эта величина может быть рассчитана заранее для заданных конструкций сооружения, размера фундаментов, давления и допускаемого значения  $\chi$ .

Так, например, для здания с полным каркасом согласно СНиП 2.02.01—83 допускаемая величина относительной осадки  $\chi=0,002$ . Если шаг колонн составляет 12,0 м и размер фундамента  $2 \times 2$  м, то при давлении 0,15 МПа величина модуля общей деформации  $E_1$  не должна быть меньше указанных ниже значений (значение  $E_2$  при этом считается известным).

$E_2$ , МПа . . . . .	10	20	30
$E_1$ , МПа . . . . .	4,7	6,0	7,0

Повышение действующего давления до 0,2 МПа при тех же конструктивных особенностях сооружений и типов фундаментов дает следующие соотношения между  $E_2$  и  $E_1$ .

$E_2$ , МПа . . . . .	10	20	30
$E_1$ , МПа . . . . .	5,5	8,0	9,0

Если шаг колонн уменьшается до 6 м, то соответственно возрастают и требования к изменчивости модулей общей деформации.

$E_2$ , МПа . . . . .	10	20	30
$E_1$ , МПа . . . . .	6,5/7,3	9,5/11,2	11,2/14,0

Значения  $E_1$  в числителе отвечают давлению 0,15 МПа, а в знаменателе — 0,2 МПа.

Анализ приведенных выше результатов дает возможность установить, что при использовании отдельных фундаментов под колонны требования к изменчивости показателя  $E$  диктуются расстоянием между колоннами  $L$  и давлением по подошве фундамента. При уменьшении  $L$  и увеличении давления требования к однородности пород в основании сооружения возрастают. Это обстоятельство должно учитываться при размещении скважин в пределах контуров зданий.

Аналогично формуле (2) можно получить зависимость для определения критерия однородности основания исходя из деформа-

ционной способности пород для сооружений, проектируемых на фундаментах большого размера с  $b \geq 10$  м:

$$E_1 = \frac{D}{1 + D \cdot \frac{1}{E_2}}; \quad D = \frac{bpK_c\Sigma(K_i - K_{i-1})}{\chi \cdot K_m L}. \quad (3)$$

Величина  $L$  в данном случае соответствует либо длине плиты  $l$  (проверка на неравномерную сжимаемость основания по длинной стороне сооружения) или ее ширине  $b$ . В первом случае выражение для  $D$  может быть переписано в виде:  $D_1 = \frac{pK_c\Sigma(K_i - K_{i-1})}{\chi \cdot K_m \cdot m}$ ,

где  $m = l/b$  — относительный размер фундамента. Во втором случае величина  $D$  определится из зависимости  $D_2 = \frac{pK_c\Sigma(K_i - K_{i-1})}{\chi \cdot K_m}$ .

Предлагается самостоятельно, задаваясь различными значениями  $E_2$  для конкретных сооружений с постоянными параметрами фундаментов и давлений по подошве, рассчитать  $E_1$ . По полученным значениям построить кривые  $E_1 = f(E_2, D)$  при  $m = \text{const}$ ,  $p = \text{const}$  и  $\chi = \text{const}$ .

Проанализируйте, используя формулу (3), как влияют давление и относительные размеры фундаментов на допускаемую изменчивость модулей деформации.

**Задача 5.** Определите среднюю осадку сооружения, возведимого на отдельно стоящих фундаментах размером  $2 \times 2$  м, давление от сооружения составляет 0,2 МПа. Фундаменты заглублены на 1,5 м. Параметры свойств пород: выше отметки дна котлована залегают суглинки с  $\gamma_1 = 1,7$  т/м<sup>3</sup>, ниже — глины пылеватые с  $\gamma_2 = 1,9$  т/м<sup>3</sup>. Деформационные характеристики глин: коэффициент попечного расширения  $\mu = 0,42$ ; модуль общей деформации в интервале давлений от 0 до 0,1 МПа составляет 9,0 МПа, в интервале от 0,1 до 0,2 МПа — 1,05 МПа и от 0,2 до 0,3 МПа — 1,10 МПа; компрессионная кривая для этих пород приведена ниже:

Давление, МПа . . . . .	0,0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,30
Коэффициент пористости . . . .	0,988	0,907	0,853	0,841	0,838	0,832

Расчет осадки произвести двумя методами: а) Шлейхера — Польшина; б) эквивалентного слоя.

Расчет осадки по методу Шлейхера — Польшина может быть выполнен по формуле

$$S = \frac{\omega pb(1 - \mu^2)}{E}.$$

В этой формуле коэффициент  $\omega$  зависит от относительных размеров  $m = l/b$ , формы и жесткости фундаментов, для квадратного фундамента при  $m = 1$   $\omega = 0,88$ . Давление веса сооружения с учетом заглубления фундамента составит  $p = 0,2 - 0,025 = 0,175$  МПа. В интервале давления до 0,2 МПа модуль деформации равен 1,05 МПа. Следовательно,  $S = 0,88 \cdot 0,175 \cdot 2(1 - 0,42^2)/1,05 = 0,24$  м = 24 см.

Расчет осадки по методу эквивалентного слоя производится по формуле

$$S = a_0 \rho h_0.$$

Мощность эквивалентного слоя может быть определена по зависимости

$$h_0 = \frac{(1 - \mu)^2}{1 - 2\mu} \omega b$$

$$h_0 = \frac{(1 - 0,42)^2}{1 - 2 \cdot 0,42} 0,88 \cdot 2 = \frac{0,34 \cdot 1,76}{0,16} = 3,74 \text{ м.}$$

Коэффициент относительной сжимаемости определяется как  $a_0 = a/(1 + e_1)$  (где  $a = (e_1 - e_2)/(p_2 - p_1)$ ), интервал давления выбирается, исходя из конкретных давлений.

Начальное давление  $p_1 = \gamma_1 h_{\Phi} = 0,026 \text{ МПа}$ , этому давлению отвечает коэффициент пористости  $e_1 = 0,948$ . Конечное давление  $p_2$  согласно условию задачи составляет  $0,2 \text{ МПа}$ ,  $e_2$  соответственно  $0,838$ . Следовательно  $a = (0,948 - 0,838)/(0,2 - 0,026) = 0,63 \text{ МПа}^{-1}$  и  $a_0 = 0,63/(1 + 0,948) = 0,323 \text{ МПа}^{-1}$ .

$$S = 0,323(0,2 - 0,026) \times 3,74 = 0,21 \text{ м} = 21 \text{ см.}$$

Таким образом, расчеты с использованием формулы Шлейхера — Польшина и метода эквивалентного слоя дают вполне удовлетворительное совпадение результатов (для небольших в плане фундаментов).

*Задача 6.* Используя рекомендации СНиП 2.02.01—83 выбрать метод расчета осадки двух зданий и рассчитать ее величину. Сравнить эти значения с допускаемыми.

1. Здание, в конструкциях которого не возникают усилия от неравномерных осадок, запроектировано на сплошном фундаменте размером  $20 \times 60 \text{ м}$ , с давлением на основание  $0,25 \text{ МПа}$  и глубиной заложения котлована  $2,5 \text{ м}$ . В основании залегают моренные суглинки, различающиеся по свойствам в разрезе. Верхний слой мощностью  $4 \text{ м}$  и модулем деформации  $E_0 = 15 \text{ МПа}$  сменяется более плотными и прочными разностями, мощность которых превышает  $10 \text{ м}$  и  $E_0 = 32 \text{ МПа}$ .

2. Второе здание — бескаркасное, с несущими стенами из крупных панелей возводится на ленточных фундаментах, шириной  $b = 2,4 \text{ м}$ , глубина котлована составляет  $1,5 \text{ м}$ ; давление от сооружения —  $0,175 \text{ МПа}$ . Инженерно-геологический разрез (считая от дневной поверхности) следующий: в верхней части разреза прослеживаются озерно-ледниковые суглинки ( $\gamma_1 = 1,85 \text{ т/м}^3$  и  $E_0 = 8,5 \text{ МПа}$ ), мощностью  $5 \text{ м}$ , ниже залегают моренные суглинки ( $\gamma_2 = 2,2 \text{ т/м}^3$  и  $E_0 = 20 \text{ МПа}$ ), вскрытая мощность которых составляет  $15 \text{ м}$ .

*Задача 7.* Проанализируйте возможные причины перехода здания в аварийное состояние при условии, что проектное давление на

основание составляло 0,5 МПа, фундаментом служила сплошная плита размером  $20 \times 104$  м. Конструкция здания была рассчитана на значительные неравномерные осадки. В основании залегали водонасыщенные суглинки мягкопластичной консистенции с  $\gamma = 2$  т/м<sup>3</sup>, влажностью, изменяющейся в узком интервале от 20 до 23 %, и мощностью 5—6 м, которые подстилались практически неожимаемыми коренными породами.

На стадии проектирования для расчетов были приняты параметры прочности для консолидированного состояния суглинков:  $c=0,015$  МПа и  $\phi=25^\circ$ . Определение расчетного сопротивления основания  $R$  при данных характеристиках прочности показало, что величина  $R$  превышает 0,7 МПа, в то же время давление от сооружения было равно 0,5 МПа. При таких условиях давление от сооружения было практически равно первой критической нагрузке, и, следовательно, модель линейно-деформируемой среды была вполне применима для расчета осадки сооружений. Расчет осадки выполнялся по методу линейно-деформируемого слоя конечной толщины, причем модуль деформации был получен по результатам компрессионных испытаний с учетом повышающих коэффициентов Агишева — Игнатовой и был равен в интервале действующих напряжений 30—40 МПа. Величина рассчитанной осадки не превышала 15 см и была вполне допустимой для проектируемого сооружения. Однако еще на стадии строительства, когда давление от сооружения превысило половину проектной величины, началась интенсивная осадка здания, которая фиксировалась по маркам, установленным в его цоколе. Строительство было приостановлено при давлении от сооружения, равном 0,43 МПа. Наблюдения за осадками велись в течение более 14 лет, осадки превысили 50 см и продолжали развиваться со скоростью от 0,5 до 1,5 см/год. Исследования, проведенные за изменением состояния пород в основании сооружения, дали возможность убедиться в том, что консолидация глинистых отложений в основании, судя по величине их влажности и плотности, не наблюдалась. Параметры прочности, отвечающие неконсолидированному состоянию пород с учетом тех напряжений, которые действуют в основании сооружения, составили  $c=0,033$  МПа и  $\phi=5^\circ$ . Расчетное сопротивление пород основания при этих характеристиках прочности было равно 0,27 МПа. Поскольку действующее давление (0,43 МПа) существенно превышало величину  $R$ , следует предполагать, что развитие деформаций происходило за счет деформаций ползучести под действием не только нормальных, но и касательных напряжений и в основании сооружения шло формирование зон пластических деформаций.

Для расчета осадки при  $\bar{p} > R$  была использована формула Розенфельда. Значение коэффициента  $m=0,2$ , зависящего от значений модуля деформации на участке линейной связи между давлением и деформациями  $E_0^{\text{п}} \text{ и } E_0^{\text{пл}}$  и на стадии развития пластических деформаций  $E_0^{\text{пл}}$ , было определено по результатам стабилометрических исследований образцов пород в неконсолидированном состоянии —  $E_0^{\text{п}}=14,6$  МПа и  $E_0^{\text{пл}}=3,0$  МПа.

Расчет осадки по формуле выполнялся при условии, что  $p=0,5$  МПа, полная несущая способность пород  $p_2$ , определенная по формулам, приведенным в СНиП 2.02.01—83, составляет 0,8 МПа,  $\mu=0,4$ ;  $E_0=14,6$  МПа,  $\omega=0,88$ ,  $b=20$  м,  $n=2$ . Величина конечной осадки при таких исходных данных составила 79,5 см.

Приведенный пример достаточно наглядно и убедительно свидетельствует о том, какую роль играет предварительный инженерно-геологический анализ работы породы в основании сооружения, на базе которого необходимо обосновать методику определения показателей прочности и деформируемости пород, а также выбрать схему расчета осадки в основании сооружения. Вполне понятно, что при использовании в расчетах показателей сопротивления сдвигу пород основания в неконсолидированном состоянии о строительстве рассматриваемого сооружения на фундаменте-плите не могло быть и речи при таких высоких нагрузках от веса сооружения. Учитывая небольшую глубину залегания коренных пород глин, наиболее эффективным было бы применение свайного фундамента, состоящего из свай-стоек. Этот тип фундамента явился бы оптимальным вариантом в подобных инженерно-геологических условиях.

**Задача 8.** Проанализируйте, будет ли протекать фильтрационная консолидация в основании сооружения, и определите мощность такой зоны, если известно, что в основании залегает толща озерно-ледниковых глин мощностью 6 м мягко- и текучепластичной консистенции, подстилаемых плотными моренными суглинками. Давление от сооружения (в данном случае намытые пески хвостохранилища) составляло 0,22 МПа. В полевых условиях было замерено поровое давление, равное 40% от величины внешнего давления. Значение начального градиента напора  $I_n$ , определенного в лаборатории равно 2.

**Задача 9.** Рассчитайте характер развития осадки во времени 2-метрового слоя водонасыщенной глинистой породы под действием веса намытого песка (рефулирование территории), мощность которого составляет 3,5 м,  $\gamma=2$  т/м<sup>3</sup>, коэффициент фильтрации глинистой породы 1 см/год; компрессионная кривая приведена ниже:

$e$	1,152	1,023	1,002	0,968
$p$ , МПа	0,0	0,05	0,10	0,15

Значение осадки необходимо определять через каждые 10 сут в течение 30 дней. Фильтрация из слоя глины — двухсторонняя.

Расчет осадки во времени выполняется в следующей последовательности:

1. Для заданного интервала давления определяется величина коэффициента скорости консолидации:  $c_u = \frac{k(1+e_1)}{a\gamma_b}$ ; интервал давления в данном случае составляет  $p_1=0$ ,  $p_2=\gamma h_{\text{песка}}=0,07$  МПа, соответственно  $a = \frac{e_1 - e_2}{p_2 - p_1} = \frac{1,152 - 1,012}{0,07} = \frac{0,14}{0,07} = 2 \text{ МПа}^{-1}$ ;  $e_1$  и

$e_2$  согласно компрессионной кривой составляют 1,152 и 1,012,  $\gamma_v = 1,0 \text{ т/m}^3$ , следовательно  $c_u = 1,07 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{год}$ .

2. Найденное значение  $c_u$  позволяет рассчитать величину фактора времени  $T_u$  для заданных промежутков времени (10, 20, 30 суток).

$$T_u = \frac{\pi^2 c_u t}{h^2} = \frac{3,14^2 \times 1,07 \times 10^4 \times 10}{365 \times 4 \times 10^4} = 0,07;$$

Время $t$ , сут	10	20	30
Фактор времени $T_u$	0,07	0,14	0,21

3. Зная величины фактора времени, можно определить степени уплотнения слоя  $U$ , которые соответственно равны  $U_{t=10 \text{ сут}}=0,19$ ;  $U_{t=20 \text{ сут}}=0,27$ ,  $U_{t=30 \text{ сут}}=0,33$ .

4) Осадка во времени рассчитывается по формуле

$$S(t)=S_k U.$$

Конечная осадка  $S_k$  определяется по формуле

$$S_k = \frac{a(p_2 - p_1)}{1 + e_1} h = \frac{0,4 \times 0,07}{1 + 1,152} 200 = 13 \text{ см.}$$

Следовательно,  $S_{t_1} = 13 \times 0,19 = 2,47 \text{ см}$ ;  $S_{t_2} = 13 \times 0,27 = 3,51 \text{ см}$ ;  $S_{t_3} = 4,29 \text{ см}$ .

Можно решить обратную задачу для тех же условий, т. е. рассчитать, через какое время осадка практически стабилизируется (степень уплотнения слоя  $U=0,95$ ). По величине  $U$  определяется фактор времени  $T_u=2,8$ , время стабилизации рассчитывается по формуле

$$t = \frac{T_u h^2}{\pi^2 c_u} = \frac{2,80 \times 4 \times 10^4}{3,14^2 \times 1,07 \times 10^4} = 1,65 \text{ года.}$$

**Задача 10.** Провести анализ аварийной ситуации, которая повлекла за собой разрушение 9-этажного здания, возведенного на литифицированных глинистых отложениях. Здание было запроектировано как конструкция с поперечными несущими стенами на ленточных фундаментах шириной  $b=2 \text{ м}$ , расположенных на расстоянии 6 м одна от другой. Заглубление фундаментов составляло 1,5 м, нагрузка на фундамент—600 кН/м, следовательно, давление по подошве фундамента — 0,3 МПа. В основании сооружения залегали глины с  $W=24\%$  и  $\gamma=2 \text{ т/m}^3$  (величина влажности совпадала с влажностью на пределе раскатывания). Параметры прочности пород основания по результатам дренированно-неконсолидированных испытаний составляли  $c=0,047 \text{ МПа}$ ,  $\varphi=10^\circ$ , дренированно-консолидированных —  $c=0,023 \text{ МПа}$ ,  $\varphi=18^\circ$ . При использовании параметров дренированно-неконсолидированных испытаний расчетное сопротивление  $R$  составило 0,255 МПа и с учетом повышенного значения коэффициента  $\gamma_{cl}=1,25$  (согласно СНиП 2.02.01—83),  $R \approx 0,32 \text{ МПа}$ , предельное давление на основание —

0,45 МПа. Применение в расчетах параметров дренированно-консолидированных испытаний дало значения  $R=0,28$  МПа и предельного давления — 0,47 МПа. Если учесть, что давление, вызывающее изменение напряженного состояния пород в основании с учетом заглубления фундамента, не превышает 0,27 МПа, строительство и эксплуатация рассматриваемого здания согласно результатам расчетов не вызывало никаких опасений. Однако при возведении 7-го этажа началось интенсивное развитие деформаций, которое закончилось выдавливанием пород в пределах всего контура здания, следовательно, начало прогрессирующего разрушения глинистых пород отмечалось при давлении 0,23—0,24 МПа.

Встает вопрос, на каком этапе проектирования была допущена ошибка? Литифицированные глинистые отложения, залегающие в основании, обладают как макро-, так и микротрециноватостью. При использовании достаточно узких ( $b=2$  м) фундаментов деформация пород в основании сооружений происходит при возможности их бокового расширения, когда в наибольшей степени проявляется влияние макро- и микротрециноватости на прочность пород. Влияние микротрециноватости можно учесть, проводя опыты по определению  $c$  и  $\varphi$  в условиях трехосного сжатия, макротрециноватости — с помощью коэффициента структурного ослабления пород [16]. Следует также отметить, что показатели  $c$  и  $\varphi$  литифицированных глинистых пород должны определяться в условиях недренированно-неконсолидированных испытаний. Исследования в стабилометре по закрытой схеме показали, что средние величины  $c$  и  $\varphi$  соответственно составляют 0,088 МПа и  $2^\circ$ . Однако использование этих данных в расчетах недопустимо, поскольку не учтена макротрециноватость. Среднее значение коэффициента структурного ослабления  $\lambda$  равно 0,48. Следовательно сцепление трециноватых глинистых пород в основании  $c_t$  не превышало 0,042 МПа. При параметрах  $c_t=0,042$  МПа и  $\varphi=2^\circ$  было рассчитано  $R=0,174$  МПа, а предельное давление на породы основания составило 0,24 МПа. Следовательно давление от сооружения превысило ту величину, которая определяет полную несущую способность пород основания, и его разрушение при таких условиях вполне объяснимо.

Данный пример наглядно свидетельствует о необходимости тщательного анализа достоверности тех параметров, которые используются в расчетах, причем правильное их обоснование — одна из главных задач инженера-геолога на заключительных стадиях проектирования конкретного сооружения.

**Задача 11.** Рассчитайте устойчивость откоса, сложенного однородной глинистой породой, имеющей  $\gamma=1,95$  т/м<sup>3</sup>,  $c=0,032$  МПа и  $\varphi=14^\circ$ . Угол заложения откоса  $a=20^\circ$ , высота откоса  $H=18$  м. Расчет произведите методом алгебраического сложения сил для двух условий: 1) поверхность скольжения имеет круглоцилиндрическое очертание и положение наиболее слабой поверхности определяется по способу Феллениуса; 2) поверхность скольжения криволинейна и положение наиболее слабой поверхности находят по

способу ВНИМИ (кривая скольжения близка по очертанию к логарифмической спирали).

Для этих двух поверхностей скольжения следует рассчитать коэффициенты устойчивости и сравнить их значения. Оцените, в каком случае коэффициент устойчивости имеет более высокие значения.

*Задача 12.* Требуется оценить устойчивость песчаного откоса высотой 15 м одного из хвостохранилищ, намываемого на озерно-ледниковые глинистые отложения. Угол наклона песчаного откоса составляет  $12^\circ$ . Параметры свойств песков и тела хвостохранилища следующие. Для песков  $\gamma$  выше уровня грунтовых вод равен  $2 \text{ т}/\text{м}^3$ , ниже —  $1 \text{ т}/\text{м}^3$  (уровень грунтовых вод залегает на глубине 7 м от поверхности намытых песков),  $c=0$ ,  $\varphi$  выше уровня грунтовых вод равно  $30^\circ$ , ниже —  $27^\circ$ .

Разрез пород основания: мощность верхнего слоя озерно-ледниковых отложений составляет 3 м,  $\gamma=1,97 \text{ т}/\text{м}^3$ ,  $c=0,035 \text{ МПа}$ ,  $\varphi=14^\circ$ , мощность слоя залегающего ниже составляет 2 м,  $\gamma=1,93 \text{ т}/\text{м}^3$ ,  $c=0,032 \text{ МПа}$  и  $\varphi=11^\circ$ .

На глубине около 5 м от кровли озерно-ледниковых отложений прослеживается слабый глинистый прослой с характеристиками:  $\gamma=1,8 \text{ т}/\text{м}^3$ ,  $\varphi=0$  и  $c=0,018 \text{ МПа}$ , который и определяет устойчивость откоса.

Проведенные исследования на оползневых участках хвостохранилища показали, что поверхность скольжения проходит по слабому слою практически на всем протяжении откоса, т. е. совпадает с теоретическими построениями, рассматриваемыми в гл. 7. Следует отметить, что на устойчивость откоса будут оказывать влияние также гидростатические и гидродинамические силы, поскольку к пескам приурочен водоносный горизонт. Расчет должен показать, при каком положении уровня грунтовых вод устойчивость откоса может быть гарантирована.

Расчет необходимо выполнять в следующей последовательности:

1) определить положение поверхности скольжения с минимальным коэффициентом запаса;

2) оценить устойчивость откоса при учете только сил гидростатического взвешивания (по наиболее слабой поверхности скольжения);

3) определить устойчивость при учете результирующей силы гидростатического и гидродинамического давлений при условии, что сила  $D_i$  направлена нормально к поверхности скольжения и приложена в средней ее точке в пределах выделенного блока пород (по наиболее слабой поверхности скольжения);

4) оценить коэффициент запаса при положении поверхности скольжения справа и слева от наиболее слабой.

Следует отметить, что рекомендуемый коэффициент запаса при проектировании хвостохранилищ составляет 1,15.

Если при расчетах устойчивости откоса коэффициент запаса окажется менее 1,15, то для обеспечения его устойчивости необходимо

понизить уровень грунтовых вод. Предлагается самостоятельно рассчитать, насколько нужно понизить уровень, чтобы коэффициент запаса был бы не менее 1,15.

Необходимо подчеркнуть, что в данной задаче можно использовать два приема метода алгебраических сложений сил: а) расчет устойчивости по соотношению удерживаемых и сдвигающих сил без разделения величины сопротивления сдвигу на трение и сцепление; б) удерживающие силы рассматриваются в виде двух слагаемых (силы трения и сцепления), поскольку  $D_i$  учитывается только в нормальной составляющей  $N_i$ .

**Задача 13.** Определить угол заложения откоса высотой 30 м, используя график ВНИМИ, если известно, что в толще пород выделены три разности пород с различными показателями физико-механических свойств. В верхней части разреза залегают суглинки, мощность которых составляет 7 м,  $\gamma=1,90 \text{ т/м}^3$ ,  $c=0,04 \text{ МПа}$  и  $\varphi=-12^\circ$ , ниже — глины с  $\gamma=2,1 \text{ т/м}^3$ ,  $c=0,055 \text{ МПа}$  и  $\varphi=8^\circ$ , мощность глин 15 м, ниже прослеживаются пески мощностью более 40 м с  $\gamma=2 \text{ т/м}^3$  и  $\varphi=28^\circ$ . Таким образом, 30-метровый откос может быть разделен на три слоя: 7, 15 и 8 м. Порядок расчета следующий:

1) определяются средневзвешенные характеристики параметров свойств пород по мощности:

$$\gamma_{cp} = \frac{1,9 \times 7 + 2,1 \times 15 + 2 \times 8}{7 + 15 + 8} \approx 2,03 \text{ т/м}^3;$$

$$\varphi_{cp} = \frac{12 \times 7 + 8 \times 15 + 28 \times 8}{7 + 15 + 8} \approx 14^\circ;$$

$$c_{cp} = \frac{0,04 \times 7 + 0,055 \times 15 + 0 \times 8}{7 + 15 + 8} = 0,037 \text{ МПа};$$

если принять коэффициент устойчивости  $n$ , равным 1,2, то расчетные значения характеристик прочности  $c_p=0,037/1,2=0,03 \text{ МПа}$ ,  $\varphi_p=14/1,2=\sim 11^\circ 40'$ ;

2) рассчитывается по формуле  $H_{90}=(2c/\gamma_{cp}) \operatorname{tg}(45^\circ+\varphi_p/2)$ ;  $H_{90}$  в нашем случае равна 3,6 м;

3) оценивается приведенная высота откоса

$$H' = \frac{H}{H_{90}} = \frac{30}{3,6} = 8,34 \text{ м};$$

4) по значениям  $H'=8,34$ ,  $\varphi_p=11^\circ 40'$  и, используя график ВНИМИ, определяют  $\alpha \approx 15^\circ$ .

**Задача 14.** Определите устойчивость пород в выработке с позиции возможности образования вывалов. Известно, что выработка размером 4 м пройдена в толще пород, имеющей коэффициент крепости  $f=7$ . В толще пород прослеживаются две системы трещин и отмечается слоистость; наименьшее расстояние между отдельными блоками в наиболее развитой системе трещин равно 0,25 м (модуль относительной трещиноватости  $n=16$ ), трещины ровные и выполнены прочными вторичными образованиями. В выработках отмечается капеж. Угол между осью выработки и по-

верхностями ослабления наиболее развитой системы трещин составляет  $75^\circ$ .

Используя величину показателя  $S$ , предложенную Н. С. Булычевым, и подставляя значения коэффициентов, величина которых зависит от заданных характеристик толщи пород и выработки, найдем

$$S = 7 \frac{17 \times 1 \times 0,5}{6 \times 1 \times 1} = 9,9.$$

По табл. 22 определяем, что породы в выработке оцениваются как устойчивые.

*Задача 15.* Рассчитайте, как меняется величина горного давления в выработках переменного сечения, если они пройдены в породах, коэффициент крепости которых  $f=4$  м и  $\gamma=2,4$  т/м<sup>3</sup> (пролеты выработок составляют  $2a_1=2,4$  м;  $2a_2=3,6$  м;  $2a_3=4,6$  м).

Величина горного давления, согласно гипотезе Протодьяконова, зависит только от размеров выработки и свойств пород:  $P_1=11,5$  кН/м;  $P_2=25,9$  кН/м;  $P_3=42,3$  кН/м.

Следовательно, по мере увеличения размера выработки резко возрастает величина горного давления.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

---

1. Абелев М. Ю. Строительство промышленных и гражданских сооружений на слабых водонасыщенных грунтах. М., Стройиздат, 1983.
2. Березанцев В. Г. Расчет оснований сооружений. Л., Стройиздат, 1970.
3. Борисов А. А. Механика горных пород и массивов. М., Недра, 1980.
4. Булычев Н. С. Механика подземных сооружений. М., Недра, 1982.
5. Введение в механику скальных пород. Под ред. Х. Бока. М., Мир, 1983.
6. Галустян Э. Л. Управление геомеханическими процессами в карьерах. М., Недра, 1980.
7. Глушко В. Т., Борисенко В. Г. Инженерно-геологические особенности железорудных месторождений. М., Недра, 1978.
8. Гольдштейн М. Н., Кушнер С. Г., Шевченко М. И. Расчеты осадок и прочности оснований зданий и сооружений. Киев, Будівельник, 1977.
9. Горбунов-Посадов М. И., Маликова Т. А. Расчеты конструкций на упругом основании. М., Стройиздат, 1973.
10. Далматов Б. И. Механика грунтов, основания и фундаменты. М., Стройиздат, 1981.
11. Дашико Р. Э. Расчет устойчивости горных пород как оснований и среды сооружений. Л., Изд-во ЛГИ, 1979.
12. Дашико Р. Э., Каган А. А. Механика грунтов в инженерно-геологической практике. М., Недра, 1977.

13. Джегер Ч. Механика горных пород и инженерные сооружения. М., Мир, 1975.
14. Кацауров И. Н. Механика горных пород. М., Недра, 1981.
15. Крупенников Г. А., Филатов Н. А., Амусин Б. З. Распределение напряжений в городных массивах. М., Недра, 1973.
16. Ломтадзе В. Д. Инженерная геология. Инженерная петрология. Л., Недра, 1984.
17. Ломтадзе В. Д. Инженерная геология и механика горных пород. — Изв. вузов. Геология и разведка, 1981, № 1, с. 73—76.
18. Ломтадзе В. Д. Инженерная геология. Инженерная геодинамика. Л., Недра, 1977.
19. Максимов А. П. Горное давление и крепь выработок. М., Недра, 1973.
20. Марков Г. А. Тектонические напряжения и горное давление в рудниках Хибинского массива. Л., Недра, 1977.
21. Маслов Н. Н. Основы инженерной геологии и механики грунтов. М., Высшая школа, 1982.
22. Маслов Н. Н. Механика грунтов в практике строительства. М., Стройиздат, 1977.
23. Методические указания по определению углов наклона бортов, откосов уступов и отвалов строящихся и эксплуатируемых карьеров. Под ред. Г. Л. Фисенко. Л., Изд-во ВНИМИ, 1972.
24. Мираненко В. А. Динамика подземных вод. М., Недра, 1983.
25. Напряженное состояние земной коры. Под ред. П. Н. Кропоткина. М., Наука, 1973.
26. Осипов В. И. Природа прочностных и деформационных свойств глинистых пород. М., Изд-во МГУ, 1979.
27. Розенфельд И. А. К вопросу о прогнозе осадок сооружений на сильнооживиаемом основании. — Основания и фундаменты. 1977, № 4, с. 82—86.
28. Тектонические напряжения в земной коре и устойчивость горных выработок. Под ред. Г. И. Горбунова. Л., Наука, 1978.
29. Турчакинов И. А., Йофис М. А., Каспарьян Э. В. Основы механики горных пород. Л., Недра, 1977.
30. Ухов С. Б. Скальные основания гидroteхнических сооружений. М., Энергия, 1975.
31. Фисенко Г. Л. Предельные состояния горных пород вокруг выработок. М., Недра, 1976.
32. Цытович Н. А. Проблемы механики грунтов и скальных пород в геомеханике. М., МИСИ, 1973.
33. Цытович Н. А. Механика грунтов. М., Высшая школа, 1983.
34. Цытович Н. А., Тер-Мартиросян З. Г. Основы прикладной геомеханики в строительстве. М., Высшая школа, 1981.
35. Эйдельман С. Я., Дурчева В. Н. Бетонная плотина Усть-Илимской ГЭС. М., Энергия, 1981.
36. Tejchman A. Bearing capacity model test of stratified subsoil loaded by strip foundation. — Canad. Geotech. J., 1977, v. 14, № 1, p. 138—151.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

---

Предисловие . . . . .	3
<b>Г л а в а 1. Механика горных пород и ее содержание . . . . .</b>	<b>4</b>
§ 1. Задачи и методы . . . . .	4
§ 2. Горные породы как среда механических процессов . . . . .	7
§ 3. Связь механики горных пород с инженерной геологией, гидро- геологией и дисциплинами горного и строительного циклов . . . . .	16
<b>Г л а в а 2. Основные представления о напряженном состоянии горных пород . . . . .</b>	<b>21</b>
§ 1. Понятие о напряжениях . . . . .	21
§ 2. Напряжения и деформации при сжатии на горизонтальных и вер- тикальных площадках . . . . .	24
§ 3. Напряжения и деформации при сдвиге на горизонтальных и вер- тикальных площадках . . . . .	32
§ 4. Определение составляющих напряжений на наклонных площадках . . . . .	35
§ 5. Круг напряжений Мора . . . . .	39
§ 6. Плоская и объемная задачи распределения напряжений . . . . .	42
<b>Г л а в а 3. Определение напряжений от собственного веса горных пород . . . . .</b>	<b>46</b>
§ 1. Общие положения расчета . . . . .	46
§ 2. Влияние тектонических сил . . . . .	51
§ 3. Расчет напряжений от собственного веса пород с учетом гидро- статических и гидродинамических сил . . . . .	56
<b>Г л а в а 4. Распределение напряжений в основании при действии давле- ния от сооружения . . . . .</b>	<b>62</b>
§ 1. Понятие об основании сооружения . . . . .	62
§ 2. Расчет напряжений в основании сооружений при решении про- странственной (объемной) задачи . . . . .	66
§ 3. Расчет напряжений в основании сооружений при решении пло- ской задачи . . . . .	77
§ 4. Учет влияния жесткости фундамента при расчете напряжений . . . . .	85
§ 5. Особенности распределения напряжений с учетом собственного веса пород в основании . . . . .	90
§ 6. Экспериментальные исследования распределения напряжений в основании сооружений . . . . .	93
§ 7. Особенности распределения напряжений с учетом анизотропии свойств пород . . . . .	97
<b>Г л а в а 5. Расчет деформаций оснований сооружений . . . . .</b>	<b>104</b>
§ 1. Принципы проектирования оснований по предельным состояниям . . . . .	104
§ 2. Особенности развития деформаций в породах основания под дей- ствием давления от веса сооружения . . . . .	108
§ 3. Методы определения конечной осадки . . . . .	118
§ 4. Определение осадки во времени . . . . .	135
§ 5. Определение конечной осадки с учетом пластических деформаций . . . . .	148
<b>Г л а в а 6. Расчет устойчивости оснований сооружений . . . . .</b>	<b>153</b>
§ 1. Основные факторы, определяющие прочность и устойчивость осно- ваний . . . . .	153
	263

§ 2. Зона предельного равновесия и методы ее определения . . . . .	159
§ 3. Определение критических давлений на основание . . . . .	167
§ 4. Приближенные методы расчета устойчивости оснований . . . . .	171
§ 5. Расчет устойчивости оснований сооружений по теории предельного равновесия . . . . .	184
<b>Г л а в а 7. Расчет устойчивости склонов и откосов . . . . .</b>	<b>192</b>
§ 1. Основные положения расчета . . . . .	192
§ 2. Расчет устойчивости откосов в скальных трещиноватых породах . . . . .	197
§ 3. Расчет устойчивости откосов, сложенных песчано-глинистыми породами . . . . .	203
§ 4. Определение параметров откосов без нахождения поверхности скольжения . . . . .	210
§ 5. Расчет устойчивости откосов с учетом гидростатических и гидродинамических сил . . . . .	213
<b>Г л а в а 8. Определение устойчивости горных пород в подземных выработках . . . . .</b>	<b>217</b>
§ 1. Основные представления о деформируемости и устойчивости горных пород в подземных выработках . . . . .	217
§ 2. Оценка напряженного состояния горных пород около подземных выработок . . . . .	228
§ 3. Методы расчета горного давления в горизонтальных выработках . . . . .	232
§ 4. Определение горного давления в вертикальных выработках . . . . .	241
<b>Приложение . . . . .</b>	<b>248</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>261</b>

УЧЕБНИК

Регина Эдуардовна Дашко

МЕХАНИКА ГОРНЫХ ПОРОД

Редактор издательства С. Г. Бароянц

Технические редакторы О. А. Колотвина, Н. В. Жидкова

Корректор Л. В. Сметанина

ИБ № 5592

---

Сдано в набор 20.04.87. Подписано в печать 24.08.87. Т-16695.  
Формат 60×90 $\frac{1}{16}$ . Бумага типографская № 1. Гарнитура Литературная. Печать высокая.  
Усл.-печ. л. 16,5. Усл. кр.-отт. 16,5. Уч.-изд. л. 18,29. Тираж 4300 экз.  
Заказ 6101/9417-4 Цена 90 коп.

Ордена «Знак Почета» издательство «Недра»,  
125047, Москва, пл. Белорусского вокзала, 3.

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени МПО «Первая Образцовая типография имени А. А. Жданова» Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 113054, Москва, Валовая, 28.