

П. Л. ИВАНОВ

профессор, доктор технических наук,
заслуженный деятель науки
и техники РСФСР

ГРУНТЫ И ОСНОВАНИЯ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ

Допущено Министерством
высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебника
для студентов
гидротехнических специальностей
высших учебных заведений

МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1985



ББК 38.77
И20
УДК 626/627

Рецензенты:

кафедра инженерной геологии, оснований и фундаментов
Новосибирского инженерно-строительного института
им. В. В. Куйбышева (и. о. зав. кафедрой —
канд. геол.-минералог. наук, доц. *В. И. Шаров*);
проф., д-р техн. наук *Ю. А. Соболевский* (зав. кафедрой
«Основания, фундаменты и инженерная геология»
Белорусского политехнического института)

Иванов П. Л.

И20 Грунты и основания гидротехнических сооруже-
ний Учеб. для гидротехн. спец. вузов. — М.: Высш.
шк., 1985. — 352 с., ил.

В пер.: 1 р. 20 к.

В учебнике изложены основы механики грунтов, включая все ее основные разделы, связанные с физико-механическими свойствами грунтов, оценкой напряженного состояния, деформируемости и прочности грунтовых массивов.

Особое внимание уделено действию на грунты оснований и земляных сооружений фильтрационных сил, особенностям деформируемости и прочности грунтов при динамических воздействиях. Рассмотрены разделы механики грунтов, связанные с оценкой устойчивости сооружений, процессами консолидации грунтов, условиями моделирования грунтовых массивов и др.

И $\frac{3202000000-322}{001(01)-85}$ 160—85

ББК 38.77
6С7

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6

Введение	7

ГЛАВА 1. Основные свойства грунтов и процессы, возникающие в них

1.1. Грунт — трехкомпонентная среда	10
1.2. Основные физические характеристики грунтов	21
1.3. Основные схемы и способы лабораторных механических испытаний для определения характеристик деформируемости и прочности грунтов	28
1.4. Сжимаемость грунтов при статических воздействиях	36
1.5. Прочность грунтов при статических воздействиях	48
1.6. Реологические процессы в грунтах	54
1.7. Фильтрационные свойства грунтов	58
1.8. Сжимаемость и прочность грунтов при динамических воздействиях	65

ГЛАВА 2. Основные расчетные модели и зависимости

2.1. Основные расчетные модели	82
2.2. Зависимости между напряженным состоянием и характеристиками сжимаемости грунта	92
2.3. Условия предельного напряженного состояния грунта	97
2.4. Условия моделирования грунтовой среды	105

ГЛАВА 3. Определение напряжений в грунтах

3.1. Определение напряжений от собственного веса грунта	112
3.2. Определение напряжений от внешних заданных нагрузок на основе модели линейнодеформируемого тела (теория упругости)	116
3.3. Фильтрационные силы и фильтрационные напряжения в грунтах	126
3.4. Влияние развития областей предельного напряженного состояния	134

ГЛАВА 4. Определение напряжений по подошве сооружений

4.1. Определение напряжений по подошве сооружений конечной жесткости	145
4.2. Определение напряжений по подошве жестких сооружений	158

ГЛАВА 5. Определение конечных смещений сооружений

5.1. Основные виды смещений сооружений	171
5.2. Основные этапы возведения сооружения для оценки его конечных осадок	172
5.3. Определение мощности сжимаемой толщи	174
5.4. Метод послойного суммирования осадок	176
5.5. Определение осадок как вертикальных перемещений линейно деформируемой среды	181
5.6. Об определении осадок как вертикальных перемещений упруго-пластической нелинейной среды	186
5.7. Определение горизонтальных смещений сооружений	189
5.8. Основные пути уменьшения смещений сооружений и их неравномерности	190

ГЛАВА 6. Давление грунта на сооружение (простейшие практические методы определения)

6.1. Понятия об активном и пассивном давлениях	192
6.2. Определение активного давления грунта	194
6.3. Пассивное давление грунта	198
6.4. Влияние различных факторов на давление грунта	201

ГЛАВА 7. Простейшие способы оценки устойчивости оснований и откосов

7.1. Основные виды нарушения устойчивости и расчетные модели	205
7.2. Условие устойчивости и коэффициент запаса устойчивости	208
7.3. Учет действия фильтрационных сил в расчетах устойчивости	212
7.4. Расчет устойчивости в предположении сдвига по плоской подошве сооружения или по слабой прослойке	214
7.5. Расчет устойчивости в предположении круглоцилиндрических поверхностей скольжения	216
7.6. Способ наклонных сил А. Л. Можевитинова	225
7.7. Учет влияния некоторых факторов	227
7.8. Основные мероприятия по повышению устойчивости сооружений	229

ГЛАВА 8. Основы теории консолидации (теория уплотнения) грунтов и ее приложения

8.1. Основные этапы развития теории консолидации грунтов	232
8.2. Уравнения движения фаз	234
8.3. Уравнения неразрывности фаз	237
8.4. Основное уравнение консолидации	239
8.5. Основное уравнение консолидации с учетом ползучести скелета грунта	242
8.6. Модель объемных сил	246
8.7. Основная расчетная модель и уравнение консолидации В. А. Флорина	248
8.8. Численный метод решения уравнений консолидации способом конечных разностей	254
8.9. Одномерные задачи консолидации и оценка влияния различных факторов	257
8.10. Решения плоской и пространственной задач консолидации и их приложения	268
8.11. Процесс отрыва сооружений от оснований	280

ГЛАВА 9. Основы теории предельного равновесия грунтовой среды и ее приложения

9.1. Основные уравнения теории предельного равновесия (плоская задача)	283
9.2. Граничные условия и особые точки	288
9.3. Простейшие частные решения	290
9.4. Общий метод численного интегрирования уравнений предельного равновесия	293
9.5. Безразмерные координаты	295
9.6. Несущая способность оснований	296
9.7. Устойчивость откосов	303
9.8. Давление грунта на сооружения	305
9.9. О коэффициентах устойчивости и сопоставление с результатами опытов	307

ГЛАВА 10. Нелинейная деформируемость и прочность грунтов при сложном напряженном состоянии

10.1. Инварианты напряженного и деформированного состояний грунтовой среды	310
10.2. Описание схем и результатов испытаний грунтов с использованием инвариантов напряженного и деформированного состояний	315
10.3. Упругопластическое деформирование среды и поверхности нагружения	321
10.4. Основные закономерности статического деформирования грунтов при сложном напряженном состоянии	325
10.5. Прочность грунтов при сложном напряженном состоянии	332
10.6. Представления о решении задач нелинейной механики грунтов	333

Заключение	341

Список литературы	344

Предметный указатель	346

Именной указатель	350

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемый учебник в значительной мере основан на курсе механики грунтов, методика которого была разработана чл.-корр. АН СССР, проф. В. А. Флориным в Ленинградском политехническом институте им. М. И. Калинина.

Учебник рассчитан на подготовку инженеров всех гидротехнических специальностей, но наиболее приближен к программам специальностей 1203 «Речные гидротехнические сооружения» со специализацией «Прочность и устойчивость гидротехнических сооружений и их оснований» и 1204 «Водные пути, морские и речные порты». Кроме того, учебник написан с учетом отличия программ ЛПИ им. М. И. Калинина от ряда других вузов. Более подробно некоторые методические особенности курса приводятся в конце книги в разделе «Заключение».

При составлении учебника большая помощь оказывалась сотрудниками кафедры «Подземные сооружения, основания и фундаменты» гидротехнического факультета ЛПИ им. М. И. Калинина. Глава 10 «Нелинейная деформируемость и прочность грунтов при сложном напряженном состоянии» написана проф., д-ром техн. наук А. К. Бугровым.

Автор благодарит проф. А. Л. Можевитинова, проф. А. К. Бугрова, доц. А. Г. Соколова, К. К. Гребнева за полезные пожелания, высказанные ими при просмотре рукописи, а также Л. Н. Чернову, Л. И. Итину, Г. Н. Мубаракшину, З. И. Ольховую за оказанную помощь при подготовке рукописи. Автор выражает искреннюю признательность рецензентам проф. Ю. А. Соболевскому и доц. А. П. Кривороту, а также доцентам НИСИ В. В. Игольникову, В. С. Миронову, В. И. Шарову и В. Н. Кровякову за ценные замечания, которые были учтены при доработке.

Автор

ВВЕДЕНИЕ

Развитие гидротехнического строительства в нашей стране осуществляется в соответствии с «Основными направлениями экономического и социального развития СССР на 1980—1985 годы и на период до 1990 года», которое связано с ростом топливно-энергетической базы, освоением шельфовой зоны морей, расширением существующих и созданием новых портов, использованием стока рек районов севера европейской и западно-сибирской частей СССР, развитием Нечерноземья и др. Во всех этих случаях приходится решать сложные задачи, связанные с работой грунтов в качестве оснований гидротехнических сооружений или в качестве материала для их возведения.

На развитие механики грунтов очень большое, а в ряде ее разделов определяющее влияние оказывало гидротехническое строительство в Советском Союзе. Так, проектирование и возведение впервые в мире плотины и здания станции Нижне-Свирской ГЭС (1924—1935) на глинистых грунтах потребовало решения ряда новых и сложных задач механики грунтов, создания методов их лабораторных и полевых испытаний. В 50-е годы интенсивное строительство Волжских и Днепровских плотин преимущественно на песчаных основаниях вызвало необходимость детального изучения так называемых явлений разжижения водонасыщенных несвязных грунтов. За рубежом к этой проблеме обратились только после катастрофического землетрясения в Ниагате (Япония, 1964 г.). Возведение впервые в мировой практике грунтовых плотин высотой более 300 м, таких, как Нурекская и Рогунская, в последние два десятилетия привело к решению совершенно новых задач сложного напряженно-деформированного состояния грунтов с учетом их консолидации, реологических свойств и пространственных условий работы сооружений в узких каньонах.

Очень кратко рассмотрим период становления механики грунтов и отметим роль отечественных ученых. Во всех разделах книги читатель найдет несколько более подробную оценку значения их работ.

Первым шагом в области механики грунтов следует считать работу Ш. Кулона (Франция, 1773 г.), в которой он дал решение задачи о давлении грунта на подпорные стенки, применяемое в настоя-

щее время. В 1885 г. Ж. Буссинеском (Франция) было получено решение задачи о напряжениях в упругом полупространстве при действии сосредоточенной силы.

В России вопросам сжимаемости и прочности грунтовых оснований были посвящены работы Н. И. Фусса (1798), М. С. Волкова (1840), В. М. Карловича (1869), В. И. Курдюмова (1902), П. А. Миняева (1916) и Н. П. Пузыревского (1924).

Определяющим этапом в формировании механики грунтов как научной дисциплины послужило опубликование К. Терцаги в 1925 г. в Вене книги «Строительная механика грунтов». В этой книге и последующих монографиях [28, 29] К. Терцаги дал систематическое изложение основ классической механики грунтов.

В Советском Союзе формирование механики грунтов как науки в значительной мере связано с работами чл.-корр. АН СССР Н. М. Герсеванова. Его монография «Основы динамики грунтовой массы» (1931) и последующие работы определили интенсивное развитие ряда направлений механики грунтов, в частности теории консолидации грунтов. Именем Н. М. Герсеванова назван головной институт Советского Союза в области фундаментостроения (НИИОСП), который он создал в 1931 г.

Современная советская школа механики грунтов в значительной мере создана и развивается благодаря фундаментальным работам чл.-корр. АН СССР В. А. Флорина. В 1936—1938 гг. им были заложены основы расчета балок на упругом основании методом теории упругости и создана теория консолидации грунтов. Основные результаты последующих многоплановых работ В. А. Флорин обобщил в двухтомной монографии «Основы механики грунтов» (1959, 1961).

Мировую известность получило имя чл.-корр. АН СССР В. В. Соколовского, создателя теории предельного равновесия грунтов, работы которого обобщены в монографии «Статика сыпучих сред» (1960).

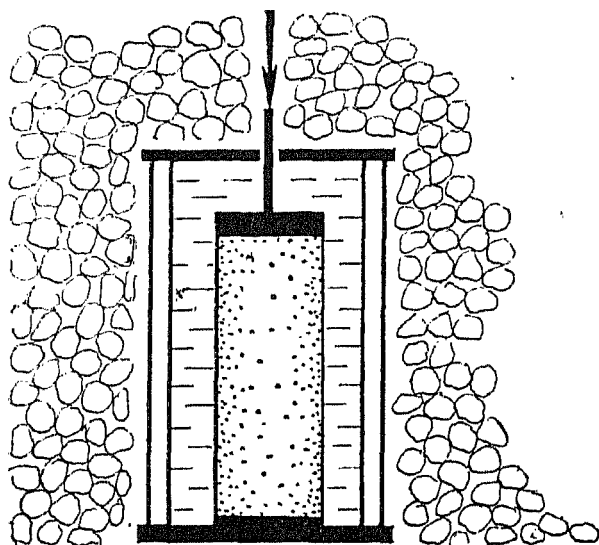
Заслуга создания первого в нашей стране учебного курса по механике грунтов (1934) принадлежит чл.-корр. АН СССР Н. А. Цытовичу, который возглавил Национальный Комитет по механике грунтов и фундаментостроению СССР. В 1980 г. ему было присвоено высокое звание Героя Социалистического Труда.

Значителен вклад в развитие механики грунтов Н. Н. Маслова. Существенной особенностью его многочисленных работ [19] является глубокое изучение физики грунтов, широкое использование возможностей инженерной геологии и практическая инженерная направленность разработанных решений.

Развитие современных основ теории напряженно-деформированного состояния оснований в значительной мере определилось крупными работами М. И. Горбунова-Посадова [7], В. Г. Березанцева [1], М. В. Малышева [18] и В. С. Христофорова. Реологические основы современной механики грунтов созданы С. С. Вяловым [4]. Интенсивное развитие динамика грунтов получила благодаря исследованиям Д. Д. Баркана, О. А. Савинова и А. П. Синицина. В последние годы значительным событием явился выход трехтомной монографии М. Н. Гольдштейна [6], в которой обобщены его работы и

развивается ряд новых направлений в механике грунтов. Первыми в области исследований поведения грунтов в условиях сложного напряженного состояния были работы Г. М. Ломизе. Многие решения практически важных задач напряженного состояния грунтов и расчета осадок сооружений получены К. Е. Егоровым и Б. И. Далматовым.

В последние десятилетия в Советском Союзе сформировалась плеяда талантливых ученых, не только активно развивающих существующие, но и создающих новые направления механики грунтов. Руководимые ими коллективы в НИИОСПе, ВНИИГе, НИСе Гидропроекта, Московском, Ленинградском и Азербайджанском инженерно-строительных институтах, Ленинградском, Челябинском, Пермском, Новочеркасском и Белорусском политехнических институтах, Московском университете являются в настоящее время определяющими современное и будущее развитие советской школы механики грунтов.



ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ГРУНТОВ И ПРОЦЕССЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В НИХ

1.1 ГРУНТ — ТРЕХКОМПОНЕНТНАЯ СРЕДА

Основной особенностью грунтов является их раздробленность, т. е. грунт состоит из отдельных частиц различной крупности, либо несвязанных между собой, либо связанных, но с прочностью связей, много меньшей прочности самих частиц грунта. Между частицами имеются поры, которые могут быть заполнены полностью или частично газом или жидкостью. Таким образом, грунт в общем случае представляет собой трехкомпонентную (трехфазную) среду, состоящую из твердых частиц, жидкости и газа. Все эти компоненты грунта находятся в сложном взаимодействии.

Основные представления о твердой составляющей грунта. Природные грунты — это в основном продукты физического и химического выветривания скальных горных пород литосферы, поэтому твердые частицы представлены отдельными минералами или обломками скальных горных пород. В песчаных и более крупнозернистых грунтах встречаются в основном породообразующие минералы, такие, как кварц, полевой шпат, слюда и др. В глинистых грунтах в результате существенного химического выветривания содержится значительное количество очень мелких глинистых (вторичных) минералов — монтмориллонита, каолинита, гидрослюды и др.

Диапазон изменения крупности частиц грунтов значительный. Частицы, близкие по крупности, объединяют в определенные группы, называемые *гранулометрическими фракциями* (или просто фракциями), которым присвоены соответствующие наименования (табл. 1.1).

Грунты состоят из фракций разной крупности. Процентное содержание в грунте по массе фракции определяет *зерновой* (гранулометрический) *состав грунта**.

Зерновой состав для фракций, больших 0,1 мм (или $> 0,25$ мм), определяют просеиванием пробы грунта через комплект сит. Для более мелких фракций ($< 0,10$) применяют методы, основанные на определении размеров частиц грунта по скорости их выпадения из суспензии (метод седиментации), используя зависимость Стокса для скорости падения шара в вязкой жидкости. Суспензию из пробы грунта и воды помещают в высокий стеклянный сосуд (цилиндр) и тщательно взмучивают. Чем мельче частицы, тем медленнее они оседают в спокойной жидкости. Скорость падения частиц грунта оценивают по уменьшению плотности суспензии различными способами: ареометрическим, пипеточным и отмучиванием [3, 39]. Следует отметить, что вследствие использования формулы Стокса этими способами определяют не действительные размеры частиц, а диаметр шара, который падал бы в жидкости (воде) с такой же скоростью, как и сложная по форме частица.

Зная процентное содержание каждой фракции, для удобного графического представления зернового состава грунта строят *кривые однородности* (рис. 1.1). По оси абсцисс откладывают логарифмы диаметра частиц, а по оси ординат — *процент содержания частиц, меньших данного диаметра*. Разность ординат двух точек кривой однородности показывает, чему равно процентное содержание в грунте частиц, диаметры которых находятся в пределах промежутка, соответствующего разности абсцисс этих двух точек (рис. 1.1). Чем более крутыми получаются кривые однородности, тем более однороден грунт. Для характеристики неоднородности крупнообломочного или песчаного грунта введен *коэффициент неоднородности (степень неоднородности)*

$$K_{60/10} = d_{60}/d_{10}, \quad (1.1)$$

где d_{60} — диаметр частиц, меньше которого в данном грунте содержится (по массе) 60% частиц (иногда этот диаметр называют контролирующим); d_{10} — диаметр частиц, меньше которого в грунте содержится 10% частиц (эффективный диаметр) (рис. 1.1). Чем больше $K_{60/10}$, тем неоднороднее грунт, при степени неоднородности, близкой к 1, грунт идеально однороден.

Таблица 1.1

КЛАССИФИКАЦИЯ ЧАСТИЦ (ФРАКЦИЙ)
ПО КРУПНОСТИ

Наименование частиц		Размер частиц, мм
окатанные	угловатые	
Валуны	Камни	> 200
Галька	Щебень	200...40
Гравий	Дресва(хрящ)	40...2
	Песчаные крупные	2...0,5
	» средние	0,5...0,25
	» мелкие	0,25...0,10
	» тонкие	0,10...0,05
	Пылеватые	0,05...0,005
	Глинистые	$< 0,005$

* Здесь и далее в скобках приводятся другие часто применяемые термины и наименования.

Кристаллическая решетка твердых частиц грунта образована химическими элементами — ионами, несущими тот или иной электрический заряд. Внутри кристаллической решетки заряды ионов различных знаков уравниваются, тогда как на поверхности твердой частицы ионы уравниваются лишь частично с внутренней стороны по отношению к поверхности. Поэтому в целом такая частица грунта не является нейтральной и ведет себя как заряженное тело.

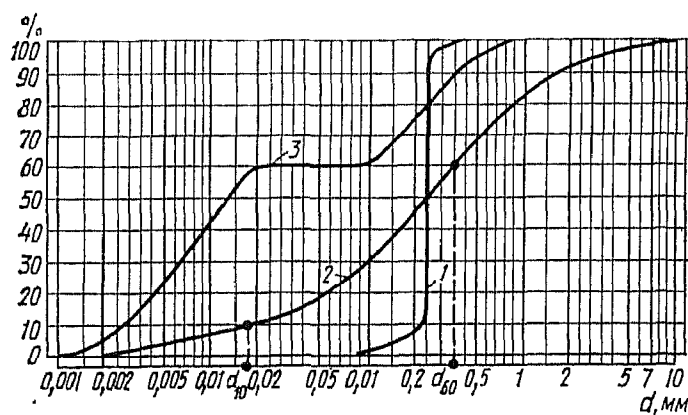


Рис. 1.1. Кривые однородности грунтов:
1 — грунт однородный; 2 — грунт, менее однородный;
3 — грунт, не имеющий в своем составе ряда промежуточных фракций

Это подтверждается простым опытом с пропусканием постоянного тока через глинистую водную суспензию. Глинистые частицы перемещаются в воде от отрицательного к положительному электроду. Это показывает, что глинистые частицы в целом несут отрицательные заряды или что их поверхность заряжена отрицательно.

Благодаря наличию заряда твердые частицы взаимодействуют с окружающей их средой, т. е. с жид-

костью и газами. Так как заряды образуются на поверхности частиц, то их взаимодействие тем больше, чем больше поверхность частиц грунта. Для характеристики *поверхностной активности грунта* применяют понятие *удельная поверхность грунта* — отношение суммарной площади поверхности всех частиц к занимаемому ими объему (1/см).

С уменьшением размеров частиц удельная поверхность грунта существенно увеличивается. Так, поверхность кубических элементов, заполняющих объем, равный 1 см³, при размере ребер каждого элементарного кубика 1 мм будет 60 см², при размере 1·10⁻² мм достигает 6 м², а при размере 10⁻⁵ мм (коллоидные частицы) — 600 м². Частицы глинистых минералов, например, монтмориллонита в 1 г имеют общую поверхность около 800 м². В результате все поверхностные явления в грунтах, состоящих из глинистых частиц (< 0,005 мм), имеют во много раз большее значение, чем в грунтах, содержащих только песчаные и даже пылеватые частицы (0,05... 0,005 мм). Как следствие, свойства таких грунтов резко различаются. Больше того, небольшая добавка к мелким песчаным частицам всего 1...3% глинистых частиц может изменить суммарную поверхность всех частиц грунта в сотни и тысячи раз и вызвать резкие качественные изменения. Поэтому за основу классификации видов грунтов по их гранулометрическому составу принимается содержание глинистых частиц (% по массе):

Пески	<3	Суглинки	10...30
Супеси	3...10	Глины	>30

Супеси, суглинки и глины обычно объединяют в категорию глинистых грунтов. Если в глинистых грунтах содержится пылеватых частиц больше, чем песчаных, то к наименованию грунта прибавляется слово «пылеватый». Для песчаных и более крупнозернистых (крупнообломочных) грунтов применяют более детальную классификацию на виды в зависимости от их гранулометрического (зернового) состава (табл. 1.2).

Наименование грунта принимают по первому удовлетворяющему показателю в порядке их расположения.

Форма твердых частиц грунта также существенно влияет на его свойства. Глинистые частицы имеют в основном пластинчатую и даже игольчатую форму, что увеличивает удельную поверхность частиц и способствует сжимаемости глинистых грунтов. Форма песчаных и более крупных частиц в зависимости от истории образования (генезиса) грунта может меняться в широких пределах: от очень окатанных, гладких частиц, близких по форме к шару, до неокатанных, угловатых и пластинчатых.

Общепринятого метода оценки формы частиц не существует. В большинстве случаев оценивают форму зерен «на глаз» по предложенным различными авторами таблицам конфигурации частиц.

В качестве числовых характеристик поверхности и формы частиц чаще всего используют коэффициент округленности, или окатанности, α и коэффициент сферичности β

Коэффициент окатанности

$$\alpha = \sum r_i / (nR), \quad (1.2)$$

где r_i — радиус кривизны отдельных участков контура частицы; n — число участков, для которых определялись радиусы r ; R — радиус круга, вписанного в контур частицы (рис. 1.2, а)

Коэффициент сферичности (рис. 1.2, б)

$$\beta = F_q / F_R, \quad (1.3)$$

где F_q — площадь проекции каждого зерна; F_R — площадь круга, описанного вокруг проекции зерна.

В случае идеальной формы частиц, т. е. гладких шаров, коэффициенты сферичности и окатанности равны 1. Чем больше действительная форма частиц отличается от шара, тем β меньше единицы. Коэф-

Таблица 1.2
КЛАССИФИКАЦИЯ КРУПНООБЛОМОЧНЫХ И ПЕСЧАНЫХ ГРУНТОВ

Виды крупнообломочных и песчаных грунтов	Характерный размер частиц, мм	Содержание частиц крупнее характерного размера, % по массе
А. Крупнообломочные		
Валунный (глыбовый)	200	> 50
Галечниковый (щебенистый)	10	> 50
Гравийный (дресвяный)	2	> 50
Б. Песчаные		
Песок гравелистый	2	> 25
» крупный	0,5	> 50
» средней крупности	0,25	> 50
» мелкий	0,1	> 75
» пылеватый	0,1	< 75

коэффициент α при негладкой, например бугристой, поверхности частицы, даже близкой по форме к шару, может быть значительно меньше 1, поэтому для обобщенной оценки формы и характера поверхности частиц предложен коэффициент формы

$$K_{\phi} = \alpha\beta, \quad (1.4)$$

который для идеального гладкого шара равен 1.

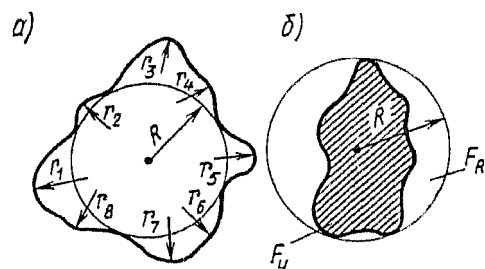


Рис. 1.2. Определение коэффициентов окатанности и сферичности частиц

Для определения формы частиц песка их фотографируют, увеличив с помощью микроскопа. Чтобы получить осредненные данные, коэффициент формы определяют для 50... 100 частиц.

Основным недостатком описанных способов является то, что коэффициенты α и β определяют по плоскостному изображению частиц. Частицы с ярко выраженными систематическими отклонениями формы от шарообразной, например при пластинчатой форме, укладывают на предметное стекло микроскопа определенной плоскостью поверхности, в этом случае всегда получается только «однобокое» изображение. Более достоверны объемные характеристики, например:

$$K_{\phi,0} = F'_q / F'_R, \quad (1.5)$$

где F'_q — площадь поверхности частицы; F'_R — площадь поверхности равного ей по объему или массе шара. Однако доступных методов прямого определения F'_q не имеется.

Жидкая составляющая грунта. Поры грунта частично или полностью заполнены жидкостью. В строительных условиях такой жидкостью в основном является вода. Вода в грунтах может быть в *парообразном, жидком и твердом состояниях*. Водяной пар в смеси с газами рассматривается в составе газообразной составляющей. В твердом состоянии вода находится в грунтах в виде льда, а также в виде кристаллизационной воды, входящей в строение кристаллических решеток различных минералов, т. е. в составе твердой фазы.

В основу современных представлений о видах воды и характере их взаимодействия с твердыми частицами положены исследования А. Ф. Лебедева, Б. В. Дерягина, П. А. Ребиндера и др. В жидком состоянии вода может быть в связанном и свободном виде.

Связанная вода. Твердые частицы с поверхности несут отрицательный заряд (рис. 1.3) и образуют вокруг себя электрическое поле. Молекулы воды в целом нейтральны, но поскольку атомы водорода и кислорода расположены в ней несимметрично, они являются диполями, один конец которых соответствует положительному, а другой отрицательному полюсу. Вследствие этого молекулы воды, расположенные на достаточном расстоянии от поверхности твердых

частиц хаотически, вблизи твердых частиц ориентируются положительным концом по отношению к их поверхности. Электромолекулярное притяжение непосредственно около поверхности частиц достигает нескольких сот МПа. Поэтому первые слои молекулы воды притягиваются к поверхности частицы особенно сильно и образуют слой *прочно связанной воды* в зависимости от химического состава твердых частиц и воды, содержащей до нескольких де-

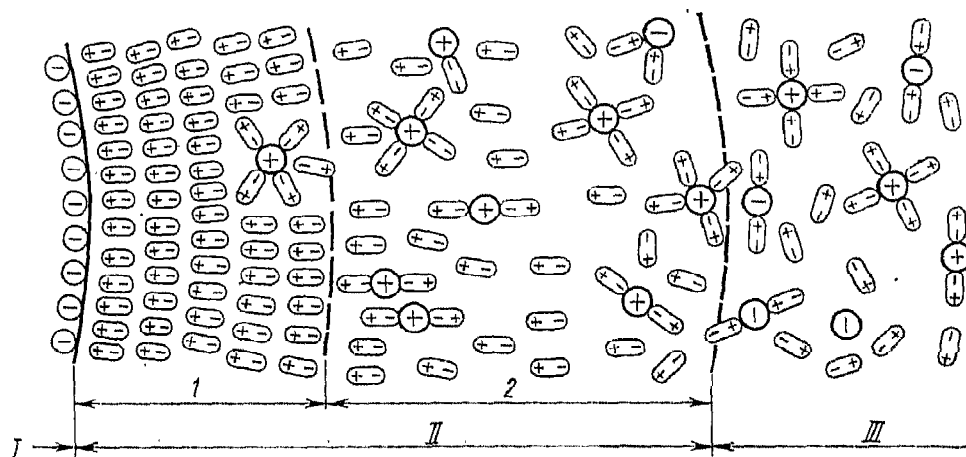


Рис. 1.3. Схема строения слоя связанной воды:

I — твердая частица; II — связанная вода; III — свободная вода; 1 — слой прочно связанной воды (гидратный слой); 2 — слой рыхло связанной воды (диффузный слой)

сятков рядов молекул с общей толщиной слоя до 10^{-6} см. Наиболее прочно связанную часть воды иногда называют *гигроскопической*, а слой наиболее ориентированных молекул воды — *гидратным*.

Электромолекулярные силы с расстоянием от частицы резко убывают, и поэтому более удаленную часть слоя связанной воды иногда называют *рыхло связанной* (см. рис. 1.3).

Отрицательно заряженные твердые частицы притягивают к себе и удерживают положительно заряженные катионы водорода, натрия, калия, кальция, алюминия и др., содержащиеся в поровой воде. Катионы, в свою очередь, имеют по нескольку ориентированных по отношению к ним молекул воды и в результате образуется *диффузный слой* (см. рис. 1.3), плотность которого возрастает с приближением к поверхности частицы. Иногда эту часть слоя связанной воды называют *пленочной*.^{*} Что же касается отрицательно заряженных ионов, т. е. анионов, то вследствие их отталкивания отрицательно заряженной поверхностью частиц концентрация их по мере приближения к частице уменьшается (см. рис. 1.3), а по мере удаления увеличивается. Расположенные в пределах диффузного слоя катионы составля-

* Следует отметить, что все эти явления в грунтах настолько сложны, что в классификации и названиях видов связанной воды нет единства. Для наших целей существенно только то, что вода прочно связанная, гигроскопическая, гидратный слой начинается от поверхности частиц, а дальше переходит в рыхло связанную воду, пленочную или диффузный слой. Ряд этих терминов некоторые исследователи считают синонимами.

ют совместно с отрицательно заряженной поверхностью твердой частицы так называемый *двойной электрический слой*.

Связанная вода, особенно вблизи от поверхности частиц, обладает повышенной плотностью, имеет большую вязкость, а температуру замерзания ниже 0°C . Таким образом, по своим свойствам связанная вода значительно отличается от свободной. Существенно то, что в ней мала роль сил собственного веса воды по сравнению с силами молекулярного взаимодействия с твердыми частицами. Поэтому количество связанной воды в грунте и в особенности ее соотношение с количеством свободной воды в грунте в значительной мере определяет свойства грунтов. В песчаных и тем более крупнообломочных грунтах благодаря относительно малой удельной поверхности частиц объем связанной воды, распределенной по поверхности частиц, очень мал. В глинистых грунтах, наоборот, в результате колоссальной удельной поверхности частиц объем связанной воды велик и в плотных глинах или суглинках почти все поры могут быть заполнены связанной водой. Этим и определяется роль удельной поверхности и поверхностной активности частиц в формировании свойств грунтов и резком качественном отличии песчаных грунтов от глинистых.

Для удаления и перемещения связанной воды, особенно находящейся ближе к поверхности твердых частиц, требуются значительные силовые воздействия. Однако если две одинаковые соседние частицы грунта имеют разные по толщине пленки связанной воды, то вода из толстой пленки перемещается в тонкую, пока толщина пленок не станет одинаковой. Поэтому в случае высыхания верхних слоев грунта и, как следствие, местного уменьшения толщины пленок вокруг частиц в природе наблюдается движение — *миграция влаги* из нижних слоев глинистого грунта, содержащих больше воды, к верхним.

Молекулы внешних зон слоя связанной воды могут отрываться потоком фильтрующей свободной воды, а также выжиматься из контактов между твердыми частицами при приложении нагрузки. В результате две частицы, прижатые одна к другой внешней нагрузкой (рис. 1.4, а), имеют в зоне контакта уменьшенную толщину пленок связанной воды. Если убрать прижимающую силу, т. е. «разгрузить» грунт, что, например, возникает при отрыве котлованов, то электромолекулярные силы, стремясь восстановить пленку связанной воды, вызовут увеличение ее толщины в зоне контакта (рис. 1.4, б), что возможно только при некоторой раздвижке частиц грунта. Получается, что связанная вода раздвигает, как бы «расклинивает» частицы грунта. Поэтому такое явление было названо Б. В. Дерягиным *расклинивающим эффектом*.

С в о б о д н а я в о д а. В грунтах свободную воду в основном подразделяют на гравитационную и капиллярную.

Гравитационная вода обладает обычными, общеизвестными свойствами, перемещается в порах грунта под воздействием разности напоров. Следует особо подчеркнуть, что *необходимым условием движения свободной воды на каком-либо участке является только наличие разности напоров на этом участке*, а наличие или отсутствие раз-

ности давлений в воде не обязательно служит признаком движения или покоя поровой воды.

Поры в грунте образуют сложную по конфигурации систему капиллярных каналов и поэтому в них наблюдается капиллярное поднятие воды. Капиллярное поднятие, как известно, определяется явлениями смачивания водой поверхности минеральных частиц и так называемыми «силами поверхностного натяжения воды». В результате явлений смачивания вода, расположенная у стенок капиллярной трубки, опущенной в бассейн с водой (рис. 1.5, а), поднимается тем

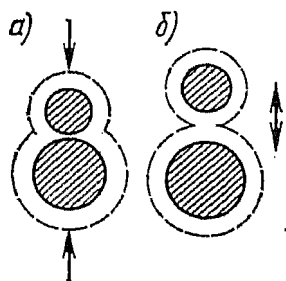


Рис. 1.4. Схема «расклинивающего» действия связанной воды

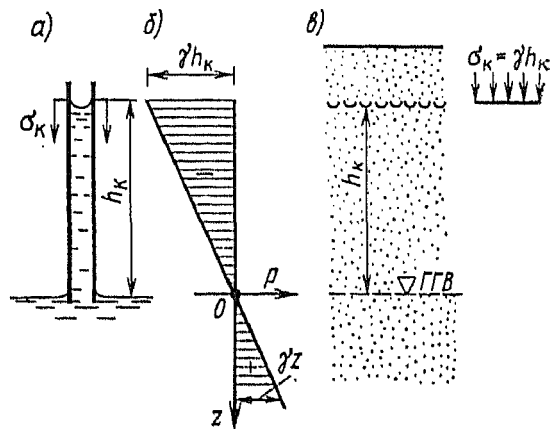


Рис. 1.5. Капиллярное поднятие воды в трубке (а), эпюра давлений в воде (б) и зона капиллярного поднятия воды в грунте (в)

больше, чем она ближе к поверхности стенок капилляра. Вследствие этого происходит искривление поверхности жидкости внутри трубки, причем выпуклость поверхности жидкости (мениск) оказывается направленной в сторону жидкости (вогнутый мениск). В этом случае давление в жидкости под вогнутой частью поверхности будет меньше, чем под плоской поверхностью воды в бассейне. Если считать, что на плоской поверхности жидкости действует атмосферное давление, то под вогнутым мениском давление в воде будет меньше атмосферного. Тогда состояние равновесия жидкости внутри капиллярной трубки возможно только в том случае, если на уровне, соответствующем поверхности окружающей трубку гравитационной воды (в грунте горизонту грунтовых вод — ГГВ), давление в воде также будет равно атмосферному (или условному нулю, как на рис. 1.5, б). Вследствие этого вода в трубке или грунте должна подняться над уровнем воды в бассейне (или ГГВ) на высоту h_k , называемую *высотой капиллярного поднятия*, при которой в трубке или грунте над уровнем питающего бассейна (или ГГВ) давление будет равно атмосферному или условному нулю.

Таким образом, мениски как бы опираются на стенки капиллярной трубки или на поверхность твердых частиц и вследствие натяжения поверхностной пленки воды поддерживают или «тянут» за собой воду на высоту капиллярного поднятия. Естественно, что в пределах этой высоты возникают отрицательные (меньшие атмосферного) давления в воде. В результате мениски, поддерживающие столб

воды высотой h_k , передают нагрузку, равную весу этого столба, на стенки капиллярной трубки или твердые частицы. Эта нагрузка, приложенная к твердым частицам или стенкам трубки на уровне менисков (рис. 1.5, а, б), называется *капиллярным давлением* и соответствующие ему сжимающие напряжения легко определяются как $\sigma_k = \gamma h_k$, где γ — удельный вес воды.

Кривизна менисков, а следовательно, и высота капиллярного поднятия тем больше, чем меньше диаметр капиллярной трубки, или применительно к грунтам, чем меньше размер пор — каналов,

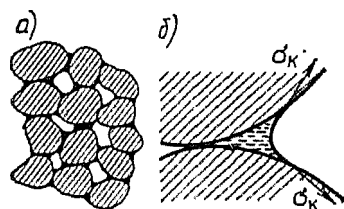


Рис. 1.6. Капиллярно-стыковая вода в песчаных грунтах

что чаще всего определяется зерновым составом грунта. В крупных песках высота h_k мала и не превышает нескольких сантиметров, но в пылеватых песках и тем более супесях достигает 1,5...3 м. Явления капиллярного поднятия присущи только свободной воде и поэтому в более мелкозернистых грунтах, например глинах, содержащих в основном связанную воду, капиллярный подъем не проявляется и перемещение воды определяется описанными выше молекулярными силами взаимодействия твердых частиц и связанной воды.

В случае если вода заполняет поры грунта только частично, то она сосредоточивается в контактах между частицами или в наиболее узких порах в виде отдельных несвязанных один с другим объемов (рис. 1.6, а). В этом случае на каждой границе газа с водой также образуются мениски (рис. 1.6, б), которые вызывают растягивающие напряжения (отрицательные давления) в воде и сжимающие напряжения в твердой фазе грунта, интенсивность которых зависит, как и раньше, от кривизны менисков, т. е. в значительной мере от размеров пор или частиц грунта. Такая вода иногда называется *капиллярно-стыковой* и создает внутреннее капиллярное давление (напряжения всестороннего сжатия) по всему объему влажного грунта. В результате сухой сыпучий песок при его небольшом увлажнении приобретает связность и может держать хотя и сравнительно небольшие, но вертикальные откосы. При высыхании или значительном увлажнении мениски и силы внутреннего капиллярного давления исчезают и песок снова становится сыпучим.

Газообразная составляющая грунта. В самых верхних слоях грунта газообразная составляющая представлена атмосферным воздухом, ниже в основном азотом, метаном, сероводородом и другими газами, а также везде обязательно присутствует некоторое количество водяного пара. Газ в грунте может быть в свободном состоянии или растворен в воде. Свободный газ подразделяют на незащемленный, сообщаящийся с атмосферой, и защемленный, не имеющий непосредственной связи с атмосферой. Незащемленный газ может находиться только в пределах небольшой глубины от поверхности (1...2 м), ниже даже выше горизонта грунтовых вод весь газ практически защемлен. Защемленный газ оказывает существенное влияние на свойства грунтов и особенно на протекающие в них процессы.

Следует отметить, что даже в водонасыщенном грунте в воде всегда имеется как растворенный в ней газ, так и некоторое количество пузырьков газа. С повышением давления и понижением температуры количество растворенного газа в воде увеличивается. При уменьшении давлений в воде, вызванном, например, отрытием котлована или водопонижением, а также при повышении температуры объем пузырьков защемленного газа в грунте увеличивается. Это происходит, с одной стороны, вследствие расширения заключенного в воде газа, а с другой, вследствие выделения газа, растворенного в воде. При подъеме из глубоких скважин на поверхность образцов даже полностью водонасыщенных грунтов растворенный в воде газ вследствие уменьшения давления бурно выделяется в виде пузырьков и может, раздвигая частицы, существенно нарушать природную структуру образца грунта. Таким образом, говоря о полностью водонасыщенном грунте, следует понимать, что рассматриваемый грунт содержит при данной температуре и данном распределении давления в воде то или иное количество растворенного в воде газа, а также хотя бы пренебрежимо малое число пузырьков газа. При любом изменении давлений или температуры воды, заполняющей поры, происходит процесс газо- и паровыделения или растворения газа и конденсации пара, расширения или сжатия газовых пузырьков. Это сопровождается изменением напряженного состояния и объема грунта, а как следствие, изменением его деформационных и прочностных свойств.

Давление в незащемленном поровом воздухе равно атмосферному, тогда как давление защемленного газа зависит от поверхностного натяжения воды на контакте с газом защемленного пузырька. Это давление превышает давление в окружающей воде на величину капиллярного давления, определяемого по формуле Лапласа

$$p_{\pi} = 2\alpha/r, \quad (1.6)$$

где α — поверхностное натяжение воды; r — радиус пузырька защемленного газа, который обычно меньше радиуса поры грунта.

Таким образом, чем меньше размер газового пузырька (размер пор), тем больше в нем давление и поэтому в глинистых грунтах дополнительное давление p_{π} может быть весьма значительным (0,02... 0,2 МПа).

В результате давление внутри газового пузырька

$$p_{\Gamma} = p_{\text{в}} + 2\alpha/r, \quad (1.7)$$

где $p_{\text{в}}$ — полное давление в окружающей воде (включая атмосферное давление).

Вода и тем более твердые частицы малосжимаемы и поэтому содержание в водонасыщенном грунте даже небольшого количества газовых пузырьков значительно увеличивает общую сжимаемость среды, проявляющуюся в случае отсутствия быстрого оттока воды из пор грунта. Особенно ярко влияние наличия небольшого количества газа проявляется при действии кратковременных, в частности динамических, нагрузок. Так, при взрывах в полностью водонасыщенных песках скорость распространения образующейся ударной

волны порядка 1500...1600 м/с, а давление в грунте на фронте ударной волны достигает нескольких десятков и сотен МПа. Наличие в таком грунте 4...2% от всего объема пузырьков защемленного газа снижает скорости распространения взрывных волн до 150...400 м/с, а давление в 20...10 раз.

Структура и связность грунтов. Под структурой грунта понимают взаимное расположение различных по крупности и форме минеральных частиц и агрегатов и характер связей между ними, обусловленных всей предысторией грунта. Связи между частицами и отдельными агрегатами грунта часто называют *структурными связями*. Особенности структуры грунтов и природа связей между частицами исследовались П. А. Ребиндером, Н. Я. Денисовым, А. К. Ларионовым, С. В. Нерпиным, Т. Лэмбом и др.

Для удобства решения и изложения некоторых задач в механике грунтов широко используют вспомогательное понятие *скелета грунта*. Под этим наименованием понимается совокупность твердых частиц грунта, наиболее связанной с ними воды и «жестких» связей между частицами, если они имеются.

Прочность структуры грунта, т. е. ее сопротивление изменению взаимного расположения частиц грунта и их агрегатов, зависит от прочности связей между ними.

Все грунты делят на *связные и несвязные*. Связные грунты отличаются от несвязных (сыпучих) грунтов способностью воспринимать хотя бы небольшие растягивающие напряжения и сохранять без обрушения вертикальные откосы.

Связность грунтов объясняется: *молекулярными силами* взаимодействия между частицами, а также частицами и ионами в поровой воде (*водно-коллоидные структурные связи*); *цементационными и кристаллическими связями*, соединяющими частицы грунта; *капиллярными силами* (давлением) в грунте.

При сближении глинистых частиц, когда расстояние между ними станет равным двойной толщине диффузного слоя (см. рис. 1.3), достаточно ярко проявляется сопротивление дальнейшему их сближению вследствие наличия сил отталкивания между одноименно заряженными диффузными слоями. Однако, если преодолеть это сопротивление, то при дальнейшем сближении этих частиц, когда толщина зазора между ними мала и не превышает 1...2 десятков молекул воды, проявляются силы молекулярного взаимодействия (силы притяжения — силы Ван-дер-Ваальса) непосредственно между твердыми частицами.

Таким образом, при сближении мельчайших частиц одновременно действуют силы отталкивания и притяжения, поэтому связность грунта создается в результате преодоления молекулярными силами сил отталкивания диффузных слоев. Естественно, что чем ближе друг к другу частицы и меньше разделяющая их пленка связанной воды, т. е. чем плотнее грунт, тем прочнее молекулярные структурные связи. В результате глинистые коллоидные частицы, обволакивая более крупные частицы и «склеиваясь» между собой и с крупными частицами под действием молекулярных сил, создают сложную струк-

туру глинистых грунтов. Важной особенностью таких водно-коллоидных структурных связей является то, что после их нарушения они при сближении частиц полностью восстанавливаются. Эти связи иногда называют *первичными* или *первичным сцеплением* (по Н. Я. Денисову).

Со временем за длительный период образования и существования грунта в контактах между частицами в результате кристаллизационных процессов образуются *цементационные связи*. Ими могут быть менее прочные и водостойкие связи, образуемые, например, гипсом, кальцитом, и более прочные и водостойкие, такие, как оксиды железа, кремния и др. В отличие от первичного сцепления, определяемого плотностью грунта, сцепление, обусловленное цементационными связями, называют *сцеплением упрочнения*.

Важнейшей особенностью цементационных связей является то, что при достаточном взаимном смещении частиц и разрушении цементационных связей они не восстанавливаются, а если частично и восстанавливаются, то в течение очень длительного времени. Поэтому грунты нарушенной структуры (например, уложенные в тело плотины) при одинаковой плотности с природными грунтами ненарушенной структуры (в карьере) обладают меньшей связностью и, как следствие, меньшей прочностью и большей деформируемостью. В заключение следует отметить, что взаимодействие реальных жидкостей, газов, мельчайших твердых частиц и явления, происходящие на границах этих сред, имеют значительно более сложную природу, чем в приводимых выше весьма приближенных представлениях. В этом сложном научном направлении ведутся постоянные исследования в области физической химии. Применительно к таким сложным природным образованиям, как грунты, также ведутся исследования научными школами, созданными П. А. Ребиндером, Б. В. Дерягиным и др. Современные представления об этих направлениях весьма подробно изложены в книге М. Н. Гольдштейна [6].

1.2 ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГРУНТОВ

Характеристики плотности, влажности и пористости грунта. Физические характеристики грунтов позволяют количественно оценить их свойства и не зависят от применяемых методов расчета грунтовых сред. Ряд физических характеристик грунтов может быть получен, исходя из представления грунта как многокомпонентной среды, в общем случае состоящей из твердых частиц, жидкости (воды) и газа. В рассматриваемом объеме грунта (рис. 1.7) можно выделить объем, занятый твердыми частицами $V_{\text{т}}$, и объем пор $V_{\text{п}}$. Тогда полный объем грунта $V_{\text{гр}} = V_{\text{т}} + V_{\text{п}}$, где $V_{\text{п}} = V_{\text{г}} + V_{\text{в}}$, а $V_{\text{г}}$ и $V_{\text{в}}$ — соответственно объем газа и воды. Масса грунта определяется массой твердых частиц $m_{\text{т}}$ и массой воды в порах $m_{\text{в}}$, т. е. $m_{\text{гр}} = m_{\text{т}} + m_{\text{в}}$.

Плотность грунта $\rho_{гр}$ (г/см³ или т/м³) — это отношение массы грунта (массы твердых частиц и воды) к его объему

$$\rho_{гр} = m_{гр}/V_{гр} = (m_{т} + m_{в})/(V_{т} + V_{в}). \quad (1.8)$$

Для непосредственного определения плотности грунтов чаще всего применяют способ режущего кольца и способ парафинирования (ГОСТ 5182—78). По первому способу тонкое металлическое кольцо известного объема ($V_{гр}$) осторожно врезается в грунт, а далее путем

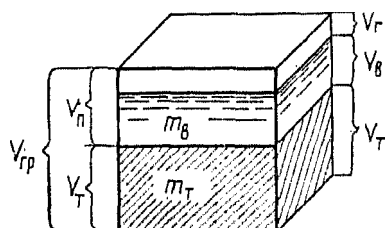


Рис. 1.7. Объем V и масса m компонент (фаз) в элементе грунта

взвешивания определяют его массу ($m_{гр}$). По способу парафинирования находят объем образца ($V_{гр}$) известной массы. Для этого образец глинистого грунта, сохраняющего свою форму, покрывают расплавленным парафином и взвешивают в воздухе и в воде. Зная объем парафина (по его массе и плотности), согласно закону Архимеда легко вычислить объем образца*.

При расчете нагрузок на сооружения и напряжений от действия собственного веса грунта необходимо переходить к значению *удельного веса грунта* (Н/м³), который определится как

$$\gamma_{гр} = \rho_{гр}g, \quad (1.9)$$

где $g = 9,81$ — ускорение свободного падения, м/с². Наиболее часто встречаемые в строительной практике грунты имеют удельный вес 13...22 кН/м³.

Влажность грунта w — отношение массы воды к массе твердых частиц (сухого грунта)

$$w = m_{в}/m_{т} \text{ или } w = (m_{гр} - m_{т})/m_{т}. \quad (1.10)$$

Для определения влажности (ГОСТ 5180—78) образец грунта после его взвешивания высушивают до постоянной массы ($m_{т}$). Как правило, влажность для большинства грунтов меняется в пределах 0,01...0,6, но встречаются грунты (например, илы), у которых влажность достигает 1...2 и более. Иногда влажность грунта выражают в процентах.

Плотность частиц грунта ρ_s определяют как отношение массы твердых частиц (сухого грунта) к объему самих твердых частиц

$$\rho_s = m_{т}/V_{т}. \quad (1.11)$$

Плотность частиц грунта зависит только от их минерального состава и в большинстве случаев изменяется от 2,4 до 2,8 г/см³. Для кварцевых песков $\rho_s = 2,65$ г/см³, а для многих глин 2,70...2,75 г/см³.

* Здесь и далее методика и тем более техника определения физических характеристик грунтов не приводится. Имеются специальные руководства [39] и указанные в тексте ГОСТы. Пособия по лабораторным определениям физических свойств грунтов являются неотъемлемой частью учебника для студентов, например [3].

Плотность частиц грунта определяют в лаборатории пикнометрическим методом (ГОСТ 5181—78). В основу способа принято определение объема частиц грунта по массе вытесненной ими воды (закон Архимеда) путем определения массы сосуда известного объема (пикнометра) с водой и с водой и грунтом.

Следует подчеркнуть, что эти три основные физические характеристики грунта $\rho_{гр}$, w и ρ_s определяются только экспериментальным путем и служат для расчета других приводимых ниже параметров.

Плотность сухого грунта ρ_d или плотность скелета грунта $\rho_{ск}$ определяют как отношение массы сухого грунта (частиц грунта) к объему всего грунта

$$\rho_{ск} = m_{т}/V_{гр}. \quad (1.12)$$

Выражение (1.10) можно представить в виде

$$w = (\rho_{гр} - \rho_{ск})/\rho_{ск}, \text{ откуда } \rho_{ск} = \rho_{гр}/(1 + w). \quad (1.13)$$

Удельный вес сухого грунта (скелета грунта)

$$\gamma_{ск} = \rho_{ск}g = \gamma_{гр}/(1 + w).$$

Пористость представляет собой отношение объема пор ко всему объему грунта или объем пор в единице объема

$$n = V_{п}/V_{гр}. \quad (1.14)$$

Аналогично, величина $m = V_{т}/V_{гр}$ и

$$m + n = 1. \quad (1.15)$$

Иногда величины n и m определяют в процентах. Для большинства грунтов пористость колеблется от 30 до 50%, но в случае илистых и лёссовых грунтов достигает 60% и более.

Величину m легко подсчитать, зная плотности сухого грунта и частиц грунта: $m = \rho_{ск}/\rho_s$, а учитывая (1.15),

$$n = 1 - \rho_{ск}/\rho_s. \quad (1.16)$$

Коэффициент пористости равен отношению объема пор к объему скелета грунта

$$e = V_{п}/V_{т}, \text{ или } e = n/m = n/(1 - n),$$

откуда

$$n = e/(1 + e) \text{ и } m = 1/(1 + e). \quad (1.17)$$

Степенью водонасыщения или степенью влажности называют отношение объема воды к объему пор:

$$S_r = V_{в}/V_{п}. \quad (1.18)$$

Умножая числитель и знаменатель на одинаковые величины, получим

$$S_r = \frac{V_{в}\rho}{m_{т}} \bigg/ \frac{V_{п}\rho}{m_{т}} = \frac{m_{в}}{m_{т}} \bigg/ \frac{V_{п}\rho}{m_{т}} = w/w_{н}, \quad (1.19)$$

где ρ — плотность воды; w_n — влажность при полном заполнении пор водой, которую называют *влажностью* (полной влажностью) грунта

$$w_n = V_{\text{п}}\rho/m_{\text{т}} = V_{\text{п}}\rho/(V_{\text{т}}\rho_s) = e\rho/\rho_s, \quad (1.20)$$

отсюда выражение (1.19) приобретает вид

$$S_r = w\rho_s/(e\rho).$$

Степень влажности, характеризующая степень заполнения пор водой, естественно может меняться от 0 в случае сухого грунта до 1 при полном заполнении пор водой. По степени заполнения пор водой крупнообломочные и песчаные грунты весьма условно разделяют на маловлажные при $S_r < 0,5$, влажные при $0,5 < S_r < 0,8$ и насыщенные при $S_r > 0,8$. Более существенной является степень водонасыщения, при которой вода в песчаных грунтах или супесях становится гидравлически непрерывной, передающей гидростатическое давление. Для мелких и особенно пылеватых песков или супесей эта величина составляет более 0,6...0,7, в более крупнозернистых грунтах более 0,7...0,8. Степень влажности естественных суглинков и глин, как правило, 0,8... 0,9 и во многих случаях близка к 1. Например, очень плотная и внешне сухая глина может иметь все поры, заполненные водой ($S_r = 1$), т. е. быть полностью водонасыщенной.

Содержание газа в грунте можно оценивать по величине $s = V_{\text{г}}/V_{\text{гр}}$. Тогда условие (1.15) приобретает вид

$$m + n' + s = 1, \quad (1.21)$$

где $n' = V_{\text{в}}/V_{\text{гр}}$, т. е. объем воды в единице объема грунта. Величины S_r и s связаны между собой зависимостью

$$S_r = V_{\text{в}}/V_{\text{п}} = (V_{\text{п}} - V_{\text{г}})/V_{\text{п}} = 1 - s/n.$$

Характеристики консистенции глинистых грунтов, число пластичности. При изменении влажности свойства глинистых грунтов существенно меняются. Сильно увлажненная глина обладает способностью легко растекаться, при уменьшении влажности глина постепенно становится пластичной. Поэтому в зависимости от влажности для глинистых грунтов ввели (К. Терцаги, 1925 г.) три состояния по консистенции (рис. 1.8): *твердая, пластичная и текучая*.

Для оценки консистенции глинистых грунтов введены границы между ними (пределы), характеризующиеся величинами влажности (рис. 1.8). Влажность, при которой грунт переходит из твердого состояния в пластичное, называют *нижним пределом пластичности* или *пределом раскатывания* w_p (границей пластичности или раскатывания). Влажность на границе пластичной и текучей консистенции называют *пределом текучести* или *верхним пределом пластичности* w_L (граница текучести).

Свойства глинистых грунтов с изменением их влажности меняются постепенно, и введение границ между консистенциями (пределов Аттерберга) достаточно условно. При нахождении этих пределов следует тщательно выполнять условия стандартности испытаний, кото-

рые предусматриваются для предела пластичности и предела текучести (ГОСТ 5183—77).

Предел или граница пластичности выявляется раскатыванием руками теста из грунта в «проволаку». Считается, что влажность грунта достигает значения, соответствующего границе пластичности (раскатывания) тогда, когда «проволака» из грунта, достигнув диаметра 3 мм, начинает при дальнейшем раскатывании распадаться на отдельные кусочки. Границу, или предел текучести, определяют по погружению в замес грунта с водой специального стандартного конуса (конус А. М. Васильева), имеющего метку (риску). Влажность на пределе текучести считается достигнутой, если конус погружается в грунт до метки.

Зная естественную влажность грунта w и определив для него в лабораторных условиях границы w_p и w_L , легко сделать заключение о консистенции грунта в природных условиях (см. рис. 1.8).

Для численной оценки консистенции грунта введен *показатель текучести*, или *показатель консистенции* I_L :

$$I_L = (w - w_p) / (w_L - w_p). \quad (1.22)$$

При $I_L < 0$ грунт находится в твердом состоянии (консистенции), при $0 < I_L < 1$ — в пластичном, а при $I_L > 1$ — в текучем (см. рис. 1.8). Для суглинков и глин введено более детальное деление пластичной консистенции на полутвердую (0...0,25), тугопластичную (0,25...0,5), мягкопластичную (0,5 ... 0,75) и текучепластичную (0,75...1,0).

Как показали многочисленные опыты, с увеличением в грунте содержания глинистых частиц растет разность числовых значений влажности на пределе текучести и пластичности, которая названа *числом пластичности*

$$I_P = w_L - w_p. \quad (1.23)$$

Учитывая, что содержание глинистых частиц определяет вид грунта, число пластичности применяют для классификации видов грунтов. По числу пластичности глинистые грунты разделяют на виды: супеси $I_P = 0,01...0,07$, суглинки $I_P = 0,07...0,17$, глины $I_P > 0,17$.

Песчаные грунты в «проволаку» не раскатываются или имеют $I_P < 0,01$. Следует отметить, что для некоторых глинистых грунтов классификации по зерновому составу и числу пластичности дают разные наименования вида грунта. В соответствии со СНиПом в основу *строительной классификации видов грунта* принято *число пластичности*.

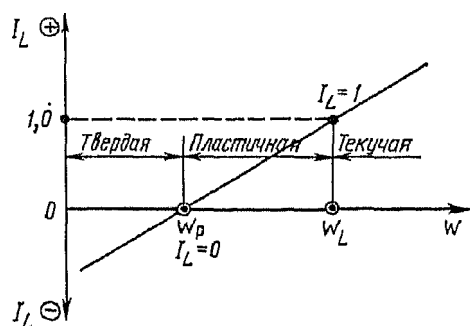


Рис. 1.8. Консистенция и изменение показателя консистенции I_L в зависимости от влажности w

В заключение необходимо обратить внимание на некоторую условность оценки консистенции грунтов природного сложения по величинам ω_L и ω_R , получаемым в лаборатории на образцах нарушенной структуры. Например, благодаря наличию структурных связей многие природные грунты, оцениваемые по I_L , как находящиеся в текучем состоянии, в натуральных условиях ненарушенного состояния могут не проявлять свойств текучести, поэтому иногда для таких грунтов применяют термин *скрытотекучее состояние*.

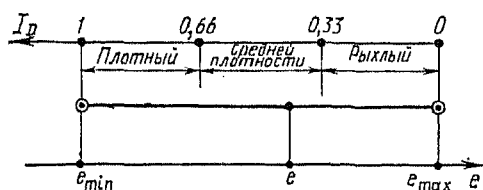


Рис. 1.9. Изменение степени плотности сложения I_D в зависимости от коэффициента пористости e

Характеристики плотности сложения песчаных грунтов. Для несвязных грунтов важнейшей характеристикой их свойств является плотность сложения, т. е. плотность укладки частиц. Основной характеристикой плотности сложения несвязных грунтов является величина *степени плотности сложения*, или *коэффициент относительной плотности сложения*:

$$I_D = (e_{\max} - e) / (e_{\max} - e_{\min}), \quad (1.24)$$

где $e_{\max}$, e и $e_{\min}$ — коэффициент пористости грунта соответственно в максимально рыхлом, естественном и максимально плотном состояниях. При $I_D = 0$ грунт находится в самом рыхлом состоянии, а при $I_D = 1$ грунт имеет самое плотное сложение. Весь диапазон изменения I_D от нуля до единицы (рис. 1.9) обычно делят на три равные части и вводят следующую условную классификацию несвязных грунтов по величине относительной плотности сложения: рыхлые — $0 < I_D \leq 0,33$; средней плотности — $0,33 < I_D \leq 0,66$; плотные — $0,66 < I_D \leq 1,0$.

Для подсчета I_D по зависимости (1.24) необходимо иметь данные результатов полевых определений величины e и для этого грунта в лабораторных условиях определить $e_{\max}$ и $e_{\min}$. Для нахождения $e_{\max}$ обычно используют осторожную рыхлую отсыпку грунта в мерный сосуд, а для определения $e_{\min}$ — динамические методы уплотнения грунта в мерном сосуде.

Различные по зерновому составу грунты имеют существенно различные значения $e_{\max}$ и $e_{\min}$, причем с увеличением крупности они уменьшаются. На предельные значения коэффициентов пористости не меньшее влияние оказывает форма частиц, и с увеличением окатанности и сферичности они уменьшаются. Поэтому использование в качестве характеристики плотности сложения величины относительной плотности I_D , учитывающей как зерновой состав, так и форму частиц, дает наиболее объективный критерий плотности сложения.

Влияние формы частиц можно проиллюстрировать следующими примерами (рис. 1.10). При намыве ряда крупных плотин использовались мелкие пески практически одинакового зернового состава, но благодаря различной форме частиц, характеризуемой K_f , были

получены значения коэффициентов пористости намытых грунтов e , менявшиеся от 0,62 для наиболее окатанных Шульбинских песков до 0,85...0,90 для очень остроугольных Қайраккумских песков и продуктов дробления горных пород (хвостов). По коэффициенту пористости могло создаться впечатление, что одни пески уложены плотнее других. Однако определение предельных значений коэффициентов пористости показало, что они соответственно смещены (рис. 1.10) и значения I_D практически для всех намытых плотин одинаковы (0,40...0,45). Однотипный способ надводного намыва привел к одинаковой плотности сложения — укладке частиц по пляжу намыва. С увеличением окатанности и сферичности частицы песка в рыхлом и плотном сложении, а также при намыве укладываются более компактно, что ведет к уменьшению характерных коэффициентов пористости.

Таким образом, при одном и том же коэффициенте пористости одинаковые по зерновому составу пески могут находиться в состоянии различной плотности сложения.

К сожалению, в ряде нормативных документов (СНиП II-15—74, II-16—76 и др.) плотность сложения песков неправильно оценивается по величине их коэффициентов пористости. Так, для мелких песков средняя плотность сложения считается достигнутой при коэффициентах пористости от 0,6 до 0,75. Следуя такой неудачной классификации в приведенном выше примере (см. рис. 1.10), плотину Шульбинской ГЭС следует признать в состоянии, находящемся близко к плотному, плотину Волжской ГЭС — в состоянии средней плотности сложения, Қайраккумскую плотину в рыхлом состоянии, а пески хвостохранилищ — в сверхрыхлом сложении. На самом деле все эти сооружения имеют одинаковую среднюю плотность сложения $I_D \approx 0,4$.

Следует подчеркнуть, что коэффициент пористости, или пористость, и тем более плотность грунта не могут приниматься в качестве характеристики свойств и, в частности, плотности сложения несвязных грунтов. Для этой цели следует использовать относительные характеристики, в частности, степень плотности сложения I_D .

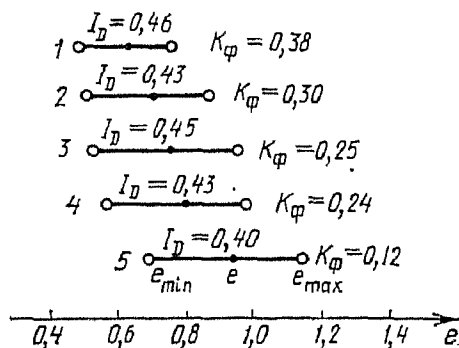


Рис. 1.10. Предельные изменения коэффициентов пористости для мелких песков с различными коэффициентами формы частиц K_ϕ (черными кружками показаны коэффициенты пористости, полученные при намыве плотин):

1 — Шульбинской ГЭС; 2 — Волжской ГЭС им. В. И. Ленина; 3 — Братской ГЭС; 4 — Қайраккумской ГЭС; 5 — хвостохранилища Краснореченского ГОКа

1.3. ОСНОВНЫЕ СХЕМЫ И СПОСОБЫ ЛАБОРАТОРНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕФОРМИРУЕМОСТИ И ПРОЧНОСТИ ГРУНТОВ

Основой расчетов деформаций и прочности грунтовых массивов являются характеристики деформируемости и прочности грунтов, получаемые путем их лабораторных и полевых испытаний.

В лабораториях испытанию подвергаются малые элементы грунта. Для этой цели используют образцы грунта, отобранные из скважин, шурфов или шахт с максимальным сохранением их структуры, так называемые образцы ненарушенной структуры. В некоторых случаях образцы для испытаний формируются непосредственно в лаборатории из грунтов нарушенной структуры, например, для испытаний карьерных грунтов проектируемых грунтовых сооружений. В зависимости от натурных условий испытания проводят при действии статических или статических и динамических нагрузок.

Схемы и приборы для испытаний грунтов статическими нагрузками. Простейшую схему испытаний — одноосное сжатие образца (рис. 1.11, а) — применяют относительно редко и только для достаточно связных, прочных грунтов, из которых можно вырезать образец заданной, обычно цилиндрической, формы. Особенностью этой схемы испытаний является отсутствие бокового давления и каких-либо ограничений боковых деформаций образца грунта.

В этой и других схемах испытаний образцов возможны две методики проведения опытов. По первой методике задаются с помощью любых грузов или домкратов сжимающие напряжения σ_1 и измеряют осадку образца, а отнся ее к начальному размеру получают вертикальную (продольную) деформацию ε_z (*методика управляемых нагрузок — напряжений*). В результате по мере увеличения вертикальных сжимающих напряжений σ_1 наблюдается характерный для этой и подобных схем испытаний график развития вертикальных

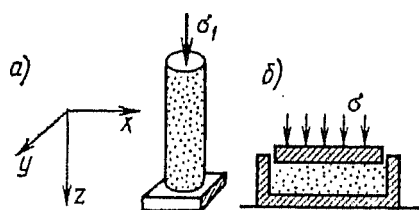


Рис. 1.11. Схема одноосного (а) и компрессионного (б) испытаний грунта

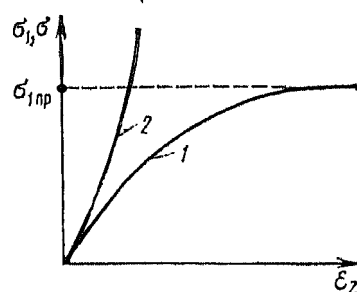


Рис. 1.12. Зависимость вертикальных деформаций ε_z от сжимающих напряжений σ при одноосном сжатии (1) и компрессионном испытании (2)

деформаций $\varepsilon_z(\sigma)$ (рис. 1.12, кривая 1). При малых напряжениях зависимость $\varepsilon_z(\sigma)$ близка к линейной, а затем наблюдается все более интенсивное нарастание вертикальных деформаций и при $\sigma_1 = \sigma_{пр}$ происходит разрушение образца грунта.

По второй методике задаются величиной деформации ε_z и измеряют необходимые для ее создания напряжения σ_1 (методика *управляемых деформаций*). Заданная деформация грунта может, например, создаваться винтовым домкратом (рис. 1.13, а), а контроль напряжений вестись по показаниям динамометра. В этом случае в зависимости

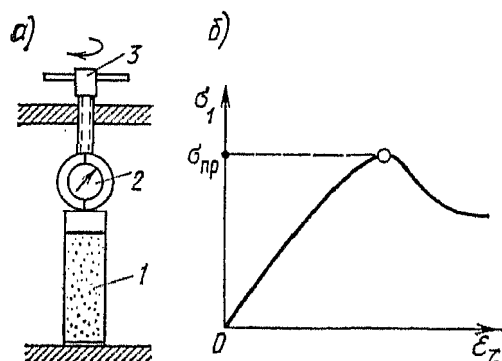


Рис. 1.13. Схема одноосного испытания грунта по методике управляемых деформаций и график связи σ_1 с величиной ε_z :

1 — образец; 2 — динамометр; 3 — винтовой домкрат

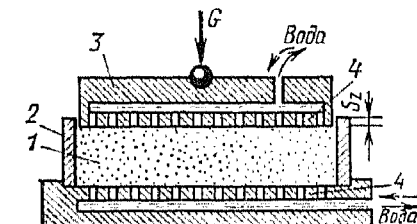


Рис. 1.14. Схема компрессионного прибора:

1 — грунт; 2 — кольцо; 3 — поршень-штамп; 4 — фильтр

$\varepsilon_z(\sigma_1)$ (рис. 1.13, б) на участке после достижения $\sigma_{пр}$ часто наблюдается снижение напряжений σ_1 , т. е. после нарушения прочности грунта, находящегося в так называемом предельном состоянии, требуются меньшие напряжения для развития деформаций.

Следует отметить, что схема испытаний с неограниченной возможностью бокового расширения весьма абстрактна и не имеет аналогов в натурных условиях работы любого элемента грунта.

Крайне противоположна по условиям деформирования грунта схема испытаний в широко применяемых всеми лабораториями компрессионных приборах (см. рис. 1.11, б). Образец грунта помещают в жесткую обойму (кольцо) и к нему прикладывают вертикальное сжимающее напряжение σ , тем самым обеспечивая деформирование грунта только в вертикальном направлении, т. е. происходит сжатие грунта без возможности бокового расширения ($\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$). Поэтому характер связи вертикальных деформаций ε_z с величиной σ крайне противоположен случаю одноосного сжатия — с увеличением σ наблюдается затухание развития деформаций (см. рис. 1.12, кривая 2). При испытании грунта по такой схеме разрушение образца грунта невозможно и наблюдается только процесс его уплотнения.

Для того чтобы уменьшить влияние сил трения сжимающегося грунта о стенки кольца, его диаметр обычно в 3...4 раза больше высоты. В процессе сжатия грунта из его пор отжимается вода и по-

этому как в базе прибора, так и в штампе, передающем вертикальную нагрузку, устраивают фильтры (пористые камни или дырчатые пластинки) для отвода воды (рис. 1.14).

В природных условиях всегда имеет место какая-либо возможность бокового расширения грунта, т. е. $\epsilon_x \neq 0$ и $\epsilon_y \neq 0$. Однако характер деформаций грунта в компрессионном приборе теоретически соответствует условиям работы бесконечно простирающегося грунта, загруженного по всей бесконечной поверхности равномерно распределенной нагрузкой. В натурных условиях это оказывается близким к условиям работы грунта при равномерном загрузении основания по большой площади и сравнительно небольшом по мощности слое грунта, ограниченным снизу несжимаемой подстилающей толщей, причем в зонах, достаточно удаленных от краев сооружения. Еще больше соответствует компрессионной схеме деформирования сжатие однородного слоя грунта под действием собственного веса при далеко простирающейся горизонтальной поверхности грунта. Во всех остальных случаях прямой перенос результатов компрессионных испытаний на оценку деформаций натурных сооружений будет приводить к погрешностям.

Несмотря на широкое применение компрессионных испытаний, оценка напряженного состояния грунта в них по сравнению со всеми другими схемами наиболее неопределенная. Горизонтальные нормальные напряжения ($\sigma_x = \sigma_y$) в компрессионных приборах не могут быть практически измерены. Известны только вертикальные нормальные напряжения ($\sigma_z = \sigma$), да и то без учета влияния касательных напряжений, развивающихся по контактам жесткого штампа и базы прибора с грунтом, а также грунта с кольцом. Конечно, экономичность, простота и доступность таких испытаний многое оправдывают.

Более ясными в отношении напряженного состояния образца грунта и, что особенно существенно, позволяющими управлять боковыми деформациями, являются *приборы трехосного сжатия (стабилометры)*. Впервые испытание в стабилометрах было предложено Н. Н. Довиденковым и независимо от него Г. И. Покровским.

В отличие от случая одноосного сжатия в схеме трехосного испытания кроме вертикального создается боковое давление на образец грунта (рис. 1.15, а) и тем самым ограничивается величина боковых деформаций образца. Для создания бокового давления образец грунта помещают в камеру (рис. 1.16), которая заполняется находящейся под давлением жидкостью (водой, глицерином и др.). Для того чтобы жидкость из камеры не попадала в поры грунта, образец грунта цилиндрической формы помещают в тонкую резиновую оболочку. Так как боковое давление создается гидравлическим путем, то по вертикальным граням образца касательные напряжения не возникают и поэтому они являются главными площадками исследуемого элемента грунта. Тогда, учитывая взаимную перпендикулярность главных площадок, торцовые грани образца также можно считать главными площадками с напряжениями σ_1 (см. рис. 1.15, а). В действительности по торцам образца на контакте с жестким штампом

и базой прибора при боковом деформировании грунта возникают искажающие схему испытания касательные напряжения. Поэтому, чтобы уменьшить их влияние, применяют удлиненные (3...4 диаметра) образцы и тогда в качестве «рабочей» принимают среднюю часть образца.

Основной особенностью схемы трехосных испытаний в стабилометрах является равномерное боковое обжатие образца ($\sigma_2 = \sigma_3$). В результате не представляется возможным выявить роль третьего главного напряжения на деформационные и прочностные свойства грунта. Увеличивая постепенно вертикальное главное напряжение σ_1 при постоянных $\sigma_2 = \sigma_3$, можно получить связь между продольными деформациями ε_z и σ_1 , ана-

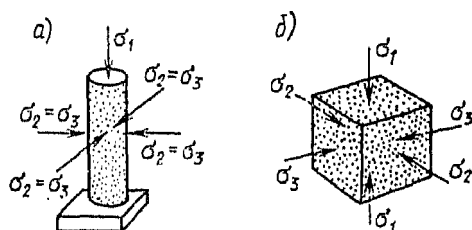


Рис. 1.15. Схема трехосного испытания в стабилометре (а) и в приборе с независимыми тремя главными напряжениями (б)

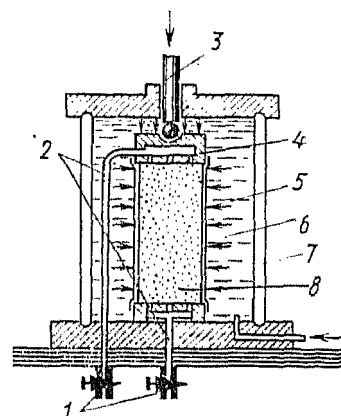


Рис. 1.16. Схема прибора трехосного сжатия: 1 — кран; 2 — отвод отжимаемой воды; 3 — шток; 4 — штамп вертикальной нагрузки; 5 — резиновая оболочка; 6 — жидкость под давлением; 7 — камера для создания бокового давления; 8 — образец грунта

логичную приведенной на рис. 1.12 (кривая 1), и предельное — разрушающее значение $\sigma_1 = \sigma_{пр}$. Кроме того, на стабилометре можно проводить испытания и по методике управляемых деформаций.

Наиболее универсальной является схема испытания кубических образцов (см. рис. 1.15, б) в приборах, создающих независимо управляемые три главных напряжения (рис. 1.17). Первая удачная конструкция такого прибора была создана в Советском Союзе в 1968 г. (Г. М. Ломизе, А. Л. Крыжановский). В этих приборах давление по каждому двум противоположным граням куба создают отдельные нагрузочные устройства, обычно гидравлического типа. Для обеспечения приложения главных напряжений применяют гидравлическую передачу нагрузки через резиновые мембраны. Конструкция и техника проведения испытаний на таких приборах достаточно сложны и поэтому их используют в основном для исследовательских целей.

Каждая производственная лаборатория использует для получения прочностных характеристик грунтов *сдвиговые приборы* (приборы прямого или плоского среза) (рис. 1.18, а). В принципе это тоже компрессионный прибор (см. рис. 1.14), кольцо которого разрезано на две части, причем между ними создается небольшой зазор и одна часть может горизонтально смещаться относительно другой. Образец грун-

та помещают в кольца и так же, как в компрессионном приборе, уплотняют заданным нормальным напряжением σ . Для отвода отжимаемой из пор воды в штампе, передающем вертикальную нагрузку, и в базе прибора имеются фильтры. После стабилизации вертикальных перемещений (осадок) штампа к подвижной части кольца постепенно прикладывают горизонтальную нагрузку T , создающую в плоскости зазора между частями кольца касательные напряжения $\tau = T/F$, где F — площадь поперечного сечения образца внутри

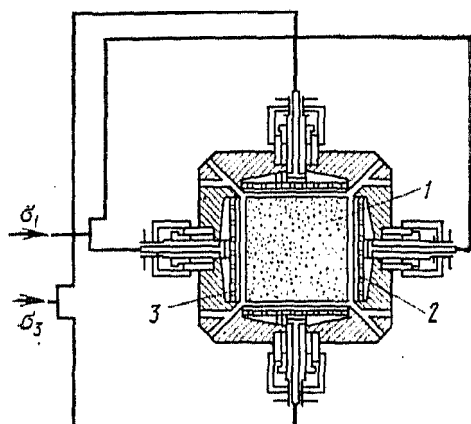


Рис. 1.17. Схема (разрез) прибора с тремя независимыми главными напряжениями:
1 — кубический образец грунта; 2 — штампы для создания давлений по граням куба; 3 — резиновые мембраны

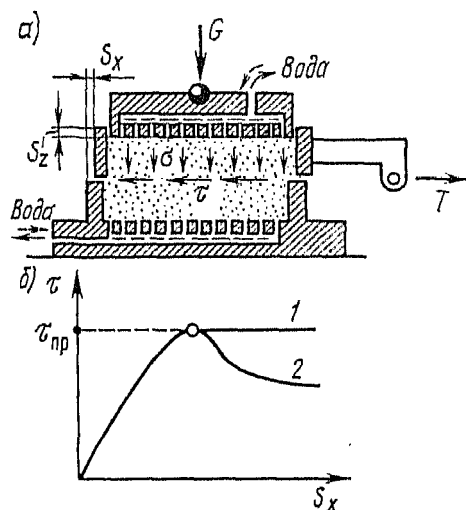


Рис. 1.18. Схема сдвигового прибора и зависимость горизонтального смещения образца S_x от величины касательных напряжений τ

кольца. По мере увеличения T наблюдается горизонтальное смещение (S_x) обоймы (рис. 1.18, б). Как при испытании по методике управляемых напряжений τ (1), так и по методике управляемых смещений (деформаций) (2) зависимости τ (S_x) аналогичны получаемым на приборах одно- и трехосного сжатия (см. рис. 1.12 и 1.13). По методике управляемых напряжений — нагрузок предельное сопротивление грунта сдвигу (срезу) $\tau_{пр}$ определяют из условия неограниченного незатухающего смещения (S_x) одной части грунта относительно другой без дальнейшего увеличения сдвигающей нагрузки $T_{пр}$ (рис. 1.18, кривая 1). По методике управляемых деформаций величину $\tau_{пр}$ определяют по началу спада касательных напряжений на графике зависимости τ (S_x) (рис. 1.18, б, кривая 2).

Основной особенностью сдвиговых испытаний является заданная конструкцией прибора (зазором) плоскость развития сдвиговых деформаций и разрушения (среза) грунта. Образец грунта принудительно срезается только по фиксированной плоскости, не всегда являющейся самой «слабой» в элементе грунта. В природных условиях это больше всего соответствует оценке условий возможности сдвига сооружений в плоскости подошвы фундамента. Кроме того, следует

учитывать, что так же, как и в компрессионном приборе, напряженное состояние в сдвиговом приборе весьма неопределенно, причем к этому добавляется не учитываемое обжатие грунта стенками сдвигаемых колец.

Кроме описанных выше основных схем испытаний и приборов иногда применяют приборы кольцевого сдвига (рис. 1.19, а), приборы с перекашиванием образца (рис. 1.19, б) и схемы испытаний сплошных и полых цилиндрических образцов на кручение (рис. 1.19, в).

В приборе кольцевого сдвига при любых сдвиговых деформациях сохраняется постоянная площадь среза образца, что невозможно обеспечить в обычных сдвиговых приборах (см. рис. 1.18). На приборе с перекашиванием образца (рис. 1.19, б) можно исследовать формоизменение грунта. При испытании полых цилиндрических образцов на кручение (рис. 1.19, в) можно изменять вертикальное (σ_v), боковое наружное (σ_r) и внутреннее давления (σ'_r). В результате создается широкий диапазон возможных вариантов сложного напряженного состояния элемента грунта. Такая схема испытаний очень сложна, и применяют ее в исследовательских целях и в основном для образцов нарушенной структуры.

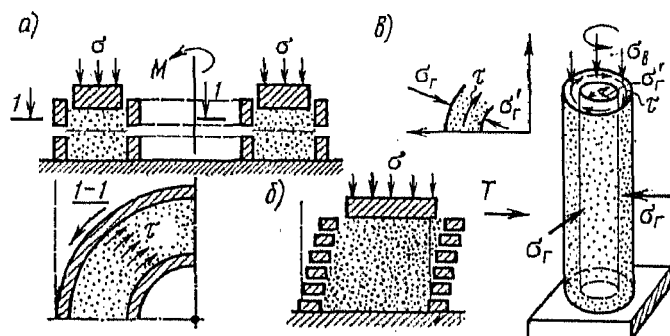


Рис. 1.19. Схемы приборов:

а — кольцевого сдвига; б — перекашивания; в — кручения трубчатого образца со схемой действующих нагрузок по торцу образца

Методы испытаний при динамических воздействиях. Лабораторные методы испытаний грунтов при действии динамических нагрузок преимущественно основаны на использовании известных методов статических испытаний с добавкой динамических воздействий.

В лабораторных условиях воспроизводятся как простейшие динамические воздействия в виде установившихся вибраций, ударов или импульсов, так и более сложные, например сейсмические, воздействия или действия взрывов.

Динамические воздействия создаются обычно двумя путями: 1) установкой приборов на вибрационные и виброударные столы или сейсмические платформы; 2) подключением к системе статического нагружения приставок, создающих дополнительные динамические нагрузки.

Динамические воздействия на столы и платформы создаются механическими вибраторами, ударами грузов, гидравлическими пульсаторами и др. На некоторых платформах возможно создание динамических воздействий во всех трех направлениях (трехкомпонентные платформы), но чаще создаются воздействия одного направления, вертикальные или горизонтальные. На рис. 1.20 в качестве примера показана схема простейшего виброударного стола с механическим вибратором. Благодаря встречному вращению одинаковых эксцентри-

ков (рис. 1.21, а) создается направленная возмущающая сила. Горизонтальные составляющие центробежных сил взаимно гасятся, а вертикальные складываются и создают воздействия и колебания стола по гармоническому закону (рис. 1.21, б). Подвешивая вибратор в торце стола, можно создать горизонтальные колебания. Кроме того, имеется маятниковый ударник, с помощью которого можно создавать импульсные воздействия (рис. 1.21, в).

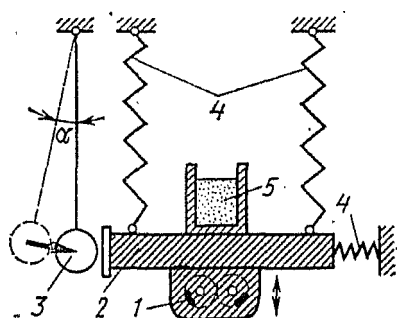


Рис. 1.20. Схема виброударного стола:

1 — вибратор механического типа (см. рис. 1.21, а); 2 — стол; 3 — маятниковый ударник; 4 — пружины; 5 — компрессионный прибор

При компрессионных испытаниях инерционные воздействия колеблющегося стола передаются на образец грунта и на инерционную пригрузку (рис. 1.22, а), например, создаваемую весом гирь. При этом в дополнение к статическому воздействию σ действуют меняющиеся во времени напряжения $\pm \Delta\sigma$, вызванные весом колеблющейся на вибростоле пригрузки. При синусоидальных колебаниях стола максимальная величина $\Delta\sigma$ определяется как $GA\omega^2/(gF)$, где G — вес пригрузки; A — амплитуда; ω — частота колебаний стола; F — площадь образца; g — ускорение свободного падения.

Иногда применяют системы создания безынерционных статических нагрузок σ путем давления на грунт с помощью резинового баллона, заполненного сжатым газом или жидкостью (рис. 1.22, б), сжатой пружины и др. В этом случае инерционные воздействия стола передаются только частицами грунта, не вызывая практически изменения напряженного состояния грунта по сравнению со статическим, так как толщина слоя грунта и, как следствие, его масса малы.

Во многих случаях динамические воздействия создаются только пульсацией давления $\Delta\sigma$ над поршнем компрессионного прибора (рис. 1.22, в). В этом случае практически отсутствуют инерционные воздействия на частицы образца грунта. Изменяющаяся динамиче-

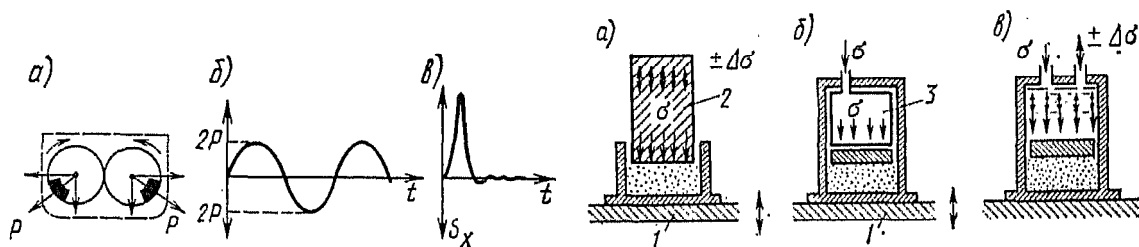


Рис. 1.21. Схема действия механического вибратора направленного действия, изменение возмущающей силы такого вибратора и характер горизонтальных смещений S_x стола во времени t при воздействиях маятниковым ударником

Рис. 1.22. Схемы динамических компрессионных испытаний с инерционной и безынерционной нагрузкой на вибростолах и при пульсации давления в гидropневдомкрате:

1 — виброударный стол; 2 — пригрузка; 3 — резиновый баллон со сжатым газом или жидкостью

ская нагрузка создается с помощью различного рода гидравлических или пневматических пульсаторов, в ряде случаев применяется резкий впуск газа под большим давлением (рис. 1.23, а), создающий импульсное ударное (рис. 1.23, б) воздействие («пневмопушки»). В результате применения различных, иногда весьма сложных, гидравлических или пневматических систем можно создавать весьма широкий диапазон характера изменения давления $\Delta\sigma$, воспроизводя сложный вид природных динамических воздействий.

Для динамических испытаний в условиях сдвига применяют приборы плоского сдвига, в которых статические и динамические напряжения создаются так же, как в описанных выше динамических компрессионных приборах.

Как и при статических испытаниях, более универсальными и имеющими более четкую схему напряженного состояния являются приборы трехосного сжатия с приложением динамических нагрузок.

Как правило, сами приборы трехосного сжатия такие же, как и для статических испытаний. Основной особенностью динамических стабилометров являются устройства (рис. 1.24, а) для создания дополнительных динамических вертикального $\Delta\sigma_1$ и бокового $\Delta\sigma_3$ давлений (рис. 1.24, б). В большинстве конструкций они создаются гидравлическими пульсаторами и домкратами. Например, дополнительное динамическое боковое давление $\Delta\sigma_3$ создается путем давления плунжера на жидкость, заполняющую камеру и всю систему. Периодическое движение плунжера определяется вращением кулачкового эксцентрика и работой пружины. В результате на имеющийся уро-

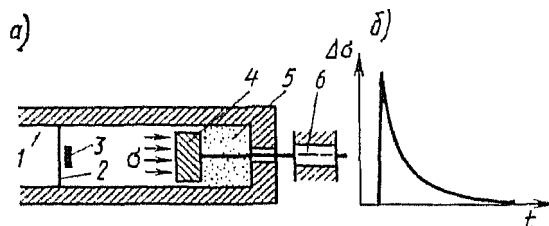


Рис. 1.23. Схема «пневмопушки» и изменения давления σ во времени t :

1 — камера высокого давления; 2 — мембрана; 3 — устройство для быстрого разрушения мембраны; 4 — поршень; 5 — образец грунта; 6 — устройство для регистрации смещений поршня

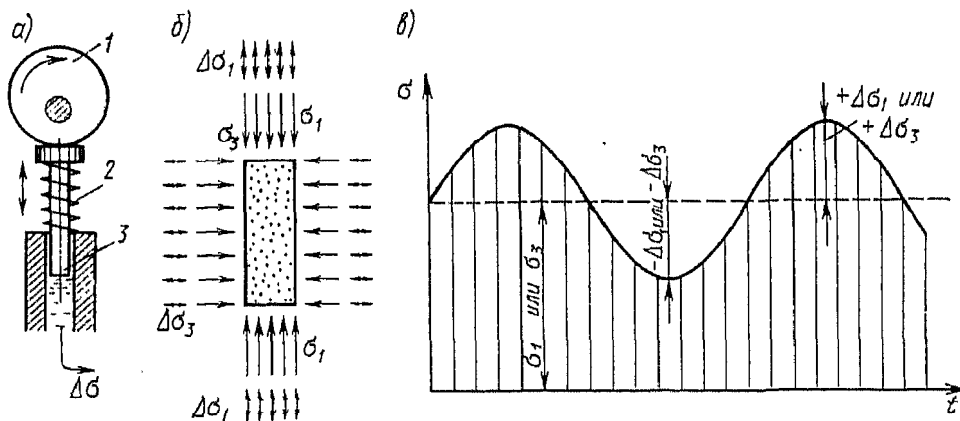


Рис. 1.24. Схема создания динамической нагрузки и характер изменения суммарных вертикальных или боковых давлений на образец в динамическом стабилометре:

1 — кулачковый эксцентрик; 2 — пружина; 3 — плунжер

вень статических напряжений σ_z накладываются действующие по гармоническому закону напряжения $\Delta\sigma_z$ (рис. 1.24, в). Амплитуда давлений $\Delta\sigma_1$ и $\Delta\sigma_3$ может изменяться путем поворота эксцентрика кулачков, а частота — скоростью их вращения.

1.4 СЖИМАЕМОСТЬ ГРУНТОВ ПРИ СТАТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Компрессионные кривые и зависимости. Характеристики сжимаемости грунтов в лабораторных условиях обычно определяют по результатам их испытаний в компрессионных приборах (см. рис. 1.14), т. е. в условиях невозможности бокового расширения грунта ($\epsilon_x = \epsilon_y = 0$). Увеличивая ступенями сжимающие напряжения σ и выжидая полного затухания деформаций от каждой ступени нагрузки, можно, измеряя вертикальные смещения S_z штампа, определить экспериментальным путем связь интенсивности сжимающей нагрузки σ с относительным сжатием образца грунта $\epsilon_z = S_z/h$, где h — начальная высота образца.

Исходя из допущения, что сжатие происходит только за счет изменения объема пор грунта, зависимость $\epsilon_z(\sigma)$ (см. рис. 1.12) можно легко представить в виде $e(\sigma)$. Зная начальный коэффициент пористости e_0 , любой последующий определится как

$$e_i = e_0 - \Delta e_i = e_0 - \Delta V_{\text{п}}/V_{\text{т}}, \quad (1.25)$$

где $\Delta V_{\text{п}}$ — изменение объема пор; $V_{\text{т}}$ — объем твердых частиц во всем образце. Учитывая невозможность бокового расширения грунта, изменение объема пор будет равно объему осадки штампа компрессионного прибора с площадью F , т. е. $\Delta V_{\text{п}} = S_{z,i}F$, а объем твердых частиц во всем объеме образца грунта с учетом (1.17) будет $V_{\text{т}} = m_0 Fh = Fh/(1 + e_0)$. После подстановки этих величин зависимость (1.25) приобретает вид

$$e_i = e_0 - (1 + e_0) S_{z,i}/h = e_0 - (1 + e_0) \epsilon_z.$$

В результате, используя эту зависимость, данные лабораторных компрессионных испытаний обычно представляют в виде графика $e(\sigma)$, так называемой *компрессионной кривой* (рис. 1.25, а).

Иногда уравнение компрессионной кривой с достаточным приближением представляют, как было впервые предложено К. Терцаги, в виде логарифмической зависимости

$$e = -A \ln(\sigma + \sigma_0) + C, \quad (1.26)$$

где A , σ_0 и C — параметры, определяемые по трем точкам экспериментальной кривой путем решения трех уравнений (1.26) с тремя неизвестными.

Для аналитической оценки сжимаемости грунтов в основном идут по пути замены криволинейного очертания компрессионной кривой прямолинейным (рис. 1.25, а), что в случае небольшого диапазона

изменения напряжений можно считать вполне допустимым. Тогда уравнение спрямленного участка компрессионной кривой приобретает вид

$$e = -a\sigma + b, \quad (1.27)$$

где a и b — параметры линейной зависимости. Величина b легко находится на оси e (рис. 1.25), параметр a , называемый *коэффициентом уплотнения* (сжимаемости), определяется для компрессионной прямой (рис. 1.25) как

$$a = (e_1 - e_2)/(\sigma'' - \sigma'). \quad (1.28)$$

Учитывая, что e — безразмерная величина, коэффициент уплотнения имеет размерность, обратную напряжению, и может определяться в кПа^{-1} или МПа^{-1} . По зависимости (1.28) коэффициентом уплотнения можно назвать величину уменьшения коэффициента пористости на единицу приращения напряжения. Естественно, чем больше коэффициент уплотнения, тем более сжимаемый грунт. Для приближенной оценки сжимаемости грунтов при $a > 1 \text{ МПа}^{-1}$ грунты обычно считают сильно сжимаемыми, а при $a < 0,01 \text{ МПа}^{-1}$ — малосжимаемыми.

При уменьшении сжимающих напряжений, т. е. разгрузке грунта, наблюдается увеличение коэффициента пористости (рис. 1.25, б), т. е. расширение образца грунта или, как чаще называют, *разбухание* грунта. При этом проявляется одна из основных особенностей деформируемости грунтов — наличие значительных необратимых (остаточных) деформаций грунта, т. е. на графике $e(\sigma)$ кривая разбухания (или ветвь разгрузки) проходит значительно ниже и с меньшим уклоном, чем кривая уплотнения (ветвь загрузки). Иными словами, грунт в большинстве случаев его загрузки (особенно первичного) не является упругим телом.

Спрямяя кривую разбухания на отдельных участках, получим уравнение, аналогичное (1.27), в котором вместо a будет a_p , называемое *коэффициентом разбухания* (рис. 1.25, б):

$$a_p = (e_2 - e_1)/(\sigma' - \sigma''). \quad (1.29)$$

При повторном нагружении ветвь вторичного нагружения образует с кривой разбухания петлю гистерезиса и при восстановлении напряжений σ' (рис. 1.25, б) коэффициент пористости e'_2 меньше e_2 .

Характерно, что при дальнейшем увеличении напряжений (больших σ' , рис. 1.25, б) кривая сжатия грунта получает больший уклон, т. е. выходит на ветвь уплотнения, иногда называемую главной или основной ветвью компрессионной кривой. В результате, если испытывать образец грунта, ранее находившийся под сжимающей нагрузкой,

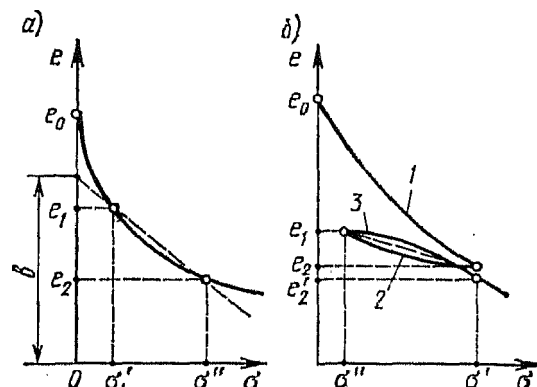


Рис. 1.25. Компрессионные кривые загрузки (1), разбухания (2) и вторичной загрузки (3) грунта

например, от действия вышележащей толщи грунта, которую часто называют бытовой (т. е. σ_b), то при $\sigma \gg \sigma_b$ наблюдается характерный перелом в компрессионной кривой (рис. 1.26). По этому признаку можно ориентировочно определить σ_b или другие нагрузки, например давление ранее существовавшей толщи льда на грунтах, образовавшихся в доледниковый период. Грунты, у которых напряжения, вызывающие характерный перегиб компрессионной кривой,

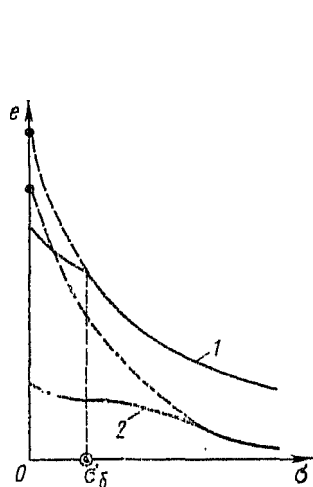


Рис. 1.26. Сжатие грунта ненарушенной структуры уплотненного в естественных условиях бытовой нагрузкой (1) или «переуплотненного» грунта (2). Пунктиром показана предполагаемая кривая уплотнения грунта в период его образования

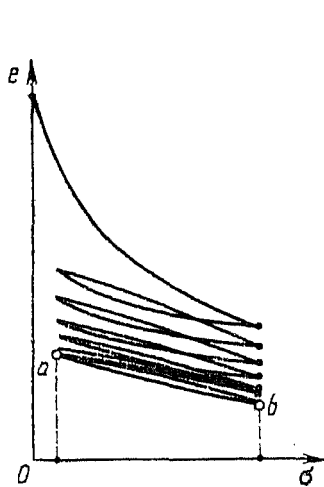


Рис. 1.27. Компрессионные кривые при циклической загрузке—разгрузке грунта

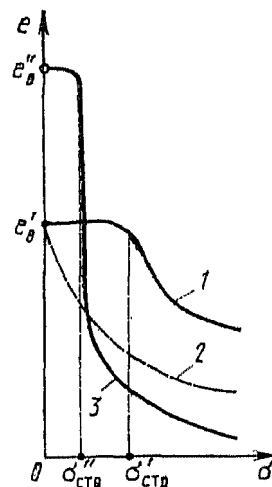


Рис. 1.28. Сжатие грунта при наличии структурной прочности (1), того же грунта, но нарушенной структуры (2) и сжатие «структурно-неустойчивого» грунта (3)

больше напряжений от собственного веса существующей толщи грунтов (σ_b), называют *переуплотненными* (рис. 1.26). При циклической загрузке и разгрузке грунта (рис. 1.27) до одних и тех же напряжений наблюдается затухающее накопление остаточных деформаций, но постепенно ветви загрузки и разгрузки сливаются (иногда через 20...30 циклов) и грунт ведет себя как идеально упругое тело (участок ab на рис. 1.27).

Существенной особенностью природных грунтов ненарушенной — естественной структуры является наличие так называемой *структурной прочности*, которая проявляется при их компрессионных испытаниях (рис. 1.28). Благодаря наличию структурных и, в частности, цементационных (кристаллизационных) связей между частицами при относительно малых нагрузках на основной ветви компрессионной кривой до напряжений $\sigma_{стр}$ наблюдается практически горизонтальный участок, т. е. отсутствие уплотнения. При напряжениях, несколько больших структурной прочности $\sigma_{стр}$, в результате разрушения хрупких связей между частицами происходит резкое нараста-

ние деформаций (уменьшение e). Величина $\sigma_{стр}$ в некоторых грунтах может быть весьма малой (0,01...0,05 МПа) и поэтому для того, чтобы ее обнаружить, нужно тщательно сохранять структуру образца грунта и прикладывать нагрузку малыми ступенями, очень плавно.

Наиболее ярко влияние структурной прочности проявляется в илистых грунтах и некоторых очень влажных глинах, например иольдиевых глинах и др. Имея очень рыхлое сложение и, как следствие, в водонасыщенном состоянии значительную влажность, иногда достигающую 1...2, эти грунты обладают структурной прочностью, после малейшего преодоления которой начинается «лавиное» разрушение связей между частицами и значительное, обычно катастрофическое для возведенных на них сооружений стремление к значительному уплотнению водонасыщенного грунта (см. рис. 1.28, кривая 3). В результате этого ранее относительно прочный грунт переходит практически в состояние жидкости, поэтому такие грунты иногда относят к категории «структурно неустойчивых». Одним из возможных путей строительства на таких грунтах является максимальное сохранение в них структурных связей.

Во всех случаях благодаря наличию структурных связей сжимаемость любого грунта ненарушенной структуры меньше сжимаемости такого же грунта нарушенной структуры (имеющих одинаковые начальные коэффициенты пористости) (см. рис. 1.28, кривые 1 и 2).

Сопоставляя сжимаемость грунтов различных видов, следует сделать общее практически важное заключение об относительно малой сжимаемости несвязных грунтов и большой сжимаемости связных — глинистых грунтов при действии статических нагрузок. Рыхлый песок в результате действия возможных в строительной практике статических сжимающих напряжений невозможно существенно уплотнить и тем более добиться плотного сложения. Еще меньше уплотняются при статических нагрузках окатанные крупнообломочные грунты. Это объясняется «жесткостью» структуры таких грунтов, наличием непосредственных контактов между частицами и их формой. Ряд частиц крупнообломочных грунтов при нагрузке перемещается только после их разрушения или скола углов. В глинистых грунтах, содержащих пластинчатые частицы, окруженные пленками связанной воды, свойства сжимаемости при статических воздействиях проявляются весьма ярко.

Этими же особенностями структуры объясняется существенная разница в процессах «разбухания» несвязных и связных грунтов при их разгрузке. В несвязных грунтах «разбухание» мало и объясняется в основном упругой деформацией частиц. В глинистых грунтах, наоборот, явления разбухания ярко проявляются в основном за счет увеличения пленок связанной воды (расклинивающий эффект).

Сжимаемость грунтов на приборах трехосного сжатия. Оценку сжимаемости грунтов на приборах трехосного сжатия производят по величине объемной деформации грунта $\epsilon_v = \Delta V/V$, где ΔV — приращение объема образца, имеющего начальный объем V . В стабиллометрах изменение объема образца определяют путем измерения объема жидкости, входящей (или выходящей) в камеру прибора обыч-

но с помощью вольюметров. В приборах с независимо управляемыми тремя главными напряжениями ε_V находят по величинам перемещений каждого штампа, как $\varepsilon_V = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$. Следует отметить, что при компрессионных испытаниях $\varepsilon_V = \varepsilon_z$.

При создании в трехосных приборах всестороннего сжатия ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$), как и в случае компрессионных испытаний (см. рис. 1.12), с увеличением сжимающих напряжений наблюдается затухающий характер развития объемных деформаций (рис. 1.29, кривая 1).

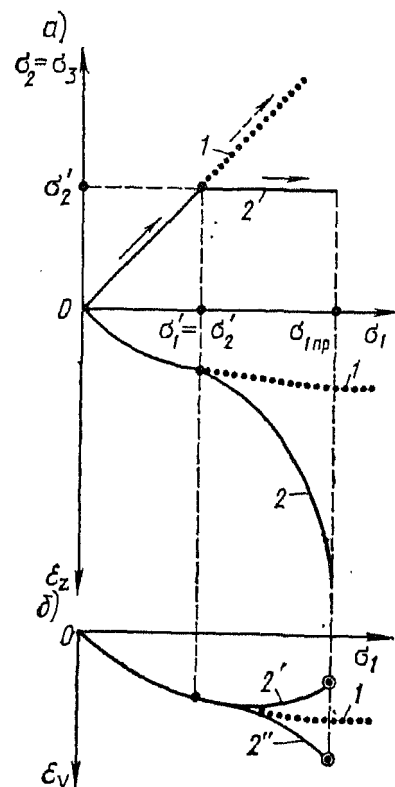


Рис. 1.29. График связи напряжений σ_1 и $\sigma_2 = \sigma_3$, продольной ε_z и объемной ε_V деформаций грунта в стабилометре:

1 — при всестороннем сжатии; 2 — при росте только напряжений σ_1

В стабилометрах можно создавать достаточно широкий диапазон видов напряженно-деформированного состояния грунта и различные пути нагружения образца грунта. При более интенсивном нарастании напряжений σ_1 , например (рис. 1.29, а) при переходе от всестороннего сжатия ($\sigma'_1 = \sigma'_2$) к возрастанию σ_1 при постоянном $\sigma'_2 = \sigma'_3$, будет наблюдаться, как и в случае одноосного сжатия (см. рис. 1.12), все более интенсивное развитие продольных деформаций ε_z образца, переходящих в разрушение при $\sigma_{1\text{пр}}$. Объемная деформация ε_V продолжает при этом вначале накапливаться, но с приближением к моменту разрушения может развиваться различным образом (рис. 1.29, б). В зависимости от вида и состояния грунта объемная деформация может начать уменьшаться (кривая 2'), т. е. наблюдается разрыхление грунта, или может продолжать накапливаться, даже с большей интенсивностью (кривая 2'').

Таким образом, в результате развития деформаций сдвига (формоизменения) происходит дополнительное уплотнение или разрыхление грунта. Эти явления, называемые иногда дилатансией, более подробно рассмотрены в § 1.4.

На приборах с тремя независимо управляемыми главными напряжениями можно воспроизвести любой возможный в натуре путь загрузки и вид напряженного состояния грунта. Характер развития объемных деформаций получается таким же, как рассмотренный для случая испытания грунта в стабилометре, но добавляется некоторое влияние изменения среднего главного напряжения σ_2 .

Процесс консолидации грунтов, понятие о нестабилизированном состоянии грунта. При приложении или снятии сжимающих нагрузок уплотнение или разбухание (разрыхление) водонасыщенного грунта всегда происходит во времени. Основной причиной является необходимость оттока (отжатия) или притока (всасывания) воды из пор или в поры водонасыщенного грунта, т. е. необходимость движения —

фильтрации воды по порам грунта. Для фильтрации какого-либо объема воды необходимо время, определяемое водопроницаемостью грунта.

Процесс уплотнения грунта, сопровождаемый отжатием воды из пор грунта, обычно называют *процессом консолидации*. По аналогии случай разрыхления грунта, сопровождаемый притоком воды в поры, можно назвать *процессом реконсолидации* грунта.

Явления консолидации рассмотрим на примере уплотнения грунта в компрессионном приборе с замером осадки штампа во времени ($S_{z,t}$) и давлений в поровой воде (рис. 1.30, б). Замер порового давления производят с помощью иглы, имеющей на конце фильтр для пропуска только поровой воды, и любого, желательнее наименее расходного, датчика (манометра). При быстром, условно «мгновенном», приложении нагрузки q за короткий период времени $t \approx 0$ вода из пор не успевает начать отфильтровываться, а сжимаемость воды и тем более твердых частиц мала. Поэтому в полностью водонасыщенном грунте осадка штампа в первый момент приложения нагрузки ($t \approx 0$) практически равна нулю и наблюдается быстрый подъем давления в поровой воде

(рис. 1.30, а). В глинистых полностью водонасыщенных грунтах пластичной и тем более текучей консистенции подъем давлений в поровой воде достигает величины $p = q$, т. е. происходит передача всей приложенной нагрузки на поровую воду. Затем наблюдается отжатие воды из пор грунта и постепенное развитие осадки поверхности грунта, сопровождаемое падением давлений в поровой воде. К моменту практического окончания осадки давление в воде снижается до начального и, следовательно, вся нагрузка q передается на скелет грунта.

Грунт в процессе консолидации обычно называют *находящимся в нестабилизированном состоянии*. Для нестабилизированного состояния характерно наличие *избыточных давлений в поровой воде* p , т. е. дополнительных давлений, возникающих в результате приложения уплотняющих нагрузок.

Условия компрессионного сжатия грунта (см. § 1.3) соответствуют схеме одномерной задачи уплотнения бесконечно простирающегося слоя грунта, нагруженного по всей поверхности нагрузкой q . На выделенную призму (рис. 1.31) с площадью основания, равной единице, по верхней грани действует внешняя нагрузка q , а по основанию — возникающие в нестабилизированном состоянии напряжения в скелете грунта σ_t и дополнительные (избыточные) давления

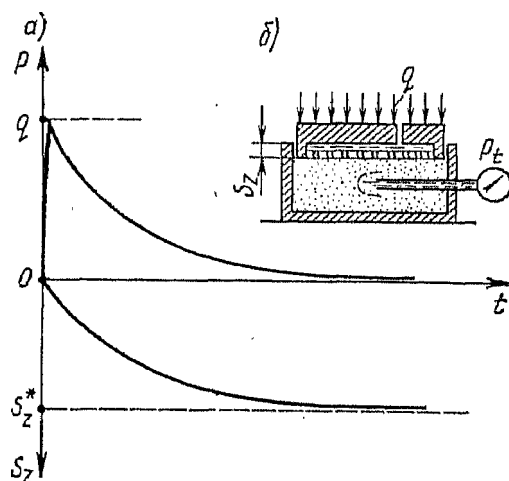


Рис. 1.30. Схема (б) компрессионного прибора с датчиком для замера избыточных давлений в поровой воде p и график (а) изменения p и осадки штампа S_z во времени t

в воде p_t . В состоянии полной стабилизации, т. е. при $p_t = 0$, напряжения в скелете грунта обозначим σ^{**}).

Проектируя все силы на ось z , получаем уравнение равновесия для нестабилизированного состояния

$$q = \sigma_t + p_t \quad (1.30)$$

и для стабилизированного состояния

$$q = \sigma^*, \quad (1.31)$$

откуда следует

$$\sigma_t = \sigma^* - p_t. \quad (1.32)$$

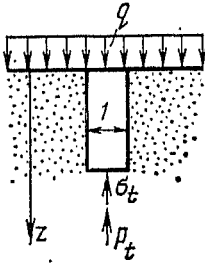


Рис. 1.31. Схема передачи внешней нагрузки q на скелет грунта σ_t и поровую воду p_t

Зная стабилизированные напряжения и определяя экспериментально или расчетом избыточные давления в поровой воде, можно по зависимости (1.32) определить действующие в данный момент времени t напряжения в скелете грунта σ_t .

Некоторые отечественные авторы применяют для нестабилизированного напряженного состояния специальные термины, заимствованные из зарубежных публикаций. Нестабилизированные напряжения в скелете грунта σ_t называют «эффективными», а p_t — «нейтральными», сумму этих напряжений, т. е. σ^* , — «тотальными». Необходимости в применении этой терминологии нет, тем более что избыточные давления в поровой воде (поровое давление) отражают действие активных объемных фильтрационных сил при консолидации и никак не могут относиться к разряду «нейтральных».

Очень наглядно процесс консолидации слоя можно проследить на чисто механической физической модели (рис. 1.32), предложенной К. Терцаги и условно изображающей элемент уплотняющегося полностью водонасыщенного грунта. Элемент грунта изображается в виде сосуда с несжимаемой водой, поршня и пружины, являющейся моделью сжимаемого скелета грунта. Отверстие в поршне и его диаметр характеризуют водопроницаемость грунта.

В момент приложения нагрузки $q(t=0)$ вода через отверстие в поршне не успевает выйти, пружина (скелет грунта) не деформирована и поэтому усилие в ней $\sigma_{t=0}=0$ и $p_{t=0}=q$, т. е. вся нагрузка в первый момент передается на воду (рис. 1.32, а). Затем ($t>0$) через отверстие в поршне начинает бить фонтан воды (рис. 1.32, б), поршень постепенно смещается, все больше и больше сжимая пружину, т. е. часть нагрузки q передается на пружину (скелет грунта), а часть на воду. При этом в любой момент смещения поршня (уплотнения) вы-

)Здесь и далее при рассмотрении процессов консолидации для стабилизированных значений напряжений, осадок и других показателей применяется обозначение «». В разделах, рассматривающих только стабилизированное состояние грунта, для простоты записи значок «*» будем опускать.

полняется условие равновесия (1.30). Когда пружина сожмется (рис. 1.32, в), вода прекращает выходить через отверстие в поршне, наступает стабилизированное состояние, усилие в пружине $\sigma^* = q$, а давление в воде $p = 0$. Таким образом, за весь период консолидации напряжения в скелете грунта (усилия в пружине) меняются от 0 до q , а давление в поровой воде (воде сосуда) — от q до 0, приращение напряжений в скелете грунта равно величине падения давлений в поровой воде.

Длительность процесса консолидации зависит от многих факторов (см. гл. 8). Рассматривая процесс консолидации грунта в компрессионном приборе, следует отметить существенное влияние на длительность процесса объема отжимаемой из пор грунта воды, т. е. сжимаемости грунта, но в наибольшей мере длительность процесса консолидации определяется водопроницаемостью грунта. Песчаные грунты, как наиболее водопроницаемые, уплотняются в компрессионном приборе (слой грунта 2...3 см) в течение нескольких десятков минут, супеси и суглинки — часами, а глины — сутками.

В натурных условиях, т. е. при значительных объемах уплотняющихся — консолидируемых грунтов, осадки сооружений, возводимых на песчаных грунтах, заканчиваются практически за период их строительства, а на глинах протекают годами и даже десятки лет.

Коэффициент бокового давления в грунте. В условиях компрессионного сжатия, вследствие наличия жестких стенок (см. рис. 1.11, б), исключаются боковые (поперечные) деформации образца грунта, т. е. $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$. Для условий сжатия в компрессионном приборе можно записать

$$\sigma_x = \sigma_y = \xi \sigma_z = \xi \sigma,$$

где σ — интенсивность приложенной к образцу сжимающей нагрузки; ξ — коэффициент бокового давления, представляющий собой отношение поперечных сжимающих напряжений к продольным, т. е.

$$\xi = \sigma_x / \sigma_z = \sigma_y / \sigma_z \quad (1.33)$$

в условиях, когда сжатие происходит при отсутствии поперечных (боковых) деформаций, т. е. при $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$.

Коэффициент бокового давления определяется в основном на стабилометрах (приборах трехосного сжатия) (см. рис. 1.15, а и 1.16). Для этого при приложении вертикальной нагрузки σ_1 создают и измеряют боковое давление σ_2 , обеспечивающее отсутствие малейших боковых деформаций образца. В этих условиях коэффициент бокового давления можно определить как $\sigma_2 / \sigma_1 = \xi$.

Очень наглядный «метод ленты» предложил К. Терцаги. Для этого в компрессионный прибор, загруженный обычно песчаным грун-

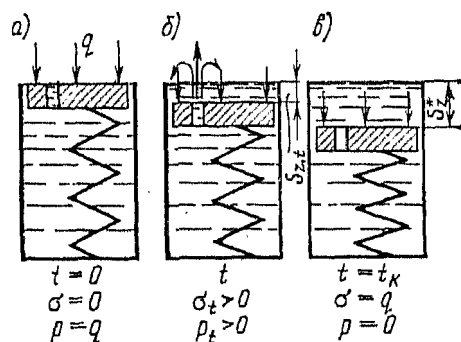


Рис. 1.32. Механическая модель, иллюстрирующая процесс консолидации элемента грунта

том, помещают тонкую стальную ленту (рис. 1.33), которую затем выдергивают усилием T . При этом выполняют два опыта: в одном лента расположена горизонтально ($T_{\text{г}}$), а в другом — вертикально ($T_{\text{в}}$). Тогда, обозначая через F площадь ленты и через f — коэффициент трения ленты по песку, коэффициент бокового давления может быть определен по формуле

$$\xi = T_{\text{г}}/T_{\text{в}} = 2fF\sigma_x/(2fF\sigma_z) = \sigma_x/\sigma_z.$$

Нередко коэффициент бокового давления пытаются определить, измеряя давление грунта (σ_x , σ_y) на стенки компрессионного прибора. Для этого устанавливают различного рода динамометры или на кольцо компрессионного прибора наклеивают датчики. Существенным недостатком таких способов является нарушение необходимого для определения коэффициента бокового давления условия отсутствия боко-

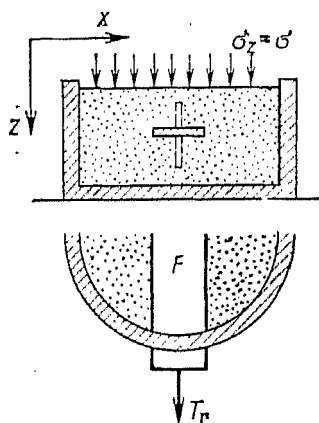


Рис. 1.33. Схема компрессионного прибора с вертикальной и горизонтальной лентой для определения коэффициента бокового давления

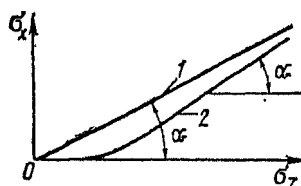


Рис. 1.34. Связь между напряжениями, действующими по вертикальным (σ_x) и горизонтальным площадкам (σ_z) в условиях компрессионного сжатия:

1 — рыхлые пески; 2 — плотный грунт, обладающий структурными связями

вых деформаций, так как все методы измерения давлений на кольцо основаны на замере его деформаций.

На экспериментально получаемом графике связи σ_x с σ_z (рис. 1.34) $\text{tg} \alpha = \xi$. Многими исследователями коэффициент бокового давления для песков получен порядка 0,4...0,6, а для глин 0,70...0,75. Для глинистых грунтов пластичной и тем более текучей консистенции коэффициент бокового давления приближается к единице, т. е. имеет место гидростатический закон распределения напряжений в скелете грунта. При малых напряжениях в грунтах, имеющих прочные структурные связи, коэффициент бокового давления мал и иногда даже близок к нулю, т. е. наблюдается нарушение линейной зависимости между σ_x и σ_z (рис. 1.34, кривая 2).

Использование коэффициента бокового давления благодаря получаемой при этом простоте решений очень заманчиво во многих инженерных задачах. Однако необходимо подчеркнуть, что использование коэффициента бокового давления возможно только в случаях уверенной обеспеченности работы грунта в условиях невозможности его бокового расширения.

Особенности деформируемости просадочных и набухающих грунтов.

Просадочность — это способность некоторых грунтов уплотняться (уменьшаться в объеме) при их увлажнении. В природе встречаются просадочные суглинки, супеси и даже пески. Наиболее ярко свойство просадочности проявляется в лёссовых грунтах. Лёссовые грунты занимают значительную часть территории СССР (около 15%).

Лёссы образуют очень однородные, без каких-либо признаков слоистости, толщи мощностью местами несколько десятков метров. По гранулометрическому составу это обычно супеси или суглинки с большим содержанием пылеватых частиц (обычно более 50%). Как правило, это очень рыхлые образования с пористостью, достигающей 0,5 и даже более 0,6. Характерной особенностью лёссовых грунтов является наличие крупных пор, видимых невооруженным глазом и достигающих нескольких мм. Поэтому эти грунты нередко называют макропористыми. Макропоры образуют вертикальные поровые каналы и поэтому водопроницаемость лёссовых грунтов значительно больше в вертикальном, чем в горизонтальном направлении. Характерная особенность лёссовых грунтов — их засоленность. Соли, часто карбонатные, образуют цементационные связи между частицами. Просадочные лёссовые грунты маловлажные, их влажность во многих случаях не превышает 0,04.

Просадочность грунтов в лабораторных условиях обычно исследуется в условиях компрессионного сжатия. Образец маловлажного лёссового грунта максимально ненарушенной структуры помещается в кольцо компрессионного прибора. Затем прикладывается нагрузка σ , равная либо бытовой, определяемой весом вышележащей толщи грунтов, либо к ней добавляются напряжения, возникающие от действия будущего сооружения. В результате наблюдаются небольшие осадки маловлажного грунта, что свидетельствует о значительной прочности его структуры. При подаче в образец через фильтры компрессионного прибора (см. рис. 1.14) воды происходит быстрая и большая осадка штампа, разрушается структура грунта, полностью исчезают макропоры и грунт значительно уплотняется. На компрессионной кривой ярко отмечается вертикальный — «просадочный» участок (рис. 1.35).

Для характеристики просадочности определяется вертикальная деформация (относительное сжатие) при замачивании, обычно называемая *относительной просадочностью*, т. е.

$$\varepsilon_{sl} = (h - h_{np})/h, \quad (1.34)$$

где h — высота образца природной влажности при давлении, ожида-

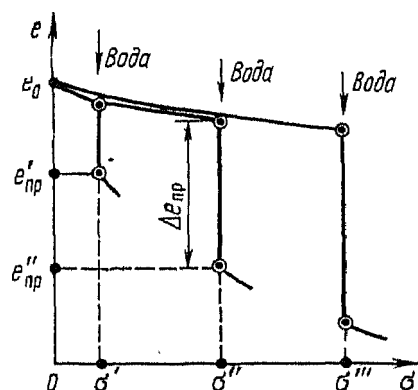


Рис. 1.35. Компрессионные кривые образцов просадочного грунта при различных нагрузках (σ' , σ'' , σ''') перед его замачиванием

емом на данной глубине после возведения сооружения; $h_{\text{пр}}$ — высота образца после просадки от замачивания. Условно считают грунт просадочным при $\varepsilon_{sl} > 0,01$.

Механизм существенного ослабления и разрушения структуры лёссовых грунтов при их замачивании может быть объяснен в основном двумя причинами: первая — растворение водой солей, образующих цементационные связи между частицами, вторая — «расклинивающий эффект Дерягина» (см. § 1.1). В условиях малой влажности пленки связанной воды очень тонкие и не соответствуют водоудерживающей способности заряженных частиц грунта. При увлажнении толщина пленок увеличивается, частицы раздвигаются, силы взаимодействия между ними уменьшаются, а жесткие цементационные связи разрушаются. В результате этих причин под действием собственного веса толщи грунта и внешней приложенной нагрузки рыхлый увлажненный, но сохранивший большое количество газа грунт интенсивно и быстро уплотняется — проседает. С увеличением сжимающих нагрузок, действующих перед замачиванием грунта, величины просадки, относительной просадочности или изменения коэффициента пористости $\Delta e_{\text{пр}}$ увеличиваются (рис. 1.35). При малых сжимающих напряжениях благодаря сохранению некоторых связей между частицами замачивание может практически не вызывать просадок. Такие напряжения называют *начальным просадочным давлением*. Для большинства лёссовых грунтов начальное просадочное давление изменяется от 0,02 до 0,08 МПа, иногда достигая 0,15 МПа. Очень большие нагрузки от сооружений еще до увлажнения существенно разрушают структуру маловлажного лёссового грунта и при его замачивании относительная просадочность несколько уменьшается.

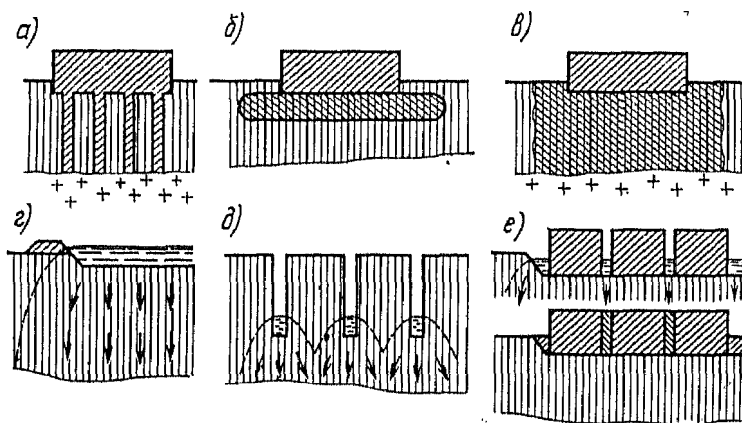
При замачивании мощных толщ лёссов, например при устройстве в них каналов, наблюдаются под действием собственного веса грунтов значительные просадки ложа канала и окружающей территории, достигающие иногда 1...2 м и более. Вследствие местного увлажнения просадочных грунтов возникают неравномерные осадки сооружений. Следует отметить, что просадки сооружений развиваются не только за счет описанного выше уплотнения грунта, но и в результате уменьшения прочностных характеристик замоченных грунтов и, как следствие, развития зон пластических деформаций в ослабленных грунтах оснований.

При строительстве на просадочных грунтах применяют ряд мероприятий по предотвращению просадок или уменьшению их вредных последствий (рис. 1.36). При небольшой толще просадочных грунтов их прорезают фундаментом или сваями до непросадочной толщи, (рис. 1.36, а). Ряд мероприятий в промышленном и гражданском строительстве направлен на обеспечение предотвращения попадания воды в грунты оснований, например устройство гидроизоляции, отвод дождевых вод и др. В гидротехническом строительстве избавиться от воды практически невозможно. Только в случае небольших в плане, в основном мелиоративных, сооружений возможно уменьшение поступления воды в нижележащие просадочные грунты путем устройства подушек из уплотненных лёссовых грунтов (рис. 1.36, б). В случае

гидротехнических сооружений все мероприятия направлены на ликвидацию просадочных свойств грунтов. Основные из них: *механическое уплотнение* (рис. 1.36, в) и *предварительное замачивание* (рис. 1.36, г, д, е). Уплотнение может производиться тяжелыми трамбовками и иногда грунтовыми сваями. В последние годы разработан метод уплотнения лёссовых грунтов взрывами при условии их предварительного насыщения водой.

Рис. 1.36. Схемы мероприятий по борьбе с просадками лёссовых грунтов:

а — сваи; б — подушка из уплотненного лёсса; в — уплотнение или закрепление лёссовых грунтов основания; г — предварительное замачивание основания; д — глубинное замачивание через скважины и траншеи; е — устройство временных осадочных швов с последующим замачиванием основания



Цель замачивания — вызвать просадки до возведения сооружения и поступления воды в водохранилище или канал. Для замачивания основания устраивают обвалования участков (карт) с заливкой их водой (рис. 1.36, г). До постройки канала в лёссовых грунтах иногда устраивается пионерный канал меньшего сечения, который затем заполняется водой. После того как произойдут просадки в уплотнившемся грунте, осуществляют проходку канала на полный профиль.

Предварительное замачивание лёссовых грунтов, к сожалению, не всегда обеспечивает их полную непросадочность при эксплуатационном насыщении водой. Как уже отмечалось (см. рис. 1.35), величина просадки увеличивается с нагрузкой, поэтому если предварительное замачивание производилось при давлении от собственного веса грунта, например σ' (см. рис. 1.35), то после возведения сооружения и достижения напряжениями величины σ'' поступление воды вызовет дополнительную просадку, соответствующую разнице между коэффициентами пористости $e'_{пр}$ и $e''_{пр}$ (см. рис. 1.35). В связи с этим стремятся производить промачивание основания при наибольшем давлении, например, до отрытия котлована через пробуренные водопоглощающие скважины (см. рис. 1.36, д). Дополнительная просадка будет отсутствовать только в случае, если вес затем вынутого из котлована грунта будет равен или больше веса сооружения, что редко встречается. Определенные сложности при предварительном замачивании возникают из-за значительного начального давления просадочности. Верхние слои лёссовых грунтов при этом не дают просадки, поэтому их дополнительно уплотняют трамбованием или взрывами. В некоторых случаях приходится идти на замачивание при возведенном частично или полностью сооружении, которое предварительно разрезается временными осадочными швами

(см. рис. 1.36, е). При замачивании основания происходят полные просадки отдельных жестких блоков без нарушения их целостности, а затем сооружение омоноличивают.

При замачивании ряда глинистых, в основном маловлажных, грунтов наблюдается обратная картина, происходит существенное увеличение их объема — *набухание*. Процесс набухания глинистых грунтов при их увлажнении определяется в основном увеличением пленок

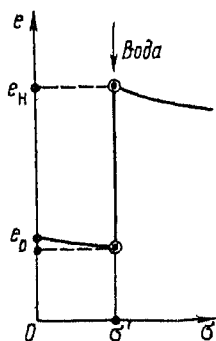


Рис. 1.37. Компрессионная кривая набухающего грунта

связанной воды и их расклинивающим действием. Кроме того, при наличии таких глинистых минералов, как монтмориллонит, происходит увеличение их объема за счет проникновения воды в межпакетное пространство их кристаллической решетки.

Способность грунтов к набуханию оценивается в результате увлажнения грунта в компрессионных приборах (рис. 1.37) по величине *относительного набухания*, определяемой как

$$\varepsilon_{sw} = (h_{\text{наб}} - h)/h,$$

где $h_{\text{наб}}$ — высота образца после его замачивания; h — высота образца при действующей на него нагрузке.

К набухающим обычно относят глинистые грунты, которые в условиях свободного набухания (без нагрузки) имеют $\varepsilon_{sw} \geq 0,04$. Относительное набухание возрастает с увеличением плотности скелета грунта и уменьшением влажности грунта до замачивания. С повышением сжимающей нагрузки деформации набухания уменьшаются и минимальное напряжение, при котором прекращается набухание, называется *давлением набухания*. Давление набухания у некоторых глин может составлять 0,5...1,0 МПа.

Чтобы сооружение, построенное на набухающих грунтах, при их увлажнении не было приподнято, и не деформировалось при неравномерном набухании грунта, его вес должен быть больше суммы сил набухания. Кроме того, одним из путей борьбы с набуханием является недопущение увлажнения грунтов или, наоборот, предварительное замачивание основания. В ряде случаев особую опасность для ограждающих сооружений представляет развитие бокового давления набухающих при увлажнении грунтов.

1.5 ПРОЧНОСТЬ ГРУНТОВ ПРИ СТАТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Сопротивление сдвигу и характеристики прочности грунтов. Прочностные свойства грунтов могут исследоваться при самых различных схемах испытаний, в которых грунт доводится до состояния разрушения (сдвиговые приборы, приборы одно- и трёхосного сжатия, приборы для испытаний на перекося, кручение и др., описанные в § 1.3).

При испытаниях грунтов в сдвиговых приборах (см. рис. 1.18) при заданной вертикальной нагрузке σ экспериментально определяется сдвигающее усилие T и соответствующие ему касательные напряжения $\tau = \tau_{пр}$, возникающие в заданной плоскости среза, при которых начинается равномерное, незатухающее или иногда ускоренное движение одной части прибора (в схеме на рис. 1.18 верхней части кольца) относительно другой. Для одного и того же грунта таких испытаний делается несколько при различных возможных в сооружении σ . В результате строят график зависимости предельных сопротивлений сдвигу $\tau_{пр}$ от величины вертикальных сжимающих напряжений σ (рис. 1.38).

Экспериментальная зависимость $\tau_{пр}(\sigma)$ криволинейна. Спрямляя ее на отдельных участках или, как поступают чаще, на всем диапазоне изменения σ , получим уравнение, широко известное под названием зависимости Кулона («закон Кулона»)

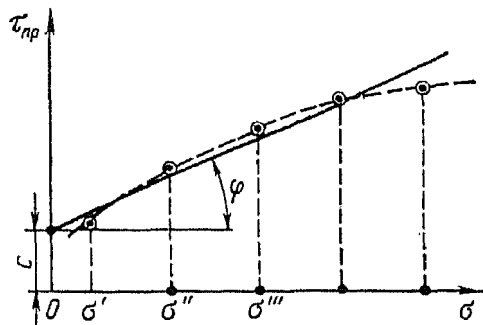


Рис. 1.38. Зависимость сопротивления грунта сдвигу $\tau_{пр}$ от сжимающих напряжений σ

$$\tau_{пр} = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c, \quad (1.35)$$

где $\operatorname{tg} \varphi$ — коэффициент «внутреннего трения», φ — угол «внутреннего трения»; c — «сцепление» или удельное «сцепление». Некоторые исследователи исходя из этих названий пытаются придать им физический смысл истинного трения и сцепления между частицами. Нужно четко понимать условность этих терминов. Их можно было бы назвать просто параметрами a и b , но это непривычно.

При определении параметров прочности φ и c путем испытания грунтов в стабилометре (см. рис. 1.16) вначале обычно создается всестороннее сжатие интенсивностью σ_3 , затем постепенно, ступенями увеличивают вертикальное давление σ_1 и так же, как при испытаниях в сдвиговом приборе, определяют $\sigma_{1,пр}$, при достижении которого возникают незатухающие продольные деформации ϵ_z (см. рис. 1.12 и 1.29). Такие испытания проводят для одного и того же грунта, но каждый раз с новым образцом при различных боковых давлениях σ_3 . По полученным $\sigma_{1,пр}$ и принятым σ_3 для каждого испытания строят круг напряжений (рис. 1.39), радиус которого равен $0,5(\sigma_1 - \sigma_3)$. К полученным предельным кругам напряжений — кругам Мора — проводят общую касательную. Угол наклона касательной к оси σ является углом внутреннего трения φ , а отрезок, отсекаемый на оси τ , — сцеплением c , т. е. параметрами прочности грунта в зависимости Кулона (1.35).

Для несвязных грунтов параметр c мал и во многих случаях принимают $\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi$. Здесь и в дальнейшем в зависимости Кулона и ее различных формах индекс «пр» для краткости опущен, так как уже само принятие этой зависимости свидетельствует о достижении грунтом предельного состояния.

Величина угла внутреннего трения существенно зависит от зернового состава несвязных грунтов, повышаясь с увеличением их крупности (рис. 1.40, а). Так, для мелких песков средней плотности сложения $\varphi \cong 30... 32^\circ$, а для крупных достигает $38... 42^\circ$. Значительно повышается угол внутреннего трения с увеличением плотности сложения песчаных грунтов (рис. 1.40, б).

Увлажнение песчаных грунтов вследствие образования капиллярно стыковой воды (см. § 1.1 и рис. 1.6) приводит к появлению не-

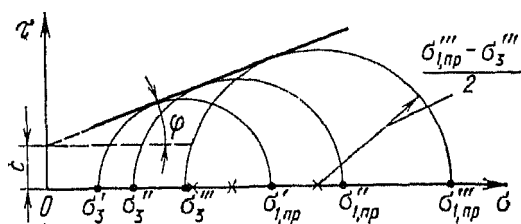


Рис. 1.39. Определение характеристик прочности грунта по результатам его испытания в стабиле

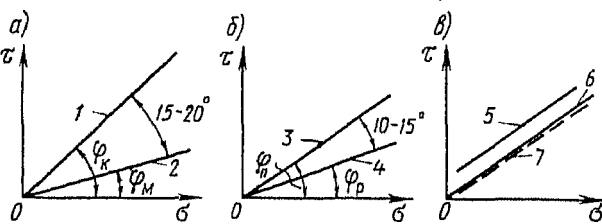


Рис. 1.40. Влияние крупности, плотности сложения и влажности несвязного грунта на его прочность:

1 — крупный песок; 2 — мелкий песок; 3 — песок плотного сложения; 4 — песок рыхлого сложения; 5 — маловлажный песок; 6 — сухой песок; 7 — песок, насыщенный водой

большой капиллярной связанности (рис. 1.40, в). Такое же влияние воды в зоне ее капиллярного подъема. При насыщении песка гравитационной водой капиллярная связанность исчезает и угол внутреннего трения становится практически таким же, как и для сухого песка (рис. 1.40, в).

Существенно влияние на прочностные свойства несвязных грунтов формы их частиц. С увеличением окатанности и сферичности, а следовательно, коэффициента формы K_ϕ , определяемого по зависимости (1.4), угол внутреннего трения грунта значительно уменьшается (рис. 1.41).

Рассматривая влияние формы частиц, следует вновь подчеркнуть, что меньший коэффициент пористости или большая плотность сухого грунта не могут быть единственным основанием для оценки его, как более прочного. В ряде случаев большая пористость, как следствие малой окатанности частиц, может быть признаком большей прочности грунта. Так, Кайраккумский песок, намывтый в плотину с коэффициентом пористости 0,8 (см. рис. 1.10) и плотностью скелета $1,49 \text{ г/см}^3$, благодаря угловатости частиц более прочен ($\varphi = 39^\circ$), чем песок Шульбинской плотины, намывтый с коэффициентом пористости 0,6 ($1,64 \text{ г/см}^3$), состоящий из гладких частиц, близких по форме к шару, и имеющий $\varphi = 32^\circ$. Поэтому при возможности выбора, как на первый взгляд ни парадоксально, для строительства, например, в сейсмических районах более удачен выбор Кайраккумского песка с меньшей плотностью скелета, чем Шульбинского песка с большей плотностью.

Сопротивление сдвигу в нестабилизированном состоянии. Прочностные характеристики водонасыщенных грунтов φ и c определяют

в условиях, близких к полной стабилизации процесса уплотнения грунта под действием сжимающей нагрузки σ , в сдвиговых приборах или всестороннего сжатия σ_3 в стабилометрах. Нагрузки T или σ_1 прикладываются ступенями также с обеспечением стабилизации основной части деформации образца от каждой ступени.

При нестабилизированном состоянии грунта, т. е. в условиях его консолидации, сопротивление грунта сдвигу

$$\tau_t = \sigma_t \operatorname{tg} \varphi + c, \quad (1.36)$$

где σ_t — сжимающие напряжения в скелете грунта в данный момент времени t нестабилизированного состояния грунта.

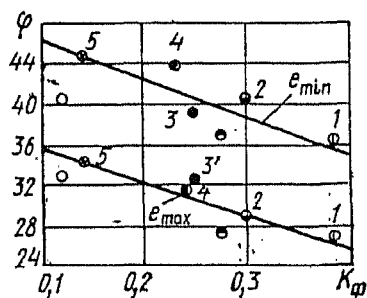


Рис. 1.41. Влияние коэффициента формы K_ϕ частиц на угол внутреннего трения мелких песков (номера песков соответствуют приводимым на рис. 1.10).

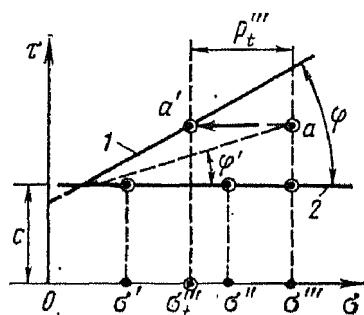


Рис. 1.42. Сопротивление сдвигу в стабилизированном (1) и в нестабилизированном состоянии (2) в начальный момент времени приложения сжимающей нагрузки ($t = 0$)

Учитывая зависимость (1.32), получим *основное уравнение сопротивления грунта сдвигу в нестабилизированном состоянии*

$$\tau_t = (\sigma^* - p_t) \operatorname{tg} \varphi + c, \quad (1.37)$$

где σ^* — напряжения в скелете грунта в стабилизированном состоянии, т. е. после окончания процесса его консолидации; p_t — избыточное (дополнительное) давление в поровой воде, возникающее в процессе консолидации грунта.

Таким образом, в процессе консолидации грунта по мере уменьшения p_t происходит увеличение сопротивления грунта сдвигу (возрастание прочности). При полной стабилизации $p_t = 0$ сопротивление сдвигу грунта равно стабилизированному, т. е. $\tau = \sigma^* \operatorname{tg} \varphi + c$.

Характерным для процесса консолидации является момент приложения сжимающей нагрузки ($t \approx 0$). Как уже отмечалось, в условиях сдвигового прибора, т. е. компрессионного сжатия в момент времени $t = 0$ в полностью водонасыщенном грунте $\sigma_{t=0} = 0$ или $p_{t=0} = \sigma^*$ и поэтому $\tau_{t=0} = c$. Действительно, если в сдвиговом приборе сразу же после приложения нагрузок $\sigma(\sigma', \sigma'', \sigma''' \text{ и т. д.})$ производить очень быстро сдвиг глинистого грунта, то экспериментальная зависимость $\tau(\sigma)$ оказывается близкой к прямой параллельной оси σ (рис. 1.42).

Условия, близкие к случаю $t = 0$, можно более уверенно осуществить в приборах трехосного сжатия, обеспечивая невозможность отжатия воды из пор грунта путем перекрытия кранами (см. рис. 1.16) выходов воды из дренажей по торцам образца, т. е. создавая *закрытую систему (недренированные испытания)*. Испытания полностью водонасыщенных глинистых грунтов пластичной консистенции в условиях закрытой системы дают круги напряжения (см. рис. 1.39) с общей касательной, параллельной оси σ , т. е. подтверждается выполнение зависимости $\tau = c$.

В некоторых лабораториях практикуется проведение испытаний грунтов на сдвиг в условиях незавершенной консолидации. Предложены различные методики, но у всех них имеется основной недостаток — полная неопределенность в оценке напряженного состояния скелета грунта. При испытании грунта в нестабилизированном состоянии в принципе можно получить любое значение предельных касательных напряжений, соответствующее положению экспериментальной точки в секторе, заключенном между линиями 1 и 2 на рис. 1.42. В результате формально можно получить любые углы φ' , меньшие угла внутреннего трения грунта φ . Величина угла φ' будет зависеть от техники проведения эксперимента, размеров образца, состояния дренажей и других трудно учитываемых факторов. Однако если в зоне сдвига замерить давление в поровой воде p_t , то такая точка (например, точка a при нагрузке σ''' на рис. 1.42) переместится на прямую 1 стабилизированного испытания (точка a' , полученная для $\sigma_t''' = \sigma''' - p_t''$).

Таким образом, основным методом получения расчетных характеристик прочности грунтов являются испытания грунтов в стабилизированном состоянии (дренированно-консолидированные испытания). Испытания грунтов в нестабилизированном состоянии возможны только при контроле величины избыточного порового давления p_t , возникающего в зоне сдвига.

Явление дилатансии в грунтах, критическая пористость. Одной из ярких особенностей деформируемости зернистых сред, в частности грунтов, является их способность к существенным объемным деформациям в результате развития в них только деформации формоизменения — сдвига. Причем в одних условиях это могут быть деформации дополнительного уплотнения, а в других, наоборот, разрыхления. Для того чтобы эти объемные деформации, возникающие за счет только деформаций формоизменения, выделить из общей объемной деформируемости грунта, применяют специальный термин *дилатансия*. Но, так как в переводе это означает разрыхление, то ту часть деформаций уплотнения, которая происходит только за счет развития касательных напряжений, вынужденно называют отрицательной дилатансией или иногда контракцией.

Особенно ярко влияние явлений дилатансии проявляется в несвязных грунтах, например, при их испытании в сдвиговых приборах. Впервые явления разрыхления и уплотнения песков при сдвиге были отмечены в 1933 г. И. В. Яропольским и в дальнейшем исследовались А. Казагранде, Н. Н. Сидоровым, М. Н. Гольдштейном, В. В. Ра-

диной и др. Песок рыхлого сложения по мере развития горизонтальных смещений S_x каретки сдвигового прибора (см. рис. 1.18) начинает без изменения сжимающей вертикальной нагрузки дополнительно уплотняться, т. е. наблюдается осадка ($+S_z$) штампа сдвигового прибора (рис. 1.43, а). Наибольшее дополнительное уплотнение развивается к моменту начала разрушения образца. В песке плотного сложения при малых сдвиговых деформациях вначале происходит небольшое уплотнение грунта ($+S_z$), а затем по мере увеличения горизонтального смещения наблюдается интенсивное разрыхление песка, т. е. подъем штампа ($-S_z$), достигающего также максимума при разрушении образца.

Если провести такие испытания с контролем вертикальных перемещений штампа для песков различной начальной пористости, то, построив график зависимости вертикальных смещений штампа при разрушении образца от начальной пористости, можно получить значение критической пористости $n_{кр}$ (рис. 1.43, б). Таким образом, критической можно назвать такую пористость несвязного грунта, при которой в результате деформаций сдвига конечное значение пористости равно начальному, т. е. в результате разрушения структуры несвязного грунта не происходит изменения его общего объема.

При разрушении образцов песка в стабилометрах также наблюдается дополнительное уплотнение рыхлого песка (см. рис. 1.29, б, кривая 2'') и ярко выраженное разрыхление плотно уложенного песка (кривая 2'). Определяя приращения объема образца ($+\Delta V$ и $-\Delta V$) в период развития его разрушения, можно также определить $n_{кр}$ при $\Delta V = 0$.

Критическая пористость несколько уменьшается с увеличением сжимающих напряжений. В крупнозернистых грунтах $n_{кр}$ находится в области небольших значений относительной плотности сложения I_D , у песков средних и мелких — в пределах средней плотности сложения по величине I_D , а у пылеватых песков в области значений I_D , больших 0,6. В нормально уплотненных глинистых грунтах при развитии значительных деформаций формоизменения в основном наблюдается разрыхление грунта, т. е. положительная дилатансия. Очень рыхлые глинистые грунты, наоборот, доуплотняются.

Явления дилатансии ярко отражаются на характере связи касательных напряжений с величиной деформаций сдвига грунта до и после достижения предельного состояния (рис. 1.44). Так, при развитии деформаций сдвига в рыхлом песке наблюдается постепенное нарастание касательных напряжений вплоть до предельных, вызываю-

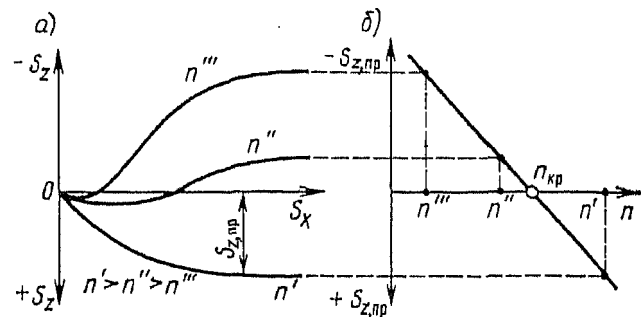


Рис. 1.43. Графики подъема ($-S_z$) и опускания ($+S_z$) штампа при сдвиге рыхлых (n') и плотных (n'') песков и график определения критической пористости

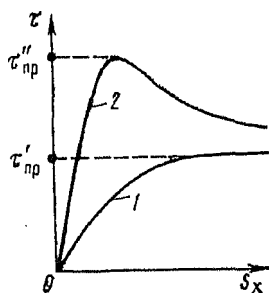


Рис. 1.44. График связи касательных напряжений τ с перемещением каретки сдвигового прибора S_x при испытании песка рыхлого (1) и плотного сложения (2)

щих неограниченные смещения грунта (кривая 1). В случае плотного сложения после достижения предельного касательного напряжения $\tau_{пр}$ усилие, необходимое для развития деформаций сдвига, резко уменьшается (кривая 2). Это объясняется одновременно происходящим разрыхлением грунта. Таким образом, в результате явлений дилатансии (положительной и отрицательной) деформации формоизменения приводят к упрочнению рыхлых грунтов, а в плотных — к разупрочнению в зоне сдвига.

1.6 РЕОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ГРУНТАХ

В механике грунтов под реологическими понимают процессы деформирования скелета грунта, протекающие во времени. Развитие во времени объемных деформаций в водонасыщенных грунтах в значительной мере определяется процессом отжатия или всасывания воды при изменении объема их пор. Развитие таких деформаций грунтов, определяемых только длительностью фильтрации воды, не относят к категории реологических. *К чисто реологическим следует относить только протекающие во времени деформации самого скелета грунта в условиях практического отсутствия сопротивления воды или газа изменению объема пор грунта.* В глинистых грунтах реологические процессы обусловлены вязкими связями между частицами скелета грунта.

Основные явления, определяющие реологические свойства грунтов: ползучесть грунта, релаксация и длительная прочность. Под *ползучестью* понимают деформируемость скелета грунта во времени при постоянной нагрузке. *Релаксацией* называют процесс расслабления (уменьшения) напряжений в грунтах при заданной неизменной деформации. *Длительная прочность* — прочность грунтов при длительном действии на них нагрузки.

Ползучесть грунтов при сжатии. В условиях компрессионного сжатия какой-либо постоянной нагрузкой σ достаточно тонкого образца трехфазного относительно плотного глинистого грунта поровое давление мало и при этом проявляются свойства ползучести его скелета (рис. 1.45). Быстро протекающую часть деформации относят к мгновенной ($t \approx 0$), а остальную — к деформации ползучести. Причем деформации ползучести в условиях компрессионного или всестороннего сжатия всегда затухающие во времени.

Как показали многочисленные эксперименты, в частности С. Р. Месчяна, кривые ползучести большинства грунтов удовлетворительно описываются уравнением

$$e(t) = e_0 - a_0 \sigma - a_1 \sigma [1 + \exp(-\gamma_1 t)], \quad (1.38)$$

где второй член отвечает мгновенному изменению коэффициента пористости, а третий — изменению коэффициента пористости во времени, т. е. собственно ползучести грунта. Коэффициент a_0 можно назвать коэффициентом мгновенного уплотнения, а a_1 и γ_1 являются параметрами ползучести. Опытами также подтверждено подобие кривых ползучести грунта при разных постоянных напряжениях σ (рис. 1.45), что и заложено в уравнение (1.38).

Чем меньше величина γ_1 , тем медленнее развиваются деформации ползучести. При $\gamma_1 \rightarrow \infty$ вся деформация становится мгновенной и уравнение (1.38), учитывая, что при этом $a = a_0 + a_1$, превращается в уравнение (1.27) спрямленной компрессионной кривой (рис. 1.45). Возможность использования уравнения (1.38) определяет применимость к грунтам теории линейной наследственной ползучести (см. § 8.5).

Широкие экспериментальные исследования ползучести грунтов с испытанием некоторых образцов более десятка лет проводились С. Р. Месчаном. Развитие реологии грунтов во многом обязано работам С. С. Вялова, Н. Н. Маслова, М. Н. Гольдштейна, Г. И. Тер-Степаняна, Ю. К. Зарецкого, А. Я. Будина и др.

Все грунты обладают свойством ползучести, но наиболее ярко они проявляются в глинистых грунтах. В результате этого у сооружений, возводимых на таких грунтах, наблюдаются осадки, продолжающиеся десятками лет. Менее существенны деформации ползучести в песчаных грунтах, но плотины из каменной наброски деформируются годами. Природа ползучести в таких грунтах иная, хотя внешние проявления одинаковы — длительная деформация во времени. В крупно-обломочных остроугольных грунтах разрушаются контакты, срезаются углы наиболее напряженных частиц, в результате происходит перестройка структуры и возникают большие напряжения в других частицах, затем их излом и т. д.

Характеристики ползучести a_1 , γ_1 определяются из результатов специальных длительных компрессионных испытаний грунтов с обязательным контролем порового давления.

Ползучесть грунтов при сдвиге. Развитие сдвиговых деформаций ползучести можно исследовать на сдвиговых приборах при постоянных горизонтальных нагрузках, меньших предельных. Для этого больше подходят приборы кольцевого сдвига (см. рис. 1.19, а), позволяющие осуществлять неограниченные смещения без изменения площади образца в зоне фиксированной поверхности сдвига.

Развитие деформаций сдвига в зависимости от приложенных ка-

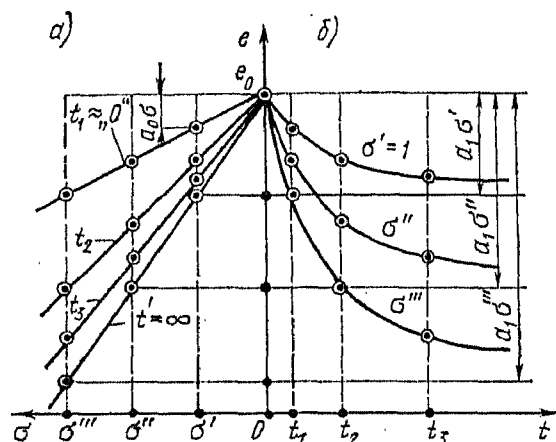


Рис. 1.45. Кривые компрессионного сжатия (а) и ползучести (б) при «мгновенной» деформируемости и к моменту t' условной стабилизации деформаций

сательных напряжений имеет характер, приведенный на рис. 1.46. На них можно выделить участок мгновенной деформации (OA), затем обязательный период уменьшения скорости развития деформации, т. е. *стадию неустановившейся — затухающей ползучести* (AB). При малых касательных напряжениях τ вся кривая ползучести является затухающей, а при их увеличении τ' стадия затухающей ползучести переходит к развитию деформаций с постоянной скоростью, т. е. в

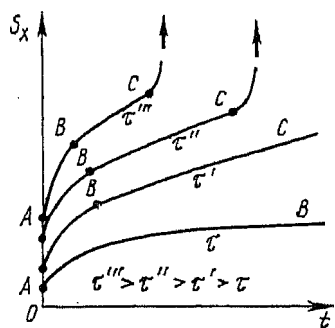


Рис. 1.46. Развитие горизонтальных смещений S_x в зависимости от величины постоянных касательных напряжений τ в сдвиговых приборах

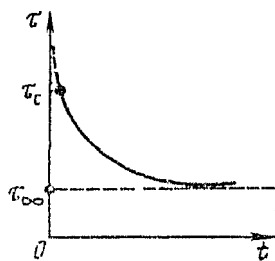


Рис. 1.47. Кривая длительной прочности

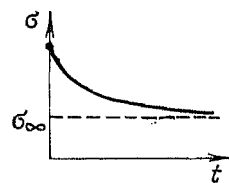


Рис. 1.48. Кривая релаксации напряжений

стадию установившейся ползучести (BC). Установившаяся ползучесть может привести к началу ускоренного деформирования (стадия прогрессирующего течения) и разрушению образца (при τ'' и τ''' на рис. 1.46). Такой характер ползучести глинистого грунта при сдвиге объясняется перестройкой структуры грунта с разрушением существующих и образованием новых структурных связей, а также образованием микротрещин (дефектов), с последующим частичным их закрытием, или, наоборот, развитием (М. Н. Гольдштейн, С. С. Вялов, Ю. К. Зарецкий, С. С. Бабицкая, А. Я. Туровская и др.).

На стадии неустановившейся затухающей ползучести разрушаются хрупкие связи, но закрываются некоторые микротрещины и в результате последующего сближения частиц возникает большое число новых вязких водно-коллоидных связей, и скорость нарастания деформации сдвига уменьшается. В период установившейся ползучести продолжающие разрушаться хрупкие и вязкие связи полностью компенсируются образующимися новыми водно-коллоидными и молекулярными связями, но одновременно происходит перестройка структуры грунта. Например, чешуйчатые глинистые частицы, до деформации грунта располагавшиеся поперек плоскости сдвига, начинают все больше укладываться своими плоскостями параллельно направлению сдвига. Такая структура грунта меньше сопротивляется внешним усилиям и поэтому развивается *стадия прогрессирующего течения, переходящая в разрушение*.

Чем больше τ , тем за более короткий период установившаяся ползучесть грунта переходит в стадию прогрессирующего течения и раз-

рушения (рис. 1.46, случай τ'' и τ'''). Проводя опыты с все меньшими нагрузками, можно достигнуть такого τ , при котором в условиях даже очень длительного испытания не наблюдается перехода к разрушению.

В результате испытаний грунта можно построить график длительной прочности (рис. 1.47). На нем длительная прочность соответствует напряжению, при котором разрушение материала произойдет к заданному моменту t . Длительная прочность с течением времени снижается. Прочность при бесконечно большой продолжительности действия нагрузки называют *пределом длительной прочности* (τ_∞ на рис. 1.47). Наибольшая прочность отвечает моменту $t = 0$ и может быть условно названа *мгновенной прочностью*. Прочность (рис. 1.47), получаемую при обычных относительно кратковременных лабораторных исследованиях грунта, обычно называют *стандартной* τ_c .

Явления релаксации напряжений. Имеют ту же природу, что и описанные выше явления ползучести. Если задать грунту быстрым загрузением σ некоторую деформацию и закрепить его в этом состоянии так, чтобы деформация не менялась — сохранялась постоянной, то с течением времени в грунте уменьшаются напряжения. В результате получается кривая уменьшения напряжений во времени (рис. 1.48) обычно с сохраняющейся частью напряжений даже в течение очень длительного времени σ_∞ . Процесс уменьшения напряжений определяется внутренней медленной перестройкой структуры грунта с преодолением прочности хрупких и вязких связей между частицами и созданием новых. Учитывая единую природу реологических механических свойств грунтов, имеются предложения по данным испытаний на релаксацию оценивать ползучесть и длительную прочность грунтов (С. С. Вялов, Н. А. Цытович и др.).

Установившаяся, незатухающая ползучесть грунтов при сдвиге ярко проявляется в природе. Имеются многочисленные примеры медленного, но постоянного движения пологих склонов, сложенных глинистыми грунтами. Так, некоторые участки откосов Волго-Балтийского канала ежегодно смещаются на 0,5...1 м, и в канале приходится проводить систематические дноуглубительные работы. Портовые набережные на Черном море при скорости смещения около 1 см в год сместились в сторону моря за 70...100 лет на 50...80 см. Следует подчеркнуть, что эти откосы и набережные исходя из критерия стандартной прочности являются устойчивыми, причем со значительными запасами.

Методы проектирования и строительства подпорных или откосных сооружений в грунтах с ярко выраженными свойствами ползучести при сдвиге могут быть направлены по двум путям. Первый — не допускать возникновения ощутимых деформаций ползучести, что требует очень большого уположения откосов и создания тяжелых или глубоко заложённых подпорных сооружений. Второй путь, развиваемый в последние годы (А. Я. Будин), — это проектирование сравнительно легких сооружений в предположении развития деформаций ползучести исходя из допустимых смещений в течение заданного срока существования сооружения или, например, для портовых соору-

жений заданного срока межремонтного периода. Этот путь, как правило, оказывается экономически более оправданным.

Для некоторых глин предел длительной прочности снижается до 30% стандартной прочности. Учет при проектировании длительной прочности грунта и в особенности предела длительной прочности по сравнению со стандартной приводит к необходимости создания более дорогих материалоемких сооружений. Поэтому следует обязательно учитывать, что при возведении сооружений одновременно происходят два противоположно направленных процесса. Грунт под возникшей новой нагрузкой со временем уплотняется, т. е. упрочняется, а в случае развития деформации установившейся ползучести одновременно стремится разупрочниться. В большинстве случаев процесс упрочнения оказывается определяющим. Особенно ярко проявляются процессы уплотнения — упрочнения в слабых грунтах. Кроме того, при обоснованном учете длительной прочности благодаря уточнению расчетных характеристик и процессов необходимо переходить на сниженные коэффициенты запаса устойчивости сооружений (см. § 7.2).

1.7 ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ГРУНТОВ

Зависимость Дарси, коэффициент фильтрации. Фильтрацией называют движение свободной воды в порах грунта в условиях, когда поток воды почти полностью заполняет поры грунта, т. е. содержится относительно небольшое количество газа, защемленного в скелете грунта.

Для оценки процесса фильтрации вводится понятие скорости фильтрации (см/с или м/сут) — расход воды через единицу площади геометрического сечения всего грунта:

$$u = Q/F \quad (1.39)$$

где F — вся геометрическая площадь сечения (включая и часть сечения, проходящего по твердым частицам), через которую предположительно проходит расход Q .

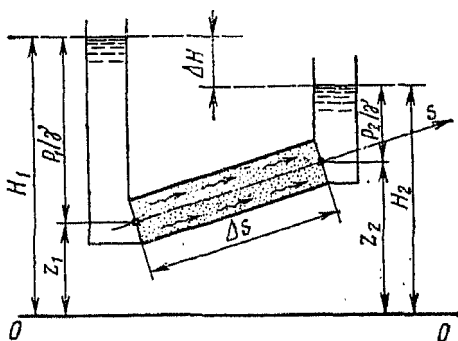


Рис. 1.49. Схема фильтрации воды в элементе грунта

В действительности вода движется по извилистым сложным поровым каналам. Введение же фиктивной условной величины u удобно для проведения фильтрационных расчетов.

Первые эксперименты по фильтрации воды были поставлены Дарси в 1854 г. Он исследовал фильтрацию воды в вертикальной трубе, заполненной песком. В результате им было установлено, что количество фильтрующейся воды, проходящей через единицу площади поверхности, пропорционально потере напора.

Эта экспериментальная зависимость была названа *законом Дарси* и в дальнейшем распространена на глинистые грунты.

Полагая, что движение воды направлено по оси s (рис. 1.49), и рассматривая элементарный участок пути фильтрации Δs , зависимость Дарси можно записать как

$$u = k \frac{\Delta H}{\Delta s} = k \frac{H_1 - H_2}{\Delta s} = kI,$$

т. е. скорость фильтрации пропорциональна разности напоров ΔH и обратно пропорциональна длине пути фильтрации Δs или пропорциональна градиенту напора I .

В дифференциальной форме зависимость Дарси имеет вид

$$u = -k \frac{dH}{ds}, \quad (1.40)$$

причем знак минус указывает на то, что движение воды направлено в сторону уменьшающихся напоров.

Величина напора в рассматриваемой точке потока, как известно, определяется зависимостью

$$H = p/\gamma + z + \bar{u}^2/(2g),$$

где p — давление в воде; γ — удельный вес воды; z — высота рассматриваемой точки над плоскостью сравнения (рис. 1.49); $\bar{u}$ — скорость движения воды; g — ускорение свободного падения. В грунтах скорость движения воды настолько мала, что скоростной частью напора можно пренебречь. Действительно, если даже принять маловероятную скорость 10 см/с, то $\bar{u}^2/(2g) = 0,5$ мм. В результате, как обычно в теории фильтрации, принимается

$$H = p/\gamma + z. \quad (1.41)$$

Следует еще раз подчеркнуть, что фильтрация воды определяется *только разностью напоров*. Разница в давлениях p не обязательно является признаком движения воды. Например, в стакане с водой есть разность давлений, но нет движения воды, так как напоры по высоте слоя воды одинаковы.

Коэффициент пропорциональности k называется *коэффициентом фильтрации*. Полагая $I = 1$, находим, что $u = k$, т. е. коэффициент фильтрации (в см/с или м/сут) численно равен величине скорости фильтрации при градиенте напора, равном единице. Коэффициент фильтрации определяют в лабораторных условиях путем замера расхода воды и разности напоров в основном по двум схемам. В первой схеме (прибор Дарси) по торцам вертикального образца с помощью сливов устанавливают постоянную разность напоров ΔH и у нижнего слива непосредственным отбором профильтровавшей воды определяют расход Q . Тогда, зная площадь поперечного сечения трубки прибора F и длину образца l и используя зависимости (1.39) и (1.40), получим $k = lQ/(\Delta H F)$. Можно также измерять разности напоров $\Delta H'$ по пьезометрам, установленным на расстоянии l' .

Во второй схеме (рис. 1.50, б, в) о расходе воды можно судить по скорости снижения уровня воды в цилиндре — трубке Каменского или в трубке, подсоединенной к фильтру базы компрессионного прибора. Расход воды через образец с поперечным сечением F будет $q = Fkh/l$. За период времени dt объем выходящей воды из образца qdt должен быть равен уменьшению объема воды в трубке $F'dh$. По-

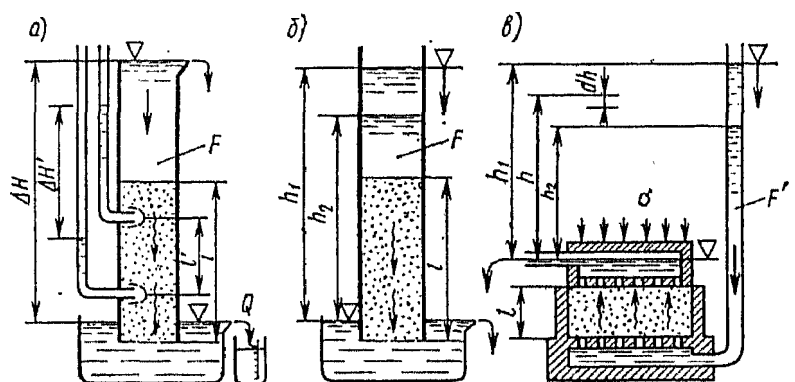


Рис. 1.50. Лабораторные методы определения коэффициента фильтрации:
а — прибор Дарси; б — трубка Каменского; в — схема компрессионно-фильтрационного прибора

этому уравнение неразрывности потока воды можно представить в виде

$$kdt = -\frac{F'}{F} l \frac{dh}{h},$$

где F' — площадь поперечного сечения трубки со снижающимся уровнем воды (рис. 1.50, в), в цилиндре Каменского $F' = F$.

Интегрируя это уравнение в пределах от h_1 до h_2 , получаем

$$k = \frac{F'}{F} \frac{l}{t_1} \ln \frac{h_2}{h_1},$$

где t_1 — время снижения уровня воды в цилиндре или трубке от начального положения h_1 до h_2 .

Коэффициент фильтрации различных грунтов меняется в широком диапазоне и определяется в основном гранулометрическим составом грунтов. Если для песков коэффициент фильтрации достигает $10^{-1} \dots 10^{-3}$ см/с, то для глин он снижается до 10^{-9} см/с. С увеличением плотности сложения данного грунта коэффициент фильтрации уменьшается, причем в глинистых грунтах значительно. Например, при намыве в прудковой зоне в начале формирования осадка суглинистого грунта его коэффициент фильтрации был 10^{-4} см/с, а после возведения всего сооружения и уплотнения грунта под действием намывной вышележащей толщи уменьшился до 10^{-7} см/с.

Следует отметить, что вследствие больших экспериментальных трудностей, возникающих как в лабораторных, так и в полевых условиях, достоверным, особенно для глинистых грунтов, следует считать не значащие цифры, а порядок самой величины коэффициента фильтрации.

Пределы применимости зависимости Дарси. Начальный градиент напора. *Верхний предел* применимости зависимости Дарси определяется тем, что при относительно больших скоростях фильтрации нарушается линейная зависимость между потерей напора и расходом. В качестве критерия применимости зависимости Дарси используют условие, что число Рейнольдса должно быть меньше некоторой предельной величины. Число Рейнольдса определяет отношение сил инерции к силам трения в потоке жидкости и для однородных песчаных или гравелистых грунтов может быть принято в виде, предложенном Н. Н. Павловским (1932):

$$Re = \frac{1}{0,75n + 0,23} \frac{ud_{10}}{\nu},$$

где u — скорость фильтрации; d_{10} — эффективный диаметр частиц; n — пористость; ν — кинематический коэффициент вязкости воды.

Предельная (критическая) величина числа Рейнольдса была определена из опытов примерно равной 7...9. Если принять для воды $\nu = 0,02 \text{ см}^2/\text{с}$, а $n = 0,4$, то этот критерий приобретает вид $ud_{10} \leq 0,07...0,09 \text{ см}^2/\text{с}$. По этому критерию для крупного однородного песка, например, при $d_{10} = 0,1 \text{ см}$ получаем условие $u \leq 0,7...0,9 \text{ м/с}$. В большинстве случаев такая скорость не достигается. Вследствие этого можно утверждать, что для песчаных и тем более глинистых грунтов условие применимости зависимости Дарси в отношении верхнего предела обычно бывает выполнено.

Как показывают опыты, отклонение от закона Дарси при фильтрации происходит весьма медленно, так что трудно указать точно границу, где закон Дарси становится практически неприемлемым. Но в крупнозернистых материалах, например каменной наброске, закон Дарси может существенно нарушаться. В качестве общей зависимости обычно предлагается уравнение

$$u = CI^m,$$

где m меняется от 1 (закон Дарси) до 1/2 в крупнозернистых грунтах.

Нижний предел зависимости Дарси определяется тем, что фильтрационные явления в ряде случаев, например в плотных глинах, возникают лишь тогда, когда градиент напора превысит некоторую величину i_0 , называемую *начальным градиентом напора*.

В случае применимости закона Дарси график зависимости $u(I)$ имеет вид прямой, проходящей через начало координат (рис. 1.51, прямая 1). Исследования Б. Ф. Рельтова и в особенности опыты С. А. Роза с плотными глинами показали, что прямолинейный участок, обоснованный экспериментальными точками (сплошные линии 2 и 2' на рис. 1.51), при его продолжении (пунктир на рис. 1.51) отсекает на оси абсцисс отрезок, равный величине начального градиента напора i_0 . В этом случае можно с достаточным приближением полагать, что при $\partial H/\partial s < i_0$ $u = 0$, т. е. фильтрации, движения воды по порам нет. Если $\partial H/\partial s \geq i_0$, то

$$u = -k_1(\partial H/\partial s - i_0). \quad (1.42)$$

Начальный градиент напора достигал, по опытам С. А. Роза, иногда очень больших значений, как, например, в кембрийских глинах — порядка 10...20.

Существование начального градиента напора обычно объясняется заполнением узких проходов между частицами глинистого грунта пленочной связанной водой, защемляющей при этом свободную воду в более крупных порах, образующей как бы пробки и препятствующей тем самым возникновению явлений фильтрации. Далее предполагают,

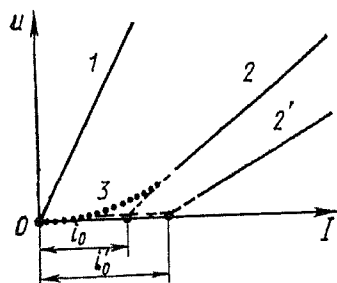


Рис. 1.51. Зависимость скорости фильтрации от градиента напора:

1 — по зависимости Дарси; 2 — с учетом начального градиента напора и по опытам Б. Ф. Рельтова, С. А. Роза; 2' — то же, но при большей плотности грунта; 3 — с учетом нелинейности и по опытам С. Х. Хансбо

что при увеличении градиента напора до i_0 воздействие разности напора разрушает эти пробки связанной воды и начинается фильтрация воды. В случае, если градиент напора снижается несколько ниже i_0 , молекулярные силы восстанавливают пленки-пробки в узких частях поровых каналов и фильтрация прекращается.

Ряд исследователей высказывают сомнения в существовании начального градиента напора. Предполагается, что на участке экстраполяции (пунктир линии 2) линейность нарушается и зависимость $u(I)$ асимптотически приближается к оси абсцисс по точечной кривой 3 на рис. 1.51, попадая в точку $I=0$. Делаются предположения, что таким образом проявляется ползучесть слоя связанной воды, особенно в местах пробок. Опыты С. Х. Хансбо и ряда других не обнаружили начального градиента и были получены графики, близкие к кривой 3—2 на рис. 1.51. Следует отметить, что эксперименты с мало-

допроницаемыми глинами, да еще в области малых градиентов и с задачей измерить скорость фильтрации, близкую к нулю, очень сложны и требуют особой тщательности выполнения и высокой точности измерений.

На первый взгляд, будет ли график $u(I)$ на рис. 1.51 начинаться из точки O по кривой 3 или из точки i_0 по прямой 2, кажется из-за их близости несущественным. Однако, как будет показано в гл. 8, учет i_0 существенно уменьшает конечные осадки сооружений, а принятие криволинейной зависимости 3 (рис. 1.51) только увеличивает время развития осадков, никак их не уменьшая. Поэтому продолжение исследований отклонения процессов фильтрации от зависимости Дарси сохраняет свою актуальность.

Процессы суффозии и кольматации. Под воздействием фильтрационного потока мелкие частицы грунта могут перемещаться по порам, образованным более крупными частицами. Такой процесс называют *суффозией грунта* или *механической суффозией грунта*. Последний термин вводится для того, чтобы отличить этот процесс от *химической суффозии*, когда фильтрационные воды растворяют химические соединения грунта и тем самым выносят растворимые включения. *Кольматация грунта* — обратный процесс, когда отдельные более мелкие частицы грунта, движущиеся в порах более крупных частиц, останавливаются и отлагаются в какой-либо области грунтового массива, закупоривая поры. Возможна также *химическая кольматация* грунта, когда в результате химического взаимодействия воды и грунта соли также закупоривают поры грунта.

Различают (Р. Р. Чугаев, 1936 г.) два вида суффозии — внутреннюю и внешнюю.

При *внутренней суффозии* более мелкие частицы перемещаются в толще грунтового массива и могут либо выноситься на поверхность, либо останавливаться в какой-либо зоне массива грунта и кольятировать ее. В той области, где происходит суффозия, пористость и коэффициент фильтрации увеличиваются, а в зоне кольятатажа уменьшаются.

Суффозия — процесс, изменяющийся во времени. В результате выноса частиц градиенты напора фильтрационного потока изменяются местами в сторону увеличения, что усиливает суффозию и приводит к ослаблению структуры грунта вплоть до ее разрушения. В других случаях при кольятации части грунта на пути фильтрационного потока продуктами суффозии она может сама собой постепенно прекратиться. На контакте двух слоев грунтов различной крупности возможна *контактная внутренняя суффозия*. Причем сами по себе примыкающие слои грунта могут и не обладать суффозионностью, но на контакте возникает существенное перемещение мелких частиц одного слоя в более крупнозернистый грунт другого слоя.

В случае *внешней суффозии* фильтрационный поток выносит отдельные частицы грунта, лежащие непосредственно на его поверхности. В результате размеры пор поверхностной зоны увеличиваются и суффозия распространяется в глубь массива грунта. В некоторых случаях в результате внешней суффозии на поверхности грунта может образоваться естественный обратный фильтр. При этом ближе к поверхности располагаются отсортированные фильтрационным потоком более крупные частицы, далее в глубь массива все более мелкие. По мере образования естественного обратного фильтра явления суффозии могут постепенно затухать.

Кольматация также может быть внутренняя и внешняя. При внешней, поверхностной кольматации, иногда называемой заилением, мелкие, например, глинистые или пылеватые частицы задерживаются только в самых поверхностных слоях грунта и создают маловодопроницаемую пленку. Это явление используется для уменьшения фильтрации воды из каналов. Кольматация же дренажных устройств постепенно выводит их из строя.

Механическая внутренняя суффозия характерна для песчаных и крупнообломочных грунтов и может наблюдаться только в разнородных (разнозернистых) грунтах. В однородных (однозернистых) грунтах внутренняя суффозия невозможна. По исследованиям В. С. Истоминой, наиболее подвержены суффозии несвязные грунты с коэффициентом неоднородности $K_{60/10} = d_{60}/d_{10} > 10 \div 20$ (см. § 1.1). Особой опасностью в отношении суффозии обладают грунты, в составе которых отсутствуют промежуточные фракции и поэтому, имеющие на кривой однородности характерную «полку» (см. рис. 1.1, кривая 3).

В случае суффозионного грунта воздействие фильтрационного потока оказывается в состоянии вырвать из скелета грунта слабо заземленную частицу, а характеристики потока и размеры пор таковы, что она перемещается фильтрационным взвесенесущим потоком по

массиву грунта. Понятие суффозионного грунта является относительным: при сравнительно больших градиентах напора и малых сжимающих напряжениях в скелете грунт может быть суффозионным, а при больших напряжениях и малых градиентах тот же грунт может оказаться несуффозионным. С увеличением плотности сложения грунта возможность суффозии уменьшается.

Оценка суффозионности грунтов и исследования их кольматации в зависимости от градиентов напора, скоростей фильтрации, напряженного состояния скелета грунта проводятся в основном экспериментальным путем в больших фильтрационных приборах — трубах. При этом фиксируется в фильтрате наличие твердых частиц и изменение их количества во время фильтрации воды или изменения гранулометрического состава по длине образца.

Пути борьбы с взаимосвязанными процессами суффозии и кольматации вытекают из описанной выше физики процесса. Одним из основных является снижение градиентов напора до значений, при которых не происходит перемещение частиц по порам грунта. Другим, особенно эффективным в борьбе с внешней и контактной суффозией, является использование обратных фильтров, состоящих из нескольких слоев дренирующих материалов, подобранных по крупности так, чтобы мелкие частицы основного материала и слоев не могли проходить в поры соседнего слоя (принцип «непросыпаемости»). Определенный эффект дает уплотнение грунта и увеличение в нем сжимающих напряжений.

Электроосмотическая фильтрация. При пропускании через водонасыщенный глинистый грунт постоянного электрического тока сразу же возникает движение воды в порах грунта в сторону отрицательного электрода, называемое *электроосмотической фильтрацией* или *электрофильтрацией*. Впервые это явление было открыто в 1908 г. в Московском университете Ф. Рейсом. В дальнейшем развитие исследований в этой области определилось работами Л. Казагранде, Г. М. Ломизе, Г. Н. Жинкина, Б. Ф. Рельтова и др.

Скоростью электроосмотической фильтрации u_3 , по аналогии со скоростью фильтрации, называется расход воды, перемещаемый под воздействием постоянного тока через единицу площади геометрического сечения грунта. Экспериментально было установлено, что скорость электроосмотической фильтрации u_3 может быть определена по зависимости

$$u_3 = -k_3 (dE/ds),$$

где dE/ds — градиент напряжения постоянного тока в направлении электрофильтрации s ; k_3 — коэффициент электрофильтрации, который представляет собой скорость электрофильтрации при градиенте напряжения dE/ds , равном единице, $\text{см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

Электрофильтрация объясняется тем, что, попав в поле постоянного тока, входящие в состав диффузионного слоя воды катионы, окруженные собственными гидратными оболочками, перемещаются в сторону отрицательного электрода, перенося и увлекая за собой воду. Поэтому эффект электрофильтрации наибольший в глинистых

грунтах, а в песках, имеющих пренебрежимо малый объем диффузных слоев, он ничтожен. По сравнению с обычной напорной фильтрацией в узких поровых каналах между пленками связанной воды при действии постоянного тока приходит в движение вода диффузных слоев и поры глинистого грунта как бы раскрываются, идет интенсивный поток воды практически по всему сечению поровых каналов.

Явления электроосмоса применяются для уменьшения влажности глинистых грунтов. С этой целью в грунт забивают металлические стержни — положительные электроды, а расположенные на некотором расстоянии отрицательные электроды делают из металлических дырчатых труб, из которых откачивают интенсивно фильтрующуюся воду. В результате перехода в грунт ионов, входящих в состав положительного электрода (например, ионов железа и др.), может происходить образование нерастворимых солей, которые закрепляют структуру грунта (*электрохимическое закрепление грунта*). Кроме того, есть предложения использовать электроосмос для облегчения погружения в грунт металлических шпунтов и свай (В. А. Флорин, 1953 г.) путем подключения их к отрицательному полюсу и в результате этого образования слоя воды — «смазки» на контакте металла с грунтом.

1.8 СЖИМАЕМОСТЬ И ПРОЧНОСТЬ ГРУНТОВ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

За последние три десятилетия получили интенсивное развитие исследования свойств грунтов и возникающих в них процессов при действии динамических нагрузок [14]. Вибрации, сейсмика, удары и взрывы вызывают различный характер воздействий от длительно повторяющихся и плавно меняющихся во времени нагрузок до одиночных импульсов и ударных волн, при которых нагрузки на грунт возрастают практически мгновенно. Для воспроизводства таких нагрузок в лабораторных условиях применяются описанные выше (см. § 1.3) различного рода пульсаторы, вибростенды, маятниковые копры, падающие грузы, пневмопушки и др.

Сжимаемость грунтов при импульсных воздействиях. Особенности развития деформации в грунтах при динамических нагрузках наиболее широко исследовались С. С. Григоряном, Г. М. Ляховым, Н. Д. Красниковым и др.

Характер развития объемных деформаций трехфазного грунта при различных скоростях приложения и снятия нагрузки можно проследить на примере компрессионного сжатия грунта (рис. 1.52). При очень больших скоростях нагружения, или скоростях деформирования, не успевают развиваться пластические необратимые деформации скелета грунта и наблюдается упругий характер деформирования (кривая 1). Уменьшение скорости нагружения и разгрузки приводит к более сложной зависимости $\varepsilon(\sigma)$ (кривая 2). Ветвь нагружения имеет двойную кривизну, при относительно малых давлениях она обращена выпуклостью к оси давлений (влияние структурной прочности), а при более высоких давлениях — к оси деформаций. На участке раз-

грузки характерно некоторое увеличение деформаций грунта с уменьшением нагрузки (иногда называемое последействием). Наличие такого участка обусловлено вязкими свойствами грунтов, т. е. ограниченной скоростью протекания их деформаций. Наконец, при $\sigma = 0$ наблюдается горизонтальный участок восстановления во времени части деформаций («упругое» последействие). Такой характер диаграммы деформирования является наиболее общим. В зависимости от особенностей структуры и фазового состава грунтов некоторые из

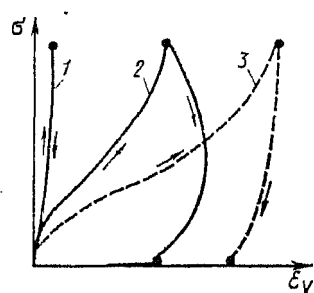


Рис. 1.52. Связь объемных деформаций с напряжениями при динамических (1, 2) и статических нагрузках (3)

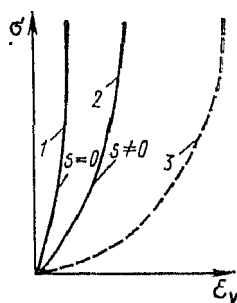


Рис. 1.53. Характер сжимаемости водонасыщенных песчаных грунтов при динамических (1, 2) и статических (3) нагрузках

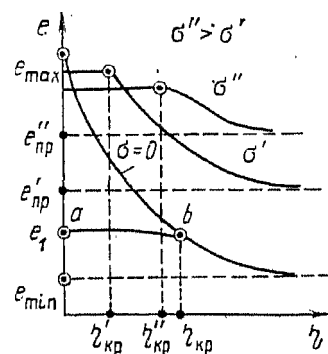


Рис. 1.54. Характер ударно-виброкомпрессионных кривых

этих участков у ряда грунтов могут отсутствовать (рис. 1.53). При статическом нагружении, т. е. при скорости нагружения, стремящейся к нулю, диаграмма $\varepsilon(\sigma)$ (см. кривая 3 на рис. 1.52) является обычной компрессионной кривой (см. рис. 1.25 и 1.26).

Из приведенных диаграмм видно, что с увеличением скорости нагружения наблюдается существенное уменьшение деформации. Причем снижение полной деформации с увеличением скорости нагружения обуславливается в основном уменьшением необратимой части деформации. При динамических воздействиях очень ярко проявляются вязкие свойства грунта в целом, его фаз и особенно скелета грунта.

Существенное влияние на процесс динамического деформирования оказывает степень водонасыщения грунта. При полном водонасыщении ($s = 0$) деформации малы и, например, при взрывах в полностью водонасыщенных песках имеют характер кривой 1, показанной на рис. 1.53. Даже небольшое количество защемленного газа существенно повышает сжимаемость водонасыщенного песка (кривая 2), приближаясь по мере увеличения содержания газа к сжимаемости песка при статическом нагружении (кривая 3), но благодаря вязким свойствам скелета грунта меньше ее.

Виброкомпрессия грунтов. Вибрационные воздействия или часто повторяющиеся импульсы могут вызывать существенное уплотнение достаточно рыхлых несвязных грунтов. Как уже отмечалось, несвяз-

ные грунты мало уплотняются при статических нагрузках. Если в основании сооружения залегали рыхлые несвязные грунты, то и после постройки сооружения со статическими нагрузками они остаются в рыхлом состоянии. Только динамические воздействия способны вызвать интенсивное уплотнение несвязного грунта, существенные осадки сооружений, а в ряде случаев потерю их устойчивости и разрушение.

Необходимым условием существенного уплотнения несвязных грунтов является разрушение их структуры динамическими воздействиями. Возможность разрушения структуры несвязных грунтов, т. е. возникновение взаимных смещений частиц и нарушение их устойчивости, в основном определяется: интенсивностью динамического воздействия, начальным статическим напряженным состоянием и плотностью сложения грунта.

Влияние этих факторов ярко отражается на результатах виброкомпрессионных испытаний песчаных грунтов. Испытания производятся в условиях невозможности бокового расширения грунта, помещая компрессионные приборы (см. рис. 1.22) на вибростолы (см. рис. 1.20), создающие инерционные воздействия различной интенсивности.

В результате испытаний строятся виброкомпрессионные кривые (рис. 1.54) связи коэффициента пористости e с ускорением колебаний $\eta = A\omega^2$ (A — амплитуда и ω — частота колебаний) при различных статических сжимающих напряжениях σ . Первые виброкомпрессионные кривые были получены Д. Д. Барканом и О. А. Савиновым.

При отсутствии пригрузки ($\sigma = 0$) рыхлый песок по мере увеличения ускорения колебаний уплотняется, приближаясь к своему максимально плотному сложению ($e_{\min}$), причем каждой величине ускорения колебания соответствует своя предельно достигаемая плотность сложения. В этом случае, если начальный коэффициент пористости e_1 (рис. 1.54) меньше, чем в рыхлом состоянии ($e_{\max}$), то существенное разрушение структуры непригруженного грунта начинается после достижения ускорениями колебаний критического значения $\eta_{кр}$ и на виброкомпрессионной кривой отмечается характерный горизонтальный участок (ab на рис. 1.54).

При наличии статической нагрузки σ на виброкомпрессионных кривых также наблюдается наличие горизонтальных участков, соответствующих отсутствию разрушения структуры и уплотнения грунта.

Таким образом, каждой величине статической нагрузки и начального коэффициента пористости соответствует своя величина *критического ускорения колебания* $\eta_{кр}$, при достижении которого начинается разрушение структуры и уплотнение грунта.

С увеличением нагрузки σ и уменьшением начального коэффициента пористости величина критических ускорений увеличивается. Как показали эксперименты (рис. 1.55), связь между критическим ускорением колебаний и статической нагрузкой близка к линейной (Н. Н. Маслов, О. А. Савинов). Такое влияние пригрузки объясня-

ется тем, что при разрушении структуры динамические воздействия преодолевают силы трения между частицами, а статическая сжимающая нагрузка вызывает повышение давления в контактах между частицами, увеличивая, таким образом, сопротивление их смещению. В этом заключается полезная роль пригрузок, уменьшающих или полностью ликвидирующих возможность разрушения структуры даже рыхлых несвязных грунтов.

Другой не менее существенной особенностью виброуплотнения несвязных грунтов является наличие *предела виброуплотнения* $e_{пр}$, зависящего от интенсивности статической нагрузки (см. рис. 1.54). При отсутствии статической нагрузки ($\sigma = 0$) $e_{пр} = e_{min}$. С увеличением статической пригрузки $e_{пр}$ увеличивается, т. е. грунт меньше уплотняется.

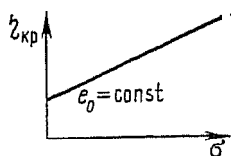


Рис. 1.55. Связь критических ускорений колебаний $\eta_{кр}$ со статической нагрузкой σ

В результате виброкомпрессионных опытов с песками была получена (П. Л. Иванов, Л. Ш. Горелик) связь конечного достигаемого значения коэффициента пористости e_k с интенсивностью статической нагрузки и ускорениями колебаний (рис. 1.56). В достаточно широком диапазоне ускорений колебаний (до $0,8g$) зависимость коэффициента пористости от сжимающих напряжений в скелете грунта при постоянном ускорении колебаний может быть принята линейной. Полученные прямые дают связь критических ускорений колебаний с величинами σ и e . В соответствии с обозначениями на рис. 1.56 ее можно представить в виде

$$e_k = e_0 - a_2 [\sigma(e_0) - \sigma_d], \quad (1.43)$$

где a_2 — коэффициент уплотнения; $\sigma(e_0)$ — напряжения, которые при начальном коэффициенте пористости e_0 препятствуют разрушению структуры грунта динамическим воздействием интенсивностью η ; e_k — конечный коэффициент пористости при действующих в грунте напряжениях σ_d и ускорениях колебаний η .

Таким образом, *статическая нагрузка не только снижает возможность разрушения структуры грунта, но и уменьшает уплотняемость несвязных грунтов при динамических воздействиях.*

Влажность несвязных грунтов оказывает существенное влияние на их уплотняемость под действием динамических нагрузок. Лабораторные исследования и производственный опыт свидетельствуют о значительно лучшем уплотнении сухих и особенно водонасыщенных песков.

Виброползучесть грунтов. Характерным для уплотнения несвязных грунтов при вибрационных воздействиях или действии повторяющихся импульсов является ярко выраженное накопление объемных деформаций во времени. Это объясняется постепенным накоплением взаимных смещений частиц от каждого отдельного импульса. При увеличении частоты приложения импульсов или вибрациях взаимные смещения частиц накладываются и происходит процесс их непрерыв-

ного смещения. Накопление деформаций во времени при постоянных ускорениях колебаний и напряжениях было названо *виброползучестью* (П. Л. Иванов, 1960 г.) несвязных грунтов. Впервые исследовал уплотнение сухих песков во времени при вибрации Д. Д. Баркан.

Характер кривых виброползучести несвязных грунтов, т. е. изменения коэффициента пористости Δe во времени t , приведен на рис. 1.57 (П. Л. Иванов, Л. Ш. Горелик). Они удовлетворительно описываются экспоненциальной функцией (пунктир на рис. 1.57)

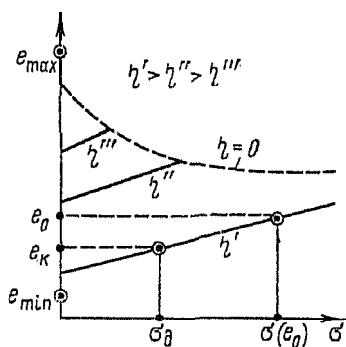


Рис. 1.56. Зависимость коэффициента пористости e от статической нагрузки σ при различных ускорениях колебаний η (пунктирная кривая сжатия грунта только при статической нагрузке)

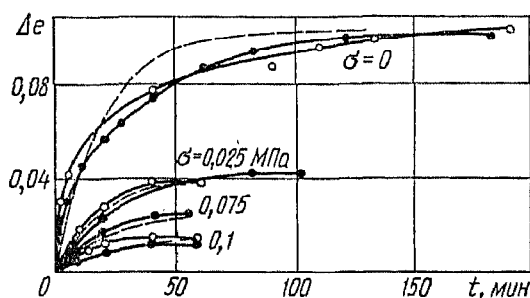


Рис. 1.57. Кривые виброползучести мелкого песка при ускорении колебаний $0,2g$ и различных сжимающих напряжениях (пунктирные кривые по зависимости (1.44) при $\gamma_2 = 0,05$ 1/мин)

вида $1 - \exp(-\gamma_2 t)$. Тогда, учитывая зависимость (1.43), уравнение виброкомпрессии при постоянном ускорении колебаний и сжимающем напряжении можно представить в виде

$$e(t) = e_0 - a_2 [\sigma(e_0) - \sigma_d][1 - \exp(-\gamma_2 t)], \quad (1.44)$$

где a_2 и γ_2 — параметры виброползучести.

Ползучесть скелета несвязных грунтов наиболее ярко проявляется при относительно слабых вибрациях. С увеличением ускорений колебаний возрастает интенсивность деформаций виброползучести. Кроме того, с увеличением частоты вибраций при постоянном ускорении колебаний увеличиваются скорости нарастания деформаций виброползучести.

Деформации сдвига при повторяющихся динамических воздействиях носят еще более ярко выраженный характер виброползучести. Опыты со штампами показали, что при небольших вибрационных воздействиях малозатухающие горизонтальные смещения наблюдаются при горизонтальных усилиях, в 3...4 раза меньших, чем сдвигающие. Причиной длительных смещений несвязного грунта при действии касательных напряжений по-видимому являются неравномерное распределение напряжений между частицами и различная устойчивость отдельных частиц грунта. Происходит смещение отдельных наименее устойчивых частиц грунта, изменение напряжен-

ного состояния рядом расположенных частиц, последующее их смещение и т. д.

В натуральных условиях на ряде тепловых станций наблюдаются длительные (несколько лет) осадки фундаментов с динамическими нагрузками, расположенных на песчаных основаниях. Здание кузнечного цеха на песках в г. Горьком давало осадку (10...30 см) в течение семи лет без существенного затухания. Причиной таких длительных деформаций могут быть только объемные и сдвиговые деформации виброползучести нижележащих песчаных грунтов. Следует отметить, что сдвиговая виброползучесть очень слабо исследована. В последние годы начаты исследования (С. Р. Месчан) виброползучести глинистых грунтов. Особое значение этот вопрос приобрел в последние годы в связи с проектированием крупнейших турбоагрегатных блоков, очень чувствительных к ничтожным неравномерным осадкам фундаментов.

Прочность грунтов при динамических воздействиях. Прочность грунтов *при одиночных импульсах* исследовалась на приборах трехосного и одноосного сжатия с различным временем нарастания вертикальной нагрузки до разрушающей от медленного — статического («стандартная» прочность) до 0,05 с, а в некоторых исследованиях до 0,001 с (А. Казагранде и В. Шанон, Р. Уайтман и др.). В качестве критерия разрушения в основном принималось достижение определенной величины деформаций, образование в образцах плоскостей сдвига или результаты анализа записей напряжений и деформаций во времени.

Во всех опытах с различными грунтами от песков до глин отмечалось, что с уменьшением времени нагружения (с увеличением скорости загрузки) прочность на сжатие увеличивается. Так, в глинистых грунтах при сравнении опытов со скоростью загрузки 0,02 с с испытаниями при скорости загрузки 10 мин прочность возрастала в 1,5...2 раза, причем меньшие значения получены для более прочных глин. В песчаных грунтах эффект влияния скорости загрузки был значительно ниже и приращение прочности не превышало 15% от статической.

Наблюдаемое повышение прочности грунтов на сдвиг можно объяснить тем, что с уменьшением времени действия разрушающей нагрузки не успевают развиваться деформации сдвига. Для разрушения грунта необходимо время, связанное с перестройкой его структуры и преодолением вязких структурных связей. С позиций понятия о длительной прочности (см. рис. 1.47) испытания при импульсных нагрузках располагаются в начальной пунктирной части кривой длительной прочности.

При повторяющихся импульсах и вибрациях все наблюдения и опыты показывают обратную картину — существенное в ряде случаев снижение сопротивления грунтов сдвигу.

В случае песчаных грунтов, для которых сопротивление сдвигу определяется зависимостью Кулона $\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi$, многие годы бытовало представление, что уменьшение сопротивления сдвигу вызывается уменьшением угла внутреннего трения φ при вибрации. К сожалению, это ошибочное представление вошло в ряд учебников и нормативных документов. Ошибка заключалась в том, что не учитывалось изменение σ в период действия вибрационных нагрузок.

В лаборатории механики грунтов Ленинградского политехнического института начиная с 1952 г. были поставлены многочисленные опыты по исследованию прочности песчаных грунтов при действии вибрационных и пульсационных нагрузок при различных схемах испытаний, отличительной особенностью которых являлся учет и измерение изменения напряженного состояния грунта при динамических воздействиях.

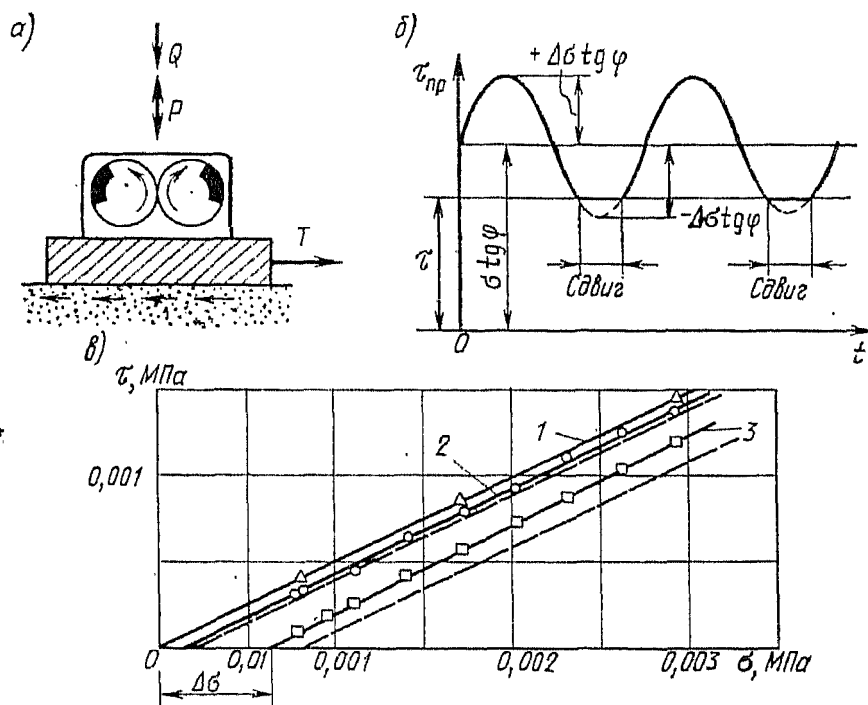


Рис. 1.58. Схема сдвиговых опытов со штампом и графики изменения предельного сопротивления грунта сдвигу при вертикальном вибрировании штампа: 1 — статика; 2, 3 — при вибрации; --- — по расчету

При испытании вибрирующих штампов на сдвиг (рис. 1.58, а) учитывалось изменение нормальных напряжений по подошве штампа. Механический вибратор вертикального действия изменял напряжения в пределах $\pm \Delta \sigma$ (рис. 1.58, б). Учет снижения сопротивления сдвигу по зависимости Кулона $\tau = (\sigma - \Delta \sigma) \operatorname{tg} \varphi$ приводил к перпериодическому сдвигу и практически точному совпадению опытных и расчетных данных при сохранении неизменности φ , полученного из статических испытаний (рис. 1.58, в).

Другим примером могут быть опыты в динамическом стабилометре (П. Л. Иванов, В. А. Поспелов), в котором образцы песчаного грунта доводились до разрушения также с учетом всех дополнительных динамических напряжений ($\Delta \sigma_1$ и $\Delta \sigma_3$ на рис. 1.24). Из круга Мора (см. рис. 1.39) условие прочности Кулона выражается в форме $\sin \varphi = (\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 + \sigma_3)$. С учетом дополнительного действия динамических нагрузок в стабилометре зависимость Кулона приобретает вид

$$\sin \varphi = \frac{\sigma_1 + \Delta \sigma_1 - \sigma_3 - \Delta \sigma_3}{\sigma_1 + \Delta \sigma_1 + \sigma_3 + \Delta \sigma_3} \quad (1.45)$$

В случае всесторонней одинаковой пульсации динамических напряжений, т.е. при $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_3 = \Delta\sigma$, уравнение (1.45) приобретает вид

$$\sin \varphi = (\sigma_1 - \sigma_2) / (\sigma_1 + \sigma_2 + 2\Delta\sigma). \quad (1.45')$$

Во всех случаях динамических испытаний разрушающее вертикальное давление σ_1 было меньше статического (при $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_3 = 0$). Однако все опыты показали неизменность угла внутреннего трения грунта φ в широком диапазоне интенсивности пульсирующих нагрузок (30...40% от статических) (рис. 1.59, а) и частот (рис. 1.59, б). Если не учитывать динамическую составляющую, то условный

(фиктивный) угол трения будет снижаться (пунктир на рис. 1.59, а). Это обстоятельство в основном объясняет причину неправильно отмечаемого снижения угла внутреннего трения, полученного в опытах ряда исследователей.

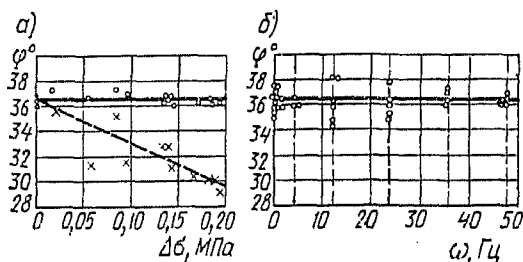


Рис. 1.59. Зависимость угла внутреннего трения φ от интенсивности динамического воздействия $\Delta\sigma = \Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_3$ и частоты вибрации ω

Таким образом, в широком диапазоне ускорений колебаний (до 1 g) есть все основания считать, что угол внутреннего трения несвязных грунтов не изменяется. Поэтому при вибрационных и сейсмических воздействиях устойчивость сооружений на сдвиг или развитие об-

ластей пластических деформаций должны проверяться с учетом динамических составляющих напряжений при постоянных значениях угла внутреннего трения, полученного из обычных статических испытаний.

В общем виде условие отсутствия сдвига в несвязном грунте по какой-либо площадке можно представить в виде

$$\tau \pm \Delta\tau(t) < [\sigma - p(t) \pm \Delta\sigma(t)] \operatorname{tg} \varphi, \quad (1.46)$$

где τ и σ — касательные напряжения в скелете грунта по рассматриваемой площадке до приложения динамической нагрузки; $\Delta\tau(t)$ и $\Delta\sigma(t)$ — дополнительные напряжения в период действия динамической нагрузки; $p(t)$ — избыточное давление в поровой воде, возникающее в результате действия динамической нагрузки.

Необходимо отметить, что выше рассматривались только вибрации умеренной интенсивности. Это соответствует действию промышленных вибраций и сеймики, при которых ускорения колебаний очень редко превышают 0,8 g. При больших ускорениях колебаний (например, вибропогружение свай, оболочек и др.) условие постоянства угла внутреннего трения, возможно, существенно нарушается.

В глинистых грунтах, особенно пластичной или текучей консистенции, наблюдаемое снижение их прочности при вибрационных воздействиях или повторяющихся импульсах можно объяснить не только изменением их напряженного состояния, но и временным уменьшением характеристики их прочности φ и особенно c (И. В. Прокудин, Х. З. Расулов). Предполагается, что при динамических воздействиях молекулы связанной воды и ионы диффузного слоя приходят в движение и временно теряют ориентацию и связь с твердыми частицами, т. е. вода диффузного слоя в период действия вибраций ста-

новится свободной. Внешне создается впечатление, что грунт как бы увлажняется и, например, из пластичной переходит в текучую консистенцию. В результате этих *явлений тиксотропии* его характеристики прочности уменьшаются, но после прекращения действия динамических нагрузок связи между частицами и поровой водой восстанавливаются и грунт приобретает первоначальные свойства. Одновременно с процессами тиксотропии снижение прочности глинистых грунтов возможно за счет повышения давлений в поровой воде в результа-

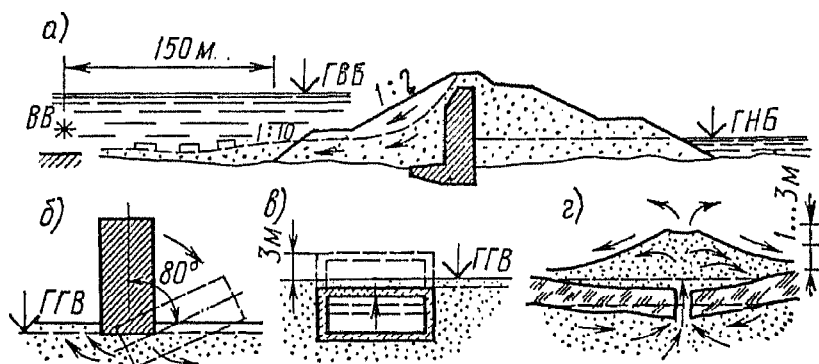


Рис. 1.60. Примеры разжижения несвязных водонасыщенных грунтов: авария Свирской плотины (а) при взрыве заряда ВВ в водохранилище (1935); погружение и опрокидывание зданий (б) и всплытие пустой цистерны (в) во время землетрясения в Ниигате (Япония, 1964 г.); образование гейзеров разжиженного грунта и конусов выноса песка (г).

те их уплотнения. Поэтому динамические испытания глинистых грунтов обязательно должны вестись при уверенном контроле давлений в поровой воде.

В глинистых грунтах, особенно обладающих достаточно жесткими структурными связями, при вибрациях или длительно повторяющихся импульсах наблюдается снижение прочности с увеличением времени действия динамических нагрузок, т. е. проявляется *усталостная прочность грунта*. Как и при явлениях длительной прочности, происходит накопление «дефектов» структуры и падение прочности грунта, но более интенсивное, чем при статических нагрузках.

Разжижение водонасыщенных несвязных грунтов. Выше рассматривались особенности деформируемости и прочности сухих и мало-влажных несвязных грунтов. В гидротехнической практике особый интерес представляют несвязные грунты, поры которых заполнены водой.

Характерной особенностью рыхлых водонасыщенных несвязных грунтов является их способность переходить в *разжиженное состояние*. Несвязный водонасыщенный грунт временно превращается в тяжелую вязкую жидкость. В результате земляные сооружения растекаются, тяжелые сооружения тонут в разжиженном грунте, а легкие всплывают (рис. 1.60). В природных условиях наблюдались многочисленные случаи разжижения значительных масс грунта.

В зависимости от характера силового воздействия явления разжижения проявляются в различной степени. При землетрясениях

они возникают на больших площадях неожиданно и протекают в течение нескольких минут, а иногда и секунд, нанося большой материальный ущерб и сопровождаясь в ряде случаев человеческими жертвами. С другой стороны, явления разжижения проявляются очень часто в сравнительно малых масштабах, например, при хождении людей или проезде транспорта по поверхности рыхлых водонасыщенных песков, при отрытии котлованов, колодцев и канав в этих грунтах и т. п. В ряде случаев разжижение несвязных грунтов приносит

пользу, например облегчает погружение свай или шпунтов вибраций или ударами.

Описания аварий и явлений разжижения приводились в первых работах К. Терцаги (1925—1930). На строительстве Свирской ГЭС сразу же после аварии в 1935 г. были поставлены первые лабораторные опыты Н. Н. Мас-

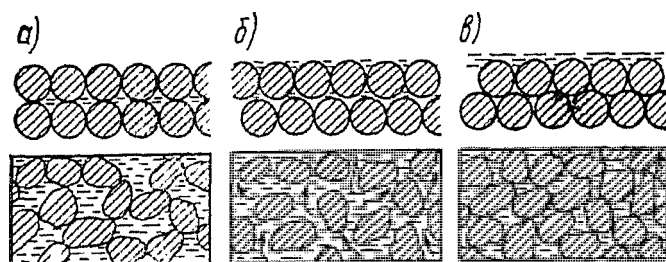


Рис. 1.61. Схема, иллюстрирующая переход несвязных водонасыщенных грунтов в разжиженное состояние

ловыми и Е. Д. Кадомским, результаты которых не были, к сожалению, в свое время опубликованы. Первые систематические лабораторные и полевые исследования непосредственно самого процесса разжижения водонасыщенных несвязных грунтов были проведены в ЛПИ в 1949—1950 гг. автором под руководством В. А. Флорина. В дальнейшем в Советском Союзе проводились многие годы широкие исследования в этом направлении в ЛПИ (В. А. Флорин, П. Л. Иванов), ЛИСИ, и МАДИ (Н. Н. Маслов), ВНИИГе (Л. А. Эйслер) и др. За рубежом такие исследования были начаты значительно позже, в 60—70-е годы. Исследования проводились в США (Х. Б. Сид), Японии (И. Ишими, К. Ишихара) и ФРГ (Г. Гудехус).

Процесс разжижения наиболее наглядно может быть показан на примере условной модели несвязного грунта в виде рыхлоуложенных шаров (рис. 1.61, а). При разрушении структуры, например, путем сдвига верхнего ряда шаров они временно занимают положение, показанное на рис. 1.61, б, что приводит к потере контактов между шарами. Под действием собственного веса шары верхнего ряда стремятся опуститься в промежутки между шарами нижнего ряда, в результате чего образуется более плотная укладка (рис. 1.61, в). Так как пространство между шарами заполнено водой, то перемещение вниз шаров верхнего ряда происходит не сразу и зависит от скорости отжатия воды. Пребывание шаров в положении, показанном на рис. 1.61, б, иллюстрирует разжиженное состояние песка, так как при потере контактов не происходит передачи давлений от собственного веса шаров или внешней нагрузки и система шаров приобретает способность растекаться. В реальных несвязных грунтах под потерей контактов между частицами понимается не только отсутствие точек и плоскостей

соприкосновения одной частицы с другой, но и отсутствие передачи напряжений в этих контактах. Следует подчеркнуть, что при разрушении структуры и переходе в разжиженное состояние плотность укладки грунта или пористости n_1 не меняется, остается такой же, как и до разжижения, только меняется взаимное расположение частиц. Изменение пористости до величины n_2 происходит в процессе переукладки частиц и сопровождается отжатием воды, что требует времени.

Переход реальных песчаных грунтов в разжиженное состояние можно наблюдать на поставленном впервые Е. Д. Кадомским в 1935 г. простом опыте. В наполненный водой сосуд (рис. 1.62) устанавливается пьезометр, представляющий стеклянную трубку, нижний конец которой обтянут сеткой, препятствующей попаданию в трубку частиц песка. Затем в сосуд тонкой струей насыпается сухой песок, который, осаждаясь, откладывается в воде с плотностью, близкой к минимальной. После заполнения сосуда песком производится удар по столу. Динамические воздействия вызывают разрушение структуры грунта, что приводит к переходу песка в разжиженное состояние; при этом гирька, установленная на поверхности грунта, тонет в нем, а легкие предметы, находящиеся внутри слоя песка, всплывают.

Вследствие перехода песка в разжиженное состояние давление в воде повышается и уровень ее в пьезометрической трубке поднимается. После достижения максимума происходит медленное падение давления и плавное снижение уровня воды в трубке до первоначального. Одновременно наблюдается снижение уровня грунта в сосуде, вызываемое уплотнением песка. Уменьшение давлений в воде происходит вследствие приобретения контактов между частицами и образования новой, более плотной структуры песка. После ряда ударов явления разжижения, и, как следствие, повышение давлений в воде прекращается. Увеличение интенсивности ударного воздействия может вновь вызвать повышение уровня воды в пьезометре, но при достижении песком максимально плотного состояния даже весьма большие динамические воздействия не могут привести к возникновению явлений разжижения.

Таким образом, *весь процесс разжижения состоит из разрушения структуры; собственно разжижения несвязного грунта; уплотнения грунта.*

В зависимости от характера воздействия, например при ударах, четко проявляется эта последовательность, а в других случаях при вибрационных воздействиях все происходит почти одновременно.

Явлениями разжижения водонасыщенных несвязных грунтов

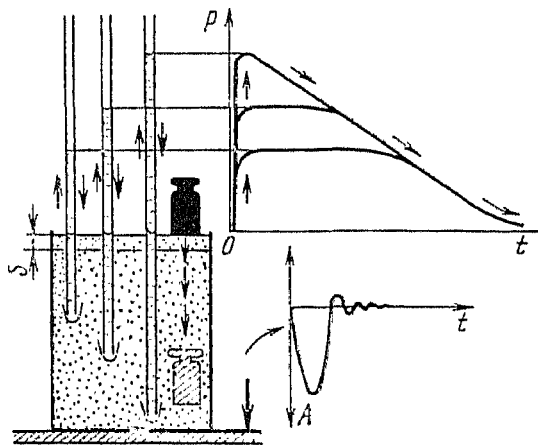


Рис. 1.62. Схема опыта Е. Д. Кадомского

будем называть явления полной или частичной потери грунтом его несущей способности и переход грунта в текучее состояние, возникающее в результате разрушения структуры и смещения частиц относительно друг друга, сопровождаемые образованием более плотной укладки частиц и уменьшением пористости.

Необходимыми условиями возникновения явлений разжижения являются: разрушение структуры; возможность уплотнения грунта; полное или близкое к полному насыщение грунта водой. Невыполнение какого-либо из них приводит к невозможности возникновения явлений разжижения. Мероприятия по борьбе с разжижением основаны на нарушении тем или иным путем одного из данных условий.

Возможность разрушения структуры несвязных грунтов, т. е. возникновение взаимных смещений частиц и нарушение их устойчивости в основном определяются интенсивностью воздействий, в частности, динамических, начальным напряженным состоянием и плотностью грунта. Кроме того, возможность взаимного смещения частиц определяется наличием и прочностью связей между ними.

В случае полного разрушения структуры и полного разжижения грунта возникают максимально возможные избыточные давления в воде. Полностью разжиженную массу грунта условно можно представить в виде суспензии, т. е. воды с взвешенными в ней частицами (см. рис. 1.61, б). При этом удельный вес разжиженного грунта γ_p складывается из веса частиц грунта и веса воды:

$$\gamma_p = \gamma_s m + \gamma n, \quad (1.47)$$

где n и m — объем пор и скелета грунта в единице объема.

Соответственно давление в воде полностью разжиженного грунта на глубине $h-z$ (рис. 1.63) будет

$$p' = \gamma_p (h - z), \quad (1.48)$$

а избыточные давления в этом случае

$$p_{\max} = (\gamma_p - \gamma) (h - z) = \gamma_{\text{взв}} (h - z), \quad (1.49)$$

где $\gamma_{\text{взв}}$ — удельный вес взвешенного в воде грунта.

В ряде случаев возникает *неполное разжижение грунта*, названное *частичным* (П. Л. Иванов), при котором избыточные давления в воде не достигают предельного максимального значения. При этом часть сжимающих напряжений в скелете грунта сохраняется (рис. 1.63, б) и грунт обладает несущей способностью.

Сопоставляя наибольшее возможное при полном разжижении избыточное давление в воде $p_{\max}$ с избыточным давлением, соответствующим состоянию частичного разжижения p , отношение

$$N = p/p_{\max} \quad (1.50)$$

можно назвать степенью разжижения, которое в случае непригруженного слоя грунта будет

$$N = p/\gamma_{\text{взв}} (h - z).$$

Числовые значения этой величины могут изменяться от 0 до 1. При $N = 1$ имеет место полное разжижение грунта.

В результате разрушения структуры достаточно рыхлого водонасыщенного несвязного грунта возникает процесс его уплотнения, сопровождаемый отжатием воды из пор грунта, т. е. происходит процесс консолидации несвязного грунта.

Как показали, опыты с ударными и взрывными воздействиями (П. Л. Иванов), процесс переукладки частиц (уплотнения) возникает в нижней части разжиженного непригруженного слоя и постепенно

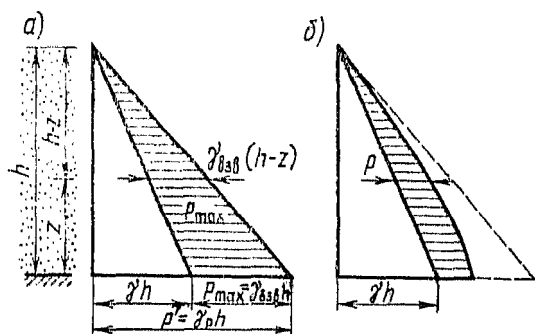


Рис. 1.63. Распределение давлений в поровой воде по глубине слоя при полном (а) и «частичном» (б) разжижении

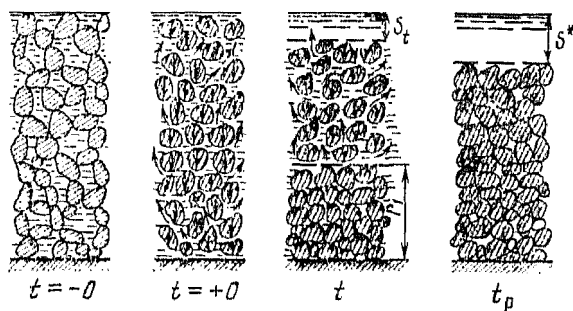


Рис. 1.64. Схема переукладки частиц в слое полностью разжиженного песка

распространяется вверх. Уплотнение происходит под действием собственного веса частиц песка, а изменение пористости — в основном в месте контакта разжиженной и неразжиженной частей слоя, на смещающейся во времени границе r_1 (рис. 1.64). В результате в разжиженном состоянии остается дольше всего верхняя часть слоя.

Опыты также показали, что при полном разжижении вновь приобретаемая плотность скелета песка не зависит от интенсивности ударного воздействия, а определяется только величиной начальной плотности укладки грунта. Это объясняется тем, что уплотнение происходит только под действием собственного веса частиц и после действия ударной нагрузки. При переходе участка грунта в полностью разжиженное состояние увеличение интенсивности динамического воздействия вызывает только увеличение области грунта, захваченной разжижением, но не повышает приобретаемой после переукладки частиц плотности песка. Повышения плотности песка можно добиваться только повторным разрушением структуры грунта, т. е. путем нескольких последовательных ударных или взрывных воздействий.

Время консолидации (уплотнения) и пребывания грунта в разжиженном состоянии в основном определяется водопроницаемостью грунта, величиной изменения его пористости, длиной пути фильтрации отжимаемой из пор грунта воды и, в частности, мощностью зоны разжижения. С увеличением толщины разжиженного слоя, увеличением изменения пористости грунта и уменьшением его коэффициента фильтрации время пребывания его в разжиженном состоянии увеличивается.

Существовало неправильное представление, что только мелкозернистые пески обладают способностью переходить в разжиженное со-

стояние. Более того, делались попытки только по гранулометрическому составу выделить грунты, способные и неспособные переходить в разжиженное состояние. Опыты показали, что состояние разжижения присуще всем рыхлым водонасыщенным грунтам любой крупности. Характер процесса разжижения и уплотнения не зависит от гранулометрического состава, но с увеличением крупности и, следовательно, водопроницаемости значительно уменьшается время пребывания его в разжиженном состоянии. При разрушении структуры небольших слоев крупнозернистых грунтов время пребывания в разжиженном состоянии настолько мало, что в них практически не наблюдается внешних проявлений разжижения, что и привело к неправильным представлениям.

Время пребывания грунта в разжиженном состоянии определяет его смещения и тем самым опасность явлений разжижения для целостности сооружения. В ряде случаев за короткий период существования разжижения смещения настолько малы, что могут быть безопасными для сооружения.

Если повторные ударные или взрывные воздействия производить до прекращения процесса переукладки частиц, вызванного предшествующими ударами, то наблюдается дополнительное повышение давлений в поровой воде. При первом ударе (взрыве) происходит разжижение верхних, менее пригруженных слоев грунта, что приводит к временному уменьшению напряжений от собственного веса в нижележащих. Вследствие этого последующий удар, произведенный до окончания процесса уплотнения грунта, легко разрушает структуру нижних слоев песка, и по мере приложения последующих ударных воздействий происходит распространение зоны разжижения в глубину слоя грунта. Этот процесс был назван (П. Л. Иванов) *послойным разжижением грунта* и ярко проявляется при повторяющихся импульсах и особенно вибрациях.

Методы оценки возможности разжижения несвязных грунтов основаны на анализе условий нарушения их структуры.

Из наиболее разработанных критериев следует отметить *метод критических ускорений колебаний* (О. А. Савинов, Н. Н. Маслов). По этому методу в качестве критерия невозможности возникновения явлений разжижения принимается условие

$$\eta_p = k_z \eta_d \leq \eta_{кр},$$

где η_p — расчетное ускорение колебаний; $k_z > 1$ — коэффициент запаса.

Действующее в массиве грунта ускорение колебаний η_d определяют или прогнозируют в зависимости от источника колебаний (вибрации фундаментов, землетрясения и др.) различными методами: путем решения динамических задач колебаний грунтов, на основании натурных наблюдений и др.

Критические ускорения колебаний $\eta_{кр}$ определяют по результатам виброкомпрессионных испытаний, в частности непосредственно по виброкомпрессионным кривым (см. рис. 1.54).

Таким образом, при оценке возможности разжижения по методу критических ускорений колебаний ставится условие отсутствия ма-

лейшего разрушения структуры грунта. В целом ряде земляных сооружений, особенно при устройстве дренажей или дренирующих пригрузок, могут быть допущены небольшие зоны разрушения структуры и частичного разжижения грунта, не приводящие к потере устойчивости. Поэтому требование, чтобы в любой точке земляной среды выполнялось условие $\eta_d < \eta_{кр}$, очень жесткое и в ряде случаев приводит к увеличению стоимости сооружений.

Оценка возможности перехода грунта в полностью разжиженное состояние и допустимости частичного разжижения песка может производиться на основе расчетов консолидации несвязных грунтов с учетом виброползучести их скелета [10]. Кроме того, в полевых условиях применяются взрывы зарядов ВВ — так называемый способ взрывного зондирования [11].

Возможность возникновения опасных для устойчивости и прочности гидротехнических сооружений зон разжижения несвязных грунтов обуславливает необходимость применения ряда мероприятий по борьбе с этими явлениями.

Все используемые с этой целью в инженерной практике мероприятия по характеру их действия можно разделить на два вида: *предотвращающие возможность возникновения разжижения и уменьшающие вредные последствия разжижения.*

При характерных для гидротехнического строительства значительных по площади массивах несвязных грунтов наиболее эффективными из первой группы мероприятий являются *уплотнение несвязных грунтов и устройство пригрузок.* Обычно давление сооружения создает весьма большую пригрузку основания, поэтому наиболее опасными в отношении возможности разжижения являются непригруженные соседние краевые участки, в пределах которых только и имеет смысл уплотнение грунта (рис. 1.65, а) или устройство пригрузок (рис. 1.65, б). В земляных плотинах пригрузку или уплотнение целесообразно производить на участках подводной части откоса (рис. 1.65, д, з, и) и в местах близкого расположения кривой депрессии к поверхности низового откоса.

Одним из основных путей уменьшения смещения разжиженных масс грунта является *ускорение процесса их консолидации.* За короткий период пребывания в разжиженном состоянии не произойдет смещения грунта вследствие его растекания или выдавливания и будут наблюдаться только сравнительно небольшие осадки сооружений, образующиеся за счет уплотнения грунта.

С помощью устройства в теле земляного сооружения (рис. 1.65, в) или основании (рис. 1.65, г) горизонтальных и вертикальных дренажей можно регулировать время пребывания грунта в разжиженном состоянии. С уменьшением расстояния между дренами время разжижения существенно уменьшается. *Дренирующая пригрузка* (рис. 1.65, б, д, з, и) не только исключает возможность разжижения, но даже в случае их возникновения значительно уменьшает время пребывания грунта в разжиженном состоянии.

Уплотнение грунтов при трамбовании и укатке, оптимальная влажность. При возведении насыпных грунтовых сооружений и осо-

бенно плотин грунты, как правило, уплотняются путем укатки или трамбования. Необходимо из укладываемых обычно комковатых карьерных грунтов создать монолитный грунтовый массив с заданными деформационными и прочностными характеристиками, определяемыми в значительной мере начальной плотностью укладки грунта, которая обычно задается проектом сооружения. Уплотняемость грунтов при

укатке или трамбовании существенно зависит от их влажности. Маловлажные глинистые грунты уплотняются плохо, для получения заданной плотности требуется

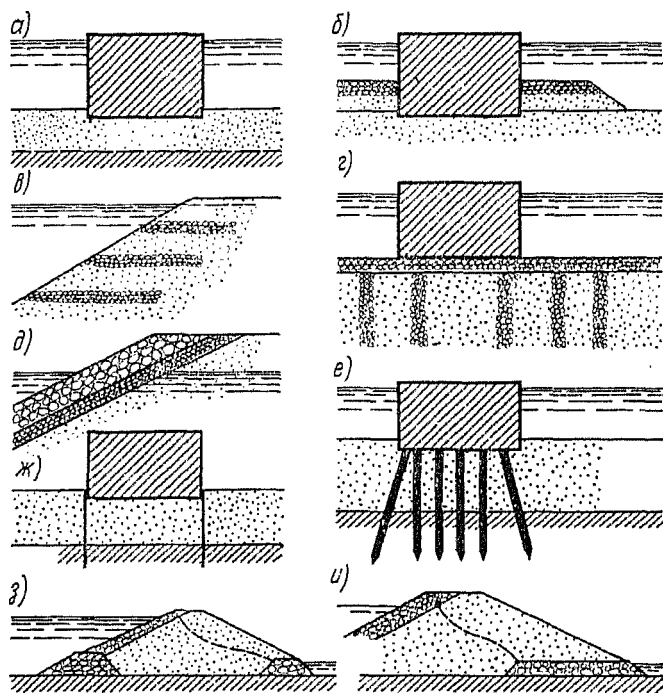


Рис. 1.65. Мероприятия по борьбе с явлениями разжижения:

а — уплотнение; б — дренажная пригрузка основания; в — горизонтальные дренажи в откосе; г — вертикальные дренажи в основании; д — пригрузка откоса; е — сваи; ж — шпунтовые ограждения; з — упорные банкеты и пригрузки; и — снижение кривой депрессии и пригрузка

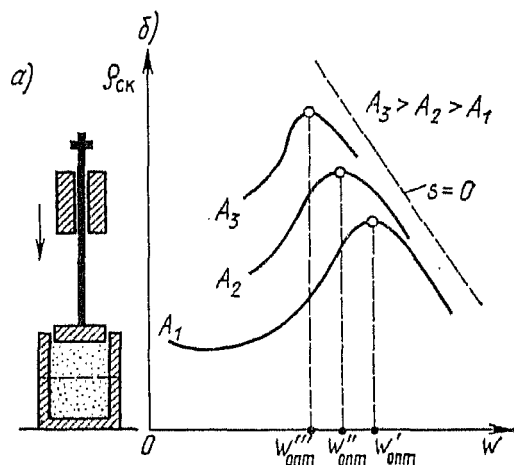


Рис. 1.66. Схема прибора для уплотнения грунтов и кривые уплотнения грунта при различной начальной влажности w и затраченной работе A

большое число ходок катка или ударов трамбовки, а иногда применяемым механизмам ее и не удастся достигнуть. Сильно увлажненные грунты почти не уплотняются, при проходе катка поверхность грунта прогибается, а перед движущимся катком образуется характерная временная «волна» грунта, т. е. наблюдаются явные признаки только деформаций формоизменения без уплотнения грунта. К тому же переувлажненный грунт прилипает к рабочим органам механизмов и их работа в таких грунтах становится вообще невозможной. Таким образом, как показывает опыт уплотнения грунтов, имеется промежуточное значение влажности грунта, называемой *оптимальной влажностью*, при которой получается наибольший эффект уплотнения при наименьшей затрате работы грунтоуплотняющих механизмов (наименьшее число ходок или ударов).

Для предварительного определения оптимальной влажности в лабораторных условиях производят испытания грунта в специальном

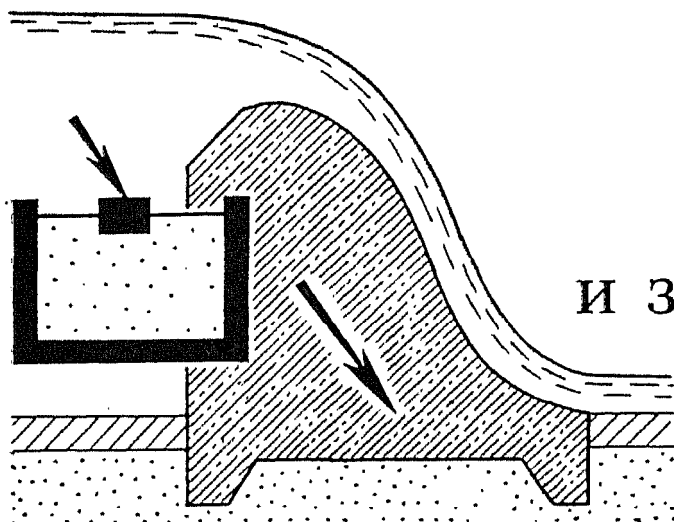
уплотнителе (рис. 1.66, а), представляющем собой компрессионный стакан с испытываемым грунтом и штамп, передающий на грунт удар груза, падающего с определенной высоты (Р. Р. Проктор). Укладывая грунт различной влажности, производят определение плотности его скелета (сухого грунта) после одинакового числа ударов ($N_{уд}$) груза весом G , падающим с постоянной высоты h . В результате получают кривую ударного уплотнения грунта (рис. 1.66, б), на которой ярко видна величина оптимальной влажности $w_{опт}$, при которой работа уплотнения A_1 ($A = GhN_{уд}$) приводит к достижению максимальной плотности скелета грунта. При увеличении затрачиваемой работы путем увеличения G или h оптимальная влажность обычно несколько уменьшается (рис. 1.66, б, $w''_{опт}$ и $w'''_{опт}$ при A_2 и A_3).

Причиной слабого уплотнения маловлажного глинистого грунта является наличие большой связанности частиц и, как следствие, высокая прочность комьев грунта. Легкие катки не в состоянии их разрушить и обеспечить сплошность — монолитность грунта. При увлажнении пленки связанной воды утолщаются, возникает расклинивающий эффект (см. § 1.1), комки легче раздавливаются и грунт, содержащий большое количество незащемленного воздуха, легко уплотняется. При дальнейшем увлажнении, когда большинство пор заполняется водой, уплотнение такого грунта, требующее отжатия воды, за короткий период проходки катка или удара трамбовки не успевает происходить, и грунт прекращает уплотняться. На рис. 1.66, б пунктиром нанесена кривая связи плотности скелета грунта с влажностью при полном заполнении пор водой ($s = 0$), правее которой вообще невозможна никакая плотность скелета грунта без отжатия воды, т. е. без одновременного изменения влажности грунта.

Величина оптимальной влажности зависит не только от свойств грунта, но и от параметров грунтоуплотняющих механизмов (удельное давление катка, вес и характер импульса трамбовки и др.). Поэтому оптимальную влажность для каждого механизма уточняют непосредственно на строительстве путем организации участка опытной укатки грунта различной влажности. Имеются также предложения воспроизводить при компрессионных испытаниях удельное давление и время действия (скорость проходки) катков, применяемых на строительстве (Б. Ф. Рельтов). В качестве самого первого приближения можно принять, что $w_{опт} = w_p - (0,02...0,04)$, где w_p — влажность на границе раскатывания (пластичности).

Для приближения к оптимальной карьерные маловлажные грунты увлажняют либо непосредственно в карьере, либо на карте укатки путем их полива. Сильно влажные карьерные грунты иногда удается подсушить естественным путем, например, как это делалось на строительстве Ассуанской плотины временной отсыпкой нильского ила тонкими слоями на близлежащей к карьере территории пустыни.

В последние годы для уплотнения больших толщ водонасыщенных грунтов стали применять тяжелые трамбовки массой до 40 т и даже 200 т, падающие с высоты 20...50 м (фирма «Менар», Франция). Уплотнение грунта на глубину до 11—35 м происходит в основном за счет сжатия в момент удара, содержащихся в водонасыщенном грунте, пузырьков защемленного газа и последующей длительной переукладки частиц грунта. После ударного воздействия длительное время за счет расширения газовых пузырьков происходит отжатие воды из пор грунта.



ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ И ЗАВИСИМОСТИ

2.1 ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ

О расчетных моделях. При разработке методов расчета грунтовой среды, а следовательно, математического описания наблюдаемых в ней процессов приходится прибегать к схематизации рассматриваемых явлений и свойств грунтов. При этом в зависимости от поставленной задачи выделяют наиболее важные для нее факторы, а все другие не учитывают. В результате создается *расчетная модель или расчетная схема грунта*, частично отражающая действительную природу рассматриваемого процесса в грунте. По мере развития экспериментальных исследований процессов, происходящих в грунтах, возникают новые расчетные модели, более полно учитывающие особенности описываемых явлений и, как правило, в математическом и расчетном отношении более сложные. Однако более простые, более «грубые» или менее полные модели не теряют практического смысла, но происходит неизбежное сужение области их практического использования. Область применимости каждой модели оценивается на основании практического опыта и особенно экспериментов.

Создание и развитие расчетных моделей грунта может служить примером, конечно, очень частным, для иллюстрации основного положения теории познания: *«От живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике — таков диалектический путь познания истины, познания объективной реальности»**.

Модели дискретной среды и модель сплошной среды. Грунт является дискретной средой, состоящей из отдельных частиц, и поэтому весьма близкой к действительности является модель, описывающая

* Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 29, с. 152.

взаимодействие отдельных частиц с учетом связей между ними. В общем виде такая модель настолько сложна, что практически не может быть реализована и применяются значительные упрощения. Простейшим примером модели дискретной среды может быть система взаимодействующих шаров или цилиндров (плоская задача) (рис. 2.1). Учитывая многообразие частиц по размерам, форме и взаимному расположению, для такой среды могут применяться положения теории вероятности и математической статистики. Первые шаги в этом направлении были сделаны в 1934 г. Г. И. Покровским, а наиболее пол-

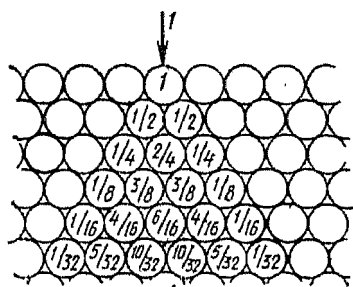


Рис. 2.1. Пример модели дискретной среды из одинаковых цилиндров

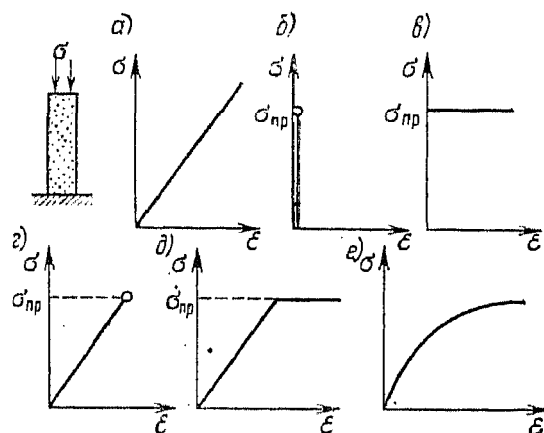


Рис. 2.2. Связь деформаций и напряжений при одноосном сжатии в случае:

а — модели линейно-деформируемой среды; б — среды теории предельного равновесия; в — модели теории пластичности (жесткопластическое тело); г — смешанной модели линейно деформируемой среды и среды предельного равновесия; д — упругопластической среды; е — модели нелинейно деформируемой среды

ные исследования ряда дискретных («зернистых») моделей выполнены И. И. Кандауровым [12]. В ряде случаев эти модели применялись к крупнообломочным грунтам, например, при рассмотрении напряженного состояния каменно-набросных плотин.

Основой современной механики грунтов является модель сплошной среды. В ней не рассматривается поведение отдельной частицы, а принимается, что составляющие грунта заполняют рассматриваемую часть пространства непрерывно. Непрерывность (континуум) строения такого идеализированного тела сохраняется в процессе его деформирования.

Такая концепция сплошности вещества является основным постулатом механики сплошной среды и обеспечивает единый подход к изучению поведения твердых тел, жидкостей и газов. Применение модели сплошной среды к грунтам позволило широко использовать имеющиеся решения теории упругости, теории пластичности, гидромеханики и других разделов механики сплошных сред.

Применяя к грунтовой среде концепцию сплошности, необходимо выполнять требование, чтобы принимаемые в качестве малых элементы

среды имели размеры много меньше наименьших характерных размеров исследуемого грунтового массива, т. е.

$$\sqrt[3]{\Delta V} \ll h, b, \dots, \quad (2.1)$$

где ΔV — элементарный, бесконечно малый объем грунта; h — высота откоса; b — ширина подошвы сооружения и др. В то же время для исключения влияния особенностей отдельной конкретной частицы грунта необходимо обеспечить условие

$$\sqrt[3]{\Delta V} \gg d_{\max}, \quad (2.2)$$

где $d_{\max}$ — диаметр максимальной по крупности частицы грунта.

Во всех случаях реальных сооружений, песчаных, а тем более глинистых грунтов, условия (2.2) и особенно (2.1) бесспорно выполняются. Достаточно заметить, что в 1 см^3 среднезернистого песка содержится несколько тысяч частиц. Определенную осторожность в использовании модели сплошной среды следует проявлять в случае крупнообломочных грунтов, например каменной наброски, и малых по своим характерным размерам сооружений.

Модели двух- и трехкомпонентной грунтовой сред. При полном заполнении пор водой или относительно малом содержании газа применяют расчетную модель *сплошного двухкомпонентного грунта*, состоящего из твердых частиц и заполняющей его поры воды.

Более общей моделью является расчетная модель *трехкомпонентной среды*, учитывающая влияние защемленного газа.

В многокомпонентных моделях каждой фазе (компоненте) придают свои расчетные свойства и обязательно учитывают взаимодействие фаз, например силу взвешивания (архимедову силу) или при движении воды фильтрационные силы и др.

При этом не должно возникать впечатления об учете дискретности среды, наоборот, в этом случае все фазы (компоненты) рассматривают непрерывным образом «размазанными» по среде. Такая идеализация грунта позволяет в настоящее время успешно решать сложные задачи для описания поведения многокомпонентной грунтовой среды.

Расчетная модель линейно деформируемой среды (модель среды теории упругости). В основу модели среды теории упругости положен *закон Гука* — линейная зависимость между напряжениями и деформациями и, что весьма существенно, представления об идеальной упругости материала — полное восстановление деформаций при снятии нагрузки, т. е. в условиях одноосного простого сжатия или растяжения (рис. 2.2, а) $\sigma = E\varepsilon$, где ε — осевая деформация, E — модуль упругости. Для грунтов, наоборот, характерно наличие преимущественно *остаточных деформаций*. Поэтому модель среды теории упругости может применяться только на этапе однократного нагружения грунтовой среды без последующей разгрузки, что для большинства практических строительных случаев статических нагрузок и происходит в действительности. Учитывая, что из закона Гука в этом случае используется только линейность зависимости между напряжениями и деформациями, Н. М. Герсегованов предложил для грунтов вместо

термина «среда теории упругости» применять более корректный в этом случае термин *линейно деформируемая среда*. Следует отметить, что эта рекомендация на практике не всегда выполняется и для линейно деформируемой области грунтовой среды часто в литературе и особенно докладах применяется термин «область среды теории упругости» или для удобства и сокращения «упругая» область, хотя упругость среды при этом не рассматривается. Учитывая это, в дальнейшем будем применять и ту, и другую терминологию.

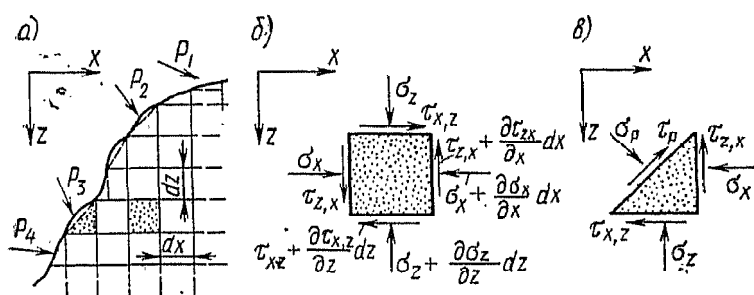


Рис. 2.3. Элементы среды (а) внутри (б) и на внешних границах (в)

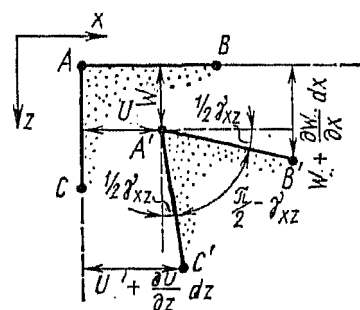


Рис. 2.4. Грани элемента до и после деформаций среды

При использовании модели линейно деформируемой среды любая задача сводится к решению системы уравнений, в состав которой, как известно из курса теории упругости, входят статические уравнения, геометрические соотношения и физические уравнения.

В случае плоской задачи *уравнения равновесия* (статические уравнения) бесконечно малого элемента (рис. 2.3, б) среды (рис. 2.3, а) имеют вид

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0,\end{aligned}\quad (2.3)$$

где σ_x , σ_z , τ_{xz} , τ_{zx} — нормальные и касательные напряжения по граням dx , dz элемента среды; X и Z — составляющие объемных сил (например, собственного веса грунта).

Геометрические уравнения (соотношения), связывающие линейные (ε) и угловые (γ) деформации со смещениями (U , W) (рис. 2.4), в общем случае являются нелинейными, например:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 \right] \text{ или } \gamma_{xz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} + \\ &+ \left(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial W}{\partial z} \right) \text{ и т. д.}\end{aligned}$$

Однако в большинстве задач деформации могут считаться малыми ($\ll 1$), что позволяет пренебречь членами $\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2$, $\left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2$, $\left(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial W}{\partial z} \right)$

и т. д., а геометрические соотношения для плоской задачи принять в виде

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial W}{\partial z}; \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x}. \quad (2.4)$$

Физические уравнения характеризуют зависимости между напряжениями и деформациями и принимаются в виде соотношения обобщенного закона Гука:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \left[(1 - \nu^2) \sigma_x - \nu(1 + \nu) \sigma_z \right]; \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} \left[(1 - \nu^2) \sigma_z - \nu(1 + \nu) \sigma_x \right]; \quad \gamma_{xz} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \tau_{xz}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где ν — коэффициент Пуассона.

Таким образом, в общем случае для плоской задачи из восьми уравнений (2.3) — (2.5) определяются неизвестные три компоненты напряжений (σ_x , σ_z , τ_{xz}), три компоненты деформаций (ε_x , ε_z , γ_{xz}) и две компоненты перемещений (U , W). Для условий пространственной задачи таких уравнений и неизвестных будет 15.

Помимо перечисленных имеются еще *уравнения совместности (неразрывности) деформации*, которые используют вместо геометрических уравнений (2.4), либо привлекают в роли контрольных соотношений проверки условия, что среда после ее нагружения остается сплошной. Иначе говоря, деформации элементарных прямоугольников, на которые до приложения нагрузки можно мысленно разделить среду (см. рис. 2.3), должны быть после приложения нагрузки совместными (см. рис. 2.4), т. е. такими, при которых не нарушается сплошность среды (не образуется щелей между гранями элементов).

Уравнения неразрывности для плоской задачи имеют вид

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z}. \quad (2.6)$$

Используя физические уравнения (2.5), уравнение (2.6) может быть записано через напряжения в виде *уравнения совместности* Бельтрами—Митчеля:

$$\nabla^2 (\sigma_x + \sigma_z) = -\frac{1}{1 - \nu} \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right), \quad (2.7)$$

где ∇^2 — оператор Лапласа $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

Само решение задачи теории упругости производится тремя основными методами: напряжений (сил), перемещений и смешанным. В частности, при решении плоской задачи методом сил система уравнений линейно деформируемого тела состоит из двух уравнений равновесия (2.3) и уравнения совместности (2.7) с тремя неизвестными (σ_x , σ_z , τ_{xz}).

Помимо уравнений равновесия и совместности напряжения и перемещения среды должны удовлетворять соответствующим для каждого частного случая *граничным условиям*, т. е. принимать на границе среды

заданные значения (см. рис. 2.3, а). Уравнения, связывающие заданные граничные напряжения (σ_p , τ_p) с напряжениями внутри среды, получаются для плоской задачи из рассмотрения условий равновесия граничного треугольного элемента среды (см. рис. 2.3, в) и приводятся в курсах теории упругости.

При решении системы уравнений модели среды теории упругости (2.3) и (2.7) эффективно введение потенциальной функции (U_Φ) и функции напряжений (Φ), удовлетворяющих условиям равновесия (2.3).

В этом случае составляющие объемных сил могут быть представлены в виде

$$X = - \frac{\partial U_\Phi}{\partial x} \text{ и } Z = - \frac{\partial U_\Phi}{\partial z},$$

а напряжения выражены через Φ и U_Φ как

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + U_\Phi; \\ \sigma_z &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + U_\Phi; \\ \tau_{xz} &= - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z}.\end{aligned}\tag{2.8}$$

Подставляя их в уравнение совместности, получаем уравнение

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial z^4} = - \frac{1}{1-\nu} \left(\frac{\partial^2 U_\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_\Phi}{\partial z^2} \right),\tag{2.9}$$

которое и подвергается интегрированию при решении конкретных задач теории линейно деформируемого тела.

В заключение необходимо подчеркнуть, что модель среды теории упругости, учитывая естественные условия равновесия и неразрывности (сплошности) среды, предполагает, что при любом напряженном состоянии соблюдается закон Гука, т. е. линейная зависимость между напряжениями и деформациями и *не в одной точке грунтовой среды ни при каких условиях не может возникнуть состояние разрушения, пластического течения и др.* Такова особенность «жесткости» этой модели и, как следствие, причина иногда наблюдаемых ее противоречий с экспериментами и практикой, особенно в случаях ее неправильного, неразумного применения.

Расчетная модель среды теории предельного равновесия (модель среды теории пластичности). Эта модель основана на предположении что во всех точках грунтовой среды имеются площадки, по которым выполняется *условие предельного равновесия*. Соответствующая система уравнений для случая плоской задачи имеет вид:

$$\left. \begin{aligned}\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + Z &= 0;\end{aligned}\right\}$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_2 + 2\sigma_c) \sin \varphi,\tag{2.10}$$

где σ_1, σ_2 — главные напряжения; $\sigma_c = c/\operatorname{tg}\varphi$; c — сцепление; φ — угол внутреннего трения.

Если первые два уравнения являются, как и ранее, уравнениями равновесия среды, то третье (2.10) *уравнение предельного равновесия* определяет все особенности модели. Уравнение (2.10), как будет подробнее показано далее в § 2.3, является одной из форм уравнения Кулона $\tau = \sigma \operatorname{tg}\varphi + c$, выраженного через главные напряжения. Кроме того, конечно, ставятся соответствующие принятой модели и

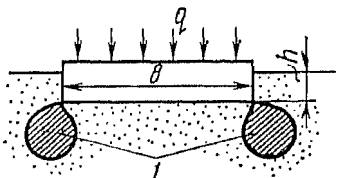


Рис. 2.5. Основание с областями предельного напряженного состояния (I)

конкретными условиями задачи граничные условия (см. гл. 9).

В модели среды теории предельного равновесия принимается положение, что *во всех точках земляной среды возникает начало состояния предельного равновесия, начало развития пластических деформаций, сдвига или нарушения прочности скелета грунта*. Особенность модели можно проиллюстрировать соответствующим ей графиком на рис. 2.2, б одноосного напряженно деформированного со-

стояния, где $\sigma_{\text{пр}}$ — предельное, разрушающее напряжение. Следует отметить, что в модели среды теории предельного равновесия рассматривается только достижение в любой точке предельного состояния (например, $\sigma_{\text{пр}}$ на рис. 2.2, б) без каких-либо предварительных деформаций и без рассмотрения последующего возможного течения среды и ее деформаций, т. е. можно сказать, что эта модель бездеформационная.

Расчетная модель упругопластической среды (смешанная модель теории линейно деформируемой среды и среды теории предельного равновесия). Эта расчетная модель является синтезом двух ранее рассмотренных и предполагает наличие в грунтовой среде как области среды теории линейно деформируемого тела, так и области состояния предельного равновесия (рис. 2.5). Определение напряженного состояния грунтовой среды в таких условиях относится к области так называемых *смешанных задач теории упругости и теории предельного равновесия*, а система уравнений, описывающих напряженное состояние такой среды, объединяя предыдущие (2.3), (2.7) и (2.10), имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0; \end{aligned} \right\}$$

$$\nabla^2 (\sigma_x + \sigma_z) = -\frac{1}{1-\nu} \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right),$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_2 + 2\sigma_c) \sin \varphi.$$

Уравнения равновесия (2.3) должны выполняться по всей грунтовой среде, уравнения совместности (2.7) — только в упругой области, а

уравнения (2.10) — только в области предельного равновесия. На границе двух сред и на внешних границах должны удовлетворяться соответствующие граничные условия. Такая, безусловно, более широкая модель грунтовой среды может быть также проиллюстрирована на примере одноосного сжатия (см. рис. 2.2, *г*). В этом случае после начального этапа линейных деформаций образец грунта переходит при $\sigma_{\text{пр}}$ в предельное состояние.

Добавляя уравнения, характеризующие деформации среды в пластической области, получим модель идеально упругопластической среды, примером которой может быть тот же случай одноосного сжатия, но с характером деформаций, показанным на рис. 2.2, *д*.

Если упругие деформации не учитываются, имеем случай модели жесткопластического тела, одноосное сжатие которого характеризуется графиком на рис. 2.2, *в*.

Выбор основных расчетных моделей и некоторые другие модели. Описанные выше модели грунтовой среды можно назвать основными в механике грунтов и наиболее широко применяемыми при решении прикладных инженерных задач.

Расчетные модели линейно деформируемой среды и среды теории предельного равновесия являются *предельными*, отражающими крайние возможные состояния грунтовой среды, так как одна из них основана на допущении, что ни в одной точке грунтовой среды нет предельного напряженного состояния, а другая, наоборот, на предположении, что оно имеет место во всех точках грунтовой среды.

Предельность этих двух крайне противоположных моделей можно проиллюстрировать на примере оценки по этим моделям осадки сооружения (рис. 2.6). В случае модели линейно деформируемой среды можно получить только прямую (1) при любых нагрузках (q), а в модели теории предельного равновесия практически только величину предельной нагрузки (т. е. точку $q_{\text{пр}}$ на оси нагрузок q).

Однако решения конкретных задач на основе этих моделей разработаны и наиболее широко применяются в проектной практике, являются основой современных строительных норм и правил проектирования сооружений (СНиП). К тому же решения сравнительно просты, а благодаря наличию многочисленных таблиц или графиков доступны любому проектировщику. Поэтому весьма важно оценить область применимости каждой из этих крайне противоположных моделей и возможность их использования.

В общем случае можно уверенно утверждать, что чем меньше области предельного напряженного состояния, тем более обоснованно применение решений теории линейно деформируемой среды (решения теории упругости). В случае, например, основания (см. рис. 2.5) это

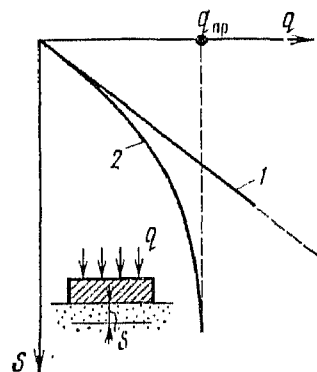


Рис. 2.6. График осадки (S) штампа от нагрузки (q) по модели линейно деформируемой среды (1) и модели «смешанной задачи» (2)

тем увереннее, чем меньше нагрузка на сооружение q , больше его ширина b и глубина заложения фундамента h , выше характеристики прочности грунта φ и c . Некоторые численные критерии применимости решений теории упругости разработаны и приводятся ниже в § 3.4.

Здесь следует отметить, что в истории развития механики грунтов был важный период, когда в основном работами Н. П. Пузыревского и Н. М. Герсеванова, а затем В. А. Флорина в острых дискуссиях была показана допустимость применения к грунтам решений теории упругости, и, что особенно существенно, обоснованы границы применения к грунтам этой расчетной модели. Все это вызвало последующее широкое использование для грунтов уже имевшегося мощного расчетного аппарата механики сплошных сред.

Хотя постановка смешанной задачи теории упругости и теории пластичности известна сравнительно давно, ее практическое использование и внедрение в проектную практику наблюдается только в последние годы. Это вызвано появлением более мощных ЭВМ и использованием в механике грунтов весьма эффективных способов численного решения задач механики сплошных сред — метода конечных разностей и метода конечных элементов (МКЭ). Модель упругопластического тела позволяет получить решения для любого случая развития областей предельного равновесия, с постепенным переходом от чисто «упругого» решения к предельному состоянию. Например, для сооружения (см. рис. 2.6) можно получить практически всю кривую связи осадка — нагрузка (2), естественно обобщающую обе предельные модели. В результате эта модель в значительно большей мере отражает физическую природу явлений и приближает данные расчета к результатам наблюдений и экспериментов.

В связи с развитием решений смешанной задачи может возникнуть мысль отказаться от применения предельных моделей, которые являются ее частными случаями. Для инженерной практики это будет не рационально и неэкономично. Везде, где это обоснованно и может считаться допустимым с достаточным для практических целей приближением, следует использовать предельные модели как более простые, доступные и, как следствие, требующие меньших затрат расчетного труда и квалификации проектировщиков.

Следует подчеркнуть, что нет «плохих» моделей, а есть «плохое» — неправильное их использование за пределами границ их применимости. Более общие и сложные модели позволяют обоснованно оценивать эти границы и даже в некоторых случаях их расширить. Так, например, анализ расчетных данных об осадках сооружений на песчаных грунтах по модели смешанной задачи теории упругости и теории предельного равновесия показал, что границы применимости решений, основанных на теории линейно деформируемой среды, значительно шире, чем это представлялось ранее и предусмотрено СНиПом (см. § 5.6).

В последние десятилетия идет интенсивная разработка других моделей грунта, отражающих ряд важных физических и даже физико-химических процессов, протекающих в грунтах. Одним из путей приближения к действительности является использование моделей не-

линейно-упругой среды (см. рис. 2.2, е). Следует, однако, отметить, что при небольшом диапазоне изменения напряжений, являющегося характерным для массового строительства, результаты их использования близки к расчетам по модели линейно деформируемой среды, а при больших нагрузках сближаются с решениями упругопластических задач. При необходимости возможен учет неоднородности строения природной грунтовой среды и анизотропии свойств грунтов. Не менее существенным является развитие моделей, учитывающих изменение напряженного состояния и развитие деформаций в грунте во времени (реологические модели грунта), в частности процессы ползучести скелета грунта и релаксации напряжений.

В описанных моделях, как линейно, так и нелинейно деформируемых тел предполагается идеальная упругость среды, т. е. полная обратимость деформаций при восстановлении ранее действовавших напряжений.

Для возможности учета наблюдаемой во многих практических случаях переменности нагрузок и сложного нагружения среды в последние годы интенсивно развиваются модели грунта, учитывающие его ярко выраженные остаточные деформации. Предполагаются как линейные, так и нелинейные закономерности деформируемости грунта на участках его разгрузки (рис. 2.7), не совпадающих с участками нагружения.

Для слабых сильно сжимаемых, например, илистых или лёссовых просадочных замачиваемых грунтов становится иногда неоправданной принимаемая в модели сплошных сред гипотеза малых деформаций (2.4). В этом случае возникает необходимость в рассмотрении модели не только физически нелинейно деформируемой, но и геометрически нелинейной среды. Решения задач при этом чрезвычайно осложняются.

Для современного и особенно будущего развития механики грунтов характерно, что основные проблемы возникают не в части математического решения сложных задач, что в принципе доступно даже современным ЭВМ, не в разработке моделей, которых предложено много и весьма сложных, учитывающих многочисленные факторы, а в выборе этих моделей и достоверном определении входящих в них расчетных характеристик грунта, что достижимо только при полном и весьма критическом понимании современных возможностей расчетной модели, производственного лабораторного эксперимента и полевых исследований.

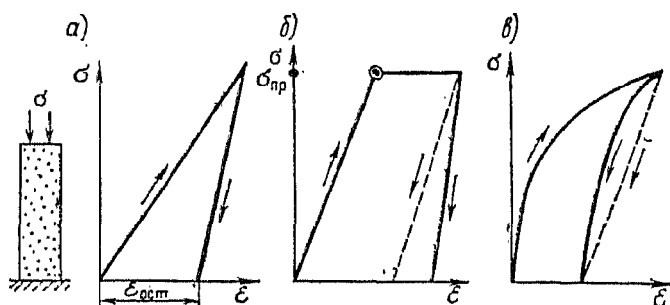


Рис. 2.7. Связь деформаций и напряжений при одноосном сжатии при учете неполной обратимости деформаций:

а — линейно деформируемая среда с различными модулями при разгрузке и нагрузке; б — упруго-пластическая среда; в — пластическая среда с упрочнением

2.2 ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НАПРЯЖЕННЫМ СОСТОЯНИЕМ И ХАРАКТЕРИСТИКАМИ СЖИМАЕМОСТИ ГРУНТА

Зависимость между изменением коэффициента пористости и относительной деформацией. Рассмотрим случай сжатия (расширения) элементарного параллелепипеда грунта с начальным объемом V на величину ΔV . Тогда его относительная объемная деформация может быть представлена в виде

$$\varepsilon_V = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \Delta V/V. \quad (2.11)$$

Объем твердых частиц до и после деформации, учитывая выражение (1.17), соответственно будет $V_{1,т} = m_1 V = V/(1 + e_1)$; $V_{2,т} = m_2 (V - \Delta V) = (V - \Delta V)/(1 + e_2)$, где m_1 , e_1 и m_2 , e_2 — соответственно объем твердых частиц в единице объема и коэффициент пористости до и после сжатия грунта.

Принимается *основное допущение*, что сжатие или расширение грунта происходит только за счет изменения объема пор грунта, т. е. *частицы грунта считаются несжимаемыми*, что при обычных строительных нагрузках можно считать вполне оправданным. Тогда, приравняв объемы частиц грунта до и после деформации, т. е. $V_{1,т} = V_{2,т}$, получим с учетом (2.11) выражение для объемной деформации в виде

$$\varepsilon_V = (e_1 - e_2)/(1 + e_1). \quad (2.12)$$

В условиях невозможности бокового расширения грунта, например, для слоя грунта, $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$, а $\varepsilon_z = \varepsilon_V$ и поэтому

$$\varepsilon_z = (e_1 - e_2)/(1 + e_1). \quad (2.13)$$

В дифференциальной форме уравнения (2.12) и (2.13) приобретают вид

$$\begin{aligned} d\varepsilon_V &= -de/(1 + e) \text{ и} \\ d\varepsilon_z &= -de/(1 + e). \end{aligned} \quad (2.14)$$

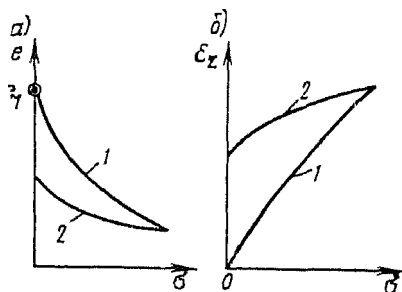


Рис. 2.8. Компрессионный график и соответствующий график зависимости деформации от нагрузки с ветвями загрузки (1) и разгрузки (2)

Таким образом, имея какую-либо связь коэффициента пористости с напряжениями, ее можно по формуле (2.12) или (2.13) представить в виде обычной, привычной зависимости между деформациями и напряжениями. Например, экспериментально полученная компрессионная кривая (рис. 2.8, а) приобретает вид, показанный на рис. 2.8, б.

Зависимость между коэффициентом бокового давления и коэффициентом Пуассона. Коэффициент бокового давления ξ (см. § 1.4) определяет соотношение нор-

мальных напряжений (1.33), действующих по вертикальным и горизонтальным площадкам (см. рис. 1.14) в условиях невозможности бокового расширения, т. е.

$$\xi = \sigma_x / \sigma_z = \sigma_y / \sigma_z.$$

В свою очередь, коэффициент Пуассона, или коэффициент поперечного (бокового) расширения, как известно, является соотношением поперечных и вертикальных линейных деформаций при одноосном сжатии без ограничения боковых деформаций:

$$\nu = \varepsilon_x / \varepsilon_z = \varepsilon_y / \varepsilon_z. \quad (2.15)$$

Связь между ними находят, исходя из допущения принятия модели линейно деформируемого тела и, как следствие, закона Гука, имеющего для случая сложного напряженного состояния вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_y + \sigma_z); \\ \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_z + \sigma_x); \\ \varepsilon_z &= \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Учитывая, что в условиях невозможности бокового расширения $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$ и принимая соотношения (1.33), в первом или втором из уравнений (2.16) получим $0 = \xi - \nu(\xi + 1)$, откуда находим зависимость, полученную Н. М. Герсеговым, в виде

$$\nu = \xi / (1 + \xi) \text{ или } \xi = \nu / (1 - \nu). \quad (2.17)$$

Таким образом, определив из эксперимента (см. § 1.4) коэффициент бокового давления, коэффициент Пуассона можно подсчитать по зависимости (2.17).

Зависимость между коэффициентом пористости и суммой главных напряжений. Как было показано (в § 1.4), зависимость между коэффициентом пористости e и уплотняющей нагрузкой σ в компрессионном приборе для спрямленного участка компрессионной кривой (см. рис. 1.25, а) имеет вид $e = -a\sigma + b$. Эта зависимость (1.27) справедлива только для одномерной задачи. Для случая пространственной задачи представляет интерес связь величины e с суммой нормальных напряжений (суммой главных напряжений):

$$\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3. \quad (2.18)$$

В компрессионном приборе в условиях невозможности бокового расширения $\varepsilon_x = \varepsilon_y$. Как следствие, из (1.33) $\sigma_x = \sigma_y = \xi \sigma_z$, а из условия равновесия $\sigma_z = \sigma$. Тогда, подставив напряжения в (2.18), получим

$$\sigma = \Theta / (1 + 2\xi), \quad (2.19)$$

а подставив (2.19) в (1.27), получим зависимость между коэффициентом пористости и суммой напряжений в виде

$$e = -a \frac{\Theta}{1+2\xi} + b. \quad (2.20)$$

Для двумерной задачи по аналогии с (2.18) и (2.19) имеем

$$\sigma = \Theta/(1 + \xi) \text{ и } e = -a\Theta/(1 + \xi) + b.$$

Зависимости (2.19) и (2.20) по условию их получения справедливы только при невозможности бокового расширения грунта. Распространение этих зависимостей на любое другое напряженное состояние связано с введением серьезного допущения, названного Н. М. Герсевановым *принципом гидроемкости*. Это допущение состоит в принятии положения, что коэффициент пористости зависит только от величины суммы нормальных напряжений в скелете грунта и не зависит от их соотношения, т. е.

$$e = e(\Theta). \quad (2.21)$$

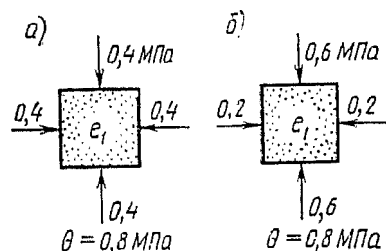


Рис. 2.9. Элементы грунта при различных соотношениях нормальных напряжений, но одинаковой сумме напряжений Θ

По этой гипотезе, в случае двумерной задачи, например, два элемента грунта, показанных на рис. 2.9 и имеющие одинаковые Θ , но разные величины нормальных напряжений, по граням элементов должны иметь одинаковые коэффициенты пористости e_1 . В действительности, влияние соотношения нормальных напряжений на изменение коэффициента пористости может быть в зависимости от начальной плотности, особенно несвязных грунтов, весьма существенным (см. § 1.5).

Однако принятое допущение (2.21) значительно облегчает решение многих практически важных задач, например оценку процессов консолидации грунтов (см. § 8.4). В частности, это позволяет не учитывать историю загрузки грунтовой среды и рассматривать только ее конечное состояние. Поэтому принятие этой гипотезы в каждом случае должно обосновываться экспериментами и оценкой возможной погрешности при ее использовании. Как показывают эксперименты, во многих случаях глинистых грунтов принятие условия (2.21) вполне оправдано.

Модуль упругости и модуль деформации. Расчетные характеристики деформируемости грунта для модели линейно деформируемого тела входят в выражение закона Гука, который для случая сложного напряженного состояния однородной и изотропной среды имеет вид (2.16). Суммируя эти выражения для деформаций, а также учитывая (2.11) и (2.18), получим зависимость между объемной деформацией (ϵ_v) и суммой напряжений (Θ) в виде

$$\epsilon_v = (1 - 2\nu) \Theta / E \quad (2.22)$$

или, переходя к дифференциальной форме,

$$E = (1 - 2\nu)/(d\varepsilon_v/d\Theta). \quad (2.23)$$

Учитывая, что согласно зависимости (2.14) $d\varepsilon_v = -de/(1 + e)$ и что в соответствии с (2.17) $1 - 2\nu = (1 - \xi)/(1 + \xi)$, получаем

$$E = -\frac{1 - \xi}{1 + \xi} \frac{1 + e}{de/d\Theta}. \quad (2.24)$$

Если принять компрессионную зависимость в виде (2.20), откуда

$$de/d\Theta = -a/(1 + 2\xi), \quad (2.25)$$

и после подстановки в (2.24) ввести обозначение $\beta = (1 - \xi)(1 + 2\xi)/(1 + \xi)$, то можно представить выражение (2.23) для модуля E через расчетные характеристики грунтов в виде

$$E = \beta(1 + e)/a. \quad (2.26)$$

Таким образом, по результатам компрессионных испытаний грунтов и определения коэффициента бокового давления по зависимости (2.26) находят модуль E . Учитывая, что в состав деформаций грунта входят как упругие, так и остаточные (см. рис. 2.8), модуль E называют *модулем деформации*. Таким образом, модуль упругости соответствует только упругой части деформации, а модуль деформации — полной деформации грунта. При подстановке в выражение (2.26) коэффициента уплотнения a , полученного по главной ветви компрессионной кривой (1.28), имеем модуль деформации. В случае использования коэффициента разбухания a_r , определяемого по ветви разгрузки (1.29) или по средней линии петли гистерезиса (см. рис. 1.25, б), модуль E называют *модулем разгрузки*, а иногда *модулем упругости*. Каждый из этих модулей должны использовать в расчетах только в соответствующих ему условиях загрузки среды. Так, например, модуль деформации применим для расчета осадок сооружений, а модуль разгрузки — *упругости для оценки* подъема дна котлованов.

Как было показано в § 1.4, при нагружении грунта повторными нагрузками достаточно большое количество циклов нагрузки и разгрузки переводит грунт практически в полностью упругое состояние (см. рис. 1.27). Определенный для этого случая модуль упругости может быть использован при расчетах грунтовых сред в условиях многократно повторяющихся нагрузок, например, при воздействиях транспорта, морских волн и др.

При учете нелинейной деформируемости грунтов величины E и ν в уравнениях Гука (2.5) приходится принимать не постоянными, а зависящими от напряжений. В этом случае эти зависимости называют уравнениями Генки.

Модуль объемной деформации и модуль сдвига. Для описания процесса деформирования грунта в модели линейно деформируемого тела достаточно знания двух расчетных характеристик деформируемости: модуля деформации E и коэффициента Пуассона ν , которые могут вычисляться для грунтов по экспериментально полученным

величинам коэффициента бокового давления ξ и коэффициента уплотнения a или получаться непосредственно из лабораторных и полевых испытаний грунтов.

В связи с тем что любую деформацию можно представить в виде суммы объемной деформации и деформации сдвига, нередко применяют другие характеристики деформируемости — *модуль объемной сжимаемости* (K) и *модуль сдвига* (G), которые связаны с E и ν определенными приводимыми ниже зависимостями.

Первое уравнение связи напряжения — деформации в законе Гука (2.16) — можно преобразовать в иной вид, прибавляя и вычитая в правой части вначале $\nu\sigma_x/E$, а затем прибавляя и вычитая $(1 + \nu)\Theta/(3E)$. Прделав такую же операцию со всеми остальными компонентами деформаций, получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1 + \nu}{E} \left(\sigma_x - \frac{\Theta}{3} \right) + \frac{1 - 2\nu}{3E} \Theta; \\ \epsilon_y &= \frac{1 + \nu}{E} \left(\sigma_y - \frac{\Theta}{3} \right) + \frac{1 - 2\nu}{3E} \Theta; \\ \epsilon_z &= \frac{1 + \nu}{E} \left(\sigma_z - \frac{\Theta}{3} \right) + \frac{1 - 2\nu}{3E} \Theta. \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

При суммировании компонентов деформации (объемная деформация) в правой части сумма первых слагаемых равна нулю, а сумма вторых слагаемых является ранее полученным выражением (2.22) для объемной деформации. Таким образом, *первые слагаемые каждого компонента деформации в зависимостях (2.27) обуславливают только деформации сдвига (формоизменения), а вторые слагаемые — только деформации объема*. Поэтому зависимости (2.27) можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{2G} \left(\sigma_x - \frac{\Theta}{3} \right) + \frac{1}{3K} \Theta; \\ \epsilon_y &= \frac{1}{2G} \left(\sigma_y - \frac{\Theta}{3} \right) + \frac{1}{3K} \Theta; \\ \epsilon_z &= \frac{1}{2G} \left(\sigma_z - \frac{\Theta}{3} \right) + \frac{1}{3K} \Theta; \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

где модуль сдвига

$$G = E/[2(1 + \nu)] \quad (2.29)$$

и модуль объемного сжатия

$$K = E/(1 - 2\nu). \quad (2.30)$$

Исключая из (2.29) и (2.30) E , получим зависимость

$$\nu = (K - 2G)/(2K + 2G). \quad (2.31)$$

Таким образом, из четырех расчетных характеристик деформируемости линейно деформируемой среды (E , ν , G , K) любая комбина-

ция из двух достаточна для описания ее напряженно-деформированного состояния. При переходе к нелинейным закономерностям, т. е. переменным характеристикам деформируемости, а также при решении смешанных задач чаще используется пара G и K , как более удобная.

Определение отдельно модулей K и G для грунтов может производиться только на приборах, позволяющих управлять их напряженным состоянием. При сравнительно больших изменениях величин напряжений модули K и G , так же как E и ν , не постоянны. При нарастающем по интенсивности гидростатическом обжатии модуль K обычно увеличивается (рис. 2.10, а), а при нарастании деформаций сдвига модуль G уменьшается (рис. 2.10, б), достигая в предельном состоянии практически нуля. Для нелинейных модулей сдвига и объемного сжатия предложен ряд эмпирических зависимостей [18].

Еще большие осложнения в оценку и выбор расчетных характеристик деформируемости грунтов вносят явления разрыхления или уплотнения грунтов при развитии деформаций сдвига, которые называют условным термином явления «дилатансии» (см. § 1.5). Деформации формоизменения (сдвига) вызывают дополнительные деформации объема, что никак не учитывается в расчетных моделях и уравнениях (2.27) — (2.31) линейной теории упругости. В случае их учета приходится принимать, что объемные деформации определяются не только гидростатическим обжатием, но и напряжениями, определяющими формоизменение.

Учет нелинейной деформируемости грунта и явлений дилатансии приводит к весьма сложным моделям и еще более сложным решениям, практическое приложение которых только начинает развиваться в основном применительно к уникальным высоким грунтовым сооружениям, таким, как плотины Нурекской и Рогунской ГЭС.

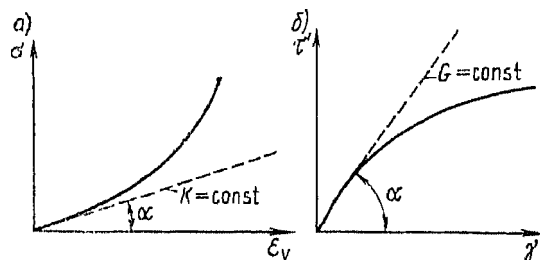


Рис. 2.10. Характер объемных деформаций грунта ϵ_v при гидростатическом обжатии грунта напряжениями σ и деформаций сдвига γ при изменении обобщенного только касательного напряженного состояния τ

2.3 УСЛОВИЯ ПРЕДЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ГРУНТА

Основные формы условия предельного равновесия Кулона—Мора. При определенных напряжениях в грунте может возникнуть предельное напряженное состояние. В этом случае малое увеличение (формально бесконечно малое) действующих сил приводит к разрушению грунта, потере устойчивости, образованию необратимых сдвигов по возникающим при этом поверхностям скольжения. Таким образом, предельное напряженное состояние, или предельное равно-

весие, — это условие начала еще не возникших деформаций разрушения грунта, условие прочности или условие пластичности. Для грунтов все эти термины обычно применяют как синонимы.

В качестве основного условия предельного состояния, предельного равновесия или условия прочности для грунтов наиболее широко применяют условие, сформулированное еще в 1773 г. Ш. Кулоном, по которому на площадках возможного начала скольжения касательные напряжения (τ) связаны с нормальными напряжениями (σ) зависимостью

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c, \quad (2.32, I)$$

где φ и c , как уже отмечалось ранее в § 1.5, — параметры линейной зависимости, традиционно условно называемые углом внутреннего трения и сцеплением (см. рис. 1.38).

Зависимость Кулона (2.32), предложенная им для грунтов, является частным случаем появившейся позднее теории прочности Мора, который принял, что сопротивление сдвигу по какой-либо площадке является функцией нормального напряжения, т. е.

$$\tau = f(\sigma). \quad (2.33)$$

Следует отметить, что иногда для характеристики напряженного состояния грунта, в противовес предельному, вводят понятие о *допредельном состоянии грунта*, условием которого, естественно, является $\tau < \sigma \operatorname{tg} \varphi + c$. Обратный знак неравенства не может иметь места, так как уже в случае знака равенства прочность грунта нарушается.

Для дальнейшего процесса развития разрушения грунта и больших пластических деформаций иногда вводится также термин *запредельное состояние*.

Условие (2.32) можно представить в различных формах, удобных для его использования.

В некоторых случаях удобно представить условие предельного равновесия в форме

$$\tau = (\sigma + \sigma_c) \operatorname{tg} \varphi, \quad (2.34, II)$$

где σ_c — напряжение всестороннего сжатия, эквивалентное связанности (фиктивная величина), $\sigma_c = c/\operatorname{tg} \varphi$.

По какой-либо площадке в грунтовой среде (рис. 2.11) в общем случае действуют касательные и нормальные напряжения, а также нормальные фиктивные напряжения σ_c . Равнодействующая этих напряжений, называемая полным приведенным напряжением, будет отклоняться от нормали к площадке на угол θ . При повороте площадки этот угол будет меняться в пределах от $\theta_{\max}$ до 0 (по главным площадкам) и величина $\operatorname{tg} \theta_{\max}$ будет

$$\operatorname{tg} \theta_{\max} = \tau/(\sigma + \sigma_c). \quad (2.35)$$

Сопоставляя (2.35) с (2.34), можно прийти к выводу, что состояние предельного равновесия будет достигнуто в данной точке среды при условии

$$\theta_{\max} = \varphi. \quad (2.36, III)$$

Таким образом, состояние предельного равновесия наступает тогда, когда максимальный угол отклонения полного приведенного напряжения от нормали к площадке становится равным углу внутреннего трения.

Для того чтобы получить еще одну форму условия предельного равновесия, рассмотрим круг напряжений Мора (диаграмму Мора) для какого-либо элемента грунтовой связной среды. В условиях плоской задачи напряженное состояние описывается кругом (рис. 2.12), построенным на разности главных напряжений σ_1 и σ_3 .

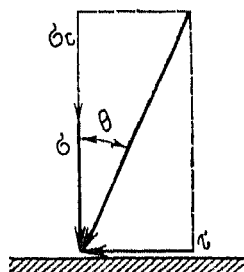


Рис. 2.11. Напряжения, действующие по элементарной площадке в грунтовой среде

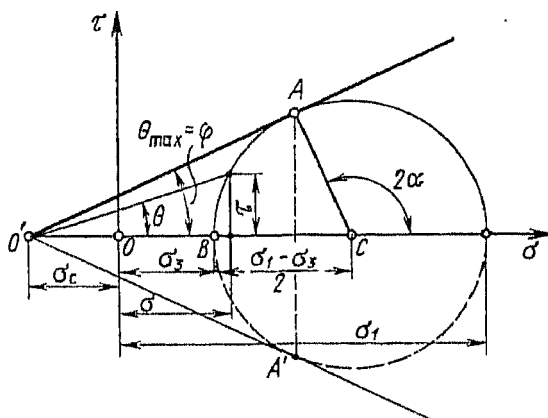


Рис. 2.12. Круг напряжений в условиях плоской задачи

Тогда, как известно, любая точка на окружности соответствует площадке, наклоненной к главной площадке под углом α и имеющей напряжения τ и σ (рис. 2.12), а угол наклона к оси σ прямой, проведенной в эту точку, будет углом отклонения полного приведенного напряжения от нормали к площадке (θ), т. е., как следует из рис. 2.12, $\operatorname{tg} \theta = \tau / (\sigma + \sigma_c)$.

Наибольший угол $\theta_{\max}$ отвечает точке касания прямой $O'A$ к кругу напряжений. Учитывая условие предельного равновесия в форме (2.36), следует признать, что состояние предельного равновесия для всех напряженных состояний, описываемых различными кругами напряжений (рис. 2.13), наступает только тогда, когда круг напряжений касается прямой, проведенной из точки O' под углом, равным углу внутреннего трения φ . Эта прямая обычно называется *предельной прямой*.

Таким образом, элементы грунта с напряженным состоянием, описываемым кругами 1 и 3 (рис. 2.13), находятся в предельном равновесии. Положение круга 4 свидетельствует об отсутствии в данной точке среды предельного напряженного состояния, т. е. $\theta_{\max} < \varphi$ и имеется допредельное состояние. Случая пересечения кругом напряжений 2 предельной прямой не может существовать, так как в этом случае $\theta_{\max} > \varphi$ или, что то же самое, $\tau > \tau_{\text{пр}}$, что физически невозможно.

Из рис. 2.12 легко заметить, что

$$\sin \theta_{\max} = \frac{AC}{O'C} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)/2}{\sigma_c + \sigma_3 + (\sigma_1 - \sigma_3)/2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + 2\sigma_c}, \quad (2.37)$$

а так как в предельном состоянии из (2.36) $\theta_{\max} = \varphi$, то условие предельного напряженного состояния (2.32) через главные напряжения приобретает форму

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3 + 2\sigma_c) \sin \varphi. \quad (2.38, IV)$$

Точка касания A предельной прямой к кругу напряжений, т. е. в случае $\theta_{\max} = \varphi$, определяет в данной точке земляной среды наклон

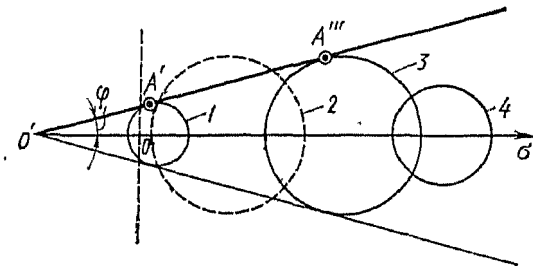


Рис. 2.13. Круги напряжений для различных элементов грунтовой среды

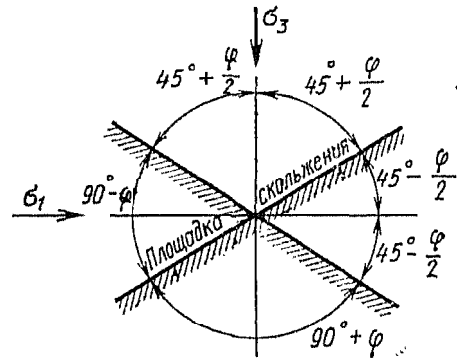


Рис. 2.14. Взаимное расположение главных площадок и площадок скольжения в элементе грунтовой среды

площадки скольжения — сдвига к главной площадке. Тогда из рис. 2.12, учитывая, что треугольник $O'AC$ прямоугольный, получим $180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - (90^\circ + \varphi)$ или наклон площадки скольжения к главной площадке (рис. 2.14) будет

$$\alpha = 45^\circ + \varphi/2. \quad (2.39, V)$$

Учитывая, что главные площадки взаимно перпендикулярны, наклон площадки скольжения ко второй главной площадке (рис. 2.19) равен

$$45^\circ - \varphi/2. \quad (2.40)$$

Кроме того, из условия симметрии круга Мора и наличия двух предельных прямых с точками касания A и A' (рис. 2.12) в каждом элементе грунтовой среды, находящимся в предельном напряженном состоянии, будет две площадки скольжения (рис. 2.14). Между собой площадки скольжения, как показано на рис. 2.14, пересекаются под углами

$$90^\circ - \varphi \text{ и } 90^\circ + \varphi. \quad (2.41, V)$$

Главные напряжения, как известно, выражаются через компоненты напряжений зависимостями

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_z) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}. \quad (2.42)$$

Тогда условие предельного равновесия (2.38, IV) через компоненты напряжений приобретает форму

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = (\sigma_x + \sigma_z + 2\sigma_c)^2 \sin^2 \varphi. \quad (2.43, VI)$$

Ниже будет получен еще ряд форм условия предельного равновесия. Следует подчеркнуть, что *все они являются только различными формами условия Кулона* (2.32, I) и по существу выражают одно и то же физическое условие прочности грунта. Каждое из этих уравнений равноценно и используется только в зависимости от удобства решения конкретной задачи.

Для пространственной задачи, т. е. при наличии σ_1 , σ_2 и σ_3 , напряженное состояние в любой точке среды определяется тремя кругами напряжений (рис. 2.15). Учитывая, что предельная прямая под углом φ не может пересекать какой-либо круг напряжений, то, как можно заметить из рис. 2.15, условие предельного равновесия определяется касательной к кругу, построенному на наибольшем (σ_1) и наименьшем (σ_3) главных напряжениях, т. е. условием (2.38).

Таким образом, можно сделать существенный вывод, что величина промежуточного главного напряжения (σ_2) никак не отражается на условии предельного равновесия — условии прочности Кулона — Мора, т. е. как бы внутри бóльшего круга напряжений (рис. 2.15) не изменялись два остальных круга, прочность элемента среды формально остается неизменной. В действительности, как показывают эксперименты, промежуточное, главное напряжение может в ряде случаев влиять на прочность в основном плотных, песчаных и более крупнозернистых грунтах.

Предельные соотношения между главными напряжениями. Соотношение между главными напряжениями σ_1 и σ_3 (т. е. $\sigma_1 > \sigma_3$) в предельном состоянии определится условием (2.38) как

$$\sigma_1 = \sigma_3 \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} + 2\sigma_c \frac{\sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \sigma_3 \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} + 2c \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi}, \quad (2.44)$$

или через $\varphi/2$ в виде

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_3 \frac{\sin(45^\circ + \varphi/2) \cos(45^\circ - \varphi/2)}{\sin(45^\circ - \varphi/2) \cos(45^\circ + \varphi/2)} + \\ &+ 2c \frac{\cos(45^\circ + \varphi/2) \cos(45^\circ - \varphi/2)}{\sin(45^\circ - \varphi/2) \cos(45^\circ + \varphi/2)} = \\ &= \sigma_3 \operatorname{tg}^2(45^\circ + \varphi/2) + 2c \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2). \end{aligned} \quad (2.45)$$

Для того чтобы оценить весь возможный диапазон изменения главных напряжений, рассмотрим элемент грунта, ограниченный глав-

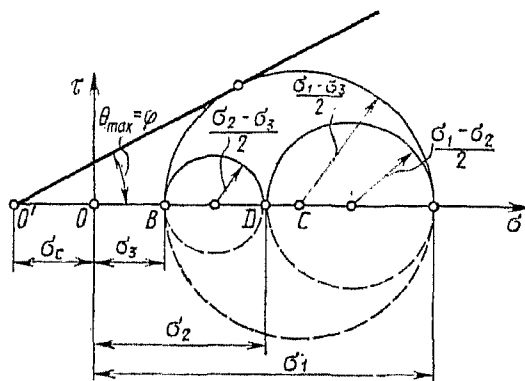


Рис. 2.15. Круги напряжений для случая пространственной задачи

ными площадками (рис. 2.16) с напряжениями на них σ' и σ'' . Полагая одно из главных напряжений заданным (фиксированным), например σ'' , определим пределы возможного изменения другого (σ'), т. е. до возникновения состояния предельного равновесия. Очевидно, что разрушение элемента может быть достигнуто как при возрастании σ' по сравнению с σ'' ($\sigma' > \sigma''$), так и при его уменьшении ($\sigma' < \sigma''$).

Если $\sigma' > \sigma''$, то $\sigma' = \sigma_1$, а $\sigma'' = \sigma_3$ и тогда из (2.45) следует

$$\sigma' \leq \sigma'' \operatorname{tg}^2(45^\circ + \varphi/2) + 2c \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2). \quad (2.46)$$

В случае $\sigma' < \sigma''$, т. е. $\sigma' = \sigma_3$, а $\sigma'' = \sigma_1$, из (2.45) получим $\sigma'' \leq \sigma' \operatorname{tg}^2(45^\circ + \varphi/2) + 2c \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2)$
или

$$\begin{aligned} \sigma' &\geq \sigma'' \frac{1}{\operatorname{tg}^2(45^\circ + \varphi/2)} - 2c \frac{1}{\operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2)} = \\ &= \sigma'' \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2) - 2c \operatorname{tg}(45^\circ - \varphi/2). \end{aligned} \quad (2.47)$$

Таким образом, выражения (2.46) и (2.47) определяют пределы возможного изменения одного главного напряжения σ' по сравнению с другим известным главным напряжением σ'' . Знаки неравенства в выражениях (2.46) и (2.47) свидетельствуют, что в рассматриваемой точке грунтовой среды нет состояния предельного равновесия. В любом случае получение знака равенства является признаком перехода грунта в предельное напряженное состояние. Других знаков неравенства в (2.46) и (2.47) физически быть не может.

В результате для случая $\sigma' < \sigma''$ условие предельного равновесия (2.32) приобретает форму

$$\sigma' = \sigma'' \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2) - 2c \operatorname{tg}(45^\circ - \varphi/2) \quad (2.48, \text{VII})$$

и такое предельное состояние называют *активным*, а при $\sigma' > \sigma''$ приобретает вид

$$\sigma' = \sigma'' \operatorname{tg}^2(45^\circ + \varphi/2) + 2c \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2), \quad (2.49, \text{VIII})$$

называемый *пассивным* предельным состоянием.

Зависимости (2.48), (2.49) широко применяют в инженерной практике, в частности, при определении активного и пассивного давления грунта на сооружение (см. гл. 6).

В частном случае одноосного сжатия элемента грунта (т. е. при $\sigma'' = 0$), что соответствует $\sigma' > \sigma''$, предельное сопротивление сжатию из (2.49) будет

$$R_c = 2c \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2). \quad (2.50, \text{IX})$$

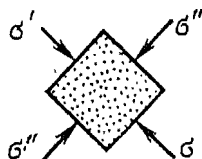


Рис. 2.16. Элемент грунта по главным площадкам

При одноосном растяжении (также $\sigma'' = 0$), считая растягивающие напряжения отрицательными и, следовательно, в случае $\sigma' < \sigma''$, из (2.48) получим выражение для предельного сопротивления растяжению в виде

$$R_p = 2c \operatorname{tg}(45^\circ - \varphi/2). \quad (2.51, \text{X})$$

Имея из лабораторных опытов для одного и того же грунта величины R_c и R_p , можно по зависимостям (2.50) и (2.51) определить расчетные параметры прочности грунта φ и c .

В заключение следует еще раз подчеркнуть, что все приведенные формы условия предельного равновесия от (II) до (X) могут быть обратным путем преобразованы в (I), т. е. в закон Кулона $\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c$. При необходимости могут быть получены и другие формы условия (I). Больше того, в истории развития механики грунтов нередко предлагались «новые» зависимости, которые на самом деле при более детальном их рассмотрении и преобразованиях оказались ничем иным, как тем же законом Кулона в иной форме.

Условие предельного равновесия Мизеса—Боткина. Расчетная модель прочности грунтовой среды Кулона—Мора, как было показано, не учитывает промежуточное главное напряжение σ_2 , т. е. в какой-то мере пространственность напряженного состояния грунтовой среды. Поэтому А. И. Боткин впервые в 1940 г. предложил использовать и обобщил для случая грунтовой среды теорию прочности Р. Мизеса, разработанную им применительно к металлам. В этой модели роль промежуточного главного напряжения весьма существенна.

При рассмотрении таких задач прочности грунтовой среды значительно удобнее перейти к системе *октаэдрических площадок* и соответствующим им *октаэдрическим напряжениям*. Для этого вводится система координатных осей, направленных по главным площадкам (оси 1, 2, 3 на рис. 2.17). Затем проводятся плоскости, равнонаклоненные к этим координатным осям, образующие восьмигранник или октаэдр (рис. 2.17), поэтому такие плоскости называют октаэдрическими. Используя обычные правила перехода от напряжений по одной площадке к напряжениям по другой, излагаемые в курсах сопротивления материалов, можно найти, что направляющие косинусы всех октаэдрических площадок равны $1/\sqrt{3}$, а нормальное напряжение по октаэдрической площадке

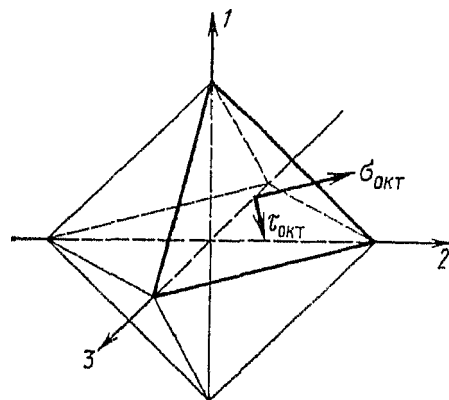


Рис. 2.17. Октаэдрические площадки и напряжения

$$\sigma_{\text{окт}} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3} \Theta = \sigma_{\text{ср}}, \quad (2.52)$$

где $\sigma_{\text{ср}}$ — среднее нормальное напряжение (давление).

Касательные напряжения соответственно будут

$$\tau_{\text{окт}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (2.53)$$

Условие предельного равновесия Боткина можно представить в виде

$$\tau_{\text{окт}} = \sigma_{\text{окт}} \operatorname{tg} \varphi_{\text{окт}} + c_{\text{окт}} \quad (2.54)$$

или, учитывая (2.52) и (2.53), как

$$\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \operatorname{tg} \varphi_{\text{окт}} + 3c_{\text{окт}}, \quad (2.55)$$

где $\varphi_{\text{окт}}$ и $c_{\text{окт}}$ — параметры прочности грунта (расчетные характеристики прочности) в модели Боткина.

Таким образом, условие прочности Мизеса—Боткина в отличие от условия Кулона—Мора учитывает все три главных напряжения.

Для характеристики пространственного напряженного состояния (вида напряженного состояния) удобно ввести параметр Лодэ— μ_σ (параметр вида напряженного состояния). В качестве этого параметра принимается отношение двух отрезков DC и BC — радиус большого круга на диаграмме пространственных кругов Мора (см. рис. 2.15), т. е.

$$\mu_\sigma = \frac{DC}{BC} = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}. \quad (2.56)$$

Как можно заметить, параметр μ_σ изменяется от -1 при $\sigma_2 = \sigma_3$ до $+1$ при $\sigma_2 = \sigma_1$. Следует отметить, что $\mu_\sigma = -1$ соответствует случаю испытания на приборах трехосного сжатия (стабилометрах). Очевидно, при одном и том же значении μ_σ диаграммы Мора, построенные для разных точек среды, будут подобны, т. е. будет подобным их напряженное состояние.

Аналогичным образом записывается параметр μ_ε вида деформированного состояния

$$\mu_\varepsilon = \frac{2\varepsilon_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_3)}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3},$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ — главные деформации, т. е. деформации по направлениям действия главных напряжений.

Таким образом, параметры μ_σ и μ_ε характеризуют вид напряженного и деформированного состояний и позволяют классифицировать эти состояния.

Роль учета промежуточного главного напряжения σ_2 , следовательно применимость различных условий прочности к грунтам, может быть оценена только по данным экспериментов. Для этого необходимо использовать приборы, позволяющие в большом диапазоне менять параметр Лодэ. В основном, это установки с независимо изменяющимися тремя главными напряжениями (см. рис. 1.17), приборы с кручением трубчатых образцов грунта (см. рис. 1.19, в) и с меньшими возможностями обычные стабилометры.

В последние годы в этом направлении появились очень немногочисленные экспериментальные данные. Для песчаных грунтов получены изменения величины φ , например, от 35° при $\mu_\sigma = -1$ до 48° ($\mu_\sigma = 0$) и 44° при $\mu_\sigma = +1$, другими исследователями меньшие изменения, например, от 39° ($\mu_\sigma = -1$) до 42° ($\mu_\sigma = 0$) и 39° ($\mu_\sigma = +1$), а для $\varphi = 21^\circ$ при $\mu_\sigma = -1$ всего до 23° при $\mu_\sigma = 0$ и др. Результаты опытов, хотя и противоречивы, но показывают тенденцию существенного уменьшения влияния σ_2 при уменьшении величины угла внутреннего трения φ .

2.4 УСЛОВИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГРУНТОВОЙ СРЕДЫ

О моделировании. Очень заманчивым для инженеров, особенно гидротехников, путем решения сложных задач является создание и испытание моделей с последующим переносом полученных данных на натурные сооружения. На относительно малой модели в лаборатории или на полигоне можно воспроизвести сложную конфигурацию сооружения или сложное строение грунтовой среды, а также сравнительно просто можно менять нагрузки и граничные условия, что позволяет исследовать много вариантов. Для гидротехников такой путь решения задачи обычен при исследованиях на моделях, трудно поддающихся расчету сложных природных условий движения водных потоков. Не менее интересны и важны испытания моделей для проверки применяемых методов расчета и в особенности для оценки принятых при этом допущений. Кроме того, при инженерно-геологических изысканиях, в особенности для гражданских и промышленных сооружений, широко применяют испытания грунтов в натуральных условиях штампами малого по сравнению с будущим сооружением размера. Таким испытанием в натуральных условиях, тем более на грунтах ненарушенной структуры при их оценке нередко придается определяющее значение по сравнению с лабораторными или расчетными данными. Естественно испытание модели, особенно в натуральных условиях, представляется инженерам наиболее ценным при выборе проектных решений.

Однако необходимо четко понимать, что постановка таких исследований или испытаний и тем более использование их результатов возможны только при выполнении обоснованных *условий моделирования* — т. е. *правил переноса полученных данных испытаний на натуру*. В противном случае результаты испытаний теряют свою ценность, а во многих случаях приводят к крайне необоснованным выводам и грубейшим ошибкам. Во многих случаях выполнить полностью условия моделирования сложно или порой невозможно. Но и в этом случае необходимо знание условий моделирования и оценка влияния их частичного выполнения на результаты эксперимента. Следует подчеркнуть, что проведение опытов без соблюдения условий моделирования или хотя бы понимания влияния их нарушения не только бесполезно, но, как показывает история развития экспериментальной части механики грунтов, может принести большой вред в понимании природы исследуемых явлений.

Условия моделирования получаются из использования методов теории подобия и анализа размерностей. Интересно, что впервые русский механик-самоучка Иван Кулибин в 1773 г. при создании уникальной тридцатиметровой модели предложенного им проекта деревянного арочного моста через Неву пролетом 300 м самостоятельно сформулировал условия подобия ее загрузки, а российский академик Леонард Эйлер подтвердил правильность расчетов Кулибина. Еще в прошлом столетии на основе теории упругости В. Л. Кирпичев

дал строгую формулировку условий подобия. Современное развитие методов теории подобия и анализа размерностей в значительной мере обязано работам таких крупных ученых в области механики, как Л. И. Седов, А. А. Ильюшин и А. Г. Назаров.

Характерно, что для получения условий моделирования (условий подобия) нет необходимости иметь решение какой-либо моделируемой задачи, а достаточно иметь только систему общих уравнений, описывающих принятую расчетную модель среды, для которой определя-

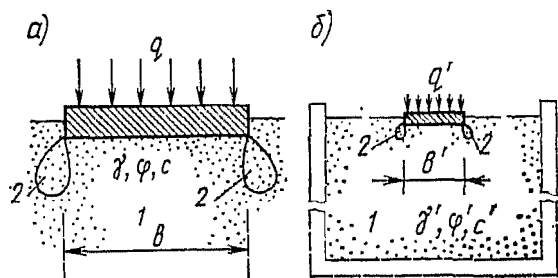


Рис. 2.18. Схема сооружения (а) и его модели в грунтовом лотке (б):

1 — область линейно деформируемой среды;
2 — область пластических деформаций

ются условия подобия — моделирования. Так, условия моделирования для одной из наиболее широких расчетных моделей грунтов — смешанной задачи теории линейно деформируемой среды и теории предельного равновесия — были получены В. А. Флориным (1937) еще задолго до решения каких-либо конкретных задач.

Условия моделирования плоской смешанной задачи. Обычный прием получения методами теории подобия условий моделирования рас-

смотрим на примере плоской смешанной задачи, т. е. при наличии в грунтовом массиве или основании (рис. 2.18) «упругой» и «пластической» областей. Как следует из § 2.1, в этом случае для натурального сооружения (рис. 2.18, а) должны выполняться уравнения равновесия (2.3) и уравнение совместности (2.7), полагая в них для рассматриваемой задачи $X = 0$, $Z = \gamma_{гр}$, а также уравнение предельного равновесия (2.10), т. е. система уравнений

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0; \quad (1-н)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \gamma_{гр} = 0; \quad (2-н)$$

$$\nabla^2 (\sigma_x + \sigma_z) = 0; \quad (3-н)$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_2 + 2\sigma_c) \sin \varphi. \quad (4-н)$$

Создаваемая модель (рис. 2.18, б) обычно подобного с натурным сооружением очертания в общем случае имеет как свои размеры (b' , x' , z'), нагрузки (q'), напряжения (σ'_x , σ'_z , τ'_{xz} ...), так и может быть выполнена из других грунтов и материалов ($\gamma'_{гр}$, σ'_c , φ'). Тем не менее при принятой схематизации грунтовой среды и для модели должна выполняться система уравнений смешанной задачи в виде

$$\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x'} + \frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial z'} = 0; \quad (1-м)$$

$$\frac{\partial \tau'_z}{\partial z'} + \frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial x'} + \gamma'_{гр} = 0; \quad (2-м)$$

$$\nabla^2 (\sigma'_x + \sigma'_z) = 0; \quad (3-м)$$

$$\sigma'_1 - \sigma'_2 = (\sigma'_1 + \sigma'_2 + 2\sigma'_c) \sin \varphi. \quad (4-м)$$

Связь между всеми величинами, входящими в систему уравнений для натуры и в систему уравнений для модели, может быть представлена через масштабные множители: α_l — масштаб длин, α_n — масштаб напряжений; α_γ — масштаб объемных сил собственного веса грунта; α_c — масштаб связности, α_φ — масштаб угла внутреннего трения. В результате размеры модели, нагрузки и напряжения будут связаны с натурой зависимостями

$$b' = \alpha_l b; \quad x' = \alpha_l x; \quad z' = \alpha_l z; \quad q' = \alpha_n q; \quad (2.57)$$

$$\sigma_x = \alpha_n \sigma_x; \quad \sigma_z = \alpha_n \sigma_z; \quad \tau_{xz} = \alpha_n \tau_{xz},$$

а характеристики свойств грунтов модели и натуры — зависимостями

$$\gamma'_{гр} = \alpha_\gamma \gamma_{гр}, \quad \sin \varphi' = \alpha_\varphi \sin \varphi, \quad \sigma'_c = \alpha_c \sigma_c. \quad (2.58)$$

Следует подчеркнуть, что масштабные множители — это числа, показывающие, например, во сколько раз модель меньше сооружения или во сколько раз удельный вес материала модели больше удельного веса грунта в натуре и т. д.

Подставив соотношения (2.57) и (2.58) в (1-м) (2-м) (3-м) (4-м), получим систему уравнений смешанной задачи для модели в виде

$$\frac{\alpha_n}{\alpha_l} \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) = 0, \quad (1'-м)$$

$$\frac{\alpha_n}{\alpha_l} \left(\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \right) + \alpha_\gamma \gamma_{гр} = 0, \quad (2'-м)$$

$$\frac{\alpha_n}{\alpha_l} \nabla^2 (\sigma_x + \sigma_z) = 0, \quad (3'-м)$$

$$\alpha_n (\sigma_1 - \sigma_2) = [(\sigma_1 - \sigma_2) \alpha_n + 2\alpha_c \sigma_c] \alpha_\varphi \sin \varphi. \quad (4'-м)$$

Исходя из теории подобия, в качестве основного положения, определяющего условия моделирования для рассматриваемой смешанной задачи, следует принять, что сравниваемые напряженные состояния для модели и натуры будут подобными при условии тождественного совпадения уравнений для натуры (1-н, 2-н, 3-н и 4-н) с уравнениями для модели (1'-м, 2'-м, 3'-м и 4'-м).

В первом уравнении равновесия для модели (1'-м) α_n/α_l никогда не может быть равным нулю, в результате в нем $\partial \sigma_x / \partial x + \partial \tau_{xz} / \partial z = 0$, что свидетельствует о тождественном совпадении уравнений (1-н) и (1-м) при любых входящих в них величинах α_n и α_l . Аналогичное положение и с уравнениями совместности (3-м) (3'-м) и (3-н) для «упругой» области грунтового массива. Таким образом, первое уравнение равновесия и уравнение совместности никаких условий на правила моделирования не накладывают.

Тождественное совпадение вторых уравнений равновесия (2-н) и (2'-м), а также уравнений предельного равновесия (4-н) и (4'-м),

как легко можно заметить, возможно только при выполнении следующих зависимостей между масштабными множителями:

$$\alpha_H / (\alpha_l \alpha_\gamma) = 1; \quad \alpha_c / \alpha_H = 1; \quad \alpha_\varphi = 1$$

или

$$\alpha_H = \alpha_c = \alpha_l \alpha_\gamma; \quad \alpha_\varphi = 1. \quad (2.59)$$

Выражения (2.59) и являются *условиями моделирования смешанной задачи* теории линейно деформируемой среды и среды теории предельного равновесия. Таким образом, при выполнении этих условий моделирования распределение напряжений и очертание областей пластических деформаций на модели и в натуре будут подобными. Получив результаты измерений на модели, легко можно перенести их на натуру, пересчитав их по зависимостям (2.57) через принятые из условий моделирования (2.59) масштабные множители.

Для деформаций в линейно деформируемой области грунтовой однородной изотропной среды аналогичным путем можно получить условие $\alpha_d = \alpha_H$, где α_d — масштаб деформаций.

Следует отметить, что необходимость выполнения условия $\alpha_H = \alpha_l \alpha_\gamma$ вытекает из уравнения равновесия и не зависит от свойств среды как в «упругой», так и «пластической» областях. Следовательно, оно является универсальным — обязательным при любой расчетной модели грунта. Условия же $\alpha_H = \alpha_c$ и $\alpha_\varphi = 1$ в «пластической» области, вытекающие из условия прочности Кулона, должны выполняться при любых свойствах деформируемости среды в «упругой» области (например, нелинейности, неоднородности, анизотропности). Конечно, при любом другом виде уравнения пластичности аналогичные условия моделирования могут быть легко получены таким же путем.

Описанный выше метод получения условий моделирования напряженного состояния грунтовой среды может применяться для разработки условий моделирования любых других процессов, протекающих в грунтовых массивах, например фильтрации, явлений консолидации, ползучести и др. К системе уравнений напряженного состояния и деформируемости среды добавятся уравнения консолидации, ползучести и др. В результате тем же путем могут быть получены дополнительные условия моделирования этих процессов. Необходимо четко понимать, что достоверность разработанных правил моделирования полностью определяется обоснованностью применяемой для их получения расчетной модели среды, а область их использования определяется областью применения самой расчетной модели. Чем ближе расчетная модель к действительности, тем «точнее» правила моделирования и достовернее результаты экспериментов.

Переходя к практическому использованию условий моделирования (2.59), рассмотрим реальные возможности их выполнения в несвязных и связных грунтах.

Случай несвязного грунта. Для несвязного грунта ($\sigma_c = 0$) условия (2.59) принимают вид

$$\alpha_H = \alpha_l \alpha_\gamma; \quad \alpha_\varphi = 1. \quad (2.60)$$

При использовании для модели того же несвязного грунта, что и в натуре, и, приводя его в то же состояние по плотности, получается, что $\alpha_\gamma = 1$ и $\alpha_\varphi = 1$, а условие (2.60) преобразуется в простейшее

$$\alpha_H = \alpha_l. \quad (2.61)$$

Иными словами, во сколько раз модель меньше сооружения, во столько раз должны быть меньше нагрузки на модель и во столько раз будут меньше напряжения, замеряемые на модели. Таким образом, в случае несвязного (сыпучего) грунта прямое моделирование возможно.

Тем не менее при выполнении этого простого условия моделирования возникает ряд серьезных технических трудностей. Например, при размере сооружения 50 м и средних напряжениях по его подошве 0,2 МПа относительно большой для условий обычных испытаний модельный штамп размером 1 м ($\alpha_l = 0,02$) должен иметь средние напряжения по подошве всего 0,004 МПа ($\alpha_H = 0,02$). Естественно, что вся измерительная аппаратура, в том числе датчики, должна быть в состоянии уверенно зафиксировать возникающие относительно малые напряжения и деформации, т. е. быть достаточно чувствительными. К сожалению, при этом они становятся также чувствительными и ко всякого рода случайным и трудно учитываемым воздействиям. При таких нагрузках на штамп становятся существенными всякие «мелочи», такие, например, как ровность контакта жесткого штампа с грунтом, наличие в несвязных, особенно в немного влажных, грунтах небольшого сцепления и др. Все это существенно повышает требования к качеству проведения таких тонких экспериментов.

С другой стороны, в практике испытаний грунтов малыми штампами в полевых условиях или лабораториях можно встретить описание результатов их поведения при нагрузках, создающих напряжения, близкие к натурным. Для рассмотренного примера штампа диаметром 1 м нагрузка на него 0,2 МПа соответствует нагрузке на натурное основание шириной 50 м (т. е. при $\alpha_H = \alpha_l = 0,02$) 10 МПа. Совершенно очевидно, что такое загрузеие не реально, а условия подбоя при этом никак не выполняются.

Если в условие (2.60) вместо масштабных множителей подставить характерный размер сооружения b , нагрузку q и удельный вес грунта $\gamma_{гр}$, то получим безразмерное число

$$N_M = q/(b\gamma_{гр}), \quad (2.62)$$

которое было названо П. Д. Евдокимовым *числом моделирования*. Легко показать, что при одинаковых N_M для натуре и модели для них выполняется это условие моделирования и их можно сопоставлять, конечно, при условии, что $\alpha_\varphi \approx 1$. В ряде случаев так делать удобно, особенно учитывая, что чем больше N_M , тем больше возможные области предельного равновесия, а при одинаковых N_M они подобны (при $\alpha_\varphi \approx 1$).

Случай связного грунта. Для этого случая должен выполняться весь комплекс условий моделирования (2.59), т. е. $\alpha_H = \alpha_c = \alpha_l \alpha_\gamma$; $\alpha_\varphi = 1$. Попытка применить в обычной модели тот же грунт, т. е. $\alpha_\varphi = \alpha_c = \alpha_\gamma = 1$, приводит к условию $\alpha_H = \alpha_l = 1$, т. е. модель должна быть равна натуре, что практически свидетельствует о невозможности простого моделирования со связными грунтами. Поэтому необходимо отметить, что предпринимаемые иногда попытки исследовать простые малые модели глинистых грунтов бессмысленны и недопустимы.

Для выполнения условий моделирования связных грунтов велись поиски в различных направлениях. Наиболее эффективным и интересным является проведение испытаний модели на центрифуге (центро-

бежной машине), предложенных в 1932 г. Н. Н. Давиденковым и Г. И. Покровским. Центробежная машина представляет собой (рис. 2.19, а) уравновешенное коромысло (балку) на центральной шарнирной опоре с шарнирно подвешенными на концах двумя каретками — контейнерами, в которых размещаются испытываемые модели (рис. 2.19, б). При вращении коромысла возникают центробежные объемные силы, которые при достаточной угловой скорости вращения переводят каретки в горизонтальное положение (на рис. 2.19, а пунктир) и воздействуют на каждый элемент объема модели.

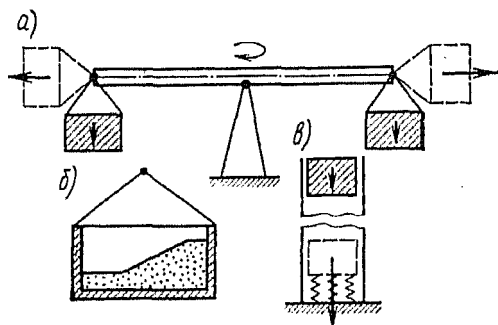


Рис. 2.19. Схема центрифуги (а), каретки с испытываемой моделью (б) и башни с падающей кареткой (в)

В результате при *центробежном моделировании* условия (2.59) могут быть выполнены, если принять

$$\alpha_c = \alpha_n = \alpha_\gamma \alpha_l = 1. \quad (2.63)$$

Для обеспечения этого действующие на модель центробежные силы должны во столько раз превышать силу тяжести, во сколько раз модель меньше сооружения. Например, при $\alpha_l = 0,01$ должно быть $\alpha_\gamma = 100$, т. е. центробежная машина должна вращаться с угловой скоростью, обеспе-

чивающей ускорение, действующее на грунт модели, равное 100 g.

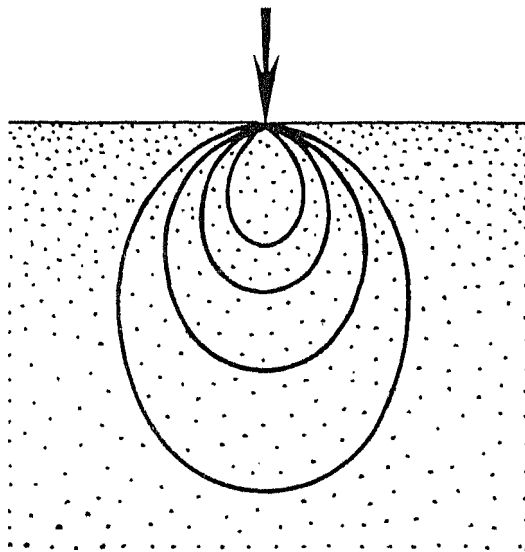
Приоритет в создании и применении метода центробежного моделирования полностью принадлежит советским инженерам. За рубежом этот метод стал применяться только в последние десять лет, но надо отметить, что его распространение и развитие идет весьма интенсивно, а на его внедрение и создание крупных центрифуг существенно повлияло развитие космических программ.

В 1929 г. Н. Н. Давиденков предложил для создания при моделировании больших ускорений сбрасывание каретки с высоты и торможение ее на расположенных внизу пружинах (рис. 2.19, в). Этот метод применим для моделирования очень кратковременных процессов, происходящих только в период торможения каретки.

Для моделирования связных грунтов в обычных лотках иногда применяют модельные материалы, позволяющие по своим свойствам обеспечить выполнение условий подобия. Подбор таких материалов — всегда достаточно сложная задача. Так, например, если применить материал с углом внутреннего трения и удельным весом, близким к натурному ($\alpha_\phi = 1$, $\alpha_\gamma = 1$), то выполнение условий (2.59) возможно при $\alpha_c = \alpha_n = \alpha_l$, т. е. в модельном материале нужно дополнительно создать небольшое сцепление, во столько раз меньшее натурального, во сколько раз модель меньше сооружения. Осуществляют это, например, смешивая песок с вазелином или солидолом. При этом необходимо обеспечить незначительное изменение угла внутреннего трения, а также требуемые деформационные характеристики модельного материала.

В. А. Флориным было показано [34], что при испытании связных грунтов штампами в ряде случаев для достаточно заглубленных сооружений возможно соблюдение условий моделирования подбором соответствующих боковых пригрузок штампов. При этом самым малым пригрузкам или даже отсутствию пригрузок на моделях соответствуют весьма значительные пригрузки на сооружениях больших размеров.

Таковы имеющиеся основные пути решения нелегкой, но важнейшей практической задачи моделирования грунтовых сред. Во многих случаях исследователи идут на неполное выполнение условий моделирования. Однако даже на этапе составления программы лабораторных и тем более полевых модельных исследований, например испытаний штампами, следует оценить степень выполнения при этом простейших условий моделирования (2.59), чтобы ясно понимать достоверность будущих результатов или вовремя отказаться от ненужной затраты сил и средств и тем более от ошибок. Сам факт проведения модельных, в особенности полевых исследований создает иногда неправильное впечатление достоверности и надежности.



ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ГРУНТАХ

3.1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ОТ СОБСТВЕННОГО ВЕСА ГРУНТА

Учет взвешивания грунта водой. Прежде чем переходить непосредственно к определению напряжений от собственного веса грунта, остановимся на определении самого веса грунта, находящегося ниже горизонта воды.

На грунтовые частицы, находящиеся в воде, действуют собственный вес этих частиц и архимедова сила — сила взвешивания. Архимедова сила равна равнодействующей гидростатического давления воды на частицу и направлена вверх, т. е. противоположно направлению действия собственного веса частиц.

В песчаных грунтах контакты между частицами «точечные» и на поверхность частицы действует полная эпюра гидростатического давления (рис. 3.1, а). В этом случае архимедова сила A численно равна весу воды в объеме частицы. Поэтому *удельный вес взвешенного в воде грунта* определится с учетом (1.15) и (1.17) как

$$\gamma_{взв} = \rho_{ск}g - mrg = \gamma_{ск} - m\gamma = \gamma_{ск} - (1 - n)\gamma = \gamma_{ск} - \gamma/(1 + e) \quad (3.1)$$

или, если прибавить и отнять $n\gamma$, то $\gamma_{взв} = (\gamma_{ск} + n\gamma) - (n + m)\gamma$, откуда, учитывая, что $n + m = 1$, получим

$$\gamma_{взв} = \gamma_{нас} - \gamma, \quad (3.2)$$

где $\gamma_{нас}$ — удельный вес насыщенного водой грунта; γ — удельный вес воды, остальное см. § 1.2. Во многих обычных грунтах величина $\gamma_{взв}$ немного больше или меньше 10 кН/м^3 .

В глинистых грунтах, особенно плотных и имеющих развитые цементационные связи, возможно, не происходит передачи гидроста-

тического давления по «прикрытым» поверхностям контактов между частицами, окруженными пленками связанной воды (рис. 3.1, б). Тогда архимедова сила будет меньше, чем определяемая по зависимости (3.1), и будет иметь место так называемое частичное (*неполное*) *взвешивание*, т. е. $\gamma_{взв} = \gamma_{сн} - \alpha \gamma$, где $\alpha < 1$. Однако, как показывают исследования Б. Ф. Рельтова, Г. М. Мариупольского и др., для подавляющего большинства глинистых грунтов имеет место практически полное взвешивание. Исключение составляют только очень плотные глины, в которых благодаря заполнению всех пор только связанной водой, возможно, даже вообще отсутствует взвешивание.

В практических расчетах всегда принимается полное взвешивание грунта, т. е. зависимости (3.1) и (3.2), тем более что принятие неполного взвешивания приводит к результатам «не в запас» прочности — устойчивости сооружений.

Напряжения от собственного веса грунта при его горизонтальной поверхности. В этом случае нет возможности бокового расширения грунта и все компоненты напряжений определяются по зависимостям:

$$\sigma_z = \int_0^z \gamma_{гр}(z) dz; \quad \sigma_x = \sigma_y = \xi \sigma_z; \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0. \quad (3.3)$$

В однородной толще грунта

$$\sigma_z = \gamma_{гр} z; \quad \sigma_x = \sigma_y = \xi \gamma_{гр} z,$$

а в случае i слоев толщиной h_i каждый с удельным весом $\gamma_{гр i}$

$$\sigma_z = \sum \gamma_{гр i} h_i \text{ и } \sigma_x = \sigma_y = \xi \sum \gamma_{гр i} h_i.$$

На рис. 3.2 в качестве примера показана эпюра напряжений σ_z в слоистой толще с различными удельными весами грунта ($\gamma_{гр}$), причем ниже горизонта грунтовых вод (ГГВ) обязательно учитывается взвешивание грунта, принимая $\gamma_{гр} = \gamma_{взв}$, определяемое по зависимости (3.1). Естественно, что взвешивание грунта водой уменьшает напряжение от собственного веса грунта (примерно в 1,5...2 раза). Поэтому при подтоплении территорий пригрузка основания слоем грунта уменьшается и устойчивость сооружений снижается.

При понижении уровня грунтовых вод сжимающие напряжения в скелете грунта и всей нижележащей толщ увеличиваются (например, пунктирная линия эпюры напряжений на рис. 3.2). В результате происходит сжатие толщ грунта и осадки территории, особенно значительные в случае, если ранее грунт образовался и всегда находился под водой.

Следует учитывать, что при определении природных бытовых напряжений по зависимостям (3.3) не учитывается напряженное состоя-

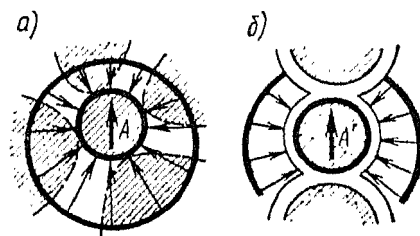


Рис. 3.1. Архимедова сила A при полном (а) и неполном (б) взвешивании частицы грунта

ние, созданное в процессе образования толщи грунта, например, влияние горообразовательных и других геологических процессов, наличие сильно сжимаемых или, наоборот, жестких линз и прослоек и др.

Учет открытия котлована. Если поверхность основания не плоская, а имеет соответствующий отрытому котловану трапецидальный или прямоугольный вырез, то при определении напряжений от собственного веса можно использовать следующий приближенный прием. Вес вынутаго грунта заменяют приложенной к плоской поверхности

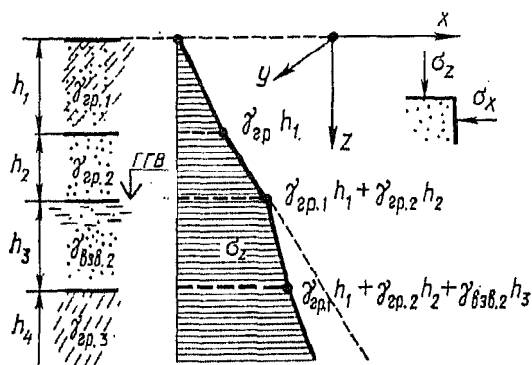


Рис. 3.2. Напряжения σ_z от собственного веса слоистой толщи грунта

основания отрицательной внешней трапецидальной или прямоугольной нагрузкой $q(x)$, интенсивность которой определяется распределением вынутаго при открытии кот-

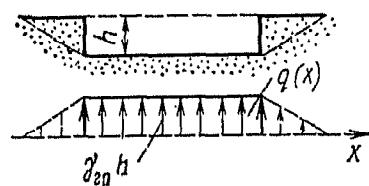


Рис. 3.3. Приближенный метод учета открытия котлована

лована части грунта (рис. 3.3). Новые напряжения определяют, вычитая из напряженного состояния, соответствующего плоской поверхности основания, напряжения от нагрузки $q(x)$ (см. § 3.2). Конечно, этот прием не позволяет обеспечить выполнение граничных условий на поверхности котлована, нормальные и касательные напряжения по контуру которого должны быть равны нулю. Применяя метод конечных элементов (МКЭ), можно получить точное решение для любой формы выреза из полуплоскости, и даже полупространства. Однако в случае достаточно широких котлованов (ширина больше двух глубин) разница в оценке вертикальных смещений дна котлована по сравнению с приближенным приемом обычно не превышает 3%.

Напряжения от собственного веса в грунтовых сооружениях. В простейшем, сугубо приближенном варианте в однородном достаточно распластанном земляном сооружении напряжения определяют по зависимостям (3.3). Таким образом, весь массив грунта разбивают на отдельные столбики, по вертикальным граням которых $\tau = 0$ (гипотетический грунт Н. М. Герсевича). Линии равных напряжений будут повторять внешние контуры сооружения (рис. 3.4, а), а распределение напряжений по глубине будет по треугольнику.

При учете сложного напряженного состояния, развития областей пластических деформаций или нелинейности свойств грунтов приходится применять численные методы решения: метод конечных разностей (метод сеток), метод конечных элементов и др. Наиболее простые численные решения получаются в случае применения модели линейно деформируемого тела или заменой решения задачи при нелинейных свойствах материала последовательным решением ряда

линейных задач, меняя характеристики деформируемости грунта в каждом узле сетки или каждом элементе при использовании МКЭ в зависимости от напряженного состояния. Однако в случае однородных пологих откосов разница в напряжениях σ_z со схемой гипотетического грунта очень невелика (рис. 3.4, б). Во многих практических

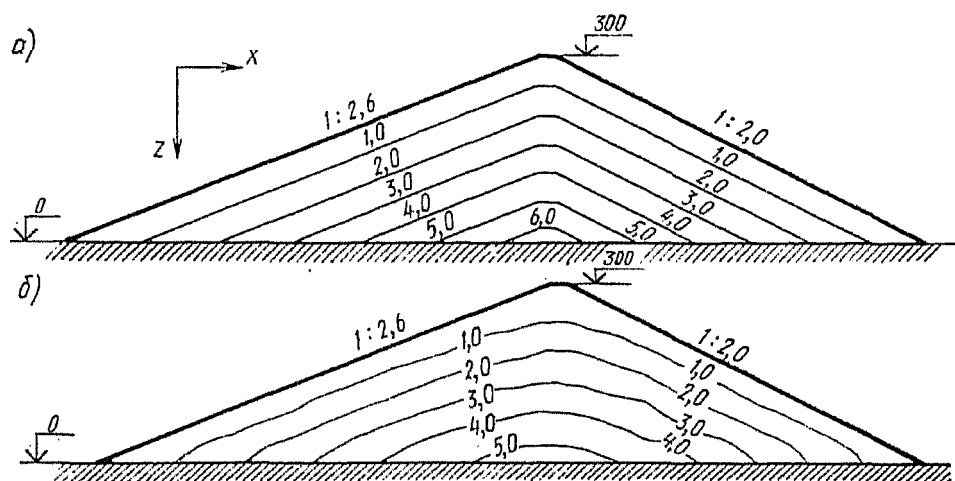


Рис. 3.4. Линии равных напряжений σ_z от собственного веса грунта по схеме гипотетического грунта (а) и по численному линейному решению (б)

расчетах таких сооружений применение зависимостей (3.3) не приводит к большой погрешности в оценке их смещений и устойчивости.

В неоднородных плотинах разная деформируемость отдельных частей оказывает влияние на их напряженное состояние. Так, например, в плотинах, имеющих центральное, более деформируемое глинистое ядро (рис. 3.5), происходит существенная разгрузка ядра с концентрацией напряжений в переходной зоне. Снижение напряжений в ядре в зависимости от соотношения деформативных свойств ядра и упорных призм может достигать 60%. В результате «зависания» ядра на упорных призмах возникает опасность образования ослабленных зон и даже нарушения сплошности ядра и образования трещин.

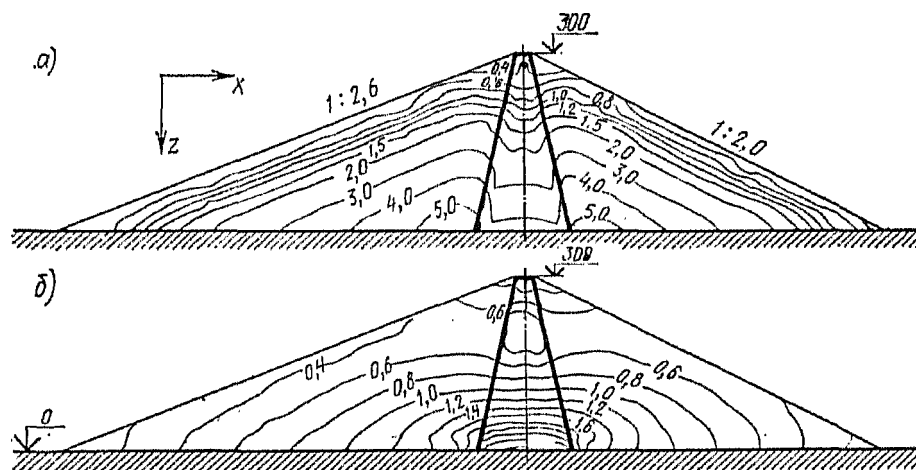


Рис. 3.5. Линии равных напряжений σ_z (а) и σ_x (б) в плотине с центральным глинистым ядром, в строительный период (А. П. Троицкий)

При учете нелинейности свойств грунта существенное влияние оказывает учет постепенности возведения сооружения. В общем случае задача исследования напряженно-деформированного состояния сооружения, состоящего из различных нелинейно деформируемых грунтов, имеющего области пластических деформаций с учетом последовательности его возведения, процессов консолидации и явлений ползучести скелета грунта, является сложной и трудно осуществимой при современном уровне развития ЭВМ. Еще больше осложнений вносит учет пространственной работы сооружений, возводимых в сравнительно узких каньонах. Эти направления в последние годы успешно развиваются в Советском Союзе благодаря работам Ю. К. Зарецкого, В. М. Ляхера, Л. Н. Расказова, А. К. Бугрова, В. Н. Ломбардо, А. Л. Крыжановского и др.

3.2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ОТ ВНЕШНИХ ЗАДАННЫХ НАГРУЗОК НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ЛИНЕЙНО ДЕФОРМИРУЕМОГО ТЕЛА (ТЕОРИИ УПРУГОСТИ)

В тех случаях, когда области предельного напряженного состояния невелики по сравнению с размерами сооружения, допустимо, как указывалось выше (см. § 2.1), применять для определения напряженного состояния основания соответствующие решения теории упругости (модели линейно деформируемого тела). Изложение методов получения этих решений входит в задачу курса теории упругости. Поэтому ниже приводится в основном перечень наиболее широко применяемых решений и только в отдельных случаях конечные результаты решений.

Плоская задача. *Случай вертикальной сосредоточенной силы P* в условиях плоской задачи соответствует схема ряда сил P , приложенных по направлению оси y (рис. 3.6) и распространяющихся в бесконечность. Решение для этого случая однородной, изотропной, среды было получено в 1892 г. Фламаном (задача Фламана). Как показано в курсах теории упругости, принимая для рассматриваемого случая функцию напряжений φ в виде

$$\varphi = \frac{P}{\pi} x \operatorname{arctg} \frac{x}{z},$$

получаем из выражений (2.9) без учета действия объемных сил

$$\sigma_x = \frac{2P}{\pi} \frac{x^2 z}{(x^2 + z^2)^2}; \quad \sigma_z = \frac{2P}{\pi} \frac{z^3}{(x^2 + z^2)^2}; \quad \tau_{xz} = \frac{2P}{\pi} \frac{x z^2}{(x^2 + z^2)^2}. \quad (3.4)$$

Выражения для вертикальных перемещений точек поверхности ($z = 0$) имеют вид

$$W(x, 0) = - \frac{2}{\pi} \frac{1-\nu}{E} P \ln |x| + C, \quad (3.5)$$

где ν — коэффициент Пуассона; E — модуль деформации; C — произвольная постоянная. Следует отметить особенность этого решения

теории упругости, что при $x \rightarrow 0$ вертикальные перемещения $W(x, 0) \rightarrow \infty$.

Наиболее часто встречающийся в расчетной практике случай равномерно распределенной полосовой нагрузки q (рис. 3.7) решается путем представления распределенной нагрузки элементарными сосредоточенными силами, равными $q d\zeta$, и замены x на $x - \zeta$ в выражениях (3.4). Тогда напряжения в точке (x, z) от полосовой нагрузки на участке $(-a, +a)$ будут равны (Г. В. Колосов):

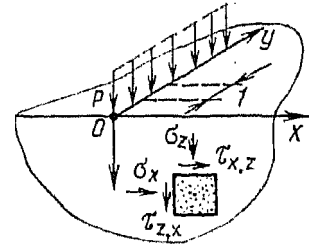


Рис. 3.6. Сосредоточенная сила в условиях плоской задачи (задача Фламана)

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{2q}{\pi} \int_{-a}^{+a} \frac{(x-\zeta)^2 z}{[(x-\zeta)^2 + z^2]^2} d\zeta = \frac{q}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{a-x}{z} + \operatorname{arctg} \frac{a+x}{z} \right) + \\ &\quad + \frac{2aqz(x^2 - z^2 - a^2)}{\pi [(x^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2]}; \\ \sigma_z &= \frac{q}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{a-x}{z} + \operatorname{arctg} \frac{a+x}{z} \right) - \frac{2aqz(x^2 - z^2 - a^2)}{\pi [(x^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2]}; \\ \tau_{xz} &= \frac{4aqxz^2}{\pi [(x^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2]}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

На рис. 3.8, а—в показаны линии равных напряжений σ_z , σ_x и τ_{xz} . Характерно для решений теории упругости, что все линии равных напряжений сходятся в краевых точках эпюры нагрузки q . На рис. 3.9 даны эпюры напряжений σ_z в различных вертикальных и горизонтальных сечениях основания. Как вытекает из принятых граничных условий, все напряжения равны нулю на свободной поверхности и в бесконечности, что приводит по решениям теории упругости к значительному распространению ощутимых напряжений в массиве основания.

Величины главных напряжений в точке (x, z) были получены И. Х. Митчелем (1902) в виде

$$\sigma_1 \text{ и } \sigma_2 = q(\psi \pm \sin \psi)/\pi, \quad (3.7)$$

где ψ — угол видимости, под ко-

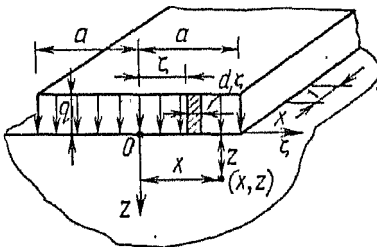


Рис. 3.7. Распределенная полосовая нагрузка

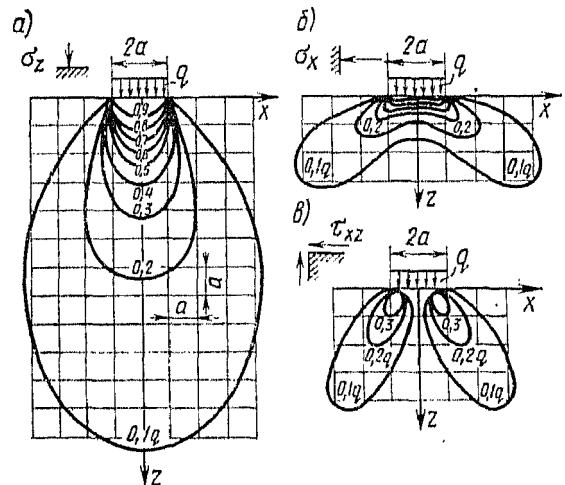


Рис. 3.8. Линии равных напряжений в случае распределенной полосовой нагрузки

торым из точки (x, z) видна вся ширина полосы загрузки. Биссектриса угла видимости является главной площадкой, по направлению которой действует σ_1 . На рис. 3.10 для иллюстрации характера напряженного состояния показаны эллипсы нормальных напряжений.

Аналогично приведенному случаю равномерно распределенной полосовой нагрузки (рис. 3.11, б) получены решения для треугольной нагрузки (рис. 3.11, в) (Д. Е. Польшин, 1933 г.). Учитывая линейность задачи, решение для трапецидальной нагрузки (рис. 3.11, д) можно получить, суммируя решения для прямоугольной и треугольной полосовых нагрузок (рис. 3.11, г).

Так же как для случая вертикальной сосредоточенной силы (рис. 3.11, а), получены напряжения для горизонтальной сосредоточенной силы, приложенной к поверхности основания (рис. 3.11, е), и, как следствие, решения для равномерно распределенной горизонтальной нагрузки (рис. 3.11, ж), треугольной горизонтальной нагрузки (рис. 3.11, з) и распределенной по трапецидальному закону (рис. 3.11, и). Раскладывая на вертикальную и горизонтальную составляющие и суммируя напряжения, решается задача в случае такого же распределения наклонных сил (рис. 3.11, к). Используя принципы наложения, можно составить любую необходимую комбинацию из этих нагрузок, собранных на рис. 3.11.

Как можно заметить, все решения теории упругости для определения напряжений в условиях плоской задачи не зависят от свойств грунтов основания, являются функцией только координат точки, ширины полосы и пропорциональны интенсивности нагрузки. Поэтому они легко табулируются, определяя напряжения от нагрузки $q = 1$ для безразмерных координат x/a и z/a или x/b и z/b , где ширина полосы $b = 2a$. В результате получают таблицы напряжений σ_x , σ_z и τ_{xz} от нагрузок, равных 1, которые иногда обозначают K_x , K_z , K_{xz} . Тогда напряжения от действующих нагрузки q определяются как $\sigma_x = K_x q$; $\sigma_z = K_z q$ и $\tau_{xz} = K_{xz} q$. Для равномерно распределенной полосовой нагрузки величины напряжений K_x , K_z , K_{xz} от $q = 1$ в безразмерных координатах приведены в табл. 3.1. Таблицы для других видов нагрузок, приведенных на рис. 3.11, можно найти в справочниках по гидротехнике или основаниям и фундаментам, книгах [34, 36] и СНиПах.

В случае любого более сложного закона распределения напряжений по ширине полосы ее можно заменить простейшими треугольниками и прямоугольниками, либо разделить на отдельные вертикальные полосы, заменив их затем соответствующими сосредоточенными силами $P_1, P_2, \dots, P_i$ (рис. 3.12). Определяя в точке А напряжения от каждой силы P в отдельности по формулам (3.4) или соответствующим им таблицам и затем суммируя их, получим напряжения в точке А от всей нагрузки. Например, учитывая, что в зависимости (3.4) $R = \sqrt{x^2 + z^2}$, суммарные напряжения $\sigma_{z,A} = 0,64 z^3 \sum P_i / R_i^4$.

Аналогичным путем определяют напряжения и при любом распределении по полосе горизонтальной нагрузки.

Пространственная задача. Напряжения от сосредоточенной силы, приложенной к поверхности однородного изотропного полупростран-

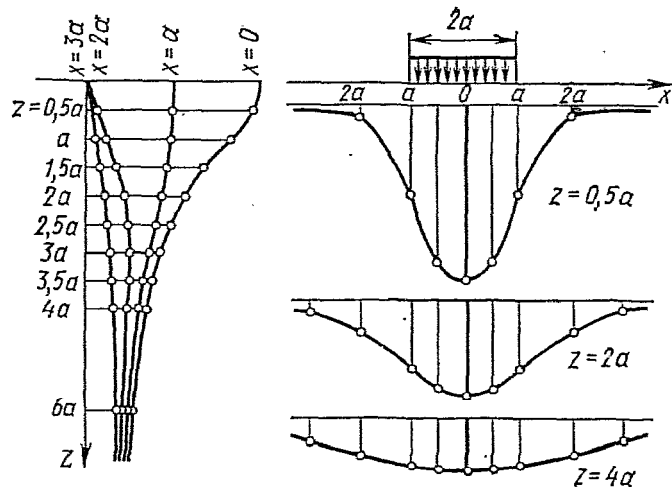


Рис. 3.9. Эпюры напряжений σ_z по вертикальным и горизонтальным сечениям на рис. 3.8.

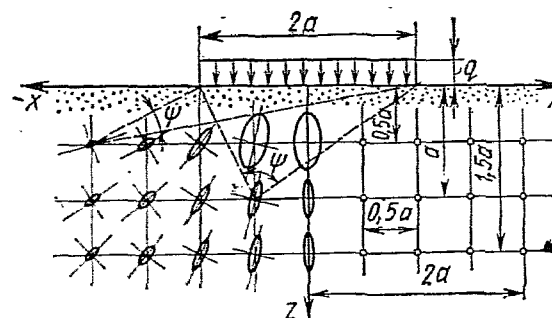


Рис. 3.10. Углы видимости ψ и эллипсы напряжений при распределенной полосовой нагрузке

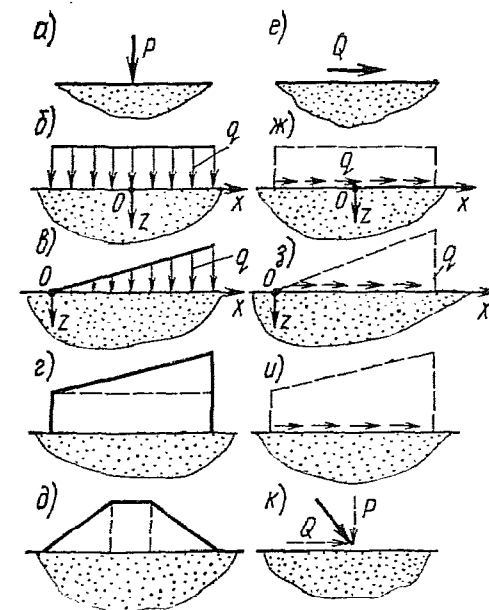


Рис. 3.11. Схемы нагрузок на полуплоскость, для которых имеются расчетные зависимости и таблицы



Рис. 3.12. Замена распределенной нагрузки сосредоточенными силами

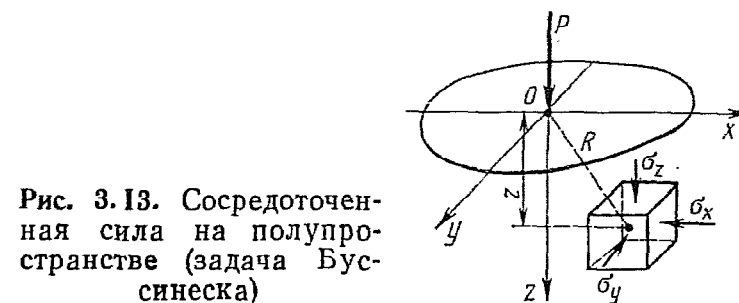


Рис. 3.13. Сосредоточенная сила на полупространстве (задача Буссинеска)

[illegible]

ства (рис. 3.13), получил в 1885 г. Ж. Буссинеск (задача Буссинеска) в виде

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{3P}{\pi} \left\{ \frac{zx^2}{R^5} + \frac{1-2\nu}{3} \left[\frac{R^2 - Rz - z^2}{R^3(R+z)} - \frac{x^2(2R+z)}{R^3(R+z)^2} \right] \right\}; \\ \sigma_y &= \frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{zy^2}{R^5} + \frac{1-2\nu}{3} \left[\frac{R^2 - Rz - z^2}{R^3(R+z)} - \frac{y^2(2R+z)}{R^3(R+z)^2} \right] \right\}; \\ \sigma_z &= (3P/2\pi)(z^3/R^5); \quad \tau_{xy} = \frac{3P}{2\pi} \left[\frac{xyz}{R^5} - \frac{1-2\nu}{3} \frac{xy(2R+z)}{R^5(R+z)^2} \right]; \\ \tau_{yz} &= (-3P/2\pi)(yz^2/R^5); \quad \tau_{zx} = (-3P/2\pi)(xz^2/R^5), \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

где $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

Сумма главных напряжений в любой точке основания равна

$$\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \frac{P}{\pi} (1 - \nu) \frac{z}{R^3}, \quad (3.9)$$

а выражение для вертикальных перемещений имеет вид

$$W = \frac{P(1+\nu)}{2\pi E} \left[\frac{z^2}{R^3} + 2(1-\nu) \frac{1}{R} \right]. \quad (3.10)$$

Как можно заметить, особенностью решений пространственной задачи является то, что в формулы (3.8) входит коэффициент Пуассона (ν), т. е. напряжения σ_x , σ_y , τ_{xy} зависят от соотношения между продольными и поперечными деформациями для данного грунта. Вертикальные сжимающие напряжения σ_z , так же как и в задаче Фламана, не зависят от расчетных характеристик и одинаковы для всех линейно деформируемых тел.

Для точек полупространства (задача Буссинеска), расположенных вдоль оси z , формула (3.8) для определения σ_z приобретает вид

$$\sigma_z = 3P/(2\pi z^2) = 0,48P/z^2, \quad (3.11)$$

а для полуплоскости (задача Фламана)

$$\sigma_z = 2P/(\pi z) = 0,64P/z,$$

т. е. в условиях пространственной задачи напряжения естественно рассеиваются значительно более интенсивно, чем в условиях плоской задачи.

Случай загрузки прямоугольной площади поверхности основания равномерно распределенной нагрузкой был рассмотрен А. Лявом (1929 г., только σ_z) и В. Г. Короткиным (1938). Напряжения получены из решения для сосредоточенной силы (3.8), заменяя в нем силу P на $q d\zeta d\eta$ и интегрируя в пределах от $-a$ до $+a$ и от $-l$ до $+l$ (рис. 3.14). Например, интеграл для определения напряжений σ_z имеет вид

$$\sigma_z = \frac{3qz^3}{2\pi} \int_{-a}^{+a} \int_{-l}^{+l} \frac{d\zeta d\eta}{[(x-\zeta)^2 + (y-\eta)^2 + z^2]^{5/2}}.$$

В частности, в результате интегрирования напряжения σ_z для точек, расположенных на глубине z на прямой, проходящей через одну из угловых точек, определяют по формуле

$$\sigma_z^y = \frac{q}{2\pi} \left[\frac{4alz(4a^2 + 4l^2 + 2z^2)}{(4a^2 + z^2)(4l^2 + z^2)\sqrt{4a^2 + 4l^2 + z^2}} + \arctg \frac{4al}{z\sqrt{4a^2 + 4l^2 + z^2}} \right]. \quad (3.12)$$

Напряжения для точек, расположенных на вертикали, проходящей через центр площади загрузения σ_z^u , получаются равными учетве-

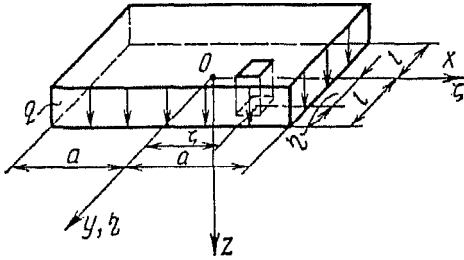


Рис. 3.14. Равномерно распределенная нагрузка по площади прямоугольника

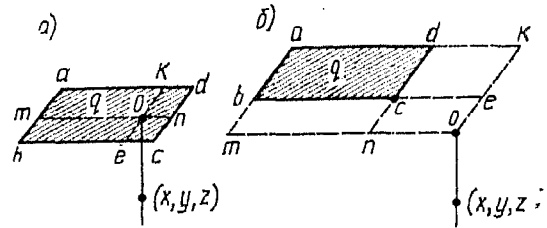


Рис. 3.15. Схема определения напряжений способом угловой точки

ренным значениям напряжений σ_z^y в соответствующих точках, расположенных на удвоенной глубине на вертикалях, проходящих через углы площади загрузения, т. е.

$$\sigma_{z/2}^u = 4\sigma_z^y. \quad (3.13)$$

Формулу для напряжений σ_z в любой точке основания приводить не будем из-за ее громоздкости, она занимает по сравнению с формулой (3.12) в четыре раза больше строчек, хотя общий вид их одинаковый. Для напряжений σ_x , σ_y , τ_{yx} , также записываемых в виде громоздких формул, характерно наличие множителя $(1-2\nu)$, т. е. влияние деформационных свойств среды.

Для удобства составления вспомогательных таблиц, обозначая $n = l/a$ и $m = z/2a$, формулу (3.12) можно представить в виде

$$\sigma_z^y = \frac{q}{2\pi} \left[\frac{mn(1 + n^2 + 2m^2)}{(m^2 - n^2)(1 + m^2)\sqrt{1 + m^2 + n^2}} + \arctg \frac{n}{m\sqrt{1 + m^2 + n^2}} \right]. \quad (3.14)$$

В табл. 3.2 приведены значения напряжений σ_z^y при $q = 1$, обозначенные K_z^y для различных значений m и n . Напряжения σ_z от нагрузки q_1 в угловой точке на глубине $z = 2am$ будут $\sigma_z = K_z^y q_1$.

В результате составления таблиц для σ_z^y или σ_z^u , имеющих во всех учебниках, справочниках и СНиПах, вместо того, чтобы вычислять напряжения σ_z по общим формулам задачи, удобно в практических расчетах применять способ угловых точек.

Таблица 3.2

ЗНАЧЕНИЯ $\sigma_z/q=K_z^y$ В ТОЧКАХ, РАСПОЛОЖЕННЫХ НА УГЛОВЫХ ВЕРТИКАЛЯХ ПРИ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКЕ НА ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛОЩАДИ ЗАГРУЖЕНИЯ

$m=z/(2a)$	Значения напряжений при $n=l/a$										
	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0
0,0	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500
0,2	0,2486	0,2489	0,2490	0,2491	0,2491	0,2491	0,2492	0,2492	0,2492	0,2492	0,2492
0,4	0,2401	0,2420	0,2429	0,2434	0,2437	0,2439	0,2442	0,2443	0,2443	0,2443	0,2443
0,6	0,2229	0,2275	0,2300	0,2315	0,2324	0,2329	0,2339	0,2341	0,2342	0,2342	0,2342
0,8	0,1999	0,2075	0,2120	0,2147	0,2164	0,2176	0,2196	0,2200	0,2202	0,2202	0,2202
1,0	0,1752	0,1851	0,1911	0,1955	0,1981	0,1999	0,2034	0,2042	0,2045	0,2046	0,2046
1,2	0,1516	0,1626	0,1705	0,1758	0,1793	0,1818	0,1870	0,1882	0,1887	0,1888	0,1888
1,4	0,1305	0,1423	0,1508	0,1569	0,1613	0,1644	0,1712	0,1730	0,1738	0,1739	0,1740
1,6	0,1120	0,1241	0,1329	0,1396	0,1445	0,1482	0,1567	0,1590	0,1601	0,1603	0,1604
1,8	0,0969	0,1083	0,1172	0,1241	0,1294	0,1334	0,1434	0,1463	0,1478	0,1481	0,1483
2,0	0,0840	0,0947	0,1034	0,1103	0,1158	0,1202	0,1314	0,1350	0,1368	0,1372	0,1374
2,5	0,0602	0,0691	0,0767	0,0833	0,0888	0,0931	0,1063	0,1114	0,1144	0,1151	0,1153
3,0	0,0447	0,0519	0,0583	0,0640	0,0690	0,0732	0,0870	0,0931	0,0973	0,0983	0,0987
5,0	0,0179	0,0212	0,0243	0,0274	0,0302	0,0328	0,0435	0,0504	0,0573	0,0599	0,0610
7,0	0,0094	0,0112	0,0130	0,0147	0,0164	0,0180	0,0250	0,0306	0,0376	0,0411	0,0428
10,0	0,0047	0,0056	0,0065	0,0074	0,0083	0,0092	0,0132	0,0167	0,0222	0,0258	0,0280

Если необходимо определить напряжения в точке на прямой, не проходящей через одну из угловых точек, то, как показано на рис. 3.15, а, необходимо разделить прямоугольную площадь загрузки $abcd$ на четыре прямоугольника: $okam$, $ombe$, $okdn$ и $oecn$. Затем определить напряжения в точке o (x, y, z) от загрузки каждого прямоугольника в отдельности по табл. 3.2 или ей подобным и полученный результат сложить, т. е.

$$\sigma_z(o) = \sigma_z(okam) + \sigma_z(ombe) + \sigma_z(okdn) + \sigma_z(oecn).$$

Если вертикаль, на которой находится точка, не пересекает площади загрузки $abcd$, то в соответствии с рис. 3.15, б напряжения в этой точке определяются как алгебраическая сумма напряжений от загрузки прямоугольников:

$$\sigma_z(o) = \sigma_z(okam) - \sigma_z(oebm) - \sigma_z(okdn) + \sigma_z(oecn).$$

Нетрудно показать, что способ угловых точек может быть с успехом применен и в тех случаях, когда нагрузки от сооружений различные и более сложные формы в плане. Например, применяют этот способ для определения напряжений на вертикали O (рис. 3.16) под ранее построенным сооружением

от трех проектируемых фундаментов с нагрузками q_1 , q_2 и q_3 . Схема разбивки на грузовые прямоугольники, для которых точка O всегда угловая, показана на рис. 3.16 пунктиром.

В. Г. Короткиным (1938), также получено решение для случая прямоугольной площади поверхности основания с нагрузкой, распределенной по закону треугольника (рис. 3.17). В результате, суммируя решения для равномерно распределенной и треугольной нагрузок, получаем случай трапецеидальной нагрузки на площади прямоугольника. Имеются также решения и таблицы для случая равномерно распределенной нагрузки по круговой площади или кольцу.

Получены решения для случая горизонтальной нагрузки, приложенной к поверхности в виде сосредоточенной силы и равномерно распределенной нагрузки по площади прямоугольника (см. рис. 3.17). Кроме того, имеются решения для сосредоточенной силы внутри полупространства (Р. Миндлин, 1960 г.) (см. рис. 3.17).

При составлении вспомогательных графиков или таблиц напряжений в условиях пространственной задачи для составляющих напряжений, содержащих в формулах коэффициент Пуассона, приходится принимать для него какое-либо числовое значение. Чаще всего принимают $\nu = 0,5 \dots 0,4$. Следует отметить, что изменение величины ν не существенно влияет на величины напряжений.

В случае любой конфигурации площади загрузки и распределения нагрузки ее приближенно заменяют рядом сосредоточенных сил. Например, в случае ряда вертикальных сосредоточенных сил

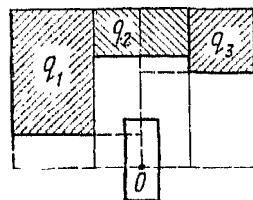


Рис. 3.16. Схема разбивки на прямоугольники площади основания при определении напряжений по вертикали O (построенное сооружение) от площадей загрузки с нагрузками q_1 , q_2 и q_3 (проектируемые сооружения)

$P_1, P_2, P_3, \dots, P_i$ напряжения σ_z от всей нагрузки, учитывая зависимость (3.8), определяются как

$$\sigma_z = 0,48z^3 \sum P_i/R_i^5,$$

где R_i — расстояния от точек приложения сил P_i на поверхности полупространства до точки, находящейся внутри массива, в которой определяется напряжение σ_z ; z — глубина расположения точки, в ко-

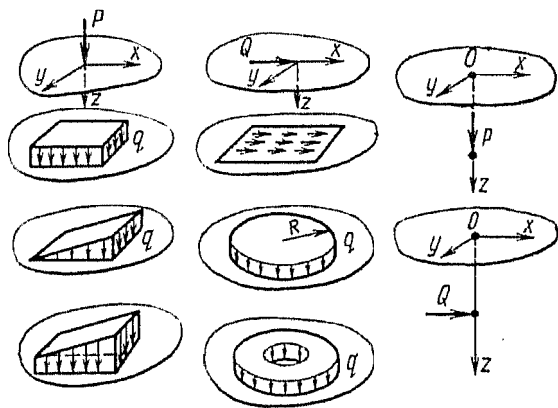


Рис. 3.17. Схемы нагрузок в полупространстве, для которых имеются расчетные зависимости и таблицы

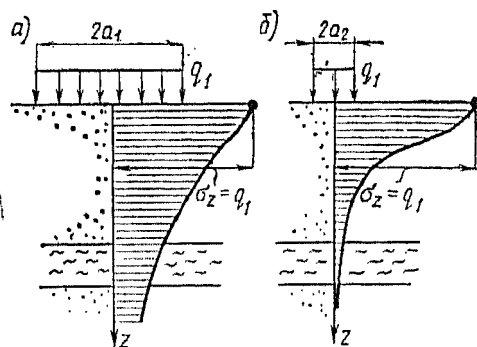


Рис. 3.18. Влияние ширины полосы загрузки на глубину распространения напряжений σ_z

торой определяются напряжения (т. е. по схеме, аналогичной рис. 3.12, но только в условиях полупространства).

В заключение следует подчеркнуть, что решение на основе модели линейно деформируемого тела (теории упругости) численными методами с помощью ЭВМ задач о распределении напряжений в полупространстве и тем более полуплоскости при любом виде нагрузки и любой конфигурации площади загрузки никаких принципиальных трудностей не вызывает и общедоступно. При сложной форме поверхности (не плоской) грунта для численного решения задач может использоваться метод конечных разностей или метод конечных элементов (МКЭ).

Влияние размеров площади загрузки, неоднородности и анизотропии основания. При одной и той же интенсивности нагрузки на основание с увеличением площади загрузки область передачи напряжений и, в частности, глубина распространения одинаковых напряжений увеличиваются. Как показано на рис. 3.18, при одинаковой интенсивности нагрузки q_1 при широком фундаменте (а) сжимаемый глинистый прослой может существенно повлиять на осадку сооружения, а при узкой полосе загрузки (б) роль его может быть незначительной.

В случае, если сжимаемый слой расположен на совершенно жестком по сравнению с ним (например, скальном) основании, то распределение напряжений в верхнем деформируемом слое зависит в основном от соотношения размеров площади загрузки и толщины сжимаемого

слоя. Наличие жесткого подстилающего слоя всегда вызывает увеличение (концентрацию) нормальных напряжений σ_z по оси приложенной нагрузки, которое по величине тем больше, чем меньше толщина верхнего слоя по сравнению с размерами площади загрузки (рис. 3.19).

Анализ решений для двухслойных оснований, полученный К. Е. Егоровым, К. Маргером, О. Я. Шехтер, Р. М. Раппопорт и др., показывает, что учет неоднородности основания следует производить

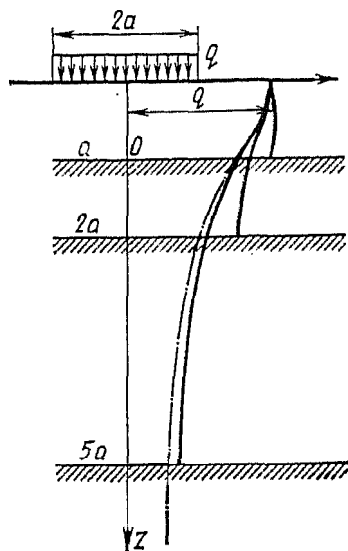


Рис. 3.19. Распределение напряжений σ_z по оси равномерно распределенной полосовой нагрузки при различной толщине сжимаемого слоя (— — — для однородного основания)

только в тех случаях, когда различие в деформационных характеристиках достаточно велико. Например, неоднородность следует учитывать, когда песчаные или глинистые грунты подстилаются скальными, либо когда мало деформируемый слой полускального грунта или плотной глины подстилается весьма слабым грунтом, например илистым или глинистым грунтом высокой влажности. При этом необходимо учитывать касательные напряжения на контакте двух слоев.

На напряженное состояние линейно деформируемых грунтовых массивов может оказать влияние их деформационная анизотропия. Причем С. Г. Лехницким и А. В. Степановым было показано, что в направлениях, в которых деформируемость основания меньше по сравнению с решением для однородного изотропного основания, происходит концентрация (увеличение) напряжений, а в тех направлениях, в которых деформируемость основания больше, напряжения становятся меньше.

3.3 ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ СИЛЫ И ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ГРУНТАХ

Фильтрационная и тормозящая силы. Движение воды в порах возникает в результате наличия различной величины напоров в разных точках грунта. В случае установившегося движения линии тока совпадают с осредненными траекториями движения жидкости, перпендикулярными линиям равных напоров (рис. 3.20).

При движении свободной воды в порах грунта между нею и твердыми частицами с примыкающей к ней связанной водой возникают силы взаимодействия (рис. 3.21, а) в виде: сил трения на поверхности раздела между движущейся и неподвижной водой, остающейся связанной с частицами грунта; сил давления воды, распределенных неравномерно по поверхности частицы или связанной с ней воды.

Результирующая всех этих сил представляет собой (рис. 3.21) силу гидравлического воздействия фильтрационного потока (Р. Р. Чугаев) на одну частицу скелета грунта. Равнодействующая таких элементарных сил, приложенных ко всем частицам, находящимся в единичном объеме, называется *интенсивностью объемной силы гидравлического воздействия потока*. Разложим ее на две составляющие (рис. 3.21, б), направив первую по вертикали, а вторую — по на-

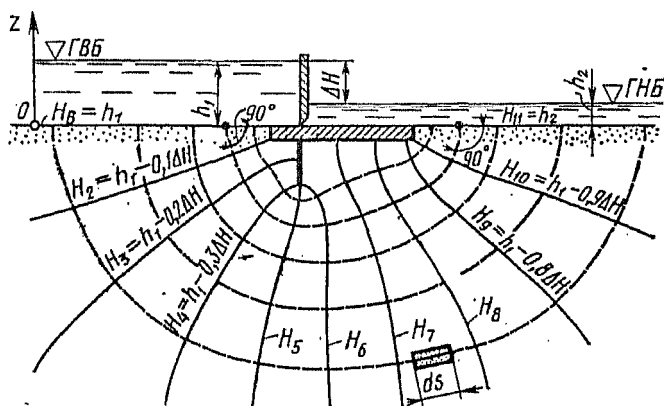


Рис. 3.20. Линии равных напоров (—) и линии токов (---)

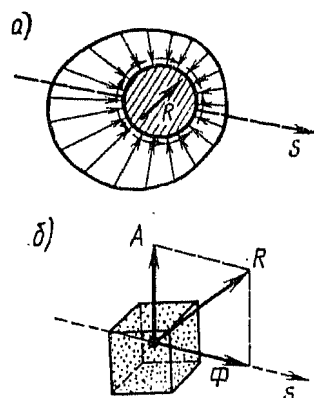


Рис. 3.21. Схема сил, действующих на частицу грунта (а), объемные Архимедова и фильтрационная силы (б) при фильтрации воды

правлению движения потока, т. е. по линии тока s . Тогда первая вертикальная будет силой взвешивания (Архимедовой силой), равной, как и ранее (см. § 3.1), $A = \gamma m$. Вторая, действующая в направлении s , называется *фильтрационной силой* Φ . В частном случае отсутствия фильтрации $\Phi = 0$ на частицы грунта действуют только силы взвешивания A , рассмотренные в § 3.1 (см. рис. 3.1).

Таким образом, дополнительное воздействие фильтрационного потока на скелет грунта выражается в виде объемных фильтрационных сил, направленных по линии тока, т. е. перпендикулярно линиям равных напоров. Действие скелета грунта на движущуюся воду, названное Н. Н. Павловским *тормозящей силой* T , равно фильтрационной силе, но направлено в обратную сторону, т. е.

$$\Phi = -T. \quad (3.15)$$

Определение интенсивности фильтрационной силы. Для определения интенсивности фильтрационной силы вырежем по линии тока s (рис. 3.21) элементарную трубку грунта (скелет грунта и заполняющая поры вода) длиной ds и поперечным сечением F . Рассмотрим все силы, действующие *только на поровую воду в трубке*.

По торцам трубки (рис. 3.22) действуют давления воды на одном pF , на другом $\left(p + \frac{\partial p}{\partial s} ds\right) F$. Внутри трубки действует вес воды в порах, равный $\gamma n ds$, и сила, обратная архимедовой и равная $\gamma m ds$. Учет ее

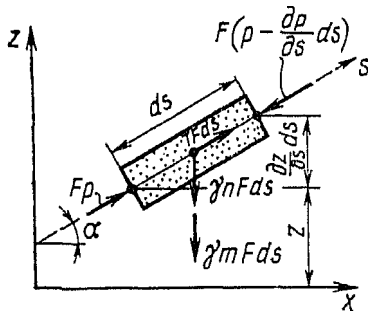


Рис. 3.22. Силы, действующие при фильтрации на поровую воду в элементарной трубке

обязателен, так как, если вода взвешивает частицы с Архимедовой силой, направленной вверх, то по принципу равенства действия противодействия на воду будет действовать равная, но направленная вниз сила, обратная Архимедовой. Кроме того, внутри трубки на движущуюся воду действует объемная тормозящая сила, равная $T F ds$, которая направлена по оси s .

Составляя уравнение равновесия всех сил, действующих на воду внутри пор грунтовой трубки, в виде их проекции на направление оси s , в соответствии с рис. 3.22 получим

$$pF - \left(p + \frac{\partial p}{\partial s} ds\right) F + T F ds - m \gamma F ds \cdot \sin \alpha - n \gamma F ds \cdot \sin \alpha = 0,$$

откуда, учитывая, что $m + n = 1$, получим

$$T = \frac{\partial p}{\partial s} + \gamma \cdot \sin \alpha.$$

Имея в виду, что в соответствии с рис. 3.22

$$\sin \alpha = \frac{[z + (\partial z / \partial s) ds] - z}{ds} = \frac{\partial z}{\partial s},$$

выражение для тормозящей силы принимает вид

$$T = \frac{\partial p}{\partial s} + \gamma \frac{\partial z}{\partial s}, \text{ или } T = \gamma \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{p}{\gamma} + z \right).$$

Выражение в скобках, как известно, представляет собой напор H , а учитывая равенство (3.15), окончательно получаем

$$\Phi = -T = -\gamma \frac{\partial H}{\partial s}. \quad (3.16)$$

В случае постоянного градиента напора

$$\Phi = \gamma I.$$

Проектируя фильтрационную силу на направление осей x и z , получаем выражения для составляющих объемной фильтрационной силы:

$$\begin{aligned} X = \Phi_x &= -T_x = -\gamma \frac{\partial H}{\partial s} \cos(s, x) = -\gamma \frac{\partial H}{\partial x}, \\ Z = \Phi_z &= -T_z = -\gamma \frac{\partial H}{\partial s} \cos(s, z) = -\gamma \frac{\partial H}{\partial z}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Знак минус означает, что фильтрационная сила действует в направлении убывающих напоров, т. е. в сторону движения воды.

Фильтрационные напряжения в грунтах. При использовании модели линейно деформируемого тела (теории упругости) и, как след-

ствие уравнений (2.3) и (2.7), представим в них объемные силы X и Z в полученном выше виде (3.17). Кроме того, следует учитывать, что в условиях установившейся фильтрации напорная функция H удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\nabla^2 H = 0. \quad (3.18)$$

В результате определение фильтрационных напряжений в условиях плоской задачи сводится к решению системы уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \gamma \frac{dH}{dx} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \gamma \frac{dH}{dz} = 0; \\ \nabla^2 (\sigma_x + \sigma_z) = -\frac{1}{1-\nu} \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right) = -\frac{1}{1-\nu} \gamma \nabla^2 H = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

при надлежащих граничных условиях.

Граничные условия при определении напряжений только от действия фильтрационных сил сводятся к тому, что нормальные и касательные напряжения на граничных поверхностях равны нулю. Таким образом, имея распределение напоров H в грунтовом массиве, можно непосредственно, используя систему уравнений (3.19), определить σ_x , σ_z и τ_{xz} от действия фильтрационных сил.

В большинстве случаев удобен путь другой (В. А. Флорин), основанный на введении внешней фиктивной распределенной нагрузки, нормальной к граничным поверхностям и равной произведению удельного веса воды на значение напора в той же точке граничной поверхности. Тогда напряжения, возникающие от воздействия фильтрационного потока, могут быть представлены в виде

$$\sigma_x = \sigma_x^s - \gamma H; \quad \sigma_z = \sigma_z^s - \gamma H; \quad \tau_{xz} = \tau_{xz}^s, \quad (3.20)$$

где σ_x^s , σ_z^s и τ_{xz}^s — напряжения от внешней фиктивной нагрузки.

Прямой подстановкой выражений (3.20) в систему уравнений (3.19) можно легко показать, что они удовлетворяют уравнению (3.19) с учетом того, что

$$\frac{\partial \sigma_x^s}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}^s}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{zx}^s}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z^s}{\partial z} = 0; \quad \nabla^2 (\sigma_z^s + \sigma_x^s) = 0. \quad (3.21)$$

Можно сделать вывод, что выражения (3.20) являются решением поставленной задачи о фильтрационных напряжениях, вызываемых воздействием фильтрационных сил. Таким образом, решение задачи о фильтрационных напряжениях распадается на два отдельных: первой фильтрационной задачи (3.18) для определения H и второй задачи теории упругости (3.21) при загрузке основания внешними распределенными нагрузками для определения фиктивных напряжений σ_x^s , σ_z^s и σ_{xz}^s , что обычно значительно проще, чем непосредственное решение системы (3.19).

Для примера рассмотрим простейший случай фильтрации в соответствии со схемой на рис. 3.23, а. Для этой схемы напор в любой

точке основания из решения уравнения Лапласа $\nabla^2 H = 0$ (при граничных условиях $z = 0$ и $x > 0$ $H = h_2$ и $x < 0$ $H = h_1$), как известно, равен $H = h_1 + (h/\pi) \operatorname{arctg} (z/x)$, где $h = h_2 - h_1$.

При загрузке основания нагрузками $q_1 = \gamma h_1$ и $q_2 = \gamma h_2$ из известного решения теории упругости имеем

$$\sigma_x^s = \gamma h_1 + \gamma h [\operatorname{arctg} (z/x) + (xz)/(x^2 + z^2)]/\pi;$$

$$\sigma_z^s = \gamma h_1 + \gamma h [\operatorname{arctg} (z/x) - (xz)/(x^2 + z^2)]/\pi;$$

$$\tau_{xz}^s = [\gamma h z^2/(x^2 + z^2)]/\pi.$$

Подставляя полученные выражения для H , σ_z^s , σ_x^s и τ_{xz}^s в уравнения (3.20), получим значения напряжений от действия фильтрационных сил в виде

$$\sigma_x = \frac{\gamma h}{\pi} \frac{xz}{x^2 + z^2}; \quad \sigma_z = -\frac{\gamma h}{\pi} \frac{xz}{x^2 + z^2}; \quad \tau_{xz} = \frac{\gamma h}{\pi} \frac{z^2}{x^2 + z^2}.$$

Следует отметить, что определение напряжений от действия фильтрационных сил по зависимостям (3.20) может производиться не только в случае использования модели линейно деформируемой среды, но и при других расчетных моделях грунта, определяя фиктивные напряжения σ_x^s , σ_z^s и σ_{xz}^s в соответствии с принятой моделью грунта.

Фильтрационный выпор и оплывание грунта. Направление действия фильтрационных сил существенно сказывается на напряженном состоянии и деформациях грунта. Со стороны верхнего бьефа вблизи заглубленного в грунт сооружения фильтрационные силы направлены преимущественно вниз, а со стороны нижнего — вверх (рис. 3.24, а).

Рассмотрим действие нисходящего фильтрационного потока в простейшем случае постоянных по глубине градиентов напора I и однородного слоя грунта (рис. 3.24, б). При этом на каждый элемент грунта действуют сила веса, равная удельному весу взвешенного грунта $\gamma_{взв}$, и действующая в том же направлении объемная фильтрационная сила $\Phi = \gamma I$. В результате напряжения в скелете грунта определяются как

$$\sigma_z = (\gamma_{взв} + \Phi) z. \quad (3.22)$$

В общем случае переменных по глубине объемных сил напряжения определяются из интеграла

$$\sigma_z = \int_0^z \left[\gamma_{взв}(z) + \gamma \frac{\partial H}{\partial z} \right] dz. \quad (3.22')$$

Таким образом, нисходящий фильтрационный поток увеличивает сжимающие напряжения в скелете грунта и, как следствие, вызывает дополнительные деформации уплотнения слоя грунта.

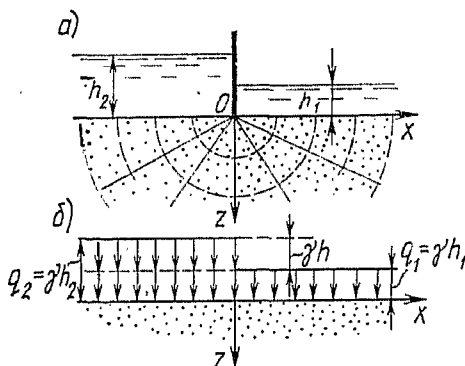


Рис. 3.23. Схемы для фильтрационного расчета (а) и определения напряжений от фиктивных нагрузок (б)

Например, глинистые сжимаемые грунты, расположенные в верхнем бьефе и основании сооружения, уплотняются и вертикальные перемещения грунта, вызванные действием фильтрационных сил, распространяясь под сооружение, приводят к наклону сооружения в сторону верхнего бьефа (рис. 3.24, а), т. е. навстречу давлению воды водохранилища.

Фильтрационные силы являются одной из основных причин существенных осадок территории, сложенных сильно сжимаемыми грунтами при откачке воды из глубоких скважин, например, с целью водо-

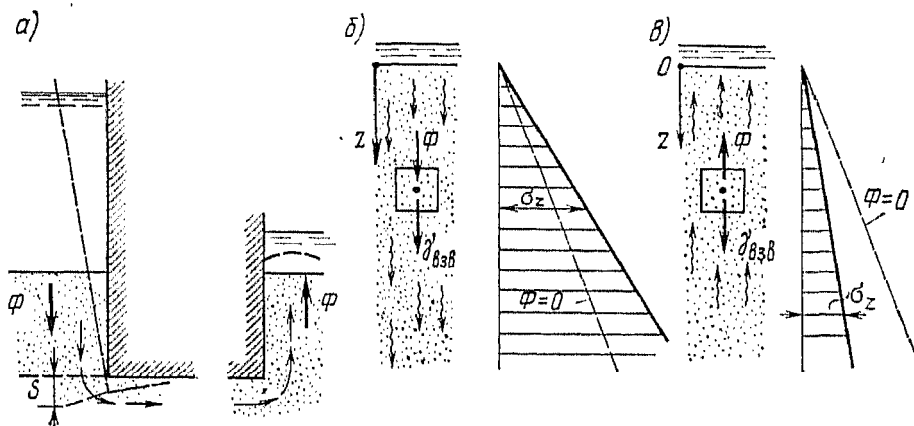


Рис. 3.24. Действие фильтрационных сил со стороны верхнего и нижнего бьефов сооружения (а) и напряжения σ_z при нисходящем (б) и восходящем (в) фильтрационных потоках

снабжения. При этом увеличение напряжений в толще грунта определяется одновременно снижением уровня грунтовых вод (см. рис. 3.2) и действием возникающего при работе насосов нисходящего фильтрационного потока (рис. 3.24, б).

Ярким примером таких деформаций является г. Мехико, заложенный еще аптеками на основании, которое можно считать самым сильно сжимаемым в мире, так как на глубину 700 м состоит из чередующихся слоев илов, монтмориллонитовых вулканических глин с влажностью местами более 3 (300%) и песков. Водоснабжение города производится путем откачки воды из скважин и поэтому некоторые части города за период между 1901 и 1930 г. осели на 1 м, а с 1930 по 1968 г. осадки увеличились еще на 6 м. В настоящее время для различных кварталов города скорость осадок поверхностей составляет от 5 до 10 см в год. Причем график роста населения и потребления воды имеет одинаковый вид с графиком роста осадок территории города. Постепенно развивающиеся осадки территории г. Венеции и его погружение в море также объясняется интенсивной откачкой воды из нижних горизонтов сжимаемой толщи грунтов.

В случае восходящего фильтрационного потока с постоянным градиентом напора I силы $\gamma_{взв}$ и Φ действуют в противоположные стороны и поэтому напряжения

$$\sigma_z = (\gamma_{взв} - \Phi) z. \quad (3.23)$$

В результате с увеличением градиента I и силы Φ напряжения в скелете грунта уменьшаются (рис. 3.24, в). При

$$\Phi = \gamma_{взв} \text{ или } I_{кр} = \gamma_{взв} / \gamma \quad (3.24)$$

происходит полное «обезвзвешивание» толщи грунта, т. е. $\sigma_z = 0$. Градиент напора (3.24) называют *критическим градиентом напора*. В случае достижения градиентом напора критического значения песчаный грунт не обладает несущей способностью, в скелете грунта отсутствуют силы трения ($\sigma_z = 0$, $\sigma_x = 0$ и $\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi = 0$). При малейшем превышении значения $I_{кр}$ начинается движение грунта вверх и происходит так называемый *фильтрационный выпор*. В случае выпора глинистого грунта должно быть также преодолено сопротивление разрыву.

Зависимость (3.24) хорошо подтверждается прямыми опытами в фильтрационных трубах по началу подъема поверхности песка при постепенном увеличении градиента восходящего фильтрационного потока. Так как для большинства грунтов $\gamma_{взв}$ немного больше или меньше 10 кН/м^3 , а $\gamma = 10 \text{ кН/м}^3$, то ориентировочно можно принимать $I_{кр} \approx 1$.

Возникновение фильтрационного выпора в нижнем бьефе гидротехнического сооружения — это самое опасное проявление действия фильтрационных сил. В истории плотностроения имеются крупные аварии и катастрофы, вызванные фильтрационным выпором грунта в нижнем бьефе сооружения. Поэтому при проектировании гидротехнических сооружений ставится условие, чтобы градиент напора на участке выхода фильтрационного потока в нижний бьеф был с существенным запасом меньше $I_{кр}$ (в СНиПе меньше 0,3).

Явления фильтрационного выпора могут наблюдаться при осушении котлованов путем обычного поверхностного водоотлива. В этом случае в результате понижения уровня воды в котловане начинается приток воды через дно котлована и при превышении значения $I_{кр}$ происходит заполнение котлована разжиженным грунтом, носящее нередко катастрофический, внезапный характер «взрыва» дна котлована.

При выходе фильтрационного потока на откос сооружения возможно возникновение явлений *фильтрационного оплывания*. При этом поверхностные частицы ниже выхода кривой депрессии на откос перемещаются вниз по откосу (рис. 3.25). Затем в движение по откосу приходят следующие ставшие поверхностными частицы и т. д. Кроме того, по поверхности откоса движется в виде отдельных струек поток профильтровавшейся воды, также смещающий частицы вдоль по откосу. Таким образом, фильтрующая часть откоса постепенно оплывает, а вышележащая неводонасыщенная часть грунта сползает. В результате откос уползает до достижения частицами грунта устойчивого состояния.

В этом достаточно сложном процессе смещений поверхностных частиц рассмотрим условие смещения — оплывания элемента (например, 1 см^3) несвязного грунта, расположенного на самой поверхности ниже выхода кривой депрессии на откос (точка А на рис. 3.25), только под действием его веса и фильтрационной силы. Раскладывая вес грунта $\gamma_{взв}$ и фильтрационную силу $\Phi = \gamma I$ на составляющие, направленные вдоль откоса и по нормали к его поверхности, условие устойчивости элемента можно, учитывая обозначения на рис. 3.25,

представить в виде $\tau > \gamma_{взв} \sin \alpha + \Phi_l$. Представляя τ в виде зависимости Кулона, условие устойчивости элемента на поверхности откоса будет

$$\operatorname{tg} \varphi \geq \frac{\gamma_{взв} \sin \alpha + \Phi_l}{\gamma_{взв} \cos \alpha - \Phi_n}. \quad (3.25)$$

Величина составляющей фильтрационной силы, направленной вдоль откоса, $\Phi_l = \gamma \Delta H / (\Delta l) = \gamma \sin \alpha = \Phi \sin \omega$, откуда составляющая

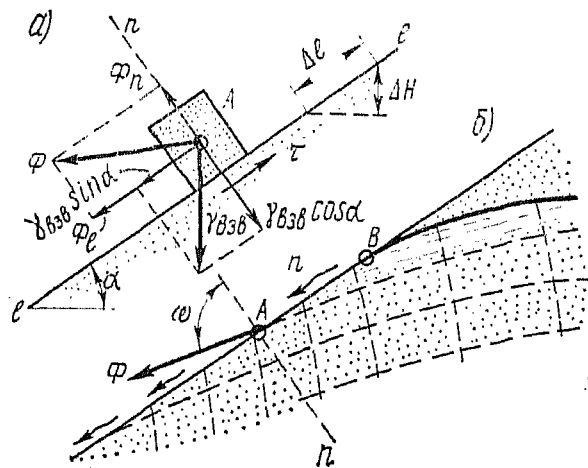


Рис. 3.25. Элемент грунта (а) на поверхности откоса (б) при действии фильтрационных сил

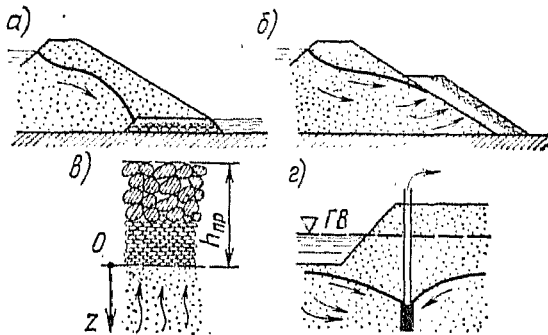


Рис. 3.26. Схемы некоторых мероприятий по предотвращению оплывания и фильтрационного выпора

$\Phi_n = \Phi \cos \omega = \gamma \sin \alpha \operatorname{tg} \omega$. Подставляя полученные составляющие в (3.25), получаем условие устойчивости фильтрующей поверхности в виде

$$\operatorname{tg} \varphi \geq \frac{(\gamma_{взв} + \gamma) \operatorname{tg} \alpha}{\gamma_{взв} - \gamma \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \omega}. \quad (3.26)$$

В частном случае для точки высачивания (точки В на рис. 3.25) $\omega = 90^\circ$, т. е. касательная к линии тока направлена вдоль откоса, а учитывая, что $\gamma_{взв} \approx \gamma \approx 10 \text{ кН/м}^3$, из (3.26) получим условие предельного равновесия элемента

$$\operatorname{tg} \alpha \approx 0,5 \operatorname{tg} \varphi, \text{ т. е. } \alpha \approx 0,5 \varphi. \quad (3.27)$$

При горизонтальном направлении фильтрационной силы $\omega = 90 - \alpha$ и в условиях $\gamma \approx \gamma_{взв}$ получим также $\alpha = 0,5 \varphi$. На участке подводной части откоса, т. е. когда граница откоса является линией равных напоров, а линии тока перпендикулярны поверхности откоса ($\omega = 0$), условие (3.25) при $\Phi_l = 0$ и $\Phi_n = \Phi$ приобретает вид

$$\operatorname{tg} \varphi \geq \frac{\gamma_{взв}}{\gamma_{взв} - \gamma / \cos \alpha} \operatorname{tg} \alpha. \quad (3.28)$$

Наиболее опасным случаем возможного фильтрационного выпора и оплывания является быстрое снижение горизонта воды, при котором кривая депрессии не успевает сформироваться и откос в пределах

всей глубины снижения уровня оказывается насыщенным водой. Этот случай детально рассмотрен Р. Р. Чугаевым [41].

Как следует из зависимостей (3.26), (3.28), в качестве мероприятия по борьбе с явлениями оплывания может применяться уположение откосов. Однако, как правило, проектирование земляных плотин ведется исходя из условия недопущения выклинивания кривой депрессии на свободный незащищенный откос. Заглубление кривой депрессии осуществляется различного рода дренажами в теле сооружения (рис. 3.26, а) или дренирующей пригрузкой области возможного выхода фильтрационного потока на откос (рис. 3.26, б).

Невозможность фильтрационного выпора грунта со стороны низовой грани бетонных плотин обеспечивается в основном снижением выходных градиентов напора, удлинняя путь фильтрации воды различными способами, или путем устройства дренирующих пригрузок, обязательно в виде обратного фильтра (рис. 3.26, в). При наличии дренирующей пригрузки напряжение в скелете грунта с восходящим фильтрационным потоком определяется как $\sigma_z = (\gamma_{взв} - \gamma_l)z + \gamma_{взв. пр} h_{пр}$, где $\gamma_{взв. пр}$ и $h_{пр}$ — средний удельный вес взвешенного грунта пригрузки и толщина слоя дренирующей пригрузки (рис. 3.26, в). Фильтрационный выпор при осушении котлованов можно предотвратить, переходя на глубинное водопонижение, откачкой воды из скважин (рис. 3.26, г).

3.4 ВЛИЯНИЕ РАЗВИТИЯ ОБЛАСТЕЙ ПРЕДЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Приближенный способ определения очертаний областей предельного состояния. Существенно важным для выбора расчетной модели и методов расчета является оценка развития областей предельного равновесия грунта. Для этого необходимо определять очертания областей предельного состояния.

Условием предельного состояния, как и ранее, принимаем зависимость Кулона $\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c$ или, что то же самое, $\theta_{\max} = \varphi$.

В результате задача определения контуров областей предельного напряженного состояния сводится к отысканию в различных точках среды величины $\theta_{\max}$ и ее сопоставления с φ . Как было показано в § 2.3, величина

$$\sin \theta_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2 + 2\sigma_c} = \frac{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}}{\sigma_x + \sigma_z + 2\sigma_c}, \quad (3.29)$$

где σ_x , σ_z , τ_{xz} — суммарные напряжения в грунте от всех действующих внешних нагрузок и объемных сил.

Для этой цели можно применять разбивку грунтового массива сеткой, в узлах которой определяют $\theta_{\max}$, и по полученным значениям обычной интерполяцией проводят контур в области предельного состояния, на котором $\theta_{\max} = \varphi$.

Для примера рассмотрим случай нагрузки от заглубленного сооружения, показанный на рис. 3.27, а. При составлении расчетной схемы внешней нагрузки примем за поверхность полупространства уровень подошвы фундамент $a-a$. Вышележащую часть грунта и сооружение заменим нагрузками q и $\gamma_{\text{гр}} h$ (рис. 3.27, б). Принимая такую схему нагрузки, пренебрегаем касательными силами взаимодействия грунта с боковыми гранями фундамента, т. е. считаем $\tau = 0$ (рис. 3.27, а). Конечно, это допустимо только при малой по сравнению с шириной глубиной заложения подошвы фундамента. Без каких-либо допущений схему на рис. 3.27, б удобно заменить схемой на рис. 3.27, в, т. е. распространить боковую пригрузку $\gamma_{\text{гр}} h$ на всю поверхность основания и приложить равномерно распределенную полосовую нагрузку $q' = q - \gamma_{\text{гр}} h$.

Зону основания, в которой предполагается развитие области предельного равновесия, заменяем сеткой с узлами, расстояние между которыми Δx и Δz (рис. 3.27, в).

Для выбранной схемы последовательно в узлах сетки определяем напряжения:

- 1) от собственного веса грунта $\gamma_{\text{гр}}$ как $\sigma_z = \gamma_{\text{гр}} z$, $\sigma_x = \xi \gamma_{\text{гр}} z$ и $\tau_{xz} = 0$;
- 2) от равномерно распределенной по всей поверхности нагрузки $\gamma_{\text{гр}} h$ как $\sigma_z = \gamma_{\text{гр}} h$, а учитывая невозможность бокового расширения, $\sigma_x = \xi \gamma_{\text{гр}} h$ и $\tau_{xz} = 0$;

- 3) от равномерно распределенной полосовой нагрузки $q' = q - \gamma_{\text{гр}} h$ $\sigma_z(q')$, $\sigma_x(q')$, $\tau_x(q')$, используя решения теории упругости в виде формул типа (3.6) или вспомогательные таблицы (см. табл. 3.1). В результате суммарные напряжения будут $\sigma_z = \sigma_z(q') + \gamma_{\text{гр}} h + \gamma_{\text{гр}} z$; $\sigma_x = \sigma_x(q') + \xi \gamma_{\text{гр}} h + \xi \gamma_{\text{гр}} z$; $\tau_{xz} = \tau_{xz}(q')$.

Затем для каждого узла по зависимости (3.29) подсчитывают θ_{max} или $\sin \theta_{\text{max}}$. Посредством линейной интерполяции находим точки, в которых эти величины равны заданному значению φ или $\sin \varphi$. Соединяя найденные точки плавной линией, получаем очертание кривой, ограничивающей область предельного напряженного состояния грунта ($\theta_{\text{max}} = \varphi$ на рис. 3.27, в).

Как можно заметить из рис. 3.27, внутри контура области предельного равновесия получается $\theta_{\text{max}} > \varphi$, т. е. переходя к зависимости Кулона, формально $\tau > \tau_{\text{пр}} = \sigma \text{tg} \varphi + c$, что, естественно, быть не может. Эта существенная погрешность возникает в результате применения для определения напряжений от нагрузки q' модели линейно деформируемой среды, которая в своей основе предполагает отсутствие в любой точке среды предельного напряженного состояния. Таким образом, при использовании для определения напряжений решений теории упругости этот метод отыскания контуров областей предельного напряженного состояния является сугубо приближенным. Причем погрешность тем больше, чем значительнее по своим размерам области предельного состояния. В случае значительных областей пластических деформаций погрешность велика и следует переходить к более сложным решениям смешанной задачи.

При возрастании нагрузки области предельного состояния в первую очередь возникают в краевых точках сооружения и постепенно

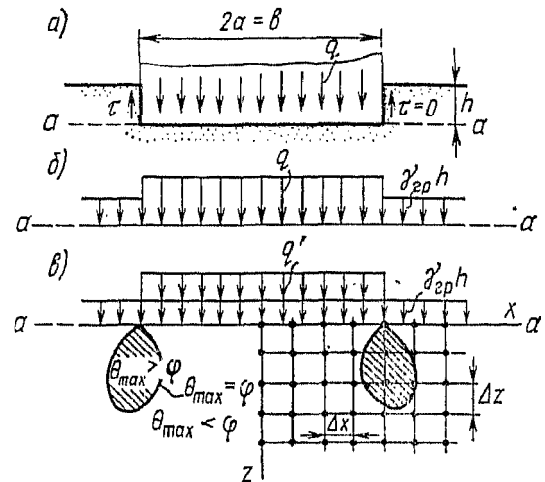


Рис. 3.27. Схема сооружения (а), расчетная схема нагрузок и сетка для определения контуров области предельного равновесия (б, в)

увеличиваются. Характерно, что когда сооружение возводится на поверхности несвязного грунта ($h = 0$), области предельного состояния получаются открытыми (рис. 3.28, б), а для заглубленного сооружения или связного грунта закрытыми (рис. 3.28, а).

На очертания кривых, ограничивающих области предельного состояния, большое влияние оказывает не только величина приложенной нагрузки, но и соотношение напряжений σ_x и σ_z от собственного

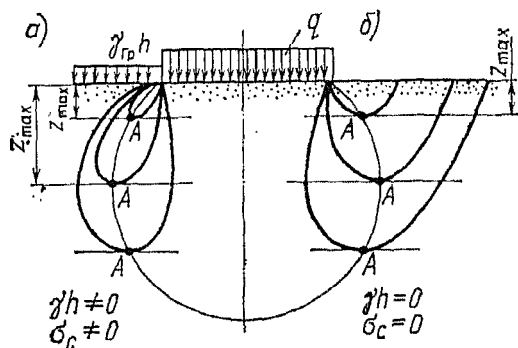


Рис. 3.28. Развитие областей предельного равновесия при возрастании нагрузки q в несвязном, связном грунте и при $h = 0$

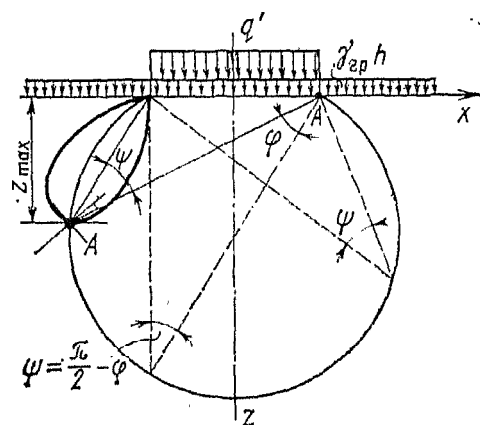


Рис. 3.29. Схема к выводу формулы Герсеванова — Пузыревского

веса грунта и пригрузки $\gamma_{гр}h$. Чем меньше величина ξ , тем интенсивнее развиваются области предельного состояния.

Определение условий возникновения областей предельного напряженного состояния. Для получения количественной оценки условий возникновения областей предельного напряженного состояния рассмотрим случай равномерно полосовой нагрузки q на основание заглубленного в грунт сооружения, т. е. расчетную схему, приведенную на рис. 3.27, в. Нагрузку, при которой на краях сооружения возникает предельное состояние, будем называть *критической краевой нагрузкой* $q_{кр}$. При нагрузке $q > q_{кр}$ образуется область предельного напряженного состояния, распространяющаяся на глубину z_{max} (рис. 3.29). Рассматриваемая задача сводится к нахождению связи интенсивности нагрузки q с координатой z_{max} .

Для удобства решения вместо декартовой системы координат (x, z) будем использовать систему, в которой координаты любой точки основания (ψ, z) , где ψ — угол видимости.

Тогда главные напряжения, возникающие от нагрузки q' , используя решение теории упругости, полученное Митчелом, определяются по зависимостям (3.7)

$$\sigma_1 = q'(\psi \pm \sin \psi)/\pi.$$

Напряжения от собственного веса грунта $\gamma_{гр}$ и равномерно распределенной нагрузки $\gamma_{гр}h$, как и в предыдущем параграфе, будут $\sigma_z = \gamma_{гр}z + \gamma_{гр}h$, $\sigma_x = \xi\gamma_{гр}z + \xi\gamma_{гр}h$. Напряжения σ_1 от q' действуют

по биссектрисе угла видимости и поэтому кроме осевой линии не совпадают с площадками действия напряжений σ_z . Принимаем допущение, что $\xi = 1$. Для определения критической краевой нагрузки это упрощение не вносит больших погрешностей. В этом случае напряжения от собственного веса и нагрузки $\gamma_{гр}h$ по всем площадкам будут одинаковы.

В результате принятия $\xi = 1$ суммарные напряжения в основании по главным площадкам будут:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= (q'/\pi)(\psi + \sin \psi) + \gamma_{гр}z + \gamma_{гр}h; \\ \sigma_3 &= (q'/\pi)(\psi - \sin \psi) + \gamma_{гр}z + \gamma_{гр}h,\end{aligned}\quad (3.30)$$

а в соответствии с выражением (3.29) величина наибольшего угла отклонения равна

$$\sin \theta_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + 2\sigma_c} = \frac{(q'/\pi) \sin \psi}{q'\psi/\pi + \gamma_{гр}z + \gamma_{гр}h + \sigma_c}. \quad (3.31)$$

В точках, лежащих вне области предельного состояния $\theta_{\max} < \varphi$, по мере приближения к ограничивающей кривой угол $\theta_{\max}$ приближается к φ , а на самой кривой равен φ . Поэтому все точки ограничивающей кривой должны удовлетворять уравнению

$$\sin \varphi = \frac{(q'/\pi) \sin \psi}{q'\psi/\pi + \gamma_{гр}z + \gamma_{гр}h + \sigma_c}. \quad (3.32)$$

Таким образом, выражение (3.32) является *уравнением кривой, ограничивающей область предельного состояния грунта*. В наиболее заглубленной точке A (см. рис. 3.29) этой кривой $z = z_{\max}$.

При движении по горизонтальной прямой $z = z_{\max}$ величина $\theta_{\max}$ изменяется вследствие изменения угла видимости ψ . В точке касания A она достигает максимума, так как в этой точке, принадлежащей границе области предельного состояния $\theta_{\max} = \varphi$, а в сколь угодно близких к ней точках справа и слева величина $\theta_{\max} < \varphi$. Таким образом, при движении по линии $z = z_{\max}$ и изменении ψ в точке A имеем $\max \theta_{\max}$, что соответствует условию: производная от $\sin \theta_{\max}$ по ψ при $z = z_{\max}$ должна быть равна нулю и из (3.31) получаем

$$\begin{aligned}(\sin \theta_{\max})' &= \\ &= \frac{(q'/\pi) \cos \psi (q'\psi/\pi + \gamma_{гр}z_{\max} + \gamma_{гр}h) - (q'/\pi) (q'/\pi) \sin \psi}{(q'\psi/\pi + \gamma_{гр}z_{\max} + \gamma_{гр}h)^2} = 0\end{aligned}\quad (3.33)$$

или

$$\cos \psi = \frac{(q'/\pi) \sin \psi}{q'\psi/\pi + \gamma_{гр}z_{\max} + \gamma_{гр}h + \sigma_c}. \quad (3.34)$$

Сопоставляя условия (3.32) и (3.34), получаем $\cos \psi = \sin \varphi$, откуда в точке A $\psi = \pi/2 - \varphi$.

Таким образом, имеем для точки A две координаты $z_{\max}$ и $\psi = \pi/2 - \varphi$. Подставляя их в уравнение (3.32) контура области пре-

дельного состояния и учитывая, что $\sin \psi = \cos \varphi$, получаем

$$q' = \pi \frac{\gamma_{\text{гр}} h + \gamma_{\text{гр}} z_{\text{max}} + \sigma_c}{\text{ctg } \varphi - \pi/2 + \varphi},$$

или, учитывая, что $q' = q - \gamma_{\text{гр}} h$, в виде

$$q = \pi \frac{\gamma_{\text{гр}} h + \gamma_{\text{гр}} z_{\text{max}} + \sigma_c}{\text{ctg } \varphi - \pi/2 + \varphi} + \gamma_{\text{гр}} h, \quad (3.35)$$

где напомним $\sigma_c = c/\text{tg } \varphi$.

В результате получена искомая зависимость между интенсивностью внешней нагрузки и глубиной распространения области предельного напряженного состояния.

При развитии областей предельного состояния в глубь основания все точки A (см. рис. 3.29) контуров областей с углом видимости $\psi = \pi/2 - \varphi$ расположены на одной окружности, соответствующей этому углу видимости.

Если в зависимости (3.35) принять $z_{\text{max}} = 0$, то получим формулу Пузыревского — Герсеванова для *критической краевой нагрузки*

$$q_{\text{кр}} = \pi (\gamma_{\text{гр}} h + \sigma_c) / (\text{ctg } \varphi - \pi/2 + \varphi) + \gamma_{\text{гр}} h. \quad (3.36)$$

В этом случае предельное состояние возникает только в точках под краями фундамента. При нагрузке от сооружения $q < q_{\text{кр}}$ в основании нет областей предельного состояния.

Следует еще раз обратить внимание на то, что принятое в основу зависимости (3.35) распределение напряжений от нагрузки q' получено, используя решения теории упругости для полосовой нагрузки. Поэтому чем больше размеры области предельного напряженного состояния n , следовательно, больше глубина области z_{max} , тем меньше точность и достоверность расчетов по зависимости (3.35). Зависимость же (3.36) для определения критической краевой нагрузки, учитывая, что предельная область при ней превращается в точку, не находится в противоречии с принятой для ее получения моделью линейно деформируемого тела. Кроме того, важно отметить, что и в случае, если нагрузка на основание неравномерная, величина критической краевой нагрузки $q_{\text{кр}}$ остается той же самой, как и для случая равномерно распределенной нагрузки.

Зависимость (3.35) положена в основу современных норм проектирования фундаментов промышленных и гражданских сооружений. При этом допускается развитие области предельного напряженного состояния на глубину $z_{\text{max}} = b/4$, где b — ширина фундамента. В этом случае зависимость (3.35) приобретает вид

$$q_{1/4} = \pi \frac{\gamma_{\text{гр}} h + 0,25b + c/\text{tg } \varphi}{\text{ctg } \varphi - \pi/2 + \varphi} + \gamma_{\text{гр}} h. \quad (3.37)$$

Используя расчлененные коэффициенты запаса в виде коэффициентов условий работы основания m_1 и сооружения m_2 и коэффициента надежности $k_{\text{н}}$, в СНиП 2.02.01—83 вводится величина *расчетного сопротивления (расчетного давления)*, равного

$$R = \frac{m_1 m_2}{k_{\text{н}}} q_{1/4}. \quad (3.38)$$

В СНиПе зависимость (3.38) записана в несколько ином виде:

$$R = \frac{m_1 m_2}{k_H} (M_\gamma b \gamma_{\text{гр}} + M_q h \gamma_{\text{гр}} + M_c c), \quad (3.39)$$

где, как следует из (3.37), $M_\gamma = 0,25\beta$; $M_q = 1 + \beta$; $M_c = \beta \operatorname{ctg} \varphi$, а величина $\beta = \pi'(\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \pi/2)$. В результате при проектировании сооружений в нормах ставится условие

$$\sigma \leq R, \quad (3.40)$$

где σ — среднее напряжение по подошве фундамента.

Условие (3.40) может производить неправильное впечатление величины, подобной ранее применявшимся в проектной практике допускаемым давлениям, и иногда возникают опасения, что при σ , несколько большем R ; может нарушиться устойчивость основания. На самом деле условие (3.40) является только ограничением применимости для достоверного расчета осадок сооружений модели линейно деформируемой среды, которая положена в основу этих методов расчета. Иными словами, при σ , несколько больших R , нормы не гарантируют правильность определения осадки сооружения, исходя из формул теории упругости и не более того. Принятая (3.38) величина границы соблюдения линейности $z_{\max} = 0,25b$ никак не обоснована, особенно для песчаных грунтов*. В СНиПе она несколько корректируется увеличением для несвязных грунтов коэффициента m_1 (до 1,4).

В значительной мере введение величины R вызвано недостаточным развитием и внедрением в практику проектирования решений смешанной или нелинейных задач механики грунтов. В будущем необходимость в применении любых величин R отпадет.

Тем не менее зависимость (3.35), несмотря на свою приближенность, отражает все основные факторы, определяющие развитие областей предельного напряженного состояния в основаниях сооружений. Поэтому из ее анализа можно производить оценку мероприятий по уменьшению областей предельного напряженного состояния (областей пластических деформаций) в основаниях сооружений.

В случае получения больших областей пластических деформаций (рис. 3.30, а) для их уменьшения, как следует из (3.35), можно снижать нагрузки на основание (рис. 3.30, б), увеличивать глубину заложения фундамента (рис. 3.30, в), производить замену «слабого» грунта

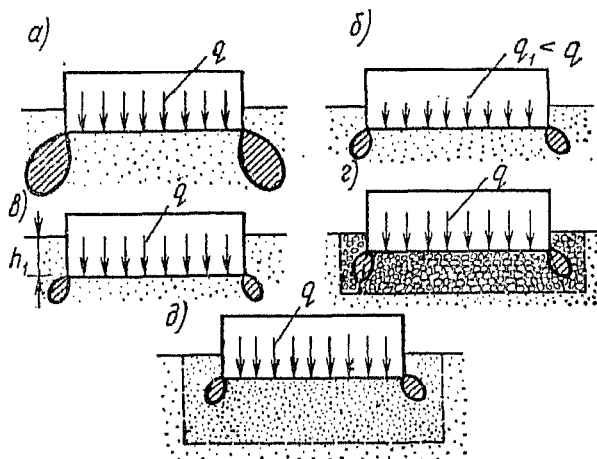


Рис. 3.30. Схемы возможных мероприятий, уменьшающих области пластических деформаций

* О роли величины R в оценке осадок сооружений см. § 5.6.

основания на грунт с большим ϕ (рис. 3.30, ε), уплотнять или закреплять грунт основания (рис. 3.30, ∂), тем самым повышая его прочностные характеристики ϕ и c .

Увеличение ширины подошвы фундамента одновременно не только снижает нагрузку на основание, но, что особенно существенно, уменьшает долю областей предельного состояния в общем объеме основания. Последнее можно продемонстрировать на примере узкого и широкого фундаментов (рис. 3.31), нагруженных одинаковыми удельными нагрузками q_1 . Размеры областей пластических деформаций

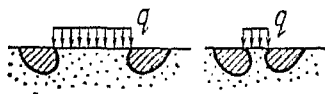


Рис. 3.31. Влияние ширины фундамента на развитие областей предельного состояния

у них близки, но если в случае узкого фундамента они уже начинают сливаться, то в случае широкого их роль незначительна и основная часть массива грунта далека от предельного состояния. Этим, в частности, определяется недостоверность оценки деформационных расчетных характеристик грунтов для проектирования широких сооружений путем их испытаний штампами малого

размера и использования решений теории упругости.

Об определении напряжений на основе смешанной и нелинейных задач. Постановка и решение смешанной задачи, основанной на использовании модели, учитывающей в основании линейно деформируемую среду и области предельного напряженного состояния, рассматривались В. А. Флориным, М. И. Горбуновым-Посадовым, А. К. Бугровым, Ю. Н. Мурзенко, А. Б. Фадеевым, и др.

В случае смешанной задачи решалась система уравнений равновесия (2.3) для всей рассматриваемой грунтовой среды, уравнения совместности деформации (2.7) для линейно деформируемой части грунтовой среды и уравнения предельного равновесия (2.10) для зоны пластических деформаций. Кроме того, для пластической зоны добавляются уравнения деформации, а на их границе выполняются соответствующие граничные условия. Решение задач в такой постановке стало возможным только с применением ЭВМ и эффективного численного метода конечных элементов (МКЭ). В чисто нелинейной постановке используются полученные из экспериментов нелинейные связи, характеризующие напряженно-деформированное состояние элемента грунта.

В этой основной части курса не представляется возможным остановиться на постановке и тем более методах решения нелинейных задач. Несколько подробнее это будет изложено в гл. 10. Здесь же представляется необходимым остановиться только на некоторых примерах числового расчета. Так, в случае жесткого штампа на песчаном основании (рис. 3.32, А. К. Бугров) решение упругопластической задачи приводит к существенной концентрации напряжений по сравнению с решением теории упругости и удовлетворительному приближению к данным экспериментальных исследований. С увеличением нагрузки на штамп и, как следствие, развитием областей пластических деформаций концентрация напряжений под штампом возрастает, а с увеличением расстояния от штампа они все мень-

ше рассеиваются в стороны по сравнению с линейным решением.

Аналогичный характер эпюр напряжений получен М. В. Малышевым (рис. 3.33) в случае нелинейного решения для равномерно распределенной полосовой нагрузки. Нелинейность создает большую концентрацию напряжений непосредственно под нагрузкой.

Приближенный метод определения напряжений от внешних нагрузок в условиях неприменимости решений теории упругости. В случае, когда области предельного напряженного состояния достаточно велики и необходимо хотя бы приблизительно оценить напряженное состояние среды, можно воспользоваться способом, применявшимся строителями канала Волга—Москва (несколько измененный способ А. Шейдига).

В случае равномерно распределенной полосовой нагрузки q (рис. 3.34, а) предполагается, что нормальные напряжения σ_z образуются только в области между двумя прямыми AA' и BB' , проведенными из краевых точек A и B полосы загрузки под углами α . За пределами этой области напряжения σ_z от нагрузки q считаются равными нулю. Кроме того, из краевых точек A и B проводятся прямые, параллельные AA' и BB' , до их пересечения внутри области напряженного состояния в точке C . По любой горизонтали выше точки C эпюра напряжений σ_z принимается в виде двух треугольников и прямоугольника между точками ab (рис. 3.34). Из условия равновесия площади эпюры внешней нагрузки и эпюры напряжений должны быть равны $F = F_1$, т. е. $qb = 2(0,5 \cdot 2 q_1 z \operatorname{tg} \alpha) + (b - 2z \operatorname{tg} \alpha)q_1$, откуда $q_1 = q$. Ниже точки C эпюра напряжений принимается треугольной с вершиной на оси нагрузки. Из условия равновесия $F = F_2$, т. е. $qb = 0,5 q_2(b + 2z \operatorname{tg} \alpha)$ или $q_2 = bq/(0,5b + z \operatorname{tg} \alpha)$.

При трапецидальной форме внешней нагрузки все построения сохраняются (рис. 3.34, б), но выше точки пересечения C на участке ab эпюра напряжений принимается также трапецидальной, ниже точки C принимается треугольной, но несимметричной. Ординаты q_1' и q_1'' , а также ордината q_2 и ее расположение легко определяются из условия равновесия ($F = F_1 = F_2$) и условия, что центры тяжести

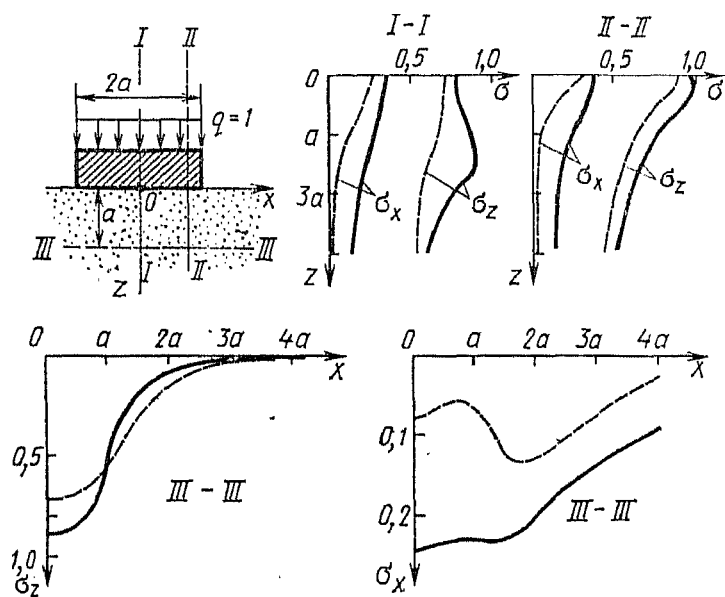


Рис. 3.32. Распределение напряжений в песчаном основании при нагрузке, передаваемой через жесткий штамп:

— — — — — напряжения, полученные на основе решения смешанной задачи; — — — — — модель линейно деформируемой среды (МКЭ)

всех эпюр (D , D_1 , D_2) находятся на одной вертикали. Также легко можно показать, что при этом вершина треугольника напряжений сдвинута на расстояние $3e$ от оси полосы. Аналогичным путем можно определить напряжения в случае пространственной задачи.

Величина угла α может приниматься от 60 до 30° , большие величины для прочных грунтов и меньшие для слабых, например илов, глин высокой влажности и др. Чем меньше величина α , тем больше

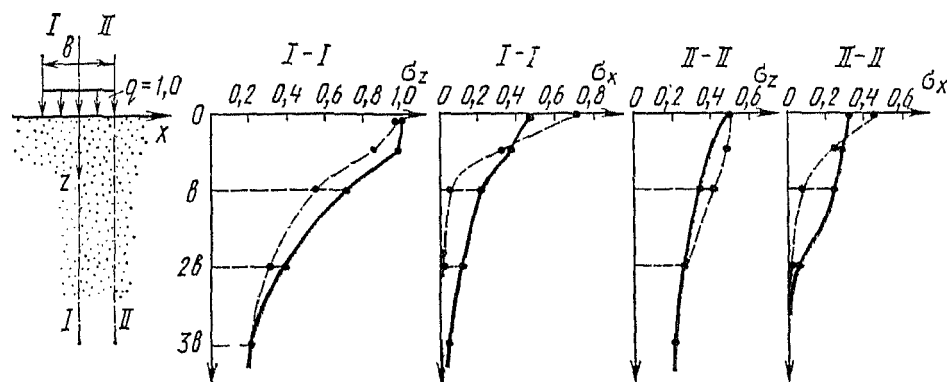


Рис. 3.33. Эпюры напряжений для нелинейно (—) и линейно деформируемой среды (---)

концентрация напряжений к оси нагрузки. В результате этот способ приводит в областях основания, близких к месту приложения нагрузки, к большим напряжениям по сравнению с решениями теории упругости. Для примера на рис. 3.34, а пунктиром показаны эпюры напряжений σ_z по решению теории упругости. Уменьшая угол α , можно приблизить напряжения к получаемым в результате сравнительно сложных решений смешанной задачи.

Таким образом, при достаточно развитых областях предельного напряженного состояния и невозможности получения обоснованных решений, например, смешанной или нелинейных задач применение сугубо приближенного и грубого способа строителей канала Волга—Москва будет давать более близкий к натурным данным результат,

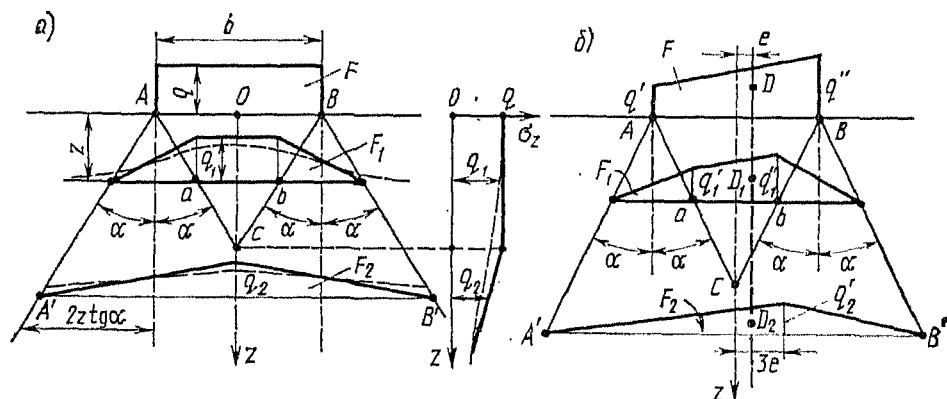
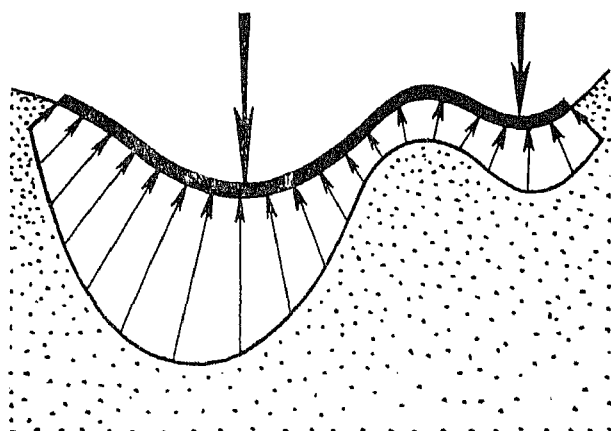


Рис. 3.34. Напряжения σ_z от действия полосовой равномерно распределенной (а) и трапецидальной (б) нагрузок

чем применение строгих решений на основе модели, не соответствующей данным условиям работы грунта, например модели теории упругости. Следует еще раз подчеркнуть важность вопроса о правильном и обоснованном выборе расчетной модели грунта в каждом конкретном случае возведения и работы сооружения. Так называемая «точность» решения определяется именно этим, а никак не точностью математического решения задачи. Сугубо приближенное, простое решение может быть значительно более точным, чем строгое и математически сложное, но не соответствующее природе явлений.



ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ПО ПОДОШВЕ СООРУЖЕНИЯ

Внешние силы, приложенные к сооружению, и его собственный вес передаются через контактную поверхность подошвы сооружения на основание. Возникающие при этом по подошве сооружения (рис. 4.1, а) нормальные $\varphi(x)$ и касательные напряжения представляют собой силы взаимодействия сооружения и основания. Поэтому их можно рассматривать как внешнюю нагрузку на основание (рис. 4.1, б) или как реактивные силы, уравновешенные внешними силами, приложенными к сооружению и действуя совместно вызывающими в сооружении внутренние усилия. Рассматривая силы взаимодействия как внешние нагрузки на основание (рис. 4.1, б), определяют осадки и горизонтальные смещения сооружений. Во втором случае оценивают прочность самого сооружения, необходимую степень и характер армирования железобетонных фундаментных частей сооружения и т. п. В зависимости от соотношения деформируемости основания и сооружения могут рассматриваться три случая:

1. Деформируемость основания соизмерима с деформируемостью сооружения, которое можно назвать сооружением *конечной жесткости*. В этом случае возникают деформации сооружения и соответствующие им смещения основания.

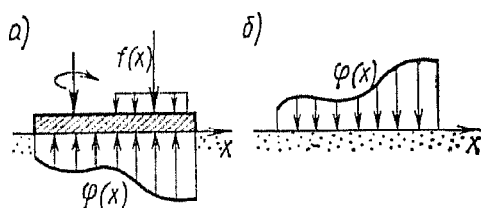


Рис. 4.1. Схема внешних нагрузок и реакции $\varphi(x)$ по подошве сооружения

2. Деформируемость сооружения настолько мала по сравнению с деформируемостью основания, что при определении реакции его можно считать *абсолютно жестким*, недеформируемым.

3. Деформируемость сооружения, наоборот, очень велика и его можно считать *абсолютно гибким*, не оказывающим влияния на деформации основания.

Методы определения реакции основания развивались в основном с использованием двух крайне различных моделей *в способе коэффициента постели и в способе линейно деформируемого основания (теории упругости)*.

Модель коэффициента постели предложена еще в 1801 г. русским академиком И. И. Фуссом, за рубежом в 1867 г. Е. Винклером, использована Х. Цимерманом (1888), а в дальнейшем детально разработана С. П. Тимошенко, К. Хаяси, Н. П. Пузыревским, А. Н. Крыловым, П. Л. Пастернаком и др.

Модель линейно деформируемого основания для определения реакции по подошве сооружения получила свое развитие начиная с 1935 г. благодаря работам Н. М. Герсевича, и Л. М. Мачерета, В. А. Флорина, М. И. Горбунова-Посадова, Б. Н. Жемочкина, А. П. Сеницына, П. И. Клубина, И. А. Симвулиди, И. К. Самарина и др. В последние годы получили также развитие решения на основе более сложных или комбинированных моделей, предложенных П. Л. Пастернаком, М. М. Филоненко-Бородичем, Б. Г. Корневым, Г. К. Клейном, И. И. Черкасовым и др. Динамические задачи решались Д. Д. Барканом, О. А. Савиновым, В. А. Ильичевым, В. М. Сеймовым и др.

4.1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ПО ПОДОШВЕ СООРУЖЕНИЙ КОНЕЧНОЙ ЖЕСТКОСТИ

Изгибаемые фундаментные части сооружений широко применяют в гидротехнике, промышленном и гражданском строительстве (рис. 4.2).

Рассмотрим случай плоской задачи (рис. 4.3), т. е. вырезанный участок — полосу шириной b или $b = 1$, полагая, что деформации в направлении оси y равны нулю.

В основу большинства решений принимают два существенных допущения:

1. При деформации основания и сооружения (полосы) нет отрыва полосы от основания, т. е. не образуется щели между полосой и основанием. Тогда по всей длине полосы

$$W_{\pi}(x) = W_0(x) = W(x), \quad (4.1)$$

где $W_{\pi}(x)$ — прогиб полосы; $W_0(x)$ — осадка (прогиб) основания.

2. Допустима гипотеза плоских сечений, т. е. высота сечения полосы h настолько мала по сравнению с ее длиной $2a$ (рис. 4.3), что при изгибе полосы ее сечения везде остаются плоскими.

Тогда, как известно, уравнение оси изогнутой полосы можно представить с учетом (4.1) как $DW''(x) = M(x)$, либо, учитывая, что

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = q(x) = f(x) - \varphi(x),$$

в виде

$$DW^{IV}(x) = f(x) - \varphi(x), \quad (4.2)$$

где D — цилиндрическая жесткость; $f(x)$ — интенсивность внешней заданной нагрузки; $\varphi(x)$ — интенсивность реакции основания, все на единицу длины.

Напомним, что $D = E_{\Pi} J_{\Pi} / (1 - \nu_{\Pi}^2)$, где E_{Π} — модуль упругости материала полосы, J_{Π} — момент инерции поперечного сечения полосы; ν_{Π} — коэффициент Пуассона.

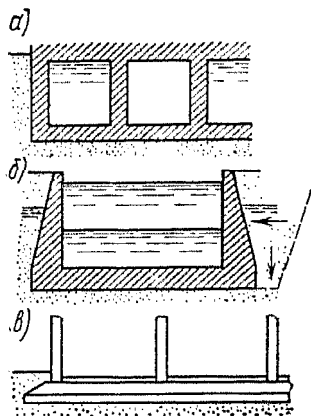


Рис. 4.2. Схема фундаментных частей некоторых сооружений, для которых напряжения по подошве определяются с учетом изгиба:

а — днища отсасывающих труб здания ГЭС; б — днище камеры шлюза; в — изгибаемая фундаментная плита или балка

Как можно заметить, неизвестными величинами в уравнении (4.2) являются две $W(x)$ и $\varphi(x)$, т. е. прогиб и реакция по подошве полосы. Таким образом, уравнение (4.2), в котором учтено условие (4.1), недостаточно для решения задачи. Необходимое введение *дополнительных физических представлений*, которые в зависимости от их характера и приводят к рассмотренным ниже двум принципиально противоположным способам.

Способ коэффициента постели. Для получения недостающей зависимости принимается существенное допущение: осадка $W(x)$ прямо пропорционально величине приложенной силы или, точнее, интенсивности нагрузки $\varphi(x)$ в этой точке. Иными словами, осадка происходит только в месте приложения силы, а в соседних сколь угодно близко отстоящих точках поверхности основания равна нулю (рис. 4.4, а). Иногда такое основание представляют механической моделью в виде отдельных пружин (рис. 4.4, б).

Это допущение может быть записано в виде

$$\varphi(x) = bkW(x), \quad (4.3)$$

где b — ширина полосы; k — коэффициент пропорциональности, называемый *коэффициентом постели*.

Если принять $b = 1$ и прогиб $W(x) = 1$, то $\varphi(x) = k$, т. е. коэффициент постели численно равен напряжению, которое следует приложить к основанию, чтобы получить осадку, равную единице. Из выражения (4.3) коэффициент постели имеет размерность МПа/см.

Совместно решая систему уравнений (4.2) и (4.3), получим уравнение изогнутой оси полосы на основании, соответствующем модели коэффициента постели в виде

$$DW^{IV}(x) + bkW(x) = f(x) \text{ или } W^{IV}(x) + 4\alpha^4 W(x) = F(x), \quad (4.4)$$

где
$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{kb}{4D}} \text{ и } F(x) = \frac{1}{D} f(x).$$

Величина α имеет размерность 1/см или 1/м. Ширина полосы b обычно принимается равной 1.

Таким образом, решение задачи сводится к отысканию решения линейного неоднородного дифференциального уравнения четвертого порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющего соответствующим каждому частному случаю заданным граничным условиям.

Вместо неоднородного уравнения (4.4) следует использовать решение однородного уравнения [без свободного члена $F(x)$]:

$$W^{IV}(x) + 4\alpha^4 W(x) = 0. \quad (4.5)$$

Это уравнение отвечает случаю $f(x)=0$, т. е. всем участкам, где отсутствует нагрузка, в том числе и на бесконечно малых расстояниях от места ее приложения.

Напомним путь нахождения общего интеграла уравнения (4.5). Будем искать решение в виде

$$W = Ae^{\beta x}, \quad (4.6)$$

тогда, подставляя (4.6) в (4.5), получим $Ae^{\beta x}(\beta^4 + 4\alpha^4) = 0$. В этом уравнении $Ae^{\beta x} \neq 0$, так как является решением (4.6), поэтому получим характеристическое уравнение $\alpha^4 + 4\alpha^4 = 0$, четыре корня которого равны $\beta_1 = (1+i)\alpha$; $\beta_2 = (1-i)\alpha$; $\beta_3 = -(1+i)\alpha$; $\beta_4 = -(1-i)\alpha$. Отсюда, подставляя их в (4.6), имеем четыре частных решения, а складывая их, получим общий интеграл уравнения (4.5) в виде

$$W(x) = A_1 e^{(1+i)\alpha x} + A_2 e^{(1-i)\alpha x} + A_3 e^{-(1+i)\alpha x} + A_4 e^{-(1-i)\alpha x}.$$

Так как уравнение (4.5) линейное, то сумма или разность частных решений есть также частное решение. Поэтому сложим первое со вторым, разделим на 2 и получим

$$\frac{e^{(1+i)\alpha x} + e^{(1-i)\alpha x}}{2} = e^{\alpha x} \frac{e^{i\alpha x} + e^{-i\alpha x}}{2} = e^{\alpha x} \cos \alpha x,$$

а затем из первого вычтем второе и разделим на $2i$, т. е.

$$\frac{e^{(1+i)\alpha x} - e^{(1-i)\alpha x}}{2i} = e^{\alpha x} \frac{e^{i\alpha x} - e^{-i\alpha x}}{2i} = e^{\alpha x} \sin \alpha x.$$

Проделав такую же алгебраическую операцию с третьим и четвертым

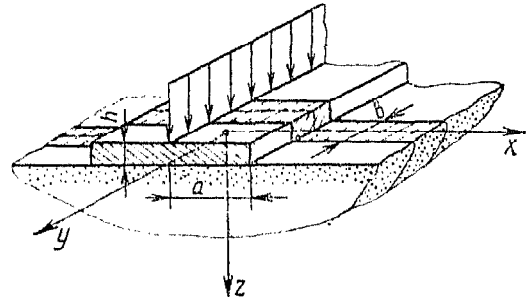


Рис. 4.3. Схема случая плоской задачи

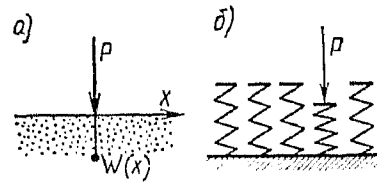


Рис. 4.4. Сосредоточенная сила на основании, подчиняющемся гипотезе Фусса — Винклера (а) и его модель (б)

частными решениями и сложив все полученное, имеем общий интеграл в виде

$$W(x) = A_1 e^{\alpha x} \cos \alpha x + A_2 e^{\alpha x} \sin \alpha x + A_3 e^{-\alpha x} \cos \alpha x + A_4 e^{-\alpha x} \sin \alpha x. \quad (4.7)$$

Вспомним, что $0,5 (e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}) = \operatorname{ch} \alpha x$, а $0,5 (e^{\alpha x} - e^{-\alpha x}) = \operatorname{sh} \alpha x$. Тогда в (4.7), складывая первый член с третьим, второй с четвертым и вычитая их, можно легко получить новое общее решение в форме

$$W(x) = A_1 \cos \alpha x \operatorname{ch} \alpha x + A_2 \cos \alpha x \operatorname{sh} \alpha x + A_3 \sin \alpha x \operatorname{ch} \alpha x + A_4 \sin \alpha x \operatorname{sh} \alpha x. \quad (4.8)$$

Естественно, что алгебраические комбинации из частных решений в (4.8) являются также частными решениями уравнения (4.5) и поэтому общий интеграл можно представить в весьма удобном для вычислений виде

$$W(x) = A_1 Y_1 + A_2 Y_2 + A_3 Y_3 + A_4 Y_4, \quad (4.9)$$

где $Y_1 = \cos \alpha x \operatorname{ch} \alpha x$; $Y_2 = (\sin \alpha x \operatorname{ch} \alpha x + \cos \alpha x \operatorname{sh} \alpha x)/2$;
 $Y_3 = (\sin \alpha x \operatorname{sh} \alpha x)/2$; $Y_4 = (\sin \alpha x \operatorname{ch} \alpha x - \cos \alpha x \operatorname{sh} \alpha x)/4$.

Эти функции были применены для расчета балок на упругом основании А. Н. Крыловым и носят его имя. Удобство функций Крылова состоит в том, что все четыре производные каждой функции легко выражаются через остальные функции (например, $Y_4' = \alpha Y_3$; $Y_4'' = \alpha^2 Y_2$; $Y_4''' = \alpha^3 Y_1$ и $Y_4^{IV} = -4\alpha^4 Y_4$). К тому же все функции Крылова и их четыре производные при $x = 0$ становятся равными нулю, кроме $Y_1(0) = 1$, $Y_2'(0) = \alpha$, $Y_3''(0) = \alpha^2$, $Y_4'''(0) = \alpha^3$. Для функций Крылова составлены таблицы.

Авторами решений конкретных задач расчета балок на упругом основании применялись различные, приведенные выше выражения для общего интеграла уравнения (4.5).

Зная величину прогиба $W(x)$, можно определить тангенсы углов наклона касательной к упругой линии балки, изгибающие моменты и перерезывающие силы по выражениям:

$$\operatorname{tg} \delta = W'(x); \quad -M(x) = DW''(x); \quad -Q(x) = DW'''(x). \quad (4.10)$$

Как можно заметить, во всех выражениях для общего интеграла неизвестными являются постоянные интегрирования A_1 , A_2 , A_3 и A_4 , которые находятся из принимаемых граничных условий, соответствующих конкретным конструктивным особенностям балки, характеру ее загрузки и деформирования. Следует подчеркнуть, что граничные условия принимаются из условий работы сооружения. Их правильность и соответствие натуре определяют достоверность получаемого решения.

Например, на концах полосы (балки) в зависимости от условий их закреплений может быть принято: при защемленном конце $W = 0$, $\delta = W' = 0$; при опертом конце $W = 0$, $M = -DW'' = 0$ или приложенному моменту M_0 ; при свободно лежащем конце $M = -DW'' = 0$ и $Q = -DW''' = 0$ или заданным значениям M_0 и Q_0 . Кроме того, могут учитываться условия симметрии загрузки и др.

В качестве примера решения конкретных задач ниже рассматриваются решения для простейших случаев загрузки балки.

Некоторые частные случаи расчета балок способом коэффициента постели. Рассмотрим бесконечно длинную полосу (рис. 4.5, а) с сосредоточенной силой P , место приложения которой примем за начало координат. Решение этой задачи удобно получить на основе общего интеграла в форме (4.7).

Граничные условия для определения в (4.7) постоянных A_1 , A_2 , A_3 и A_4 могут быть приняты, исходя из следующих представлений:

1) при неограниченном удалении от точки приложения силы P перемещения должны стремиться к нулю, т. е. $W_{x \rightarrow \infty} \rightarrow 0$;

2) в точке $x = 0$ прогиб достигает максимума, в результате чего касательная к изогнутой оси балки должна быть горизонтальной, т. е. $\text{tg } \delta = W'(0) = 0$;

3) непосредственно справа от точки приложения силы P при $x = 0 + \varepsilon$, где ε обозначает сколь угодно малую величину, перерезывающая сила должна быть равна $Q = -P/2$, откуда $Q = -DW'''(0) = -P/2$.

Подставим условие 1 в уравнение (4.7). Так как при $x \rightarrow \infty e^{\alpha x} \rightarrow \infty$, что не обеспечивает $W \rightarrow 0$, для выполнения условия 1 необходимо, чтобы $A_1 = A_2 = 0$. Поэтому решение приобретает вид

$$W(x) = A_3 e^{-\alpha x} \cos \alpha x + A_4 e^{-\alpha x} \sin \alpha x.$$

Переходя к выполнению условия 2, продифференцируем это уравнение и получим

$$W'(x) = -A_3 \alpha e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x) + A_4 \alpha e^{-\alpha x} (\cos \alpha x - \sin \alpha x).$$

Тогда из граничного условия 2 следует $-A_3 \alpha + A_4 \alpha = 0$, откуда $A_3 = A_4 = A$.

В результате прогибы балки определяются выражением

$$W(x) = A e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x), \quad (4.11)$$

в котором единственную неизвестную A определим, используя условие 3.

Дифференцируя (4.11), находим:

$$\text{tg } \delta = W'(x) = -2A\alpha e^{-\alpha x} \sin \alpha x; \quad (4.12)$$

$$-\frac{1}{D} M(x) = W''(x) = -2A\alpha^2 e^{-\alpha x} (\cos \alpha x - \sin \alpha x); \quad (4.13)$$

$$-\frac{1}{D} Q(x) = W'''(x) = 4A\alpha^3 e^{-\alpha x} \cos \alpha x. \quad (4.14)$$

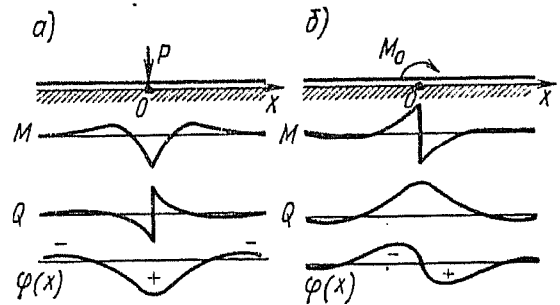


Рис. 4.5. Эпюры моментов, перерезывающих сил и напряжений по подшве для бесконечно длинной балки при действии сосредоточенной силы P (а) и момента M_0 (б)

Тогда, используя условие 3, из (4.14) получим

$$-4DA\alpha^3 = -P/2 \text{ или } A = P/(8D\alpha^3).$$

Подставляя величину A в (4.11), (4.12), (4.13), (4.14) и учитывая, что из (4.4) $D = \alpha^4/(4kb)$, получаем для $x > 0$ полное решение задачи в виде

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= kbW(x) = \frac{P\alpha}{2} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x); \quad \text{tg } \delta = -\frac{P\alpha^2}{kb} e^{-\alpha x} \sin \alpha x; \\ M(x) &= \frac{P}{4\alpha} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x - \sin \alpha x); \quad Q(x) = -\frac{P}{2} \cos \alpha x. \end{aligned} \quad (4.15)$$

На участке $x < 0$ перерезывающие силы равны по величине (4.15), но обратны по знаку. Характер эпюр реакций грунта, моментов и перерезывающих сил показан на рис. 4.5, а.

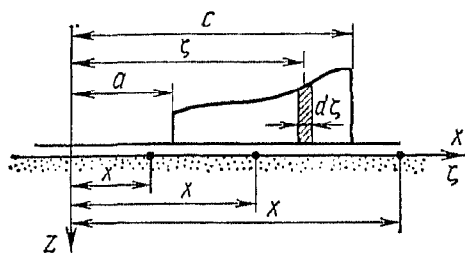


Рис. 4.6. Распределенная нагрузка на бесконечно длинной балке

Определяя $\varphi(x)$, $M(x)$ и $Q(x)$ от нагрузки $P = 1$, можно, умножив их на величины P_1 , P_2 , P_3 и т. д., получить решения для ряда отдельных нагрузок, а затем, сложив полученные эпюры, получить решение для любого числа сил P .

Если в сечении балки $x = 0$ (рис. 4.5, б) приложена пара сил с моментом M_0 , то в отличие от случая сосредоточенной силы вместо граничных условий 2 и 3 следует принять, что при $x = 0$ прогиб балки $W(0) = 0$, а в сечении $x = 0 + \varepsilon$ момент $M = DW''(0) = M_0/2$. Определяя, как и в предыдущем случае, постоянные A_3 и A_4 , получим решение, для которого характер эпюр показан на рис. 4.5, б.

В случае, если на участке (a, c) приложена (рис. 4.6) распределенная по закону $f(\zeta)$ нагрузка, то, выделив на расстоянии ζ элемент шириной $d\zeta$, можно заменить его элементарной сосредоточенной силой $P = f(\zeta)d\zeta$. Приведенное выше решение для сосредоточенной силы (4.15) осталось бы тем же, если силу P поместить не в начале координат, а в точке с координатой ζ , только в этом случае расстояние от точки приложения силы до любой точки балки следовало бы обозначить не через x , а как показано на рис. 4.6, через $x - \zeta$ (при $x > \zeta$), или $\zeta - x$ (при $x < \zeta$). Поэтому в выражениях (4.11) — (4.14) можно заменить величину P на $P\zeta$ и затем провести интегрирование в пределах участка загрузки (ac) .

В частности, для прогибов $W(x)$ при $x > c$ получим

$$W(x) = \frac{1}{8D\alpha^3} \int_a^c e^{-\alpha(x-\zeta)} [\cos \alpha(x-\zeta) + \sin \alpha(x-\zeta)] f(\zeta) d\zeta. \quad (4.16)$$

При равномерно распределенной нагрузке, т. е. $f(\zeta) = q$, учитывая, что $8D\alpha^4 = 2kb$, выражение (4.16) приобретает вид

$$W(x) = \frac{q}{8D\alpha^4} [e^{-\alpha(x-\zeta)} \cos(x-\zeta)]_a^c = \\ = \frac{q}{2kb} [e^{-\alpha(x-c)} \cos \alpha(x-c) - e^{-\alpha(x-a)} \cos \alpha(x-a)], \quad (4.17)$$

а для участка $x < a$ в зависимости (4.17) x поменяется местами с a и c . Для участка $a < x < c$ аналогичным путем получим

$$W(x) = \frac{q}{2kb} [e^{-\alpha(c-x)} \cos \alpha(c-x) - e^{-\alpha(x-a)} \cos \alpha(x-a)]. \quad (4.18)$$

Для случая балки ограниченной длины применяют метод расчета, являющийся сочетанием метода А. Н. Крылова и метода начальных параметров Н. П. Пузыревского. При этом, используя общий интеграл в форме (4.9), получим для величины прогибов, углов наклона $\delta \approx \text{tg} \delta$ касательной к упругой линии балки, изгибающих моментов и перерезывающих сил выражения

$$\left. \begin{aligned} W(x) &= A_1 Y_1 + A_2 Y_2 + A_3 Y_3 + A_4 Y_4; \\ \delta(x) &= W'(x) = A_1 Y'_1 + A_2 Y'_2 + A_3 Y'_3 + A_4 Y'_4; \\ -\frac{1}{D} M(x) &= W''(x) = A_1 Y''_1 + A_2 Y''_2 + A_3 Y''_3 + A_4 Y''_4; \\ -\frac{1}{D} Q(x) &= W'''(x) = A_1 Y'''_1 + A_2 Y'''_2 + A_3 Y'''_3 + A_4 Y'''_4. \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

Принимая во внимание (4.9), находим, что при $x = 0$

$$W(0) = A_1; \quad \delta(0) = \alpha A_2; \quad -\frac{1}{D} M(0) = \alpha^2 A_3; \quad \frac{1}{D} Q(0) = \alpha^3 A_4.$$

Отсюда выражение (4.19) для прогибов можно представить в виде

$$W(x) = W(0) Y_1 + \frac{1}{\alpha} \delta(0) Y_2 - \frac{M(0)}{D \alpha^2} Y_3 - \frac{Q(0)}{D \alpha^3} Y_4. \quad (4.20)$$

Произвольные постоянные A_1, A_2, A_3, A_4 или в случае использования выражения (4.20) соответствующие им параметры $W(0), \delta(0), M(0)$ и $Q(0)$ определяются из условий на концах балки при $x = 0$ и $x = l$ (рис. 4.7).

Решение конкретных задач на основе выражения (4.20) в случае сосредоточенных нагрузок, моментов и распределенных нагрузок, а также для случая полосы переменной жесткости приводится в книге В. А. Флорина [34]. Здесь приведем только характер эпюр $\varphi(x), M(x)$ и $Q(x)$ для схемы нагрузки на рис. 4.7.

Линейно деформируемое основание. В качестве недостающего условия примем весьма естественное допущение, что если к поверхности основания в некоторой точке с координатой ζ приложена сосредоточенная сила $P_\zeta = 1$ (рис. 4.8, а), то осадка в другой точке с координатой x будет зависеть от расстояния между этой точкой и точкой приложения силы, т. е. в соответствии с рис. 4.8, а от расстояния $(x-\zeta)$.

Осадка в точке x от нагрузки $P_\zeta = 1$ будет функцией от расстояния $(x - \zeta)$ и может быть представлена в виде

$$W(x) = F(x - \zeta).$$

Тогда в случае распределенной нагрузки на основание (рис. 4.8, б) осадку в точке x от нагрузки $P = \varphi(\zeta)d\zeta$ можно записать как

$$W(x) = \varphi(\zeta) F(x - \zeta) d\zeta, \quad (4.21)$$

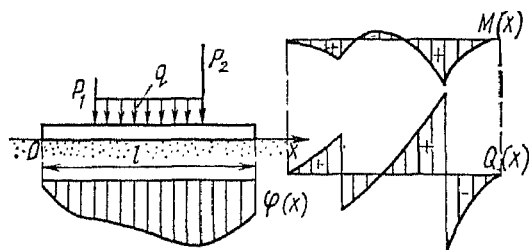


Рис. 4.7. Эпюры напряжений по подошве балки ограниченной длины и эпюры моментов и перерезывающих сил

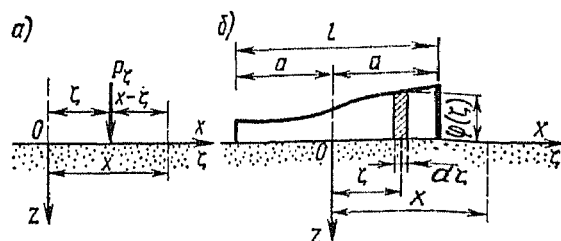


Рис. 4.8. Сосредоточенная сила (а) и распределенная нагрузка на основание (б)

а от всей распределенной нагрузки будет

$$W(x) = \int_{-a}^{+a} \varphi(\zeta) F(x - \zeta) d\zeta. \quad (4.22)$$

Следует напомнить, что здесь, как и ранее, функция $\varphi(\zeta)$ характеризует нагрузку на основание, т. е. искомую реакцию по подошве сооружения.

В результате, подставляя выражение (4.22) в уравнение изогнутой оси балки (4.2), получаем уравнение

$$D \frac{d^4}{dx^4} \int_{-a}^{+a} \varphi(\zeta) F(x - \zeta) d\zeta = f(x) - \varphi(x). \quad (4.23)$$

Искомая функция $\varphi(\zeta)$ должна также удовлетворять уравнениям равновесия балки

$$\int_{-a}^{+a} \varphi(\zeta) d\zeta = R; \quad \int_{-a}^{+a} \zeta \varphi(\zeta) d\zeta = M_0,$$

где R и M_0 — сумма вертикальных сил и сумма моментов всех внешних нагрузок относительно начала координат.

Весьма существенно, что выражения (4.21) и (4.22) получены без каких-либо допущений о деформационных свойствах основания, а лишь полагая допустимым применение принципа наложения или независимости действия сил.

В случае расчетной модели линейно деформируемой среды выражение для функции $F(x - \zeta)$, т. е. для ядра уравнения (4.23), при-

нимается соответствующим решением (3.5) плоской задачи для сосредоточенной силы (задача Фламана), по которому вертикальные перемещения равны

$$F(x - \zeta) = W_{P_{\zeta=1}}(x) = -\frac{2}{\pi} \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} \ln |x - \zeta| + C, \quad (4.24)$$

где ν_0 — коэффициент Пуассона основания; E_0 — модуль деформации.

Подставляя функцию (4.24) в зависимость (4.23), получим для определения искомой функции φ уравнение

$$\frac{2(1 - \nu_0^2) E_{\Pi} J_{\Pi}}{\pi (1 - \nu_{\Pi}^2) E_0} \frac{d^4}{dx^4} \int_{-a}^{+a} \varphi(\zeta) \ln |x - \zeta| d\zeta = f(x) - \varphi(x). \quad (4.25)$$

Принимая изложенную постановку задачи, авторы пошли различными путями приближенного решения уравнения (4.25) при выполнении условий равновесия, а также соответствующих каждому частному случаю граничных условий, в частности условий закрепления концов балки.

В. А. Флорин предложил, в частности, для случая симметричного нагружения балки искать функцию распределения реактивных напряжений в виде

$$\varphi(\zeta) = \frac{A}{\sqrt{1 - \zeta^2}} + \sum_{n=0}^{\infty} C_n \zeta^{2n}.$$

Аналогичная функция предложена и для случая обратно симметричного нагружения.

М. И. Горбунов-Посадов принял в качестве функции распределения реактивных напряжений степенной ряд:

$$\varphi(\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \zeta^n.$$

П. И. Клубин использовал для этой цели сокращающие вычисления полиномы П. Л. Чебышева, представив функцию напряжений в виде

$$\varphi(\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n T_n(\zeta)}{\sqrt{1 - \zeta^2}},$$

где $T_n(\zeta) = \cos(n \arccos \zeta)$ — полиномы Чебышева или $T_0(\zeta) = 1$; $T_1(\zeta) = \zeta$; $T_2(\zeta) = 2\zeta^2 - 1$; $T_3(\zeta) = 4\zeta^3 - 3\zeta$ и т. д.

И. А. Симвулиди предложил удобный многочлен третьей степени

$$\varphi(x) = a_0 + 2 \frac{\alpha}{L} \left(x - \frac{L}{2}\right) + \frac{4\alpha_2}{L^2} \left(x - \frac{L}{2}\right)^2 + \frac{8\alpha_3}{L^3} \left(x - \frac{L}{2}\right)^3,$$

где L — длина балки.

Входящие в эти уравнения постоянные A, C определяются из условий равновесия и граничных условий. Принципиальной разницы

между полученными решениями нет. М. И. Горбуновым-Посадовым для плит и балок на упругом основании составлены таблицы [7]. Очень удобные таблицы и простые формулы для определения реактивного давления по подошве балки, моментов и перерезывающих сил от простейших нагрузок предложены И. А. Симвулиди [24]. Следует учитывать, что в условиях использования модели линейно деформируемого тела применим принцип наложения, и любая сложная нагрузка может быть заменена суммой простейших, причем симметричных и обратно симметричных.

На характер распределения реактивных давлений $\varphi(\zeta)$ и, как следствие, моментов и перерезывающих сил существенное влияние оказывают соотношения модулей деформации основания и характеристик деформируемости балки. В случае использования решений В. А. Флорина в качестве *параметра жесткости* (или наоборот, показателя гибкости) балочной плиты на линейно деформируемом основании принимается величина

$$k_{\text{ж}} = \frac{\pi}{12} \frac{(1 - \nu_{\text{п}}^2)}{(1 - \nu_0^2)} \frac{E_0}{E_{\text{п}}} \frac{a^3}{J_{\text{п}}},$$

где a — полудлина балки.

М. И. Горбуновым-Посадовым аналогичный показатель предложен в виде

$$k'_{\text{ж}} = \frac{\pi}{4} \frac{(1 - \nu_{\text{п}}^2)}{(1 - \nu_0^2)} \frac{E_0}{E_{\text{п}}} \frac{bl^3}{J_{\text{п}}}, \quad (4.26)$$

где $l = 2a$; b — ширина полосы. Принимая $b = 1$ и $(1 - \nu_{\text{п}}^2) \approx (1 - \nu_0^2)$, а также вводя высоту полосы h и учитывая, что $J_{\text{п}} = 1h^3/12$, формула (4.26) представлена в более простом и наглядном виде

$$k_{\text{ж}} \approx 10 (E_0 l^3) / (E_{\text{п}} h^3).$$

Таким образом, жесткость или гибкость полосы определяется не только собственной жесткостью, характеризуемой $E_{\text{п}}$, $\nu_{\text{п}}$, l , $J_{\text{п}}$ или h , а в значительной мере соотношением характеристик деформируемости основания и балочной плиты, в основном отношением E_0 к $E_{\text{п}}$.

В качестве примера на рис. 4.9 приведены функции распределения нормальных контактных напряжений $\varphi(\zeta)$ от равномерно распределенной нагрузки на балки с различными показателями жесткости $k_{\text{ж}}$. Для перехода к напряжениям все ординаты эпюр должны быть умножены на q . Как можно заметить, с увеличением гибкости балки (увеличением $k_{\text{ж}}$) эпюра контактных напряжений выравнивается, приближаясь к $\varphi(\zeta) = 1$ или $q(k_{\text{ж}} \rightarrow \infty)$. Характерным для решений на основе модели линейно деформируемого тела (теории упругости) является существенное развитие краевых напряжений, причем тем большее, чем меньше $k_{\text{ж}}$ (увеличение жесткости балки).

Существенное изменение характера эпюр контактных напряжений также может вызывать наличие жесткого подстилающего слоя. Случай абсолютно жесткого подстилающего слоя, т. е. когда его можно принять несжимаемым по отношению к сжимаемости выше лежащих

грунтов, рассмотрен в работах О. Я. Шехтер, С. С. Давыдова, Н. К. Самарина, Г. В. Крашенинниковой и др. Имеются таблицы для расчета балок на упругом основании конечной толщины [16]. Влияние уменьшения мощности сжимаемого слоя на распределение контактных напряжений аналогично влиянию увеличения гибкости балки, показанному на рис. 4.9, т. е. с приближением абсолютно несжимаемого подстилающего слоя к подошве полосы, загруженной равномерно распределенной нагрузкой q , эпюра контактных напряжений выравнивается, приближаясь к эпюре q (рис. 4.9). Это приводит к существенному снижению моментов, в особенности по середине полосы, и, как следствие, к более экономичному конструктивному решению.

На этом кратком описании, по существу только постановки задачи, ограничимся в изложении вопросов расчета балок на линейно деформируемом основании. Следует отметить, что им посвящены крупные монографии [7, 22, 24, 25 и др.].

В заключение следует отметить, что задача определения контактных напряжений в принципе не является отдельной, а входит в состав общей задачи об определении напряжений в грунтах при различного рода нагрузках и граничных условиях, в частности на контакте с сооружением, фундаментная часть которого также может рассматриваться как деформируемый или недеформируемый элемент основания. В результате может быть получена общая картина напряженно-деформированного состояния системы *фундамент — основание* и, даже больше того, системы: *надземная часть сооружения — фундамент — основание*. Тогда из полученных в результате решения задачи напряжений для всех областей при необходимости могут быть отдельно выделены только контактные напряжения, но при таком «сквозном» решении задачи особой необходимости в этом не будет. Сами по себе контактные напряжения интереса не представляют, в настоящее время они необходимы для последующей отдельной оценки прочности и деформируемости либо основания, либо самого сооружения. При единой оценке напряженно-деформированного состояния всей системы сооружение — основание это будет выполняться в результате решения самой задачи. Однако такой постепенно развивающийся в последние годы подход еще далек от широкого практического использования в проектной практике, но за ним будущее.

Области применения решений способами коэффициента постели и теории упругости. Область применимости этих двух крайне противо-

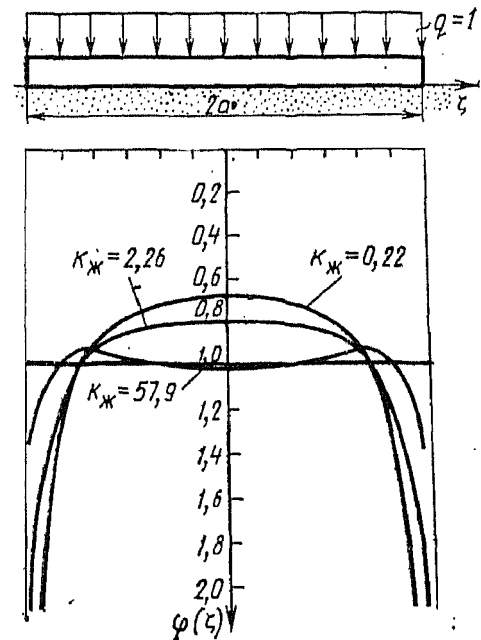


Рис. 4.9. Влияние жесткости балки на распределение контактных напряжений

положных способов решения задач о контактных напряжениях можно оценить из соответствия натурным условиям принятых в них допущений.

Общее допущение о применимости гипотезы плоских сечений вполне приемлемо при высоте балки, меньшей $1/4$ или $1/5$ длины балки. К тому же при бо́льшей высоте балка становится настолько жесткой по сравнению с деформируемостью основания, что ее уже следует рассматривать как абсолютно жесткую. Это соответствует случаям, когда при расчете способом коэффициента постели приведенная длина балки $\alpha l < 0,8$, а в случае применения решений теории упругости параметр жесткости балки $k'_{ж} < 1$ или $k_{ж} < 0,25$.

Допущение о равенстве прогибов балки осадкам основания, т. е. что отсутствует отрыв — отставание балки от основания, не всегда соответствует действительности. Например, в случае гибкой длинной балки загрузка ее сосредоточенной силой может вызвать отрыв от основания ее концов. Так как в расчетных схемах принимается, что такой отрыв невозможен, то при решении в соответствующих местах основания получаются растягивающие напряжения, как, например, в рассмотренном ранее случае бесконечно длинной балки на рис. 4.5. Это противоречит действительности, так как даже связанные грунты не могут воспринимать существенные растягивающие напряжения. Однако в области, примыкающей к точке приложения силы, это не вносит существенных искажений в величины прогибов изгибающих моментов и перерезывающих сил. В обычных достаточно жестких конструкциях расчетные зоны растяжения отсутствуют или очень малы и поэтому ими можно пренебречь.

Основным, определяющим область применимости, допущением является принятый крайне противоположный характер деформаций основания. По способу коэффициента постели осадка возникает только в месте приложения силы (см. рис. 4.4), а при использовании решений теории упругости распространение осадки происходит на бесконечно большое расстояние от места приложения силы. Так, например, в случае равномерно распределенной нагрузки на основание в виде модели среды коэффициента постели осадка основания будет полностью подобна нагрузке (рис. 4.10, а), а в случае модели линейно деформируемой среды прогиб основания получается наибольшим в середине площади нагружения и бесконечно далеко распространяется в стороны (рис. 4.10, б).

В общем случае как первое, так и второе допущения не соответствуют данным натурных наблюдений. Осадки поверхности грунта в достаточно плотных и особенно глинистых грунтах, обладающих связностью, распространяются в стороны от сооружения, но конечно, не так интенсивно, как в случае применения модели теории упругости. По способу коэффициента постели получается, что возведение соседних близко расположенных сооружений никак не влияет на рассчитываемое способом коэффициента постели сооружение, не вызывает у него никаких дополнительных напряжений и осадок. Также получается, что засыпка пазух камеры шлюза (см. рис. 4.2, б) может быть учтена в расчете балки только в виде горизонтальной составляющей,

действующей на стенки камеры, а вертикальная составляющая никак не влияет на напряжения по подошве дна, рассчитанного способом коэффициента постели. Наоборот, в случае применения формул теории упругости влияние этих сил существенно преувеличивается.

Гипотеза коэффициента постели идеально соответствует случаям, когда в качестве основания используется вода. Действительно, в случае понтонного моста (рис. 4.11, а) давление воды на днище каждого понтона будет, как это следует из закона Архимеда, пропорционально

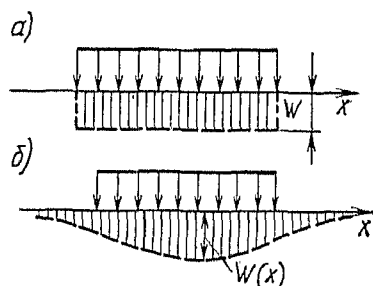


Рис. 4.10. Характер осадки основания при расчете по способу коэффициента постели (а) и методом теории упругости (б)

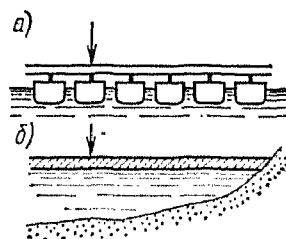


Рис. 4.11. Понтонный мост (а) и ледовое поле (б)

нагрузке, передающейся на каждый понтон, и его погружению (осадке) в воду. Этим же будет определяться давление в какой-либо точке нижней поверхности плавающего ледяного поля (рис. 4.11, б). Знаменитая «Дорога жизни», проложенная во время блокады Ленинграда по льду Ладожского озера, рассчитывалась на нагрузки от грузовиков и танков способом коэффициента постели.

Таким образом, способ коэффициента постели тем лучше соответствует действительности, чем больше свойства грунтов основания приближаются к свойствам воды, т. е. чем меньше сопротивление грунта сдвигу. Характер деформаций основания по способу коэффициента постели тем ближе к действительному, чем больше области предельного напряженного состояния, образующиеся под краями сооружения. Следовательно, применение способа коэффициента постели имеет тем больше оснований, чем «слабее» грунт — меньше его угол внутреннего трения и особенно связность, меньше глубина заложения и ширина сооружения, больше нагрузка на основание. Область применимости способа коэффициента постели — обратная условиям применимости к грунтам решений теории упругости. Важно отметить, что нельзя противопоставлять эти два крайне противоположных по физике явления метода. *Каждый из них имеет свою область применения и там, где применим один, никак не допустим другой.*

В последние годы интенсивно развиваются методы расчета балок и плит, основанные на модели смешанной задачи теорий упругости и пластичности, а также на применении нелинейных законов связей напряжений и деформаций грунта. Такие модели уже обладают зна-

чительно большей гибкостью по сравнению с рассмотренными двумя крайними предельными моделями. Кроме того, весьма существен учет жесткости верхнего строения сооружения, связей между колоннами и нелинейности работы самого материала конструкции. Они перераспределяют внешние нагрузки и, взаимодействуя с фундаментной плитой или балкой, приводят к существенному изменению в плите или балке моментов и перерезывающих сил, обычно уменьшая их и приводя к более экономичному решению. Таким образом, только начинают развиваться методы расчета (В. И. Соломин) всей сложной пространственной системы сооружение — основание в нелинейной или упруго пластической постановке, как для материала сооружения, так и для грунтов основания, а в ряде случаев с учетом реологических свойств материалов и процессов консолидации грунтов (А. Л. Гольдин). Конечно, такой путь является очень сложным, возможным только с применением наиболее мощных ЭВМ и при достоверном определении многочисленных в этом случае расчетных характеристик грунта и материала сооружения. Практически подобные решения в ближайшие годы будут использоваться только для весьма ответственных и уникальных сооружений, но значение этих исследований очень важно для оценки границ применимости и возможных погрешностей более простых моделей и расчетных схем, в частности и описанных в этой главе.

4.2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ПО ПОДОШВЕ ЖЕСТКИХ СООРУЖЕНИЙ

Ниже отдельно рассматривается весьма часто встречающийся на практике частный случай, когда деформируемость сооружений настолько мала по сравнению с деформируемостью основания, что при определении контактных напряжений сооружения могут приниматься абсолютно жесткими ($\alpha l < 0,8$; $k_{ж} < 0,25$ и $k'_{ж} < 1$).

Способ коэффициента постели и применение формул внецентренного сжатия. В случае плоской задачи для абсолютно жесткого сооружения осадка любой точки плоской подошвы является линейной функцией координаты x (рис. 4.12), т.е.

$$W(x) = W(0) + x \operatorname{tg} \delta,$$

где $W(0)$ — осадка в центре сооружения; δ — угол наклона подошвы сооружения. Тогда в соответствии с основным положением (допущением) способа коэффициента постели [(4.3) при $b = 1$] напряжения по подошве сооружения равны

$$\sigma(x) = kW(x) = k[W(0) + x \operatorname{tg} \delta]. \quad (4.27)$$

Величины $W(0)$ и δ могут быть найдены

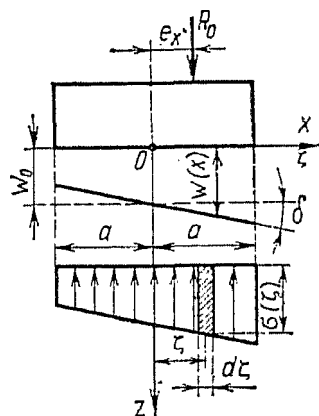


Рис. 4.12. Перемещения подошвы жесткого сооружения и напряжения при внецентренной нагрузке (плоская задача)

из условий равновесия жесткой полосы, которые, например, для случая внецентренно приложенной силы P_0 в соответствии с обозначениями на рис. 4.12 можно представить в виде

$$\Sigma Z = - \int_{-a}^{+a} \sigma(\zeta) d\zeta + P_0 = -k \int_{-a}^{+a} [W(0) + \zeta \operatorname{tg} \delta] d\zeta + P_0 = 0,$$

$$\begin{aligned} \Sigma M &= - \int_{-a}^{+a} \zeta \sigma(\zeta) d\zeta + P_0 e_x = \\ &= -k \int_{-a}^{+a} \zeta [W(0) + \zeta \operatorname{tg} \delta] d\zeta + P_0 e_x = 0. \end{aligned}$$

В результате интегрирования уравнений равновесия имеем $W(0) = P_0/(k \cdot 2a)$, $\operatorname{tg} \delta = 12P_0 e_x/[k(2a)^3]$, а подставляя в (4.26), получим

$$\sigma(x) = \frac{P_0}{2a} \left[1 + \frac{12 x e_x}{(2a)^2} \right]. \quad (4.28)$$

Это уравнение в точности совпадает с известной из курса сопротивления материалов формулой внецентренного сжатия для плоской задачи

$$\sigma(x) = \frac{P_0}{2a} + \frac{M_{yx}}{I_y} = \frac{P_0}{2a} + \frac{P_0 e_x}{1(2a)^3/12} = \frac{P_0}{2a} \left[1 + \frac{12 x e_x}{(2a)^2} \right].$$

где J_y — момент инерции площади подошвы сооружения, имеющего в условиях плоской задачи по направлению оси y размер, равный 1.

Аналогичным путем, принимая для пространственной задачи осадки подошвы жесткого сооружения в виде

$$W(x, y) = W(0) + x \operatorname{tg} \delta + y \operatorname{tg} \beta$$

и интегрируя три уравнения равновесия, можно показать совпадение формул внецентренного сжатия и решений способом коэффициента постели.

Таким образом, широко применяемое в проектной практике определение напряжений по подошве сооружений с помощью формулы внецентренного сжатия является по существу определением напряжений способом коэффициента постели, исходя из предположения абсолютной жесткости фундаментной плиты или балки и постоянной величины коэффициента постели.

Как известно, в общем случае пространственной задачи для любой формы площади подошвы сооружения и любых внешних нагрузок напряжения по подошве сооружения определяют по формуле

$$\sigma(x, y) = \frac{\Sigma P}{F} + \frac{\Sigma M_{xy}}{J_x} + \frac{\Sigma M_{yx}}{J_y}, \quad (4.29)$$

где F — площадь подошвы сооружения; ΣP — сумма всех вертикальных сил, ΣM_x и ΣM_y — сумма моментов всех сил относительно

главных осей x и y , проходящих через центр площади F ; J_x и J_y — моменты инерции площади F относительно осей x и y .

В случае прямоугольного в плане фундамента (рис. 4.13) и определения напряжений в угловых точках формула (4.29) преобразуется в зависимость

$$\sigma(\pm a, \pm b) = \frac{\Sigma P}{F} \pm \frac{\Sigma M_x}{W_x} \pm \frac{\Sigma M_y}{W_y}, \quad (4.30)$$

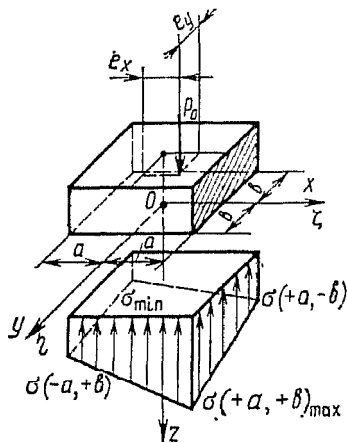


Рис. 4.13. Напряжения по подошве жесткого сооружения

где W_x и W_y — моменты сопротивления площади подошвы сооружения.

При наличии нагрузки в виде сосредоточенной силы P_0 , приложенной относительно осей x и y с эксцентриситетами e_x и e_y , уравнение (4.29) с учетом того, что $J_x = 2b(2a)^3/12$ и $J_y = 2a(2b)^3/12$, преобразуется в зависимость

$$\sigma(\pm a; \pm b) = \frac{P_0}{2a2b} \left(1 \pm \frac{6e_x}{2a} \pm \frac{6e_y}{2b} \right), \quad (4.31)$$

а для условий плоской задачи ($2b = 1$) в виде

$$\sigma(\pm a) = \frac{P_0}{2a} \left(1 \pm \frac{6e_x}{2a} \right). \quad (4.32)$$

Как это следует из приведенных формул, во всех случаях эпюры напряжений по подошве сооружений линейны.

Применение решений теории упругости. Так как сооружение по отношению к основанию принимается совершенно жестким, то в случае плоской задачи эпюра вертикальных перемещений точек подошвы должна быть прямоугольной или трапециевидальной, т. е. $W(x) = Ax + B$, а в случае пространственной задачи осадки плоскости подошвы сооружения будут определяться выражением $W(x, y) = Ax + Cy + B$.

В случае жесткой полосы в соответствии с выражениями (4.22) и (4.24), в пределах подошвы сооружения $z = 0$, $-a \leq x \leq +a$ должно выполняться условие

$$-\frac{2(1-\nu_0^2)}{\pi E_0} \int_{-a}^{+a} \varphi(\zeta) \ln |x - \zeta| d\zeta = Ax + B. \quad (4.33)$$

Вне области нагружения $\varphi(\zeta) = 0$. Кроме того, принимаем, что по плоскости подошвы сооружения отсутствуют силы трения, т. е. при $z = 0$ $\tau_{xz} = 0$.

Если к сооружению приложена центральная вертикальная сила P (рис. 4.14), то из условия симметрии в (4.33) $A = 0$, а уравнение равновесия приобретает вид

$$\int_{-a}^{+a} \varphi(\zeta) d\zeta = P. \quad (4.34)$$

Решение, удовлетворяющее этим условиям и уравнению равновесия, было получено М. А. Садовским в виде

$$\varphi(x) = \frac{P}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{2q}{\pi \sqrt{1 - (x/a)^2}}, \quad (4.35)$$

где $q = P/2a$.

Как можно заметить (рис. 4.14), эпюра напряжений имеет минимальную ординату $\varphi(0) = 0,64q$ посередине сооружения, напряжения к краям постепенно нарастают и при $x = \pm a$ становятся формально бесконечными. Для сопоставления на рис. 4.14 пунктиром показаны напряжения $\varphi(x) = q$ (т. е. полученные способом коэффициента постели).

Решение для случая действия пары сил, т. е. с моментом M_0 (рис. 4.15), было получено В. А. Флориным (1936) принимая в (4.33) $B = 0$, а уравнение равновесия в виде

$$\int_{-a}^{+a} \zeta \varphi(\zeta) d\zeta = M_0. \quad (4.36)$$

В результате им даны зависимости

$$\varphi(x) = \frac{2M_0}{\pi a^2} \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

и

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{4(1 - \nu_0^2)}{E_0 \pi a^2} M_0, \quad (4.37)$$

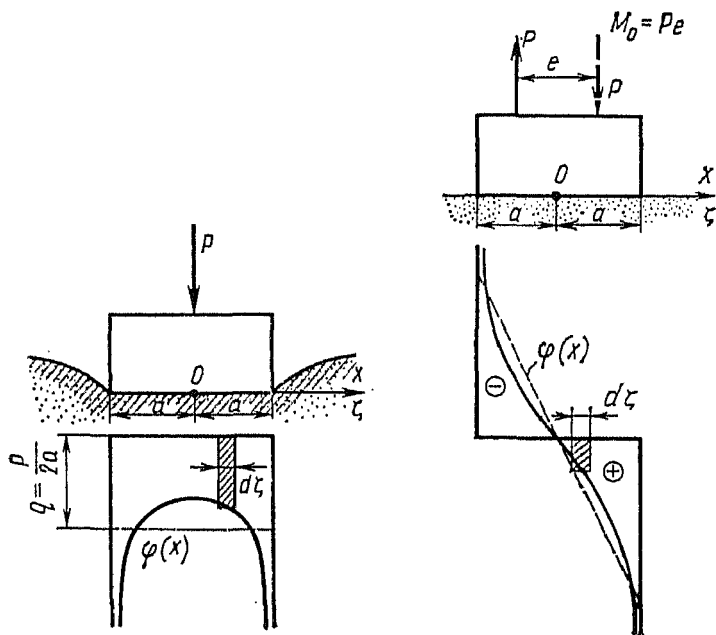


Рис. 4.14. Жесткая полоса, нагруженная центральной нагрузкой

Рис. 4.15. Жесткая полоса, нагруженная парой сил

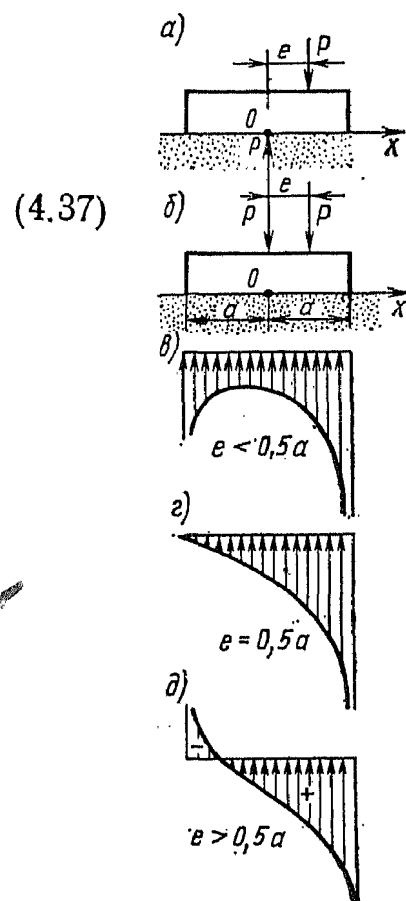


Рис. 4.16. Жесткая полоса, нагруженная внецентральной сосредоточенной силой

где δ — угол наклона плоской подошвы сооружения в результате действия пары сил с моментом M_0 . Эпюра напряжений, естественно, знакопеременная (рис. 4.15), но, как и в первом случае, на краях напряжения стремятся к ∞ .

Решения для центральной силы и пары сил позволяют получить решение для внецентренной силы P , приложенной с эксцентриситетом $e = M_0/P$ (рис. 4.16, а, б), откуда $M_0 = Pe$. Складывая решения (4.35) и (4.37), получаем

$$\varphi(x) = \frac{P}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}} + \frac{2Pe}{\pi a^2} \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{P}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}} \left(1 + \frac{2ex}{a^2} \right). \quad (4.38)$$

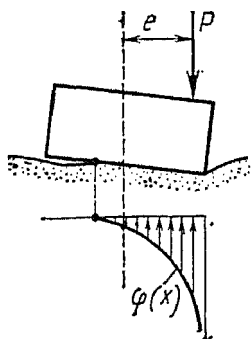


Рис. 4.17. Жесткий штамп при наличии по подошве зоны отрыва

При $e < a/2$ этому решению соответствует эпюра, показанная на рис. 4.16, в, при $e > a/2$ появляются растягивающие напряжения (рис. 4.16, д), а при $e = a/2$ напряжения на конце $x = -a$ обращаются в нуль (рис. 4.16, г). Следует отметить, что при расчете способом коэффициента постели или, что то же самое, по формулам внецентренного сжатия (4.32) условие возникновения растягивающих напряжений $e > a/3$.

Отрицательные (растягивающие) напряжения практически можно считать не воспринимаемыми грунтами по подошве и поэтому на участке развития растягивающих напряжений образуется щель (рис. 4.17). Решение для этого случая получено В. М. Абрамовым [34].

В случае пространственной задачи вертикальные перемещения подошвы сооружения площадью F , используя решение Буссинеска (3.10), определяются как

$$W(x, y) = \frac{1 - \nu_0^2}{E_0 \pi} \iint_F \frac{\varphi(\zeta, \eta) d\zeta d\eta}{\sqrt{(x - \zeta)^2 + (y - \eta)^2}} = A(x) + C(y) + B, \quad (4.39)$$

где, как и ранее (см. рис. 4.12), ζ и η — координаты нагрузки на основание (реакции) функции $\varphi(\zeta, \eta)$. При $z = 0$ вне области нагружения $\varphi(x, y) = 0$. Кроме того, должны быть удовлетворены уравнения равновесия.

Решения пространственной задачи имеются только для случая, когда подошва сооружения имеет форму эллипса или круга (Ж. Буссинеск, 1885 г., К. Е. Егоров, 1938 г.). В простейшем случае центрально приложенной нагрузки, т. е. в (4.39) $A = C = 0$ и уравнения равновесия, аналогичного (4.34), решение Буссинеска имеет вид

$$\varphi(x, y) = \frac{P}{2\pi ab \sqrt{1 - (x/a)^2 - (y/b)^2}}, \quad (4.40)$$

где $2a$ и $2b$ — оси эллипса. При $a = b = R$, т. е. для круга, уравнение (4.40) преобразуется в

$$\varphi(r) = \frac{P}{2\pi r \sqrt{R^2 - r^2}}, \quad (4.41)$$

где R — радиус круговой подошвы сооружения.

Как и в случае плоской задачи, решения (4.40) и (4.41) приводят к распределению напряжений аналогично показанному на рис. 4.14, только объемному, т. е. наименьшие напряжения в центре площади подошвы сооружения, а на всех краях стремятся к ∞ .

Кроме того, имеется полученное К. Е. Егоровым решение для случая вертикальной нагрузки P , приложенной с эксцентриситетом e к круглому в плане жесткому штампу [36]. Для случая прямоугольной в плане подошвы сооружения решений не имеется. Поэтому для прямоугольного очертания подошвы, а также в более сложных случаях для определения контактных напряжений приходится прибегать к численным методам решения, используя уравнение (4.39).

Решение аналогичных задач с учетом касательных напряжений по подошве сооружения (В. А. Флорин, 1936 г., В. М. Абрамов, 1937 г.) показало, что при определении нормальных напряжений по подошве сооружений влиянием касательных реакций основания можно пренебречь, принимая, как и раньше, $\tau_{xz} = 0$.

Так же как и на распределение напряжений в массиве грунта (см. § 3.2) и по подошве сооружений конечной жесткости (см. § 4.1), наличие жесткого недеформируемого подстилающего слоя может оказывать существенное влияние на характер распределения контактных напряжений по подошве жестких сооружений. Решению этой задачи посвящены работы С. Е. Бирмана, К. Е. Егорова, И. К. Самарина, Г. В. Крашенинниковой, И. Совинца и др. Так, в случае действия вертикальной силы P на жесткий штамп (рис. 4.18, К. Е. Егоров) уменьшение толщины сжимаемого слоя H или, что то же самое, уменьшение величины $m = H/a$ постепенно приближает эпюру напряжений от наиболее неравномерной при неограниченном сжимаемом слое ($m = \infty$) к равномерно распределенной ($m = 0$).

Влияние развития областей пластических деформаций на распределение давлений по подошве фундаментов. Эпюры контактных напряжений имеют различное очертание, зависящее, как было показано выше, от жесткости сооружения (см. рис. 4.10), толщины сжимаемого слоя (рис. 4.18) и, что особенно существенно, от развития областей пластических деформаций.

Получаемые по решениям теории упругости напряжения, формально бесконечные по величине, на краях сооружения существовать в природе не могут. В действительности здесь образуются области пластических деформаций и, наоборот, может наблюдаться некоторое

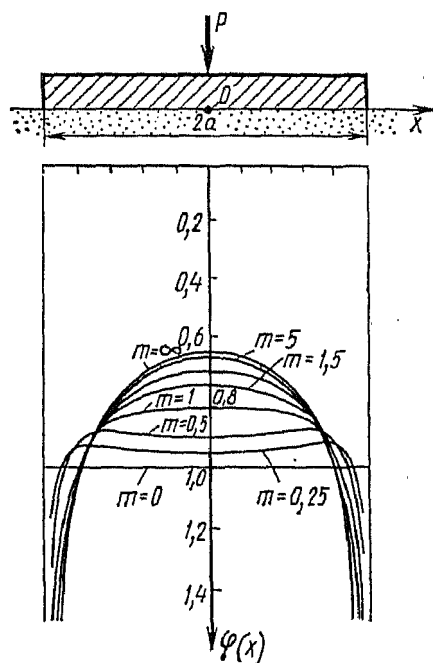


Рис. 4.18. Влияние жесткого подстилающего слоя

падение напряжений. Поэтому при относительно малых нагрузках на жесткий штамп эпюры контактных напряжений имеют седлообразный характер (рис. 4.19, а), близкий к эпюрам, получаемым по решениям теории упругости. При увеличении нагрузки области пластических деформаций увеличиваются и эпюры контактных напряжений постепенно (рис. 4.19, б, в) трансформируются в параболическую или колоколообразную. Это объясняется тем, что по мере развития областей пластических деформаций и образования зон сдвигов

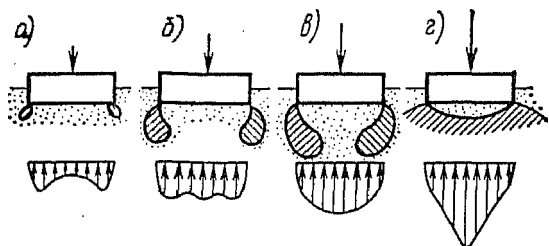


Рис. 4.19. Эпюры контактных напряжений при возрастании нагрузки и развитии областей пластических деформаций

и даже некоторого местного выпора грунта основную часть нагрузки воспринимает центральная часть грунта, в пределах которой образуется уплотненное («упругое») ядро. В момент достижения предельного состояния и начала общего выпора грунта из-под сооружения эпюры напряжений приближаются по форме к треугольным (рис. 4.19, г). Такая трансформация формы эпюр контактных напряжений в зависимости от нагрузки

на штамп или сооружение в последние годы была подтверждена многочисленными экспериментами с несвязными и связными грунтами.

К сожалению, долгие годы бытовало неправильное представление, что характер эпюры контактных напряжений зависит от вида грунта. Считалось, что в несвязных песчаных грунтах она только параболическая, а в глинистых грунтах может быть седлообразной. Такие представления можно встретить и в ряде современных зарубежных изданий. При этом, конечно, авторы таких представлений обосновывали их экспериментами. Однако эти эксперименты были выполнены без соблюдения правил моделирования (см. § 2.4) в условиях больших нагрузок на штампы малых размеров. Поэтому в случае песчаных грунтов под малыми штампами возникали относительно большие области пластических деформаций и, как следствие, только параболические эпюры контактных напряжений. В глинистых грунтах наличие связности уменьшало области пластических деформаций и эпюры получались седлообразные, близкие к получаемым по решениям теории упругости. Последующие опыты с выполнением правил моделирования показали, что при относительно малых нагрузках и в песчаных грунтах имеют место контактные эпюры ярко выраженного седлообразного очертания.

Таким образом, форма эпюры контактных напряжений по подошве жесткого сооружения, расположенного на однородном основании, зависит не от вида грунта, а в основном от развития областей пластических деформаций, т. е. от характеристик прочности грунта, размеров сооружения, его заглубления и нагрузки на него.

Форма эпюры контактных напряжений существенно влияет на напряженное состояние и конструкцию фундаментных частей соору-

жений. Совершенно очевидно, что при седлообразной эпюре напряжений изгибающие моменты в середине балки или плиты будут значительно выше. Больше того, имеются примеры, когда при крайне различных схемах расчета способом коэффициента постели и теории упругости изменялась не только величина изгибающего момента, но и его знак. По одному способу расчета нужно армировать верх балки, по другому низ. Кроме того, форма эпюры оказывает некоторое влияние на осадки сооружений и оценку их устойчивости.

Прямое использование решений на основе модели линейно деформируемой среды исходя из абсолютно жесткого сооружения на однородном по деформируемости основании дает наиболее неравномерную эпюру контактных напряжений и даже при срезке и отбрасывании «бесконечных» краевых напряжений дает наиболее «жесткое» решение, в частности вызывает наибольшие напряжения в конструкции и завышенные результаты по сравнению с опытными данными и натурными наблюдениями. Учет деформируемости сооружения и наличие близко расположенного жесткого — недеформируемого подстилающего слоя выравнивает — «смягчает» эпюру напряжений. Учет развития областей пластических деформаций, т. е. решение смешанной задачи или учет нелинейности деформируемости грунта, а также учет возрастания модуля деформации грунта с глубиной, еще в большей мере трансформирует эпюры напряжений и, что особенно существенно, не приводит к образованию краевых бесконечных напряжений. В результате получаются более экономичные и обоснованные конструкции.

Однако в последнее время наметилась тенденция вместо, к сожалению, более сложного в расчетном отношении учета более реальных свойств сред (образование областей предельного состояния, нелинейность, анизотропность, неоднородность и др.) вводить в однородную среду несуществующий жесткий подстилающий слой. В результате эффект тот же самый, происходит «смягчение» контактных эпюр и концентрация напряжений под сооружением, но формальность и необоснованность такого подхода очевидна. Естественно, что наличие слоев разной деформируемости следует учитывать, но только если они существуют.

Приближенный метод исправления эпюр теории упругости — учета развития зон пластических деформаций. В. А. Флориным был предложен простой приближенный метод исправления эпюр теории упругости. По этому способу сопоставляются эпюры напряжений по подошве сооружений, полученные на основе решения линейной задачи с эпюрой напряжений при достижении грунтом основания предельного состояния.

Учитывая приближенность рассматриваемого способа, для нахождения предельной эпюры контактных напряжений можно использовать любую из формул для определения предельной несущей способности основания (см. § 9.6).

Так, например, предельную вертикальную центральную нагрузку на полосу можно определить по формуле С. И. Бельзеского

$$P_{\text{пр}} = \frac{\gamma_{\text{гр}} (2a)^2}{2} \frac{1 - \operatorname{tg}^4 (45 - \varphi/2)}{\operatorname{tg}^5 (45 - \varphi/2)} + \frac{\gamma_{\text{гр}} (2a) h}{\operatorname{tg}^4 (45 - \varphi/2)} + \\ + 2c (2a) \frac{1 + \operatorname{tg}^2 (45 - \varphi/2)}{\operatorname{tg}^3 (45 - \varphi/2)},$$

где φ — угол внутреннего трения грунта; c — сцепление.

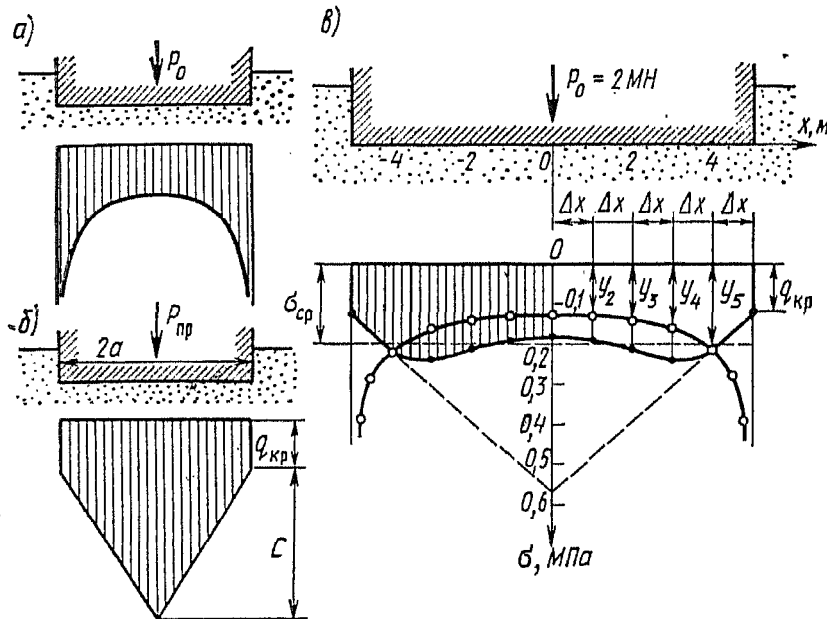


Рис. 4.20. Эпюры напряжений по решению теории упругости (а), в состоянии предельного равновесия основания (б) и приближенный способ исправления эпюр контактных напряжений (в)

Учитывая экспериментальные данные об эпюрах по подошве штампов перед моментом выпора грунта из-под сооружения (рис. 4.19, з), форму предельной эпюры напряжений можно представить в виде трапеции (4.20, б) или треугольника. Весьма естественно предположить, что краевое напряжение не может быть больше $q_{\text{кр}}$, определяемого по зависимости (3.36). Тогда высота C треугольной части эпюры определится из условия равновесия

$$P_{\text{пр}} = C (2a)/2 + q_{\text{кр}} (2a).$$

Имея две эпюры контактных напряжений, по решению теории упругости (4.20, а) от P_0 и предельную (4.20, б) от $P_{\text{пр}}$ накладываем их одну на другую (рис. 4.20, в). В результате принимается, что искомая эпюра напряжений не может выходить за границы предельной и поэтому участки больших и тем более бесконечных напряжений отбрасываются (рис. 4.20, в).

Но в этом случае нарушается условие равновесия, так как оставшаяся часть контактной эпюры теории упругости по площади не равна (меньше) нагрузке P_0 . Поэтому оставшуюся часть эпюры нужно дополнить до величины P_0 , например, путем увеличения имеющихся ординат эпюры напряжений. Коэффициент увеличения ординат k' может быть найден элементарным суммированием площади эпюры

и выполнением условия равновесия, т. е. в соответствии с рис. 4.20, в:

$$(q_{кр} + y_5) \Delta x + (y_5 + [k' y_4] \Delta x + k' (y_4 + y_3) \Delta x + k'_1 (y_3 + y_2) \Delta x + \\ + k' (y_2 + y_1) \Delta x = P_0.]$$

В результате умножения ординат эпюры y на вычисленное $k' > 1$ окончательная эпюра контактных напряжений будет получена с добавкой заштрихованной части (рис. 4.20, в). Чем ближе P к $P_{пр}$ и меньше $q_{кр}$, тем ближе эпюра контактных напряжений к параболической и даже треугольной, а при малых P_0 и значительных $P_{пр}$ или $q_{кр}$ эпюры напряжений получаются седлообразные.

Таким образом, несмотря на приближенность и условность этого приема, он позволяет получить эпюры контактных напряжений в зависимости от степени приближения к предельному состоянию во всем диапазоне их трансформации. Тем не менее эту методику надлежит рассматривать как весьма грубое приближение, допустимое в случаях, когда размеры областей предельного состояния не очень велики.

В случаях значительного развития областей предельного напряженного состояния следует отдавать предпочтение применению способа коэффициента постели, в частности, для жестких сооружений формул внецентренного сжатия или, что естественно наиболее оправдано, решениям смешанной задачи модели линейно деформируемого тела с областями предельного состояния.

Учет взвешивания сооружения водой. В случае расположения подошвы сооружения ниже горизонта воды, грунтовой или поверхностной, по подошве сооружения действует давление воды, которое называют *противодавлением*. Это давление направлено снизу вверх и его нередко также называют взвешивающим давлением или его равнодействующую *силой взвешивания*. В случае одинаковых уровней воды вокруг сооружения противодавление или взвешивающее давление воды равномерно, а при простой конфигурации сооружения, например постоянной ширине по глубине, равнодействующая противодавления является Архимедовой силой взвешивания. В случае различных уровней воды перед и за сооружением, как известно, эпюра противодавления неравномерная и в принципе несколько криволинейная, но в приближенных расчетах может приниматься меняющейся линейно по длине подземного контура сооружения. Следует сразу же подчеркнуть, что *сила взвешивания является активной силой*, действующей на сооружение и совместно с другими активными силами (сила веса, внешние нагрузки и др.) вызывающей реактивные напряжения в скелете грунта по подошве сооружения.

Для определения напряжений по подошве сооружения с учетом противодавления применяют два способа.

Первый способ, который можно условно назвать *способом вычитания сил*, состоит в том, что активную силу взвешивания включают в число действующих на сооружение активных сил и от них определяют реакцию основания.

Второй способ, нередко применяющийся в проектной практике, который можно назвать *способом вычитания эпюр*, состоит в том, что

сначала определяют реактивную эпюру давления на грунт без учета взвешивания, а затем из полученной таким образом реакции основания вычитают эпюру взвешивания. Таким образом, при применении этого способа давление воды на подошву относят к категории реактивных сил, что, конечно, неправильно и, как будет показано ниже, может приводить к ошибкам.

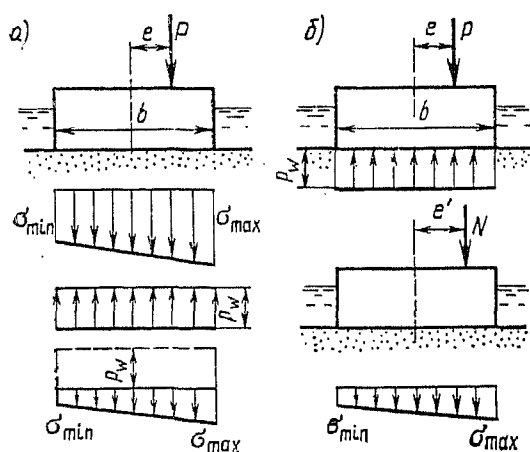


Рис. 4.21. Учет противодействия p_w методом вычитания эпюр (а) и сил (б) (сопромат)

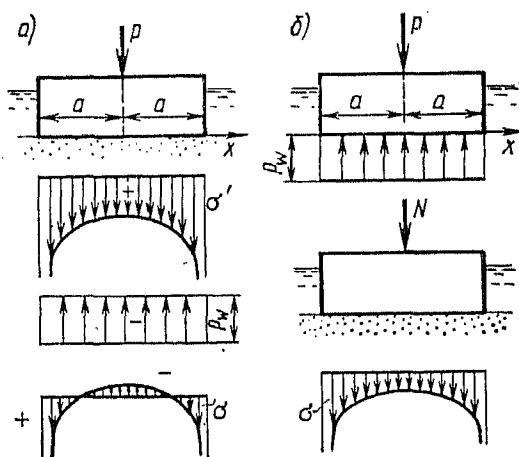


Рис. 4.22. Учет противодействия p_w методом вычитания эпюр (а) и сил (б) (теория упругости)

Однако в том случае, когда эпюры давления на грунт и противодействия прямолинейны, несмотря на принципиальную неправильность способа вычитания эпюр, он все же приводит к правильному результату.

Так, например, в случае схемы сооружения, представленной на рис. 4.21, а по способу вычитания эпюр, используя формулу внецентренного сжатия (4.32), получим

$$\sigma_{\max}^{\min} = \sigma_{\max}^{\min} - p_w = (P/b)(1 \pm 6e/b) - p_w,$$

где p_w — ординаты вычитаемой эпюры противодействия.

При принципиально правильном решении (способ вычитания сил) необходимо вначале определить равнодействующую всех активных сил $N = P - p_w b$ (рис. 4.21, б), затем момент всех активных сил $M = Pe$ и эксцентриситет силы N как $e' = M/N = Pe/N$. В результате краевые реактивные нормальные напряжения по подошве сооружения будут $\sigma_{\max}^{\min} = N/b(1 \pm 6e'/b)$.

Подставляя в эту формулу значения N и e' , получаем

$$\sigma_{\max}^{\min} = \frac{P - p_w b}{b} \pm \frac{6Pe}{b} = \frac{P}{b}(1 \pm 6e/b) - p_w,$$

т. е. это выражение в точности совпадает с результатом, полученным способом вычитания эпюр.

В качестве второго примера рассмотрим схему сооружения на рис. 4.22, а, по подошве которого определим контактные напряжения от силы P по формуле теории упругости (4.35) и вычтем эпюру p_w , т. е.

$$\sigma = \sigma' - p_w = \frac{P}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}} - p_w.$$

В результате для середины сооружения ($x = 0$) при $p_w > 0,64P/(2a)$ получаются отрицательные (отрывающие) напряжения (!) (рис. 4.22, а). Неправдоподобность такого результата очевидна.

В случае же применения первого способа (рис. 4.22, б) результаты будут принципиально правильными, конечно, в рамках принятой модели грунта. Для этого вначале найдем равнодействующую активных сил $N = P - 2ap_w$, а затем реактивные напряжения как

$$\sigma = \frac{N}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{P - 2ap_w}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Таким образом, *противодавление и любое другое давление воды всегда является активной силой и его следует учитывать только в системе активных воздействий на сооружение или массив грунта.*

При определении величины противодавления обычно считают, что сооружение полностью водонепроницаемо. В действительности водонепроницаемость такого пористого тела, каким является бетон, может быть соизмеримой с водонепроницаемостью грунтов основания. Коэффициент фильтрации бетона колеблется в пределах $10^{-6} - 10^{-8}$ см/с, в то время, как уже отмечалось в § 1.7, такие же коэффициенты фильтрации имеют суглинки, а коэффициенты фильтрации глин уменьшаются до $10^{-7} - 10^{-9}$ см/с. Таким образом, в случае плотных глин водонепроницаемость бетонного сооружения может оказаться даже больше водонепроницаемости грунтов основания.

При учете водонепроницаемости бетона напорного сооружения величина противодавления существенно зависит от отношения $\beta = k_b/k_0$, где k_b и k_0 — коэффициенты фильтрации бетона сооружения и грунтов основания. В случае отношения малой водонепроницаемости бетона ($\beta \approx 0$) величина противодавления наибольшая, а с увеличением β она существенно уменьшается. Для иллюстрации этого на рис. 4.23, а, б приведены построенные способом ЭГДА (Т. Ф. Липовецкая) линии равных напоров для плоского флютбета и эпюры противодавления по подошве при разных соотношениях водонепроницаемостей бетона и грунта.

Таким образом, в случае суглинистых и глинистых оснований и их непосредственного контакта с бетоном напорных сооружений учет водонепроницаемости самого сооружения может оказать существенное влияние на оценку напряженно-деформированного состояния основания, а обычно принимаемые величины взвешивания могут быть достаточно сильно преувеличены.

При взаимодействии сооружения с глинистыми грун-

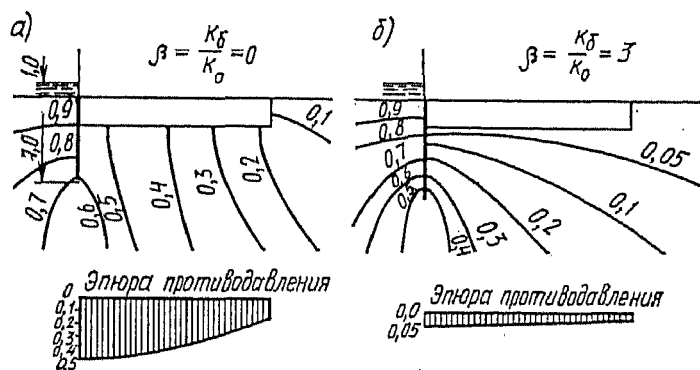
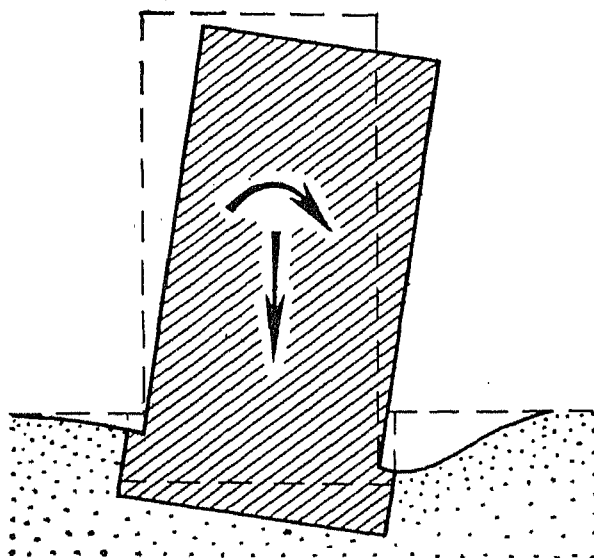


Рис. 4.23. Влияние соотношения водонепроницаемости бетона и грунта основания (β) на распределение напоров в поровой воде и величину противодавления

тами у ряда исследователей возникали сомнения в возможности передачи в этом случае полной величины противодействия. Если в песчаных грунтах контакты с сооружением можно принимать точечными, то в случае глинистых грунтов контакты могут быть по плоскостям, представленным достаточно прочно связанной водой и имеющимися цементационными связями, т. е. подошва сооружения частично прикрыта от действия противодействия. Тогда величина противодействия, по мнению авторов, придерживающихся этого взгляда, должна быть умножена на некоторый коэффициент $\alpha < 1$.

Многие исследователи считают, что практически следует принимать полное противодействие ($\alpha = 1$), так как возможные отклонения от этого значения даже в случае глинистых грунтов весьма малы ($\alpha = 0,95 \dots 0,98$). Однако хорошо поставленных экспериментов для достоверного обоснования этих высказываний нет. В практике проектирования во всех случаях в «запас» принимается $\alpha = 1$.



ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЕЧНЫХ СМЕЩЕНИЙ СООРУЖЕНИЙ

5.1 ОСНОВНЫЕ ВИДЫ СМЕЩЕНИЙ СООРУЖЕНИЙ

Все возводимые сооружения претерпевают большие или меньшие *вертикальные и горизонтальные смещения*. Вертикальные смещения сооружений обычно называют осадками.

Смещения сооружений могут быть равномерными, но чаще наблюдаются неравномерные смещения, в результате которых могут возникать *крены, прогибы и выгибы* фундаментных частей сооружений. Неравномерные осадки сооружений вызывают в них дополнительные напряжения, которые могут привести к образованию трещин и даже разрушению сооружения. Взаимные смещения отдельных блоков гидротехнических сооружений могут вызвать нарушение противофильтрационных устройств, а крены или прогибы фундаментов нарушить нормальную эксплуатацию установленного на них оборудования. Поэтому при проектировании фундаментных частей сооружений или грунтовых сооружений в качестве одного из основных принимается условие, чтобы все виды смещений не превышали предельных значений, устанавливаемых проектом (*вторая группа предельных состояний*). В свою очередь, предельные значения смещений определяются конструкцией сооружения, его прочностью и деформируемостью, а также эксплуатационными требованиями к сооружению и размещаемому оборудованию. В результате должны выполняться условия:

$$S \leq S_{\text{пр}}; \quad \Delta S \leq \Delta S_{\text{пр}}; \quad U \leq U_{\text{пр}}; \quad i \leq i_{\text{пр}}; \quad f \leq f_{\text{пр}}, \quad (5.1)$$

где $S_{\text{пр}}$, $\Delta S_{\text{пр}}$, $U_{\text{пр}}$, $i_{\text{пр}}$, $f_{\text{пр}}$ — соответственно предельные вели-

ны осадок, разности осадок, горизонтальных смещений, кренов и прогибов.

Все смещения сооружений происходят во времени. Это определяется как постепенным ростом нагрузки, так и развитием самих деформаций грунта во времени. Деформируемость скелета грунта во времени определяется в основном двумя физическими причинами: первая — медленным процессом ползучести скелета грунта, вторая — фильтрационными процессами отжатия воды из пор грунта при его уплотнении или разбухании, для которых в ряде случаев требуется значительное время, исчисляемое месяцами и годами.

Если статическая нагрузка от сооружения нарастает весьма быстро по сравнению с развитием смещений сооружения во времени, то ее можно принять условно приложенной «мгновенно». После ее приложения сразу же возникают некоторые, обычно небольшие, смещения, которые также условно могут быть названы мгновенными смещениями. Следует подчеркнуть, что введение понятий «мгновенная нагрузка» и «мгновенное смещение», или деформация, весьма условно. Определяются они в основном соотношением времени их возникновения и времени развития основных смещений и деформаций грунтового массива. Так, например, в случае протекания процесса консолидации грунта основания сооружения в течение десятка лет время его возведения в течение месяца можно принять условно мгновенным. В других случаях более быстро протекающих процессов в грунтах приходится учитывать постепенность возведения сооружения не только в течение месяцев, но и недель. Таким образом, удобное для расчета введение условно мгновенных загрузок возможно лишь тогда, когда они не вносят существенных погрешностей в искомый результат расчета (величину осадки, порового давления и др.). Следует еще раз подчеркнуть, что в природе все загрузки и деформации являются функцией времени.

Когда их нарастание затухнет, достигается величина *конечных смещений*. В результате весь процесс смещений можно представить из мгновенной части, нарастающей во времени, и конечной.

5.2 ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ВОЗВЕДЕНИЯ СООРУЖЕНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЕГО КОНЕЧНЫХ ОСАДОК

При определении конечных величин осадок сооружений можно выделить следующие основные этапы производства работ по возведению сооружения (рис. 5.1) и соответствующие им этапы расчета. Для наглядности все эти этапы строительства удобно сопоставлять с характером сжатия и разбухания образца грунта в компрессионном приборе (рис. 5.2). Этот образец соответствует элементу грунта в какой-либо точке *A* основания сооружения (рис. 5.1). До начала строительства сооружения напряженное состояние грунта определяется действием собственного веса (σ_b на рис. 5.2).

Первая стадия строительства состоит в отрытии котлована на глубину h и вызывает уменьшение напряжений в основании и соответствующее разбухание грунта. Вследствие этого происходит подъем поверхности дна котлована на некоторую величину r (рис. 5.1, а). Для какой-либо точки A внутри массива грунта это соответствует на компрессионной кривой участку разгрузки и разбухания грунта с e_1 до e_2 (рис. 5.2, а).

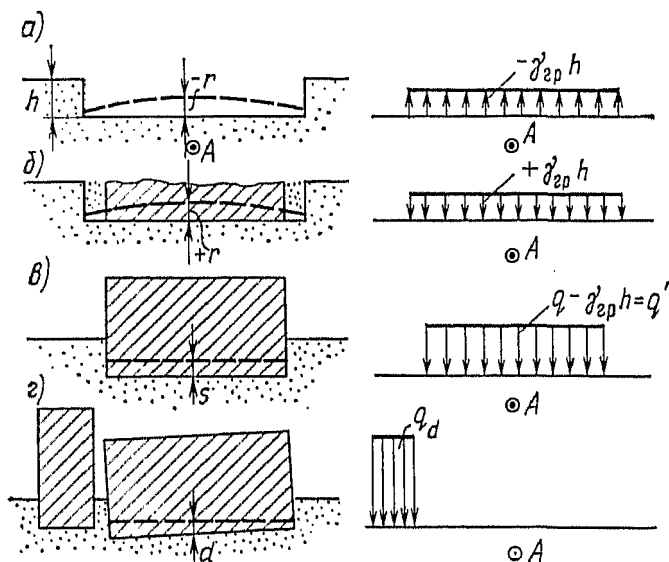


Рис. 5.1. Этапы возведения и соответствующие им части (r , s и d) общей конечной осадки сооружения

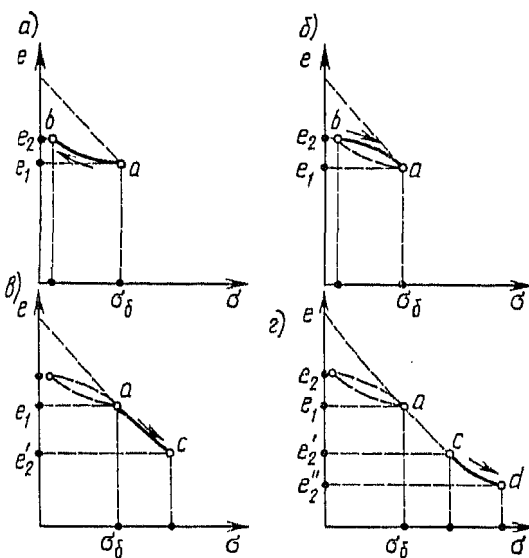


Рис. 5.2. Участки компрессионной кривой, соответствующие этапам возведения сооружения на рис. 5.1

Если глубина котлована относительно невелика по сравнению с плановыми размерами, то отрытие котлована можно с некоторым приближением отождествлять со снятием нагрузки $\gamma_{гр}h$, равномерно распределенной по площади котлована (рис. 5.1, а). При пологих откосах котлована может быть принят трапециевидальный вид распределения нагрузки от $\gamma_{гр}h$ (см. рис. 3.3).

Вторая стадия возведения сооружения состоит из двух этапов: первого, в течение которого нагрузка от сооружения возрастает до величины $\gamma_{гр}h$, и второго, когда она увеличивается на величину $q' = q - \gamma_{гр}h$, где $q(x, y)$ — нагрузка, передающаяся на грунт от возводимого сооружения.

По мере возведения сооружения происходит увеличение напряжений в грунте, сопровождаемое осадкой сооружения. На компрессионной кривой это соответствует ветви вторичного уплотнения ($b—a$ на рис. 5.2, б). Когда нагрузка от сооружения и пригрузок (например, засыпка пазух котлована и др.) достигает веса вынутого из котлована грунта, с некоторым приближением можно считать, что поверхность дна котлована вернется в исходное положение и величина осадки к этому моменту будет $+r$ (рис. 5.1, б). На компрессионной кривой этому допущению соответствует принятие совпадающими ветви разгрузки и ветви вторичного загрузки.

Второй этап загрузки вызывает уплотнение грунта основания и осадку сооружения на величину s (рис. 5.1, в), что соответствует изменению коэффициента пористости на рис. 5.2, в с e_1 до e_2' по основной ветви компрессионной кривой (ac).

Последующее возведение соседних частей сооружения может вызвать дополнительную осадку сооружения на величину d (рис. 5.1, г), что соответствует на рис. 5.2, г участку компрессионной кривой cd и изменению коэффициента пористости с e_2' до e_2'' .

Таким образом, полная осадка сооружения S в общем случае складывается из осадки погашения разбухания r , собственно осадки s за счет части веса сооружения $q - \gamma_{\text{гр}} h$ и дополнительной осадки d за счет влияния соседних сооружений или пригрузок q_d , т. е.

$$S = r + s + d. \quad (5.2)$$

На компрессионной кривой (рис. 5.2) это соответствует последовательному изменению коэффициента пористости с e_2 до e_1 , с e_1 до e_2' и с e_2' до e_2'' .

5.3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОЩНОСТИ СЖИМАЕМОЙ ТОЛЩИ

Другим общим положением для большинства методов расчета осадок является выделение *сжимаемой толщи* или так называемой *активной глубины* H_a , в пределах которой учитываются деформации грунта. Сжатию глубже расположенных слоев при определении осадок пренебрегают. Тогда величину вертикального смещения любой точки на поверхности основания можно представить в виде

$$r, s \text{ или } s + d = \int_0^{H_a} \varepsilon_z dz, \quad (5.3)$$

где ε_z — деформация грунта в направлении вертикальной оси в некоторой точке основания (x, y, z).

Существует ряд способов и приемов для определения величины активной глубины сжатия H_a . Наиболее широко распространенный способ определения активной глубины сжатия основан на сопоставлении величины дополнительных напряжений от внешней нагрузки с напряжениями, ранее существовавшими, в частности напряжениями от собственного веса грунта $\sigma_{z,6}$, т. е. бытовыми напряжениями. Там, где добавка напряжений относительно мала, деформациями грунта пренебрегают, т. е. граница H_a находится для случая определения подъема дна котлована или осадки, за счет погашения разбухания r по условию $\sigma_z (\gamma_{\text{гр}} h) = \alpha_a \sigma_{z,6}$, а для случая определения s или $s + d$, как $\sigma_z (q - \gamma_{\text{гр}} h) + \sigma_z (q_d) = \alpha_a \sigma_{z,6}$, где $\alpha_a < 1$. В нормативных документах даются различные чисто эмпирические величины α_a .

В СНиП 2.02.01—83 «Основания зданий и сооружений» глубина активной зоны определяется из условия $\sigma_z (q - \gamma_{\text{гр}} h) = 0,2 \sigma_{z,6}$ или

с учетом влияния соседних фундаментов $\sigma_z(q - \gamma_{гр}h) + \sigma_z(q_d) = 0,2\sigma_{z,б}$. Активная глубина легко находится графически путем построения эпюры напряжений $\sigma_z(q - \gamma_{гр}h)$ и эпюры $0,2\sigma_{z,б}$ и нахождения точки их пересечения (рис. 5.3, а). При наличии в пределах нижней границы H_a сильно сжимаемых грунтов (с модулем деформации $E < 5$ МПа) граница активной зоны ограничивается соотношением $\sigma_z(q - \gamma_{гр}h) + \sigma_z(q_d) = 0,1\sigma_{z,б}$.

В СНиП II-16—76 «Основания гидротехнических сооружений» граница активной зоны находится из условия, чтобы напряжения от полных внешних нагрузок $\sigma_z(q) + \sigma_z(q_d) = 0,5\sigma'_{z,б}$, где $\sigma'_{z,б}$ — напряжения от собственного веса столба грунта, отсчитываемого от поверхности дна котлована. В случае однородного грунта $\sigma'_{z,б} = H_a \gamma_{гр}$. В этом случае не учитывается влияние заглубления фундамента сооружения.

Все эти рекомендации являются весьма условными. Более физически обоснованными являются другие способы, которые, к сожалению, менее разработаны. К ним относится способ, предложенный В. А. Флориным, где за активную глубину сжатия принимается глубина, при которой пренебрежение сжатием более глубоко расположенных слоев основания приводит к возникновению расчетной погрешности в величине осадки, не превышающей заданной величины.

Весьма логичен способ (рис. 5.3, б), основанный на условии, что в пределах активной глубины, включая его нижнюю границу, $\sigma_z(q) + \sigma_z(q_d) \geq \sigma_{стр}$, где $\sigma_{стр}$ — величина структурной прочности грунта (см. § 1.4).

В последние годы в ряде нормативных документов получил развитие способ определения H_a путем введения ниже H_a условного, несуществующего абсолютно несжимаемого подстилающего слоя — способ линейно деформируемого слоя конечной толщины. Расчетная толщина линейно деформируемого слоя определяется по чисто эмпирической зависимости $H_{a,рас} = H_{o,a} + bt$, где b — ширина сооружения, м; $H_{o,a}$ и t — эмпирические величины, принимаемые соответственно равными для оснований, сложенных: глинистыми грунтами — 9 м и 0,15; песчаными грунтами — 6 м и 0,1. Кроме того, вводятся поправки на интенсивность давления от сооружения умножением $H_{a,рас}$ на понижающий или повышающий коэффициент (0,8...1,2). Условность введения в однородной толще грунта подстилающего фиктивного абсолютно несжимаемого слоя очевидна.

Конечно, во всех способах при залегании действительно несжимаемых грунтов в пределах H_a глубина сжимаемого слоя должна ограничиваться кровлей этого грунта. В этом случае применение для расчета осадки слоя конечной толщины с $H_{a,рас} < H_a$ вполне обосновано.

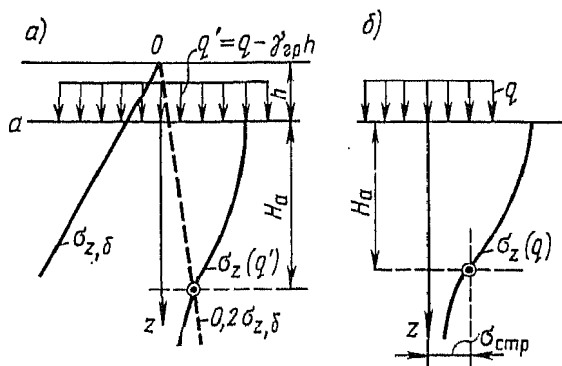


Рис. 5.3. Определение величины активной глубины сжатия сравнением дополнительных напряжений с бытовыми (а) и по величине структурной прочности (б)

5.4 МЕТОД ПОСЛОЙНОГО СУММИРОВАНИЯ ОСАДОК

Метод заключается в делении всей сжимаемой толщи H_a на некоторое число расчетных слоев и осадка определяется суммированием деформаций отдельных слоев, заменяя зависимость (5.3) приближенным выражением

$$r, s \text{ или } s + d \approx \sum_{0'}^{H_a} \varepsilon_z \Delta z, \quad (5.4)$$

где ε_z — относительная деформация каждого расчетного слоя в направлении z от каждой нагрузки $\gamma_{гр}h$, $(q - \gamma_{гр}h)$ и q_d . В общем случае для каждой нагрузки возможны свои величины H_a и соответствующее число расчетных слоев толщиной Δz .

Способ определения осадок без учета боковых деформаций грунта. В этом способе при определении осадок принимается допущение, что деформации $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$. Рассмотрим методику расчета полных (конечных) осадок, исходя из последовательности этапов возведения сооружения, описанных в § 5.2 и представленных на рис. 5.1.

1. Определение конечной величины разбухания основания — r при отрыве котлована (см. рис. 5.1, а). Для этого, заменив влияние отрыва котлована на напряженное состояние основания, приложением отрицательной нагрузки — $\gamma_{гр}h$ рассмотрим напряженное состояние в какой-либо точке A до и после ее приложения.

До отрыва котлована было бытовое напряженное состояние, определяемое в частном случае собственным весом грунта, т. е. $\sigma' = \sigma_z$ б = $\sigma_z(\gamma_{гр}) = \gamma_{гр}z$. После приложения нагрузки — $\gamma_{гр}h$ напряжение в скелете грунта будет $\sigma'' = \sigma_z(\gamma_{гр}) + \sigma_z(-\gamma_{гр}h)$, где

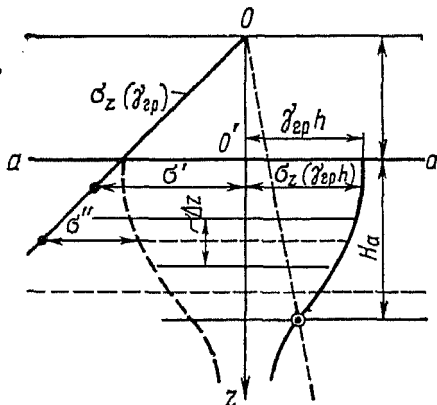


Рис. 5.4. Напряжения σ_z до и после отрыва котлована и активная глубина разбухания

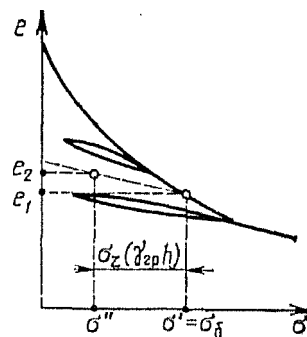


Рис. 5.5. Определение коэффициентов пористости до (e_1) и после (e_2) отрыва котлована

$\sigma_z(\gamma_{гр}h)$ — напряжения от нагрузки — $\gamma_{гр}h$, определяемые из решения теории упругости (см. гл. 3).

Тем или иным способом определяется активная глубина сжатия, например путем сопоставления бытовых напряжений с дополнительными напряжениями, вызванными нагрузкой — $\gamma_{гр}h$ (рис. 5.4). Вся активная глубина делится на элементарные слои Δz и в середине каждого слоя определяются напряжения σ' и σ'' .

Зная напряжения σ' и σ'' , по компрессионной кривой (рис. 5.5) можно определить соответствующие им коэффициенты пористости e_1 и e_2 . Коэффициент пористости e_1 определяется на основной ветви компрессионной кривой (рис. 5.5), а e_2 , полученный в результате разгрузки основания, — на кривой разбухания. Необходимую из e_1 кривую разгрузки можно провести по интерполяции между двумя соседними ветвями разгрузки (на рис. 5.5 пунктиром).

Учитывая ранее полученную зависимость (2.13) между изменением коэффициента пористости и относительной деформацией в условиях невозможности бокового расширения $\varepsilon_z = (e_1 - e_2)/(1 + e_1)$, зависимость (5.4) для определения величины r можно представить в виде

$$r = \sum_{O'}^{H_a} \frac{e_{1,i} - e_{2,i}}{1 + e_{1,i}} \Delta z_i. \quad (5.5)$$

2. Определение осадки при нагрузке от сооружения $\gamma_{гр}h$. Учитывая, что кривые разбухания и вторичного нагружения близки, принимаем осадку от нагрузки $\gamma_{гр}h$ (см. рис. 5.1, б) равной $+r$.

3. Определение осадки s от нагрузки $q' = q - \gamma_{гр}h$ (см. рис. 5.1, в). При этом можно приближенно принять, что начальные напряжения в основании после приложения нагрузки $\gamma_{гр}h$ достигли напряжений, существовавших до открытия котлована, т. е. $\sigma' = \sigma_z \delta = \sigma_z(\gamma_{гр}) = \gamma_{гр}z$. Затем следует найти напряжения от нагрузки $q' = q - \gamma_{гр}h$, обозначаемые через

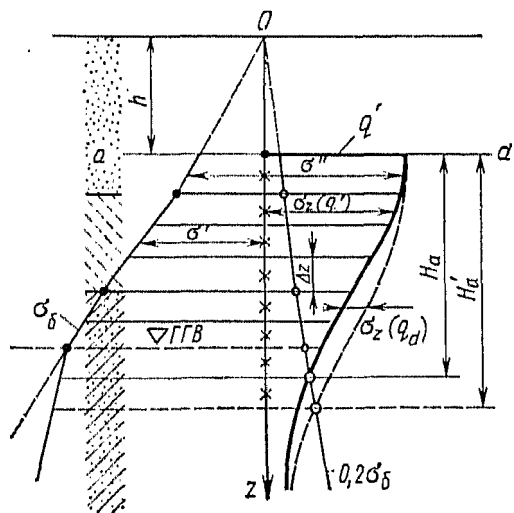


Рис. 5.6. Напряжения σ_z от нагрузки q' и $q' + q_d$ и активные глубины сжатия H_a и H'_a

$\sigma' = \sigma_z \delta = \sigma_z(\gamma_{гр}) = \gamma_{гр}z$. Затем следует найти напряжения от нагрузки $q' = q - \gamma_{гр}h$, обозначаемые через

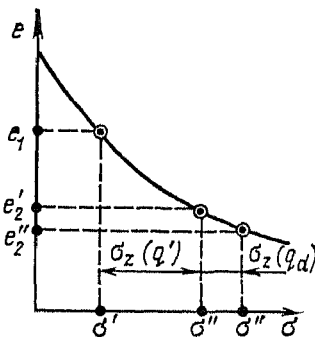


Рис. 5.7. Определение коэффициентов пористости до (e_1) и после (e_2) приложения нагрузок q' или $q' + q_d$

$\sigma_z(q')$. В результате напряжение в грунте увеличится до $\sigma'' = \sigma_z(\gamma_{гр}) + \sigma_z(q')$. Активная глубина сжатия определится из сопоставления эпюр напряжений σ_z и $\sigma_z(q')$ (рис. 5.6) на пересечении линии $0,2 \sigma_z$ с эпюрой $\sigma_z(q')$. Далее активную глубину H_a следует разделить на необходимое число расчетных слоев Δz и для середины каждого слоя по главной ветви компрессионной кривой (рис. 5.7) определить коэффициенты пористости e_1 и e_2' , отвечающие напряжениям σ' и σ'' .

В результате осадка основания от нагрузки $q' = q - \gamma_{гр}h$ определится как

$$s = \sum_{0'}^{H_a} \frac{e_{1,i} - e_{2,i}'}{1 + e_{1,i}} \Delta z. \quad (5.6)$$

При слоистом напластовании основания (см. рис. 5.6) расчетные слои Δz должны располагаться только в одном грунтовом слое и для каждого выделенного слоя грунта должна использоваться своя компрессионная кривая.

4. Определение осадки $d + s$ с учетом влияния нагрузки от соседнего сооружения (см. рис. 5.1, з). Дополнительные напряжения $\sigma_z(q_d)$, возникающие при постройке соседнего сооружения с нагрузкой q_d (см. рис. 5.1, з), можно определить методом угловых точек (см. § 3.2). В результате напряжения, вызывающие осадку $s + d$, определяются (см. рис. 5.6) как

$$\sigma'' = \sigma_z(\gamma_{гр}) + \sigma_z(q') + \sigma_z(q_d).$$

Активная глубина несколько увеличивается и достигает H'_a (рис. 5.6). Определяя по главной ветви компрессионной кривой e_2'' соответствующие новому значению σ'' (рис. 5.7), можно по зависимости (5.6) определить вместо s величину суммарной осадки $s + d$ в пределах активной глубины H'_a . Общая (суммарная) величина полной (конечной) осадки сооружения определится как $S = r + s + d$.

Описанным выше способом можно определять осадку сооружения по любой вертикали основания. Так, например (рис. 5.8), можно определить возможный крен сооружения в результате неравномерной нагрузки на сооружение и различий в напластовании грунтов (рис. 5.8, а) или влияния дополнительных неравномерных напряжений от соседнего сооружения (рис. 5.8, б). Для этого вычисляют осадки S_1 и S_2 под краями сооружения и величина крена определится как $\text{tg } \omega = (S_2 - S_1)/b$. В первом случае (рис. 5.8, а) увеличение осадки S_2 вызывается большими напряжениями под этим краем фундамента и наличием в пределах $H_{a,2}$ прослая сильно сжимаемого грунта. Во втором случае крен сооружения вызывается дополнительными на-

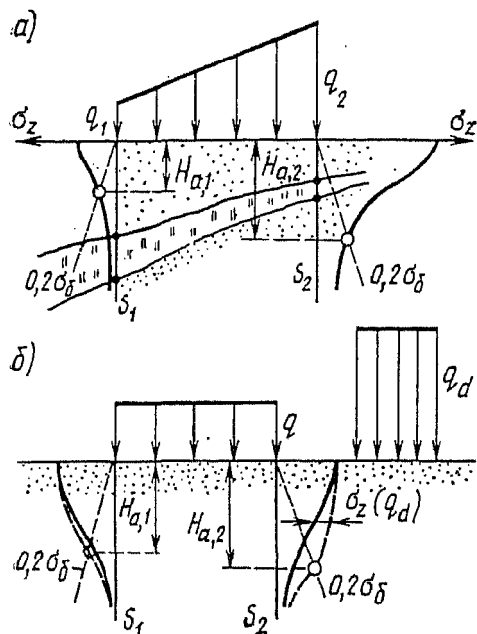


Рис. 5.8. Активная глубина H_a при расчете крена сооружения в результате неравномерности нагрузки (а) и влияния нагрузки от соседнего сооружения (б)

пряжениями $\sigma_z(q_d)$, большими под краем (2) сооружения, ближайшим к строящемуся (q_d).

При невозможности бокового расширения грунта из компрессионной зависимости (1.27), (1.28) и (1.29) коэффициент уплотнения (или разбухания) a (a_p) = $(e_1 - e_2)/(\sigma'' - \sigma')$ и поэтому зависимости (5.5) и (5.6) можно представить в виде

$$r, s \text{ или } s + d = \sum_{O'}^{H_a} \frac{(a_p \text{ или } a) \sigma_{zi}}{1 + e'_{1, i}} \Delta z_i, \quad (5.7)$$

где $\sigma_z = \sigma'' - \sigma'$ — дополнительные напряжения, соответствующие деформации ε_z .

Учитывая связь коэффициента уплотнения с модулем деформации E (2.26), т. е. что $a = \beta(1 + e)/E$, выражение (5.7) приобретает вид

$$r, s \text{ или } s + d = \sum_{O'}^{H_a} \frac{\beta \sigma_{zi}}{E} \Delta z, \quad (5.8)$$

где E — модуль деформации или при определении r модуль упругости (разбухания).

Все приведенные выше формулы для расчета осадки (5.5), (5.6), (5.7) и (5.8) в принципе равноценны, а (5.8) совпадает с приводимыми в СНиПе. Следует отметить, что формулы (5.5) и (5.6) при достаточно малых толщинах расчетных слоев (Δz) позволяют более детально учесть нелинейность компрессионных зависимостей.

Способ определения осадок с учетом боковых деформаций грунта. При учете возможности боковых деформаций в зависимости (5.4) для деформаций ε_z следует принимать закон Гука (2.16) в виде

$$\varepsilon_z = \sigma_z/E - \nu(\sigma_x + \sigma_y)/E$$

или путем прибавления и вычитания в правой части $\nu\sigma_z/E$ в форме

$$\varepsilon_z = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_z - \frac{\nu}{E} \Theta, \quad (5.9)$$

где, как и ранее, $\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$.

Из выражения (5.9), расчленив деформации, как показано в § 2.2, легко получить закон Гука в иной иногда более удобной форме (2.27)

$$\varepsilon_z = \frac{1 + \nu}{E} \left(\sigma_z - \frac{\Theta}{3} \right) + \frac{1 - 2\nu}{3E} \Theta. \quad (5.10)$$

Аналогично можно записать выражения для деформаций ε_x , ε_y , помня только в (2.27) σ_z на σ_x и σ_y . Отсюда объемная деформация

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = (1 - 2\nu)\Theta/E \text{ или}$$

$$1/E = \varepsilon_v/(1 - 2\nu)\Theta. \quad (5.11)$$

Объемная деформация, как показано в § 2.2, может быть представлена в виде (2.12), т. е. $\varepsilon_v = (e_1 - e_2)/(1 + e_1)$. Тогда, подставляя выра-

жения (5.11) с учетом (2.12) в (2.27), получим зависимость

$$\varepsilon_z = \left[\frac{1+\nu}{1-2\nu} \left(\frac{\sigma_z}{\Theta} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{3} \right] \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1}. \quad (5.12)$$

Любым из выражений (2.16), (2.27) или (5.12) можно пользоваться для нахождения величины осадки с учетом боковых деформаций грунта.

При определении величины r следует вычислять $\Theta(-\gamma_{гр}h)$ и $\sigma_z(\gamma_{гр}h)$ от нагрузки $-\gamma_{гр}h$, а при определении s соответственно $\sigma_z(q')$ и $\Theta(q')$ от нагрузки $q' = q - \gamma_{гр}h$.

Коэффициенты пористости e_1 для напряжений $\sigma' = \sigma_z(\gamma_{гр}) = \gamma_{гр}z$, как и ранее, находят непосредственно на главной ветви компрессионной кривой, так как от собственного веса нет возможности бокового расширения грунта.

Определенные трудности возникают при оценке величин коэффициентов пористости e_2 от нагрузок $-\gamma_{гр}h$ и q' в случае использования для их получения компрессионных приборов, т. е. приборов с невозможностью бокового расширения грунта, что противоречит идее самого рассматриваемого способа. В этом случае можно использовать описанный ранее в § 2.2 принцип гидроемкости, т. е. считать, что коэффициент пористости, или пористость грунта, зависит только от суммы главных напряжений Θ , а не от их соотношений. Тогда для получения e_2 необходимо, чтобы сумма главных напряжений в приборе $\Theta_{пр}$ и сумма главных напряжений при нагрузках $\gamma_{гр}h$ и q' были равны $\Theta_{пр} = \Theta(\gamma_{гр}) + \Theta(-\gamma_{гр}h)$ и $\Theta_{пр} = \Theta(\gamma_{гр}) + \Theta(q')$.

Учитывая, что в компрессионном приборе $\Theta_{пр} = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \xi\sigma + \xi\sigma + \sigma = \sigma(1 + 2\xi)$, величину e_2 на компрессионной кривой разбухания (для r) или уплотнения (для s или d) необходимо определять для напряжений

$$\sigma'' = \frac{1}{1 + 2\xi} [\Theta(\gamma_{гр}) + \Theta(-\gamma_{гр}h)] = \sigma_z(\gamma_{гр}) + \frac{\Theta(-\gamma_{гр}h)}{1 + 2\xi} \text{ или}$$

$$\sigma'' = \frac{1}{1 + 2\xi} [\Theta(\gamma_{гр}) + \Theta(q')] = \sigma_z(\gamma_{гр}) + \frac{\Theta(q')}{1 + 2\xi}.$$

В остальном определение величины осадки или разбухания с учетом влияния боковых деформаций не отличается от рассмотренного в § 5.4 для случая расчета без учета влияния боковых деформаций.

В заключение следует отметить, что метод послойного суммирования обладает значительной общностью, позволяет учесть любой вид внешней нагрузки, определить составляющие осадок за счет отрывания котлованов, оценить влияние соседних сооружений и пригрузок, в определенной степени учесть любое напластование грунтов и перемену характеристик грунтов по глубине и, что особенно существенно, учесть нестабилизированное состояние грунта (см. гл. 8).

5.5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСАДОК КАК ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ЛИНЕЙНО ДЕФОРМИРУЕМОЙ СРЕДЫ

Метод основан на непосредственном использовании решений теории линейно деформируемой среды (теории упругости) для определения осадок различных точек поверхности основания. При этом для определения осадок обычно используют выражение

$$S = \int_0^z \varepsilon_z dz = W(x, y, 0) - W(x, y, z), \quad (5.13)$$

где z — глубина, например, активного (сжимаемого) слоя H_a ; $W(x, y, z)$ — вертикальное перемещение в точке (x, y, z) .

В случае однородного изотропного полупространства, нагруженного вертикальными распределенными нагрузками, решение задачи основано на использовании выражения Ж. Буссинеска для вертикального перемещения от сосредоточенной силы (3.10), которое удобно записать в виде

$$W(z) = P/(2\pi C) [2/R + 1/(1 - \nu)(z^2/R^3)],$$

где $C = E/(1 - \nu^2)$ и $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

В случае равномерно распределенной нагрузки q , приложенной к прямоугольной площади загрузки (см. рис. 3.14), выражение для вертикального перемещения может быть получено из (3.10) как

$$W(x, y, z) = \frac{q}{2\pi C} \int_{-a}^{+a} \int_{-l}^{+l} \left\{ \frac{2}{\sqrt{(x-\zeta)^2 + (y-\eta)^2 + z^2}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{1-\nu} \frac{z^2}{\sqrt{[(x-\zeta)^2 + (y-\eta)^2 + z^2]^3}} \right\} d\zeta d\eta. \quad (5.14)$$

Результат интегрирования, хотя и прост, но очень громоздок и приводится в [34].

Для случая $x = y = 0$ из (5.14) получим выражение для вертикального перемещения $W_{\text{ц}}(z)$ в центре площади загрузки в виде

$$W_{\text{ц}}(z) = \frac{2aq}{C} \left(A - \frac{1-2\nu}{1-\nu} B \right), \quad (5.15)$$

$$\text{где } A = \frac{1}{\pi} \left(\ln \frac{\sqrt{1+n^2+m^2}+n}{\sqrt{1+n^2+m^2}-n} + n \ln \frac{\sqrt{1+n^2+m^2}+1}{\sqrt{1+n^2+m^2}-1} \right);$$

$$B = \frac{1}{\pi} m \operatorname{arctg} \frac{n}{m \sqrt{1+n^2+m^2}}; \quad n = \frac{l}{a}; \quad m = \frac{z}{a}.$$

При $x = \pm a$ и $y = 0$ и $n > 1$ из (5.14) получим выражение для вертикального перемещения в любой точке на вертикалях, проходящих

через середины двух больших сторон контура прямоугольной площади загрузения $W_d(z)$ в виде, аналогичном (5.15) с A_1 и B_1 , где A_1 и B_1 отличаются от выражений для A_1 и B_1 только тем, что в них n и m заменяются соответственно $n/2$ и $m/2$.

Формулу (5.15) и аналогичные формулы для других площадей загрузения или вертикалей как для гибких, так и для жестких фундаментов обычно представляют в виде

$$W(z) = \frac{2aq}{C} K(z) \text{ или при } 2a = b \quad W(z) = \frac{bq}{C} K(z). \quad (5.16)$$

Тогда в соответствии с (5.13) осадка определится как

$$S = W(0) - W(z) = \frac{bq}{C} [K(0) - K(z)],$$

или в наиболее часто используемом виде

$$S = bqK/C, \quad (5.17)$$

где $K = K(0) - K(z)$.

Следует отметить, что определение осадки только в центре площади загрузения по зависимости (5.15) приводит к преувеличению

Таблица 5.1

Коэффициент K для фундаментов								
$m=2z/b$ или $m=z/r$	круглых радиу- сом r	прямоугольных с соотношением стороны $n=l/b$, равным						ленточных при $n \geq 10$
		1	1,4	1,8	2,4	3,2	5	
0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,4	0,090	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,104
0,8	0,179	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,208
1,2	0,266	0,299	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,311
1,6	0,348	0,380	0,394	0,397	0,397	0,397	0,397	0,412
2,0	0,411	0,446	0,472	0,482	0,486	0,486	0,486	0,511
2,4	0,461	0,499	0,538	0,556	0,565	0,567	0,567	0,605
2,8	0,501	0,542	0,592	0,618	0,635	0,640	0,640	0,687
3,2	0,532	0,577	0,637	0,671	0,696	0,707	0,709	0,763
3,6	0,558	0,606	0,676	0,717	0,750	0,768	0,772	0,831
4,0	0,579	0,630	0,708	0,756	0,796	0,820	0,830	0,892
4,4	0,596	0,650	0,735	0,789	0,837	0,867	0,883	0,949
4,8	0,611	0,668	0,759	0,819	0,873	0,908	0,932	1,001
5,2	0,624	0,683	0,780	0,884	0,904	0,948	0,977	1,050
5,6	0,635	0,697	0,798	0,867	0,933	0,981	1,018	1,095
6,0	0,645	0,708	0,814	0,887	0,958	1,011	1,056	1,138
6,4	0,653	0,719	0,828	0,904	0,980	1,031	1,090	1,178
6,8	0,661	0,728	0,841	0,920	1,000	1,065	1,122	1,215
7,2	0,668	0,736	0,852	0,935	1,019	1,088	1,152	1,251
7,6	0,674	0,744	0,863	0,948	1,036	1,109	1,180	1,285
8,0	0,679	0,751	0,872	0,960	1,051	1,128	1,205	1,316
8,4	0,684	0,757	0,881	0,970	1,065	1,146	1,229	1,347
8,8	0,689	0,762	0,888	0,980	1,078	1,162	1,251	1,376
9,2	0,693	0,768	0,896	0,989	1,089	1,178	1,272	1,404
9,6	0,697	0,772	0,902	0,998	1,100	1,192	1,291	1,431
10,0	0,700	0,777	0,908	1,005	1,110	1,205	1,309	1,456
11,0	0,705	0,786	0,922	1,022	1,132	1,233	1,349	1,506
12,0	0,710	0,794	0,933	1,037	1,151	1,257	1,387	1,550

расчетной осадки, так как перемещения в центре наибольшие. Поэтому можно, по предложению К. Е. Егорова, принять осредненную величину вертикальных перемещений равной $W(z) = [W_x(z) + 2W_y(z)]/3$, а выражение для ее определения тогда можно записать как

$$W(z) = 2aqK(z)/C,$$

где в соответствии с (5.15)

$$K(z) = \frac{1}{3} \left[A + 2A_1 - \frac{1-2\nu}{1-\nu} (B + 2B_1) \right].$$

Определяя осадку по выражению (5.13) как сжатие слоя от поверхности ($z = 0$) до глубины z , обычно принимаемой H_a , можно представить искомую величину средней осадки для прямоугольной площади загрузки в виде зависимости (5.17).

Таблицы значений K для различных m и n и ν приведены в ряде руководств и книг, например в [34, 36]. В аналогичной форме (5.17) К. Е. Егоровым получены решения для случая жесткой полосы или жесткого круглого штампа, для которых величины K , подсчитанные при $\nu = 0,3$, приведены в табл. 5.1.

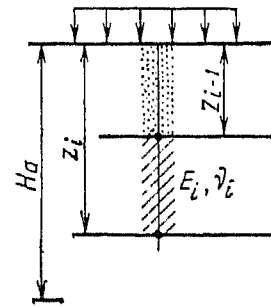


Рис. 5.9. Схема к расчету осадки слоистого основания

Учет неоднородности — слоистости основания определяют сжатием каждого слоя в отдельности и суммированием получаемых при этом результатов. Величина сжатия i -го слоя (рис. 5.9) принимается равной разности перемещений точек, расположенных на глубинах z_i и z_{i-1} , соответствующих верхней и нижней границам слоя. При этом, вычисляя каждое из перемещений $W(z_i)$ и $W(z_{i-1})$, предполагается (К. Е. Егоров), что все основание однородно и сложено из грунтов i -го слоя, обладающего характеристиками E_i и μ_i . В результате величина осадки может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} S &= \sum_{i=1}^n [W(z_{i-1}) - W(z_i)] = \sum_{i=1}^n \{ [W(0) - W(z_i)] - [W_0 - W(z_{i-1})] \} = \\ &= \sum_{i=1}^n [S(z_i) - S(z_{i-1})] \end{aligned}$$

или в форме зависимости (5.17) как

$$S = bq \sum_{i=1}^n \frac{K_i - K_{i-1}}{C_i}, \quad (5.18)$$

где n — число слоев, различающихся по сжимаемости в пределах активной глубины H_a ; K_i — коэффициент, определяемый по табл. 5.1 для i -го слоя в зависимости от формы подошвы фундамента и соотношения сторон прямоугольного фундамента.

При определении осадки основания по расчетной схеме линейно деформируемого слоя конечной толщины, т. е. слоя, расположенного на абсолютно жестком основании, в зависимость (5.18) вводится (К. Е. Егоров) коэффициент M , учитывающий влияние жесткого подстилающего слоя

$$S = bqM \sum_{i=1}^n \frac{K_i - K_{i-1}}{C_i}. \quad (5.19)$$

Величину M , учитывающую концентрацию напряжений при наличии жесткого подстилающего слоя, вычисляют по табл. 5.2 в зависимости от m' — отношения толщины линейно деформируемого слоя H_a к полуширине или радиусу фундамента.

Таблица 5.2

$m' = 2H/b$ или $m' = H/r$	M	$m' = 2H/b$ или $m' = H/r$	M
$0 < m' \leq 0,5$	1,5	$2 < m' \leq 3$	1,2
$0,5 < m' \leq 1$	1,4	$3 < m' \leq 5$	1,1
$1 < m' \leq 2$	1,3	$m' > 5$	1,0

Следует отметить, что принципиально решения типа (5.15) и (5.17) справедливы только в условиях однородного основания ($C = \text{const}$); поэтому способ учета (5.18) или (5.19) неоднородности основания, основанный на распространении свойств каждого слоя на всю среду, достаточно условен.

Исходя из решений задачи о вертикальных перемещениях $W(x, y, z)$ однородной линейно деформируемой среды при $z = 0$, могут быть легко получены выражения для осадок различных точек подошвы фундамента в виде формулы (5.17) с коэффициентами K , определяемыми по табл. 5.3. При этом в формуле (5.17) $K = K_y$ — для угловой точки гибкого фундамента; $K_{\text{ц}}$ — для центра площади загрузки; $K_{\text{ср}}$ — для средней осадки всей загруженной площади и $K = K_{\text{const}}$ — для определения осадки абсолютно жесткого фундамента. Имеются также таблицы для случая слоя конечной толщины [36].

Таблица 5.3

Форма загруженной площади	K_y	$K_{\text{ц}}$	$K_{\text{ср}}$	K_{const}
Круг	0,64	1,00	0,85	0,79
Квадрат	0,56	1,12	0,95	0,88
Прямоугольники при n , равном				
1,5	0,68	1,36	1,15	1,08
2,0	0,77	1,53	1,30	1,22
3,0	0,89	1,78	1,53	1,44
4,0	0,98	1,96	1,70	1,61
5,0	1,05	2,10	1,83	1,72
10,0	1,27	2,53	2,25	2,12

Зависимости, аналогичные (5.17), получены для определения крена (наклона) сооружений с прямоугольной подошвой при внецентренном приложении вертикальной нагрузки:

в направлении бóльшей стороны подошвы сооружения в виде

$$i_l = \operatorname{tg} \omega_l = K_l \frac{M_l}{(l/2)^3} \frac{1-\nu^2}{E};$$

в направлении меньшей стороны подошвы сооружения в виде

$$i_b = \operatorname{tg} \omega_b = K_b \frac{M_b}{(b/2)^3} \frac{1-\nu^2}{E},$$

где ω_l и ω_b — углы крена сооружения; M_l и M_b — моменты, действующие в вертикальной плоскости, параллельной соответственно бóльшей и меньшей сторонам прямоугольника; K_l и K_b — коэффициенты, определяемые по табл. 5.4.

Таблица 5.4

Коэффициенты	Значения коэффициентов при соотношении сторон ($n=l/b$), равном					
	1	1,4	1,8	2,4	3,2	5
K_l	0,50	0,71	0,83	0,97	1,1	1,44
K_b	0,50	0,39	0,33	0,25	0,19	0,13

Для круглого в плане фундамента радиусом r

$$i = \operatorname{tg} \omega = \frac{M}{4r^3} \frac{1-\nu}{E}.$$

Н. А. Цытовичем (1934) предложен способ эквивалентного слоя, состоящий в том, что определение осадок в условиях плоской и пространственной задачи приводится к определению осадки в условиях одномерной задачи. При этом вычисление осадки от нагрузки q (рис. 5.10, а), равномерно распределенной по поверхности основания в пределах полосы или круговой и прямоугольной площадей загрузки, заменяется определением осадки (S_3) неограниченно простирающегося в стороны «эквивалентного» слоя (h_3), загруженного по всей его поверхности нагрузкой той же интенсивности q (рис. 5.10, б).

Для эквивалентного слоя в условиях невозможности бокового расширения осадка с учетом (2.17) и (2.16) может быть представлена как

$$S_3 = \varepsilon_z h_3 = \frac{1}{E} (q - \nu \xi q - \nu \xi q) h_3 = \frac{q}{E} \left(1 - \frac{2 \nu^2}{1 - \nu} \right) h_3. \quad (5.20)$$

Величина осадки в центре прямоугольной площади загрузки исходя из выражения (5.15) для вертикального перемещения при $z = 0$ и, как следствие, при $m = B = 0$ может быть представлена в виде

$$W_{\text{ц}} = 2\alpha q \frac{1 + \nu^2}{E} K, \quad (5.21)$$

где

$$K = \frac{1}{\pi} \left(\ln \frac{\sqrt{1+n^2} + n}{\sqrt{1+n^2} - n} + n \ln \frac{\sqrt{1+n^2} + 1}{\sqrt{1+n^2} - 1} \right).$$

Тогда толщину эквивалентного слоя $h_э$ найдем из условия $S_э = W_ц$ или

$$2\alpha q \frac{1-\nu^2}{E} K = \frac{q}{E} \left(1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu}\right) h_э, \text{ откуда } h_э = 2\alpha AK, \quad (5.22)$$

где $A = (1 - \nu)^2 / (1 - 2\nu)$.

Величина осадки сооружения, т. е. сжатия «эквивалентного» слоя, определяется, учитывая зависимости (2.13) и (1.28), как

$$S = S_э = \epsilon_э h_э = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} h_э = \frac{\alpha_y q}{1 + e_1} h_э, \quad (5.23)$$

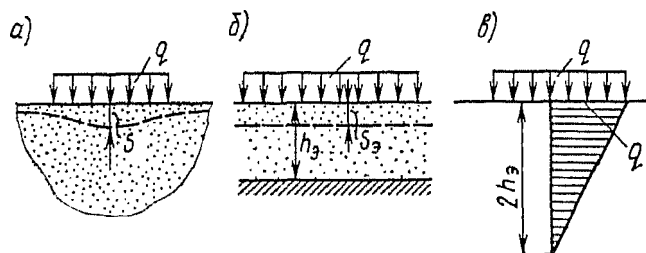


Рис. 5.10. Замена полупространства или полуплоскости, нагруженных нагрузкой q (а), эквивалентным слоем (б), и принимаемый характер распределения напряжений в случае определения среднего коэффициента уплотнения (в)

где α_y — коэффициент уплотнения; e_1 — начальный коэффициент пористости грунта.

Аналогичным путем можно составить выражения для определения толщины эквивалентного слоя, для величины осадки угловых точек W_y прямоугольной площади загрузки или для определения средней осадки площади загрузки. Величина K в выражении (5.22) может для различных форм и точек площади загрузки определяться по табл. 5.3. Таким образом, в случае однородного по деформируемости основания способ эквивалентного слоя заключается в определении

по зависимости (5.22) и табл. 5.3 величины $h_э$, а по выражению (5.23) осадки сооружения S , что удобно для применения.

Так как в основу способа эквивалентного слоя положено решение теории упругости для однородной среды, то в случае неоднородного слоистого основания со слоями различной деформируемости приходится вводить ряд условностей. Величина осадки определяется по формуле (5.23), вводя в нее средний коэффициент уплотнения слоистого основания. Величина этого коэффициента уплотнения определяется из условия, что сжатие эквивалентного слоя равно сумме величин сжатия всех отдельных слоев, из которых состоит действительное основание в пределах вводимой условной треугольной эпюры напряжений, равной по высоте $2h_э$ (рис. 5.10, в). Аналогичные условности приходится вводить и при учете нагрузок от соседних сооружений или нестационаризованного состояния основания, а также в случаях неравномерного распределения нагрузки по поверхности основания. Техника приближенного учета этих факторов подробно приводится в [36]. Следует напомнить, что в способе послойного суммирования в принятии такого рода допущений нет необходимости.

5.6 ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОСАДОК КАК ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЫ

Все описанные выше способы расчета осадок сооружений основаны на использовании решений теории линейно деформируемой среды, либо путем определения напряжений по решениям теории упругости, либо непосредственно оценкой вертикальных пере-

мещений линейно деформируемого полупространства или полуплоскости. В результате в случае однородной по деформируемости среды (E , ν или α постоянны во всей области) по имеющимся практическим методам расчета может быть получена только линейная зависимость между осадкой S и нагрузкой q при любой ее интенсивности (рис. 5.11). Развитие областей пластических деформаций приводит к существенному нарушению линейности зависимости $S(q)$ (рис. 5.11, кривая 2), все большему отклонению (увеличению осадки) от решения на основе модели линейно деформируемого тела (прямая 1). Поэтому вводится ограничение в достоверности расчета осадки на основе решений теории упругости. В качестве граничного критерия, как было показано в § 3.4, принимается расчетное сопротивление R , определяемое через величину нагрузки $q_{1/4}$ по зависимостям (3.37) и (3.38). Напомним, что при нагрузке $q_{1/4}$ область пластических деформаций распространяется в глубину основания на 0,25 ширины фундамента (b). Таким образом, принимается, что при нагрузке от сооружения $q \leq R$ отклонение осадки, рассчитанной по применяемым в проектной практике методам, от действительной сравнительно невелико (рис. 5.11, величина ΔS), а условие (3.40) является только ограничением применимости для достоверного расчета осадок сооружений модели линейно деформируемой среды.

В последние годы на основе применения высоко эффективных численных методов конечных разностей и конечных элементов началось интенсивное развитие решений упругопластических задач напряженно-деформированного состояния грунтовых сред, в частности оснований сооружений. Как известно из § 2.1, расчетная модель смешанной задачи теории линейно деформируемой среды и среды теории пластичности описывается системой уравнений равновесия для всей грунтовой области (2.3) и уравнением предельного равновесия (2.10) для пластических зон. Кроме того, для упругопластической среды добавляются геометрические и физические уравнения, которые различны в линейно деформируемой и пластической зонах. Используя эту модель, определяется осадка сооружения как вертикальное перемещение упругопластического основания конечной толщины*. В результате график осадки в зависимости от нагрузки имеет криволинейный характер (см. рис. 2.6 или 5.11), но на начальном участке за-

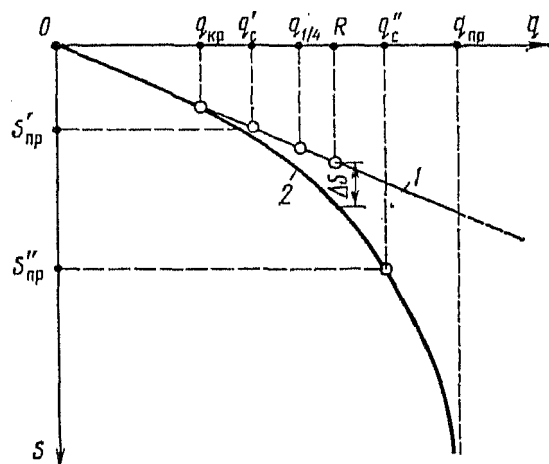


Рис. 5.11. Характер зависимости осадки сооружения S от нагрузки q при использовании модели линейно деформируемой среды (1) и при развитии областей пластических деформаций (2)

* Несколько более подробно о решениях нелинейных задач, и в частности упругопластических, см. в гл. 10.

гружения близкий к линейному и наиболее криволинейный на участке приближения к переходу большей части основания в состояние пластического течения, т. е. к $q_{пр}$ (см. рис. 5.11).

Как показали численные решения для вертикальных перемещений упругопластической среды, полученные А. К. Бугровым, имея результаты расчетов осадок по «упругой» (S) (линейно деформируемая среда) и упругопластической ($S_{п}$) моделям, можно с некоторым приближением принять

$$S_{п} = k_{п} S, \quad (5.24)$$

где $k_{п}$ — коэффициент увеличения осадки при учете развития областей пластических деформаций.

На графике (рис. 5.12) приведены значения $k_{п}$ (А. К. Бугров) в случае равномерно распределенной полосообразной нагрузки (q) для различных значений угла внутреннего трения грунта (φ) в зависимости от $q/q_{1/4}$. Этот график получен для $b \leq 10$ м и $H_a/b \leq 2$. При нагрузках $q < q_{1/4}$, естественно, следует принимать $k_{п} = 1$.

Следует отметить, что, как показали расчеты, при больших $\varphi (> 20^\circ)$ линейность зависи-

мости $S(q)$ сохраняется далеко за пределами $q_{1/4}$ и R . Практически решения теории упругости с целью определения осадок можно с малой погрешностью применять для таких грунтов до нагрузок $(2 \div 3)R$ и даже более.

В настоящее время и особенно в будущем основой проектирования сооружений является выполнение бесспорно правильного условия (5.1) — достижения предельно допустимых перемещений сооружения и его частей, в частности $S \leq S_{пр}$. В современных условиях применения в практических расчетах решений теории упругости реализовать это условие не представляется возможным и приходится вводить условные ограничения по величине R . Так, например, в случае мало-сжимаемых грунтов (песчаных, крупнообломочных и др.) и использования решений теории упругости, прежде чем удастся реализовать предельно допустимую осадку $S_{пр}''$ (рис. 5.11), приходится ограничивать нагрузку $q_c = R$. При переходе к упругопластическим решениям это ограничение отпадает и непосредственно по кривой 2 (см. рис. 5.11) можно найти $q_c' > R$, соответствующее $S_{пр}''$. Естественно, здесь достигается значительная экономия стоимости фундаментных частей сооружения. В случае сильно сжимаемых грунтов может оказаться, что при $S_{пр}'$ будет получено $q_c' < R$, или $q_c' = R$ (см. рис. 5.11). Однако использование упругопластических решений позволяет пересмотреть, применяя соответствующие конструктивные решения, величину $S_{пр}'$, повысив ее и сделав фундамент более экономичным. Во всех случаях должно выполняться условие, чтобы $q_c < q_{пр}$, которое при использовании упругопластических решений становится особенно обязательной проверкой.

Таким образом, в ближайшем будущем в проектной практике бесспорно будут применяться только критерии по перемещениям, например $S \leq S_{\text{пр}}$ с выполнением условия $q_c < q_{\text{пр}}$. Необходимость в прямом использовании критерия R или ему подобных естественно отпадает. Все это приведет к более обоснованным и экономичным конструктивным решениям.

5.7 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СМЕЩЕНИЙ СООРУЖЕНИЙ

Для определения величин горизонтальных смещений в практических расчетах используют решения теории линейно деформируемой среды.

Предлагаемый СНиП II-16—76 метод основан на непосредственном использовании решения плоской задачи теории линейно деформируемой среды для равномерно распределенной горизонтальной нагрузки интенсивностью q на полосе шириной $2a = b$. При этом находится разность горизонтальных смещений U двух точек на глубине $z = 0$ и на границе активной глубины H_c ($z = H_c$), т. е. $U = U(0) - U(H_c)$. Для середины полосы загрузки

$$U = \frac{aq}{E_c} \Phi = \frac{Q}{2E_c} \Phi, \quad (5.25)$$

где Q — горизонтальная нагрузка на единицу длины сооружения; E_c — модуль деформации грунта.

Величина функции Φ по решению теории упругости [34] определяется как

$$\Phi = (1 - \nu) \frac{2}{\pi} [(1 - \nu) \ln(1 + m_\Phi^2) + m_\Phi (3 - 2\nu) \operatorname{arctg} 1/m_\Phi], \quad (5.26)$$

где $m_\Phi = H_c/a = 2H_c/b$.

Так же как и в случае определения осадок сооружения, при использовании решений теории упругости существенные трудности возникают при оценке величины H_c , т. е. в определении мощности деформируемой толщи (активной глубины). В СНиП II-16—76 предлагается использовать эмпирическую зависимость $H_c = 0,4(b + l_a)$, где b — ширина подошвы сооружения; l_a — длина анкерного понура.

В случае неоднородных грунтов по глубине по аналогии с зависимостью (5.18) обычно используют формулу

$$U = \frac{Q}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\Phi_i - \Phi_{i-1}}{E_{ci}},$$

где n — число горизонтальных слоев, различающихся по деформируемости в пределах расчетного смещаемого слоя H_c (активная глубина); Φ_i — коэффициенты, полученные по формуле (5.26) для i -го слоя при залегании подошвы i -го слоя на глубине z_i , т. е. при $m_{\Phi i} = 2z_i/b$. Следует отметить некоторую условность выражения (5.27), так как решение (5.25) справедливо только для однородного основания ($E_c = \text{const}$).

Для условий пространственной задачи при загрузении прямоугольной площади ($2a \times 2l$) равномерно распределенной горизонтальной нагрузкой интенсивностью q среднюю величину горизонтального смещения из решения теории упругости [34] определяют по формуле

$$U = 2lq \frac{1+\nu}{\pi E_c} A, \quad (5.27)$$

где

$$A = \ln \frac{\sqrt{1+n^2}+n}{\sqrt{1+n^2}-n} + n \ln \frac{\sqrt{1+n^2}+1}{\sqrt{1+n^2}-1} + \frac{2}{3} \frac{1}{n} [1+n^3 + (1+n^2)^{3/2}] - \nu \left\{ n \ln \frac{\sqrt{1+n^2}+1}{\sqrt{1+n^2}-1} + \frac{2}{3} \frac{1}{n} [(2n^3-1) - (2n^2-1)\sqrt{1+n^2}] \right\} \text{ и } n = a/l.$$

Как и выше при рассмотрении методов расчетов осадок сооружений, следует отметить, что развитие за последние годы численных методов решения упругопластических и нелинейных задач позволяет более обоснованно определять и горизонтальные составляющие смещений сооружений.

5.8 ОСНОВНЫЕ ПУТИ УМЕНЬШЕНИЯ СМЕЩЕНИЙ СООРУЖЕНИЙ И ИХ НЕРАВНОМЕРНОСТИ

Пути уменьшения осадок сооружений, естественно, вытекают из рассмотренных выше методов их определения, учитывающих влияние основных факторов, определяющих их развитие. В случае однородной толщи грунтов к ним относится *заглубление сооружений* в грунт (рис. 5.13, б) и, как следствие, уменьшение $q'_2 < q'_1$ (рис. 5.13, а) и $H'_a < H_a$. Устройство *фундаментов свайной конструкции* (рис. 5.13, в) также приводит к передаче нагрузки на более глубоко расположенные слои грунта и $q'_3 < q'_2 < q'_1$, а $H'_a < H'_2 < H_a$. Увеличение ширины подошвы фундамента (рис. 5.13, г) приводит к снижению нагрузки $q'_2 < q'_1$ и уменьшению осадки. Что же касается H_a , то в этом случае она не всегда существенно уменьшается, так как интенсивность затухания напряжений с глубиной при увеличении площади подошвы фундамента снижается (рис. 5.13, г и 3.18). В случае сильно сжимаемых грунтов весьма кардинальным решением является *замена грунта*, т. е. устройство обычно малосжимаемой *песчаной подушки* (рис. 5.13, ж). При строительстве портовых сооружений на илистых сильно сжимаемых грунтах подушки устраивают непосредственно на поверхности дна акватории (рис. 5.13, з). Все подушки, кроме собственной малой сжимаемости, существенно распределяют напряжения, уменьшая их и активную глубину сжатия сжимаемого грунта.

При наличии неоднородных, слоистых напластований опирание на менее сжимаемые слои грунта, а также *закрепление или уплотнение* «слабых» прослоев (рис. 5.13, е) в пределах H_a приводит к существенному уменьшению осадки. Аналогичные мероприятия уменьшают и горизонтальные смещения сооружений.

При различной сжимаемости грунтов в пределах основания сооружения, наличии линз или сжимаемых слоев различной мощности, а

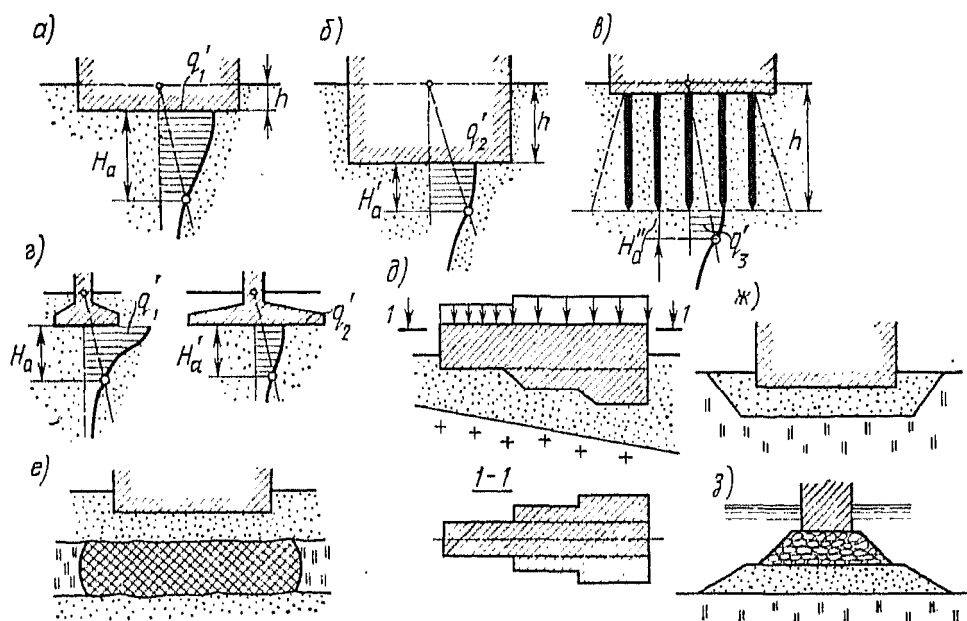
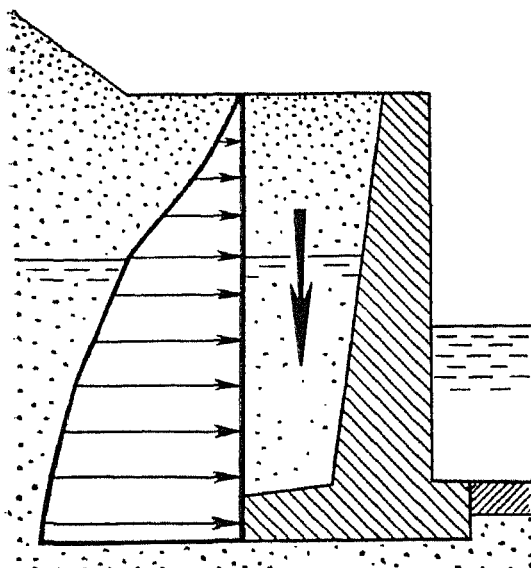


Рис. 5.13. Схемы основных мероприятий, уменьшающих осадки сооружений и их неравномерность

также неравномерности нагрузок на сооружение можно несколько выравнять неравномерность осадок, изменяя глубину заложения и ширину фундаментных частей сооружения (рис. 5.13, д). Выравнивание неравномерности осадок, особенно уменьшение прогибов или выгибов сооружений, можно обеспечить, увеличивая общую жесткость сооружения или его фундаментов.

Кроме методов уменьшения величин смещений и их неравномерности имеются конструктивные мероприятия, уменьшающие в основном только их вредное влияние. Первым из них является *армирование конструкций* для возможности восприятия дополнительных растягивающих напряжений, возникающих в результате неравномерных смещений сооружений. Вторым, особенно эффективным, способом является *разрезка сооружения временными и постоянными осадочными швами*, позволяющими смещаться отдельным частям сооружения независимо друг от друга, не вызывая в них дополнительных напряжений. Все эти мероприятия более подробно и с соответствующими конструктивными рекомендациями приводятся в курсах гидротехнических сооружений, оснований и фундаментов, портовых сооружений и др. Некоторые вопросы эффективности временных осадочных швов рассмотрены в гл. 8.



ДАВЛЕНИЕ ГРУНТА НА СООРУЖЕНИЕ (ПРОСТЕЙШИЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ)

6.1 понятия об активном и пассивном давлении

При решении практических задач из общего напряженного состояния массива грунта обычно выделяют в отдельную задачу определения напряжений и усилий, передающихся на вертикальные или наклонные грани сооружения. Типичными конструкциями, для которых существенно важна оценка давления грунта E , являются различного вида подпорные стенки (рис. 6.1, а), например разделительные стенки примыкания грунтовых плотин к бетонным или зданиям ГЭС, набережные,

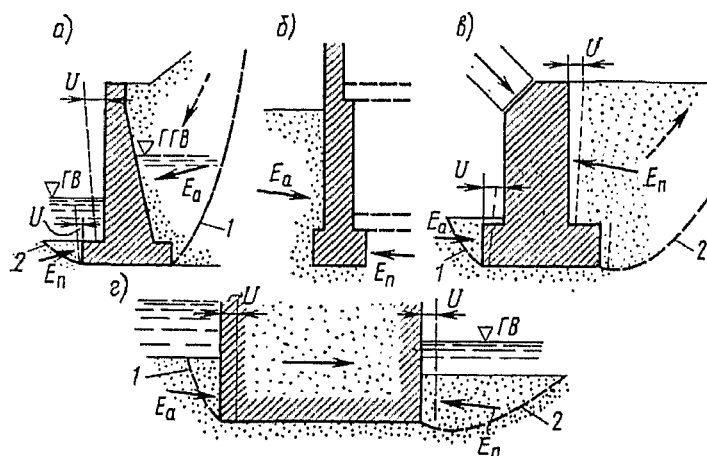


Рис. 6.1. Давление грунта на различные сооружения:

1 — область обрушения грунта («призма» обрушения); 2 — область выпора грунта («призма» выпора)

причалы, стенки шлюзов и др. Кроме того, боковое давление грунта определяют на стенки подвальных помещений (рис. 6.1, б), устой мостов (рис. 6.1, в), гидротехнические сооружения (рис. 6.1, г), ограждения котлованов, стенки перемычек и др.

Как убедительно показали эксперименты и натурные наблюдения, величина давления грунта E на сооружение су-

ущественно зависит от направления, величины и характера смещений вертикальных или наклонных контактных граней сооружения, по которым происходит взаимодействие с грунтовым массивом.

Рассмотрим это влияние смещений вертикальной контактной грани на примере простейшей подпорной стенки (рис. 6.2). В случае уверенно неподвижной стенки (рис. 6.2, в и см. рис. 6.1, б) деформации грунта в зоне ближайшей к стенке происходят без возможности бокового расширения и поэтому при действии только собственного веса грунта в соответствии с (3.3) можно принять $\sigma_x = \xi \sigma_z = \xi \gamma_{гр} z$, где ξ — коэффициент бокового давления грунта. Таким образом, суммарное боковое давление определится как $E_0 = \xi \gamma_{гр} h^2/2$, которое в этом случае нередко называют *давлением покоя*.

Под действием давления грунта могут возникать смещения сооружения в сторону от грунта засыпки (на рис. 6.2 со знаком минус, т. е. $-U$). При этом в массиве грунта образуются поверхности скольжения и постепенно формируется область обрушения и пластических деформаций грунта, которую иногда называют *призмой (клином) обрушения* (1 на рис. 6.2, б).

Возникающие в зоне смещающегося грунта силы сопротивления сдвигу приводят к уменьшению давления грунта, которое при определенной величине смещения $-U_a$ сооружения и окончании формирования призмы обрушения достигает предельного минимального давления, называемого *активным давлением или распором* $-E_a$ (рис. 6.2, а). Как показали эксперименты, для достижения E_a необходимы весьма малые смещения стенки порядка $U \geq (0,002...0,0002) h$.

Иногда в результате действия внешних сил перемещение сооружения происходит в сторону грунта, т. е. возникает случай $+U$ (рис. 6.2). Это может ярко проявляться в сооружениях, воспринимающих большие горизонтальные нагрузки, например устоях арочных мостов (см. рис. 6.1, в). В случае гидротехнических сооружений (см. рис. 6.1, г) в результате действия давления воды возникают горизонтальные смещения со стороны нижнего бьефа $+U$, а со стороны верхнего $-U$.

При перемещении стенки на грунт (рис. 6.2, г) постепенно формируется область или *призма выпора грунта* (2 на рис. 6.2, г) и возникают силы сопротивления сдвигу, препятствующие выпору. В резуль-

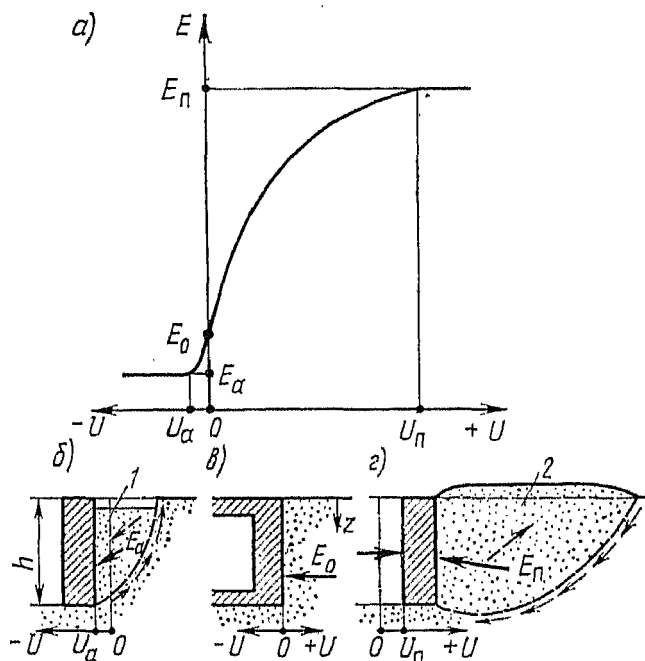


Рис. 6.2. Связь давления грунта (E) с величиной и направлением горизонтального смещения (U) сооружения

тате по грани стенки возникает все увеличивающаяся реакция грунта, которая к моменту выпора всей призмы достигает максимальной величины, называемой *пассивным давлением или отпором грунта* E_p (рис. 6.2, а).

Для развития и образования пассивного давления грунта требуются большие перемещения $+U$, значительно превышающие U_a . Это вызвано, в частности, уплотнением грунта за стенкой. При передаче на грунт внешней (сдвигающей стенку) нагрузки грунт вначале уплотняется и только затем начинают формироваться поверхности скольжения — выпора грунта.

Таким образом, *под активным давлением* понимается предельное давление грунта на сооружение в условиях, когда грунт за сооружением (стенкой) перешел в состояние предельного равновесия, т. е. при бесконечно малой добавке нагрузки произойдет обрушение грунта за стенкой. *Пассивное давление* — это предельная реакция грунта при движении сооружения на грунт в условиях, когда весь грунт за сооружением (стенкой) перешел в состояние предельного равновесия и при бесконечно малой дополнительной нагрузке произойдет выпор грунта за стенкой. Следует подчеркнуть, что по отношению к сооружениям *активное давление является всегда активной силой, а пассивное — реактивной силой*.

Для определения активного и пассивного давлений грунта на сооружение обычно принимается расчетная модель предельного равновесия грунта, применяются решения теории предельного равновесия или различного рода приближенные решения, основанные на этой модели.

6.2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ АКТИВНОГО ДАВЛЕНИЯ ГРУНТА

Рассмотрим простейший случай активного давления при горизонтальной поверхности однородного грунта за вертикальным сооружением (стенкой) и идеально гладкой поверхности стенки, т. е. случай, когда по поверхности стенки касательные напряжения равны нулю. Тогда элемент грунта, вырезанный по главным площадкам, будет располагаться на контактной поверхности, как показано на рис. 6.3, а, и $\sigma_x = \sigma' = \sigma_z$, а $\sigma_z = \sigma'' = \sigma_1$.

Так как грунт за стенкой считается находящимся в состоянии предельного равновесия, то можно использовать зависимость Кулона в форме (2.48), т. е. в виде зависимости между главными напряжениями. При действии активных сил только от собственного веса грунта и равномерно распределенной нагрузки можно сделать очевидное предположение, что в этом случае всегда $\sigma_z > \sigma_x$, тогда по зависимости (2.48), т. е. при $\sigma' < \sigma''$ $\sigma' = \sigma_x = \sigma_z \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2) - 2c \operatorname{tg}(45^\circ - \varphi/2)$, или учитывая, что $\sigma_1 = \sigma_z = \gamma_{\text{гр}} z + q$, получим широко применяемое выражение для активного давления

$$\sigma_x = (\gamma_{\text{гр}} z + q) \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2) - 2c \operatorname{tg}(45^\circ - \varphi/2). \quad (6.1)$$

По зависимости (6.1) в случае несвязного грунта ($c = 0$) эпюра активного давления будет трапециoidalной ($q \neq 0$, рис. 6.3, б) или при $q = 0$ треугольной (рис. 6.3, в), а ее равнодействующая определится как

$$E_a = \int_0^h \sigma_x dz = (\gamma_{гр} h^2 / 2 + qh) \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \varphi / 2). \quad (6.2)$$

При отсутствии нагрузки q для связного грунта ($c \neq 0$) решение (6.1) приводит к тому, что в верхней части в пределах некоторой вы-

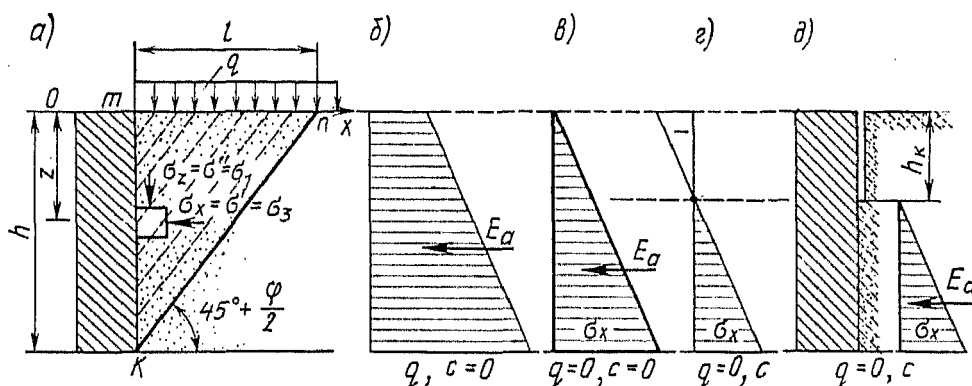


Рис. 6.3. Активное давление грунта на вертикальную гладкую стенку: а — линии скольжения; б, в — давление несвязного грунта; г, д — давление связного грунта

соты засыпки возникают отрицательные давления грунта (рис. 6.3, г), т. е. формально не грунт давит на стенку, а стенка как бы тянет за собой грунт, что, конечно, никак не соответствует действительности. Это объясняется тем, что при решении задачи принято существование везде предельного напряженного состояния, а на самом деле связный грунт может в пределах высоты, называемой критической, держать вертикальный откос и не находиться в предельном напряженном состоянии. Критическая высота свободно стоящего вертикального откоса h_k из связного грунта (рис. 6.3, г) легко определится из уравнения (6.1), принимая в нем при $q = 0$ и $z = h_k$ $\sigma_x = 0$, т. е.

$$h_k = 2c / [\gamma_{гр} \operatorname{tg} (45^\circ - \varphi / 2)]. \quad (6.3)$$

По этой причине определение активного давления связного грунта следует производить, полагая наличие вертикальной щели между стенкой и засыпкой в пределах слоя толщины, равной критической высоте h_k (рис. 6.3, д). Тогда при $q = 0$ и $h_k < h$ активное давление с учетом (6.1) и (6.3) определится как площадь треугольника на рис. 6.3, д, т. е.

$$E_a = 0,5 \gamma_{гр} h^2 \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \varphi / 2) - 2ch \operatorname{tg} (45^\circ - \varphi / 2) + 2c^2 / \gamma_{гр}. \quad (6.4)$$

Как было показано в § 2.3 и на рис. 2.14, в каждом элементе грунта, находящемся в предельном состоянии, образуются две площадки скольжения, направленные к главным площадкам под углами $45^\circ +$

$+ \varphi/2$ и $45^\circ - \varphi/2$. В условиях активного давления однородного грунта ($\sigma_x < \sigma_z$) и идеально гладкой вертикальной стенки представляющая интерес для рассматриваемой задачи система прямолинейных площадок скольжения будет расположена к горизонтالي под углом $45 + \varphi/2$ (рис. 6.3, а). Вторая система прямолинейных площадок под углом $90 + \varphi$ к первой на рис. 6.3, а не приводится. Самая заглубленная площадка скольжения позволяет выделить максимальную

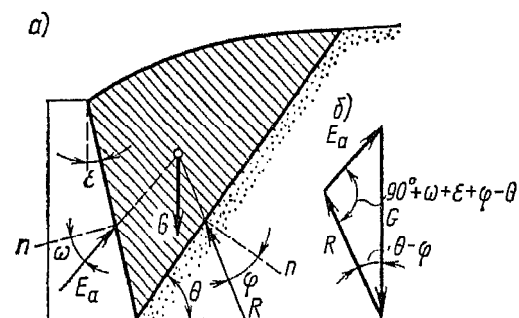


Рис. 6.4. Расчетная схема Ш. Кулона

призму обрушения грунта kmn и определить зону ее распространения по поверхности засыпки $l = mn = htg(45^\circ - \varphi/2)$.

В заключение рассмотрения этой простейшей задачи следует отметить, что принятие плоских поверхностей скольжения и получаемые решения (6.1) и (6.2) полностью соответствуют в этом частном случае строгим решениям теории предельного равновесия, элементы которой будут изложены в

гл. 9. При поступательном перемещении вертикальной стенки или ее повороте вокруг нижнего ребра и малой ее шероховатости результаты расчета по зависимостям (6.1) и (6.2) хорошо согласуются с опытными данными.

В более сложных случаях, например при наличии сил трения грунта о грань наклонной стенки, образующиеся поверхности скольжения криволинейны и необходимо использовать соответствующие решения теории предельного равновесия. Однако в ряде практических задач широкое распространение получили приближенные решения, основанные на расчетной схеме, предложенной в простейшем варианте (без учета сил трения грунта о стенку) в 1773 г. Ш. Кулоном.

В расчетной схеме Кулона принимается, что грунт, несвязный, поверхность скольжения плоская и ограничивает клин обрушения, являющийся жестким — недеформируемым телом (рис. 6.4, а). По плоскости обрушения и контактной поверхности клина обрушения с сооружением принимается, что имеет место состояние предельного равновесия, т. е. выполняется условие прочности Кулона, например, в форме (2.36). Поэтому равнодействующая активного давления E_a будет отклонена от нормали к поверхности стенки на угол ω , равный углу трения грунта о стенку, а равнодействующая напряжений R на поверхности скольжения отклонится от нормали к ней на угол внутреннего трения грунта φ .

В результате на сползающий клин действуют: сила веса призмы обрушения G при заданном угле наклона поверхности скольжения θ , известная по величине и направлению; активное давление грунта E_a , известное по направлению, и равнодействующая напряжений на плоскости скольжения R , а также известная по направлению при заданном угле θ .

Величина E_a легко находится из условия равновесия, т. е. замыкания силового треугольника на рис. 6.4, б. В треугольнике стороны относятся как синусы противоположных углов, откуда

$$E_a = G \sin(\theta - \varphi) / \sin(90^\circ + \omega + \varepsilon + \varphi - \theta), \quad (6.5)$$

где ε — угол, образуемый тыловой гранью стенки с вертикальной плоскостью.

Однако наклон плоскости скольжения θ был выбран произвольно, и поэтому необходимо найти такую величину этого угла, при котором активное давление будет максимальным, т. е. выполнить условие, что на этой плоскости

$$dE_a/d\theta = 0. \quad (6.6)$$

Задача определения E_a из условия (6.6) решается для простейших случаев аналитически, а для более сложных — иногда графически.

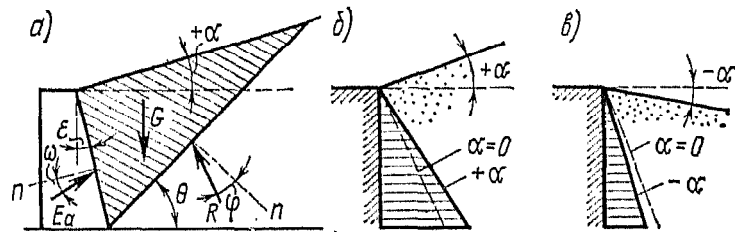


Рис. 6.5. Активное давление на наклонную стенку при плоской поверхности засыпки (а) и при различных наклонах поверхности засыпки (б, в)

При горизонтальной поверхности грунта, вертикальной ($\varepsilon = 0$) и гладкой ($\omega = 0$) стенках по зависимости (6.5) условие (6.6) приводит к решению $\theta = 45^\circ + \varphi/2$, а выражение для E_a , по Кулону, в точности совпадает с (6.2), полученным на основе строгого решения теории предельного равновесия и предельных соотношений между главными напряжениями.

Представляет интерес случай определения активного давления на наклонную шероховатую стенку при плоской поверхности засыпки (рис. 6.5). Аналогичным путем, определяя в формуле (6.5) величину G из геометрии призмы обрушения и выполняя условие (6.6), было получено

$$E_a = \frac{\gamma_{\text{гр}} h^2}{2(1 + \sqrt{Z})^2} \frac{\cos^2(\varphi - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon \cos(\varepsilon + \omega)}, \quad (6.7)$$

где $Z = [\sin(\varphi + \omega)\sin(\varphi - \alpha)] / [\cos(\varepsilon + \omega)\cos(\varepsilon - \alpha)]$; α — угол наклона поверхности грунта засыпки к горизонту.

Углы ε и α при отклонении тыловой грани от вертикали или поверхности засыпки от горизонтали против часовой стрелки (см. рис. 6.5) принимаются со знаком плюс, при отклонении по часовой стрелке — со знаком минус. С увеличением крутизны откоса ($+\alpha$) активное давление возрастает (рис. 6.5, б). В случае падающего откоса ($-\alpha$), наоборот, с увеличением его крутизны активное давление по сравнению с давлением при горизонтальной засыпке ($\alpha = 0$) существенно уменьшается. Формула (6.7) неприменима при крутых откосах ($\alpha > \varphi$), которые сами по себе неустойчивы, и для стен с очень пологой задней гранью (при $\varepsilon > 70-65^\circ$). В стенках с очень пологой гранью обрушения смещение грунта происходит не по поверхности контакта стены с грунтом, а по поверхности скольжения, проходящей

внутри массива грунта, а оставшаяся часть грунта перемещается вместе со стенкой.

Графические решения задачи поиска θ с наибольшим E_a позволяют получить активное давление в более общих случаях действующих нагрузок и при любой поверхности засыпки грунта за стенкой. Например, в способе К. Кульмана, проводя последовательно плоскости скольжения под различными углами θ (рис. 6.6, а) и строя соответствующие силовые треугольники (рис. 6.6, б), можно получить огибающую всех величин E_a , а проведя к ней вертикальную касательную, т. е. выполнив графически условие (6.6), найти максимальное значение E_a . Все возможные внешние нагрузки входят в величину G .

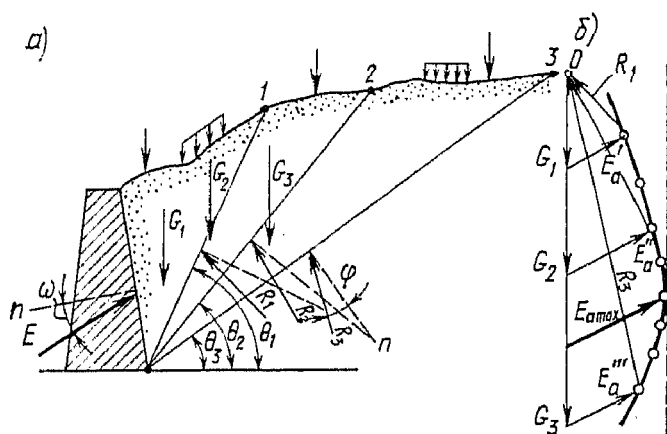


Рис. 6.6. Графический способ определения давления грунта (К. Кульман)

активного давления. Эпюру активного давления обычно принимают треугольной формы, пропорциональной глубине расположения рассматриваемой точки грунта засыпки.

6.3 ПАССИВНОЕ ДАВЛЕНИЕ ГРУНТА

При движении стенки на грунт под действием внешней активной силы возникающие напряжения $\sigma_x = \sigma_1 > \sigma_z = \sigma_3$. Поэтому условие предельного равновесия элемента будет в форме (2.49)

$$\sigma'_1 = \sigma_x = \sigma_z \operatorname{tg}^2(45^\circ + \varphi/2) + 2c \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2),$$

а угол наклона площадок скольжения к горизонтальным главным равен $45 - \varphi/2$ (рис. 6.7).

Учитывая, что $\sigma_z = \gamma_{\text{гр}} z + q$, получим выражение для определения пассивного давления

$$\sigma_1 = \sigma_x = (\gamma_{\text{гр}} z + q) \operatorname{tg}^2(45 + \varphi/2) + 2c \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2), \quad (6.8)$$

а равнодействующая пассивного давления определится как

$$E_{\text{п}} = \int_0^h \sigma_1 dz = (\gamma_{\text{гр}} h^2/2 + qh) \operatorname{tg}^2(45^\circ + \varphi/2) + 2ch \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2). \quad (6.9)$$

Эпюры пассивного давления в случае несвязного грунта ($c = 0$) и отсутствия пригрузки q треугольные (рис. 6.7, б), а при наличии пригрузки или сцепления — трапецидальные (рис. 6.7, в).

Для определения пассивного давления — отпора грунта в случае шероховатых наклонных стенок и наклонной поверхности грунта может также применяться расчетная схема Ш. Кулона, рассматривающая предельное равновесие выпираемого по плоской поверхности скольжения недеформируемого клина. Расчетная схема будет аналогична приведенной на рис. 6.4, но в отличие от случая активного давления будут обратны по направлению силы трения по плоскостям

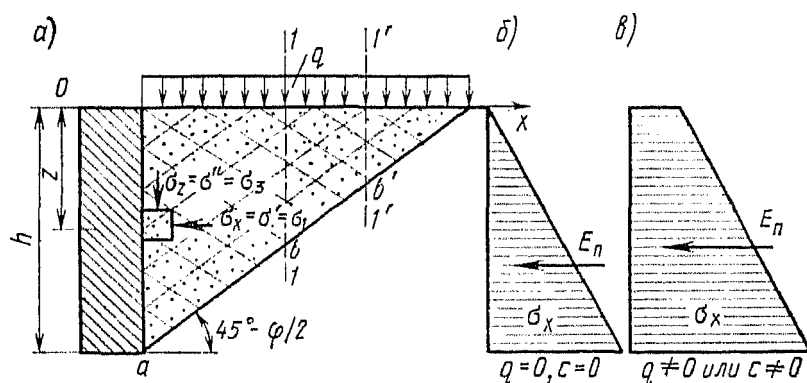


Рис. 6.7. Пассивное давление грунта на вертикальную гладкую стенку: а — линии скольжения; б — давление несвязного грунта; б' — давление связного грунта

смещения выпираемого клина. Поэтому зависимость, аналогичная (6.5), в этом случае приобретает вид

$$E_{\Pi} = G \sin(\theta + \varphi) / \sin(90^\circ + \omega + \varepsilon - \varphi + \theta). \quad (6.10)$$

Также может применяться графический вариант решения этой задачи К. Кульмана с использованием построения, аналогичного приведенному на рис. 6.6 для случая активного давления, но только также с противоположным направлением сил трения по границам клина выпора.

В случае идеально гладкой вертикальной стенки ($\omega = 0$) и горизонтальной поверхности грунта строгое решение теории предельного равновесия, использование предельных соотношений между главными напряжениями на контакте стенки с грунтом, аналитическое решение по схеме отвердевшего клина выпора Ш. Кулона или графическое, например К. Кульмана, в определении E_{Π} приводят к совпадающему результату.

Если для случая активного давления отмечается близость результатов приближенных и строгих решений, а также удовлетворительное подтверждение их опытными данными, то при определении пассивного давления, наоборот, в ряде случаев отмечается их существенное расхождение.

Для шероховатых стенок даже при небольшой величине угла трения грунта о стенку (ω) по решениям теории предельного равновесия возникает значительное искривление линий скольжения, существенно отличающихся от прямолинейных, принимаемых в методе Кулона. В результате метод Кулона приводит к значительному завышению пассивного давления, особенно при больших значениях угла внут-

Таблица 6.1

φ, град	Значения λ _п						
	плоские поверхности (Ш. Кулон)		решения теории предельного равновесия (В. В. Соколовский)				
	ω=0	ω=φ	ω=φ	ω=3φ/4	ω=2φ/3	ω=φ/2	ω=φ/4
10	1,42	1,70	1,63	1,61	1,59	1,58	1,50
15	1,70	2,32	2,13	2,09	2,05	2,00	1,99
20	2,04	3,31	2,86	2,78	2,68	2,51	2,29
25	2,46	5,08	3,94	3,71	3,58	3,30	2,87
30	3,00	8,74	5,64	5,05	4,82	4,39	3,70
35	3,69	18,80	8,44	6,97	6,60	5,88	4,77
40	4,60	70,90	13,30	9,80	9,21	8,10	6,35
45	5,83	—	23,00	14,10	13,20	11,35	8,60

ренного трения грунта. В качестве примера в табл. 6.1 приведены результаты числового решения задачи предельного равновесия для определения пассивного давления несвязного грунта на вертикальную стенку и сопоставление со случаем плоских поверхностей скольжения Кулона. Величина $\lambda_{\text{п}}$, называемая коэффициентом пассивного давления, позволяет определить величину пассивного давления как $\sigma_x = \gamma_{\text{гр}} z \lambda_{\text{п}}$ и $E_{\text{п}} = 0,5 \gamma_{\text{гр}} h^2 \lambda_{\text{п}}$. В случае связного грунта $\sigma_x = \gamma_{\text{гр}} z \lambda_{\text{п}} + 2c \operatorname{tg} (45^\circ + \varphi/2)$ и $E_{\text{п}} = 0,5 \gamma_{\text{гр}} h^2 \lambda_{\text{п}} + 2c h \operatorname{tg} (45^\circ + \varphi/2)$. Поэтому нормативными документами при учете сил трения грунта о стенку предлагается определять пассивное давление не по решениям Кулона, а с помощью табл. 6.1, т. е. по решениям теории предельного равновесия (более подробно см. гл. 9).

Особенно существенным фактором, определяющим величину отпора грунта, является наблюдаемое при смещении сооружения в сторону грунта его интенсивное *уплотнение*, наиболее ярко проявляющееся в пределах постепенно развивающейся призмы выпора. Поэтому, прежде чем сформируется призма выпора и возникнет полное пассивное давление (полная эпюра предельной реакции грунта) на стенку, необходимо *значительное горизонтальное смещение стенки* (см. рис. 6.2), тем большее, чем больше сжимаемость грунта засыпки. Во многих случаях такие смещения ($U_{\text{п}}$ на рис. 6.2) оказываются недопустимыми для нормальной эксплуатации сооружений и поэтому не представляется возможным использовать в расчетах полную величину отпора — пассивное давление грунта. Следует отметить, что как решения теории предельного равновесия, так и схема Кулона с отвердевшим клином выпора никак не позволяют оценить необходимые для получения $E_{\text{п}}$ смещения. Существование $E_{\text{п}}$ в этих расчетных моделях постулируется независимо от смещений, формально при бесконечно малых смещениях, т. е. грунт рассматривается недеформируемым.

Для оценки развития отпора грунта в зависимости от горизонтального смещения стенки В. А. Флориным [34] предложен приближенный

способ, основанный на предположении, что уплотнение грунта происходит только в пределах клина выпора (рис. 6.7, а) и по мере увеличения отпора грунта зона уплотнения увеличивается путем перемещения вертикальной границы 1—1 (рис. 6.7, а) вглубь засыпки (1'—1' и т. д.). Снизу зона уплотнения ограничена постепенно увеличивающейся плоскостью сдвига ab , которая в пределе (при $E_{\text{п}}$) достигает поверхности засыпки. На участке ab грунт принимается находящимся в предельном состоянии. В этом случае весьма эффективна модель упругопластического тела засыпки, позволяющая получить решения без введения описанных выше весьма грубых допущений.

6.4 ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ДАВЛЕНИЕ ГРУНТА

Рассмотренные выше способы справедливы только для случая однородной засыпки грунта за сооружением. Для более сложных случаев засыпки и нагрузок применяют различные инженерные приемы.

При наличии горизонта грунтовых вод в случае засыпки из несвязных грунтов угол внутреннего трения практически не меняется и должно учитываться только изменение удельного веса грунта за счет архимедовой силы, т. е. ниже горизонта грунтовых вод должен приниматься $\gamma_{\text{взв}}$. Тогда, например, активное давление в точке 2 (рис. 6.8, а) будет $\sigma_x(2) = \gamma_{\text{гр}} h' \text{tg}^2(45^\circ - \varphi/2)$, а в точке 3 $\sigma_x(3) = (\gamma_{\text{гр}} h' + \gamma_{\text{взв}} h'') \text{tg}^2(45^\circ - \varphi/2)$. В результате эпюра активного давления в точке 2 будет иметь излом тем больший, чем больше разница между $\gamma_{\text{гр}}$ и $\gamma_{\text{взв}}$.

При слоистой засыпке в каждой точке перехода из слоя в слой должно определяться два давления: в слое немного выше границы

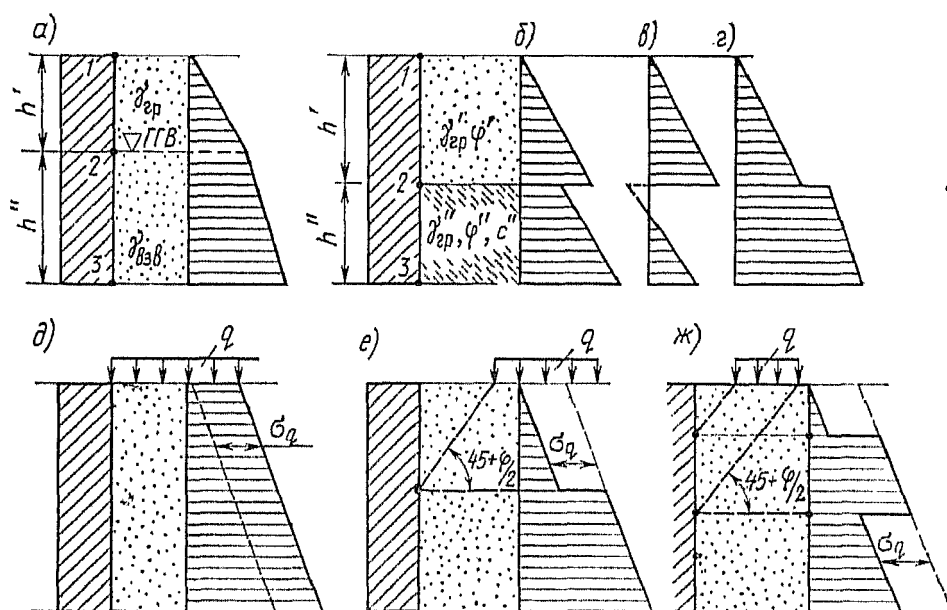


Рис. 6.8. Учет влияния горизонта грунтовых вод (а), слоистости засыпки (б—г) и расположения пригрузки (д—ж)

слоев и в слое немного ниже этой границы. Так, например, для схемы на рис. 6.8, б в точке 2 активное давление будет $\sigma_x(2) = \gamma'_{гр} h' \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi'/2)$ и $\sigma_x(2) = \gamma'_{гр} h' \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi''/2) - 2c'' \operatorname{tg}(45^\circ - \varphi''/2)$. В результате на эпюре активного давления в точке 2 возникает скачок давления, причем если грунт нижележащий прочнее вышележащего, то в сторону уменьшения давления (рис. 6.8, б, в), и наоборот (рис. 6.8, г). При большой величине c''

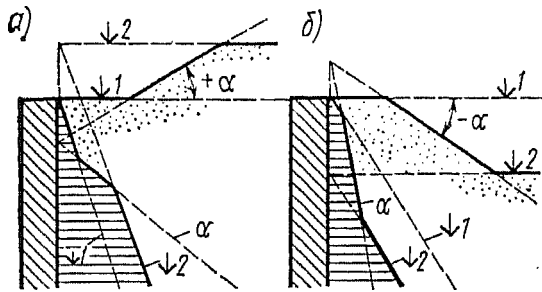


Рис. 6.9. Учет изломов поверхности засыпки

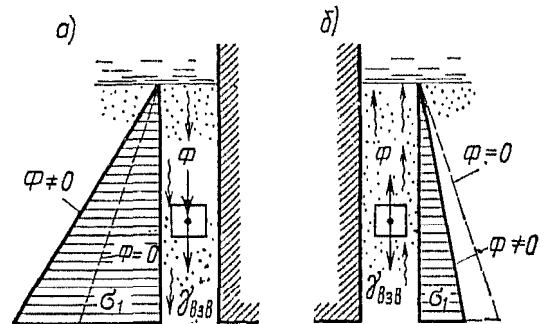


Рис. 6.10. Влияние фильтрационных сил на давление грунта

возможно даже получение отрицательного давления σ_x (рис. 6.8, в), что свидетельствует об отсутствии давления и способности связного грунта держать на этом участке вертикальный откос (условная щель).

В случае ограниченной нагрузки q на поверхность засыпки (рис. 6.8, е, ж) нередко используют условный прием приложения дополнительного давления от нагрузки q , равного $\sigma_q = q \times \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2)$ только в пределах зон, ограниченных поверхностями скольжения, проведенными под углом $45^\circ + \varphi/2$ к горизонтали, как показано на рис. 6.8, е, ж. Иногда предлагается принимать эпюру дополнительных давлений σ_q в виде треугольника или трапеции.

При проектировании засыпок за стенками камер шлюзов нередко встречаются случаи ломаных откосов (рис. 6.9). Тогда применяют прием, по которому отдельно определяют давление грунта от горизонтальной засыпки на отметках 1 и 2, а затем по формуле (6.7) давление от неограниченного откоса под углом $+\alpha$ (рис. 6.9, а) или $-\alpha$ (рис. 6.9, б). Эпюру давления строят по огибающим (рис. 6.9).

Как уже отмечалось в § 3.3, нисходящий фильтрационный поток в результате действия фильтрационных сил (Φ) увеличивает сжимающие напряжения в скелете грунта, а восходящий уменьшает (см. рис. 3.24). Поэтому при нисходящем фильтрационном потоке, используя зависимость (3.22), активное давление со стороны верхнего бьефа (рис. 6.10, а) может быть определено как

$$\sigma_x = \left\{ \int_0^z [\gamma_{взв} z + \gamma \partial H / \partial z] dz \right\} \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2) \quad (6.11)$$

или в случае постоянного градиента напора

$$\sigma_x = (\gamma_{взв} + \Phi) z \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2) = (\gamma_{взв} + \gamma I) z \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2). \quad (6.12)$$

Следует подчеркнуть, что воздействие нисходящего фильтрационного потока может существенно *увеличивать активное горизонтальное давление* грунта на сооружение (рис. 6.10, а). Наоборот, *восходящий фильтрационный поток* в зоне нижнего бьефа сооружения может существенно *уменьшать активное или пассивное давление грунта* на сооружение (рис. 6.10, б), т. е., например, учитывая (3.23)

$$\sigma_x = (\gamma_{взв} - \Phi) z \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2) = (\gamma_{взв} - \gamma I) z \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2). \quad (6.13)$$

Естественно, что при градиентах напора, близких к критическим ($I_{кр}$), боковое активное или пассивное давление грунта падает до нуля.

Следует обратить внимание, что при проектировании подземного контура сооружения и изменении противодействия (P_w) могут существенно изменяться градиенты напора на участках вертикальных граней сооружения (см. рис. 3.24) и, как следствие, активное или пассивное давление грунта. Так, например, устраивая в основании дренаж, увеличивают градиент напора в пределах напорной грани сооружения (см. рис. 6.10), тем самым увеличивают активное давление грунта на сооружение со стороны верхнего бьефа, что уменьшает его устойчивость на сдвиг.

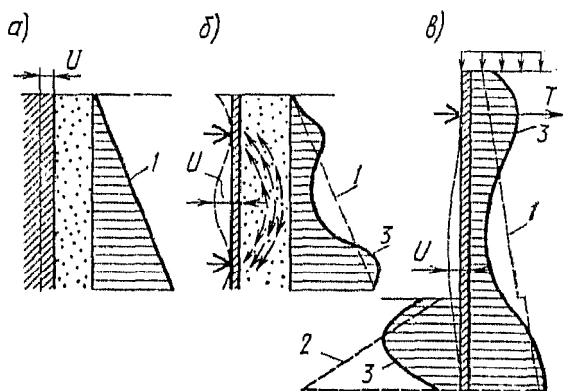


Рис. 6.11. Влияние гибкости стенки на давление грунта:

1 — активное давление; 2 — пассивное давление; 3 — эпюры наблюдаемых давлений

Влияние различных факторов рассмотрено выше в основном на примерах активного давления. То же самое влияние будет и для случая пассивного давления. Поменяв на рис. 6.8 $45^\circ + \varphi/2$ на $45^\circ - \varphi/2$, а в формулах (6.11) — (6.13) и остальных поменяв $45^\circ - \varphi/2$ на $45^\circ + \varphi/2$, получим случаи пассивного давления грунта.

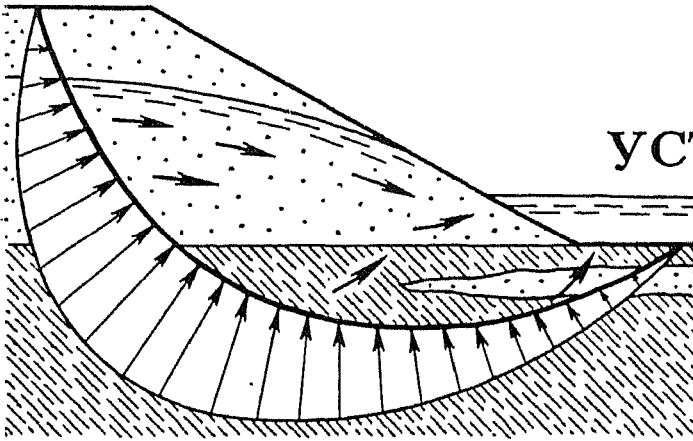
Практические способы и инженерные приемы определения давления грунтов на сооружения, описанные в этой главе, рассмотрены применительно к жестким — неизгибаемым сооружениям, в которых контактная грань сооружения с грунтом при любых перемещениях остается плоской (рис. 6.11, а).

В случае *изгибаемых сооружений*, например различного рода шпунтовых ограждений, бойлеров, тонких железобетонных стен, изгиб конструкции и возникновение неравномерных смещений относительно грунта существенно перераспределяет контактные давления грунта. Так, в случае изгибаемой стенки (рис. 6.11, б) в местах неподвижных опор наблюдается повышение давления выше активного, а на участках наибольших горизонтальных смещений (U), наоборот, существенное уменьшение давления нижнего активного. Это объясняется проявлением арочного эффекта в грунтах, вызванного различной податливостью стенки (рис. 6.11, б).

При прогибах стенки, показанной на рис. 6.11, в, распорное давление перераспределяется по ее высоте, уменьшаясь в пролетной

части, где стенка прогибается от грунта и концентрируется в зоне анкерной опоры и ниже уровня дна. В результате трансформации кулоновской эпюры активного давления изгибающий момент в пролетной части стенки уменьшается, а анкерное усилие (T) увеличивается. Действительное очертание эпюры пассивного давления грунта на заглубленный в грунт участок изгибаемой стенки также не соответствует рассчитываемой по Кулону (рис. 6.11, в). Поскольку интенсивность отпора грунта зависит от величины смещения на него стенки, ординаты эпюры перераспределяются, концентрируясь в зоне наибольших прогибов стенки.

ПРОСТЕЙШИЕ СПОСОБЫ ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ ОСНОВАНИЙ И ОТКОСОВ



7.1 ОСНОВНЫЕ ВИДЫ НАРУШЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ И РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ

Оценка возможности выпора грунта из-под сооружения и потери устойчивости откосов грунтовых сооружений и естественных склонов во многих случаях является определяющей в процессе проектирования сооружений. Для гидротехнических сооружений, обычно воспринимающих большие давления воды и грунта, выполнение условий их устойчивости в значительной мере определяет их конструкцию, размеры, объемы и, как следствие, стоимость. В нормативных документах оценка и обеспечение устойчивости сооружений обычно называются *проектированием по первому предельному состоянию*.

Характер нарушения устойчивости. В общем случае нарушение устойчивости происходит путем образования области существенных смещений массивов грунта с появлением зоны его выпора или обрушения, полным или частичным нарушением структуры грунта, нередко последующими разрывами сплошности массива, образованием трещин, сплывов и др.

Потеря устойчивости основания может возникать при превышении вертикальной нагрузкой предельной несущей способности грунтов основания. В этом случае может наблюдаться как односторонний (рис. 7.1, а), так и двусторонний (рис. 7.1, б) выпор грунтов основания. При действии горизонтальных нагрузок потеря устойчивости возникает в результате сдвига сооружения по плоскости подошвы фундамента (рис. 7.1, в) (плоский сдвиг) или с захватом грунта основания (рис. 7.1, г) (глубинный сдвиг). Возможен промежуточный случай — частичный сдвиг (проскальзывание) сооружения по подошве с образованием в низовой части подошвы области выпора грунта,

т. е. с частичным захватом грунтов основания (рис. 7.1, *д*) (смешанный сдвиг). При наличии слабой прослойки или подстилающих слоев основная часть поверхности сдвига может проходить по этим слоям или линзам (рис. 7.1, *е*).

Обрушение откосов возможно как в пределе самого откоса (рис. 7.1, *ж*), так и с захватом грунтов основания, т. е. с образованием области выпора. На расположение поверхностей скольжения оказы-

вает влияние наличие менее прочных элементов грунтового сооружения (рис. 7.1, *з*) или слабых прослоек в основании (рис. 7.1, *и*).

Основные расчетные схемы и модели. Для оценки устойчивости применяют две основные расчетные модели.

Первая модель предполагает, что либо вся область выпора или обрушения (рис. 7.2, *а*), либо ее отдельные отсеки (рис. 7.2, *б*) являются жестким недеформируемым телом. Такую модель нередко называют моделью отвердевших отсеков обрушения или выпора. На всей поверхности скольжения выпора или обрушения принимается одновременное наличие состояния предельного равновесия грун-

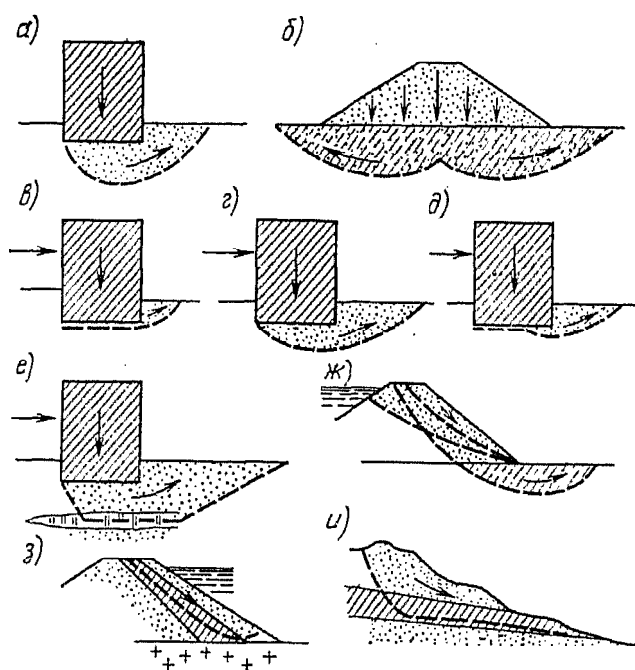


Рис. 7.1. Схемы возможного нарушения устойчивости оснований, откосов и склонов

та, т. е. по всей границе справедливость зависимости Кулона. Грунт за пределами отсеков обрушения также принимается недеформируемым.

В большинстве способов расчета форма поверхности скольжения (сдвига) отвердевших отсеков принимается заданной. Для условий плоской задачи наиболее часто используют плоские и круглоцилиндрические, а иногда ломаные поверхности сдвига (скольжения).

Вторая модель для оценки устойчивости грунтовых массивов основана на использовании решений теории предельного равновесия. В этой модели принимается, что одновременно во всех точках грунтовой среды имеет место предельное напряженное состояние, т. е. везде справедлива зависимость Кулона и везде имеется система поверхностей скольжения (рис. 7.2, *г*). В отличие от модели «отвердевших» отсеков в ней поверхности скольжения определяются из самой постановки и решения задачи. Методы оценки устойчивости оснований и откосов, основанные на модели теории предельного равновесия, кратко рассмотрены в гл. 9.

Таковы две основные и весьма противоположные по своим физическим предпосылкам модели, используемые для оценки устойчивости

сооружений и склонов. Процесс нарушения устойчивости реальных грунтовых сред весьма сложен. Формирование области пластических деформаций и поверхностей сдвига происходит постепенно и сопровождается существенными деформациями объема и формы грунта. В то же время во многих случаях часть грунта остается недеформированной и выделяется в виде действительных отсеков, а иногда формируется ярко выраженная поверхность скольжения — сдвига, выше и ниже

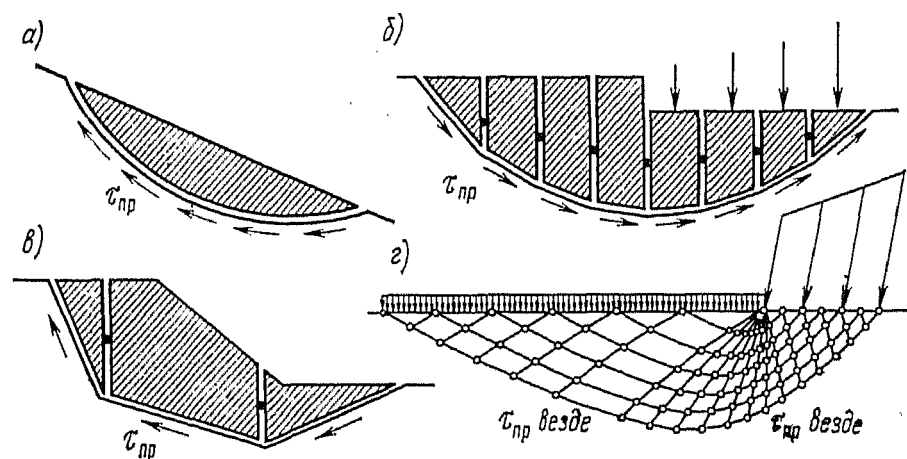


Рис. 7.2. Расчетная модель монолитных отсеков обрушения (а—в) и модель теории предельного равновесия (з)

которой грунт далек от предельного напряженного состояния и даже после обрушения или выпора остается частично в ненарушенном состоянии.

Поэтому в последние годы делаются попытки оценить устойчивость сооружений на основе более общих нелинейных моделей, в частности, упругопластической, т. е. на основе решения смешанной задачи. В отличие от рассмотренных такие модели позволяют для действующих нагрузок оценить развитие областей пластических деформаций, величины смещений сооружений, учесть деформации грунтов. Однако принципов или даже приемов, удовлетворительных для оценки степени устойчивости сооружений, по этим менее абстрактным моделям пока не имеется.

Основные практические, инженерные способы оценки устойчивости сооружений основаны на модели отвердевших отсеков обрушения при заданных очертаниях поверхностей сдвига. Развитию этих способов способствовала многочисленная плеяда исследователей, а число публикаций в этом направлении исчисляется сотнями. Можно отметить в качестве основных работы Г. Е. Паукера, С. И. Бельзецкого, Н. М. Герсевича, В. Феллениуса, Г. Крея, К. Терцаги, Д. Тейлора, Р. Р. Чугаева, Н. Н. Маслова, М. Н. Гольдштейна, А. Скемптона, А. Бишоп, А. Л. Можевитинова. Некоторые из предложенных способов будут рассмотрены ниже в этой главе.

7.2 УСЛОВИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И КОЭФФИЦИЕНТ ЗАПАСА УСТОЙЧИВОСТИ

Основой оценки устойчивости массивов грунта является сопоставление их действительного расчетного напряженного состояния с предельно возможным. В основу современных инженерных методов оценки устойчивости сооружений положено понятие о *коэффициенте запаса устойчивости* k_3 , который в самом общем случае можно представить в виде

$$k_3 = R/R_d \quad (7.1)$$

где R — «обобщенное» реактивное предельное сопротивление грунта действию разрушающей (предельной) нагрузки; R_d — реакция массива грунта на действующую нагрузку. Таким образом, k_3 имеет определенный физический смысл и показывает, в какой мере использовано возможное предельное сопротивление грунта. Весьма существенно, что при этом сопоставляются только одинаковые по природе реактивные силы — предельные и действующие.

Кроме того, должно выполняться условие равновесия

$$R_d - A = G, \quad (7.2)$$

где A — «обобщенная» активная сила, соответствующая рассматриваемому (действительному) состоянию грунтового массива.

Совместное решение уравнения физического понятия о коэффициенте запаса устойчивости (7.1) и уравнения равновесия (7.2) приводит к выражению для k_3 в виде

$$k_3 = R/A. \quad (7.3)$$

При оценке устойчивости сооружений по условию (7.3) основные затруднения возникают в определении предельного сопротивления. Для этого применяют различные пути, которые приводят к описанным ниже, иногда несовпадающим, величинам k_3 .

В случае действия на сооружение только вертикальной нагрузки Q величина R легко определяется из условия равновесия $R = Q_{пр}$, где $Q_{пр}$ — предельная вертикальная нагрузка в условиях, когда грунт основания перешел в состояние предельного равновесия. В результате величина коэффициента запаса будет определяться соотношением предельно возможной нагрузки и действующей, т. е.

$$k_3 = Q_{пр}/Q. \quad (7.4)$$

Аналогично, в случае, когда на сооружение действует постоянная сила Q и изменяется только горизонтальное усилие E , величина k_3 определяется однозначно как

$$k_3 = E_{пр}/E. \quad (7.5)$$

При возможном изменении как величин Q , так и E (рис. 7.3, а) выбор величины R и оценки k_3 по зависимостям типа (7.4) или (7.5)

становится затруднительным. Переход в предельное состояние возможен как за счет увеличения Q , так и E или соответствующих им напряжений по подошве σ и τ . В результате может быть построена *кривая предельных нагрузок* (В. И. Новоторцев) (рис. 7.3, б). Координаты всех точек этой кривой дают значения σ или Q и τ или E , при которых нарушается устойчивость. Для каждого заданного значения σ или Q можно найти соответствующее значение τ или E , вызывающее нарушение устойчивости основания, и наоборот. При малых вертикальных нагрузках на основании кривая предельных нагрузок близка к прямой, а ее угол наклона близок к углу внутреннего трения грунта (рис. 7.3, б). Характерно, что на этом близком к линейному участке кривой предельных нагрузок нарушение устойчивости происходит в основном по плоскости подошвы сооружения или по другой, но малозаглубленной поверхности скольжения.

Можно использовать другой путь определения k_3 , исходя из соотношений

$$k_3 = \frac{T_{\text{пр. реакт}}}{T_{\text{действ. реакт}}} \quad \text{или} \quad k_3 = \frac{M_{\text{пр. реакт}}}{M_{\text{действ. реакт}}}, \quad (7.6)$$

где $T_{\text{пр. реакт}}$ и $M_{\text{пр. реакт}}$ — сумма проекций или моментов всех реактивных сил в предельном состоянии; $T_{\text{действ. реакт}}$ и $M_{\text{действ. реакт}}$ — сумма проекций или моментов действующих реактивных сил. Условия равновесия, которые в этом случае можно представить в виде:

$$T_{\text{д.р}} = E_{\text{д.а}} \quad \text{или} \quad M_{\text{д.р}} = M_{\text{д.а}}. \quad (7.7)$$

Совместное решение уравнений (7.6) и (7.7) приводит к выражениям для k_3 в виде

$$k_3 = \frac{T_{\text{п.р}}}{E_{\text{д.а}}} \quad \text{или} \quad k_3 = \frac{M_{\text{п.р}}}{M_{\text{д.а}}}. \quad (7.8)$$

Эти соотношения полностью совпадают с выражением (7.3).

В ряде случаев коэффициент запаса определяют из соотношения характеристик сопротивления грунтов сдвигу, при которых происходит разрушение оснований и откосов, к фактически имеющимся значениям этих характеристик, т. е.

$$k_3 = \lg \varphi / \lg \varphi_{\text{пр}} = c / c_{\text{пр}}, \quad (7.9)$$

где φ и c — действительные значения углов внутреннего трения и сцепления; $\varphi_{\text{пр}}$ и $c_{\text{пр}}$ — характеристики прочности, при которых в условиях эксплуатационных (действующих) нагрузок грунт перейдет в предельное состояние. Таким образом, $\varphi_{\text{пр}}$ и $c_{\text{пр}}$ — это такие умень-

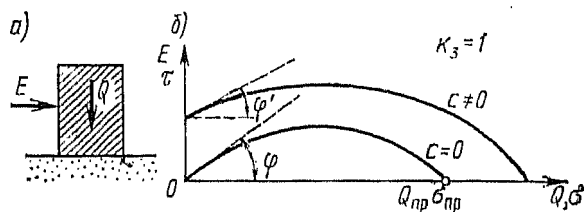


Рис. 7.3. Кривые предельных нагрузок на основание из связного ($c \neq 0$) и несвязного грунта ($c = 0$)

шенные значения характеристик сопротивления грунта сдвигу, при которых в эксплуатационных условиях основание или сооружение потеряло бы устойчивость (т. е. $k_3 = 1$).

Нетрудно заметить, что в случаях, когда R , $Q_{\text{пр}}$, $E_{\text{пр}}$, $T_{\text{пр}}$, $M_{\text{п.р}}$ пропорциональны значениям $\text{tg}\varphi$ и c , то величины коэффициентов запаса по зависимостям (7.3), (7.4), (7.5), (7.6), (7.8) и (7.9) совпадают.

Так, например, коэффициент запаса устойчивости сооружения, схема которого показана на рис. 7.3, а в предположении сдвига по подошве сооружения и заданных нагрузках Q и E по зависимостям (7.3, 7.5) или (7.8), будет

$$k_3 = R/A = E_{\text{пр}}/E = T_{\text{пр}}/E = (Q \text{tg} \varphi - cF)/E, \quad (7.10)$$

где F — площадь подошвы сооружения. В случае подстановки в (7.10) $\varphi_{\text{пр}}$ и $c_{\text{пр}}$, т. е. при $k_3 = 1$ получим

$$1 = (Q \text{tg} \varphi_{\text{п.р}} + c_{\text{пр}}F)/E. \quad (7.11)$$

Полагая, что $\text{tg}\varphi/\text{tg}\varphi_{\text{пр}} = c/c_{\text{пр}}$ или

$$\text{tg} \varphi = c \text{tg} \varphi_{\text{пр}}/c_{\text{пр}}, \quad (7.12)$$

и разделив (7.10) на (7.11), имеем

$$k_3 = \frac{Qc \text{tg} \varphi_{\text{пр}}/c_{\text{пр}} + cF}{Q \text{tg} \varphi_{\text{пр}} + c_{\text{пр}}F} = \frac{c}{c_{\text{пр}}},$$

а учитывая (7.12), получим выражение (7.9). Таким образом, показано, что в этом случае коэффициенты запаса по формулам (7.3), (7.5), (7.8) и (7.9) совпадают.

Достоинством выражения коэффициента запаса в форме (7.9) является то, что он определяется применительно к наименее достоверным величинам, входящим в расчет, а именно, к характеристикам прочности грунта. Кроме того, выражение (7.9) обладает большей общностью и позволяет находить и сопоставлять коэффициенты запаса при самых разнообразных способах расчета. Особенно выражение (7.9) удобно применительно к оценке устойчивости на основе решений задач теории предельного равновесия (см. гл. 9).

Имеются предложения определять коэффициент запаса как

$$k_3 = E_{\text{удерж}}/E_{\text{сдвиг}} \text{ или } k_3 = M_{\text{удерж}}/M_{\text{сдвиг}}, \quad (7.13)$$

т. е. отношение действующих в различных направлениях усилий или их моментов (удерживающих и сдвигающих). Следует обратить внимание, что определение коэффициентов запаса по выражениям (7.13) может приводить к результатам, отличающимся от получаемых по выражению (7.8), так как ряд усилий в них учитывается различно. Например, при использовании выражений (7.13) давление воды может относиться как к удерживающим, так и сдвигающим усилиям в зависимости от его направления. Если же применять формулы (7.8), любое давление воды всегда относится к активным силам. Аналогичным образом вводится в расчет k_3 активное и пассивное давления грунта. Совершенно очевидно, что применение формул (7.13) не обосновано и может приводить к грубым ошибкам. Подразделять силы на удерживающие и сдвигающие не следует. Необходимо использовать только

разделение всех сил на активные и реактивные, а последние, в свою очередь, на предельные и действующие.

Для количественной оценки устойчивости сооружений, их оснований, откосов и т. п. в современных нормативных документах [44] принимается условие

$$n_c A \leq \frac{m}{k_H} R, \quad (7.14)$$

где n_c — коэффициент сочетания нагрузок; k_H — коэффициент надежности; m — коэффициент условий работы сооружения.

Коэффициенты n_c , k_H и m являются частными коэффициентами запаса, учитывающими отдельно основные факторы. Коэффициент $n_c \leq 1$ учитывает вероятность расчетных сочетаний нагрузок, таких, как основные ($n_c = 1$), особые и строительного периода. Коэффициент $k_H \geq 1$ учитывает капитальность сооружения, его ответственность и значение последствий его разрушения. Коэффициент m учитывает главным образом приближенность расчетных схем, особенности работы сооружения, не отраженные в расчетной модели.

Кроме того, расчетная величина силы A определяется с учетом своих коэффициентов запаса n , так называемых коэффициентов перегрузки, учитывающих вариацию нагрузок относительно их нормативных значений и могут быть различными для отдельных видов нагрузок, т. е. $A = \sum n_i A_i^0$. В свою очередь, обобщенная сила $R = \sum R^0 / k_{ri}$, где k_{ri} — коэффициенты безопасности по материалу, в данном случае коэффициенты безопасности по грунту. В результате через дифференцированные коэффициенты запаса условие (7.1) имеет вид

$$n_c \sum n_i A_i^0 \leq \frac{m}{k_H} \sum \frac{1}{k_{ri}} R_i^0,$$

где n_c , n_i , m , k_H , k_{ri} — система коэффициентов, больших или меньших единицы, учитывающих практически все факторы, определяющие устойчивость сооружения. Такой современный подход к оценке устойчивости сооружений безусловно прогрессивен и позволяет более обоснованно учитывать влияние многочисленных факторов.

Величины всех этих коэффициентов регламентируются соответствующими нормативными документами. Естественно, что в случае, когда в условии (7.14) соблюдается знак равенства, будет получено наиболее экономичное решение инженерной задачи.

В случае применения при проектировании величины обобщенного коэффициента устойчивости k_3 условие устойчивости сооружения обычно принимается в виде

$$k_3 \geq [k_3], \quad (7.15)$$

где $[k_3]$ — допустимый коэффициент запаса. Из сопоставления (7.14), (7.3) и (7.15) допустимый обобщенный коэффициент запаса устойчивости определится как

$$[k_3] = n_c k_H / m, \quad (7.16)$$

т. е. $[k_a]$ также регламентируется нормативными документами, но всегда $[k_a] > 1$.

В принципе никакой разницы в использовании условий (7.14) или (7.3) совместно с (7.16) нет. Первое ярче раскрывает роль различных факторов в оценке устойчивости сооружений, а второе иногда удобнее для проектировщика, так как величина k_a или $1/k_a$ позволяет более наглядно для каждого варианта сооружения оценить степень использования силы предельного сопротивления R .

7.3 УЧЕТ ДЕЙСТВИЯ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СИЛ В РАСЧЕТАХ УСТОЙЧИВОСТИ

При расчетах устойчивости оснований и откосов грунтовых гидротехнических сооружений в числе прочих сил на скелет грунта в области обрушения или выпора действуют фильтрационные силы (см. § 3.3). Напомним, что фильтрационные силы объемные, их направление обратно направлению s градиента напора H и по величине они равны

$$\Phi = -\gamma \frac{\partial H}{\partial s}$$

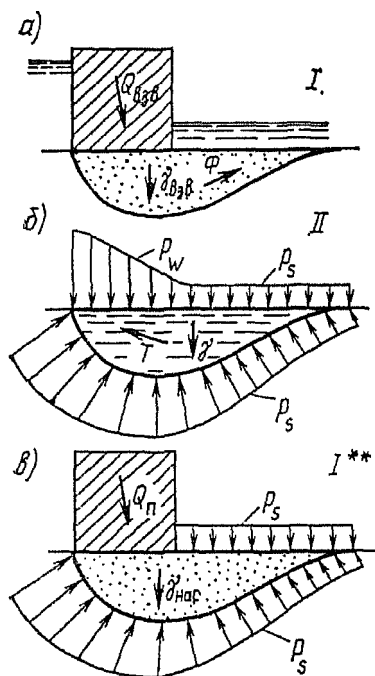


Рис. 7.4. Система активных сил, действующих на скелет грунта (а), поровую воду (б) и эквивалентная система сил (в) при расчетах устойчивости

В ряде случаев при расчетах устойчивости их учитывают в системе действующих сил. Однако в различных точках они существенно отличаются по величине и направлению и их непосредственный учет по всей площади массива грунта и тем более его объема вызывает трудности при расчетах. Поэтому возникает стремление заменить в расчете объемные фильтрационные силы действием более простой и удобной для расчета, но полностью эквивалентной системы сил. Ниже рассматривается в самом общем виде возможность использования с этой целью граничных давлений в поровой воде.

Рассмотрим вначале все активные силы, действующие на скелет грунта в пределах области возможного нарушения устойчивости (рис. 7.4, а) — призмы выпора или обрушения. На скелет грунта действуют силы: 1) нагрузка $Q_{взв}$ от веса сооружения и действующих на него сил с учетом взвешивания его водой, т. е. с учетом противодействия (p_w); 2) собственный вес взвешенного в воде грунта $\gamma_{взв}$; 3) объемные фильтрационные

силы Φ . Таким образом, на скелет грунта действует система сил:

$$Q_{взв}; \quad \Sigma \gamma_{взв}; \quad \Sigma \Phi, \quad (I)$$

в которой $\Sigma \Phi$ желательно заменить другими силами, более удобными для расчета.

Для этого рассмотрим систему сил, действующих только на воду в порах в пределах возможной призмы выпора или обрушения (рис. 7.4, б). В поровой воде действует собственный вес воды, равный $n\gamma$, где n — пористость грунта. Кроме того, исходя из принципа равенства действия противодействию, на воду будет также действовать сила, обратная взвешивающей архимедовой и равная $m\gamma$. Сила веса воды и сила, обратная архимедовой, направлены вертикально вниз, поэтому суммируем их и получаем $n\gamma + m\gamma = \gamma$, т. е. силу веса воды в объеме грунта. По контуру призмы обрушения действуют граничные давления в воде (рис. 7.4, б) p_s , из которых можно выделить противодействие по подошве сооружения p_w . Внутри контура на воду действуют тормозящие силы T , равные по величине фильтрационным силам и обратные им по направлению.

Таким образом, на воду в порах грунта в пределах призмы выпора или обрушения действует система сил:

$$\Sigma \gamma; \quad \Sigma p_s; \quad \Sigma p_w; \quad \Sigma T, \quad (II)$$

которая должна быть уравновешенной, т. е. должна быть статически эквивалентна нулю. Обозначая знаком $\sim$ статическую эквивалентность, можно написать

силы $\Sigma \gamma +$ силы $\Sigma p_s +$ силы $\Sigma p_w +$ силы $\Sigma T \sim 0$, откуда $\Sigma \gamma + \Sigma p_s + \Sigma p_w \sim -\Sigma T$ или, так как $\Sigma \Phi = -\Sigma T$, $\Sigma \gamma + \Sigma p_s + \Sigma p_w \sim \Sigma \Phi$.

Следовательно, в системе сил (I), действующих на скелет грунта, можно действие сил $\Sigma \Phi$ заменить ей эквивалентными $\Sigma \gamma$, Σp_s и Σp_w . В результате получаем новую систему сил, эквивалентную (I), в виде

$$Q_{взв}; \quad \Sigma \gamma_{взв}; \quad \Sigma \gamma; \quad \Sigma p_s; \quad \Sigma p_w.$$

Учитывая, что $\gamma_{взв} + \gamma = \gamma_{ск} - \gamma m + \gamma(n + m) = \gamma_{нас}$, т. е. равно удельному весу насыщенного водой грунта, эта система сил принимает вид

$$Q_{взв}; \quad \Sigma \gamma_{нас}; \quad \Sigma p_s; \quad \Sigma p_w, \quad (I^*)$$

т. е. при расчетах устойчивости необходимо принимать вес насыщенного водой грунта и прикладывать по всему контуру призмы выпора граничные давления в воде. Эта система сил (I*) полностью эквивалентна системе сил (I), но в ряде случаев более удобна для выполнения расчетов устойчивости.

В случае линейных эпюр противодействия и нормальных напряжений по подошве сооружения или при использовании только равнодействующих $Q_{взв} + \Sigma p_w = Q_{полн}$ система сил (I*) будет иметь вид

$$Q_{полн}; \quad \Sigma \gamma_{нас}; \quad \Sigma p_s, \quad (I^{**})$$

т. е. необходимо принимать полный вес сооружения (рис. 7.4, в).

Таким образом, *объемные фильтрационные силы*, распределенные по всему объему призмы обрушения, оказались в основном *заменены граничными давлениями в воде*. Результат может быть показан более строго с помощью известной теоремы М. В. Остроградского о замене интеграла по площади интегралом по контуру.

Граничные значения давлений p_z в поровой воде определяются в результате соответствующих фильтрационных расчетов или для случая установившегося фильтрационного режима построением гидродинамической сетки с помощью метода ЭГДА. В результате решения фильтрационной задачи, имея в каждой точке среды значение напора в воде или картину распределения линий равных напоров (см., например, рис. 3.20), можно легко определить на любой границе зоны обрушения откоса или выпора основания величины давлений в воде p из выражения $H = p/\gamma + z$.

7.4 РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ В ПРЕДПОЛОЖЕНИИ СДВИГА ПО ПЛОСКОЙ ПОДОШВЕ СООРУЖЕНИЯ ИЛИ ПО СЛАБОЙ ПРОСЛОЙКЕ

При достаточно больших горизонтальных давлениях на сооружение практически всегда производится проверка возможности нарушения устойчивости сооружения по плоскости подошвы фундамента с образованием призмы выпора с низовой стороны сооружения (рис. 7.5). В случае горизонтальной поверхности подошвы фундамента сопоставляются все силы, действующие в направлении горизонтальной оси x . При этом может использоваться любая из

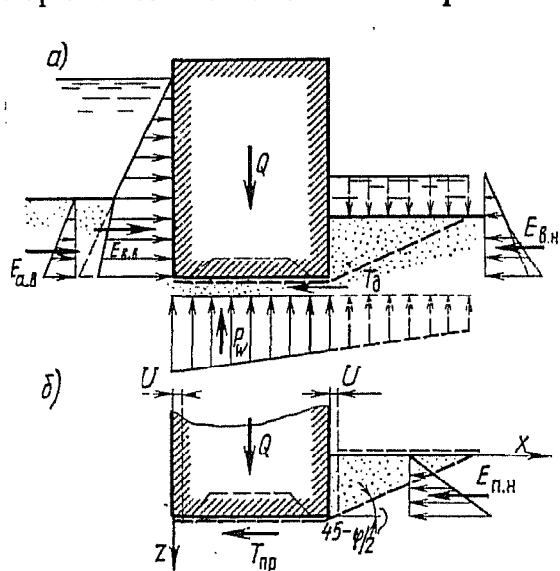


Рис. 7.5. Схема действующих активных (а) и предельных реактивных (б) сил при проверке устойчивости в плоскости подошвы сооружения

приведенных выше форм записи для коэффициента запаса устойчивости (7.3), (7.5), (7.6), (7.8) или (7.9), так как все они будут давать одинаковый конечный результат в виде соотношения $k_z = \Sigma T_{пр} / \Sigma E$, где $\Sigma T_{пр}$ — все горизонтальные составляющие реактивных сил в предположении существования предельного состояния; ΣE — сумма всех горизонтальных составляющих активных сил.

В этом случае заданная поверхность сдвига определяется граничным тонким слоем грунта по подошве сооружения и границей призмы выпора со стороны нижнего бьефа сооружения. Применяя систему сил I^{**} (см. § 7.3), приложим

по контуру всей области сдвига вертикальные и горизонтальные составляющие граничных давлений в воде (рис. 7.5, а). Тогда сумма горизонтальных составляющих активных сил будет

$$\Sigma E = E_{\text{вв}} + E_{\text{ав}} - E_{\text{вн}},$$

где $E_{\text{вв}}$, $E_{\text{вн}}$ — силы давления воды со стороны верхнего и нижнего бьефа; $E_{\text{ав}}$ — активное давление грунта со стороны верхнего бьефа.

Все активные горизонтальные силы уравниваются горизонтальными составляющими реактивных действующих сил, т. е. $\Sigma E = T_{\text{д}}$ (рис. 7.5, а).

Предельные реактивные горизонтальные силы (рис. 7.5, б) складываются из предельного сопротивления сдвигу $T_{\text{пр}}$ по подошве фундамента и горизонтальной составляющей отпора или пассивного давления грунта $E_{\text{пн}}$ со стороны нижнего бьефа.

Предельное суммарное сопротивление сдвигу по подошве сооружения с учетом действия полного веса сооружения Q и противодавления P_w будет по зависимости Кулона складываться из сил трения и сцепления по площади F подошвы сооружения, т. е. $\Sigma T_{\text{пр}} = (Q - P_w) \operatorname{tg} \varphi + cF$.

Принятие со стороны нижнего бьефа пассивного давления соответствует предположению об образовании в нижнем бьефе поверхности выпора грунта. Если величина $E_{\text{пн}}$ определяется по зависимости (6.9), т. е. для случая идеально гладкой стенки, угол наклона плоскости выпора к горизонтали будет $45^\circ - \varphi/2$ (рис. 7.5, б). Как отмечалось в гл. 6, для формирования предельного состояния, образования призмы выпора и достижения реактивным давлением предельного значения $E_{\text{пн}}$ необходимо значительное горизонтальное смещение U сооружения, тем больше, чем больше сжимаемость грунта в области формирования призмы выпора. При допустимых смещениях сооружения, меньших $U_{\text{пр}}$ (см. рис. 6.2), величина реактивного давления может быть представлена в виде $m_1 E_{\text{пн}}$, где $m_1 < 1$ учитывает развитие реактивного давления в зависимости от смещений $U < U_{\text{пр}}$. Для сооружений, у которых нет ограничений в величине допустимого смещения, $m_1 = 1$.

Следует отметить, что пассивное давление грунта со стороны нижнего бьефа должно определяться с учетом действующих на скелет грунта фильтрационных сил. Учет действия этих сил в общем случае может производиться, используя систему сил I^* (см. § 7.3), т. е. по контуру призмы выпора прикладываются граничные давления в воде. Приближенно можно учитывать только вертикальную составляющую фильтрационной силы, т. е. $\gamma_{\text{нас}}$, и вертикальные составляющие давлений (пунктирная часть эпюры на рис. 7.5, а) или, что то же самое, $\gamma_{\text{взв}}$ и непосредственно направленную вверх фильтрационную силу Φ_z . Аналогично учитывается влияние фильтрационных сил на активное давление грунта со стороны верхнего бьефа.

Таким образом, коэффициент запаса для случая плоского сдвига определится в форме (7.6) с учетом (7.7) как

$$k_3 = \frac{\Sigma T_{\text{пр}}}{\Sigma T_{\text{д}}} = \frac{\Sigma T_{\text{пр}}}{\Sigma E} = \frac{(Q - P_w) \operatorname{tg} \varphi + cF + m_1 E_{\text{пн}}}{E_{\text{вв}} - E_{\text{вн}} + E_{\text{ав}}}. \quad (7.17)$$

Если на небольшой глубине под подошвой сооружения расположена прослойка грунта с пониженным сопротивлением сдвигу (рис. 7.6), то в некоторых случаях проверка устойчивости сооружения на сдвиг по этой слабой прослойке приводит к наиболее неблагоприятным результатам расчета в отношении устойчивости сооружения.

Простейший прием расчета заключается в том, что к действительному сооружению добавляется объем насыщенного водой грунта $abcd$. В соответствии со схемой на рис. 7.6 в системе активных сил должно учитываться горизонтальное

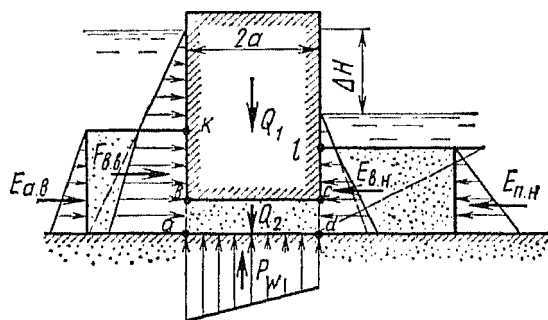


Рис. 7.6. Схема действующих сил при расчете устойчивости сооружения по слабому прослойке

давление воды ($E_{ав}$ и $E_{вн}$) и противодавление на уровне ad (P_w). Эпюры этих давлений воды на участках kba , ad и dcl определяются методами теории фильтрации, в частности способом ЭГДА, и имеют тогда криволинейное очертание. Однако, учитывая приближенность метода оценки устойчивости, они могут приниматься прямолинейного очертания с учетом линейной потери напора ΔH на пути фильтрации $kbadcl$.

Кроме того, определяется активное давление грунта $E_{ав}$ со стороны верхнего бьефа и пассивное давление грунта со стороны нижнего бьефа $E_{пн}$, с учетом фильтрационных сил и все до кровли слабой прослойки ad .

Обозначая вес сооружения совместно с заполняющей его поры или полости водой через Q_1 , а вес насыщенного водой грунта в объеме $abcd$ — через Q_2 , можно представить выражение для коэффициента запаса при расчете устойчивости сооружения в условиях плоской задачи на сдвиг по слабой прослойке в виде

$$k_3 = \frac{(Q_1 + Q_2 - P_w) \operatorname{tg} \varphi + 2ac + m_1 E_{пн}}{E_{ав} - E_{вн} + E_{ав}}$$

7.5 РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ В ПРЕДПОЛОЖЕНИИ КРУГЛОЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ СКОЛЬЖЕНИЯ

Основные положения расчета устойчивости по круглоцилиндрическим поверхностям скольжения. Рассмотрим, например, случай плоской задачи для напорного массивного сооружения (рис. 7.7). Сделав естественное предположение, что область выпора начинается у верхнего края сооружения, очертим ее радиусом r .

Для учета действия фильтрационных сил внутри выделенного массива грунта применим систему сил I^{**} , приведенную в § 7.3. Поэтому в расчете будем принимать полный вес сооружения Q , удельный вес насыщенного водой грунта $\gamma_{нас}$, а по всему контуру сегмента выпора кроме участка подошвы сооружения приложим граничные давления в воде p , γt .

Тогда на выделенный радиусом r массив грунта (рис. 7.7) будут действовать активные силы давления воды со стороны верхнего $E_{ав}$ и нижнего $E_{вн}$ бьефов, активное давление грунта $E_{ав}$, нормальные

напряжения по подошве от действия вертикальных сил на сооружение Q_i , собственный вес насыщенного водой грунта $\gamma_{\text{нас}}$ и граничные давления в воде p_i и γt . Напряжения Q_i и давления p_i с небольшой погрешностью (при малом b) можно свести к осредненным равномерно распределенным по площадкам b и Δs_i .

В результате действия системы активных сил по круглоцилиндрической поверхности выпора возникнут реактивные действующие нормальные σ и касательные τ напряжения.

Все действующие на область выпора активные и реактивные силы должны быть взаимно уравновешены. Отсюда следует, что сумма моментов всех сил относительно центра окружности скольжения O должна быть равна нулю

$$M_{\text{акт}} - \int_s r \tau(s) ds = 0.$$

Заменим интегрирование суммированием, разделив предварительно всю область выпора на n отсеков шириной b и с основанием Δs . Тогда уравнение равновесия приобретает вид

$$M_{\text{акт}} - r \sum_{i=1}^n \tau_i \Delta s_i = 0. \quad (7.18)$$

Момент активных сил в соответствии с обозначениями на рис. 7.7 будет

$$M_{\text{акт}} = Ql + E_{\text{вв}}e_1 + E_{\text{ав}}e_2 - E_{\text{вн}}e_3 + \sum_1^n bq_i a_i,$$

где $a_i = r \sin \alpha_i$; $q_i = \gamma_{\text{нас}} h_i$ или $q_i = \gamma t + \gamma_{\text{нас}} h_i$ (за пределами подошвы сооружения).

Силы, соответствующие напряжениям σ и давлениям в воде p_i , в уравнение моментов не вошли, так как они направлены по радиусам.

В соответствии с (7.6) запишем выражение для коэффициента запаса в форме

$$k_a = \frac{M_{\text{п.р}}}{M_{\text{д.р}}} = \frac{r \sum \tau_{\text{пр}} \Delta s_i}{r \sum \tau_i \Delta s_i} = \frac{\sum \tau_{\text{пр}} \Delta s_i}{\sum \tau_i \Delta s_i}, \quad (7.19)$$

где $\tau_{\text{пр}}$ — предельное сопротивление грунта сдвигу по круглоцилиндрической поверхности.

Таким образом, в случае круглоцилиндрической поверхности скольжения ($r = \text{const}$) коэффициентом запаса можно назвать отношение суммы сил предельного сопротивления сдвигу к сумме действующих по поверхности скольжения реактивных касательных напря-

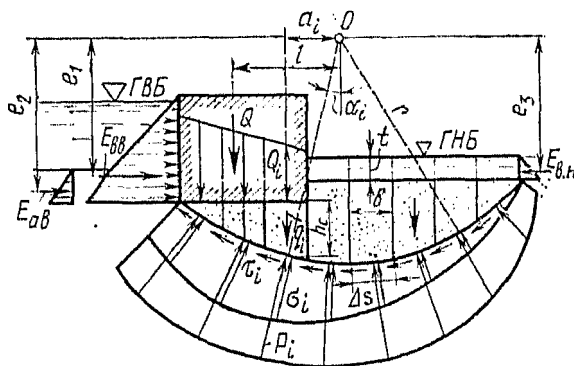


Рис. 7.7. Расчетная схема оценки устойчивости основания по круглоцилиндрической поверхности скольжения

жений. Иначе, величина $1/k_3$, обратная коэффициенту запаса, характеризует степень использования предельного сопротивления сдвигу по круглоцилиндрической поверхности скольжения.

Решая совместно систему уравнений (7.18) и (7.19) и принимая для $\tau_{пр}$ зависимость Кулона, получим выражение для k_3 в виде

$$k_3 = \frac{r \sum \tau_{л пр} \Delta s_l}{M_{акт}} = \frac{r \sum (\sigma_l \Delta s_l \operatorname{tg} \varphi_l + c_l \Delta s_l)}{M_{акт}}, \quad (7.20)$$

где σ_i — нормальные напряжения по поверхности скольжения в случае перехода по ней грунта в предельное состояние; φ_i — угол внутреннего трения; c_i — сцепление грунтов, имеющих на участке кривой скольжения Δs_i .

Полученное выражение (7.20) является основным для определения k_3 по круглоцилиндрическим поверхностям скольжения. Все величины, кроме σ_i , в нем известны, частично заданы (φ_i , c_i) или приняты (r), а часть ($M_{акт}$) сравнительно легко подсчитывается исходя из той или иной схемы сооружения.

Для того чтобы определить $\sigma_i \Delta s_i$, рассмотрим действующие силы на выделенный вертикальный абсолютно жесткий грунтовой столбик шириной b (рис. 7.8). Исходя из систем сил I^{**} (см. § 7.3), для учета действия фильтрационных сил по всей границе, кроме подошвы сооружения, к столбикам прикладывается граничное давление в поровой воде. Давление в воде по вертикальным граням столбика, так же как и по поверхности скольжения, определяется по результатам решения фильтрационной задачи. Равнодействующая давления воды по площадке Δs_i может быть разложена на горизонтальную и вертикальную составляющие (рис. 7.8), а по вертикальным боковым граням представлена в виде горизонтальных сил W_1 и W_2 . Учитывая, что по площадке Δs_i принимается наличие предельного напряженного состояния, связь между $\tau_{л пр}$ и σ_i определяется зависимостью Кулона. Силы взаимодействия скелета грунта по вертикальным граням с соседними столбиками могут быть представлены также в виде горизонтальных (E_1 и E_2) и вертикальных (T_1 и T_2) составляющих их равнодействующих. В результате из всей системы сил, действующих на грунтовой столбик, неизвестными являются сила $\sigma_i \Delta s_i$ и силы T_1 , T_2 , E_1 и E_2 . Причем для последних также неизвестны точки их приложения к вертикальным граням элемента*.

Вся система сил, действующих на скелет грунта столбика, должна быть взаимно уравновешена. Однако возможных в условиях рассматриваемой плоской задачи трех уравнений равновесия будет недостаточно для определения всех перечисленных выше неизвестных величин. Таким образом, в принятой постановке задача является статически неопределимой. Поэтому приходится вводить дополнительные физические представления о силах взаимодействия элементов (столбиков,) по вертикальным граням, сводящихся по существу к приня-

* В более общем случае системы сил I^* по границе столбиков с подошвой сооружения прикладываются напряжения σ_d и τ_d , определяемые с учетом всех действующих сил на сооружение и противодействия. Тогда и по подошве сооружения необходимо приложить граничные давления в воде p_w .

тию определенных величин напряжений $\sigma_i \Delta s_i$ и закономерности их распределения по поверхности скольжения. Предлагались самые различные схемы сил взаимодействия и использовались разные уравнения равновесия, что привело к многочисленным вариантам окончательного решения задач, т. е. приведения ее к статически определимой схеме. Некоторые из них рассматриваются ниже.

Формула К. Терцаги. Принимается, что грунтовая среда может быть представлена схемой, названной Н. М. Герсевановым гипотетическим грунтом, которая основана на предположении, что по вертикальным поверхностям отдельных столбиков касательные усилия, обусловленные взаимодействием соседних столбиков, отсутствуют, т. е. $T_1 = T_2 = 0$. Кроме того, принимается менее существенное допущение, что силы E_1 и E_2 взаимно уравниваются.

В отношении сил давления воды можно было бы не принимать никаких допущений, так как они известны и равнодействующие их могут быть найдены по эпюрам давлений воды. Однако, учитывая принятие весьма грубых допущений для сил взаимодействия элементов в способе К. Терцаги, считается, что силы W_1 , W_2 и горизонтальная составляющая давления $p_i \Delta s_i$ взаимно уравновешены, т. е. $W_1 + p_i \Delta s_i \sin \alpha_i = W_2$. Можно показать, что это равносильно пренебрежению горизонтальными составляющими объемных фильтрационных сил при определении реактивных нормальных напряжений σ_i .

Весьма существенно, что в способе К. Терцаги для составления уравнения равновесия все силы проектируются на радиус или, что то же самое, на нормаль к площадке скольжения Δs_i . С учетом всех изложенных выше допущений получаем уравнение равновесия в виде $Q_i b \cos \alpha_i$ (или $\gamma t \cos \alpha_i$) + $b \gamma_{\text{нас}} h_i \cos \alpha_i - \sigma_i \Delta s_i - p_i \Delta s_i \cos \alpha_i \cos \alpha_i = 0$ или учитывая, что $\Delta s_i = b / \cos \alpha_i$, а $q_i = Q_i$ (или γt) + $\gamma_{\text{нас}} h_i = Q_i$ (или γt) + q_i , получаем распределение напряжений по поверхности выпора или обрушение в виде зависимости

$$\sigma_i \Delta s_i = b (q_i - p_i) \cos \alpha_i. \quad (7.21)$$

В результате подстановки (7.21) в (7.20) выражение для k_3 , известное при $p_i = 0$ как формула К. Терцаги, имеет вид

$$k_3 = \frac{rb}{M_{\text{акт}}} \left[\sum (q_i - p_i) \operatorname{tg} \varphi_i \cos \alpha_i + \sum \frac{c_i \Delta s_i}{b} \right],$$

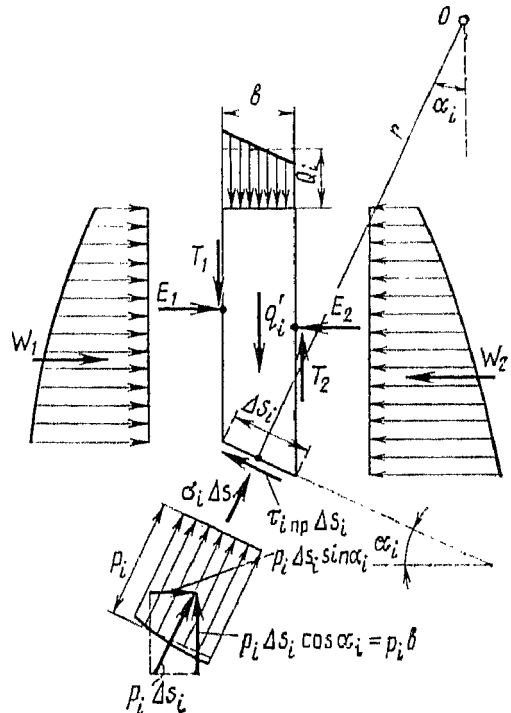


Рис. 7.8. Отсек (столбик) расчлененной призмы выпора

а при постоянных по всей дуге скольжения φ и c и учитывая, что $b = \Delta s_i \cos \alpha_i$, получим

$$k_s = \frac{rb}{M_{\text{акт}}} [\operatorname{tg} \varphi \Sigma (q_i - p_i) \cos \alpha_i + c \Sigma 1 / \cos \alpha_i]. \quad (7.22)$$

Формула Г. Крея — В. А. Флорина. В этом случае принимается только основное допущение $T_1 = T_2 = 0$ и все силы, действующие на вертикальный столбик (рис. 7.8), проектируются на вертикальную ось, т. е.

$$q_i b - \tau_i \text{ пр } \Delta s_i \sin \alpha_i - \sigma_1 \Delta s_i \cos \alpha_i - p_i \Delta s_i \cos \alpha_i = 0.$$

Учитывая, что $\tau_i \text{ пр } = \sigma_i \operatorname{tg} \varphi_i + c_i$ и $\Delta s_i \cos \alpha_i = b$, имеем

$$q_i b - \sigma_i \Delta s_i (\cos \alpha_i + \operatorname{tg} \varphi_i \sin \alpha_i) - c_i \Delta s_i \sin \alpha_i - p_i b = 0,$$

откуда можно получить распределение нормальных напряжений в предельном напряженном состоянии по поверхности скольжения как

$$\sigma_i \Delta s_i = \frac{b (q_i - p_i)}{\cos (\alpha_i - \varphi_i)} \cos \varphi_i - \frac{c_i \Delta s_i}{\cos (\alpha_i - \varphi_i)} \sin \alpha_i \cos \varphi_i. \quad (7.23)$$

Подставляя (7.23) в (7.20), получим формулу К. Крея с учетом действия фильтрационных сил (В. А. Флорин) в виде

$$\begin{aligned} k_s &= \frac{r}{M_{\text{акт}}} \left\{ \Sigma b (q_i - p_i) \frac{\sin \varphi_i}{\cos (\alpha_i - \varphi_i)} + \Sigma c_i \Delta s_i \times \left[1 - \frac{\sin \alpha_i \sin \varphi_i}{\cos (\alpha_i - \varphi_i)} \right] \right\} = \\ &= \frac{rb}{M_{\text{акт}}} \Sigma \frac{(q_i - p_i) \sin \varphi_i + c_i \cos \varphi_i}{\cos (\alpha_i - \varphi_i)}. \end{aligned} \quad (7.24)$$

Случай расчета устойчивости откоса. Для случая откоса, например, грунтовой плотины (рис. 7.9) предварительно необходимо произвести фильтрационные расчеты, определяющие положение кривой

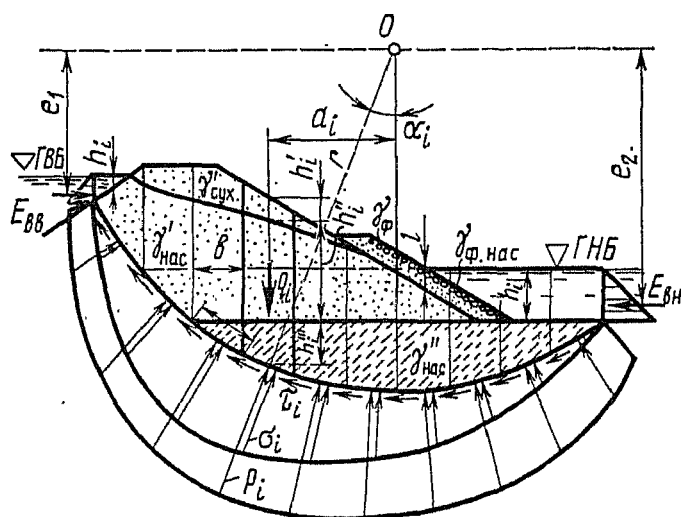


Рис. 7.9. Расчетная схема оценки устойчивости откоса плотины по круглоцилиндрической поверхности сдвига

депрессии и распределение давлений в поровой воде. Для учета действия фильтрационных сил грунт ниже кривой депрессии принимается с удельным весом $\gamma_{\text{нас}}$, а по всему контуру призмы обрушения прикладываются граничные давления в воде (p_i), которые со стороны верхнего и нижнего бьефов (рис. 7.9) могут быть представлены в виде эпюр горизонтальных $E_{\text{вв}}$ и $E_{\text{вн}}$ и вертикальных давлений воды γh_i . Тогда в любой из зависимостей (7.22) или

(7.24) величина q_i в соответствии с рис. 7.9 для участков кривой депрессии будет $q_i = \gamma'_{\text{сух}} h'_i + \gamma'_{\text{нас}} h''_{\text{нас}} + \gamma''_{\text{нас}} h'''_i$,

а на затопленных участках

$$q_i = \gamma h_i + \gamma'_{\text{нас}} h''_i \text{ или } q_i = \gamma h_i + \gamma''_{\text{нас}} h'''_i.$$

Момент активных сил будет определяться как

$$M_{\text{акт}} = rb \sum q_i \sin \alpha_i + E_{\text{вв}} e_1 - E_{\text{вн}} e_2.$$

Естественно, что при отсутствии фильтрационных сил ниже горизонта грунтовых вод везде нужно принимать $\gamma_{\text{взв}}$ и не учитывать в зависимостях (7.22), (7.24) и выражениях для $M_{\text{акт}}$ граничные давления в воде (принимать p_i , $E_{\text{в}}$, γh_i равными нулю).

Случай двустороннего выпора. Этот случай нарушения устойчивости основания наблюдался при авариях морских оградительных сооружений, возведенных на илистых грунтах, а также при возведении насыпей и дамб на слабых основаниях.

В этом случае (рис. 7.10, а) поверхности скольжения принимаются в виде двух круглоцилиндрических кривых, пересекающихся на оси симметрии в точке А. Устойчивость основания может быть оценена по формулам (7.22) или (7.24), рассматривая только одну половину сооружения и его основания. Действие отрезанной половины заменим нормальными напряжениями (рис. 7.10, б), равнодействующие которых обозначим E_{a1} , E_{a2} , E_{a3} . Эти давления можно определить по формуле (6.4) для случая активного давления грунта, например $E_{a1} = (\gamma'_{\text{взв}} h_1^2 / 2) \text{tg}^2(45^\circ - \varphi_1 / 2)$ и т. д. В формулах (7.22) или (7.24) для схемы на рис. 7.10

$$M_{\text{акт}} = E_{a1} e_1 + E_{a2} e_3 + E_{a3} e_4 + rb \sum q_i \sin \alpha_i,$$

где $q_i = \gamma_{\text{взв}} h'_i + \gamma''_{\text{взв}} h''_i + \gamma'''_{\text{взв}} h'''_i$.

В случае, если в основании возникает фильтрация, например, в результате консолидации (см. гл. 8), необходимо переходить на $\gamma_{\text{нас}}$ и учет граничных давлений в воде.

О выполнении условий равновесия. Для любого статического расчета и, в частности, для рассматриваемых расчетов устойчивости является естественным требование удовлетворения полученной системы сил взаимодействия всем трем уравнениям равновесия. В способе

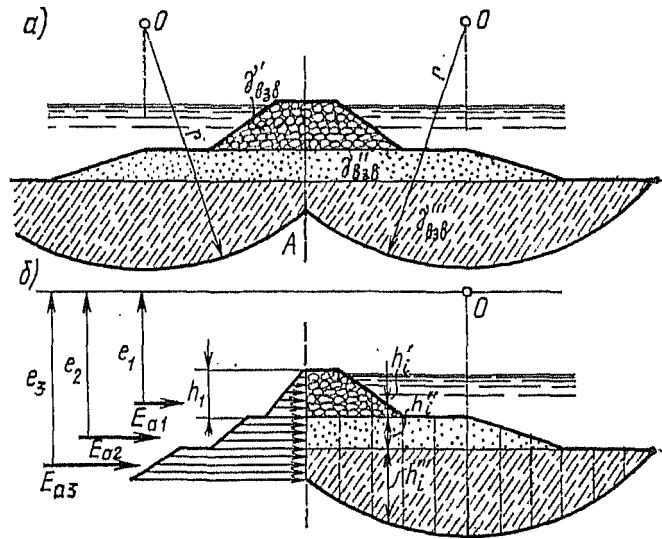


Рис. 7.10. Двусторонний выпор (а) и его расчетная схема (б)

К. Терцаги для всей призмы в целом выполняется только одно условие равновесия ($\Sigma M = 0$), а в способе Г. Крея обеспечивается выполнение двух уравнений равновесия ($\Sigma M = 0$ и $\Sigma Z = 0$). Это объясняется погрешностями в определении предельных реактивных напряжений σ_i и $\tau_{i\text{пр}}$ по поверхности скольжения, вызванными принятыми допущениями о силах взаимодействия между элементарными столбиками.

Оценка вносимых этим обстоятельством ошибок была детально выполнена в работах Р. Р. Чугаева [41]. В качестве эталона было выбрано решение Д. Тейлора для однородного монолитного простейшего по форме отсека обрушения, находящегося только под действием собственного веса грунта и ограниченного круглоцилиндрической поверхностью, по которой возникает предельное напряженное состояние. Решение Д. Тейлора удовлетворяет всем трем уравнениям статики. Затем этот же отсек был разделен (расчленен) на отдельные монолитные столбики и произведены расчеты по формулам К. Терцаги и Г. Крея.

Результаты сопоставительных расчетов показали, что способ Г. Крея для расчлененного отсека дает всегда практически полностью совпадающий результат с методом монолитного отсека обрушения Д. Тейлора. Расчет по способу К. Терцаги дает для пологих откосов (1:2 и более пологих) заниженные коэффициенты запаса устойчивости, причем разница может достигать 10...20%. Для крутых откосов и при малых центральных углах поверхности сдвига формула Терцаги приводит к результатам, близким к решению Д. Тейлора и, следовательно, Г. Крея.

В результате сопоставления уравнения К. Терцаги с «точным» решением Д. Тейлора Р. Р. Чугаев предложил применить для пологих откосов способ *весового давления* Е. Д. Кадомского, который практически сводится к решению задачи по формуле К. Терцаги (7.22), принимая в ней $\cos \alpha = 1$, т. е.

$$k_3 = \frac{rb}{M_{\text{акт}}} (\Sigma q_i \operatorname{tg} \varphi_i + \Sigma c_i / \cos \alpha_i). \quad (7.25)$$

Таким образом, несмотря на некоторую погрешность, связанную с невыполнением всех условий равновесия, расчет по формуле Г. Крея приводит к результатам, совпадающим с более строгими решениями. К тому же расчет по ней обладает значительной простотой, что немало важно для массовых расчетов, а учет неоднородности грунтов и любой конфигурации сооружения не представляет каких-либо трудностей. Все это объясняется тем, что при проектировании всех сил, действующих на элементарный столбик на вертикальную ось, отпадает необходимость в жестком ограничении сил взаимодействия между столбиками по их боковым поверхностям, характерным, например, для способа К. Терцаги. По этой же причине не вносятся каких-либо погрешностей в граничные горизонтальные давления воды на столбик.

Формула К. Терцаги еще проще и многие десятилетия очень широко использовалась в Советском Союзе в проектной практике. К ней привязаны почти все имеющиеся нормируемые коэффициенты запаса,

величина которых является обобщением многолетнего опыта эксплуатации сооружений и их расчетного обоснования. Поэтому следует считать приемлемым для решения инженерных задач использование и формул К. Терцаги.

Поиск наиболее опасной поверхности скольжения. Все изложенное выше относится к определению коэффициента запаса устойчивости по одной произвольно выбранной, заданной, в данном случае кругло-

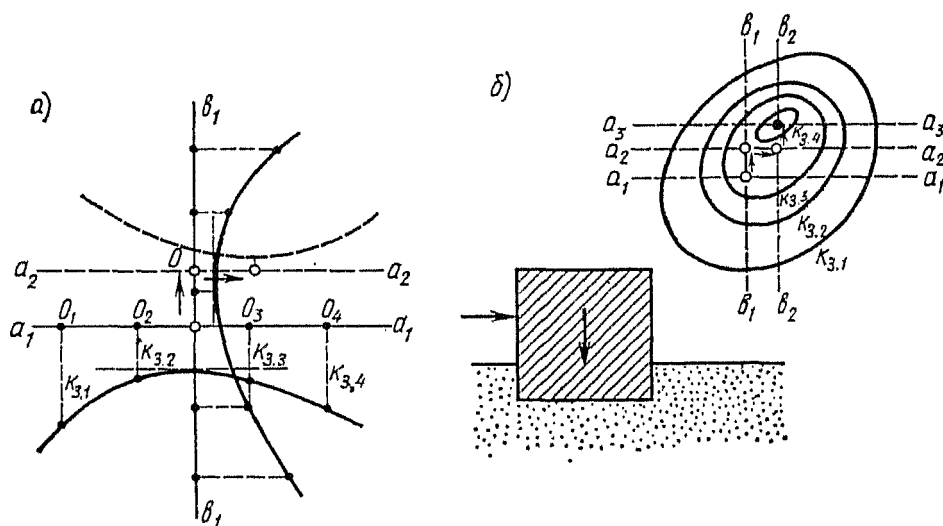


Рис. 7.11. Поиск минимального коэффициента устойчивости (а) и линии равных коэффициентов устойчивости (б)

цилиндрической, поверхности скольжения. В задачу полного решения задачи об устойчивости сооружения или откоса входит нахождение наиболее «опасной» поверхности скольжения, по которой коэффициент запаса минимальный. Он и является коэффициентом запаса устойчивости всего сооружения.

Для упорядочения поиска поверхности скольжения с наименьшим коэффициентом запаса можно воспользоваться следующим приемом. В окрестности предполагаемого центра искомой окружности проведем горизонтальную прямую a_1a_1 (рис. 7.11) и определим коэффициенты запаса для нескольких окружностей с центрами O_1, O_2, O_3, O_4 , расположенными на этой прямой. Отложим в этих центрах перпендикулярно прямой a_1a_1 в некотором масштабе величины подсчитанных коэффициентов $k_{3.1}, k_{3.2}, k_{3.3}, k_{3.4}$.

Полученные точки соединим плавной кривой, а проведя к ней касательную, параллельную a_1a_1 , получим точку касания, в которой коэффициент запаса достигает на этой прямой наименьшего значения (рис. 7.11, а).

Затем проведем через полученную точку вертикальную прямую b_1b_1 и найдем коэффициенты запаса, соответствующие нескольким окружностям, центры которых лежат на этой вертикали. Построим кривую изменения коэффициентов устойчивости по вертикальной прямой b_1b_1 , так же как и для a_1a_1 , найдем точку с наименьшим коэффициентом запаса. При дальнейшем уточнении можно вычислить ко-

эффициенты запаса по прямой a_2a_2 , проходящей через точку O и параллельно a_1a_1 , и найти описанным способом точку, в которой коэффициент запаса наименьший. Через полученную новую точку можно провести вертикаль b_2b_2 и т. д.

Если для достаточного количества точек центров окружностей скольжения определить величины k_3 , то можно построить кривые равных коэффициентов запаса (рис. 7.11, б). Тогда положение центра

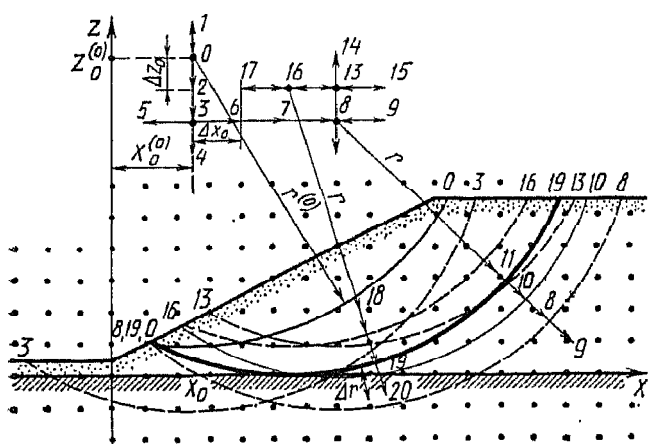


Рис. 7.12. Схема, иллюстрирующая ход машинного поиска кривой скольжения с k_{amin}

окружности, отвечающей наименьшему коэффициенту запаса, определится с наибольшей точностью.

Для простейших случаев однородных плоских откосов и других несложных схем сооружений имеются различные вспомогательные графики для определения k_3 [41] и приемы, ускоряющие нахождение зоны центров опасных поверхностей скольжения.

Учитывая многодельность процесса поиска опасной поверхности скольжения, расчет устойчивости сооружений

и откосов производят с помощью ЭВМ.

Так, например, в случае применения формулы Г. Крея — В. А. Флорина (7.24) ее удобнее для машинного счета представить в соответствии с рис. 7.12 в виде

$$k_3 = \frac{r^2 b}{M_{\text{акт}}} \sum \frac{(q_i - p_i) \sin \varphi_i + c_i \cos \varphi_i}{(z_0 - z_i) \cos \varphi_i + (x_i - x_0) \sin \varphi}, \quad (7.26)$$

где $(z_0 - z_1)/r = \cos \alpha_i$; $(x_i - x_0)/r = \sin \alpha_i$, а x_0, z_0 — координаты центра дуги скольжения и x_i, z_i — координаты середины подошвы i -го столбика, учитывая, что $\cos(\alpha_i - \varphi_i) = \cos \alpha_i \cos \varphi_i + \sin \alpha_i \sin \varphi_i$.

Для машинного расчета на профиль сооружения наносится прямоугольная сетка, в каждом узле (ячейке) (рис. 7.12) которой известны все расчетные характеристики среды (γ_i, φ_i, c_i). Для заданной призмы обрушения или выпора с параметрами x_0, z_0, r машиной по формуле (7.26) определяется коэффициент запаса, причем для определения q_i складываются все веса столбиков путем суммирования весов ячеек среды.

Наиболее опасную окружность определяют путем оптимизации коэффициента по этим трем параметрам дуги скольжения. Это сводится к машинному подбору сочетания этих параметров в некоторой области грунта таким образом, чтобы функция $k_3(r, x_0, z_0)$ имела в ней минимальное значение.

Перед началом поиска из общих представлений о возможных слабых областях массива грунта выбирают начальные параметры $r^{(0)}$, $x_0^{(0)}$, $z_0^{(0)}$ и начальные шаги поиска (Δx_0 , Δz_0 и Δr). Сначала меняется параметр z_0 с шагом $\pm \Delta z_0$ при закрепленных $x_0^{(0)}$ и $r^{(0)}$ до тех пор, пока не достигается минимум k_3 (например, в точке 3 на рис. 7.12). Затем меняется параметр $x_0^{(0)}$ с шагом $\pm \Delta x_0$, пока не достигается минимум (например, в точке 8) и в ней меняется третий параметр r с шагом $\pm \Delta r$ до нахождения минимума (например, кривая 10).

Из этой точки снова двигаются с прежними шагами, меняя по очереди все параметры и делают новые циклы (точки 13, 16, 19), пока не произойдет остано-

ка, т. е. когда очередная точка окажется точкой минимума k_3 ($k_{3,19}$) по всем трем параметрам одновременно. Затем производят дробление шагов поиска и процедуру повторяют, приводя к уточнению $k_{3\min}$ до тех пор, пока два последних значения k_3 не будут отличаться один от другого на заданную малую величину.

7.6 СПОСОБ НАКЛОННЫХ СИЛ

А. Л. МОЖЕВИТИНОВА

Стремление выполнить в схеме расчлененных отвердевших отсеков более полно все условия равновесия при произвольной форме поверхности сдвига привело к созданию ряда способов (К. Янбу, Н. Р. Моргенштерн и В. Е. Прайс, А. Л. Можевитинов). Рассмотрим способ А. Л. Можевитинова, как наиболее общий и удобный для практических расчетов.

Как и ранее, рассматривается расчлененный отсек обрушения с недеформируемыми элементами—столбиками (рис. 7.13) при наличии предельного напряженного состояния по поверхности скольжения. Система сил, действующая на один элемент, принята такая же, как на рис. 7.8, но для удобства дальнейшего изложения часть сил сведена к равнодействующим.

На элемент (рис. 7.13) действуют: rds — равнодействующая реактивных нормальных напряжений и предельных касательных напряжений за счет только составляющей, определяемой трением $\sigma \tan \varphi$; $c ds$ — то же, только за счет сцепления; $g dx$ — равнодействующая сил веса, сил взвешивания, фильтрационных или сейсмических сил и нагрузки на поверхности элемента; E — сила взаимодействия между элементами и их компоненты E_x и E_z . Прочностные характеристики грунта φ и c в общем случае переменные по длине поверхности сдвига. Произвольное очертание поверхности сдвига задано, поэтому ее длина s и угол наклона каждого элементарного участка ds к горизонту α известные функции абсциссы x .

Необходимые при этом уравнения равновесия элемента призмы обрушения можно составить в наиболее удобном для последующего решения виде (рис. 7.13):

проекция сил на направление компоненты r реакции грунта

$$rds - g \cos(\alpha + \delta - \varphi) dx - \sin(\alpha - \varphi) dE_x + \cos(\alpha - \varphi) dE_z + c \sin \varphi ds = 0; \quad (7.27)$$

проекция сил на нормаль к компоненту r

$$-g \sin(\alpha + \delta - \varphi) dx - \cos(\alpha - \varphi) dE_x + \sin(\alpha - \varphi) dE_z + c \cos \varphi ds = 0; \quad (7.28)$$

момент сил относительно подошвы элемента (поверхности сдвига)

$$mdx - E_z dx - dE_z \cdot 0,5dx + E_x (a' + 0,5dz) - (E_x + dE_x) (a' + da - 0,5dz) = 0$$

или, учитывая, что члены $dE_z dx$, $dE_x da$ и $dE_x dz$ второго порядка малости, имеем

$$mdx + E_x dz - E_z dx - dM = 0, \quad (7.29)$$

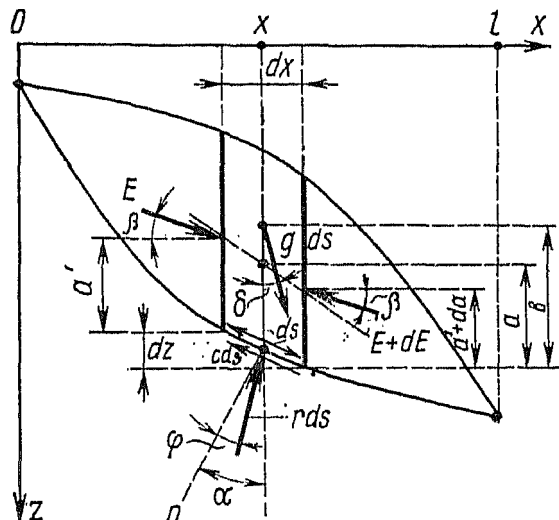


Рис. 7.13. Призма обрушения и элементарный «отвердевший» вертикальный отсек

где $m = gbs \sin \delta$ — момент силы g ; $M = E_x a$ — момент горизонтальной составляющей сил взаимодействия.

Кроме того, для всей призмы обрушения в целом должны также выполняться условия равновесия, в качестве которых принимаются естественные условия, что на краях призмы обрушения силы взаимодействия между элементами и их моменты равны нулю:

$$\text{при } x=0 \quad E_x=0, \quad E_z=0, \quad M=0; \quad (7.30)$$

$$\text{при } x=l \quad E_x=0, \quad E_z=0, \quad M=0. \quad (7.31)$$

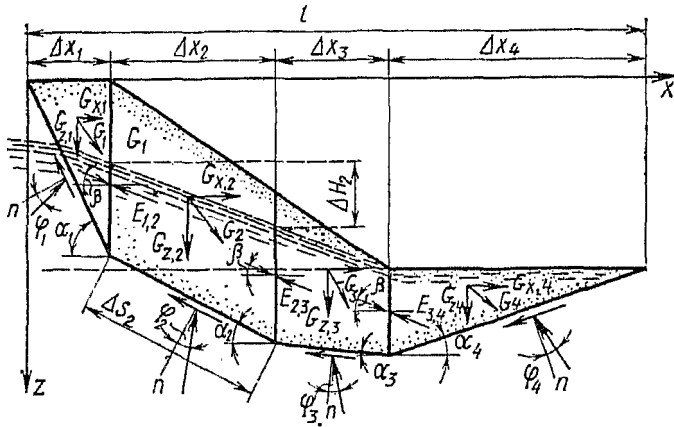


Рис. 7.14. Призма обрушения, разделенная на отсеки

новым было получено выражение для $M(x)$, которое с учетом (7.31), т. е. $M(l) = 0$, позволяет определить угол β как

$$\operatorname{tg} \beta = \int_0^l (E_x \operatorname{tg} \alpha + m) dx \bigg/ \int_0^l E_x dx. \quad (7.33)$$

По зависимости (7.33) величина β , удовлетворяющая условиям равновесия, может быть найдена только путем итераций и поэтому А. Л. Можевитиновым было предложено приближенно принять

$$\beta = [\Sigma (\alpha_i + \delta_i) \Delta x] / l. \quad (7.34)$$

Интегрируя уравнение (7.28) и используя (7.32), было получено общее выражение для силы взаимодействия E , входящее в уравнения равновесия (7.30) и (7.31), т. е. $E(0) = 0$ и $E(l) = 0$, в виде

$$E(x) = \int_0^x \frac{g \sin (\alpha + \delta - \varphi) dx - c \cos \varphi ds}{\cos (\alpha - \beta - \varphi)}. \quad (7.35)$$

В результате, переходя в уравнении (7.35) от интегрирования к элементарному суммированию по всей длине призмы l и отделив члены, содержащие $\operatorname{tg} \varphi$ и c , А. Л. Можевитинов предложил выражение для коэффициента запаса устойчивости в виде

$$k_3 = \frac{R}{A} = \left[\Sigma G_i \cos (\beta + \delta_i) \operatorname{tg} (\varphi_i + \beta - \alpha_i) + \Sigma \frac{c_i \cos \varphi_i \Delta s_i}{\cos (\varphi_i + \beta - \alpha_i)} \right] / \Sigma G_i \sin (\beta + \delta_i), \quad (7.36)$$

где G — равнодействующая сил, действующих на отсек (рис. 7.14).

При необходимости условие устойчивости легко может быть представлено в форме (7.14), подставляя A и R из зависимости (7.36).

Учет действия объемных фильтрационных сил состоит в определении в соответствии с расчетной системой сил I^* , составляющих G_z и G_x в каждом отсеке обрушения (рис. 7.8), т. е. путем приложения сил $\gamma_{\text{нас}}$, $p_i \Delta s_i$, W_1 и W_2 .

Поиск положения и формы наиболее опасной поверхности скольжения, т. е. поверхности с $k_{\text{зmin}}$, производится так же, как и в способе круглоцилиндрических поверхностей скольжения методом попыток — постепенного приближения.

7.7 УЧЕТ ВЛИЯНИЯ НЕКОТОРЫХ ФАКТОРОВ

Упрощенные способы учета действия фильтрационных сил. В ряде случаев предлагается к каждому отсеку обрушения прикладывать непосредственно фильтрационную силу Φ , т. е. вести расчет по схеме I (рис. 7.4). Сила Φ для каждого отсека определится приближенно как $\Phi = \gamma_b h_i I$, где b и h_i — ширина и высота водонасыщенной части отсека; I — средний градиент напора на отдельных участках или по всей призме обрушения или выпора. Например, в случае откоса иногда принимают градиент I равным среднему уклону кривой депрессии, а фильтрационные силы имеющими такой наклон к горизонтали.

Приближенный, неполный учет действия фильтрационных сил в откосах иногда производится без непосредственного учета граничных давлений в воде, принимая, например, в способе круглоцилиндрических поверхностей скольжения при определении момента сил сопротивления сдвигу для грунта ниже кривой депрессии $\gamma_{\text{взв}}$, а при определении момента активных сил для водонасыщенных грунтов выше горизонта воды в нижнем бьефе $\gamma_{\text{нае}}$ (ГНБ на рис. 7.9) и $\gamma_{\text{взв}}$ для ниже расположенных грунтов.

В способе наклонных сил А. Л. Можевитинова для случая плавно изменяющегося фильтрационного потока в откосе можно в ряде случаев допустить, что линии равных напоров вертикальны. При этом распределение давлений в воде по любой вертикали ниже кривой депрессии будет по гидростатическому закону, а фильтрационные силы будут горизонтальны. Тогда учет фильтрационных сил сводится к определению сил G_z , принимая $\gamma_{\text{взв}}$, а в силы G_x вводится составляющая, равная фильтрационной силе $G_{xв} = \gamma h_b \Delta x \Delta H / \Delta x = \gamma h_b \Delta H$, где h_b — средняя для каждого отсека высота насыщенной водой призмы обрушения; ΔH — снижение кривой депрессии на каждом участке Δx (рис. 7.14)

Единственным преимуществом этих приближенных приемов является отсутствие необходимости в предварительном построении гидродинамической сетки движения воды, для них достаточно иметь только кривую депрессии.

Учет сейсмических сил. Во всех методах, основанных на расчленении призмы обрушения отсеками, учет этих сил производится очень приближенно и заключается в статическом приложении к каждому отсеку обрушения или выпора осредненных сил инерции (S_η), пропорциональных массе отсека и сейсмическому ускорению, т. е. $S_\eta = \alpha_\eta q b$, где $q b$ — вес отсека с учетом пригрузок; $\alpha_\eta < 1$ — коэффициент, определяемый сейсмичностью района и особенностями колеба-

ния сооружения [15]. В простейшем случае $\alpha_\eta = \eta_{\text{сейсм}}/g$, где $\eta_{\text{сейсм}}$ — ускорение сейсмических колебаний; g — ускорение свободного падения. Сейсмические силы могут быть любого направления и поэтому выбирается наиболее невыгодное направление их действия, во многих случаях горизонтальное. При наклоне сейсмической силы к горизонту на угол α_c ее составляющие будут $S_{x\eta} = S_\eta \cos \alpha_c$ и $S_{z\eta} = S_\eta \sin \alpha_c$.

Учет пространственной устойчивости. Все описанные выше способы расчета относятся к случаю плоской задачи, т. е. принимается,

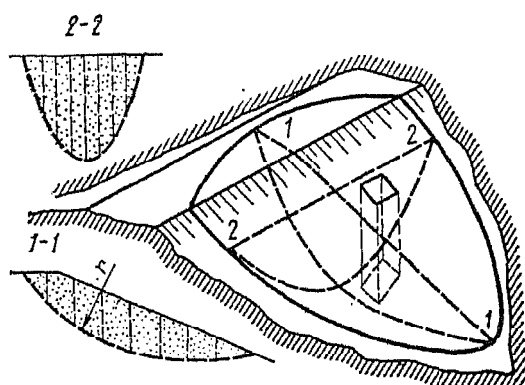


Рис. 7.15. Схема оценки пространственной устойчивости

что по боковым частям единичной по фронту сооружения призмы оползания или выпора не возникает сил сопротивления. В действительности обрушения откосов носят обычно локальный характер и имеют в плане вид замкнутого контура, так называемого «цирка оползания». Учет пространственности оползания для не меняющих по длине (фронту) сооружения условий приводит к увеличению коэффициентов устойчивости и поэтому в этих случаях обычно используют решения плоской задачи, идущие в «запас устойчивости».

В случае ограниченных по фронту сооружений и ярко выраженной невозможности смещений, близких к условиям плоской задачи, например, грунтовых плотин в узких скальных коньонах (рис. 7.15), необходим переход на оценку пространственной устойчивости сооружений, приводящей к повышению коэффициента устойчивости и, как следствие, более экономичным решениям.

Разработке методов оценки пространственной устойчивости посвящены работы Т. В. Матрашилиной (1971), И. М. Васильева (1974), В. И. Хорькова (1979), В. Н. Бухарцева (1980) и др. При этом предлагаются различные формы поверхности обрушения, например параболоиды вращения (рис. 7.15) или шаровые поверхности. Предлагается учитывать несимметричность парабол в поперечном сечении призмы обрушения (сечение 2—2 на рис. 7.15) и другие приемы, обеспечивающие лучшее вписывание смещаемого объема в контуры коньона. Далее, как и в условиях плоской задачи, вся область смещения разделяется на недеформируемые, но уже пространственные отсеки (рис. 7.15) и принимаются допущения о их взаимодействии, подобные рассмотренным выше. Расчетные зависимости несколько усложняются и существенно повышается многодельность расчета, требующая, как правило, даже в простейших случаях использования машинного счета.

В заключение следует подчеркнуть, что, как уже отмечалось выше, основным затруднением в решении задачи является определение напряжений σ по предлагаемой поверхности обрушения в состоянии

предельного равновесия. Все принимаемые допущения о силах взаимодействия между отсеками сводятся к принятию той или другой закономерности распределения σ . Существенным недостатком всех способов является отсутствие учета деформируемости грунта, которая особенно в случае неоднородных грунтовых массивов может оказывать существенное влияние на распределение напряжений. Например, в плотинах с глинистыми ядрами может наблюдаться их «зависание» на боковых призмах (см. рис. 3.5) и др. Имеются попытки определять σ из других расчетных схем (теория упругости, смешанная задача и др.) и использовать их непосредственно в рассмотренных выше способах расчета как заданные и совпадающие с теми, которые возникнут в предельном состоянии. Конечно, это в принципе неверно, но позволяет хотя бы грубо оценить влияние деформационной неоднородности среды на устойчивость массива. Учитывая яркую абстрактность рассмотренных инженерных приемов расчета устойчивости грунтовой среды в виде отдельных недеформируемых «столбов», эти допущения становятся малосущественными.

7.8 ОСНОВНЫЕ МЕРОПРИЯТИЯ ПО ПОВЫШЕНИЮ УСТОЙЧИВОСТИ СООРУЖЕНИЙ

Пути увеличения устойчивости сооружений непосредственно вытекают из анализа основного условия (7.14) устойчивости и особенно ярко из рассмотрения простейших зависимостей (7.17) или (7.20).

Первое основное направление — это уменьшение суммарных активных воздействий на сооружение A , способных вызвать нарушение их устойчивости, т. е. уменьшение знаменателя в зависимостях (7.17), (7.20) и др. Примерами таких мероприятий в рассмотренных на рис. 7.16 вариантах повышения устойчивости подпорной стенки являются: устройство разгрузочных плит (рис. 7.16, *д*) и засыпка за стенкой крупнозернистого материала (с большим ϕ) (рис. 7.16, *в*), существенно уменьшающих активное давление грунта на стенку. В случае откосов (рис. 7.17, *а*) к этому разряду мероприятий относятся уположение откосов, снижение кривой депрессии и ее заглубление в тело откоса путем устройства дренажей (рис. 7.17, *б*), всякого рода пригрузки низовой части откоса (рис. 7.17, *в*), создающие обратный момент активных сил.

Второй не менее эффективный и очень многообраз-

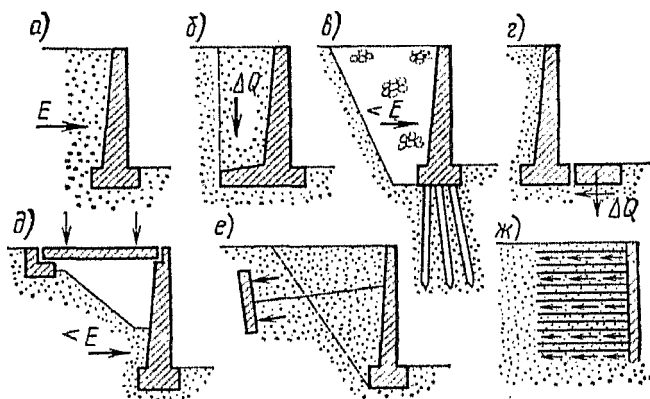


Рис. 7.16. Основные схемы повышения устойчивости подпорной стенки

ный путь повышения устойчивости — это увеличение реактивных сил сопротивления сдвигу, в частности увеличение числителей в зависимостях (7.17) и (7.20).

Очевидный путь повышения устойчивости — увеличение прочности грунтов, т. е. их прочностных характеристик (φ и c) путем их уплотнения или закрепления, а в некоторых случаях даже путем замены слабых грунтов на более прочные. К этому же разряду мероприятий

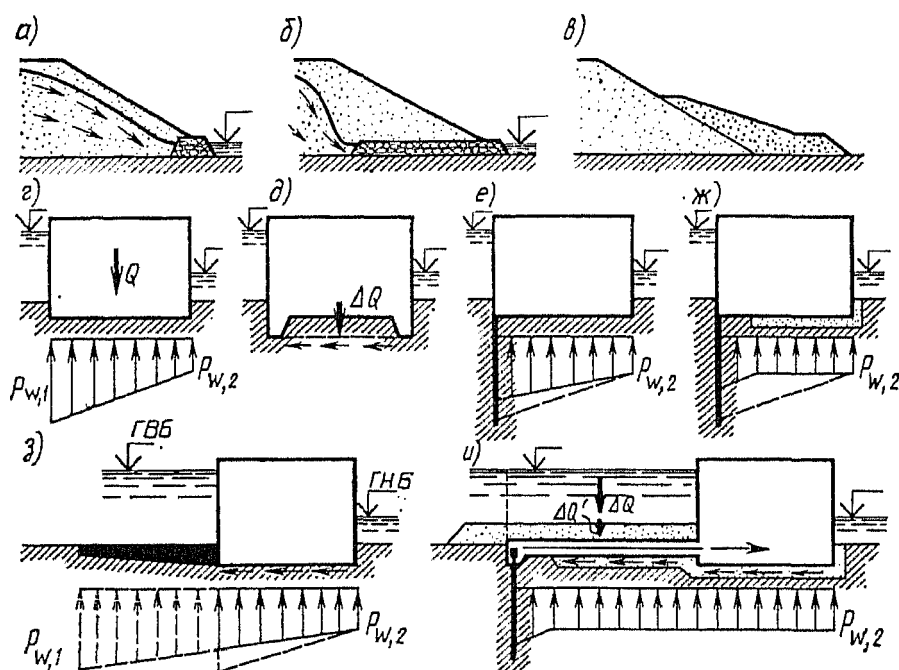


Рис. 7.17. Повышение устойчивости напорных сооружений

можно отнести заглубление сооружений и перенос возможной поверхности скольжения в более глубокие и обычно более прочные слои грунта, например, применением фундаментов свайной конструкции (рис. 7.16, в) или устройством зубьев (рис. 7.17, д). Применение зубьев позволяет перенести поверхность скольжения из контактной, как правило, нарушенной производством работ зоны грунта в область уверенно ненарушенной структуры (рис. 7.17, д).

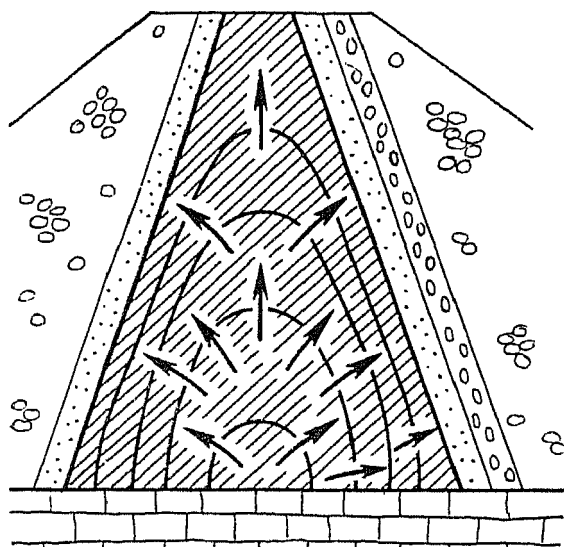
Безусловно, увеличивают устойчивость сооружений на сдвиг всякого рода анкеры, например, анкерные плиты (рис. 7.16, е), которые должны размещаться за пределами призмы активного давления грунта на сооружение. Одной из разновидностей анкерования является применение армированного грунта (рис. 7.16, ж) с использованием трения часто поставленных анкерных тяг в массиве грунта засыпки. Некоторое увеличение устойчивости обеспечивает устройство упоров (рис. 7.16, з) путем использования сил сопротивления сдвигу по их подошве.

При необходимости увеличения устойчивости сооружения в плоскости подошвы фундамента одним из основных мероприятий является увеличение нормальных контактных напряжений σ , а в случае связных грунтов — развитие площади подошвы фундамента F . Увеличение

нормальных напряжений и, как следствие, сил трения по подошве сооружения можно обеспечить, увеличивая вес сооружения Q или уменьшая противодействие воды P_w (рис. 7.17, *г*). Увеличение веса сооружения Q наиболее экономично может производиться путем использования пригрузки его грунтом (рис. 7.16, *б*) или водой (рис. 7.17, *и*). Уменьшение противодействия по подошве напорных гидротехнических сооружений можно обеспечить либо увеличивая путь фильтрации устройством вертикальных противофильтрационных завес (рис. 7.17, *е*), в частности забивая шпунты, или противофильтрационных понуров (рис. 7.17, *з*), либо устройством по подошве сооружения дренажа, связанного с нижним бьефом и обычно в комбинации с вертикальными или горизонтальными противофильтрационными элементами (рис. 7.17, *ж*).

Примером эффективного использования пригрузки сооружения водой и комбинации дренажей с противофильтрационными элементами является *анкерный понур* (рис. 7.17, *и*), конструкция которого впервые была применена на плотине и здании станции Свирской ГЭС (1936), а затем на ряде Волжских ГЭС. При этом в отличие от обычного только противофильтрационного понура (рис. 7.17, *з*) анкерный понур, представляющий собой сравнительно тонкую железобетонную плиту, воспринимает часть сдвигающей нагрузки, действующей на сооружение, и работает в основном на растяжение. При этом водонепроницаемая гидроизолированная плита анкерного понура прижимается к грунту разностью давлений сверху воды (ΔQ) и грунта ($\Delta Q'$) верхнего бьефа и снизу противодействия. В результате в случае предельного состояния по подошве понура могут развиваться силы трения и сцепления, обеспечивающие существенное увеличение общего коэффициента устойчивости сооружения на сдвиг по подошве понура и основного массива сооружения.

Однако увеличение собственного веса сооружения, повышая его устойчивость по подошве сооружения, может несколько понижать коэффициент устойчивости в предположении сдвига сооружения с захватом грунтов основания (см. рис. 7.1, *г, д, е*), так как при этом, например, в зависимости (7.20) одновременно увеличиваются числитель (сопротивление сдвигу) и знаменатель (активные силы). Поэтому эффективность такого рода мероприятий в каждом случае должна определяться проверочными расчетами.



ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОНСОЛИДАЦИИ (ТЕОРИИ УПЛОТНЕНИЯ) ГРУНТОВ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

8.1 ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ КОНСОЛИДАЦИИ ГРУНТОВ

Явления консолидации водонасыщенных грунтов — это процесс сближения частиц грунта, уменьшения объема пор, сопровождаемый отжатием из них воды. Поэтому теория консолидации грунтов может рассматриваться как задача неустановившейся фильтрации в деформируемой среде.

Постановка задачи теории консолидации как задачи фильтрации в среде с переменной пористостью принадлежит советским ученым и является естественным обобщением теории фильтрации и механики грунтов. В 1922 г. Н. Н. Павловским в капитальном труде «Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями» было впервые дано уравнение неустановившейся фильтрации при переменной пористости и проницаемости грунта. Впервые частные задачи консолидации слоя грунта (одномерная задача) были решены в 1925 г. К. Терцаги. В Советском Союзе первой в области консолидации земляных масс была работа Н. М. Герсеванова «Динамика грунтовой массы» (1933—1937), в которой была приведена неполная система уравнений пространственной задачи.

Существенным этапом развития теории консолидации грунтов явилось опубликование в 1938 г. В. А. Флориным работ, содержащих полную постановку плоской и пространственной задач консолидации трехфазного грунта, основанной на расчетной модели линейно деформируемой среды (так называемая модель объемных сил). Позднее в 1941 г. подобную модель консолидирующегося грунта предложил М. А. Био.

В 1947—1948 гг. В. А. Флориным была дана постановка плоской и пространственной задач консолидации в предположении модели грунта (названной им «основной расчетной»), допускающей принятие любых деформационных свойств скелета грунта. Все это позволило ему в 1950—1960 гг. предложить учет наличия заземленного газа, ползучести скелета грунта, начального градиента напора, структурной прочности грунта, переменности характеристик пористости и водопроницаемости грунта, любых конструктивных особенностей сооружения, постепенности его возведения и др. Все основные работы В. А. Флорина в области консолидации грунтов обобщены им в двух монографиях [33, 34]. Эта глава книги в основном базируется на работах В. А. Флорина.

Дальнейшее развитие решения задач консолидации на основе модели объемных сил В. А. Флорина и широкого учета реологических свойств грунтов получили в работах Ю. К. Зарецкого [9]. Основная расчетная модель В. А. Флорина была использована в исследованиях Л. В. Горелика [8], А. Л. Гольдина, М. Ю. Абелева, З. Г. Тер-Мортиросяна [37] и др. На основе этой же модели П. Л. Ивановым решались задачи консолидации водонасыщенных песчаных грунтов с учетом необратимых деформаций виброползучести скелета грунта [10, 11].

Из зарубежных авторов следует отметить работы Н. И. Карилло, Р. Е. Гибсона, И. Манделя, Тан Тьонг-Ки и др. На различных этапах развития теории консолидации определенный вклад внесли работы Д. Е. Польшина, Я. М. Мачерета, С. А. Роза, М. Н. Гольдштейна, В. Г. Короткина и др.

Широкое практическое применение теория консолидации получила в связи со строительством высоких плотин с глинистыми ядрами, таких, как Чарвакская, Нурекская и Рогунская. Методы теории консолидации широко применяют при оценке устойчивости и емкости хранилищ отходов горнообогатительных комбинатов (хвостохранилища, шламонакопители и др.), при строительстве сооружений на «слабых» грунтах, например защитных сооружений Ленинграда от наводнений. Не меньшее значение задачи консолидации приобретают в связи с возведением сооружений и созданием установок в шельфовой зоне океанов. В настоящее время не один проект гидротехнического сооружения, имеющего в своем составе глинистые или рыхлые несвязные грунты, не обходится без расчетной оценки процессов их консолидации.

В заключение этого параграфа несколько слов о терминологии. В литературе по механике грунтов в последние годы бытует термин «фильтрационная консолидация». Под этим термином понимается случай консолидации грунтов без учета реологических свойств скелета грунта (т. е. в предположении мгновенной деформируемости скелета). Этот термин неудачен и его не надо применять, так как любой процесс консолидации в грунте сопровождается фильтрацией воды, большей или меньшей по интенсивности.

Так же в принципе неудачно, но иногда удобно, деление всего процесса консолидации на два этапа: «первичную» и «вторичную консолидацию». Время уплотнения грунта на первом этапе принимается зависящим только от процессов фильтрации отжимаемой воды, а на этапе «вторичной консолидации» определяется только свойствами ползучести скелета грунта. Как хорошо известно, яв-

ления ползучести скелета грунта оказывают существенное влияние на весь процесс уплотнения грунта, в том числе и начальное распределение давлений в поровой воде. Поэтому такое деление может приводить к ошибкам и его нет смысла применять, тем более что современный аппарат решений задач теории консолидации позволяет учесть влияние ползучести скелета грунта на любом этапе уплотнения.

Основой успеха в решении физически сложных задач консолидации послужило принятие К. Терцаги, Н. М. Герсевановым и особенно В. А. Флориным трехкомпонентной модели грунта. Поэтому в предлагаемом иногда рассмотрении в задачах консолидации трехфазного грунта, как условного двухфазного (квазидвухфазного) и тем более однофазного (квазиоднофазного), нет необходимости и в ряде случаев это может приводить к ошибкам и уж безусловно является шагом назад.

8.2 УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ФАЗ

Зависимости между объемной и поверхностной пористостями, средней скоростью движения воды и скоростью фильтрации. При описании движения потока воды в грунтах рассматриваются отдельные сечения — плоскости, в которых только часть площади (сечение самих пор грунта) определяет движение воды. Поэтому в этом случае в принципе необходимо использовать понятие *о поверхностной пористости*, т. е. отношение

$$n_F = F_{\pi}/F, \quad (8.1)$$

где F_{π} — площадь поперечного сечения пор; F — общая площадь поперечного сечения всего грунта (вместе с твердыми частицами).

Определить площадь поперечного сечения пор с помощью шлифов-срезков грунта можно, но чрезвычайно трудно. Поэтому на практике используют величину объемной пористости, т. е. отношение объема пор ко всему объему элемента грунта $n = V_{\pi}/V$.

Связь между объемной и поверхностной пористостью можно установить, рассматривая некоторый объем V грунта и сделав существенное допущение о том, что скелет грунта статистически однороден и размер частиц несравненно меньше любого элемента ΔV рассматриваемого всего объема грунта V . Тогда для призмы грунта (рис. 8.1) длиной l и площадью сечения F площадь сечения пор будет $n_F F$, а общий объем пор $V_{\pi} = n_F Fl = n_F V$.

Можно определить объем пор иным путем, разделив всю призму на элементарные объемы ΔV (рис. 8.1), на такие, чтобы $\sqrt[3]{\Delta V} \gg d$, где d — размер частиц грунта. Тогда объем пор в элементе будет $\Delta V n$, а сумма объемов пор $V_{\pi} = Vn$.

От способа подсчета объем пор не зависит. Поэтому $Vn = Vn_F$, откуда

$$n = n_F, \quad (8.2)$$

т. е. численные значения объемной и поверхностной пористости одинаковы.

Аналогично можно показать, что $m = m_F$ и $s = s_F$, т. е. объемное содержание твердых частиц или газа в единице объема равно отношению их площадей поперечного сечения ко всей площади сечения грунта.

Следует еще раз подчеркнуть, что все это справедливо только при выполнении условия малости частиц грунта и, следовательно, пор и пузырьков заземленного газа по сравнению с размером элемента грунта, что для песчаных и тем более глинистых грунтов обычно уверенно обеспечивается. В крупнозернистых материалах принятие допущения (8.2) может приводить к ошибке в пределе определяемой соотношением, близким к d^3/d^2 .

Связь между скоростью фильтрации и средней скоростью движения воды в порах грунта. Скорость фильтрации (см. § 1.7) называется средняя фиктивная (не существующая) скорость, определяемая (1.39) путем деления действительного расхода жидкости Q на всю площадь поперечного сечения грунта, т. е. $u_s = Q/F$.

Средняя действительная скорость движения воды в порах полностью водонасыщенного грунта будет

$$\bar{u}_s = Q/F_{\Pi}. \quad (8.3)$$

Расход Q не зависит от того, определяется он по зависимости (1.39) или (8.3), поэтому $\bar{u}_s F_{\Pi} = u_s F$ или $u_s = F_{\Pi} \bar{u}_s / F = n_F \bar{u}_s$, а учитывая (8.2), получим

$$u_s = n \bar{u}_s \text{ и } \bar{u}_s = u_s / n. \quad (8.4)$$

Уравнение (8.4) определяет связь средней действительной скорости движения воды со скоростью фильтрации (фиктивной).

Учитывая, что при уплотнении — консолидации грунта движутся и твердые частицы с расходом Q_T , можно для них ввести такие же понятия о фиктивной скорости скелета грунта v_s , аналогичной скорости фильтрации, и о средней действительной скорости движения скелета грунта $\bar{v}_s$, которые определяются как

$$v_s = Q_T / F \text{ и } \bar{v}_s = Q_T / F_T, \quad (8.5)$$

где F_T — площадь поперечного сечения скелета грунта.

В результате из условия $v_s F = \bar{v}_s F_T$ получим связь фиктивной скорости движения скелета со средней действительной скоростью движения скелета в виде

$$v = F_T \bar{v} / F = m_F \bar{v} = m \bar{v} \text{ или } \bar{v} = v / m = v / (1 - n). \quad (8.6)$$

В общем случае грунт трехфазная среда (1.21), т. е.

$$s + n' + m = 1,$$

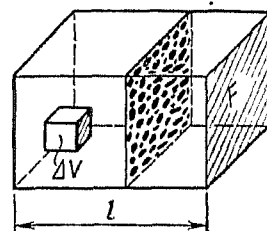


Рис. 8.1. Элемент грунта для определения зависимости между поверхностной и объемной пористостью

где n' — содержание жидкости в единице объема грунта, которое только при отсутствии газа ($s = 0$) равно пористости (n).

Для скоростей движения газовых пузырьков тем же путем можно получить зависимость

$$\omega = \overline{s\omega}. \quad (8.7)$$

Зависимость Дарси—Герсеванова. В случае, если фильтрация происходит в жесткой (несжимаемой) пористой среде, то (см. § 1.7) связь скорости фильтрации (фиктивная скорость) с градиентом напора может быть представлена в виде зависимости Дарси (1.40):

$$u_s = -k \frac{\partial H}{\partial s},$$

которую, учитывая зависимость (8.4) и наличие газа, можно представить в виде

$$\overline{u_s} = \frac{k}{n'} \frac{\partial H}{\partial s}, \quad (8.8)$$

где $\overline{u_s}$ — средняя относительная скорость движения воды в порах по отношению к неподвижному скелету грунта.

В процессе консолидации происходит перемещение частиц грунта, поэтому при движении скелета грунта со скоростью $\overline{v_s}$ средняя скорость движения воды относительно подвижного скелета грунта будет $\overline{u_s} - \overline{v_s}$. Тогда

$$\overline{u_s} - \overline{v_s} = -\frac{k}{n'} \frac{\partial H}{\partial s}, \quad (8.9)$$

откуда, возвращаясь к фиктивным скоростям u_s и v_s через (8.4) и (8.6), получим зависимость

$$u_s - \frac{n'}{m} v_s = -k \frac{\partial H}{\partial s}, \quad (8.10)$$

или в случае отсутствия газа, т. е. $s = 0$, $n' = n$ и $n = e/(1 + e)$, в виде

$$u_s - ev_s = -k \frac{\partial H}{\partial s}.$$

Таким образом, зависимость (8.10) является обобщенным законом Дарси — Герсеванова для случая фильтрации в пористой сжимаемой среде, который при неподвижном скелете грунта ($v_s = 0$) преобразуется в закон Дарси (1.40).

При наличии в глинистом грунте начального градиента напора i_0 (см. § 1.7) зависимость Дарси — Герсеванова принимает вид

$$u_s - \frac{n'}{m} v_s = -k \left(\frac{\partial H}{\partial s} - i_0 \right). \quad (8.11)$$

В отношении движения газовых пузырьков нередко принимается предположение, что они полностью защемлены в порах грунта и могут перемещаться только совместно с твердыми частицами и их действительные скорости движения равны, т. е. $\overline{v} = \overline{\omega}$ или из (8.6) и (8.7)

$$\omega = sv/m. \quad (8.12)$$

8.3 УРАВНЕНИЯ НЕРАЗРЫВНОСТИ ФАЗ

Уравнение неразрывности жидкой и твердой фаз. Уравнение неразрывности жидкой фазы рассмотрим применительно к условиям плоской задачи.

Выделим, как показано на рис. 8.2, в грунтовой среде элементарный объем $dx \times dz \times 1$. Тогда масса воды, входящая в элемент грунта слева через грань dz за время dt , будет $u_x \rho_v dz dt$. Масса же воды, выходящая через правую грань dz , определится как

$$-\left(u_x \rho_v + \frac{\partial u_x \rho_v}{\partial x} dx\right) dz dt,$$

где u_x — скорость фильтрации; ρ_v — плотность жидкости (воды). В результате масса воды, вошедшей непосредственно внутрь элемента грунта, будет

$$u_x \rho_v dz dt - \left(u_x \rho_v + \frac{\partial u_x \rho_v}{\partial x} dx\right) dz dt = - \frac{\partial u_x \rho_v}{\partial x} dx dz dt.$$

Аналогично определится масса воды, вошедшей внутрь элемента через грань dx за время dt как $-\frac{\partial u_z \rho_v}{\partial z} dx dz dt$.

Массу жидкости, вошедшей внутрь элемента, можно определить другим путем, по изменению ее внутри элемента $dx dz$ за время dt . Начальную массу воды внутри элемента можно подсчитать как $n' \rho_v dx dz$. Через промежуток времени dt масса воды в элементе станет $\left(n' \rho_v + \frac{\partial n' \rho_v}{\partial t} dt\right) dx dz$. Отсюда следует, что за время dt масса воды в рассматриваемом элементе грунта изменится на величину

$$\left(n' \rho_v + \frac{\partial n' \rho_v}{\partial t} dt\right) dx dz - n' \rho_v dx dz = \frac{\partial n' \rho_v}{\partial t} dx dz dt.$$

Условие, что масса воды, дополнительно вошедшая (или вышедшая) внутрь образца через грани dx и dz , должна быть равна изменению массы воды внутри элемента за то же время dt , определяет *неразрывность жидкой фазы*, т. е. баланс массы воды, и выражается уравнением

$$\frac{\partial u_x \rho_v}{\partial x} + \frac{\partial u_z \rho_v}{\partial z} + \frac{\partial n' \rho_v}{\partial t} = 0.$$

Для большинства практических задач консолидации грунтов при строительных нагрузках поровую воду можно считать несжимаемой, т. е. $\rho_v = \text{const}$, и уравнение баланса воды принимает более простой вид

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial n'}{\partial t} = 0. \quad (8.13)$$

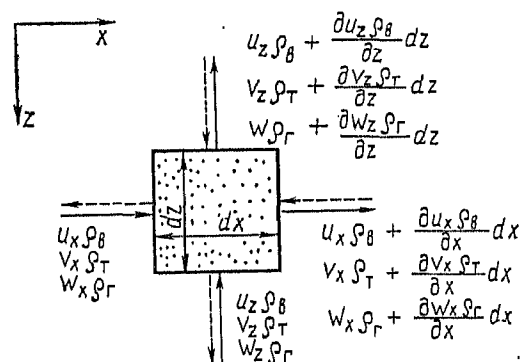


Рис. 8.2. Элемент грунта с входящими или выходящими массами воды, твердых частиц и газа

В таком виде уравнение баланса воды (8.13) означает, что суммарный объем воды, отжатой из элемента грунта, равен изменению объема воды внутри элемента.

Повторяя по аналогии все рассуждения и выкладки применительно к движению твердых частиц, заменяя только u на v и учитывая, что сжимаемость твердых частиц на порядок меньше сжимаемости воды ($\rho_T = \text{const}$), получим *уравнение баланса объема твердых частиц* в виде

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial m}{\partial t} = 0. \quad (8.14)$$

В частном случае полного водонасыщения грунта $n' = n$ и $n + m = 1$, поэтому, суммируя уравнения (8.13) и (8.14), получим *уравнение баланса жидкой и твердой фаз*

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \quad (8.15)$$

Это уравнение означает, что объем воды, отжатой из пор элемента грунта, равен объему твердых частиц, вошедших внутрь образца грунта.

Уравнения неразрывности и состояния газообразной фазы. Газ в виде заземленных пузырьков может существенно сжиматься или расширяться и, кроме того, растворяться в воде. Составим уравнение баланса газообразной составляющей грунта.

Масса газа, вошедшего внутрь элемента $dx dz$ за время dt через грани dz , равна

$$w_x \rho_g dz dt - \left(w_x \rho_g + \frac{\partial w_x \rho_g}{\partial x} dx \right) dz dt = - \frac{\partial w_x \rho_g}{\partial x} dx dz dt,$$

а через грани dx по аналогии $- \frac{\partial w_z \rho_g}{\partial z} dx dz dt$.

В результате изменения давления или температуры газ растворяется в воде или выделяется из нее. Полагая, что вода, поступающая в рассматриваемый объем, насыщена газом, будем считать, что изменение массы растворенного газа определяется в основном изменением давления и описывается законом Генри. В соответствии с этим масса выделившегося за время dt газа может быть определена как

$$\mu n' \rho_g dx dz - \left(\mu n' \rho_g + \frac{\partial \mu n' \rho_g}{\partial t} dt \right) dx dz = - \frac{\partial \mu n' \rho_g}{\partial t} dx dz dt,$$

где μ — коэффициент растворимости газа.

Изменение массы газа внутри элемента $dx dz$ за время dt равно

$$\left(s \rho_g + \frac{\partial s \rho_g}{\partial t} dt \right) dx dz - s \rho_g dx dz = \frac{\partial s \rho_g}{\partial t} dx dz dt.$$

В результате уравнение баланса заземленного газа можно представить в виде

$$\frac{\partial w_x \rho_g}{\partial x} dx dz dt - \frac{\partial w_z \rho_g}{\partial z} dx dz dt - \frac{\partial \mu n' \rho_g}{\partial t} dx dz dt = \frac{\partial s \rho_g}{\partial t} dx dz dt,$$

а пренебрегая влиянием изменения водосодержания, т. е. принимая $\mu n' = \text{const}$, получим

$$\frac{\partial w_x \rho_r}{\partial x} + \frac{\partial w_z \rho_r}{\partial z} + \mu n' \frac{\partial \rho_r}{\partial t} + \frac{\partial s \rho_r}{\partial t} = 0$$

или

$$\begin{aligned} w_x \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \rho_r}{\partial x} + w_z \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \rho_r}{\partial z} + \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_z}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial t} + \\ + (s + \mu n') \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \rho_r}{\partial t} = 0. \end{aligned} \quad (8.16)$$

Складывая уравнения неразрывности жидкой (8.13), твердой (8.14) и газообразной (8.16) фаз и учитывая, что $m + n' + s = 1$, получим *общее уравнение неразрывности всех фаз в виде*

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_z}{\partial z} + w_x \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \rho_r}{\partial x} + \\ + w_z \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \rho_r}{\partial z} + (s + \mu n') \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \rho_r}{\partial t} = 0. \end{aligned} \quad (8.17)$$

В частном случае отсутствия газа ($s = 0$) уравнение (8.17) преобразуется в ранее полученное уравнение (8.15).

На некоторой глубине от поверхности грунта мало сказывается сезонное изменение температур и поэтому принимаем уравнение состояния газообразной фазы в предположении изотермического режима в виде закона Бойля—Мариотта

$$\rho_r = \frac{1}{\alpha} (p_1 + p), \quad (8.18)$$

где α — газовая постоянная; p_1 — начальное до процесса консолидации давление в воде, включая атмосферное; p — дополнительное (избыточное) давление в воде, возникающее за счет консолидации грунта. Как можно заметить, из уравнения (8.18) при этом принимается допущение, что давление в пузырьках защемленного газа и в окружающей их поровой воде одинаково. При малых размерах пузырьков газа давление в них может быть значительно большим (см. § 8.9).

Из уравнения (8.18) можно получить

$$\frac{\partial \rho_r}{\partial t} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial p}{\partial t},$$

а учитывая, что из (8.18) $\alpha = (p_1 + p)/\rho_r$, имеем

$$\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \rho_r}{\partial t} = \frac{1}{p_1 + p} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (8.19)$$

8.4 ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ КОНСОЛИДАЦИИ

В предыдущих параграфах изложены основные физические предпосылки, допущения и уравнения, определяющие процесс консолидации трехфазного грунта. В результате система урав-

нений, описывающих процесс консолидации в условиях плоской задачи, следующая:

$$u_x - \frac{n'}{m} v_x = -k_x \left(\frac{\partial H}{\partial x} - i_0 \right); \quad u_z - \frac{n'}{m} v_z = -k_z \left(\frac{\partial H}{\partial z} - i_0 \right);$$

$$w_x = \frac{s}{m} v_x; \quad w_z = \frac{s}{m} v_z;$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial n'}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial m}{\partial t} = 0;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_z}{\partial z} + w_x \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \rho_r}{\partial x} + w_z \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \rho_r}{\partial z} + \\ + \left(s + \mu n' \right) \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \rho_r}{\partial t} = 0; \\ \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \rho_r}{\partial t} = \frac{1}{\rho_1 + p} \frac{\partial p}{\partial t}. \end{aligned}$$

Для возможности совместного решения системы этих уравнений продифференцируем уравнения (8.11) по x , z и сложим, тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} - v_x \frac{\partial \frac{n'}{m}}{\partial x} - v_z \frac{\partial \frac{n'}{m}}{\partial z} - \frac{n'}{m} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \\ = - \left[\frac{\partial}{\partial x} k_x \left(\frac{\partial H}{\partial x} - i_0 \right) + \frac{\partial}{\partial z} k_z \left(\frac{\partial H}{\partial z} - i_0 \right) \right]. \end{aligned} \quad (8.20)$$

В уравнениях (8.20) и (8.17) величинами, имеющими сомножители v_x, v_z, w_x и w_z , можно пренебречь по малости. Они обычно сами не более $10^{-5} \dots 10^{-8}$ см/с и к тому же умножены на малые величины (производные). Тогда, подставляя в (8.20) уравнения (8.17), (8.14) и (8.13), получим

$$\begin{aligned} - \frac{1}{m} \frac{\partial m}{\partial t} + \left(s + \mu n' \right) \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \rho_r}{\partial t} = \left[\frac{\partial}{\partial x} k_x \left(\frac{\partial H}{\partial x} - i_0 \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z} k_z \left(\frac{\partial H}{\partial z} - i_0 \right) \right]. \end{aligned} \quad (8.21)$$

Величина $m = 1/(1 + e)$, тогда

$$\frac{\partial m}{\partial t} = - \frac{1}{(1 + e)^2} \frac{\partial e}{\partial t}. \quad (8.22)$$

Подставляя выражения (8.19) и (8.22) в уравнение (8.21), можем представить его в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{s + \mu n'}{\rho_1 + p} (1 + e) \frac{\partial p}{\partial t} = (1 + e) \left[\frac{\partial}{\partial x} k_x \left(\frac{\partial H}{\partial x} - i_0 \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z} k_z \left(\frac{\partial H}{\partial z} - i_0 \right) \right]. \end{aligned} \quad (8.23)$$

Таким образом, в результате совместного решения системы уравнений (8.11), (8.13), (8.14), (8.15), (8.17) и (8.19) получено основное уравнение консолидации (8.23). Это уравнение нелинейное с переменными коэффициентами, в основном описывает связь изменения коэффициента пористости e во времени с изменением давлений p и напоров H в воде по времени и координатам.

Для практического решения задач коэффициент объемной сжимаемости газа

$$\beta = (s + \mu n') / (p_1 + p) \quad (8.24)$$

нередко принимают постоянным и равным среднему значению. Величину $1 + e$ также принимают равной $1 + e_{\text{ср}}$. В случае неучета (отсутствия) начального градиента напора ($i_0 = 0$) и постоянных величинах коэффициента фильтрации $k_x = k_z = k$ уравнение (8.23) существенно упрощается и приобретает вид

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \beta (1 + e) \frac{\partial p}{\partial t} = (1 + e) k \nabla^2 H. \quad (8.25)$$

При полном водонасыщении оно преобразуется в

$$\frac{\partial e}{\partial t} = (1 + e) k \nabla^2 H, \quad (8.26)$$

а в случае одномерной задачи становится

$$\frac{\partial e}{\partial t} = (1 + e) k \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}. \quad (8.27)$$

Приведенная выше система уравнений не замкнута, а одного основного уравнения (8.23) или (8.25) — (8.27) недостаточно для решения задачи консолидации, так как входящие в него величины e , p или H являются искомыми неизвестными.

В связи с этим возникает необходимость в привлечении дополнительных физических представлений о процессе консолидации. Таким существенным физическим допущением является принятие принципа гидроемкости Н. М. Герсеванова (см. § 2.2), в основу которого принято, что изменение коэффициента пористости грунта (уплотнение) определяется только изменением суммы главных напряжений (или, что то же самое, средним напряжением), т. е. $e = f(\Theta)$.

Тогда, учитывая, что $\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{de}{d\Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial t}$, основное уравнение консолидации (8.23) можно представить в виде

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \beta \frac{1 + e}{\frac{de}{d\Theta}} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1 + e}{\frac{de}{d\Theta}} \left[\frac{\partial}{\partial x} k_x \left(\frac{\partial H}{\partial x} - i_0 \right) + \frac{\partial}{\partial z} k_z \left(\frac{\partial H}{\partial z} - i_0 \right) \right], \quad (8.28)$$

а уравнение (8.25) соответственно как

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \beta \frac{1 + e}{\frac{de}{d\Theta}} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{(1 + e) k}{\frac{de}{d\Theta}} \nabla^2 H. \quad (8.29)$$

Уравнение (8.28) или (8.29) также можно назвать *основным уравнением консолидации*, так как оно позволяет использовать любую расчетную модель напряженно-деформированного состояния грунта, т. е. любую зависимость $de/d\Theta$.

В простейшем случае линейной зависимости между напряжениями и деформациями, например, связи коэффициента пористости с суммой напряжений в виде спрямленного участка компрессионной кривой (2.20), т. е. принимая $e = -\frac{\alpha\Theta}{1+\xi} + b$ и учитывая, что $\frac{de}{d\Theta} = -\frac{\alpha}{1+\xi}$, уравнение консолидации (8.29) приобретает вид

$$\frac{\partial\Theta}{\partial t} - \beta \frac{(1+e)(1+\xi)}{\alpha} \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{(1+e)(1+\xi)}{\alpha} k\nabla^2 H. \quad (8.30)$$

8.5 ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ КОНСОЛИДАЦИИ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ СКЕЛЕТА ГРУНТА

Скелет грунта обладает свойствами ползучести, т. е. способностью деформироваться во времени при постоянных напряжениях (см. § 1.6). Следует подчеркнуть, что явления ползучести свойственны только скелету грунта.

Рассмотрим возможное описание процесса ползучести скелета грунта на примере одномерной задачи, в частности, в условиях компрессионного прибора. В соответствии с представлениями теории наследственной линейной ползучести изменение коэффициента пористости во времени (рис. 8.3) можно [34] представить в виде

$$e(t) = e(\tau_1) - \sigma(\tau_1) \delta(t, \tau_1) - \int_{\tau_1}^t \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau, \quad (8.31)$$

где $e(\tau_1)$ — коэффициент пористости грунта до приложения нагрузки; $\sigma(\tau_1)\delta(t, \tau_1)$ — изменение коэффициента пористости к моменту времени t от постоянной нагрузки $\sigma(\tau_1)$, приложенной в момент времени τ_1 ; $\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau$ — изменение коэффициента пористости к моменту времени t от нагрузки $\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} d\tau$, приложенной в момент времени τ .

Величина $\delta(t, \tau)$ изменения к моменту времени t коэффициента пористости от единичной нагрузки, приложенной в момент времени τ , в общем случае может быть принята в виде

$$\delta(\tau, t) = a_0 + \sum_1^m a_n \{1 - \exp[-\gamma_n(t-\tau)]\}, \quad (8.32)$$

где a_0 — характеризует ту часть деформации, которую принимают

«мгновенно» возникающей в момент приложения нагрузки, а второе слагаемое, называемое *мерой ползучести*, характеризует постепенно нарастающую во времени часть деформации; m — обозначает число членов ряда, удовлетворительно описывающих процесс ползучести скелета данного грунта, и устанавливается опытным путем; параметр мгновенной деформации a_0 и *параметры ползучести* a_n и γ_n определяются экспериментальным путем.

Как показывают опыты, во многих случаях можно ограничиться мерой ползучести с одним членом ряда, тогда

$$\delta(\tau, t) = a_0 + a_1 \{1 - \exp[-\gamma_1(t - \tau)]\}. \quad (8.33)$$

В случае постоянной нагрузки σ , например, при испытаниях в компрессионном приборе и одного члена ряда (8.33) уравнение (8.31) приобретает вид

$$e(t) = e(\tau_1) - \sigma(\tau_1)a_0 - \sigma(\tau_1)a_1 \{1 - \exp[-\gamma_1(t - \tau_1)]\}, \quad (8.34)$$

а при $\tau_1 = 0$ приводившийся в § 1.6 вид (1.38) $e(t) = e_0 - \sigma a_0 - \sigma a_1 [1 - \exp(-\gamma_1 t)]$.

Параметр ползучести γ_1 характеризует скорость нарастания деформаций ползучести и с увеличением γ_1 эта скорость возрастает. В частном случае $\gamma_1 \rightarrow \infty$, $\exp(-\gamma_1 t) \rightarrow 0$ уравнение (1.38) приобретает вид (1.27) обычной компрессионной зависимости $e = -a\sigma + b$, где $a = a_0 + a_1$; $b = e_0$.

Таким образом, принятие в системе уравнений консолидации зависимости (1.27) соответствует предположению о мгновенной деформируемости скелета грунта. Если мысленно из консолидируемого грунта убрать воду, то при единичной нагрузке изменение коэффициента пористости произошло бы мгновенно на величину $(a_0 + a_1) = a$ (рис. 8.4, а). Наличие деформаций ползучести приводит к характеру

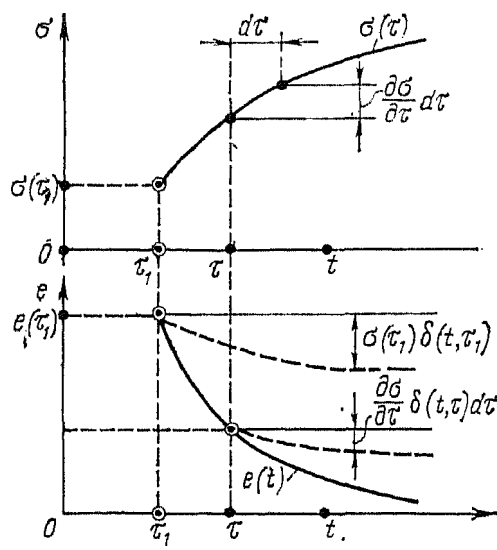


Рис. 8.3. Изменение коэффициента пористости (e) во времени (t) с учетом ползучести скелета грунта при увеличении сжимающих напряжений (σ)

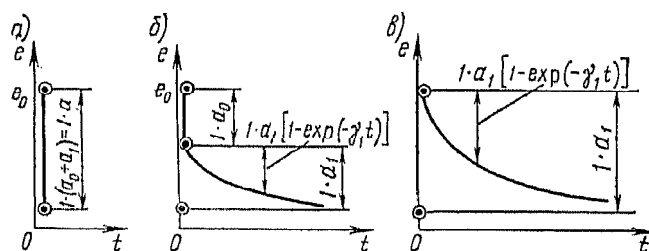


Рис. 8.4. Изменение коэффициента пористости (e) скелета грунта во времени при сжатии его постоянной нагрузкой $\sigma = 1$

изменения коэффициента пористости скелета грунта, без влияния отжатия воды, показанному на рис. 8.4, б при $\sigma = 1$, а при отсутствии мгновенной деформируемости ($a_0 = 0$) — на рис. 8.4, в.

Уравнения (8.31), (8.32), (8.33) и (8.34) получены в предположении полного подобия кривых ползучести и линейной зависимости между напряжениями и деформациями (или изменением коэффициента пористости) в любой момент времени процесса деформации скелета грунта. Подобие кривых ползучести позволяет, имея кривую ползучести при $\sigma = 1$, получить любую из них путем умножения ее ординат на величину действующего σ (σ'' , σ''' на рис. 1.45). При этом линейная зависимость между σ и e соблюдается не только при $t = \infty$, но и при всех других t (например, t_1 , t_2 и t_3 на рис. 1.45).

Для условий плоской задачи, заменяя σ в соответствии с (2.19) на $\Theta/(1 + \xi)$, уравнение (8.31) можно представить в виде

$$e(t) = e(\tau_1) - \frac{\Theta(\tau_1)}{1 + \xi} \delta(t, \tau_1) - \frac{1}{1 + \xi} \cdot \int_{\tau_1}^t \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau. \quad (8.35)$$

Подставив в основное уравнение консолидации (8.25) вместо e зависимость (8.35) и учитывая (8.33), получим

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[\left[-\frac{\Theta(\tau_1)}{1 + \xi} \left\{ a_0 + a_1 \{ 1 - \exp[-\gamma_1(t - \tau_1)] \} \right\} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{1 + \xi} \int_{\tau_1}^t \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} \left\{ a_0 + a_1 \{ 1 - \exp[-\gamma_1(t - \tau)] \} \right\} d\tau \right] \right] + \\ & + \beta(1 + e) \frac{\partial p}{\partial t} = (1 + e) k \nabla^2 H. \end{aligned} \quad (8.36)$$

Для входящего в уравнение (8.36) интеграла выполним интегрирование по частям, полагая при этом

$$u = a_0 + a_1 \{ 1 - \exp[-\gamma(t - \tau)] \} \quad \text{и} \quad dv = \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} d\tau,$$

откуда $du = -a_1 \gamma_1 \exp[-\gamma_1(t - \tau)] d\tau$ и $v = \Theta(\tau)$.

В результате интеграл в уравнении (8.36) приобретает вид

$$\begin{aligned} & \Theta(t) a_0 - \Theta(\tau_1) \{ a_0 + a_1 \{ 1 - \exp[-\gamma_1(t - \tau_1)] \} \} + \\ & + a_1 \gamma_1 \int_{\tau_1}^t \Theta(\tau) \exp[-\gamma_1(t - \tau)] d\tau. \end{aligned}$$

Подставив полученный результат интегрирования в уравнение (8.36), имеем

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ -\frac{\Theta(t)}{1 + \xi} a_0 - a_1 \gamma_1 \frac{1}{1 + \xi} \int_{\tau_1}^t \Theta(\tau) \exp[-\gamma_1(t - \tau)] d\tau \right\} + \\ & + \beta(1 + e) \frac{\partial p}{\partial t} = (1 + e) k \nabla^2 H. \end{aligned}$$

Произведя дифференцирование по параметру t , получим

$$-\frac{\alpha_0}{1+\xi} \frac{\partial \Theta(t)}{\partial t} + \alpha_1 \gamma_1^2 \frac{1}{1+\xi} \int_{\tau_1}^t \Theta(\tau) \exp[-\gamma_1(t-\tau)] d\tau - \\ - \alpha_1 \gamma_1 \frac{1}{1+\xi} \Theta(t) + \beta(1+e) \frac{\partial p}{\partial t} = (1+e) k \nabla^2 H. \quad (8.37)$$

Это уравнение является *основным уравнением консолидации с учетом линейной ползучести* при принятом виде меры ползучести (8.33).

Уравнение (8.37) можно свести к дифференциальному уравнению в частных производных с постоянными коэффициентами. При этом можно освободиться от входящего в уравнение (8.37) интеграла, но зато порядок уравнения повышается. Для этого продифференцируем уравнение (8.37) по t , а затем полученное уравнение сложим с уравнением (8.37), предварительно умножив его на γ_1 . В результате получим *основное уравнение консолидации с учетом линейной ползучести* в виде

$$-\frac{\alpha}{1+\xi} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2} - \frac{\alpha_0 + \alpha_1}{1+\xi} \gamma_1 \frac{\partial \Theta}{\partial t} + \beta(1+e) \left(\gamma_1 \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right) = \\ = (1+e) k \left(\gamma_1 \nabla^2 H + \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 H \right). \quad (8.38)$$

Когда деформации ползучести нарастают очень быстро и можно принять $\gamma_1 \rightarrow \infty$, уравнение (8.38) принимает вид уравнения (8.30) с $\alpha = \alpha_0 + \alpha_1$, т. е. уравнения консолидации при мгновенной деформируемости скелета грунта.

Уравнение консолидации таким же путем может быть получено и при большем числе членов ряда (8.32), но во столько же раз будет повышаться его порядок и, как следствие, трудности в его решении. Как показывают многочисленные опыты С. Р. Месчяна [20] и многих других исследователей, двух членов, т. е. зависимости (8.33), вполне достаточно для описания явлений ползучести глинистых грунтов при их уплотнении. Предлагались и другие виды меры ползучести (ядра ползучести), но экспоненциальный вид меры ползучести является наиболее общим и, что весьма важно, удобным для получения решений, в чем можно было убедиться на примере преобразования уравнения (8.37) в уравнение (8.38).

Следует подчеркнуть, что уравнение (8.38) получено только путем совместного решения уравнения консолидации (8.30) с интегральным уравнением наследственной линейной ползучести скелета грунта (8.35), без какого-либо дополнительного введения новых допущений или упрощений на последующих этапах чисто математических преобразований. В полученном уравнении (8.38), если сказать укрупненно, объединены уравнения состояния фаз, уравнения неразрывности фаз и уравнения движения фаз с теми абстрагированиями (допущениями), которые оговаривались в каждом случае их выполненного выше рассмотрения.

В любом из основных уравнений консолидации содержатся две неизвестные величины Θ и H или p , т. е. система уравнений (8.11), (8.13), (8.14), (8.15), (8.17), (8.19), (2.21), (8.35) не замкнута. Уравнения консолидации более общие (8.37), (8.38) или частные, т. е. без учета ползучести (8.28) или (8.29), позволяют перейти к общим решениям задачи и замыканию системы уравнений двумя различными путями, которые и рассматриваются в следующих параграфах.

8.6 МОДЕЛЬ ОБЪЕМНЫХ СИЛ

Процесс консолидации грунта представляет собой взаимодействие перемещающихся фаз грунта. Можно считать, что заземленные пузырьки газа перемещаются вместе со скелетом грунта, а жидкая фаза (вода) — относительно подвижного скелета грунта. Все это создает силы взаимодействия между этими фазами в виде массовых или объемных сил. Действие этих сил на скелет грунта и газ определяется силами взвешивания и фильтрационными силами. Поэтому расчетная схема (модель) явлений консолидации грунта состоит в учете действия объемных фильтрационных сил в той или иной системе уравнений принимаемой расчетной модели скелета грунта и в дополнении ее уравнениями, описывающими процесс консолидации грунта. Такую модель консолидирующейся грунтовой среды В. А. Флорин назвал *моделью объемных сил*.

Если для скелета грунта принять модель линейно деформируемой среды, то для плоской задачи в соответствии с системой уравнений (2.3), (2.7) и с учетом того, что составляющие объемных фильтрационных сил

$$X = \Phi_x = -\gamma \frac{\partial H}{\partial x} \text{ и } Z = \Phi_z = -\gamma \frac{\partial H}{\partial z},$$

напряжения в консолидирующейся грунтовой среде модели объемных сил должны удовлетворять системе уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \gamma \frac{\partial H}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \gamma_{взв} + \gamma \frac{\partial H}{\partial z} &= 0; \\ \nabla^2 (\sigma_x + \sigma_z) &= -\frac{1}{1-\nu} \gamma \nabla^2 H; \end{aligned} \right\} \quad (8.39)$$

$$\frac{\partial (\sigma_x + \sigma_z)}{\partial t} + \frac{\beta (1+e) (1+\xi)}{\alpha} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{(1+e) (1+\xi) k}{\alpha} \nabla^2 H. \quad (8.40)$$

Зависимость между избыточным давлением и напором принимаем, пренебрегая скоростным напором в обычном виде $H = p/\gamma$, а $\nu = \xi/(1+\xi)$.

Таким образом, получена замкнутая система уравнений модели объемных сил, конкретные задачи которой иногда называют связанными задачами теории упругости и теории консолидации. Неизвестными

в этой системе являются четыре взаимосвязанные величины σ_x , σ_z , τ_{xz} и H . При решении этой системы уравнений должны выполняться соответствующие начальные и граничные условия.

Начальные условия ($t = 0$) рассмотрим для простейшего случая отсутствия заземленного газа ($\beta = 0$), т. е. двухфазного грунта ($s = 0$) и мгновенного приложения внешней нагрузки. Учитывая, что воду, а тем более твердые частицы можно считать несжимаемыми и что за начальный период, т. е. $t = 0$, невозможно отжатие воды из пор грунта, следует принять положение, что в начальный момент времени в полностью водонасыщенном грунте невозможно изменение его пористости или коэффициента пористости. Принимая во внимание, как ранее было принято в § 8.4, что изменение коэффициента пористости связано с изменением суммы напряжений, т. е. условие (2.21), как следствие невозможности изменения объема пор в начальный момент приложения внешней нагрузки, можно сделать вывод, что сумма напряжений от этой нагрузки должна быть равна нулю, т. е. $\Theta_0 = 0$. Поэтому система уравнений линейно деформируемой двухфазной среды, которой должно удовлетворять начальное напряженное состояние, имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tau_{x0}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz0}}{\partial z} + \gamma \frac{\partial H_0}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{z0}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx0}}{\partial x} + \gamma \frac{\partial H_0}{\partial z} &= 0; \\ \nabla^2 \Theta_0 &= \frac{1}{1-\nu} \gamma \nabla^2 H_0; \\ \Theta_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8.41)$$

На граничных водопроницаемых поверхностях для любого момента времени $t > 0$ касательные и нормальные напряжения должны быть равны заданным, а напоры в воде равны нулю. На водонепроницаемых границах касательные напряжения должны быть равны заданным, а сумма нормальных напряжений и давлений в воде — внешней нормальной нагрузке. Кроме того, на водонепроницаемой границе скорости движения скелета грунта и воды по направлению нормали n к границе должны быть равны нулю. Поэтому в зависимости Дарси—Герсеванова $u_n - ev_n = -k \frac{\partial H}{\partial n}$; $u_n = v_n = 0$; но так как $k \neq 0$, то на граничной водонепроницаемой поверхности получаем условие $\partial H / \partial n_n^* = 0$.

В случае учета линейной ползучести скелета грунта система уравнений модели объемных сил будет отличаться от (8.39), (8.40) в основном тем, что вместо уравнения консолидации (8.40) в ней будет уравнение консолидации (8.38).

Модель объемных сил может быть использована и в случае принятия для скелета грунта модели среды теории предельного равновесия. Замкнутая система будет состоять из уравнений равновесия (8.39), уравнения предельного равновесия (2.6) и уравнения консо-

лидации (8.29). В случае модели объемных сил смешанной задачи теории упругости и теории пластичности добавятся соответствующие геометрические и физические уравнения.

Решения конкретных задач на основе модели объемных сил получаются весьма сложными, число их ограничено и некоторые из них описаны в работах [9, 33]. Только в связи с развитием применения в механике грунтов метода конечных элементов и все бóльшим увеличением возможностей ЭВМ в последние годы наметилась тенденция к разработке решений ряда прикладных задач на основе описанных выше простейших и более сложных моделей объемных сил.

8.7 ОСНОВНАЯ РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ И УРАВНЕНИЕ КОНСОЛИДАЦИИ

В. А. ФЛОРИНА

Основная расчетная модель. Для решения задачи консолидации вводятся дополнительные представления о влиянии давлений в поровой воде на напряженное состояние скелета грунта. Принимается естественное представление, что касательные напряжения в грунте могут восприниматься только скелетом грунта, так как поровая вода касательных напряжений воспринимать не может. Нормальные же напряжения могут передаваться всем трем фазам грунтовой среды.

В результате делается *основное допущение, что напряженное состояние грунтовой среды в целом в любой момент времени t совпадает с напряженным состоянием грунтовой среды в предположении мгновенной ее консолидации*, т. е.

$$\Theta^* + 2p^* = \Theta + 2p. \quad (8.42)$$

В соответствии с вышеизложенным напряжения в скелете грунта для любого момента времени могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_x^* - (p - p^*); \\ \sigma_z &= \sigma_z^* - (p - p^*); \\ \tau_{xz} &= \tau_{xz}^*. \end{aligned} \quad (8.43)$$

В выражениях (8.42) и (8.43) Θ^* , σ_x^* , σ_z^* , τ_{xz}^* и p^* обозначают сумму и компоненты дополнительных напряжений в скелете грунта и давления в воде, которые возникли бы, если заполняющая поры вода не препятствовала изменению объема пор (т. е. мысленно произошла бы мгновенная консолидация грунта). В простейшем случае только приложения к грунтовой среде не меняющейся во времени внешней нагрузки получим

$$\Theta = \Theta^* - 2p \quad \text{или}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \sigma_z^* - p; \\ \sigma_x &= \sigma_x^* - p, \end{aligned} \right\}$$

т. е. нормальные напряжения в любой момент времени равны *стабилизированным* (Θ^* , σ_z^* , σ_x^*) за вычетом дополнительных (избыточных) давлений в поровой воде (p), возникающих в процессе консолидации грунта. В данном случае стабилизированные — это конечные напряжения, достигаемые к моменту окончания процесса консолидации грунта (или, что то же самое, при воображаемом мгновенном отжатии воды из пор грунта).

Принятое допущение (8.42) или (8.43) приводит к следующей схематизации напряженно-деформированного состояния консолидирующейся среды. В момент приложения нагрузки касательные напряжения полностью передаются на скелет грунта, равны стабилизированным и далее не меняются во времени. Например, в случае полностью водонасыщенного грунта в первый момент происходят только деформации формоизменения без изменения объема пор (вода, как и ранее, принимается несжимаемой). Если в первый момент приложения нагрузки благодаря отсутствию отжатия воды объемные деформации невозможны, то в дальнейшем в процессе консолидации происходят только деформации объема, сопровождаемые процессом отжатия воды из пор и постепенным уменьшением избыточных давлений (p) в поровой воде. В случае трехфазного грунта объемные деформации будут происходить за счет сжатия газа и в первый момент приложения нагрузки, но также без какого-либо отжатия воды из пор грунта.

Таким образом, принимается, что напряженное состояние для любого момента времени консолидации отличается от стабилизированного (*) напряженного состояния скелета грунта при таких же граничных условиях только наложением различного для всех точек среды гидростатического напряженного состояния, изменяющегося во времени по мере протекания процесса консолидации — уплотнения грунта. Следует отметить, что в случае одномерной задачи зависимость $\sigma_z = \sigma_z^* - (p - p^*)$ или (1.32) $\sigma_z = \sigma_z^* - p$ получается непосредственно из уравнения равновесия без каких-либо допущений (см. § 1.4).

Принимая для связи давлений в воде с напорами выражение

$$H = \frac{p}{\gamma} + z \text{ или } \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (8.44)$$

из условия (8.42) имеем

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial \Theta^*}{\partial t} + 2\gamma \frac{\partial H^*}{\partial t} - 2\gamma \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (8.45)$$

Таким образом, основная расчетная модель В. А. Флорина представляет собой замкнутую систему уравнений (2.21), (8.11), (8.13), (8.14), (8.15), (8.17), (8.19), (8.35), (8.42) и (8.44).

Уравнение консолидации В. А. Флорина. Подставляя (8.44) и (8.45) в уравнение консолидации (8.28), получим окончательную форму уравнения консолидации в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\omega} \frac{\partial H^*}{\partial t} + \frac{1}{2\gamma\omega} \frac{\partial \Theta^*}{\partial t} + \frac{(1+e)}{2\gamma\omega (de/d\Theta)} \left[\frac{\partial}{\partial x} k_x \left(\frac{\partial H}{\partial x} - i_0 \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z} k_z \left(\frac{\partial H}{\partial z} - i_0 \right) \right], \end{aligned} \quad (8.46)$$

где

$$\omega = 1 - \frac{\beta (1 + e)}{2 (de/d\theta)}.$$

В случае линейной зависимости между напряжениями и деформациями и подставляя (8.44) и (8.45) в (8.30), уравнение консолидации примет вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\omega} \frac{\partial H^*}{\partial t} + \frac{1}{2\gamma\omega} \frac{\partial \Theta^*}{\partial t} + \frac{(1 + e)(1 + \xi)k}{2\gamma a\omega} \nabla^2 H, \quad (8.47)$$

где

$$\omega = 1 + \frac{\beta (1 + e)(1 + \xi)}{2\alpha}. \quad (8.48)$$

При мгновенном приложении неизменных в дальнейшем нагрузок или граничных напоров величины H^* и Θ^* во времени не меняются и поэтому уравнение (8.47) становится проще, т. е.

$$\frac{\partial H}{\partial t} = C_v \nabla^2 H, \quad (8.49)$$

где $C_v = (1 + e)(1 + \xi)k/2\gamma\omega a$ и называется коэффициентом консолидации.

Если выражения (8.44) и (8.45) подставить в уравнение (8.38), то получим окончательную форму уравнения консолидации с учетом линейной ползучести в виде

$$\begin{aligned} [2a_0 + \beta(1 + e)(1 + \xi)] \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + [\gamma_1(a_0 + a_1) + \beta(1 + e)(1 + \xi)] \frac{\partial H}{\partial t} = \\ = \frac{a_0}{\gamma} \frac{\partial^2(\Theta^* + 2\gamma H^*)}{\partial t^2} + \frac{\gamma_1}{\gamma} (a_0 + a_1) \frac{\partial(\Theta^* + 2\gamma H^*)}{\partial t} + \\ + \frac{(1 + e)(1 + \xi)k}{\gamma} \left(\gamma_1 \nabla^2 H + \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 H \right). \end{aligned} \quad (8.50)$$

В случае, если можно не учитывать содержание газа ($\beta = 0$) при отсутствии мгновенных деформаций ($a_0 = 0$) и неизменных во времени граничных значениях напряжений и давлений в воде (т. е. $\Theta^* = \text{const}$ и $H^* = \text{const}$), уравнение уплотнения может быть записано как

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{(1 + e)(1 + \xi)k}{2\gamma\gamma_1 a_1} \left(\gamma_1 \nabla^2 H + \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 H \right). \quad (8.51)$$

Как и ранее, при $\gamma_1 \rightarrow \infty$ уравнения (8.50) и (8.51) преобразуются в уравнения консолидации (8.47) и (8.49) без учета ползучести.

Окончательная форма уравнений консолидации для трехмерной (пространственной) задачи может быть получена из уравнений для двумерной задачи (8.47), (8.49), (8.50) и (8.51) путем замены в них везде 2 на 3 и $1 + \xi$ на $1 + 2\xi$.

Решение задач консолидации сводится к определению по приведенному выше в различной форме уравнению консолидации единственной неизвестной величины напорной функции $H(x, z, t)$ при за-

данных для каждого конкретного случая своих начальных и граничных условиях.

Важнейшим преимуществом основной расчетной модели процесса консолидации, несмотря на принятое допущение (8.42), является то, что полученное на ее основе уравнение консолидации может быть использовано практически при любой исходной расчетной модели грунта и, как будет показано в дальнейшем, определяется только выбором способа получения стабилизированных значений Θ^* и H^* . Это преимущество состоит в том, что *в результате удалось разделить сложную для решения систему уравнений модели объемных сил на две более простые — систему уравнений решения обычной задачи определения стабилизированных напряжений (т. е. без учета процесса консолидации) и вторую, уже отдельную (несвязанную) задачу только самого процесса консолидации*. В результате основная расчетная модель во многих случаях, как правило, сложных реальных задач консолидации гидротехнических сооружений и их оснований в настоящее время оказывается основным возможным путем практической оценки процессов консолидации. В последующих параграфах рассматриваются решения задач консолидации путем использования только основной расчетной модели.

Начальные и граничные условия. Рассмотрим начальное напряженное состояние ($t = 0$) трехкомпонентной среды при мгновенном приложении нагрузки, которая в общем случае вызывает возникновение в грунтовой среде начального порового давления p_0 и суммы начальных напряжений в скелете грунта Θ_0 .

При наличии газовых пузырьков их относительное сжатие выражается через коэффициент объемного сжатия β , определяемый по зависимости (8.24) как βp_0 . Учитывая, что объемная деформация скелета грунта определяется через изменение коэффициента пористости зависимостью (2.12), примем

$$(e_{-0} - e_0)/(1 + e_0) = \beta p_0, \quad (8.52)$$

где e_{-0} и e_0 — коэффициенты пористости соответственно до и после приложения нагрузки.

Таким образом, для выбора начального условия принимается основное положение, что поровая вода несжимаемая и не может отжиматься из пор грунта в начальный момент приложения нагрузки, т. е. изменения объема пор возможны только за счет деформируемости газобразной фазы.

Для описания сжатия скелета грунта примем уравнение спрямленного участка компрессионной кривой (2.20)

$$e_0 = e_{-0} + \frac{\alpha}{1 + \xi} \Theta_0. \quad (8.53)$$

Подставляя (8.53) в (8.52), получим

$$\alpha \Theta_0 / (1 + \xi) = \beta p_0 (1 + e_0). \quad (8.54)$$

Выражение (8.42) для начального состояния грунтовой среды имеет вид

$$\Theta_0 = \Theta_0^* + 2(p_0^* - p_0), \quad (8.55)$$

где Θ_0^* и p_0^* — сумма главных напряжений в скелете грунта и давления в воде непосредственно после приложения нагрузки в предположении мгновенной стабилизации. Тогда, подставляя (8.55) в (8.54), получим зависимость для определения начального давления в поровой воде или, учитывая (8.44), начальных напоров (H_0) в виде

$$H_0 = p_0/\gamma = (\Theta_0^*/2 + p_0^*)/(\gamma\omega), \quad (8.56)$$

где, как и ранее в (8.48), $\omega = 1 + \beta(1 - e_{-0})(1 + \xi)/(2a)$. При приложении только граничных напряжений ($p_0^* = 0$)

$$H_0 = p_0/\gamma = \Theta_0^*/(2\gamma\omega). \quad (8.57)$$

Для случая трехмерной задачи в выражениях (8.56) и (8.57) 2 нужно поменять на 3 и $1 + \xi$ на $1 + 2\xi$.

В случаях двухфазной среды, т. е. при отсутствии газа ($\beta = 0$), в выражениях (8.56) и (8.57) $\omega = 1$. Это начальное условие можно также получить из (8.55), принимая, что сжатие полностью водонасыщенного грунта в начальный момент невозможно, т. е. в зависимости (8.53) $e_0 = e_{-0}$ и, как следствие, $\Theta_0 = 0$, а в результате из (8.55)

$$H_0 = p_0/\gamma = \Theta_0^*/(2\gamma) + p^*/\gamma \quad \text{или} \quad H_0 = \Theta_0^*/(2\gamma). \quad (8.58)$$

Таким образом, исходя из основной расчетной модели консолидации В. А. Флорина начальное распределение избыточных напоров или давлений в поровой воде сравнительно легко определяется, зная стабилизированные напряжения в скелете грунта (Θ^*), возникающие от действия приложенных уплотняющих нагрузок.

Начальные напряжения в скелете грунта в соответствии с (8.43)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x0} &= \sigma_x^* - (p_0 - p^*); \\ \sigma_{z0} &= \sigma_z^* - (p_0 - p^*); \\ \tau_{xz0} &= \tau_{xz}^*. \end{aligned} \right\} \quad (8.59)$$

При отсутствии газа ($\omega = 1$) из зависимости (8.56)

$$p_0 = \frac{1}{2}(\sigma_x^* + \sigma_z^*) + p^*,$$

и тогда выражения (8.59) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x0} &= (\sigma_x^* - \sigma_z^*)/2; \\ \sigma_{z0} &= (\sigma_z^* - \sigma_x^*)/2; \\ \tau_{xz0} &= \tau_{xz}^*. \end{aligned} \right\} \quad (8.60)$$

Отсюда ярко видно, насколько неблагоприятен для грунтовой среды начальный момент приложения уплотняющей нагрузки. Касательные напряжения сразу же достигают максимально возможной величины, а нормальные напряжения, определяющие в значительной мере прочность грунтовой среды, малы и даже разных знаков. Следует учитывать, что начальные отрицательные (растягивающие) напряжения от нагрузки, суммируясь с существующими в грунте напряжениями от собственного веса, обычно оказываются положительными (сжимающими).

Следует отметить бытующее утверждение, что в первый момент приложения нагрузки к полностью водонасыщенному грунту вся нагрузка передается на поровую воду. Это справедливо только в условиях одномерной задачи, так как в этом случае $p_0 = \sigma_z^*$, а $\sigma_{z,0} = \sigma_z^* - p_0$. Для случаев многомерных задач из (8.60) можно убедиться, что и в начальный момент времени часть нормальных напряжений, а касательные полностью воспринимаются скелетом грунта.

Уравнение консолидации с учетом ползучести скелета грунта (8.50) содержит вторую производную по t , поэтому необходимо задание двух начальных условий. Первое начальное условие может быть найдено, учитывая, что в начальный момент времени приложения нагрузки, т. е. при $t = \tau_1$, искомое решение должно удовлетворять уравнению (8.37). В результате имеем начальное условие

$$-\frac{\alpha_0}{1+\xi} \frac{\partial \Theta(\tau_1)}{\partial t} - \frac{\alpha_1 \gamma_1}{1+\xi} \Theta(\tau_1) + \beta(1+e) \frac{\partial p_0}{\partial t} = (1+e) k \nabla^2 H_0. \quad (8.61)$$

Второе начальное условие остается таким же, как и ранее, т. е. (8.56) или (8.58), принимая при наличии заземленного газа в выражении для ω (8.56) $a = a_0$.

Имеются предложения определять начальные условия путем использования результатов лабораторных испытаний грунтов. При этом фиксируется величина давления в поровой воде сразу же после приложения нагрузки или при испытаниях в условиях «закрытой системы» (без возможности оттока поровой воды). В результате определяется отношение полученного из опыта порового давления к действующей в опыте нагрузке, т. е. экспериментальным путем определяется величина $1/\omega$, входящая в начальное условие (8.58). Такой путь принципиально возможен и представляет несомненный интерес, так как в этом случае учитываются реальные особенности структуры грунта, наличие газа и др. Однако техника измерений порового давления глинистых грунтов и, в частности, большая инерционность измерительных систем всегда практически требующих для замера давлений отбора воды из пор маловодопроницаемых грунтов, приводит к весьма неуверенным экспериментальным результатам, обычно к занижению порового давления, т. е. к ошибкам только в сторону «не запаса» надежности сооружения. Уверенное создание идеальной «закрытой системы», в компрессионных приборах и стабилометрах — также задача очень сложная.

Граничные условия принимаются в зависимости от водопроницаемости граничной поверхности. *На водопроницаемых границах* при действии внешней уплотняющей нагрузки, используя допустимость принципа наложения, в большинстве случаев можно принимать $H = 0$. В общем случае, например, изменения граничных напоров (подъ-

ем верхнего бьефа и др.) следует принимать граничные значения напоров равными заданным:

$$H = H_s. \quad (8.62)$$

На водонепроницаемых участках контура по направлению нормали к нему должно выполняться условие $\partial H / \partial n = 0$ (см. § 8.6).

8.8 ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ КОНСОЛИДАЦИИ СПОСОБОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Непосредственное интегрирование уравнений консолидации возможно только в простейших случаях. Для решения практических задач обычно с достаточно сложной конфигурацией зоны уплотнения грунта, различными граничными условиями и в особенности при учете постепенности возведения сооружения приходится применять численные методы интегрирования. В качестве общих методов решения задач консолидации широко применяют способ конечных разностей, а в последние годы весьма эффективный и для этих задач метод конечных элементов.

В качестве примера использования способа конечных разностей представим уравнение консолидации с постоянными коэффициентами

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{2\gamma\omega} \frac{\partial \theta^*}{\partial t} + \frac{(1+e)(1+\xi)}{2\gamma\alpha\omega} \left(k_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right) \quad (8.63)$$

через конечные разности в форме численного решения.

Разделив всю область консолидации (рис. 8.5, а) координатной сеткой шагами Δx и Δz , будем рассматривать не любую точку области, а только узлы полученной сетки с координатами Δx , $2\Delta x$, $3\Delta x$, ..., $i\Delta x$ и Δz , $2\Delta z$, $3\Delta z$, ..., $k\Delta z$. Тогда координаты точек, окружающих рассматриваемую точку с координатами i , k , могут быть записаны, как показано на рис. 8.5, б. Таким же образом поступим со временем, заменив его отдельными расчетными моментами времени через проме-

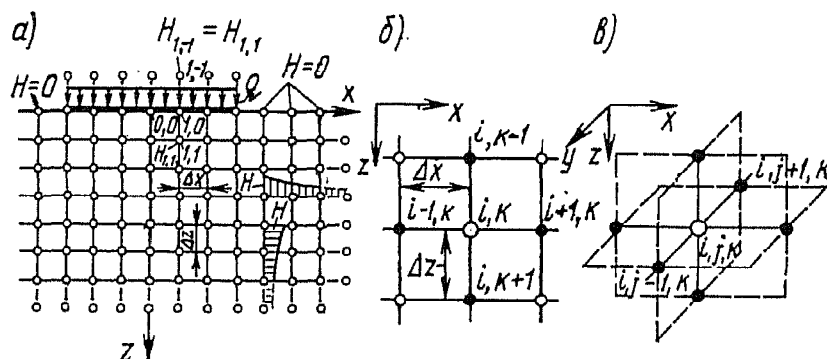


Рис. 8.5. Разбивка основания сеткой (а) при использовании метода конечных разностей и расположение узлов сетки в условиях плоской (б) и пространственной (в) задач

жуток Δt , т. е. $\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, t\Delta t$. В результате значение функции напоров H в какой-либо точке с координатами i, k для момента времени t будем обозначать $H_{t,i,k}$. Заменим входящие в дифференциальное уравнение (8.63) частные производные соответствующими разностями:

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial t} &\approx \frac{H_{t+1,i,k} - H_{t,i,k}}{\Delta t}; \quad \frac{\partial \Theta^*}{\partial t} \approx \frac{\Theta_{t+1,i,k}^* - \Theta_{t,i,k}^*}{\Delta t}; \\ \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} &\approx \frac{\frac{H_{t,i+1,k} - H_{t,i,k}}{\Delta x} - \frac{H_{t,i,k} - H_{t,i-1,k}}{\Delta x}}{\Delta x} = \\ &= \frac{1}{\Delta x^2} (H_{t,i+1,k} + H_{t,i-1,k} - 2H_{t,i,k}); \\ \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} &\approx \frac{1}{\Delta z^2} (H_{t,i,k+1} + H_{t,i,k-1} - 2H_{t,i,k}).\end{aligned}$$

Подставив полученные приближенные выражения для частных производных в уравнение (8.63), получим

$$\begin{aligned}H_{t+1,i,k} &= H_{t,i,k} + \frac{1}{2\gamma\omega} \times (\Theta_{t+1,i,k}^* - \Theta_{t,i,k}^*) + \\ &+ \frac{k_x(1+e)(1+\xi)}{2\gamma\alpha\omega} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \times (H_{t,i+1,k} + H_{t,i-1,k} - 2H_{t,i,k}) + \\ &+ \frac{k_z(1+e)(1+\xi)}{2\gamma\alpha\omega} \frac{\Delta t}{\Delta z^2} (H_{t,i,k+1} + H_{t,i,k-1} - 2H_{t,i,k}). \quad (8.64)\end{aligned}$$

В частном случае изотропного по фильтрационным свойствам грунта ($k_x = k_z = k$) и квадратной сетки ($\Delta x = \Delta z = \Delta h$) запись уравнения (8.64) упрощается:

$$H_{t+1,i,k} = (1 - 4\alpha) H_{t,i,k} + \frac{1}{2\gamma\omega} \times \Delta \Theta_{t+1,t,i,k}^* + \alpha S_{t,i,k}, \quad (8.65)$$

$$\text{где } \alpha = \frac{k(1+e)(1+\xi)}{2\gamma\alpha\omega} \frac{\Delta t}{\Delta h^2}; \quad \Delta \Theta_{t+1,t,i,k}^* = \Theta_{t+1,i,k}^* - \Theta_{t,i,k}^*;$$

$$S_{t,i,k} = H_{t,i+1,k} + H_{t,i-1,k} + H_{t,i,k+1} + H_{t,i,k-1}.$$

В случае прямоугольной сетки в уравнении (8.64) можно принять $\Delta x = m\Delta z$ и тогда

$$\begin{aligned}H_{t+1,i,k} &= H_{t,i,k} (1 - 2\alpha/m^2 - \alpha) + \Delta Q_{t+1,t,i,k}/(2\gamma\omega) + \\ &+ (\alpha/m^2) (H_{t,i+1,k} + H_{t,i-1,k}) + \alpha (H_{t,i,k+1} + H_{t,i,k-1}),\end{aligned}$$

$$\text{где } \alpha = \frac{k(1+e)(1+\xi)}{2\gamma\alpha\omega} \frac{\Delta t}{\Delta z^2}. \quad (8.66)$$

Аналогичным путем можно получить уравнение для пространственной задачи (рис. 8.5, в)

$$H_{t+1, i, j, k} = (1 - 6\alpha) H_{t, i, j, k} + \Delta\Theta_{t+1, i, j, k}^* / (3\gamma\omega) + \alpha S_{t, i, j, k}, \quad (8.67)$$

$$\text{где } \alpha = \frac{k(1+e)(1+2\xi)}{3\gamma\omega} \frac{\Delta t}{\Delta h^2};$$

$$S_{t, i, j, k} = H_{t, i+1, j, k} + H_{t, i-1, j, k} + H_{t, i, j+1, k} + H_{t, i, j-1, k} + \\ + H_{t, i, j, k+1} + H_{t, i, j, k-1}.$$

Не представляет затруднений учет влияния изменения H^* , включая в эти уравнения $\frac{1}{2\gamma} \Delta H_{t+1, t, i, k}^*$ или $\frac{1}{3\gamma} \Delta H_{t+1, t, i, j, k}^*$.

Для одномерной задачи уравнение консолидации в конечно-разностном виде получается как

$$H_{t+1, k} = (1 - 2\alpha) H_{t, k} + \frac{1}{\gamma\omega} \Delta\sigma_{z, t+1, t, k}^* + \alpha (H_{t, k+1} + H_{t, k-1}), \quad (8.68)$$

где

$$\alpha = k(1+e) \Delta t / (\gamma\omega \Delta z^2). \quad (8.69)$$

Начальное распределение ($t = 0$) напоров во всех узлах сетки определяется по зависимостям (8.56) или (8.58). В узлах, расположенных на водопроницаемых участках граничной поверхности, считаем, что напоры равны нулю (см. рис. 8.5, а) или заданным значениям $H = H_s$. На водонепроницаемом участке контура вводятся фиктивные узлы (на рис. 8.5, а участок водонепроницаемой подошвы сооружения), в которых для выполнения условия $\partial H / \partial n = 0$ в любой момент времени напоры принимаются равным напорам в симметрично расположенных узлах внутри области уплотнения.

В местах обрыва сетки (в случае, например, бесконечной области уплотнения) вводятся также дополнительные узлы (см. рис. 8.5, а), в которых напоры для каждого момента времени определяются путем линейной экстраполяции или выполняется условие $\partial^2 H / \partial z^2 = \partial^2 H / \partial x^2 = 0$.

В случае переменности во времени внешней нагрузки она учитывается в величине $\Delta\Theta_{t+1, t, i, j, k}^*$. Например, любой календарный график возведения сооружения или роста нагрузки q (рис. 8.6) следует заменить ступенчатым и величину

$\Delta\Theta_{t+1, t, i, j, k}^*$ определять для приращения Δq на каждом расчетном промежутке времени Δt .

Решения конкретных задач на основе уравнений консолидации в конечно-разностной форме производят с помощью ЭВМ. В случае, например, учета ползучести скелета, постепенности возведения сооружения и тем более переменности характеристик

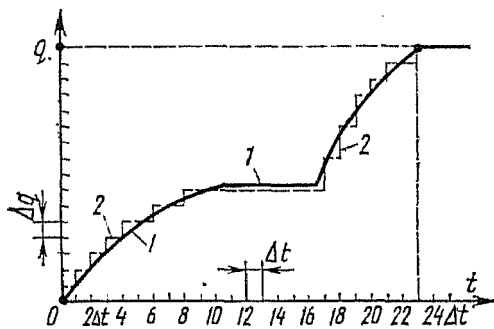


Рис. 8.6. Замена непрерывного графика (1) роста нагрузки во времени ступенчатым (2)

грунта требуется значительный объем памяти и быстродействия вычислительных машин.

Решения уравнений (8.65), (8.67) и (8.68) можно значительно упростить. В выражениях для α все величины, кроме Δt и Δh или Δz , определяются физическими свойствами грунта. Поэтому целесообразно, задавшись размером сетки, выбирать расчетный промежуток времени Δt так, чтобы величина α принимала значения $1/6$, $1/4$ и $1/2$ в зависимости от количества измерений в задаче. Тогда зависимости (8.65), (8.67) и (8.68) приобретают простой вид:

$$\begin{aligned} H_{t+1, i, j, k} &= \frac{1}{3\gamma} \Delta \Theta_{t+1, t, i, j, k}^* + \frac{1}{6} S_{t, i, j, k}; \\ H_{t+1, i, k} &= \frac{1}{2\gamma} \Delta \Theta_{t+1, t, i, k}^* + \frac{1}{4} S_{t, i, k}; \\ H_{t+1, k} &= \frac{1}{\gamma} \Delta \sigma_{z, t+1, t, k} + \frac{1}{2} S_{t, k}. \end{aligned} \quad (8.70)$$

Таким образом, при постоянной нагрузке решение плоской задачи, т. е. определение напоров в последующий момент времени, сводится к определению среднего напора в четырех соседних точках (см. рис. 8.5, б) в предыдущий момент времени. В случае одномерной задачи техника расчета процесса консолидации состоит в сложении двух напоров в соседних точках и делении их на два. Все это при использовании выражений (8.70) позволяет применять ручной счет или его простейшую механизацию, что может быть полезным при учебном освоении задач консолидации грунтов. Ряд таких примеров будет приведен в последующих параграфах этой главы.

8.9 ОДНОМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ КОНСОЛИДАЦИИ И ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ

Влияние различных факторов на исследуемый процесс наиболее наглядно можно проследить на примерах простейших задач, в частности одномерных.

Решение простейшей задачи консолидации слоя полностью водонасыщенного грунта. В этом случае, при отсутствии защемленного газа ($s = 0$), в предположении мгновенной деформируемости скелета грунта ($\gamma_1 \rightarrow \infty$) и мгновенном загрузении грунта ($\Theta^* = \text{const}$) уравнение консолидации (8.49) или (8.51) приобретает вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = C \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}, \quad (8.71)$$

где $C = (1 + e)k/(\gamma a)$ — коэффициент консолидации. Выражение (8.71) называют уравнением Фурье или *уравнением теплопроводности*, так как оно описывает многие другие процессы, в частности процессы теплопередачи.

Рассмотрим случай уплотнения слоя грунта равномерно распределенной нагрузкой q (рис. 8.7), мгновенно приложенной в момент времени $t = 0$. Граничные поверхности слоя при $z = 0$ и $z = h$ будем считать полностью водопроницаемыми.

Под термином «мгновенно приложенная нагрузка» будем понимать такую скорость статического приложения нагрузки, при которой можно считать, что в грунте не успевает произойти какого-либо оттока воды из пор грунта. В результате при пренебрежении сжимаемостью воды и тем более минеральных частиц грунта его пористость или коэффициент пористости в начальный момент приложения нагрузки $t = 0$ не изменяется.

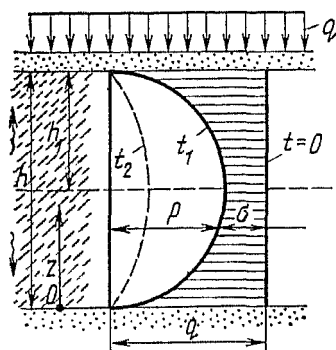


Рис. 8.7. Эпюры давлений в поровой воде (p) и напряжений в скелете грунта (σ) в слое грунта, загруженного равномерно распределенной нагрузкой

Принимая зависимость коэффициента пористости от напряжений в скелете грунта в виде компрессионной зависимости $e = e_0 - a\sigma$ и учитывая, что при $t = 0$ $e - e_0 = 0$ получаем в начальный момент $\sigma = \sigma_0 = 0$. Так как в рассматриваемом случае уравнение равновесия для любого момента времени имеет вид

$$q = \sigma + p, \quad (8.72)$$

то из условия $\sigma = \sigma_0 = 0$ $p_0 = q$. Откуда дополнительные избыточные напоры в воде в начальный момент времени ($t = 0$) будут

$$H_0 = p_0/\gamma = q/\gamma.$$

Эта же зависимость получается из условия (8.58).

Таким образом, решение рассматриваемой задачи сводится к отысканию решения уравнения (8.71) при следующих краевых условиях: при

$$t = 0 \text{ и } 0 \leq z \leq h \quad H = H_0 = q/\gamma, \quad (8.73)$$

$$t \neq 0 \text{ и } z = 0 \text{ или } z = h \quad H = 0. \quad (8.74)$$

Решение этого уравнения методом Фурье может быть представлено в следующем виде.

Будем искать решение задачи

$$H = Z(z) T(t), \quad (8.75)$$

где $Z(z)$ — функция только z ; $T(t)$ — функция только t . Тогда, дифференцируя (8.75), получаем

$$\frac{\partial H}{\partial t} = T'(t) Z(z) \text{ и } \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = T(t) Z''(z),$$

а подставив полученные производные в уравнение (8.71), имеем

$$\frac{1}{C} \frac{T'(t)}{T(t)} = \frac{Z''(z)}{Z(z)}. \quad (8.76)$$

Так как левая часть уравнения (8.76) не зависит от z , а правая не зависит от t , то они могут быть равны друг другу при любых значениях z и t только в том

случае, если они обе равны некоторой постоянной величине, которую удобно для дальнейшего принять равной $-\alpha^2$. Тогда (8.76) распадается на два уравнения

$$\frac{1}{C} \frac{T'(t)}{T(t)} = -\alpha^2 \quad \text{и} \quad Z''(z) + \alpha^2 Z(z) = 0. \quad (8.77)$$

Интегрируя первое из уравнений, находим, что $\ln T(t) - \ln A = -C\alpha^2 t$, откуда $T(t) = A \exp(-C\alpha^2 t)$, где A — произвольная постоянная.

Второе уравнение (8.77) интегрируем, используя подстановку Эйлера, т. е. ищем его решение в виде $Z(z) = \exp(\beta z)$ и, как следствие, получаем $Z''(z) = \beta^2 \exp(\beta z)$. Подставив $Z(z)$ и $Z''(z)$ в уравнение (8.77), получим $(\beta^2 + \alpha^2) \exp(\beta z) = 0$. Так как $\exp(\beta z)$ является решением и поэтому не равно нулю, то получим характеристическое уравнение $\beta^2 + \alpha^2 = 0$, откуда $\beta = \pm i\alpha$.

Учитывая выражения для β , находим два частных интеграла:

$$Z_1(z) = \exp(+iaz) \quad \text{и} \quad Z_2(z) = \exp(-iaz).$$

Так как уравнение (8.77) линейное, то любая алгебраическая операция с частными решениями дает новое частное решение. Тогда $Z_1(z) = 1/2[\exp(+iaz) + \exp(-iaz)] = \cos az$ и $Z_2(z) = 1/(2i)[\exp(+iaz) - \exp(-iaz)] = \sin az$, а их сумма будет общим интегралом второго уравнения (8.77) и может быть представлена в виде $Z(z) = B \cos az + D \sin az$, где B и D — две произвольные постоянные.

В результате, подставляя полученные выражения для $T(t)$ и $Z(z)$ в уравнение (8.75), имеем уравнение

$$H = (B \cos az + D \sin az) \exp(-C\alpha^2 t), \quad (8.78)$$

в котором постоянная A опущена вследствие произвольности B и D .

Произвольные постоянные B и D ищем, используя граничные и начальные условия задачи. Учитывая граничные условия (8.74) из (8.78), находим, что $B = 0$ и $D \sin ah = 0$. Однако $D \neq 0$, так как в противном случае $H = 0$ при любых значениях z и t . Поэтому $\sin ah = 0$, откуда $ah = i\pi$ или $a = i\pi/h$, где i — любое целое число. В результате получаем частное решение уравнения (8.71)

$$H = D \sin \frac{i\pi z}{h} \exp(-C i^2 \pi^2 t / h^2).$$

Учитывая, что уравнение (8.71) линейное, то выражение

$$H = \sum_{i=0}^{\infty} D_i \sin \frac{i\pi z}{h} \exp(-C i^2 \pi^2 t / h^2) \quad (8.79)$$

также будет решением уравнения (8.71).

Для того чтобы удовлетворить начальному условию (8.73), необходимо

$$\sum_{i=0}^{\infty} D_i \sin \frac{i\pi z}{h} = H_0 = \frac{q}{\gamma}. \quad (8.80)$$

Чтобы из условия (8.80) найти D_i , умножим его правую и левую части на $\sin \frac{k\pi z}{h}$ и проинтегрируем от 0 до h , т. е.

$$\int_0^h \sum_{i=0}^{\infty} D_i \sin \frac{i\pi z}{h} \sin \frac{k\pi z}{h} dz = \frac{q}{\gamma} \int_0^h \sin \frac{k\pi z}{h} dz = -(qh/\gamma k\pi) (\cos k\pi - 1). \quad (8.81)$$

Возможны два варианта $k = i$ и $k \neq i$. При $k = i$

$$\int_0^h \sin \frac{i\pi z}{h} \sin \frac{k\pi z}{h} dz = \frac{1}{2} \left(z - \frac{h}{2i\pi} \sin \frac{2i\pi z}{h} \right)_0^h = \frac{h}{2},$$

а при $k \neq i$ нетрудно показать, что этот интеграл равен нулю.

Тогда, учитывая, что в левой части отличным от нуля будет только то слагаемое, для которого i становится равным k , можно представить выражение (8.81) в виде $D_i h/2 = 2qh/i\gamma\pi$ или $D_i = 4q/i\pi\gamma$, где $i = 1, 3, 5, \dots$, так как $(\cos k\pi - 1)$ при четных k равен нулю, а при нечетных k равен -2 .

В результате решением уравнения (8.71), удовлетворяющим начальным (8.73) и граничным (8.74) условиям задачи, будет выражение

$$H(z, t) = \frac{4q}{\pi\gamma} \sum_{i=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{i} \sin \frac{i\pi z}{h} \exp \left(-\frac{C i^2 \pi^2}{h^2} t \right). \quad (8.82)$$

Характер эпюр избыточных давлений в воде $p = \gamma H$ и напряжений в скелете грунта $\sigma = q - p$, подсчитанных для различных моментов времени t_1 или t_2 в соответствии с зависимостью (8.82), показан на рис. 8.7.

Зная напряжения в скелете грунта для любого момента времени t , можно определить осадку слоя $S(t)$ для этих же моментов времени. Учитывая зависимость (5.7), осадку слоя толщиной h можно представить в виде

$$\begin{aligned} S(t) &= \int_0^h \varepsilon_z(t) dz = \int_0^h \frac{\alpha \sigma}{1+e} dz \approx \frac{\alpha}{1+e} \int_0^h \sigma dz = \\ &= \frac{\alpha}{1+e} \int_0^h (q - \gamma H) dz, \end{aligned} \quad (8.83)$$

где e — средний коэффициент пористости.

Подставляя в зависимость (8.83) выражение (8.82), получим

$$\begin{aligned} S(t) &= \frac{\alpha q}{1+e} \int_0^h \left[1 - \frac{4}{\pi} \sum_{i=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{i} \sin \frac{i\pi z}{h} \exp \left(-\frac{C i^2 \pi^2}{h^2} t \right) \right] dz = \\ &= \frac{\alpha q h}{1+e} \left[1 + \frac{4}{\pi^2} \sum_{i=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{i^2} \cos (i\pi - 1) \exp \left(-\frac{C i^2 \pi^2}{h^2} t \right) \right] = \\ &= \frac{\alpha q h}{1+e} \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{i=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{i^2} \exp \left(-\frac{C i^2 \pi^2}{h^2} t \right) \right], \end{aligned} \quad (8.84)$$

или, учитывая, что конечная осадка слоя $S^* = \alpha q h / (1 + e)$, зависимость (8.84) можно представить в виде

$$S(t) = S^* \mu, \quad (8.85)$$

где μ — выражение в квадратных скобках в зависимости (8.84), называемое обычно степенью консолидации. Величина μ меняется от 0 при $t = 0$ до 1 при $t \rightarrow \infty$.

Таким образом, при отсутствии защемленного газа ($s = 0$) и в условиях несжимаемости поровой воды и минеральных частиц и мгновенной деформируемости скелета ($\gamma_1 \rightarrow \infty$) развитие осадки мгновенно загруженного слоя будет определяться только процессом отжатия

воды из пор грунта и падением избыточных давлений или напоров в поровой воде во времени. Для этих условий характерно отсутствие осадки поверхности слоя в начальный момент времени ($t = 0$) приложения нагрузки (рис. 8.8).

Плоскость $z = h/2$ (см. рис. 8.7) является плоскостью симметрии для всех эпюр избыточных давлений в поровой воде и границей раздела потоков отжимаемой из пор воды вверх и вниз. Поэтому эта плоскость может рассматриваться как водонепроницаемая и решение для схемы с водонепроницаемым

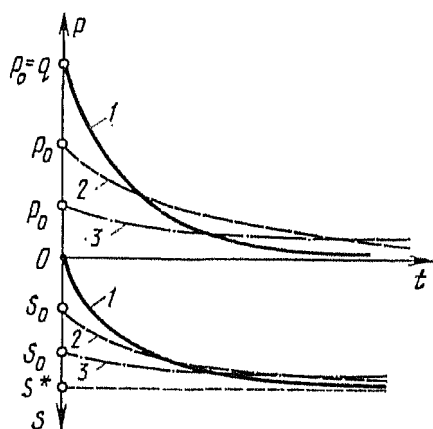


Рис. 8.8. Изменение давлений в поровой воде (p) и осадка слоя (S) во времени: 1 — при отсутствии газа ($s=0$); 2 — при наличии заземленного газа (s'); 3 — то же, при $s'' > s'$

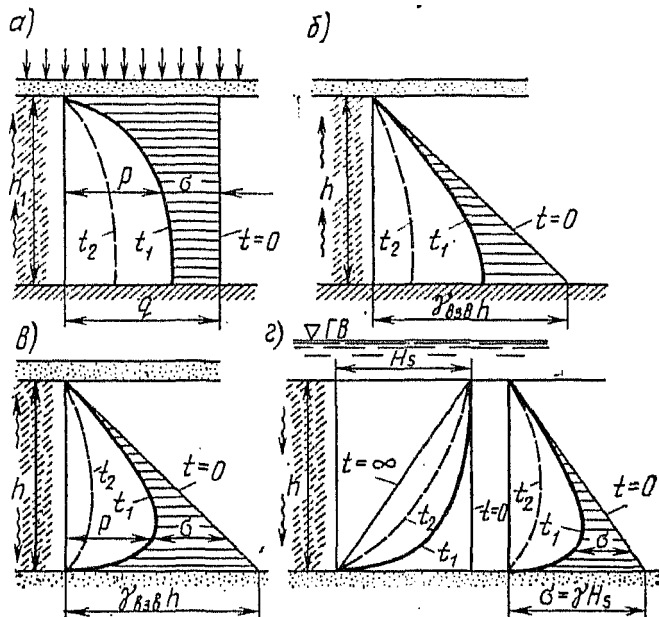


Рис. 8.9. Давления в воде и напряжения в скелете грунта при консолидации слоя под действием равномерно распределенной нагрузки (а), собственного веса грунта (б, в) и фильтрационных сил (з)

основанием (рис. 8.9, а) может быть получено из (8.82) и (8.84) путем замены в них h на $2h_1$, т. е. в виде

$$H(z, t) = \frac{4q}{\pi\gamma} \sum_{i=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{i} \sin \frac{i\pi z}{2h_1} \exp \left(-\frac{Ci^2\pi^2}{4h_1^2} t \right). \quad (8.86)$$

Аналогичным путем решая уравнения (8.71), могут быть получены зависимости для определения напряжений в слое грунта, консолидирующимся под действием собственного веса $\gamma_{взв}$ в условиях мгновенного возведения слоя на водонепроницаемом (рис. 8.9, б) и дренирующем основании (рис. 8.9, в). При мгновенном возникновении на верхней поверхности слоя граничных напоров в воде H_s (рис. 8.9, з) возникающие при этом фильтрационные силы $\Phi = \gamma H_s/h$ вызывают процесс консолидации слоя грунта. В этом случае крайние условия при $t = 0$ $H = H_s$, при $t > 0$ и $z = 0$ $H = 0$ и при $t > 0$ и $z = h$ $H = H_s$ приводят к решению уравнения (8.71) в виде

$$H = H_s \left[\frac{z}{h} + \frac{2}{\pi} \sum_{i=1, 2, \dots}^{\infty} \frac{1}{i} \sin \frac{i\pi z}{h} \exp \left(-\frac{Ci^2\pi^2}{h^2} t \right) \right]. \quad (8.87)$$

Учитывая линейность уравнения (8.71), можно рассматривать совместное действие всех указанных выше уплотняющих сил (q , $\gamma_{взв}$, Φ) отдельно, складывая затем полученные решения. Как следствие этого, имеются решения простейших одномерных задач для случая возрастания нагрузки q по линейному закону [34], а также для случая равномерного роста слоя грунта, уплотняющегося под действием собственного веса [34]. Следует отметить, что для большинства практических задач достаточно в выражения (8.82) — (8.87) и им подобным вычислять один или максимум два-три члена ряда.

Учет влияния наличия защемленного газа. Существенная сжимаемость защемленных газовых пузырьков, а также процесс их растворения в поровой воде при повышении давления или процесс газоразделения при снижении давления влияют на процесс консолидации и в уравнении консолидации (8.47) учитываются величиной ω , определяемой по выражению (8.48), зависящему от соотношения коэффициента сжимаемости газовых пузырьков β и коэффициента уплотнения скелета грунта a . Чем больше сжимаемость газовых пузырьков и меньше сжимаемость скелета грунта, тем величина $\omega > 1$.

В простейшем случае одномерной задачи в уравнении (8.71) с учетом содержания газа $C = (1 + e)k/\gamma a \omega$. Начальное распределение избыточных напоров или давлений в поровой воде также зависит от содержания газа и определится (8.56) как $H_0 = p_0/\gamma = \sigma_z^*/\gamma \omega$. В результате всего решения простейших одномерных задач отличаются от приводимых выше только наличием коэффициента ω . Например, зависимость (8.82) приобретает вид

$$H(z, t) = \frac{4q}{\pi \gamma \omega} \sum_{i=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{i} \times \sin \frac{i\pi z}{h} \exp \left(- \frac{(1 + e) k i^2 \pi^2}{\gamma a \omega h^2} t \right), \quad (8.88)$$

а $H_0 = q/\gamma \omega$.

Таким образом, с увеличением содержания газа s увеличивается β , коэффициент ω становится все больше единицы и уменьшаются давления в поровой воде (см. рис. 8.8). Как следствие, увеличиваются напряжения в скелете грунта и, что особенно существенно, при наличии защемленного газа возникают мгновенные начальные деформации скелета грунта, приводящие, например, в случае приложения равномерно распределенной нагрузки q к начальной мгновенной осадке слоя, равной $S_0 = a_0 \sigma_0 h / (1 + e) = a(\sigma_z^* - p_0)h / (1 + e) = aq(1 - 1/\omega)h / (1 + e)$. Чем выше содержание защемленного газа, т. е. больше величина ω , тем больше S_0 . Развитие осадки во времени по аналогии с (8.85) определится как $S_t = S_0 + (S^* - S_0)\mu$.

При получении уравнения консолидации (8.46) принималось допущение, что давление внутри газовых пузырьков равно давлению в окружающей поровой жидкости, т. е. $p_r = p_v = p$. Однако, как уже отмечалось в § 1.1, при неплоской границе раздела газ—вода давление внутри пузырька p_r вследствие поверхностного натяжения, в соответствии с зависимостью Лапласа (1.6) будет больше давления в воде p_v , окружающего пузырек, на величину $2\alpha'/r$

$$p_r = p_v + 2\alpha'/r = p_1 + p + 2\alpha'/r,$$

где α' — поверхностное натяжение воды; r — радиус газового пузырька, p_1 — существовавшее до процесса консолидации давление в воде, включая атмосферное; p — избыточное давление в воде в процессе консолидации грунта. В процессе консолидации избыточные давления в поровой воде p вначале увеличиваются, а затем постепенно уменьшаются. Это приводит к изменению размеров (r) газовых пузырьков и, как следствие, к увеличению или уменьшению давления внутри них, что, в свою очередь, вызывает дополнительное газорастворение или газовыделение и соответствующее изменение размеров газовых пузырьков.

Используя законы Бойля-Мариотта, Генри и зависимость Лапласа, уравнения состояния газовых пузырьков в поровой воде будет

$$\left(\frac{4}{3} \pi r_0^3 N' + V_{в\mu}\right) \left(p_1 + \frac{2\alpha'}{r_0}\right) = \left(\frac{4}{3} \pi r^3 N' + V_{в\mu}\right) (p_1 + p + 2\alpha'/r), \quad (8.89)$$

где r_0 — начальный радиус пузырька заземленного газа; $V_{в\mu}$ — объем поровой воды в элементе грунта. Количество газовых пузырьков в уравнении (8.89) определится как

$$N' = s_0 V / (4\pi r_0^3 / 3), \quad (8.90)$$

где V — начальный объем элемента грунта. Учитывая (8.90) уравнение (8.89) можно представить (В. И. Кибирев) в виде

$$r^4 + r^3 \frac{2\alpha'}{p_1 + p} + r \frac{B(p - 2\alpha'/r_0) - r_0^3(p_1 + 2\alpha'/r_0)}{p_1 + p} + B \frac{2\alpha'}{p_1 + p} = 0 \quad (8.91)$$

или

$$p = [2\alpha' B (r - r_0) / (r r_0) + r_0^3 (p_1 + 2\alpha'/r_0) - r^2 (p_1 r + 2\alpha')] / (r^3 + B),$$

где $B = n_0 \mu r_0^3 / s_0$.

В результате объемная сжимаемость заземленных газовых пузырьков или, что то же самое, коэффициент объемной сжимаемости трехфазного водонасыщенного грунта в случае отсутствия оттока поровой воды при приложении нагрузки будет иметь вид

$$\beta = -\frac{1}{V} \frac{\partial V_{г}}{\partial p} = -\frac{3r^2}{r_0^3 (1/s_0 - 1) + r^3} \frac{\partial r}{\partial p}.$$

Учет сил поверхностного натяжения воды приводит к уменьшению сжимаемости заземленного газа и, как следствие, к уменьшению в уравнении консолидации (8.47) коэффициента ω , т. е. повышению давлений в поровой воде. Как показали решения ряда задач, учитывать эти явления целесообразно при консолидации глинистых грунтов, имеющих размеры газовых пузырьков < 50 мкм и при нагрузках, меньших 1—1,5 МПа.

Учет влияния ползучести скелета грунта. Влияние деформируемости скелета грунта во времени на процесс его консолидации наиболее наглядно можно оценить, рассматривая описанную ранее (рис. 1.42) механическую модель элемента грунта К. Терцаги в виде сосуда с водой, поршня и пружины, добавив в углах пружины вязкие сопротивления (рис. 8.10), создаваемые, например, комками битума. При отсутствии воды в сосуде пружина будет медленно сжиматься во времени, преодолевая вязкое сопротивление битума. При наличии

воды в сосуде добавится сопротивление отжатию воды через отверстие в поршне, которое моделирует водопроницаемость грунта. Естественно, что чем больше отверстие в поршне (больше водопроницаемость грунта) и больше вязкость битумных комков, тем ярче проявляются свойства ползучести скелета грунта, меньше давление в воде и тем большая часть нагрузки q передается на пружину, т. е. на скелет грунта. При малой водопроницаемости грунта, что соответствует весьма малому

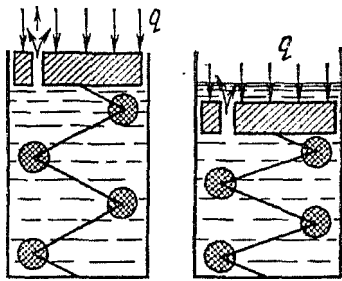


Рис. 8.10. Механическая модель элемента консолидирующего грунта с учетом ползучести его скелета

отверстию в поршне, скорость деформации пружины, наоборот, будет определяться в основном сопротивлением отжатию воды, а роль сопротивлений комков битума, т. е. явлений ползучести скелета, будет невелика.

В случае одномерной задачи уравнение консолидации полностью водонасыщенного грунта с учетом ползучести его скелета (8.50) и отсутствии мгновенной деформируемости скелета ($a_0 = 0$) приобретает вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = C'_v \left(\gamma_1 \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + \frac{\partial^3 H}{\partial z^2 \partial t} \right), \quad (8.92)$$

где $C'_v = (1 + e)k/\gamma\gamma_1 a_1$.

Для рассмотренной выше простейшей задачи консолидации слоя при мгновенном приложении нагрузки q начальное условие (8.61) с учетом (8.43) приобретает вид

$$-\frac{q}{h} + H = C'_v \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}. \quad (8.93)$$

Граничные условия остаются прежними, т. е. в виде (8.74).

Решение уравнения (8.92), как и выше методом Фурье, приводит [34] к зависимости

$$H(z, t) = \frac{4q}{\pi\gamma} \sum_{i=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{(1 + C' i^2 \pi^2 / h^2) i} \times \\ \times \sin \frac{i\pi z}{h} \exp \left[-\frac{\gamma_1 C' i^2 \pi^2 t}{h^2 (1 + C' i^2 \pi^2 / h^2)} \right]. \quad (8.94)$$

Значения напорной функции в момент времени, сколь угодно близкий к моменту приложения нагрузки, определяются выражением

$$H(z, 0) = \frac{4q}{\pi\gamma} \sum_{i=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{[1 + (1 + e) k i^2 \pi^2 / \gamma\gamma_1 a_1 h^2] i} \sin \frac{i\pi z}{h} \quad (8.95)$$

и зависят от соотношения водопроницаемости, уплотняемости и скорости нарастания деформаций ползучести скелета грунта. При $k/a_1\gamma_1 \rightarrow \infty$ напоры и давления в воде равны нулю, а при $k/a_1\gamma_1 = 0$ вся нагрузка q в момент времени $t = 0$ передается на воду, т. е. $H = q/\gamma$, так как из (8.80) и (8.82) следует, что

$$\frac{4q}{\pi\gamma} \sum_{i=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{i} \sin \frac{i\pi z}{h} = \frac{q}{\gamma}.$$

В результате эпюры начальных избыточных давлений в поровой воде имеют криволинейное очертание (рис. 8.11) и тем меньше их величина, чем больше $k/a_1\gamma_1$ или меньше γ_1 . Развитие процесса осадки слоя (рис. 8.12) с уменьшением скорости нарастания деформаций ползучести, т. е. с уменьшением γ_1 , существенно замедляется и происходит при очень малых давлениях в поровой воде.

Таким образом, учет ползучести приводит в начальный период времени после приложения нагрузки к уменьшению давлений в поровой воде (рис. 8.12) и увеличению напряжений в скелете грунта. Весьма существенно, что, как это следует из зависимости (8.94), с увеличением толщины h уплотняющегося слоя давления в воде значительно повышаются и решение задачи приближается к обычному случаю отсутствия учета явлений ползучести скелета грунта.

Следует отметить, что совместный учет явлений ползучести и наличия заземленного газа [37, 11] приводит даже при мгновенном приложении нагрузки q к постепенному нарастанию порового давления во времени до максимума с последующим его уменьшением до нуля (рис. 8.13).

Влияние учета начального градиента напора. Как было показано в § 1.7, фильтрационные явления в некоторых грунтах, например в плотных глинах, начинаются только при превышении градиентом напора величины начального градиента напора i_0 . В этом случае уравнение консолидации слоя двухкомпонентного грунта при постоянных стабилизированных напряжениях исходя из окончательной формы уравнения консолидации (8.46) приобретает вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1+e}{\gamma a} \frac{\partial}{\partial z} k \left(\frac{\partial H}{\partial z} - i_0 \right), \quad (8.96)$$

а при постоянных k и i_0 преобразуется в обычное уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial H}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}.$$

В случае простейшей задачи консолидации слоя двухкомпонентного грунта под постоянной нагрузкой q начальное распределение напоров и его граничные значения будут, как и прежде, т. е. при $t = 0$ $H_0 = q/\gamma$, а при $t \neq 0$ и $z = 0$ или $z = h$ $H = 0$ (рис. 8.14).

Для того чтобы оценить влияние начального градиента напора i_0 , будем его характеризовать углом наклона ψ эпюры напоров, т. е. величиной $\operatorname{tg} \psi = i_0$. Тогда, проводя в направлении водопроницаемых границ прямые под углами ψ , получим контуры предельно возможных эпюр напоров (на рис. 8.14 заштрихованы), после достижения

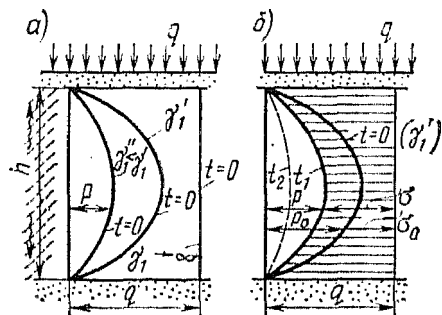


Рис. 8.11. Эпюры давлений в воде в начальный момент времени в зависимости от скорости нарастания деформаций ползучести (а) и изменения напряжений в скелете грунта во времени (б)

которых прекращается движение воды в порах грунта, т. е. возникает условие $\partial H / \partial z = i_0 = \operatorname{tg} \psi$. При пересечении предельных прямых, проведенных под углом ψ , с эпюрой начальных напоров (рис. 8.14, б, в) получаются зоны $r_{\max}$, в пределах которых постепенно развивается процесс консолидации грунта, и зона h_0 , в которой в любой момент времени нет движения поровой воды и, следовательно, уплотнения грунта.

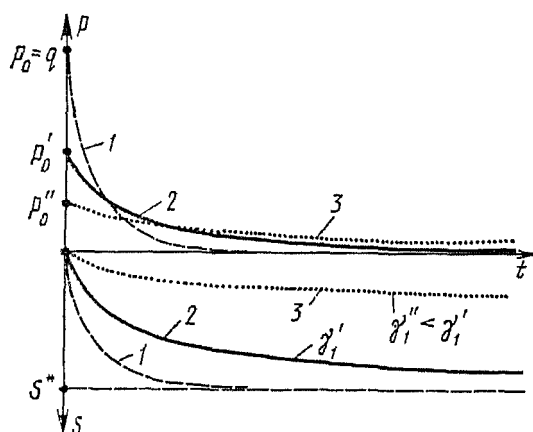


Рис. 8.12. Изменения давлений в поровой воде и осадки слоя во времени без учета (1) и с учетом (2 и 3) ползучести

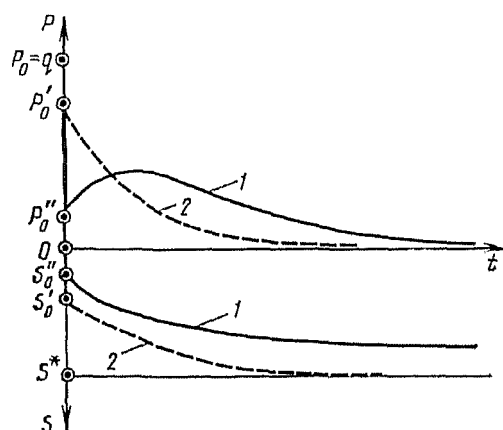


Рис. 8.13. Изменение давлений в поровой воде и осадка слоя трехфазного грунта при учете (1) и без учета (2) ползучести его скелета

В результате решение простейшей задачи консолидации с учетом начального градиента напора отличается тем, что в процессе консолидации возникает смещающаяся во времени граница (рис. 8.14, а) раздела уплотняющегося и неуплотняющегося грунта, на которой выполняется условие $\partial H / \partial z = i_0 = \operatorname{tg} \psi$. В процессе уплотнения эта граница перемещается в глубь слоя и в случае достижения $r_{\max}$ остается зона неуплотняющегося грунта h_0 , в которой вся нагрузка воспринимается связанной с минеральными частицами водой, т. е. передается на скелет грунта (рис. 8.14, б). Даже в случае отсутствия границы

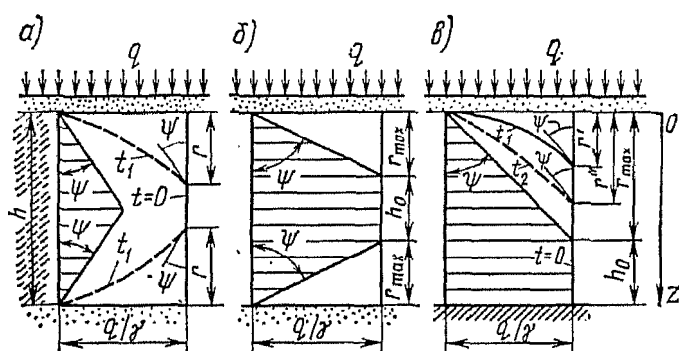


Рис. 8.14. Распределение напоров в воде слоя грунта при наличии начального градиента напора

$r_{\max}$ (рис. 8.14, а) часть нагрузки (заштрихованная часть эпюры) остается воспринимаемой связанной водой — скелетом грунта.

Таким образом, при значительных i_0 существенно уменьшается зона уплотнения грунта ($r_{\max}$) и его уплотнение в пределах этой зоны, т. е. уменьшается осадка всего слоя грунта. В результате этого

существенно сокращается время консолидации всего слоя грунта.

В случае водонепроницаемого основания (рис. 8.14, в) развитие зоны r до $r_{\max}$ определяет активную глубину сжатия грунта $H_a = r_{\max} = q/\gamma i_0$. Например, при $i_0 = 10$ и $q = 0,2$ МПа величина максимальной зоны уплотнения грунта будет всего 2 м. К тому же при постоянном коэффициенте уплотнения, как это следует из соотношения заштрихованной и незаштрихованной частей эпюры напоров, сжатие этого слоя в два раза меньше, чем такого же слоя без учета i_0 . Таково существенное влияние начального градиента напора.

Конечно, при отсутствии ярко выраженного начального градиента напора i_0 и наличии только существенной нелинейности зависимости скорости фильтрации от градиента напора на участке, близком к i_0 (см. рис. 1.51), предположения, что в зоне нет уплотнения и возможно неограниченно длительное сохранение передачи нагрузки на связанную воду, становятся необоснованными. Тогда следует считать, что этим зонам и частям эпюр напоров в воде также соответствует процесс консолидации, но со значительно более замедленным отжатием вязких пленок связанной воды из пор грунта. В простейшем случае можно представить зависимость $u(I)$ в виде двух линейных участков (см. рис. 1.51), а консолидацию слоя из наложения двух одновременно протекающих фильтрационных процессов: сравнительно быстрого при $\partial H/\partial z > i_0$ и очень медленного при $\partial H/\partial z < i_0$. Величина конечной осадки при этом не уменьшится и будет соответствовать случаю $i_0 = 0$, но существенно увеличится время ее развития.

Об учете структурной прочности. Ряд весьма рыхлосложенных грунтов обладает достаточно ярко выраженной структурной прочностью $\sigma_{\text{стр}}$, при достижении которой возникает разрушение цементационных связей между частицами и интенсивное уплотнение грунта (см. рис. 1.28). Особенностью процесса консолидации таких грунтов является возникновение смещающейся во времени границы, на которой выполняется условие $\sigma = \sigma_{\text{стр}}$ и, как можно заметить из рис. 1.28 и, особенно на рис. 8.15, б происходит наибольшее изменение коэффициента пористости Δe или пористости грунта.

Так, например, в простейшем случае, приведенном на рис. 8.15, *а*, граница *r* разрушения структуры ($\sigma = \sigma_{\text{стр}}$) возникает у поверхности слоя и по мере уплотнения грунта постепенно перемещается в глубь слоя, разделяя слой (рис. 8.15, *а*) на зону интенсивной консолидации *I* ($z < r$) и зону *II* ($z > r$) еще сохранившихся структурных

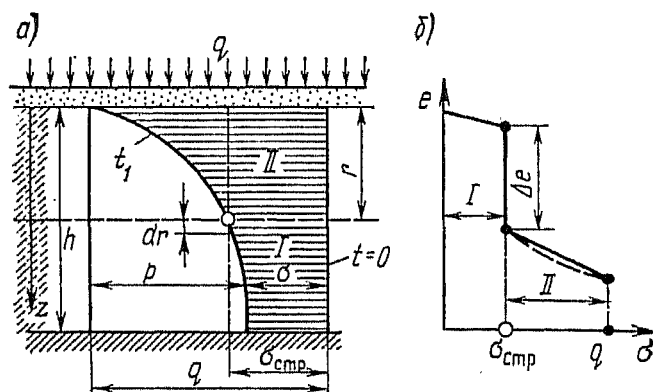


Рис. 8.15. Эпюры давлений в воде в слое грунта, обладающего структурной прочностью (а), и расчетная компрессионная зависимость (б)

связей, в пределах которой грунт обладает малой сжимаемостью и в ряде случаев даже может приниматься неуплотняющимся. В общем случае во всех зонах идет процесс консолидации, описываемый уравнением (8.71), но в каждой зоне со своим коэффициентом C_{vI} или C_{vII} , причем естественно C_{vII} значительно меньше C_{vI} . На границе зон ($z = r$) в пределах элементарного слоя толщиной dr должно выполняться условие баланса воды, т. е. условие, что разность расходов воды через граничные поверхности слоя dr должна быть равна изменению водосодержания в этом слое за тот же промежуток времени dt , которое можно представить в виде

$$k_{II} \frac{\partial H_{II}}{\partial z} \Big|_{z=r} - k_I \frac{\partial H_I}{\partial z} \Big|_{z=r} = \Delta n \frac{dr}{dt}, \quad (8.97)$$

где k_I , k_{II} , H_I и H_{II} — коэффициенты фильтрации и напоры в областях I и II (см. рис. 8.15, а); Δn — изменение пористости грунта при $\sigma = \sigma_{стр}$ (рис. 8.15, б).

Уравнения консолидации (8.71) для каждой зоны и условие (8.97) при соответствующих граничных условиях позволяют получить ряд решений простейших задач консолидации слоя грунта, обладающего структурной прочностью [34].

В заключение этого параграфа следует подчеркнуть, что решения одномерной задачи консолидации двухфазного грунта без учета ползучести его скелета и при мгновенном приложении уплотняющих нагрузок приводят к наибольшим возможным давлениям в поровой воде в начальный период развития процесса консолидации грунта. Учет пространственной фильтрации, постепенности, приложения уплотняющей нагрузки, ползучести скелета грунта и наличия заземленного газа уменьшают величину порового давления, особенно в начальный период консолидации, что свидетельствует о большей передаче сжимающих — уплотняющих воздействий на скелет грунта и, как правило, приводит к более благоприятным заключениям о прочности и устойчивости рассчитываемых методами теории консолидации сооружений и их оснований.

8.10 РЕШЕНИЯ ПЛОСКОЙ И ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЗАДАЧ КОНСОЛИДАЦИИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Решений плоской и тем более пространственных задач консолидации в виде простейших зависимостей, таблиц или графиков очень ограниченное число. Имеются решения для случая приложения к поверхности двухфазного грунта сосредоточенной силы (В. Г. Короткин), графики для определения степени консолидации в угловых точках прямоугольной площади загрузки равномерно распределенной нагрузкой (Р. Гибсон), решение для случая равномерно распределенной нагрузки в условиях плоской задачи (Н. Н. Виргин) и др. Вспомогательные таблицы и графики для использования этих решений приведены в [34, 36].

В качестве примера приведем выражение для напорной функции в случае действия на поверхности полуплоскости сосредоточенной силы, полученное В. Г. Короткиным на основе уравнения консолидации (8.49) в виде

$$H(x, z, t) = \frac{P}{\pi\gamma} \frac{z}{x^2 + z^2} \left[\exp\left(-\frac{x^2 + z^2}{4Ct}\right) - 1 \right]. \quad (8.98)$$

При этом использовалось начальное распределение напоров, определяемое по зависимостям (8.58) и (3.4) как

$$H_0 = \frac{\theta^*}{2\gamma} = \frac{\sigma_x^* + \sigma_z^*}{2\gamma} = \frac{P}{\pi\gamma} \frac{z}{x^2 + z^2}.$$

Учитывая линейность уравнения консолидации (8.49), можно любую распределенную нагрузку разложить на ряд сосредоточенных сил и, определив напоры от каждой из них по зависимости (8.98), сложить их. Полученное приближенное распределение напоров будет отвечать случаю действия распределенной нагрузки на поверхности водопроницаемой полуплоскости. Также исходя из допустимости принципа наложения, можно учесть любой график изменения этой нагрузки во времени, прикладывая часть сосредоточенных сил в различные моменты времени, т. е. изменяя в уравнении (8.98) величину t .

Аналогичным путем можно применить и решение для сосредоточенной силы на поверхности полупространства, используя при этом имеющиеся вспомогательные таблицы или графики [34, 36].

Для решения большинства практически интересных задач, т. е. в условиях более сложной конфигурации области уплотнения, учета конструкций дренажей, календарного графика производства работ приходится переходить к использованию общего метода их численного решения, например, метода конечных разностей, решая задачи с помощью ЭВМ.

Консолидация оснований сооружений. В качестве примера рассмотрим простейший случай уплотнения основания равномерно распределенной полосовой нагрузкой (плоская задача) (рис. 8.16, а). Грунт основания однородный, изотропный, полностью водонасыщенный, а его скелет не обладает свойствами ползучести. Возведение сооружения ведется по календарному графику (рис. 8.16, б).

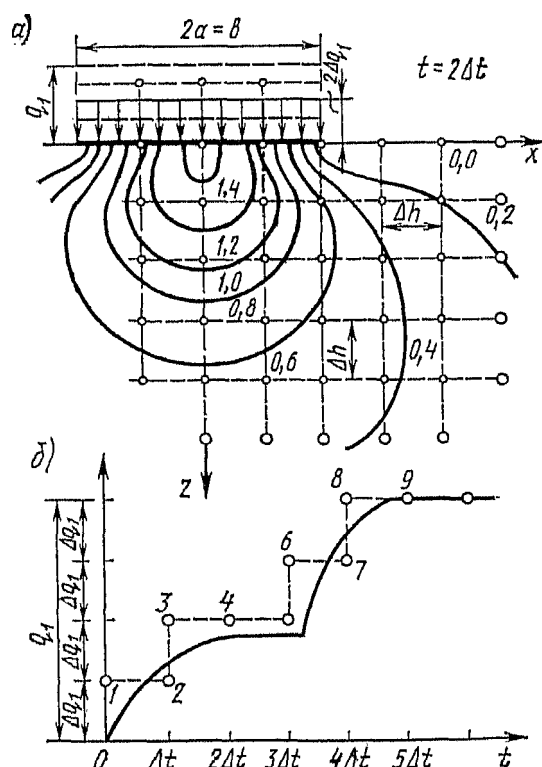


Рис. 8.16. Расчетная сетка и линии равных избыточных напоров (а), действительный и расчетный графики роста нагрузки (б) к расчету консолидации основания

Для демонстрации техники числового решения рассмотрим этот пример в условиях ручного счета, используя уравнение консолидации в простейшей форме (8.70)

$$H_{t+1, i, k} = 0,5\Delta\Theta_{t+1, i, k}^* / \gamma + 0,25S_{t, i, k}.$$

Кроме того, для тех же целей возьмем весьма грубую квадратную сетку с $\Delta h = 0,25b = 0,25 \cdot 2a$ и очень незначительно распространим ее в стороны и в глубь основания (рис. 8.16, а), понимая, что для обеспечения условий на бесконечности этого явно недостаточно.

Тогда, учитывая, что $\alpha = 0,25$, из зависимости (8.66) по известным характеристикам грунта и Δh получим расчетный промежуток времени

$$\Delta t = \frac{0,25 \cdot 2\gamma a}{k(1+e)(1+\xi)} \Delta h^2 \quad (8.99)$$

и можем действительный график производства работ заменить расчетным ступенчатым, как показано на рис. 8.16, б.

Как видно из расчетного графика роста нагрузки, первая ступень Δq_1 прикладывается «мгновенно» и поэтому из начального условия (8.58) и (3.6) получим

$$H_0 = \frac{\Theta^*}{2\gamma} = \frac{\Delta q_1}{\gamma\pi} \operatorname{arctg} \frac{2az}{x^2 + z^2 - a^2}. \quad (8.100)$$

Вместо уравнения (8.100) можно также воспользоваться таблицей 3.1, подсчитывая по ней $\Theta^* = K_z\Delta q_1 + K_x\Delta q_1$. В результате, приняв для упрощения $\Delta q_1 = 1$, составлена первая из таблиц 8.1 для начального распределения напоров в узлах сетки. На водопроницаемой части границы, в том числе и в краевой точке ($x = a$), $H_0 = 0$. Для обеспечения условия водонепроницаемости подошвы сооружения введены фиктивные узлы, в которых начальные напоры приняты такими же, как и полученные расчетом для узлов, расположенных на глубине $0,25 \cdot 2a$ ниже подошвы сооружения.

Таблица 8.1

1; $t=0$, Δq_1

0,65	0,71	0,65				
1	1	1	0	0	0	0
0,65	0,71	0,65	0,42	0,19	0,10	0,06
0,46	0,50	0,46	0,35	0,23	0,15	0,10
0,35	0,38	0,35	0,27	0,23	0,17	0,12
0,27	0,30	0,27	0,25	0,21	0,17	0,13
	0,24	0,24	0,22	0,19	0,16	

2: $t=\Delta t$, Δq_1

0,64	0,70	0,64				
0,57	0,85	0,57	0	0	0	0
0,64	0,70	0,64	0,30	0,19	0,10	0,06
0,46	0,50	0,46	0,34	0,23	0,15	0,10
0,34	0,38	0,34	0,29	0,22	0,17	0,12
0,28	0,29	0,28	0,24	0,21	0,17	0,13
	0,24	0,24	0,22	0,19	0,16	

3: $t=\Delta t$, $2\Delta q_1$

1,29	1,41	1,29				
1,57	1,85	1,57	0	0	0	0
1,29	1,41	1,29	0,72	0,38	0,20	0,12
0,92	1,00	0,92	0,69	0,46	0,30	0,20
0,69	0,76	0,69	0,56	0,45	0,34	0,24
0,55	0,59	0,55	0,49	0,42	0,34	0,26
	0,48	0,48	0,44	0,38	0,32	0,26

4: $t=2\Delta t$, $2\Delta q_1$

1,15	1,35	1,15				
1,11	1,49	1,11	0	0	0	0
1,15	1,35	1,15	0,59	0,34	0,20	0,12
0,92	1,00	0,92	0,66	0,43	0,30	0,20
0,69	0,74	0,69	0,58	0,45	0,34	0,24
0,54	0,58	0,54	0,49	0,42	0,34	0,26
	0,48	0,48	0,44	0,38	0,32	

В последующий момент времени (Δt) при переходе на расчетном графике производства работ из точки 1 в точку 2 нагрузка не меняется, а идет только процесс консолидации, описываемый вторым слагаемым уравнения (8.70), т. е.

$$H_{t+1, i, k} = 0,25 S_{t, i, k} = 0,25 (H_{t, t+1, k} + H_{t, t-1, k} + H_{t, t, k+1} + H_{t, t, k-1}). \quad (8.101)$$

Складывая напоры в четырех соседних узлах или в соответствующих им клетках табл. 8.1 и деля их на четыре, получим напоры в последующий момент времени Δt

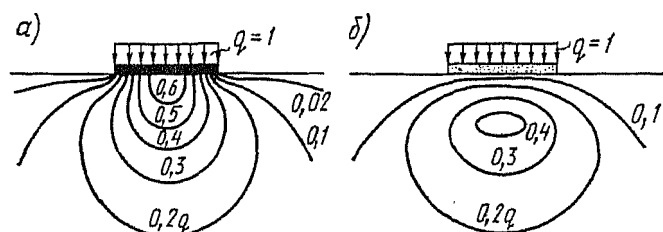


Рис. 8.17. Линии равных напоров в основании при водонепроницаемой (а) и дренирующей (б) подошве сооружения

и таким образом заполним почти всю таблицу для точки 2 графика роста нагрузки. Как и раньше, на водонепроницаемых границах принимаем $H = 0$, а в фиктивных узлах водонепроницаемого участка напоры — равными полученным в симметричных узлах внутри массива. По краям

табл. 8.1, 2 ее клетки не могут быть заполнены путем расчета по формуле (8.101), так как нет значений напоров в соседнем узле. Поэтому в этих крайних узлах напоры определяют путем простейшей линейной экстраполяции после заполнения таблицы расчетом по зависимости (8.70). Для узлов на осевой линии используют значения напоров в симметричных узлах сетки.

Далее в тот же момент времени Δt происходит мгновенный рост нагрузки на величину Δq_1 (точка 3), поэтому соответствующие напоры (табл. 8.1, для точки 3) определяются путем сложения напоров таблиц для точек 2 и 1.

В следующий момент времени $2\Delta t$, т. е. при переходе из точки 3 в точку 4 нет изменения нагрузки и поэтому таблица для точки 4 получается в результате описанной выше операции $H_{t+1, i, k} = 0,25 S_{t, i, k}$ с напорами в таблице для точки 3. Эта операция иногда называется операцией выравнивания. Переход в точку 5 также сопровождается операцией выравнивания напоров в таблице для точки 4. Точка 6 достигается скачком нагрузки на Δq_1 и поэтому к полученным напорам опять добавляются напоры из таблицы для точки 1 и т. д. После достижения точки 8 дальнейший расчет изменения напоров во времени состоит только из одних операций выравнивания.

В результате для любого момента времени $t\Delta t$ может быть получено распределение напоров H или избыточных давлений в поровой воде $p = \gamma H$ во всех узлах сетки. Характер распределения линий равных избыточных напоров для рассмотренного случая загрузки основания показан на рис. 8.16, а.

Завершая рассмотрение примера, следует еще раз подчеркнуть, что при использовании вычислительной техники сетка может быть существенно измельчена и расширена, а уменьшая расчетный проме-

жуток времени Δt и, как следствие Δq , можно лучше вписаться в действительный график роста нагрузки (см. рис. 8.7). В качестве алгоритма машинного счета легко может быть использовано уравнение консолидации в форме (8.64) или (8.66). Однако во всех случаях для обеспечения устойчивости численного решения необходимо, чтобы выполнялось условие $\alpha \leq 0,5$, $\alpha \leq 0,25$ и $\alpha \leq 0,17$ для одномерной, двумерной и пространственной задач.

Введением во все формы уравнения консолидации коэффициента ω , определяемого по зависимости (8.48) как среднего для всей области консолидации, приближенно, но весьма просто, учитывается влияние защемленного газа. Не представляет затруднений учет анизотропии фильтрационных свойств грунтов в горизонтальном и вертикальном направлениях, а также неоднородности напластования грунтов [33, 34].

На процесс консолидации оснований весьма существенное влияние оказывает наличие и расположение дренажей. Так, например, устройство по подошве сооружения дренажа (рис. 8.17) изменяет направление фильтрации отжимаемой из пор грунта воды и приводит к существенному ускорению процесса консолидации основания. В расчетном отношении учет наличия дренажей в простейшем случае сводится к принятию в узлах сетки совпадающих с дренаем в любой момент времени $H = 0$, а в более общем случае $H = H_s$.

Еще более эффективный путь ускорения консолидации оснований — это устройство вертикальных дренажных прорезей или вертикальных скважин, заполненных дренирующим материалом (рис. 8.18), или вертикальных пластмассовых, бумажных и других дрен. В случае дренирующих скважин приходится решать пространственную задачу консолидации, в частности, используя уравнение консолидации в форме (8.67), разбивая основание пространственной сеткой (см. рис. 8.5, в).

Консолидация грунтовых сооружений. Особенностью этих задач является возникающая в большинстве случаев необходимость учета постепенности возведения грунтового сооружения, т. е. выполнения расчетов при меняющейся области консолидации грунта и возрастающих уплотняющих нагрузок. Только численные методы расчета с применением ЭВМ позволяют решать такие задачи консолидации.

Так же как и в случае консолидации основания, для более на-

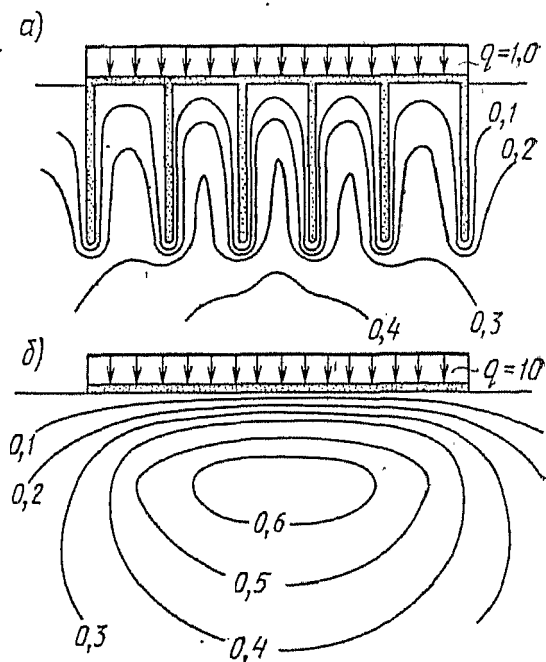


Рис. 8.18. Линии равных избыточных давлений в поровой воде при наличии вертикальных скважин-дрен (а) и при их отсутствии (б)

глядной демонстрации техники численного решения рассмотрим простейший пример постепенного возведения подводной части дамбы (рис. 8.19) из однородного двухфазного грунта ($\omega = 1$, $\gamma_1 \rightarrow \infty$, $i_0 = 0$), используя уравнение консолидации в форме (8.70).

Разбиваем весь профиль сооружения квадратной сеткой на слои толщиной Δh и по известным характеристикам укладываемого грунта по зависимости (8.99) определяем величину расчетного промежутка времени Δt . Тогда график возведения сооружения (рис. 8.19, б) заменяем близким к нему ступенчатым (расчетным) и таким образом

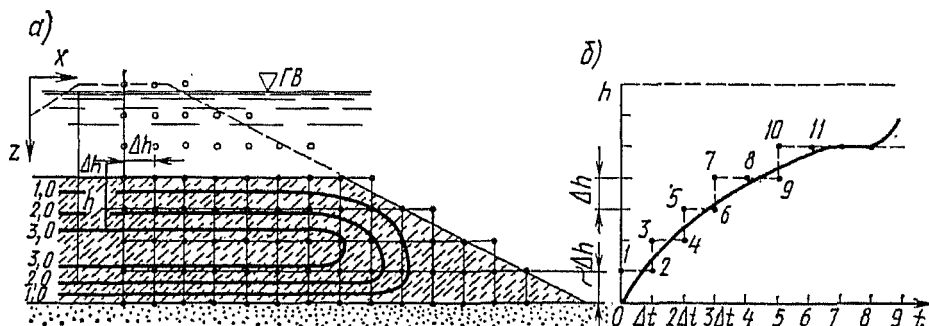


Рис. 8.19. Расчетная сетка и линии равных избыточных напоров (а), график возведения сооружения (б) к расчету консолидации грунтового сооружения

принимаем, что каждый расчетный слой грунта укладывается мгновенно. Каждый номер расчетной точки на ступенчатом графике возведения сооружения будет соответствовать своей таблице напоров в общей расчетной табл. 8.2.

В основании дамбы залегают более водопроницаемые дренирующие грунты, т. е. на границе с основанием $H = 0$. На поверхности каждого слоя и откоса также возможен беспрепятственный отток воды и $H = 0$. По этой причине укладка первого расчетного слоя Δh соответствует случаю $H = 0$ во всех узлах сетки слоя (табл. 8.2; $t = 0$ и $t = \Delta t$).

Мгновенная укладка второго расчетного слоя Δh вызывает возникновение начальных напоров H_0 . В рассмотренном случае уплотняющая нагрузка определяется собственным весом взвешенного в воде грунта. Для определения стабилизированных напряжений в теле сооружения применим схему «гипотетического» грунта Н. М. Герсевича, т. е. $\sigma_z^* = \gamma_{взв} \Delta h$, и, кроме того, для упрощения $\sigma_x^* = \sigma_z^* = \gamma_{взв} \Delta h$. В результате этого $H_0 = \Theta^*/2\gamma = \gamma_{взв} \Delta h / \gamma$, где для рассматриваемой конкретной схемы примем $\Delta h = 2$ м и $\gamma_{взв} = 10$ кН/м³, т. е. получим $H_0 = 2$ м и заполним табл. 3 для $t = \Delta t$ (табл. 8.2), выполняя граничное условие, что в основании на откосе и на поверхности нового слоя $H = 0$.

На следующем этапе при переходе из точки 3 в точку 4, соответствующую $t = 2\Delta t$, выполняют операцию выравнивания, т. е. вычисляют напоры по зависимости (8.101). Затем, следуя расчетному графику роста сооружения, мгновенно укладывают третий слой Δh и напоры везде возрастают на величину $H_0 = 2$ м (табл. 8.2, 5, $t = 2\Delta t$).

Таблица 8.2.

1,2; $t = 0, t = \Delta t$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

3; $t = \Delta t$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

4; $t = 2\Delta t$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,5	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

5; $t = 2\Delta t$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	0	0	0	
3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	2,0	0,5	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

6; $t = 3\Delta t$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,2	0	0	0	
2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	1,7	0,9	0,5	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

7; $t = 3\Delta t$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	0	0	0			
3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	2,8	1,2	0	0	0	
4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	3,0	1,7	0,9	0,5	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

8; $t = 4\Delta t$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,4	0	0				
3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,1	2,0	1,1	0	0	0	
2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,7	2,1	1,2	0,6	0,4	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Учитывая, что крайний узел сетки почти наполовину Δh выходит за пределы действительного откоса для этой части слоя, принимаем $0,5 H_0 = 1$ м. Далее производят операцию выравнивания (6, $t = 3\Delta t$), затем новый рост сооружения (7, $t = 3\Delta t$), снова операция выравнивания (8, $t = 4\Delta t$), которая, учитывая отсутствие роста сооружения для точки 9 ($t = 5\Delta t$), повторяется и т. д.

В результате на любом этапе возведения дамбы будем иметь таблицы напоров (табл. 8.2) в узловых точках расчетной сетки, по которым легко построить линии равных напоров (рис. 8.19, а).

Как уже отмечалось, применение основной расчетной модели В. А. Флорина и соответствующих ей численных методов решения задач консолидации позволяет использовать любой метод определения стабилизированных напряжений (Θ^*). Поэтому при расчете консолидации грунтовых сооружений не обязательно использовать схему «гипотетического» грунта, хотя в случае однородных сооружений ее применение и не вносит существенных погрешностей в оценку самого процесса консолидации.

Как и в случае консолидации оснований, наличие в основании грунтовых сооружений водоупора существенно замедляет процесс их консолидации (рис. 8.20). Расположением дренажей внутри тела сооружения можно вызывать значительное ускорение процесса уплотнения и, как следствие, снижение давлений в поровой воде.

Расчет осадок сооружений во времени. Получаемые в результате расчета консолидации напоры H или давления p в воде, заполняющей

поры грунта, непосредственно сами не представляют практического интереса и необходимы для оценки напряженного состояния деформаций и прочности грунта в рассматриваемый момент времени, в частности для расчета осадок сооружений во времени.

Рассмотрим особенности расчета осадок сооружений во времени на примере способа послойного суммирования осадок без учета боковых деформаций грунта (см. § 5.4) в частном случае нагрузки q , приложенной к поверхности основания (рис. 8.21). Основной особенностью методики такого расчета является определение напряжений $\sigma'' = \sigma_z(\gamma_{гр}) + \sigma_z(q)$, действующих в расчетный момент време-

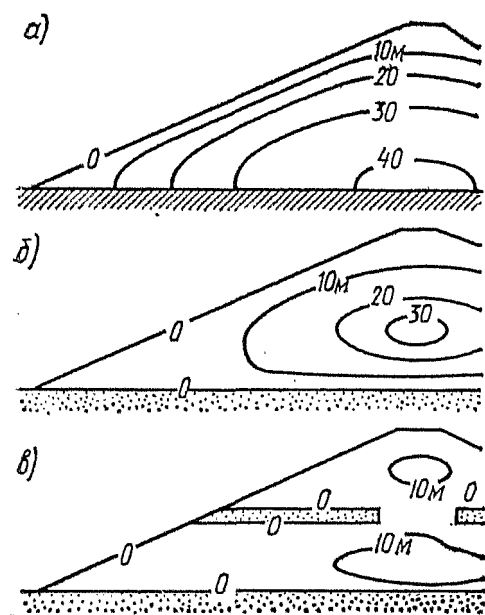


Рис. 8.20. Линии равных напоров в теле сооружения при его расположении на водоупоре (а), на дренирующем основании (б) и при наличии горизонтальных дрен (в)

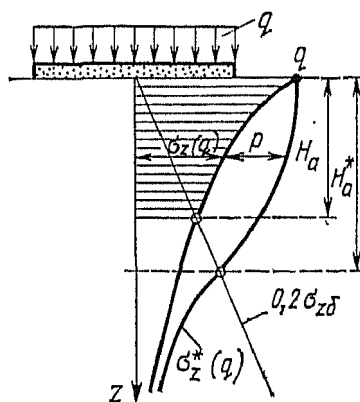


Рис. 8.21. Схема к расчету осадки сооружения в нестабилизированном состоянии

ни в скелете грунта. Исходя из уравнения (8.43) $\sigma_z(q) = \sigma_z^*(q) - p$, где $\sigma_z^*(q)$ — стабилизированные напряжения в скелете грунта от действующей в расчетный момент времени нагрузки q ; p — давление в воде для расчетного момента времени, полученное из предварительного решения задачи консолидации (рис. 8.21). Тогда, определяя для σ'' по компрессионной кривой соответствующее значение e_2 по формуле (5.6), как и для случая расчета конечной осадки S^* , подсчитывают осадку S_t в расчетный момент времени. Также могут использоваться зависимости (5.7) и (5.8) непосредственной подстановкой в них действующих в расчетный момент времени напряжений $\sigma_z = \sigma_z^*(q) - p$.

В случае расчета осадок с учетом боковых деформаций грунта (см. § 5.4) необходимо определение не только нестабилизированных напряжений, σ_z , но и $\Theta = \Theta^* - 2p$.

Кроме того, в процессе консолидации изменяется активная глубина сжатия грунта H_a . По мере уплотнения грунта, уменьшения давлений в поровой воде p и повышения напряжений в скелете грун-

та σ_z активная глубина увеличивается, постепенно приближаясь к активной глубине H_a^* , соответствующей стабилизированному состоянию грунта.

Определяя осадку для различных моментов времени процесса консолидации, можно построить график осадки сооружения во времени (рис. 8.22). Только в результате такого расчета представляется возможным оценить величину осадки сооружения после окончания возведения сооружения ($t_{стр}$), т. е. осадку на период эксплуатации как $S_{экс} = S^* - S_{стр}$ (рис. 8.22), где S^* — стабилизированная, конечная осадка сооружения (см. § 5.4).

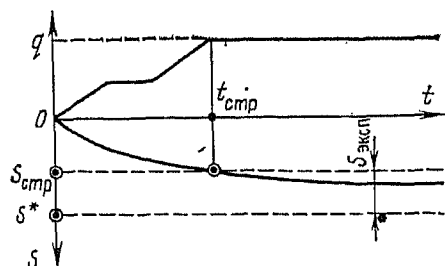


Рис. 8.22. График роста нагрузки q и развития осадки S во времени t

Оценку осадки грунтовых сооружений после их полного возведения, т. е. осадки в эксплуатационный период или необходимого строительного подъема, можно также производить по зависимости (5.7)

$$S_{экс} = \sum_0^h \frac{p_i \alpha}{1 + e_i} \Delta z_i,$$

где p_i — давления в поровой воде в момент окончания возведения грунтового сооружения или территории; h — высота грунтового сооружения.

Расчет устойчивости в нестабилизированном состоянии. Так как процесс консолидации сопровождается отжатием — фильтрацией воды из пор грунта, то при расчетах устойчивости сооружений, находящихся в нестабилизированном состоянии, необходим учет действия возникающих при этом фильтрационных сил. При использовании системы сил I^* (см. § 7.3), т. е. замене действия объемных фильтрационных сил граничными давлениями в воде по контуру области выпора или обрушения, в состав их должны входить давления, возникающие в процессе консолидации грунта. Например, при расчете устойчивости массивного сооружения (рис. 8.23, а) на водонасыщенном основа-

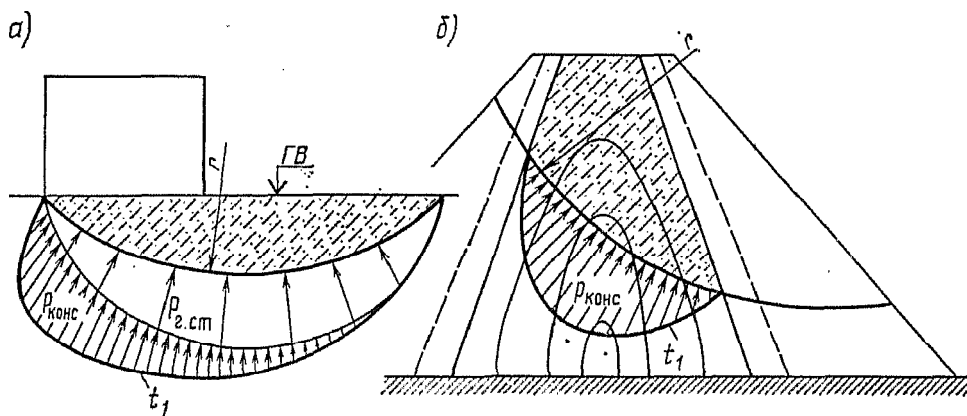


Рис. 8.23. К расчету устойчивости основания (а) и плотины с глинистым ядром (б) в нестабилизированном состоянии

нии в предположении круглоцилиндрических поверхностей скольжения, используя зависимости (7.22) или (7.24), необходимо по поверхности скольжения дополнительно к гидростатическому давлению $p_{г.ст}$ приложить полученные из расчета консолидации основания избыточные давления в воде $p_{конс}$, т. е. в зависимостях (7.22) и (7.24) $p_i = p_{г.ст} + p_{конс}$. Со временем $p_{конс}$ уменьшается и коэффициент запаса устойчивости сооружения по мере уплотнения грунта увеличивается. Аналогичным путем учитывают процесс консолидации и при оценке устойчивости откосных сооружений. Например, получив для консолидирующегося в строительный период глинистого ядра плотины распределение избыточных давлений в поровой воде (рис. 8.23, б) можно в расчете устойчивости учесть нестабилизированное состояние, приложив по границе поверхности скольжения в пределах ядра эпюру избыточных давлений в поровой воде, т. е. в этом случае $p_i = p_{конс}$.

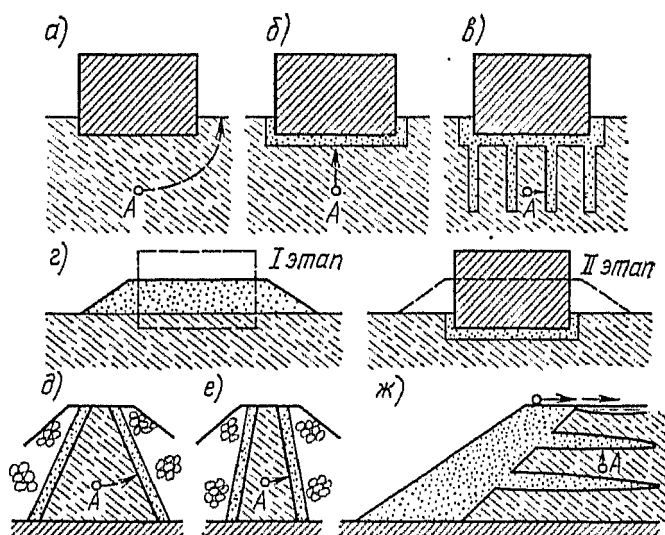


Рис. 8.24. Схемы мероприятий, ускоряющих процесс консолидации грунтов

Основные мероприятия по ускорению консолидации и повышению устойчивости сооружений в нестабилизированном состоянии. Наиболее эффективным путем ускорения процесса консолидации оснований и, как следствие, повышение их устойчивости является их *дренирование*, т. е. уменьшение путей фильтрации отжимаемой воды (например, из точки А на рис. 8.24, а—в). При устройстве вертикальных дрен (см. рис. 8.18 и 8.24, в) их глубиной и расположением в плане можно обеспечить любой срок практического завершения процесса консолидации.

В случае сильно сжимаемых грунтов основания может применяться *предварительная огрузка основания*, укладывая в пределах будущего сооружения временную пригрузку слоем грунта с обязательным устройством дренирующей подушки (рис. 8.24, г). После окончания основной части осадки пригрузка убирается и возводится сооружение (рис. 8.24, г). Если давление от пригрузки близко или больше среднего давления от сооружения, то таким образом осадки самого сооружения можно довести до минимума. Для возможности управления сроками применения временной огрузки ее рационально применять в комплексе с *вертикальными дренами*. Таким образом, можно построить практически безосадочное сооружение на любых слабых грунтах и за любой срок.

В грунтовых сооружениях также может использоваться дренирование, например путем устройства *горизонтальных дрен* в теле

хвостохранилища, намывая в прудковую зону прослой из более крупнозернистой части хвостов (рис. 8.24, д). Одним из путей ускорения консолидации глинистых противофильтрационных ядер и экранов плотин является уменьшение их толщины (рис. 8.24, е, ж), конечно, при условии обеспечения их фильтрационной прочности.

Основной путь уменьшения давления в поровой воде грунтовых сооружений или их противофильтрационных элементов из глинистых грунтов — это *уменьшение сжимаемости грунтов*, что обеспечивается уплотнением грунтов, например, укаткой или трамбованием в процессе их укладки или подбором их соответствующего гранулометрического состава. Последнее должно обеспечивать необходимую малую водопроницаемость грунта и достаточную жесткость его скелета, чего иногда удается добиться, смешивая грунты различных карьеров — глинистого и крупнообломочного.

8.11 ПРОЦЕСС ОТРЫВА СООРУЖЕНИЙ ОТ ОСНОВАНИЙ

Задача оценки условий отрыва и определения требуемого для этого усилия возникает при подъеме судов, расчете держащей силы «мертвых» якорей, снятии с грунта морских гравитационных буровых опор при их перестановке, а также в случае действия на них значительных волновых и ветровых нагрузок.

Отрыв сооружений от оснований может происходить *по его контакту с грунтом*, либо *с захватом грунтов основания*. Характер отрыва в значительной мере определяется скоростью нарастания отрывающего усилия и зависит от свойств грунта основания, в частности от

прилипания (адгезии) грунта, т. е. сцепления контактной поверхности сооружения с частицами грунта за счет действия молекулярных сил. *Липкость L* ряда глинистых и илистых грунтов достигает значительных величин (0,01...0,1 МПа), а в достаточно чистых песках она отсутствует.

По мере постоянного возрастания отрывающего усилия $q_{отр}$ (рис. 8.25) вначале в грунте основания происходит уменьшение напряжений от собственного веса сооружения (q_c), а затем вследствие наличия сил адгезии (прилипания L) в скелете грунта, обладающего сцеплением, развиваются растягивающие напряжения. Все это вызывает вначале разбухание, а затем и разуплотнение грунта

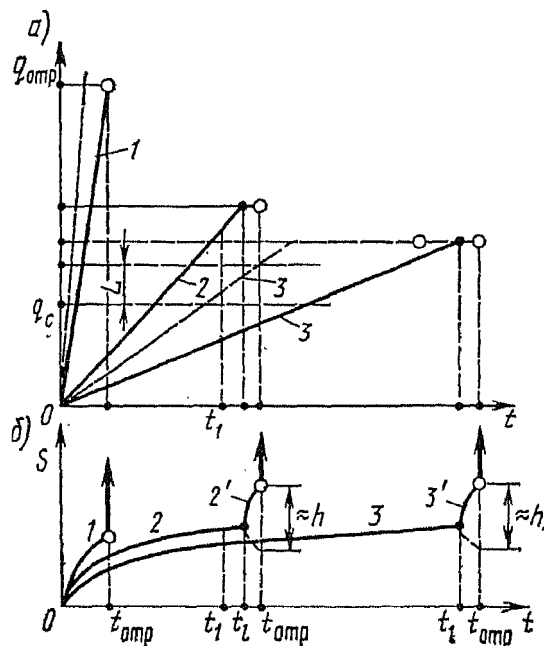


Рис. 8.25. Графики роста отрывающих нагрузок (а) и подъема (б) сооружения

(рис. 8.25, б), сопровождаемое развитием отрицательных, избыточных давлений в поровой воде и процессом неустановившейся фильтрации воды из акватории в основание сооружения, т. е. процессом *реконсолидации*, который описывается приведенными выше уравнениями консолидации.

Например, в случае полосовой равномерно распределенной постепенно возрастающей (рис. 8.25, а) отрывающей нагрузки $q_{отр}$ для полностью водонасыщенного грунта, обладающего липкостью, отрицательные избыточные давления в воде p от нагрузки $q_{отр}$ определяются способом конечных разностей по зависимостям (8.100) и (8.70) или (8.64) по методике, описанной в § 8.10. Контактная поверхность сооружения принимается водонепроницаемой (рис. 8.26). При $p > \sigma_{z,отр}^* - \sigma_{z,с}^*$ происходит процесс разбухания грунта и уменьшение сжимающих напряжений $\sigma_{z,с}$ от веса сооружения, а при $p < \sigma_{z,отр}^* - \sigma_{z,с}^*$ развитие дополнительных растягивающих напряжений σ_z в скелете грунта (рис. 8.26, б, в).

Рассматривая изменения во времени распределения контактных напряжений и давлений в поровой воде (рис. 8.26, б), время t_l нарушения контакта подошвы сооружения с грунтом или отрыва от грунта незаглубленного сооружения можно приближенно определить из условия

$$\Sigma (q_{отр} - p) \Delta x = \Sigma \sigma'_{z,t} \Delta x = q_c b + Lb. \quad (8.102)$$

С увеличением скорости приложения отрывающей нагрузки время нарушения контакта t_l сокращается (рис. 8.25), но соответственно увеличивается необходимое для этого отрывающее усилие.

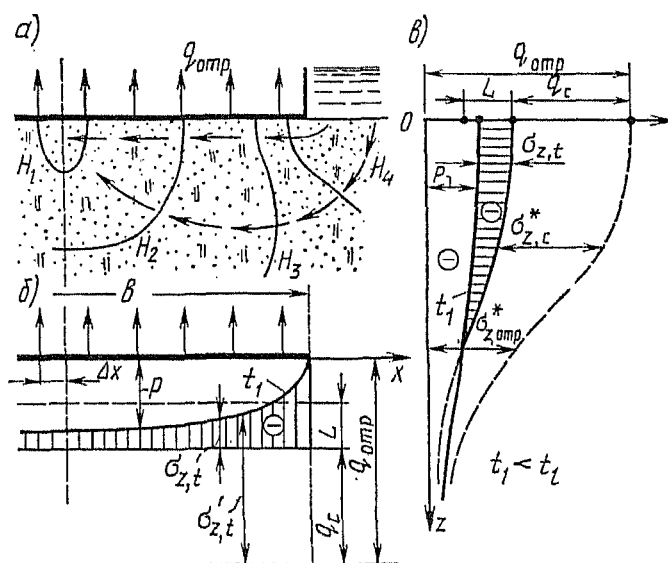


Рис. 8.26. Линии равных избыточных напоров (а) и эпюры отрицательных избыточных давлений в поровой воде и растягивающих напряжений в скелете грунта по подошве сооружения (б) и по вертикали (в)

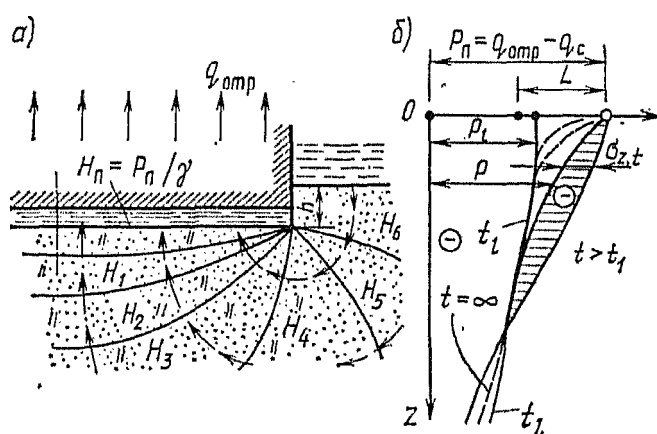


Рис. 8.27. Линии равных избыточных напоров (а) и эпюры отрицательных давлений в поровой воде (б) в период образования полости

В результате практически всегда наблюдаемого хотя бы небольшого заглубления сооружения h , после выполнения условия (8.102), контакт с грунтом «мгновенно» нарушается, но отрыв сооружения от грунта происходит только после постепенного заполнения образующейся под подошвой сооружения полости (рис. 8.27, а) профильтровавшейся водой, и перемещения подошвы сооружения относительно грунта основания примерно на величину h . Внутри полости возникает постоянное дополнительное отрицательное давление

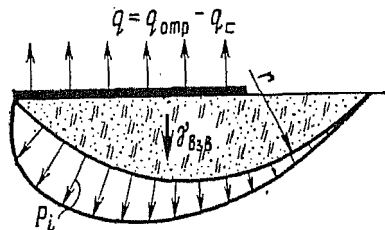


Рис. 8.28. Схема отрыва сооружения с захватом грунтов основания

в воде $p_{\Pi} = q_{отр} - q_c$. Расчет консолидации продолжается по зависимости (8.70) или (8.64), принимая на границе полости $H_{\Pi} = p_{\Pi} / \gamma$. По мере увеличения полости имевшиеся в грунте растягивающие напряжения σ_z постепенно уменьшаются (рис. 8.27, б) и грунт в этой зоне вторично уплотняется, а избыточное давление (напоры) постепенно приближаются к получаемым в случае установившегося движения воды из акватории в полость*.

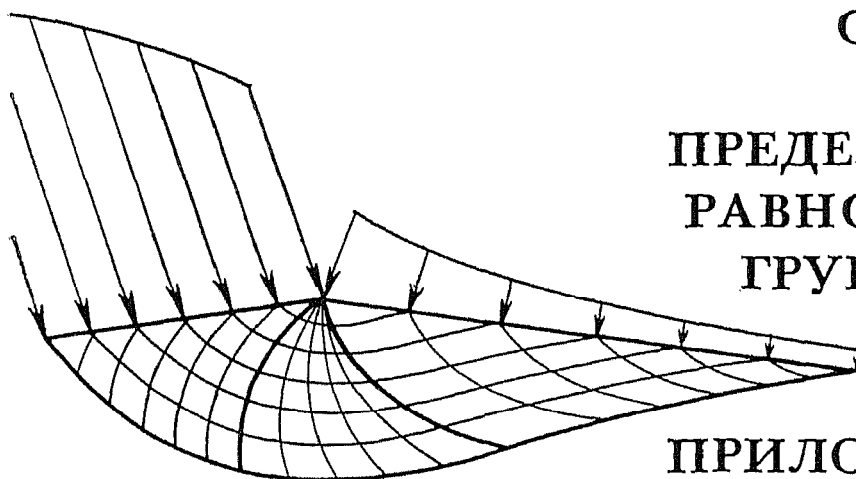
Имея градиенты напора вблизи полости, можно определить скорость движения подошвы сооружения (рис. 8.25, б, кривые 2' или 3') и время его отрыва (вырывания) $t_{отр}$.

Однако, прежде чем по контактной поверхности сооружения успевают развиться достаточные растягивающие напряжения при быстром росте $q_{отр}$ (график 1 на рис. 8.26), возможно возникновение его отрыва с захватом грунта основания. Одним из методов оценки усилия, необходимого для отрыва с захватом грунта основания или определения момента времени отрыва при заданном отрывающем усилии, может быть расчет устойчивости основания в нестабилизированном состоянии путем поиска поверхности вырывания грунта (в частности, круглоцилиндрической, рис. 8.28) с коэффициентом устойчивости, равным 1. Учитывая процесс реконсолидации грунта в зависимостях (7.22) или (7.24), следует заменить $(q_i - p_i)$ на $(q_i + p_i)$. В расчетной схеме (рис. 8.28) следует определять p_i от действия всей отрывающей нагрузки $q_{отр}$. Вследствие постепенного уменьшения p_i устойчивость основания на вырывание со временем уменьшается.

При отрыве сооружения с захватом грунта основания резко возрастает $q_{отр}$, но уменьшается $t_{отр}$. Учет наличия защемленного газа и процессов газовыделения или явлений ползучести скелета грунта существенно уменьшают $q_{отр}$ и $t_{отр}$. Ускорение процесса отрыва возможно путем принудительной подачи воды в контактную зону сооружения или путем инъецирования в нее газа. При необходимости увеличения силы «присоса» возможно вакуумирование контакта.

* В частном случае, рассмотренном П. П. Бородавкиным, неучета липкости ($L = 0$) и отсутствия предварительного уплотнения грунта от q_c всегда при $q_{отр} > q_c$ время $t_l = 0$, а скорость образования полости определяется только процессом установившейся фильтрации (решение Б. Ю. Калиновича), так как в этом случае от действия фильтрационных сил сумма фильтрационных напряжений $\Theta = 0$, как следствие, нет процесса реконсолидации (см. § 3.3 и рис. 3.23).

ОСНОВЫ ТЕОРИЙ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ ГРУНТОВОЙ СРЕДЫ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ



9.1 ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕОРИИ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ (ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА)

На базе теории предельного равновесия оцениваются несущая способность оснований, устойчивость откосов и давление грунта на сооружения.

В этом направлении первые исследования проводились Ф. Коттером (1903), Г. Рейснером (1925), Т. Карманом (1927), А. Како (1934), В. И. Новоторцевым (1938). Создание современной теории предельного равновесия и разработка общего метода решения задач определились с 1939 по 1960 г. фундаментальными трудами В. В. Соколовского [27]. Графический метод решения плоской задачи был разработан С. С. Голушкевичем (1948), а решения осесимметричной задачи были получены В. Г. Березанцевым (1948). Дальнейшее развитие задачи теории предельного равновесия получили в работах М. В. Малышева, В. С. Христофорова, Ю. И. Соловьева, Ю. А. Соболевского, А. С. Строганова, П. И. Яковлева, Г. Мейергофа, Ж. Биареза и др.

В основу теории предельного равновесия положена модель, предполагающая, что во всех точках рассматриваемой грунтовой среды имеется предельное напряженное состояние, т. е. возникают нарушения прочности грунта и справедлива зависимость Кулона (2.32). Как уже отмечалось в гл. 2, в каждой точке грунтовой среды, находящейся в предельном напряженном состоянии, возникают две площадки скольжения, расположенные по отношению к главным площадкам под углами $45^\circ + \varphi/2$ и $45^\circ - \varphi/2$, а между собой они пересекаются под углами $90^\circ + \varphi$ и $90^\circ - \varphi$ (см. рис. 2.14).

Кривые, касательные к которым совпадают в каждой точке с линиями пересечения из систем площадок скольжения в этой точке с плоскостью чертежа, называются *линиями скольжения*. Совокупность этих линий обычно называют *сеткой линий скольжения*. Элементарные площадки скольжения образуют в массиве грунта, находящемся в состоянии предельного равновесия, *два семейства непрерывных поверхностей скольжения* или *два семейства линий скольжения* в плоской задаче (см. рис. 7.2, г).

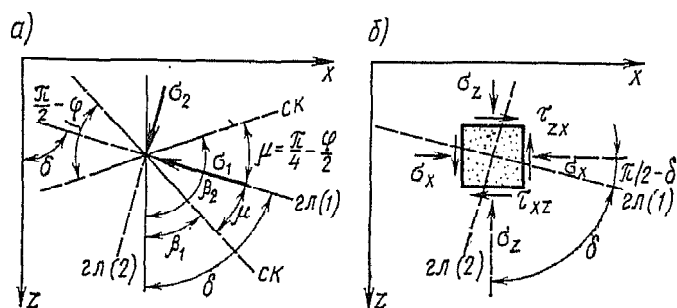


Рис. 9.1. Взаимное расположение главных площадок (гл), площадок скольжения (ск) (а) и элемента грунта (б) в случае предельного напряженного состояния

Как известно из гл. 2, решение плоской задачи теории предельного равновесия сводится к решению системы уравнений, состоящей из двух уравнений равновесия и условия предельного напряженного состояния

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = X; \quad (9.1)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = Z; \quad (9.2)$$

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = (\sigma_x + \sigma_z + 2\sigma_c)^2 \sin^2 \varphi \quad \text{или} \quad (9.3)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = (\sigma_1 + \sigma_2 + 2\sigma_c) \sin \varphi. \quad (9.4)$$

Таким образом, задача является статически определимой и сводится к нахождению неизвестных σ_x , σ_z , τ_{xz} в системе из трех уравнений.

Однако представляется целесообразным, введя другие неизвестные, представить систему уравнений в более удобном для решения виде. Для этого обозначим *угол наклона большего главного напряжения σ_1 к вертикальной оси z* через δ , а углы наклона площадок скольжения к этой же оси для первого семейства β_1 и для второго β_2 . Тогда в соответствии с рис. 9.1, а

$$\beta_1 = \delta + \mu; \quad \beta_2 = \delta - \mu \quad \text{и} \quad \beta_2 = 2\delta - \beta_1, \quad \text{где} \quad \mu = \pi/4 - \varphi/2. \quad (9.5)$$

Уравнения линий скольжения (рис. 9.1) в любой точке могут быть записаны в дифференциальной форме для первого и второго семейств как

$$\frac{dx}{dz} = \operatorname{tg}(\delta + \mu) \quad \text{и} \quad \frac{dx}{dz} = \operatorname{tg}(\delta - \mu). \quad (9.6)$$

Напряжения σ_x , σ_z , τ_{xz} можно выразить через главные напряжения σ_1 и σ_2 и угол δ (рис. 9.1, б) по формулам

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 0,5(\sigma_1 + \sigma_2) - 0,5(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\delta; \\ \sigma_z &= 0,5(\sigma_1 + \sigma_2) + 0,5(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\delta; \\ \tau_{xz} &= 0,5(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\delta. \end{aligned} \right\} \quad (9.7)$$

Введем обозначение $\sigma = 0,5 (\sigma_1 + \sigma_2) + \sigma_c$
или

$$0,5 (\sigma_1 + \sigma_2) = \sigma - \sigma_c. \quad (9.8)$$

Тогда из сопоставления уравнений (9.4) и (9.8) получим

$$0,5 (\sigma_1 - \sigma_2) = \sigma \sin \varphi \quad (9.9)$$

и формулы (9.7) можно представить в виде

$$\sigma_x = \sigma - \sigma_c - \sigma \sin \varphi \cos 2\delta = \sigma (1 - \sin \varphi \cos 2\delta) - \sigma_c; \quad (9.10)$$

$$\sigma_z = \sigma - \sigma_c + \sigma \sin \varphi \cos 2\delta = \sigma (1 + \sin \varphi \cos 2\delta) - \sigma_c; \quad (9.11)$$

$$\tau_{xz} = \sigma \sin \varphi \sin 2\delta. \quad (9.12)$$

Следует отметить, что благодаря использованию уравнения (9.9) выражения (9.10) — (9.12) соответствуют условию, что в пределах рассматриваемой области во всех точках имеется предельное напряженное состояние.

Продифференцируем уравнение (9.10) по x , (9.11) — по z и (9.12) — по x и z и затем, подставив в уравнения (9.1) и (9.2), получим систему, состоящую из двух дифференциальных уравнений равновесия, удовлетворяющих условию предельного напряженного состояния (9.3) или (9.4):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial x} (1 - \sin \varphi \cos 2\delta) + 2\sigma \sin \varphi \sin 2\delta \frac{\partial \delta}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial z} \sin \varphi \sin 2\delta + \\ + 2\sigma \sin \varphi \cos 2\delta \frac{\partial \delta}{\partial z} = X; \end{aligned} \quad (9.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \sin \varphi \sin 2\delta + 2\sigma \sin \varphi \cos 2\delta \frac{\partial \delta}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial z} (1 + \sin \varphi \cos 2\delta) - \\ - 2\sigma \sin \varphi \sin 2\delta \frac{\partial \delta}{\partial z} = Z, \end{aligned} \quad (9.14)$$

в которой неизвестными функциями являются средние напряжения σ и углы наклона наибольших главных напряжений к вертикали δ .

Таким образом, решение задачи теории предельного равновесия сводится к решению двух дифференциальных уравнений (9.13) и (9.14), из которых определяются σ и δ , после чего искомые напряжения σ_x , σ_z , τ_{xz} могут быть найдены по зависимостям (9.10) — (9.12).

С помощью ряда продуманных подстановок переменных В. В. Соколовскому удалось привести выражения (9.13) и (9.14) к более простому виду. Им было предложено заменить σ функцией χ , которая связана с ней зависимостью

$$\chi = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \varphi \ln \frac{\sigma}{\sigma_0}, \quad (9.15)$$

где σ_0 — любое напряжение, часто принимаемое равным σ_c .

Используя (9.15) в уравнениях (9.13) и (9.14), имеем

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = 2\sigma \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial \chi}{\partial x} \text{ и } \frac{\partial \sigma}{\partial z} = 2\sigma \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial \chi}{\partial z}.$$

Кроме того, в получаемых формулах удобнее *заменить переменные* χ и δ *переменными* ζ и η , связанными с ними зависимостями

$$\left. \begin{aligned} \chi &= 0,5(\zeta + \eta) \text{ и } \delta = 0,5(\zeta - \eta) \\ \text{или } \zeta &= \chi + \delta \text{ и } \eta = \chi - \delta. \end{aligned} \right\} \quad (9.16)$$

В результате подстановки в уравнения (9.13) и (9.14) этих зависимостей с учетом, что из (9.5) $\varphi = 90^\circ - 2\mu$, и ряда преобразований [34] получим *основные уравнения плоской задачи теории предельного равновесия в форме, предложенной В. В. Соколовским:*

$$\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \operatorname{tg}(\delta + \mu) \frac{\partial \zeta}{\partial x} = a; \quad (9.17)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial z} + \operatorname{tg}(\delta - \mu) \frac{\partial \eta}{\partial x} = b, \quad (9.18)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a \\ b \end{aligned} \right\} = \pm \frac{X \cos(\delta \mp \mu) - Z \sin(\delta \mp \mu)}{2\sigma \sin \varphi \cos(\delta \pm \mu)}. \quad (9.19)$$

Таким образом, определив из этой системы две неизвестные функции ζ и η , можно найти из (9.15) и (9.16) $\sigma = \sigma_0 \exp[(\zeta + \eta) \operatorname{tg} \varphi]$ и $\delta = 0,5(\zeta - \eta)$, а затем искомые напряжения σ_x , σ_z , τ_{xz} по зависимостям (9.10) — (9.12).

Уравнения (9.17) — (9.19) представляют собой квазилинейные дифференциальные уравнения в частных производных гиперболического типа; решение каждого приводит к решению двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Эти решения (корни уравнений) называют характеристиками.

Полученные зависимости (9.17) и (9.18) могут быть преобразованы и представлены в еще более удобном для решения задачи виде. Так, учитывая зависимости (9.5) для наклона касательных к кривым скольжения к оси z , легко можно представить уравнения (9.17) и (9.18) в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\partial z} \cos \beta_1 + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \sin \beta_1 &= a \cos \beta_1; \\ \frac{\partial \eta}{\partial z} \cos \beta_2 + \frac{\partial \eta}{\partial x} \sin \beta_2 &= b \cos \beta_2. \end{aligned} \right\} \quad (9.20)$$

Как известно, производную от сложной функции, например, ζ , изменяющейся при перемещении по кривой скольжения первого семейства s_1 , координаты которой x , z , в свою очередь, также изменяются, можно представить в соответствии с рис. 9.2 в виде

$$\frac{\partial \zeta}{\partial s_1} = \frac{\partial \zeta}{\partial z} \frac{dz}{ds_1} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{dx}{ds_1} = \frac{\partial \zeta}{\partial z} \cos(z, s) + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \cos(x, s),$$

а учитывая, что $(z, s) = \beta_1$ и $(x, s) = 90^\circ - (z, s) = 90^\circ - \beta_1$, получим

$$\frac{\partial \zeta}{\partial s_1} = \frac{\partial \zeta}{\partial z} \cos \beta_1 + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \sin \beta_1.$$

Аналогичным путем можно представить производную от функции η при движении по кривой скольжения второго семейства s_2 .

В результате уравнения (9.20), учитывая, что $\cos \beta_1 = dz/ds_1$ и $\cos \beta_2 = dz/ds_2$, можно записать в форме

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\partial s_1} &= a \cos \beta_1 = a \frac{dz}{ds_1}; \\ \frac{\partial \eta}{\partial s_2} &= b \cos \beta_2 = b \frac{dz}{ds_2}. \end{aligned} \right\} \quad (9.21)$$

При перемещении вдоль линии скольжения первого семейства от точки 1 до точки 2 (рис. 9.2) функция ζ получает приращение $d\zeta$, равное $d\zeta = \frac{\partial \zeta}{\partial s_1} ds_1$, которое, учитывая первое из уравнений предельного равновесия (9.21), можно представить как

$$d\zeta = \frac{\partial \zeta}{\partial s_1} ds_1 = a \frac{dz}{ds_1} ds_1, \text{ откуда следует } \frac{d\zeta}{dz} = a.$$

Аналогичным путем при перемещении вдоль линии скольжения второго семейства получим второе уравнение (9.21) в виде $d\eta/dz = b$.

Таким образом, учитывая полученные выражения и зависимость (9.6), задача сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

для первого семейства линий скольжения

$$dx/dz = \operatorname{tg}(\delta + \mu); \quad d\zeta/dz = a, \quad (9.22)$$

для второго семейства линий скольжения

$$dx/dz = \operatorname{tg}(\delta - \mu); \quad d\eta/dz = b. \quad (9.23)$$

В случае невесомой грунтовой среды, т. е. при отсутствии объемных сил X и Z , как следует из (9.19), $a = 0$ и $b = 0$.

Не приводя подробно изложенные в работах [34, 35] доказательства, отметим, что уравнения (9.22) и (9.23) тождественно совпадают с уравнениями характеристик в частных производных (9.17) и (9.18). Иными словами, *графики характеристик совпадают с линиями скольжения*. Таким образом, решение исходной системы уравнений в частных производных (9.1) — (9.3) сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений характеристик (9.22) — (9.23), что во многих случаях очень удобно.

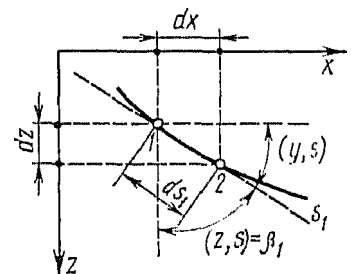
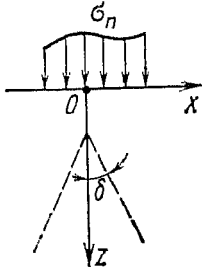


Рис. 9.2. Элементарный участок ds_1 линии скольжения s_1

9.2 ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ И ОСОБЫЕ ТОЧКИ

Граничные условия рассмотрим для случая, когда поверхность среды ограничена горизонтальной плоскостью ($z = 0$), к которой приложена только нормальная нагрузка $\sigma_n = p(x)$ и, следовательно, ее горизонтальная составляющая $\tau_n = 0$. Тогда в уравнении (9.12) $\tau_{xz} = \tau_n = 0$, и так как $\sigma \sin \varphi \neq 0$, то $\sin 2\delta = 0$, откуда



$$2\delta = (k - 1)\pi/2 + 2n\pi, \quad (9.24)$$

где $k = \pm 1$ и n — любое целое число.

Так как поверхность горизонтальна, то в граничных точках угол δ может изменяться лишь в пределах (рис. 9.3) $-\pi/2 \leq \delta \leq +\pi/2$ и в соответствии с (9.24) возможны только случаи: $k = +1$ и $n = 0$, откуда $\delta = 0$; $k = -1$ и $n = 0$, откуда $\delta = -\pi/2$, что соответствует $x \leq 0$; $k = -1$ и $n = 1$, откуда $\delta = +\pi/2$, что соответствует $x \geq 0$.

Рис. 9.3. Граничная внешняя нормальная нагрузка σ_n

В случае $k = +1$, $n = 0$ и $\delta = 0$ из уравнения (9.10) с учетом $\sigma_z = \sigma_n$ найдем

$$\sigma = (\sigma_n + \sigma_c)/(1 + \sin \varphi), \quad (9.25)$$

и по зависимости (9.11)

$$\sigma_x = \sigma(1 - \sin \varphi) - \sigma_c = (\sigma_n + \sigma_c) \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} - \sigma_c. \quad (9.26)$$

Этот случай в теории предельного равновесия называют случаем *минимального давления*. Сравнивая зависимость (9.26) с (2.48), можно заметить, что он может быть также назван случаем *активного давления*.

В случае $k = -1$ и $n = 0$ или 1, т. е. при $\delta = \pm\pi/2$ и $\cos 2\delta = -1$, из уравнения (9.10)

$$\sigma = (\sigma_n + \sigma_c)/(1 - \sin \varphi), \quad (9.27)$$

а из зависимости (9.11)

$$\sigma_x = \sigma(1 + \sin \varphi) - \sigma_c = (\sigma_n + \sigma_c) \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - \sigma_c. \quad (9.28)$$

Этот случай называют случаем *максимального или пассивного давления* (см. § 2.3).

Чтобы перейти к переменным η и ζ , по выражениям (9.16) и (9.15) определяют их граничные значения при $\delta = 0$

$$\zeta = \eta = 0,5 \operatorname{ctg} \varphi \ln(\sigma/\sigma_0) \quad (9.29)$$

и при $\delta = \pm\pi/2$

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= 0,5 \operatorname{ctg} \varphi \ln(\sigma/\sigma_0) \pm \pi/2, \\ \eta &= 0,5 \operatorname{ctg} \varphi \ln(\sigma/\sigma_0) \mp \pi/2. \end{aligned} \right\} \quad (9.30)$$

Граничные значения функции β_1 определяют из зависимостей (9.5) как

$$\beta_1 = \delta + \mu = \delta + \pi/4 - \varphi/2, \quad (9.31)$$

при $\delta = 0$ $\beta_1 = \pi/4 - \varphi/2$; при $\delta = -\pi/2$ $\beta_1 = -\pi/4 - \varphi/2$ и при $\delta = +\pi/2$ $\beta_1 = 3\pi/4 - \varphi/2$.

Аналогичным путем могут быть получены граничные условия в более общем случае, когда на границе заданы нормальные и касательные внешние нагрузки σ_n и τ_n , а сама граница на элементарном участке имеет наклон к горизонту θ . Опуская выкладки (см. [34]) и обозначая $\tau_n/(\sigma_n + \sigma_c) = -\operatorname{tg} \alpha$, приведем выражения для граничных значений σ и δ при $\theta = 0$ в виде

$$\sigma = \frac{\sigma_n + \sigma_c}{\cos \alpha \cos^2 \varphi} \left(\cos \alpha - k \sqrt{\sin^2 \varphi - \sin^2 \alpha} \right), \quad (9.32)$$

$$2\delta = 2\theta - \alpha + (k - 1) \pi/2 - k \arcsin \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} + 2n\pi, \quad (9.33)$$

где $k = \pm 1$ и n — произвольное целое число.

Граничные же значения функции ζ и η в соответствии с (9.15) и (9.16) легко вычисляют по выражениям

$$\left. \begin{matrix} \zeta \\ \eta \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \varphi \ln \frac{\sigma}{\sigma_0} \pm \delta. \quad (9.34)$$

Как уже отмечалось, через каждую точку среды, находящуюся в предельном напряженном состоянии, проходит две линии скольжения, принадлежащие к двум разным семействам. Однако существуют особые точки, через которые проходит пучок линий скольжения одного семейства (рис. 9.4). Особые точки возникают в местах скачка нагрузки (рис. 9.4, а), изломов поверхности грунта (рис. 9.4, б), в частности, вызванных изломами граней подпорных стенок (рис. 9.4, в).

Для нахождения функций ζ и η в особой точке проведем, как показано на рис. 9.4, а, на бесконечно малом расстоянии от точки O одну из линий другого семейства, пересекающей весь пучок линий скольжения, сходящихся в точке O , т. е. выделим бесконечно малую область вокруг точки O . Учитывая малые размеры выделенной области, ее можно считать невесомой.

В случае невесомой среды, т. е. при $a = 0$ и $b = 0$, в уравнениях (9.22) и (9.23) вдоль линий скольжения первого семейства $\zeta = \operatorname{const}$ и второго $\eta = \operatorname{const}$. Полагая кривые скольжения 1—5 на рис. 9.4 принадлежащими к первому семейству, а кривую скольжения O_1O_5 — ко второму, найдем, что по линии скольжения O_1O_5

$$\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta_4 = \eta_5 = \operatorname{const}. \quad (9.35)$$

Для функции ζ из пучка линий

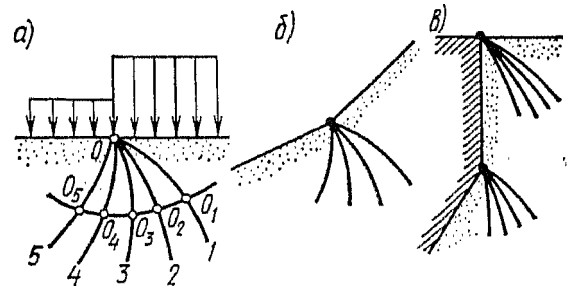


Рис. 9.4. «Особые точки»

скольжения 1—5 можно выбрать такие, для которых значения ζ на линии O_1O_5 будут меняться по линейному закону от ζ_1 до ζ_5 для крайних кривых пучка.

9.3 ПРОСТЕЙШИЕ ЧАСТНЫЕ РЕШЕНИЯ

Случай прямолинейных линий скольжения. Рассмотрим *простейший случай* предельного напряженного состояния земляной среды, ограниченной горизонтальной плоскостью $z = 0$, полагая, что оно

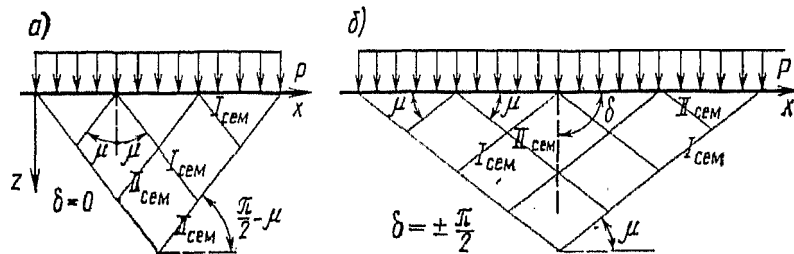


Рис. 9.5. Случай минимального (а) и максимального (б) давлений при равномерно распределенной нормальной нагрузке

не зависит от координаты x (рис. 9.5). Напряженное состояние среды будет определяться только действием собственного веса грунта, т. е. $Z = \gamma_{\text{гр}}$, $X = 0$ и приложенной к поверхности равномерно распределенной нормальной нагрузкой интенсивностью p . Тогда из уравнений равновесия (9.1) и (9.2) легко получить, что распределение напряжений как внутри земляной среды, так и на его граничной поверхности будет

$$\sigma_z = \gamma_{\text{гр}} z + p; \quad \tau_{xz} = 0, \quad (9.36)$$

Сопоставляя второе выражение (9.36) с зависимостью (9.12), получим

$$\tau_{xz} = \sigma \sin \varphi \sin 2\delta = 0,$$

откуда, учитывая, что $\sigma \neq 0$ и $\varphi \neq 0$, приходим к выводу, что во всех точках земляной среды, находящейся в предельном напряженном состоянии, $\sin 2\delta = 0$, т. е. угол $2\delta = 0$, либо $2\delta = \pm\pi$. Это означает, что направление большего главного напряжения либо вертикально, либо горизонтально, т. е. $\delta = 0$ или $\delta = \pm\pi/2$. Таким образом, в этой задаче может быть *два случая предельного равновесия*.

1. В случае, когда большее главное напряжение вертикально, т. е. $\delta = 0$, $\sigma_1 = \sigma_z$ и $\sigma_2 = \sigma_x$, то, сопоставляя первое выражение (9.36) с (9.11), получим

$$\sigma = (\gamma_{\text{гр}} z + p + \sigma_c) / (1 + \sin \varphi), \quad (9.37)$$

откуда, подставляя (9.37) в (9.10), имеем

$$\begin{aligned} \sigma_x = \sigma_2 = \sigma (1 - \sin \varphi) - \sigma_c &= (\gamma_{\text{гр}} z + p) \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} - \\ - \frac{2 \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \sigma_c &= (\gamma_{\text{гр}} z + p) \operatorname{tg}^2 (\pi/4 - \varphi/2) - 2 \operatorname{ctg} (\pi/4 - \varphi/2). \end{aligned} \quad (9.38)$$

Линии скольжения первого и второго семейства в этом случае определяются из (9.6) уравнениями

$$dx/dz = \operatorname{tg}(\delta + \mu) = \operatorname{tg} \mu = \operatorname{tg}(\pi/4 - \varphi/2);$$

$$dx/dz = \operatorname{tg}(\delta - \mu) = -\operatorname{tg} \mu = -\operatorname{tg}(\pi/4 - \varphi/2).$$

В результате их интегрирования уравнения линий скольжения первого и второго семейств будут

$$x = \pm z \operatorname{tg}(\pi/4 - \varphi/2) + \text{пост.}$$

Таким образом, линии скольжения прямые, наклоненные к оси z , под углами, равными $\pm(\pi/4 - \varphi/2)$ (рис. 9.5, а).

Этот случай, когда $\sigma_z > \sigma_x$, называется случаем *минимального давления* и соответствует в случае малейшего превышения предельного состояния началу смещения полученного предельно напряженного треугольника массива грунта вниз. Сопоставляя выражения (9.38) с зависимостью (2.48), можно этот случай также назвать случаем *активного давления*.

2. В случае, когда большее главное напряжение горизонтально, т. е. $\delta = \pm\pi/2$, то из сопоставления (9.36) с (9.11)

$$\sigma = (\gamma_{\text{гр}} z + p + \sigma_c)/(1 - \sin \varphi). \quad (9.39)$$

В результате

$$\begin{aligned} \sigma_x = \sigma_1 &= \sigma(1 - \sin \varphi) - \sigma_c = (\gamma_{\text{гр}} z + p) \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - \sigma_c = \\ &= (\gamma_{\text{гр}} z + p) \operatorname{tg}^2(\pi/4 + \varphi/2) + 2\operatorname{ctg}(\pi/4 + \varphi/2); \\ \sigma_z = \sigma_2 &= \gamma_{\text{гр}} z + p; \quad \tau_{xz} = 0. \end{aligned} \quad (9.40)$$

Уравнения линий скольжения в этом случае будут иметь вид

$$x = z \operatorname{tg}(\pm \pi/4 \pm \mu) + \text{пост} = \mp z \operatorname{tg}(\pi/4 + \varphi/2) + \text{пост}$$

и соответствуют прямым, наклоненным к вертикали под углами $\pm(\pi/4 + \varphi/2)$ (рис. 9.5, б). Когда $\sigma_z < \sigma_x$, называется случаем *максимального давления*, соответствует возможному смещению клина вверх и, как показывает сопоставление выражения (9.40) с зависимостью (2.49), может также быть назван случаем *пассивного давления*.

Смысл этих случаев удобно пояснить на примененной для этого В. В. Соколовским модели в виде пружинных весов, у которых перемещение чашки сильно затруднено большим трением в направляющих (рис. 9.6). Рассмотренная задача о предельном равновесии аналогична следующей задаче с такими весами: на чашку положен большой груз P ; требуется определить силу пружины F , чтобы весы были в предельном равновесии. Очевидно, что эта задача имеет два решения, одно из которых устанавливает силу пружины, меньшую груза $F_{\min}$, а другое большую силу $F_{\max}$. Перемещение чашки при нарушении предельного равновесия происходит в этих случаях в разных направлениях, как показано на рис. 9.6 пунктиром.

Весьма существенно для дальнейшего, что приведенные выше решения могут быть использованы как для весомой, так и для невесомой

($\gamma_{гр} = 0$) грунтовой среды, когда к горизонтальной поверхности грунта приложена нормальная равномерно распределенная нагрузка. Область грунта, где справедливы эти простейшие решения, ограничена прямыми линиями скольжения, проведенными через концы участков равномерного нагружения под углами к вертикалям $\pi/4 - \varphi/2$ или $\pi/4 + \varphi/2$, как показано на рис. 9.7.

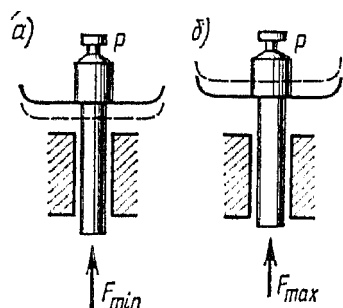


Рис. 9.6. Модель, поясняющая случай минимального (а) и максимального (б) давлений

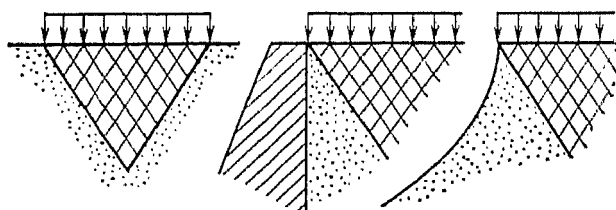


Рис. 9.7. Примеры использования решений для простейшего предельного состояния

При практическом использовании простейших решений, представленных на рис. 9.5, обычно применяют термины *простейшее минимальное* (рис. 9.5, а), *простейшее максимальное* (рис. 9.5, б) *предельные состояния*.

Простейшие решения для невесомой грунтовой среды. Выше в § 9.1 и 9.2 было показано, что в случае невесомой среды, т. е. при отсутствии объемных сил, вдоль первого семейства функции $\zeta = \text{const}$, а функция η меняется, вдоль второго семейства $\eta = \text{const}$, а ζ изменяется. Если одна из функций η и ζ постоянна, т. е. имеет для всех точек грунтовой среды одно и то же значение, то могут быть сравнительно легко получены интегралы уравнений предельного равновесия.

Рассмотрим случай, когда во всех точках среды $\eta = \eta_0 = \text{const}$, тогда как функция ζ не является для всех точек постоянной. В этом случае для невесомой среды функция ζ постоянна вдоль каждой отдельной линии скольжения первого семейства и меняется при переходе от линии к линии. Таким образом, величина δ будет

$$\delta = 0,5 (\zeta - \eta_0). \quad (9.40')$$

Тогда, учитывая, что для линий скольжения первого семейства из (9.22) $d\zeta/dz = 0$, находим, дифференцируя (9.40)' по z , что $\frac{d\delta}{dz} = \frac{1}{2} \times \frac{d\zeta}{dz} = 0$, т. е. величина угла δ вдоль линий скольжения первого семейства постоянна. Интегрируя уравнение $dx/dz = \text{tg}(\delta + \mu)$ при $\delta = \text{const}$, получим, что первое семейство линий скольжения состоит из прямых

$$x = z \text{tg}(\delta + \mu) + \Phi. \quad (9.41)$$

В частном, практически важном случае, когда все эти прямые сходятся в точке O , т. е. образуют пучок, характерный для особых точек (рис. 9.8), уравнение (9.41) приобретает вид $x = z \operatorname{tg}(\delta + \mu)$ или в полярных координатах $\theta = \operatorname{const}$, где $\theta = \delta + \mu$. Учитывая дополнительно, что пересечение линий скольжения происходит под углом $2\mu = \pi/2 + \varphi$, можно показать [34], что *линии скольжения второго семейства являются логарифмическими спиралями* (рис. 9.8) с уравнением

$$r = Ce^{-\theta \operatorname{tg} \varphi}. \quad (9.42)$$

Аналогичным путем в случае $\zeta = \operatorname{const}$ можно получить [34] $r = Ce^{\theta \operatorname{tg} \varphi}$, где

$$\theta_1 = \delta - \mu. \quad (9.43)$$

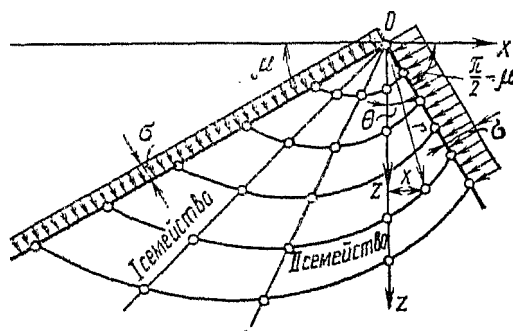


Рис. 9.8. Линии скольжения в невесомой среде в области, замыкающей к особой точке O

9.4 ОБЩИЙ МЕТОД ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ

В большинстве случаев решения уравнений предельного равновесия могут быть получены только приближенными численными методами. В качестве общего численного метода интегрирования уравнений предельного равновесия В. В. Соколовский применил удобный для этих целей метод конечных разностей. При построении сетки линий скольжения и определении значений ζ и η может встречаться три случая.

1. В точках 1 и 2, расположенных на заданной кривой или прямой 1—2 (рис. 9.9, а) или же на двух кривых скольжения разных се-

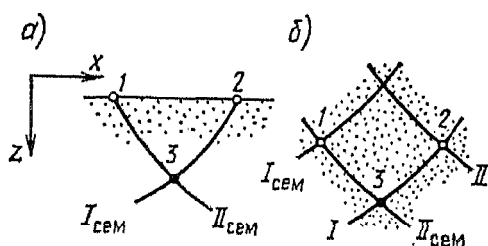


Рис. 9.9. Схема определения x , z , ζ и η в узле 3 по данным в точках 1 и 2 разных семейств линий скольжения (случай 1)

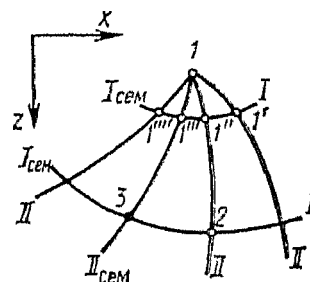


Рис. 9.10. Схема построения линий скольжения (характеристик) в области особой точки (случай 2)

мейств, известны значения x , z , ζ и η . Требуется определить эти величины в точке 3 на пересечении кривых скольжения двух семейств.

В основной системе уравнений (9.22) и (9.23) можно бесконечно малые приращения переменных приближенно заменить конечными приращениями, т. е. $dz \approx z_3 - z_1$, $dx \approx x_3 - x_1$, $d\zeta \approx \zeta_3 - \zeta_1$ и $d\eta \approx \eta_3 - \eta_1$. Тогда выражения (9.22) для первого семейства кривых скольжения можно представить в виде

$$x_3 - x_1 = (z_3 - z_1) \operatorname{tg}(\delta_1 + \mu); \quad \zeta_3 - \zeta_1 = a_1(z_3 - z_1), \quad (9.44)$$

а выражения (9.23) для второго семейства как

$$x_3 - x_2 = (z_3 - z_2) \operatorname{tg}(\delta_2 - \mu); \quad \eta_3 - \eta_2 = b_2(z_3 - z_2). \quad (9.45)$$

Решая совместно уравнения (9.44) и (9.45), находим рекуррентные формулы для искомых величин

$$z_3 = [z_1 \operatorname{tg}(\delta_1 + \mu) - x_1 - z_2 \operatorname{tg}(\delta_2 - \mu) + x_2] / [\operatorname{tg}(\delta_1 + \mu) - \operatorname{tg}(\delta_2 - \mu)]; \quad (9.46)$$

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= x_1 + (z_3 - z_1) \operatorname{tg}(\delta_1 + \mu); \\ \zeta_3 &= \zeta_1 + a_1(z_3 - z_1); \quad \eta_3 = \eta_2 + b_2(z_3 - z_2). \end{aligned} \right\} \quad (9.47)$$

2. Для узлов сетки скольжения, смежных с особой точкой (рис. 9.10), приходится по известным значениям координат x , z в узлах 1 и 2, расположенных на одной линии скольжения, и известным значениям ζ и η в точке 2 определять величины x , z , ζ и η в узле 3, т. е. на пересечении кривых скольжения, проходящих через узлы 1 и 2.

Для получения решения проведем линию скольжения $I' - I''$ на бесконечно близком расстоянии от особой точки 1. Тогда во всех точках, отмеченных штрихами, в соответствии с зависимостью (9.35) следует считать величину η равной ее значению в узле I' , расположенном на крайней линии скольжения, т. е.

$$\eta_1 = \eta'_1 = \eta''_1 = \eta'''_1 = \dots \quad (9.48)$$

Величина ζ для крайних точек пучка линий скольжения I' и I'' обычно известна, а для всех других (I'' , I''') ее удобно определять, разделив промежуток $\zeta'_1 - \zeta'''_1$ на некоторое число n равных частей, например:

$$\zeta''_1 = \zeta'_1 + \Delta\zeta_1; \quad \zeta'''_1 = \zeta'_1 + 2\Delta\zeta_1, \quad (9.49)$$

где $\Delta\zeta_1 = (\zeta'_1 - \zeta'''_1)/n$.

Таким образом, в особой точке 1 известны координаты x , z , значение η и ряд значений ζ для кривых скольжения пучка. В результате по известным значениям в узлах 1 и 2 по формулам (9.46) и (9.47) определяют все искомые величины в узле 3.

3. Координаты x , z и функции ζ , η известны в точках 1 и 2, расположенных на одной линии скольжения (рис. 9.11). Требуется найти

значения этих функций в точке 3, являющейся пересечением линии скольжения, проходящей через точку 2 (или 1) с какой-либо заданной прямой, проходящей через точку 1 (или 2).

Так как линия 1—3 не является линией скольжения, можно в зависимостях (9.44) и (9.45) использовать только условия (9.45) для второго семейства (характеристика 2—3).

$$x_3 - x_2 = (z_3 - z_2) \operatorname{tg}(\delta_2 - \mu); \quad (9.50)$$

$$\eta_3 - \eta_2 = b(z_3 - z_2). \quad (9.51)$$

В случае наклонной или горизонтальной граничной поверхности (1—3) среды координаты точки 3 связаны зависимостями

$$x_3 = mz_3 + n \text{ или } z_3 = 0. \quad (9.52)$$

Решая систему уравнений (9.50) и (9.52), имеем

$$z_3 = [z_2 \operatorname{tg}(\delta_2 - \mu) + n + x_2] / [\operatorname{tg}(\delta_2 - \mu) - m]; \quad x_3 = mz_3 + n \quad (9.53)$$

или при $z_3 = 0$

$$x_3 = x_2 - z_2 \operatorname{tg}(\delta_2 - \mu) \text{ и } z_3 = 0. \quad (9.54)$$

В этом случае для определения ζ_3 и η_3 приходится вводить дополнительное условие, что линия главных напряжений пересекает плоскую граничную поверхность под постоянным углом $\delta = \delta_0$. Тогда из (9.16) и, учитывая (9.51), имеем

$$\eta_3 = \eta_2 + b_2(z_3 - z_2); \quad \zeta_3 = 2\delta_0 + \eta_3. \quad (9.55)$$

Таким образом, полученные выражения (9.54) и (9.55) позволяют определить x_3 , z_3 , ζ_3 и η_3 .

Аналогичным путем можно получить выражения для x_3 , z_3 , ζ_3 и η_3 в случае, если точка 3 расположена на кривой скольжения первого семейства.

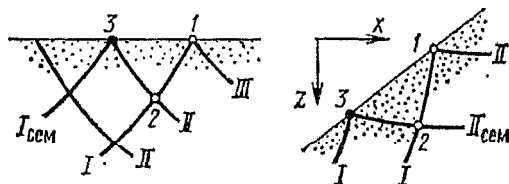


Рис. 9.11. Схема определения x , z , ζ и η в узле 3 по данным в узлах 1 и 2 одного семейства линий скольжения (случай 3)

9.5 БЕЗРАЗМЕРНЫЕ КООРДИНАТЫ

Все вычисления удобно вести, используя безразмерные координаты, в качестве которых обычно вводятся

$$x' = x/l; \quad z' = z/l \text{ и } \sigma' = \sigma/(\gamma_{\text{гр}} l), \quad (9.56)$$

где l — любой характерный для рассматриваемой задачи размер; $\gamma_{\text{гр}}$ — удельный вес среды; σ — любое из напряжений.

Тогда в случае объемных сил, определяемых только собственным весом грунта ($Z = \gamma_{\text{гр}}$; $X = 0$), основные уравнения предельного равновесия (9.1) — (9.4) с учетом, что $\sigma_c = c \operatorname{ctg} \varphi$, принимают вид

$$\gamma_{\text{гр}} l \frac{1}{l} \left(\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x'} + \frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial z'} \right) = 0; \quad \gamma_{\text{гр}} l \frac{1}{l} \left(\frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial x'} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z'} \right) + \gamma_{\text{гр}} = 0;$$

$$\gamma_{\text{гр}} l (\sigma'_1 - \sigma'_2) = [\gamma_{\text{гр}} l (\sigma'_1 + \sigma'_2) + 2c \operatorname{ctg} \varphi] \sin \varphi$$

или

$$\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x'} + \frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial z'} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x'} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z'} + 1 = 0; \quad (9.57)$$

$$\sigma'_1 - \sigma'_2 = \left(\sigma'_1 + \sigma'_2 + 2 \frac{c}{\gamma_{\text{гр}} l} \operatorname{ctg} \varphi \right) \sin \varphi. \quad (9.58)$$

Для связного грунта можно принять

$$l = c/\gamma_{\text{гр}}. \quad (9.59)$$

Тогда уравнение (9.58) приобретает вид

$$\sigma'_1 - \sigma'_2 = (\sigma'_1 + \sigma'_2 + 2 \operatorname{ctg} \varphi) \sin \varphi. \quad (9.60)$$

Таким образом, подставляя (9.59) в (9.56) и принимая в качестве безразмерных координат

$$x' = x\gamma_{\text{гр}}/c; \quad z' = z\gamma_{\text{гр}}/c; \quad \sigma' = \sigma/c, \quad (9.61)$$

получаем систему уравнений предельного равновесия (9.57) и (9.60), не зависящую от $\gamma_{\text{гр}}$ и c . Получаемые из нее решения при заданном угле внутреннего трения φ могут быть использованы для различных значений удельного веса грунта $\gamma_{\text{гр}}$ и его сцепления c .

При переходе к безразмерным координатам в соответствии с выражениями (9.19) вводятся безразмерные величины

$$a' = la = ca/\gamma_{\text{гр}} \text{ и } b' = lb = cb/\gamma_{\text{гр}}. \quad (9.62)$$

9.6 НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ОСНОВАНИЙ

Наиболее типичной задачей о предельном равновесии грунтовой среды является определение несущей способности основания под действием нормальной или наклонной нагрузок. Например, в случае вертикальных нагрузок на основании задача сводится к тому, что на части поверхности основания (рис. 9.12) приложена заданная нагрузка $p(x)$ и требуется установить, при какой пригрузке $q(x)$ во всех точках основания возникает предельное напряженное состояние. При этом следует различать два рассмотренных ниже случая.

1. Случай минимального давления. При этом в зоне I составляющие возможного перемещения грунта направлены под влиянием приложенной нагрузки $p(x)$ сверху вниз, а в зоне III — снизу вверх, т. е. имеет место выпор грунта от нагрузки $p(x)$ на отрицательной полуоси OD . В этом случае на оси OD определяется минимальное давление $q(x)$, которое обеспечивает отсутствие выпора от нагрузки $p(x)$.

2. Случай максимального давления. При этом в зоне I составляющие возможного перемещения грунта направлены снизу вверх, а в зоне III — вниз, т. е. имеет место выпор от нагрузки $q(x)$. В этом слу-

чае определяется максимальное давление $q(x)$, вызывающее начало выпора в сторону нагрузки $p(x)$.

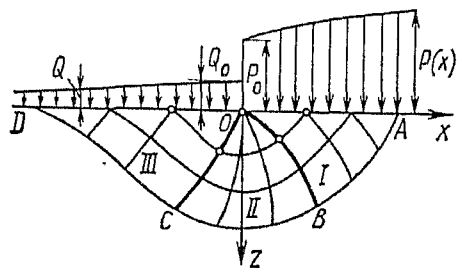


Рис. 9.12. Линии скольжения при оценке несущей способности оснований (случай минимального давления)

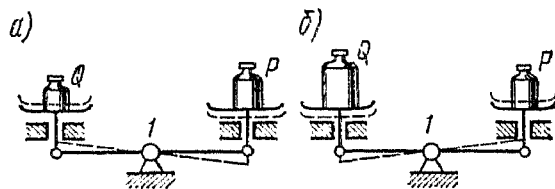


Рис. 9.13. Модель С. А. Христиановича, поясняющая понятия о минимальном (а) и максимальном (б) давлениях

Понятие о двух предельных состояниях (минимальном и максимальном давлениях) можно ярко пояснить на примере, предложенном С. А. Христиановичем, в виде рычажных весов (рис. 9.13), у которых перемещение чашек затруднено большим трением в подшипнике (1), т. е. для примера взяты «плохие» весы. Положим на правую чашку весов груз P , а на левую Q . Если груз Q достаточно мал, то возможно преодоление трения в подшипнике, и нарушение равновесия со смещением груза P вниз. В предельном равновесии это соответствует случаю минимального давления. Если при заданной величине груза P на левую чашку весов положить достаточно большой груз Q , то, преодолевая силы трения в подшипнике, он может вызвать смещение груза P вверх. В состоянии равновесия это соответствует случаю максимального давления. При заданной величине груза P и значениях Q , меньших предельного максимального или больших предельного минимального, благодаря трению в подшипнике весы не реагируют на изменение груза Q , т. е. это соответствует отсутствию предельного состояния.

Рассмотрим более подробно решение задачи в случае *минимального давления* при вертикальной нагрузке $p(x)$, приложенной к основанию, т. е. задачу по определению величины пригрузки $q(x)$, обеспечивающей отсутствие выпора грунта (предельное равновесие) под действием заданной нормальной нагрузки $p(x)$.

На границе при $z = 0$ и $x > 0$ (см. рис. 9.12) заданы напряжения $\sigma_z = p(x)$ и $\tau_{xz} = 0$, т. е. напряжения σ_z и σ_x главные, причем $\sigma_1 = \sigma_z$ и $\sigma_2 = \sigma_x$ и поэтому угол $\delta = 0$. Тогда в соответствии с (9.25) граничные условия будут

$$\sigma = [p(x) + \sigma_c]/(1 + \sin \varphi) \text{ и } \delta = 0. \quad (9.63)$$

Отсюда, учитывая формулу (9.34), находим на участке $z = 0$ и $x > 0$

$$\zeta = \eta = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \varphi \ln \frac{p(x) + \sigma_c}{\sigma_0 (1 + \sin \varphi)}. \quad (9.64)$$

На участке граничной поверхности OD , т. е. при $z = 0$ и $x < 0$, напряжения $\tau_{xz} = 0$, а напряжения σ_z и σ_x неизвестны. Так как наибольшее главное напряжение $\sigma_1 = \sigma_x$, то, учитывая зависимость (9.16),

граничные условия на этом участке будут

$$\delta = \delta_0 = -\pi/2 \text{ и } \zeta = \eta - \pi \quad (9.65)$$

и в соответствии с выражением (9.25), полагая в нем $\sigma_n = q(x)$, имеем

$$\sigma = [q(x) + \sigma_c]/(1 - \sin \varphi), \quad (9.66)$$

где $q(x)$ — неизвестный (искомый) закон распределения нагрузки на участке $x < 0$.

Кроме того, в соответствии с зависимостями (9.62) и (9.61) вводятся безразмерные координаты x' , z' , напряжения σ' и величины a' , b' . При этом, учитывая, что $Z = \gamma_{г.р}$ и $X = 0$, получаем

$$\frac{a'}{b'} = \mp \frac{\sin(\delta + \mu)}{2\sigma' \sin \varphi \cos(\delta \pm \mu)}. \quad (9.67)$$

Для выполнения числового решения выбирают шаг между узлами на положительной полуоси OA (рис. 9.14). При использовании как

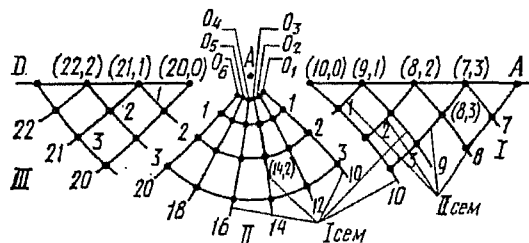


Рис. 9.14. Линии скольжения в различных областях основания

ручного, так и машинного счета составляется или выпечатывается таблица (рис. 9.15), в которой горизонтальные строки соответствуют кривым скольжения второго семейства, а вертикальные — первого семейства. Обозначаем кривые скольжения второго семейства порядковыми номерами 1, 2, 3, ..., 10., увеличивающимися по мере удаления от особой точки O , как показано на рис. 9.14. Нулевая линия скольжения с узлами $O_1, O_2, O_3, \dots, O_6$ соответствует линии скольжения второго семейства, находящейся на бесконечно малом

	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0																															
1																															
2																															
3																															
4																															
5																															
6																															
7																															
8																															
9																															
10																															

Рис. 9.15. Схема составления расчетных таблиц и последовательности счета

расстоянии от точки O . Кривые скольжения первого семейства обозначают $0, 1, 2, \dots, 30$, начиная с наиболее удаленного узла на полуоси OA . Любой узел сетки можно обозначить индексами, соответствующими номерам кривых скольжения, на пересечении которых он находится. Например, (8.2) или (9.3), где первая цифра соответствует номеру кривой первого семейства, а вторая — номеру кривой второго семейства.

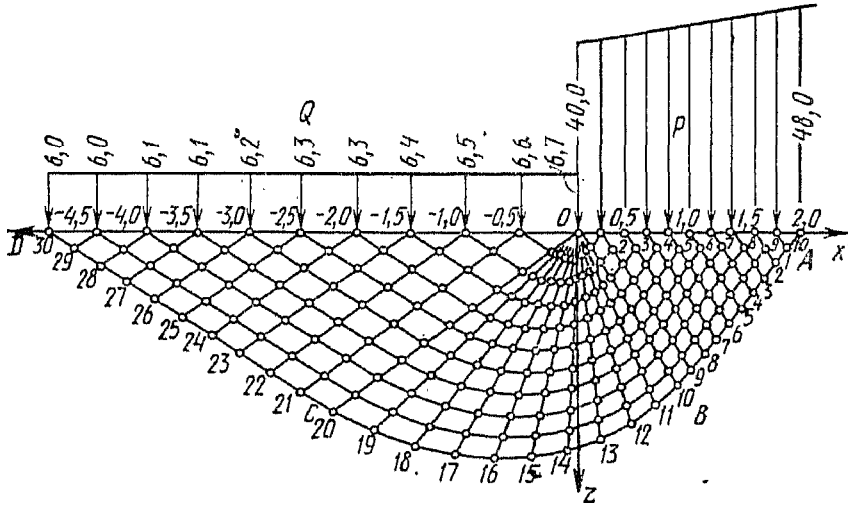


Рис. 9.16. Сетка линий скольжения в случае минимального давления

Вначале из граничных условий (9.64) определяют ζ и η в точках (10.0), (9.1), (8.2) ... (0.10) и в таблице (рис. 9.15) заполняют клетки типа Δ . Затем из условий невесомости среды на бесконечно малом расстоянии от особой точки O по зависимостям (9.48) и (9.49) определяют $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_6$ и $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_6$ в точках $O_1, O_2, \dots, O_6$ как $\eta_1 = \eta_2 = \dots \eta_6 = \eta(10.0)$; $\zeta_6 = \zeta(20.0) = \zeta_1 - \pi$; $\zeta_2 = \zeta_1 - (\zeta_1 - \zeta_6)/5$; $\zeta_3 = \zeta_1 - 2(\zeta_1 - \zeta_6)/5$ и т. д. В результате в таблице заполняют клетки типа $\circ$.

Последующий расчет состоит в определении x, z, ζ и η по рекуррентным формулам (9.46) и (9.47) и заполнении в таблице клеток типа $\bullet$ для всех областей I и II (рис. 9.14).

В области III расчет необходимо начинать с узла (21.1), в котором x, ζ и η определяются по формулам (9.54), (9.55) и (9.65), а результат внести в клетку типа $\times$. Затем по формулам (9.46) и (9.47) определяют искомые функции в узле (21.2) и заполняют клетку типа $\bullet$ и т. д.

Таким образом, в таблице на рис. 9.15 клетки типа $\bullet$ соответствуют схеме расчета на рис. 9.9, а типа $\times$ схеме на рис. 9.11, а. В результате всего расчета будет получена сетка линий скольжения, показанная на рис. 9.16.

Зная на граничной поверхности OD в узлах величины ζ и η , в соответствии с зависимостями (9.15) и (9.16) определим

$$\sigma' = \frac{\sigma}{c} = \frac{\sigma_0}{c} e^{(\zeta+\eta) \operatorname{tg} \varphi} = e^{(\zeta+\eta) \operatorname{tg} \varphi}. \quad (9.68)$$

Искомая предельная минимальная нагрузка на отрицательной полуоси OD , обеспечивающая состояние равновесия, определится в соответствии с (9.66) и (9.61) как

$$q(x) + \sigma_c = \sigma(1 - \sin \varphi) = c\sigma'(1 - \sin \varphi)$$

или, обозначая $Q = \sigma'(1 - \sin \varphi)$ в виде $q(x) + \sigma_c = cQ$. Переход к размерным координатам (x, z) производят по выражениям (9.61).

Таким образом, получен (рис. 9.16) закон распределения и величина нагрузки $q(x)$, которая обеспечивает возникновение предельного напряженного состояния от заданной, в данном случае меняющейся по линейному закону, нагрузки $p(x)$ при стремлении к выпору грунта в сторону отрицательной полуоси x , сопровождаемому опусканием поверхности грунта со стороны положительной полуоси x (в случае весов см. рис. 9.13, а).

Практический интерес представляет также предельная величина скачка нагрузки $(p_0 - q_0)$ в точке O (см. рис. 9.12), вызывающая переход грунта в предельное состояние. Зависимости для определения предельного скачка нагрузки можно получить непосредственно из рассмотрения только граничных условий на бесконечно малых расстояниях вправо и влево от особой точки. В месте скачка нагрузки величина η в соответствии с зависимостями (9.15), (9.16), (9.64) и (9.66) будет

$$\eta_I = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \varphi \ln \frac{p_0 + \sigma_c}{\sigma_0 (1 + \sin \varphi)};$$

$$\eta_{II} = \chi - \delta = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \varphi \ln \frac{q_0 + \sigma_c}{\sigma_0 (1 - \sin \varphi)} + \frac{\pi}{2},$$

а учитывая, что в особой точке $\eta_I = \eta_{II}$, получим

$$\operatorname{ctg} \varphi \ln \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \frac{p_0 + \sigma_c}{q_0 + \sigma_c} = \pi,$$

$$\text{откуда} \quad p_0 + \sigma_c = (q_0 + \sigma_c) \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}. \quad (9.69)$$

Формула (9.69) получена для бесконечно малой области, окружающей особую точку O , поэтому ее использование равносильно принятию невесомой грунтовой среды.

Аналогичным путем может быть получено решение для случая максимального давления [34].

Выше для примера были рассмотрены случаи нагружения основания только нормальными силами $p(x)$ и действием объемных сил только собственного веса грунта. Может быть сравнительно легко учтен наклон нагрузки, т. е. наличие на границе заданных касательных напряжений. Кроме того, при использовании численных методов расчета может быть также учтено действие объемных фильтрационных (Φ) и сейсмических (S) сил, принимая в зависимостях (9.19)

$$X = \Phi_x + S_x = \gamma \frac{\partial H}{\partial x} + S_x \text{ и } Z = \gamma_{взв} + \Phi_z +$$

$$+ S_z = \gamma_{взв} + \gamma \frac{\partial H}{\partial z} + S_z, \quad (9.70)$$

где H — напорная функция; $\gamma_{\text{взв}}$ — удельный вес взвешенного в воде грунта. Значения $\partial H/\partial x$ и $\partial H/\partial z$ должны быть предварительно определены из решения фильтрационной задачи, например, методом ЭГДА или аналитически. Динамические сейсмические силы, учитываемые здесь как статические воздействия, должны быть также заданы. Учету действия сейсмических сил в задачах теории предельного равновесия посвящен ряд работ П. И. Яковлева [43].

Кроме описанного выше общего метода решения задач теории предельного равновесия, требующего применения машинного счета, в практике проектирования используют упрощенные методы и приемы, позволяющие существенно облегчать расчеты. Наиболее часто применяемое упрощение заключается в использовании решений теории предельного равновесия в предположении невесомой грунтовой среды ($\gamma_{\text{гр}} = 0$). Например, для случая минимального давления и равномерно распределенных нормальных нагрузок p и q (рис. 9.17, а), рассмотренного Х. Рейснером, задача решается особенно просто. В пределах областей I и III возникают простейшие предельные состояния, причем в зоне I минимальное или активное (см.

рис. 9.5, а), а в зоне III максимальное или пассивное (см. рис. 9.5, б). В переходной зоне II в соответствии с решением Прандтля линии скольжения первого семейства — пучок прямых, а второго семейства — логарифмические спирали (см. рис. 9.8). Используя уравнения (9.38), (9.40) и (9.42), не представляет труда построить сетку линий скольжения и тем более по зависимости (9.69) определить искомую величину пригрузки q . Случай максимального давления будет зеркальным отображением схемы на рис. 9.17, а.

В. И. Новоторцевым получено решение для случая наклонной нагрузки на поверхности невесомого грунта. При этом (рис. 9.17, б) области простейших минимального (I) и максимального (III) предельных состояний имеют углы ε_1 и ε_2 , определяемые на границах OA и OD заданными значениями δ_1 и δ_2 .

В случае невесомой связной среды, не обладающей трением ($\varphi = 0$), в зоне II линии второго семейства представлены окружностями (рис. 9.17, в), а при вертикальных нагрузках пригрузка определится по формуле $q = p - c(\pi + 2)$, впервые полученной Л. Прандтлем.

Неучет действия собственного веса грунта может естественно приводить к существенному занижению предельной несущей способности основания. В некоторых случаях, когда к основанию приложены до-

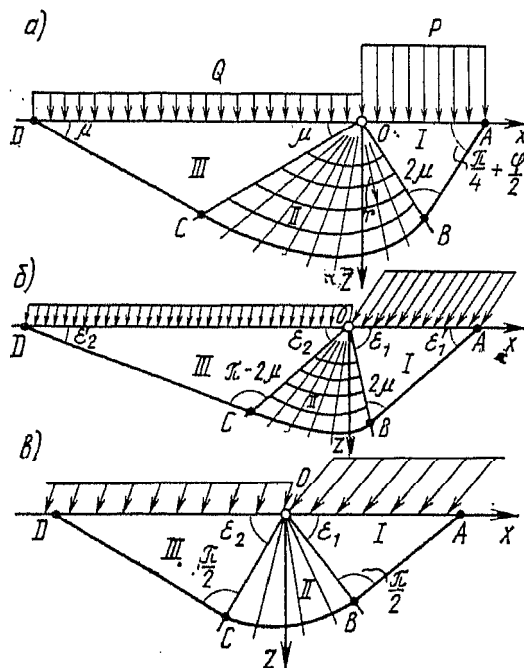


Рис. 9.17. Формы призм выпора в случае невесомого грунта

статочны большие нагрузки, а размеры сооружения сравнительно невелики, вес грунта в пределах возможной призмы выпора не оказывает существенного влияния на распределение напряжений и особенно на очертание кривых скольжения, которые в данном случае определяются в основном внешней нагрузкой. Влияние собственного веса иногда предлагают учитывать, прикладывая дополнительно к поверхности невесомого грунта равномерно распределенную нагрузку q' , близкую по интенсивности к весу грунта в пределах глубины h_v

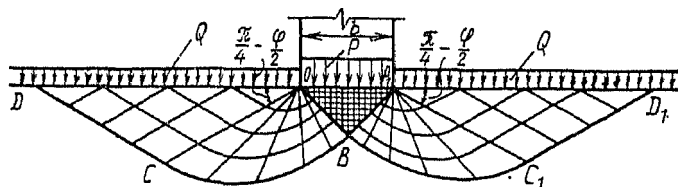


Рис. 9.18. Двусторонний выпор с образованием упругого — уплотненного ядра

($\gamma_{гр} = 0, c \neq 0, \varphi = 0$) и решения для весомой среды, но лишенной сцеплений и пригрузки ($\gamma_{гр} \neq 0, c = 0, \varphi \neq 0$). Получаемая при этом погрешность идет в запас устойчивости.

Все приведенные выше решения получены в предположении абсолютной гибкости сооружения, создающего нагрузки на основание. В случае, когда вертикальная нагрузка на основание передается жестким сооружением, наблюдается случай *двустороннего выпора*, а под жестким штампом образуется *упругое ядро* (рис. 9.18). В пределах упругого или, как его иногда называют, *уплотненного ядра* все частицы грунта перемещаются в основном вертикально вниз, образуя область, не находящуюся в предельном состоянии. Как показывают опыты, контуры ядра близки к равнобедренному треугольнику. Для получения приближенного решения задаются контурами треугольного ядра, во многих случаях принимая угол наклона его граней к горизонту равным 45° . Так, например, В. Г. Березанцевым [1] для схемы на рис. 9.18 учитывая, что в пределах области OCD имеет место простейшее максимальное предельное состояние, а ядро — прямоугольный равнобедренный треугольник, получено выражение для интенсивности предельной внешней нагрузки в виде

$$p = P/2a = (q + q')(1 + \sin \varphi)(1 + \operatorname{tg} \varphi) \exp(\pi + \varphi) \operatorname{tg} \varphi, \quad (9.71)$$

где q' — фиктивная нагрузка, учитывающая собственный вес грунта призмы выпора.

Все получаемые из решений теории предельного равновесия формулы для *предельной нагрузки*, например, (9.69) и (9.71) обычно для удобства практических расчетов представляют в виде

$$p = N_\gamma \gamma_{гр} a + N_q q + N_c c, \quad (9.72)$$

где N_γ , N_q и N_c — называют *коэффициентами несущей способности грунта*, которые являются функциями только угла внутреннего трения грунта и угла наклона нагрузки. Для каждого конкретного слу-

распространения призмы выпора (рис. 9.17), т. е. $q' \approx (0,5 \div 0,7) \gamma_{гр} h_v$.

В. В. Соколовским [27] предложено использовать результат сложения двух простейших решений: решения для случая невесомой среды, но обладающей трением и сцеплением

чая или приема составляются вспомогательные таблицы или графики значений коэффициентов несущей способности. Имеются графики К. Терцаги, таблицы В. В. Соколовского, В. Г. Березанцева и др.

Следует отметить, что в зависимости (9.69) — (9.72) пригрузка q определяется обычно заглублением фундамента, т. е. $q = \gamma_{\text{гр}} h$. Таким образом, в этих решениях не учитывается развитие линий скольжения и, как следствие, сопротивление сдвигу грунта в пределах глубины h . Поэтому эти решения пригодны только для случаев малого заглубления фундаментов по сравнению с их шириной ($2a$). В качестве критерия обычно принимается условие $2a > h$ или даже $h < a$.

9.7 УСТОЙЧИВОСТЬ ОТКОСОВ

Применение модели теории предельного равновесия к задачам об устойчивости откосов позволяет получить ряд интересных решений.

Основная задача, представляющая наибольший практический интерес, заключается в определении формы поверхности откоса, который при заданной нагрузке $p(x)$ на его горизонтальной поверхности (рис. 9.19) будет во всех точках находиться в предельном напряженном состоянии, т. е. необходимо найти закон изменения $dz/dx = \text{tg} \psi$.

В общем случае, как и ранее, в задачах об основании возникнет три зоны области обрушения откоса с особой точкой O (рис. 9.19). Условия на границах могут быть сформулированы следующим образом. Поскольку вдоль положительной оси x преобладает активное (минимальное) предельное состояние, то в соответствии с (9.25) получим на этой границе $\sigma = [p(x) + \sigma_c]/(1 + \sin \varphi)$ и $\delta = 0$. По поверхности самого откоса OD , который свободен от нагрузки и оказывает сопротивление смещению, находясь преимущественно в пассивном состоянии, с учетом (9.27) условия на границе будут $\sigma = \sigma_c/(1 - \sin \varphi)$; $dz/dx = \text{tg} \psi$ и $\delta = \pi/(2 - \psi)$. Последнее равенство выражает, что откос OD является геометрическим местом площадок с наименьшими главными напряжениями. Отсюда, учитывая зависимость (9.34) для точек справа и слева вблизи особой точки O , получим

$$\eta_I = \frac{1}{2} \text{ctg} \varphi \ln \frac{p_0 + \sigma_c}{\sigma_0 (1 + \sin \varphi)};$$

$$\eta_{II} = \frac{1}{2} \text{ctg} \varphi \ln \frac{\sigma_c}{\sigma_0 (1 - \sin \varphi)} - \frac{\pi}{2} + \psi,$$

где p_0 и ψ_0 — нагрузка $p(x)$ и угол ψ в точке $x = 0$. Исходя из условия (9.35), в особой точке при $\eta_I = \eta_{II}$ имеем выражение

$$\psi_0 = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \text{ctg} \varphi \ln \left(\frac{p_0 + \sigma_c}{\sigma_c} \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right). \quad (9.73)$$

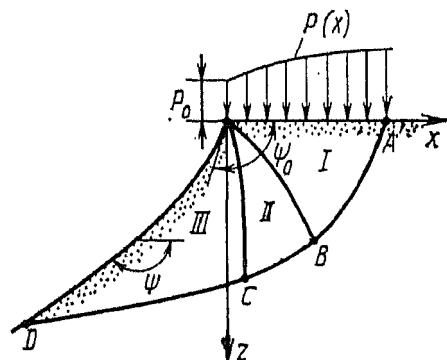


Рис. 9.19. К определению формы предельно устойчивого откоса

Задачу решают численным методом, используя принятые граничные условия и рекуррентные формулы путем, аналогичным описанному в § 9.6. В результате будут получены координаты x и z поверхности откоса, находящегося в предельном состоянии. Для примера на рис. 9.20 приведена сетка скольжения и форма откоса при приложении на горизонтальном участке откоса равномерной нагрузки. В этом случае в пределах зоны I образуется простейшее минимальное предельное состояние (рис. 9.7). Сам пример численного счета приведен в [27] или [35].

Откосы из связного грунта могут в своей верхней части держать хотя бы небольшой, но вертикальный откос. Поэтому

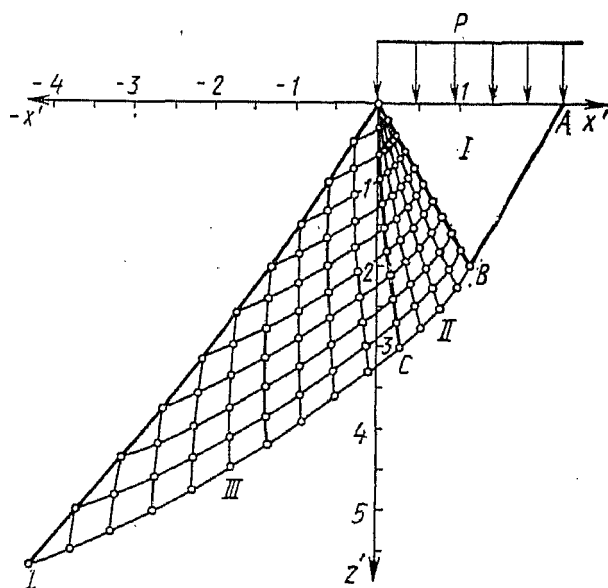


Рис. 9.20. Сетка линий скольжения и форма предельного откоса для случая $\varphi = 30^\circ$:

x'	0	-0,60	-1,32	-2,17	-3,16	-4,31
z'	0	0,98	2,03	3,16	4,37	5,67

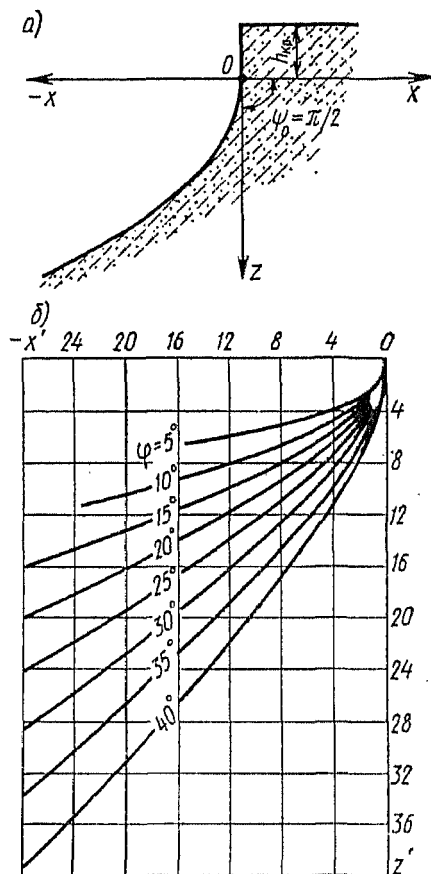


Рис. 9.21. Расчетная схема предельного незагруженного откоса из связного грунта (а) и графики формы поверхности равноустойчивых откосов (б)

В. В. Соколовским был рассмотрен частный случай, когда $\psi_0 = \pi/2$. Для того чтобы было обеспечено условие предельного равновесия (9.73), необходимо, чтобы

$$p_0 + \sigma_c = \sigma_c (1 + \sin \varphi) / (1 - \sin \varphi),$$

откуда

$$p_0 = \sigma_z = 2c \cos \varphi / [\gamma_{\text{гр}} (1 - \sin \varphi/2)]$$

или, что соответствует нагрузке слоем грунта высотой

$$h_{\text{кр}} = \sigma_z / \gamma_{\text{гр}} = 2c \cos \varphi / [\gamma_{\text{гр}} (1 - \sin \varphi)] = 2c / [\gamma_{\text{гр}} \tan (\pi/4 - \varphi/2)]. \quad (9.74)$$

Как можно заметить, формула (9.74) совпадает с зависимостью (6.3) для критической высоты свободно стоящего вертикального откоса, полученной несколько иным путем. Таким образом, откос из связ-

ного ненагруженного грунта состоит из зоны $h_{\text{гр}}$, не находящейся в предельном состоянии и нижерасположенной зоны предельного состояния (рис. 9.21, а). Для различных значений φ имеются графики формы предельно устойчивых незагруженных однородных откосов (рис. 9.21, б), полученные численным методом для безразмерных координат ($x' = x/l$ и $z' = z/l$, где $l = c/\gamma_{\text{гр}}$).

При необходимости методами теории предельного равновесия может быть решена обратная задача: форма откоса задана, требуется определить на горизонтальном участке нагрузку $q(x)$, вызывающую переход всей нижележащей массы грунта в предельное состояние.

В простейшем случае прямолинейного откоса ($\psi = \text{const}$), учитывая граничные условия, аналогичные описанным выше для криволинейного откоса, выполняя интегрирование методом конечных разностей, В. В. Соколовским получены решения и даны таблицы [27] для определения распределения предельной нагрузки $q(x)$. В качестве примера на рис. 9.22 приведены линии скольжения для одного из таких откосов. Характерно, что в результате линейности откоса в пределах зоны III поверхности скольжения также прямолинейны. Так же как и во всех описанных выше случаях, учитывая условия в особой точке O , легко получается выражение для краевой нагрузки (скачка нагрузки) в виде

$$q_0 = \sigma_c \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \exp [(\pi - 2\alpha) \operatorname{tg} \varphi],$$

где α — угол наклона откоса к оси x .

Следует особо подчеркнуть, что рассмотренная в § 9.6 задача о несущей способности основания является частным случаем задачи об устойчивости прямолинейного откоса, т. е. при $\alpha = 0$ (рис. 9.22).

Так же как и для случая основания, возможен учет действия фильтрационных и сейсмических сил (см. § 9.6). Решения задач об устойчивости фильтрующих откосов были получены Ю. А. Соболевским и им составлены графики для построения предельных контуров таких откосов [26].

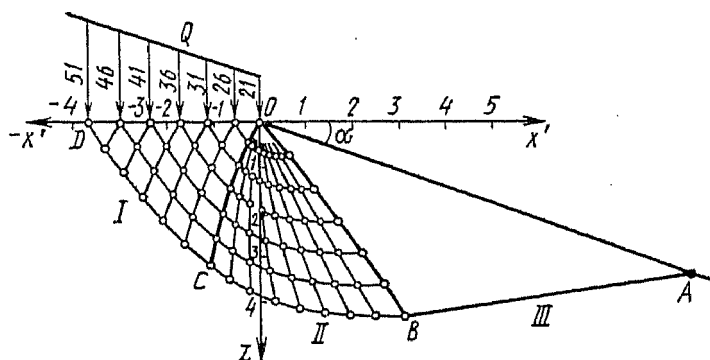
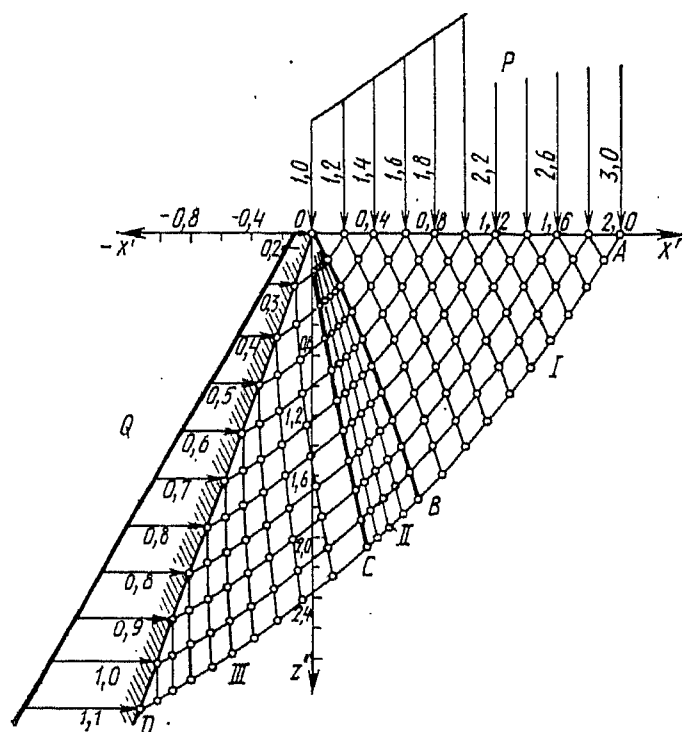


Рис. 9.22. Сетка линий скольжения для прямолинейного откоса ($\varphi = 30^\circ$, $\psi = 160^\circ$)

9.8 ДАВЛЕНИЕ ГРУНТА НА СООРУЖЕНИЯ

Особенно эффективны методы теории предельного равновесия в задачах определения давления грунта на сооружения, в частности подпорные стенки. При этом обычно принимается заданной нагрузка на поверхности грунта, например, нормальное давление $p(x)$,

и определяется приведенное давление грунта q' на контакте задней грани стенки с грунтом в предположении перехода всей массы грунта в предельное напряженное состояние. Задняя грань стенки может



иметь наклон относительно оси x (рис. 9.23) на угол ψ , а по ней образуются нормальные ($\sigma_n = q$) и касательные (τ_n) напряжения, для которых справедливо соотношение $\tau_n/(\sigma_n + \sigma_c) = \tau_n/(q + \sigma_c) = \tan \omega$, где ω — угол отклонения от нормали приведенного давления $q' = (q + \sigma_c)/\cos \omega$. При этом должно выполняться условие $|\omega| \leq \varphi$.

Рис. 9.23. Сетка линий скольжения для случая определения активного давления грунта на стенку ($\varphi = 30^\circ$, $\omega = 20^\circ$, $\psi = 110^\circ$)

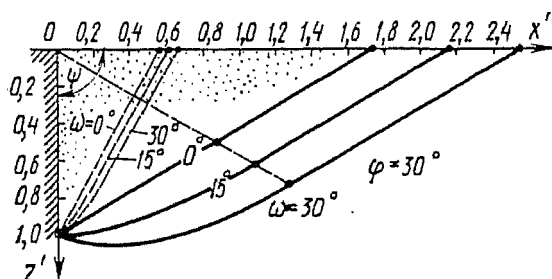


Рис. 9.24. Линии скольжения, проходящие через точку $x' = 0$, $z' = 1$, для случая активного (— — —) и пассивного (——) давлений ($\varphi = 30^\circ$) на стенку при трех значениях угла трения грунта (ω) о стенку

Задача, как и все предыдущие, имеет два решения: случай минимального — активного давления на стенку и максимального — пассивного давления, т. е. отпора. В случае активного давления засыпки призма обрушения стремится сместиться вниз относительно стенки и поэтому $\omega \geq 0$. В общем случае образуется три зоны области предельного состояния (рис. 9.23) и в зоне I имеет место минимальное напряженное состояние, для которого в соответствии с (9.25) граничные условия будут $\sigma = [p(x) + \sigma_c]/(1 + \sin \varphi)$ и $\delta = 0$. Вдоль задней грани стенки образуется максимальное напряженное состояние (зона III), которое с учетом наклона грани и угла ω можно [27] представить в виде граничных условий

$$q' = \sigma \sin(\Delta - \omega) / \sin \Delta; \quad \delta = \pi/2 - \psi - (\Delta - \omega)/2,$$

где $\sin \Delta = \sin \omega / \sin \varphi$ и $0 \leq \Delta \leq \pi/2$.

Нетрудно показать, что определение активного давления засыпки на подпорную стенку аналогично нахождению рассмотренного в § 9.6

минимального давления на основание; эти задачи совпадают, когда $\psi = \pi$ и $\omega = 0$.

Опуская изложение техники приближенного интегрирования уравнений предельного равновесия [27], на рис. 9.23 приведен пример линий скольжения для случая нормальной трапецеидальной нагрузки $p(x)$ и $\omega \neq 0$. В случае, когда нагрузка $p(x)$ равномерно распределенная, зона I будет областью простейшего минимального напряженного состояния с прямолинейными плоскостями скольжения (см. рис. 9.7). Когда задняя грань подпорной стенки вертикальна, а угол трения $\omega = 0$, т. е. стенка идеально гладкая, все поверхности скольжения прямолинейны, а давление грунта на подпорную стенку совпадает с определяемым по зависимости (6.1), или, что то же самое, по методу Ш. Кулона, так как прямая линия обрушения засыпки совпадает с одной из прямых линий скольжения. Следует отметить, что *влияние трения грунта о стенку не существенно отражается на величине активного давления*, а криволинейные линии скольжения близки к линейным ($\omega = 0$) (рис. 9.24).

При определении аналогичным путем *пассивного давления*, т. е. при выпирании засыпки ($\omega \leq 0$) и соответствующих граничных условиях, зона I становится областью максимального напряженного состояния. При вертикальной стенке ($\psi = \pi/2$) равномерно распределенной нагрузке на поверхности засыпки и отсутствии по поверхности стенки сил трения ($\omega = 0$) решение совпадает с зависимостью (6.8). *Влияние сил трения грунта о стенку существенно отражается на величине пассивного давления* (см. табл. 6.1) и на изменении формы линий скольжения (рис. 9.24). Применение в этих случаях простейшего метода Кулона (см. гл. 6) с прямолинейными линиями скольжения приводит к существенному завышению пассивного давления.

9.9 О КОЭФФИЦИЕНТАХ УСТОЙЧИВОСТИ И СОПОСТАВЛЕНИЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ОПЫТОВ

Так как во всех рассмотренных в этой главе задачах грунт считается находящимся в предельном напряженном состоянии, то все результаты расчетов соответствуют случаю, когда коэффициент запаса устойчивости $k_s = 1$. Для определения действительного коэффициента запаса можно использовать его выражение в форме (7.5) или (7.4), получая $P_{пр}$ или $E_{пр}$ из решений задач теории предельного равновесия. При использовании выражения для коэффициента запаса в форме (7.9) можно непосредственно без какого-либо подбора определить форму откоса, нагрузки на основание с заданной величиной $[k_s]$. Для этого расчет по решениям теории предельного равновесия нужно проводить для грунта не с действительными расчетными характеристиками прочности ϕ и c , а для грунта с $\text{tg}\phi_{пр} = \text{tg}\phi/[k_s]$ и $c_{пр} = c/[k_s]$.

Соответствие принятых исходных предпосылок теории предельного равновесия проверялось многочисленными экспериментальными исследованиями. Кроме определения предельных нагрузок на грунто-

вые массивы во многих опытах фиксировались смещения элементов грунтового массива или даже отдельных частиц в период выпора или обрушения грунта. Для наблюдений за смещением частиц песка широко применяется предложенный еще в 1889 г. В. И. Курдюмовым способ *фотофиксации*, который заключается в фотографировании через прозрачную стенку лотка участка грунта при затворе фотоаппарата, открытым весь период увеличения нагрузки на грунт. При этом неподвижные частицы песка на фотографии четкие, а смещаю-

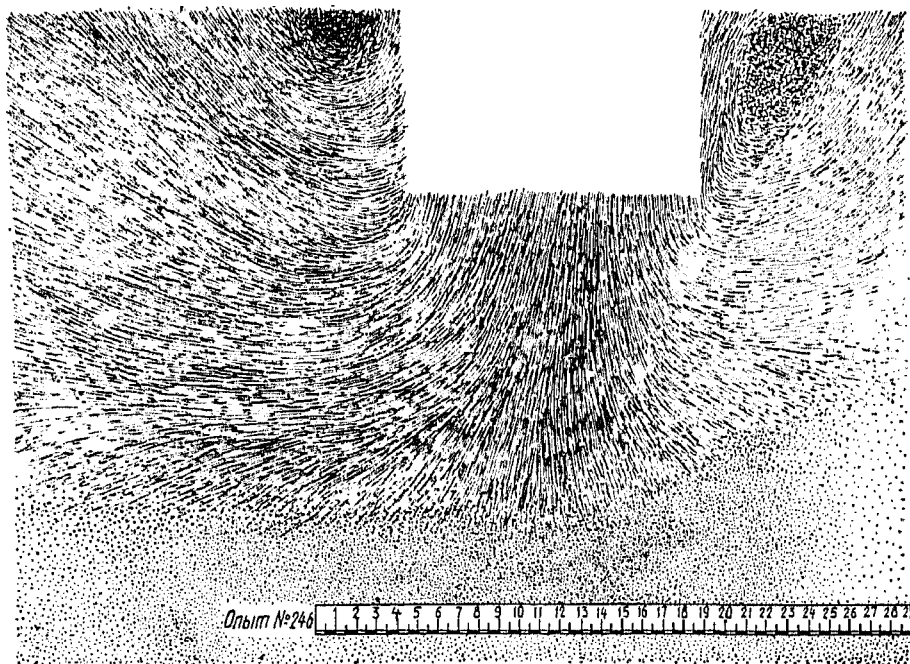


Рис. 9.25. Траектории смещения частиц песка, полученные способом фотофиксации (М. В. Малышев)

щиеся — смазанные; получающийся на фотографии след дает полное представление о траектории смещения частицы (рис. 9.25).

Как показали эти опыты, смещения частиц и границы областей выпора или обрушения по своему характеру удовлетворительно совпадают с определяемыми методами теории предельного равновесия. В случае же вертикальных нагрузок под жесткими штампами ярко выделялось «уплотненное — упругое ядро» с преимущественно вертикальным перемещением частиц. Получаемые в опытах траектории смещения частиц грунта нельзя полностью отождествлять с линиями скольжения, получаемыми из теории предельного равновесия. В опытах направления смещения частиц определяются также уплотнением или разрыхлением грунта, что никак не учитывается в расчетной модели теории предельного равновесия.

Определение же предельных нагрузок на песчаные грунты в лотках показало, что они согласуются с расчетными величинами недостаточно удовлетворительно и расчеты дают существенно заниженное представление о несущей способности оснований (рис. 9.26). Как можно заметить из рассмотрения кривых предельных нагрузок (см. рис. 7.3), полученных различными методами (рис. 9.26), расхождение увеличивается с возрастанием вертикальной составляющей

нагрузки σ . Анализ нагрузок, передаваемых на основание гидротехническими напорными сооружениями и гравитационными набережными, показывает, что для них наибольший интерес представляют малые значения σ , при которых потеря устойчивости происходит с выпором призм малых размеров. Для этих случаев расхождение между результатами расчета и опытов оказывается наименьшим. Имеются также данные, свидетельствующие о том, что для глинистых грунтов расхождение между результатами расчета и эксперимента меньше.

Таким образом, опыты показывают, что при оценке несущей способности оснований описанными выше методами, особенно из несвязных грунтов и при вертикальных нагрузках, имеются неиспользуемые резервы. Это объясняется в основном не учетом во всех этих методах расчета деформируемости грунта и изменения его напряженного состояния в процессе развития деформаций. Переход в последние годы к упругопластическим расчетным моделям приводит к повышению расчетной несущей способности оснований (см. гл. 10).

Тем не менее из рассмотренных в гл. 7 и 9 методов бесспорно в настоящее время теоретически наиболее развитыми методами исследований устойчивости массивов грунта являются методы теории предельного равновесия. Постановка задачи теории предельного равновесия не содержит каких-либо существенных погрешностей в статическом отношении и большей частью приводит к результатам, достаточно удовлетворительно соответствующим данным экспериментальных исследований как в отношении очертания линий скольжения, так и напряженного состояния земляной среды. Конечно, при использовании методов теории предельного равновесия всегда необходимо учитывать, что это одна из крайних — предельных моделей, предполагающей, что во всех точках грунтовой среды одновременно существует предельное напряженное состояние, соответствующее условию прочности Кулона.

В заключение главы необходимо отметить, что решения задач о несущей способности основания, давления грунта на грань подпорной стенки и устойчивости откоса являются частными случаями общей (универсальной) задачи предельного равновесия бесконечного клина с различной формой его граничной поверхности в направлении положительной и отрицательной частей оси x . В частности, решения для основания и подпорной стенки могут быть получены из общего решения предельного состояния различным образом пригруженного откоса.

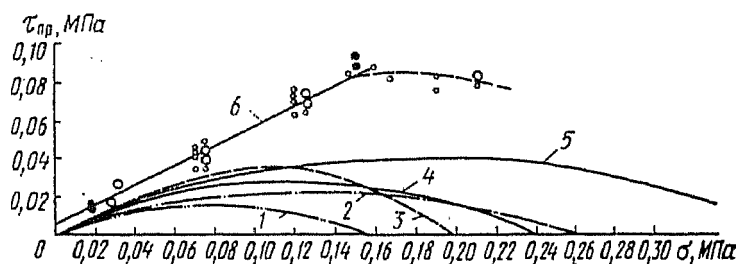
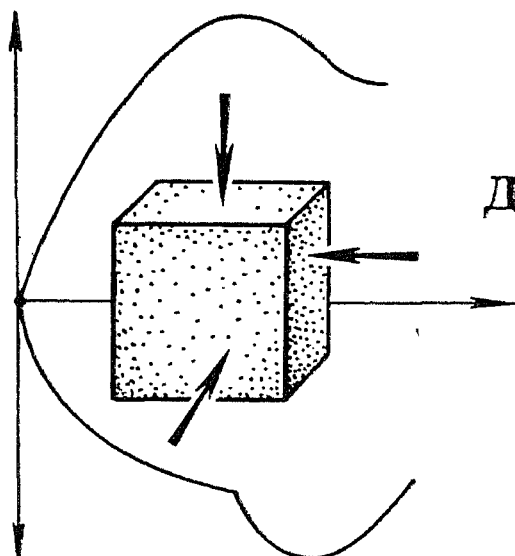


Рис. 9.26. Кривые предельных нагрузок на опытный штамп по расчету различными методами и по данным опытов:

1 — способ Герсеванова; 2 — способ круглоцилиндрических поверхностей скольжения; 3—5 — методами теории предельного равновесия (способы В. В. Соколовского, В. С. Христофорова, П. Д. Евдокимова); 6 — по опытам



НЕЛИНЕЙНАЯ ДЕФОРМИРУЕМОСТЬ И ПРОЧНОСТЬ ГРУНТОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

10.1 ИНВАРИАНТЫ НАПРЯЖЕННОГО И ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЙ ГРУНТОВОЙ СРЕДЫ

Применение инвариантов напряженного и деформированного состояний в механике грунтов началось с появления и развития исследований грунтов в приборах, позволяющих осуществлять двух- и трехосное деформирование образцов в условиях сложного напряженного состояния. Ниже приводятся некоторые общие сведения из механики сплошной среды, связанные с понятием инвариантов, и дается краткая характеристика в основном тех из них, которые используются для описания поведения грунтов при статическом их нагружении.

В случае пространственной задачи напряженное состояние в любой точке сплошной среды полностью характеризуется нормальными $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ и касательными $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ напряжениями. Совокупность этих напряжений, представленных в виде таблицы (матрицы), определяет тензор напряжений

$$T_n = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix}, \quad (10.1)$$

являющийся симметричным относительно диагонали, поскольку в силу закона парности $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$. Тензор T_n

через главные напряжения $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ получает наиболее простую запись (10.1).

Аналогичным образом и деформированное состояние в точке среды определяется симметричным тензором деформации через линейные $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ и угловые $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ или главные деформации $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$:

$$T_d = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \frac{1}{2} \gamma_{xz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2} \gamma_{yz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{zx} & \frac{1}{2} \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{vmatrix}.$$

Главные напряжения $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ и главные деформации $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ не зависят от выбора координатной системы x, y, z и являются примерами наиболее простых инвариантных величин. В общем случае инвариантами тензоров называются их компоненты или комбинации компонентов, которые не меняются при изменении координатной системы. Главные напряжения и деформации как инварианты тензоров T_n и T_d обладают тем недостатком, что они не позволяют однозначно сравнивать одноименные неодинаковые тензоры. Например, при оценке деформированных состояний только сравнением величин $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ невозможно, в частности, установить, какое из этих состояний является более опасным с точки зрения возможного разрушения одного и того же материала. В связи с этим в различных разделах механики сплошной среды широко используются инварианты, образуемые из компонентов тензоров T_n и T_d .

При исследованиях напряженного и деформированного состояний принято тензоры напряжений и деформаций представлять суммой шарового тензора и девиатора напряжений

$$T_n = T_n^0 + D_n \text{ или}$$

$$T_n = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \cdot & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \cdot & \cdot & \sigma_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_{cp} & 0 & 0 \\ \cdot & \sigma_{cp} & 0 \\ \cdot & \cdot & \sigma_{cp} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_{cp} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \cdot & \sigma_y - \sigma_{cp} & \tau_{yz} \\ \cdot & \cdot & \sigma_z - \sigma_{cp} \end{vmatrix}. \quad (10.2)$$

Представление тензора T_n в виде (10.2) соответствует разложению рассматриваемого напряженного состояния на два (рис. 10.1), из которых первое является равномерным всесторонним сжатием интенсивностью $\sigma_{cp} = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$, а второе отвечает случаю, когда сумма нормальных напряжений равна нулю ($\sigma_x - \sigma_{cp} + \sigma_y -$

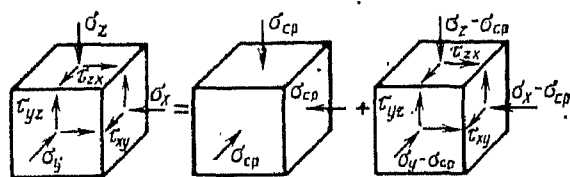


Рис. 10.1. Разложение напряженного состояния при выделении шарового тензора и девиатора напряжений

— $\sigma_{ср} + \sigma_z - \sigma_{ср} = 0$). Через главные напряжения зависимость (10.2) принимает вид

$$T_H = \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ \cdot & \sigma_2 & 0 \\ \cdot & \cdot & \sigma_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_{ср} & 0 & 0 \\ \cdot & \sigma_{ср} & 0 \\ \cdot & \cdot & \sigma_{ср} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_1 - \sigma_{ср} & 0 & 0 \\ \cdot & \sigma_2 - \sigma_{ср} & 0 \\ \cdot & \cdot & \sigma_3 - \sigma_{ср} \end{vmatrix},$$

при этом

$$\sigma_{ср} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3. \quad (10.3)$$

Аналогичным образом тензор деформаций может быть представлен суммой шарового тензора и девиатора деформаций $T_d = T_d^0 + D_d$, которые через главные деформации $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ записываются в виде

$$T_d^0 = \begin{vmatrix} \varepsilon_{ср} & 0 & 0 \\ \cdot & \varepsilon_{ср} & 0 \\ \cdot & \cdot & \varepsilon_{ср} \end{vmatrix}, \quad D_d = \begin{vmatrix} \varepsilon_1 - \varepsilon_{ср} & 0 & 0 \\ \cdot & \varepsilon_2 - \varepsilon_{ср} & 0 \\ \cdot & \cdot & \varepsilon_3 - \varepsilon_{ср} \end{vmatrix},$$

при этом

$$\varepsilon_{ср} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)/3 = \varepsilon_v/3, \quad (10.4)$$

где ε_v — объемная деформация, а $\varepsilon_{ср}$ называется средней деформацией.

Шаровой тензор деформации T_d^0 отвечает равномерному укорочению (удлинению) всех ребер элементарного кубика и характеризует объемную деформацию среды (рис. 10.2, а).

Девиатор деформации D_d отвечает таким удлинениям (укорочениям) ребер элементарного кубика по направлениям главных деформаций (по направлениям 1, 2, 3 — рис. 10.2, б), при которых изменения объема не происходит, и характеризует изменение формы, под которым понимается отклонение от геометрического подобия, но при постоянстве объема среды.

В отличие от шаровых тензоров любой из девиаторов D_H или D_d состоит из компонентов, которые имеют различные значения и непосредственное сопоставление девиаторов в различных точках среды становится затруднительным. С целью возможности такого сопостав-

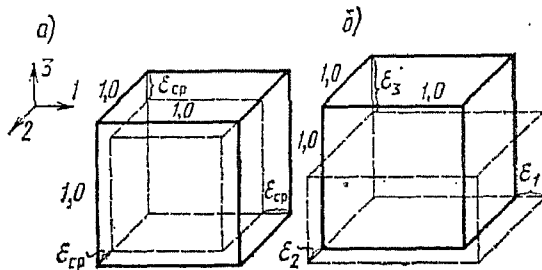


Рис. 10.2. Деформированные состояния, отвечающие шаровому тензору деформации (а) и девиатору деформаций (б)

ления и количественной оценки любого девиатора в механике сплошной среды были предложены специальные инвариантные величины, образуемые из компонентов девиаторов. В частности, для оценки степени формоизменения в данной точке среды применяются инварианты ε_i или Γ , именуемые соответственно интенсивностью деформаций и интенсивностью деформаций сдвига. Эти величины с

точностью до числовых множителей пропорциональны деформации сдвига $\gamma_{\text{окт}}$ на октаэдрической площадке, которая одинаково наклонена к главным направлениям 1, 2, 3 (см. § 2.3). Из теории напряжений и деформаций известно, что

$$\begin{aligned}\gamma_{\text{окт}} &= \frac{2}{3} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2} = \\ &= \frac{2}{3} \sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\epsilon_y - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_z - \epsilon_x)^2 + \frac{3}{2} (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)},\end{aligned}$$

т. е. деформация сдвига на октаэдрической площадке пропорциональна геометрической сумме компонентов девиатора D_d (арифметическая сумма компонентов всегда равна нулю).

Величины ϵ_i или Γ определяются зависимостями

$$\epsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \gamma_{\text{окт}}, \quad \Gamma = \frac{\sqrt{6}}{2} \gamma_{\text{окт}} \quad (10.5)$$

и позволяют однозначно сравнивать деформированные состояния в различных точках среды по величине деформации формы.

Для характеристики степени отклонения тензора напряжений от гидростатического ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) напряженного состояния применяют инварианты, аналогичные величинам ϵ_i или Γ , а именно: интенсивность напряжений

$$\begin{aligned}\sigma_i &= \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}\end{aligned} \quad (10.6)$$

или интенсивность касательных напряжений

$$T = \frac{\sqrt{3}}{3} \sigma_i. \quad (10.7)$$

Заметим, что σ_i и T пропорциональны величине сдвигающего напряжения на октаэдрической площадке $\tau_{\text{окт}}$, определяемого по зависимости (2.53).

Поскольку полная характеристика тензора напряжений или деформаций обеспечивается только тремя независимыми инвариантами, в механике грунтов помимо двух пар, приведенных выше инвариантов $\sigma_{\text{ср}}$, σ_i или T , $\epsilon_{\text{ср}}$, ϵ_i или Γ , в качестве третьих инвариантов приняты параметры Лоде μ_2 и μ_3 вида напряженного и деформированного состояний, выражения (2.56) для которых приводятся в § 2.3.

Рассмотренные выше зависимости (10.3) — (10.7) и (2.56) определяют инварианты $\sigma_{\text{ср}}$, σ_i или T , μ_2 и $\epsilon_{\text{ср}}$, ϵ_i или Γ , μ_3 через главные напряжения или деформации. В свою очередь, эти же зависимости позволяют получить выражения для главных напряжений и деформаций

через перечисленные инварианты. В частности, главные напряжения через инварианты σ_{cp} , T , μ_σ выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_{cp} + \frac{3 - \mu_\sigma}{\sqrt{3(3 + \mu_\sigma^2)}} T; & \sigma_2 &= \sigma_{cp} + \frac{2\mu_\sigma}{\sqrt{3(3 + \mu_\sigma^2)}} T; \\ \sigma_3 &= \sigma_{cp} - \frac{3 + \mu_\sigma}{\sqrt{3(3 + \mu_\sigma^2)}} T.\end{aligned}\quad (10.8)$$

В работах по механике грунтов формулы (10.8) находят применение при анализе и сопоставлении различных условий прочности грунтов. Например, условие Кулона (2.38) с учетом формул (10.8) записывается следующим образом:

$$\frac{3 + \mu_\sigma \sin \varphi}{\sqrt{3(3 + \mu_\sigma^2)}} T - \sigma_{cp} \sin \varphi - c \cos \varphi = 0. \quad (10.9)$$

При решении некоторых, в том числе упругопластических задач плоской деформации удобными оказались инварианты напряжений

$$\left. \begin{aligned}T_{пл} &= \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}, \\ \sigma_{cp.пл} &= \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y),\end{aligned} \right\} \quad (10.10)$$

называемые интенсивностью касательных напряжений при плоской деформации и средним давлением при плоской деформации, и инвариант деформаций

$$\Gamma_{пл} = \sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2} = (\epsilon_1 - \epsilon_3), \quad (10.11)$$

называемый интенсивностью деформаций сдвига при плоской деформации. Инварианты $T_{пл}$, $\sigma_{cp.пл}$ в точности равны инвариантам T и σ_{cp} , если в формулах (10.3) и (10.7) принять $\sigma_2 = \sigma_z = 0,5 (\sigma_x + \sigma_y) = 0,5 (\sigma_1 + \sigma_3)$. В случае использования инвариантов $T_{пл}$ и $\sigma_{cp.пл}$ условие Кулона (2.38) получает простую запись

$$T_{пл} - \sigma_{cp.пл} \sin \varphi - c \cos \varphi = 0. \quad (10.12)$$

и легко геометрически интерпретируется в координатах $T_{пл}$, $\sigma_{cp.пл}$.

10.2 ОПИСАНИЕ СХЕМ И РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ ГРУНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНВАРИАНТОВ НАПРЯЖЕННОГО И ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЙ

При исследовании грунтов, как и конструкционных материалов, в теории пластичности принято различать нагружение и разгрузку. Нагружением называют процесс, при котором происходит нарастание пластических (остаточных) деформаций, а процесс, сопровождающийся изменением (уменьшением) упругой деформации при неизменной пластической деформации, накопленной при нагружении, называют разгрузкой. Нагружение может быть простым и сложным. Простое нагружение характеризуется тем, что появляющиеся в произвольной точке грунтовой среды компоненты тензора напряжений возрастают при нагружении пропорционально одному общему параметру, например времени. Следовательно, при простом нагружении направления главных напряжений и соотношения между ними не меняются и, в частности, μ_s остается постоянным. В случае испытания грунтовых образцов простое нагружение возможно, если внешние нагрузки возрастают, начиная с нуля, пропорционально одному параметру, а начальные напряжения в образце отсутствуют. При сложном нагружении направления главных напряжений и взаимоотношения между ними могут изменяться самым различным образом.

Совокупность значений, принимаемых тензором напряжений в рассматриваемой точке среды в процессе изменения внешних нагрузок, определяет путь или траекторию нагружения среды в данной точке. Траектория характеризует процесс изменения напряжений. Геометрически путь нагружения принято представлять кривой в координатах, являющихся инвариантами напряженного состояния. Обычно применяют изображение путей нагружения плоскими кривыми, принимая в качестве координат инварианты $\sigma_{ср}$, σ_i или $\sigma_{ср}$, T или $\sigma_{ср.пл}$, $T_{пл}$ в зависимости от теории прочности, которую предполагают использовать для оценки разрушения грунта. При оценке прочности грунтов с позиций теории Мора—Кулона предпочтение следует отдавать инвариантам $\sigma_{ср.пл}$, $T_{пл}$, поскольку в этих координатах условие Кулона получает простую геометрическую интерпретацию в виде прямой. Применение инвариантов $\sigma_{ср}$, σ_i или $\sigma_{ср}$, T оказывается удобным, при использовании условия Боткина.

Сопоставление результатов опытов, выполненных по разным схемам, и выявление общих закономерностей поведения грунтов может быть обеспечено лишь при единообразной форме описания результатов испытаний, что достигается использованием приведенных выше инвариантов напряженно-деформированного состояния грунтовой среды.

О д н о о с н о е с ж а т и е. Напряженно-деформированное состояние образца (рис. 10.3, а) характеризуется величинами $\sigma_1 =$

$$= \sigma_z = 4P/(\pi d_0^2); \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0; \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_z = +\Delta h/h_0; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_x = -|\Delta d|/d_0.$$

Инварианты напряженно-деформированного состояния, определяемые формулами (10.3) — (10.11), принимают значения $\sigma_{ср} = \sigma_z/3$, $\sigma_i = \sigma_z$, $\mu_\sigma = -1$, $\sigma_{ср.пл} = \sigma_z/2$, $T = \sqrt{3}\sigma_z/3$, $T_{пл} = \sigma_z/2$, $\varepsilon_{ср} = (\varepsilon_z + 2\varepsilon_x)/3$, $\varepsilon_i = 2(\varepsilon_z - \varepsilon_x)/3$, $\mu_\varepsilon = -1$. Заметим, что при $\nu = 0,5$ $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_x = -0,5\varepsilon_z$ и $\varepsilon_{ср} = 0$, а $\varepsilon_i = \varepsilon_z$, т. е. в этом случае непосредственно по-

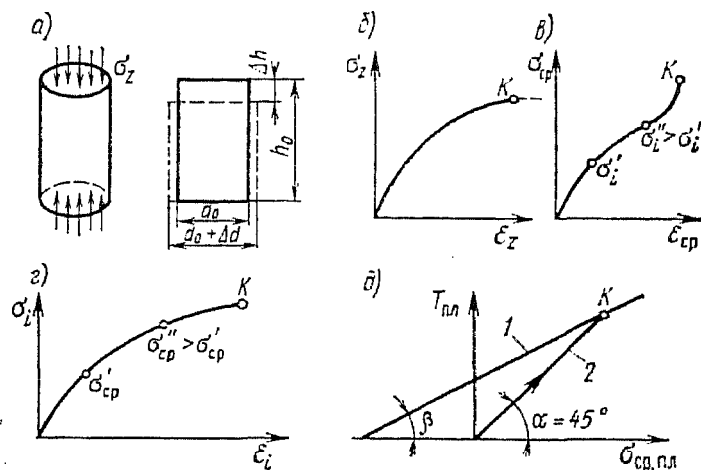


Рис. 10.3. Схема и результаты опыта на простое сжатие

лучаемая из опыта зависимость $\sigma_z - \varepsilon_z$ (рис. 10.3, б) одновременно является и зависимостью $\sigma_i - \varepsilon_i$, описывающей формоизменение. Характерные опытные кривые изменения объема и формы образца в процессе опыта до момента разрушения (точка k) показаны на рис. 10.3, в, г. По результатам данного опыта невозможно построить зависимости $\varepsilon_{ср}$ от $\sigma_{ср}$ при постоянных

σ_i и ε_i от σ_i при постоянных $\sigma_{ср}$. Опыты на простое сжатие позволяют осуществить единственную траекторию нагружения 2 (рис. 10.3, д), которая в координатах $\sigma_{ср.пл}$, $T_{пл}$ изображается прямой, наклоненной к оси абсцисс под углом 45° ($\operatorname{tg} \alpha = T_{пл}/\sigma_{ср.пл} = 1$). Точка k пересечения траектории нагружения 2 с прямой 1, построенной по уравнению Кулона, отвечает моменту разрушения в соответствии с условием прочности Мора—Кулона. Очевидно, что в опыте на простое сжатие до разрушения можно довести любой материал, следующий этому условию, если $\varphi < 90^\circ$ ($\beta < \alpha = 45^\circ$, где $\operatorname{tg} \beta = \sin \varphi$). Однако сами опыты на простое сжатие не позволяют построить прямую Кулона (1), они определяют лишь единственную точку k на этой прямой (рис. 10.3, д).

Компрессионное сжатие. Напряженно-деформированное состояние образца характеризуется величинами $\sigma_1 = \sigma_z = 4P/(\pi d_0^2)$, $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_x = \xi \sigma_z$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_z = \Delta h/h_0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$. Инварианты напряженно-деформированного состояния оказываются равными: $\sigma_{ср} = (1 + 2\xi)\sigma_z/3$; $\sigma_i = (1 - \xi)\sigma_z$; $\mu_\sigma = -1$; $\sigma_{ср.пл} = (1 + \xi)\sigma_z/2$; $T_{пл} = (1 - \xi)\sigma_z/2$; $\varepsilon_{ср} = \varepsilon_z/3$; $\varepsilon_i = 2\varepsilon_z/3$; $\mu_\varepsilon = -1$.

Поскольку при компрессионном испытании неизвестна величина коэффициента бокового давления ξ , то неизвестной оказывается и траектория нагружения. В этом опыте в процессе увеличения вертикальных напряжений замедляется рост не только объемной деформации образца, но и деформации формы.

Сдвиги на приборах плоского среза. Опыты на сдвижных приборах выполняются в два этапа. На первом этапе

грунт в условиях отсутствия боковых деформаций обжимается вертикальным давлением σ_z , а последующее приложение горизонтальной нагрузки приводит к появлению в плоскости среза касательных напряжений τ_{zx} . Другие компоненты тензора напряжений и все компоненты тензора деформаций по результатам опытов на сдвиг установить невозможно. Это исключает представление результатов в инвариантной форме и не позволяет установить траекторию нагружения

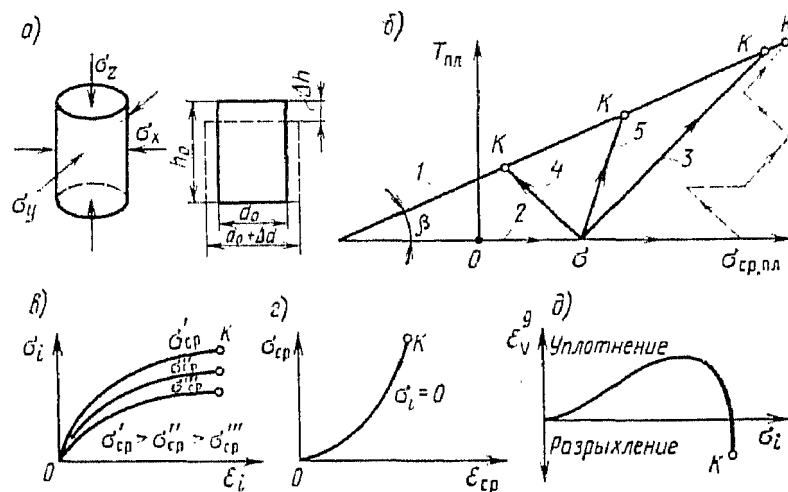


Рис. 10.4. Напряженно-деформированное состояние грунта в стабилометрических испытаниях

на втором этапе. Тем не менее эти испытания широко распространены, так как обеспечивают определение характеристик прочности ϕ и c и в итоге позволяют записать уравнение Кулона через инварианты $T_{пл}$, $\sigma_{ср,пл}$ в форме (10.12).

Стабилометрические испытания. Описание применяемого оборудования и схемы проведения испытаний были даны ранее (см. § 1.3 — 1.5). Напряженно-деформированное состояние образца характеризуется величинами (рис. 1.15, а и 10.4, а): $\sigma_x = \sigma_y$, σ_z , $\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$, $\epsilon_z = \Delta h/h_0$, $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = \Delta d/d_0$. Инварианты определяются выражениями: $\sigma_{ср} = (\sigma_z + 2\sigma_x)/3$; $\sigma'_i = \sigma_z - \sigma_x$; $\sigma_{ср,пл} = (\sigma_z + \sigma_x)/2$; $T_{пл} = |\sigma_z - \sigma_x|/2$; $\epsilon_{ср} = (\epsilon_z + 2\epsilon_x)/3$; $\epsilon'_i = 2|\epsilon_z - \epsilon_x|/3$. В зависимости от соотношения между σ_z и σ_x , ϵ_z и ϵ_x параметры вида напряженного и деформированного состояний могут принимать значения $\mu_\sigma = -1$, $\mu_\epsilon = -1$ ($\sigma_z > \sigma_x$) и $\mu_\sigma = +1$, $\mu_\epsilon = +1$ ($\sigma_x > \sigma_z$).

Стабилометрические испытания обычно начинают с предварительного гидростатического обжатия образца давлениями $\sigma_z = \sigma_x = \sigma$ (рис. 10.4, б, траектория 2), после чего образец может быть доведен до разрушения по различным траекториям нагружения. Траектория 3 отвечает схеме «раздавливания» и осуществляется увеличением $\sigma_z = \sigma + \Delta\sigma_z$ при постоянном $\sigma_x = \sigma$. Нагружение по траектории 3 при различных σ широко применяется для построения прямой Кулона (1) и определения характеристик прочности. В испытании по

схеме «раздавливание» имеем $\sigma_{ср} = \sigma + \Delta\sigma_z/3$, $\sigma_{ср.пл} = \sigma + \Delta\sigma_z/2$, $\sigma_i = \Delta\sigma_z$, $T_{пл} = \Delta\sigma_z/2$, $\mu_\sigma = -1$.

В координатах $\sigma_{ср.пл}$, $T_{пл}$ прямая 3 наклонена к оси абсцисс под углом 45° и пересекает прямую Кулона 1 при любом $\varphi < 90^\circ$ ($\operatorname{tg}\beta = \sin\varphi$). В опыте на «раздавливание» величины $\varepsilon_{ср}$, ε_i , характеризующие деформации объема и формы, одновременно зависят от $\sigma_{ср}$ и σ_i . Аналогичным образом обстоит дело и при испытании по схеме «удли-

нения» («растяжения») образца. В этом испытании разрушение достигается уменьшением $\sigma_z = \sigma - \Delta\sigma_z$ при постоянном $\sigma_x = \sigma$. В результате имеем $\sigma_{ср} = \sigma - \Delta\sigma_z/3$, $\sigma_{ср.пл} = \sigma - \Delta\sigma_z/2$, $\sigma_i = \Delta\sigma_z$, $T_{пл} = \Delta\sigma_z/2$, $\mu_\sigma = +1$ и схеме испытания отвечает траектория нагружения 4. Получить зависимости $\varepsilon_i - \sigma_i$ при различных $\sigma_{ср} = \text{const}$ позволяет схема чисто девиаторного нагружения (траектория 5). В опытах по этой схеме изменение σ_i происходит при заданном $\sigma_{ср} = \text{const}$, для чего после этапа гидростатического обжатия давлениями σ (траектория 2) выполняется одновременно увеличение $\sigma_z = \sigma + \Delta\sigma_z$ и уменьшение $\sigma_x = \sigma - \Delta\sigma_x$ при сохранении соотношения $\Delta\sigma_z = 2\Delta\sigma_x$. В результате получаем $\sigma_{ср} = \sigma$, $\sigma_i = 1,5\Delta\sigma_z$,

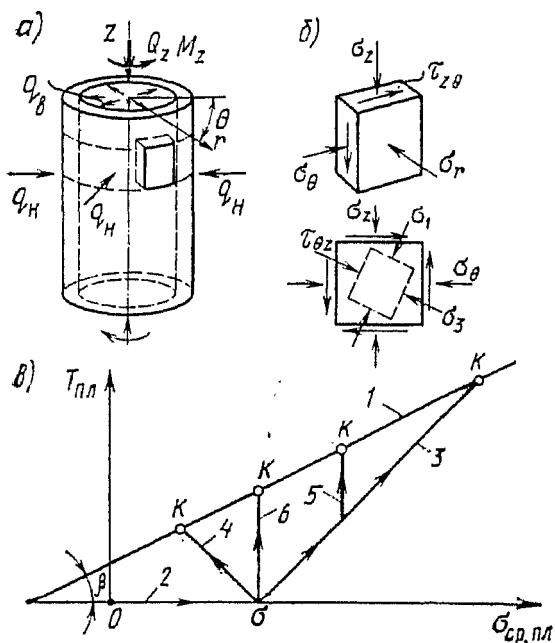


Рис. 10.5. Напряженное состояние трубчатого образца

$\sigma_{ср.пл} = \sigma + 0,25\Delta\sigma_z$, $T_{пл} = 0,75\Delta\sigma_z$, $\mu_\sigma = -1$. На плоскости $\sigma_{ср.пл}$, $T_{пл}$ прямая 5 наклонена к оси абсцисс под углом $\alpha = \operatorname{arctg} 3$. Заметим, что в координатах $\sigma_{ср}$, σ_i траектория чисто девиаторного нагружения будет изображаться прямой, параллельной оси σ_i .

Рассмотренные простые траектории нагружения при соответствующих их комбинациях позволяют осуществить в стабилметрическом испытании произвольные, достаточно сложные траектории нагружения, например, траекторию, изображенную на рис. 10.4, б пунктиром. Каждый линейный участок траектории обычно характеризуют отношениями $\Delta\sigma_i/(\Delta\sigma_{ср})$ или $\Delta T_{пл}/(\Delta\sigma_{ср.пл})$. Для траекторий 2—5 рис. 10.4, б соответственно имеем $\Delta T_{пл}/(\Delta\sigma_{ср.пл}) = 0,1 - 1, 3$. Следует подчеркнуть, что результаты опытов зависят от реализованных в них траекторий нагружения.

В целом стабилметрические испытания позволяют установить зависимости $\varepsilon_i - \sigma_i$ при различных $\sigma_{ср} = \text{const}$ и $\mu_\sigma = \pm 1$ (рис. 10.4, в), зависимость $\varepsilon_{ср} - \sigma_{ср}$ при гидростатическом обжатии (рис. 10.4, г), исследовать влияние девиатора, характеризуемого σ_i или T , на объемные деформации образца.

Для анализа влияния, например, величины σ_i на объемную деформацию $\varepsilon_V = 3\varepsilon_{ср}$ принято из ε_V выделять ту ее часть ε_V^d , ко-

торая определяется наличием девиатора (дилатантная объемная деформация, см. § 1.5), т. е. в опытах выявляются зависимости $\varepsilon_v^d = \varepsilon_v^d(\sigma_i)$ при разных $\sigma_{ср} = \text{const}$. Кривые $\sigma_i - \varepsilon_v^d$ могут иметь различный характер в зависимости от вида грунта, его состояния, пути нагружения и др. Один из возможных вариантов кривой $\sigma_i - \varepsilon_v^d$ при $\sigma_{ср} = \text{const}$ показан на рис. 10.4, д.

Испытания полых цилиндрических образцов. В общем случае к образцу прикладывают осевую силу Q_z , крутящий момент M_z , внутреннее q_v и наружное q_n давления (рис. 1.19, в и 10.5, а). В цилиндрической системе координат развивающиеся в образце напряжения (рис. 10.5, б) и деформации определяются известными формулами расчета тонкостенных цилиндров

$$\sigma_z = \frac{Q_z}{\pi d t}, \quad \sigma_\theta = \frac{q_n d_n - q_v d_v}{2t}, \quad \sigma_r \simeq \frac{q_v + q_n}{2}, \quad \tau_{z\theta} = \frac{2M_z}{\pi d^2 t},$$

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta h}{h_0}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{\Delta d}{d} \simeq \frac{\Delta d_n}{d_n}, \quad \varepsilon_r = \frac{\Delta t}{t},$$

$$\gamma_{z\theta} = \frac{d_n}{2} \frac{\varphi_{кр}}{h_0},$$

где $d = 0,5(d_v + d_n)$; $d_v = d_n - 2t$; $\varphi_{кр}$ — угол поворота одного торца образца относительно другого.

При испытании трубчатых грунтовых образцов обычно опыт начинают с предварительного гидростатического обжатия грунта образца принятым давлением σ , для чего необходимо задать $q_v = q_n = \sigma$, $\sigma_z = \sigma (Q_z = \sigma \pi d t)$ и $M_z = 0$ (рис. 10.5, в, траектория 2). Последующее нагружение образца и доведение его до разрушения может осуществляться по различным схемам. Например, траектория 3 отвечает случаю нагружения образца вертикальным давлением Q_z при постоянных $q_n = q_v = \sigma$ и $M_z = 0$. В этом случае $\sigma_z = \sigma + \Delta\sigma_z$, $\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma$, $\mu_\sigma = -1$, $\sigma_{ср.пл} = \sigma + \Delta\sigma_z/2$, $T_{пл} = \Delta\sigma_z/2$ и по схеме проведения этот опыт совпадает с опытом на раздавливание в стабилометре. Достаточно простой является схема испытания, когда образец доводится до разрушения путем увеличения внутреннего давления $q_v = \sigma + \Delta q_v$ при постоянных $q_n = \sigma$, $\sigma_z = \sigma$ и $M_z = 0$. При этом напряжения равны $\sigma_z = \sigma$, $\sigma_r = \sigma + \Delta q_v/2$, $\sigma_\theta = \sigma - \Delta q_v d_v/2t$, $\sigma_{ср.пл} = \sigma - (\Delta q_v/4)(d_v/t - 1)$, $T_{пл} = (\Delta q_v/4)(d_v/t + 1)$. Этому испытанию отвечает траектория 4, для которой $\Delta T_{пл}/(\Delta \sigma_{ср.пл}) = -1$ и $\mu_\theta = +1$, т. е. траектория 4 весьма близка к траектории по схеме «удлинения» образца в стабилометре.

Наибольший интерес при испытаниях трубчатых образцов представляет схема нагружения с кручением образца. Обычно такие испытания проводятся в три или два этапа. При трехэтапном испытании на первом создается гидростатическое обжатие (траектория 2), на втором производится увеличение вертикального давления при сохранении остальных нагрузок постоянными, т. е. воспроизводится участок траектории 3. На третьем этапе без изменения действующих нагрузок прикладывается крутящий момент M_z и образец доводится до разрушения. К нормальным напряжениям после второго этапа, равным $\sigma_z = \sigma_1 = \sigma + \Delta\sigma_z$, $\sigma_2 = \sigma_0 = \sigma_r = \sigma_3 = \sigma$, на третьем добавляются только касательные напряжения $\tau_{z\theta}$. В результате $\sigma_{ср}$ и

$\sigma_{\text{ср.пл}}$ остаются постоянными, а величины σ_i , T и $T_{\text{пл}}$, характеризующие девиатор, нарастают, т. е. имеет место чисто девиаторное нагружение. Одновременно с увеличением σ_i , T и $T_{\text{пл}}$ на третьем этапе испытания параметр Лоде μ_z , определяемый выражением $\mu_z = -\Delta\sigma_z / \sqrt{\Delta\sigma_z^2 + 4\tau_{z\theta}^2}$, с увеличением $\tau_{z\theta}$ будет также нарастать, принимая значения в диапазоне от -1 до 0 . Поскольку на этом этапе $\sigma_{\text{ср.пл}} = \text{const}$, то траектория 5 идет параллельно оси $T_{\text{пл}}$. При двухэтапном нагружении участок траектории, отвечающий увеличению вертикального давления, опускается, т. е. после гидростатического обжатия (первый этап) приложением крутящего момента (второй этап) сразу обеспечивается девиаторное нагружение (траектория 6). На участке девиаторного нагружения напряжения равны $\sigma_z = \sigma_r = \sigma_\theta = \sigma$, $\tau_{z\theta} = \Delta\tau$, $\tau_{rz} = \tau_{r\theta} = 0$ и имеем $\sigma_1 = \sigma + \Delta\tau$, $\sigma_2 = \sigma$, $\sigma_3 = \sigma - \Delta\tau$, $\mu_z = 0$. В отличие от стабилметрических испытаний кручение трубчатых образцов сопровождается поворотом осей главных напряжений σ_1 и σ_3 (рис. 10.5, б), что позволяет исследовать влияние изменения направления главных напряжений на деформированное состояние грунта.

Испытания грунтовых образцов в приборе с независимо регулируемыми главными напряжениями. Напряженно-деформированное состояние образца характеризуется соответственно нормальными напряжениями σ_x , σ_y , σ_z и линейными деформациями ε_x , ε_y , ε_z . В процессе всего опыта они являются главными напряжениями (см. рис. 1.15, б) и деформациями, получающими нумерацию в зависимости от соотношения их величин на данный момент опыта. Непосредственное измерение напряжений σ_1 , σ_2 , σ_3 и деформаций ε_1 , ε_2 , ε_3 позволяет легко перейти по общим зависимостям раздела 10.1 к инвариантам напряженно-деформированного состояния, характеризующим траекторию нагружения и сопротивление грунта изменению объема и формы.

Прибор обеспечивает нагружение грунта по самым различным простым и сложным траекториям и при различных значениях параметра μ_z во всем диапазоне его изменения от -1 до $+1$. В том числе могут быть осуществлены траектории нагружения, применяемые в рассмотренных выше схемах испытаний, за исключением лишь траектории, сопровождаемой поворотом главных напряжений при кручении цилиндрического полого образца.

Обеспечение той или иной траектории нагружения в приборе с независимо регулируемыми напряжениями требует определенной программы их изменения. Например, после гидростатического обжатия образца давлением σ чистодевиаторное нагружение его при $\mu_z = -1$ можно выполнить, если одновременно увеличивать $\sigma_x = \sigma_1$ и уменьшать $\sigma_y = \sigma_2$ и $\sigma_z = \sigma_3$ таким образом, чтобы выполнялись условия $\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3 = 0$, $2\Delta\sigma_2 - (\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_3) = -(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$, что возможно, если $\sigma_x = \sigma + \Delta\sigma$, $\sigma_y = \sigma_z = \sigma - 0,5\Delta\sigma$. Тогда имеем $\sigma_{\text{ср}} = \sigma = \text{const}$, $\sigma_{\text{ср.пл}} = \sigma + 0,25\Delta\sigma$, $\mu_z = -1$, $\sigma_i = 1,5\Delta\sigma$, $T_{\text{пл}} = 0,75\Delta\sigma$.

В то же время чистодевиаторное нагружение при $\mu_z = 0$ требует выполнения условий $\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3 = 0$, $2\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_3$ и уже иного изменения напряжений, например, в виде $\sigma_x = \sigma_1 = \sigma + \Delta\sigma$, $\sigma_y = \sigma_2 = \sigma$, $\sigma_z = \sigma_3 = \sigma - \Delta\sigma$. В результате получаем $\sigma_{\text{ср}} = \sigma$, $\sigma_{\text{ср.пл}} = \sigma$, $\mu_z = 0$, $\sigma_i = \sqrt{3}\Delta\sigma$,

$T_{пл} = \Delta\sigma$. Аналогично могут быть найдены соответствующие программы изменения напряжений и при других траекториях.

В целом испытания грунтовых образцов в приборе с независимо регулируемыми главными напряжениями в рамках исследования допредельного поведения грунта позволяют установить зависимости $\varepsilon_i - \sigma_i$ при различных фиксированных $\sigma_{ср}$ и $-1 \leq \mu_\sigma \leq +1$, выявить зависимость $\varepsilon_{ср} - \sigma_{ср}$ при гидростатическом обжатии, изучить влияние девиатора напряжений, характеризуемого величинами σ_i или T , или $T_{пл}$, на объемные деформации грунта. Возможный характер этих зависимостей иллюстрировался ранее на рис. 10.4, в—д.

При исследовании прочности грунтов прибор позволяет в отличие, например, от стабилметра осуществлять разрушение грунта при всех различных по величине главных напряжениях, т. е. при различных μ_σ в диапазоне от -1 до $+1$.

10.3 УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ СРЕДЫ И ПОВЕРХНОСТИ НАГРУЖЕНИЯ

Деформации упругопластических материалов, в том числе и грунтов, состоят из упругих (обратимых) и остаточных (пластических). Для составления наиболее общих представлений о поведении грунтов при произвольном нагружении необходимо изучить отдельно закономерности упругого и пластического (остаточного) деформирования, а также выявить те напряженные состояния, которые дают только упругое деформирование, и те, которые связаны с пластическими деформациями.

Привлекая геометрические понятия, в механике сплошной среды принято рассматривать шесть компонентов тензора напряжений (10.1) как декартовы координаты точки в 6-мерном пространстве напряжений (при использовании в качестве координат главных напряжений пространство становится 3-мерным). В этом пространстве для упругопластической среды принимается существование области E , в которой среда ведет себя упруго, т. е. при изменении напряженных состояний в пределах области имеет место только упругое деформирование. Напряженные состояния за пределами области E приводят к появлению пластических деформаций. В общем случае область E ограничена некоторой поверхностью Π_p , отвечающей пределам текучести (пластичности). Для простого, например, линейного напряженного состояния (растяжение — сжатие) поверхность Π_p представлена точкой, совпадающей с пределом текучести σ_t . Как известно, в случае упругоидеальнопластических материалов предел текучести σ_t при растяжении—сжатии разграничивает на диаграмме $\sigma - \varepsilon$ упругое деформирование (участок 1) от пластического (участок 2, рис. 10.6, а). При сложном напряженном состоянии упругоидеальнопластического материала границей между упругим и пластическим его деформированием является фиксированная в пространстве на-

пряжений поверхность Π_p , которую называют поверхностью текучести. В случае упрочняющихся материалов их деформирование при растяжении — сжатии характеризуется диаграммой σ — ϵ (рис. 10.6, б). При нагружении этих материалов за точку 1 пределом текучести (пластичности) считается достигнутое в данном опыте σ_T (в опыте 1 — σ_{T1} , в опыте 2 — σ_{T2} и т. д.), поскольку при последующих изменениях действующего напряжения $\sigma \leq \sigma_T$ материал ведет

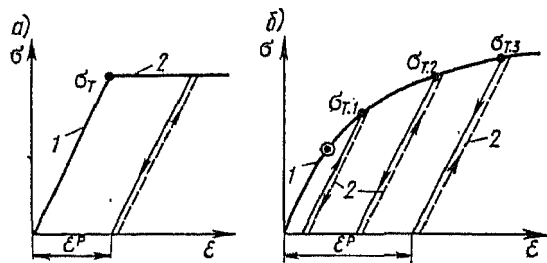


Рис. 10.6. Деформирование при линейном напряженном состоянии идеального (а) и упрочняющегося (б) упругопластических материалов

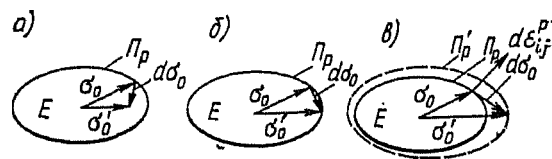


Рис. 10.7. Поверхность нагружения при разгрузке (а), нейтральном (б) и активном (в) нагружениях упруго-пластической упрочняющейся среды

себя только упруго и на ветвях разгрузки—нагрузки 2 меняется только упругая деформация, а новая пластическая деформация к накопленной ранее не добавляется. Таким образом, для упрочняющегося материала при растяжении—сжатии предел текучести (пластичности) имеет переменное значение, определяемое наибольшим достигнутым в опыте напряжением. В случае сложных напряженных состояний упрочняющейся упругопластической среде в пространстве напряжений отвечает поверхность Π_p (рис. 10.7), которая по аналогии с переменным пределом текучести (пластичности) при растяжении—сжатии может изменять свое положение в пространстве напряжений. В этом случае поверхность Π_p принято называть поверхностью нагружения, реже упрочнения. Точка на поверхности Π_p , отвечающая определенному напряженному состоянию, характеризуемому вектором σ_0 , называется точкой нагружения. Данному напряженному состоянию σ_0 соответствуют определенная поверхность нагружения Π_p и область E . Если при изменении напряженного состояния вектор приращения напряжений (вектор догрузки) $d\sigma_0$ переводит вектор σ_0 внутрь области E , т. е. вектор σ_0 оказывается в E , то данное изменение напряжений называется разгрузкой (рис. 10.7, а). В этом случае поверхность нагружения не меняется и новые пластические деформации не появляются, а вектор $d\sigma_0$ вызывает только упругие деформации. Если при добавлении к σ_0 вектора догрузки $d\sigma_0$ конец вектора $\sigma_0' = \sigma_0 + d\sigma_0$, т. е. точка нагружения остается на поверхности Π_p , то такое изменение напряжений называется нейтральным нагружением (рис. 10.7, б). При этом считается, что изменения поверхности Π_p не происходит, новые пластические деформации не появляются, а имеет место только упругое деформирование. И наконец, если в результате приращения напряжений $d\sigma_0$ конец век-

тора $\sigma'_0 = \sigma_0 + d\sigma_0$ выходит наружу поверхности нагружения P_p , построенной для вектора σ_0 , то происходит перемещение (изменение) поверхности нагружения из P_p в P'_p (рис. 10.7, в), а изменение напряженного состояния, т. е. вектор догрузки $d\sigma_0$, вызывает появление пластических деформаций. Такое изменение напряжений называется нагружением, часто — активным нагружением. Считается, что при нагружении изменение поверхности от P_p до P'_p происходит непрерывно, т. е. малому значению вектора догрузки $d\sigma_0$ отвечает малое изменение поверхности нагружения. Заметим, что для нагружения необходимо, чтобы исходное напряженное состояние соответствовало точке нагружения, т. е. конец вектора σ_0 должен принадлежать поверхности P_p .

В теории пластичности состояние поверхности нагружения в процессе изменения напряженно-деформированного состояния среды рассматривается как функция компонент $\sigma_{ij}(\sigma_x \dots \tau_{zx})$ тензора напряжений T_n , компонент $\varepsilon_{ij}^p(\varepsilon_x^p \dots \gamma_{zx}^p)$ тензора пластических деформаций T_d^p , ряда параметров*. В 6-мерном пространстве напряжений изотропной среде соответствует поверхность нагружения

$$\Phi(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \chi_i^p) = 0,$$

где через χ_i^p представлены параметры упрочнения, зависящие от истории изменения ε_{ij}^p , постоянные при фиксированных ε_{ij}^p . Функцию Φ принято называть функцией нагружения. Заметим, что в упругой области $\Phi < 0$. Точки поверхности P_p , в которых Φ дифференцируема по σ_{ij} и, следовательно, имеет единственную в каждой точке нормаль, называют регулярными. Поверхность P_p в этих точках является гладкой. Однако она может иметь особенности в виде угловых точек, ребер и т. п. Точки поверхности P_p , соответствующие таким особенностям, называют сингулярными (особыми). В этих точках поверхность P_p единственной нормали не имеет. В теории пластичности принимается (постулируется), что поверхность нагружения является замкнутой, но в некоторых направлениях может простирается до бесконечности, не проходит через начало координат, и любой луч σ_0 пересекает ее не более одного раза, т. е. она считается выпуклой. В случае упругоидеальнопластических материалов, т. е. материалов, не обладающих упрочнением, все поверхности нагружения совмещены в одну, являющуюся поверхностью текучести. В этом случае поверхность текучести (нагружения) и упругая область фиксированы и не зависят от истории нагружения. Уравнение поверхности текучести для изотропной среды в пространстве напряжений записывается в виде $f(\sigma_{ij}) = 0$. Функцию f принято называть функцией текучести. В упругой области $f < 0$. Поверхность текучести

* Далее при рассмотрении вопросов теории пластичности наряду с обычными будут использоваться тензорные обозначения, которые упрощают изложение. При этом $i, j = 1, 2, 3$ и $\sigma_{11} = \sigma_x$, $\sigma_{12} = \tau_{xy}$, $\sigma_{13} = \tau_{xz}$, $\sigma_{22} = \sigma_y$ и т. д. аналогично для деформаций.

обладает всеми изложенными выше свойствами поверхности нагружения (имеет регулярные и сингулярные точки, замкнутость, выпуклость и т. п.).

Поверхность нагружения используется, как будет видно из дальнейшего, для установления связи между напряжениями и деформациями в допредельном состоянии грунта. Для выявления формы поверхности нагружения для грунтов напряженные состояния при-

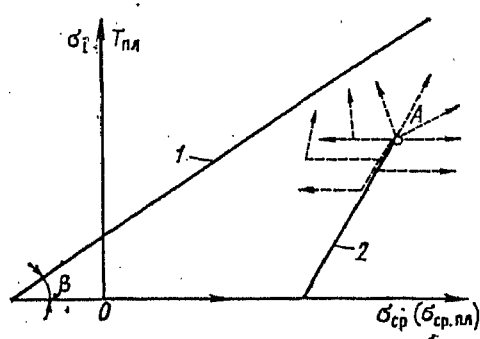


Рис. 10.8. Экспериментальное определение формы поверхности нагружения, проходящей через точку нагружения

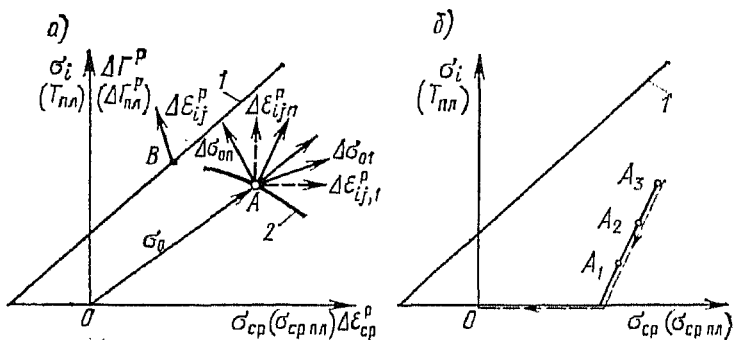


Рис. 10.9. Исследования пластических и упругих деформаций грунта

ходитcя изменять по различным траекториям. Поэтому такие опыты проводятся на стабилометрах, приборах кручения и с независимо управляемыми главными напряжениями.

Предположим, что требуется установить поверхность нагружения, т. е. границу упругой области, формирующуюся в результате активного нагружения грунта по принятой траектории 2 до напряженного состояния, отвечающего точке нагружения A (рис. 10.8). Для выполнения поставленной задачи обычно в ряде параллельных опытов идентичные образцы грунта нагружаются одинаково до состояния в точке A. Затем в каждом отдельном опыте испытание от точки нагружения A продолжается по одной из траекторий догружения, обозначенных на рис. 10.8 пунктиром. При этом изменение напряжений при догружении ведется достаточно малыми ступенями. Момент пересечения данной траекторией догружения поверхности нагружения устанавливается по появлению приращений пластических деформаций.

В одном опыте определяется единственная точка поверхности нагружения, лежащая на реализованной траектории догружения. Найденные на других траекториях догружения точки определяют поверхность нагружения для напряженного состояния A. При переходе от напряженного состояния A к A₁, затем к A₂ и т. д. поверхность нагружения меняет свое положение и форму. Если точки A₁, A₂, A₃, ..., A_n лежат, например, на траектории раздавливания и для каждой из них установлена поверхность нагружения, то тем самым устанавливается весь процесс трансформации поверхности нагружения при активном нагружении по траектории раздавливания до предельной прямой 1 (рис. 10.8). Аналогичным образом могут быть изучены закономерности развития поверхности нагружения при других траекториях активного нагружения.

Не меньшее значение, чем установление формы поверхности нагружения и ее эволюции в процессе активного нагружения, имеет исследование закономерностей пластического и упругого деформирования. Изучение пластического деформирования в большинстве выполненных исследований заключалось в определении величины и

направления вектора приращений пластических деформаций $\Delta \varepsilon_{ij}^p$ в зависимости от направления и величины вектора догружения $\Delta \sigma_0$.

Для этого от напряженного состояния, принадлежащего поверхности нагружения 2 (точка А), проводятся догружения векторами $\Delta \sigma_{01}, \Delta \sigma_{02}, \dots, \Delta \sigma_{0n}$, которые пересекают поверхность нагружения по различно ориентированным траекториям догружения (рис. 10.9, а). Для выявления зависимости векторов $\Delta \varepsilon_{ij}^p$ только от направления $\Delta \sigma_0$ проводятся опыты, в которых векторы $\Delta \sigma_0$ принимаются одинаковой длины. При изображении поверхности нагружения и векторов $\Delta \sigma_{0i}$, например, в плоскости инвариантов $\sigma_{\text{ср}} - \sigma_i$ для построения вектора приращений пластических деформаций $\Delta \varepsilon_{ij}^p$ принимаются соответственно в качестве координат инварианты $\Delta \varepsilon_{\text{ср}}^p = (\Delta \varepsilon_1^p + \Delta \varepsilon_2^p + \Delta \varepsilon_3^p) / 3$;

$$\Delta \Gamma^p = \sqrt{6} \Delta \Gamma_{\text{окт}}^p / 2 = (\sqrt{2} / \sqrt{3}) \sqrt{(\Delta \varepsilon_1^p - \Delta \varepsilon_2^p)^2 + (\Delta \varepsilon_2^p - \Delta \varepsilon_3^p)^2 + (\Delta \varepsilon_3^p - \Delta \varepsilon_1^p)^2},$$

определяемые по измеренным в опыте величинам приращений пластических деформаций $\Delta \varepsilon_1^p, \Delta \varepsilon_2^p, \Delta \varepsilon_3^p$.

Упругое деформирование грунтов исследуют на ветвях разгрузки. Для этого по достижении каждого из напряженных состояний, помеченных точками $A_1, A_2, \dots, A_n$, проводится полная разгрузка и затем повторное нагружение (рис. 10.9, б). Измеряемые в процессе разгрузки деформации дают представление о восстанавливающихся (упругих) деформациях грунта на данном цикле разгрузки. Опыты, выполненные при многократных циклах нагружение — разгрузка (см. рис. 1.27), показывают, что после определенного числа циклов грунт характеризуется «истинно» упругим поведением.

10.4 ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ СТАТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ГРУНТОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

За последние 15...20 лет в результате многочисленных экспериментальных исследований с применением рассмотренных выше схем испытаний получены обширные данные о поведении грунтов при сложном напряженном состоянии. Поскольку в настоящее время в практике расчетов различных конструкций широкое распространение находят расчетные модели линейной теории упругости, деформационной теории пластичности и пока в меньшей мере теории пластического течения, представляется необходимым дать сравнительное сопоставление поведения грунта и тех сред, которые лежат в основе этих моделей.

Среда линейной теории упругости является идеализированным материалом, к наиболее важным свойствам которого (см. § 2.1) относятся идеальная упругость и строго линейная зависимость между напряжениями и деформациями при любом уровне действующих нагрузок. Для общего случая напряженного состояния считается спра-

ведливым обобщенный закон Гука (2.16). Из зависимостей (2.16) следуют соотношения, связывающие между собой инварианты напряженного и деформированного состояний в виде

$$\sigma_{cp} = E\varepsilon_{cp}/(1 - 2\nu) = K\varepsilon_{cp}; \quad T = E\Gamma/[2(1 + \nu)] = G\Gamma \quad \text{или} \quad \sigma_i = 3E\varepsilon_i/[2(1 + \nu)] = 3G\varepsilon_i. \quad (10.13)$$

Линейные соотношения (10.13) показывают, что в среде линейной теории упругости объемные деформации $\varepsilon_v = 3\varepsilon_{cp}$ вызываются только всесторонним сжатием σ_{cp} , а изменение формы (Γ или ε_i) — девиатором напряжений, характеризуемым σ_i или T .

Помимо соотношений (10.13) из линейных зависимостей обобщенного закона Гука следует соотношение $\mu_s = \mu_r$, называемое соотношением подобия напряженного и деформированного состояний, и условие совпадения (коаксиальности) главных осей тензоров напряжений и деформаций.

Среда деформационной теории пластичности — это идеализированный материал, для которого характерно ярко выраженное нелинейное деформирование с ростом нагрузок. Наиболее близко к свойствам этой среды приближаются конструкционные материалы, в основном металлы, работающие за пределом упругости (текучести). Появление за пределом упругости пластических (остаточных) деформаций, добавляющихся к упругим, обуславливает нелинейность процесса деформирования при нагружении, которая обеспечивается за счет нелинейности формоизменения.

В деформационной теории пластичности принимается линейная зависимость

$$\sigma_{cp} = K\varepsilon_{cp} \quad (10.14)$$

для объемной (средней) деформации и нелинейная — между компонентами девиаторов напряжений и деформаций:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x - \sigma_{cp} &= \psi(\varepsilon_x - \varepsilon_{cp}) \\ \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \tau_{xy} &= \psi \frac{1}{2} \gamma_{xy} \\ \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \end{aligned} \right\} \quad (10.15)$$

где ψ — скалярная функция инвариантов напряжений и деформаций, подлежащая экспериментальному определению. Подстановка напряжений из выражений (10.15) в формулы для T или σ_i приводит к зависимостям

$$T = \frac{1}{2} \psi \Gamma \quad \text{или} \quad \sigma_i = \frac{3}{2} \psi \varepsilon_i,$$

которые для металлов имеют вид $\Gamma = \Gamma(T)$ или $\varepsilon_i = \varepsilon_i(\sigma_i)$, определяя так называемый закон единой кривой деформирования, согласно которому формоизменение связано только с девиатором напряжений и не зависит от величины среднего давления σ_{cp} и параметра Луде μ_r . Принимается, что имеет место подобие напряженного и деформиро-

ванного состояний, т. е. $\mu_e = \mu_\sigma$, и коаксиальность осей тензоров напряжений и деформаций.

Среда теории пластического течения, как и среда деформационной теории пластичности, характеризуется нелинейными закономерностями деформируемости.

Однако в отличие от деформационной теории, которой рассматриваются конечные соотношения между напряжениями и деформациями, теория пластического течения базируется на дифференциальных соотношениях (зависимостях) между напряжениями и деформациями (пластическими и полными). Использование вместо конечных дифференциальных зависимостей определяется тем, что пластические деформации в отличие от упругих зависят не только от уровня достигнутого напряженного состояния, но и от всей истории его изменения. В результате при пластическом деформировании упругопластических материалов (сред) отсутствует конечное однозначное соответствие между пластической, а значит и полной деформацией и напряжением.

В соответствии с исходными положениями теорий течения приращения компонент полной деформации $d\varepsilon$ складываются из приращений компонент упругой $d\varepsilon^e$ и пластической $d\varepsilon^p$ деформаций

$$\begin{aligned} d\varepsilon_x &= d\varepsilon_x^e + d\varepsilon_x^p \\ &\dots \dots \dots \\ d\gamma_{zx} &= d\gamma_{zx}^e + d\gamma_{zx}^p \end{aligned}$$

или, применяя тензорные обозначения,

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p.$$

Приращения компонент упругой деформации связаны линейными соотношениями обобщенного закона Гука с приращениями напряжений

$$\begin{aligned} d\varepsilon_x^e &= [d\sigma_x - \nu(d\sigma_y + d\sigma_z)]/E \\ &\dots \dots \dots \\ d\gamma_{zx}^e &= d\tau_{zx}/G \end{aligned}$$

или $d\varepsilon_{ij}^e = [(1 + \nu)d\sigma_{ij} - 3\nu\delta_{ij}d\sigma_{cp}]/E$, где δ_{ij} — символ Кронекера, $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$ и $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$.

Приращения компонент пластической деформации, появляющейся при активном нагружении, в регулярной точке поверхности нагружения определяются соотношениями

$$\begin{aligned} d\varepsilon_x^p &= d\lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_x} \\ &\dots \dots \dots \\ d\gamma_{zx}^p &= d\lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \tau_{zx}} \\ \text{или } d\varepsilon_{ij}^p &= d\lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}}, \end{aligned} \tag{10.16}$$

где $d\lambda$ — скалярный бесконечно малый множитель, для определения которого должно привлекаться дополнительное к (10.16) соотношение. Зависимости (10.16) носят название соотношений ассоциированного закона пластичности в том смысле, что они ассоциированы, т. е. связаны с функцией нагружения Φ . Так как направляющие косинусы нормали к поверхности нагружения пропорциональны $\partial\Phi/(\partial\sigma_{ij})$, то соотношения (10.16) означают, что вектор приращения пластической деформации $d\varepsilon_{ij}^p$ в регулярной точке направлен по нормали к поверхности нагружения Π_p при любом направлении вектора догрузки $d\sigma_0$ (рис. 10.7, в), от направления $d\sigma_0$ зависит только величина вектора $d\varepsilon_{ij}^p$. Различные варианты теории пластического течения отличаются формой задания функции Φ и подбором ее аргументов. Заметим, что в число этих аргументов всегда входят напряжения.

В случае упругоидеальнопластической среды $\Phi = f$ и зависимость (10.16) принимает вид

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (10.17)$$

определяя перпендикулярность вектора $d\varepsilon_{ij}^p$ к поверхности текучести $f = 0$. При этом имеет место подобие тензора приращений пластической деформации тензора и напряжений, т. е. $\mu_{d\varepsilon^p} = \mu_\sigma$, и коаксиальность направлений главных осей этих тензоров.

Основные особенности деформирования грунта как упругопластической среды. Как показал анализ экспериментального материала, деформирование грунтов как дисперсных систем характеризуется более сложными закономерностями, чем поведение расчетных сред теорий упругости и пластичности. К настоящему времени наиболее полно установлены закономерности изменения полных, т. е. состоящих из упругих и пластических, деформаций грунтов и на этой основе в рамках деформационной теории пластичности сформулированы общепринятые сейчас в нелинейной механике грунтов представления о деформируемости грунтовой среды при ее нагружении.

В грунтах деформация формы является преимущественно пластической (остаточной) и зависит не только от девиатора, но и в значительной мере от гидростатической части тензора напряжений, а нередко и от вида напряженного состояния. В общем случае формоизменение грунтов принято описывать функциональными нелинейными зависимостями величин ε_i или Γ от инвариантов T , $\sigma_{ср}$ и μ_σ в виде

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i(\sigma_i, \sigma_{ср}, \mu_\sigma) \text{ или } \Gamma = \Gamma(T, \sigma_{ср}, \mu_\sigma). \quad (10.18)$$

Зависимость формоизменения от $\sigma_{ср}$ отличает грунт от конструктивных упругопластических материалов. Она обусловлена природой грунта как дисперсной (зернистой) среды: чем бóльшей величины среднее напряжение $\sigma_{ср}$ действует в грунте, тем бóльшие силы трения развиваются между частицами (зернами) грунта и тем труднее

осуществляется под действием девиатора напряжений его формоизменение. Следует подчеркнуть, что деформация формы появляется исключительно при наличии девиатора, т. е. при $\sigma_i > 0$ или $T > 0$. Из зависимостей (10.18) отнюдь не следует, что $\sigma_{ср}$ также создает деформацию σ_i или T , среднее давление лишь в большей или меньшей мере затрудняет формоизменение в зависимости от соотношения величин σ_i и $\sigma_{ср}$. Пример типичной зависимости ϵ_i от инвариантов σ_i , $\sigma_{ср}$, μ_σ для песка показан на рис. 10.10. Кривые, начиная с точки K , имеют горизонтальные участки, отвечающие разрушению образца при достижении предельного формоизменения. Аналогичный характер эти зависимости имеют и для глинистых грунтов, но в них влияние вида напряженного состояния и среднего давления выражено слабее, чем в несвязных грунтах.

Объемная деформация грунта в большей своей части является пластической и зависит не только от среднего давления (шарового тензора напряжений), но и весьма существенно от девиатора напряжений и в некоторой степени — от вида напряженного состояния. Зависимость объемной деформации от девиатора напряжений (дилатансия грунта — см. § 1.5) принципиально отличает грунт от среды деформационной теории пластичности и конструкционных материалов.

При анализе экспериментов среднюю $\epsilon_{ср}$ или объемную $\epsilon_V = 3\epsilon_{ср}$ деформацию принято представлять суммой двух величин

$$\epsilon_V = \epsilon_V^r + \epsilon_V^d, \quad 3\epsilon_{ср} = 3\epsilon_{ср}^r + 3\epsilon_{ср}^d$$

$$\text{или } \epsilon_{ср} = \epsilon_{ср}^r + \epsilon_{ср}^d = \epsilon_{ср}(\sigma_{ср}, \sigma_i, \mu_\sigma), \quad (10.19)$$

где $\epsilon_{ср}^r$ — средняя деформация при гидростатическом обжатии давлением $\sigma_{ср}$ при $\sigma_i = 0$, $\epsilon_{ср}^r = \epsilon_{ср}^r(\sigma_{ср})$. Второе слагаемое в (10.19) — это средняя дилатантная деформация, развивающаяся при данном $\sigma_{ср}$ за счет воздействия девиатора и являющаяся функцией инвариантов $\sigma_{ср}$, σ_i и μ_σ , т. е. $\epsilon_{ср}^d = \epsilon_{ср}^d(\sigma_{ср}, \sigma_i, \mu_\sigma)$.

Зависимость деформации $\epsilon_{ср}^r$ от всестороннего обжатия $\sigma_{ср}$ имеет вид типичной нелинейной кривой 1 (рис. 10.11), что также отличает грунт от сред деформационной теории пластичности и линейной теории упругости. Зависимость дилатантной деформации от инвариантов σ_i , $\sigma_{ср}$, μ_σ носит сложный характер. При постоянных $\sigma_{ср}$ и μ_σ зависимость $\epsilon_V^d = 3\epsilon_{ср}^d$ от σ_i имеет, например, вид кривой на рис. 10.4, б. Вклад $\epsilon_{ср}^d$ в суммарную деформацию $\epsilon_{ср}$ зависит от соотношения инвариантов σ_i и $\sigma_{ср}$, в частности, на рис. 10.11 кривая 2 характеризует зависимость $\epsilon_{ср}$ от $\sigma_{ср}$ при постоянном σ_i .

В экспериментах было установлено, что при простом нагружении грунтов с достаточно высокой точностью соблюдаются подобие напряженного и деформированного состояний $\mu_\epsilon = \mu_\sigma$ и соосность главных направлений тензоров напряжений и деформаций.

В то же время для некоторых траекторий сложного нагружения нарушения соосности и подобия были весьма существенными. При этих нарушениях представление в расчетах грунта средой деформационной теории пластичности становится неправомерным.

Опыты с использованием различных сложных траекторий нагружения показали, что при одном и том же конечном напряженном состоянии деформированное состояние зависит, и в ряде случаев существенно, от траектории нагружения или, как принято иногда говорить, от истории загрузки. Степень влияния сложности нагружения на деформации ε_i и $\varepsilon_{ср}$ различна в зависимости от вида грунта, начального его состояния, действующих напряжений и др. На-

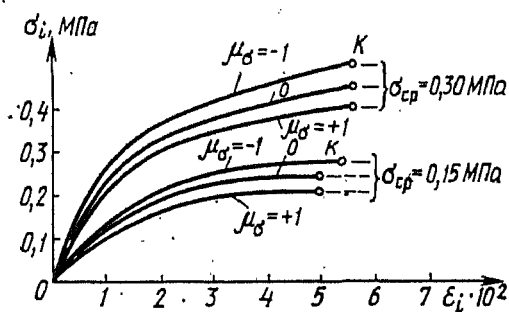


Рис. 10.10. Зависимость формоизменения образца песка от инвариантов напряженного состояния

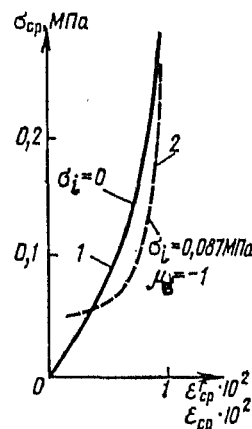


Рис. 10.11. Объемное деформирование песка при гидростатическом и девиаторном нагружении

пример, только один поворот осей главных напряжений может давать изменение деформаций формы и объема на 30 % и более от достигнутых на этот момент значений этих деформаций. Заметим, что ни модель линейной теории упругости, ни модель деформационной теории пластичности не допускают учета зависимости деформированного состояния от траектории нагружения.

Опыты с грунтами для проверки применимости к ним теории пластического течения начали проводиться много позднее, чем опыты, в которых поведение грунтов изучалось в рамках деформационной теории. По этой причине полученные к настоящему времени результаты экспериментальных исследований упругого и пластического поведения грунтов в большинстве своем следует рассматривать как требующие дальнейшего уточнения. В ряде случаев наблюдавшиеся в опытах различных исследователей результаты являются даже противоречивыми, что также указывает на незавершенность исследований.

В целом обзор имеющихся экспериментальных данных позволяет отметить следующее. Наибольшее число опытов посвящено проверке применимости представлений теории пластического течения к описанию поведения грунтов в допредельном напряженном состоянии, т. е. при $f_i < 0$. В первую очередь, в этих опытах проверялась как сама идея существования для грунтов поверхностей нагружения $\Phi = \text{const}$, так и устанавливались конкретные их очертания при различном напряженном состоянии. Большая часть указанных опытов подтверждает существование у грунтов поверхностей нагружения, однако их форма получена в разных опытах различной. Так, опыты показывают:

существование гладких поверхностей нагружения $\Pi_p, \Pi'_p, \dots$ с областями упругого деформирования E , включающими начало координат (рис. 10.12, а); существование поверхностей нагружения $\Pi_p, \Pi'_p, \dots$ с областями E , которые в процессе гидростатического нагружения отрываются от начала координат, а затем в процессе девиаторного нагружения отрываются также и от гидростатической оси $\sigma_{cp}(\sigma_{cp,пл})$, одновременно значительно меняя форму и размеры вплоть до вырождения в точку при подходе к предельной прямой l (рис. 10.12, б); при этом наблюдались как гладкие поверхности нагружения, так и поверхности с сингулярными точками;

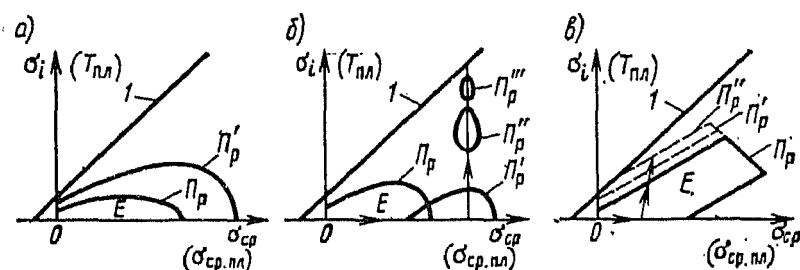


Рис. 10.12. Поверхности нагружения, полученные в опытах с грунтами

существование кусочно-линейных поверхностей нагружения $\Pi_p, \Pi'_p, \dots$ с сингулярными точками, линейные участки которых меняют свое положение лишь при пересечении их траекторией нагружения (рис. 10.12, в).

В ряде опытов изучалось изменение величины и направления вектора приращения пластической деформации грунта в зависимости от направления вектора догружения $d\sigma_0$, пересекающего поверхность нагружения Π_p , форма которой устанавливалась предварительно. Тем самым в данных опытах проверялась допустимость применения ассоциированного закона (10.16), постулирующего перпендикулярность вектора приращения пластической деформации к поверхности нагружения. Опыты с разными грунтами дали неоднозначные результаты: в одних опытах вектора приращений пластических деформаций были нормальны к поверхности Π_p , в других они отклонялись от нормали к поверхности нагружения, причем величина отклонения зависела от направления вектора догружения $d\sigma_0$. Последнее показывает, что ассоциированный закон течения, хорошо подтвержденный для многих конструкционных материалов, не всегда дает достоверную характеристику поведения некоторых грунтов при произвольном их нагружении.

Различными исследователями проверялась применимость теории пластического течения к описанию поведения грунтов в предельном напряженном состоянии ($f = 0$). В ряде опытов в предельном или близком к нему состоянии грунта измерялись деформации и в результате были получены количественные соотношения между приращением объемной пластической деформации $\Delta \epsilon_v^p = 3\Delta \epsilon_{cp}^p$ и приращением сдвиговых пластических деформаций, характеризуемых величиной $\Delta \Gamma^p$. По этим данным находились направления векторов $\Delta \epsilon_{ij}^p$ в точках B предельной прямой l (рис. 10.9, а).

Выполненные в условиях плоской деформации опыты показали, что в случае весьма плотных грунтов вектор $\Delta \epsilon_{ij}^p$ удовлетворительно совпадает с нормалью к поверхности $f = 0$. В остальных случаях (рыхлые и средней плотности грунты) такого совпадения не наблюдается. Аналогичные результаты получены для случая пространственного деформирования, но число таких опытов пока невелико.

Анализ результатов экспериментов показывает, что допущение теории пластического течения о коаксиальности тензоров напряжений и приращений пластических деформаций удовлетворительно выполняется как в допредельном, так и в предельном напряженном состоянии грунта.

10.5 ПРОЧНОСТЬ ГРУНТОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Для сред и материалов, обладающих сплошностью, предложено много различных условий прочности. Для оценки прочности грунтов наиболее широкое распространение получило условие Мора—Кулона (2.38), не содержащее промежуточного главного напряжения σ_2 и тем самым отрицающее влияние σ_2 на прочность грунта. Выше уже приводилась запись этого условия (10.9) через инварианты $\sigma_{ср}$, T и μ_σ . Повторим его в несколько измененном виде:

$$\frac{3 + \mu_\sigma \sin \varphi}{\sqrt{3(3 + \mu_\sigma^2) \sin \varphi}} T - \sigma_{ср} - c \operatorname{ctg} \varphi = 0.$$

Другим, используемым на практике для грунтов, условием прочности является предложенное А. И. Боткиным в виде (2.55). Это условие в отличие от предыдущего предполагает, что на прочность грунта влияют все три главных напряжения, а предельное состояние наступает на октаэдрической площадке. Подставляя в (2.55) зависимости (10.8), условие Боткина можно также записать аналогично условию Мора—Кулона в виде

$$\sqrt{2} T / (\sqrt{3} \operatorname{tg} \rho_{\text{окт}}) - \sigma_{ср} - k_{\text{окт}} \operatorname{ctg} \rho_{\text{окт}} = 0.$$

Поскольку условия Мора—Кулона и Боткина по-разному оценивают влияние σ_2 на прочность грунта, теоретическое сопоставление этих условий позволяет прогнозировать возможный характер изменения характеристик прочности в зависимости от вида напряженного состояния. Приравнявая коэффициенты при T и свободные члены условий, получаем

$$\operatorname{tg} \rho_{\text{окт}} = \sqrt{2} \sqrt{3 + \mu_\sigma^2} \sin \varphi / (3 + \mu_\sigma \sin \varphi),$$

$$k_{\text{окт}} \operatorname{ctg} \rho_{\text{окт}} = c \operatorname{ctg} \varphi. \quad (10.20)$$

Из анализа соотношений (10.20) следует, что если бы разрушение грунтов в полной мере отвечало условию Мора—Кулона, то φ и c должны были бы получаться одними и теми же независимо от созданных в опытах комбинаций главных напряжений, т. е. параметра μ_σ (рис. 10.13, прямые 2). Как следует из соотношений (10.20), автоматически это означало бы получение в опытах с различными μ_σ разных значений $\rho_{\text{окт}}$ и $k_{\text{окт}}$. И наоборот, если бы разрушение грунтов в точности описывалось условием Боткина, то это означало бы постоянство $\rho_{\text{окт}}$ и $k_{\text{окт}}$ и одновременно переменность φ (кривые 3) и c при изменении значений μ_σ . Чем меньше абсолютное значение угла внутреннего трения (φ_0 на рис. 10.13), тем меньше на его изменение влияет μ_σ .

Выполненные эксперименты в основном на приборах с независимо изменяемыми главными напряжениями показали, что в сыпучих

грунтах наблюдается изменение угла внутреннего трения φ условия Мора — Кулона в зависимости от изменения промежуточного главного напряжения или, что то же самое, в зависимости от μ_σ (рис. 10.13, кривые 1). Однако в опытах это изменение было не столь большим, как это следует из теории прочности Боткина. Таким образом, опыты с песками при сложном напряженном состоянии не подтвердили теорий прочности Мора — Кулона и Боткина. В связи с этим в последние годы были предложены новые уточненные условия прочности, как правило, весьма сложные и неудобные для практического применения. Вместе с тем — и это наиболее существенно — было показано (М. В. Малышев), что расчеты грунтовых массивов могут основываться на условии Мора — Кулона и давать достоверные результаты, если в этом условии принимается величина угла внутреннего трения φ , отвечающая тому значению параметра μ_σ , которое будет в данном массиве в натуре.

В частности, при расчетах массивов, нагружаемых в условиях плоской деформации, следует принимать φ при том значении параметра Лоде μ_σ , которое наблюдается при плоской деформации. Если определение характеристик прочности выполнено не при том значении μ_σ , при котором производится расчет (например, определение характеристик прочности производится на стабилометре, а расчет будет выполняться для условий плоской деформации), то требуется произвести их пересчет применительно к плоской деформации, используя для этого пересчета имеющиеся в литературе рекомендации [18].

Обоснование возможности использования условия Мора — Кулона при любом виде напряженного состояния с соответствующим, при необходимости, пересчетом характеристик прочности сняло вопрос о необходимости перестроения теории предельного равновесия и переработки ее решений, что явилось значительным достижением.

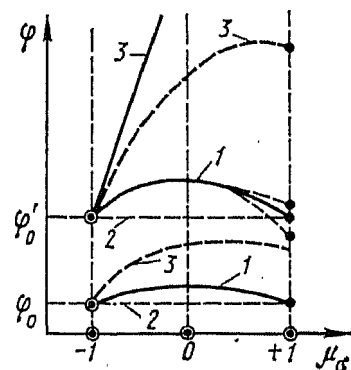


Рис. 10.13. Характер зависимости угла внутреннего трения φ (по Кулону — Мору) от параметра Лоде (μ_σ):

1 — по данным опытов; 2 — по Кулону — Мору; 3 — по Мизесу — Боткину

10.6 ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О РЕШЕНИИ ЗАДАЧ НЕЛИНЕЙНОЙ МЕХАНИКИ ГРУНТОВ

На современном этапе развития нелинейного направления механики грунтов оформились два основных подхода к решению практических задач расчета грунтовых оснований и сооружений: нелинейно-упругий и упругопластический (А. К. Бугров, С. С. Вялов, Е. Ф. Винокуров, А. Л. Гольдин, Б. И. Дидух, Ю. К. Зарецкий, А. Л. Крыжановский, Г. М. Ломизе, В. Н. Ломбардо, М. В. Ма-

Поскольку уравнения (10.21) при переменных G и K выражают нелинейную связь между напряжениями и деформациями, их принято называть зависимостями (уравнениями) Генки (см. § 2.2) в отличие от зависимостей Гука, в которых G и K являются постоянными. Зависимости Генки обобщают закон Гука и предполагают, как и закон Гука, коаксиальность тензоров напряжений и деформаций и подобие напряженного и деформированного состояний.

Зависимости Генки, связывая напряжения с полными деформациями, используются в деформационной теории пластичности для описания поведения упругопластических материалов. Поскольку уравнения равновесия и геометрические соотношения нелинейной теории упругости и деформационной теории пластичности полностью совпадают, то решение нелинейной упругой задачи, как показано в механике сплошной среды, одновременно является и решением задачи деформационной теории пластичности для случая нагружения среды, т. е. уравнения нелинейной теории упругости суть уравнения деформационной теории пластичности и наоборот. Имея это в виду, в нелинейной механике грунтов рассматриваемый нелинейно-упругий подход часто определяется как подход с позиций деформационной теории пластичности.

К уравнениям физически нелинейной теории упругости, включающим зависимости Генки, классические методы интегрирования, развитые в линейной теории упругости, неприменимы. При решении задач физически нелинейной теории упругости приходится прибегать к методу последовательных приближений (итераций). Решение нелинейной задачи при этом сводится к решению последовательности линейных задач, из которых каждая является некоторой отдельной задачей линейной теории упругости. Этот способ получил название метода упругих решений и он применяется на практике в различных вариантах. Достаточно просто реализуется, например, вариант переменных коэффициентов упругости. В этом случае используются физические уравнения (10.21) с коэффициентами упругости G_{n-1} и K_{n-1} , которые при решении n -й линейной задачи принимаются постоянными в смысле независимости их от величин напряжений и деформаций только этой задачи. Значения G_{n-1} и K_{n-1} устанавливаются по формулам, следующим из соотношений (10.13), (10.18) и (10.19)

$$G = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i(\sigma_i, \sigma_{cp}, \mu_\sigma)}, \quad K = \frac{\sigma_{cp}}{\varepsilon_{cp}} = \frac{\sigma_{cp}}{\varepsilon_{cp}(\sigma_{cp}, \sigma_i, \mu_\sigma)}$$

при подстановке в эти формулы эмпирических зависимостей для ε_i и ε_{cp} . При этом значения величин σ_{cp} , σ_i и μ_σ принимаются из решения предыдущей $(n-1)$ -й задачи. Заметим, что каждая линейная задача из общей их последовательности в способе переменных коэффициентов упругости является задачей для неоднородного по деформируемости массива, причем при переходе от предыдущей к последующей задаче характер неоднородности, т. е. распределение модулей G и K по массиву, меняется. Решение физически нелинейной задачи считается полученным, если результаты последних $(N-1)$ и N последовательных приближений (т. е. последних $N-1$ и N -линейных задач) удовлетворяют определенным требованиям, например, если различие модулей, либо других величин не превышает определенного наперед заданного значения. В этом случае считают, что имеет место

сходимость полученного приближенного решения нелинейной задачи к объективно существующему, но неизвестному, точному решению. Заметим, что скорость сходимости, т. е. необходимое число приближений (итераций) N , зависит от целого ряда факторов, в том числе и от вида зависимостей (10.18), (10.19), аппроксимирующих экспериментальные результаты испытания грунта в приборах.

В целом нелинейно-упругие решения (решения в рамках деформационной теории пластичности) позволяют получить более досто-

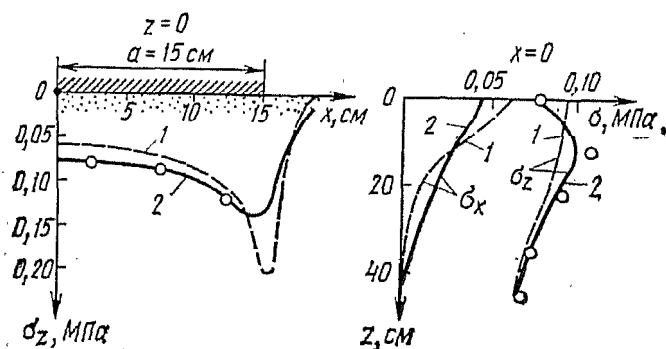


Рис. 10.14. Напряженное состояние линейно- (1) и нелинейно- (2) упругого основания, нагружаемого жестким штампом, и результаты эксперимента (кружки)

верные по сравнению с линейными результаты и, в частности, обеспечивают учет нелинейности связи напряжений с деформациями, зависимости деформаций формы и объема от инвариантов напряженного состояния. Однако эти решения, принимая конечные нелинейные соотношения между напряжениями и деформациями, в то же время не позволяют учесть в расчетах траекторию нагружения, появление не-

соосности тензоров напряжений и деформаций и нарушение подобия напряженного и деформированного состояний, характерных для сложных путей нагружения грунтов. Из этого следует, что применение нелинейно-упругих решений к грунтовым массивам следует ограничивать случаями простых или близких к ним траекторий нагружения.

Для иллюстрации возможностей нелинейно-упругого решения (деформационной теории пластичности) приведем пример расчета глинистого основания, которое в лабораторном лотке нагружалось штампом шириной $2a = 30$ см в условиях плоской деформации (опыты С. С. Вялова и А. Л. Миндича). В результате исследования грунта на стабилометре были получены зависимости для сдвиговой и объемной деформаций в виде $\sigma_i = 1,14 \sigma_{ср} \varepsilon_i (0,01 + \varepsilon_i)^{-1}$, $\sigma_{ср} = 5,59 \varepsilon_{ср}$. Из них следует, что $K = 5,59$ МПа, а модуль G определяется формулой $G = \sigma_i / (3\varepsilon_i) = 1,14 \sigma_{ср} / [3(0,01 + \varepsilon_i)]$, которая и применялась при решении нелинейно-упругой задачи. Некоторые результаты нелинейного решения представлены на рис. 10.14 кривыми 2, там же приведены результаты линейной задачи (кривые 1) и данные опытов. Как видно, учет физической нелинейности грунта позволил получить результаты, лучше согласующиеся с опытными значениями, чем результаты линейного решения.

Упругопластический подход к решению задач механики грунтов основывается на раздельном описании упругих и пластических деформаций различными физическими зависимостями. В этом подходе можно выделить различные варианты упругопластических решений. Однако в основе большинства из них лежат представления теории пластического течения (см. § 10.3 и 10.4).

В соответствии с представлениями теории пластического течения для упругопластических решений механики грунтов характерно ис-

пользование дифференциальных зависимостей между напряжениями и деформациями (пластическими и полными) и процедуры последовательного (шагового) нагружения грунтовых массивов согласно очередности приложения и изменения внешних нагрузок, каждая из которых представляется определенным числом ступеней (шагов). В такой постановке упругопластические решения позволяют учитывать в расчетах траекторию нагружения, появление несоосности тензоров напряжений и деформаций и некоторые другие детали поведения грунтов, учет которых не удастся осуществить в рамках нелинейно-упругого подхода.

Существенно важным в упругопластическом расчете грунтовых массивов является выбор соответствующих дифференциальных физических соотношений (уравнений) для пластических деформаций, определяемых реализуемой в данном решении моделью грунта. В настоящее время в практических приложениях наиболее широкое применение находят модели упругоидеальнопластической и упругопластической упрочняющейся среды.

В модели упругоидеальнопластической среды принимается, что грунт ведет себя как тело Прандтля. В частности, в случае одноосного напряженного состояния его деформирование описывается билинейной диаграммой σ — ε , имеющей участки 1 и 2 (см. рис. 10.6, а). На первом участке диаграммы, отвечающем допредельному напряженному состоянию, грунт принимается соответствующим модели линейно-деформируемой среды. Это означает, что пластические (остаточные) деформации, развивающиеся в допредельном состоянии, присоединяются к обратимым (истинно упругим) и для полных (суммарных) деформаций, условно называемых далее упругими, могут приниматься физические уравнения (2.16) или (10.21) обобщенного закона Гука. Эти же уравнения используются для упругой составляющей полной деформации при пластическом деформировании.

Описание процесса развития пластических деформаций грунта, находящегося в предельном напряженном состоянии (см. рис. 10.6, а, участок 2), в модели упругоидеальнопластической среды наиболее просто осуществляется зависимостью (10.17) ассоциированного закона пластического течения. Однако выше (см. § 10.4) отмечалось, что закон (10.17) не всегда дает согласующееся с экспериментами направление вектора $d\varepsilon_{ij}^p$, т. е. не всегда достоверно отражается дилатансия грунта в предельном состоянии. В этом случае используют вместо (10.17) соотношения неассоциированного закона пластического течения

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (10.22)$$

где F — пластический потенциал, зависящий, как и функция текущей $f = f(\sigma_{ij})$, от компонентов тензора напряжений: $F = F(\sigma_{ij})$, но отличный от нее, т. е. $F \neq f$. Зависимость (10.22) определяет перпендикулярность вектора к поверхности пластического потенциала $F = \text{const}$. Соответствующим выбором уравнения пластического потенциала можно обеспечить необходимую точность удовлетворения

опытным данным по ориентации вектора $d\varepsilon_{ij}^p$. Следует подчеркнуть, что законы (10.17), (10.22) устанавливают только направление вектора $d\varepsilon_{ij}^p$, но не его величину, для определения которой необходимо найти $d\lambda$. Коэффициент $d\lambda$ находится в процессе решения рассматриваемой задачи для каждого элемента среды и он изменяется по мере деформирования этих элементов.

Заметим, что в условиях неоднородного напряженного состояния переход отдельных элементов грунта в предельное состояние еще не означает, что будет происходить незатухающее накопление пластических деформаций. Это становится возможным лишь при значительном развитии областей предельного напряженного состояния, а также в условиях предельного однородного напряженного состояния (см. рис. 10.6, а, участок 2). В этих условиях при решении задач принимаются соотношения не для приращений, а для скоростей пластических деформаций. Например, вместо (10.22), используют соотношение

$\dot{d\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$, где $\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{d\varepsilon_{ij}^p}{dt}$, $\dot{\lambda} = \frac{d\lambda}{dt}$, и при решении получают распределение в грунтовом массиве не самих пластических деформаций, а их скоростей.

Модель упругоидеальнопластической среды использовалась при решении различных задач механики грунтов и, в частности, нашла эффективное применение при решении смешанной задачи теорий упругости и пластичности грунтов.

Решение смешанной задачи должно удовлетворять в областях допредельного (упругого) и предельного напряженных состояний грунта одним и тем же уравнениям равновесия, геометрическим соотношениям, но различным в этих областях физическим уравнениям и условию предельного равновесия в пластической области. При этом в процессе решения должна быть найдена упругопластическая граница, разделяющая области упругого и предельного равновесия. В такой постановке смешанная задача может быть решена только численно на ЭВМ с использованием процедуры шагового нагружения и весьма удобным при этом является метод конечных элементов (МКЭ). При применении МКЭ можно легко проследить за развитием пластической области по конечным элементам, грунт которых перешел в предельное состояние.

Анализ результатов смешанных задач для различных схем оснований показывает, что появление и развитие областей предельного напряженного состояния существенно отражается на всех компонентах напряженно-деформированного состояния грунта. В частности, нелинейным становится график «нагрузка — осадка» (см. рис. 5.11 и 5.12), с изменением нагрузки происходит существенная трансформация эпюр напряжений и деформаций (см. рис. 3.32), описывается ряд других особенностей деформирования грунта, не отражаемых моделью линейно деформируемой среды, но наблюдаемых в опытах.

В качестве примера решения смешанной задачи на рис. 10.15 для случая плоской деформации приводятся некоторые результаты расчета МКЭ слоя грунта на действие вертикальной нагрузки q , приложенной внутри его. Грунт имеет характеристики $E = 20$ МПа, $\nu = 0,4$, $\gamma = 19$ кН/м³, $\varphi = 20^\circ$, $c = 0,08$ МПа. На рис. 10.15, а сплошными линиями (1—4 соответственно при $q = 0,6; 0,8; 1,3; 2,0$ МПа) показаны пластические области по результатам смешанной задачи.

Развитие пластических областей приводит к существенному различию между напряжениями смешанного и упругого решений (рис. 10.15, б; $q = 2$ МПа). В частности, модель линейно деформируемого (упругого) грунта резко завышает

растягивающие напряжения σ_z над линией приложения нагрузки. По решению смешанной задачи, учитывающей прочность грунта, внешняя нагрузка в основном воспринимается грунтом основания ниже полосы загрузки.

Модель упругопластической упрочняющейся среды исходит из концепции существования поверхностей нагружения, понятие которых дано в § 10.3. В этой модели истинно упругие (обратимые) и пластические (остаточные) деформации с самого начала нагружения среды, в том числе и при допредельном состоянии, рассматриваются

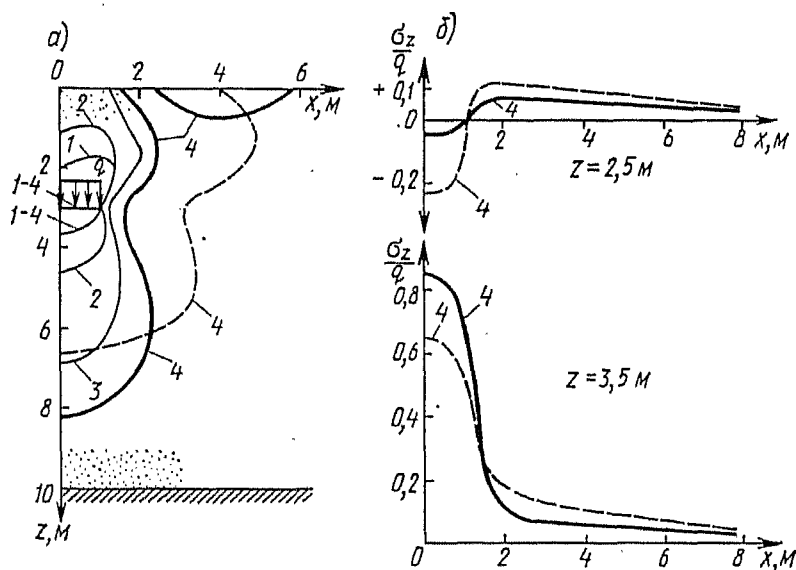


Рис. 10.15. Результаты расчета действия вертикальной полосовой нагрузки, приложенной внутри упругопластического основания (— — — — случай «упругого» решения)

и определяются отдельно и независимо друг от друга. В результате при использовании модели упрочняющейся среды удастся отразить некоторые эффекты допредельного поведения грунта, не поддающиеся учету в модели упругоидеальнопластической среды. В частности, становится возможным описать всю историю накопления пластических (остаточных) деформаций в зависимости от того, по какому пути нагружения грунт подводится к предельному по прочности состоянию, и тем самым отразить дилатансионные свойства грунта на всем этапе его деформирования.

В модели упругопластической упрочняющейся среды для упругих (обратимых) деформаций принимаются соотношения (10.21) обобщенного закона Гука, в которых модули $G = G^e$, $K = K^e$ являются модулями упругости, устанавливаемые в опытах при разгрузке грунта. Для пластических деформаций в рассматриваемой модели используются соотношения (10.16) ассоциированного закона пластического течения, в которых функция нагружения Φ зависит, в частности, от параметров упрочнения (см. §10.3). Параметры упрочнения «управляют» изменением геометрии поверхности нагружения, в качестве этих параметров принимаются обычно те или иные инварианты накопленных пластических деформаций, например, $\epsilon_{ср}^p$ и ϵ_t^p . Поскольку

гладкая (регулярная) поверхность нагружения и ассоциированный закон течения определяют направления вектора $d\varepsilon_{ij}^p$ в точке нагружения единственным образом (по нормали к поверхности $\Phi = \text{const}$) независимо от направления вектора догружения, имеются предложения о введении в функцию нагружения сингулярности, т. е. об использовании кусочно-гладких поверхностей нагружения с особыми (сингулярными) точками. В особой точке сходятся регулярные (гладкие) участки поверхности нагружения, нормали к которым образуют между собой некоторый угол. Направление вектора $d\varepsilon_{ij}^p$ может быть назначено внутри этого угла и тем самым в особой точке направление вектора $d\varepsilon_{ij}^p$ может ставиться в зависимость от направления вектора догружения, что позволяет лучше удовлетворить опытным данным. В этом случае для приращений пластических деформаций вместо (10.16) принимается обобщенный ассоциированный закон пластического течения

$$d\varepsilon_{ij}^p = \sum_{r=1}^k d\lambda^r \frac{\partial \Phi_r}{\partial \sigma_{ij}},$$

где Φ_r — регулярные участки ($\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_k$) поверхности нагружения, сходящиеся в особой точке.

Опуская детали практического приложения модели упругопластической упрочняющейся среды отметим, что реализация этой модели связана с необходимостью проведения достаточно обширных экспериментов по выявлению формы поверхности нагружения грунта, а проведение расчетов возможно только с использованием численных методов, эффективных вычислительных программ и мощных ЭВМ. Применение рассматриваемой модели целесообразно в случаях уникальных и особо ответственных сооружений (эта модель принималась, например, при расчетах грунтовой плотины Рогунской ГЭС высотой 330 м).

Помимо изложенных в механике грунтов в последние годы развиваются также упругопластические подходы, в которых не используется концепция поверхностей нагружения. В этих подходах вместо законов (10.16), (10.22) используются иные определяющие уравнения для пластических деформаций, например, учитывающие нелинейную зависимость $d\varepsilon_{ij}^p$ от тензора напряжений, принимающие связь между приращениями напряжений и деформаций, и др.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При построении курса учитывалась необходимость его использования для различных гидротехнических специальностей и специализаций.

В качестве основной части для студентов всех гидротехнических специальностей следует считать обязательным прочтение гл. 1—7. В гл. 8 «Основы теории консолидации и ее приложения» можно ограничиться § 8.1—8.4, 8.7 и 8.9, а в остальных использовать только некоторые рисунки с линиями равных напоров в основаниях и откосах. Материал гл. 9 «Основы теории предельного равновесия и ее приложения» следует использовать только в объеме иллюстраций характера линий скольжения для основания, откоса и засыпки за подпорной стенкой.

Для специальности 1204 «Водные пути и порты» в гл. 8 следует добавить как обязательный § 8.8, а из § 8.10 и 8.11 расчеты оснований сооружений в нестабилизированном состоянии.

Специализация «Прочность и устойчивость сооружений и их оснований» (специальность 1203) требует использования материала всего учебника. Причем материал гл. 8—10 может представлять собой, как, например, в ЛПИ, отдельный курс лекций со своим зачетом или экзаменом.

Предлагаемый учебник в значительной мере основан на курсе механики грунтов, поставленном членом-корреспондентом АН СССР В. А. Флориным в Ленинградском политехническом институте им. М. И. Калинина.

Особенность этого курса заключается в рассмотрении во всех разделах расчетных моделей грунтовой среды, стремлении ярко отразить все их условности и принимаемые в каждой конкретной задаче допущения или упрощения.

Как следствие первой, вторая особенность курса — это стремление наиболее обоснованно оценить современную область применения каждой расчетной модели и рассматриваемых решений. При этом необходимо учитывать, что со временем, по мере появления новых, как правило, более сложных моделей, область применения рассматриваемой более простой модели постепенно сужается. Следует еще

раз подчеркнуть, что нет «плохих» решений, кроме, конечно, просто ошибочных, а имеется неправильное их использование за пределами области их применения. Тем более следует учитывать, что математическая сложность решения задачи и внешняя «красивость» сложных зависимостей никак не могут служить признаком надежности решения, если не доказано, что правильно ограничена область применения исходной расчетной модели. Как показано в курсе, простейшее решение в определенных условиях оказывается более отражающим действительность, чем более сложное, исходные предпосылки которого не соответствуют природе рассматриваемых явлений.

Не менее важным для курса механики грунтов является его инженерная прикладная направленность. Широко используя механику сплошных сред, теорию фильтрации, основы реологии, механика грунтов никак не должна рассматриваться в отрыве от самих сооружений, их конструкций и методов их возведения. В результате в процессе преподавания курса неизбежны ссылки на курсы различных гидротехнических сооружений, технологии производства работ или даже некоторые необходимые и полезные повторы. Поэтому в конце многих глав в учебнике очень кратко даются описания ряда конструктивных или технологических решений или в основном только их принципиальные направления. При необходимости преподаватель может их несколько развить, используя материалы смежных курсов.

Характерным для курса и его традиций является стремление не давать в учебнике каких-либо зависимостей собственно механики, грунтов без соответствующего изложения последовательности их получения и в большинстве случаев сопровождающих их обычно простейших математических преобразований. Конечно, все, что относится к другим дисциплинам, в частности, курсу сопромата или теории упругости и только используется в механике грунтов приводится без каких-либо выводов. В результате в какой-то мере выдерживался принцип: лучше меньше формул и зависимостей, но подробнее. В необходимых случаях в тексте имеются ссылки на соответствующие справочники и книги, в которых можно найти эти материалы. Иными словами, ставилась задача обучить основам и принципам механики грунтов, в большинстве случаев на примерах простейших задач, дать минимум необходимых знаний, показать пути и, что самое главное — оценить область применения решений, показать основные подходы к ним и приучить студента к новой для него терминологии. Конечно, учебник должен быть в дальнейшем дополнен соответствующим пособием по расчету грунтовых сооружений и оснований с необходимым набором вспомогательных таблиц, графиков и программ машинного счета.

Автор стремился к максимальному упрощению рисунков и схем, приводя к виду, удобному для воспроизведения их студентами. По этой же причине, за небольшим исключением, не даются графики испытаний конкретных образцов грунта или результатов каких-либо конкретных расчетов, а приводится только их вид и характер.

Автор, находясь в достаточно жестких рамках объема и программы, пытался в ряде разделов подчеркнуть незавершенность исследо-

ваний, имеющиеся сомнения или просто недостаточность наших знаний о такой сложной природной среде, как грунты. Гл. 10 «Нелинейная деформируемость и прочность грунтов при сложном напряженном состоянии» дает некоторые представления о направлении современного и дальнейшего развития механики грунтов, об используемых для этого моделях грунтовой среды.

Рассматривая современное развитие механики грунтов, следует отметить, что она как сравнительно молодая научная дисциплина продолжает еще находиться в состоянии становления и основным в ее развитии является правильная, физически обоснованная постановка весьма трудных задач. С другой стороны, бурное развитие вычислительной техники и связанных с ней численных методов решения задач позволяют уже в настоящее время получать конкретные решения в весьма сложной физической постановке. Поэтому еще более актуальным становится выбор расчетных моделей, а не сама техника получения результата.

В заключение следует особо подчеркнуть, что в процессе расчета инженер имеет дело не с действительностью, а с ее моделью и полученный результат также соответствует только модели. Реальные инженерно-геологические условия и свойства грунтов при этом далеко не полностью учитываются и в принципе не могут быть полностью учтены. Поэтому после выбора модели и расчета необходимо снова вернуться к действительности и максимально ее учесть при выборе конструкции и методов возведения сооружения. При этом используется опыт возведения и эксплуатации подобных сооружений, различного рода чисто эмпирические данные и зависимости, т. е. применяются элементы строительного «искусства» и «казуальности». Только использование формальных расчетных методов никогда не позволит грамотно, экономично и надежно создать сооружение, особенно гидротехническое. Конечно, по мере развития механики грунтов доля «искусства» и «казуальности» уменьшается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Березанцев В. Г. Расчет прочности оснований сооружений. М., 1960.
2. Будин А. Я. Тонкие подпорные стенки. Л., 1974.
3. Васильев И. М., Иванов П. Л., Соколов А. Г. Исследование строительных свойств грунтов. Л., 1977.
4. Вялов С. С. Реологические основы механики грунтов. М., 1978.
5. Герсеванов Н. М., Польшин Д. Е. Теоретические основы механики грунтов. М., 1948.
6. Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов. М. т. 1, 1971, т. 2, 1973, т. 3, 1979.
7. Горбунов-Посадов М. И. Расчет конструкций на упругом основании. М., 1973.
8. Горелик Л. В. Расчеты консолидации оснований и плотин из грунтовых материалов. Л., 1975.
9. Зарецкий Ю. К. Теория консолидации грунтов. М., 1967.
10. Иванов П. Л. Разжижение и уплотнение несвязных грунтов при динамических воздействиях. Л., 1978.
11. Иванов П. Л. Уплотнение малосвязных грунтов взрывами. М., 1983.
12. Кандауров И. И. Механика зернистых сред. Л.-М., 1966.
13. Косте Ж., Санглера Г. Механика грунтов. М., 1981.
14. Красников Н. Д. Динамические свойства грунтов и методы их определения. Л., 1970.
15. Красников Н. Д. Сейсмостойкость гидротехнических сооружений из грунтовых материалов. М., 1981.
16. Крашенинникова Г. В. Расчет балок на упругом основании конечной глубины. М., 1964.
17. Ляхов Г. М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. М., 1974.
18. Малышев М. В. Прочность грунтов и устойчивость оснований сооружений. М., 1980.
19. Маслов Н. Н. Основы инженерной геологии и механики грунтов. М., 1982.
20. Месчан С. Р. Начальная и длительная прочность глинистых грунтов. М., 1978.
21. Мустафаев А. А. Расчет оснований и фундаментов на просадочных грунтах. М. 1979.
22. Самарин И. К. Расчет оснований гидротехнических сооружений. М., 1971.
23. Сергеев Е. М. Инженерная геология. М., 1978.
24. Симеулиди И. А. Расчет инженерных конструкций на упругом основании. М., 1968.
25. Синицин А. П., Жемочкин Б. Н. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании. М., 1962.

26. *Соболевский Ю. А.* Водонасыщенные откосы и основания. Минск, 1975.
27. *Соколовский В. В.* Статика сыпучей среды. М., 1960.
28. *Терцаги К.* Теория механики грунтов. М., 1961.
29. *Терцаги К., Пек Р.* Механика грунтов в инженерной практике. М., 1958.
30. *Тейлор Д. В.* Основы механики грунтов. М., 1960.
31. *Трофименков Ю. Г., Воробьев Л. Н.* Полевые методы исследования строительных свойств грунтов. М., 1981.
32. *Ухов С. Б.* Скальные основания гидротехнических сооружений. М., 1975.
33. *Флорин В. А.* Теория уплотнения земляных масс. М., 1948.
34. *Флорин В. А.* Основы механики грунтов. Л., т. I, 1959, т. II, 1961.
35. *Харр М. Е.* Основы теоретической механики грунтов. М., 1971.
36. *Цытович Н. А.* Механика грунтов. М., 1963.
37. *Цытович Н. А., Тер-Мортиросян З. Г.* Основы геомеханики. М., 1981.
38. *Черкасов И. И.* Механические свойства грунтов в дорожном строительстве. М., 1976.
39. *Чаповский Е. Г.* Лабораторные работы по грунтоведению и механике грунтов. М., 1966.
40. *Чеботорев Г. П.* Механика грунтов, основания и земляные сооружения. М., 1968.
41. *Чугаев Р. Р.* Земляные гидротехнические сооружения. Л., 1967.
42. *Шукле Л.* Реологические проблемы механики грунтов. М., 1973.
43. *Яковлев П. И.* Несущая способность оснований портовых сооружений. М., 1978.
- СНиП 2.02.01—83. Основания зданий и сооружений.
- СНиП II-16—76. Основания гидротехнических сооружений.
- СНиП II-53—73. Плотины из грунтовых материалов.
- СНиП II-55—79. М., 1980. Подпорные стены.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Активная глубина 174, 189, 277
 Активное давление 192, 201, 306
 — нагружение 323
 Анкеры 230
 Анкерный понур 231
 Армированный грунт 230
 Архимедова сила 22, 84, 112, 127
 Ассоциированный закон пластического течения 328, 340

Валунный грунт 13
 Валуны 11
 Взвешивание полное 113
 — частичное (неполное) 113
 Взрывное зондирование 79
 Вибратор 34
 Виброкомпрессионная кривая 66
 Виброкомпрессия 66
 Виброползучесть грунтов 68
 Виброударный стол 34
 Влагоемкость грунта 24
 — полная 24
 Влажность 21, 24
 Влажный грунт 24
 Водонасыщенный грунт 24
 Вторичная консолидация 233
 Второе предельное состояние 171
 Высота капиллярного поднятия 17

Газ защемленный 18, 238, 262
 — свободный 18
 Газовыделение 19
 Галечниковый грунт 13
 Галька 11
 Гигроскопическая вода 15
 Гидратный слой 15
 «Гипотетический» грунт 114, 115, 219
 Глина 12
 Глинистый грунт 13
 Глыбовый грунт 13
 Гравий 11
 Гравийный грунт 13

Гравитационная вода 16
 Гранулометрические фракции 10
 Гранулометрический (зерновой) состав 13

Давление в поровой воде 41
 — набухания 48
 — покоя 193
 Двойной электрический слой 16
 Двусторонний выпор 221, 302
 Девиатор деформаций 312
 — напряжений 311
 Дилатансия 40, 52, 329
 Диффузный слой 15
 Длительная прочность 54
 Дренажно-консолидирующее испытание 52
 Дресва 11
 Дресвяный грунт 13

Зависимости Генки 95, 335
 Зависимость Лапласа 263
 Задача Буссинеска 121
 — Фламана 116, 121
 Закон Бойля—Мариотта 234, 263
 — Генри 238, 263
 — Гука 84, 93, 94, 179, 326
 — Дарси 58
 — Дарси — Герсевича 236, 247
 — Кулона 49, 70, 98, 101, 314, 316, 332
 — Стокса 11
 Закрытая система 52, 253
 «Запредельное» состояние 23, 98
 Зерновой (гранулометрический) состав 11

Избыточное давление воды 4
 Импульсные воздействия 65
 Инварианты деформированного состояния 310

- напряженного состояния 310
- Интенсивность деформаций 312
- деформаций сдвига 312
- касательных напряжений 313
- Ионы 12
- Кольматация 62
- внешняя 63
- внутренняя 63
- Капиллярная вода 16
- Капиллярное давление 18
- поднятие 17
- Капиллярно-стыковая вода 18
- Коаксиальность главных осей тензоров 328
- Компоненты грунта 8
- Компрессионная зависимость 36
- кривая 36, 173
- Компрессионное сжатие 39, 40, 316
- Компрессионный прибор 23, 34, 36
- Консистенция 25
- пластичная 24
- твердая 24
- текучая 24
- Консолидация 8, 41, 232
- Контракция 52
- Контролирующий диаметр 11
- Коэффициент бокового давления 43, 92
- внутреннего трения 49
- запаса устойчивости 208, 211, 215, 217, 223, 307
- консолидации 257
- неоднородности 11
- окатанности (округленности) 13
- относительной плотности сложения 23
- пассивного давления 200
- пористости 23
- постели 145, 146
- Пуассона (бокового расширения) 86, 92, 121, 153, 334
- разбухания 37
- сферичности 13
- уплотнения 37
- фильтрации 58
- феры 14
- электроосмотической фильтрации 64
- Коэффициенты несущей способности грунта 302
- Крен 171
- Кривая однородности 11
- предельных нагрузок 209, 309
- Кристаллическая решетка 12
- Критическая высота 195
- краевая нагрузка 136, 138
- пористость 52, 53
- Критические ускорения колебаний 67
- Критический градиент напора 132

Круг Мора (напряжений) 49, 71, 99
Крупнообломочный грунт 13

Лессы 45
Линии скольжения 100, 284, 287
Липкость 280

Максимальное давление 288, 297
Масштабные множители 107
«Мгновенная» прочность 57
Мера ползучести 243
Метод ленты 43

- Фурье 258

Миграция влаги 16
Минералы вторичные 10

- породообразующие 10

Минимальное давление 288, 291, 297
Моделирование 105
Модель двухкомпонентной среды 84

- дискретной (зернистой) среды 82
- жесткопластической среды 89
- линейно деформируемой среды 85
- линейно-упругой среды 336
- объемных сил 246
- основная (расчетная Флорина) 248
- пластической среды 87
- сплошной среды 82
- теории предельного равновесия 87
- трехкомпонентной среды 84
- упругопластической среды 89, 336
- — упрочняющейся среды 339

Модельный материал 110
Модуль деформации 94

- объемной деформации 95, 334
- разгрузки 95
- сдвига 95, 334
- упругости (Юнга) 94, 334

Молекулярные силы 20

Набухание 48
Набухающий грунт 48
Напор 59
Начальное просадочное давление 46, 47
Начальный градиент напора 61, 265
Неассоциированный закон пластического течения 337
Недренированные испытания 52
«Нейтральные» напряжения 42
Нестабилизированное состояние 41, 42

Обратный фильтр 63, 134
Огрузка основания 279
Одноосное сжатие 28
Октаэдрические напряжения 103

- площадки 103, 313

Оптимальная влажность 80
Осадка 172, 177, 187
Осадочные швы 191
Особая точка 288, 323

Относительная просадочность 45
Относительное набухание 48
Отпор грунта 194
Отрицательная дилатансия 52
Отрыв сооружений 280

Параметр жесткости (гибкости) 154
Параметры Лоды 104, 313, 326, 333
— ползучести 55, 243
Пассивное давление 192, 194, 198, 306
Первое предельное состояние 205
Переуплотненный грунт 38
Песок (песчаный грунт) 13, 26
Пластический потенциал 337
Пленочная вода 15
Плотность грунта 22
— скелета грунта 23
— сложения 26
— сухого грунта 23
— частиц грунта 22
Площадки сложения 100
Поверхностная активность 12
Поверхностное натяжение 17, 19
Поверхность нагружения (упрочнения) 322
— текучести 322
Ползучесть 54, 242, 250, 263
— неустановившаяся 56
— установившаяся 56
Показатель текучести (консистенции) 25
Пористость 21, 23, 234
— поверхностная 234
Предел виброуплотнения 68
— (граница) пластичности (раскатывания) 24
— (граница) текучести 24
— длительной прочности 57
Предельная нагрузка 165, 209, 302, 309
Прибор Дарси 59
— кольцевого сдвига 33
— перекашивания 33
Призма (клин) выпора 193
— — обрушения 193
Принцип гидроемкости 94, 180, 241
Просадочность 45
Просадочный грунт 46
Пространственная устойчивость 228
Противодавление 167, 231
Прочносвязанная вода 15
Путь (траектория) нагружения 40, 315
Пылеватый грунт 13

Разбухание 37, 39, 172, 176
Разжижение 7, 73
— полное 76
— послонное 78
— частичное 76

Расклинивающий эффект Дерягина 16, 46
Распор грунта 193
Расчетное сопротивление (давление) 138, 187
Реконсолидация 41
Релаксация напряжений 54, 57
Реологические процессы 54
— свойства 7
Рыхлосвязанная вода 15

Свободная вода 14, 16
Связанная вода 14
Связи водно-коллоидные 20
— кристаллические 20
Связность 20
Связный грунт 20
Сдвиговой (срезной) прибор 31, 316
Сейсмические силы 227
Сила взвешивания 167
Скелет грунта 20
Скорость фильтрации 58
— электрофильтрации 64
Скрытотекучее состояние 26
Слой конечной толщины 175
Смешанная задача 88, 90, 338
Смещения вертикальные 171
— горизонтальные 171, 189
— конечные 172
Сопротивление сдвигу 49
— — в нестабилизированном состоянии 51
Способ весового давления 222
— внецентренного сжатия 158
— вычитания сил 167
— вычитания эпюр 167
— конечных разностей 254
— коэффициента постели 145, 146
— критических ускорений колебаний 78
— парафинирования 22
— режущего кольца 22
— строителей канала Москва-Волга 141
— угловой точки 122
— эквивалентного слоя 185
Стабилометр динамический 71
— (прибор трехосного сжатия) 30, 31, 35, 317
«Стандартная» прочность 57
Степень водонасыщения (влажности) 23
— консолидации 260
— плотности сложения 26
— разжижения 76
Структура грунта 20
Структурная прочность 38, 65, 175, 267
Структурно-неустойчивые грунты 38
Суглинок 12
Супесь 12

- Суффозия 62
 - внешняя 63
 - внутренняя 63
 - контактная 63
 - механическая 62
 - химическая 62
- Сцепление 49
 - первичное 21
 - (удельное) 49
 - упрочнения 21
- Сыпучая среда 8
- Тензор деформации 312
 - напряжений 311
- Тиксотропия 73
- Тормозящая сила 127
- «Тотальные» напряжения 42
- Траектория (путь) нагружения 315
- Трехкомпонентная (трехфазная) среда 10
- Трубка Каменского 60
- Угол видимости 119, 136
 - внутреннего трения 49
- Удельная поверхность грунта 12
- Удельный вес взвешенного грунта 112
 - — грунта 22
 - — насыщенного грунта 112
 - — сухого грунта (скелета грунта) 23
- Уплотненное (упругое) ядро 164, 302
- Упругое последствие 66
- Уравнение виброкомпрессии 69
 - консолидации Флорина 241, 242
 - Лапласа 129
 - Мизеса — Боткина 103, 332
 - совместности Бельтрами — Митчелля 86
- Условие предельного равновесия 87, 88, 97
- Условия (подобия) моделирования 105
- Усталостная прочность 73
- «Фильтрационная» консолидация 233
- Фильтрационная сила 126, 127, 128, 202, 203, 212, 214, 246, 278
- Фильтрационное оплывание 132
- Фильтрационные напряжения 126, 129
- Фильтрационный выпор 132
- Фильтрация 58
- Форма частиц 13
- Формоизменение 52, 328
- Формула Герсеванова — Пузыревского 138
 - Крея — Флорина 220
 - Лапласа 19
 - Терцаги 219
- Фракция 10, 11
- Функции Крылова 148
- Функция нагружения 323
 - напряжений 87, 116
 - текучести 323, 337
- Хрящ 11
- Центробежное моделирование 110
- Циклическая нагрузка 38
- Частицы глинистые 11
 - песчаные 11
 - пылеватые 11
- Число моделирования 109
 - пластичности 25
 - Рейнольдса 61
- Шаровой тензор деформаций 312
 - — напряжений 311
- Щебенистый грунт 13
- Щебень 11
- Эквивалентный слой 185
- Электроосмотическая фильтрация (электрофильтрация) 64
- Электрохимическое закрепление 65
- «Эффективные» напряжения 42
- Эффективный диаметр 11

ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

Абелев М. Ю. 233
Абрамов В. М. 162, 163

Бабицкая С. С. 56
Баркан Д. Д. 8, 67, 69, 145
Бельзацкий С. И. 165, 207
Березанцев В. Г. 8, 283, 302, 303, 344
Биарез Ж. 283
Био М. А. 232
Бирман С. Е. 163
Бишоп А. 207
Бородавкин П. П. 282
Боткин А. И. 103, 104, 315, 332, 333
Бугров А. К. 116, 140, 188, 333
Будин А. Я. 55, 57, 344
Буссинеск Ж. 8, 121, 162, 181
Бухарцев В. Н. 228

Васильев И. М. 228, 344
Винклер Е. 145
Винокуров Е. Ф. 333
Виригин Н. Н. 268
Волков М. С. 8
Воробьев Л. Н. 345
Вялов С. С. 8, 55, 56, 57, 333, 336, 344

Герсеванов Н. М. 8, 84, 90, 93, 94, 114, 145, 207, 219, 232, 234, 241, 309, 344
Гибсон Р. Е. 233, 268
Голушкевич С. С. 283
Гольдин А. Л. 158, 233, 333
Гольдштейн М. Н. 8, 21, 52, 55, 56, 207, 233
Горбунов-Посадов М. И. 8, 140, 145, 153, 154, 155, 344
Горелик Л. В. 233, 344
Горелик Л. Ш. 68, 69
Григорян С. С. 65
Гудехус Г. 74

Давиденков Н. Н. 30, 110
Давыдов С. С. 155
Далматов Б. И. 9
Дарси Г. 58, 236
Денисов Н. Я. 20, 21
Дерягин Б. В. 14, 16, 21
Десаи С. 334
Дидух Б. И. 333
Друккер Д. 334

Евдокимов П. Д. 109, 309
Егоров К. Е. 9, 126, 162, 163, 183, 184

Жемочкин Б. Н. 145, 155, 344
Жинкин Г. Н. 64

Зарецкий Ю. К. 55, 56, 116, 248, 333, 344

Иванов П. Л. 68, 69, 71, 74, 76, 78, 233, 265, 344
Ильичев В. А. 145
Ильюшин А. А. 106
Истомина В. С. 63
Ишими И. 74
Ишихара К. 74

Кадомский Е. Д. 74, 75, 222
Қазагранде А. 52, 70
Қазагранде Л. 64
Како А. 283
Калинович Б. Ю. 282
Қандауров И. И. 83, 344
Қарилло Н. И. 233
Қарлович В. М. 8
Қарман Т. 283
Қибирев В. И. 263
Қирпичев В. Л. 105
Қлаф Р. 334
Клейн Г. К. 145
Клубин П. И. 145, 153

Колосов Г. В. 117
 Корнев Б. Г. 145
 Короткин В. Г. 121, 123, 233, 268, 269
 Косте Ж. 344
 Коттер Ф. 283
 Красников Н. Д. 65, 228, 344
 Крашенинникова Г. В. 155, 163, 344
 Крей Г. 207, 220, 222, 224
 Крыжановский А. Л. 31, 116, 333
 Крылов А. Н. 145, 148, 151
 Кулибин И. 105
 Кулон Ш. 7, 98, 196, 199, 200
 Кульман К. 198, 199
 Курдюмов В. И. 8, 308

Ларионов А. К. 20
 Лебедев А. Ф. 14
 Лехницкий С. Г. 126
 Липовецкая Т. Ф. 169
 Ломбардо В. Н. 116, 333
 Ломизе Г. М. 9, 31, 64, 333
 Лэмб Г. 20
 Ляв А. 121
 Лятхер В. М. 116
 Ляхов Г. М. 65, 344

Малышев М. В. 8, 97, 141, 283, 308, 333, 344
 Маргер К. 126
 Мариупольский Г. М. 113
 Маслов Н. Н. 8, 55, 67, 74, 78, 207, 344
 Матрашилина Т. В. 228
 Мачерет Л. М. 145, 233
 Мейергоф Г. 283
 Мендель И. 233
 Месчян С. Р. 54, 55, 70, 245, 344
 Мизес 103, 104
 Миндич А. Л. 336
 Миндлин Р. 123
 Миняев П. А. 8
 Митчель И. Х. 86, 117
 Можевитинов А. Л. 207, 225, 226, 227
 Моргенштерн Н. Р. 225
 Мурзенко Ю. Н. 140
 Мустафаев А. А. 344

Назаров А. Г. 106
 Нерпин С. В. 20
 Новоторцев В. И. 209, 283, 301

Остроградский М. В. 214

Павловский Н. Н. 61, 127, 232
 Пастернак П. Л. 145
 Паукер Г. Е. 207
 Польшин Д. Е. 118, 233, 344
 Покровский Г. И. 30, 83, 110
 Поспелов В. А. 71
 Прагер В. 334
 Прайс В. Е. 225

Прандтль Л. 301, 337
 Проктор Р. Р. 81
 Прокудин И. В. 72
 Пузыревский Н. П. 8, 90, 145, 151

Радина В. В. 52
 Рапопорт Р. М. 126
 Рассказов Л. Н. 116, 334
 Расулов Х. З. 72
 Ребиндер П. А. 14, 20, 21
 Рейс Ф. 64
 Рейснер Г. 283, 301
 Рельтов Б. Ф. 61, 64, 81, 113
 Роза С. А. 61, 62, 233

Савинов О. А. 8, 67, 78
 Садовский М. А. 161
 Самарин Н. К. 145, 155, 163, 344
 Санглера Г. 344
 Седов Л. И. 106
 Сеймов В. М. 145
 Сергеев Е. М. 344
 Сид Х. Б. 74
 Сидоров Н. Н. 52
 Симвулиди И. А. 145, 153, 154, 155, 344
 Синицин А. П. 8, 145, 155, 344
 Скемптон А. 207
 Соболевский Ю. А. 283, 305, 345
 Совинц И. 163
 Соколов А. Г. 344
 Соколовский В. В. 8, 200, 283, 285, 291, 293, 302, 303, 304, 305, 307, 309, 345
 Соловьев Ю. И. 283
 Соломин В. И. 158, 334
 Степанов А. В. 126
 Строганов А. С. 283, 334

Тан Тьеонг-Ки 233
 Тейлор Д. В. 207, 222, 344
 Тер-Мартirosян З. Г. 233, 265
 Тер-Степанян Г. И. 55
 Терцаги К. 8, 24, 36, 42, 43, 74, 207, 222, 223, 232, 234, 303, 345
 Тимошенко С. П. 145
 Троицкий А. П. 115
 Трофименков Ю. Г. 345
 Туровская А. Я. 56

Уайтман Р. 70
 Ухов С. Б. 345

Фадеев А. Б. 140, 334
 Федоровский В. Г. 334
 Феллениус В. 207
 Филоненко-Бородич М. М. 145
 Финн Л. 334
 Фламан 116
 Флорин В. А. 8, 63, 65, 74, 90, 106, 110, 129, 140, 145, 151, 153, 154,

161, 163, 165, 175, 181, 200, 220, 224,
232, 233, 234, 242, 246, 248, 249, 262,
264, 268, 273, 341, 345
Фусс Н. И. 8, 145

Хансбо С. Х. 62
Харр М. Е. 287, 304, 334, 345
Хаяси К. 145
Христианович С. А. 297
Христофоров В. С. 8, 283, 309
Хорьков В. И. 228

Циммерман Х. 145
Цытович Н. А. 8, 57, 185, 345

Чаповский Е. Г. 345
Чеботарев Г. П. 345

Чебышев П. Л. 153
Черкасов И. И. 145, 345
Чугаев Р. Р. 63, 127, 134, 207, 222,
224, 345

Шанон В. 70
Шейдиг А. 141
Шехтер О. Я. 126, 155
Широков В. Н. 334
Шукле Л. 345

Эйлер Л. 105
Эйслер Л. А. 74

Яковлев П. И. 283, 301, 345
Янбу К. 225
Яропольский И. В. 52

ПЕТР ЛЕОНТЬЕВИЧ ИВАНОВ

ГРУНТЫ И ОСНОВАНИЯ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ

Зав. редакцией Б. А. Ягупов
Редактор Т. Ф. Мельникова
Младший редактор Ю. П. Кочергина
Оформление и художественное редактирование В. П. Бабиковой
Технический редактор Л. А. Муравьева
Корректор В. В. Кожуткина

ИБ № 4866

Изд. № СТР—444. Сдано в набор 26.10.84. Подп. в печать 12.06.85.
Г-04439. Формат 60×90^{1/16}. Бум. тип. № 2. Гарнитура литера-
турная. Печать высокая. Объем 22 усл. печ. л. + 0,25 усл. печ.
л. форз. 22,5 усл. кр.-отт. 23,86 уч.-изд. л. + 0,43 уч.-изд. л. форз.
Тираж 9000 экз. Зак. № 816. Цена 1 р. 20 к.

Издательство «Высшая школа»,
101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Ярославский полиграфкомбинат Союзполиграфпрома при Госу-
дарственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии
и книжной торговли. 150014, Ярославль, ул. Свободы, 97.