

проф. Г. Н. Каменский  
инж. Н. А. Корчебоков  
инж. К. И. Разин

# Движение подземных вод в неоднородных пластах

Под общей редакцией  
проф. Г. Н. Каменского



НКТП ГЛАВСТРОЙПРОМ СССР  
ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ВОДОСНАБЖЕНИЯ, КАНАЛИ-  
ЗАЦИИ, ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ И ИНЖЕНЕРНОЙ ГИДРОГЕОЛОГИИ

---

ВОДГЕО

---

проф. Г. Н. КАМЕНСКИЙ  
инж. Н. А. КОРЧЕБОВ  
инж. К. И. РАЗИН

# ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАСТАХ

Под общей редакцией  
проф. Г. Н. КАМЕНСКОГО



ОБЪЕДИНЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

Москва

1 9 3 5

Ленинград

Редактор *М. В. Краснопольский.*  
Техн. редактор *Д. М. Судак.*

Уполномоченный Главлита В—94612

Тираж 3 000 экз.

Сдано в набор 21/VIII—34 г. Индекс К 55 5-4. Подписано к печати 2/I—35 г.

Разм. бум. 62×94  $\frac{1}{16}$  д. л. 10 $\frac{1}{2}$  п. л. Изд. № 651 52200 зн. в п. л.

-я тип. Трансжелдориздата, Москва, Б. Чернышевская, 46.

Зак. № 16035

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая работа была вызвана потребностью приблизить уравнения гидравлики подземных вод к конкретным геологическим условиям залегания и строения водоносных пластов. Последние по преимуществу являются неоднородными, изменяя величину водопроницаемости нередко в широких пределах как в вертикальном, так и горизонтальном направлениях. Между тем существующая теория движения подземных вод почти исключительно построена на исследовании идеального однородного грунта, который в природе встречается сравнительно редко. Поэтому вполне понятным является сомнение гидрогеолога, применяющего формулы гидравлики подземных вод к естественным пластам, конкретные особенности которых не могут быть в достаточной мере отражены в этих формулах. Возникает естественная потребность дать освещение вопросов теории движения воды в неоднородных пластах. Слабое развитие теории в этой области является вполне объяснимым теми необычайными трудностями, которые создаются для точного решения задач по фильтрации в неоднородных грунтах. Приближенные же решения, неизбежные здесь, повидимому, не удовлетворяли исследователей и не были для них достаточно привлекательным объектом, побуждающим к развитию теории в интересующей нас области. Отмеченный пробел в теории отрицательно отражается на применении гидрогеологии к решению практических задач. Между тем требования к гидрогеологии со стороны социалистического строительства с каждым годом растут как в отношении уточненности, так и конкретности решения задач.

Учитывая все это, мы и начали работу по изучению вопросов движения подземных вод в неоднородных пластах. Приступая к этой работе, мы отчетливо сознавали все трудности, связанные с ней, и поэтому не имели в виду дать сколько-нибудь завершенное исследование, а лишь первоначальное освещение вопроса.

Благодаря деятельному участию в данной работе Н. А. Корчебокова, давшего богатый материал по подпору грунтовых вод на приречных участках Москвы, и К. И. Разина, давшего материал по подпору грунтовых вод на Окских террасах у Горького, удалось дать конкретную практическую проработку теории подсчета подпора грунтовых вод.

*Проф. Г. Н. Каменский*

---

## ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАСТАХ

### Обзор литературы

Вопрос о движении подземных вод в неоднородных пластах (в пластах, сложенных породами разной водопроницаемости) впервые был исследован Люгером<sup>(4, 5, 6)</sup>, который рассмотрел движение грунтовых вод в горизонтальном пласте, состоящем из двух слоев, а также в водоносном пласте с водопроницаемостью, постепенно изменяющейся в горизонтальном направлении, возрастающей или убывающей по направлению потока. Наряду с изучением гидравлики грунтовых потоков для различных видов однородного пласта им рассмотрены случаи присутствия водонепроницаемых линз.

А. Тим<sup>(3)</sup> впервые применил теорию притока грунтовых вод к колодцам для опытных откачек, на основании которых им вычислялись коэффициенты фильтрации и производительность водоносных пластов. Этим самым Тим ввел понятие о коэффициенте фильтрации водоносного пласта, применяя его не только к совершенно однородным пластам, но и неоднородным, сложенным из пород неодинаковой водопроницаемости. Сама же теория движения подземных вод к колодцам была проработана им лишь для однородных пород.

Первая попытка применить эту теорию к неоднородным пластам принадлежит Шульце<sup>(12)</sup>, который вывел формулы для одиночных колодцев, заложенных в пласте, состоящем из двух слоев разной проницаемости, а также для групповых установок при том же строении пласта для целей расчета искусственного понижения грунтовых вод.

Теория, разработанная упомянутыми здесь авторами, будет более подробно изложена в соответствующих главах.

По поводу выводов Шульце мы находим в работе И. П. Кускина<sup>(17)</sup> ряд критических замечаний, которые будут приведены ниже при изложении соответствующего вопроса в гл. VIII. Общие

его заключение по поводу названной теории сводится к тому, что она не может служить надежной базой для практических расчетов, и в этом случае достаточно надежные данные можно получать лишь опытным путем. Вместе с тем Кусякин отмечает некоторые особенности движения грунтовых вод в слоистых толщах, а также толщах, содержащих непроницаемые прослойки. При искусственном водопонижении в такого рода грунтах оказывается иногда невозможным произвести полное осушение грунта и приходится удовлетворяться лишь понижением напора грунтовых вод.

Терцаги<sup>(24)</sup> в своей книге „Инженерная геология“, не давая теоретического рассмотрения вопроса о движении воды в неоднородных грунтах, тем не менее обращает серьезное внимание на роль неоднородности грунта для явлений прорыва грунтов под основаниями гидротехнических сооружений.

В недавно вышедшей работе Добровольского<sup>(22)</sup> мы находим несколько иной вывод уравнения движения подземных вод к колодезю для случая двух слоев разной проницаемости. Этот вывод, так же как и в формуле Шульце, основан на уравнении Дюпюи и аналогичен упомянутым выше формулам Шульце.

В 1933 г. появилась очень интересная статья Р. Дахлера<sup>(26)</sup>. Эта статья посвящена вопросу о фильтрации в параллельно-слоистом грунте. Дахлер дает выражения для коэффициента фильтрации слоистого материала в зависимости от толщины и водопроводимости отдельных слоев; при этом он исследует величину водопроницаемости в зависимости от направления фильтрационного тока, рассмотрев случаи фильтрации параллельно плоскостям напластования, перпендикулярно и под углом. В этой же статье автором предложен приближенный способ решения задач по фильтрации в горизонтально-слоистом материале, иллюстрируемый одним примером приближенного построения линий токов и поверхностей равного напора для случаев фильтрации в слоистом грунте под шпунтом, с использованием при этом решения, полученного для однородных грунтов на основании теории потенциала.

В 1932 г. Г. Н. Каменский предложил формулу, дающую выражение водопроводимости слоистой толщи на основании данных послойных определений коэффициента фильтрации<sup>(21)</sup>. Предложенная формула применена была им для подсчета коэффициента водопроводимости на примерах разведочного бурения на воду в Пехорско-Купавенском районе (близ Москвы). Данные этого подсчета по указанной формуле были сопоставлены с результатами опытных откачек, причем была обнаружена общая сходимость результатов подсчета коэффициентов фильтрации по формуле автора и по откачкам.

В 1931 г. появилась статья С. В. Троянского и К. Т. Анохиной<sup>(18)</sup>, посвященная вопросу об использовании данных лабораторного послойного исследования грунтов для определения

производительности грунтового потока. Авторами вводится понятие средних фракций, которые вычисляются по данным послойных гранулометрических анализов с учетом мощности

слоев по формуле:  $\alpha = \frac{\alpha_1 h_1 + \alpha_2 h_2 + \dots + \alpha_n h_n}{h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_n}$ . По вычисленным та-

ким образом средним фракциям, представляющим некоторый усредненный грунт, определялись действующие диаметры, а по формулам Хазена и Крюгера получались величины коэффициентов фильтрации, отвечающие среднему составу грунта. Отмечая значительное расхождение данных, получаемых указанным способом на основании лабораторных анализов, и данных, получаемых опытными откачками, авторы используют полученные соотношения для сравнения между собой производительности грунтовых потоков. Произведя в одном из участков опытные откачки, они подходят к количественной оценке грунтовых потоков других участков, где откачек не производилось, а имелись только лабораторные данные.

Закончив обзор работ, непосредственно касающихся вопроса о движении подземных вод в неоднородных пластах, мы должны отметить, что основные авторы теоретических исследований по движению подземных вод, как-то: Дюпюи <sup>(1)</sup>, Форхгеймер <sup>(7,14)</sup> Павловский <sup>(9,15,16)</sup> Буссинеск <sup>(2)</sup>, Козени <sup>(11)</sup>, Жуковский <sup>(10)</sup> и др., трактуют вопрос лишь для однородного строения грунта с коэффициентом фильтрации, одинаковым во всех точках фильтрационного потока.

Приходится также констатировать, что применяемые в настоящее время на практике расчетные формулы движения подземных вод основаны исключительно на теории, выведенной для однородных грунтов.

Прделанные в последнее время расчеты подпора грунтовых вод при подтоплении (Павловский, Гембицкий, Скабалланович, Малишевский) построены на допущении однородности строения грунта, причем совершенно не учитывается реальное геологическое строение водоносных пластов.

Приведенные выше немногочисленные теоретические достижения в области движения подземных вод в неоднородных пластах (т. е. работы Люгера и др.) до сих пор в практике не используются. Задачей настоящей работы является прежде всего подвести итоги прежних исследований в области теории движения грунтовых вод в неоднородных пластах, а затем дать дальнейшую проработку этой теории, чтобы приблизить ее к решению конкретных практических задач.

Основная цель нашей работы—найти путь для наиболее близкого отражения в гидравлике подземных вод конкретных особенностей геологического строения водоносных пластов.

В настоящей работе мы не берем на себя задачу дать исчерпывающую проработку данной проблемы и ограничиваемся лишь основными случаями движения подземных вод в наиболее типичных видах неоднородных пластов. Наряду с геологическим строением важнейшим фактором, определяющим природу естественной динамики подземных вод, является режим грунтовых вод, отражение которого в теории движения подземных вод составляет другую группу задач, которую в целом можно назвать теорией движения подземных вод, изменяющегося во времени. В настоящей работе рассматриваются задачи лишь установившегося движения подземных вод в неоднородных пластах как некоторой самостоятельной части всей проблемы. Вместе с этим мы отмечаем необходимость в дальнейшем разработки и другой части проблемы, включающей задачи неустановившегося или изменяющегося во времени движения подземных вод.

---

## ГЛАВА I

# ВОДОПРОНИЦАЕМОСТЬ НЕОДНОРОДНЫХ ТОЛЩ ГРУНТОВ

### § 1. Понятие об однородных и неоднородных по водопроницаемости пластах

Пласты горных пород или грунтов по характеру водопроницаемости могут быть подразделены на две большие группы: на однородные и неоднородные. Однородные пласты во всех своих частях и во всех направлениях имеют одну и ту же величину водопроницаемости. В неоднородных пластах величина водопроницаемости неодинакова в различных частях пласта; она может изменяться в вертикальном и горизонтальном направлениях или одновременно в том и другом. Среди неоднородных водоносных пластов могут быть отмечены следующие наиболее типичные случаи.

1. Пласты слоистого строения, состоящие из чередующихся тонких слоев или из более или менее мощных слоев с разной водопроницаемостью.

2. Пласты, сложенные породами, состав которых меняется в горизонтальном направлении; например при фациальном изменении или при смене одних отложений другими. При этом изменения водопроницаемости могут совершаться постепенно или же резко, скачками. Последний случай нередко встречается в местах прислонения террасовых и делювиальных образований к круто срезанным более древним отложениям или в местах образования сбросов и оползней.

3. В природе мы имеем различные комбинации указанных элементарных видов неоднородности. В слоистых пластах водопроницаемость отдельных слоев может изменяться в горизонтальном направлении. Слоистое строение водоносного пласта может быть усложнено изменением мощности отдельных прослоев, выклиниванием их, присутствием водонепроницаемых линз.

4. Наконец нередко случаи сложной неоднородности, когда в каждом сечении пласта, в каждой буровой скважине состав, водопроницаемость и вертикальная смена пород различны. Таковыми являются например почти всегда аллювиальные и флювиогляциальные отложения.

Отдельно следует отметить случаи неоднородности структурных пород: лесса, лессовидных суглинков и др. Неоднородность этих пород помимо изменений степени развития структуры в различных участках проявляется еще в том, что водопроницаемость этих пород приобретает некоторую векториальность, имея наибольшую величину по направлению структурных пор. По этому поводу мы найдем ряд указаний в работе Полюнова<sup>(27)</sup> о факторах водопроницаемости почв и грунтов. Далее мы увидим, что в слоистых грунтах величина водопроницаемости тоже является различной в зависимости от направления фильтрационных токов. Таким образом в числе особенностей некоторых неоднородных грунтов следует выделить также векториальность их водопроницающей способности, показывающей, что в неоднородных грунтах водопроницаемость есть не только функция координат различных точек пласта, но и функция от направления движения воды в грунте.

## **§ 2. Понятие о среднем коэффициенте фильтрации пласта** **Водопроницаемость слоистых толщ**

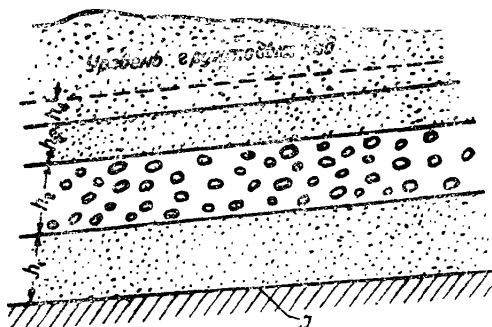
В связи с изучением явлений движения подземных вод в неоднородных пластах возникает вопрос о количественном выражении водопроницаемости неоднородных толщ в целом в зависимости от их строения. Применяя при этом основные законы фильтрации, мы можем в некоторых случаях воспользоваться понятием „среднего коэффициента фильтрации пласта“, который заменяет собой водопроницаемость всего комплекса неоднородной толщи. Понятие о коэффициенте фильтрации водоносного пласта было впервые введено Тимом<sup>(3)</sup>, применившим для исследования водоносности пластов откачки и подсчет величины коэффициента фильтрации по уравнению депрессионной воронки. Последняя величина, определяемая откачкой не только для однородных, но и неоднородных пластов, представляет собой не что иное как средний коэффициент фильтрации пласта.

Одной из основных задач теории движения воды в неоднородных пластах должно быть изучение зависимости среднего коэффициента фильтрации пласта от его строения и от слагающих компонентов.

С этой задачей связаны весьма важные в практическом отношении вопросы: 1) определение среднего коэффициента фильтрации пласта по лабораторным исследованиям и 2) вопрос о соотношении лабораторных и полевых определений водопроницаемости опытными откачками. Вопрос о выражении величины среднего коэффициента фильтрации неоднородного пласта в зависимости от составляющих его элементов затронут в литературе в самое последнее время и то лишь для слоистых толщ. Первой попыткой в этой области является опубликованная автором в 1932 г. формула, дающая выражение среднего коэффициента

фильтрации по данным послойного определения водопроводимости слагающих пласт пород. Эта формула выведена следующим образом.

Если мы имеем водоносный пласт, состоящий из ряда слоев, коэффициенты фильтрации которых имеют величины  $k_1, k_2, k_3 \dots$ , а мощности соответственно —  $h_1, h_2, h_3 \dots$  (черт. 1), то при рав-



Черт. 1

номерном движении воды в наклонном или артезианском пласте единичный расход всего потока можно рассматривать как сумму расходов отдельных слоев:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n.$$

Для каждого прослоя по формуле Дарси имеем:

$$q_1 = k_1 h_1 I,$$

$$q_2 = k_2 h_2 I,$$

$$q_n = k_n h_n I.$$

Складывая эти уравнения, получим:

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n = (k_1 h_1 + k_2 h_2 + \dots + k_n h_n) I,$$

или

$$q = I \sum_1 k_n h_n.$$

Вместе с этим расход всего пласта можно представить в следующем виде:

$$q = K h I,$$

где  $K$ —величина среднего коэффициента фильтрации пласта.

Приравнявая правые части обоих последних уравнений, имеем:

$$K h I = I \sum_1 k_n h_n,$$

откуда получаем для  $K$  выражение:

$$K = \frac{\sum k_n h_n}{\sum h_n} \quad (1)$$

Приведем здесь примеры подсчета средних коэффициентов фильтрации по выведенной выше формуле для двух опытных буровых скважин, заложенных при изысканиях на грунтовую воду в бассейнах рек Пехорки и Кулавенки близ Москвы. В первом примере коэффициенты фильтрации были определены в приборе Тима и частью по гранулометрическому анализу, во втором — вычислены на основании гранулометрического анализа по формулам Хазена и Крюгера.

Для тех же буровых скважин коэффициенты фильтрации были параллельно определены откачками. Для скважины у д. Безменково величина коэффициента фильтрации по откачке получалась в среднем 34,4 м/сутки, а вычисленная по формуле (1)—38,6 м/сутки (табл. 1).

Таблица 1

Подсчет среднего коэффициента фильтрации водоносного пласта по разрезу опытной буровой скважины № 41-а у д. Безменково в верховьях р. Черной бассейна р. Пехорки в районе Москвы

№ слоев	Описание пород	Глубина подошвы от устья скважины в м	Мощность слоя $h$ в пог. м	Коэффициент фильтрации $K$ в м/сутки	$h_n$ $k_n$
1	Темносерый песок, кварцевый, сухой.	2,75	—	—	—
2	Темносерый, среднезернистый, кварцевый песок, водоносный. Уровень воды 2,75 м от поверхности . . .	3,96	1,21	10,1	12,22
3	Светлосерый, мелкозернистый, кварцевый песок . . .	5,18	1,22	5,6	6,88
4	Серый, кварцевый, грубозернистый песок с галькой . . .	6,50	1,32	37,6	49,70
5	Крупный песок с галькой и гравием.	13,00	6,50	68,5	445,00
6	Серый кварцевый, среднезернистый песок . . .	15,00	2,00	11,7	23,40
7	То же, но с примесью глинистых частиц . . .	17,00	2,00	5,4	10,80
8	Черная глина . . .				

$$h = \sum h_n = 14,45 \quad \sum h_n k_n = 547,95$$

$$K = \frac{\sum h_n k_n}{h} = \frac{547,95}{14,25} = 38,6 \text{ м/сутки}$$

Для скважины у д. Шульгино средний коэффициент фильтрации по откачке—41,3 м/сутки, а по формуле (1) при вычислении послойных коэффициентов по Хазену—43,0 м/сутки, по Крюгеру—27,8 м/сутки.

Приведенные примеры показывают большую сходимость результатов вычисления  $K$  по формуле (1) и по откачкам.

Несколько иначе предлагают подсчитывать средний коэффициент фильтрации С. В. Троянский и К. Т. Анохина, которые, как уже было указано в обзоре литературы, вводят понятие средней фракции, вычисляемой по формуле:

$$\alpha = \frac{\alpha_1 h_1 + \alpha_2 h_2 + \dots + \alpha_n h_n}{h_1 + h_2 + \dots + h_n}, \quad (2)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  — проценты одной и той же фракции для разных слоев;

$h_1, h_2$  — мощность слоев;

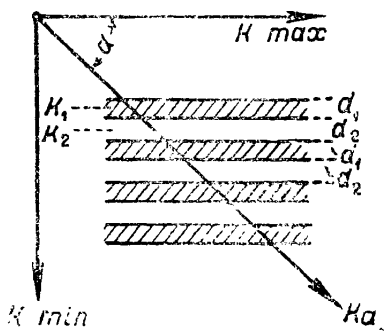
$\alpha$  — процент средней фракции.

Из полученных таким образом „средних“ фракций составляется некоторый усредненный грунт, для которого уже вычисляется по процентному содержанию усредненных фракций величина среднего коэффициента фильтрации пласта.

Авторы не дают теоретического обоснования своему способу, который по нашему мнению может давать иные результаты, чем формула (1)

### § 3. Теоретическое исследование Дахлера о водопроницаемости тонкослоистого грунта

В недавно вышедшей работе Р. Дахлера<sup>(26)</sup> рассмотрен вопрос о зависимости водопроницаемости слоистой породы от направления фильтрации. Ранее уже говорилось о том, что по опытным данным водопроницаемость многих пород неодинакова во всех направлениях и имеет в одном направлении максимальную величину, а в другом, нормальном к первому, — минимальную. Опытные определения обычно дают величину водопроницаемости для двух главных направлений, судить о которых имеется возможность на основе геологических исследований. Для всех других направлений под углом  $\alpha$  к плоскости напластования водопроницаемость  $k_\alpha$  в зависимости от структуры грунта приобретает промежуточное значение между упомянутыми двумя величинами (черт. 2).



Черт. 2

Для слоистого материала, сложенного из слоев толщиной  $d_1$  с коэффициентом фильтрации  $k_1$  и толщиной  $d_2$  с коэффициентом фильтрации  $k_2$ , имеем для направления, параллельного слоям:

$$K_{\max} = \frac{k_1 d_1 + k_2 d_2}{d_1 + d_2} \quad (1a)$$

и для направления, нормального слоям:

$$K_{\min} = \frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{k_1} + \frac{d_2}{k_2}}. \quad (3)$$

Формула (3) получается из следующих соображений.

Падение напора для прослоев  $h_1$  равно:  $\Delta H_1 = v \frac{d_1}{k_1}$ ; то же

для слоев  $d_2$ :  $\Delta H_2 = v \frac{d_2}{k_2}$ , откуда:

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = v \frac{(d_1 + d_2)}{k_{\min}} = v \left( \frac{d_1}{k_1} + \frac{d_2}{k_2} \right),$$

что приводит к уравнению (3).

Таким же путем мы можем вывести более общую формулу для случая нескольких слоев разной мощности и проницаемости (см. также § 12):

$$K_{\min} = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{\frac{d_1}{k_1} + \frac{d_2}{k_2} + \dots + \frac{d_n}{k_n}}. \quad (4)$$

Вопрос о фильтрации через неоднородную толщу при изменении водопроницаемости по пути движения воды рассматривался также в работе акад. Н. Н. Павловского<sup>(19)</sup>, который применил в своем исследовании плотин с ядром тот основной принцип, что сопротивление фильтрации или потеря напора обратна пропорционально коэффициенту фильтрации. Этот принцип приводит к построению „эквивалентного профиля“ плотины.

На том же принципе основан расчет земляных плотин с ядром по американскому способу.

Предполагая, что толщина слоев  $d_1$  и  $d_2$  является весьма малой в сравнении с мощностью водопроводящего массива, можно, как увидим из дальнейшего, определить  $K_x$  для каждого направления.

Для простоты допустим  $d_1 = d_2 = d = 1$ .

$SS_1$  пусть будет направление тока воды (черт. 3).

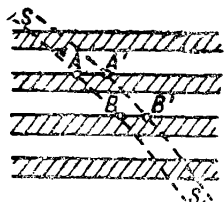
Выделим элементарную струйку, ширина которой может иметь любую величину, измеряемую параллельно плоскостям напластования  $AA' = \Delta b$ .

Поток на элементарном участке  $AA'B'B$  следует от  $AA'$  к  $BB'$  под действием напора  $\Delta H$ .

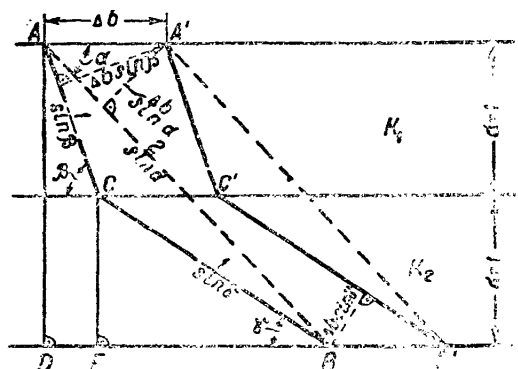
При данной мощности слоев и их водопроницаемости  $k_1$  и  $k_2$  количество просачивающейся воды зависит только от действи-

тельного пути, который просачивающаяся вода совершает между  $AA'$  и  $BB'$ .

По принципу наименьшего сопротивления этот путь фильтрации должен быть проложен так, что количество фильтрующей воды достигает максимума. Отвечающий этому условию путь фильтрации будет представлен линией  $ACB$  и  $A'C'B'$  (черт. 4).



Черт. 3



Черт. 4

В соответствии с черт. 4 по формуле Дарси имеем для верхнего слоя от  $AA'$  до  $CC'$ :

$$q = k_1 \frac{\Delta H_1}{\frac{1}{\sin \beta}} \Delta b \sin \beta \quad (5)$$

и для нижнего слоя от  $CC'$  до  $BB'$ :

$$q = k_2 \frac{\Delta H_2}{\frac{1}{\sin \gamma}} \Delta b \sin \gamma. \quad (6)$$

При этом ширина потока, нормальная к поверхности чертежа, полагается равной единице. Для обоих слоев вместе, т. е. для потока от  $AA'$  до  $BB'$  ( $SS'$  по черт. 4), имеем:

$$q = K_z \frac{\Delta H}{2} b \sin \alpha. \quad (7)$$

Сумма  $\Delta H_1$  и  $\Delta H_2$  должна быть равна общему падению напора  $\Delta H$  между  $AA'$  и  $BB'$ .

Поэтому из уравнений (5), (6) и (7) следует:

$$\Delta H_1 = \frac{q}{\Delta b k_1 \sin^2 \beta};$$

$$\Delta H_2 = \frac{q}{\Delta b k_2 \sin^2 \gamma};$$

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = \frac{q}{b\Delta} =$$

$$= \left( \frac{1}{k_1 \sin^2 \beta} + \frac{1}{k_2 \sin^2 \gamma} \right) = \frac{2q}{\Delta b} \cdot \frac{1}{K_z \sin^2 \alpha}$$

и для определения расхода:

$$q = \frac{\Delta b \cdot \Delta H}{\frac{1}{k_1 \sin^2 \beta} + \frac{1}{k_2 \sin^2 \gamma}};$$

$$q = \frac{\Delta b \cdot \Delta H}{\frac{1}{k_1} (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) + \frac{1}{k_2} (1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma)}. \quad (8)$$

Далее для выражения величины водопроницаемости  $K_z$  по направлению  $\alpha$  имеем:

$$K_z = \frac{2}{\sin^2 \alpha} \cdot \frac{1}{\frac{1}{k_1 \sin^2 \beta} + \frac{1}{k_2 \sin^2 \gamma}} \quad (9)$$

Неизвестные направления  $\beta$  и  $\gamma$  даются из условия, что  $q$  есть максимум или знаменатель в выражении (6) есть минимум. Для ограничения обеих переменных  $\beta$  и  $\gamma$  имеем еще зависимость между  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , выраженную через треугольник  $ACB$ .

Согласно черт. 4 имеем:

$$DE = \operatorname{ctg} \beta; \quad EB = \operatorname{ctg} \gamma; \quad DB = 2 \operatorname{ctg} \alpha; \quad DE + BE = D.$$

Следовательно

$$\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \gamma = 2 \operatorname{ctg} \alpha. \quad (10)$$

Определив из уравнения (10)  $\operatorname{ctg} \beta$  и поставив его в уравнение (8), получим для выражения минимума:

$$\frac{d}{dx} \left\{ \frac{1}{k_1} \left[ 1 + (2 \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \gamma)^2 \right] + \frac{1}{k_2} (1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma) \right\} = 0. \quad (11)$$

Решение этого уравнения приводит прежде всего к следующему:

$$\operatorname{ctg} \gamma = \frac{2k_2}{k_1 + k_2} \operatorname{ctg} \alpha \quad (12)$$

и далее из уравнения (10):

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} \operatorname{ctg} \alpha. \quad (12a)$$

Водопроницаемость, соответствующая направлению  $\alpha$ , определяется из уравнения (9):

$$K_{\alpha} = \frac{2k_1 k_2 (k_1 + k_2)}{4k_1 k_2 \cos^2 \alpha + (k_1 + k_2) \sin^2 \alpha} \quad (13)$$

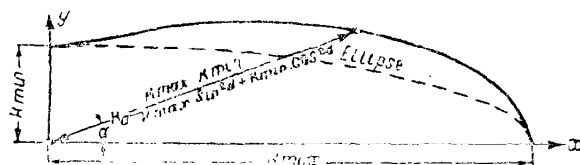
или путем введения величин  $K_{\max}$  и  $K_{\min}$  посредством уравнений (3) и (4), упрощенных для  $d_1 = d_2 = 1$ :

$$K_{\alpha} = \frac{K_{\max} \cdot K_{\min}}{K_{\max} \sin^2 \alpha + K_{\min} \cos^2 \alpha} \quad (14)$$

при

$$\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \text{и} \quad \sin \alpha = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Уравнение кривой распределения для водопроницаемости (черт. 5):



Черт. 5

$$\frac{x^2}{K_{\max}} + \frac{y^2}{K_{\min}} = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Это уравнение сопоставлено с уравнением эллипса:

$$\frac{x^2}{K_{\max}} + \frac{y^2}{K_{\min}} = 1,$$

от которого оно отклоняется тем больше, чем больше разница между  $K_{\max}$  и  $K_{\min}$ . Опытная проверка этих теоретических данных была проведена в лотке из двух параллельных стеклянных стенок, загруженных слоистым материалом, состоящим из тонкого и грубого кварцевого песка (черт. 6).

Подкрашенная струйка, текущая под углом  $\alpha$  к плоскостям напластования, показала зигзагообразную форму линии тока.

Для характеристики количественного соответствия между опытными и теоретическими определениями Дахлер приводит следующие числовые данные.

Водопроницаемость кварцевого песка с диаметром зерен от 0,5—1,0 мм;  $k_1 = 0,19$  см/сек. То же для песка с диаметром зерна от 1,5—22,0 мм;  $k_2 = 1,25$  см/сек.

При одинаковой толщине слоев имеем согласно уравнению (1а):

$$K_{\max} = \frac{k_1 + k_2}{2} = 0,72 \text{ см/сек.},$$

и, следуя уравнению (3):

$$K_{\min} = \frac{2}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} = 0,33 \text{ см/сек}$$

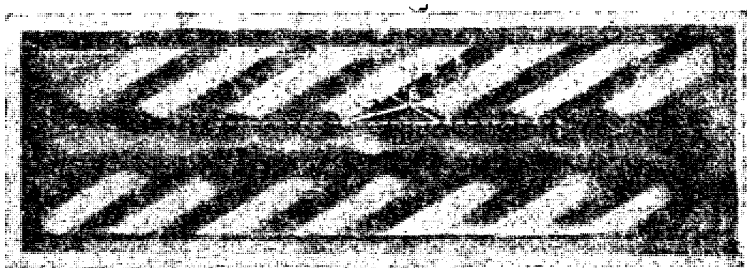
Угол  $\alpha$ , т. е. угол между направлением потока и плоскостями напластования, составлял  $30^\circ$ . По уравнению (12) получаем:

$$\begin{aligned}\gamma &= 18^\circ 21'; \\ \beta &= 65^\circ 24'\end{aligned}$$

и по уравнению (13) или (14) вычисляем величину водопроницаемости по направлению  $\alpha$ :

$$K_\alpha = 0,556 \text{ см/сек.}$$

Относительно углов  $\beta$  и  $\gamma$  можно было между вычисленными и опытными значениями установить отсутствие расхождений.



Черт. 6

Водопроницаемость  $K_\alpha$ , соответствующая углу  $\alpha$ , определена была из опыта на основании величин расхода воды, напорного градиента и площади сечения. Имеем следующие данные.

Ширина поперечного сечения потока, т. е. расстояние между обеими стеклянными стенками:  $b = 0,77''$ , средняя высота сечения  $h = 3,9''$ , соответствующий напорный градиент  $I = 0,05$ .

Количество просачивающейся в единицу времени воды:

$$Q = 0,0086 \text{ л/сек.}$$

По этим значениям получаем водопроницаемость  $K_\alpha$ :

$$K_\alpha = \frac{Q}{bhl};$$

$$K_\alpha = \frac{86 \cdot 10}{0,77 \cdot 3,9 \cdot 0,05} = 0,0572 \text{ дм/сек} = 0,572 \text{ см/сек}$$

при теоретическом  $K_\alpha = 0,556 \text{ см/сек.}$

#### § 4. О законах фильтрации в неоднородных грунтах

Вопрос о законах фильтрации не только в неоднородных, но и в однородных грунтах является до сих пор еще далеко не полностью изученным и мог бы составить тему для обширного специального исследования. Частично в отношении границ применимости закона Дарси вопрос этот освещен рядом экспериментальных исследований, из которых приведем некоторые, дающие наиболее конкретные результаты.

Кребер, производя опыты с крупнозернистыми песками, нашел следующее известное выражение для скорости фильтрации:

$$v = 173 \left( \frac{d}{90} \cdot I \right)^m,$$

где  $v$  — скорость фильтрации в  $\text{см/сек}$ ;

$d$  — диаметр зерен в  $\text{см}$ ;

$m$  — показатель степени, равный  $\frac{0,8 + d}{0,8 + 2d}$  т. е. величине, меньшей единицы.

Формула эта показывает, что скорость фильтрации возрастает не пропорционально напорному градиенту, а несколько медленнее. Из опытов Кребера можно найти данные для скоростей фильтрации, при которых фильтрация начинает отклоняться от закона Дарси. Такие критические скорости фильтрации например получены для следующих размеров зерен:

при $d = 0,57 \text{ мм}$	$v = 1,03 \text{ см/сек}$	$I = 6,67$
$d = 0,90 \text{ "}$	$v = 0,61 \text{ "}$	$I = 1,63$
$d = 1,35 \text{ "}$	$v = 0,35 \text{ "}$	$I = 0,54$

На основании этих данных акад. Н. Н. Павловский<sup>(2)</sup> вывел общую зависимость для критической скорости:

$$v_{кр} = \frac{1}{6,5} (0,75p + 0,23) \cdot \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{R}{d} \text{ см/сек},$$

или для  $T = 1,0^\circ \text{ Ц}$ :

$$v_{кр} = 0,002 (0,75p + 0,23) \frac{R}{d} \text{ см/сек},$$

где  $p$  — коэффициент пористости;

$\mu$  — коэффициент вязкости;

$\rho$  — плотность воды;

$d$  — диаметр зерен;

$R$  — постоянная Рейнольдса, величина которой для песков определена Павловским на основании приведенных опытных данных Кребера в пределах 50 — 60.

Исследования швейцарской комиссии, в которых применялись грунты до 60 мм в диаметре, позволяют установить границу применимости закона Дарси при скорости около 0,2—0,45 см/сек.

Шоклич в своих опытах пришел к выводу, что переход от ламинарного к турбулентному движению при фильтрации совершается при скоростях 0,4—0,5 см/сек.

Эренбергер на основании опытов с крупным песком установил величину критической скорости фильтрации 0,3—0,4 см/сек.

С. В. Избаш<sup>(28)</sup> получил в своих опытах для крупных песков с коэффициентом фильтрации до 0,3 см/сек соответствие фильтрации с законами Дарси при напорных градиентах 0,3—0,8. Существенные отклонения установлены им были для более грубого материала: чистого гравия и песчаника, для которых отступления от закона Дарси начинают быть заметными при напорных градиентах меньше 0,1 и при скоростях фильтрации меньше 1 см/сек.

Приведенные данные, показывают, что для песков мелкозернистых и крупнозернистых применимость закона Дарси действительна во всяком случае при тех малых напорных градиентах, которые мы имеем в природных грунтовых потоках. Закон Дарси может считаться действительным для песков и при более повышенных напорных градиентах по крайней мере до 1,0. Более высокие градиенты мы встречаем в практике сравнительно реже, например при интенсивной откачке из напорных водоносных пластов.

Следует указать, что естественные грунты с водопроницаемостью более 0,5 см/сек являются большой редкостью, поэтому в большинстве случаев практики закон Дарси может считаться применимым с достаточной точностью. Лишь для более крупнозернистых грунтов: чистого гравия и галечника, поры которых не заполнены песком, можно было бы сомневаться в применимости закона Дарси и прибегать к другим формулам фильтрации (формулы Смрекера и Шези). Некоторые исследователи применяют формулу Смрекера более широко, начиная от мелкозернистых песков и даже суглинков и кончая галечниками. Эти исследователи считают формулу Смрекера универсальной. Они

полагают, что коэффициенты формулы Смрекера  $v = \left( \frac{I}{c} \right)^m$ , в том числе показатель степени  $m$ , являются постоянными величинами для данной породы независимо от величины напорного градиента и скорости фильтрации. Исходя из такого положения, указанные исследователи, определяя коэффициент  $m$  при откачке, т. е. при повышенном напорном градиенте, применяют эту же величину для естественного потока при напорном градиенте, измеряемом сотыми долями единицы.

В данном случае совершенно не учитывается возможность существования в одном и том же грунте ламинарного и турбу-

лентного движения при разных напорных градиентах. Таким образом можно считать установленным основное положение о законах фильтрации, что пропорциональность скорости фильтрации напорному градиенту сохраняется до известных пределов критической скорости фильтрации, величина которой зависит от крупности зерна, и что за пределами критической скорости имеет место другой закон фильтрации, который может быть выражен общей формулой Смрекера; при этом однако остается неясным, сохраняется ли постоянной величина показателя степени  $m$  и за пределами критической скорости. Для неоднородных грунтов, исходя из этого положения, можно дать следующее освещение вопроса. При возрастании напорного градиента сначала появится турбулентное движение в более крупнозернистых слоях, а в более мелкозернистых будет сохраняться еще ламинарное движение. Таким образом при возрастании напорного градиента турбулентное движение будет распространяться на все новые и более мелкие грунты. Например при чередовании слоев различной крупности галечника гравия и песка в слоях галечника при сравнительно небольшой величине напорного градиента может наступить турбулентное движение, тогда как в остальных слоях движение будет еще оставаться ламинарным. При следующей ступени напорного градиента турбулентное движение может распространяться на слои гравия, и наконец при дальнейшем увеличении напорного градиента может наступить такой момент, когда вся толща вместе с слоями песка будет охвачена турбулентным режимом.

Изложенное выше гипотетическое представление о развитии турбулентного движения убеждает нас в том, что явление это в неоднородных грунтах чрезвычайно осложняется. Прежде всего надо полагать, что переход из ламинарного в турбулентное движение может занять чрезвычайно длительный интервал изменений напорного градиента. А из этого следует, что формула Смрекера в обычном понимании оказывается недействительной, так как коэффициент  $m$ , входящий в эту формулу, будет не постоянным, а переменным в зависимости от изменения величины напорного градиента. Для обобщения этой формулы следовало бы принять, что коэффициенты  $m$  или  $C$  являются функциями от напорного градиента.

Этот вывод до некоторой степени уничтожает практический смысл формулы Смрекера и разбивает сложившееся представление об ее универсальности, так как такое же обобщенное выражение закона фильтрации можно представить формулой Дарси, полагая коэффициент  $k$  переменным.

В последующих главах, исходя из приведенных соображений, мы ограничиваемся разработкой теории движения подземных вод в неоднородных пластах на основе лишь формулы Дарси и вместе с тем считаем, что такое ограничение не повлечет за собой сужения постановки принципиальных вопросов теории движения подземных вод в неоднородных пластах.

# УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ПОДСТИЛАЮЩЕМ ВОДОНЕПРОНИЦАЕМОМ СЛОЕ

## § 5. Основные гидравлические подразделения грунтовых потоков. Уравнение Дюпюи

Переходя к уравнениям движения подземных вод в водоносных пластах, мы должны условиться в определении некоторых понятий и терминов для обозначения различных случаев подземного потока. Прежде всего, как уже сказано было, мы ограничиваемся здесь изучением установившегося движения подземных вод, характерными особенностями которого являются постоянство во времени напоров и уровней воды во всех точках водоносного пласта и постоянство скоростей и расходов. При отсутствии этих условий, т. е. при изменении в течение времени состояния уровня грунтовых вод, а в связи с этим и скоростей, будем иметь неустановившееся движение. В зависимости от направлений токов воды в плане мы можем выделить прежде всего случай параллельного движения, когда линия фильтрационных токов располагается в вертикальных плоскостях, параллельных между собой. Такой поток, как известно, называется плоским. При изображении этого потока гидроизогипсами мы получаем ряд параллельных между собой прямых. Задачи по изучению плоского потока допускают некоторое упрощение, так как ширина потока при этом является постоянной и может быть принята равной единице. Большинство рассматриваемых ниже задач относится к изучению плоского потока.

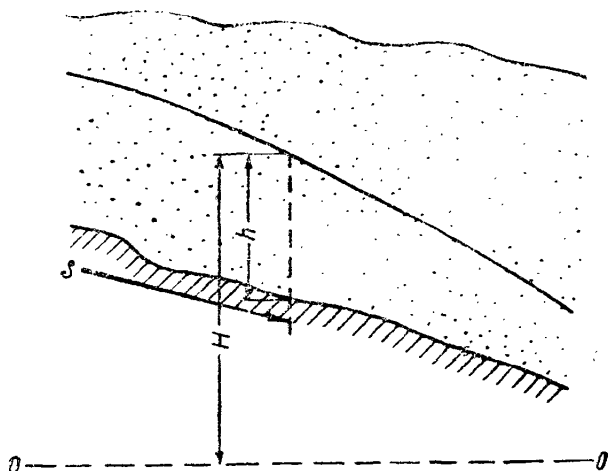
В природе и в практике также весьма распространен случай непараллельного движения подземных вод, когда в плане линии токов идут расходясь или сходясь. При таком потоке гидроизогипсы будут представлять собой систему кривых линий, направленных по направлению потока выпуклой или вогнутой стороной. Ширина отдельных элементов такого рода потока изменяется по направлению движения, и упрощение, применимое к плоскому потоку, здесь допущено быть не может. Большинство непараллельных потоков может быть сведено к так называемым радиальным потокам, в которых линии тока помещаются в вертикальных плоскостях, расположенных под углом, сходясь или расходясь по направлению потока.

Основным исходным уравнением движения подземных вод для решения различных задач является уравнение Дюпюи<sup>1</sup>:

$$Q = -k b h \frac{dH}{ds}, \quad (15)$$

<sup>1</sup> В формуле (15) знак минус стоит потому, что  $H$  — величина, уменьшающаяся по направлению потока; при  $ds$  положительном величина  $dH$  должна быть отрицательна.

где  $Q$  — расход потока;  
 $k$  — коэффициент фильтрации;  
 $b$  — ширина потока (в случае плоского потока постоянная, а в случае радиального потока переменная величина);  
 $h$  — глубина потока или мощность (геологическая) водоносного пласта (черт. 7);



Черт. 7

$H$  — величина пьезометрического напора;

$s$  — расстояние по пути фильтрации, измеряемое по направлению потока.

Движение называется равномерным, когда величина  $h$  по направлению потока остается постоянной, и неравномерным, когда  $h$  изменяется.

В общем случае ширина потока  $b$  может быть переменной, в случае же плоского потока она постоянна. Разделив обе части уравнения на  $b$ , имеем выражение единичного расхода для плоского потока:

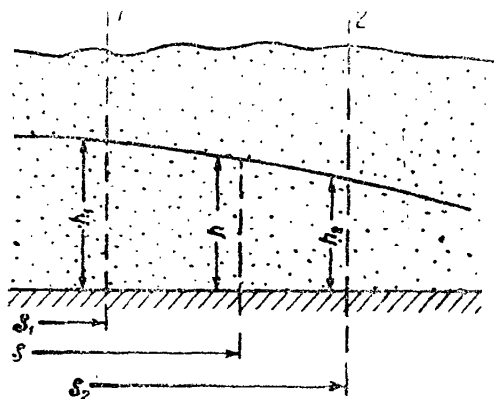
$$q = \frac{Q}{b} = -kh \frac{dH}{ds}. \quad (16)$$

## § 6. Движение грунтовых вод при однородном строении водоносного пласта

По уравнению Дюпюи для однородного горизонтального пласта в случае плоского потока имеем для единичного расхода выражение:

$$q = -kh \frac{dh}{ds}. \quad (17)$$

Обозначения те же, что и в формуле (15). При этом в данной формуле вместо  $H$  мы подставляем  $h$ , принимая за плоскость сравнения для пьезометрических напоров горизонтальное основание водоносного пласта (черт. 8).



Черт. 8

Разделим переменные:

$$\frac{q}{k} ds = -h dh.$$

Интегрируя это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2, получим уравнение депрессионной кривой:

$$\frac{q}{k} (s_2 - s_1) = -\frac{h_1^2 - h_2^2}{2}, \quad (18)$$

или, определяя величину расхода и положив  $s_2 - s_1 = l$  (расстоянию между взятыми сечениями), имеем:

$$q = k \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l}. \quad (19)$$

Последняя формула может быть написана в другом виде, если разложить разность квадратов на произведение суммы на разность:

$$q = k \cdot \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{h_1 - h_2}{l}. \quad (20)$$

Полученная формула может быть приведена к основной формуле Дарси, если положить:

$$\frac{h_1 + h_2}{2} = h_m \quad \text{и} \quad \frac{h_1 - h_2}{l} = \delta_m.$$

Подстановка этих значений в формулу (20) дает:

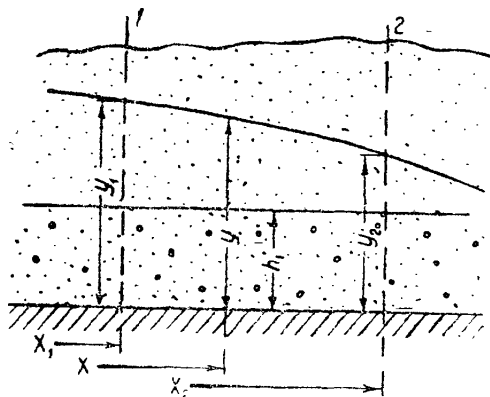
$$q = k h_m s_m, \quad (21)$$

где  $h_m$  и  $s_m$  суть не что иное как средние величины мощности водоносного пласта и уклона поверхности грунтовых вод на протяжении рассмотренного участка.

## § 7. Уравнение движения грунтовых вод в горизонтальном пласте, сложенном из слоев разной водопроницаемости

В горизонтальном водоносном пласте слоистого строения, аналогичного описанному в предыдущем параграфе, поверхность уровня грунтовых вод будет описывать некоторую кривую депрессии, которая постепенно может, снижаясь, переходить из верхних слоев в нижние.

Рассмотрим сначала случай водоносного пласта, состоящего из двух слоев разной водопроницаемости (черт. 9). При этом



Черт. 9

воспользуемся установленным выше понятием среднего коэффициента фильтрации пласта. Последний для начального сечения при полной мощности пласта на основании формулы (1) имеет следующую величину:

$$K_1 = \frac{k_1 h_1 + k_2 h_2}{h_1 + h_2}.$$

Далее вниз по потоку по мере понижения кривой депрессии, пока она находится в пределах верхнего пласта, мощность верхнего слоя  $h_2$  будет уменьшаться в зависимости от уменьшения ординат  $y$  кривой депрессии по следующему уравнению:

$$h_2 = y - h_1.$$

Вместе с этим будет изменяться и средняя водопроницаемость водоносной толщи, для которой мы можем составить следующее уравнение:

$$K = \frac{k_1 h_1 + k_2 (y - h_1)}{y}. \quad (22)$$

Применим к данному грунтовому потоку основное дифференциальное уравнение Дюпюи, подставив на место коэффициента фильтрации  $K$  переменную величину, выраженную предыдущим уравнением:

$$\left. \begin{aligned} q &= - \frac{k_1 h_1 + k_2 (y - h_1)}{y} y \frac{dy}{dx} \\ \text{или} \quad q &= - \left[ k_1 h_1 + k_2 (y - h_1) \right] \frac{dy}{dx} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Разделим переменные и проинтегрируем это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2:

$$q (x_2 - x_1) = h_1 (k_1 - k_2) (y_1 - y_2) + \frac{1}{2} k_2 (y_1^2 - y_2^2) \quad (24)$$

или

$$q = h_1 (k_1 - k_2) \frac{y_1 - y_2}{x_2 - x_1} + k_2 \frac{y_1^2 - y_2^2}{2(x_2 - x_1)}. \quad (25)$$

Положив согласно обозначениям на черт. 9  $x_2 - x_1 = l$ , получим следующее окончательное уравнение расхода для слоистого пласта:

$$q = h_1 (k_1 - k_2) \frac{y_1 - y_2}{l} + k_2 \frac{y_1^2 - y_2^2}{2l}. \quad (26)$$

Как легко видеть, оно является уравнением параболы, отличающимся от обычного уравнения кривой депрессии для горизонтального однородного пласта еще добавочным членом с первой степенью  $y_1$  и  $y_2$ .

Определяем из уравнения (26) первую и вторую производные:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= - \frac{q}{h_1 (k_1 - k_2 + k_2 y)}, \\ \frac{d^2 y}{dx^2} &= q k_2 > 0. \end{aligned}$$

Так как вторая производная больше 0, то кривая обращена выпуклостью вверх, как и при однородном строении пласта.

В зависимости от соотношения водопроницаемости обоих слоев мы можем встретить следующие случаи:

1. При  $k_1 = k_2$  пласт превращается в однородный и уравнение принимает вид параболы:

$$q = -k_2 \frac{y_1^2 - y_2^2}{2l}.$$

2. При  $k_1 < k_2$  преобладающую роль приобретает верхний пласт, и при малой величине водопроводимости нижнего слоя можно положить  $k_1 = 0$ ; при этом уравнение принимает вид:

$$q = -h_1 k_2 \frac{y_1 - y_2}{l} + k_2 \frac{y_1^2 - y_2^2}{2l}.$$

После преобразования этого уравнения имеем:

$$q = k_2 \frac{y_1 - y_2}{l} \cdot \frac{y_1 + y_2}{2} - 2h_1.$$

Последнее уравнение легко приводится к виду обычной параболы, как при однородном пласте, — стоит лишь перенести горизонтальную ось координат на высоту  $h_1$ , т. е. на место основания верхнего слоя.

3. При  $k_1 > k_2$  преобладающую роль по водопроводимости приобретает нижний пласт, и в случае, если водопроницаемость верхнего пласта незначительна, можно положить  $k_2 = 0$ ; в результате этого уравнение переходит в уравнение прямой, как при артезианском пласте:

$$q = h_1 k_1 \frac{y_1 - y_2}{l}.$$

Выведенную для двух слоев формулу легко преобразовать для более общего случая слоистого пласта при числе слоев более двух.

Для перехода к этому случаю достаточно представить себе на месте нижнего слоя однородного строения толщу из нескольких слоев. Средний коэффициент фильтрации  $K_{n-1}$  этой толщи получается по обычной формуле:

$$K_{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i h_i}{H_{n-1}},$$

где  $h_i$  — число слоев, не считая верхнего;

$H_{n-1}$  — общая их мощность.

Подставив в уравнение (26) вместо  $k_1$  величину  $K_{n-1}$  из предыдущей формулы, а вместо  $h_1$  величину  $H_{n-1}$ , получим:

$$q = H_{n-1} (K_{n-1} - k_n) \frac{y_1 - y_2}{l} + k_n \frac{y_1^2 - y_2^2}{2l}, \quad (27)$$

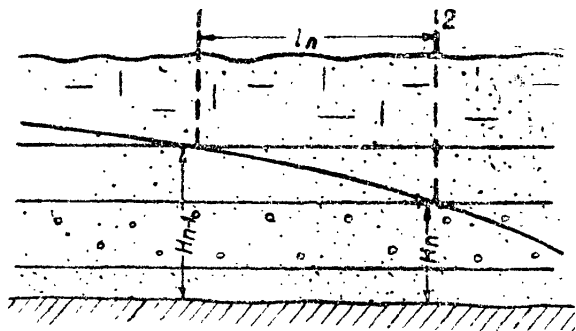
где  $k_n$  есть коэффициент фильтрации верхнего слоя, в пределах которого проходит кривая депрессии.

При переходе кривой депрессии в следующий ниже лежащий слой уравнение приобретает вид:

$$q = H_{n-2}(K_{n-2} - K_{n-1}) \frac{y_1 - y_2}{l} + \frac{1}{2} K_{n-1} \frac{y_1^2 - y_2^2}{l}.$$

Итак, двигаясь по направлению потока, мы будем получать для каждого участка кривой депрессии, находящегося в пределах отдельных слоев, свое уравнение, действительное лишь в пределах данного участка. При этом начало и конец каждого такого участка определяются точками пересечения кривой депрессии с границами отдельных слоев.

Выведем общее выражение для протяжения  $l_n$  упомянутого участка кривой депрессии в пределах каждого слоя (черт. 10)



Черт. 10

Для этого определим величину  $l_n$  из уравнения (26), приняв точку пересечения кривой депрессии с верхней границей пласта за сечение 1, а точку пересечения с нижней границей за сечение 2. При этом будем иметь:

$$y_1 = H_n; \quad y_2 = H_{n-1},$$

где  $H_n$  и  $H_{n-1}$  обозначают суммарные мощности  $n$  и  $(n-1)$  слоев.

Уравнение примет вид:

$$q = H_{n-1}(K_{n-1} - k_n) \frac{H_n - H_{n-1}}{l_n} + k_n \frac{H_n^2 - H_{n-1}^2}{2l_n},$$

откуда для  $l_n$  имеем выражение:

$$l_n = H_{n-1}(K_{n-1} - k_n) \frac{H_n - H_{n-1}}{q} + k_n \frac{H_n^2 - H_{n-1}^2}{2q}. \quad (28)$$

## § 8. Другой вид уравнения движения грунтовых вод для слоистого горизонтального пласта

Несколько более простой вид уравнение, выведенное в предыдущем параграфе, приобретает, если высоту уровня грунтовых вод  $y$  измерять от основания верхнего слоя, а не от водоупорного ложа, как в предыдущем выводе. Обозначив через  $M$  мощность нижнего слоя или остальных нижних слоев, если их несколько, можем написать для расхода следующее выражение:

$$q = -k_2 M \frac{dy}{dx} - k_1 y \frac{dy}{dx}. \quad (29)$$

Разделив переменные и проинтегрируя от сечения 1 до 2, имеем следующее уравнение кривой депрессии:

$$qL = k_2 M(y_2 - y_1) + \frac{1}{2} k_1 (y_2^2 - y_1^2). \quad (30)$$

Это уравнение несколько проще, чем уравнение (26), и иногда удобнее для расчетов. Исходя из него, подобно предыдущему, можно вывести и остальные формулы, аналогичные формулам (27) и (28).

Прежде всего, как уже сказано, данное уравнение может быть распространено на случай толщи, состоящей не из двух, а из ряда слоев; при этом на место  $K_2$  мы должны подставить средний коэффициент фильтрации  $K$  нижних слоев, а  $M$  будет обозначать их общую мощность. При пересечении кривой депрессии ряда слоев для величины протяжения  $L$  участков между соседними пересечениями мы будем иметь следующее выражение:

$$L = MK \frac{h}{q} + k \frac{(M+h)^2 - M^2}{2q} \quad (31)$$

или, произведя преобразования:

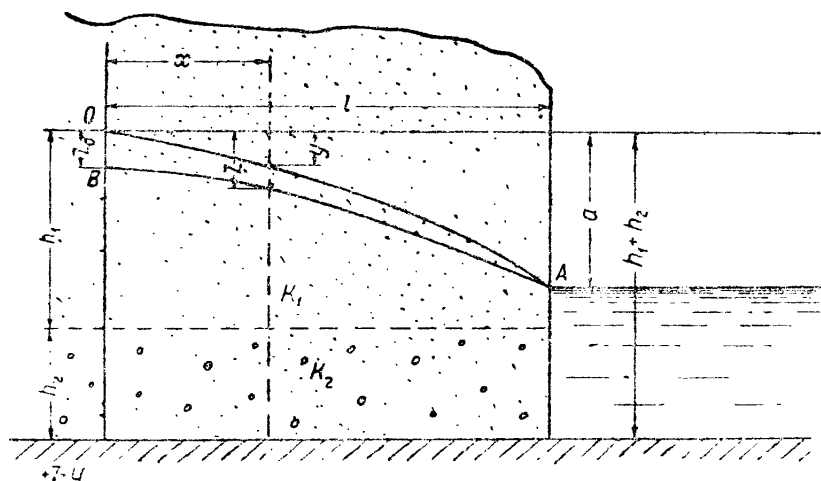
$$L = MK \frac{h}{q} + k (M+h) \frac{h}{2q}. \quad (32)$$

В последней формуле  $h$  обозначает мощность слоя, пересекаемого депрессионной кривой, а  $M$  — мощность остальных нижележащих слоев.

## § 9. Вывод уравнения грунтового потока для слоистого пласта по Люгеру

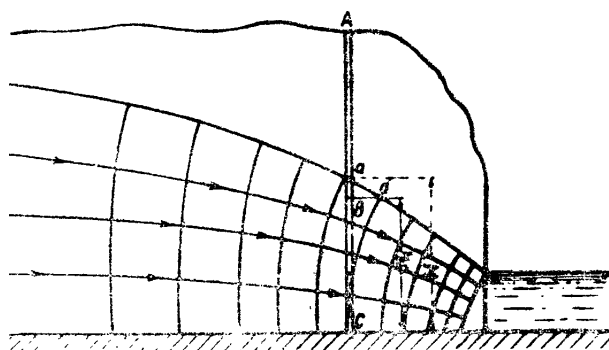
Рассматривая грунтовый поток, текущий в пласте, состоящем из двух слоев разной водопроницаемости, Люгер полагает, что для каждого слоя будет иметь место своя пьезометрическая кривая: для верхнего слоя это будет верхняя кривая  $OA$  (черт. 11), являющаяся свободной депрессионной поверхностью грунтового потока, а для нижнего — кривая  $BA$ , являющаяся кривой пьезо-

метрических уровней. Здесь нижний слой ведет себя, как горизонт с напорной водой, но ограниченный сверху не водонепроницаемой кровлей, а вторым водоносным слоем, непосредственно



Черт. 11

с ним связанным. В общем случае допущение Люгера о двух пьезометрических линиях верно. Изменение напора по вертикали для грунтового потока является вполне естественным явлением, и оно развивается тем больше, чем круче падение депрессионной



Черт. 12

кривой. Это явление имеет место и в однородном пласте, что легко объяснить теоретически; достаточно лишь представить себе систему линий тока и поверхностей равного напора (черт. 12). Последние, будучи нормальными к линиям токов, в том числе

к основанию пласта и к депрессионной кривой, должны в разрезе приобрести форму кривых линий, обращенных вогнутостью вперед и изогнутых тем более, чем круче падение поверхности грунтовых вод. Так как пьезометрический уровень в каждой точке потока определяется соответствующей кривой равного напора, проходящей через эту точку, то, исходя из этого, мы можем по линиям равного напора построить пьезометрический уровень в заданной точке следующим образом. Через эту точку  $C$  (черт. 12) проведем поверхность равного напора  $cd$ . Высотой точки пересечения линии  $cd$  с поверхностью грунтовых вод и будет высота пьезометрического уровня. Из чертежа ясно, что уровень воды в более низких горизонтах будет ниже поверхности грунтовых вод.

Таким образом наш вывод отличается от указанного выше допущения Люгера лишь тем, что пьезометрические уровни в крутопадающем грунтовом потоке с глубиной постепенно уменьшаются. То же будет иметь место с некоторыми особенностями, может быть скачками, и в случае двух горизонтов разной водопроницаемости.

Принимая допущение Люгера о существовании двух пьезометрических кривых, мы можем представить себе для любого сечения общий расход потока как сумму расходов верхнего и нижнего слоев:

$$q = q_1 + q_2.$$

Для каждого из слагаемых этой суммы можно написать:

$$q_1 = k_1 (h_1 - y) \frac{dy}{dx}; \quad (33)$$

$$q_2 = k_2 h_2 \frac{dz}{dx}, \quad (34)$$

где  $h_1$  и  $h_2$  — мощности слоев в начальном сечении (например буровой скважине  $oz$ );  $y$  и  $z$  — падения уровней воды для верхнего и нижнего слоев на расстоянии  $x$  от начального сечения.

Складывая оба уравнения, имеем:

$$Q = k_1 (h_1 - y) \frac{dy}{dx} + k_2 h_2 \frac{dz}{dx}.$$

или, разделив переменные:

$$Q dx = k_1 h_1 dy - k_1 y dy + k_2 h_2 dz.$$

Интегрируем это уравнение в пределах от начального сечения до сечения на расстоянии  $x$  от начального:

$$Qx = k_1 h_1 y - k_1 \frac{y^2}{2} + k_2 h_2 (z - z_0). \quad (35)$$

В дополнение к выведенному уравнению Люгер исследует зависимость между величинами  $z$  и  $y$ , пользуясь выражением для изменения расходов обоих слоев за счет постепенного перехода части воды из верхнего слоя в нижний. Для верхнего слоя он полагает:

$$dq = -k_1 \frac{z-y}{h-y} dx.$$

При этом Люгер рассматривает вертикальную слагающую фильтрационного потока изолированно, что нельзя признать строго правильным.

Из последнего уравнения имеем:

$$\frac{dq_2}{dx} = -k_1 \frac{z-y}{h-y}. \quad (36)$$

В то же время из уравнения (33) можно получить другое выражение для  $\frac{dq_2}{dx}$ :

$$\frac{dq_1}{dx} = -\frac{dq_2}{dx} = -k_2 h_2 \frac{d^2 z}{dx^2}. \quad (37)$$

Делая подстановку, мы имеем:

$$k_1 \frac{z-y}{h_1-y} k_2 h_2 \frac{d^2 z}{dx^2},$$

или

$$k_1 \left( 1 - \frac{h_1-z}{h_1-y} \right) = k_2 h_2 \frac{d^2 z}{dx^2},$$

или

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{k_1}{k_2 h_2} \left( 1 - \frac{h_1-z}{h_1-y} \right). \quad (38)$$

Это уравнение вместе с уравнением (36) приводит к зависимости между  $x$  и  $z$ , использование которой для практических целей однако представляет большие трудности. Поэтому Люгер

вводит упрощение, допуская, что отношение  $\frac{h_1-z}{h_1-y}$  может быть приравнено некоторой постоянной средней величине  $m$ , что несомненно может быть связано с погрешностями, так как величины  $(h_1-z)$  и  $(h_1-y)$  изменяются различно.

Приняв  $m$  постоянным, Люгер получает уравнение:

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{k_1 (1-m)}{h_2 h_2} = n,$$

откуда, интегрируя два раза, имеем:

$$\frac{dz}{dx} = \pi x + C; z = \frac{\pi x^2}{2} + Cx + C'. \quad (39)$$

Значения постоянных определяются из следующих условий. При  $x = 0; z = z_0$ , что дает из уравнения  $C_1 = z_0$ . Далее для  $x = l; z = a$ , что дает после подстановок в уравнение (39):

$$a = \frac{\pi l^2}{2} + Cl + z_0, \quad (40)$$

откуда:

$$C = \frac{a - z_0}{l} - \frac{\pi l}{2}.$$

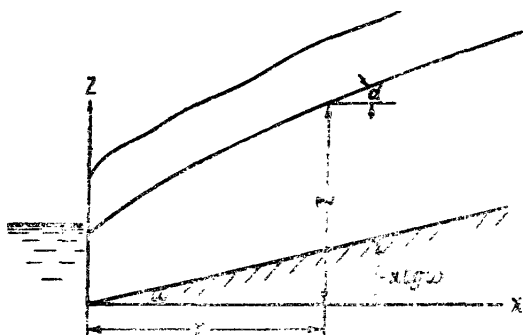
Подставляя полученные значения постоянных, имеем уравнение для пьезометрической кривой нижнего слоя:

$$z = z_0 + \frac{(a - z_0)}{l} x - \frac{\pi l}{2} x + \frac{\pi x^2}{2}.$$

Приведенные уравнения Люгера не получили широкого практического применения ввиду их сложности. Вместе с тем приходится также отметить недостаточную их теоретическую выдержанность по причине ряда допущенных упрощений, могущих привести к большим погрешностям. В дальнейшем мы не пользуемся уравнениями Люгера, ограничиваясь во всех случаях применением основного дифференциального уравнения Дюпюи в различных видоизменениях, подобных тем, что были уже разобраны в двух предыдущих параграфах для случая горизонтального пласта. Уравнение Дюпюи, как известно, является тоже приближенным, так как в нем принимается за поперечное сечение потока не поверхность равного напора, нормальная к линиям тока, а вертикальное сечение, и кроме того длина пути фильтрации  $x$  или  $l$  измеряется по горизонтальному направлению или в более общем случае при крутонаклоненных слоях по направлению, параллельному основанию пласта, а не по линиям тока. Однако для естественных потоков подземных вод с их обычным слабым падением указанные допущения в уравнении Дюпюи дают ничтожную погрешность, которой можно вполне пренебречь, и выведенные на основании этого уравнения формулы можно признать вполне точными для практического применения. По этому поводу некоторые объяснения мы можем найти в работе Н. Н. Павловского: „Неравномерное движение грунтовых вод“. Упомянем здесь интересную попытку Н. М. Победоносцева <sup>(6)</sup> вывести уравнение движения грунтовых вод с более полным учетом наклона пласта и депрессионной кривой.

Победоносцев прежде всего высказывает возражение против основного уравнения Дюпюи:  $v = k \frac{dz}{dx}$ , в котором за попереч-

ное сечение принимается вертикальное, а не нормальное к направлению течения воды (черт. 13). Для уточнения он вводит поправки.



Черт. 13

Во-первых, напорный градиент он приравнивает  $\sin \alpha$  угла наклона депрессионной кривой, представляя его в виде частного от деления падения напора  $dz$  на длину дуги  $d = \sqrt{dx^2 + dz^2}$  по депрессионной кривой:

$$I = \frac{dz}{\sqrt{dx^2 + dz^2}}. \quad (41)$$

Во-вторых, за поперечное сечение потока берется нормальное к депрессионной кривой, равное

$$(z - x \tan w) \cos \alpha.$$

При этом дифференциальное движение грунтовых вод принимает вид:

$$k \frac{dz}{ds} = \frac{q}{(z - x \tan w) \frac{dx}{ds}}.$$

Интегрирование этого уравнения приводит к очень сложным выражениям, между тем как Победоносцев, вводя новые выражения напорного градиента и сечения потока, не внес существенного уточнения, так как не учел следующего: направления линий токов по всему сечению пласта постепенно изменяют свое направление; линии тока лишь у верхней границы его совпадают с направлением депрессионной кривой, а у нижней границы параллельны основанию пласта, принимая в середине промежуточное направление. Следовательно основное уравнение Победоносцева тоже не является точным и допускает погрешность такого же характера, как и уравнение Дюпюи.

Принятое Победоносцевым сечение, нормальное к депрессионной кривой, не является истинным поперечным сечением по-

тока, так как последнее должно совпадать с поверхностью равного напора и представлять собой кривую, нормальную ко всем линиям токов, в том числе к депрессионной кривой и к основанию пласта. Из сказанного следует, что предложения Победоносцева существенного уточнения сравнительно с Дюпюи не дают, но вместе с этим результаты интегрирования основного уравнения Победоносцева приводят к настолько сложным выражениям, что практическое их применение оказывается совершенно невозможным. По этой причине мы в данной работе для дальнейшего развития теории грунтового потока не пользуемся уравнениями Победоносцева.

## § 10. Движение грунтовых вод в водоносных пластах с водопроницаемостью, изменяющейся в горизонтальном направлении

В случае водоносного пласта, водопроводимость которого по направлению потока изменяется, коэффициент фильтрации может быть выражен как функция от расстояния по пути движения воды:

$$k = f(x).$$

При исследовании грунтового потока в данном случае прежде всего возникает вопрос о характере изменения величины  $k$ .

Наиболее обычными и простыми случаями в данном отношении являются следующие два: 1) коэффициент фильтрации пласта изменяется постепенно, увеличиваясь или уменьшаясь по закону прямой линии; 2) коэффициент фильтрации пласта изменяется резко, скачками, с сохранением постоянной величины в пределах отдельных участков.

Рассмотрим сначала первый случай, применяя при этом с некоторым изменением способ Люгера. При этом указанная функциональная зависимость от расстояния может быть выражена следующим уравнением прямой линии:

$$k = k_0 + mx, \quad (43)$$

где  $k_0$  есть значение коэффициента фильтрации в начальном сечении;

$m$  — постоянный коэффициент, обозначающий изменение  $k$  на единицу пути по направлению потока.

Рассмотрим уравнение движения грунтовых вод в горизонтальном пласте с указанной закономерностью изменения коэффициента фильтрации.

Подставив в уравнение Дюпюи вместо  $k$  его выражение по уравнению (42), имеем:

$$q = -(k_0 + mx) y \frac{dy}{dx}, \quad (44)$$

или, разделив переменные:

$$-y dy = \frac{q dx}{k_0 + mx}.$$

Интегрируем уравнение от сечения 1 до сечения 2:

$$\frac{1}{2} (y_1^2 - y_2^2) = q \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{k_0 + mx}.$$

Интеграл в правой части уравнения может быть представлен в следующем виде:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{k_0 + mx} = \frac{1}{m} \int \frac{mdx}{k_0 + mx} = \frac{1}{m} \ln (k_0 + mx) + C.$$

Переходя к определенному интегралу, имеем:

$$y_1^2 - y_2^2 = \frac{2q}{m} \ln \frac{k_0 + mx_2}{k_0 + mx_1}. \quad (45)$$

Зная начальное и конечное значения  $k$  для исследуемого участка, можно по формуле (43) определить  $m = \frac{k_2 - k_1}{l}$ .

Подставив последнее выражение вместо  $m$  в уравнении (45), получим:

$$y_1^2 - y_2^2 = \frac{2ql}{k_2 - k_1} \ln \frac{k_2}{k_1}. \quad (46)$$

Зная для двух сечений грунтового потока, расположенных на расстоянии  $l$  друг от друга, мощности  $y_1$  и  $y_2$  водоносного пласта и коэффициенты фильтрации  $k_1$  и  $k_2$ , из последнего уравнения можно определить расход:

$$q = \frac{y_1^2 - y_2^2}{2l} \frac{k_2 - k_1}{\ln k_2 - \ln k_1}. \quad (47)$$

Выведенная формула может быть приведена к обычной формуле Дюпюи для однородного пласта, если положить

$$\frac{k_2 - k_1}{\ln k_2 - \ln k_1} = K, \quad (48)$$

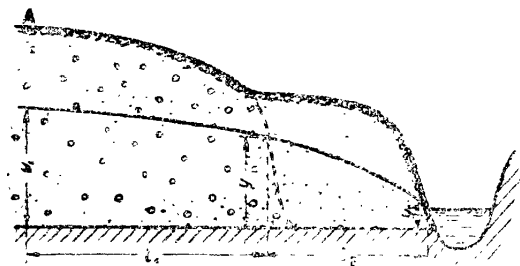
где  $K$  можно рассматривать как средний коэффициент фильтрации водоносного пласта с водопроницаемостью, изменяющейся постепенно в горизонтальном направлении. После подстановки имеем:

$$q = K \frac{(y_1^2 - y_2^2)}{2l}.$$

Отсюда мы видим, а также дальнейшие примеры покажут, что средний коэффициент фильтрации приобретает различное математическое выражение в зависимости от характера изменения водопроводимости и что следовательно попытки выразить этот средний коэффициент как среднее арифметическое или среднее геометрическое из ряда значений коэффициента являются лишь грубым приближением.

## § 11. Движения подземных вод в водоносных пластах при резких сменах водопроницаемости пород

Случаи резких смен водопроницаемости водоносных пластов в горизонтальном направлении нередки в природе. Наиболее обычным примером такого рода явления может служить приклонение одного водоносного пласта к другому в области развития террасовых образований; при этом водоносный пласт, распространенный в междуречном массиве и сложенный из коренных, ледниковых и других отложений, оказывается срезанным, а выход его перекрыт аллювиальными, древнеаллювиальными или делювиальными образованиями, обладающими другой водопроводимостью, чем срезанный водоносный пласт (черт. 14).



Черт. 14

Чаще при этом перекрывающие позднейшие образования оказываются менее водопроницаемыми, как например аллювий и делювий, но иногда бывает и наоборот.

Подобные соотношения могут также случиться в результате сбросов, приводящих на один уровень пласты разной водопроводимости; то же может получиться в результате оползней.

Рассмотрим здесь наиболее простой случай резкой смены водопроницаемости, когда в пределах одного и того же пласта водопроницаемость сохраняется постоянно и эпюра коэффициентов фильтрации пласта изобразится ступенчатой линией, отдельные звенья которой представлены горизонтальными прямыми. Такой случай представлен на черт. 14, где выход коренного водоносного пласта закрыт аллювиальной террасой, сложенной из менее

проницаемого материала, вследствие чего грунтовая вода выходит на поверхность в открытый водоем, лишь предварительно пройдя через толщу аллювия. При этом могут быть поставлены две основные задачи: 1) определение расхода грунтового потока и 2) исследование формы кривой депрессии. Разрешение этих задач позволит также осветить вопрос о влиянии на положение уровня грунтовых вод перекрытия выхода грунтовых вод менее проницаемым материалом.

Согласно черт. 14 мы имеем для рассматриваемой задачи следующие данные: 1) уровень грунтовых вод или мощность коренного водоносного пласта  $y_1$  в пределах коренного склона долины в пункте А; 2) высоту уровня грунтовых вод над основанием аллювиального пласта  $y_2$  при выходе его в реку; 3) расстояние  $l_1$  от указанной выше буровой скважины А до коренного берега долины, где коренной пласт сменяется аллювиальным; 4) также расстояние  $l_2$  от коренного берега долины до берега русла, т. е. путь, который проходит грунтовая вода в толще аллювиальных отложений; 5) коэффициенты фильтрации  $k_1$  и  $k_2$  коренного пласта и аллювия.

Водонепроницаемое ложе грунтового потока для обоих участков залегает на одном уровне и может быть принято за одну горизонтальную плоскость.

Обозначим через  $y_s$  неизвестную высоту уровня грунтовых вод в месте смены пород, т. е. у коренного берега долины. Пользуясь указанными обозначениями, составим уравнения движения грунтовых вод для каждого из участков в отдельности:

1) для коренного массива:

$$y_1^2 - y_s^2 = \frac{2q}{k_1} l_1; \quad (49')$$

2) для аллювиальной террасы:

$$y_s^2 - y_2^2 = \frac{2q}{k_2} l_2. \quad (49'')$$

Сложив обе части уравнения, исключим  $y_s^2$ :

$$y_1^2 - y_2^2 = 2q \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} \right). \quad (50)$$

Отсюда получаем следующее выражение для расхода:

$$q = \frac{y_1^2 - y_2^2}{2 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} \right)}. \quad (51)$$

Подставив величину расхода  $q$  в уравнения кривых депрессий для каждого участка, мы можем определить как пограничную ординату  $y_s$ , так и ординаты промежуточных точек для построения кривой депрессии. Последняя, как легко сообразить,

будет состоять из двух участков с переломом в месте смены пород, причем для случая перехода из более водопроницаемого грунта в менее водопроницаемый будем иметь резкое увеличение крутизны кривой депрессии во втором участке, т. е. в рассмотренной задаче в пределах аллювиальной террасы.

Для освещения вопроса о влиянии пород, перекрывающих выход водоносного пласта, на дебит последнего сравним единственный расход  $q$ , выраженный уравнением (51), с расходом  $q'$ , какой имел бы коренной водоносный пласт, если бы он продолжался до русла реки, а терраса аллювия отсутствовала бы совсем. Различия обоих случаев грунтового потока вполне ясны из черт. 14.

Расход грунтового потока во втором случае выразится формулой:

$$q' = k_1 \frac{y_1^2 - y_2^2}{2l},$$

где  $l = l_1 + l_2$ , а остальные обозначения те же, что и в предыдущих уравнениях.

Взяв отношения расхода  $q'$  к  $q$ , имеем:

$$\frac{q'}{q} = \frac{k_1 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} \right)}{l} = \frac{l_1 + l_2 \frac{k_1}{k_2}}{l}. \quad (52)$$

В зависимости от соотношения величины водопроницаемости при этом могут быть три случая.

1. При  $k_1 = k_2$ , т. е. когда породы сохраняют одну и ту же водопроницаемость,  $q':q = 1$ .

2. При  $k_1 > k_2$ , когда водопроницаемость прислоненных пород меньше водопроницаемости основного водоносного пласта, отношение  $q':q < 1$ ; следовательно расход грунтового потока уменьшается. При малой водопроницаемости пород, перекрывающих выход грунтовых вод, и при достаточно большой ширине прислоненной террасы дебит грунтовых вод, несмотря на высокую водопроницаемость и мощность коренного водоносного пласта, может сократиться в значительной степени.

3. При  $k_1 < k_2$ , когда менее водопроницаемый пласт при выходе перекрыт более проницаемыми породами, можно ожидать некоторого увеличения дебита потока грунтовых вод, так как отношение  $q':q > 1$ .

Как показывает гидрогеологическая практика, последний случай не только по изложенным сейчас теоретическим соображениям благоприятствует усилению дебита выходов грунтовых вод, но и по другим причинам, а именно: вследствие образования при выходе грунтовых вод хорошего коллектора в виде более или менее проницаемого прислоненного материала создаются благоприятные условия к собиранию отдельных слабых струй под-

земного течения в более сильный, сосредоточенный в одном месте выход подземных вод.

## § 12. Применение уравнения грунтового потока при резкой смене водопроницаемости к фильтрации через водопроницаемую толщу, перекрытую делювием

Изложенный прием может быть применен также к аналогичной задаче о выяснении роли делювиального малопроницаемого пласта при фильтрации из водохранилища. Рассмотрим более простой случай фильтрации через водораздел при горизонтальном подстилающем слое. Как и в предыдущем случае, здесь имеются следующие данные:

1)  $h_1$  и  $h_2$  — уровни воды в верхнем и нижнем бьефах, считая от поверхности подстилающего водопроницаемого слоя;

2)  $k_1$  — коэффициент фильтрации малопроницаемого песчаноглинистого делювиального пласта;

3)  $k_2$  — коэффициент фильтрации более проницаемого грунта, слагающего водораздел, например песка или галечника;

4)  $l_1$  — средняя длина пути фильтрации в делювии или толщина делювиального покрова;

5)  $l_2$  — ширина коренного водораздельного массива.

Сравним выражение расхода  $q$  с его величиной  $q_0$  при отсутствии делювия:

$$q_0 = k_1 \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2 l} \quad \text{и} \quad q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} \right)}. \quad (53)$$

Формула эта ясно показывает, что величина утечки воды при наличии делювиального чехла будет тем меньше, чем больше толщина делювия и меньше водопроницаемость. Для лучшего выяснения влияния делювиального покрова возьмем отношение расходов:

$$\frac{q}{q_0} = \frac{\frac{l_1}{k_1}}{\frac{l_2}{k_2} + \frac{l_1}{k_1}} = \frac{1}{1 + \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{k_1}{k_2}}. \quad (54)$$

Последняя формула позволяет дать количественную оценку влияния делювиального покрова на фильтрацию из водохранилища, выражая величину относительного расхода на фильтрацию по сравнению с тем расходом, какой должен иметь место при отсутствии малопроницаемого делювия. Рассмотренная здесь теория может быть применима и к искусственным глинистым покрытиям, употребляемым в качестве противофильтрационных устройств при сооружениях каналов и водохранилищ в прони-

цаемых грунтах. Очень интересное исследование в этой области было сделано А. А. Черкасовым<sup>(13)</sup>, который произвел ряд лабораторных опытов по фильтрации через глиняную одежду на моделях канала, а также вывел сходное с предыдущим теоретическое выражение для относительного расхода при фильтрации через глиняную одежду. Результаты опытов оказались довольно близкими с теоретическими подсчетами, причем и те и другие показали, что при заложении на песчаном дне канала глиняного слоя толщиной 7,5—12,5 см фильтрация погашалась более чем на 99% первоначальной величины, которую они имели без глинистого покрытия.

Выведенная выше формула (5) приводится к формуле Дюпюи следующим преобразованием:

$$q = \frac{l_1 + l_2}{\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2}} \cdot \frac{y_1^2 - y_2^2}{2(l_1 + l_2)} \quad (55)$$

или, приравняв  $l_1 + l_2 = l$ , получим:

$$q = \frac{l}{\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2}} \cdot \frac{y_1^2 - y_2^2}{2l} \quad (56)$$

Из этой формулы мы можем вывести следующее выражение для среднего коэффициента фильтрации, соответствующего резкой смене водопроводимости, которое уже приводилось ранее несколько в другом виде:

$$K'' = \frac{l}{\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2}} \quad (57)$$

Если число участков с разными коэффициентами больше двух, то поступаем так же, составив ряд уравнений для каждого участка:

$$\begin{aligned} y_1^2 - y_2^2 &= \frac{2ql}{k_1}; & y_3^2 - y_4^2 &= \frac{2ql}{k_3}; \\ y_2^2 - y_3^2 &= \frac{2ql_2}{k_2}; \\ y_{n-1}^2 - y_n^2 &= \frac{2ql_n}{k_n}. \end{aligned}$$

Сложив правые и левые части уравнений, получим:

$$y_1^2 - y_n^2 = 2q \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \dots + \frac{l_n}{k_n} \right),$$

откуда окончательно имеем:

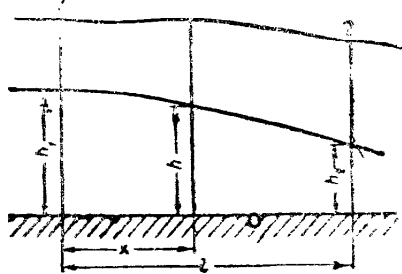
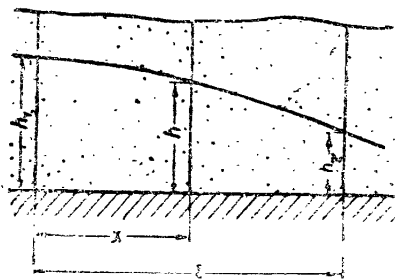
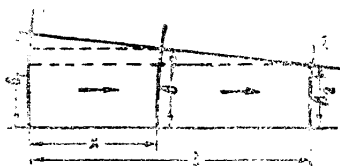
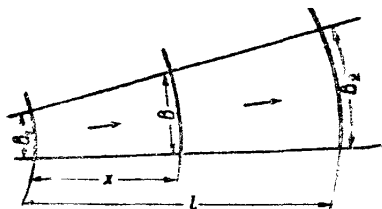
$$q = \frac{y_1^2 - y_n^2}{2 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \dots + \frac{l_n}{k_n} \right)}. \quad (58)$$

При этом выражение среднего коэффициента фильтрации примет вид:

$$K = \frac{\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \dots + \frac{l_n}{k_n}}{\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \dots + \frac{l_n}{k_n}} = \frac{\Sigma l}{\Sigma \frac{l}{k}}. \quad (59)$$

### § 13. Радиальный поток (сходящийся и расходящийся потоки)

В прибрежных местах, ограниченных кривой линией берега, мы не имеем параллельного движения или параллельного направления линий токов, как в плоском потоке. Линии токов будут или сходиться или расходиться, и поток будет иметь переменную ширину. Такое движение грунтовых вод может быть представлено например радиально расходящимися прямыми линиями токов. К последнему случаю могут быть приведены различные виды неплоского потока грунтовых вод (черт. 15 и 16).



Черт. 15

Черт. 16

Применяя для такого рода потока уравнение Дюпюи, имеем следующее общее выражение расхода для любого сечения потока:

$$Q = -k \cdot \omega_x \cdot \frac{dh}{dx}. \quad (60)$$

Если принять верхнее или первое сечение потока за начальное, то площадь сечения может быть определена, как сечение трапеции:

$$\omega_x = \left( b_1 - \frac{b_1 - b_2}{l} x \right) h. \quad (60a)$$

Подставляя это значение  $\omega_x$  в уравнение (60), получим:

$$Q = -k \left( b_1 - \frac{b_1 - b_2}{l} x \right) h \frac{dh}{dx}, \quad (61)$$

откуда

$$h dh = - \frac{Q}{k} \frac{dx}{b_1 - \frac{b_1 - b_2}{l} x}.$$

Интегрируя это уравнение, получим:

$$\frac{1}{2} h^2 = \frac{Q}{k} \frac{l}{b_1 - b_2} \ln \left( b_1 - \frac{b_1 - b_2}{l} x \right) + C.$$

Переходя к определенному интегралу, взятому от сечения 1 до сечения 2, получим при  $x_1 = 0$  и  $x_2 = l$ :

$$h_2^2 - h_1^2 = 2 \frac{Q}{k} \frac{l}{b_1 - b_2} \left[ \ln \left( b_1 - \frac{b_1 - b_2}{l} l \right) - \ln \left( b_1 - \frac{b_1 - b_2}{l} 0 \right) \right]$$

или

$$h_1^2 - h_2^2 = 2 \frac{Q}{k} \frac{l}{b_1 - b_2} \ln \frac{b_1}{b_2}. \quad (62)$$

В случае расходящихся линий тока (черт. 15) или, иначе сказать, увеличения ширины потока по направлению движения, имеем по аналогии с предыдущим:

$$Q = -k \left( b_1 + \frac{b_2 - b_1}{l} x \right) h \frac{dh}{dx} = -k \left( b_1 - \frac{b_1 - b_2}{l} x \right) h \frac{dh}{dx}.$$

После интегрирования получаем при этом:

$$h_1^2 - h_2^2 = 2 \frac{Q}{k} \frac{l}{b_2 - b_1} \ln \frac{b_2}{b_1}. \quad (63)$$

Оба уравнения одинаковы и могут быть представлены в виде:

$$h_1^2 - h_2^2 = 2 \frac{Q}{k} l \frac{\ln b_1 - \ln b_2}{b_1 - b_2}$$

или

$$Q = k \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l} \cdot \frac{b_1 - b_2}{\ln b_1 - \ln b_2}. \quad (64)$$

Составим уравнение для рационального расхода потока, выражая последний как сумму расходов отдельных пластов:

$$Q = -k_1 \left( b_1 + \frac{b_2 - b_1}{l} x \right) y \frac{dy}{dx} - k_2 \left( b_1 + \frac{b_2 - b_1}{l} x \right) h \frac{dy}{dx},$$

где  $b_1$  есть ширина потока в начальном сечении;

$b_2$  — в конечном сечении;

$x$  — расстояние между сечениями.

Разделим переменные:

$$-\frac{Q dx}{b_1 + \frac{b_2 - b_1}{l} x} = -k_1 y dy - k_2 h dy.$$

Интегрируем уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2:

$$\frac{lQ(\ln b_2 - \ln b_1)}{b_2 - b_1} = k_1 \frac{y_1^2 - y_2^2}{2} + k_2 h (y_1 - y_2),$$

откуда, определив расход потока, имеем:

$$Q = \frac{b_2 - b_1}{\ln b_2 - \ln b_1} \left[ k_1 \frac{y_1^2 - y_2^2}{2l} + k_2 h \frac{y_1 - y_2}{l} \right]. \quad (65)$$

#### § 14. Приближенная формула для более общих случаев неоднородности

Приняв величину среднего коэффициента фильтрации пласта переменной, можем для всякого пласта написать уравнение:

$$q = -Ky \frac{dy}{dx}. \quad (66)$$

Здесь может быть применена для приближенного решения теорема о средней, для чего напомним предыдущее уравнение (71) в следующем виде:

$$-\int_{y_1}^{y_2} dy = q \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{f(x)} dx, \quad (67)$$

где  $f(x) = Ky$ ; причем  $K$  и  $y$  на протяжении от  $x_1$  и  $x_2$  изменяются. В целом  $f(x)$  на этом протяжении знака не меняет и допускает применение теоремы о средней:

$$(y_1 - y_2) = q \frac{x_2 - x_1}{f_m(x)}, \quad (68)$$

где  $f_m(x)$  есть среднее значение функции на указанном протяжении и приближенно может быть получено как среднее арифметическое:

$$f_m x = \frac{K_1 v_1 + K_2 v_2}{2}.$$

Подставив полученное выражение в уравнения (67) и приравняв  $x_2 - x_1 = l$ , получим для  $q$  выражение:

$$q = \frac{K_1 y_1 + K_2 y_2}{2} \cdot \frac{y_1 - y_2}{l}. \quad (69)$$

Для составления полученного уравнения требуется определить средний коэффициент фильтрации пласта по огкачке или по данным послойного определения водопроводимости.

Величина расхода может быть определена также для любого пункта, в котором известна мощность водонесного пласта и коэффициент фильтрации пласта по формуле:

$$q = KyI, \quad (70)$$

где  $I$  есть напорный градиент, определяемый по гидроизогипсам,  $y$  — мощность пласта,  $K$  — средний коэффициент фильтрации.

В случае непараллельного движения, т. е. потока с переменной шириной, для расхода потока имеем следующее выражение:

$$Q = -KB y \frac{dy}{dx}. \quad (71)$$

Интегрируя это уравнение по теореме о средней и определяя  $Q$ , получим:

$$Q = \frac{K_1 B_1 y_1 + K_2 B_2 y_2}{2} \cdot \frac{y_1 - y_2}{l}. \quad (72)$$

Наконец общий вид того же уравнения для любого вида потока подземных вод может быть представлен следующей формулой:

$$Q = \frac{k_1 \omega_1 + k_2 \omega_2}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l},$$

где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — площади поперечных сечений потока на расстоянии  $l$ ;  $H_1$  и  $H_2$  — уровни воды в каждом сечении;

$k_1$  и  $k_2$  — средние коэффициенты фильтрации для того и другого сечений.

Выведенные приближенные формулы применимы как для случая убывания, так и для случая возрастания  $K$ .

## ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВЫХ ВОД В НАКЛОННЫХ ПЛАСТАХ

### § 15. Равномерное движение грунтовых вод в наклонных однородных и слоистых пластах

Движение грунтовых вод в наклонном пласте является равномерным, когда поверхность грунтовых вод параллельна основанию пласта, т. е. пьезометрический уклон равен уклону основания пласта. Для однородного строения пласта расход потока выражается, как известно, формулой:

$$q = hki,$$

где  $h$ —мощность водоносного пласта;

$i$ —уклон основания пласта.

Случай равномерного движения грунтовых вод в слоистом наклонном пласте был уже разобран в гл. I при рассмотрении вопроса о водопроницаемости слоистых толщ.

При отклонении поверхности грунтовых вод от плоскости, параллельной основанию пласта, мы будем иметь неравномерное движение. При этом различаются движение грунтовых вод при прямом уклоне основания водоносного пласта, когда последний имеет падение по направлению потока, и движение при обратном уклоне, когда оно совершается в сторону, обратную направлению потока. При прямом уклоне могут быть два случая движения грунтовых вод в зависимости от характера депрессионной кривой. В одном случае кривая депрессии имеет вид так называемой кривой спада, когда депрессионная кривая имеет падение большее, чем основание пласта и следовательно когда мощность пласта убывает по направлению потока. В обратном случае, когда депрессионная кривая имеет падение более пологое, чем основание пласта, и следовательно мощность водоносного пласта возрастает по направлению потока, будем иметь кривую подпора.

При обратном уклоне мы имеем лишь один вид кривой депрессии—кривую спада.

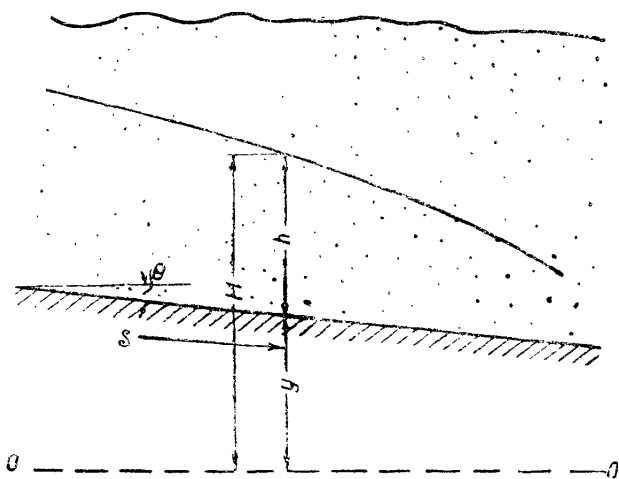
Теория неравномерного движения грунтовых вод в наклонных пластах однородного строения весьма обстоятельно разработана в работах Н. Н. Павловского<sup>(15, 16)</sup>, основными формулами которого и воспользуемся в этой главе. Для полноты приведем вкратце вывод уравнений неравномерного движения грунтовых вод для однородных наклонных пластов.

## § 16. Уравнение движения грунтовых вод в наклонных однородных пластах

Для любого наклонного пласта в случае плоского потока по Дюпюи имеем:

$$q = -kh \frac{dH}{ds}, \quad (73)$$

где  $H$  — уровень воды, измеренный от некоторой условной плоскости сравнения (черт. 17)  $O-O$ , например от уровня моря.



Черт. 17

Тогда  $H$  будет представлять собой абсолютную отметку уровня воды. Согласно чертежу имеем:

$$H = y + h,$$

откуда, дифференцируя, имеем:

$$\frac{dH}{ds} = \frac{dy}{ds} + \frac{dh}{ds}.$$

При этом из черт. 17 видим, что

$$\frac{dy}{ds} = -\sin \theta = -i.$$

Следовательно

$$\frac{dH}{ds} = -i + \frac{dh}{ds}.$$

Подставляя это выражение в написанное выше выражение расхода грунтового потока, имеем:

$$q = kh \left( i - \frac{dh}{ds} \right). \quad (74)$$

Вводим по Павловскому понятие „нормальной глубины“ или „нормальной мощности“ грунтового потока, соответствующей мощности при равномерном движении с тем же расходом; при этом имеем:

$$q = kh_0 i.$$

Подставим это выражение в уравнение (74):

$$h_0 i = h \left( i - \frac{dh}{ds} \right). \quad (75)$$

Теперь введем еще понятие „относительной глубины“ или „относительной мощности“:

$$\eta = \frac{h}{h_0}. \quad (76)$$

Сделав подстановку и произведя преобразования, получим дифференциальное уравнение:

$$-\frac{i}{h_0} ds = \frac{\eta}{\eta - 1} d\eta. \quad (77)$$

Интегрируем это уравнение от сечения 1 до сечения 2:

$$i \frac{(s_2 - s_1)}{h_0} = \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{\eta}{\eta - 1} d\eta. \quad (78)$$

где  $s_2 - s_1 = l$  — расстоянию между сечениями.

В случае кривой подпора в полученном уравнении  $\eta > 1$ , а при кривой спада  $\eta < 1$ .

В первом случае интеграл правой части уравнения можно представить в следующем виде:

$$\int \frac{\eta}{\eta - 1} d\eta = \int \left( 1 + \frac{1}{\eta - 1} \right) d\eta = \eta + \ln (\eta - 1) + C. \quad (79)$$

Переходя к определенному интегралу, получим уравнение кривой подпора в следующем виде:

$$\frac{il}{h_0} = \eta_2 + \ln (\eta_2 - 1) - [\eta_1 + \ln (\eta_1 - 1)]. \quad (80)$$

Положив этому получить уравнение кривой спада, при выводе которого примем во внимание, что  $\eta < 1$ :

$$\frac{il}{h_0} = \eta_2 + \ln(1 - \eta_2) - [\eta_1 + \ln(1 + \eta_1)] \quad (81)$$

Наконец для случая обратного уклона тем же путем выведем уравнение:

$$\frac{il}{h_0} = -\eta_2 + \ln(\eta_2 + 1) - [-\eta_1 + \ln(\eta_1 + 1)] \quad (82)$$

Выведенные уравнения удобны для пользования таблицами. С этой целью Павловским составлены таблицы для следующих функций:

- 1) для кривой подпора при  $\eta > 1$ :  $\varphi(\eta) = \eta + \ln(\eta - 1)$ ;
- 2) для кривой спада при  $\eta < 1$ :  $\varphi(\eta) = \eta + \ln(1 - \eta)$ ;
- 3) для случая обратного уклона:  $\varphi(\eta) = -\eta + \ln(\eta + 1)$ .

Введя на указанные обозначения в уравнения (80), (81) и (82), получим общий для трех случаев вид уравнения депрессионной кривой при наклонном пласте:

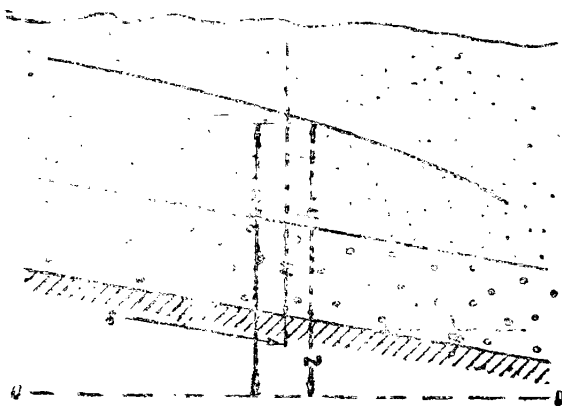
$$\frac{il}{h_0} = \varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1) \quad (83)$$

## § 17. Движение грунтовых вод в наклонном пласте, состоящем из двух слоев разной водопроницаемости

Расход грунтового потока для слоистого пласта может быть выражен следующим уравнением:

$$q = k_1 MJ + k_2 hJ, \quad (84)$$

где  $k_1$  и  $k_2$  — коэффициенты фильтрации нижнего и верхнего слоев;  $M$  — мощность нижнего слоя (черт. 18);



Черт. 18

$h$  — переменная мощность верхнего слоя, в пределах которого помещается кривая депрессии;

$I$  — напорный градиент, который равен следующей величине:

$$I = -\frac{dH}{ds} = -d\left(\frac{z + M + h}{ds}\right) = -\left(\frac{dz}{ds} + \frac{dh}{ds}\right);$$

$$I = i - \frac{dh}{ds}.$$

Подставляя это выражение вместо  $I$  в уравнении (84), имеем

$$q = k_1 M_1 \left( i - \frac{dh}{ds} \right) + k_2 h \left( i - \frac{dh}{ds} \right). \quad (85)$$

Разделим переменные:

$$q ds = k_1 M_1 ds - k_1 M dh + k_2 h ds - k_2 h dh;$$

$$q ds - k_1 M_1 ds - k_2 h ds = -k_1 M dh - k_2 h dh,$$

откуда имеем:

$$ds = -\frac{k_1 M dh + k_2 h dh}{q - k_1 M_1 - k_2 h}.$$

Введем понятие „нормальной мощности“ для верхнего слоя, определяемой из уравнения равномерного движения:

$$q = k_1 M i + k_2 h_0 i. \quad (86)$$

Здесь  $h_0$  имеет иное значение, чем в случае однородного пласта.

Подставляя это выражение вместо  $q$  в дифференциальное уравнение, получим:

$$ds = -\frac{k_1 M dh}{k_2 h_0 i - k_2 h i} - \frac{k_2 h dh}{k_2 h_0 i - k_2 h i}.$$

Производя сокращения, имеем:

$$ids = -\frac{k_1 M}{k_2} \cdot \frac{dh}{h_0 - h} - \frac{h dh}{h_0 - h}.$$

Интегрируем:

$$is = \frac{k_1 M}{k_2} \ln(h_0 - h) + h + h_0 \ln(h_0 - h) + C.$$

Переходя к определенному интегралу, взятому от сечения 1 до сечения 2 при расстоянии между ними  $l$ , получим:

$$il = \frac{k_1 M}{k_2} \ln \frac{h_0 - h_2}{h_0 - h_1} + h_0 \ln \frac{h_0 - h_2}{h_0 - h_1} + (h_2 - h_1);$$

$$il = \frac{k_1 M + h_0 k_2}{k_2} \ln \frac{h_0 - h_2}{h_0 - h_1} + (h_2 - h_1).$$

Окончательно имеем:

$$il = h_2 - h_1 + \frac{k_1 M + h_0 k_2}{k_2} \ln \frac{h_0 - h_2}{h_0 - h_1}. \quad (87)$$

Аналогично предыдущему выведем уравнение кривой подпора:

$$il = h_2 - h_1 + \frac{k_1 M + h_0 k_2}{k_2} \ln \frac{h_2 - h_0}{h_1 - h_0}. \quad (88)$$

Также можно вывести и уравнение кривой спада при обратном уклоне:

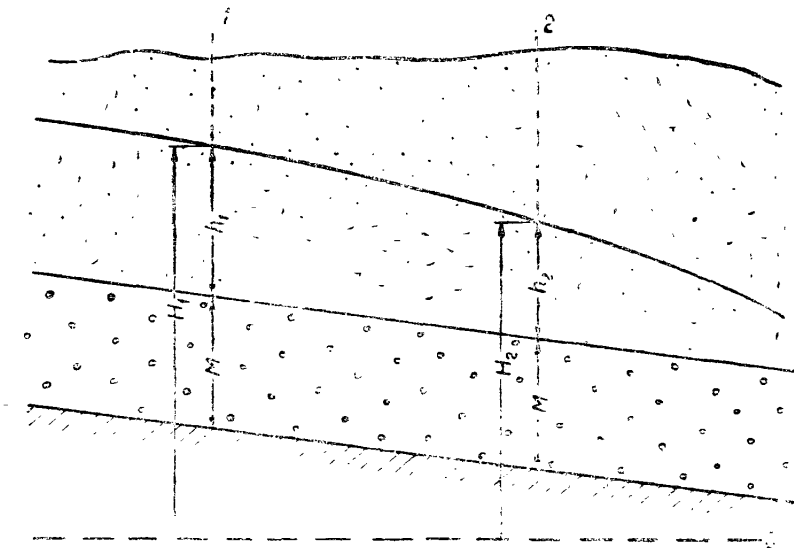
$$il = h_1 - h_2 + \frac{k_1 M + h_0 k_2}{k_2} \ln \frac{h_2 + h_0}{h_1 + h_0}. \quad (89)$$

Подставив в полученные уравнения вместо  $h_0$  обратно его выражение из уравнения (26), мы могли бы исключить его, введя в уравнения расход потока  $q$ .

Выведенные уравнения отличаются от уравнений движения грунтовых вод в однородном пласте тем, что в них остается член, зависящий от коэффициентов фильтрации слоев, в то время как в однородном пласте коэффициент фильтрации сокращается.

## § 18. Приближенная формула для слоистого наклонного пласта

По аналогии с горизонтальным пластом применим к наклонному слоистому пласту непосредственно формулу Дарси, поль-



Черт. 19

зуюсь средними величинами мощности и напорного градиента. При тех же обозначениях из предыдущего параграфа имеем (черт. 19):

$$q = KM \frac{H_1 - H_2}{l} + k \frac{h_2 + h_1}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (90)$$

Эта формула одинаково применима как для прямого, так и для обратного уклонов подстилающего слоя. В случае небольшого падения слоев и самой депрессионной поверхности, что мы обычно имеем в естественных пластах, приближенная формула имеет вполне достаточную для практики точность.

В более общем случае при изменении коэффициентов фильтрации и в вертикальном направлении и по направлению потока может быть применена следующая формула, выводимая, как и уравнение (69), на основании теоремы о средней:

$$q = \frac{K_1 h_1 + K_2 h_2}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}, \quad (91)$$

где  $K_1$  и  $K_2$  — средние коэффициенты фильтрации пласта в 1- и 2-метровых сечениях;

$h_1$  и  $h_2$  — соответственные мощности пласта.

## ГЛАВА IV

### ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В АРТЕЗИАНСКИХ ПЛАСТАХ

#### § 19. Уравнение движения напорных вод в однородном пласте при постоянной мощности

В артезианском пласте, как известно, линия пьезометрических уровней располагается выше верхней границы пласта. Дифференциальное уравнение Дюпюи для этого случая представляется в следующем виде:

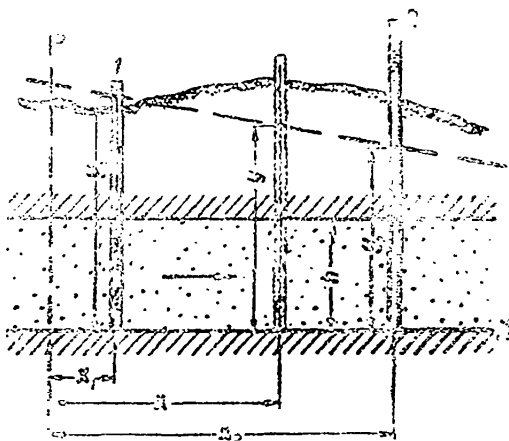
$$q = -k h \frac{dH}{ds},$$

где  $H$  означает высоту пьезометрического (напорного) уровня, отсчитываемую в общем случае от какой-нибудь плоскости сравнения  $O-O$  (черт. 21), например от уровня моря или от условного нуля. В частном случае при горизонтальном положении пласта высота пьезометрического уровня может отсчитываться от нижней или верхней границы пласта. Некоторые авторы отсчитывают величину пьезометрического напора для артезианских вод от поверхности земли, считая величину напора положительной, если уровень воды подымается выше поверхности земли,

и отрицательной, если уровень воды не доходит до поверхности. При всех этих условиях написанная выше формула одинаково применима.

Разделив переменные, приведем эту формулу к следующему виду:

$$q ds = -kh dH.$$



Черт. 20

Интегрируя это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2, получим, принимая во внимание постоянство величины мощности  $h$ :

$$q (s_2 - s_1) = -kh (H_2 - H_1). \quad (92)$$

или, приравняв  $s_2 - s_1 = l$  — расстоянию между сечениями, изменив знак внутри скобок правой части уравнения и определяя  $q$ , получим:

$$q = kh \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (93)$$

Приняв  $H_1$  или  $H_2$  за переменное, мы получим уравнение линии пьезометрических уровней, которое, как легко видеть, представляет собой уравнение прямой.

## § 20. Уравнение артезианского потока в слоистом пласте постоянной мощности

В случае, если артезианский пласт состоит из ряда слоев различной водопроницаемости, каждый из которых однако сохраняет свою мощность по пути движения воды, мы можем общий

расход потока рассматривать как сумму расходов отдельных слоев:

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n.$$

Для каждого отдельного слоя можно написать:

$$q_1 = k_1 h_1 \frac{H_1 - H_2}{l};$$

$$q_2 = k_2 h_2 \frac{H_1 - H_2}{l};$$

$$q_n = k_n h_n \frac{H_1 - H_2}{l}.$$

В данном случае мы принимаем, что отдельные слои в одном и том же вертикальном сечении пласта имеют один и тот же общий пьезометрический напор, что при данном строении пласта является вполне достоверным и не противоречит наблюдениям. На этом основании для каждого слоя мы в праве на место напорного градиента написать одну и ту же величину  $\frac{H_1 - H_2}{l}$ .

Складывая левые и правые части написанных выше указаний, получим:

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = \left( k_1 h_1 + k_2 h_2 + \dots + k_n h_n \right) \frac{H_1 - H_2}{l} \quad (94)$$

$$\text{или } q = k_1 h_1 \frac{H_1 - H_2}{l} + \dots + k_n h_n \frac{H_1 - H_2}{l} \quad (95)$$

Вводя понятие среднего коэффициента фильтрации  $K$ , мы можем написать для величины расхода следующее выражение:

$$q = KM \frac{H_1 - H_2}{l},$$

где  $M$  — общая мощность пласта.

Сравнивая оба предыдущих уравнения, приходим к следующей формуле, аналогичной выведенной ранее для грунтового потока в слоистом пласте:

$$K = \frac{\sum k h}{\sum h}. \quad (96)$$

## § 21. Движение воды в артезианском пласте при постепенной изменяющейся водопроницаемости пласта

Выведем уравнения движения напорных вод в артезианском пласте, обладающем водопроницаемостью  $k$ , изменяющейся по закону прямой линии:

$$k = k_1 + ms,$$

где  $k_1$  — коэффициент фильтрации в верхнем или первом сечении потока, а  $s$  — расстояние от этого сечения вниз по потоку до любого сечения с коэффициентом фильтрации  $k$ .

Подставим это выражение в уравнение Дюпюи для артезианского пласта с постоянной мощностью  $h$ :

$$q = -(k_1 + ms) \cdot h \cdot \frac{dH}{ds}.$$

Разделим переменные и проинтегрируем написанное дифференциальное уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2:

$$H_1 - H_2 = \frac{q}{h} \ln \frac{k_1 + ms_2}{k_1 + ms_1}.$$

Принимая первое сечение за начальное, положим:

$$s_1 = 0; s_2 = l.$$

На этом основании окончательно имеем для линии пьезометрических напоров следующее уравнение:

$$H_1 - H_2 = \frac{q}{h} \ln \frac{k_1 + ms}{k_1}. \quad (97)$$

Определив отсюда  $q$  и положив  $s = l$ , т. е. расстояние между двумя разведочными выработками, в которых определен уровень воды  $H_1$  и  $H_2$  и коэффициенты фильтрации  $k_1$  и  $k_2$ , получим другой вид уравнения артезианского потока:

$$q = h \frac{H_1 - H_2}{l} \cdot \frac{k_2 - k_1}{\ln k_2 - \ln k_1}. \quad (98)$$

Ранее (§ 18) нами выведено было уравнение артезианского потока для однородного строения пласта:

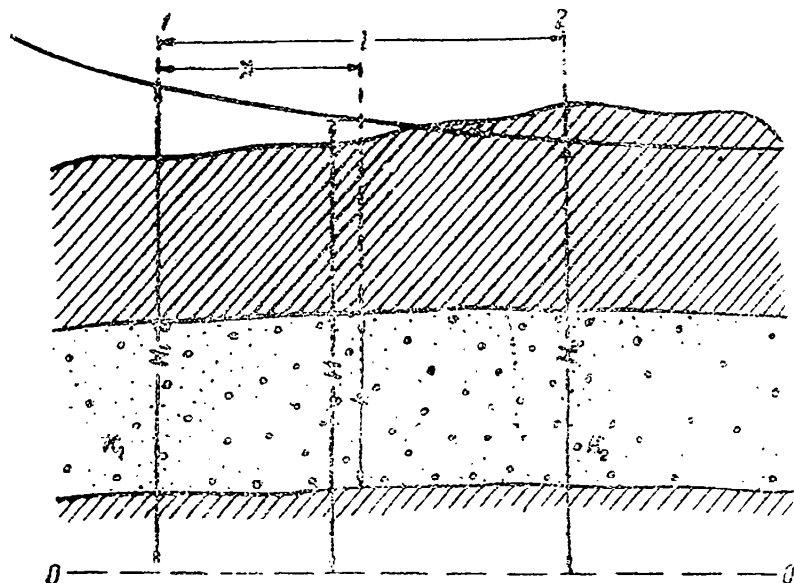
$$q = \frac{H_1 - H_2}{l} \cdot k \cdot h,$$

которое представляет собой уравнение прямой.

В отличие от однородного и параллельно слоистого пласта рассмотренный здесь случай постепенного изменения коэффициента фильтрации дает для депрессионной линии не прямую, а кривую.

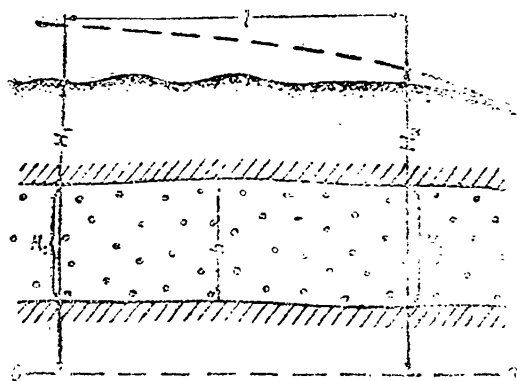
Легко видеть, пользуясь соображениями, высказанными ранее, что при возрастании водопроницаемости по направлению потока кривая депрессия будет обращена вверх вогнутостью, т. е. величина ее наклона или напорного градиента будет по направлению потока уменьшаться (черт. 21).

В обратном случае, при убывании водопроницаемости, кривая депрессии будет обращена выпуклостью вверх, что указывает на



Черт. 21

постепенное возрастание в этом случае укл. на кривой или на порного градиента (черт. 21 а).



Черт. 21а

## § 22. Движение напорных вод в пласте с резко изменяющейся водопроницаемостью

Для случая резкой смены водопроницаемости пласта, подобно рассмотренной ранее задаче для грунтового потока, мы можем

составить для каждого участка одинаковой водопроводимости уравнение:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Для первого участка: } H_1 - H_* = -\frac{q}{hk_1} l_1; \\ \text{Для второго участка: } H_* - H_2 = -\frac{q}{hk_2} l_2. \end{array} \right\} \quad (99)$$

Просуммировав оба эти уравнения, имеем:

$$H_1 - H_2 = -\frac{q}{hk_1} l_1 + \frac{q}{hk_2} l_2,$$

откуда, определив  $q$ , окончательно получим:

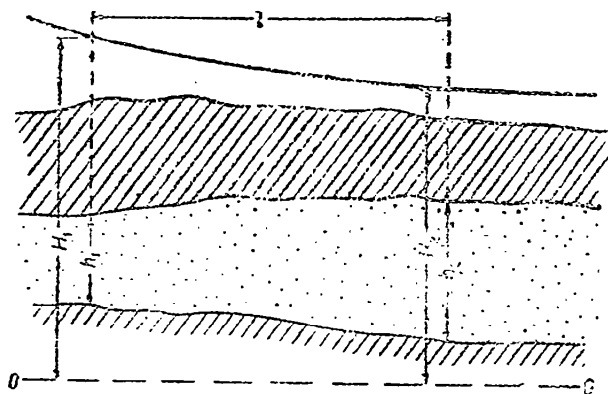
$$q = \frac{h (H_1 - H_2)}{\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2}} \quad (100)$$

Для большего числа смены водопроводимости пласта можно вывести тем же путем уравнение:

$$q = \frac{h (H_1 - H_2)}{\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \dots + \frac{l_n}{k_n}} \quad (101)$$

### § 23. Приближенные формулы для напорных вод

В случае более сложного строения пластов на основании теоремы о средней можно вывести приближенные формулы, применимость которых имеет более широкое значение. Рассмотрим сначала однородный пласт переменной мощности (черт. 22). При-



Черт. 22

меняя к такому пласту дифференциальное уравнение Дюпюи:

$$q = -kh \frac{dH}{ds},$$

мы должны иметь в виду, что  $h$  в данном случае является переменным и может рассматриваться как функция от  $s$ , т. е.  $h = f(s)$ .

Разделив переменные соответственно этому, имеем:

$$-dH = \frac{q}{k} \cdot \frac{1}{h} ds.$$

Интегрируем это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2, применяя при этом для правой части теорему о средней:

$$H_1 - H_2 = \frac{q}{k} \cdot \frac{1}{h_m} (s_2 - s_1).$$

Определив  $q$  и положив  $s_2 - s_1 = l$ , т. е. расстоянию между сечениями 1 и 2, имеем:

$$q = kh_m \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (102)$$

Полагая среднюю мощность пласта  $h_m$  равной среднему арифметическому из мощностей в сечении 1 и 2, т. е.

$$h_m = \frac{h_1 + h_2}{2},$$

мы можем получить следующую простую и удобную для пользования формулу:

$$q = k \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (103)$$

В более общем случае неоднородного строения пласта дифференциальное уравнение Дюпюи примет вид:

$$q = -Kh \cdot \frac{dH}{ds}$$

где  $K$  — средний коэффициент фильтрации неоднородной толщи пласта, изменяющийся от сечения 1 к сечению 2.

В этом случае мы можем произведение мощности пласта на средний коэффициент фильтрации принять за новое переменное, приравняв его  $hK = f(s)$ .

Тогда, разделив переменные, имеем:

$$-dH = q \frac{1}{f(s)} ds.$$

Интегрируя в пределах от сечения 1 до сечения 2, имеем:

$$H_1 - H_2 = q \frac{1}{f_m(s)} (s_2 - s_1), \quad (104)$$

где  $f_m(s)$  может быть приближенно принято равным среднему арифметическому:

$$f_m(s) = \frac{K_1 h_1 + K_2 h_2}{2}.$$

Подставляя это в формулу (104), окончательно получим следующее приближенное выражение для: расхода артезианского потока:

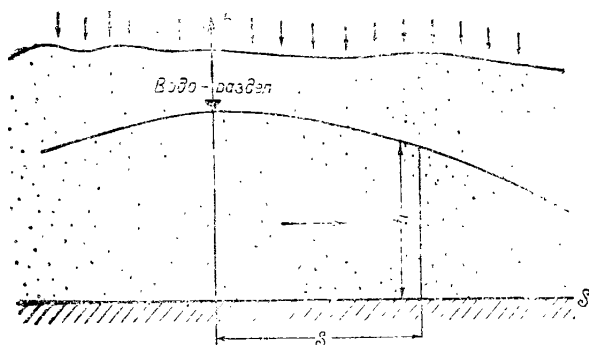
$$q = \frac{K_1 h_1 + K_2 h_2}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (105)$$

## ГЛАВА V

### ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ ИНФИЛЬТРАЦИИ СВЕРХУ

#### § 24. Уравнение депрессионной кривой при учете инфильтрации сверху для горизонтального однородного пласта

Приняв за горизонтальную ось координат основание пласта (черт. 23), а за вертикальную — сечение пласта, проходящее через



Черт. 23

водораздельную точку поверхности грунтовых вод, можем для расхода грунтового потока написать следующие два уравнения:

$$\left. \begin{aligned} q &= - kh \frac{dh}{ds}, \\ q &= ws, \end{aligned} \right\} \quad (106)$$

где  $w$  — величина инфильтрации сверху, выраженная толщиной слоя воды, просачивающегося в единицу времени, например в  $m/сутки$ . Следовательно  $w$  выражает собой величину той же размерности, как и  $k$ .

Приравнивая правые части обоих вышенаписанных уравнений, получим:

$$-kh \frac{dh}{ds} = ws,$$

или

$$-khdh = wsds.$$

Интегрируя это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2, получим уравнение эллипса:

$$\begin{aligned} \text{или} \quad & -\frac{1}{2} k \left( h_2^2 - h_1^2 \right) = \frac{1}{2} w \left( s_2^2 - s_1^2 \right) \\ & k \left( h_2^2 - h_1^2 \right) = w \left( s_2^2 - s_1^2 \right). \end{aligned} \quad (107)$$

Разложив в правой части уравнения разность квадратов на множители и приравняв  $s_2 - s_1 = l$ , напишем:

$$k \left( h_2^2 - h_1^2 \right) = wl \left( s_2 + s_1 \right), \quad (108)$$

где  $l$  — расстояние между взятыми сечениями потока;

$s_2 + s_1$  — сумма расстояний тех же сечений до водораздела.

Несколько в ином виде то же уравнение дается в книге Кене „Учение о грунтовых водах“.

## § 25. Уравнение депрессионной кривой при учете инфильтрации для пласта, состоящего из двух и более слоев разной водопроницаемости

Если водосный пласт состоит из двух слоев разной водопроницаемости (черт. 24), то система уравнений (106) примет следующий вид:

$$q_1 = -k_1 M \frac{dy}{ds} - k_2 y \frac{dy}{ds}.$$

$$q = ws.$$

Приравнивая правые части уравнений и помножив на  $ds$ , имеем:

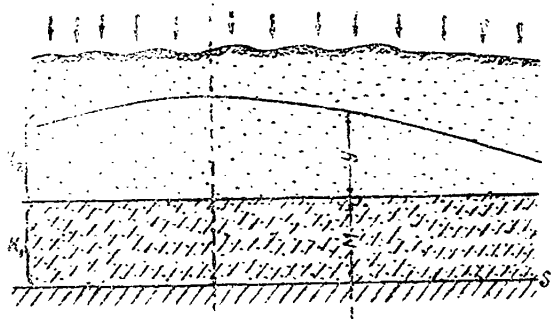
$$-k_1 M dy - k_2 y dy = ws ds.$$

Интегрируя это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2, получим:

$$k_1 M (y_1 - y_2) + \frac{k_2}{2} (y_1^2 - y_2^2) = \frac{1}{2} w (s_2^2 - s_1^2)$$

или, приняв  $s_2 - s_1 = l$  и вынеся  $y_1 - y_2$  за скобку, имеем:

$$\left( k_1 M + k_2 \frac{y_1 + y_2}{2} \right) (y_1 - y_2) = \frac{w}{2} l \left( s_2 + s_1 \right). \quad (109)$$



Черт. 24

Если водоносный пласт состоит из нескольких слоев, то мы должны вместо  $k_1$  подставить  $K_1$  — средний коэффициент фильтрации всех нижних слоев за исключением первого, а  $M$  будет при этом суммарная мощность тех же слоев:

$$\left( K_1 M + k_2 \frac{y_1 + y_2}{2} \right) (y_1 - y_2) = \frac{w}{2} l \left( s_2 + s_1 \right). \quad (110)$$

От этой формулы можно перейти к случаю, когда депрессионная кривая пересекает слои один за другим. Для этого надо лишь определить точки пересечения депрессионной кривой с границами слоев, приравнявая  $y_2 = 0$ , а  $y_1$  — полной мощности верхнего слоя.

## § 26. Приближенная формула для однородного наклонного пласта

Для наклонного пласта (черт. 25) при учете инфильтрации дифференциальное уравнение движения грунтовых вод может быть написано в следующем виде:

$$dq = w ds = d \left[ kh \left( i + \frac{dh}{ds} \right) \right]. \quad (111)$$

или

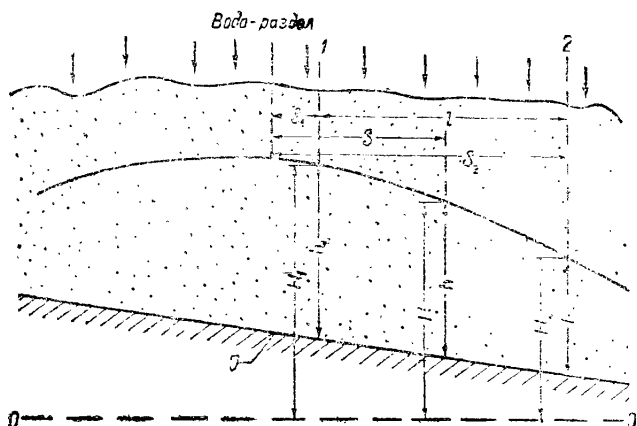
$$ws = -kh \left( i + \frac{dh}{ds} \right). \quad (112)$$

где  $s$  — расстояние от водораздела грунтовых вод до рассматриваемого сечения потока;

$h$  — толщина водоносного пласта в этом сечении;

$i$  — уклон основания водоносного пласта.

Интегрирование этого уравнения дает чрезвычайно сложное выражение, требующее дальнейшего упрощения. Не приводим его здесь ввиду незаконченности проработки данной задачи.



Черт. 25

Взамен точного решения задачи здесь можно применить приближенное решение, пользуясь средними величинами мощности по теореме о средней. Дифференциальное уравнение движения грунтовых вод при равномерной инфильтрации в случае наклонного пласта примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \text{или} \quad ws &= -kh \frac{dH}{ds} \\ ws ds &= -khdH. \end{aligned} \right\} \quad (113)$$

Интегрируя это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2 и применяя теорему о средней, имеем:

$$\frac{1}{2} w (s_2^2 - s_1^2) = -kh_m (H_2 - H_1)$$

или, полагая приблизительно  $h_m = \frac{h_1 + h_2}{2}$ , имеем:

$$\frac{1}{2} w l (s_2 + s_1) = k \frac{h_1 + h_2}{2} (H_1 - H_2). \quad (114)$$

## § 27. Приближенная формула для неоднородных пластов

Дифференциальное уравнение (113) для неоднородных пластов будет отличаться тем, что в нем  $k$  будет переменной величиной. Рассматривая произведение  $kh$  как функцию от  $H$ , мы при интегрировании получим:

$$\frac{1}{2} \omega \left( s_2^2 - s_1^2 \right) = f(H) (H_1 - H_2). \quad (115)$$

Полагая  $f_m(H)$  приблизительно равной среднему арифметическому:

$$f_m(H) = \frac{K_1 h_1 + K_2 h_2}{2}$$

и подставив это выражение в уравнение (115), окончательно получим:

$$\frac{1}{2} \omega \left( s_2^2 - s_1^2 \right) = \frac{K_1 h_1 + K_2 h_2}{2} (H_1 - H_2), \quad (116)$$

где  $K_1$  и  $K_2$  — средние коэффициенты толщи водоносного пласта в сечениях 1 и 2;

$h_1$  и  $h_2$  — соответственные мощности толщ.

## ГЛАВА VI

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД

Для вычисления подпора грунтовых вод при подеме уровня воды в реке или в другом водоеме исходным материалом являются данные об уровнях воды при стационарном состоянии депрессионной поверхности. При этом могут быть два основных случая: первый случай, когда расход грунтового потока остается после напора тем же, что и вначале; второй случай — расход потока изменяется в связи с изменением водораздела грунтовых вод и области питания.

Способы решения задачи о подпорах приобретают различный характер в зависимости от строения водоносного пласта, уклона водоупорного ложа и состава водоносных пород. Последний фактор играет большую роль и до сих пор мало учитывался ввиду неразработанности уравнений гидравлики грунтовых вод для случаев неоднородного строения водоносных пластов.

Существенное значение для решения данной задачи имеет характер потока, обуславливаемый направлением движения грунтовых вод в отдельных его частях; при этом мы различаем два основных вида потока: плоский и радиальный.

Остановимся на случаях плоского потока.

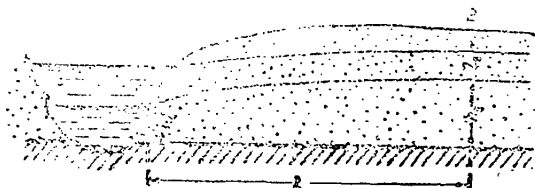
## § 28. Грунтовый поток с горизонтальным подстилающим слоем

### I. Случай однородного строения пласта

Если мы имеем данные о стационарном состоянии депрессионной кривой для грунтового потока, гидравлически связанного с рекой или другим поверхностным водоемом, то для этой кривой может быть написано уравнение Дюпюи:

$$q = k \frac{h_2^2 - h_1^2}{l},$$

где  $h_2$  — естественный уровень воды в том пункте (буровой скважины или колодце) (черт. 26), где требуется определить подпор грунтовых вод;



Черт. 26

$h_1$  — естественный уровень воды в реке;

$l$  — расстояние от реки до указанного пункта. После подема уровня воды в реке и в буровой скважине на величины  $z_2$  и  $z_1$  имеем для того же расхода другое уравнение:

$$q = k \frac{(h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2}{2l}.$$

В случае, если по условиям питания водоносного пласта расход его можно принять постоянным, то правые части уравнений можно приравнять между собой:

$$k \frac{h_2^2 - h_1^2}{2l} = k \frac{(h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2}{2l}.$$

Откуда после сокращения на  $\frac{k}{2} \cdot l$  имеем:

$$h_2^2 - h_1^2 = (h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2. \quad (117)$$

В этом уравнении  $h_2$  и  $h_1$  известны;  $z_1$  тоже известен, как заданная величина подема уровня воды в реке при подпоре; остается неизвестным  $z_2$ , т. е. подпор, который требуется определить. Для вычисления  $z_2$  имеем следующее выражение:

$$z_2 = \sqrt{h_2^2 - h_1^2 + (h_1 + z_1)^2} - h_2. \quad (118)$$

## II. Случай водоносного пласта, сложенного из двух или нескольких слоев разной водопроницаемости

Для водоносного пласта, состоящего из двух слоев (черт. 27), имеем для тех же условий уравнение:

$$ql = k_2 M(h_2 - h_1) + \frac{k_2}{2} (h_2^2 - h_1^2).$$

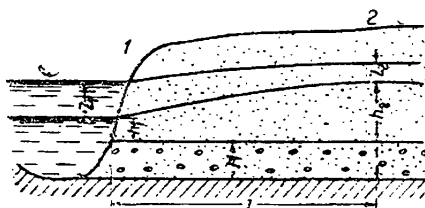
После подпора для того же потока в случае постоянства расхода имеем:

$$ql = k_1 M \left[ (h_2 + z_2) - (h_1 + z_1) \right] + \frac{1}{2} k_2 \left[ (h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2 \right].$$

Приравнивая правые части обоих уравнений, получаем:

$$k_1 M(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} k_2 (h_2^2 - h_1^2) = k_1 M \left[ (h_2 + z_2) - (h_1 + z_1) \right] + \frac{1}{2} k_2 \left[ (h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2 \right]. \quad (119)$$

В полученном квадратном уравнении неизвестным является одно  $z_2$ , т. е. подпор в п. 2, который легко вычислить, решив уравнение; при этом для упрощения лучше сначала решить уравнение относительно  $(h_2 + z_2)$ , а затем вычислить и  $z_2$ .



Черт. 27

В отличие от однородного строения пласта мы видим, что здесь коэффициенты фильтрации не сокращаются, следовательно величина подпора зависит от коэффициентов водопроницаемости отдельных слоев, вернее от соотношения коэффициентов:

$$\begin{aligned} \frac{k_2}{2} (h_2 + z_2)^2 + (h_2 + z_2) k_1 M - \left[ \frac{k_2}{2} (h_1 + z_1)^2 + k_1 M (h_1 + z_1) + \right. \\ \left. + k_1 M (h_2 - h_1) + \frac{k_2}{2} (h_2^2 - h_1^2) \right] = 0. \end{aligned} \quad (119a)$$

Откуда, сократив  $k_1 M h_1$  и решив уравнение, имеем:

$$h_2 + z_2 = -\frac{k_1}{k_2} M + \sqrt{\left(\frac{k_1}{k_2}\right)^2 M^2 + (h_1 + z_1)^2 + 2 \frac{k_1}{k_2} M (h_2 + z_1) + (h_2^2 - h_1^2)}. \quad (120)$$

Когда верхний слой имеет очень малую водопроницаемость, то можно положить  $k_2 = 0$ , и уравнение (119а) примет вид:

$$(h_2 + z_2) k_1 M - k_1 M (h_2 + z_1) = 0 \quad (121)$$

или

$$h_2 + z_2 = h_2 + z_1,$$

откуда

$$z_2 = z_1.$$

Этот вывод показывает, что при малой водопроницаемости верхнего слоя, в пределах которого помещается кривая депрессии, подпор распространяется, сохраняя свою полную величину. К такому же выводу мы приходим, исследуя случай подпора в напорном водоносном пласте. Примеры определения подпора грунтовых вод для однородного строения водоносных толщ показывают, что величина подпора тем больше, чем больше мощность водоносного пласта.

Пользуясь этим соображением и основываясь на приведенных выше уравнениях, мы можем вывести следующее заключение: 1) в случае большей водопроницаемости нижней части водоносного пласта подпор будет иметь при прочих одинаковых условиях большую величину, чем при однородном строении всей толщи, 2) в случае же меньшей водопроницаемости нижней части пласта, наоборот, подпор будет иметь меньшую величину, чем при однородном строении всего пласта.

Приведенные теоретические выводы ясно показывают, насколько важно знать состав и водопроницаемость водоносных толщ при изучении вопроса о полноте грунтовых вод, при этом мало знать средний коэффициент фильтрации толщи, а нужно иметь ясное представление о строении пласта в целом и в частности иметь данные послойного определения водопроницаемости.

### III. Случай горизонтально-изменяющегося водоносного пласта

Для этого случая имеем следующее уравнение:

$$q = \frac{h_2^2 - h_1^2}{2l} \cdot \frac{k_2 - k_1}{\ln k_2 - \ln k_1}.$$

Такое же уравнение можно написать для расхода после подпора, если в вертикальном направлении водопроницаемость остается постоянной, т. е. в том и другом сечении после под-

ема уровня грунтовых вод коэффициенты фильтрации водоносной толщи остаются теми же  $k_2$  и  $k_1$ :

$$q = \frac{(h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2}{2l} \cdot \frac{(k_2 - k_1)}{(\ln k_2 - \ln k_1)}$$

Если область питания или расход потока при подпоре не изменяется, то, приравнявая кривые части обоих уравнений и сокращая на

$$\frac{k_2 - k_1}{2l(\ln k_2 - \ln k_1)},$$

получим:

$$h_2^2 - h_1^2 = (h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2, \quad (122)$$

т. е. то же выражение для подпора, как и для однородного пласта.

К такому же результату мы придем и для случая резкой смены пород в горизонтальном направлении, если вспомним выражение для расхода грунтового потока в таком пласте:

$$q = \frac{h_2^2 - h_1^2}{2 \left( \frac{l_2}{k_2} + \frac{l_1}{k_1} \right)}$$

После подпора при тех же условиях, как и в предыдущем рассмотренном случае, будем иметь:

$$q = \frac{(h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2}{2 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} \right)}$$

Так как  $q$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $k_1$  и  $k_2$  остаются постоянными, то они исключаются при сопоставлении обоих уравнений, и получается та же формула подпора (39), как для обычного однородного горизонтального пласта.

Другое дело, когда неоднородность пласта проявляется не только в горизонтальном, но и в вертикальном направлениях. В этом случае при изменении уровня грунтовых вод изменяется и величина среднего коэффициента фильтрации вследствие перехода депрессионной кривой в более проницаемые или менее проницаемые слои. Последний случай является самым сложным и общим случаем неоднородности пласта, и, вообще говоря, мы постоянно на практике с ним встречаемся, когда каждая буровая скважина дает отличный от соседней состав толщи и имеет для пройденных ею пород свой коэффициент фильтрации, отличающийся от соседней скважины. При этом часто бывает невозможным сопоставить между собой отдельные слои, пройденные той и другой скважиной. В этом случае, идя путем

упрощающих допущений, можно воспользоваться предыдущими уравнениями для неоднородных пластов, заменяя в них  $k_1$  и  $k_2$  через  $K_1$  и  $K_2$ , т. е. средние коэффициенты фильтрации пласта, вычисляемые по формуле:

$$K = \frac{\Sigma k h}{\Sigma h}.$$

После подпора будем иметь другие значения средних коэффициентов фильтрации:  $K_1'$  и  $K_2'$ .

На основании сказанного можно написать два уравнения для постепенно изменяющегося в горизонтальном направлении пласта:

$$q = \frac{h_2^2 - h_1^2}{2l} \cdot \frac{K_2 - K_1}{\ln K_2 - \ln K_1}; \quad (123)$$

$$q = \frac{(h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2}{2l} \cdot \frac{K_2' - K_1'}{\ln K_2' - \ln K_1'}, \quad (124)$$

откуда получим уравнение для вычисления подпора  $z_2$ :

$$(h_2^2 + h_1^2) \frac{K_2 - K_1}{\ln K_2 - \ln K_1} = \left[ (h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2 \right] \frac{K_2' - K_1'}{\ln K_2' - \ln K_1'}. \quad (125)$$

Подобно этому поступим и для случая резкой смены пород. Имеем два уравнения:

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{h_2^2 - h_1^2}{2 \left( \frac{l_1}{K_1} + \frac{l_2}{K_2} \right)}; \\ q &= \frac{(h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2}{2 \left( \frac{l_1}{K_1'} + \frac{l_2}{K_2'} \right)}. \end{aligned} \right\} \quad (126)$$

Откуда для вычисления подпора получим:

$$\frac{h_2^2 - h_1^2}{\frac{l_1}{K_1} + \frac{l_2}{K_2}} = \frac{(h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2}{\frac{l_1}{K_1'} + \frac{l_2}{K_2'}}. \quad (127)$$

В некоторых случаях неоднородность толщи водоносного пласта приобретает настолько запутанный характер, что становится невозможным установить какую-либо закономерность в изменениях водопроницаемости; например в одной скважине мы наблюдаем постепенное возрастание водопроницаемости сверху вниз, а следующая скважина дает уже обратное отношение возрастания водопроницаемости снизу вверх. При этом иногда характер напластования позволяет допускать ряд подобных изменений в промежутке между скважинами. Такого рода изменения не позволяют подыскать к ним какое-либо математическое выражение. В этом случае приходится обращаться к подсчету средних

коэффициентов фильтрации для отдельных сечений и к применению приближенной формулы для неоднородного пласта:

$$q = \frac{K_1 h_1 + K_2 h_2}{2} \cdot \frac{h_2 - h_1}{l}.$$

После подпора уровня воды будем иметь:

$$q = \frac{(K_1 h_1 + k_1 z_1) + (K_2 h_2 + k_2 z_2)}{2} \cdot \frac{(h_2 + z_2) - (h_1 + z_1)}{l}, \quad (128)$$

где  $K_1$  и  $K_2$  — средние коэффициенты фильтрации для мощностей  $h_1$  и  $h_2$  водоносного пласта до подпора;

$k_1$  и  $k_2$  — коэффициенты фильтрации верхней части пласта, в пределах которой происходит изменение положения депрессионной кривой.

Если можно принять при этом расход постоянным, то, приравняв правые части предыдущих уравнений, получим:

$$(K_1 h_1 + K_2 h_2) \cdot (h_2 - h_1) = (K_1 h_1 + k_1 z_1 + K_2 h_2 + k_2 z_2) (h_2 + z_2 - h_1 - z_1). \quad (129)$$

В этом квадратном уравнении неизвестным является лишь одно  $z_2$ , которое легко вычислить, решив уравнение.

## § 29. Определение подпора грунтовых вод при изменении области питания

В изложенных выше решениях задачи о подпоре грунтовых вод расход грунтового потока принимается неизменным, что может быть допущено лишь в случае, когда подпор совсем не отражается на величине области питания потока или отражается незначительно.

Однако в практике мы изредка встречаемся со случаями, когда область питания после подпора существенно изменяется, что особенно возможно в тех местах, где водораздел грунтовых вод проходит недалеко от выхода водоносного пласта в открытый водоем, подпирющий грунтовый поток, и где последний на всем протяжении от выхода до водораздела находится в гидравлической связи с открытым водоемом.

Для решения задачи в данном случае мы можем воспользоваться уравнением депрессионной кривой при учете инфильтрации. Имеем до подпора:

$$\frac{w}{k} = \frac{h_1^2 - h_0^2}{l(2a_1 - l)}, \quad (130)$$

где  $h_1$  — уровень воды, считая от горизонтальной поверхности основания в исследуемом пункте;

$h_0$  — уровень воды у выхода пласта в реку;

$l$  — расстояние от реки до исследуемого пункта;

$a_1$  — расстояние от реки до водораздела.

После под'ема уровня воды в реке на величину  $z_0$  уровень воды в изучаемом пункте повысится на  $z_1$ . При этом водораздел грунтовых вод сместится на величину  $x$  (черт. 28).

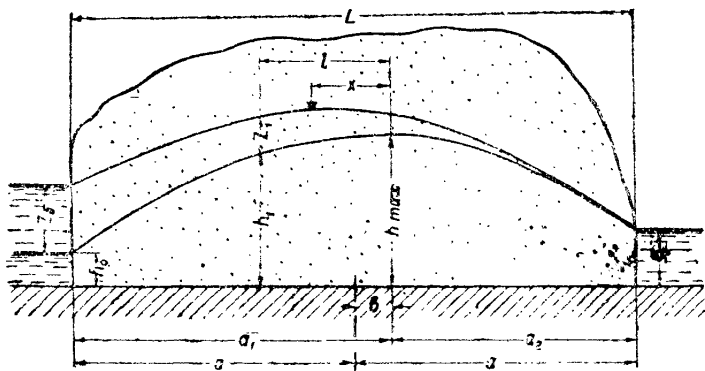
Приняв это во внимание, мы для подпертой депрессионной кривой можем написать уравнение:

$$\frac{w}{k} = \frac{(h_1 + z_1)^2 - (h_0 + z_0)^2}{l \left[ 2(a_1 - x) - l \right]}. \quad (131)$$

Так как величина инфильтрации  $w$  и коэффициент фильтрации  $k$  для однородного пласта остаются постоянными, то мы можем приравнять правые части написанных выше уравнений:

$$\frac{h_1^2 - h_0^2}{l(2a_1 - l)} = \frac{(h_1 + z_1)^2 - (h_0 + z_0)^2}{l \left[ 2(a_1 - x) - l \right]}. \quad (132)$$

В этом уравнении помимо подпора грунтовых вод  $z_1$ , которое нам требуется определить, имеется еще одно неизвестное  $x$ , т. е. смещение водораздела грунтовых вод при подпоре. Так как положение водораздела грунтовых вод зависит от положения уровня воды в дренирующих водоемах (реках) с обеих сторон водораздельного массива, то для решения дополнительной задачи о смещении водораздела воспользуемся сопоставлением уравнений депрессионных кривых по обе стороны водораздела.



Черт. 28

Подставив в уравнение (130) вместо  $h_1$  величину  $h_{\max}$ , соответствующую высоте уровня грунтовых вод на водоразделе, а вместо  $l$ —величину  $a$ —расстояние до водораздела, получим следующее уравнение:

$$h_{\max}^2 - h_0^2 = \frac{w}{k} a_1^2. \quad (133)$$

Такое же уравнение напомним для другой стороны массива:

$$h_{\max}^2 - y_0^2 = \frac{w}{k} a_2^2. \quad (134)$$

Вычитая из второго уравнения первое, получим:

$$h_0^2 - y_0^2 = \frac{w}{k} (a_2^2 - a_1^2). \quad (135)$$

Обозначим через  $b$  величину расстояния водораздела грунтовых вод до середины, т. е.

$$b = a_1 - a = a - a_2. \quad (136)$$

Разложив в уравнении разность квадратов  $a_2^2 - a_1^2$  и положив  $a_2 + a_1 = L$ ,  $a_2 - a_1 = 2b$ , имеем:

$$h_0^2 - y_0^2 = \frac{w}{k} L 2b.$$

Такое же уравнение можно написать для состояния депрессионной кривой после подпора:

$$(h_0 + z_0)^2 - y_0^2 = \frac{w}{k} L 2b_1. \quad (137)$$

Из последних двух уравнений имеем:

$$b = \frac{(h_0^2 - y_0^2) k}{2 L w}; \quad b_1 = \frac{[(h_0 + z_0)^2 - y_0^2] k}{2 L w} \quad (138)$$

В этом уравнении все величины  $h_1$ ,  $h_0$ ,  $y_0$  могут быть определены путем соответствующих исследований естественного состояния поверхности уровня грунтовых вод, величина  $z_0$  есть ожидаемый подъем уровня воды (подпор) в реке. Остается неизвестным лишь новое смещенное положение водораздела после подпора, которое может быть вычислено по уравнениям (138):

$$x = b_1 - b.$$

Определив таким образом новое положение водораздела и подставив величину  $x$  в уравнение (132), мы можем вычислить положение уровня грунтовых вод в требуемом пункте.

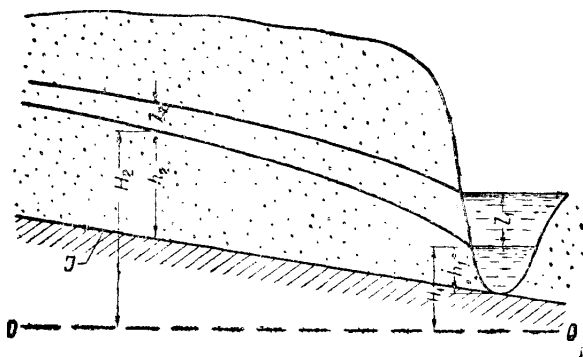
Из рассмотренных уравнений между прочим можно вывести следующее заключение. Так как водораздел грунтовых вод смещается в ту сторону, где повышается уровень воды, то это ведет к уменьшению площади питания грунтового потока и следовательно несколько уменьшает величину подпора по сравнению с тем, что было бы при постоянстве расхода грунтового потока.

### § 30. Определение подпора грунтовых вод при наклонном положении основания водоносного пласта

Пользуясь примененным в предыдущих параграфах методом, мы можем решить задачи по определению подпора грунтовых вод и для всех других случаев строения и залегания водоносных пластов, для которых были проработаны выше уравнения движения грунтовых вод. Мы рассмотрим здесь лишь некоторые из этих случаев, которые достаточно полно раз'яснят рассматриваемый способ решения задачи о подпоре грунтовых вод.

#### 1. Применение формул Павловского при однородном строении пласта

В случае кривой спада мы имеем следующие два уравнения, соответствующие состоянию кривой депрессии до и после подпора (черт. 29):



Черт. 29

$$\frac{il}{h_0} = \frac{h_1}{h_0} + \ln \left( 1 - \frac{h_1}{h_0} \right) - \left[ \frac{h_2}{h_0} + \ln \left( 1 - \frac{h_2}{h_0} \right) \right];$$

$$\frac{il}{h_0} = \frac{h_1 + z_1}{h_0} + \ln \left( 1 - \frac{h_1 + z_1}{h_0} \right) - \left[ \frac{h_2 + z_2}{h_0} + \ln \left( \frac{h_2 + z_2}{h_0} \right) \right].$$

При постоянстве расхода  $h_0$  тоже остается постоянной, что позволяет приравнять правые части уравнений:

$$\left[ \frac{h_1}{h_0} + \ln \left( 1 - \frac{h_1}{h_0} \right) \right] - \left[ \frac{h_2}{h_0} + \ln \left( 1 - \frac{h_2}{h_0} \right) \right] = \left[ \frac{h_1 + z_1}{h_0} + \ln \left( 1 - \frac{h_1 + z_1}{h_0} \right) \right] - \left[ \frac{h_2 + z_2}{h_0} + \ln \left( 1 - \frac{h_2 + z_2}{h_0} \right) \right].$$

Для вычисления подпора  $z_2$  по этому уравнению надо предварительно определить  $h_0$  из уравнения (35) по способу подстановки, изложенному в книге Павловского.

Подставив определенное  $h_0$ , легко вычислить величину:

$$\varphi\left(\frac{h_2 + z_2}{h_0}\right) = \left[\frac{h_2 + z_2}{h_0} + \ln\left(1 - \frac{h_2 + z_2}{h_0}\right)\right]. \quad (139)$$

При этом для сокращения вычислений следует пользоваться таблицами, обозначая  $\frac{h_2 + z_2}{h_0}$  через  $\eta$ .

Подобным же способом можно решить задачу при кривой подпора и при обратном уклоне.

В случае прямого уклона очень важно следить, какую кривую мы имеем: кривую спада или подпора, сравнивая величины  $h_1$  и  $h_2$ , а также  $h_0$  и  $(h_1 + z_1)$ .

## 2. Применение приближенной формулы

Решение задачи с помощью формулы Павловского является довольно громоздким и может быть заменено при не очень больших уклонах более простым способом, основанным на применении приближенной формулы для наклонного пласта.

Пользуясь этой формулой для вычисления подпора, можно составить два уравнения:

$$q = k \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{H_2 - H_1}{l};$$

$$q = k \frac{(h_1 + z_1) + (h_2 + z_2)}{2} \cdot \frac{(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)}{l}.$$

Приравняв правые части обоих уравнений, имеем после сокращений:

$$(h_1 + h_2)(H_2 - H_1) = [(h_1 + z_1) + (h_2 + z_2)] [(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)]. \quad (140)$$

Решая это квадратное уравнение относительно  $z_2$ , вычислим искомую величину подпора.

## § 31. Определение подпора грунтовых вод при слоистом строении неоднородного наклонного водоносного пласта

1. Применение формул (87), (88) и (89). Рассмотрим случай кривой подпора. При этом имеем два уравнения:

$$il = h_1 - h_2 + \frac{kM + h_0 k_2}{k_2} \cdot \ln \frac{h_1 - h_0}{h_2 - h_0};$$

$$il = (h_1 + z_1) - (h_2 + z_2) + \frac{kM + h_0 k_2}{k_2} \cdot \ln \frac{h_1 + z_1 - h_0}{h_2 + z_2 - h_0}.$$

Вычислив из первого уравнения  $h_0$  и подставив его во второе уравнение, мы можем определить величину подпора  $z_2$ , решая второе уравнение подстановкой.

Для этого представим уравнение в следующем виде:

$$h_2 + z_2 + \frac{k_1 M + h_0 k_2}{k_2} \ln (h_2 + z_2 - h_0) = il - \left[ (h_1 + z_1) + \frac{k_1 M + h_0 k_2}{k_2} \ln (h_1 + z_1 - h_0) \right]. \quad (141)$$

Вычислим сначала правую часть уравнения, где все буквенные величины известны, затем, подставляя в левую различные значения  $z_2$ , мы можем получить ряд значений для левой части уравнения. Далее путем построения графика по способу, аналогичному при определении  $h_0$  по Павловскому, легко найти  $z_2$ .

## 2. Применение приближенных формул для определения подпора в неоднородных наклонных пластах.

Описанный точный, но в то же время очень громоздкий способ может быть заменен, как и при однородном строении пласта, приближенным на основании применения приближенной формулы, которая позволяет для слоистой толщи получить следующие уравнения для определения подпора:

$$q = k_1 h_1 \cdot \frac{H_2 - H_1}{l} + k_2 \frac{h_2 + h_1}{2} \cdot \frac{(H_2 - H_1)}{l};$$

$$q = k_1 (h_1 + z_1) \frac{(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)}{l} +$$

$$+ k_2 \frac{(h_2 + z_2) + (h_1 + z_1)}{2} \cdot \frac{(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)}{l}.$$

Из этих двух уравнений имеем при постоянстве величины расхода:

$$2 k_1 h_1 (H_2 - H_1) + k_2 (h_2 + h_1) (H_2 - H_1) = 2 k_1 (h_1 + z_1) [(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)] + k_2 [(h_2 + z_2) + (h_1 + z_1)] \cdot [(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)]. \quad (142)$$

Последнее квадратное уравнение содержит лишь одно неизвестное  $z_2$ , которое легко определить, подставив числовые значения остальных известных величин.

Уравнение это показывает, как и в других случаях неоднородного строения водоносных пород, что величина подпора зависит от водопроницаемости отдельных слоев или, иначе сказать, от соотношения величины водопроницаемости.

Для более общего случая неоднородности водоносного пласта имеем следующую систему уравнений:

$$q = \frac{K_1 M_1 + K_2 M_2}{2} \left( \frac{H_2 - H_1}{l} \right);$$

$$q = \frac{K_1' (h_1 + z_1) + K_2' (h_2 + z_2)}{2} \cdot \frac{(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)}{l}, \quad (143)$$

где  $K_1$  и  $K_2$  — средние коэффициенты фильтрации пластов до подпора;

$K_1'$  и  $K_2'$  — те же коэффициенты после подпора.

Для удобства решения величины произведений  $K_1 M_1$  и  $K_2 M_2$  можно заменить суммой произведений коэффициентов фильтраций каждого слоя на мощность этого слоя согласно формуле (i) для величины среднего коэффициента фильтрации:

$$K_1 M_1 + K_2 M_2 = \Sigma k' h' + \Sigma k'' h'', \quad (144)$$

где  $k'$  и  $h'$  — коэффициенты фильтрации и мощности отдельных слоев для первого сечения;

$k''$  и  $h''$  — значения тех же величин для отдельных слоев второго сечения.

Сделав подстановки, имеем:

$$q = \frac{\Sigma k' h' + \Sigma k'' h''}{2} \cdot \frac{H_2 - H_1}{l}; \quad (145)$$

$$q = \frac{(\Sigma k' h' + z_1 k'_n) + (\Sigma k'' h'' + k''_m z_2)}{2} \cdot \frac{(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)}{l}. \quad (146)$$

Приравнявая правые части последних уравнений, мы получим одно квадратное уравнение, решив которое, можно определить величину подпора  $z_2$ .

Во втором уравнении  $k'_n$  обозначает величину коэффициента фильтрации того слоя или нескольких слоев, которые соответствуют величине  $z_1$  подъема уровня воды в начальном сечении. Точно также  $k''_m$  означает соответствующую величину для 2-го сечения, где требуется определить подпор  $z_2$ . Так как толщина слоя или нескольких слоев, соответствующая  $z_1$ , неизвестна, то в некоторых случаях придется и величину  $k''_m$  определять подбором, а именно в случае, если подпор будет охватывать два слоя разной водопроницаемости или несколько слоев.

Для этого, задаваясь сначала предположительно величиной  $z_2$ , определяем для него средний коэффициент фильтрации  $k''_m$  и решаем уравнения (145) и (146). На основании полученного решения уточняем величину  $k''_m$  и снова повторяем вычисления.

В случае, если над уровнем грунтовых вод в исследуемом пункте лежит достаточно мощная однородная толща, величина  $k''_m$  сразу определяется точно, как величина коэффициента фильтрации этой толщи, и решение уравнения (146) прямо дает искомую величину подпора.

## О РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ФИЛЬТРАЦИИ ПОД СООРУЖЕНИЯМИ В НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТАХ

### § 32. Сведения из литературы

В известных до сего времени исследованиях по вопросу о движении грунтовых вод под гидротехническими сооружениями рассматриваются почти исключительно однородные грунты. Таковы работы Блея, Паркера, Форхгеймера, Павловского. Лишь у Терцаги мы находим некоторые указания на роль неоднородности грунта при фильтрации под сооружениями. По Блею оценка действий фильтрационного потока на гидротехнические сооружения и на грунт основана на расчете фильтрации воды вдоль линии подземного контура сооружения. При этом допускается, что падение напора по этой линии прямо пропорционально длине пути фильтрации.

Этим самым предполагается полная однородность строения грунта на протяжении всего пути фильтрации. Форхгеймер, а затем акад. Павловский и Жуковский дали точное теоретическое исследование фильтрационного потока под гидротехническими сооружениями на основе теории потенциалов, также имея в виду лишь совершенно однородное строение грунта. Акад. Павловский в своем капитальном теоретическом исследовании отчетливо выявил более сложное изменение напоров под сооружениями, зависящее от форм фильтрационного потока.

По вопросу о действии фильтрационного потока на грунт Павловскому принадлежат весьма ценные в практическом отношении выводы о так называемых „фокусах размыва“, приуроченных к местам сгущения линий токов. Теория Павловского освещает целый ряд важных теоретических вопросов в области гидромеханики фильтрационного потока, однако совершенно не касается влияния неоднородности грунта.

Весьма конкретное освещение вопросов о действии фильтрационного потока на грунт дано в работах Терцаги, которым было выведено математическое выражение величины фильтрационного давления, проработаны приемы расчета устойчивости грунта, подверженного действию фильтрационного потока. Впервые у Терцаги<sup>(24)</sup> мы находим указания на важную роль неоднородности строения грунта и в особенности на присутствие прослоев и линз более грубозернистого материала, которые существенно изменяют характер распределения линий токов при фильтрации под сооружениями и в некоторых случаях создают опасность прорыва грунта под сооружением, значительно большую сравнительно с однородным грунтом.

Чрезвычайно важное значение для интересующей нас проблемы имеют исследования Терцаги в области действия фильтрационного потока на устойчивость грунта. В основе теоретического изучения этого вопроса лежит выражение величины гидродинамического давления фильтрационного потока. Гидродинамическое давление есть следствие сопротивления грунта движению воды и по величине соответствует потере напора при фильтрации.

Рассматривая вертикально поднимающийся фильтрационный поток (черт. 30), мы можем для призматического элемента фильтрующего грунта длиной  $dl$  и с поперечным сечением  $dF$  получить следующее выражение для давления снизу вверх:

$$dp = dh \Delta dF,$$

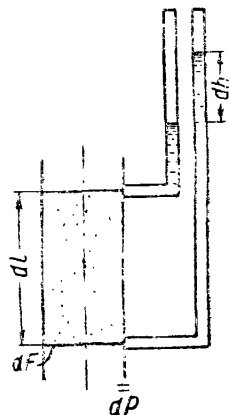
где  $dh$ —разность пьезометрических уровней на верхней и нижней границах элемента, т. е. потеря напора;

$\Delta$ —плотность воды. Силу  $dp$  можно рассматривать как объемную, относя ее к единице объема:

$$P = \frac{dp}{dF dl} = \Delta \frac{dh \cdot dF}{dl \cdot dF} = \Delta \frac{dh}{dl} = \Delta I,$$

или, приняв плотность воды равной единице, получим:

$$P = I.$$



Черт. 30

Последняя формула показывает, что гидродинамическое давление равно величине напорного градиента и как будто не зависит от скорости фильтрации. На самом деле последнее заключение является лишь кажущимся, так как в зависимости от той или иной величины напорного градиента мы будем иметь и соответствующую скорость фильтрации. Приняв

во внимание формулу Дарси, можем положить  $I = \frac{v}{k}$ ; тогда

получим другое выражение для гидродинамического давления, в котором выявляются значение скорости и коэффициенты фильтрации:

$$P = \Delta \frac{v}{k}.$$

Условия равновесия при вертикальной фильтрации снизу вверх определяются из следующих соотношений.

Вес единицы объема фильтрующего грунта за вычетом веса вытесненной воды будет равен:

$$\rho = (1 - \varphi) (\gamma - 1),$$

где  $\varphi$  — пористость;  $\gamma$  — удельный вес частиц грунта.

При возрастании напорного градиента гидродинамическое давление фильтрационного потока  $P$  будет увеличиваться и при  $P_1 = I_1 = \rho$  оно станет равным весу грунта в воде. Грунт при этом как бы теряет весь свой вес и деформируется или выпирается. Этот градиент, подвешивающий или выпирающий грунт, называется критическим.

Принимая удельный вес песка равным 2,65 и пористость в пределах 0,5—0,3, найдем что  $\rho$  или равное ему  $I$  для песка имеет величину 0,8—1,2. Опыты в лаборатории подтвердили приведенный теоретический вывод, показав, что при достижении указанных выше величин напорного градиента при фильтрации снизу вверх грунт начинает деформироваться, увеличивая свою водопроницаемость, а иногда выпирается всей массой, подвешиваясь напором фильтрующей воды (см. опыты Замарина)<sup>(13)</sup>.

Терцаги, пользуясь выведенным выражением гидродинамического давления, дает освещение вопросам устойчивости грунта при фильтрации под гидротехническими сооружениями <sup>(25)</sup>, стр. 368—375). При этом он особенно останавливается на равновесии участка грунта, прилегающего непосредственно к плотине со стороны нижнего бьефа, где, как уже мы отмечали выше, по Павловскому должен быть наиболее опасный для сооружения „фокус размыва“. Терцаги помимо теоретического исследования данного вопроса провел ряд опытов с фильтрационным лотком, воспроизводя явления прорыва грунта под основанием сооружения. В результате своих исследований Терцаги предложил для защиты грунта в нижнем бьефе от выпирающего действия фильтрационного потока загружать этот участок слоем более водопроницаемого материала, способного проводить то же количество фильтрующей воды при меньшем напорном градиенте и создавать таким образом дополнительную нагрузку сверху для покрываемых слоев естественного грунта. Исследования Терцаги относятся лишь к однородному грунту. Он пишет: „результат теоретических расчетов прорыва оправдывается только в том случае, если грунт совершенно однороден. На практике угроза прорыва значительно усугубляется благодаря промежуточным крупнозернистым слоям недостаточной плотности в пазах дощатых шпунтов и разрыхленному и размытому грунту“ <sup>(24)</sup>, стр. 375).

Первая попытка теоретического исследования явлений фильтрации в слоистом грунте принадлежит Дахлеру <sup>(26)</sup>, который предложил следующий приближенный способ построения линий токов при фильтрации в параллельно-слоистом грунте.

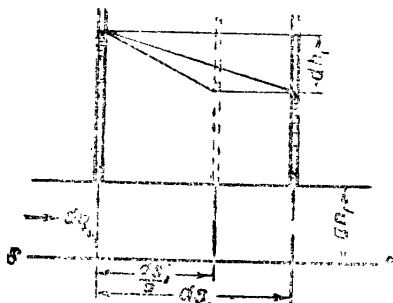
Представим себе водоносный пласт из горизонтального слоистого материала ограниченной мощности; движение потока,

допустим, совершается между параллельными вертикальными плоскостями (черт. 31). Мы будем иметь при этом плоский поток. Для определения расхода воды  $dq$ , протекающей через сечение  $dn_1$  этого потока в области преимущественно горизонтального движения, должна быть определена водопроницаемость в направлении  $s$  параллельно напластованию, т. е.  $k_{\max}$ :

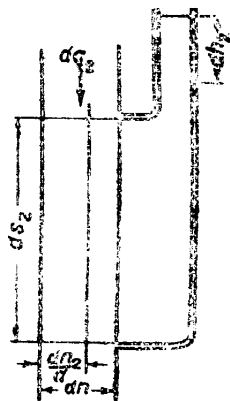
$$dq_1 = dn_1 \cdot k_{\max} \frac{dh_1}{ds_1}.$$

Представим себе всю область фильтрации сокращенной в направлении  $ss$  в отношении  $1:a$ , отчего все измерения в этом направлении уменьшатся в соответственной пропорции.

При таком искажении величины сечения  $dn_1$  для горизонтальных элементов потока остаются неизменными, длина же пути фильтрации по этим элементам  $ds_1$  уменьшается до  $ds_1:a$  и абсолютная величина падения напора  $dh_1$  остается неизменной или изменяется в размере, которым по сравнению с изменением длины пути фильтрации можно пренебречь.



Черт. 31



Черт. 32

Сокращение элементов потока создает поэтому увеличение напорного градиента от  $dh_1:ds_1$  до  $adh_1:ds_1$  и при условии сохранения неизменной водопроводимости  $k_{\max}$  приводит к большей величине расхода для сокращенного элемента:  $a \cdot dq_1$ .

Если, несмотря на искажение фильтрующего элемента, расход должен остаться постоянным, т. е. равняется  $dq_1$ , то мы должны вместо  $k_{\max}$  принять меньшую величину водопроницаемости, а именно:

$$k' = \frac{k_{\max}}{a};$$

тогда будем иметь:

$$dq = dn_1 \cdot k' \cdot a \cdot \frac{dh_1}{ds_1} = dn_1 \cdot \frac{k_{\max}}{a} \cdot a \cdot \frac{dh_1}{ds_1} = dq_1.$$

Аналогичное рассуждение позволяет для области преимущественно вертикального движения (черт. 32) установить величину расхода:

$$dq_2 = dn_2 k_{\min} \cdot \frac{dh_2}{ds_2}.$$

Сокращение в направлении  $z$  приводит для вертикального элемента фильтрации к уменьшению площади поперечного сечения.

Сохраняя постоянной величину водопроницаемости, мы получим при этом уменьшенную величину расхода в том же направлении. Для компенсации уменьшения сечения потока, чтобы сохранить при этом искажении неизменную величину  $dq_2$ , примем увеличенную водопроницаемость для данного направления:

$$k'' = a \cdot k_{\min}.$$

При этом величина расхода будет равна:

$$dq = \frac{dn_2}{a} \cdot k'' \cdot \frac{dh_2}{ds_2} = \frac{dn_2}{a} \cdot a \cdot k_{\min} \cdot \frac{dh_2}{ds_2} = dq_2.$$

Масштаб искажения  $1 : a$  надо подобрать таким образом, чтобы водопроницаемость во всех местах искаженной области была одинакова или приблизительно одинакова.

Это позволит, получив картину потока для однородного материала, перенести ее на слоистый.

Чтобы достигнуть этого, необходимо, как сказано выше, по крайней мере в двух главных направлениях сделать водопроницаемость  $k'$  и  $k''$  одинаковой. Это требование приводит к следующему выражению зависимости масштаба искажения  $1 : a$ , получаемой при  $k' = k''$ :

$$\frac{k_{\max}}{a} = a \cdot k_{\min}.$$

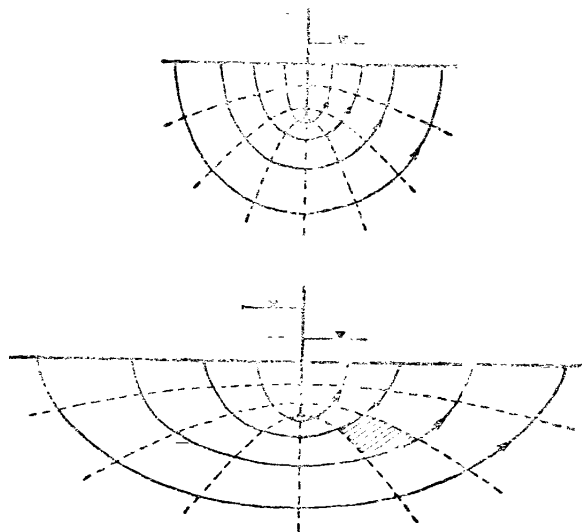
откуда следует:

$$a = \sqrt{\frac{k_{\max}}{k_{\min}}}.$$

При таком искажении области фильтрации получаем коэффициент фильтрации, общий для обоих направлений:

$$k = k' = k'' = \sqrt{k_{\max} \cdot k_{\min}}.$$

На черт. 33 представлен фильтрационный поток под шпунтом в горизонтально-слоистом материале. В искаженной области с коэффициентом фильтрации  $k = \sqrt{k_{\max} \cdot k_{\min}}$  построены известные из теории потенциала ортогональные кривые линии тока и равного напора. Превращение этой картины кривых в неискажен-



Черт. 33

ный масштаб дает линии тока и линии равного напора при фильтрации в тонкослоистом материале. Кривые этих обеих систем пересекаются, вообще говоря, под острыми углами, потому что, как отмечает автор, „линии одинакового уровня не являются здесь более линиями равного потенциала потока“.

### § 33. Приближенное исследование фильтрации под сооружением при неоднородном строении водопроницаемого грунта

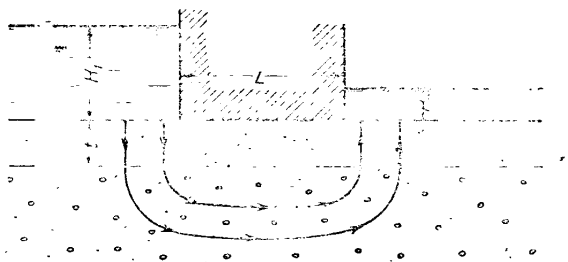
Предложенный Дахлером прием исследования фильтрации под сооружением в слоистом грунте однако также имеет в виду некоторый идеальный грунт, хотя и слоистого строения. Этот прием недостаточно еще приближает нас к отражению конкретного геологического разреза в характеристике фильтрационного потока. Прежде чем перейти к дальнейшим поискам путей освещения данного вопроса, приходится отметить непреодолимые трудности для более или менее точного решения задач по фильтрации под гидротехническими сооружениями в неоднородных грунтах, которые по своей сложности несравнимы с рассмотренными выше задачами по естественному движению подземных вод

в неоднородных пластах. Здесь неизбежно мы должны идти по пути упрощения и схематизации, ограничиваясь во многих случаях лишь весьма приближенными решениями.

Излагаемые ниже попытки разбора явлений фильтрации под гидротехническими сооружениями в неоднородных грунтах отнюдь не следует рассматривать как сколько-нибудь законченное решение задач, а только лишь как примеры, помогающие выявить некоторые особенности фильтрации в неоднородных грунтах.

Рассмотрим здесь случай фильтрации под сооружением, основанном на слое мелкозернистого грунта, подстилаемого мощной толщей хорошо водопроницаемого грунта.

Указанный случай является довольно характерным в практике гидротехнического строительства; так например, по такой схеме нередко бывают построены аллювиальные отложения, на которых обычно приходится строить гидротехнические сооружения. Для выяснения характера фильтрации рассмотрим некоторые элементарные струйки, текущие по направлению линий токов. Последние могут быть приблизительно представлены эллипсами, давая в общем картину, приблизительно сходную с распределением линий токов при однородном строении грунта. В качестве вероятного отличия в форме линий токов в данном случае возможно предположить следующее. Фильтрация в пределах верхнего малопроницаемого слоя должна иметь более прямолинейное направление, почти вертикально вниз. При переходе в нижележащий, более проницаемый слой может быть резкое изменение направления тока, приближающееся к горизонтальному для линий токов, ближайших к плотине (черт. 34). Это отклонение от



Черт. 34

правильной формы эллипса легко объяснить принципом наименьшего сопротивления (принципом преломления токов при движении их через среды разного сопротивления). Фильтрующая вода стремится проделать в малопроницаемом слое возможно более короткий путь.

Рассмотрим элементы фильтрационного потока, близкого к плотине. Принимая приблизительно поперечные сечения данного элемента на всем протяжении одинаковыми, мы можем для

определения расхода воды применить формулу, выведенную нами выше для случая потока при резко изменяющейся водопроницаемости. Весь путь фильтрации здесь подразделяется на три участка. Первый участок нисходящего потока на протяжении  $t$ , равном толщине верхнего малопроницаемого слоя; второй участок фильтрации по дуге сжатого эллипса длиной  $l$  в пределах нижнего хорошо водопроницаемого слоя; третий участок восходящего тока также в пределах верхнего малопроницаемого слоя с длиной пути фильтрации, равной толщине этого слоя  $t$ . Формула единичного расхода для элемента шириной  $b$  примет следующий вид:

$$q = b \frac{H_1 - H_2}{\frac{t}{k_1} + \frac{l}{2} + \frac{t}{k_2}}, \quad (147)$$

где  $k_1$  и  $k_2$  обозначают водопроводимость верхнего и нижнего слоев;

$H_1$  и  $H_2$  обозначают уровни воды верхнего и нижнего бьефов.

Такую же формулу можно составить и для других элементов, суммируя которые, мы можем получить величину общего расхода фильтрации под плотину.

Предлагаемый способ подсчета фильтрации под плотиной в основном представляет собой то же самое, что было уже ранее предложено Н. В. Бобковым<sup>(23)</sup>. Отличие же здесь заключается в том, что в способе Н. В. Бобкова не учитывается изменение водопроницаемости по пути фильтрации; отдельно вычисляется фильтрация через нижнюю толщу хорошо водопроницаемого грунта, как будто покрывающий малопроницаемый слой (речных суглинков в примере Бобкова) отсутствует совсем, а также отдельно вычисляется фильтрация в покрывающем слое (речные суглинки). Предлагаемая нами формула должна несомненно дать иные результаты, чем способ Н. В. Бобкова.

Обратимся теперь к вопросу об изменении напорного градиента под влиянием изменения водопроводимости на протяжении пути фильтрации.

Определим величину падения пьезометрического напора на участках, соответствующих верхнему слою. Для этого участка мы можем написать уравнение:

$$q = b k_1 \frac{H_1 - H_t}{t}, \quad (148)$$

где  $H_1 - H_t$  — падение напора на участке пути фильтрации в пределах верхнего слоя.

Приравнявая правые части обоих предыдущих уравнений, получим:

$$\frac{H_1 - H_t}{\frac{t}{k_1}} = \frac{H_1 - H_2}{\frac{l}{k_2} + \frac{t}{2} + \frac{t}{k_1}}. \quad (149)$$

Из этого уравнения можем определить отношение  $H_1 - H_t$  к общей величине разницы напоров верхнего и нижнего бьефов, т. е. ту долю общего падения напора  $H_1 - H_2$ , которая приходится на верхний слой в верхнем или нижнем бьефе, т. е. определим величину:

$$\delta = \frac{H_1 - H_t}{H_1 - H_2}.$$

Если далее разделим величину  $\delta$  на  $t$ , то получим приближенно величину напорного градиента в пределах верхнего слоя:

$$I = \frac{\delta}{t}.$$

Вычислим для примера отношение  $\delta$  для следующих данных: ширина основания плотины  $l = 50$  м, мощность верхнего слоя  $t = 1$  м. Соотношение коэффициента фильтрации верхнего и нижнего слоев  $k_1 : k_2 = 1 : 10$ . Для этих данных мы получим величину:

$$\delta = \frac{H_1 - H_t}{H_1 - H_2} = \frac{1}{7}.$$

Это показывает, что на долю верхнего слоя в верхнем и нижнем бьефах приходится по  $1/7$  всего напора. Например при общем напоре в 10 м в верхнем слое будет погашаться  $10/7$  м в верхнем бьефе и столько же в нижнем. Переходя к напорному градиенту, получим, поделив  $10/7$  м на 1 м пути фильтрации, напорный градиент  $I = 1 1/7$ , т. е. величину, большую единицы, что для восходящего течения в нижнем бьефе является величиной градиента, близкой к критическому градиенту или превышающей таковой. Этого мы не имели бы, если бы грунт был однородным. Таким образом мы приходим к заключению, что присутствие вверху малопроницаемого слоя создает значительно менее благоприятные условия для устойчивости сооружения, чем при однородном грунте, вследствие возможности выпирания или разрушения грунта в нижнем бьефе. Так же неблагоприятно при этом складывается распределение напоров с нижней стороны флютбетов плотины. Эпюра напоров вдоль нижней стороны флютбетов будет состоять из трех частей: из круто падающих коротких участков в конце и начале пути фильтрации и более полого падающей средней части. Сравнительно с прямолинейным изменением напора по Блею приведенная эпюра показывает большие опасности в смысле возможного выпирания флютбета. Присутствие в нижнем бьефе малопроницаемого покрывающего слоя создает вследствие затруднения выхода фильтрационных вод повышенное давление снизу на флютбет.

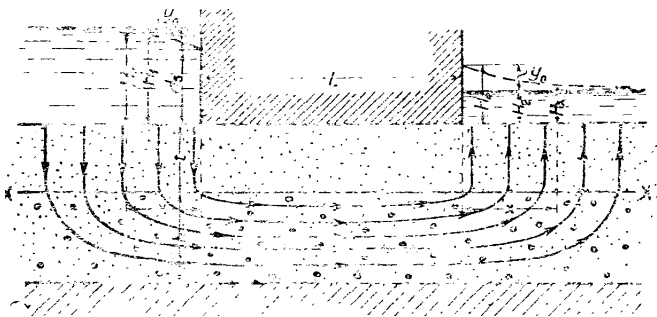
## § 34. Фильтрация под сооружением при ограниченной мощности второго более водопроницаемого слоя

В случае, если второй сильно проводящий слой имеет небольшую мощность сравнительно с длиной флюتبета (шириной основания плотины), возможно приближенное гидравлическое решение задачи, основанное на некоторой схематизации явления.

Во-первых, вследствие небольшой мощности нижнего хорошо проводящего воду слоя, а также вследствие относительно слабого вертикального движения воды можно допустить, что главная масса линий токов в нижнем слое идет параллельно его границам, т. е. горизонтально. Что касается верхнего слоя, то вследствие относительно меньшей его водопроницаемости линии токов будут иметь направление, близкое к вертикальному.

Это допущение о направлении фильтрационных токов полностью подтвердилось лабораторными опытами в моделях грунта аналогичного строения, описанными в недавно появившейся работе Шаффернак (F. Schaffernak)<sup>(29)</sup>, являющейся дальнейшим развитием исследований Дехлера.

Движением воды в слое непосредственно под плотиной в общем балансе фильтрационного потока можно пренебречь (черт. 35). На основании изложенной схематизации весь поток может быть разделен на несколько участков.



Черт. 35

В нижнем слое в пределах верхнего бьефа движение воды будет совершаться при постепенно падающем пьезометрическом напоре, изменяющемся от начальной величины уровня воды в верхнем бьефе  $H_1$  до величины  $H_3$ . Для этого участка мы можем написать уравнение:

$$q = k_2 h \frac{dH}{dx}, \quad (150)$$

где  $x$  — расстояние, отсчитываемое от начала плотины вверх по потоку, отчего  $dH$  получается в этом участке положитель-

ным. Расход  $q$  при этом является переменным вследствие постепенного притока сверху воды, фильтрующей через верхний слой.

Для фильтрации через верхний слой по формуле Дарси на каждый элемент потока прохождением  $dx$  имеем:

$$-dq = dx k_1 \frac{H_1 - H}{t}, \quad (151)$$

где  $t$  — толщина верхнего слоя, которая в данном случае является длиной пути фильтрации. В нижнем бьефе мы имеем симметричную первой картину при условии конечно одинаковой мощности и коэффициентов фильтрации пластов. Здесь могут быть написаны те же уравнения, но лишь со знаками минус при  $dH$ , так как здесь расстояние  $x$  мы отсчитываем по направлению потока, а напор в этом направлении убывает. Для нижнего слоя имеем:

$$q = -k_2 h \frac{dH}{dx}, \quad (152)$$

а для верхнего:

$$-dq = k_1 \frac{H - H_2}{t} dx. \quad (153)$$

Для участка нижнего пласта непосредственно под плотиной мы можем считать расход потока постоянным и написать уравнение движения, как для напорного потока:

$$q_0 = k_2 \frac{H_3 - H_4}{L} h. \quad (154)$$

В случае постоянной мощности и водопроводимости обоих слоев на всем протяжении верхнего и нижнего бьефов обе пары первых уравнений являются по существу одинаковыми, поэтому для интегрирования воспользуемся уравнениями нижнего бьефа. Приравняем для упрощения в уравнении (150) и в уравнении (152):

$$\begin{aligned} H_1 - H &= y, \\ H - H_2 &= y. \end{aligned}$$

Тогда, дифференцируя, имеем для уравнения (150):

$$-dH = dy.$$

для уравнения (152):

$$dH = dy.$$

Сделав подстановки, получим для верхнего и нижнего бьефов одну и ту же систему уравнений:

$$\begin{aligned} q &= -k_2 h \frac{dy}{dx}; \\ -dq &= k_1 \frac{y}{t} dx. \end{aligned} \quad (155)$$

Дифференцируя первое уравнение и сопоставляя его со вторым, получим дифференциальное уравнение второго порядка:

$$k_1 \frac{y}{t} dx = k_2 h \frac{d^2 y}{dx^2}, \quad (156)$$

или

$$-\frac{d^2 y}{dx^2} = r^2 y, \quad (157)$$

где

$$r^2 = \frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{1}{th}.$$

Для интегрирования вводим новое переменное:

$$\frac{dy}{dx} = l. \quad (158)$$

При этом имеем:

$$-\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{dl}{dx} = \frac{dl \cdot dy}{dy \cdot dx} = l \frac{dl}{dy} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dl^2}{dy}.$$

Подставляя полученное выражение в уравнение (157), имеем

$$-\frac{dl^2}{dy} = 2r^2 y,$$

или

$$dl^2 = 2r^2 y dy,$$

откуда, интегрируя, получим:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = l^2 = r^2 y^2 + C$$

или

$$\frac{dy}{dx} = -\sqrt{r^2 y^2 + C}. \quad (159)$$

Знак минус здесь берется потому, что  $dy$  — отрицательная величина. Из условия, что при  $y = 0$  величина  $\frac{dy}{dx} = l$  тоже равна нулю, получим, что постоянное  $C = 0$  и следовательно:

$$\frac{dy}{dx} = -ry,$$

или

$$\frac{dy}{y} = -r dx,$$

откуда, интегрируя, получим:

$$\ln y = -rx - \frac{1}{t} \ln C_1.$$

Постоянное  $C_1$  определится из условия, что при  $x = 0$   $y = y_0 = H_1 - H_2$  для нижнего бьефа или  $y_0 = H_1 - H_3$  для верхнего. Окончательно для уравнения пьезометрической кривой имеем:

$$\ln \frac{y}{y_0} = -rx$$

или

$$y = y_0 e^{-rx}. \quad (160)$$

Подставляя последнее значение  $y$  в уравнение (153), получим:

$$-dq = k_1 \frac{y_0 e^{-rx}}{t} dx. \quad (161)$$

Интегрируя это уравнение в пределах для  $x$  от нуля до бесконечности, определим общий единичный расход потока, фильтрующего под сооружением:

$$q_0 = \frac{k_1 y_0}{t} \int_0^{\infty} \frac{e^{-rx}}{r} dr,$$

или

$$q = \frac{k_1 y_0}{tr}. \quad (162)$$

или, подставляя обратно значение  $r$ , имеем:

$$q_0 = y_0 \frac{k_1 \sqrt{k_2} h t}{t \sqrt{k_1}} = y_0 \sqrt{\frac{k_1 k_2 h}{t}}. \quad (163)$$

Воспользуемся теперь другим выражением для расхода  $q_0$ , написанным выше для среднего участка нижнего пласта, и сопоставим оба уравнения, чтобы определить  $y_0$ :

$$k_2 \frac{H_3 - H_4}{L} h = y_0 \sqrt{\frac{k_1 k_2 h}{t}}. \quad (164)$$

Так как  $H_3 = H_1 - y_0$ , а  $H_4 = H_2 + y_0$ , то предыдущее уравнение принимает вид:

$$k_2 \frac{H_1 - H_2 - 2y_0}{L} h = y_0 \sqrt{\frac{k_1 k_2 h}{t}}. \quad (165)$$

Из этого уравнения определим  $y_0$ :

$$y_0 = \frac{H_1 - H_2}{2 + L \sqrt{\frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{1}{ht}}}. \quad (166)$$

Наконец, подставляя полученное  $y_0$  в уравнение (163), получим формулу для определения расхода  $q_0$ :

$$q_0 = \frac{(H_1 - H_2) \sqrt{\frac{k_1 k_2 h}{t}}}{2 + L \sqrt{\frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{1}{ht}}} = \frac{H_1 - H_2}{\frac{L}{k_2 h} + 2 \sqrt{\frac{t}{k_1 k_2 h}}} \quad (167)$$

или

$$q_0 = \frac{k_2 h (H_1 - H_2)}{L + 2 \sqrt{\frac{k_2}{k_1} ht}} \quad (168)$$

Воспользуемся уравнением (166) для выяснения вопроса о распределении под плотиной напоров и для оценки величины напорного градиента в области выхода фильтрационных вод в нижнем бьефе. Для этой цели определим отношение:

$$\delta = \frac{y_0}{H_1 - H_2} = \frac{1}{2 + L \sqrt{\frac{k_1}{k_2 ht}}} \quad (169)$$

Для пояснения разберем числовые примеры:

1) Положив  $L = 100$  м;  $t = 1$  м;  $h = 10$  м;  $k_1 : k_2 = 1 : 10$  м, по формуле (169) вычислим величину  $\delta = 1/_{12}$ .

2) При  $L = 50$  м и остальных величинах тех же, что и в предыдущем примере,  $\delta = 1/_{17}$ .

3) При  $h = 1$  и  $L = 50$  м имеем  $\delta = 1/_{18}$ .

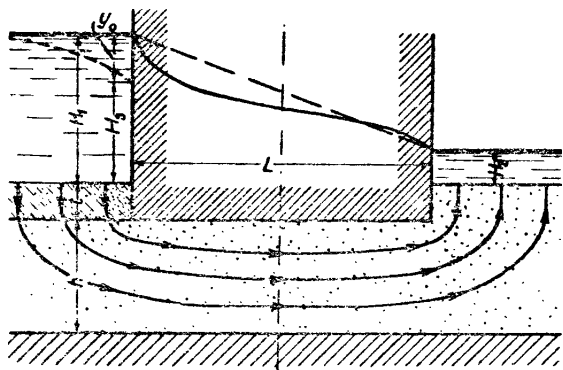
В приведенных примерах соотношение коэффициентов фильтрации  $k_1 : k_2$  примем  $= 1 : 10$ , что соответствует примерно соотношению между средним и крупным песком или между мелким и средним. Уже при таком комплексе пород в 1-м примере мы получаем  $\delta = 1/_{12}$ , т. е. на долю верхнего слоя в нижнем бьефе при ширине основания плотины 100 м приходится около десятой части всего напора, или при напоре  $H_1 - H_2 = 10$  м — около 1 м, что дает величину напорного градиента на этом участке, близкую к единице или к критическому градиенту, при котором происходит разрушение грунта. Во втором примере при  $L = 50$  м  $\delta = 1/_{17}$ , что дает напорный градиент на выходе фильтрационных вод при  $H_1 - H_2 = 10$  более единицы. Ясно что при сопоставлении более резко отличающихся по водопроницаемости пород, как например мелкозернистого и крупнозернистого песков, мы получим еще более резкое возрастание напорного градиента в верхнем слое.

3-й из числовых примеров показывает, что с уменьшением мощности нижнего слоя падение напора, приходящееся на долю верхнего слоя, а следовательно и градиент несколько уменьшаются:  $1/_{18}$  общего напора при  $h = 1$  м сравнительно с  $1/_{17}$  при

$h = 10$  м. Тем не менее вывод об отрицательной роли верхнего малопроницаемого слоя, сделанный в предыдущем параграфе для значительной величины мощности нижнего хорошо проницаемого слоя, полностью применим и к случаю ограниченной мощности его.

### § 35. Фильтрация под плотиной в случае выклинивания верхнего малопроницаемого слоя в верхнем или в нижнем бьефе

Когда верхний слой меньшей водопроницаемости отсутствует в нижнем бьефе (черт. 36), то для восходящей части фильтра-



Черт. 36

ционного потока в нижнем бьефе в уравнении (165) надо подставить вместо  $y_0$  другую величину  $(y_0 + y_0')$ :

$$hk_2 = \frac{H_1 - H_2 - y_0 - y_0'}{L} = y_0 \sqrt{\frac{k_1 k_2 h}{t}},$$

откуда имеем:

$$y_0 = \frac{H_1 - H_2 - y_0'}{1 + L \sqrt{\frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{1}{ht}}}. \quad (170)$$

При достаточно большой водопроницаемости верхнего слоя сравнительно с нижним величина  $y_0'$  по отношению к общему падению напора от верхнего к нижнему бьефу может считаться незначительной. Тогда, полагая  $y_0' = 0$ , получим:

$$y_0 = \frac{H_1 - H_2}{1 + L \sqrt{\frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{1}{ht}}}. \quad (171)$$

Последняя формула показывает значительное возрастание части напора, погашаемого верхним слоем выше плотины, что отражается в положительном для сооружения смысле на состоянии потока под плотиной и за плотиной. Под плотиной в данном случае мы отмечаем снижение давления на основании флюتبета снизу вверх, а за плотиной — уменьшение величины градиента на выходах фильтрационных вод. Точно так же мы имеем при этом и уменьшение общего расхода фильтрационного потока, который получим, подставляя в формулу (163) выражение  $y_0$  из уравнения (171):

$$q_0 = \frac{k_2 h (H_1 - H_2)}{L + \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} \cdot h t} \quad (172)$$

Из этой формулы можно видеть, что с увеличением отношения  $\frac{k_2}{k_1}$  и мощности  $t$  верхнего слоя расход уменьшается. Положив в формуле (172)  $k_2 = k_1$  и  $t = h$ , получаем приближенную формулу для однородного грунта:

$$q_0 = \frac{k h (H_1 - H_2)}{L + h} \quad (173)$$

Сопоставляя между собой расходы, вычисленные по той и другой формуле, можно было бы дать количественное выражение положительной роли малопроницаемого слоя в верхнем бьефе.

Все сказанное в равной мере относится и к искусственному покрытию из глинистого материала, т. е. к так называемому понуру, которым часто пользуются для уменьшения фильтрации в случае присутствия в верхнем бьефе выходов водопроницаемых слоев.

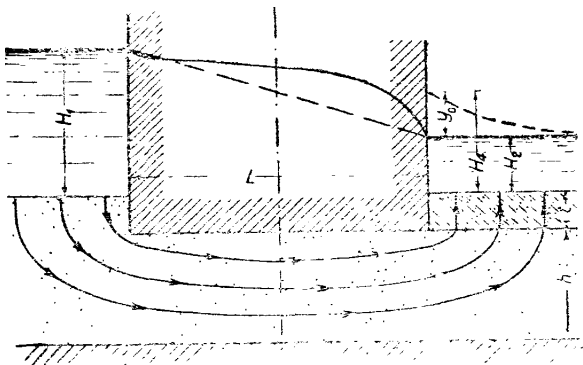
Выведенные выше формулы (171) и (172) применимы и к тому случаю, когда покрывающий малопроницаемый слой имеется только в нижнем бьефе (черт. 37). Расход при этом будет, как показывает формула, меньше, чем при однородном строении грунта; зато распределение напоров и напорных градиентов в данном случае оказывается наиболее неблагоприятным, так как величина потери напора, приходящаяся на верхний слой, здесь несколько увеличивается сравнительно с сплошным распространением этого слоя (ответственно уменьшению знаменателя в формуле (169) на единицу. Так, для приведенных выше числовых примеров имеем для

$\delta = \frac{y_0}{H_1 - H_2}$  следующие значения: в первом примере  $\delta = 1/11$ , во втором  $\delta = 1/6$ , в третьем  $\delta = 1/17$ .

Присутствие в нижнем бьефе малопроницаемого слоя неблагоприятно сказывается также на флютбете, создавая повышенное гидростатическое давление снизу вверх под влиянием подпира-

ющего действия на фильтрационный поток малопроницаемого слоя.

Пользуясь приемами, разобранными выше, можно было бы исследовать и ряд других более сложных случаев неоднородного строения грунта при фильтрации под сооружениями. При этом можно воспользоваться различными видами уравнений движения напорных вод в неоднородных пластах, изложенных в гл. V. Здесь же ограничимся лишь разобранными выше задачами, которые достаточно выясняют ряд важных явлений при фильтрации под сооружениями при неоднородном строении грунтов. Прежде всего мы должны отметить, что картина распределения напорных градиентов и скоростей фильтрации при обычных сравнительно простых случаях неоднородности грунта имеет совершенно другой



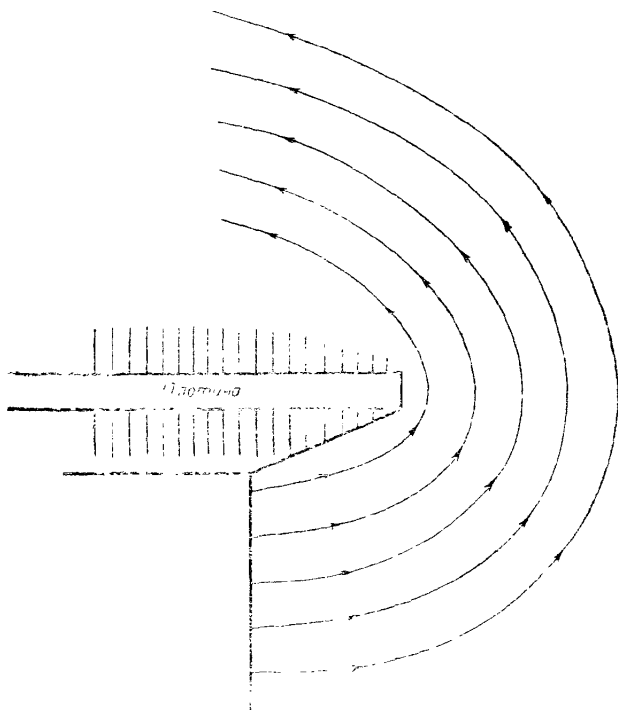
Черт. 37

вид, чем при фильтрации в однородных грунтах; поэтому есть полное основание относиться с сомнением к расчетам фильтрационного потока под сооружениями, основанным на допущении однородности грунта. Второй важный вывод из разобранных выше примеров заключается в том, что некоторые случаи неоднородности грунта несут в себе ряд опасностей в смысле устойчивости сооружений. Эти опасности при допущении однородности грунта останутся совершенно не замеченными. Например в качестве опасного момента может быть указано развитие в верхнем малопроницаемом слое повышенного напорного градиента, могущего достигнуть величины критического градиента, при котором в нижнем бьефе происходит выпирание или разрушение фильтрующего грунта. Другим неблагоприятным моментом при указанных условиях является повышение давления на основание плотины снизу вследствие подпора фильтрационного потока, создаваемого наличием в нижнем бьефа малопроницаемых грунтов. Сказанное выше приводит к мысли, что прорыв грунта под основаниями гидротехнических сооружений в большинстве случаев, повидимому,

обусловливается именно неоднородностью грунта, вызывавшей развитие тех или иных опасных явлений при фильтрации. Так как в существующей практике строительства при расчете оснований гидротехнических сооружений обычно не учитываются в должной мере неоднородности грунтов и принимается, что под сооружением будет находиться однородный грунт среднего состава, то ясно, что такие расчеты не могут предусмотреть указанных выше опасных моментов, имеющих место в неоднородных грунтах.

### § 36. Фильтрация в обход плотин в неоднородных грунтах

Рассмотрим наиболее обычный случай строения берега долины, сложенного из хороших водопроницаемых пород, покрываемых по скату берега плащом менее проницаемого делювия. Линии токов в обход сооружения представляют собой систему кривых (черт. 38), огибающих дугами в форме полуэллипсов плечо плоти-



Черт. 38

ны, врезанное в берег. Рассмотрим один из элементов этого потока шириной в единицу. Проследивая этот поток от верхнего до нижнего бьефа и изобразив его в развернутом виде, получим картину, аналогичную водораздельному массиву, сложенному в

середине из водопроницаемых пород, прикрытых с обеих сторон делювием (черт. 39).

Принимая ширину выделанного элемента потока постоянной равной единице, можем применить здесь уравнение грунтового потока для случая резкой смены водопроводимости пород:

$$q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \frac{l_3}{k_3} \right)}, \quad (174)$$

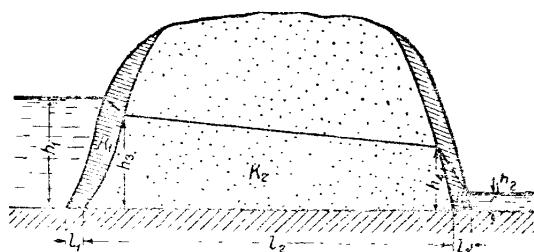
где  $h_1$  и  $h_2$  — уровни воды в верхнем и нижнем бьефе над горизонтальным основанием водоносного пласта;

$l_1$  и  $l_3$  — толщины слоя делювия в верхнем и нижнем бьефах;

$l_2$  — длина пути фильтрации в пределах „коренного“ берега, измеряемая по линии тока;

$k_1$  и  $k_3$  — коэффициенты фильтрации делювия;

$k_2$  — коэффициент фильтрации пород основного массива берега.



Черт. 39

Помощью приведенной формулы может быть подсчитан расход на фильтрацию по отдельным элементам, выделенным путем приближенного графического построения линий токов.

Той же формулой можно воспользоваться и для освещения вопроса о величинах градиентов на протяжении потока, особенно для участка нижнего бьефа. С этой целью составим уравнение:

$$\frac{h_1^2 - h_2^2}{2 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \frac{l_3}{k_3} \right)} = \frac{h_4^2 - h_2^2}{2 \frac{l_3}{k_3}} = \frac{h_1^2 - h_3^2}{2 \frac{l_1}{k_1}}, \quad (175)$$

определив из этого уравнения  $h_4$ , можем легко вычислить напорный средний градиент для потока в пределах делювиального пласта:

$$I = \frac{h_4 - h_2}{l_3} \quad (176)$$

Разберем числовой пример для следующих данных:

$l_1 = l_3 = 5 \text{ м}$ ,  $l_2 = 100 \text{ м}$ ,  $k_1 = k_3 = 1,0 \text{ м/сутки}$ ,  $k_2 = 20 \cdot \text{м/сутки}$ .  
 $h_1 = 12 \text{ м}$ ,  $h_2 = 2 \text{ м}$ .

Подставляя эти данные в формулу (174), получим величину расхода на один элемент потока шириною 1 м:

$$q = \frac{12^2 - 2^2}{2 \left( 2 \frac{5}{1} + \frac{100}{20} \right)} = 4,7 \text{ м/сутки}.$$

Для сравнения определим расход при отсутствии делювия с обеих сторон потока:

$$q = \frac{12^2 - 2^2}{2 \frac{100}{20}} = 14,0 \text{ м}^3/\text{сутки}.$$

Этот подсчет показывает, что наличие делювиального покрова сокращает величину потерь на фильтрацию в данном случае в 3 раза по сравнению с тем, что имеет место при отсутствии делювия.

Определим теперь напорный градиент на выходе потока. Вычислим сначала величину уровня воды на границе делювия и коренного массива в нижнем бьефе по формуле (175); при этом получим  $h_4 = 7 \text{ м}$ ,  $h_5 = 10$ , что для среднего уклона в толще делювия дает:

$$I = \frac{h_4 - h_5}{l_3} = \frac{7,0 - 2,0}{5} = 1,0.$$

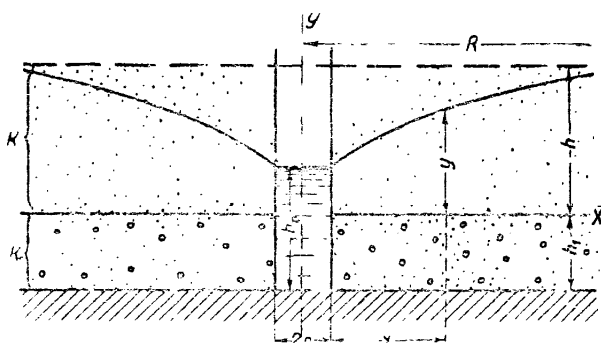
Получающаяся величина подпора делювием оказывается очень значительной, а напорный градиент близок к критическому, что должно создать здесь явно неблагоприятные условия для устойчивости делювиального пласта и вызвать оползание или спływ последнего.

В природе нередко случаи оползней, развивающихся в аналогичных условиях подпирания делювиальными или террасовыми образованиями коренных водоносных горизонтов; процесс оползания в таких случаях в значительной мере обязан гидродинамическому давлению грунтовых вод, а также значительному насыщению водой перекрывающего грунта.

# ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД К ГРУНТОВЫМ И АРТЕЗИАН- СКИМ КОЛОДЦАМ, ЗАЛОЖЕННЫМ В НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАСТАХ

## § 37. Формула притока воды к грунтовому колодцу при слоистом строении водоносного пласта

Впервые формула притока воды к колодцу, заложенному в слоистом водоносном пласте, была выведена И. Шульце (I. Schultze), которым был разобран случай водоносного пласта, состоящего из двух слоев разной водопроницаемости (черт. 40).



Черт. 40

Применяя основное дифференциальное уравнение Дюпюи к двум слоям, можно для общего количества воды, притекающего к колодцу в единицу времени, написать:

$$Q = 2\pi h_1 k_1 x \frac{dy}{dx} + 2\pi kxy \frac{dy}{dx}, \quad (177)$$

где  $Q$  — количество воды, извлекаемое из колодца в единицу времени, или „расход колодца“;

$h_1$  — мощность нижнего слоя;

$h$  — мощность верхнего слоя;

$y$  — высота уровня воды в пределах депрессионной воронки над границей обоих слоев;

$k$  и  $k_1$  — коэффициенты фильтрации верхнего и нижнего слоев.

Разделив переменные, имеем:

$$2ydy + 2h_1 \frac{k_1}{k} dy = \frac{Q}{\pi k} \frac{dx}{x};$$

интегрируем:

$$y^2 + 2h_1 y \frac{k_1}{k} = \frac{Q}{\pi k} \ln x + C. \quad (178)$$

На границе района депрессии при  $x = R$  — радиусу влияния колодца,  $y = h$ .

Подставив эти значения  $x$  и  $y$  в предыдущее уравнение, получим:

$$h^2 + 2 h_1 h \frac{k_1}{k} = \frac{Q}{\pi k} \ln R + C. \quad (179)$$

Исключая из двух последних уравнений постоянное  $C$ , получим уравнение кривой депрессии:

$$y = -\frac{h_1 k_1}{k} + \sqrt{\left(h + h_1 \frac{k_1}{k}\right)^2 - \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r}}. \quad (180)$$

Шульце вывел также формулу для депрессионной воронки при действии группы колодцев, заложенных в водоносном пласте, состоящем из двух слоев:

$$y = -h_1 \frac{k_1}{k} + \sqrt{\left(h - h_1 \frac{k_1}{k}\right)^2 - \frac{nQ}{\pi k} \left(\ln R - \frac{1}{n} \ln x_1 x_2 \dots x_n\right)}.$$

От выведенной выше формулы для одиночного колодца можно перейти к другим видам формулы, принимая различные пограничные значения  $x$  и  $y$ . Для  $x = r$  — радиусу колодца —  $y = h_0$ . Подставляя эти значения в формулу (178) и исключая  $C$  помощью формулы (179), имеем для расхода колодца выражение:

$$Q = \frac{\pi k \left[ h^2 - h_0^2 + \left(h - h_0\right) 2 h_1 \frac{k_1}{k} \right]}{\ln R - \ln r}. \quad (181)$$

Точно так же для двух наблюдательных скважин на расстоянии  $x_1$  и  $x_2$  от колодца и с высотами уровня воды  $y_1$  и  $y_2$  можно написать:

$$Q = \frac{\pi k \left[ y_2^2 - y_1^2 + \left(y_2 - y_1\right) 2 h_1 \frac{k_1}{k} \right]}{\ln x_2 - \ln x_1}. \quad (182)$$

Выведенные формулы могут быть применены и для большего числа слоев; при этом  $k_1$  должно быть заменено через  $K_1$  — средний коэффициент фильтрации нижней части пласта, а  $h_1$  — через  $M$  — мощность той же части.

В случае, если кривая депрессии пересекает один или несколько слоев, можно воспользоваться приемом, изложенным в § 7 для вывода соответствующей формулы расхода колодца.

### § 33. Формула артезианского колодца, заложенного в слоистом пласте

Тем же путем, как и в предыдущем параграфе, получим формулу для артезианского колодца:

$$Q = \frac{2\pi(h_1 k_1 + h_2 k_2 + \dots + k_n h_n) (H_1 - H_0)}{\ln R - \ln r}, \quad (183)$$

где  $h_1, h_2, \dots$  — мощности отдельных слоев;  $k_1, k_2, \dots$  — их коэффициенты фильтрации;  $H_1 - H_0 = S$  — понижению уровня воды.

Для двух наблюдательных скважин имеем:

$$-Q = \frac{2\pi(h_1 k_1 + h_2 k_2 + \dots + k_n h_n) (y_2 - y_1)}{\ln x_2 - \ln x_1}, \quad (184)$$

где  $y_1$  и  $y_2$  — уровни воды в соответствующих наблюдательных скважинах.

Вводя величину среднего коэффициента фильтрации пласта  $K$  и общую мощность  $M$ , приведем формулу (184) к другому виду:

$$Q = \frac{2\pi K M (y_2 - y_1)}{\ln x_2 - \ln x_1}. \quad (185)$$

По поводу формул Шульце И. П. Кусакин делает ряд замечаний:

1. Потери напора в верхнем слое вызываются не только горизонтальным движением воды, но и вертикальным опусканием ее из верхнего слоя в нижний. Только потому Шульце не учитывает эти движения, что вертикальное движение незначительно. а между тем при учете их математическая формулировка процесса становится весьма затруднительной.

2. Формулы практически могут считаться пригодными только при условии, что проницаемости слоев отличаются друг от друга незначительно. Если же проницаемость верхнего слоя очень мала по сравнению с таковой нижнего, то явление принимает другой характер. В этом случае верхний слой является относительно перекрывающим водоупором, а потому движение воды в нижнем слое следует рассматривать как движение напорной воды. Что касается верхнего слоя, то поверхность уровня воды в нем должна рассматриваться тогда независимо от нижнего слоя.

3. Предел действия в верхнем слое отличен от такого в нижнем; поэтому допущение общности величины  $R$  для обоих слоев справедливо практически лишь тогда, когда  $k$  и  $k_1$  незначительно отличаются друг от друга.

4. Соответственно различным  $k$  и  $k_1$ ,  $h$  и  $h_1$ , а следовательно и различным  $R$  и  $R_1$  уклоны уровня в разных слоях для одной и той же точки поля будут различны. Только для малой разницы между  $k$  и  $k_1$  практически можно понимать уклон одинаковым для обоих слоев.

Замечания И. П. Кусакина являются справедливыми лишь до некоторой степени и для полноты сравнения условиями действия колодца в однородном водоносном пласте требуют некоторых дополнений. Важнейшим моментом являются потери напора, вызываемые вертикальным передвижением воды из верхних слоев в нижние. Нужно отметить, что такое вертикальное передви-

жение существует и при однородном строении водоносного пласта; оно особенно проявляется вблизи колодца, где имеет место крутое падение депрессионной кривой и где линии токов значительно отклоняются от горизонтального направления. Учет вертикального движения и в случае однородного пласта создает большие осложнения в решении задачи. Одно из таких решений принадлежит, как известно, Козени. Теория же Дюпюи не учитывает вертикальных перемещений воды, движущейся к колодцу.

Основное усложнение в случае слоистого пласта по нашему мнению заключается в том, что в таком пласте водопроводимость значительно меньше в вертикальном направлении, чем в горизонтальном, согласно приведенным в гл. I данным. Поэтому вертикальные передвижения воды здесь должны проявиться большими потерями напора, чем в однородном пласте.

Эти добавочные потери напора должны сказаться в виде несколько увеличенных понижений уровня воды или в виде более заметного уменьшения удельного дебита при возрастающем понижении уровня воды при откачке. Особенно существенное значение это обстоятельство должно иметь для несовершенных колодцев, при которых вертикальные передвижения воды в пласте имеют место в значительном размере.

Из сказанного можно сделать один практический вывод, что коэффициент фильтрации, определенный откачкой из слоистой толщи, должен быть несколько преуменьшенным сравнительно с коэффициентом фильтрации пласта в горизонтальном направлении, так как во время откачки мы имеем движения воды в пласте не только горизонтальные, но и вертикальные, связанные с дополнительными сопротивлениями, вследствие меньшей водопроводимости слоистого грунта в направлении, поперечном к напластованию.

Что касается практической применимости выведенных выше формул Шульце, то вопрос этот сейчас можно считать открытым и требующим экспериментальных и дальнейших теоретических исследований. Замечание И. П. Кусакина, что формулы Шульце „пригодны лишь при условии, когда слои отличаются друг от друга незначительно“, приводимыми им доводами по нашему мнению недостаточно оправдывается. Точно так же мы не можем согласиться с другим его замечанием, что в случае малопроницаемого верхнего слоя поверхность уровня воды в нем должна рассматриваться независимо от нижнего.

Последнее могло бы иметь место, когда между слоями будет настолько выражена изоляция, что по существу каждый из них будет отдельным водоносным горизонтом.

По вопросу о практическом применении формулы Шульце для откачек мы находим следующие предложения у К. И. Добровольского. Последний рассматривает два случая.

Первый случай, когда „проницаемость нижнего слоя заведомо меньше верхнего (например верхний слой — галечник, а нижний —

суглинок)“. Тогда он рекомендует скважину первоначально довести лишь до поверхности нижнего слоя и произвести откачку с обработкой результатов по обычной формуле для однородного пласта, принимая нижний слой за водонепроницаемый. В результате получается величина водопроницаемости верхнего слоя. Затем скважина доводится до нижнего слоя и откачка проводится из обоих слоев.

Результаты подсчитываются по формуле Шульце, в которую предварительно подставляется величина водопроводимости верхнего слоя из предыдущего определения.

Второй случай, когда, наоборот, водопроницаемость верхнего слоя меньше. Тогда скважиной вскрываются оба слоя и производят две откачки: первую при понижении уровня воды, не доходящем до нижнего слоя, вторую — при значительно большем понижении, чтобы пониженный уровень воды в скважине был уже в пределах нижнего пласта. Результаты второй откачки подсчитываются по формуле, приводящейся к формуле артезианского колодца, составленной для нижнего пласта, что дает величину коэффициента фильтрации нижнего пласта. Результаты первой откачки, подсчитанные по формуле Шульце с подстановкой коэффициента фильтрации нижнего слоя из предыдущего подсчета, дают водопроводимость верхнего слоя. При подсчетах по Добровольскому пренебрегается влияние одного из слоев, что несомненно вносит погрешности в результаты. Добровольский показывает, что при некоторых соотношениях между понижением и мощностями слоев можно достигнуть минимальных погрешностей при таких подсчетах.

## Выводы

1. Современная теория движения подземных вод, относясь почти исключительно к однородным по водопроводимости грунтам (т. е. к грунтам с постоянной величиной водопроводимости), мало отражает конкретные особенности геологического строения естественных водоносных пластов, отличающихся чаще неоднородным строением.

2. Настоящая работа является попыткой в направлении освещения вопросов теории движения подземных вод в неоднородных пластах, причем используются преимущественно лишь приближенные гидравлические методы решения задач и рассматривается лишь движение установившееся.

3. Различные случаи неоднородности в основной части могут быть сведены к характерным типам: а) параллельно слоистые пласты, б) пласты с постепенно изменяющейся в горизонтальном направлении водопроводимостью, в) пласты с резко изменяющейся водопроводимостью.

Но вместо с тем весьма часто встречаются неоднородные пласты, не проявляющие достаточно определенных закономер-

ностей в строении; в таких случаях приходится в составлении уравнений движения грунтовых вод, пользуясь приближенными формулами, учитывать геологический разрез каждого последовательного поперечного сечения потока (например буровой скважины).

4. Для некоторых видов неоднородных пластов может быть установлено математическое выражение „среднего коэффициента фильтрации пласта“ или, иначе сказать, эффективного коэффициента фильтрации, определяющего водопроницаемость всей неоднородной толщи в данном направлении. Например для слоистой толщи средний коэффициент фильтрации для направления, параллельного напластованию, имеет следующую величину:

$$K = \frac{k_1 h_1 + k_2 h_2 + k_3 h_3 + \dots + k_n h_n}{h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_n}.$$

Для слоистой толщи по направлению, перпендикулярному плоскостям напластования, средний коэффициент фильтрации может быть выражен формулой:

$$K = \frac{l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_n}{\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \frac{l_3}{k_3} + \dots + \frac{l_n}{k_n}}.$$

Выраженная этой формулой зависимость для коэффициента фильтрации в поперечном напластованию направлении требует дальнейшей проверки опытами, так как данной формулой не предусматриваются возможные дополнительные сопротивления, обусловленные повторными резкими сменами водопроницаемости слоев.

5. Применяемые некоторыми авторами способы вычисления среднего коэффициента фильтрации как среднее арифметическое или среднее геометрическое, не имея никакого теоретического обоснования, во многих случаях не верны.

6. Математическое выражение среднего коэффициента фильтрации имеет двойное значение: во-первых, устанавливает зависимость водопроницаемости неоднородной толщи от составляющих ее элементов и, во-вторых, дает средство для вычисления величины водопроницаемости толщи по данным лабораторного исследования.

7. В отношении законов фильтрации в зернистых и обломочных породах можно считать доказанным, что закон Дарси для естественного движения подземных вод даже в крупнозернистых грунтах применим с достаточной для практики точностью. Большинство опытов показывает, что отклонения от закона Дарси начинаются при очень больших скоростях фильтрации порядка 0,5 см/сек.

Вопрос о применении формулы Смрекера к неоднородным грунтам должен получить специальное освещение в том отношении, что при наличии слоев различной водопроницаемости воз-

можно развитие турбулентного движения в некоторых слоях, в то время как в остальных может еще сохраняться ламинарное, чем создается смешанный гидравлический режим фильтрационного потока, выражаемый формулой Смрекера:

$$v = \left( \frac{I}{C} \right)^{\frac{1}{m}}$$

или формулой Форхгеймера:

$$I = \alpha v + \beta v^2.$$

8. Главнейшие случаи движения подземных вод согласно перечисленным выше видам неоднородных пластов могут быть выражены следующими уравнениями, выведенными на основе формулы Дюпюи:

а) Равномерное движение в наклонном слоистом пласте и артезианском пласте постоянной мощности:

$$q = (k_1 h_1 + k_2 h_2 + \dots + k_n h_n) I$$

или

$$q = K_{cp} h I.$$

б) Уравнения неравномерного движения грунтовых вод в слоистых пластах при горизонтальном подстилающем слое:

$$q = KM \frac{h_1 - h_2}{l} + k_2 \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l}$$

и при наклонном подстилающем слое:

$$il = h_2 - h_1 + \frac{KM + h_0 k_2}{-k_2} \ln \frac{h_0 - h_2}{h_0 - h_1}.$$

в) Уравнение движения грунтовых вод при постепенно изменяющейся водопроницаемости пласта:

$$q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l} \cdot \frac{k_1 - k_2}{\ln k_1 - \ln k_2}.$$

г) Уравнение грунтового потока при резкой смене водопроницаемости:

$$q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \dots + \frac{l_n}{k_n} \right)}$$

д) Уравнение сходящегося или расходящегося (радиального) потока при двух слоях разной водопроницаемости:

$$Q = \frac{b_2 - b_1}{\ln b_2 - \ln b_1} \left[ k_2 \frac{y_1^2 - y_2^2}{2l} + k_1 h_1 (y_1 - y_2) \right].$$

е) Приближенная формула для более общего случая неоднородности:

$$q = \frac{K_1 h_1 + K_2 h_2}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}.$$

ж) Уравнения при учете инфильтрации сверху для горизонтального однородного пласта:

$$h_1^2 - h_2^2 = \frac{\omega}{k} l (s_1 + s_2);$$

для пласта, состоящего из двух или более слоев:

$$\left( h_1 - h_2 \right) \left[ K_1 M + k_2 \frac{h_1 + h_2}{2} \right] = \omega l (s_1 + s_2).$$

з) Уравнение для наклонного пласта при учете инфильтрации:

$$k (H_1 - H_2) (h_1 + h_2) = \omega l (s_1 + s_2).$$

и) Приближенная формула для неоднородных пластов при учете инфильтрации:

$$(H_1 - H_2) (K_1 h_1 + K_2 h_2) = \omega l (s_1 + s_2).$$

9. Все приведенные выше уравнения могут быть использованы для вычисления подпора грунтовых вод при подтоплении. При этом исходными данными служат отметки уровня грунтовых вод при „установившемся состоянии потока“, за которое может быть принято состояние потока в межень или другое время.

10. При определении подпора грунтовых вод необходимо различать два случая: а) когда область питания грунтового потока и его расход остаются постоянными до и после подпора, б) когда область питания и расход грунтового потока изменяются вследствие смещения водораздела грунтовых вод при подпоре.

11. Для первого случая при однородном строении пласта помимо формул Дюпюи и Павловского может быть применена приближенная формула, которую можно считать универсальной по отношению к формам залегания пласта:

$$(h_1 + h_2) (H_2 - H_1) = [(h_1 + z) + (h_2 + z_2)] [H_2 + z_2 - (H_1 + z_1)].$$

12. Для неоднородного пласта подобной же универсальной формулой является:

$$\begin{aligned} & (K_1 h_1 + K_2 h_2) (H_2 - H_1) = \\ & = [(K_1 h_1 + k_n' z_1) + (K_2 h_2 + k_n'' z_2)] [(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)]. \end{aligned}$$

Кроме этой формулы для расчета подпора могут быть использованы и другие уравнения движения грунтовых вод в неоднородных пластах.

При этом из приведенного последнего уравнения, а также из сопоставления других уравнений можно заключить, что при расчете подпора в неоднородных пластах коэффициенты фильтрации не сокращаются, как это имеет место в случае однород-

ного строения водоносных пластов, и величина их оказывает влияние на величину подпора. Так например, при слоистом строении пласта в случае большей водопроницаемости нижних слоев подпор имеет большую величину, а в случае большей водопроницаемости верхнего слоя, наоборот, подпор будет меньше выражен.

13. Для случая, когда при подпоре изменяется область питания, может быть применено уравнение с учетом инфильтрации, на основании которого могут быть определены смещение водораздела грунтовых вод, а затем и сама величина подпора.

При этом необходимо знать положение уровня воды не только в том водосеме, где создается подпор, но и в водосеме по другую сторону водораздела.

14. В существующей теории движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями имеются в виду лишь однородные грунты; таксы теории Блея, Паркера, Форхгеймера, Павловского, Жуковского и др. Наряду с этим есть указания (Терцаги), что неоднородность грунтов и особенно присутствие прослоев и линз крупнозернистого материала влияют существенно на устойчивость основания сооружений, служа иногда причиной прорыва грунта под сооружениями.

15. Первая попытка дать приближенное решение задач по фильтрации в слоистых грунтах под сооружениями принадлежит Дахлеру, который предложил графический способ построения линий токов и линий равного напора, основанный на использовании известных точных решений по теории потенциалов для однородных грунтов и на приведении слоистого грунта к приблизительно однородному путем изменения вертикального и горизонтального масштабов. Последние выбираются на основании соотношения величин  $k_{\text{гряк}}$  и  $k_{\text{гпа}}$ , т. е. водопроницаемости параллельно и перпендикулярно слоям. Построения Дахлера прежде всего приводят к выводу, что при слоистом строении грунта происходят растягивание линий токов в горизонтальном направлении и сгущение линий равного напора к верхним слоям, т. е. к тем участкам, где совершается в наибольшей мере вертикальное передвижение воды. Способ Дахлера однако также имеет в виду некоторый идеальный грунт хотя и слоистого строения. Этот способ недостаточно еще приближает нас к отражению конкретного геологического разреза.

16. Более или менее точные решения задач по фильтрации под сооружениями в неоднородных грунтах представляют собой во многих случаях непреодолимые трудности. Поэтому здесь приходится допускать приближенные решения. Таковыми являются примеры, проработанные автором:

а) Фильтрация под плотиной, основанной на слое мелкозернистого грунта, подстилаемого мощной толщей крупнозернистого.

Для этого случая применено приближенное схематическое построение линий токов в форме полуэллипсов; весь филь-

рационный поток складывается из отдельных элементов, ограничиваемых линиями тока. Для каждого элемента расход выражается формулой:

$$q = b \cdot \frac{H_1 - H_2}{\frac{t}{k_1} + 2 + \frac{t}{k_2}}.$$

Относительная потеря напора, приходящаяся на долю верхнего слоя, имеет величину:

$$\delta = \frac{H_1 - H_1}{H_1 - H_2} = \frac{\frac{t}{k_1}}{\frac{t}{k_2} + 2 + \frac{t}{k_1}}.$$

б) Фильтрация под плотиной при небольшой мощности нижнего хорошо водопроницаемого слоя и сплошном развитии (в верхнем и нижнем бьефах) верхнего малопроницаемого слоя.

Принимая во внимание, что движение воды в верхнем слое при этом будет преимущественно вертикальным, а в нижнем — преимущественно горизонтальным, для этой задачи можно применить приближенное гидравлическое решение. Последнее дает для изменения напора в нижнем слое для верхнего или нижнего бьефа уравнение следующего вида:

$$y = y_0 e^{-rx},$$

где

$$r = \sqrt{\frac{k_1}{k_2 h t}}.$$

Единичный расход фильтрационного потока имеет величину:

$$q_0 = \frac{k_2 h (H_1 - H_2)}{L + 2 \sqrt{\frac{k_1}{k_2} \cdot h t}}$$

Относительное падение напора в верхнем слое:

$$\delta = \frac{y_0}{H_1 - H_2} = \frac{1}{2 + L \sqrt{\frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{1}{h t}}}$$

в) Предыдущее решение применимо также к случаям, когда покрывающий малопроницаемый слой имеется лишь в верхнем или в нижнем бьефе, а также к случаю, когда в верхнем бьефе закладывается понур.

17. Предыдущие приближенные решения позволяют подсчитать расход на фильтрацию под плотиной, причем этот подсчет является более точным, чем способ Н. В. Бобкова, который не предусматривает смены водопроницаемости в отдельных элементах потока, выделяемых эллипсами линий токов.

18. Наиболее важным выводом из предыдущих примеров является значение относительной потери напора в верхнем слое, которое позволяет определить напорный градиент для выходов фильтрационных вод в нижнем бьефе. Величина этого напорного градиента оказывается при обычных соотношениях водопроницаемости и мощности верхнего и нижнего слоев в несколько раз больше, чем при однородном грунте, и легко может приблизиться к единице, т. е. к критической величине градиента, при которой происходят выпирание и разрушение грунта.

Особенно ясно выявляется опасность в этом отношении, когда малопроницаемый слой имеется лишь в нижнем бьефе.

19. Более неблагоприятная картина при рассмотренном строении грунта в основании плотины получается и в отношении давления на основание плотины снизу вверх, которое оказывается значительно большим, чем при однородном грунте.

20. Приведенные примеры заставляют относиться с сомнением к гидротехническим расчетам, основанным лишь на допущении однородности строения грунта, так как эти расчеты не могут предусмотреть тех опасностей, которые создаются неоднородными грунтами. Сказанное выше приводит к мысли, что прорыв грунта в основании плотин в большинстве случаев обусловливается теми опасными моментами, которые создаются неоднородностью грунта, не учтенными в должной мере при проектировании.

21. Выяснившиеся особенности фильтрации в слоистых грунтах дают объяснения наблюдающимся фактам, что при фильтрации под гидротехническими сооружениями на долю вертикальных элементов сооружения (шпунты, шпоры) приходится значительно большее погашение напора, чем на горизонтальные. Это явление может быть объяснено тем, что горизонтально слоистый грунт оказывает значительно большее сопротивление при фильтрации в вертикальном направлении, чем в горизонтальном.

22. Уравнения движения грунтовых вод в неоднородных пластах могут быть применены и к решению задач по фильтрации в обход плотин. Приближенный способ решения этих задач может быть основан на схематическом построении линий токов и на рассмотрении отдельных элементов потока.

Проработанный автором пример фильтрации в обход при наличии делювиального пласта, покрывающего хорошо проницаемые породы берегового массива, выясняет следующие вопросы:

а) Подсчет потерь на фильтрацию при этом позволяет количественно учесть водоудерживающую роль малопроницаемого делювия согласно формуле:

$$q = - \frac{h_1^2 - h_2^2}{2 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \frac{l_3}{k_3} \right)}.$$

б) Применение той же формулы выявляет положительную роль делювиального покрова в верхнем бьефе как понура и отрицательную его роль в нижнем бьефе, где подсчет падения напора показывает значительное возрастание напорного градиента при выходе фильтрационных вод из делювия.

Последнее явление может быть причиной оплывания или оползания делювия, на что должно быть обращено внимание при строительстве.

23. Теория движения подземных вод к водосборным сооружениям и в частности к колодцам даже для случая однородного строения грунта включает в себя целый ряд спорных положений по основным вопросам проблемы; тем более темными остаются особенности движения подземных вод к водосборам в случае неоднородного строения грунта.

Первоначальная попытка в этой области принадлежит Шульце, который применил основное уравнение Дюпюи к колодцу, заложенному в пласте, состоящем из двух слоев разной водопроницаемости. Выведенное им уравнение имеет вид:

$$y = - \frac{h_1 k_1}{k} + \sqrt{\left( h + h_1 \frac{k_1}{k} \right)^2 - \frac{Q \ln k}{2\pi k}}.$$

Автор предлагает на той же основе формулу для совершенного артезианского колодца:

$$Q = \frac{2\pi (h_1 k_1 + h_2 k_2 + \dots k_n h_n) (H_1 - H_0)}{\ln R - \ln r}.$$

Формула Шульце при небольших понижениях, повидимому, может считаться применимой почти в той же степени, как и формула Дюпюи. Точно так же можно ожидать от нее довольно удовлетворительных результатов при использовании показаний наблюдательных скважин в более пологих участках депрессионной кривой.

При значительных же понижениях и особенно при несовершенных колодцах эта формула должна давать весьма значительные погрешности. Среди основных моментов, усложняющих явление притока воды к колодцу в неоднородных пластах, могут быть отмечены следующие:

а) Неодинаковость водопроводимости слоистых пород в горизонтальном и вертикальном направлениях, что создает дополнительные сопротивления при вертикальных перемещениях воды, особенно проявляющихся при значительных понижениях уровня воды в грунтовых и несовершенных колодцах.

б) Возможность неодинакового притока воды к колодцам на разных горизонтах при различной их водопроницаемости, что осложняет соотношение между понижением в колодце и дебитом, а также оказывает влияние на явление скачка между уровнем воды за стенками колодца и внутри колодца, исследованное за последнее время Козени.

Отмеченное выше влияние неодинаковости водопроницаемости слоистой толщи в разных направлениях приводит к мысли, что коэффициент фильтрации, определяемый откачкой из слоистого водоносного пласта, в случае более или менее значительных понижений или в случае применения несовершенного колодца может оказаться определенным со значительным преуменьшением, и следовательно подсчет общего естественного расхода потока, основанный на этом определении (метод Тима), может привести тоже к преуменьшенным результатам.

24. Все изложенное приводит к ряду практических выводов по методике гидрогеологических работ:

а) Прежде всего совершенно отчетливо выступает важность послойного определения водопроницаемости пород, слагающих неоднородные толщи, которое позволило бы знать как вертикальные, так и горизонтальные изменения водопроницаемости.

б) В связи с таким сплошным исследованием неоднородных толщ возникает потребность в графическом изображении их водопроницаемости. Автором предлагаются для этого, во-первых, эпюры водопроницаемости для отдельных колонок и разрезов скважин и, во-вторых, профили водопроницаемости.

в) Сплошное послойное исследование водопроницаемости требует проработки соответствующей методики как лабораторного определения, так и послойного определения откачкой и нагнетанием.

г) Особенности фильтрации в слоистых грунтах указывают на роль тонкослойной структуры для водопроницаемости, что приводит к потребности определять водопроницаемость песчаных тонкослойных образований с сохранением их естественного сложения. При этом важно знать водопроницаемость отдельно в горизонтальном направлении и в вертикальном.

25. В заключение может быть отмечено, что при пользовании теми или иными формулами из гидравлики подземных вод надо учитывать два момента: во-первых, степень точности формул с точки зрения гидромеханики (при однородном грунте) и, во-вторых, степень отражения в них конкретных геологических условий.

При оценке тех и других моментов могут быть случаи, когда приближенное и неточное с точки зрения гидромеханики решение, но учитывающее более полно действительную реальную картину геологического строения водоносных толщ, дает результаты, более близкие к истине.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dupuit, Memoire sur la mouvement de l'eau à travers les terraines perméables, Paris 1857.
2. Boussinesq, Essai sur la théorie des eaux courants, Paris 1863.
3. Thiem A., Die Ergiebigkeit artesischer Bohrlocher, Schachtbrunnen und Filtergalerien, „Journ. für Gasbeleidung und Wasserversorgung“, 1870.
4. Lüeger, Theorie der Bewegung des Grundwassers, Stuttgart 1883.
5. Люгер, Водоснабжение городов, 1901.
6. Lüeger und Weyrauch, Die Wasserversorgung der Städte.
7. Forcheimer, Zur Grundwasserbewegung nach isothermischen Karwenscharen, Sitzungsbericht des Akad. d. Wiss., Wien 1917.
8. Победоносцев Н. М., Некоторые теоремы и определения гидрогеологии, „Гидрологический вестник“, 1916 г. № 3—4, Петроград 1918.
9. Павловский Н. Н., Теория движения грунтовых вод под гидротехническим сооружением, С. Петербург 1923 г.
10. Жуковский Н. Е., Просачивание воды через плотины, Опытнo-мелиор. часть НКЗ, Москва 1923 г.
11. Kozeny, Über Grundwasserbewegung, „Wasserkraft und Wasserwirtschaft“, 1927.
12. Schultze, Die Grundwasserabsenkungen in Theorie und Praxis, Berlin 1927
13. Замерин Е. А., Движение грунтовых вод под гидротехническими сооружениями, Ташкент 1929.
14. Forcheimer, Hydraulik, Berlin 1930.
15. Павловский Н. Н., Неравномерное движение грунтовых вод, М. 1930.
16. Павловский Н. Н., Неравномерное движение грунтовых вод, дальнейшее развитие вопроса, Ленинград 1930.
17. Кусакин И., Искусственное понижение уровня грунтовых вод, Ленинград 1930
18. Троянский С. В. и Анохина К. Т., Применение метода корреляции для определения мощности грунтового потока, „Гидротехническое строительство“ № 10, 1931.
19. Павловский Н. Н., О фильтрации воды через земляные плотины, Ленинград 1931.
20. Черкасов А. А., Водозадерживающее действие глиняной одежды водохранилища и канала, Гос. ин-т сооружений, сообщ. 32, Москва — Ленинград 1931.
21. Каменский Г. Н. и Богомолов Г. В., Подсчет коэффициента фильтрации для случая асимметричной воронки депрессии „Гидротехническое строительство“ № 2, 3, 1932.
22. Добровольский К. И., Теоретическое основание полевых методов исследования на водопроницаемость, Тифлис 1932.
23. Бобков Н. В., Инженерно-геологические исследования в связи с проектированием инженерных сооружений, 1932.
24. Терцаги, Инженерная геология, Москва 1932.
25. Терцаги, Строительная механика грунтов, Москва 1933.
26. Dachler, Über Sicherwassertrömungen in geschichtetem Material „Die Wasserwirtschaft“ № 2, 1933.
27. Полюнов Б. Б., К вопросу о факторах водопроницающей способности естественных почв и грунтов, „Известия Научно-мелиорационного инстит.“, в. XVIII, Ленинград 1929.
28. Избаш Р. В., О фильтрации в крупнозернистом материале, Известия Научно-исследовательского инстит., т. I, Ленинград 1931.
29. Schaffernak F., Erforschung physikalischen Gesetze, nach welchen die Durchsickelung des Wassers durch eine Talsperre oder durch den Untergrund stattfindet, Die Wasserwirtschaft № 30, Wien 1933.

## **ОПЫТ ПОДСЧЕТА ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД В ПРИРЕЧНОЙ ПОЛОСЕ МОСКВА-РЕКИ НА ТЕРРИТОРИИ ГОРОДА ПРИ ПОВЫШЕНИИ УРОВНЯ МОСКВА-РЕКИ ДО ОТМЕТКИ 120 м**

После переустройства по проекту канала Волга—Москва плотины им. Ленина (б. Перервинской) уровень Москва-реки в черте города поднимется от современной отметки 117,3 до отметки 120.

Повышение уровня реки вызовет под'ем уровня грунтовых вод (подпор) в прибрежной полосе, постепенно затухающий по мере удаления от последней.

Повышение уровня грунтовых вод может отрицательно сказаться на устойчивости сооружений, расположенных в подтопляемой зоне; поэтому необходимо определение величины подпора и предела его распространения.

Особенности геологического строения и режима грунтовых вод столицы позволяют наметить районы, для которых повышение уровня грунтовых вод будет наиболее опасным.

Геоморфологическое строение прибрежной полосы центральной и южной частей города определяется современной и древними речными террасами.

Грунтовые воды песчаных четвертичных образований пойменной и древних террас, прилегающих к реке, гидравлически связаны и дренируются рекой. Поэтому повышение уровня грунтовых вод прежде всего скажется на участках пойменной террасы и будет постепенно затухать на древних террасах.

На значительную часть территории города, прилегающую к Москва-реке выше Бабьегородской плотины и к правому берегу Водоотводного канала в Замоскворечьи, подпор не распространится или будет незначительным, так как в этих местах уровень в реке уже в настоящее время поднят Бабьегородской плотиной до отметки, близкой к 120.

По заданию Московского совета Московским геологоразведочным трестом произведены в 1933/34 г. специальные гидрогеологические исследования на некоторых участках приречной полосы Москва-реки, где расположены наиболее ответственные промышленные предприятия столицы (1-я и 2-я МОГЭС, 1-я Ситце-

набивная фабрика, завод „Динамо“ им. Кирова, завод им. Сталина и др.). Исследования состояли в бурении разведочных скважин по створам, пересекающим нормально к реке пойменную и древние террасы, изучении режима грунтовых вод и фильтрационных свойств пород.

В качестве опыта применения известной методики расчетов подпора (Дюлюи, Кене, Павловского) и методики, разработанной проф. Г. Н. Каменским, в настоящей работе излагаются расчеты подпора грунтовых вод по некоторым разведочным створам Замоскворечья.

Замоскворечье представляет собой широкую излучину Москва-реки, сложенную тремя террасами: современной — пойменной и древнеаллювиальными — низкой и высокой. В южной части Замоскворечья, за Окружной железной дорогой, древние террасы примыкают к коренным высотам.

Верхняя древняя терраса высотой 25—30 м над рекою (абс. отметка 140—145) занимает расчлененное оврагами пространство южной и юго-западной частей Замоскворечья, между Калужской заставой и Варшавским шоссе.

В районе Нескучного сада высокая терраса опускается к Москва-реке крутым склоном, изрезанным глубокими оврагами.

В районе Варшавского шоссе р. Чурю незначительным притоком Москва-реки от высокой древней террасы отчленяется останец в виде отдельного холма, вытянутого с севера на юг вдоль Москва-реки, между устьями речек Чуры и Котловки.

Прислоненная к высокой, низкая древняя терраса занимает центральную часть Замоскворечья. Высота ее над рекой 8—18 м (абс. отметки 125—135). Ровная, нерасчлененная поверхность низкой древней террасы постепенно понижается к пойменной террасе, прислоненной к древней в прибрежной полосе реки.

Современная пойменная терраса поднимается на 4—6 м над рекою и дугообразно огибает древнюю. Пойменная терраса между Бабьегородской плотиной и Пятницкой улицей имеет ширину около 0,5 км, от Пятницкой заметно расширяется и в районе излучины Москва-реки между Дербеневской, Даниловской набережными и Дубининской улицей достигает наибольшей ширины около 1 км. Южнее Даниловской набережной пойменная терраса резко суживается до полосы в несколько десятков метров.

Древние террасы сложены с поверхности, под насыпным культурным слоем, древнеаллювиальными мелко- и среднезернистыми, иногда гравийными кварцевыми песками с невыдержанными прослоями супесей и суглинков. Мощность песков 8—10 м, в гранулометрическом составе их преобладают фракции с диаметром 0,5—0,25 мм, реже 0,5—1,0 мм. Древнеаллювиальные пески подстилаются более мелкими, тонкими и глинистыми предледниковыми песками с преобладающей фракцией механического состава 0,25—0,05 мм, реже 0,5—0,25 мм. Пески сменяются иногда в гори-

горизонтальном и вертикальном направлениях тонкозернистыми однородными суглинками и супесями. Мощность предледниковых слоев в зависимости от рельефа подстилающих их коренных отложений весьма разнообразна и в понижениях поверхности последних достигает 10—15 м.

Граница между древнеаллювиальными и предледниковыми слоями неровная, волнистая, на контакте между ними местами встречаются невыдержанные маломощные линзы валунного суглинка (морены).

Коренными породами, подстилающими четвертичные отложения для северной части Замоскворечья, от Москва-реки до Октябрьской, Добрынинской площадей и Дербеновской набережной, являются известняки, мергеля или пестроцветные глины верхнего отдела каменноугольной системы, для остальной части Замоскворечья — юрские отложения.

Последние представлены на большей части Замоскворечья черными песчанистыми глинами нижнекиммериджского и оксфордского ярусов, в южной же и юго-западных частях, в районе Б. Калужской и Варшавского шоссе — зеленоватыми глауконитовыми, глинистыми песками верхне- и нижневолжского ярусов.

Коренные отложения благодаря древней эрозии имеют неровную поверхность.

В центральной части Замоскворечья кровля коренных пород имеет абсолютные отметки, близкие к московскому нулю (115—116 м); южнее, на высокой древней террасе, поверхность коренных пород поднимается до абс. отметки 120, в направлении же современной пойменной террасы снижается до абс. отметок 103—105, т. е. на 10—12 м ниже уровня реки.

Уклон поверхности юры от древних террас к переуглубленной, заполненной аллювием современной пойме Москва-реки достигает местами 0,03—0,1.

Более глубоко врезаются в коренные породы древние доледниковые ложбины, не совпадающие с руслом реки и не отраженные в современном рельефе.

В древних ложбинах непосредственно на каменноугольных породах залегают предледниковые песчаные слои, перекрытые древним или современным аллювием.

Наиболее значительная погребенная ложбина с абсолютной отметкой тальвега 90—92 пересекает северную и северо-восточную часть Замоскворечья от Каменного моста (через Балчуг, начало Б. Ордычки, Садовники, Кожевники) до Дербеновской набережной. В районе Дербеновской набережной ложбина пересекает Москва-реку и уходит на левый берег.

Вторая ложбина с более глубокой отметкой тальвега (83,0) пересекает Москва-реку в районе Даниловской набережной.

Погребенные ложбины имеют большое гидрогеологическое значение, так как ими обуславливается взаимосвязанность распространенных на данной территории водоносных горизонтов и

через них возможна передача подпора на более глубокие водонасыщенные горизонты.

Пойменная терраса Замоскворечья сложена современным аллювием. Средняя мощность аллювиальных отложений 10—15 м и в понижениях рельефа, подстилающих аллювий коренных юрских или каменноугольных слоев, — 20 м.

На отдельных участках пойменной террасы аллювиальные отложения различны по своему составу и строению.

На участке пойменной террасы между Водоотводным каналом и Москва-рекой современный аллювий представлен двумя пластами. Вверху непосредственно под культурной насыпью или маломощным слоем песка залегают иловатые тонкопесчанистые или землисто-торфянистые суглинки, иногда песчанистые глины мощностью 2—8 м.

Суглинки и глины сменяются песками, в верхней части мелкими, глинистыми и пылеватыми, с преобладающей фракцией гранулометрического состава 0,25—0,05 мм, в нижней части — крупными гравелистыми с преобладающей фракцией 1—0,5 мм, иногда сплошным гравием.

Мощность песков 2—10 м, подошва их опускается на 6—7 м ниже уровня реки.

Выпуклые к реке участки поймы в районе Дербеновской и Даниловской набережных, южнее Водоотводного канала, сложены толщей до 15 м мелко и разнозернистых кварцевых песков с редкими, невыдержанными и маломощными прослоями супесей и суглинков. Книзу пески становятся крупнее, сменяясь местами сплошным гравием; но иногда гравелистые крупные разности песков встречаются в средней части толщи.

Широкие полосы песков, слагающие выпуклые участки излучин, простираются на 300—500 м в глубь террасы и представляют собою как бы древние береговые отмели.

Срединные и пограничные с древней террасой участки поймы сложены более пестрыми по составу аллювиальными образованиями — супесями и суглинками с прослоями гравелистых песков меньшей мощности. Пески слагают обычно нижнюю часть аллювия этих участков поймы, подошва их всюду находится ниже уровня реки.

Наиболее пестро строение аллювия узкой полосы пойменной террасы к югу от р. Чуры.

На побережьи, под слоем иловатых-песчанистых суглинков в 2—4 м, залегает толща (иногда до 10 м мощности) песков — вверху мелких глинистых, внизу более грубых разнозернистых. Вдали от берега пески чередуются с супесями, суглинками и глинами. Отдельные слои не имеют большой мощности (не свыше 6 м), залегают выклинивающимися линзами и, реже, выдержанными пластами.

Всюду на пойменной террасе аллювий покрыт насыпным песчано-глинистым слоем с культурными остатками. Средняя мощ-

ность культурного слоя около 2 м; в береговой полосе — 3—4 м. В засыпанных старицах и протоках мощность культурного слоя 5—7 м.

В четвертичных отложениях Замоскворечья распространен первый от поверхности однородный водоносный горизонт, представляющий собою радиальный поток с падением водного зеркала от древних террас к современной террасе и к реке. Районом питания водоносного горизонта являются площади древних террас, сложенные проницаемыми песчаными породами. На древних террасах водоносны древнеаллювиальные и предледниковые слои, на современной террасе — аллювиальные пески.

Водоупорным основанием водоносного горизонта в южной части Замоскворечья являются юрские глины, в сезерной — глины и мергеля верхнего отдела каменноугольной системы.

Водоносный горизонт в большинстве случаев имеет свободный уровень но местами благодаря вклиниванию в массив водоносных песков линз водонепроницаемых суглинков или глин свободный уровень грунтовых вод переходит в напорный.

На полосе пойменной террасы, прилегающей к древней террасе, где в верхней части аллювия имеют значительное распространение суглинки, наблюдается верховодка.

Верховодка заключена в маломощном слое песка, лежащем на суглинке или в насыпном культурном слое.

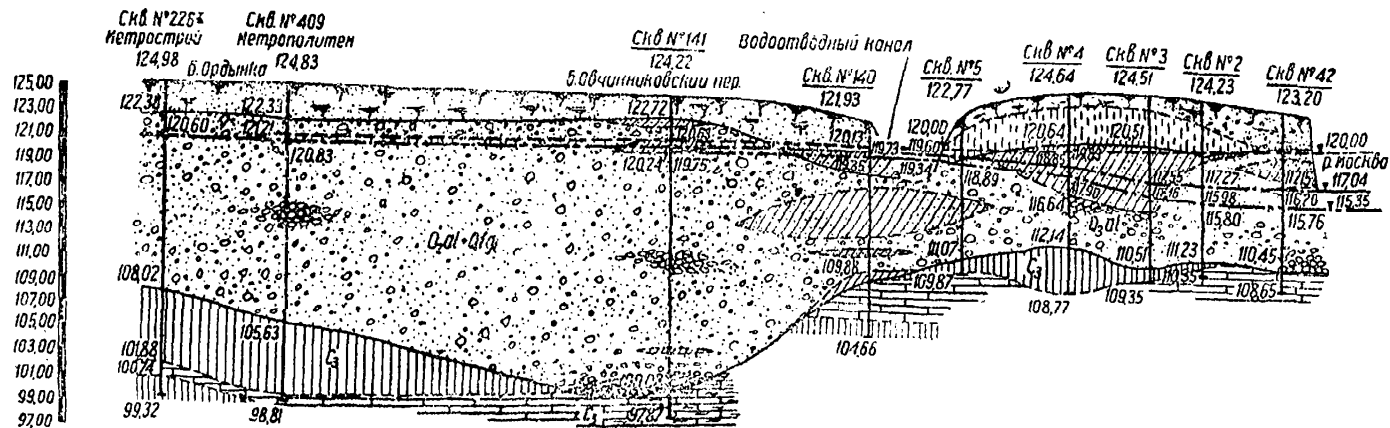
Местами верховодка, повидимому, связана с основным потоком грунтовых вод, но чаще представляет собою типичный „подвешенный“ водоносный горизонт.

Замоскворечье по условиям дренажа и питания грунтовых вод можно разделить на два района:

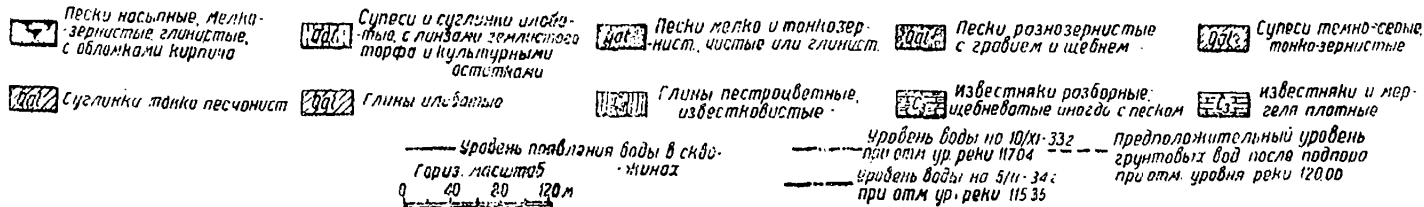
Первый, северный — участок современной террасы, вытянутой узким дугообразным островом между Москва-рекой и Водоотводным каналом.

Второй, центральный и южный — обширная площадь древних террас с прислоненной к ним современной, ограниченной с севера Водоотводным каналом, с запада и востока — руслами Москва-реки и с юга — ручьевыми притоками Москва-реки: Чурой, Кровянкой и Котловкой.

В первом районе (черт. 41) режим грунтовых вод находится в прямой зависимости от режима реки и Водоотводного канала. В Водоотводном канале уровень благодаря шлюзу на Кожевнической набережной постоянно поддерживается на отметке 119,5, а на Москва-реке, ниже Бабьегородской плотины, при нормальном подпоре плотиной им. Ленина — на отметках 117,3 и при спуске последней на отметке около 115. Поэтому на участке пойменной террасы между рекой и Водоотводным каналом грунтовые воды представляют собою фильтрационный поток, направленный через толщу аллювиальных песков от Водоотводного канала к реке. Депрессионная кривая потока, падающая с отметки 119,5 до отметок 117 или 115 в зависимости от положения уровня



### Условные обозначения



реки, проверена стационарными наблюдениями на участках 1-й и 2-й МОГЭС и Кожевенного института.

Паводковое повышение уровня реки быстро (в тот же день) сказывается на кривой депрессии потока. При быстро протекающем паводке в прибрежной полосе образуется незначительный волнообразный подъем кривой уровней.

При повышении уровня реки до отметки 120 и при равенстве после этого отметок уровней в реке и в канале вполне вероятно ожидать по условию режима фильтрационного потока положение уровня грунтовых вод между рекой и каналом также на отметке 120. Но вероятно потребуетсЯ длительный срок, прежде, чем уровень грунтовых вод установится на стабильной отметке 120. При этом в местах, где подошва суглинков, распространенных в верхней части аллювия, опускается ниже уровня грунтовых вод и последние обладают некоторым напором, напорность грунтовых вод после подпора повысится, и уровень останется пьезометрическим. Благодаря незначительной ширине этого островного участка поймы, замощенности или асфальтированности его пополнение грунтовых вод инфильтрацией здесь не имеет практического значения.

Поток грунтовых вод второго из указанных выше районов Замоскворечья дренирован с севера Водоотводным каналом на отметке 119,5, с запада выше Бабьегородской плотины—руслом Москва-реки на отметке около 120, с востока—также руслом Москва-реки на отметке 117,3 или 115 в зависимости от подпора реки платиной им. Ленина и с юга—р. Чурой на различных отметках в зависимости от уклона русла реки.

Наиболее высокие абсолютные отметки поверхности потока (132—134) наблюдаются на высокой древней террасе в юго-западной части Замоскворечья.

В средней части Замоскворечья на низкой древней террасе отметки поверхности потока составляют 122—127. В прибрежной полосе гидроизогипсы с абс. отметками 118—120 всюду следуют параллельно береговой линии, сближаясь в местах сужения пойменной террасы и расширяясь на широких излучинах.

Общий уклон поверхности потока в направлении к Водоотводному каналу — 0,003, на восток к руслу Москва-реки — 0,003—0,004. В местах сочленения древней террасы с современной уклон потока более крутой — 0,01 и на береговой полосе поймы, сложенной песками, наиболее пологий — 0,002.

В южной части Замоскворечья поток грунтовых вод частично дренируется ручьевыми притоками Москва-реки: Чурой, Кровяной и Когловкой. Поэтому со стороны коренных высот, расположенных за Окружной железной дорогой, грунтовые воды могут поступать на замоскворецкие древние террасы только по узкой полосе — между западным обрывистым склоном высокой террасы и верховьями указанных ручьев. Основной областью питания

грунтовых вод Замоскворечья является таким образом площадь террас, слагающих замоскворецкую излучину.

Режим грунтовых вод Замоскворечья изучен недостаточно полно, так как продолжительность наблюдений для большинства пунктов менее гидрологического года. Но все же некоторые особенности режима могут быть отмечены. Наблюдениями установлены два различные, близкие к стационарному положения поверхности грунтовых вод. Первое в летний и осенний период 1933 г., когда уровень Москва-реки при нормальном подпоре Перервинской плотиной поддерживался на отметке 117—117,3, и второе — зимний период 1933-34 г., когда уровень Москва-реки после спуска в конце ноября Перервинской плотины установился на отметке 115 и поддерживался на этой отметке до весеннего паводка 1934 г.

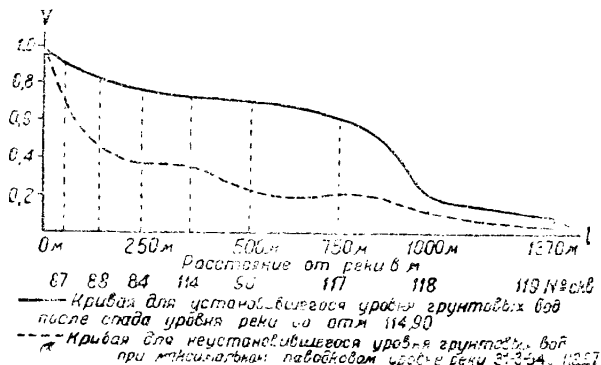
Осенний спад уровня реки сказался на уровнях грунтовых вод всех наблюдательных скважин, расположенных на пойменной террасе, но в разной степени в зависимости от удаления скважин от реки.

Ниже в поверочных расчетах подпора приведены численные значения отметок уровней грунтовых вод, соответствующие отметкам уровня реки 115 и 117.

Для одного из основных створов Замоскворечья, пересекающего наиболее широкий участок поймы и продолженного на древнюю террасу, составлен по материалам наблюдений график изменения коэффициента  $\eta$ , представляющего собой отношение величины спада уровня грунтовых вод в скважинах к величине спада уровня реки:

$$\eta = \frac{\text{Спад. ур. гр. вод. в скваж.}}{\text{Спад. уровня реки}}$$

Как видно по графику (верхняя кривая черт. 42), значения коэффициента  $\eta$  близки к единице (0,8—0,9) для скважин прибреж-



Черт. 42

ной полосы поймы и постепенно уменьшаются для пунктов удаленных от реки. В месте сочленения пойменной террасы с древней на расстоянии 1000 м от реки (скважина № 118) величина коэффициента  $\gamma$  составляет 0,2.

В наблюдательных пунктах, расположенных на древней террасе, на различных расстояниях от реки (от 300 до 2200 м) за тот же период с конца ноября 1933 по конец марта 1934 гг. наблюдается постепенное снижение уровня грунтовых вод на 0,25—0,3 м.

Не имея данных годичного цикла наблюдений, трудно утверждать, является ли это снижение следствием, как и для грунтовых вод поймы, спада уровня реки, или результатом общего режимного понижения уровня грунтовых вод. Можно только отметить, что понижение уровня грунтовых вод в наблюдательных скважинах древней террасы Замоскворечья близко по величине к понижению грунтовых вод, наблюдавшемуся за тот же период для других районов Москвы, от реки весьма удаленных (Соколиная Гора, Тимирязевская лесная дача).

Паводковый подъем уровня реки до отметки около 120 весной 1934 г. заметно сказался на уровнях грунтовых вод всех наблюдательных скважин на пойменной и древней террасах. На древней террасе в наблюдательной скважине, удаленной от реки на 1300 м, повышение уровня грунтовых вод, обусловленное паводком, составляет 0,2 м. Менее заметно влияние паводка в наиболее удаленной от реки скважине, расположенной на водоразделе, на центральной части террасы в расстоянии от реки 2200 м, где повышение уровня грунтовых вод составляет только 0,10—0,15 м. Повышение уровня реки быстро сказывается на уровнях грунтовых вод, но максимумы подъема для пунктов, удаленных от реки, запаздывают. Запаздывание для пункта древней террасы, удаленного на 1300 м от реки, составляет 10—12 дней. Характер паводковой кривой потока грунтовых вод весьма усложнен, так как уровень реки за короткий промежуток времени испытал два подъема: первый — до отметки около 120 и второй — до отметки 118.

Паводковые уровни относятся к неустановившемуся состоянию потока грунтовых вод. Поэтому в этом случае значения коэффициентов  $\gamma$ , характеризующих отношение подъема уровня грунтовых вод в скважинах к подъему уровня реки, значительно меньше (черт. 42) значений коэффициентов, подсчитанных для случая длительно наблюдавшегося стабильного положения уровня реки после спада, когда поток грунтовых вод был близок к стационарному состоянию.

Из сравнения кривых графика (черт. 42) видно, насколько ошибочны могут быть расчеты подпора, если приняты уровни неустановившегося потока.

Вопросы подпора подземных вод, в особенности в пластах неоднородного состава, мало разработаны в научной литературе. Имеющиеся методы (Кене, акад. Павловского), основанные на урав-

нении движения грунтовых вод Дюпюи, применимы к грунтам однородного состава. Между тем в природе, как это характерно и для четвертичных отложений Москвы, наиболее часто встречаются грунты неоднородного состава с фильтрационными свойствами, изменяющимися без какой-либо явной закономерности.

Задача о подпоре усложняется также разнообразием форм грунтовых потоков — иногда плоских, иногда радиальных (например на излучинах рек).

При изменении уровня в дренирующем русле могут произойти смещение водораздела грунтовых вод, изменение бассейна питания водоносного горизонта и следовательно изменение расхода потока после подпора, что также должно быть учтено методикой расчетов.

Наконец для определения величины подпора необходимо иметь устойчивое стационарное положение кривой депрессии потока, проверенное длительными наблюдениями, так как расчеты, отнесенные к нестационарной, например паводковой, кривой депрессии потока, могут дать ложные результаты. В условиях города наблюдение за режимом грунтовых вод приобретает особенно важное значение, так как здесь возможны необычные условия питания грунтовых вод благодаря культурной деятельности населения (поглощающие колодцы, дренаж, поля орошения и т. п.).

Методика расчета подпора подземных вод в неоднородных пластах разработана в последнее время у нас в Союзе проф. Каменским в работе „Движение подземных вод в неоднородных пластах“.

При решении задачи о подпоре грунтовых вод в приречной полосе Москва-реки одновременно с применением известных уравнений Дюпюи, Кене, Павловского мы делаем попытку применения уравнений, разработанных проф. Каменским.

Для случая однородного строения водоносного пласта и при допущении неизменности положения водораздела грунтовых вод, т. е. постоянство расхода потока до и после подпора, применимы следующие расчетные уравнения для определения подпора грунтовых вод.

1. При горизонтальном водоупоре — уравнение Дюпюи.

Расход потока грунтовых вод до подпора:

$$q = k \cdot \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{h_1 - h_2}{l}$$

Расход потока грунтовых вод после подпора:

$$q = k \cdot \frac{(h_1 + z_1) + (h_2 + z_2)}{2} \cdot \frac{(h_1 + z_1) - (h_2 + z_2)}{l}$$

Отсюда при условии равенства расход потока до и после подпора:

$$(h_1^2 - h_2^2) = (h_1 + z_1)^2 - (h_2 + z_2)^2$$

или

$$z_1 = \sqrt{h_1^2 + 2h_2 z_2 + z_2^2} - h_1, \quad (1)$$

где  $h_1$  и  $h_2$  — мощности водоносных пластов в двух соседних пунктах;

$z_1$  и  $z_2$  — величины подпора в тех же пунктах.

Если вести расчет подпора последовательно, по створу двух наблюдательных пунктов, начиная от реки вверх по потоку грунтовых вод, то величина  $z_2$  известна.

2. При наклонном водоупоре:

а) Приближенная формула проф. Каменского, основанная на использовании средними величинами мощности и напорного градиента, при замене разности мощностей ( $h_1 - h_2$ ) в формуле Дюпюи разностью пьезометрических напоров, т. е. абсолютных отметок уровня воды в тех же точках ( $H_1$  и  $H_2$ ):

$$(h_1 + h_2) (H_1 - H_2) = [(h_1 + z_1) + (h_2 + z_2)] [(H_1 + z_1) - (H_2 + z_2)],$$

или после алгебраического упрощения — квадратное уравнение:

$$z_1^2 + (h_1 + h_2 + H_1 - H_2) z_1 - z_2 (h_1 + h_2 + z_2 + H_2 - H_1) = 0, \quad (2)$$

откуда при известных остальных данных определяется величина  $z_1$ .

б) Уравнение акад. Павловского:

$$\frac{iL}{h_0} = \varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1) \quad (3)$$

и соответственно после подпора:

$$\frac{iL}{h_0} = \varphi(\eta_2') - \varphi(\eta_1'), \quad (3a)$$

где относительные глубины:

$$\eta_1 = \frac{h_1}{h_0}; \quad \eta_2 = \frac{h_2}{h_0}; \quad \eta_1' = \frac{h_1 + z_1}{h_0}; \quad \eta_2' = \frac{h_2 + z_2}{h_0},$$

где  $h_0$  — глубина „равномерного“ движения;

$i$  — уклон водоупора;

$L$  — расстояние между наблюдательными пунктами.

Из уравнения (3) определяется подбором или графически величина  $h_0$ ; подставляя найденное значение  $h_0$  в уравнение (3a), определяем  $z_1$ ; значения функции берутся по таблицам.

Способ применения уравнения Павловского подробнее разберем ниже на конкретном примере.

Для случая смещения водораздела грунтовых вод, т. е. изменения расхода потока после подпора, применимы следующие уравнения:

1. При горизонтальном водоупоре — уравнение Кене.

Для грунтового потока, дренированного с двух сторон каналами, Кене выведено уравнение депрессионной кривой с учетом инфильтрации:

$$h_1^2 - h_2^2 = \frac{\omega}{k} (2a_0 l - l^2),$$

где  $h_1$  и  $h_2$  — мощности водоносных пластов в двух соседних скважинах;

$\omega$  — скорость инфильтрации, равная столбу воды, просачивающемуся в единицу времени, выраженная в тех же единицах, что и  $k$ ;

$k$  — коэффициент водопроводимости пласта;

$l$  — расстояние между наблюдательными пунктами;

$a_0$  — расстояние до водораздела грунтовых вод от нижней скважины.

Уравнение кривой депрессии потока после подпора:

$$\left( h_1 + z_1 \right)^2 - \left( h_2 + z_2 \right)^2 = \frac{\omega}{k} \left( 2a_0' l - l^2 \right),$$

где  $z_1$  и  $z_2$  — подпор в двух соседних пунктах;

$a_0'$  — расстояние от нижней скважины до нового водораздела грунтовых вод.

Расчетное уравнение:

$$\frac{h_1^2 - h_2^2}{2a_0 l - l^2} = \frac{(h_1 + z_1)^2 - (h_2 + z_2)^2}{2a_0' l - l^2}$$

или

$$z_1 = \sqrt{\frac{2a_0' - l}{2a_0 - l} \left( h_1^2 - h_2^2 \right) + \left( h_2 + z_2 \right)^2} - h_1. \quad (4)$$

2. При наклонном водоупоре приближенная формула, полученная, как и формула (2), заменой в уравнении Кене разности мощностей  $(h_1 - h_2)$  разностью абсолютных отметок уровней воды  $(H_1 - H_2)$ :

$$\begin{aligned} & \frac{2a_0' - l}{2a_0 - l} \left( h_1 + h_2 \right) \left( H_1 - H_2 \right) = \\ & = \left[ \left( h_1 + z_1 \right) - \left( h_2 + z_2 \right) \right] \left[ \left( H_1 + z_1 \right) - \left( H_2 + z_2 \right) \right]. \quad (5) \end{aligned}$$

Все обозначения, входящие в формулу, пояснены выше.

Приведенные формулы относятся к случаям плоского грунтового потока, в Замоскворечьи же, как указано выше, распространен радиальный поток грунтовых вод.

Для расхода радиального потока проф. Каменским выведено уравнение:

$$Q = k \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l} \times \frac{b_1 - b_2}{\ln b_1 - \ln b_2}$$

где  $b_1$  — ширина потока в начальном сечении;

$b_2$  — " " " в конечном " "

Остальные обозначения — общеизвестны.

Так как повышение уровня реки сравнительно невелико (2—3 м) и район питания грунтовых вод незначителен, то можно думать, что после подпора характер грунтового потока и расход его существенно не изменятся. В таком случае, составив уравнение расхода потока после подпора по типу приведенного выше уравнения, легко показать, что в расчетном уравнении элементы, учитывающие радиальность потока ( $b_1$  и  $b_2$ ), сократятся. Поэтому, решая задачу о подпоре в первом приближении, вполне возможно не учитывать радиальный характер грунтового потока в Замоскворечьи и пользоваться для расчета вышеприведенными формулами.

Уравнения проф. Каменского, учитывающие неоднородность состава водоносных пластов, будут рассмотрены ниже на конкретных примерах.

Расчеты подпора грунтовых вод начнем по основному створу разведочных скважин, пересекающему современную и нижнюю древнюю террасу Замоскворечья, от Дербеновской набережной до набережной Парка культуры и отдыха вблизи Крымского моста (черт. 43). Гидрогеологический разрез по створу вскрывает поток грунтовых вод, направленный от древней террасы к современной и дренированный с двух сторон руслами реки. Разведочные скважины определяют депрессионные поверхности потока и положение водораздела грунтовых вод.

Поток грунтовых вод представляет собою однородный водоносный горизонт в четвертичных отложениях древней и современной террас.

Водоупорным основанием горизонта на древней террасе являются юрские глины, на современной — аллювиальные глины из перемытого материала юрских глин, лежащие на карбоне, или пестроцветные каменноугольные глины.

Аллювиальные отложения современной террасы мощностью от 6 до 20 м, постепенно увеличивающейся от древней террасы к руслу реки, представлены литологически двумя толщами.

Вверху под культурной насыпью или маломощным слоем песка или землисто-торфянистого суглинка залегает песчанистый, иловатый суглинок, переходящий в тонкую однородную иловатую супесь. Мощность суглинков увеличивается к основанию древней террасы от 1 до 4,5 м. Пласт суглинков имеет неправильную линзовидную форму и местами, быть может, совершенно прерывается. Ниже суглинка лежит мощная толща песков различной зернистости с редкими линзовидными прослоями супесей.

Вблизи древней таррасы, мощность песков резко уменьшается, и они замещены супесями.

На суглинках местами наблюдается верховодка, связанная, повидимому, благодаря прерывистости залегания суглинков с основным потоком грунтовых вод.

Уровень грунтовых вод в песках является свободным; там



же, где подошва суглинков опускается ниже уровня грунтовых вод, последние приобретают некоторый напор.

Имея по наблюдательным скважинам отметки поверхности потока грунтовых вод за летний период при отметке уровня реки 117,05 и за осенне-зимний период при отметке уровня реки 114,92, произведем вначале поверочный расчет для подпора:  $117,05 - 114,92 = 2,15$ .

В предположении неизменности положения водораздела грунтовых вод и однородности строения водоносного пласта возьмем для расчета формулу (2) проф. Каменского:

$$z_1^2 + (h_1 + h_2 + H_1 - H_2)z_1 - (h_1 + h_2 + H_2 - H_1 + z_2)z_2 = 0.$$

Расчеты будем производить последовательной связкой двух соседних скважин створа, начиная от реки.

Уровни грунтовых вод в наблюдательных скважинах взяты по одновременным замерам на 16/III 1934 г.

Результаты расчета, полученные решением квадратного уравнения (2) относительно  $z_1$ , сведены в табл. 2.

Таблица 2

№ скважин	Абс. отметка устья скважин	Исходные для расчета величины по разрезу					Искомый подпор $z_1$	Абс. отметка уровня грунтовых вод после подпора
		$h_1$	$h_2$	$H_1$	$H_2$	$z_2$		
Р.ска	—	—	14,68	—	114,90	2,15	—	—
87	122,37	14,88	—	115,10	—	—	2,13	117,23
87	—	—	14,88	—	115,10	2,13	—	—
83	121,88	14,99	—	115,42	—	—	2,09	117,51
88	—	—	14,99	—	115,42	2,09	—	—
84	122,54	10,94	—	115,48	—	—	2,08	117,56
84	—	—	10,94	—	115,48	2,08	—	117,56
114	122,51	11,28	—	115,72	—	—	2,04	—
114	—	—	11,28	—	115,72	2,04	—	—
96	123,26	11,82	—	116,68	—	—	1,90	118,58
96	—	—	11,82	—	116,68	1,90	—	—
117	122,44	9,74	—	117,08	—	—	1,84	118,92
117	—	—	9,74	—	117,08	1,84	—	—
118	123,28	5,69	—	121,42	—	—	1,14	122,35
118	—	—	5,69	—	121,42	1,14	—	—
119	127,18	8,41	—	123,94	—	—	0,83	124,77

Примечание.  $h_1$  и  $h_2$  определяются как разности отметок уровня грунтовых вод и отметок водоупора по разрезу.

Сравним расчетные отметки уровней с наблюдавшимися (табл. 3):

Таблица 3

№ скважин	Расстояние скважин от реки в м	Абсолютные отметки уровней грунтовых вод		Расхождение в м
		расчетные	наблюдаемые	
87	45	117,23	117,22	-0,01
88	145	117,51	117,45	+0,06
84	255	117,56	117,52	+0,04
114	390	117,76	117,72	+0,04
96	545	118,58	118,42	+0,16
117	785	118,92	118,52	+0,40
118	1075	122,56	121,81	+0,75
119	1370	121,77	124,17	-0,60

Сходимость расчетных величин с действительно наблюдавшимися, как видно из таблицы, до скважины № 96 в расстоянии 545 м от реки достаточно высокая; расхождение не превышает обычной точности замеров грунтовых вод. Расчетные величины несколько преувеличены в сравнении с наблюдаемыми. Выше по потоку от скважины № 96 расхождение между расчетными и наблюдавшимися величинами уровней более значительно.

Повидимому, взятое для расчета состояние поверхности потока на 16/III 1934 г., т. е. спустя 4 месяца после спада уровня реки, все же не является установившимся, а представляет собою один из моментов динамического состояния потока.

Расчеты по неизменной формуле (1) Дюпюи даже для ближайших к реке пунктов дадут несколько большее расхождение с наблюдавшимися величинами уровней в сравнении с формулой (2) проф. Каменского.

Для случая наклонного водоупора форма Дюпюи неприменима. В этом легко убедиться, сделав поверочный расчет по формуле:

$$z_1 = \frac{1}{2} h_1^2 + 2h_2 z_2 + z_2^2 - h_1,$$

пользуясь данными вышеприведенной таблицы, например для створа 88—84, где уклон водоупора  $i = 0,03—0,04$ .

Более близкие величины к наблюдавшимся уровням дадут расчеты по формуле (5) Кене-Каменского:

$$\begin{aligned} \frac{2a_0'}{2a_0} - \frac{l}{l} (h_1 + h_2) (H_1 - H_2) = \\ = \left[ \left( h_1 + z_1 \right) + \left( h_2 + z_2 \right) \right] \left[ \left( H_1 + z_1 \right) - \left( H_2 + z_2 \right) \right], \end{aligned}$$

учитывающей положение водораздела грунтовых вод и возможность смещения его после подпора.

В формуле (5)  $a_0$  и  $a_0'$ —переменные величины;  $a_0$ —расстояние от нижнего пункта расчетного створа до прежнего водораздела грунтовых вод;  $a_0'$ —расстояние от того же пункта до нового водораздела грунтовых вод;  $l$ —расстояние между пунктами. Положение водораздела грунтовых вод до подпора определяется разведкой. Новое положение водораздела после подпора может быть определено из следующих соображений. Величина отклонения водораздела от середины расстояния между руслами по Кене определяется формулой:

$$b = \frac{(h_1^2 - h_2^2)k}{4a\omega},$$

где  $h_1$  и  $h_2$ —высоты воды в ограничивающих руслах;

$a$ —расстояние от реки до середины между дренирующими руслами;

$k$ —коэффициент фильтрации пласта;

$\omega$ —инфильтрация в тех же единицах, что и  $k$ .

Так как в рассматриваемом случае уровни Москва-реки у Дербеновской набережной и набережной Парка культуры и отдыха будут иметь после подпора одинаковую отметку—120, то величина  $h_1$  будет близка к  $h_2$  (разрез 43). Если  $h_1 = h_2$  то  $b = 0$ , и новое положение водораздела находится посередине между руслами. По разрезу расстояние от реки до середины между руслами  $a_0' = 1975$  м и расстояние от реки до прежнего водораздела  $a_0 = 2170$  м.

Результаты расчета по формуле (5) сведены в табл. 4.

К скважине №119 подпор выклинивается.

Разница между уровнями, определенными расчетом и наблюдавшимися, видна из табл. 5.

Результаты расчета по формуле Кене-Каменского показывают хорошую сходимость расчетных величин уровней с наблюдавшимися на протяжении всего створа.

Вероятное смещение водораздела  $a_0 - a_0' = 195$  м незначительно, а следовательно незначительно и изменение области питания грунтовых вод; поэтому в дальнейших расчетах возможно принять постоянство расхода потока до и после подпора. Применение для расчета уравнения (5) имеет в таком случае тот смысл, что им дается некоторый поправочный коэффициент, учитывающий удаление наблюдательных пунктов от водораздела грунтовых вод и возможность смещения водораздела.

Переходим к расчету подпора при отметке уровня реки 120. Вначале, как и выше, в предположении неизменности положения водораздела грунтовых вод и однородности состава водоносных слоев пользуемся для расчета формулой (2).

Исходными для расчета принимаем уровни грунтовых вод в наблюдательных скважинах на 13 XI 1933 г. при отметке уровня реки 117,05.

Таблица 4

№ сква- жин	Исходные для расчета величин по разрезу								Исходный попор $z_1$	Абс. отметка уровня грун- товых вод после подпора
	$l$	$a_1$	$a_1'$	$h_1$	$h_2$	$H_1$	$H_2$	$z_2$		
Река 87	45	2170	1975	—	14,68	—	114,90	2,15	—	—
		—	—	14,88	—	115,10	—	—	2,10	117,2
87 88	95	2125	1930	—	14,88	—	115,10	2,10	—	—
		—	—	14,99	—	115,42	—	—	2,63	117,45
88 84	115	2030	1835	—	14,99	—	115,42	2,03	—	—
		—	—	10,94	—	115,48	—	—	2,01	117,49
84 114	135	1915	1720	—	10,94	—	115,48	2,01	—	—
		—	—	11,23	—	115,72	—	—	1,95	117,67
114 96	155	1780	1585	—	11,23	—	115,72	1,95	—	—
		—	—	11,82	—	116,68	—	—	1,72	118,49
96 117	240	1625	1430	—	11,82	—	116,68	1,72	—	—
		—	—	9,74	—	117,08	—	—	1,62	118,70
117 118	240	1385	1130	—	9,74	—	117,08	1,62	—	—
		—	—	5,39	—	121,42	—	—	0,52	121,94

Таблица 5

№ сква- жин	Абс. отметки уровня грунтовых вод		Разница в м
	расчетные	наблюдав- шиеся	
87	117,2	117,22	-0,02
88	117,45	117,45	-0,00
84	117,49	117,52	-0,03
114	117,67	117,72	-0,05
96	118,40	118,42	-0,02
117	118,70	118,52	+0,18
118	121,94	121,81	+0,13

Подставляя данные из разреза в квадратное уравнение (2) и решая его, получим табл. 6:

Таблица 6

№ сква- жин	Абс. отметка устя сква- жин	Исходные для расчета данные по разрезу					Искомый подпор	Абс. отметка уровня грун- товых вод после под- пора
		$h_1$	$h_2$	$H_1$	$H_2$	$z_2$		
Реза 87	— 122,37	— 17,0	16,83 —	— 117,22	117,05 —	2,95 —	— 2,92	— 129,14
87 88	— 121,83	— 17,02	17,0 —	— 117,45	117,22 —	2,92 —	— 2,89	— 120,34
88 84	— 122,54	— 12,98	17,02 —	— 117,52	117,45 —	2,89 —	— 2,87	— 120,39
84 114	— 122,54	— 13,28	12,98 —	— 117,72	117,52 —	2,87 —	— 2,83	— 120,55
114 96	— 123,26	— 13,56	13,28 —	— 118,42	117,72 —	2,83 —	— 2,71	— 121,13
96 117	— 122,44	— 11,18	13,56 —	— 118,52	118,42 —	2,71 —	— 2,69	— 121,21
117 118	— 123,28	— 6,08	11,18 —	— 121,81	118,52 —	2,69 —	(1,98) 1,47	(123,79) 123,28
118 119	— 127,18	— 8,64	6,08 —	— 124,17	121,81 —	1,47 —	— 1,11	— 125,28
119 А	— 130,88	— 10,0	8,64 —	— 126,10	124,17 —	1,11 —	— 0,9	— 127,0
А В	— 132,25	— 10,0	10,0 —	— 126,6	126,1 —	0,9 —	— 0,85	— 127,45
В 416	— 133,09	— 10,4	10,0 —	— 127,0	126,6 —	0,85 —	— 0,81	— 127,9

В районе скважины № 118 отметка уровня грунтовых вод после подпора (123,79) превышает отметку поверхности земли; поэтому здесь происходит заболачивание, и следовательно действительный подпор равен разности между отметками поверхности земли вблизи скважины № 118 и уровня грунтовых вод до подпора, т. е.  $z_1 = 123,28 - 121,81 = 1,47$ .

Поток грунтовых вод, поступающий со стороны древней террасы, на склоне последней к пойме в районе скважины № 118 будет частично дренирован. Это обстоятельство также свиде-

тelleствует о том, что в действительности смещения водораздела грунтовых вод после подпора не будет или оно будет незначительным. Считая в соответствии с предыдущим поверочным расчетом, что для точек, удаленных от реки, расчетные величины подпора по формуле (2) несколько преувеличены, сделаем расчет по формуле (5) Кене-Каменского.

Расчет располагаем в табл. 7.

Таблица 7

№ сква- жин	Исходные для расчета величины по разрезу								Искомый подпор $z_1$	Абс. отметка уровня грун- товых вод после под- пора
	$l$	$a$	$\sigma_0$	$h_1$	$h_2$	$H_1$	$H_2$	$z_2$		
Река 37	45	2170	1975	—	16,83	—	117,05	2,95	—	—
—	—	—	—	17,0	—	117,22	—	—	2,91	120,13
87 38	95	2125	1930	—	17,0	—	117,22	2,91	—	—
—	—	—	—	17,02	—	117,45	—	—	2,86	120,31
88 34	115	2030	1835	—	17,02	—	117,45	2,86	—	—
—	—	—	—	12,93	—	117,52	—	—	2,84	120,36
84 114	135	1915	1720	—	12,98	—	117,52	2,84	—	—
—	—	—	—	13,28	—	117,72	—	—	2,79	120,51
114 95	155	1780	1535	—	13,28	—	117,72	2,79	—	—
—	—	—	—	13,56	—	118,42	—	—	2,60	121,02
96 117	240	1625	1430	—	13,56	—	118,42	2,60	—	—
—	—	—	—	11,18	—	118,52	—	—	2,57	121,09
117 113	240	1385	1190	—	11,18	—	118,52	2,57	—	—
—	—	—	—	6,03	—	121,81	—	—	(1,55) 1,47	(123,36) 123,28
118 119	345	1145	950	—	6,03	—	121,81	1,47	—	—
—	—	—	—	8,64	—	124,17	—	—	0,75	124,92
119 А	370	800	605	—	8,64	—	124,17	0,75	—	—
—	—	—	—	16,9	—	126,19	—	—	0,12	126,22

На склоне от древней террасы к современной в районе скважины №118 определяется, как и предыдущим расчетом, заболоченность.

Величина подпора грунтовых вод на пойменной террасе, подсчитанная по формуле (5), мало отличается от величины, подсчитанной по формуле (2).

Более резко отличие для пунктов древней террасы. Можно думать, что меньшие величины подпора, полученные по формуле (5), будут ближе к действительным. Вопрос усложняется тем,

что в районе скважины № 117 в верхней части аллювия на суглинках наблюдается верховодка.

Весьма вероятно предположение о связи верховодки с основным потоком грунтовых вод. В соседних скважинах № 118 и 96 суглинки или выклиниваются или уменьшаются в мощности и верховодка отсутствует. По периферии скважины № 117 песчаные аллювиальные слои замещены плохопроводящими суглинками и супесями. Поэтому в районе скважины № 117 происходит сужение сечения потока, и благодаря вклиниванию в толщу песков прослой суглинка поток раздваивается; верхняя часть потока образует верховодку, нижняя—приобретает напор, и в скважине № 117 отмечается два уровня: верхний на отметке 120,94, нижний—118,52.

Подсчеты подпора по уровню верховодки показывают, что для района скважины № 118 результаты будут одинаковы с полученными при подсчете по основному потоку (заболачивание).

Различие будет для района скважины № 117, где при подпоре верховодки произойдет также заболачивание.

Повышение уровня верховодки в скважине № 118 не отразится на уровнях грунтовых вод остальных скважин.

Для участков разреза с наклонным водоупорным основанием подсчитаем подпор по методу акад. Павловского.

Способ расчета примем следующий.

Уравнение неравномерного движения грунтовых вод до подпора:

$$\frac{il}{h_0} = \varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1)$$

или

$$il = h_0 \left[ \varphi\left(\frac{h_2}{h_0}\right) - \varphi\left(\frac{h_1}{h_0}\right) \right]. \quad (a)$$

Обозначения, входящие в уравнение, пояснены выше.

Из уравнения (a) определяем подбором или графически глубину равномерного движения —  $h_0$ .

Подставляя найденное значение  $h_0$  в уравнение движения грунтовых вод, после подпора:

$$\frac{il}{h_0} = \varphi(\eta_2') - \varphi(\eta_1')$$

или

$$\frac{il}{h_0} = \varphi\left(\frac{h_2 + z_2}{h_0}\right) - \varphi\left(\frac{h_1 + z_1}{h_0}\right). \quad (b)$$

Определяем из уравнения (b):

$$\varphi\left(\frac{h_1 + z_1}{h_0}\right) = \varphi\left(\frac{h_2 + z_2}{h_0}\right) - \frac{il}{h_0}.$$

По найденному значению функции определяем аргумент  $\frac{h_1 + z_1}{h_0}$ , а отсюда и величину подпора  $z_1$ .

Для отыскания функции  $\varphi(\eta)$  по данному аргументу  $\eta$  и обратно пользуемся таблицами акад. Павловского („Неравномерное движение грунтовых вод“, Москва 1930 г.).

Так как обычно затруднения в подборе  $h_0$ , то для предварительных соображений о величине  $h_0$  можно воспользоваться следующим уравнением (для случая прямого уклона водоупора).

Дифференциальное уравнение неравномерного движения при прямом уклоне водоупора:

$$q = kh \left( i - \frac{dh}{dl} \right);$$

для равномерного движения:  $q = kih_0$ .

Приравнявая эти уравнения:

$$kih_0 = kh \left( i - \frac{dh}{dl} \right)$$

и заменяя

$$h = \frac{h_1 + h_2}{2} \quad \text{и} \quad \frac{dh}{dl} = \frac{h_2 - h_1}{l},$$

получим:

$$ih_0 = \frac{h_1 + h_2}{2} \left( i - \frac{h_2 - h_1}{l} \right)$$

или

$$h_0 = \frac{h_1 + h_2}{2} - \frac{h_2^2 - h_1^2}{2il}. \quad (6)$$

Определив из уравнения (6)  $h_0$ , проверяем найденное значение по уравнению (а). В случае тождества принимаем найденное значение  $h_0$ , в противном случае подбираем по уравнению (а) последовательно ближайшие к найденному.

Расчеты производим, как и выше, последовательной связкой двух соседних скважин створа.

Данные по разрезу (табл. 8):

Таблица 8

Створ	$H_1$	$h_1$	$h_2$	$z_2$	$i$	$l$	$il$
88—84	117,52	12,98	17,02	2,90 <sup>1</sup>	0,036	115	4,14
96—117	118,52	11,18	13,56	2,71	0,01035	240	2,48
117—118	121,81	6,08	11,18	2,79	—	240	8,39

<sup>1</sup>  $z_2$  — подпор в скважинах № 88, 96 и 117.

Движение потока происходит с возрастающими глубинами

$$\left( \frac{h_1}{h_0} > 1 \right)$$

(случай подпора при прямом уклоне водопора), поэтому для определения функций  $\varphi(h)$  пользуемся табл. II акад. Павловского.

Расчеты располагаем в табл. 9.

Таблица 9

Створ	$h_0$ по формуле (6) и подбором	$h$ $h_0$	$\frac{h^3}{h_0^3}$ $\frac{h^2}{h_0^2}$	$\varphi(h)$ по таблицам Павловского	$\varphi(h)$ (5—3)	$h_1$ по таблицам Павловского	$h_1$ по формуле (6) и подбором	Абс. отметка грунтовых вод после подпора
1	2	3	4	5	6	7	8	9
88—84	0,5	8,28	39,84	43,45	35,17	31,7	2,57	120,39
98—117	0,5	4,96	32,54	35,37	31,45	27,75	2,70	121,22
117—118	3,2	2,62	4,31	5,81	2,92	2,31	1,95	123,76

Примечание. Принято 123,25.

Расчетные данные, полученные по методу акад. Павловского и по приближенной формуле проф. Каменского, весьма близки между собою (табл. 10).

Таблица 10

№ скважины	Абс. отметка грунтовых вод после подпора		Разница
	по Павловскому	по Каменскому	
84	120,39	120,39	—
117	121,22	121,21	0,01
118	123,76	123,79	0,03

Рассмотрим теперь расчеты для этого же створа по методу проф. Каменского, учитывающему неоднородность состава слоев.

Как было указано выше, аллювиальные пески пойменной террасы весьма разнообразны по составу. В гравулометрическом составе песков преобладают фракции с диаметром 0,5—0,25; 0,25—0,5 и 0,5—1,0 мм.

Действующие диаметры песков изменяются от 0,05 до 0,25 мм (по Газену).

Крупные гравелистые пески составляют главным образом нижнюю часть аллювиальной толщи, мелкие глинистые пески—верхнюю.

По данным механического анализа образцов песков, отобранных из разведочных скважин послойно, подсчитаны (по формулам Козеи и Крюгера) коэффициенты фильтрации отдельных слоев.

Величины коэффициентов фильтрации по каждой разведочной скважине для соответствующих мощностей слоев изображены графически в виде элюр (ступенчатых ломаных линий), характеризующих послонное изменение фильтрационных свойств всего водоносного пласта. По элюрам построен схематический профиль водопроводимости пластов разреза и диаграммы средних коэффициентов водопроводимости (черт. 44).

На профиле выделены слои с водопроводимостью меньшей 1,0; 1—5; 5—10 и большей 10 м/сутки. Слои с высокой водопроводимостью, 5—10 м/сутки и большей 10 м/сутки располагаются линзами в прибрежной полосе поймы. В средней части поймы преобладают слои с водопроводимостью 1—5 и менее 1,0 м/сутки. Вблизи древней террасы в толще слоев с небольшой водопроводимостью вновь выделяются гравелистые прослои с высокими водопроводящими свойствами.

Средние коэффициенты водопроводимости подсчитаны по формуле проф. Каменского:

$$k_{cp} = \frac{\sum k_n h_n}{H},$$

где  $k_n$  — коэффициент фильтрации каждого слоя (по Коэси);

$h_n$  — мощность слоя;

$H = h_1 + h_2 + \dots + h_n$  — суммарная мощность слоев.

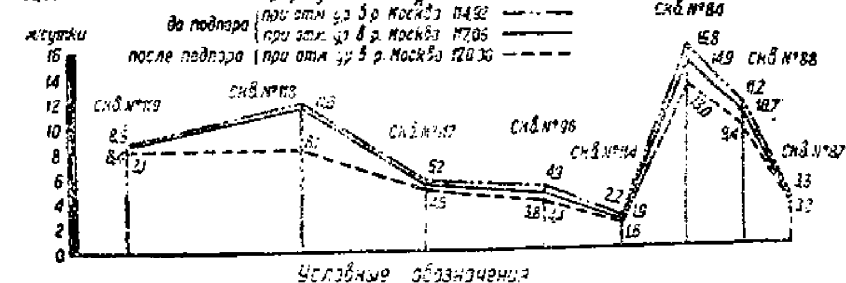
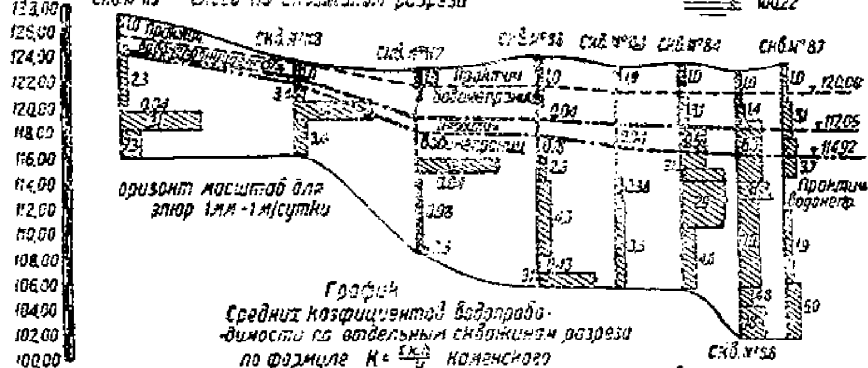
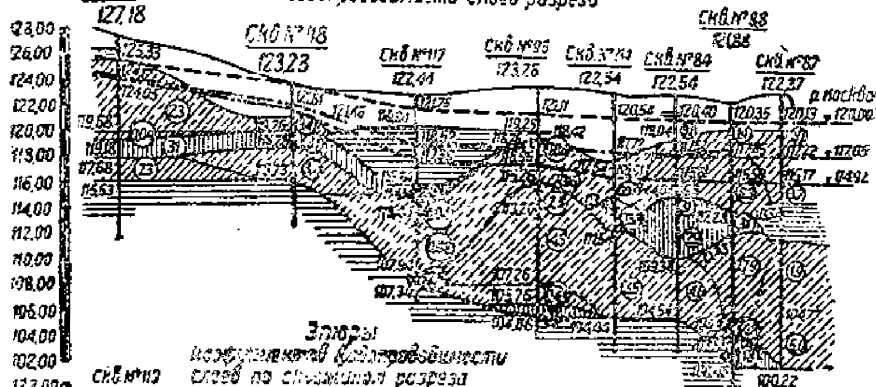
Средние коэффициенты фильтрации являются величинами переменными. При изменении уровня реки и положения депрессионной поверхности потока, кривой депрессии потока могут пересекаться слои с иной водопроводимостью. При новом положении кривой депрессии могут следовательно изменяться и величины средних коэффициентов фильтрации. На диаграмме (черт. 44) изображены значения средних коэффициентов фильтрации для различных положений кривой депрессии потока, соответствующих отметкам уровня реки 114,92, 117,05 и 120. Наименьшие значения средних коэффициентов фильтрации будут при наиболее высоком положении поверхности потока после подпора при отметке уровня реки 120.

При изменении фильтрационных свойств в вертикальном направлении, когда кривая депрессии грунтовых вод после подпора располагается в слоях с иной водопроводимостью, может измениться и величина подпора.

Так как в рассматриваемом примере, судя по профилю водопроводимости и диаграммам средних коэффициентов фильтрации, водопроводящие свойства пластов изменяются без какой-либо явной закономерности, то для расчета подпора наиболее целесообразно применить уравнение общего вида, составленное проф. Каменским для пластов с различной водопроводимостью.

Для расхода грунтового потока в сечении между двумя скважинами можно написать следующее уравнение:

# Статистический профиль водопроводности слоев разреза



- Насыщенные гравий, песок, мелкие оски и супеси с неперемежающимися водопроводными слоями из не выше 1 м/секунты
- Слои с водопроводностью - 1 м/секунты
- Слои с водопроводностью 1-3 м/секунты
- Слои с водопроводностью 3-10 м/секунты
- Слои с водопроводностью - 10 м/секунты
- Слои практически водонепроницаемые

- Уровень воды на 10/11 - 33 г. при отп. р. #705
- Уровень воды на 3/10 - 34 г. при отп. реки #492
- Земляной уровень воды после подпора при павышении ур. в. Моск. до ст. 12190
- Цифра в кружке показывает величину коэф. фильтрации. Коэффициент водопроницаемости по формуле Коэнга

Гориз. масштаб  
0 100 200 250 м

$$q = \frac{(k'_1 h'_1 + k'_2 h'_2 + k'_3 h'_3 + \dots) + (k''_1 h''_1 + k''_2 h''_2 + k''_3 h''_3 + \dots)}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l},$$

где  $k'_1, k'_2, k'_3$  — коэффициенты фильтрации отдельных слоев, вскрытых первой разведочной скважиной (верхней по потоку);

$h'_1, h'_2, h'_3$  — соответствующие мощности этих слоев;

$k''_1, k''_2, k''_3$  — коэффициенты фильтрации отдельных слоев, вскрытых второй скважиной, нижней по потоку.

$h''_1, h''_2, h''_3$  — мощность слоев;

$H_1$  и  $H_2$  — отметки уровня воды в скважинах;

$l$  — расстояние между скважинами.

После подпора, когда кривая депрессии потока будет пересекать слои с иной водопроницаемостью, имеем уравнение расхода:

$$q = \frac{[(k'_1 h'_1 + k'_2 h'_2 + \dots + k'_3 z') + (k''_1 h''_1 + k''_2 h''_2 + \dots + k''_3 z'')]}{2} \cdot \frac{[(H_1 + z') - (H_2 + z'')]}{l},$$

где  $z'$  и  $z''$  — повышение уровня грунтовых вод в скважинах 1 и 2;

$k'_3$  — коэффициент фильтрации слоя, пересекаемого кривой депрессии потока после подпора в 1-й скважине;

$k''_3$  — коэффициент фильтрации слоя, пересекаемого кривой депрессии потока после подпора во 2-й скважине.

В случае равенства расходов потока до и после подпора, приравнявая написанные выше уравнения, имеем следующее расчетное уравнение для определения подпора:

$$\begin{aligned} & [(k'_1 h'_1 + k'_2 h'_2 + \dots) + (k''_1 h''_1 + k''_2 h''_2 + \dots)] (H_1 - H_2) = \\ & = [(k'_1 h'_1 + k'_2 h'_2 + \dots + k'_3 z') + \\ & + (k''_1 h''_1 + k''_2 h''_2 + \dots + k''_3 z'')] [(H_1 + z') - (H_2 + z'')], \quad (7) \end{aligned}$$

или, переписав уравнение (7) иначе:

$$(\Sigma_1 kh + \Sigma_2 kh) (H_1 - H_2) = (\Sigma_1' kh + \Sigma_2'' kh) [(H_1 + z_1) - (H_2 + z_2)], \quad (8)$$

где  $\Sigma_1$  — относится к верхней скважине по потоку;

$\Sigma_2$  — нижней ;

в таком виде примем его для расчета.

Створ 87 — 88:

$$H_1 = 117,45; H_2 = 117,25; \quad z_2 = 2,91 \text{ (для скважины № 87).}$$

По эпюрам:

$$\Sigma_1 kh = 6,3 \cdot 4,57 + 31 \cdot 1,45 + 7,9 \cdot 7,09 + 4,8 \cdot 1,46 + 18 \cdot 2,45 = +180,7,$$

$$\Sigma_2 kh = 3,1 \cdot 0,85 + 3,7 \cdot 3 + 1,9 \cdot 5,85 + 5,0 \cdot 4,55 = 47,64,$$

$$\text{где } k' = \frac{1,0 \cdot 1,0 + 1,4 \cdot 1,5 + 6,3 \cdot 0,4}{2,9} = 1,9,$$

$$\Sigma_1' kh = \Sigma_1 kh + k' z_1 = 180,7 + 1,9 z_1,$$

$$\Sigma_2' kh = \Sigma_2 kh + k'' z_2 = 47,64 + 2,54 \cdot 2,91 = 55,06,$$

$$\text{где } k'' = \frac{3,1 \cdot 2,15 + 1,0 \cdot 0,76}{2,91} = 2,54.$$

Подставляя найденные по эпюрам величины в уравнение (8) и решая квадратное уравнение, получим:

$$1,9 z_1^2 + 230,67 z_1 - 684,35 = 0,$$

$$z_1 = 2,90; \text{ абс. отметка} - 120,35.$$

Створ 88—84:

$$H_1 = 117,52; H_2 = 117,45; z_2 = 2,90.$$

По эпюрам:

$$\Sigma_2 kh = 180,7; \Sigma_2' kh = \Sigma_2 kh + k'' z_2 = 180,7 + 1,9 \cdot 2,90 = 186,3,$$

$$\Sigma_1 kh = 9,5 \cdot 3,48 + 31 \cdot 1,0 + 29 \cdot 3,7 + 4,6 \cdot 4,8 = 193,2,$$

$$\Sigma_1' kh = \Sigma_1 kh + k' z_1 = 193,2 + 2,7 z_1,$$

$$\text{где } k' = \frac{3,1 \cdot 2,5}{2,9} = 2,7.$$

$$\text{Расчетное уравнение: } 2,7 z_1^2 + 371,87 z_1 - 1100,17 = 0,$$

$$z_1 = 2,90; \text{ абс. отметка} - 120,42.$$

Створ 84—114:

$$H_1 = 117,72; H_2 = 117,52; z_2 = 2,90,$$

$$\Sigma_2 kh = 193,2; \Sigma_2' kh = \Sigma_2 kh + k'' z_2 = 193,2 + 2,7 \cdot 2,9 = 201,$$

$$\Sigma_1 kh = 0,04 \cdot 4,23 + 0,38 \cdot 1,95 + 3,5 \cdot 7,10 = 25,8,$$

$$\Sigma_1' kh = \Sigma_1 kh + k' z_1 = 25,8 + 0,04 z_1,$$

$$0,04 z_1^2 + 226,69 z_1 - 656,15 = 0,$$

$$z_1 = 2,87; \text{ абс. отметка} - 120,59.$$

Створ 114—96:

$$H_1 = 118,42; H_2 = 117,72; z_1 = 2,87,$$

$$\Sigma_2 kh = 25,8; \Sigma_2' kh = \Sigma_2 kh + k'' z_2 = 25,8 + 0,04 \cdot 2,87 = 25,92.$$

$$\Sigma_1 kh = 0,04 \cdot 0,66 + 0,16 \cdot 2,5 + 2,6 \cdot 2,0 + 4,3 \cdot 6,0 + 0,43 \cdot 1,5 + 31 \cdot 0,9 = 60,0,$$

$$\Sigma_1' kh = 60,0 + k' z_1 = 60,0 + 0,7 z_1,$$

$$\text{где } k' = \frac{0,04 \cdot 0,84 + 1,0 \cdot 1,85}{2,69} = 0,7,$$

$$0,7z_1^2 + 84,40z_1 - 246,49 = 0, \\ z_1 = 2,86; \text{ абс. отметка } - 121,28.$$

Створ 96 — 117:

$$H_1 = 118,52; H_2 = 118,42; z_2 = 2,86, \\ \Sigma_2 kh = 60; \Sigma_2' kh = 60 + k'z_2 = 60 + 0,7 \cdot 2,86 = 62, \\ \Sigma_1 kh = 31 \cdot 1,1 + 0,04 \cdot 0,7 + 0,98 \cdot 5,5 + 2,5 \cdot 0,6 = 41,0, \\ \Sigma_1' kh = 41 + k'z_1 = 41 + 0,5z_1,$$

$$\text{где } k' = \frac{1,0 \cdot 1,3}{1,3 + 1,4} = 0,5;$$

$$0,5z_1^2 + 101,62z_1 - 294,38 = 0, \\ z_1 = 2,81; \text{ абс. отметка } - 121,33.$$

Створ 117 — 118:

$$H_1 = 121,81; H_2 = 118,52; z_2 = 2,81, \\ \Sigma_2 kh = 41,0; \Sigma_2' kh = 41 + k'z_2 = 41 + 0,5 \cdot 2,81 = 42,41, \\ \Sigma_1 kh = 1 \cdot 1,03 + 3,4 \cdot 1 + 31 \cdot 1,5 + 3,4 \cdot 2,55 = 59,63, \\ \Sigma_1' kh = 59,63 + k'z_1 = 59,63 + 1,0z_1, \\ z_1^2 + 102,515 z_1 - 262,1 = 0, \\ z_1 = 2,68; \text{ абс. отметка } - 124,49.$$

Так как в районе скважины № 118 происходит заболачивание, действительный подпор следует принять от уровня грунтовых вод до поверхности земли:

$$z_1 = 1,47; \text{ абс. отметка } - 123,28.$$

Створ 118 — 119:

$$H_1 = 124,17; H_2 = 121,81; z_2 = 1,47, \\ \Sigma_2 kh = 59,63; \Sigma_2' kh = 59,63 + 1 \cdot 1,47 = 61,10, \\ \Sigma_1 kh = 2,3 \cdot 4,49 + 0,04 \cdot 0,5 + 31 \cdot 1,5 + 7,3 \cdot 2,15 = 72,5, \\ \Sigma_1' kh = 72,5 + k'z_1 = 72,5 + 1 \cdot z_1,$$

$$\text{где } k' = \frac{2,3 \cdot 0,5}{0,5 + 0,6} = 1,0;$$

$$z_1^2 + 134,49 z_1 - 192,91 = 0, \\ z_1 = 1,42; \text{ абс. отметка } - 125,59.$$

Величины подпора по формуле (8), учитывающей фильтрационные свойства водоносных слоев, нерезко отличаются от величин, полученных подсчетом по формуле (2) для однородных пластов

первые несколько превышают вторые. Расхождение увеличивается для пунктов, удаленных от реки. В данном случае расчеты по формуле, учитывающей фальтратационные свойства слоев, не дают особых уточнений; объясняется это, повидимому, характером изменения фальтратационных свойств слоев.

В рассматриваемом геологическом разрезе пласт суглинков в верхней части аллювия в сравнении с нижележащим пластом песков имеет незначительную мощность; пестрое же изменение фальтратационных свойств песков можно рассматривать в первом приближении, идущим в различных направлениях, а потому до некоторой степени взаимно компенсирующимся.

Результаты расчета подпора грунтовых вод по Замоскворецкому створу сведены в табл. 11.

Таблица 11

№ скважин	Абс. отметка устья скважин	Район	Абс. отметка уровня грунтовых вод после подпора			
			по формуле (2) Каменского	по формуле (5) Кене-Каменского	по формуле (3) Павловского	по формуле (8) с учетом фальтратационных свойств
87	122,37	завод „Труженик“	120,14	120,13	—	—
88	121,88		120,34	120,31	—	120,35
84	122,54	1 ситценабивная фабрика	120,39	120,36	120,33	120,42
114	122,54		120,55	120,51	—	120,59
96	123,26	Кожевенный завод	121,13	121,02	—	121,28
117	122,44	завод „Непрерывка“	121,21	121,09	121,22	121,33 <sup>1</sup>
118	123,28	пути Павелецкой ж. д.	123,28	123,28	123,28	123,28 <sup>1</sup>
119	127,18	—	125,28	124,92	—	125,59
А	130,88	—	127,0	126,22	—	—
Б	132,25	—	127,45	—	—	—
416/133	133,09	Замоскворецкий радиус метро	127,90	—	—	—

Общие выводы сделаем ниже, после расчетов по другим створам. Здесь же укажем, что сравнительная сходность результатов вычислений по различным формулам для участков пойменной террасы объясняется тем обстоятельством, что все формулы исходят из одного и того же принципа Дарси и отличаются только различным математическим оформлением.

Наиболее близки к действительности будут, повидимому, расчеты по формуле (5) Кене-Каменского.

Рассмотрим далее разрез по скважинам № 81, 83, 82, 115, 96 (черт. 45), пересекающий на протяжении 600 м пойменную террасу на участке 1-й ситценабивной мануфактуры и зеркального завода (скважина № 115).

<sup>1</sup> Приняты по условию заболачивания.

Аллювий этого участка поймы представлен разнообразными песками: в верхней части — мелкими глинистыми с преобладающей фракцией механического состава 0,5—0,25 мм и с невысокими фильтрационными свойствами, в нижней части — крупными, гравелистыми с преобладающей фракцией механического состава 0,5—1 мм, глинистостью не выше 3%, гравийностью иногда до 40% и с высокими коэффициентами фильтрации до 30 м/сутки. Местами в нижней части разреза среди крупных песков встречаются прослои мелких.

Иногда крупные гравелистые пески занимают среднюю часть разреза, мелкие пески — верхнюю и нижнюю. Общая мощность аллювиальных песков 12—15 м. Сверху они покрыты насыпным культурным слоем мощностью 3—5 м.

Между насыпью и аллювиальными песками встречаются местами маломощные линзовидные прослои суглинков.

Подстилаются пески аллювиальными глинами из перемытого материала юрских глин, лежащими на карбоне.

Ровная поверхность водоупорных глин располагается на 10—12 м ниже уреза реки (абс. отметки 105—106).

Имея по наблюдательным скважинам отметки поверхности потока грунтовых вод за летний период при отметке уровня реки 117 и за осенне-зимний период при отметке уровня реки 115, произведем вначале поверочный расчет для подпора 117,05—114,92 = 2,13 и, как в вышеприведенном примере, сравним расчетную кривую депрессии потока с практической.

Расчет произведем по формуле (2) Каменского последовательной увязкой двух соседних скважин.

Результаты вычислений приведены в табл. 12.

Таблица 12

№ скважин	Абс. отметка устья скважин	Исходные для расчета данные по разрезу					Искомый подпор	Абс. отметка уровня грунтовых вод по подпору
		$h_2$	$h_1$	$H_2$	$H_1$	$z_2$		
Река	—	8,35	—	114,92	—	2,13	—	—
81	121,97	—	8,51	—	115,08	—	2,10	117,18
81	—	8,51	—	115,08	—	2,10	—	—
82	122,58	—	9,93	—	115,51	—	2,02	117,53
82	—	9,93	—	115,51	—	2,02	—	—
115	122,79	—	11,2	—	115,74	—	1,98	117,72
115	—	11,2	—	115,74	—	1,98	—	—
96	123,26	—	12,09	—	116,95	—	1,81	118,76

Примечание. Скважину № 83 пропускаем, так как по ней отсутствуют стационарные наблюдения.

В нижеследующей табл. 13 видна разница между расчетными отметками уровней и наблюдавшимися.



Таблица 13

№ скважин	Расстояние от реки в м	Абсолютные отметки уровня		Расхождение в м
		расчетные	практические	
81	42,5	117,18	117,16	0,02
82	242,5	117,53	117,51	0,02
115	411,5	117,72	117,63	0,09
96	576,9	118,76	118,42	0,34

Сходимость расчетных величин с практически наблюдавшимися достаточно высокая. Несколько более велико расхождение для последнего пункта, удаленного от реки свыше 500 м, но и для этого пункта порядок величины расхождения не столь резок. Отметим некоторые особенности разреза: строение аллювия сравнительно однообразно, в толще аллювия отсутствуют линзы и пропластки водонепроницаемых пород

$$I = 0,002 - 0,003;$$

$$i = 0,007 \text{ (на отдельных участках).}$$

После повышения уровня реки до отметки 120 кривая депрессии потока грунтовых вод будет располагаться в насыпных песках, малоотличных по гранулометрическому составу и водопроводящим свойствам от песков верхней части аллювия. Поэтому расчет подпора при отметке уровня реки 120 можем произвести, приняв фильтрационные свойства водоносных слоев однородными, по той же формуле (2), дающей, как мы видели, хорошую сходимость практических и расчетных данных. Расчет подпора по этому створу при повышении уровня реки до отметки 120 приведен в табл. 14.

Таблица 14

№ скважин	Абс. отметка устья скважин	Исходные для расчета величины по разрезу					Искомый подпор $z_1$	Абс. отметка уровня грунтовых вод подпора
		$h_2$	$h_1$	$H_2$	$H_1$	$z_2$		
Река	— —	10,48	—	117,05	—	2,95	—	—
81	121,97	—	10,59	—	117,16	—	2,93	120,69
82	122,53	10,59	—	117,16	—	2,93	—	—
82	—	—	11,93	—	117,51	—	2,86	120,37
82	—	11,93	—	117,51	—	2,86	—	—
115	122,79	—	13,09	—	117,63	—	2,84	120,47
115	—	13,09	—	117,63	—	2,84	—	—
96	123,26	—	13,56	—	118,42	—	2,70	121,12

<sup>1</sup> Выше расчетом по основному Замоскворецкому створу для скважины № 96 получено  $z_1 = 2,69$  или в абс. отметке 121, 11.

Интересно отметить, что при весеннем паводке 1934 г., временно поднявшим уровень Москва-реки с отметки 115 до отметки близкой к 120, депрессионная поверхность потока имела явный паводковый характер. В береговой скважине № 81 кривая уровней имела волнообразный подъем, а в отдаленных от реки пунктах — вогнутый вид, причем, как видно из табл. 15, уровни не достигли отметок, наблюдавшихся при стационарном состоянии потока в летний период 1933 г.

Таблица 15

№ сква- жин	Абс. отметки уровней	
	в паводок весной 1934 г.	летом 1933 г.
Река	120,0	117,05
81	119,0	117,16
82	117,40	117,51
115	117,20	117,63
96	117,55	118,42

Отсюда очевидная невозможность сравнивать расчетные уровни подпора с уровнями при кратковременных паводках.

Значительный методический интерес представляет створ разведочных скважин № 79—80, расположенный на участке Алебастрового завода. При отметках поверхности 119,87—120,14 участок затопливается, но так как проектируется сооружение дамбы и подсыпка участка, то расчет подпора имеет значение.

Разрез (черт. 46) по скважинам 79—80 вскрывает тальвег глубокой древней, ныне погребенной ложбины, размытой до коренных каменноугольных слоев.

В ложбине на размытой до абсолютной отметки 83 поверхности карбона залегает свита четвертичных отложений; внизу—предледниковые мелкие однородные глинистые пески мощностью до 25 м, вверху—10-метровая толща современного аллювия. Предледниковые мелкие пески с преобладающей фракцией механического состава 0,05—0,25 имеют слабые фильтрационные свойства (1—2 м/сутки, по Козени). Вышележащие аллювиальные образования, отделенные от предледниковых маломощными линзовидными прослоями песчанистых глин и супесей, разделяются по составу на две части: нижнюю—грубых крупно- или среднезернистых гравийных песков с преобладающей фракцией механического состава 0,5—1,0 и 1—2 мм и высокими фильтрационными свойствами (до 100 м/сутки) и верхнюю—мелких песков, сменяющихся супесями. Абсолютная отметка подошвы гравийных песков (109) на 6—8 м ниже меженного уровня реки. Можно считать, что при повышении уровня реки передача напора на грунтовые воды будет происходить главным образом по крупнозернистым пескам нижней

Абсолютн.  
отметки

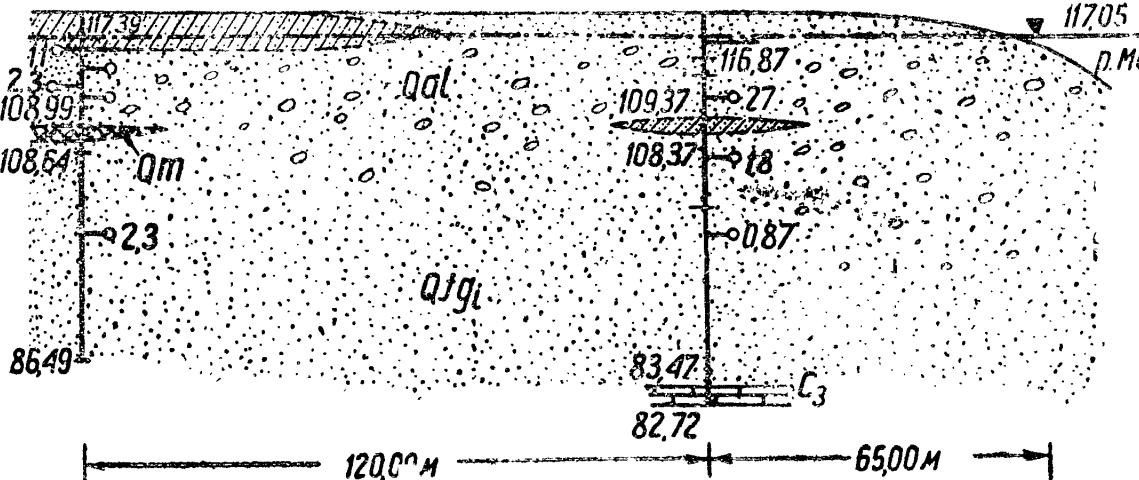
СКВ. № 80

120,14

СКВ. № 79

119,87

120,00  
115,00  
110,00  
105,00  
100,00  
95,00  
90,00  
85,00  
80,00



Услов. чие обозначения

- |                                       |   |  |   |
|---------------------------------------|---|--|---|
| Супесь желто-бурая и серая.           | Песок м. ко-зернистый с редким щебнем           | Песок мелко-зернистый, глинистый, безволунный    | Песок разнoзернистый с гравием и щебнем |
| Суглинок буровато-желтый              | Песок крупно-зернистый, щебнем крем. известняка | Песок мелко и тонкозернистый, чистый безволунный | Известняк разборный, окремнелый         |
| Грубо-песчанис-тый с гравием и щебнем |   |  | Коэффициент фильтрации по Козени        |

— уровень появления воды в скважинах — уровень воды на 10/ХІ-33 г.

части аллювия. Нижележащую мощную толщу слабофильтрующих предледниковых песков можно исключить при расчете подпора, рассматривая только слоистый пласт аллювия.

Подсчитаем вначале подпор по формуле (2) без учета фильтрационных свойств слоев (табл. 16).

Таблица 16

№ сква- жин	Абс. отметка устья сква- жин	Исходные для расчета величины по разрезу					Искомый подпор $z_1$	Абс. отметка уровня гр. вод после подпора
		$h_1$	$h_2$	$H_1$	$H_2$	$z_1$		
Река 79	—	—	7,69	—	117,05	2,95	2,93	120,05
	119,87	7,75	—	117,12	—	—	2,75	119,87
79 80	—	—	7,75	—	117,12	2,75	—	—
	120,14	8,40	—	117,39	—	—	2,68	120,07

В вышеприведенном расчете величины  $h_1$  и  $h_2$  считаем от кровли глинистых линз на контакте предледниковых и аллювиальных отложений.

В районе скважины № 79 при отметке поверхности земли 119,87 и отметке уровня грунтовых вод после подпора 120,05 происходит заболачивание; поэтому принимаем отметку уровня грунтовых вод после подпора 119,87.

Заболачивание местности происходит также в районе скважины № 80.

Для горизонтального слоистого пласта в работе проф. Каменского выведено уравнение расхода потока грунтовых вод:

$$q = \epsilon_2 M \frac{h_1 - h_2}{l} + \epsilon_1 \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{h_1 - h_2}{l}$$

и то же уравнение после подпора:

$$q = \epsilon_2 M \frac{(h_1 + z_1) - (h_2 + z_2)}{l} + \epsilon_1 \frac{[(h_1 + z_1) + (h_2 + z_2)] \cdot [(h_1 + z_1) - (h_2 + z_2)]}{2l}$$

При условии постоянства расхода расчетное уравнение для определения подпора будет:

$$\epsilon_2 M (h_1 - h_2) + \frac{1}{2} \epsilon_1 (h_1^2 - h_2^2) = \epsilon_2 M [(h_1 + z_1) - (h_2 + z_2)] + \frac{1}{2} \epsilon_1 [(h_1 + z_1)^2 - (h_2 + z_2)^2], \quad (9)$$

где  $\varepsilon_2$  — усредненный коэффициент водопроводимости нижнего слоя;

$e_1$  " " " верхнего "

$M$ —мощность нижнего слоя;

$h_1$  и  $h_2$  — высота уровней воды над кровлей нижнего пласта.

В рассматриваемом примере:

$$\epsilon_2 = \frac{27 + 102}{2} = 65 \text{ м/сутки};$$

$$\varepsilon_1 = 1,4 \text{ м/сутки};$$

$$M = 4;$$

$$h_1 = 117,39 - 114,14 = 3,3;$$

$$h_2 = 117,12 - 113,37 = 3,8;$$

$$z_0 = 2,75 \text{ } \mathcal{M},$$

где 114,14 и 113,37 — отметки кровли грубозернистого аллювия.

Подставляя численные величины в уравнение (9) и обозначая для простоты:  $h_1 + z_1 = y$ , получим квадратное уравнение:

$$0,7y^2 + 260y - 1601 = 0,$$

откуда  $y = 6,06$  и  $z_1 = y - h_1 = 2,76$  или в абс. отметке 120,15

Выше по формуле (2) без учета фильтрационных свойств получена несколько меньшая величина подпора:  $z_1 = 2,68$ , но разница незначительна.

Последним рассмотрим разрез (черт. 47), пересекающий узкую полосу поймы, прилегающую к высокой древней террасе в районе Баршанского шоссе, в южной части Замоскворечья. Наблюдательные скважины створа (№ 65—78—67) расположены на участке фабрики им. Фрунзе. Пойменная терраса этого участка отличается весьма пестрым составом аллювий.

В прибрежной полосе аллювиальные образования представлены средне- и крупнозернистыми, гравийными чистыми песками с преобладающей фракцией механического состава 0,5—1 мм и с высокими фильтрационными свойствами (от 15 до 100 м/сутки).

Мощность песков около 10 м, подошва их опускается на 9—11 м ниже уровня реки. Подстилаются аллювиальные пески юрской глиной, поверхность которой уступом поднимается к древней террасе. Сверху пески покрыты пластом в 2 м иловатого тонкопесчанистого суглинка, лежащего под культурной песчаной насыпью. В направлении к древней террасе гравийные пески выклиниваются и заменяются тонкими глинистыми песками и супесями, прикрытыми в верхней части суглинками. Последние образования прислонены к мелким глинистым предледниковым пескам древней террасы. Со стороны древней террасы к пойме поступает поток грунтовых вод. На древней террасе водоносны мелкие предледниковые пески, супеси и коренные юрские пески нижневолжского яруса, на пойме водоносны аллювиальные супеси и пески. Уклон депрессионной поверхности потока — крутой, на древней террасе — 0,02, на современной — 0,01.



В месте сочленения древней и современной террас, где в кровле аллювиальных образований находится прослой суглинков и глин, поток грунтовых вод имеет некоторый напор. На суглинках же наблюдается верховодка с весьма различными уровнями (от 0,5 до 2 м) в близких между собою пунктах. Верховодка, повидимому, не связана с основным потоком грунтовых вод.

Вначале для проверки расчетной кривой подпора с практической произведем расчет подпора при повышении уровня реки на 2,17 м, наблюдавшимся при смене летнего и осеннего режима реки на зимний.

Рассчитываем без учета фильтрационных свойств слоев по формуле (2) проф. Каменского (табл. 17).

Таблица 17

№ скважины	Абс. отметка устья	Исходные для расчета величины по разрезу					Искомая величина подпора $z_1$	Абс. отметка уровня гр. вод после подпора
		$h_1$	$h_2$	$H_1$	$H_2$	$z_2$		
Река	—	—	8,05	—	114,85	2,17	—	—
66	122,15	0,05	—	115,85	—	—	1,97	117,82
66	—	—	9,05	—	115,85	1,97	—	—
78	123,89	5,08	—	117,47	—	—	1,64	119,11

Примечание.  $z_2 = 117,02 - 114,85$ .

Сравним уровни, полученные расчетом с наблюдавшимися (табл. 18):

Таблица 18

№ скважины	Абс. отметка уровней		Разница
	расчетная	наблюдаемая	
66	117,82	118,03	-0,21
78	119,11	118,84	+0,27

Порядок расхождения величин расчетных и наблюдаемых показывает и в этом случае возможность применения формулы (2) проф. Каменского. Благодаря плохой водопроницаемости значительной части аллювиальных отложений коймы здесь особенно важное значение приобретает элемент времени для установления определенного стационарного состояния потока, но ввести элемент времени в расчет при существующей методике невозможно.

Перейдем к расчету подпора по данному створу при отметке реки —120.

№ сква- жины	Абс. отметка устья скважин	Исходные для расчета величины по разрезу					Искомая величина подпора $z_1$	Абс. отметка уровня грун- товых вод после подпора
		$h_1$	$h_2$	$H_1$	$H_2$	$z_2$		
Река 66	123,15 —	— 11,23	10,22 —	— 118,03	117,02 —	2,98 —	— 2,77	— 120,80
66 78	— 123,89	— 6,45	11,23 —	— 118,84	118,03 —	2,77 —	— 2,58	— 121,42
78 586	— 137,92	— 7,20	6,45 —	— 124,72	118,84 —	2,58 —	— 1,28	— 126,0

Примечание. Скважину № 67 из расчета выкидываем, так как в ней благодаря верховодки недостаточно точны данные об уровне грунтовых вод основного потока.

О повышении уровня верховодки можно судить на основании анализа ее режима, т. е. по зависимости колебания уровня при определенном уровне реки от метеорологических факторов (осадков, талых вод).

Для правильного суждения о колебании уровня верховодки необходимо в данном пункте иметь две наблюдательные скважины — одну в основном потоке грунтовых вод, другую в верховодке. В районе скважины № 67 весною 1934 г. при отметке паводкового уровня реки около 120 горизонт верховодки находился между отметками 122,21—123,24; амплитуды колебания уровня верховодки более резки в сравнении с колебанием уровня основного потока. В указанных выше пределах и можно считать вероятное повышение уровня верховодки после подпора. Подробнее на этом вопросе здесь не останавливаемся. В средней части поймы (скважина № 78) грунтовые воды после повышения уровня насыщают тонкие песчанистые супеси, переходящие вверху в песчанистые суглинки. Отметка полошвы суглинков на 1 м ниже определенного расчетом уровня грунтовых вод; поэтому уровень грунтовых вод после подпора будет, повидимому, пьезометрическим.

Рассчитаем полпор грунтовых вод в некоторых пунктах данного разреза по формуле акад. Павловского.

Расчеты расположим, как и прежде, в табл. 20, фактические данные о величинах  $h$ ,  $H$  и т. д. возьмем по табл. 19.

При определении  $\varphi(\eta_1')$  и  $\eta_1'$  пользуемся табл. II Павловского, так как движение грунтовых вод после подпора будет происходить с возрастающими глубинами  $(h_1 + z_1) < (h_2 + z_2)$ .

Но при проверке подбором величины  $h_0$  для створа 78—586 по

Таблица 20

№ сква- жин	$il$ по раз- резу	$h_0$ по формуле (6) и после- дующим подбором	$h_0$	$\eta_2^1 =$ $= \frac{h_1 + z_2}{h_0}$	$\varphi(\eta_2)$ по таб- лицам Павлов- ского	$\varphi(\eta_1) = \varphi(\eta_2) -$ $\frac{il}{h_0}$	$\eta_1^1$ по таблицам Павловского	$z'$ из ур-ния $\frac{h_1 + z_1}{\eta_1^1} = h_0$	Абс. отметка уровня гр. вод после подпора
78	5,59	1,25	4,47	11,2	13,52	9,05	7,23	2,60	121,44
586	5,13	7,87	0,65	1,15	-0,74	-1,30	1,087	1,30	126,02

Примечание.  $\eta_2^1 = \frac{6,45 + 2,60}{7,87} = 1,15$ .

уравнению  $il = h_0[\varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1)]$  или  $5,13 = h_0 \left[ \varphi \left( \frac{6,45}{h_0} \right) - \varphi \left( \frac{7,20}{h_0} \right) \right]$

приходится пользоваться табл. 1 Павловского, так как движение грунтовых вод между пунктами 78 и 586 до подпора происходит с убывающими глубинами (спад).

Величины подпора, подсчитанные по формуле акад. Павловского, весьма близки к полученным по формуле (2) проф. Каменского.

Схематический профиль водопроводимости, составленный по эпюрам коэффициентов водопроводимости слоев отдельных скважин, и графики средних коэффициентов водопроводимости показывают резкое, но последовательное уменьшение водопроводимости аллювиальных слоев от прибрежной полосы поймы к основанию древней террасы от 60 до 1 м/сутки.

Подобная закономерность изменения фильтрационных свойств, как видно по графикам, сохраняется при различных положениях кривой депрессии потока грунтовых вод, соответствующих отметкам уровня реки 114,85, 117,02, и 120.

Для пласта с постепенно изменяющейся в горизонтальном направлении водопроводимостью в работе проф. Каменского выведено уравнение расхода потока грунтовых вод:

$$q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l} \cdot \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{l_n \epsilon_1 - l_n \epsilon_2}.$$

Соответственно после подпора:

$$q = \frac{(h_1 + z_1)^2 - (h_2 + z_2)^2}{2l} \cdot \frac{\epsilon_1' - \epsilon_2'}{l_n \epsilon_1' - l_n \epsilon_2'},$$

откуда уравнение для расчета подпора

$$(h_1^2 - h_2^2) \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{l_n \epsilon_1 - l_n \epsilon_2} = \left[ (h_1 + z_1)^2 - (h_2 + z_2)^2 \right] \frac{\epsilon_1' - \epsilon_2'}{l_n \epsilon_1' - l_n \epsilon_2'}, \quad (10)$$

где  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  — средние коэффициенты водопроницаемости водоносного пласта в двух соседних пунктах до подпора;  $\epsilon_1'$  и  $\epsilon_2'$  — то же после подпора.

Остальные обозначения прежние

Проверим расчет подпора для створа 66—78 по формуле (10).

Створ 66—78:

$$\epsilon_1 = 42,8; \epsilon_1' = 30,0; z_2 = 2,77; h_1 = 6,45; h_2 = 11,23; \epsilon_2' = 61,7; \epsilon_2 = 42,0.$$

Подставив численные значения в уравнение (10), получим квадратное уравнение:

$$z_1^2 + 12,90z_1 - 35,7 = 0,$$

откуда

$$z_1 = 2,34; \text{ абс. отметка } 121,18.$$

Створ 78—67:

$$H_1 = 119,40; H_2 = 118,84; \epsilon_1 = 1,0; \epsilon_1' = 1,0; z_2 = 2,34; h_1 = 7,2; h_2 = 6,45; \epsilon_2 = 42,8; \epsilon_2' = 30,0.$$

После подстановки:

$$z_1^2 + 14,46z_1 - 39,11 = 0,$$

$$z_1 = 2,33; \text{ абс. отметка } 121,73.$$

Если для этого створа рассчитать подпор по формуле (2) проф. Каменского, получим:

$$z_1 = 2,43; \text{ абс. отметка } 121,83.$$

Результаты расчета подпора по данному створу сведем в таблицу 21.

Таблица 21

№ сква- жин	Абс. отметка устья скважин	Абс. отметка уровня грунтовых вод после подпора		
		по формуле (2) Каменского	по формуле (3) Павловского	по формуле с учетом фильтрацион- ных свойств
66	123,15	120,8	—	—
78	123,89	121,42	121,44	121,18
67	124,19	121,83	—	121,73
586	137,92	126,0	126,02	—

Резких расхождений в полученных по различным формулам величинах подпора не имеем и в данном случае. Расчеты по формуле (10), учитывающей фильтрационные свойства слоев,

дают несколько меньшие величины, по видимому более близкие к действительности.

Заканчивая примеры расчетов подпора, можем сделать следующие выводы, считая однако их предварительными и подлежащими уточнению дальнейшей разработкой материалов:

1. Наиболее близкие к действительности величины подпора для участков пойменной террасы дает приближенная формула (2) проф. Каменского, полученная заменой в формуле Дюпюи разности мощностей водоносных пластов разностью абсолютных отметок уровней воды.

2. Для участков, удаленных от реки, более близкие результаты дает формула (5) Кене - Каменского, учитывающая расстояние наблюдательных пунктов от реки и возможность смещения водораздела грунтовых вод, а следовательно изменение района питания потока.

3. Неизменная формула Дюпюи дает сравнительно близкие к действительности результаты для прибрежных участков и при горизонтальном положении водоупора.

При наклонном положении водоупорного основания и для участков, удаленных от реки, расхождение расчетных величин по формуле Дюпюи с наблюдавшимися весьма значительно.

4. Расчеты подпора по формуле акад. Павловского и по приближенной формуле (2) проф. Каменского показывают большую близость результатов.

5. Расчеты по формулам, учитывающим изменение фильтрационных свойств слоев, не дают резких расхождений с расчетами по формулам для однородных пластов. Выяснение степени приближения расчетных величин, определенных по этим формулам к действительным величинам, требует дальнейшей проработки материала.

Формулы, учитывающие неоднородность состава слоев и их фильтрационные свойства, требуют для своего применения данных о послойных значениях коэффициентов фильтрации слоев. Методика изучения фильтрационных свойств пласта послойно в настоящее время совершенно не разработана. Метод откачек дает величину усредненного коэффициента фильтрации всего пласта. Определение коэффициентов фильтрации на основании механического анализа весьма приближенно.

6. В формулах, применяемых для расчета подпора, совершенно не учитывается элемент времени.

Существующая методика не позволяет ответить на вопрос, через какое время установится определенный расчетом уровень после подпора. Некоторые соображения об этом можно дать только на основании анализа режима.

7. Исходным для расчетов подпора и проверки расчетных величин с действительными должно быть установившееся состояние поверхности потока грунтовых вод, но не паводковое з период паводкового режима реки.

8. Приведенные примеры расчета показывают необходимый для решения задачи о подпоре минимум исследовательских работ. Главнейшие из них: бурение разведочных скважин по створам, нормальным к дренирующему руслу, с углублением скважин до водоупора, послойное определение фильтрационных свойств пластов, определение положения промежуточных водоупоров и постановка на них фильтров, как и на основном водоупоре: изучение режима потока грунтовых вод при различном положении уровня в дренирующем русле.

---

## ПРИМЕРЫ ПОДСЧЕТОВ ВЕЛИЧИНЫ ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ ИЗМЕНЕНИИ УРОВНЯ ВОДЫ В р. ОКЕ

(По материалам Горьковского гидрологического института Гидрометкомитета)

Для проведения научно-исследовательских работ по изучению режима подземных вод Горьковский гидрологический институт Гидрометкомитета заложил опытный поперечник около с. Новинок (черт. 48).

Поперечник в 7—10 км выше г. Горького пересекает оба берега р. Оки восемью наблюдательными скважинами, из которых четыре располагаются по крутому косогору правого коренного берега, сложенного породами Пермского возраста и четыре—на аллювиальной террасе левого берега.

Расстояние между скважинами определяется следующими данными: на правом берегу—скважина № 1 находится в 130—140 м от меженного уреза реки, № 2—в 70 м, № 3 и 4 (смежные) в 25—30 м; на левом берегу—скважина № 5—в 380 м от уреза реки, № 6—в 515 м, № 7—в 750 м и № 8—в 1185 м от реки<sup>1</sup>.

Геолого-литологическая характеристика пород вкратце представляется в следующем виде.

Правый склон, наименее нас интересующий для данного случая, сложен мергелями Пермского возраста, имеющими песчаные прослойки. С поверхности склон прикрыт суглинистым покровом мощностью 5—6 м. Мергеля вскрыты наблюдательными буровыми скважинами на глубину до 25 м, слагают склон и идут ниже дна р. Оки.

Левый берег реки представляет аллювиальную террасу, сложенную 25-м толщей песков и прикрывающих их суглинков. Три наблюдательные скважины (№ 5, 7 и 8) прошли до подстилающей пески мергельной толщи Пермского возраста, показавшей обратный от реки уклон своей поверхности ( $i = 0,01$ ).

<sup>2</sup> Расстояния взяты графически с литологического профиля поперечника.



Дальняя от берега скважина №8 показала те же отметки поверхности коренных пород, что и предыдущая перед ней скважина №7, т. е. в расстоянии 750 м от меженного уреза реки, и дальше до скважины №8 поверхность коренных пород горизонтальна.

Данные механических анализов песков, произведенных Гидрологическим институтом, характеризуют эту толщу как мелкозернистую, сильно глинистую. Процентное содержание глинистых частиц доходит до 52%.

Из общего количества 100 анализов (для мергелей и песков) около 20 анализов отмечают наличие фракции с диаметром частиц 1—2 мм, более же крупные фракции отмечаются лишь в 2—3 анализах; 50—70% фракций относятся к диаметру 0,5—0,1 мм.

К сожалению при анализах не определена порозность песков и не подсчитаны коэффициенты фильтрации.

Грубый подсчет коэффициентов фильтрации по способу Хазена дает коэффициенты от 0,03 до 0,000013 см/сек.

Заканчивая эту беглую геолого-литологическую характеристику пород, которую возможно было сделать по графическому материалу и механическим анализам, представленным Гидрологическим институтом, отмечаем, что все наблюдательные скважины оборудованы трубами и фильтрами. Фильтры длиной около 5 м погружены в верхнюю часть водоносного горизонта. Мощность водосодержащей толщи по отдельным скважинам левого берега: №5—15,6 м, №6—17 м, №7—20 м, №8—20,5 м.

В этих толщах имеются прослои, очевидно, неводоносных или, правильнее, плоховодопроводящих пород—илов, мергелей, за вычетом которых водоносная толща представится следующей мощностью: в скважине №5—11 м, №6—16 м, №7—19,50 м и №8—без прослоев.

Мощность водоносных песков у уреза реки при меженном уровне—около 7 м.

Уровень реки в меженный период имеет отметку 64,2 м, в паводок 1933 г. доходил до отметки 70,70 м<sup>1</sup>.

В межень уровень воды в наблюдательных скважинах (в сентябре 1933 г.) зарегистрирован на отметках:

Скважина № 5 . . . . .	63,33 м
"      № 6 . . . . .	70,01 "
"      № 7 . . . . .	70,14 "
"      № 8 . . . . .	71,10 "

В паводок 1933 г. уровни отмечены на отметках:

Скважина № 5 . . . . .	70,56 м
"      № 6 . . . . .	70,80 "
"      № 7 . . . . .	70,90 "
"      № 8 . . . . .	71,62 "

<sup>1</sup> Данные уровней воды реки и наблюдательных скважин взяты с графиков колебаний уровней воды в реке и скважинах.

Таким образом, во время кратковременного паводка 1933 г. при повышении уровня воды в Оке на 6,5 м (до отметки 70,7 м) наибольшее повышение уровня грунтовых вод на левом берегу, естественно, было зарегистрировано лишь в ближайшей к реке скважине № 5, которая оказалась на острове.

# **I. Подсчет величины подпора по формуле проф. Н. Н. Павловского**

В рассматриваемом примере имеем случай движения грунтового потока при обратном уклоне водоупорного ложа.

Основное уравнение при обратном уклоне подстилающего пласта при однородной толще для расчетов по Павловскому выражается следующим образом:

$$\frac{il}{h_0'} = \psi(\eta_2) - \psi(\eta_1),$$

где  $i$ —величина уклона подстилающего пласта;

$l$ —расстояние между взятыми сечениями;

$h_0'$ —условная так называемая нормальная глубина грунтового потока при обратном уклоне;

$\psi(\eta_2)$  и  $\psi(\eta_1)$ —значения функции, в общей форме выражающиеся:

$$\psi(\eta_n) = -\eta_n + \ln(\eta + 1).$$

Для функции  $\psi(\eta)$  Н. Н. Павловским составлена табл. III<sup>1</sup>.

Нормальная же глубина потока  $h_0'$  вычисляется по графику или способом подбора (табл. 22).

Применительно к условиям Новинского створа определим нормальную глубину из основной формулы, имеющей вид:

$$\frac{il}{h_0'} = \psi\left(\frac{h_p}{h_0'}\right) - \psi\left(\frac{h_6}{h_0'}\right),$$

где  $h_p$ —мощность водоносной толщи у уреза реки в меженное время;

$h_6$ —мощность водоносной толщи в скважине № 6;

$l$ —расстояние от уреза реки (в межень) до скважины № 6.

**Примечание.** Скважина № 5 из подсчета исключается, так как во время паводка оказывалась со всех сторон окруженной водой на незначительном радиусе.

Уклон подстилающего слоя  $i$  на участке от реки до скважины № 6 примем равным 0,01.

Подставляя численные значения величин в вышеприведенное уравнение, получим:

<sup>1</sup> Н. Н. Павловский, Неравномерное движение грунтовых вод. Сообщение № 19, ГИС, 1930 г. (стр. 56).

$$\frac{0,01 \cdot 515,0}{h_0'} = \psi \left( \frac{7,0}{h_0'} \right) - \psi \left( \frac{16,0}{h_0'} \right)$$

или

$$h_0' \left[ \psi \left( \frac{7,0}{h_0'} \right) - \psi \left( \frac{16,0}{h_0'} \right) \right] = 5,15, \text{ т. е. } f(h_0') = 5,15.$$

Определим  $h_0'$  методом подбора. Вычисления сведем в табл. 22.

Таблица 22

$h_0'$	$\frac{h_p}{h_0'}$	$\psi \left( \frac{h_p}{h_0'} \right)$	$\frac{h_a}{h_0'}$	$\psi \left( \frac{h_a}{h_0'} \right)$	$\psi \left( \frac{h_p}{h_0'} \right) - \psi \left( \frac{h_a}{h_0'} \right)$	$f(h_0')$
1	7,0	-4,9206	16,0	-13,1668	8,2462	8,25
8	0,875	-0,2463	2,0	-0,9014	0,6551	5,24
8,2	0,5535	-0,2364	1,951	-0,8691	0,6227	5,11
8,5	0,0823	-0,2226	1,880	-0,8223	0,5997	5,09

Из этой таблицы можно прямо (без построения графика) нормальную глубину  $h_0'$  принять равной 8,2 м.

### Определение величины подпора

1. Определим величину подпора в скважине № 6

При условии постоянства величины  $l$  после подпора новое уравнение кривой поверхности грунтового потока имело бы вид:

$$\frac{il}{h_0'} = \psi \left( \frac{h_p + z_p}{h_0'} \right) - \psi \left( \frac{h_a + z_a}{h_0'} \right),$$

где  $z_p$  — величина подпора в реке (сечение 1);

$z_a$  — искомая величина подпора в скважине № 6 (сечение 2).

Определение величины  $z_a$  было бы легко из совместного решения двух уравнений: до подпора и после подпора, поскольку левые части их одинаковы.

В данном же случае линия уреза реки переместилась во время паводка в сторону пониженного левого берега, поэтому указанный метод подсчета неприменим.

Новое уравнение кривой поверхности грунтового потока будет иметь вид:

$$\frac{il'}{h_0'} = \psi \left( \frac{h_p'}{h_0'} \right) - \psi \left( \frac{h_a + z_a}{h_0'} \right),$$

где  $l'$  — расстояние скважины № 6 от паводкового уреза реки;

$h_p'$  — мощность водоносного слоя у уреза реки при подпоре.

Определим эти величины по чертежу (см. геологический профиль по створу).

Подставляя численные значения в последнее уравнение, получим:

$$\frac{0,01 \cdot 40,0}{8,2} \cdot \psi \left( \frac{17,0}{8,2} \right) - \psi \left( \frac{16,0 + z_6}{8,2} \right).$$

Произведя деление и переставив некоторые члены из одной части равенства в другую, будем иметь:

$$\psi \left( \frac{16,0 + z_6}{8,2} \right) = \psi(2,073) - 0,0487.$$

После отыскания значения  $\psi(2,073)$  по табл. III Н. Н. Павловского и произведения указанных в уравнении действий получим:

$$z_6 = 2,144 \cdot 8,2 - 16,0 = 1,58 \text{ м.}$$

2. Определим величину подпора  $z_7$  в скважине № 7.

Вычислим нормальную глубину потока  $h_0'$  между сечениями скважин № 6 и 7.

Уравнения кривой поверхности грунтового потока до подпора (а) и после подпора (б) будут иметь вид:

$$\frac{il}{h_0'} = \psi \left( \frac{h_6}{h_0'} \right) - \psi \left( \frac{h_7}{h_0'} \right) \quad \text{и} \quad (a)$$

$$\frac{il}{h_0'} = \psi \left( \frac{h_6 + z_6}{h_0'} \right) - \psi \left( \frac{h_7 + z_7}{h_0'} \right) \quad (б)$$

при данных:  $i = 0,01$ ;

$$l = 240,0 \text{ м};$$

$$f(h_0') = 2,4.$$

По предыдущему образцу (1), пользуясь табл. III, находим значение  $h_0' = 9,0$ .

При равенстве левых частей уравнений (а) и (б) можем написать:

$$\psi \left( \frac{h_6}{h_0'} \right) - \psi \left( \frac{h_7}{h_0'} \right) = \psi \left( \frac{h_6 + 1,58}{h_0'} \right) - \psi \left( \frac{h_7 + z_7}{h_0'} \right),$$

откуда при перестановке членов и подстановке значений будем иметь:

$$\psi \left( \frac{19,5 + z_7}{9,0} \right) = \psi \left( \frac{16,0 + 1,58}{9,0} \right) + \psi \left( \frac{19,5}{9,0} \right) - \psi \left( \frac{16,0}{9,0} \right)$$

или

$$\psi \left( \frac{19,5 + z_7}{9,0} \right) = \psi(1,953) + \psi(2,170) - \psi(1,77).$$

По табл. III найдем значения функций:

$$\psi \left( \frac{19,5 + z_7}{9,0} \right) = -0,8703 + -1,0166 - (-0,7513).$$

Произведя действия и найдя значение  $\eta$  по табл. III, будем иметь:

$$z_7 = 2,342 \cdot 9,0 - 19,5 = 1,57 \text{ м.}$$

3. Определим величину подпора  $z_8$  в скважине № 8.

Берем обычную формулу Дюпюи для горизонтального пласта, так как на участке от скважины № 7 до скважины № 8 основание водоносного пласта горизонтально.

Уравнение имеет вид:

$$h_8^2 - h_7^2 = (h_8 + z_8)^2 - (h_7 + z_7)^2,$$

откуда

$$z_8 = \sqrt{h_8^2 - h_7^2 + (h_7 + z_7)^2} - h_8;$$

$$z_8 = \sqrt{(20,5)^2 - (19,5)^2 + (19,5 + 1,57)^2} - 20,5 = 1,3 \text{ м.}$$

Таким образом величина подпора, подсчитанная по формуле проф. Павловского, выражается следующими цифрами:

Скважина № 6	— 1,58 м	на абс. отметке	71,60 м
" № 7	— 1,57 "	" "	71,71 "
" № 8	— 1,30 "	" "	72,40 "

## II. Подсчет величины подпора по упрощенной формуле проф. Г. Н. Каменского

Для подсчета величины подпора грунтовых вод при однородной водосодержащей толще и горизонтальном залегании водопора проф. Каменский дает формулу:

$$(h_1 + h_2)(H_2 - H_1) = [(h_1 + z_1) + (h_2 + z_2)][(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)],$$

где  $h_1$ —мощность водосодержащей толщи до подпора в сечении 1;

$h_2$ —" " " " " " 2;

$H_1$ —отметка уровня воды в сечении 1;

$H_2$ —" " " " " " 2;

$z_1$ —величина подпора " " " " 1 (дается);

$z_2$ —" " " " " " 2 (искомая).

Такой вид формула имеет при условии постоянства расстояния уреза сопряженного водоема в нормальном состоянии (межень) и в измененном (половодье) от определяемого сечения.

В нашем же примере, как об этом упоминалось при подсчете по формуле проф. Павловского, расстояние от уреза реки во время паводка изменилось с 515,0 до 40,0 м.

Поэтому формула будет иметь несколько иной вид:

$$\frac{(h_1 + h_2)(H_2 - H_1)}{l} = \left[ (h_1 + z_1) + (h_2 + z_2) \right] \left[ \frac{(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)}{l'} \right],$$



1. Для скважины № 6 подпор выразится величиной.

$$z_6 = \sqrt{(16,0)^2 - (7,0)^2 + (7,0 + 6,5)^2} - 16,0 = 3,72 \text{ м.}$$

2. Для скважины № 7 подпор выразится:

$$z_7 = \sqrt{(19,5)^2 - (16,0)^2 + (16,0 + 3,72)^2} - 19,5 = 3,15 \text{ м.}$$

3. Для скважины № 8 подпор выразится:

$$z_8 = \sqrt{(20,5)^2 - (19,5)^2 + (19,5 + 3,15)^2} - 20,5 = 3,0 \text{ м.}$$

Поскольку, как уже отмечалось выше, во время наводка расстояние от реки до наблюдательных пунктов (скважин) меняется, произведем подсчет с учетом этого изменения.

Уравнение депрессионной кривой грунтового потока, гидравлически связанного с каким-либо поверхностным водоемом, по Дюпюи выражается формулой:

$$q = k \frac{h_2^2 - h_1^2}{2l_1},$$

где  $h_1$  — мощность водоносного горизонта у уреза реки;

$h_2$  — мощность водоносного горизонта в определяемом пункте (в стороне от реки);

$l$  — расстояние от реки определяемого пункта с мощностью водоносного горизонта  $h_2$ ;

$k$  — коэффициент водопроницаемости породы.

После под'ема уровня воды в сопряженном водоеме на величину  $z_1$  это уравнение при постоянстве расхода будет иметь вид

$$q = k \frac{(h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2}{2l_2},$$

где  $z_2$  — величина подпора грунтовых вод в определяемом сечении

$l_2$  — расстояние сечения с определяемым подпором от реки.

При постоянстве  $q$  и  $k$  можем написать:

$$\frac{h_2^2 - h_1^2}{l_1} = \frac{(h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2}{l_2}.$$

Подставляя известные значения применительно к разбираемому случаю, можем определить величины подпора в требуемых сечениях.

1. Определение величины подпора  $z_6$  в скважине № 6:

$$\frac{(15,5)^2 - (7,0)^2}{515,0} = \frac{(16,0 + z_6)^2 - (15,5 + 1,5)^2}{40,0}$$

или

$$z_6^2 + 32z_6 - 33,0 = 14,85,$$

откуда

$$z_6 = 1,43 \text{ м.}$$

2. Определение величины подпоров  $z_7$  и  $z_8$  в скважинах № 7 и 8 производим по уравнению:

$$z = \sqrt{h_2^2 - h_1^2 + (h_1 + z_1)^2 - h_2^2},$$

так как расстояния между этими сечениями сохраняются неизменными.

Подставляя в формулу численные значения, получим:

$$z_7 = \sqrt{(19,5)^2 - (16,0)^2 + (16,0 + 1,43)^2 - 19,5^2} = 1,18 \text{ м};$$

$$z_8 = \sqrt{(20,5)^2 - (19,5)^2 + (19,5 + 1,18)^2 - 20,5^2} = 0,88 \text{ м}.$$

Таким образом величина подпора, подсчитанная по формуле Дюпюи с учетом изменения положения береговой линии, выражается следующими величинами:

Скважина № 6	— 1,43 м	на абс. отметке	71,45 м
„ № 7	— 1,18 „	„ „ „	71,32 „
„ № 8	— 0,88 „	„ „ „	71,98 „

Резюмируя результаты подсчетов величины подпора по различным формулам, необходимо отметить, что все они превышают фактически наблюдаемые уровни во время весеннего паводка.

Это обстоятельство объясняется кратковременностью паводка, при котором волна подпора смогла более или менее эффективно отразиться лишь на узкой ближайшей к реке полосе. При стационарно повышенном уровне воды сопряженного водоема, естественно, уровень грунтовых вод получит большее повышение.

Сравнивая величины подсчета по различным формулам, видим, что к фактически наблюдаемым повышениям наиболее близко подходят данные, полученные из формулы проф. Каменского.

Таблица 23

#### Сводная ведомость

величин подпора грунтовых вод по Новинскому створу, полученных вычислением по различным формулам

№ сква- жин	Павловского		Каменского		Дюпюи		Фактически наблю- даемый подпор	
	$z$	абс. отм.	$z$	абс. отм.	$z$	абс. отм.	$z$	абс. отм.
6	1,58	71,60	0,99	71,01	1,43	71,45	0,78	70,80
7	1,57	71,71	0,98	71,12	1,18	71,32	0,76	70,90
8	1,30	72,40	0,93	72,03	0,88	71,98	0,52	71,62

## SCHLUSSFOLGERUNGEN

1. Die vorliegende Arbeit ist ein Versuch die Theorie der Grundwasserströmung in ungleichartigen wasserführenden Schichten zu untersuchen.

Für einige Arten von ungleichartigen Lagen kann eine mathematische Beziehung für die mittlere Durchlässigkeitszahl, die Durchlässigkeit der gesamten ungleichartigen Lage in der gegebenen Richtung bestimmt. Für eine geschichtete Lage z. B. ist die mittlere Durchlässigkeitszahl in der Richtung parallel zu den Schichten

$$K = \frac{k_1 h_1 + k_2 h_2 + k_3 h_3 \dots + k_n h_n}{h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_n}$$

Die mittlere Durchlässigkeitszahl für eine geschichtete Lage in der Richtung senkrecht zu den Schichtflächen kann durch die folgende Formel dargestellt werden:

$$K = \frac{l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_n}{\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \frac{l_3}{k_3} + \dots + \frac{l_n}{k_n}}$$

2. Die wichtigsten Fälle der Grundwasserströmung können durch folgende aus der Formel von Dupuis abgeleitete Gleichungen dargestellt werden:

a) Gleichmässige Strömung in einer geneigten geschichteten Lage sowie in einer artesischen Schicht ständiger Mächtigkeit:

$$q = (k_1 h_1 + k_2 h_2 + \dots + k_n h_n) I,$$

b) Ungleichmässige Grundwasserströmung in geschichteten Lagen bei wagerechtem Liegendem:

$$q = KM \frac{h_1 - h_2}{l} + k_2 \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l}$$

und bei geneigtem Liegendem:

$$il = h_2 - h_1 + \frac{KM + h_0 k_2}{k_2} \ln \frac{h_0 - h_2}{h_0 - h_1}$$

c) Grundwasserströmung bei allmählich veränderlicher Durchlässigkeit der Lage:

$$q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l} \cdot \frac{k_1 - k_2}{\ln k_1 - \ln k_2}$$

d) Grundwasserströmung bei einem scharfen Wechsel der Durchlässigkeit:

$$q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \dots + \frac{l_n}{k_n} \right)}$$

e) Konvergierende und divergierende (radiale) Strömung bei zwei Schichten von verschiedener Durchlässigkeit:

$$Q = \frac{b_2 - b_1}{\ln b_2 - \ln b_1} \left[ k_2 \frac{y_1^2 - y_2^2}{2l} + k_1 h_1 (y_1 - y_2) \right].$$

f) Angenäherte Formel für einen allgemeineren Fall der Ungleichartigkeit:

$$q = \frac{K_1 h_1 + K_2 h_2}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}.$$

g) Gleichung für eine wagerechte gleichartige Lage unter Berücksichtigung der Infiltration von oben:

$$h_1^2 - h_2^2 = -\frac{w}{k} l (s_1 + s_2);$$

für eine Lage bestehend aus zwei oder mehreren Schichten:

$$(h_1 - h_2) \left[ K_1 M + k_2 \frac{h_1 + h_2}{2} \right] = w l (s_1 + s_2).$$

h) Gleichung für eine geneigte Lage unter Berücksichtigung der Infiltration:

$$k (H_1 - H_2) (h_1 - h_2) = w l (s_1 + s_2).$$

i) Angenäherte Formel für ungleichartige geneigte Lagen bei Berücksichtigung der Infiltration:

$$(H_1 - H_2) (K_1 h_1 + K_2 h_2) = w l (s_1 + s_2).$$

3. Alle angeführten Gleichungen können für die Berechnung des Grundwasserstaues bei der Überflutung Anwendung finden. Dabei dienen als Ausgangspunkt — gaben die Koten des Grundwasserspiegels im Beharrungszustand als der Zustand bei natürlichem Wasserspiegel angenommen werden kann.

Bei der Bestimmung des Grundwasserstaues sind zwei Fälle zu unterscheiden:

a) wenn das Einzugsgebiet und die Durchflussmenge vor und nach dem Stau unverändert bleiben, b) wenn das Einzugsgebiet und die Durchflussmenge infolge einer Verschiebung der Wasserscheide des Grundwassers beim Stau sich ändern.

Im ersten Fall, kann bei einer gleichartigen Struktur der Lage die folgende angenäherte Formel Anwendung finden:

$$(h_1 + h_2) (H_2 + H_1) = [(h_1 + z_1) + (h_2 + z_2)] [(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)].$$

Eine ähnliche universelle Formel für eine ungleichartige Lage ist:

$$(K_1 h_1 + K_2 h_2) (H_2 - H_1) = [(K_1 h_1 + K_n' z_1) + (K_2 h_2 + K_n'' z_2)] [(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)]$$

Für den Fall, wenn sich unter dem Staudruck das Einzugsgebiet ändert, kann die Gleichung die Infiltration berücksichtigt Anwendung finden, aus der die Verschiebung der Wasserscheide der Grundwassers sowie auch die Höhe des Staudruckes berechnet werden kann.

4. Die bestehenden Theorien der Grundwasserbewegung unter Wasserbauten berücksichtigen nur gleichartige Bodenarten, so sind z. B. die Theorien von Blihg, Parker, Forchheimer, Pawlowsky, Terzaghy.

Der erste Versuch einer angenäherten Berechnung der Durchsickerung unter Bauwerken in geschichteten Bodenarten ist von Dachler gemacht worden. Er hat, ein graphisches Verfahren zur Darstellung von Stromlinien und Linien gleichen Staudruckes vorgeschlagen unter Anwendung von bekannten und genauen Lösungen gemäss der Potentialtheorie für gleichartigen Boden.

Eine eingermassene genaue Berechnung der Durchsickerung unter Bauwerken in ungleichartigem Boden bietet in vielen Fällen unüberwindbare Schwierigkeiten, aus welchem Grunde man sich hier mit angenäherten Lösungen begnügen muss. Als solche gelten folgende vom Verfasser ausgearbeiteten Beispiele.

a) Durchsickerung unter einem Damm mit der Gründung auf einer feinkörnigen Bodenschicht untergelagert von einer grobkörnigen Lage bedeutender Mächtigkeit.

Für diesen Fall ist eine angenäherte schematische Darstellung der Stromlinien in Form von Halbelipsen angewandt; der gesamte durchsickernde Strom besteht aus einzelnen Elementen, die durch die Stromlinien begrenzt sind. Die Durchflussmenge eines Elements von der Breite  $l$  kann durch folgende Formel ausgedrückt werden:

$$q = \frac{H_1 - H_2}{\frac{t}{k_1} + \frac{t}{k_2}}.$$

Der verhältnismässige Verlust an Staudruck in der oberen Schicht berechnet sich zu:

$$\delta = \frac{H_2 - H_1}{H_1 - H_2} = \frac{\frac{t}{k_1}}{\frac{t}{k_1} + \frac{t}{k_2}}.$$

b) **Durchsickerung unter einem Damm bei geringer Mächtigkeit der unteren wasserdurchlässigen Schicht und einer durchgehenden (im Ober- und Unterwasser) Deckschicht von geringer Durchlässigkeit.**

Wenn man berücksichtigt, dass die Wasserbewegung in der oberen Schicht vorwiegend senkrecht und in der unteren wagerecht ist, so kann hier eine angenäherte hydraulische Lösung Anwendung finden. Auf diese Weise erhält man für die Bestimmung der Änderung des Staudruckes in der unteren Schicht im Ober- oder Unterwasser folgende Gleichung:

$$y = y_0 e^{-rx},$$

wobei

$$r = \sqrt{\frac{k_1}{k_2 h t}}.$$

Die einheitliche Durchflussmenge der durchsickernden Strömung ist:

$$q_0 = \frac{k_2 h (H_1 - H_2)}{L + 2 \sqrt{\frac{k_2}{k_1} \cdot h t}}.$$

Die verhältnismässige Staudruckabnahme in der oberen Schicht beträgt:

$$\delta = \frac{y_0}{H_1 - H_2} = \frac{1}{2 + L \sqrt{\frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{1}{h t}}}.$$

Die obenangeführten Beispiele zeigen die Bedeutung des verhältnismässigen Staudruckverlustes in der oberen Schicht.

Das Gefälle hat bei gewöhnlichem Verhältnis von Durchlässigkeit und Mächtigkeit der oberen und unteren Schicht einen mehrfachen Wert, als bei gleichartigem Bodem und nähert sich leicht an 1, d. h. an das Grenzgefälle, bei welchem eine Ausbauchung und ein Grundbruch stattfindet.

Die angeführten Beispiele zeigen, dass die wasserbautechnischen Berechnungen unter Annahme einer gleichartigen Struktur des Bodens grossem Zweifel unterliegen, da sie die Gefahren eines ungleichartigen Bodens unberücksichtigt lassen.

5. Die Gleichungen der Grundwasserströmung in ungleichartigen Lagen können ebenfalls für die Berechnung der Durchsickerung um die Dämme Anwendung finden. Ein angenähertes Verfahren zur Lösung dieser Aufgaben kann auf einer schematischen Darstellung der Stromlinien und Untersuchung einzelner Strömungselemente aufgebaut sein.

Das vom Verfasser untersuchte Beispiel einer Durchsickerung um die Damm bei Vorhandensein einer deluvialen Schicht, unterlagert von stark durchlässigen Untergesteinen erklärt folgende Fragen:

a) die Ermittlung der Durchflussmenge bei der Durchsickerung ermöglicht die wasserhaltende Rolle des Deluviums zu bestimmen, und zwar nach folgender Formel:

$$q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \frac{l_3}{k_3} \right)}.$$

b) Aus den Berechnungen nach dieser Formel ist deutlich die positive Rolle einer deluvialen Deckschicht als Vorboden im Oberwasser und seine negative Rolle im Unterwasser ersichtlich. Die Bestimmung des Staudruckverlustes zeigt eine bedeutende Zunahme des Gefälles beim Austritt des Sickerwassers aus der deluvialen Schicht.

Die letztgenannte Erscheinung kann ein Abfließen oder Abrutschen des Deluviums verursachen, was beim Bau berücksichtigt werden muss.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр

Предисловие . . . . .	3
<b>Проф. Г. Н Каменский</b>	
<b>ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАСТАХ</b>	
Обзор литературы . . . . .	5

### Глава I. Водопроницаемость неоднородных толщ грунтов

§ 1. Понятие об однородных и неоднородных по водопроницаемости пластах . . . . .	9
§ 2. Понятие о среднем коэффициенте фильтрации пласта. Водопроницаемость слоистых толщ . . . . .	10
§ 3. Теоретическое исследование Дарси о водопроницаемости тонкослойного грунта . . . . .	13
§ 4. О законах фильтрации в неоднородных грунтах . . . . .	19

### Глава II. Уравнения движения грунтовых вод при горизонтальном подстилающем водопроницаемом слое

§ 5. Основные гидравлические определения грунтовых потоков. Уравнение Дюпюи . . . . .	22
§ 6. Движение грунтовых вод при однородном строении водоносного пласта . . . . .	23
§ 7. Уравнение движения грунтовых вод в горизонтальном пласте, сложенном из слоев разной водопроводимости . . . . .	25
§ 8. Другой вид уравнения движения грунтовых вод для слоистого горизонтального пласта . . . . .	29
§ 9. Вывод уравнения грунтового потока для слоистого пласта по Люгеру . . . . .	—
§ 10. Движение грунтовых вод в водоносных пластах с водопроницаемостью, изменяющейся в горизонтальном направлении . . . . .	35
§ 11. Движение подземных вод в водоносных пластах при резких сменах водопроницаемости пород . . . . .	37
§ 12. Применение уравнения грунтового потока при резкой смене водопроницаемости к фильтрации через водопроницаемую толщу, перекрытую делюнием . . . . .	40
§ 13. Радиальный поток (сходящийся и расходящийся потоки) . . . . .	42
§ 14. Приближенная формула для более общих случаев неоднородности . . . . .	44

### Глава III. Движение грунтовых вод в наклонных пластах

§ 15. Равномерное движение грунтовых вод в наклонных однородных и слоистых пластах . . . . .	46
§ 16. Уравнение движения грунтовых вод в наклонных однородных пластах . . . . .	47
§ 17. Движение грунтовых вод в наклонном пласте, состоящем из двух слоев разной водопроницаемости . . . . .	49
§ 18. Приближенная формула для слоистого наклонного пласта . . . . .	51

Глава IV. Движение подземных вод в артезианских пластах	Стр.
§ 19. Уравнение движения напорных вод в однородном пласте постоянной мощности . . . . .	52
§ 20. Уравнение артезианского потока в слоистом пласте постоянной мощности . . . . .	53
§ 21. Движение воды в артезианском пласте при постепенном изменении водопроводимости пласта . . . . .	54
§ 22. Движение напорных вод в пласте с резко изменяющейся водопроводимостью . . . . .	56
§ 23. Приближенные формулы для напорных вод . . . . .	57

Глава V. Движение грунтовых вод при инфильтрации сверху	
§ 24. Уравнение депрессионной кривой при учете инфильтрации сверху для горизонтального однородного пласта . . . . .	59
§ 25. Уравнение депрессионной кривой при учете инфильтрации для пласта, состоящего из двух и более слоев разной водопроводимости . . . . .	60
§ 26. Приближенная формула для однородного наклонного пласта . . . . .	61
§ 27. Приближенная формула для неоднородных пластов . . . . .	63

Глава VI. Определение подпора грунтовых вод	
§ 28. Грунтовый поток с горизонтальным подстилающим слоем . . . . .	63
§ 29. Определение подпора грунтовых вод при изменении области питания . . . . .	69
§ 30. Определение подпора грунтовых вод при наклонном положении основания водоносного пласта . . . . .	72
§ 31. Определение подпора грунтовых вод при слоистом строении неоднородного наклонного водоносного пласта . . . . .	73

Глава VII. О решении задач по фильтрации под сооружениями в неоднородных грунтах	
§ 32. Сведения из литературы . . . . .	76
§ 33. Приближенное исследование фильтрации под сооружением при неоднородном строении водопроницаемого грунта . . . . .	81
§ 34. Фильтрация под сооружением при ограниченной мощности второго более водопроницаемого слоя . . . . .	85
§ 35. Фильтрация под плотиной в случае выклинивания верхнего малопроницаемого слоя в верхнем или нижнем бьефе . . . . .	90
§ 36. Фильтрация в обход пластин в неоднородных грунтах . . . . .	93

Глава VIII. Движение подземных вод к грунтовым и артезианским колодцам, заложенным в неоднородных пластах	
§ 37. Формула притока воды к грунтовому колодцу при слоистом строении водоносного пласта . . . . .	96
§ 38. Формула артезианского колодца, заложенного в слоистом пласте . . . . .	97
Выводы . . . . .	100
Список литературы . . . . .	109

Инж. Н. А. Корчебоков

ОПЫТ ПОДСЧЕТА ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД В ПРИРЕЧНОЙ ПОЛОСЕ МОСКВА-РЕКИ НА ТЕРРИТОРИИ ГОРОДА ПРИ ПОВЫШЕНИИ УРОВНЯ МОСКВА-РЕКИ ДО ОТМЕТКИ 120 м . . . . . 110

Инж. К. И. Разин

ПРИМЕРЫ ПОДСЧЕТОВ ВЕЛИЧИНЫ ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ ИЗМЕНЕНИИ УРОВНЯ ВОДЫ В ОКЕ . . . . . 153