

В. А. МИРОНЕНКО, В. М. ШЕСТАКОВ

**ОСНОВЫ
ГИДРОГЕОМЕХАНИКИ**

В.А.МИРОНЕНКО, В.М.ШЕСТАКОВ

ОСНОВЫ
ГИДРОГЕОМЕХАНИКИ



МОСКВА
Н Е Д Р А 1974

Мироненко В. А., Шестаков В. М. Основы гидрогеомеханики. М., «Недра», 1974. 296 с.

В книге рассматриваются основы механики водонасыщенных горных пород, применительно к проблемам гидрогеологии и инженерной геологии, которые объединяются термином гидрогеомеханика.

В первом разделе формулируются основные законы и понятия гидрогеомеханики, рассматриваются физико-механические основы прочности и деформируемости горных пород, а также геофильтрационных процессов. Во втором разделе представлены теоретические основы изучения гидрогеомеханических процессов; здесь обсуждаются проблемы гидрогеомеханической схематизации, излагаются общие принципы применения теории подобия и моделирования, рассматриваются теоретические методы изучения напряженно-деформированного состояния и устойчивости массивов горных пород в тесной связи с условиями формирования фильтрационных потоков, излагаются — в рамках единой теории — процессы консолидации грунтов и упругого режима фильтрации. В третьем разделе рассмотрены проблемы решения гидрогеомеханических задач для ряда прикладных направлений (оценка устойчивости откосов, исследования оснований гидро сооружений и объектов горных работ, опытно-фильтрационные работы), представляющих наибольший интерес с точки зрения комплексной — гидрогеомеханической — постановки.

Книга предназначается в основном для инженеров-геологов, гидрогеологов и горных инженеров, занимавшихся изучением количественных закономерностей физико-механических процессов, обусловленных инженерной деятельностью; она может, кроме того, рассматриваться в качестве учебного пособия для студентов различных специальностей при изучении курсов «Механика грунтов» и «Динамика подземных вод».

Таблиц 7, иллюстраций 109, список литературы — 350 названий.

ВВЕДЕНИЕ

При решении разнообразных задач гидрогеологии и инженерной геологии все чаще приходится сталкиваться с необходимостью изучения массивов горных пород и содержащихся в них подземных вод в неразрывной связи. Это касается и оценки физико-механических свойств горных пород, и изучения геодинамических процессов, и исследований движения подземных вод, и постановки многих прикладных задач. В то же время неизбежная тенденция ко все более глубокой (но нередко, к сожалению, и все более узкой) дифференциации наук привела сейчас к достаточно четко выраженному разрыву между динамикой подземных вод и механикой грунтов, представляющими главные направления исследований механических основ гидрогеологии и инженерной геологии. Характерно, например, что один и тот же процесс нестационарной фильтрации в деформируемых горных породах рассматривается в большинстве случаев с весьма различных методологических позиций в литературе по механике грунтов (фильтрационная консолидация) и по динамике подземных вод (упругий режим фильтрации), причем чаще всего вообще без какой-либо попытки «наведения мостов» между этими научными направлениями. В результате специалисты — представители упомянутых дисциплин — нередко оказываются не подготовленными к комплексному исследованию механики горно-геологических явлений. Отсюда, естественно, напрашивается вывод о целесообразности совместного и взаимно увязанного рассмотрения основных проблем механики грунтов и фильтрации подземных вод в рамках одной научной дисциплины, которую можно назвать гидро-геомеханикой. Следовательно, предметом гидро-геомеханики является изучение закономерностей механики земной коры, включая подземные воды, применительно к задачам гидрогеологии и инженерной геологии (при этом не затрагиваются вопросы «глобальной» гидро-геомеханики, рассматриваемые применительно к задачам тектоно-физических исследований). Таким образом, гидро-геомеханика объединяет теоретические основы геомеханики (механики грунтов)¹ и геофильтрации (фильтрации подземных вод, а также других подземных флюидов), которые рассматривают гидрогеологические и инженерно-геологические процессы с механических позиций на основе схематизации геологических условий.

Идеи и принципы гидро-геомеханического анализа не новы: они были выражены, например, Н. Н. Павловским и особенно Н. М. Герсевановым, работы которых не потеряли своего значения прежде всего благодаря глубокому

¹ В настоящее время эти термины (механика грунтов и геомеханика) обычно применяются без достаточно четкого смыслового обоснования и разграничения; в данной работе с определенной условностью используется более краткий термин «геомеханика» применительно к описанию проблем прочности и деформируемости горных пород.

комплексному подходу к проблемам фильтрации и геомеханики. Настоятельная необходимость комплексной постановки проблем механики в горном деле отмечалась Г. И. Маньковским, предложившим объединить их под названием горная геомеханика с подразделением на литомеханику, гидромеханику и газомеханику¹. Однако названия этих разделов (за исключением «литомеханики») представляются недостаточно удачными, поскольку в них теряется геологическая принадлежность.

По содержанию гидрогеомеханика делится на три части, которым соответствуют три раздела монографии.

В первом разделе формируются основные законы и понятия гидрогеомеханики, рассматриваются физико-механические основы прочности и деформируемости горных пород, а также геофильтрационных процессов, причем неизменно подчеркивается связь основных законов деформирования и фильтрации с природой содержащейся в порах воды.

Во втором разделе представлены теоретические основы изучения гидрогеомеханических процессов. Здесь обсуждаются вопросы пространственной изменчивости физико-механических свойств горных пород и проблемы гидрогеомеханической схематизации, излагаются общие принципы применения таких фундаментальных методов исследования механических процессов, как теория подобия и моделирования. Далее последовательно рассматриваются теоретические методы изучения напряженно-деформированного состояния и устойчивости массивов горных пород в тесной связи с условиями формирования фильтрационного потока; в рамках единой теории излагаются процессы фильтрационной консолидации грунтов и упругого режима движения подземных вод.

В третьем разделе представлены проблемы решения гидрогеомеханических задач для ряда прикладных направлений (оценка устойчивости откосов, исследования оснований гидросооружений и объектов горных работ, опытно-фильтрационные работы), представляющих наибольший интерес с точки зрения комплексной гидрогеомеханической постановки. Следует подчеркнуть, что этот раздел имеет здесь главным образом иллюстративный характер, поскольку решение таких задач выходит за рамки основ гидрогеомеханики и относится к прикладным направлениям гидрогоологии и инженерной геологии.

Стремление подчеркнуть тесную взаимосвязь гео- и гидромеханики заставило авторов отказаться от детального рассмотрения многих важных вопросов, которые представлялись, однако, менее выразительными с точки зрения основной идеи работы. По этой причине удалено сравнительно мало внимания, в частности, вопросам теории прочности горных пород, практически не исследовались формальные математические аспекты многих проблем (например, слабо отражены возможности применения электронных вычислительных машин). Исходя из тех же соображений, при рассмотрении ряда дискуссионных вопросов авторы передко ограничивались лишь указаниями на схематичность соответствующих теоретических положений.

¹ Маньковский Г. И. О горной геомеханике. — «Научные сообщения Ин-та горного дела», 1962, т. XVII, с. 3—8.

Пытаясь придать работе большую практическую направленность, авторы в ряде случаев сознательно останавливались при теоретическом анализе проблемы на тех позициях, за которыми, по их мнению, практическое применение теории пока достаточно ясно не просматривается; такой относительно прагматический подход был принят еще и потому, что в специальной литературе (в том числе и по рассматриваемой проблеме) имеется немало работ, выразительно иллюстрирующих силу математических методов и далеко опережающих современное состояние изученности физических основ исследуемых процессов, а также реальные возможности используемых методов определения исходных расчетных параметров. В этом отношении особенно сложными представляются проблемы механики скальных массивов, разработка которых значительно отстает от требований практики, причем в настоящее время, по-видимому, не представляется возможным дать достаточно объективное, систематическое и вместе с тем краткое изложение теоретических основ механики скальных пород.

В данной монографии авторы попытались наметить контуры научной методологии гидроинженерной механики как «стыковой» научной дисциплины, надеясь, что это будет в какой-то мере способствовать большему взаимопониманию специалистов, изучающих проблемы механики горных пород и подземных вод, а также поможет взаимопроникновению методов механики, используемых в инженерной геологии и гидрогеологии. Вместе с тем авторы отчетливо представляют себе, что предлагаемая работа не избежит серьезной критики в силу как объективных причин (относительная новизна проблемы и недостаточная детальность изложения, обусловленная ограниченностью объема книги), так и субъективных (стремясь к систематическому изложению материала, авторы все же рассматривали обстоятельнее те вопросы, которые по роду деятельности оказывались им более близкими). Считая, безусловно, целесообразными дальнейшие шаги в разработке проблем гидроинженерной механики, авторы с признательностью примут советы и замечания по данной работе.

Главы I, II, IV (§ 1—2), VII, VIII (§ 1, 2), IX (§ 4), X (§ 1, 2, 4, 5), XII написаны В. А. Мироненко; главы III (§ 1—3), IV (§ 3), V (§ 1—3), VI, VIII (§ 3), XI (§ 2, 3) — В. М. Шестаковым; § 4 главы III, § 1 главы IV, § 2, 3 главы IX, § 1 главы XI написаны совместно. Кроме того, в составлении § 4 главы V принимал участие В. Н. Земисев, в § 1 главы XI использованы материалы А. Г. Лыкошина, § 2 главы XII — написан Ф. П. Стрельским, § 4 главы IV написан Л. С. Язвинским с использованием материалов Л. М. Титовой; приложение написано Р. С. Зиангировым; авторы искренне благодарят их за сотрудничество.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

σ — нормальное напряжение
 τ — касательное напряжение
 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные напряжения ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$)
 $\theta = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ — сумма главных напряжений
 $\sigma_{\text{п}}$ — полное напряжение
 σ_{n} — нормальное напряжение по площадке скольжения
 $\sigma_{\text{и}}$ — нейтральное напряжение
 $\sigma_{\text{э}}$ — эффективное напряжение
 $\gamma_{\text{п}}$ — объемный вес породы
 $\gamma_{\text{в}}$ — объемный вес породы с учетом взвешивания водой
 γ — объемный вес воды, угол сдвига
 X, Y, Z — проекции объемных сил
 p — пористость породы
 w — объемная влажность породы
 e — коэффициент пористости
 $\eta_{\text{н}}$ — коэффициент неоднородности горной породы
 e — относительная (линейная) деформация
 e_0 — относительная объемная деформация
 $\bar{e}(t)$ — скорость деформации, отнесенная к действующему напряжению
 δ и δ_1 — константы экспоненциального закона ползучести при компрессии
 γ — скорость угловой деформации
 ν — коэффициент Пуассона, коэффициент кинематической вязкости
 E_y — модуль Юнга
 ξ — коэффициент бокового давления при компрессии
 ρ — угол трения
 c — сцепление
 a_c — коэффициент скимаемости горной породы
 τ_{n} — предельное сопротивление сдвига
 $\eta_{\text{уст}}$ — коэффициент статической устойчивости
 H — напор (гидростатический)
 h — глубина (мощность) беспорного потока
 h_p — пьезометрическая высота
 S — положение уровня воды (напора)
 m — мощность пласта
 η — коэффициент динамической вязкости

v — скорость течения жидкости, скорость фильтрации
 v^S — скорость перемещения минерального скелета
 I — градиент напора
 I_0 — начальный градиент
 ω — площадь поперечного сечения потока
 Q — расход потока, дебит скважины
 q — удельный расход (на единицу ширины потока)
 k — коэффициент фильтрации
 \overline{k} — коэффициент проницаемости
 T — проводимость пласта
 μ — коэффициент гравитационной емкости (водоотдачи или недостатка насыщения)
 μ^* — коэффициент упругой емкости пласта
 η^* — коэффициент упругоемкости породы
 $E_{\text{в}}$ — модуль объемного сжатия воды
 w — интенсивность инфильтрации
 a — коэффициент уровнепроводности
 a^* — коэффициент пьезопроводности (при фильтрации), коэффициент консолидации (в задачах уплотнения)
 r_c — радиус скважины
 ρ_e — удельное электрическое сопротивление
 ρ_m — удельное электрическое сопротивление листа плоской модели
 U — электрический потенциал
 J_s — сила тока
 R — электрическое сопротивление
 Φ — фильтрационное сопротивление
 $\alpha_F = F/R$ — масштаб сопротивлений
 $\alpha_R = R/\Phi$ — масштаб электрических сопротивлений
 C — емкость блока водоносного пласта
 $\alpha_C = C/C_m$ — масштаб емкости
 x, y, z — декартовы координаты
 r, φ — цилиндрические координаты
 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ — обозначение оператора Лапласа
 t — время

ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ГИДРОГЕОМЕХАНИКИ

Глава I

ОБЩАЯ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ГОРНЫХ ПОРОД

§ 1. ГОРНЫЕ ПОРОДЫ КАК ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ В ГИДРОГЕОМЕХАНИКЕ

1. Горные породы как сплошная среда

Основным объектом изучения в гидрогеомеханике является массив водонасыщенных горных пород, рассматриваемый в наиболее общей постановке как единая механическая система (горные породы вместе с фильтрующимися подземными водами).

В отличие от механики твердого тела гидрогеомеханика имеет дело с дисперсными телами [6, 9], наиболее характерной особенностью которых является большая величина удельной поверхности: например суммарная поверхность частиц, содержащихся в 1 см³ глинистой породы, измеряется квадратными метрами. Физические и механические свойства горных пород как дисперсных систем весьма своеобразны вследствие большого (или решающего) влияния на них так называемых поверхностных сил, развивающихся на поверхности малых частиц, наличия нескольких взаимодействующих фаз и, наконец, ярко выраженного статистического характера этих свойств. Ясно, что в сравнении со сплошными телами, рассматриваемыми в курсах теории упругости и пластичности, дисперсные тела представляют собой значительно более сложную механическую систему, состоящую из неподдающихся индивидуальному учету компонентов. Это требует, с одной стороны, привлечения и развития особых методов исследований, а с другой — создания упрощенных математических моделей, достаточно хорошо описывающих механические процессы в горных породах.

Поэтому гидрогеомеханика как наука строится на основе ряда идеализаций, которые иногда довольно далеки от реальной физической картины, но вполне допустимы с точки зрения требуемой точности инженерного решения. Характерным примером такой идеализации является классическая теория фильтрации, в которой исходная механическая система (массив горных пород + подземные воды) сводится к гораздо более простой системе — фиктивному фильтрационному потоку.

Благодаря подобным упрощенным моделям гидрогеомеханика получила возможность широко использовать принципы и математические методы механики сплошной среды. Эти принципы оказались весьма плодотворными.

В настоящее время они общеприняты в гидрогеомеханике (см., например, [1], [8], [12], [16], [17], [18], [20], [21]) и поэтому исследователи подчас забывают о том, что за предпосылкой сплошности среды также кроется определенная идеализация, которая, как и всякая идеализация, несет с собой ряд ограничений. Между тем упомянутые ограничения представляют не только абстрактно-теоретический, но и практический интерес. Известно, в частности, что аналитические решения многих задач гидрогеомеханики содержат особые точки, при приближении к которым искомая функция (например, скорость фильтрации) обращается в бесконечность. Очевидное несоответствие этого результата физике явления объясняется именно отмеченными ограничениями.

Действительно, все модели, используемые в механике сплошной среды, должны отвечать обязательному требованию: любой бесконечно малый элемент изучаемого тела обладает всеми свойствами материала, образующего это тело. В то же время понятно, например, что, если в массиве, сложенном песком, выделить малый объем, в который попадает лишь одна частица песка, то механические свойства материала в пределах этого объема будут совершенно иными, чем для массива в целом. Следовательно, малые объемы, рассматриваемые в гидрогеомеханике, должны иметь как минимум такие размеры, чтобы они содержали достаточно много элементарных составляющих данной горной породы. При этом понятие «достаточно много» оценивается числом порядка нескольких десятков, или, что то же, выделяемый малый объем должен иметь диаметр, в 7–10 раз превышающий диаметр слагающих породу частиц [17, стр. 14].

Таким образом, появление в каком-либо аналитическом решении такой точки, в которой искомая функция обращается в бесконечность, свидетельствует лишь о том, что полученное решение не может применяться для количественного описания изучаемого процесса в пределах некоторого малого объема в окрестности этой точки. По той же причине и аппаратура, используемая для замера какой-либо механической характеристики массива горных пород, должна назначаться с учетом масштабов минимального элементарного объема.

Из сказанного также ясно, что применение принципов механики сплошной среды естественным образом смыкается с представлениями о горной породе как о статистической системе [9, 16]. В самом деле, так как строение, состояние и показатели свойств горной породы меняются от точки к точке в зависимости от большого числа случайных факторов, то всякие количественные характеристики горной породы могут лишь совокупно отражать действие этих факторов как некоторые осредненные по объему характеристики. Понятно, что такое осреднение будет давать приемлемый результат лишь при рассмотрении достаточно больших объемов. Поэтому, в частности, упомянутые выше оценки минимального элементарного объема могут быть получены и чисто вероятностными методами [16, 17].

2. Классификация горных пород

Многообразие комплексов горных пород делает необходимой их классификацию применительно к задачам гидрогеомеханики. В специальной литературе по инженерной геологии и механике грунтов можно найти множество

предложений, касающихся классификации горных пород. Создается впечатление, что некоторые авторы на основе все более и более дробных классификаций надеются найти пути для решения чуть ли не всех инженерных задач. Однако, как справедливо отметил Д. Тейлор [18, стр. 46], «даже самое поверхностное знакомство со свойствами грунтов показывает несостоятельность таких предложений». Любая классификация хороша — с точки зрения инженерного дела — лишь до тех пор, пока за выделенными классами стоят и надежные качественные, и относительно определенные количественные показатели, по которым один класс достаточно четко отличается от другого. Поэтому, не вдаваясь в критику тёх или иных предложений по вопросам классификации горных пород, мы предпочли при изложении основных проблем гидроизомеханики ограничиться наиболее простым подразделением, вполне очевидным для каждого специалиста, имеющего дело с горными породами:

- 1) твердые (скальные и полускальные) горные породы;
- 2) несвязные (раздельнозернистые) горные породы;
- 3) мягкие связные горные породы¹.

По существу основным классификационным признаком в приведенном подразделении является природа внутренних связей в горной породе, т. е. связей между ее минеральными составляющими. В первой группе пород преобладают жесткие кристаллические и цементационные связи, во второй — связи обусловлены лишь силами трения между отдельными минеральными зернами, а в третьей развиты преимущественно связи особого водноколлоидного типа. Характер связей предопределяет различия как физических, так и механических свойств пород по группам.

Так, породы первой группы характеризуются высокой прочностью, законы их деформирования близки (в определенных границах напряжений) к законам деформирования упругих твердых тел.

Важнейшим фактором, определяющим свойства твердых горных пород, является их трещиноватость. Первичные и вторичные трещины делят массив на многочисленные блоки, вызывая общее снижение прочности и рост проницаемости, а также усиливая механическую и фильтрационную анизотропию массива. Именно трещиноватость обуславливает резкую разницу показателей механических свойств пород, полученных лабораторными и натурными методами. Трещиноватостью же, как правило, определяется проницаемость твердых горных пород, а для широкого круга пород с низкой пористостью — и их водообильность.

В связи с относительно высокой прочностью связей между минеральными составляющими твердые горные породы обычно достаточно устойчивы по отношению к механическому воздействию подземных вод, однако при наличии в таких породах растворимых минералов процессы подземного выщелачивания могут оказать решающее влияние на устойчивость отдельных участков горного массива.

¹ За пределами этой классификации остаются легкорастворимые (солевые), а также мерзлые горные породы, которые в данной монографии не являются предметом специального рассмотрения.

Породы в т о р о й г р у п п е состоят из минеральных зерен и агрегатов, связанных лишь силами трения. Иначе говоря, это типичные сыпучие тела, представленные главным образом твердыми, достаточно химически прочными минералами. Поэтому прочность пород этой группы полностью определяется их напряженным состоянием. Деформации в них протекают быстро вслед за приложением нагрузки, но нередко носят необратимый характер. Породы характеризуются повышенной проницаемостью и низкой влагоемкостью. При прочих равных условиях прочность и проницаемость раздельно-зернистых пород снижаются по мере уменьшения размера минеральных зерен, причем даже небольшое содержание глинистых частиц приводит к заметному снижению этих показателей. Существенным является также влияние плотности укладки зерен: по мере ее уменьшения прочность падает, а проницаемость возрастает.

Отсутствие внутренних связей и наличие весьма подвижных в водной среде пылеватых частиц предопределяют значительную подверженность раздельно-зернистых пород различным фильтрационным деформациям, а также возможности проявления в этих породах так называемых плывунных свойств.

Наконец, для пород т р е т ь е й г р у п п е характерны пластические деформации, относительно низкая прочность и высокая сжимаемость, низкая проницаемость и большая влагоемкость. Все эти свойства объясняются прежде всего присутствием в значительных объемах глинистых минералов, представленных частицами размером менее 0,001—0,002 мм. В частности, огромная удельная поверхность¹ таких мелкодисперсных систем приводит к развитию внутренних сил взаимодействия между частицами совершенно особого — водноколлоидного — типа. Согласно современным представлениям [4, 5, 6, 10, 15] вокруг отрицательно заряженных глинистых частиц группируются свободные катионы и дипольно ориентированные молекулы воды. Они образуют так называемый адсорбционный слой, вокруг которого располагаются катионы диффузного слоя, более удаленные от частицы и связанные с нею менееочно. Ионы диффузного слоя также удерживают дипольно ориентированные молекулы воды. В результате глинистая частица оказывается покрытой оболочкой из свободных катионов и молекул воды, так что взаимодействие частиц осуществляется не непосредственно, а через эти (сольватные) оболочки.

При прочих равных условиях прочностные свойства и проницаемость глинистых пород ухудшаются с увеличением содержания глинистых частиц, а также по мере изменения минерального состава в направлении каолинит — гидрослюды — монтмориллонит. Как и в твердых породах, механические и фильтрационные свойства мягких связанных пород существенно зависят от текстурных особенностей, в первую очередь — от слоистости, которая предопределяет анизотропию этих свойств. Наконец, так как силы водноколлоидных связей могут меняться в зависимости не только от минерального и гранулометрического составов, но и от плотности укладки, взаимной ориентации минеральных частиц, влажности породы и состава ионов, адсорбированных глинистыми

¹ Под удельной поверхностью понимается суммарная поверхность частиц, содержащихся в единице объема породы.

частицами, то физико-механические свойства мягких глинистых пород заметно варьируют по мере изменения их структуры, внешнего давления, условий увлажнения и химического состава подземных вод.

Из приведенного самого общего описания следует, что к породам первой группы наиболее близко приближается механическая модель упругого твердого тела¹, ко второй — модель сыпучего тела, а к третьей — модель вязко-пластического тела. Таким образом, принятая классификация, достаточно очевидная из общих качественных представлений, делит горные породы на группы, весьма резко отличающиеся друг от друга как по физическим, так и по механическим свойствам. Тем самым она позволяет провести необходимую дифференциацию при рассмотрении различных проблем гидрогеомеханики в последующих разделах данной работы.

3. Вода в горных породах

В общем случае горная порода представляет собой многофазную систему, состоящую из минеральных зерен, внутрипоровой воды и газов. С позиций гидрогеомеханики наиболее важно выделить две разновидности воды в горных породах — свободную и связанную.

Связанная вода входит в состав сольватных оболочек (§ 1.2) и удерживается на поверхности минеральных частиц особыми силами взаимодействия. Наиболее широко она представлена в глинистых породах. Связанная вода подразделяется на прочносвязанную, образованную молекулами адсорбционного слоя, прилегающими к минеральным частицам, и рыхлосвязанную, образованную преимущественно теми молекулами воды, которые притянуты ионами диффузного слоя. В отличие от прочносвязанной рыхлосвязанная вода способна передвигаться от одной частицы к другой под действием молекулярных сил. Она может быть также частично отжата под достаточно большими и длительно действующими статическими нагрузками [10], значительно превышающими, однако, величины нагрузок, с которыми приходится иметь дело в большинстве практических задач гидрогеомеханики. При приложении к породе динамических нагрузок переход части рыхлосвязанной воды в свободное состояние резко интенсифицируется. Важнейшим свойством связанной воды является ее «расклинивающее» действие, по Б. В. Дерягину [6, 10] (см. также § 3).

При рассмотрении механических процессов в горных породах связанная вода с некоторой долей условности относится к твердой фазе (минеральному скелету). Следует, однако, помнить, что количество связанной воды, определяемое максимальной молекулярной влагоемкостью, в одной и той же породе может заметно изменяться под влиянием гидрохимических и механических факторов, обусловливая тем самым физическую нелинейность изучаемых процессов. Например, часть связанной воды переходит в свободную при замене более гидрофильных катионов адсорбционного слоя менее гидрофильными либо в случае приложения к породе динамических нагрузок.

Отмеченная относительность понятия «связанная вода» при его применении к конкретной горной породе находит отражение и в практических оценках

¹ В определенном диапазоне напряжений; за пределами этого диапазона твердая горная порода начинает вести себя подобно вязко-пластическому телу.

величины максимальной молекулярной влагоемкости. Поскольку эта величина определяется по остаточной влажности пород после приложения к породе высоких нагрузок¹, то можно говорить лишь о некоторой (удовлетворительной для данной задачи) точности результата: на деле остаточная влажность остается переменной и по мере роста нагрузок, но скорость ее изменения заметно уменьшается.

Свободная вода образует жидкую фазу горной породы и подразделяется в зависимости от своего состояния на гравитационную, капиллярную и иммобилизованную воду [10].

Гравитационная вода распространена преимущественно в пределах тех комплексов горных пород, которые принято называть водоносными. Она обладает всеми свойствами капельно-жидкой воды.

Капиллярная вода наиболее характерна для участков, залегающих в кровле водоносных пород, — для зон капиллярного насыщения и капиллярного увлажнения. Вместе с тем капиллярная вода может встречаться и ниже верхней границы зоны насыщения, например, под рекой или бассейном с заколыматированным дном, «подвешенными» относительно нижележащего водоносного горизонта («подвешенная» капиллярная вода).

Наряду с действием гравитационных сил капиллярная вода подвержена действию капиллярных сил, образующихся за счет формирования мениска на границе раздела жидкой и газообразной фаз; она также передает гидростатическое давление, однако в отличие от гравитационной воды гидростатическое давление в капиллярной воде отрицательное (точнее, меньше атмосферного). Капиллярная вода может легко переходить в гравитационную при дополнительном увлажнении породы (смачивание менисков) или при уменьшении пористости под действием внешней нагрузки.

Капиллярные эффекты играют важную роль в процессах инфильтрационного питания грунтовых водоносных горизонтов. Капиллярная вода также заметно влияет на напряженное состояние и устойчивость пород, если размеры рассматриваемого участка массива соизмеримы с высотой капиллярного поднятия.

Иммобилизованная вода наиболее характерна для слабопроницаемых глинистых пород, где она представлена жидкостью, «зашемленной» в порах (сверх связанной воды). Существование иммобилизованной воды в насыщенных породах можно, очевидно, объяснить неоднородностью порового пространства. Наиболее мелкие поры оказываются полностью перекрытыми связанной водой, в результате чего часть свободной воды в более крупных порах не имеет возможности перемещаться под влиянием одних лишь сил тяжести или малых перепадов напоров (градиентов) в жидкости: для возникновения движения необходимо преодолеть вязкое сопротивление сдвигу связанной воды, перекрывающей более мелкие поры. Поэтому обычно иммобилизованная вода не отдается породой путем свободного стекания, но может быть частично отжата приложением к глинистым породам внешних нагрузок². Ее можно

¹ Например, при определениях на центрифугах ускорение обычно достигает нескольких сотен g .

² В отличие от случая связанной воды эти нагрузки могут быть вполне соизмеримыми с величинами, встречающимися в практических задачах гидрогеомеханики.

также вовлечь в движение путем приложения дополнительных гидростатических давлений, создающих значительные гидравлические градиенты.

Иммобилизованная вода, несомненно, играет важную роль в процессах фильтрации через глинистые породы и в изменениях их механических свойств. К сожалению, наши представления о свойствах этой категории подземных вод пока весьма схематичны.

В целом наличие в порах свободной воды в количествах, близких к полному водонасыщению, кардинально меняет поведение горной породы как механической системы под воздействием сил тяжести и внешних нагрузок: возникают фильтрационные процессы, появляются капиллярные эффекты, начинают работать силы гидростатического взвешивания. Именно поэтому Н. М. Герсеванов [2] выделил для особого изучения «грунтовую массу» — грунт, в порах которого имеется гидравлически связанная свободная вода. Отказываясь по ряду причин от широкого использования этого термина, полагаем уместным вместе с тем обратить внимание на особенность формулировки Н. М. Герсеванова. Казалось бы, грунтовую массу можно определить как полностью водонасыщенный грунт, или как грунт, влажность которого равна его полной влагоемкости. Однако Н. М. Герсеванов справедливо предпочитал базировать свое определение на гидравлической связности поровых вод, которая может возникнуть еще до полного водонасыщения благодаря наличию воздуха и газов в порах (подчас уже при водонасыщении до 85—90%).

Действительно, горные породы практически всегда в тех или иных объемах содержат в порах и трещинах воздух и газы. Их содержание максимально в зоне аэрации и минимально в зоне насыщения, хотя и в этой последней оно обычно измеряется несколькими процентами. Воздух и газы могут находиться в свободном, свободно-иммобилизованном, адсорбированном или растворенном в воде состояниях [10], переходя в зависимости от изменений окружающих условий из одного состояния в другое.

Соотношение жидкой и газообразной фаз в горной породе оказывает большое влияние на протекание всех гидрогоемических процессов. Кроме того, газовая фаза сама по себе может явиться основным фактором в развитии некоторых горно-геологических явлений, таких, например, как внезапные выбросы угля и газа. Однако в настоящей монографии мы будем рассматривать лишь водонасыщенные горные породы, в которых газ не образует самостоятельной непрерывной фазы, а находится либо в растворенном виде, либо же в виде изолированных пузырьков («зашемленный газ»).

§ 2. НАПРЯЖЕНИЯ В ГОРНЫХ ПОРОДАХ

1. Общие представления о напряжениях в горных породах

Как и любая механическая система, массив горных пород находится под воздействием поверхностных и объемных сил, которыми и обуславливаются внутренние силы взаимодействия между отдельными составляющими массива. Мерой этих внутренних сил являются величины напряжений.

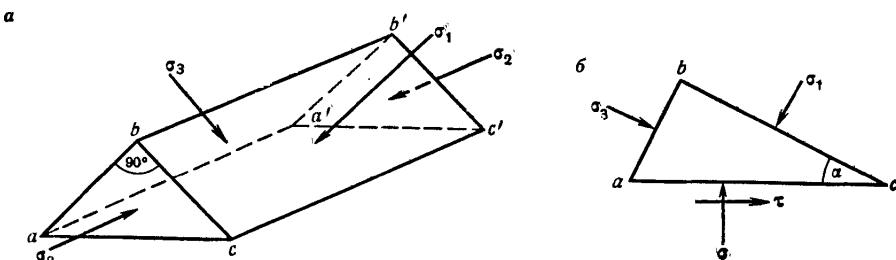


Рис. 1. Схемы к построению круга Мора:

а — схема действующих напряжений; б — схема расчетных напряжений в случае плоского напряженного состояния

В отличие от твердых тел напряжения в горных породах передаются лишь через точки соприкосновения отдельных частиц, образующих скелет породы. В этих условиях реальные напряжения на контактах частиц в пределах произвольно выделенной площадки δS неизбежно должны заменяться некоторыми фиктивными («средними») напряжениями, распределенными по площадке δS сплошным образом, причем равнодействующие обеих систем напряжений должны иметь одинаковые величины и направления. Из § 1 следует, что при достаточно больших размерах элементарных площадок δS определенные таким образом фиктивные напряжения оказываются механически эквивалентными действительным. Иначе говоря, само определение напряжений в горной породе носит статистический характер и неразрывно связано с условиями применимости принципов механики сплошной среды.

В соответствии с общеизвестными представлениями механики сплошной среды полное напряжение, действующее по площадке δS , может быть разложено на нормальную и касательную составляющие. Совокупность нормальных и касательных напряжений, которые действуют по всему множеству площадок, проходящих через данную точку массива, характеризует напряженное состояние в этой точке. При этом, как известно [3, стр. 122], всегда существуют такие три взаимно перпендикулярные (главные) площадки, по которым касательные напряжения отсутствуют и действуют лишь нормальные — главные — напряжения: $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3^*$.

Удобным способом графической интерпретации напряженного состояния в точке является круг Мора [3, стр. 133]. Рассмотрим для простоты его построение в частном случае плоского напряженного состояния, зависящего только от двух пространственных координат. Выделим вблизи расчетной точки трехгранный призму ($abca'b'c'$) так, чтобы по ее взаимно перпендикулярным граням действовали главные напряжения (рис. 1); расчетную плоскость считаем параллельной граням abc и $a'b'c'$. Будем полагать, что главные напряжения σ_2 , нормальные к плоскостям abc и $a'b'c'$, взаимно уравновешены (так как напряженное состояние плоское). Составляя уравнение равновесия для треугольной призмы abc с длиной единице, после несложных преобразова-

* Здесь и далее в этой главе широко используется работа [3].

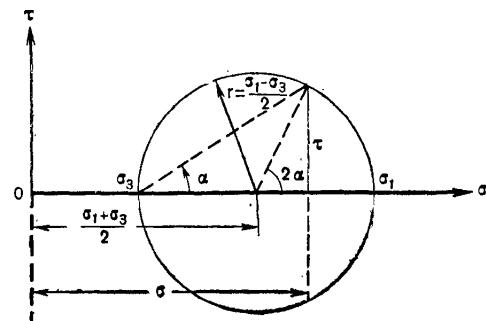


Рис. 2. Круг Мора в случае плоского напряженного состояния

ний получим выражения для нормального σ и касательного τ напряжения по произвольной площадке ac

$$\begin{cases} \sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha, \\ \tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha, \end{cases} \quad (1)$$

где α — угол наклона площадки ac к площадке действия наибольшего главного напряжения σ_1 .

Так как главные напряжения в данной точке постоянны, то σ и τ являются функциями только угла α , который в зависимости от положения площадки может принимать значения в интервале от $-\pi/2$ до $+\pi/2$. Графическое изображение формул (1) дается диаграммой Мора (рис. 2), которая отражает, таким образом, совокупность напряжений, действующих по различным площадкам в окрестности данной точки. Из диаграммы Мора, в частности, следует, что максимальные касательные напряжения действуют по площадкам, делящим пополам углы между главными площадками ($\alpha = 45^\circ$), причем

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

Простейшим видом напряженного состояния является однородное напряженное состояние, при котором в разных точках тела по параллельным площадкам действуют одинаковые по величине и направлению напряжения, т. е. круги Мора для всех точек одинаковы. Таково, например, напряженное состояние в средней части образца, испытываемого на одноосное сжатие или растяжение. В напряженном состоянии, близком к однородному, может находиться и глубоко залегающий пласт горных пород, перекрытый однороднослойной толщей, при горизонтальном положении поверхностей напластования и дневной поверхности. В этом случае нормальные напряжения по горизонтальной площадке, расположенной в пределах пласта на глубине z_0 , будут определяться лишь собственным весом столба вышележащих пород высотой z_0 с объемным весом $\gamma_n(z)$:

$$\sigma_z = \int_0^{z_0} \gamma_n(z) dz. \quad (2)$$

2. Влияние подземных вод на напряжения в горных породах

При наличии в порах и трещинах гидравлически связанной свободной воды каждая частица будет испытывать всестороннее гидростатическое давление. Из общих физических представлений ясно, что сила взаимодействия двух тел в жидкости постоянной плотности не зависит от глубины погружения. Следовательно, само по себе изменение гидростатического давления непосредственно на контакте двух прилегающих частиц горной породы, если это изменение рассматривать вне связи с действием веса вышележащих пород или других внешних сил, не может изменить силу взаимодействия частиц. Напомним также о специальных экспериментах с образцами бетона, показавших практическую неизменность прочности бетона на сдвиг в широком диапазоне изменений обжимающей гидростатической нагрузки [2, стр. 178].

Поэтому напряжения в поровой (свободной) жидкости получили название нейтральных. Они вызывают лишь малые деформации пород, соответствующие сжимаемости минеральных зерен. Сошлемся, например, на показатели сжимаемости минеральных составляющих, приведенные в работе [7, стр. 53], которые на два-три порядка ниже показателей сжимаемости пород, обычно рассматриваемых в гидрогеомеханике.

Однако гидростатическое давление, не влияя на взаимодействие частиц в данной точке непосредственно, определяет силу этого взаимодействия благодаря эффекту взвешивания вышележащей толщи. Модель, приведенная на рис. 3, подтверждает это достаточно наглядно: снижение уровня (гидростатического давления) в сосуде с отметки AA до отметки $A'A'$ устраняет эффект взвешивания для поршня I , в результате чего все нижерасположенные пружины сжимаются под действием дополнительной нагрузки, равной весу жидкости в объеме поршня I .

Нетрудно оценить описанное явление аналитически. Для этого будем иметь в виду, что на минеральный скелет горной породы, как и на всякое тело, погруженное в жидкость, действуют силы архимедова взвешивания. Объемный вес породы, взвешенной в воде, будет выражаться формулой

$$\gamma_B = (\Delta_n - \gamma)(1 - p) < \gamma_n, \quad (3)$$

где p — пористость; Δ_n — удельный вес материала скелета породы; γ_n — объемный вес пород при отсутствии взвешивания

$$\gamma_n = \Delta_n(1 - p) + \Delta w_0, \quad (4)$$

где w_0 — объемная влажность пород выше уровня подземных вод.

Для более общего аналитического описания процессов перераспределения напряжений рассмотрим полное (общее) давление σ_n , оказываемое столбом пород высотой z_0 на единичную горизонтальную площадку δS . Очевидно, оно будет выражаться формулой (2), где $\gamma_n(z)$ — объемный вес пород на глубине z в месте с заключенной в них водой. Рассматривая выделенный столб пород как единое тело, мы должны признать, что давление σ_n уравновешивается двумя силами: нормальной к площадке реакцией скелета

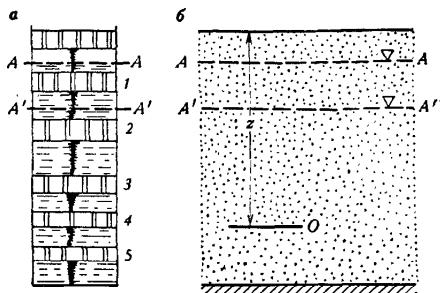


Рис. 3. Схема взвешивающего воздействия подземных вод:

а — механическая модель; б — расчетная схема изменения уровней в безнапорном горизонте

породы σ_{sp} и гидростатическим давлением по площадке σ_h , направленным согласно известным принципам гидростатики также по нормали к площадке: $\sigma_p = \sigma_{\text{sp}} + \sigma_h$.

Следовательно, напряжение σ_s , обуславливающее силу взаимодействия частиц минерального скелета горной породы (в данной задаче «работающая» часть напряжений от веса вышележащих пород) и равное по величине реакции σ_{sp} , можно определить по формуле

$$\sigma_s = \sigma_p - \sigma_h. \quad (5)$$

В отличие от нейтральных напряжений σ_h напряжения σ_s получили название эффективных.

Если предположить, что при изменении напоров подземных вод полные напряжения в системе остаются неизменными (это справедливо всегда, когда можно пренебречь изменениями общего веса вышележащих пород), то равенство (5) дает

$$d\sigma_s = -d\sigma_h. \quad (6)$$

Следовательно, снижение напоров должно приводить к росту эффективных напряжений и сжатию минерального скелета. Этот вывод имеет важное значение для понимания таких природных процессов, как осадка толщ горных пород под влиянием водопонижения или фильтрация в напорных системах.

Соотношение (6) положено в основу оценки напряженного состояния горных пород на больших глубинах методом гидроразрыва пласта [7]: можно приближенно полагать, что гидроразрыв (образование новых или резкое расширение старых трещин) наступает в тот момент, когда гидростатическое давление нагнетаемой в пласт воды сравнивается с природным эффективным давлением.

Равенство (5) является определяющим в описании процессов перераспределения напряжений при изменениях напоров в водонасыщенных горных породах. Очевидно, что оно справедливо и для любой площадки в покоящемся массиве горных пород, и при действии на массив дополнительных внешних сил, с той лишь разницей, что величины σ_p уже не будут выражаться формулой (2). В дальнейшем (см. § 3 гл. VII) мы покажем, что, если σ_h понимать более широко как внутрипоровое давление жидкости (не обязательно гидростатическое), то равенство (5) обобщается на самый широкий круг задач по исследованию равновесия массивов горных пород.

Заметим, что равенство (5) справедливо при пренебрежении сжимаемостью минеральных зерен по сравнению со сжимаемостью горной породы. Как отмечено ранее, в большинстве наших задач это вполне допустимо. В противном случае необходимо использовать формулу [7, стр. 41]:

$$\sigma_b = \sigma_n - \alpha \sigma_n, \quad (7)$$

где коэффициент α отвечает отношению показателей сжимаемости минеральных зерен и горной породы.

Известные опыты И. Фатта показали, например, что для плотных сцементированных песчаников при эффективном давлении порядка $700 \text{ кгс}/\text{см}^2$ $\alpha \approx 0,8$. Однако при ограниченных давлениях вполне допустимо считать $\alpha \approx 1$ [7, стр. 42].

Итак, в массиве горных пород действуют две системы напряжений: эффективные, определяющие силы взаимодействия между минеральными зернами, а тем самым прочность и деформируемость горных пород, и нейтральные, от которых прочность и деформируемость непосредственно не зависят. Подчеркнем еще раз, что в такой трактовке общие напряжения определяются как суммарные напряжения от действия внешних сил и от веса вышележащих пород вместе с заключенной в них водой.

В приведенных рассуждениях предполагалось, что мы имеем дело со средой, полностью передающей гидростатическое давление по порам или по трещинам. Между тем можно ожидать, что плотные глинистые породы, залегающие на больших глубинах, в которых отсутствует свободная вода (т. е., в которых полная влагоемкость равна максимальной молекулярной влагоемкости), должны вести себя в отношении передачи гидростатического давления подобно твердым телам.

Чтобы оценить глинистую породу с этой точки зрения, можно провести эксперимент по схеме компрессии неизолированного от воды образца посредством гидростатического давления. Образцы типичных глинистых пород в условиях такого опыта не сжимаются, что свидетельствует о полной передаче глинями гидростатического давления. Если к этому добавить, что гидростатическое взвешивание в плотных глинах может передаваться по развитым в них трещинам, то становится очевидным, что на современном уровне исследований в практических оценках можно руководствоваться предпосылкой о полной передаче гидростатического давления всеми горными породами; для большинства инженерных задач такая предпосылка может дать лишь дополнительный запас надежности.

Сказанное, конечно, не исключает необходимости дальнейшего изучения этого весьма сложного вопроса, обоснованное решение которого будет зависеть в первую очередь от развития технических средств для замера напоров в глинистых породах на больших глубинах. Только располагая данными таких замеров, можно рассчитывать на достаточно надежную связку результатов лабораторных испытаний по взвешиванию с натуральными условиями.

В заключение кратко рассмотрим вопрос о статических напряжениях в пределах капиллярной каймы. Здесь, как уже отмечалось, гидростатическое давление в жидкости отрицательное (меньше атмосферного). Величина этого давления определенным образом зависит от влажности, меняясь от нуля при полном насыщении до весьма больших значений в сравнительно сухих породах. Характерные данные такого изменения приведены на рис. 4. Абсолютная величина высоты капиллярного давления ψ в любой точке называется высотой

всасывания (*suction*); наиболее типичной эмпирической зависимостью ψ от влажности w является экспонента вида

$$\psi = \psi_0 e^{-\lambda w}, \quad (8)$$

где ψ_0 и λ — опытные параметры [1, 13, 23].

Таким образом, порода в плоскости менисков испытывает дополнительную эффективную нагрузку

$$\sigma_k = \gamma \psi. \quad (9)$$

Для глинистых пород напряжения, возникающие в пределах капиллярной каймы, могут в ряде случаев заметно повлиять на общее напряженное состояние рассматриваемой части массива горных пород. По той же причине капиллярное давление необходимо учитывать в интерпретации результатов испытаний образцов водонасыщенных глинистых пород при невысоких уплотняющих нагрузках [2]. В самом деле, если опыт с таким образом проводится без предварительного замачивания, то уже до первого нагружения образец находится под некоторым эффективным давлением, обусловленным капиллярными силами σ_k^0 . Поэтому до тех пор, пока нагрузка при опыте σ_{op} не превысит величины σ_k^0 , в образце будет происходить лишь изменение отрицательного нейтрального давления σ_n от величины, равной $\sigma_n' = -\sigma_k^0$, до величины $\sigma_n = -\sigma_k^0 + \sigma_{op}$ при неизменной величине суммарных эффективных напряжений σ_k^0 .

Капиллярные силы играют важную роль в механизме усадки глинистых пород, поскольку при испарении влаги с поверхности водонасыщенных глин и отступлении уровня грутовых вод в глубь массива на контакте «вода — воздух» возникают мениски, кривизна которых постепенно возрастает по мере высыхания грунта. Соответственно в глинистых породах возникает скимающее их капиллярное давление. Описанный процесс сопровождается сжатием — усадкой грунта [2, стр. 55—56].

Дополнительные напряжения, обусловленные капиллярными эффектами, возникают не только на границе жидкой и газообразной фаз, но и на всяком контакте жидкостей с различными смачивающими свойствами. Это обстоятельство, в частности, играет важную роль в задачах взаимного вытеснения несмешивающихся жидкостей в пористых средах [12, 22].

§ 3. ДЕФОРМАЦИИ И ПРОЧНОСТЬ ГОРНЫХ ПОРОД

Сформировавшееся в результате длительных геологических процессов относительно стабильное напряженное состояние горных пород может быть нарушено под влиянием разнообразных естественных и искусственных факторов. Изменение напряженного состояния массива приводит к его деформированию.

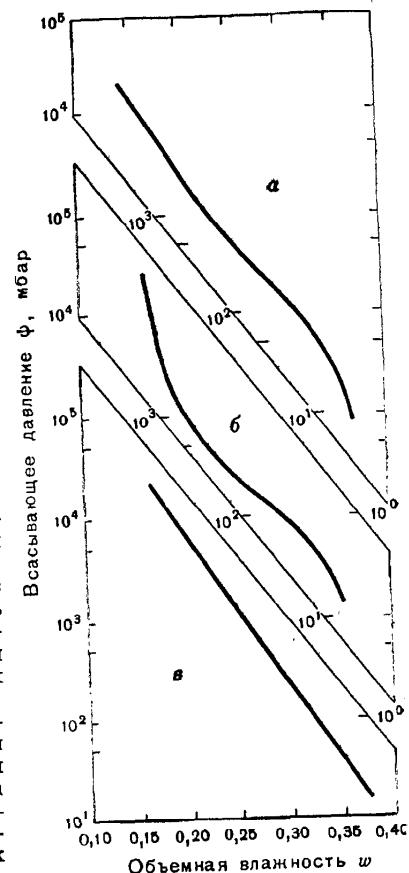


Рис. 4. Типичный график зависимости высоты всасывающего давления от влажности w :

а — на глубине 0,2 м; б — то же 0,6 м; в — то же, 1 м

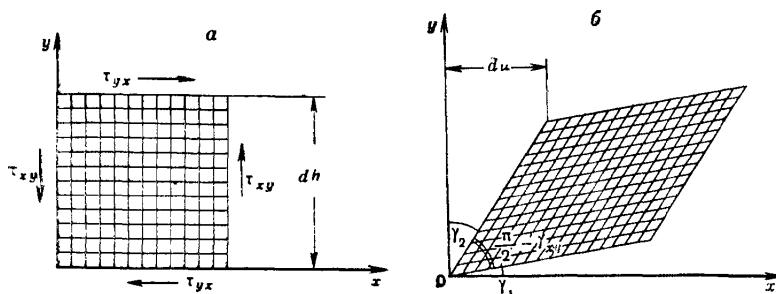


Рис. 5. Схема чистого сдвига:
а — образец до сдвига,
б — после сдвига

Известно [3, 12], что любые деформации того или иного материала сводятся в конечном счете к изменению объема (сжатию — растяжению) и формоизменению (сдвигу). Чисто объемной деформацией является сжатие шара под действием равномерно распределенной по его поверхности нормальной нагрузки. Во всех других случаях сжатие сопровождается и изменением формы, в том числе и в случае одноосного (вдоль оси z) сжатия (простое сжатие). При простом сжатии сокращение размера образца вдоль оси z сопровождается его поперечным расширением вдоль двух других осей, причем

$$\epsilon_x = \epsilon_y = -\nu \epsilon_z, \quad (10)$$

т. е. составляющие поперечной деформации ϵ_x и ϵ_y оказываются прямо пропорциональными величине продольной деформации ϵ_z (коэффициент пропорциональности ν — коэффициент Пуассона). Очевидно, относительное изменение объема при простом сжатии равно

$$e_0 = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \epsilon_z (1 - 2\nu). \quad (11)$$

При $\nu = 0$ поперечная деформация отсутствует, при $\nu = 0,5$ объем тела остается неизменным.

Под чисто сдвиговой деформацией следует, очевидно, понимать такую деформацию, которая совершается при отсутствии сжимающих напряжений и при которой форма тела меняется только под влиянием пар равных и противоположно направленных касательных напряжений, приложенных к противоположным параллельным граням тела (рис. 5) [3]. Из рис. 5 видно, что для равновесия тела необходимо, чтобы по двум парам взаимно перпендикулярных граней действовали пары равных касательных напряжений

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}. \quad (12)$$

Мерой сдвига является отношение

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{du}{dh} \approx \gamma_1 \quad (13)$$

где γ — угол сдвига.

При чистом сдвиге одна диагональ квадрата удлиняется, а другая укорачивается на одну и ту же величину. Изменение угла между сторонами

$$\gamma_{xy} = \gamma_1 + \gamma_2, \quad (14)$$

причем в однородном изотропном материале $\gamma_1 = \gamma_2$. Объем тела при чистом сдвиге не меняется.

На практике обычно приходится иметь дело с деформациями, при которых одновременно меняются объем и форма тела. При этом деформации различных материалов могут носить как упругий (обратимый), так и пластический (необратимый) характер¹. И в том, и в другом случае внутренние силы сопротивления в деформируемом материале постепенно возрастают по мере деформирования. При сравнительно малых величинах приложенных напряжений это приводит к полному уравновешиванию действия внешних сил, в результате чего деформирование прекращается. Наоборот, возникающие при достаточно больших напряжениях упругие и пластические деформации могут полностью мобилизовать внутренние силы сопротивления до наступления такого равновесия. При этом представляются возможными два пути развития последующих деформаций. В первом случае деформации могут привести к хрупкому разрушению тела — возникновению трещин и разрывов, по которым прекращается или скачкообразно изменяется характер действия внутренних сил. Во втором случае, при напряжениях, превосходящих некоторое критическое значение (предел текучести), пластические деформации продолжаются непрерывно. Такие незатухающие пластические деформации принято называть течением. На заключительной стадии течения в деформирующемся теле также могут возникнуть трещины и разрывы.

Таким образом, материал исчерпывает свою исходную прочность в результате хрупкого разрушения или наступления состояния, неограниченного деформирования — течения. Исследование течения и хрупкого разрушения материалов в связи с их напряженно-деформированным состоянием проводится в настоящее время в рамках различных теорий прочности — статических (не учитывающих скорости деформирования) и динамических. Среди статических теорий наиболее широко распространена теория Кулона — Мора (см. § 2 гл. II). Применение динамических теорий прочности, требующих учета скорости деформирования, базируется на исследовании реологических свойств материала, отражающих протекание деформационных процессов во времени (см. § 3 гл. II).

В целом деформации горных пород представляют собой весьма сложное явление, не укладывающееся в рамки классических теорий упругости или пластичности. Специфика этого явления обусловлена в первую очередь сложным характером взаимодействия отдельных составляющих как самой горной породы, так и массива в целом.

Сложная природа взаимодействия минеральных частиц особенно ярко проявляется в глинистых породах, где она обусловливается большим разнообразием распределения поверхностных сил за пределах силовых полей различных глинистых частиц. Выяснено, например, что при сближении частиц силы взаимного притяжения сначала постепенно возрастают, однако начиная с некоторого предела, дальнейшему сближению частиц препятствуют силы отталкивания. Заметно упрощенный, но достаточно наглядный механический эквивалент такому силовому взаимодействию можно получить, рассмотрев две частицы горной породы с прилегающими гидратными оболочками [2]. На точку A (рис. 6), расположенную

¹ Минимальные напряжения, при которых возникают ощущимые пластические деформации, отвечают пределу упругости материала.

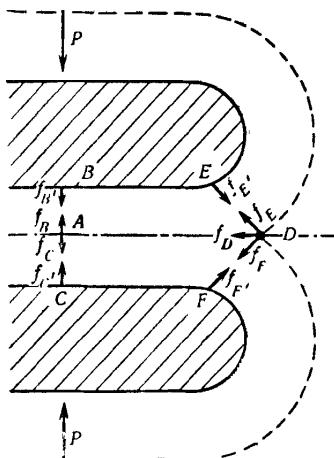


Рис. 6. Схема силового взаимодействия двух глинистых частиц (по Н. М. Герсеванову)

посередине между частицами, со стороны этих частиц действуют равные друг другу, но противоположные направленные силы f_B и f_C . Ввиду того, что силы, приложенные к точке A , взаимно уничтожаются, в конечном итоге две частицы притягиваются приложенными к их поверхности силами f'_B и f'_C , равными f_B и f_C . Эти силы, естественно, тем больше, чем больше сближаются частицы под действием внешних сил P , стремящихся выдавить слой молекулярной воды из пространства между частицами.

Иная картина наблюдается в точке D , находящейся на пересечении гидратных оболочек. На нее действуют силы притяжения f_E и f_F . Равнодействующая этих сил f_D стремится «всклинуть» слой молекулярной воды между частицами («расклинивающее» действие молекулярной воды по Б. В. Дерягину) и тем самым препятствует взаимному сближению частиц.

Внешние (сжимающие) силы и силы взаимного притяжения частиц, с одной стороны, а также расклинивающие силы, с другой, образуют взаимно уравновешенную систему — горную породу с данной плотностью укладки частиц. При увеличении внешней нагрузки на величину ΔP плотность будет возрастать до тех пор, пока приращение расклинивающих сил, вызванное сближением частиц, не уравновесится суммарным приращением внешних сил ΔP и сил взаимного притяжения частиц.

Итак, прочность глинистой породы обусловлена силами взаимодействия между минеральными частицами, передаваемыми, однако, не непосредственно, а через сольватные оболочки, которые к тому же являются источником добавочного расклинивающего эффекта. Эти силы взаимодействия и создают связность глинистой породы, или ее первичное сцепление. По мере развития в глинистой породе цементационных связей в ней возникает вторичное сцепление, или сцепление упрочнения, которое вносит дополнительную специфику в поведение глинистых пород при их деформациях.

Что же касается массива горных пород в целом, то его деформирование существенно осложняется и рядом других факторов, в первую очередь высокой относительной подвижностью отдельных элементов массива и сложным характером возможных предельных состояний. Обычно в определенных интервалах напряжений массив горных пород можно уподобить упругому телу, а за пределами этих интервалов деформации приобретают резко выраженный пластический характер, однако пластические деформации протекают здесь гораздо сложнее, чем в типично пластических телах, из-за влияния сил трения. Накопление пластических деформаций приводит в конечном счете к возникновению в массиве поверхностей разрушения, которые получают такие размеры и распространение, что начинают полностью «управлять» дальнейшим поведением массива под нагрузкой. Иначе говоря, исходная прочность массива оказывается исчерпанной и он теряет свою устойчивость.

Таким образом, чаще всего потеря прочности массива горных пород происходит в форме пластического сдвига (вдоль какой-либо поверхности разрушения) или течения. Вместе с тем для твердых пород возможна потеря прочности в виде хрупкого сдвига (скола), на отдельных участках массива разрушение

может также происходить в результате разрывов под действием нормальных напряжений по площадкам отрыва. Важно, что во многих практических задачах гидрогеомеханики деформации не могут рассматриваться вне зависимости от времени. Тем самым определяется необходимость исследования горных пород как реологических систем.

Из сказанного понятно, почему изучение прочности и деформируемости горных пород требовало наряду с использованием методов теорий упругости и пластичности проведения глубоких специальных исследований [3, 11, 12, 14, 20, 21, 22].

Глава II

ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЧНОСТИ И ДЕФОРМИРУЕМОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД

В § 2 гл. I уже отмечалось, что деформации горных пород сводятся к их сжатию — растяжению (изменению объема) и к относительному сдвигу (формоизменению). В определенных условиях сдвиговые деформации и деформации растяжения приводят к потере прочности горных пород.

В реальных гидрогеомеханических процессах изменения объема и формоизменение всегда протекают одновременно, в неразрывной связи друг с другом. Точно так же широко практикуемые методы изучения механических свойств горных пород чаще всего не позволяют провести четкое разделение этих видов деформаций. Поэтому и дальнейшая дифференциация рассмотрения деформируемости и прочности горных пород применительно к их сжатию — растяжению и сдвигу является в достаточной мере условной и соответствует скорее современному практическому подходу к проблеме, чем «чистому» физическому принципу.

§ 1. СЖИМАЕМОСТЬ ГОРНЫХ ПОРОД

Рассматривая сжимаемость горных пород, мы будем иметь в виду их поведение при таких деформациях, практическое изучение которых требует (в первую очередь или в основном) обязательного учета именно объемных изменений. А так как экспериментами доказано, что одни только деформации сжатия не могут вызвать разрушения материала [22, стр. 143], то вопросы прочности пород будут затрагиваться здесь лишь в связи с деформациями растяжения (см. ниже п. 3).

1. Общие представления о сжимаемости горных пород

Способность горных пород изменять свой объем обусловлена главным образом изменением объема пор и в меньшей степени трещин. Сжимаемостью минеральных зерен в пределах требуемой точности изучения большинства проблем гидрогеомеханики можно пренебречь, о чём уже говорилось в § 2 гл. I.

Впрочем, сжимаемость минеральных составляющих, обусловленная эффективными напряжениями, автоматически учитывается определяемыми параметрами прочности. Если же большие гидростатические давления требуют также учета сжимаемости минеральных зерен за счет нейтральных напряжений, то должен дополнительно определяться коэффициент α (см. 7 гл. I) путем гидростатического обжатия неизолированного водонасыщенного образца горной породы [7].

В § 3 гл. I отмечалось, что в «чистом» виде сжимаемость горных пород может проявляться лишь в условиях простейшего напряженного состояния, когда выделенный объем подвергается равномерному всестороннему (гидростатическому) сжатию. В этом случае справедлив закон Гука в виде [5, стр. 146]:

$$e_0 = \frac{1}{K_y} \sigma_r, \quad (1)$$

где e_0 — относительная объемная деформация; σ_r — обжимающее напряжение; K_y — объемный модуль упругости.

В натуре массив горных пород всегда находится в сложном напряженном состоянии, так что сжатие протекает параллельно с формоизменением. В общем случае упругие объемные деформации изотропных пород выражаются обобщенным законом Гука [5, стр. 146], учитывающим взаимоотношения между продольными и поперечными деформациями (см. 10 гл. I)

$$\begin{cases} e_x = \frac{1}{E_y} [\sigma_x - v(\sigma_y + \sigma_z)], \\ e_y = \frac{1}{E_y} [\sigma_y - v(\sigma_x + \sigma_z)], \\ e_z = \frac{1}{E_y} [\sigma_z - v(\sigma_x + \sigma_y)], \end{cases} \quad (2)$$

где E_y — модуль Юнга; v — коэффициент Пуассона.

Соответственно для объемной деформации получаем

$$e_0 = e_x + e_y + e_z = \frac{1-2v}{E_y} \theta, \quad (3)$$

где $\theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ — сумма главных напряжений. При $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_r$ получаем соотношение

$$K_y = \frac{E_y}{3(1-2v)}. \quad (4)$$

Для твердых горных пород, которые сжимаются в определенных пределах подобно упругим телам, расчетные показатели сжимаемости (E_y и v), чаще всего получают испытаниями на одноосное сжатие. Для большей же части инженерных задач, связанных с анализом поведения песчано-глинистых пород, сжимаемость принято характеризовать графиком зависимости коэффициента пористости ϵ от сжимающего вертикального напряжения (при отсутствии боковых деформаций), обычно называемым компрессионной кривой (см. приложение).

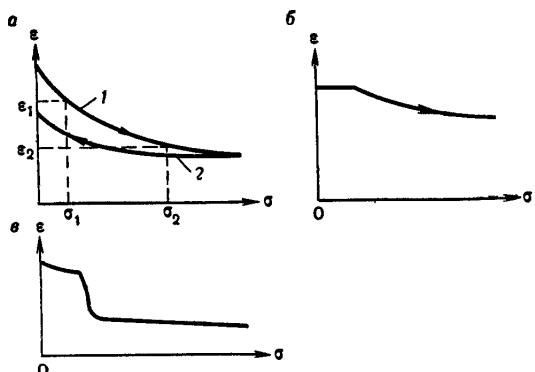


Рис. 7. Характерные компрессионные кривые:
а — слабоуплотненные породы; б — переуплотненные породы; в — породы со сцеплением упрочнения
1 — компрессия, 2 — декомпрессия

График компрессии, как отмечает ряд авторов [4, 18, 19, 21, 23], имеет вид кривой, близкой к логарифмической. Следует, однако, заметить, что это более менее справедливо лишь для пород, залегающих вблизи поверхности, с которыми имеет дело фундаментостроение (да и то не всегда). Образцы пород, залегающих на значительных глубинах (несколько десятков или сот метров) и не претерпевших заметного набухания, обычно не показывают столь больших значений сжимаемости вблизи нулевых нагрузок, как это следует из рис. 7, а. Для пород со сцеплением упрочнения при нагрузках, не превышающих предела прочности цемента, кривая оказывается даже более пологой¹, причем иногда она получает характерный излом (рис. 7, б), а в лессовых породах при их замачивании имеет ступенчатый вид (рис. 7, в).

Так как на практике обычно приходится использовать для расчетов ограниченный участок компрессионной кривой, то его, как правило, можно аппроксимировать прямой линией. Если принять за меру сжимаемости породы изменение коэффициента пористости при приложении единичной нагрузки (см. рис. 7, а):

$$a_c = \frac{e_1 - e_2}{\sigma_2 - \sigma_1}, \quad (5)$$

то для такого выделенного участка величина a_c , называемая коэффициентом сжимаемости, является расчетной константой. В общем случае компрессионная зависимость записывается в дифференциальной форме

$$de = -a_c(\sigma) d\sigma, \quad (6)$$

где величина a_c рассматривается как функция эффективного напряжения.

Частичное или полное снятие нагрузки приводит к увеличению пористости торной породы. Этот процесс, обычно называемый для условий одномерной деформации песчано-глинистых пород декомпрессией, характеризуется кривой декомпрессии. Как правило, эта кривая не совпадает с компрессионной и более полога (см. рис. 7, а), что свидетельствует о необратимости деформаций сжатия. Коэффициент декомпрессии, получаемый с этой кривой, иногда отличается от коэффициента сжимаемости на порядок, а то и более. Однако в глинистых

¹ Иногда такими кривыми характеризуются и грунты, залегающие на небольших глубинах, если в предшествовавшие геологические эпохи они претерпевали нагрузки, значительно превосходящие действующие в настоящее время.

породах при разгрузке до достаточно малых давлений в условиях возможного подтока воды декомпрессия может характеризоваться существенным ростом деформаций, что вызывается процессами набухания (см. ниже).

Понятно, что зависимость (6) описывает лишь одномерное сжатие при отсутствии боковых деформаций — компрессию, для которой коэффициент пористости данного грунта является однозначной функцией сжимающего (вертикального) напряжения: $\varepsilon = f(\sigma_z)$. Боковые напряжения в этом случае удовлетворяют зависимости

$$\sigma_x = \sigma_y = \xi \sigma_z, \quad (7)$$

где ξ — коэффициент бокового давления.

Согласно опытным данным величина ξ может рассматриваться как константа данной породы. В песках она чаще всего составляет около 0,4—0,42, а в глинах — 0,7 ± 0,75 [21, стр. 58].

С учетом соотношения (7) компрессионную зависимость (6) можно представить в виде функции от суммы главных напряжений: $\varepsilon = f\left(\frac{\theta}{1+2\xi}\right)$, если деформация объемная, или $\varepsilon = f\left(\frac{\theta}{1+\xi}\right)$, если деформация плоская. При постоянном a_c эти функциональные зависимости принимают вид

$$\varepsilon + \frac{a_c}{1+2\xi} \theta = \text{const}; \quad \varepsilon + \frac{a_c}{1+\xi} \theta = \text{const}. \quad (8)$$

Формулы (8) были получены на основании ряда предпосылок Н. М. Герсевановым [4, стр. 171], предложившим для полностью водонасыщенных грунтов именовать их принципом гидроемкости (так как величина θ , определяющая влажность водонасыщенного грунта, может быть названа гидроемкостью). Многочисленные опыты подтверждают [1, 21], что по аналогии с компрессией коэффициент пористости и в иных условиях деформирования действительно определяется преимущественно суммой главных напряжений и мало зависит от их соотношений. Поэтому принцип гидроемкости широко используется в различных задачах механики горных пород. Нелишне вместе с тем оговорить, что применение принципа гидроемкости для неодномерных задач оказывается приемом достаточно условным, так как компрессия не является «чистой» деформацией изменения объема, а сопровождается и формоизменением. По той же причине коэффициент ξ нельзя использовать для оценки боковых напряжений при наличии боковых смещений и соответственно при работе сил трения по вертикальным плоскостям. В этом случае, как показывает опыт, отношение σ_x/σ_z может принимать самые различные значения — от 0,25 до 1, а иногда и больше единицы [21, стр. 60].

В целом при анализе деформаций, отличных от компрессии, изменения объема целесообразно оценивать непосредственно модулем объемной деформации K_0 , который по аналогии с (4) выражается зависимостью

$$K_0 = \frac{E_0}{3(1-2\nu_0)}, \quad (9)$$

где величины K_0 , E_0 , ν_0 следует рассматривать как модули общей деформируемости грунта (см. приложение), описывающие его поведение во всем диапазоне линейного деформирования.

2. Особенности деформирования различных пород под влиянием сжимающих нагрузок

Твердые горные породы в большинстве своем являются линейно-деформируемыми (деформации линейно связаны с напряжениями) и подчиняются в широком диапазоне нагрузок обобщенному закону Гука вида (2), (см., например, [8]). Основная доля деформаций протекает практически мгновенно после приложения нагрузки и носит упруго-обратимый характер, однако при сравнительно больших величинах сжимающих напряжений пластические деформации могут занимать значительную часть всего диапазона линейного деформирования (см. приложение).

В то же время в некоторых породах этой группы (в первую очередь в твердых глинистых) сжатие может осложняться процессами, характерными для пород III группы. В частности, при нарушении сцепления упрочнения деформирование приобретает ярко выраженный нелинейный характер. Кроме того, следует помнить, что при значительных по величине и длительно действующих дополнительных нагрузках твердые породы могут проявлять реологические свойства (см. § 3).

Деформации сжатия несвязанных пород обычно протекают в основной своей части также практически мгновенно вслед за приложением нагрузки, однако в отличие от многих пород I группы они почти всегда частично необратимы и, кроме того, связь их с нагрузками оказывается линейной в значительно более узких интервалах нагружения.

Деформации сжатия раздельнозернистых пород заметно возрастают при динамическом нагружении, когда вследствие более плотной переукладки частиц существенно изменяется структура грунта. Если песок водонасыщен, переукладка должна сопровождаться оттоком воды, а так как при быстром приложении динамической нагрузки вода не успевает отфильтроваться из породы, то прикладываемая нагрузка вызывает в соответствии с формулой (5 гл. I) появление большого внутришорового давления, которое может снизить силы трения между зернами до нуля. В результате грунт течет, подобно вязкой жидкости [10]. Для возникновения таких явлений необходимо, чтобы песок был сложен подвижными частицами (пылеватые тонко- и мелкозернистые пески) и характеризовался достаточно высокой исходной пористостью (малой плотностью).

Наиболее сложно протекает сжатие глинистых пород. Здесь зависимость деформаций от напряжений может носить резко выраженный нелинейный характер уже в сравнительно небольших диапазонах нагружения, так как по мере сжатия и изменения структуры грунта увеличиваются не только число и площадь контактов частиц (а следовательно, напряжения на контактах растут медленнее, чем нагрузка), но и силы отталкивания между отдельными частицами (см. § 3 гл. I). И то, и другое приводят к уменьшению коэффициента сжимаемости по мере нагружения.

Далее, деформации глинистых грунтов обычно необратимы и характеризуются четко выраженным гистерезисом. Это объясняется тем, что возникающие при сжатии нарушения структуры грунта и сцепления упрочнения оказываются

невосстановимыми: большая часть деформаций при разгрузке обусловлена упругими свойствами грунта новой структуры и расклинивающим действием плетеной воды (см. § 3 гл. I).

При наличии в глинистых породах свободной воды последняя может оказывать решающее влияние на характер сжимаемости. Ясно, что водонасыщенная горная порода может сжиматься лишь при оттоке воды из пор¹. Если скорость оттока не соответствует возможной в этих условиях скорости сжатия скелета грунта (см. § 3), то сжатие глинистой породы будет сопровождаться появлением дополнительного давления в поровой воде (избыточного по отношению к исходному гидростатическому), которое принято называть поровым. Однако этот термин, очевидно, не совсем удачен, так как не отражает отношения вновь возникшего внутриводового давления воды к исходному. В дальнейшем мы будем применять термин «избыточное поровое давление».

Таким образом, избыточное поровое давление компенсирует часть сжимающей нагрузки, поэтому согласно § 2 гл. I эффективные напряжения в скелете будут обусловливаться лишь разностью между приложенной сжимающей нагрузкой и избыточным поровым давлением. По мере оттока воды и сжатия грунта избыточное поровое давление постепенно снижается и эффективные напряжения соответственно возрастают. Более подробно эти процессы будут рассмотрены в гл. IX.

С изменением процентного содержания свободной воды в глинистых породах связаны и тиксотропные процессы, обычно возникающие при приложении к таким породам динамических нагрузок, например, при забивке свай или при бурении. Можно, очевидно, считать установленным, что причиной тиксотропных явлений в глинистых породах служит переход части связанной воды в свободное состояние при динамическом нагружении [4, стр. 37]. В результате такого перехода порода приобретает текучую консистенцию и прочность ее резко снижается. При устранении динамической нагрузки часть свободной воды вновь постепенно переходит в связанную и прочность породы восстанавливается — частично или практически полностью.

Тиксотропные явления могут отмечаться в широком круге пород — от типичных глинистых до некоторых мергельно-меловых пород или тонкозернистых песков, содержащих несколько процентов глинистых частиц. Практическая значимость этих явлений обусловлена не только их непосредственным влиянием на поведение грунтов в основаниях или откосах инженерных сооружений, но и возможным их влиянием на состояние образцов, извлекаемых из буровых скважин: вибрация бурового снаряда может вызвать переход даже некоторых твердых пород в текучее состояние, что приводит к совершенно неверным представлениям о прочности массива.

Большой теоретический и практический интерес представляет поведение глинистых пород при уменьшении сжимающей нагрузки. Если при этом возможность дополнительного подтока влаги к рассматриваемому объему пород исключена, то декомпрессия протекает без каких-либо существенных особенностей, во всяком случае в своем внешнем, чисто механическом проявлении.

¹ При пренебрежении сжимаемостью внутриводовых компонентов.

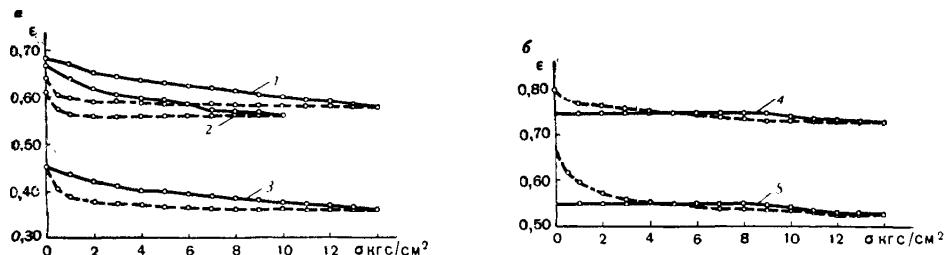


Рис. 8. Компрессионные кривые глинистых пород Лебединского месторождения КМА:

а — песчаные глины; б — пылеватые глины
1—5 — номера образцов

Конечно, мы должны помнить, что деформирование глинистых пород в процессе декомпрессии обязано не только (и не столько) собственно упругому разуплотнению, как это имело место в случае пород других групп, но главным образом расклинивающему действию воды (см. § 3 гл. I), а также процессам газовыделения. Наиболее ярко специфика разуплотнения глинистых пород при уменьшении внешней нагрузки проявляется в условиях, допускающих дополнительный подток влаги. Исходя из описанного в § 2 гл. I характера связей в глинистых породах, логично полагать, что максимальное количество воды данного химического состава, которое может содержаться в равновесном состоянии в некотором объеме глинистой породы, является функцией внешнего давления. При постепенном уменьшении давления глинистая порода склонна «всасывать» дополнительное количество воды (под влиянием капиллярных и осмотических сил) и вследствие расклинивающего действия воды увеличиваться в объеме — набухать [6, 16].

Мы уже знаем, что при сжатии образца глинистой породы в нем возникает избыточное поровое давление, которое убывает при возможности оттока воды и сжатия образца или остается неизменным при постоянной нагрузке и отсутствии оттока. Совершенно аналогично¹ при разгрузке образца в нем возникает отрицательное поровое давление (давление всасывания), которое убывает при возможности увеличения объема образца, сопровождающегося поступлением дополнительного количества воды, или остается постоянным (при заданной нагрузке) при невозможности увеличения объема или соответственно невозможности поступления воды в образец. Всасывая воду и увеличиваясь в объеме, горная порода (образец) оказывает давление на ограждающие стенки — давление набухания. В водонасыщенных породах оно равно по величине всасывающему давлению, но в отличие от последнего давление набухания является по своей сути эффективным (т. е. давлением в скелете).

Давление набухания наиболее просто можно замерить, определяя силы реакции образца с фиксированным неизменным объемом при замачивании. Ясно, что давление набухания должно быть функцией пористости, а следовательно, и функцией эффективной нагрузки, обусловливающей эту пористость.

¹ Опять-таки аналогия здесь во многом часто внешняя, механическая.

На рис. 8 приведены кривые декомпрессии для некоторых глинистых пород месторождений КМА. Характер кривых показывает, что заметный рост деформаций разуплотнения, обусловленный набуханием, начинается лишь при разгрузке глин до достаточно малых напряжений. Предельное (максимальное) значение этих напряжений можно условно назвать максимальным напряжением набухания $\sigma_{\text{н}}^{\text{max}}$. Для некоторых плотных монтмориллонитовых глин величина $\sigma_{\text{н}}^{\text{max}}$ может достигать 7–8 кгс/см², чего нельзя не учитывать, например, при оценке устойчивости откосов искусственных выемок (см. гл. X). Набухание также во многом предопределяет состояние образцов, извлеченных из буровых скважин.

3. Сопротивление горных пород растяжению

Деформации горных пород при действии растягивающих напряжений особенно характерны для верховых зон оползающих откосов, а также для толщ горных пород, оседающих над выработанным пространством при подземной выемке полезного ископаемого по системам с полным обрушением кровли (см. § 2 гл. XII). При этом основной практический интерес обычно представляет не прогноз ожидаемых деформаций, а лишь оценка предела прочности на растяжение σ_p^0 , входящего в условие предельного напряженного состояния

$$\sigma = -\sigma_p^0, \quad (10)$$

где σ — нормальное (растягивающее) напряжение в данной точке массива по той или иной площадке.

Предельное сопротивление горных пород растяжению (разрыву) σ_p^0 , на первый взгляд, дает основание для параллелей с предельным сопротивлением одноосному сжатию σ_c^0 . В частности, нетрудно получить теоретическую зависимость, устанавливающую связь величин σ_p^0 и σ_c^0 в условиях одномерной деформации [21, стр. 76]:

$$\sigma_p^0 = \sigma_c^0 \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \rho/2 \right), \quad (11)$$

где ρ — угол трения (см. § 2).

Однако даже самое поверхностное знакомство с горными породами свидетельствует о том, что оценка сопротивления горной породы растяжению является задачей весьма и весьма трудной [14, стр. 31], не имеющей до сих пор удовлетворительного практического решения: в отличие от оценки сжимаемости горных пород в данном случае мы, как правило, не можем рассчитывать на сколько-нибудь надежное определение параметров прочности по образцам из-за решающего влияния трещиноватости и макронеоднородности пород. В частности, приведенная теоретическая зависимость может давать значения, завышенные по сравнению с действительными в десятки и сотни раз. Проведение же экспериментов с целью оценки сопротивления на растяжение в полевых условиях на крупных блоках пород сопряжено с большими техническими трудностями. К этому нужно добавить, что сопротивление массива горных пород на растяжение, пожалуй, как никакая другая прочностная характеристика массива, зависит решающим образом от объемного напряженного состояния пород. Поэтому пока наиболее реальную основу для подобного рода оценок дают обратные расчеты, позволяющие определить предельное сопротивление растяжению по фактическим деформациям массива, например по деформациям при прорыве напорных вод в горные выработки (см. § 1 гл. XII) или при обрушении вертикальных откосов [20, стр. 128–129].

§ 2. СОПРОТИВЛЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД СДВИГУ

1. Общие представления о сдвиговых деформациях горных пород¹

Сравнительно малые касательные напряжения вызывают преимущественно лишь упругое искажение структуры горной породы в виде восстановливающегося скашивания. Такой (упругий) сдвиг, протекающий практически мгновенно вслед за приложением нагрузки, описывается законом Гука [5, стр. 146]

$$\tau = G_y \gamma = \frac{E_y}{2(1+\nu)} \gamma, \quad (12)$$

где G_y — модуль сдвига; γ — угол сдвига (см. § 3 гл. 1).

Если упругий сдвиг не приводит к потере прочности горной породы в виде крупного скола (см. § 3 гл. I), то при превышении касательными напряжениями некоторого предела (предела упругости) дальнейший сдвиг сопровождается пластическим (необратимым) скольжением отдельных составляющих горной породы друг относительно друга. Такое скольжение легче всего происходит вдоль тех поверхностей, где для сдвига требуется минимальное нарушение внутренней структуры горной породы, т. е. минимальная затрата энергии [5, стр. 141]. По мере роста нагрузки зависимость деформации сдвига от касательного напряжения все больше отклоняется от линейной², основная доля деформаций протекает со все большим отставанием от момента приложения нагрузки, причем деформации оказываются существенно зависящими от времени действия нагрузки. Так, в типичных глинистых породах при превышении касательными напряжениями τ некоторого предела τ_t , называемого пределом текучести, остаточная деформация протекает аналогично деформациям вязких тел с постоянной скоростью

$$\gamma = \frac{\tau - \tau_t}{\eta}, \quad (13)$$

где η — коэффициент вязкости породы (см. приложение).

В этом случае потеря прочности горной породы происходит в форме пластического сдвига (вдоль какой-либо поверхности разрушения) или течения (см. § 3 гл. I).

Основные закономерности, описывающие прочность пород в условиях сдвиговых деформаций, являются сугубо феноменологическими. Их установление существенно осложняется трудностями выполнения достаточно «чистых» экспериментов. Выше (см. § 3 гл. I) отмечалось, что чистый сдвиг представляет собой изменение формы тела под влиянием пар равных и противоположно направленных касательных напряжений, приложенных к параллельным граням тела (см. рис. 5). Понятно, однако, что, если мы попытаемся провести испытание образца породы (рис. 9) на сдвиг, приложив касательные напряжения τ_{yx} только вдоль его верхней и нижней граней (так называемый простой сдвиг

¹ Подробное рассмотрение протекания сдвиговых деформаций во времени дано в § 3.

² Во многих случаях эти отклонения оказываются существенными при напряжениях, заметно превышающих предел упругости.

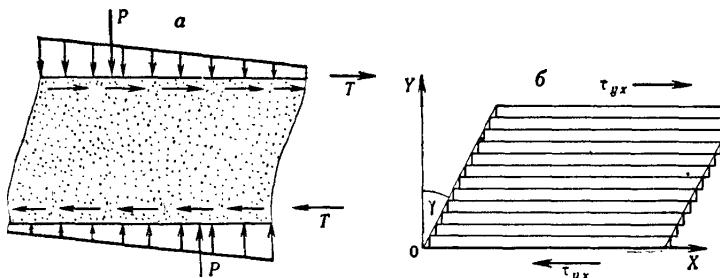


Рис. 9. Схема простого сдвига:
а — схема действующих сил; б — схема деформаций

[5, стр. 114]), то во избежание вращения образца возникающий момент сил должен уравновешиваться моментом от неравномерно распределенных нормальных напряжений по этим граням. Поэтому, хотя испытание по схеме, подобной простому сдвигу, широко применяется на практике (см. приложение), напряженное состояние при нем является на самом деле весьма сложным, так что получаемые при этом характеристики можно считать сдвиговыми лишь с некоторой долей условности. Более определенными с этой точки зрения являются показатели сопротивления сдвигу, получаемые испытаниями на трехосное сжатие (см. приложение)¹, при которых оказываются заданными все главные напряжения $\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$. Однако и в этих опытах наряду с формоизменением (сдвигом) идет изменение объема (сжатие) образца. Наиболее же близки к чистому сдвигу деформации при кручении цилиндрических образцов.

2. Теория прочности Кулона — Мора²

Многочисленные испытания образцов песчано-глинистых пород, проводившиеся преимущественно по схеме, близкой к простому сдвигу, показали, что предельное сопротивление сдвигу τ_n довольно хорошо описывается известным законом Кулона, который дает линейную зависимость τ_n от нормального давления σ_n по поверхности скольжения

$$\tau_n = \operatorname{tg} \rho \cdot \sigma_n + c, \quad (14)$$

где ρ — расчетный угол трения, равный углу наклона графика к оси абсцисс, c — расчетное сцепление.

Вспомним теперь, что согласно рис. 2 и формуле (1, гл. I) при плоском напряженном состоянии

$$\begin{cases} \sigma = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \cos \varphi, \\ \tau = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \sin \varphi, \end{cases} \quad (15)$$

где $\varphi = \pi - 2\alpha$, а угол α отвечает наклону рассматриваемой площадки по отношению к площадке действия максимального главного напряжения.

¹ При отсутствии в испытуемом образце фиксированных поверхностей ослабления, по которым может произойти сдвиг.

² О теориях прочности см. § 3 гл. I.

Подставляя эти значения τ и σ в (14), получим [5, стр. 280]

$$\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) (\sin \rho + \operatorname{tg} \rho \cos \rho) - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \rho (\sigma_1 + \sigma_3) = c. \quad (16)$$

Следовательно, согласно закону Кулона разрушение в виде сдвига должно наступить по той площадке, где величина $(\sin \rho + \operatorname{tg} \rho \cos \varphi)$ достигает максимума, т. е.

$$\operatorname{tg} \rho_n = \frac{1}{\operatorname{tg} \rho} \quad (17)$$

или

$$\alpha_n = \frac{\pi}{4} + \rho/2. \quad (18)$$

Таким образом, если провести испытание однородного изотропного образца горной породы в приборе на трехосное сжатие, то согласно закону (14) площадка, по которой произойдет разрушение, должна быть наклонена под одним и тем же углом $\alpha_n = \frac{\pi}{4} + \rho/2$ к площадке действия наибольшего главного напряжения (независимо от величин действующих напряжений).

Однако более детальное изучение прочности различных пород показало, что зависимости (14) и (18) удовлетворительно описывают поведение горной породы лишь в ограниченном диапазоне нагружения. В частности, к этому выводу приводят результаты многочисленных испытаний на трехосное сжатие [1]. Если по данным таких испытаний построить круги Мора для момента разрушения при различных напряженных состояниях, то предельному сопротивлению сдвигу отвечает огибающая этих кругов

$$\tau_n = f(\sigma_n), \quad (19)$$

называемая предельной кривой Мора. В сравнительно небольшом интервале нагрузок эта кривая может быть достаточно хорошо аппроксимирована прямой линией с расчетными параметрами ρ и c . Однако в общем случае экспериментальная зависимость (19) криволинейна. Соответственно угол наклона α_n площадок скольжения не является неизменным, а постепенно возрастает с приближением предельного круга к началу координат (состоянию растяжения). В отличие от прямой Кулона огибающая Мора описывает предельное сопротивление сдвигу и в области растягивающих напряжений, отражая тем самым возможности непрерывного перехода от разрушения при скольжении к разрывному нарушению (см. § 1).

Следовательно, согласно изложенным здесь основным представлениям теории прочности Кулона — Мора сопротивление сдвигу в данной точке массива достигает предела в том случае, когда соотношение нормальных и касательных напряжений хотя бы по одной из проходящих через эту точку площадок отвечает предельной кривой Мора. Напряженное состояние в точке в данном случае называется предельным. Оно полностью описывается предельным кругом Мора: координаты точки касания предельного круга и предельной кривой Мора дают значения касательного и нормального напряжений по площадке скольжения (рис. 10) и позволяют легко найти ее наклон. Так как предельная

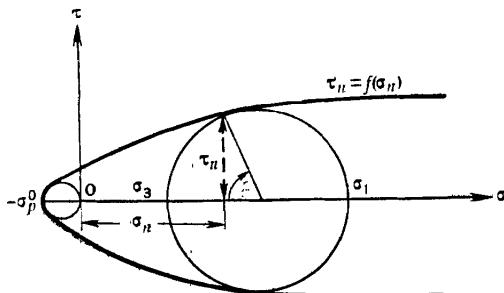


Рис. 10. Огибающая предельных кругов Мора

огибающая имеет две ветви (см. рис. 10), то в каждой точке оказываются две такие площадки, причем угол между ними равен, очевидно, $\pi/2 - \rho$ (здесь ρ — угол наклона огибающей в точке касания).

Итак, равенства (19) или в частном случае (14) являются по сути дела условиями предельного напряженного состояния: их выполнение для какой-либо площадки, проходящей через данную точку, свидетельствует о том, что в этой точке силы сопротивления горной породы деформациям сдвига по указанной площадке «мобилизованы» полностью.

Необходимо уточнить, что представление предельного условия в виде (19) достаточно обосновано лишь для плоского напряженного состояния. Перенося это условие на любое напряженное состояние, мы тем самым полагаем, что прочность породы не зависит от величины среднего главного напряжения σ_2 (перпендикулярного расчетной плоскости). Специальные эксперименты показывают, что чаще всего эта предпосылка не вносит существенных искажений в представления о прочности горной породы [14, стр. 37].

Характерно также, что предельное условие (19) связывает прочность горных пород не с абсолютными величинами главных напряжений, а лишь с соотношением величин $\sigma_1 - \sigma_3$ и $\sigma_1 + \sigma_3$. В самом деле, зависимость (19) можно представить в виде $r = F(\sigma)$, где r — радиус предельного круга Мора с центром в точке, абсцисса которой равна σ , или иначе

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = F\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right). \quad (20)$$

Для прямолинейной огибающей (14) зависимость (20) выражается формулой

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3 + 2c \cdot \operatorname{ctg} \rho) \sin \rho, \quad (21)$$

которая, принимая во внимание известные соотношения между главными напряжениями и величинами нормальных и касательных напряжений по площадкам, перпендикулярным координатным осям σ_x , σ_z и τ_{xz} , может быть также записана в виде [22, стр. 206]

$$4\tau_{xz}^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 = (\sigma_x + \sigma_z + 2c \cdot \operatorname{ctg} \rho)^2 \sin^2 \rho. \quad (22)$$

3. Особенности сопротивления сдвигу различных пород

Сопротивление сдвигу твердых пород в пределах относительно небольших напряжений достаточно надежно описывается формулой (14). Определение соответствующих характеристик прочности в лабораторных условиях на приборах «косого среза» [20, стр. 136], представляющих собой разновидность одноплоскостных срезных приборов (см. приложение), дает относительно стабильные и надежные значения угла внутреннего трения, чего нельзя сказать о величинах сцепления, которые зависят в основном от трещиноватости и макро-неоднородности образцов. Поэтому неотъемлемым элементом изучения сопротивления сдвигу пород этой группы являются различные полевые методы [2] и прежде всего — сдвиг больших призм [17, 20].

Значения величины сцепления для различных типов пород с учетом влияния трещиноватости можно также приближенно оценивать по полуэмпирическим зависимостям, полученным на основе результатов большого числа натуральных испытаний [20, стр. 124].

В больших диапазонах изменения нагрузок зависимость Кулона (14) оказывается мало приемлемой для описания предельного сопротивления сдвигу: предельная кривая Мора носит в этом случае ярко выраженный криволинейный характер [14, стр. 39]. Кроме того, при сравнительно высоких давлениях породы первой группы проявляют в условиях сдвиговых деформаций достаточно четко выраженные реологические свойства (см. § 3).

Сопротивление сдвигу раздельнозернистых пород обычно достаточно надежно характеризуется углом трения, получаемым по результатам испытаний в одноплоскостных приборах¹. Необходимо лишь иметь в виду, что графики сопротивления сдвига следует строить по результатам испытаний образцов с одинаковой исходной плотностью. Для этого, в частности, сумма главных напряжений при опыте θ не должна превышать величины θ_0 , соответствующей заданной плотности образца (см. § 1). Нужно, правда, признать, что, как показывают более тонкие эксперименты, соблюдение этого условия не гарантирует от изменения плотности пород вблизи поверхности сдвига: плотные раздельнозернистые породы в зоне сдвига разрыхляются, а породы с малой исходной пористостью, наоборот, уплотняются [15, 24]. Последнее обстоятельство может, очевидно, иметь важное практическое значение при быстрых сдвиговых деформациях рыхлых водонасыщенных песков. Действительно, тенденция песков к уплотнению в зоне сдвига может быть реализована лишь при оттоке воды. Поэтому при больших скоростях загружения (и деформирования) в зоне сдвига будет развиваться избыточное поровое давление (см. § 1), которое может резко снизить силы трения между частицами.

Угол внутреннего трения для раздельнозернистых пород обычно отождествляют с углом естественного откоса. Поэтому полезно заметить, что при отложении песков в подводных условиях наблюдаемые углы откосов не имеют ничего общего с углом внутреннего трения. Например, при подводных оползнях песок, захваченный деформацией, обычно образует новый откос с углами $10-12^\circ$ и менее.

¹ Для крупнообломочных пород размеры рабочих коробок приборов должны быть достаточно большими.

Сцепление в породах рассматриваемого типа обычно близко к нулю, хотя для влажных песков график $\tau_n = f(\sigma_n)$ может проходить несколько выше начала координат благодаря влиянию капиллярных сил (см. § 2 гл. I). В остальном наличие поровой воды практически не сказывается на сопротивлении сдвигу раздельнозернистых пород, не содержащих глинистых примесей, за исключением тех случаев, когда в породе возникают гидростатические или гидродинамические силы, изменяющие эффективные напряжения (см. § 2 гл. I).

Приведенная характеристика сопротивления сдвигу раздельнозернистых пород со всей очевидностью вытекает из природы связей, в которых цементирующие соединения и водно-коллоидные пленки не играют серьезной роли (см. § 1 гл. I). Соответственно сопротивление сдвигу глинистых пород, ведущих себя при сдвиге во многом подобно пластичным телам, определяется главным образом прочностью водно-коллоидных связей (см. § 3 гл. I), а так как последние зависят при прочих равных условиях от расстояний между минеральными зернами, то сопротивление глинистых пород сдвигу является функцией их плотности. Если при опыте на сдвиг сумма главных напряжений θ не превышает той величины θ_0 , которой определялась исходная плотность пород (см. § 1), то график сопротивления сдвигу обычно почти прямолинеен и отвечает зависимости (14). Следует, однако, согласиться с В. А. Флориным [21, стр. 45] и не придавать величинам ρ и c конкретного физического смысла (отделяя трение от сцепления), а рассматривать их лишь как расчетные параметры.

Если в процессе сдвига сумма главных напряжений превышает величину θ_0 , соответствующую исходной плотности, то график сопротивления сдвигу носит криволинейный характер. Особенно четко это отмечается при испытании водонасыщенных глин, если условия эксперимента не позволяют образцу достигнуть консолидированного состояния. Возникающее в образце избыточное поровое давление (см. § 1) уменьшает эффективные нормальные напряжения, в результате чего сопротивление сдвигу выражается зависимостью

$$\tau_n = \operatorname{tg} \rho (\sigma_n - \sigma_n) + c, \quad (23)$$

где σ_n — избыточное поровое давление, вообще говоря, переменное во времени.

Уменьшение параметров сопротивления сдвигу при увеличении нормальных нагрузок может отмечаться в глинистых породах, обладающих цементационными связями, когда создаваемые нагрузки превышают прочность этих связей. Наоборот, при малых напряжениях, меньших максимального давления набухания глинистых пород (см. § 1), график сопротивления сдвигу может принимать криволинейный характер вследствие снижения прочности пород в результате набухания (рис. 11).

Из всего сказанного со всей очевидностью следует вывод, что условия испытаний горных пород на сдвиг должны полностью увязываться с ожидаемым «характером работы» породы в массиве. Обстоятельные рекомендации по этому важному вопросу были разработаны Н. Н. Масловым [11, 12].

В целом проблема оценки сопротивления горных пород (в частности глинистых) сдвигу нуждается в дальнейших серьезных исследованиях. В самом

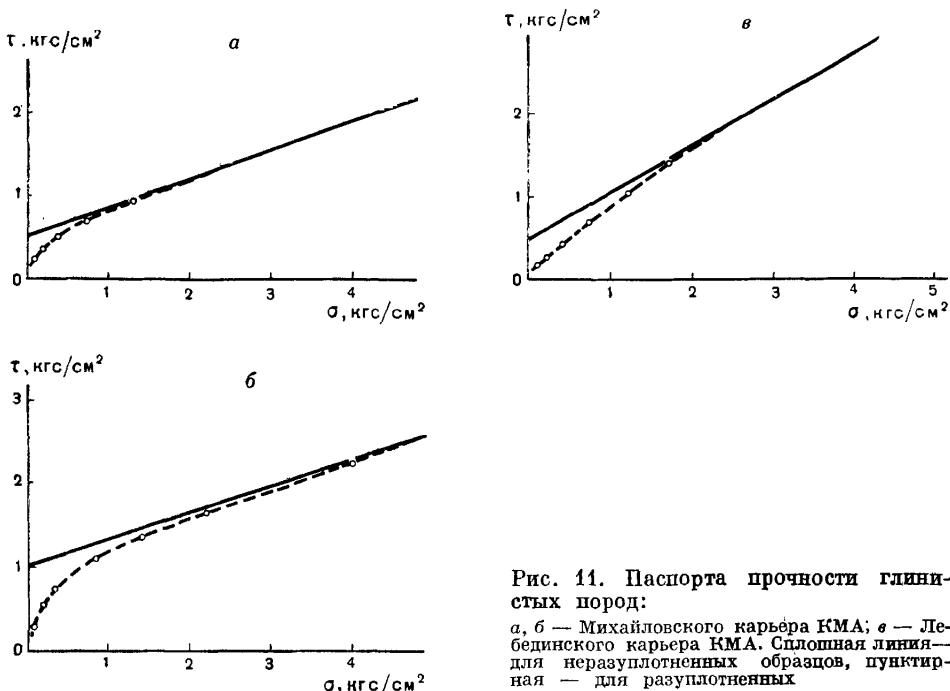


Рис. 11. Паспорта прочности глинистых пород:

а, б — Михайловского карьера КМА; в — Лебединского карьера КМА. Сплошная линия — для неразуплотненных образцов, пунктирная — для разуплотненных

деле, даже если не принимать во внимание все сложности учета реологических свойств при сдвиге (см. § 3), следует признать, что как теоретические представления, так и практикуемые методы определения сдвиговой прочности пород не учитывают важных изменений состояния породы вблизи поверхности (зоны) сдвига. Между тем многочисленными исследованиями доказано, что сдвиг обычно сопровождается значительными изменениями пористости пород в области сдвига — в меньшую сторону для недоуплотненных пород и в большую для переуплотненных [15, 24]. Особенно сложно эти процессы протекают в водонасыщенных глинистых породах, где они связаны с перемещениями поровой влаги вблизи области сдвига. В частности, набухание («дилатация») глинистых пород в процессе сдвига требует внесения существенных поправок как в наши теоретические представления, так и в методы испытаний, ибо последние оказываются весьма неопределенными с точки зрения состояния испытуемой породы при эксперименте.

§ 3. РЕОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГОРНЫХ ПОРОД¹

1. Общие представления о реологических свойствах горных пород

Говоря о прочностных свойствах и деформациях горных пород, мы до сих пор рассматривали их вне зависимости от времени. Между тем практически

¹ В настоящей работе термин «реологический» употребляется в общепринятом [5, 9, 23] для механики грунтов смысле.

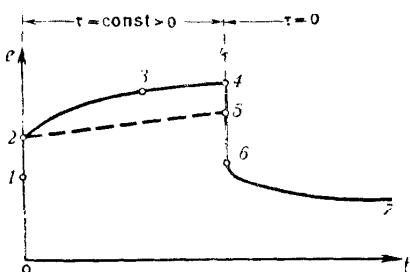


Рис. 12. Кривая деформации горной породы

мени при неизменной касательной нагрузке [5, стр. 89]. Участок 0—1 отвечает «мгновенной» упругой, а 1—2 — «мгновенной» пластической деформации. Участок 2—3—4 отражает длительные деформации, протекающие подобно деформациям вязких тел и состоящие из вязкоупругой (обратимой) деформации (которая идет с постепенно убывающей скоростью до точки 3) и необратимой деформации вязкопластического течения (протекает согласно формуле (13) с примерно постоянной скоростью — участок 2—5). На участке 4—6 (равном по длине участку 0—1) отражены обратные (упругие) «мгновенные» деформации, а на участке 6—7 — длительные (упругие) деформации.

В то же время для горных пород характерны процессы постепенного перехода при длительном действии нагрузки упругой (обратимой) деформации в пластическую (необратимую). В результате при неизменной величине общей деформации в горной породе будет отмечаться постепенное уменьшение напряжений (релаксация). Наконец, из многочисленных опытов известно, что прочность горных пород существенно зависит от продолжительности действия нагрузки. В этом смысле говорят о длительной прочности пород.

Таковы основные явления, характеризующие изменения напряженного деформированного состояния горных пород во времени. А так как наука, изучающая закономерности протекания деформаций материалов и потери ими прочности во времени, называется реологией, то можно в этом смысле говорить о реологических свойствах горных пород (ползучесть, релаксация напряжений, длительная прочность). В настоящей работе мы затронем в основном вопросы ползучести горных пород и их длительной прочности.

2. Ползучесть горных пород

Кратко говоря, явления ползучести объясняются на примере сдвиговых деформаций¹ глинистых пород следующим образом [5, 9]. Исходя из природы

¹ Рядом экспериментов доказано, что при чисто объемных изменениях (всестороннем равномерном сжатии) явления ползучести и релаксации в горных породах не наблюдаются [5, стр. 191].

всем горным породам в той или иной степени присуща, например, способность деформироваться во времени при неизменной внешней нагрузке. Вспомним, в частности, что полному оползанию склона обычно предшествует длительный период постепенного накопления деформаций. Указанное свойство горных пород обычно принято определять термином «ползучесть» [3, 9, 12, 13, 23].

На рис. 12 приведена для примера характерная кривая развития сдвиговых деформаций глинистых пород (с постоянной плотностью — влажностью) во време-

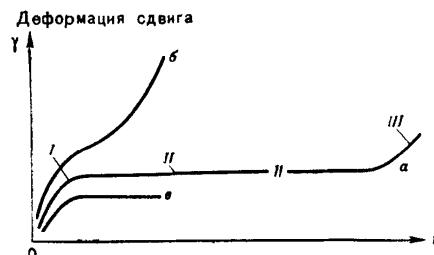


Рис. 13. Зависимость деформации сдвига от времени для различных значений сдвигающих напряжений:

$a - \tau = \tau_1$; $b - \tau = \tau_2$; $c - \tau = \tau_3$ ($\tau_3 < \tau_1 < \tau_2$)

связей в глинах (см. § 1 гл. I), можно полагать, что скелет грунта обладает контактами двух типов: хрупко разрушающимися (сцепление упрочнения) и контактами, разрушение которых носит вязкий характер. По мере деформирования хрупкие контакты необратимо нарушаются, причем это нарушение происходит уже при сравнительно малых деформациях. Одновременно начинается нарушение вязких контактов, однако этот процесс идет гораздо медленнее и связан с большими масштабами деформаций. Кроме того, параллельно с нарушением одних вязких контактов в породе образуются новые, а также происходит переориентировка глинистых частиц, принимающих более упорядоченное положение вдоль поверхности сдвига. При этом порода проходит две стадии деформирования:

1) стадию неуставновившейся ползучести, на которой заканчивается переориентация частиц и полностью разрушаются хрупкие контакты, а суммарная прочность новых вязких контактов возрастает, так что деформация постепенно замедляется (участок I на кривой a , рис. 13);

2) стадию установившейся ползучести, на которой соотношение суммарных прочностей нарушающихся старых и вновь возникающих контактов остается примерно одинаковым, так что скорость деформации почти постоянна (участок II на кривой a , рис. 13).

Если общая площадь контактов (площадь сдвига) в результате деформирования на второй стадии не изменяется (например, при опытах на кручение образцов), то эта стадия деформирования может оказаться последней. Чаще же дальнейшее развитие деформаций протекает двояко: либо вследствие постепенного изменения свойств (уплотнения или «старения» пород в процессе ползучести) деформация прекращается (затухающая ползучесть), либо же в результате прогрессирующего убывания суммарной прочности ненарушенных старых и новых контактов¹ ползучесть примет незатухающий (прогрессирующий) характер и приведет к разрушению (участок III на кривой a , рис. 13). Время, протекающее до момента разрушения, уменьшается при прочих равных условиях с увеличением нагрузки. В этом смысле можно говорить о длительной прочности горной породы как о прочности, которая определяется временем действия нагрузки.

¹ Например, при сдвиге образцов в одноплоскостных приборах этому может способствовать постепенное уменьшение площади сдвига.

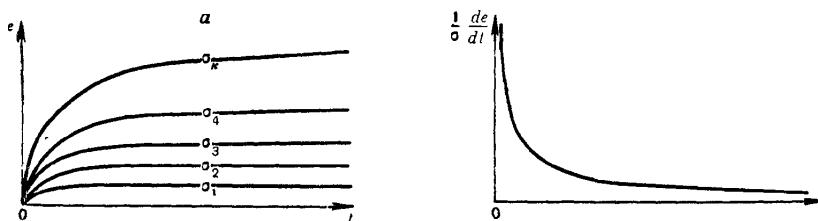


Рис. 14. Семейство кривых ползучести:
а — исходные кривые; б — обобщающая кривая

Нужно оговорить, что стадия установившейся ползучести может отмечаться лишь в определенном диапазоне напряжений, при превышении которого ползучесть носит незатухающий характер на всех этапах деформирования (кривая б на рис. 13). Наоборот, при меньших напряжениях стадия неустановившейся ползучести заканчивается практически полным прекращением деформаций (кривая а на рис. 13). Период установившейся ползучести обычно имеет большое значение для относительно слабых глинистых пород; наоборот, для сдвиговых деформаций плотных глин основное практическое значение имеет период неустановившейся ползучести.

При одномерном сжатии (компрессии) пород ползучесть всегда носит неустановившийся затухающий характер. На рис. 14 приведено семейство характерных кривых ползучести при компрессии: $e_i = f(\sigma_i, t)$, где e — относительная деформация; σ — эффективное напряжение (дополнительное по отношению к исходному стационарному состоянию); i — номер кривой ползучести. Если предположить [9], что для данной горной породы эти кривые геометрически подобны, то, вводя скорость деформации ползучести, отнесенную к действующему напряжению (т. е. к напряжению σ_i , для которого построена данная кривая ползучести), семейство кривых ползучести можно свести к одной обобщающей кривой: $\bar{e}(t) = \frac{1}{\sigma_i} \cdot \frac{de_i}{dt}$ (см. рис. 14). Как показывают многочисленные эксперименты, для реальных горных пород неплохие результаты часто дает следующая простейшая аппроксимация функции $\bar{e}(t)$ при компрессии под постоянной нагрузкой [23, стр. 235]:

$$\bar{e}(t) = \delta_1 \exp(-\delta t), \quad (24)$$

где δ и δ_1 — положительные константы.

Для качественного описания реологических процессов предложен ряд простейших моделей, по-разному сочетающих основные реологические свойства материалов, отраженные на графике (см. рис. 12), — упругость, пластичность и вязкость. Например, на рис. 15 изображена модель Бингама [5, стр. 174], состоящая из упругого 1, вязкого 2 и пластического 3 элементов. Такая модель будет сначала проявлять упругие свойства («работает» элемент 1). При превышении напряжением τ некоторой величины (предела текучести τ_t) начинает деформироваться пластический элемент 3. Это вызывает одновременное включение элемента 2, отражающего вязкое течение со скоростью деформирования $\dot{\gamma}$, пропорциональной приходящему на элемент усилию $\tau - \tau_t$. В целом, однако, подобные модели имеют преимущественно учебно-методическое значение и недостаточно отражают протекание рео-

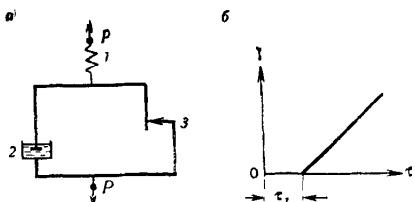


Рис. 15. Модель упруго-вязко-пластического сдвига Бингама:

а — механическая модель; б — график скорости деформации

логических процессов в реальных горных породах. Поэтому на практике основное распространение получили феноменологические реологические модели, которые подбираются на основании эксперимента так, чтобы наилучшим образом описывать наблюдаемые в действительности соотношения между напряжениями, деформациями и их скоростями [5, стр. 201].

Исследованиями С. Р. Месчяна [13] было установлено, что деформирование скелета горных пород во времени (ползучесть скелета), подчиняется теории наследственной ползучести Больцмана — Вольтерра. Согласно этой теории состояние деформируемой системы определяется не только напряжениями в ней на данный момент, но и всей предшествующей историей нагружения и деформирования. Так, если какое-то постоянное напряжение σ приложено к горной породе в момент $\tau = 0$, то ко времени $\tau = t$ от этого напряжения «накопится» деформация

$$e(t) = \sigma \int_0^t \bar{e}(\tau) d\tau = \sigma \int_0^t \bar{e}(t-\tau) d\tau.$$

Если напряжение σ приложено в некоторый момент τ' ($0 < \tau' < t$), то соответственно к моменту t успеет накопиться деформация

$$e(t) = \sigma \int_{\tau'}^t \bar{e}(\tau - \tau') d\tau = \sigma \int_{\tau'}^t \bar{e}(t - \tau) d\tau = \sigma \int_0^{t-\tau'} \bar{e}(t - \tau) d\tau.$$

Обобщая последнее выражение на случай переменного напряжения $\sigma(t)$ и добавляя в него мгновенную (упругую) деформацию $e_M(t)$ при данном текущем напряжении $\sigma(t)$, получим следующую форму связи между деформациями и напряжениями [9, стр. 39]:

$$e(t) = e_M(t) + \int_0^t \bar{e}(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau, \quad (25)$$

или, переходя к коэффициенту пористости

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_M(t) + \int_0^t \bar{\varepsilon}(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau, \quad (26)$$

где $\bar{\varepsilon}(t)$ — относительная скорость изменения коэффициента пористости от единичной нагрузки; $\varepsilon_0 - \varepsilon_M(t)$ — мгновенное изменение коэффициента пористости от нагрузки $\sigma(t)$; ε_0 — исходное значение коэффициента пористости.

В частности, для аппроксимации (24) выражение (20) дает [9, стр. 134]:

$$\frac{\varepsilon_0 - \varepsilon(t)}{q} = a_0 + a_1(1 - e^{-\delta t}), \quad (27)$$

где q — величина нагрузки; $a_1 = \delta_1(1 + \varepsilon_{c,p})/\delta$; $a_0 = a_c - a_1$ (a_c — коэффициент сжимаемости при $t \rightarrow \infty$).

В условиях, отличных от компрессионных, для детальной оценки процессов ползучести также необходимо, вообще говоря, иметь семейство кривых ползучести (подобно рис. 14), характеризующих развитие деформаций во времени при различных напряжениях, а в наиболее точной постановке — и кривые релаксации напряжений при фиксированных деформациях [9]. Однако при современном состоянии исследований вопросов ползучести (если даже не касаться технических трудностей проведения необходимых экспериментов) приходится признать, что относительно надежный прогноз реологических процессов применительно к массивам горных пород возможен лишь для некоторых простейших схем, в первую очередь для рассмотренной схемы компрессионного уплотнения (см. § 4 гл. IX).

3. Длительная прочность пород

В связи с упомянутыми трудностями при решении многих практических задач ограничиваются лишь оценками длительной прочности горных пород; наиболее распространенным критерием в таких оценках является предел длительной прочности (порог ползучести) τ_∞ — максимальная величина напряжения, при котором скорость деформации в пределе стремится к нулю, а величина деформации (при $t \rightarrow \infty$) — к конечному значению. Если действующие напряжения меньше τ_∞ , то процесс ползучести заканчивается до того, как прочность породы будет полностью исчерпана. В противном случае ползучесть приводит к разрушению тем быстрее, чем больше отклоняются действительные напряжения от τ_∞ . В этом смысле можно говорить о длительной прочности породы на сдвиг, понимая под нею такое напряжение, при котором разрушение произойдет к тому или иному моменту времени t [12].

Нужно сказать, что такой подход является существенно ограниченным: он позволяет лишь выявить ту область напряжений $0 < \tau < \tau_\infty$, в которой могут быть гарантированы отсутствие разрушающих деформаций и устойчивость сооружения при любых сроках его службы. Однако, проектируя сооружение по условию $\tau_d < \tau_\infty$ (τ_d — ожидаемые максимальные сдвигающие напряжения), мы во многих случаях будем давать неоправданный запас: достаточно сказать, что для широкого круга глинистых пород величины τ_∞ составляют лишь 30—40% от так называемой стандартной прочности, определяемой обычными сдвиговыми испытаниями [20, стр. 115]. Ориентируясь же на действительные напряжения, превышающие τ_∞ , мы сталкиваемся с двумя трудностями. Во-первых, мы должны знать длительную прочность массива τ_t , отвечающую заданному сроку работы сооружения t ; между тем, оценки величин τ_t , проводимые по результатам лабораторных испытаний, оказываются,

за редкими исключениями, весьма сомнительными. Во-вторых, при длительной, установившейся ползучести деформации массива могут превысить максимально допустимые (для данного сооружения) величины еще до наступления стадии прогрессирующей ползучести (разрушения). Поэтому для многих земляных сооружений встает вопрос об их проектировании по допустимым деформациям e_d , что требует априорных оценок таких деформаций и их сопоставления с ожидаемыми деформациями сооружения e_f ; для большинства инженерных проблем определение величин e_d или e_f само по себе является задачей высокой сложности.

К этому нужно добавить совершенно неизученную проблему о набухании глинистых пород в зоне сдвига (см. § 2), протекающем параллельно с ползучестью: имеются достаточно убедительные сведения, что такое набухание является одним из решающих факторов, определяющих скорость ползучести.

Именно по указанным причинам исследование реологических свойств грунтов ограничивается пока главным образом лабораторными испытаниями и теоретическими построениями, результаты которых используются на практике гораздо реже, чем хотелось бы: пожалуй, лишь в отдельных практических задачах консолидации горных пород (см. § 4 гл. IX) реологические процессы учитываются достаточно надежно. Поэтому дальнейшее развитие науки о реологии горных пород будет определяться в первую очередь развитием полевых методов исследования ползучести, а также накоплением и анализом материалов полевых инструментальных наблюдений за фактическими деформациями массивов горных пород.

В заключение еще раз отметим, что реологическими свойствами в принципе обладают все горные породы с той лишь разницей, что в твердых горных породах реологические процессы имеют практическое значение в совершенно иных диапазонах напряжений, чем, например, в мягких глинистых. Существенно отличным является и отношение предела длительной прочности τ_∞ к стандартной прочности τ_{ct} : для большинства практических задач оно превышает 80—85%, хотя, конечно, эти цифры могут оказаться заметно ниже при исследовании твердых горных пород, залегающих на сверхглубоких горизонтах.

Глава III

ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФИЛЬТРАЦИИ

Под фильтрацией обычно понимается гравитационное движение жидкости (флюида) в пористой среде, состоящей из поровых каналов, размер которых значительно меньше размера потока, но значительно больше размера молекул жидкости. Теория фильтрации основывается на общих закономерностях гидромеханики (гидравлики), имея, однако, ряд специфических черт, связанных с характером строения пористой среды.

§ 1. ОСНОВЫ ГИДРАВЛИКИ ВОДНЫХ ПОТОКОВ

1. Действующие силы и режимы течения

Основной активной силой, управляющей гидравликой водных потоков, являются силы гравитации (тяжести). Для выявления величины гравитационного потенциала, определяющего удельную энергию гравитационных сил в единице объема водного потока, рассмотрим условия гидродинамического равновесия столбика жидкости длиной l и площадью сечения ω (рис. 16). На торцах этого столбика действуют силы давления $P_1 = p_1\omega$ и $P_2 = p_2\omega$ (p_1 и p_2 — давления в сечениях 1 и 2), направленные вдоль столбика. В объеме столбика $V = \omega l$ действует его сила тяжести $G = \gamma\omega l$ (γ — объемный вес воды), направленная по вертикали. Этим силам противодействуют силы сопротивления θ , приложенные вдоль боковой поверхности столбика. Пренебрегая далее инерционными силами, запишем уравнение гидродинамического равновесия в проекциях на ось столбика

$$P_1 - P_2 + G \sin \alpha = \theta, \quad (1)$$

или, учитывая, что $l \sin \alpha = z_1 - z_2$, получим

$$(p_1 + \gamma z_1) - (p_2 + \gamma z_2) = \frac{\theta}{\omega}. \quad (1a)$$

Введя функцию

$$\varphi = p + \gamma z \quad (2)$$

приведем уравнение (1a) к виду

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\theta l}{V}. \quad (3)$$

Величина θl выражает работу сил сопротивления по длине потока l , а величина $\theta l/V$ — энергию, требуемую для перемещения единичного объема жидкости между сечениями 1 и 2. Эта энергия по определению должна равняться разнице значений гравитационного потенциала в данных сечениях. Из уравнения (3) следует, что величина φ представляет собой гравитационный потенциал, поскольку разница его значений определяет удельные потери энергии водного потока.

Разделив выражение (3) на l , получим

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} = I_\varphi = \frac{\theta}{V}, \quad (3a)$$

т. е. удельные силы сопротивления, действующие в водном потоке, определяются величиной градиента гравитационного потенциала I_φ . Так как в гидравлике водных потоков изменения объемного веса γ обычно не учитываются, то вместо потенциала φ удобнее использовать понятие гидростатического напора

$$H = \frac{\varphi}{\gamma} = \frac{p}{\gamma} + z \quad (4)$$

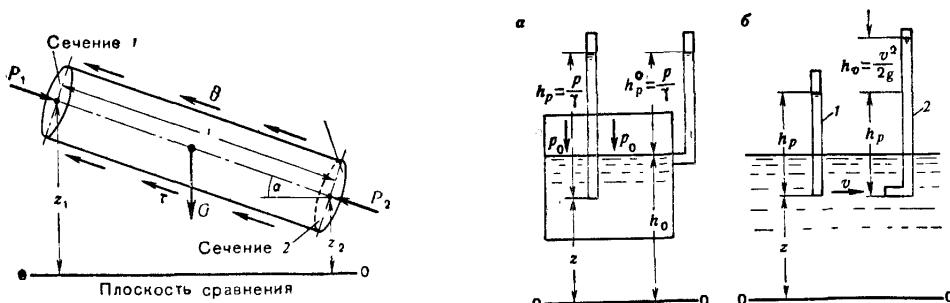


Рис. 16. Элемент водного потока (к выводу уравнения равновесия)

Рис. 17. Измерение давлений и напоров в сосуде и потоке:

а — пьезометрические трубы в закрытом сосуде; б — измерительные трубы в водном потоке: 1 — пьезометр, 2 — трубка Пито

Гидростатический напор имеет размерность длины и характеризует уровень потенциальной энергии в данной точке потока. В соответствии с выражением (4) его величина складывается из высоты давления (пьезометрической высоты) $h_p = p/\gamma$, характеризующей энергию давления в данной точке, и ординаты точки относительно плоскости сравнения z , характеризующей энергию положения в данной точке.

В сосуде с покоящейся жидкостью (рис. 17) давление распространяется по гидростатическому закону, поэтому здесь в каждой точке $p = p_0 + \gamma(h_0 - z)$ и согласно (4) $H = \frac{p_0}{\gamma} + h_0$, т. е. в каждой точке покоящейся жидкости гидростатический напор есть величина постоянная, равная уровню поверхности воды относительно плоскости сравнения.

Уровень кинетической энергии $E_k = \frac{mv^2}{2}$ потока характеризуется величиной скоростного напора $h_v = \frac{v^2}{2g}$ [27, 30]. Таким образом, суммарная энергия водного потока, как впервые было установлено Д. Бернулли, может определяться величиной гидродинамического напора H_d :

$$H_d = H + h_v = \frac{p}{\gamma} + z + \frac{v^2}{2g}. \quad (5)$$

Энергия потока расходуется на преодоление сил сопротивления, обусловленных вязкостью жидкости. При анализе физической природы сил сопротивления, возникающих в водном потоке, следует различать два режима течения — ламинарный и турбулентный [27, 30].

Ламинарный (струйный) режим наблюдается при малых скоростях течения. Для него характерно движение потока отдельными струйками, между которыми отсутствует гидравлическое перемешивание. Если в ламинарный поток ввести окрашенную струйку, то она при перемещении будет хорошо видимой и четко очерченной (изменение окраски этой струйки будет связано только с влиянием поперечной диффузии).

Турбулентный (беспорядочный) режим наблюдается при сравнительно больших скоростях течения. Для него характерно активное проявление внутренней пульсации частиц потока, обусловливающей активное гидравлическое перемешивание отдельных струек; если в турбулентный поток ввести окрашенную струйку, то она почти сразу же рассеется и потеряет свою форму.

2. Законы сопротивления водных потоков

При ламинарном режиме сопротивление текущего потока полностью определяется проявлениями сил вязкого трения между отдельными струйками потока. Основные закономерности вязкого трения были представлены Ньютона в форме следующих положений: силы внутреннего трения, проявляющиеся при перемещении слоев жидкости, пропорциональны относительной скорости этого перемещения $\frac{dv}{dn}$ (где n — нормаль к направлению потока) и поверхности соприкосновения слоев. Если считать направление силы трения положительным, когда оно противоположно направлению течения, и условиться относить силу трения к тому слою, из которого направлена нормаль n , то закон Ньютона для касательного напряжения вязкого трения τ может быть представлен выражением

$$\tau = -\eta \frac{dv}{dn}, \quad (6)$$

где η — коэффициент динамической вязкости.

Размерность величины η получим из (6), принимая во внимание, что

$$[\tau] = \frac{ML^2}{T^2} : L^2; \quad \left[\frac{dv}{dn} \right] = \frac{L}{T \cdot L} = \frac{1}{T},$$

где M , L и T — размерности массы, длины и времени, т. е.

$$[\eta] = \frac{[\tau]}{\left[\frac{dv}{dn} \right]} = ML^{-1}T^{-1}. \quad (7)$$

В качестве единицы измерения величины η обычно принимается пуз, причем 1 пуз = 1 $\frac{\text{дин}\cdot\text{с}}{\text{см}^2}$; для воды при температуре 20° С можно считать $\eta = 1$ сантипуз = 0,01 пузаза.

Своебразные свойства проявляются у воды при ее течении в тонких пленках. Так, экспериментально показано [3; 6, 23], что при движении воды в капиллярных трубах возникает вязко-пластический режим течения, когда внутреннее сопротивление в потоке определяется не только вязким трением, но и склеением отдельных частиц воды. В этом случае вместо закона Ньютона (6) рекомендуется пользоваться законом Бингама—Шведова

$$v = 0 \text{ при } \tau \leq \tau_0,$$

$$\tau = \tau_0 - \eta \frac{dv}{dn} \text{ при } \tau > \tau_0, \quad (8)$$

согласно которому движение жидкости начинается лишь когда сдвиговое напряжение τ оказывается большим начального напряжения сдвига при пластической деформации τ_0 .

Ниже приводятся опытные данные зависимости начального напряжения сдвига τ_0 от температуры T , полученные Н. Ф. Бондаренко [6] при изучении течения в стеклянных капиллярах:

T °C	15	20	30	40	50
$100 \tau_0 \frac{\text{дин}}{\text{см}^2}$	11,5	8	5,8	4,5	1,3

Сопротивление турбулентного потока обусловливается пульсацией давления и турбулентным перемешиванием. По Л. Прандтлю [27, 30], турбулентные касательные напряжения в потоке τ_t определяются зависимостью

$$\tau_t = -\eta_t \frac{dv}{dn}; \quad \eta_t = \rho l^2 \left| \frac{dv}{dn} \right|, \quad (9)$$

где η_t — динамический коэффициент турбулентной вязкости, или турбулентного обмена; l — длина пути смешения, пропорциональная расстоянию от данной точки до стенки потока.

В соответствии с выражением (8) в турбулентном потоке зависимость сил сопротивления и потерь энергии (напора) от скорости течения имеет квадратичный характер.

Записывая условие динамического равновесия водного потока, можно показать [27, 30], что движение сжимаемой вязкой жидкости математически описывается системой уравнений Навье—Стокса

$$\underbrace{\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_i}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_i}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial v_i}{\partial x_3}}_{(1)} = X_i - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i}}_{(2)} + \underbrace{\frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_3^2} \right) + \frac{\eta}{3\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_1} + \frac{\partial v_i}{\partial x_2} + \frac{\partial v_i}{\partial x_3} \right)}_{(4)}, \quad (10)$$

где v_i — проекции скорости движения; ρ — плотность жидкости; X_i — проекции внешней объемной силы в жидкости, отнесенной к единице массы; x_i — декартовы координаты ($i = 1, 2, 3$).

В этих уравнениях выделяются четыре компонента, отвечающие силам инерции (1), внешним объемным силам (2), силам гидродинамического давления (3) и силам вязкости (4). Если к трем уравнениям Навье — Стокса добавить уравнение состояния, отражающее зависимость плотности жидкости от давления, а также уравнение неразрывности, отражающее связь между скоростью изменения плотности в некотором малом объеме и скоростью оттока жидкости из этого объема, то получится замкнутая система пяти уравнений с пятью неизвестными (v_1, v_2, v_3, p, ρ). Однако полное исследование этой системы даже при достаточно простой геометрии потока представляет собой достаточно сложную математическую задачу,

решение которой на практике достигается путем различного рода упрощений. В частности, если ввести в уравнение Навье — Стокса характерный линейный размер L и характерную скорость v^* , то для случая установившегося движения получим

$$\bar{v}_1 \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial \bar{x}_1} + \bar{v}_2 \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial \bar{x}_2} + \bar{v}_3 \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial \bar{x}_3} = \frac{L}{v^2} X_i - \frac{1}{\rho v^2} \frac{\partial p}{\partial \bar{x}_i} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \bar{v}_i}{\partial \bar{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}_i}{\partial \bar{x}_2^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}_i}{\partial \bar{x}_3^2} \right);$$

$$Re = \frac{\rho v L}{\eta}; \quad \bar{v}_i = \frac{v_i}{v}; \quad \bar{x}_i = \frac{\bar{x}_i}{L}. \quad (10a)$$

Из уравнения (10a) видно, что при очень малых числах Рейнольдса силы инерции будут малы по сравнению с силами вязкости.

3. Закономерности течения воды в трубах

Для иллюстрации основных закономерностей гидравлики открытых потоков, устанавливающих связь между количеством движения (расходом) потока и потерями энергии, выражаемой гидростатическим напором, рассмотрим пример стационарного равномерного течения воды в трубе постоянного сечения радиусом r_t при ламинарном режиме (задача Пуазейля). Составим уравнение равновесия сил для расположенного внутри трубы столбика радиусом r и длиной l , считая течение вязким (ニュ顿овским), когда реактивные касательные силы τ определяются законом Ньютона (6) и прикладываются по боковым поверхностям, а движущие силы определяются перепадом гравитационного потенциала $\Delta\varphi = \gamma\Delta H$, прикладываемого по торцам этого столбика, причем в соответствии с (3) при $\theta = 2\pi r l t$ и $\omega = \pi r^2$ можно записать

$$\gamma \Delta H = \frac{2\pi r l \tau}{\pi r^2} = \frac{2l\tau}{r}, \quad (11)$$

или, заменяя τ согласно (6) и имея в виду, что $\Delta H/l = I$, получим

$$\tau = -\eta \frac{dv_r}{dr} = 0,5\gamma I r, \quad (12)$$

где v_r — скорость течения на расстоянии r от центра трубы.

Интегрируя уравнение (12), при условии, что на стенке трубы должно быть $v_r = 0$, получим уравнение распределения скоростей по сечению трубы

$$v_r = \frac{\gamma I}{4\eta} (r^2 - r_t^2), \quad (13)$$

которое в данном случае имеет параболический характер. Общий расход потока в трубе Q_t и средняя скорость v_t выражаются формулами

$$Q_t = \int_0^{r_t} 2\pi r v_r dr = \frac{\pi \gamma I r_t^4}{8\eta}, \quad v_t = \frac{\gamma I r_t^2}{8\eta}. \quad (14)$$

Как видно, при ламинарном режиме течения зависимость расхода и скоростей потока от градиента напора оказывается линейной.

* Например, в качестве характерной скорости потока в трубе может быть принята средняя скорость, а характерного линейного размера — радиус трубы.

Показателем режима течения в трубах является безразмерное число Рейнольдса¹.

$$Re = \frac{\rho v_T d_T}{\eta}; \quad d_T = 2r_T. \quad (15)$$

Границу ламинарного режима характеризует критическое значение числа Рейнольдса Re_{kp} , причем для гладких труб $Re_{kp} \approx 2300$.

Теоретический анализ турбулентного потока в трубах основывается на использовании общей зависимости (9) для эффективных касательных напряжений, однако обоснование расчетных зависимостей здесь оказывается значительно более сложным, чем для ламинарного течения, поскольку на силы сопротивления турбулентного потока существенно влияет пристенная область течения, имеющая очень сложный характер. Поэтому в расчетные зависимости для турбулентного потока, структура которых следует из теоретических представлений, обязательно включаются эмпирические коэффициенты, получаемые экспериментально.

Исходя из того, что уравнение (9) обусловливает квадратичный характер зависимости касательных напряжений от скорости потока, выражение для градиента напора I турбулентного потока в трубах диаметром d_T можно представить в виде формулы Дарси—Вейсбаха

$$I = \frac{\lambda}{d_T} \cdot \frac{v_T^2}{2g}, \quad (16)$$

где v_T — средняя скорость потока по сечению трубы; λ — коэффициент гидравлического трения, зависящий в общем случае от шероховатости стенок русла и от числа Рейнольдса [27, 30].

При турбулентном режиме существенную роль могут играть разного рода местные сопротивления, которые создают потери напора ΔH , определяемые по формуле Вейсбаха

$$\Delta H = \xi \frac{v_T^2}{2g}, \quad (17)$$

где ξ — коэффициент местного сопротивления, определяемый экспериментально [30]. Например, для резкого поворота трубы на 90° имеем $\xi = 1,1$, а для водопроводного крана, полностью открытого $\xi = 4$.

При вязкопластическом течении, закон сопротивления которого выражается формулой (8), в трубе образуется пластическое тело, радиус r_0 которого с учетом выражения (12) определяется формулой

$$r_0 = \frac{2\tau_0}{\gamma I}. \quad (18)$$

Поскольку внутри пластического тела $\tau \leq \tau_0$, в нем не происходит взаимного перемещения струек тока, так что эпюра скоростей в сечении трубы

¹ Обоснование структуры числа Рейнольдса дается в § 2 гл. IV.

приобретает «усеченный» характер. Если $\tau_0 \geq \tau_{\max} = \frac{\gamma r_t I}{2}$, то пластическое тело заполняет всю трубу и вязкое движение жидкостей в ней прекращается. Условия возникновения вязкого течения можно характеризовать величиной начального градиента

$$I_0 = \frac{2\tau_0}{\gamma r_t}. \quad (19)$$

§ 2. ОСНОВНОЙ ЗАКОН ФИЛЬТРАЦИИ

При фильтрации в порах и трещинах горных пород создается чрезвычайно сложная микроструктура потока, анализ которой на основании общих уравнений Навье—Стокса встречает исключительные трудности, практически исключающие возможности использования такого пути исследования [10, 31]. В связи с этим обоснование закономерностей фильтрации производится на основе применения представлений механики сплошной среды, позволяющей, исходя из рассмотрения статистически неупорядоченного потока в поровом пространстве, перейти к осредненному рассмотрению потока в непрерывном пространстве. При этом в качестве кинематической характеристики фильтрационного потока используется понятие скорости фильтрации v , представляющей собой отношение расхода потока к площади его поперечного сечения, т. е.

$$v = \frac{Q}{\omega}. \quad (20)$$

Величина v имеет размерность скорости, однако по существу она является мерой расхода фильтрационного потока и не соответствует действительной скорости фильтрации, поскольку при ее определении в расчет принимается вся площадь поперечного сечения, а не площадь порового пространства, через которую только фактически осуществляется движение воды.

Основной закон фильтрации связывает расход фильтрационного потока с потерями напора, характеризующими затраты энергии потока; его структура устанавливается экспериментальным путем, хотя существуют попытки и теоретического подхода к решению этой задачи [10, 21, 31].

1. Линейный закон фильтрации (закон Дарси)

Рассмотрим прежде всего основной закон фильтрации применительно к наиболее типичным условиям формирования фильтрационного потока.

При обосновании структуры основного закона фильтрации прежде всего заметим, что из-за малости скоростей фильтрационного потока обычно можно пренебречь величиной скоростного напора h_v и считать основным ламинарный режим фильтрации. Эти соображения дают основание предположить, что между расходом потока и падением (градиентом) напора, как правило, должна устанавливаться линейная связь, которая впервые была обнаружена Дарси [42] на

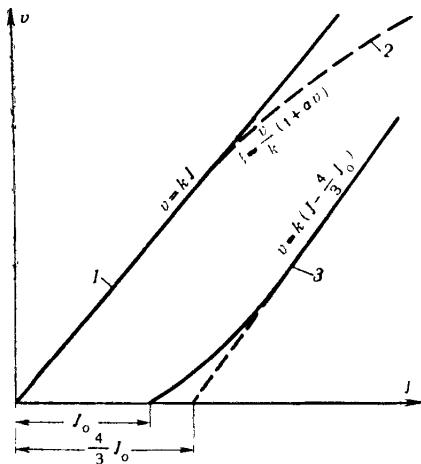


Рис. 18. Графики основного закона фильтрации:

1 — линейный закон Дарси, 2 — двучленный закон,
3 — вязко-пластическое течение

основании опытов по фильтрации в песчаной колонне постоянного сечения; она выражается следующей формулой закона Дарси:

$$Q = k\omega I, \quad I = \frac{\Delta H}{l}, \quad (21)$$

где Q — расход фильтрационного потока с поперечным сечением ω при градиенте напора I , представляющем собой отношение потери напора ΔH к длине пути фильтрации l ; k — коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом фильтрации.

Таким образом, согласно закону Дарси расход фильтрационного потока пропорционален площади поперечного сечения потока и градиенту напора по направлению движения.

Введя скорость фильтрации, закон Дарси можно представить в следующем виде:

$$v = kI, \quad (22)$$

т. е. согласно закону Дарси скорость фильтрации пропорциональна градиенту напора (рис. 18).

Из выражения (22) следует, что коэффициент фильтрации имеет размерность скорости (при гидрогеологических расчетах обычно $[k] = \text{м}/\text{сут}$) и может определяться как скорость фильтрации при единичном градиенте напора.

Закон Дарси можно представить в дифференциальной форме, записывая градиент напора как производную в соответствующем направлении. Тогда компоненты скорости фильтрации v_x , v_y и v_z по направлению осей координат определяются выражениями

$$v_x = -k_x \frac{\partial H}{\partial x}, \quad v_y = -k_y \frac{\partial H}{\partial y}, \quad v_z = -k_z \frac{\partial H}{\partial z}, \quad (23)$$

где k_x , k_y , k_z — коэффициенты фильтрации в соответствующих направлениях, которые в анизотропной среде будут различными¹, знак минус в выражениях (23) стоит потому, что при задании положительных направлений скоростей по направлениям осей координат знаки скоростей и градиентов всегда будут различны.

Для выявления связи проницаемости со свойствами жидкости и геометрией пористой среды рассмотрим простейшую ее модель в виде пучка капиллярных трубок одинакового радиуса r_t и площадью поперечного сечения $\omega_t = \pi r_t^2$. При поперечном сечении потока ω , расходе Q и пористости породы p количество таких капиллярных трубок будет $p\omega/\omega_t$, а расход Q_t каждой капиллярной трубы

$$Q_t = \frac{Q\omega_t}{p\omega} = \frac{\pi r_t^2}{p} v. \quad (24)$$

Сопоставляя выражения (24) и (14), находим

$$v = \frac{\gamma r_t^2 p}{8\eta} I, \quad (25)$$

а связывая выражение (25) с законом Дарси (22), найдем выражение для коэффициента фильтрации применительно к принятой схеме строения пористой среды

$$k = \frac{\gamma p r_t^2}{8\eta}. \quad (26)$$

Для приближения к действительному характеру порового пространства введем в эту формулу коэффициент извилистости χ , т. е. будем считать

$$k = \frac{\gamma \chi p r_t^2}{8\eta}, \quad (27)$$

откуда следует выражение для расчетного радиуса капилляра

$$r_t = \sqrt{\frac{8\eta k}{\gamma \chi p}} = \sqrt{\frac{8vk}{g\chi p}}. \quad (28)$$

Выражение (27) можно записать в виде

$$k = \frac{\gamma}{\eta} \bar{k} = \frac{g}{v} \bar{k}, \quad (29)$$

где

$$\bar{k} = \frac{\chi p r_t^2}{8}. \quad (30)$$

Величина \bar{k} , введенная Нуттингом [13, 31], называется коэффициентом проницаемости, его размерность $[\bar{k}] = L^2$, причем в физической системе единиц $[k] = \text{см}^2$. Более употребительной единицей проницаемости является (дарси 1 д), причем $1 \text{д} \cong 10^{-8} \text{ см}^2$. Для воды, имеющей $v \cong 0,01 \text{ см}^2/\text{с}$ при тем-

¹ Строго говоря, выражения (23) справедливы лишь при условии совпадения главных осей проницаемости с осями координат [6, 11, 31].

тературе 20 °C, из (29) получим: $1d = 10^{-8} \text{ см}^2 = 10^{-8} \cdot 980 / 0,01 \text{ см/с} = = 10^{-3} \text{ см/с} \approx 0,9 \text{ м/сут}$, т. е. для воды коэффициент проницаемости, выраженный в дарси, близок к коэффициенту фильтрации, выражаемому в м/сут.

2. Основные законы фильтрации за границами применимости закона Дарси

Закон Дарси имеет очень широкую область применимости и по праву считается основным законом фильтрации. Вместе с тем, как для любого закона движения, должны существовать условия, при которых закон Дарси нарушается, причем имеют место верхняя и нижняя границы его применимости.

Верхняя граница применимости закона Дарси проявляется в породах высокой проницаемости при больших скоростях фильтрации. Природа ее связана с существенным проявлением инерционных и пульсационных сил, которые в соответствии с зависимостью (9) оказываются пропорциональными квадрату скорости фильтрации.

Исходя из принципа независимости действия вязкого трения и инерционно-пульсационных сил, можно предполагать, что наиболее достоверной формой основного закона фильтрации в этом случае является двучленная зависимость вида

$$I = av + bv^2, \quad (31)$$

впервые предложенная в качестве общего закона фильтрации Ф. Форхгеймером [43] и в дальнейшем обоснованная рядом теоретических и экспериментальных исследований [7, 21, 31, 49]. Двучленная зависимость достаточно универсальна, поскольку она охватывает предельные условия: наступление ламинарного режима при малых скоростях фильтрации, когда член bv^2 становится пренебрежимо малым по сравнению с av , и турбулентного режима при весьма больших скоростях фильтрации, когда можно пренебречь линейным членом по сравнению с квадратичным.

В зависимости (31) можно считать $a = 1/k$, где k — «истинный» коэффициент фильтрации, характеризующий проницаемость при линейном законе фильтрации. Тогда эту зависимость удобно представить в виде

$$I = \frac{v}{k} (1 + \alpha v), \quad (32)$$

где α — коэффициент нелинейности фильтрации, который на основании представлений теории размерностей можно определять по формуле

$$\alpha = \frac{\bar{\alpha}}{p^2} \sqrt{\frac{k}{vg}}, \quad (33)$$

причем по опытным данным для песков $\bar{\alpha} = 0,1—0,3$ [33].

Очевидно, что влияние нелинейности основного закона фильтрации требует учета, если величина αv соизмерима с единицей. Следовательно, при допустимой погрешности в расчетах ε критическая скорость фильтрации v_{kp} , получится из условия $\alpha v_{kp} = \varepsilon$ или

$$v_{kp} = \frac{\varepsilon}{\alpha}. \quad (34)$$

При $\alpha v \gg 1$ основной закон фильтрации приобретает квадратичный характер, соответствующий турбулентному режиму течения. Практически его можно считать справедливым при скорости v_t определяемой из условия $\alpha v_t = 1/\epsilon$ или

$$v_t = \frac{1}{\epsilon \alpha}. \quad (35)$$

Расчеты, проведенные по формулам (34) и (35), свидетельствуют о том, что нарушения линейного закона фильтрации могут иметь место лишь в высокопроницаемых породах в зоне резкой интенсификации фильтрационного потока, т. е. в условиях, встречающихся в гидрологической практике довольно редко. Наступление же турбулентного режима для натурных условий почти нереально [33]. Поэтому необходимость использования двучленного закона фильтрации возникает сравнительно редко и в каждом случае требует специального обоснования.

Можно также показать, что при фильтрации обычно оказывается пренебрежимо малым влияние инерционных сил, представленных в уравнениях Навье — Стокса (9) членом $\partial v_i / \partial t$. Действительно, согласно (3) на единицу объема потока действуют силы сопротивления Θ_l^0 в направлении l , выражаемые формулой

$$\Theta_l^0 = -\gamma \frac{\partial H}{\partial l}. \quad (36)$$

Вместе с тем согласно второму закону Ньютона силы инерции выражаются формулой

$$f_{\text{ин}} = \rho p \frac{\partial v_d}{\partial t} \cong \rho \frac{\partial v}{\partial t} = \gamma \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{k}{g} \frac{\partial H}{\partial t} \right). \quad (37)$$

Предположим теперь, что в условиях неуставновившегося движения силы трения также выражаются формулой (36). Сопоставим (36) с (37), что равносильно сопоставлению величин H и $k/g \cdot \partial H / \partial t$. Так как отношение k/g обычно очень мало, то второй из этих величин (отвечающей силам инерции) можно в сравнении с первой пренебречь в подавляющем большинстве случаев (точнее, когда $\partial H / \partial t$ не очень велико).

Гораздо больший принципиальный и практический интерес представляет анализ аномалий основного закона фильтрации, возникающих при малых скоростях фильтрации, характерных для слабопроницаемых пород. Природу этих аномалий связывают с влиянием сил молекулярного взаимодействия частиц и породы, причем их объяснение целесообразно основывать на представлениях о вязкопластическом характере течения воды в ультратонких поровых каналах [3, 6, 23].

Для анализа закономерностей вязкопластического режима фильтрации снова можно обратиться к простейшей модели пористой среды в виде системы одинаковых капиллярных трубок радиуса r_t . Таким путем можно показать [23], что в этом случае при $I > I_0$ основной закон фильтрации описывается уравнением

$$v = k \left[I - \frac{4}{3} I_0 + \frac{I_0}{3} \left(\frac{I_0}{I} \right)^3 \right], \quad (38)$$

график которого представлен на рис. 18, причем величина начального градиента I_0 связывается с расчетным радиусом капиллярной трубы формулой (19). При больших градиентах, когда $I \gg I_0$, этот график имеет линейную асимптоту

$$v = k \left(I - \frac{4}{3} I_0 \right). \quad (39)$$

Следует отметить, что расчетные значения начального напряжения сдвига при опытах по фильтрации в образцах грунтов по данным Н. Ф. Бондаренко [6] имеют порядок $\tau_0 \cong 10^{-3}$ дин/см², что гораздо меньше величин, полученных по опытам в стеклянных капиллярах (см. § 1.2). Возможно, что такое несоответствие связано с влиянием неравномерности размеров пор [5, 26].

Расчеты показывают, что при $\tau_0 \cong 10^{-3}$ дин/см² значения начальных градиентов в песках имеют порядок $I_0 \cong 10^{-3}$, а в глинах — до $I_0 \cong 1$ [33]. Такие величины, несомненно, имеют реальную значимость, так что в природных условиях проявления вязко-пластического течения, по-видимому, требуют тщательного анализа. Важно учитывать, что вязко-пластическое течение имеет релаксационный характер, обусловливающий возможность течения в пластической области (при $I < I_0$), однако эффективная проницаемость породы здесь будет уже значительно меньше [2, 3, 6].

Заметим, что природа фильтрационных аномалий при скоростях фильтрации еще встречает весьма различные толкования, причем известны и негативные данные о реальном проявлении начального градиента фильтрации [6, 26, 46, 48].

Анализируя нарушения закона Дарси, можно сделать вывод, что их области имеют относительно локальный характер по сравнению с областью применимости этого закона. Поэтому при дальнейших обоснованиях закономерностей динамики подземных вод за основу будет приниматься, как правило, закон Дарси, а случаи его нарушения будут специально оговариваться.

3. Основные законы осмотической фильтрации

Передвижение воды в пористых средах происходит под действием не только сил гравитации, но и других физических полей. С этой точки зрения определенный интерес представляют процессы осмотической фильтрации, возникающие при наличии градиента концентрации солей, электрического поля или теплового потока.

Осмотическая фильтрация представляет собой процесс перемещения воды навстречу диффундирующем ионам солей. Скорость осмотической фильтрации $v_{\text{осм}}$ по закону Вант-Гоффа пропорциональна градиенту концентрации солей I_c , т. е.

$$v_{\text{осм}} = k_{\text{осм}} I_c, \quad (40)$$

где $k_{\text{осм}}$ — коэффициент осмотической фильтрации [16, 17, 29].

Электроосмотическая фильтрация (электроосмос) возникает при наличии в водонасыщенной пористой среде электрического поля. Природа электроосмоса определяется существованием двойного электрического слоя на границе жидкой и твердой фазы, напряжение которого называется дзета-потенциалом

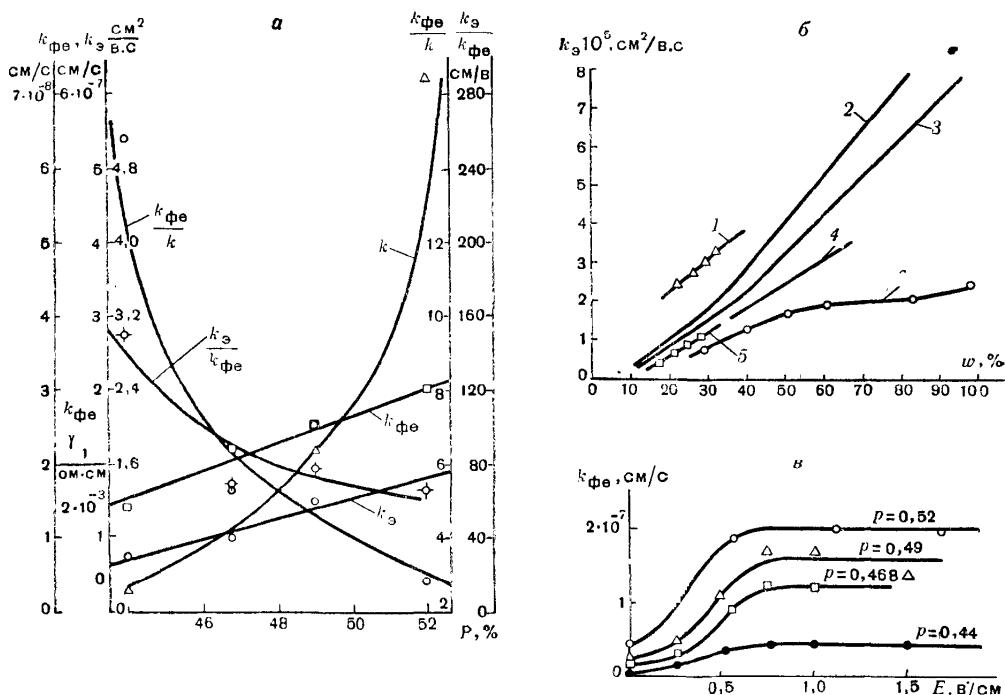


Рис. 19. Графики параметров электроосмотической фильтрации:

а — зависимость коэффициента фильтрации при электроосмосе $k_{\phi e}$ и коэффициента электроосмотической фильтрации k_9 от пористости p [16]; б — зависимость $k_{\phi e}$ от влажности (1 — кварцевый порошок, 2, 3 — ильлитовая глина, 4 — Na-каолинитовая глина, 5, 6 — тяжелый суглинок [29]; в — график изменения коэффициента фильтрации $k_{\phi e}$ при электроосмосе [16]

[29]. При наложении электрического тока диффузный слой стремится сместиться и заставляет двигаться вместе с зарядами и саму жидкость, причем скорость электроосмотической фильтрации v_9 оказывается пропорциональной градиенту электрического потенциала E , т. е.

$$v_9 = k_9 E, \quad (44)$$

где k_9 — коэффициент электроосмотической фильтрации.

Величина k_9 отражает электрохимические свойства грунта, геометрию порового пространства и свойства порового раствора (состав и концентрация электролитов, pH). Значение k_9 для широкого диапазона литологических разностей грунтов (от глин до среднезернистых песков) изменяется в небольших пределах (примерно от $1 \cdot 10^{-5}$ до $8 \cdot 10^{-5}$ $\text{cm}^2/\text{v.c}$). Зависимость k_9 от пористости — влажности для разных групп грунтов показана на рис. 19, а, б. В крупнозернистых песках, а также тяжелых плотных глинах электроосмос при обычных на практике небольших градиентах потенциала отсутствует. Не проявляется электроосмос также и в грунтах с концентрированным поровым раствором.

Сравнительно малая скорость электроосмотического передвижения воды в грунтах обусловлена малой подвижностью катионов в поровой воде, которая для наиболее распространенных катионов имеет одинаковую величину, примерно $3 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{в с}$.

Тем не менее в глинах скорость электроосмоса все же значительно превышает скорость фильтрации. Эффективность применения электроосмоса оценивается величиной $\frac{k_9}{k} E$, которая определяет градиент напора $I_{\text{экв}}$, эквивалентный действию электроосмоса, причем для глин величина $I_{\text{экв}}$ достигает сотен и тысяч единиц.

В процессе электроосмоса в поровой воде может развиваться значительное давление, вызывающее уплотнение грунта. Кроме того, воздействие электрического поля приводит в движение рыхлосвязанную воду, увеличивает фильтрационную проницаемость породы. Экспериментальные данные зависимости коэффициента фильтрации от градиента потенциала, приведенные, например, на рис. 19, в, показывают, что проницаемость резко изменяется (до нескольких десятков раз) при достижении градиентом потенциала некоторого интервала, после чего она остается неизменной.

Практическое применение электроосмоса находит при электроосмотическом осушении [17].

Процессы термоосмоса проявляются при наличии градиента температуры, главным образом в ненасыщенной пористой среде, причем термоосмотическая фильтрация направлена в сторону падения температуры. Основными причинами термоосмоса являются изменение упругости водяных паров и зависимость поверхностного натяжения от температуры. Скорость термоосмотической фильтрации $v_{\text{то}}$ пропорциональна градиенту температуры I_t , т. е.

$$v_{\text{то}} = D_t I_t, \quad (42)$$

где D_t — коэффициент термоосмоса (термодиффузии), имеющий порядок $2 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{с} \cdot \text{град}$ [50].

§ 3. ПРОНИЦАЕМОСТЬ ГОРНЫХ ПОРОД

Рассмотрим основные факторы, определяющие закономерности проницаемости горных пород с учетом их строения и физико-химических процессов, происходящих при взаимодействии фильтрующейся воды с породой.

1. Зависимость проницаемости от свойств жидкости и пористой среды

При изучении влияния геометрии пористой среды на ее проницаемость кроме рассмотренной выше (см. § 2) простейшей схемы строения пористой среды в виде системы трубок одинакового радиуса существует ряд аналогичных схем более сложного характера [1, 12, 31]. Для зависимости проницаемости от геометрии пористой среды наибольшее распространение имеют представления Козени, на основании которых Карманом и Салливаном [31] получена следующая формула для коэффициента проницаемости:

$$k = \frac{\theta p^3}{2 S_0^2 (1-p)^2}, \quad (43)$$

где S_0 — удельная (приходящаяся на единицу объема скелета породы) поверхность зерен породы, соприкасающаяся с жидкостью; θ — эмпирический фактор внутренней ориентации потока. Однако, несмотря на широкое распространение этой теории, для геофильтрационных условий она представляет лишь качественный интерес, поскольку действительная зависимость проницаемости от состава и строения горной породы обычно значительно сложнее. Для песчаных пород в определенных условиях можно применять эмпирические зависимости проницаемости от гранулометрического состава [40].

Для оценки влияния сжимаемости горных пород на проницаемость можно использовать зависимость коэффициента проницаемости \bar{k} от давления p в пласте вида [24]:

$$\bar{k} = \bar{k}^0 e^{-\alpha_k p}, \quad \alpha_k = \alpha_k^0 a_{co}, \quad (44)$$

где a_{co} — коэффициент относительной сжимаемости (см. приложение); α_k^0 зависит от вида и плотности породы: для несцепментированных песков $\alpha_k^0 = 4$, а для сцепментированных $\alpha_k^0 = 4,5-24$, причем большие значения соответствуют большей плотности породы.

Более существенными являются исследования физико-химических закономерностей формирования проницаемости. Как следует из приведенного выше вывода (см. § 2), коэффициент проницаемости не зависит от гидродинамических свойств фильтрующей жидкости и должен быть одинаковым для разных жидкостей, если только в процессе фильтрации не происходит переформирования порового пространства или не возникают дополнительные силовые поля. Это положение было доказано рядом экспериментов по фильтрации через кварцевый песок и стеклянные фильтры [13].

Вместе с тем для пород, включающих глинистые минералы, которые вступают с водой в физико-химическое взаимодействие, проницаемость может уже весьма существенно зависеть от состава фильтрующей жидкости. Так, по экспериментальным данным [4, 20] проницаемость песчаников для пресной воды оказывается ниже, чем для соленой, причем в чистых песчаниках это расхождение еще сравнительно невелико, а в глинистых песчаниках достигает двух порядков.

Природу физико-химического формирования проницаемости глинистых пород изучали Л. И. Кульчицкий и В. М. Гольдберг [14], которые проводили опыты по фильтрации растворов NaCl и CaCl_2 через среднезернистые и мелко-зернистые пески, содержащие монтмориллонитовую или гидрослюдистую глину. Эти опыты показали, что проницаемость зависит не только от содержания, но и от состава глинистых частиц, причем эффект влияния монтмориллонитовой глины оказывается заметно большим, что обосновывается большей обменной емкостью монтмориллонитовых глин, активно развивающих свои гидратно-ионные диффузные слои. Во всех случаях наименьшей получается проницаемость по дистиллированной воде, с увеличением концентрации раствора проницаемость меняется сначала довольно резко, а затем практически стабилизируется.

Экспериментами установлено также, что проницаемость для кислых растворов оказывается больше, чем для основных [13, 14].

2. Закономерности проницаемости ненасыщенной пористой среды

Фильтрация (влагоперенос) в ненасыщенной среде рассматривается обычно для условий зоны аэрации, где неполное водонасыщение связывается с проявлением капиллярных сил.

Экспериментальными исследованиями доказано, что при гравитационном влагопереносе в зоне неполного насыщения скорость фильтрации определяется законом Дарси, в котором коэффициент фильтрации (влагопереноса) k_w оказывается резко зависящим от относительной влажности $\bar{w} = w/w_n$, где w и w_n — текущее и предельное влагосодержание свободной (несвязанной) воды в порах породы (рис. 20, а). Рассматривая модель пористой среды в виде системы капилляров одинакового радиуса, С. Ф. Аверьянов показал [1], что зависимость k_w от \bar{w} имеет степенной характер вида

$$k_w = k \cdot \bar{w}^n, \quad (45)$$

где k — коэффициент фильтрации при полном насыщении (когда $\bar{w} = 1$); для показателя степени С. Ф. Аверьянов рекомендует принимать значение $n = 3,5$; по экспериментальным данным Н. Н. Биндермана $n = 3$. Для неоднородных пород зависимость (42) также оказывается справедливой (хотя бы в ограниченных пределах), однако показатель степени n при этом будет меняться в более широких пределах, что, в частности, подтверждается анализом моделей пористой среды, состоящих из капилляров различных радиусов [39].

Компоненты скорости фильтрации в дифференциальной форме определяются здесь выражениями

$$v_x = -k_w \frac{\partial H}{\partial x}, \quad v_y = -k_w \frac{\partial H}{\partial y}, \quad v_z = -k_w \frac{\partial H}{\partial z}, \quad (46)$$

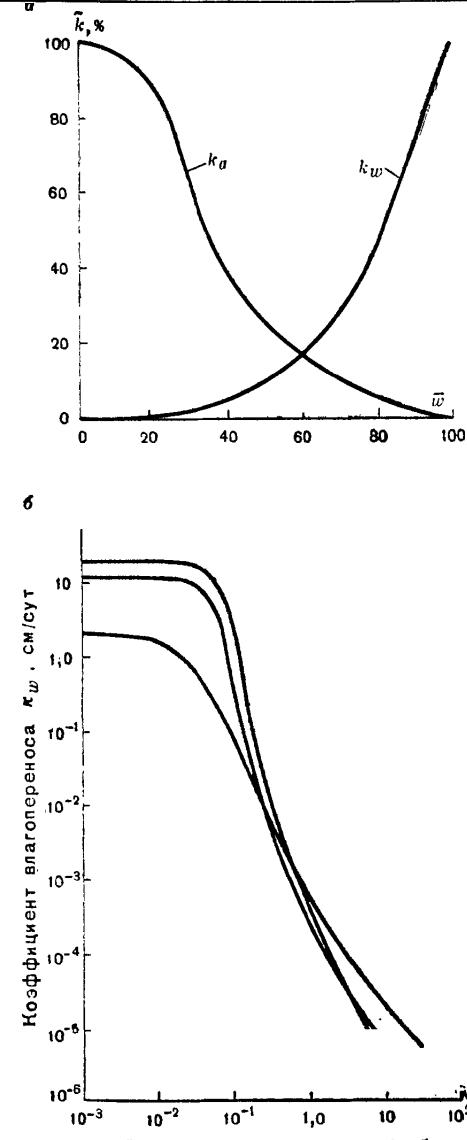


Рис. 20. Графики изменения проницаемости пористой среды:

а — зависимость относительной водопроницаемости k_a (по отношению к проницаемости насыщенной среды) и воздухопроницаемости k_w от относительной влажности w ; б — зависимость коэффициента влагопереноса k_w от всасывающего давления ϕ для супесчано-суглинистых грунтов [7]

или, имея в виду, что $H = h_p + z$, получим

$$v_x = -k_w \frac{\partial h_p}{\partial x}, \quad v_y = -k_w \frac{\partial h_p}{\partial y}; \quad v_z = -k_w \frac{\partial h_p}{\partial z} - k_w. \quad (47)$$

В теории влагопереноса обычно вместо высоты давления используется величина давления всасывания $\psi = -h_p$, которая определенным образом зависит от влажности; наиболее обоснованной считается экспоненциальная зависимость вида (8/гл. I).

Следует помнить, что при нестационарном режиме может существенно проявляться гистерезис влагопереноса, когда величина ψ зависит от направления процесса. Такой гистерезис объясняется различием в геометрии внутристоровых менисков при повышении и понижении влажности, причем в случае иссушения эти величины всегда больше, чем при насыщении (различие доходит до двух-трех раз). Типичная зависимость $k_w(\psi)$ приведена на рис. 20, б.

В более общем случае можно рассматривать ненасыщенную среду как двухфазную систему несмешивающихся жидкостей — воды и воздуха. При этом каждая из фаз обладает относительной проницаемостью, зависящей от влажности (см. рис. 20, а). Характерной особенностью его является малая изменчивость относительных проницаемостей при сравнительно небольшом содержании свободной воды, а при значительной насыщенности суммарная проницаемость многофазной системы несмешивающихся жидкостей обычно меньше полной проницаемости для каждой фазы.

Особый интерес представляет изучение воздухопроницаемости пород, характеризующей их фильтрационные свойства без учета физико-химического взаимодействия породы и жидкости (флюида). Судя по экспериментальным данным [20, 48], проницаемость по воздуху почти всегда несколько больше, чем по воде. При этом для пород с высокой проницаемостью это расхождение сравнительно невелико. Интересные экспериментальные данные в этом отношении приведены в работе [37], где рассматривалась зависимость воздухопроницаемости от всасывающего давления для различных песчаных и глинистых грунтов; согласно этим данным воздухопроницаемость хорошо согласуется с водопроницаемостью при определенном всасывающем давлении ($\psi = 1$ м). При превышении этого давления в образцах образуются трещины и воздухопроницаемость может заметно превышать водопроницаемость.

Следует также иметь в виду, что при фильтрации воздуха отмечается эффект скольжения газа вдоль стенок пор [13, 31], в связи с чем проницаемость меняется с изменением давления p . Для учета этого фактора Клинкенберг предлагает следующее выражение коэффициента проницаемости:

$$\bar{k} = \bar{k}_\infty \left(1 + \frac{b}{p} \right), \quad (48)$$

где \bar{k}_∞ — коэффициент проницаемости несжимаемой жидкости; b — константа, определяемая экспериментально.

3. Способы лабораторного определения проницаемости горных пород

Лабораторные определения водопроницаемости образцов горных пород (нарушенного и ненарушенного строения) производятся двумя основными способами: при постоянном или при падающем напоре.

Схема опыта при постоянном напоре представлена на рис. 21, а. Здесь напор в питательной камере задается подключением верхового водослива, а расход Q фильтрующего потока

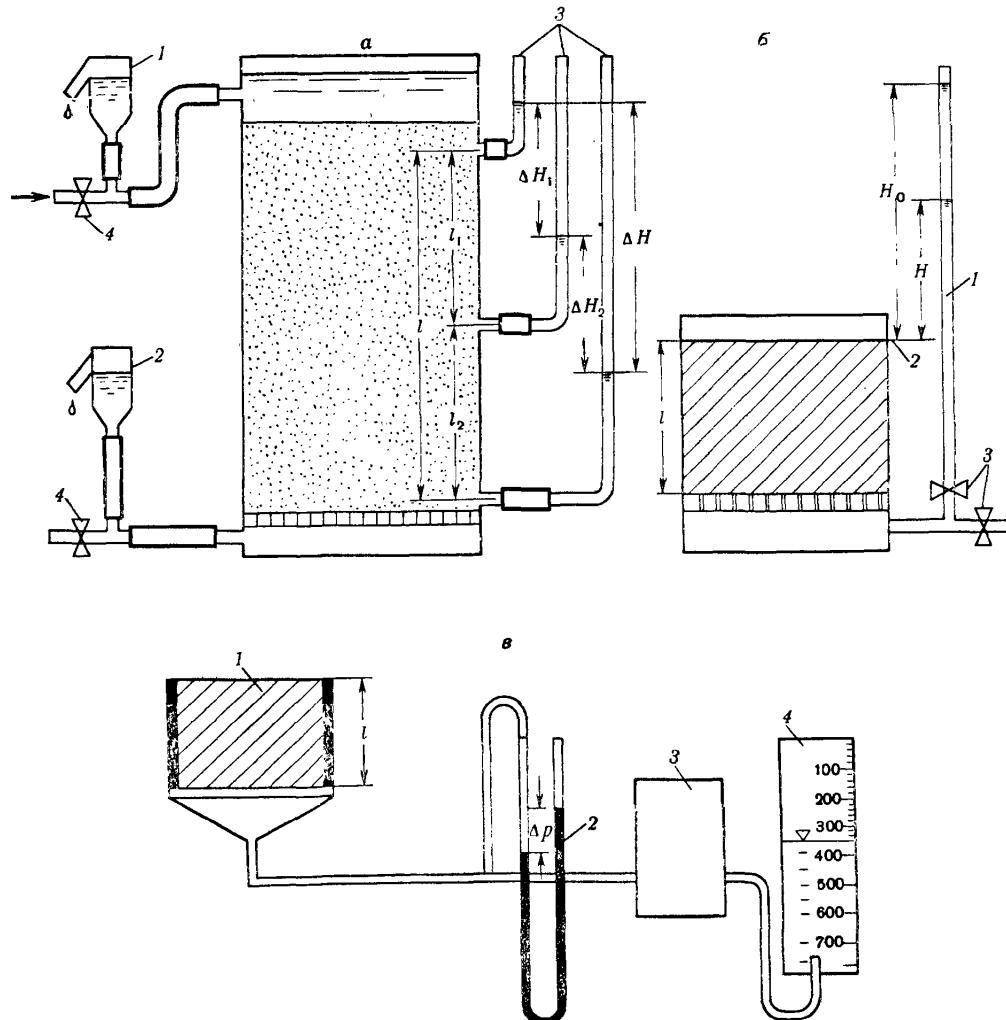


Рис. 21. Схемы лабораторного определения проницаемости:

а — при постоянном напоре: 1 — верховой водослив; 2 — низовой водослив; 3 — пьезометрические трубы; 4 — краны или зажимы; б — при падающем напоре: 1 — питательная трубка; 2 — слив профильтровавшейся воды; 3 — краны или зажимы; в — определение воздухопроницаемости: 1 — образец; 2 — дифференциальный манометр; 3 — воздушный насос; 4 — воздушная емкость

определяется по объему воды, вытекающему из низового водослива. Величина коэффициента фильтрации в соответствии с выражением (22) закона Дарси в этом случае определяется по формуле

$$k = \frac{v}{I}, \quad v = \frac{Q}{\omega}, \quad I = \frac{\Delta H}{l}, \quad (49)$$

где l и ω — длина и площадь поперечного сечения образца породы; ΔH — разница уровней воды в верховом и низовом пьезометрах.

При обработке такого опыта за верхней границей применимости закона Дарси строится зависимость величины I/v от v , которая при двухчленном законе фильтрации (32), должна иметь характер прямолинейного графика, отсекающего на оси I/v величину, обратную коэффициенту фильтрации k , а уклон этой прямой численно равен коэффициенту нелинейности α .

При обработке такого опыта за нижней границей применения закона Дарси строится график зависимости v от I , из которого находится величина начального градиента фильтрации.

Для опробования слабопроницаемых пород используется схема опыта с падающим напором, предложенная Г. Н. Каменским (рис. 21, б). Здесь устанавливается уровень в питающей трубке, после чего производится наблюдение за падением уровня в этой трубке. В таком опыте расход потока по закону Дарси определяется выражением

$$Q = k\omega \frac{H}{l}, \quad (50)$$

где H — напор (уровень) в питающей трубке относительно уровня низового слива. Вместе с тем из баланса воды в питающей трубке следует другое выражение для расхода

$$Q = -\omega_t \frac{dH}{dt}, \quad (51)$$

где ω_t — сечение питающей трубки.

Сопоставляя выражения (50) и (51), получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dH}{H} = -\frac{k\omega}{l\omega_t} dt, \quad (52)$$

которое интегрируется от начального предела $H = H_0$ при $t = 0$ и принимает вид

$$\ln \frac{H_0}{H} = \frac{k\omega}{l\omega_t} t, \quad (53)$$

откуда получаем формулу для определения коэффициента фильтрации

$$k = 2,3 \frac{l\omega_t}{\omega t} \lg \frac{H_0}{H}. \quad (54)$$

Для обобщения опытных данных рекомендуется строить график зависимости величины $\lg \frac{H_0}{H}$ от t , который должен образовывать прямую линию, приходящую в начало координат.

Во всех случаях величина коэффициента проницаемости может быть определена далее из соотношения (29).

Лабораторные определения воздухопроницаемости можно проводить по аналогичной схеме, приведенной на рис. 20, а. Выражение для объемного расхода воздушного потока в данном случае получится из закона Дарси после замены коэффициента фильтрации на коэффициент проницаемости согласно (29) при γ равном объемному весу воздуха γ_b , величины $\gamma_b \Delta H$ на Δp (поскольку величина $\gamma_b \Delta z$ пренебрежимо мала) с учетом линейной зависимости плотности от давления

$$Q = \frac{\bar{k}}{\eta} \omega \frac{\Delta p}{l} \left(1 + \frac{\Delta p}{p_a} \right). \quad (55)$$

Соответственно формула для определения коэффициента проницаемости будет иметь вид

$$\bar{k} = \frac{\eta l Q}{\omega p_a \Delta \bar{p} (1 + 0,5 \Delta \bar{p})}, \quad \Delta \bar{p} = \frac{\Delta p}{p_a}. \quad (55a)$$

Для воздуха можно принимать $\eta = 1,8 \cdot 10^{-6}$ паск ($\frac{\text{г}}{\text{см} \cdot \text{с}}$) и $p_a = 10^6 \frac{\text{г}}{\text{см} \cdot \text{с}}$, так что $\frac{\eta}{p_a} = 1,8 \cdot 10^{-12}$ с и формулу (55a) можно представить в виде

$$\bar{k} = 1,8 \cdot 10^{-12} \frac{l Q}{\omega \Delta \bar{p} (1 + 0,5 \Delta \bar{p})}, \quad (56)$$

где размеры задаются в см, а Q в $\text{см}^3/\text{с}$.

§ 4. ЕМКОСТНЫЕ СВОЙСТВА ГОРНЫХ ПОРОД

Емкостные свойства горных пород отражают их способность к водоотдаче или водонасыщению в процессе нестационарной фильтрации путем изменения степени заполнения пор и трещин водой или в результате изменения порового объема водонасыщенных горных пород и плотности воды при деформациях сжатия — растяжения; соответственно, в первом случае говорят о гравитационной емкости, а во втором — об упругой емкости горных пород.

Рассмотрим далее емкостные параметры отдельно для безнапорных пластов, где емкость имеет преимущественно гравитационный характер, и для напорных пластов, где она имеет упругий характер.

1. Гравитационная емкость горных пород

В безнапорных пластах при нестационарном режиме происходят колебания свободной поверхности потока, приводящие при снижении уровней к осушению пласта, а при повышении уровней к его насыщению. Для характеристики этого процесса используется величина коэффициента гравитационной емкости пласта μ , представляющего собой изменение количества воды в порах при колебаниях свободной поверхности, отнесенное к объему грунта в пределах зоны колебания, т. е. величина μ представляет собой изменение емкости гравитационной зоны ΔV_0 в единичном элементе безнапорного пласта¹, отнесенное к изменению уровня свободной поверхности потока ΔH

$$\mu = \frac{\Delta V_0}{\Delta H}. \quad (57)$$

При опускании свободной поверхности μ соответствует коэффициенту водоотдачи μ_v , а при повышении свободной поверхности — коэффициенту недостатка насыщения μ_n . Балансовая структура величин μ_v и μ_n характеризуется следующими формулами:

$$\mu_v = p - w_v - w_{ct}; \quad \mu_n = p - w_e - w_v, \quad (58)$$

¹ Т. е. в элементе с единичной площадью горизонтального сечения.

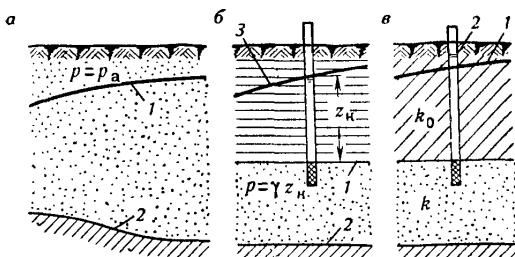


Рис. 22. Схемы разделения водоносных пластов по напорности:

a — безнапорный; *1* — свободная поверхность, *2* — водоупор; *b* — напорный пласт: *1* — кровля пласта, *2* — подошва пласта, *3* — гидрометрическая или напорная поверхность; *c* — двухслойный пласт: *1* — свободная поверхность в верхнем слое, *2* — уровень воды в нижнем слое

где p — пористость грунта; w_{ct} — влажность стыковой воды (в углах пор); w_e — влажность грунта в воздушно-сухом состоянии; w_v — относительное объемное содержание защемленного воздуха и иммобилизованной воды.

Формирование гравитационной емкости — довольно сложный динамический процесс, поскольку при нестационарной фильтрации происходит переформирование капиллярной зоны, связанное с необходимостью передачи воды из ее верхней части на свободную поверхность гравитационной зоны. Так, при понижении уровня капиллярная зона в начальный период постепенно растягивается и только при достаточно длительном равномерном снижении уровня наступает динамическое равновесие капиллярной зоны, когда эпюра влажности по ее высоте не изменяется, а лишь опускается параллельно самой себе со скоростью опускания свободной поверхности. Этот процесс приводит к тому, что в начальный период нестационарного режима водоотдача имеет замедленный характер, так что коэффициент водоотдачи в данный период постепенно увеличивается, достигая предельного значения при стабилизации формы эпюры влажности в капиллярной зоне.

Количественные закономерности динамики водоотдачи изучены пока довольно слабо и главным образом для песчаных грунтов [25]. Впервые эти процессы рассмотрены в опытах Кинга [25] по дренированию высоких колонн в течение весьма длительного времени, причем оказалось, что основные изменения водоотдачи в песках происходят сравнительно быстро (в течение нескольких часов или нескольких суток), после чего длительное время продолжается стекание воды из капиллярной зоны (в опытах Кинга не было достигнуто полного дренирования колонны за 2,5 года). В дальнейшем экспериментально показана [22] существенная зависимость коэффициента водоотдачи от скорости опускания уровня.

О. Н. Носовой [25] отмечена также зависимость предельной величины μ_v от градиента напора у свободной поверхности I_{cn} , причем для однородных песков рекомендуется задавать относительный коэффициент водоотдачи $\bar{\mu}_v = \mu_v / \mu_v^0$ (где μ_v^0 — значение μ_v при $I_{cn} \rightarrow 0$) следующими данными: $\bar{\mu}_v = 0,8 - 0,9$, при $I_{cn} = 0,001 - 0,01$ и $\bar{\mu}_v = 0,7 - 0,8$ при $I_{cn} = 0,01 - 0,1$.

Существенно изменяется величина μ_v в зависимости от физико-механического состава и литологического строения горных пород. Исследования такой

зависимости проводились только для песчаных пород; здесь П. А. Бединский [38] предлагает эмпирическую формулу

$$\mu_v = 0,117 \sqrt[7]{k}, \quad (59)$$

где k принимается в м/сут.

Согласно опытным данным [35, 38] этой формулой можно пользоваться при $\mu_v > 0,15$. Вместе с тем, по Б. Кожерскому [44], зависимость μ от (k) не всегда выражается достаточно четко.

Для цылеватых и глинистых песков, а также торфов ориентировочно можно считать $\mu = 0,05\text{--}0,1$, для супесчано-суглинистых отложений характерны значения $\mu = 0,01\text{--}0,1$ [35, 41].

2. Упругая емкость горных пород

Исходя из принципов подземной гидростатики (см. § 2 гл. I) было показано, что, если пренебречь уменьшением объемного веса пород перекрывающей толщи, то справедливо соотношение (6 гл. I) для изменений гидростатического (нейтрального) и эффективного давлений. Обратим, однако, внимание, что равенство (6 гл. I) выполняется при предположении, что вышележащая толща подобна гибкой плите и не оказывает сопротивления деформированию. Это предположение будет, очевидно, достаточно приемлемым, если поперечные размеры плиты заметно превышают ее толщину (т. е. мощность перекрывающей толщи). Таким образом, изменение напора воды вызывает изменение давления на минеральный скелет водоносной породы и его деформирование. Если считать, что деформации протекают практически одновременно с приложением нагрузки и идут главным образом в вертикальном направлении, а связь между деформациями и напряжениями линейна, то из (6 гл. I) и (6 гл. II) получаем

$$d\varepsilon = -a_c d\sigma_s = a_c d\sigma_n, \quad (60)$$

где a_c — коэффициент сжимаемости.

В то же время справедливо соотношение

$$d\varepsilon = d\left(\frac{p}{1-p}\right) = \frac{d(mp)}{m(1-p)}, \quad (61)$$

где m — высота деформируемого объема водоносной породы, причем объем минеральных зерен $m(1-p)$ предполагается неизменным в процессе деформирования (см. § 2 гл. I).

Изменение давления σ_n вызывает также изменение плотности жидкости. Согласно закону Гука для воды

$$E_v \frac{d\gamma}{\gamma_0} = d\sigma_n, \quad (62)$$

где γ^0 — объемный вес воды при атмосферном давлении; E_v — модуль объемного сжатия воды, зависящий от минерализации и газонасыщенности [19, 20, 34]; ориентировочно $E_v = 2 \cdot 10^4$ кгс/см².

Так как вес воды в пределах столба породы высотой m и с единичной площадью сечения $G = \gamma pm$, то

$$\frac{dG}{m} = p d\gamma + \gamma \frac{d(pm)}{m} = \left[\frac{p}{E_B} \gamma^0 + \gamma a_c (1-p) \right] d\sigma_H, \quad (63)$$

Пренебрегая разницей между γ и γ^0 , запишем выражение для изменения объема воды V_0 в рассматриваемом объеме потока

$$\frac{dV_0}{m} = \frac{1}{1+p} \cdot \frac{dG}{\gamma m} = \left(\frac{\epsilon}{E_B} + a_c \right) \gamma dH. \quad (63a)$$

Следуя В. Н. Щелкачеву [24], введем понятие коэффициента упругоемкости пород η^* , представляющего собой изменение объема жидкости в единице объема породы при единичном изменении напора. Из (63a) следует, что

$$\eta^* = \frac{\gamma}{1+\epsilon} \left(\frac{\epsilon}{E_B} + a_c \right). \quad (64)$$

Приведем ориентировочные значения коэффициентов упругоемкости для различных пород [9, стр. 22]: скальные — $\eta^* = (0,02-1,7) \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-1}$, песчаные и гравелистые — $\eta^* = (0,5-5) \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-1}$, супесчаные и суглинистые — $\eta^* = 10^{-4}-10^{-3} \text{ м}^{-1}$. Для сравнительно глубоких водоносных пластов рекомендуется [12] принимать $\eta^* = 10^{-5}-10^{-6} \text{ м}^{-1}$.

Для однородного водоносного пласта мощностью m вводится коэффициент упругой емкости пласта μ^* , определяемый выражением

$$\mu^* = m \eta^* = \frac{\Delta V_0}{\Delta H}, \quad (65)$$

которое по балансовому смыслу аналогично выражению (57).

3. Обоснование напорности водоносного пласта по проявлению емкостных свойств

Четкое обоснование напорности пластов возможно для безнапорного потока при однородном его строении (рис. 22, а), а для напорного потока при наличии водоупорных отложений в его кровле (рис. 22, б). Вместе с тем для весьма распространенной схемы двухслойного строения водоносного пласта (рис. 22, в) решение этого вопроса по одним лишь качественным признакам становится неопределенным. В таких случаях следует исходить из того, что различие природы емкостных свойств водоносных пластов четко проявляется в величине коэффициента емкости пласта, поскольку $\mu \gg \mu^*$. Таким образом, определив величину коэффициента емкости пласта в натурных условиях, можно установить, является ли этот пласт напорным или безнапорным. Такие определения, в частности, показывают, что для потоков регионального характера емкость двухслойного пласта имеет преимущественно гравитационный характер несмотря на наличие слабопроницаемых пород в его кровле [32], а в локальных потоках (например, при оттаках) может существенно проявляться и упругая емкость таких пластов (см. § 1 гл. XIII).

РАЗДЕЛ II

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ГИДРОГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Глава IV

ПРОБЛЕМЫ ГИДРОГЕОМЕХАНИЧЕСКОЙ СХЕМАТИЗАЦИИ

§ 1. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМ И ЗАДАЧИ ГИДРОГЕОМЕХАНИЧЕСКОЙ СХЕМАТИЗАЦИИ

Гидрогеомеханическая схематизация включает выбор и обоснование расчетных схем гидрогеомеханических процессов и играет чрезвычайно важную роль в гидрогеомеханических исследованиях, в значительной мере определяя достоверность их результатов. Следует сразу подчеркнуть, что проблемы гидрогеомеханической схематизации в конкретной инженерной обстановке должны решаться на основе тщательного анализа геологических условий в сочетании с теоретической (механико-математической) постановкой исследования по следующему принципиальному пути: начальная схема → количественная проверка справедливости и целесообразности намеченной схемы → уточненная схема. При этом в общем случае должны обязательно приниматься во внимание степень надежности исходных расчетных параметров и требуемая на практике точность результата.

Ясно, что детальное рассмотрение этих проблем должно проводиться в рамках специального научного исследования. В настоящей работе мы ограничимся изложением наиболее общих принципов гидрогеомеханической схематизации, без которых, в частности, не представлялось возможным достаточно систематическое изложение последующего материала.

Гидрогеомеханическая схематизация процесса предполагает решение следующих основных вопросов:

- 1) оценка характера изменения процесса во времени (стационарный, квазистационарный, нестационарный) и оценка допустимости изучения процесса в условной статической постановке;
- 2) установление пространственной структуры процесса;
- 3) обоснование выбора исходных уравнений (движения, неразрывности, состояния) и их граничных условий;
- 4) задание расчетных параметров, их изменений в пространстве и во времени.

Принципы решения первых трех вопросов представляется более удобным проиллюстрировать раздельно на примерах геомеханических (§ 2) и геофильтрационных (§ 3) процессов; вопрос об изменчивости гидрогеомеханических

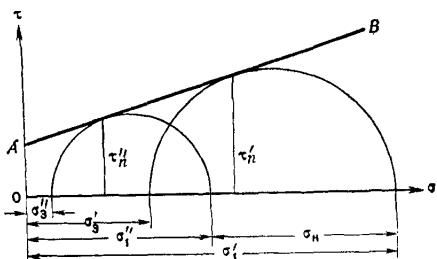


Рис. 23. Диаграмма Мора: перераспределение напряжений при гидростатическом взвешивании

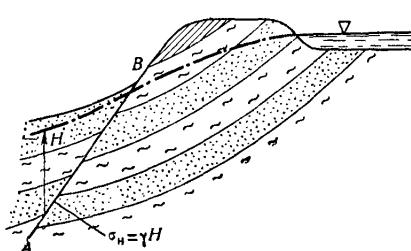


Рис. 24. Схема перераспределения напряжений вдоль тектонического нарушения

параметров рассмотрен особо в § 4. Необходимо подчеркнуть вместе с тем, что применение излагаемых ниже принципов схематизации гидрогеомеханических процессов на практике существенно осложняется проявлением специфических черт массива водонасыщенных горных пород как механической системы. Остановимся более подробно на некоторых важнейших аспектах этой специфики, имеющих большое значение при выборе и обосновании расчетной схемы гидрогеомеханического процесса.

Прежде всего при решении проблем геомеханической схематизации следует иметь в виду, что напряженно-деформированное состояние массива водонасыщенных горных пород нередко решающим образом зависит от влияния подземных вод, которые воздействуют на механические свойства пород и на напряжение в них, а в ряде случаев — и на структуру отдельных участков массива. С другой стороны, геофильтрационная схематизация должна учитывать, что движение подземных вод в массиве горных пород обычно идет на фоне параллельно протекающих деформаций водовмещающих пород, причем оба эти процессы оказываются неразрывно связанными и взаимовлияющими. Рассмотрим эту взаимосвязь более подробно.

Зависимость напряженно-деформированного состояния массива горных пород от воздействия подземных вод определяется как непосредственным влиянием внутриворовой жидкости на характер связей между минеральными составляющими горной породы (см. § 1 гл. I), так и силовым воздействием вод (см. § 2 гл. I), которое оказывается решающим фактором в формировании «естественног» напряженного состояния и в его последующих изменениях.

Если рассмотреть график сопротивления сдвигу горной породы (рис. 23), построенный как огибающая предельных кругов Мора, то нетрудно убедиться, что гидростатическое напряжение σ_h , уменьшая расчетные главные напряжения (эффективные), снижает и сопротивление сдвигу в данной точке массива (от τ'_h до τ''_h). Такого рода перераспределение напряжений находит, например, свое выражение в частичном взвешивании пород вблизи откоса и является причиной крупных оползневых деформаций (см. § 2 гл. X). По той же причине заполнение крупных водохранилищ может приводить к землетрясениям в пределах окружающего района [18]. Рассмотрим для примера два тектонических блока, граничащие вдоль поверхности сброса AB (рис. 24) и находящиеся первоначально в равновесном состоянии. Возникновение водохранилища и рост напоров вдоль поверхности сброса снижают действу-

ющие по этой поверхности силы трения и вызывают относительные смещения блоков, проявляющиеся как землетрясение. И наоборот, начало глубинных смещений породных масс, приводящих к изменению эффективных напряжений, может фиксироваться по соответствующему (достаточно быстрому, аномальному) изменению нейтральных напряжений (т. е. напоров в наблюдательных скважинах) и тем самым служить индикатором надвигающегося землетрясения [22, 23]. Тот же принципиальный механизм взаимодействия эффективных и нейтральных напряжений находит свое проявление при использовании нагнетания воды в угольные пласты в качестве меры предотвращения горных ударов (подробнее см. § 1 гл. XII). Кстати, силовое воздействие подземных вод вообще оказывается мощным инструментом в инженерной деятельности человека. Отметим еще для примера возможности использования нагнетания воды в пласт для частичной «разрядки» напряжений в сейсмически опасных зонах; наоборот, откачка воды из высоконапорных пластов может применяться для искусственного уплотнения глинистых пород с аномально высокой пористостью (см. § 3 гл. XII) или для полевого определения параметров сжимаемости пластов. Тот факт, что указанные возможности пока реализуются лишь в незначительной мере, обусловлен не в последнюю очередь слабой взаимосвязью исследований в областях механики горных пород и динамики подземных вод.

Силовое воздействие воды не только влияет на напряженное состояние пород, но может само по себе вызывать существенные деформации отдельных участков массива, выражющиеся в изменении и разрушении его первоначальной структуры. Таковы, например, деформации песчаных грунтов при прорыве напорных вод в горные выработки, супфазионное разрушение грунтов, фильтрационные деформации песчаных откосов (см. § 4 гл. X). При исследовании деформаций такого типа приходится сталкиваться с очень большими теоретическими и техническими трудностями ввиду сложности прогноза и изучения *in situ* структурных изменений в массиве.

Наконец, независимо от непосредственного силового воздействия, движение подземных вод может приводить к важным изменениям в исходной прочности массива. Для массивов глинистых пород, а также твердых пород с глинистым заполнителем трещин эти изменения связаны в первую очередь с процессами набухания; для массивов твердых горных пород, содержащих легкорастворимые соединения, такие изменения могут вызываться процессами подземного выщелачивания. Разработка научной методологии изучения упомянутых процессов по сути дела только начинается, причем без накопления богатого полевого материала мало что может быть сделано. Думается, что изучение набухания пород при сдвиговых деформациях может коренным образом изменить наши представления о сопротивлении глинистых пород сдвигу (см. § 2 гл. II).

Понятно, что коль скоро недопустимо изучать напряженно-деформированное состояние массива в отрыве от жидкой фазы, то точно так же и движение подземных вод требует в общем случае внимательного учета параллельно протекающих деформаций горных пород. С развитием теории подземной гидродинамики область применения классической модели фильтрации жидкости в не-деформируемой среде все более сужается. Если в период становления теории упругого режима фильтрации (см. § 4 гл. III) исследования в данном направлении ограничивались простейшей расчетной схемой упругого сжимаемого однородного водоносного пласта, то к настоящему времени потребности практики заставляют строить эту теорию с учетом необратимости деформаций водоносных пород, сжимаемости относительно водоупорных слоев, «эффекта жесткости»

перекрывающих пород, гетерогенности самого водоносного пласта с точки зрения протекания деформаций уплотнения и ряда других факторов. Иначе говоря, теория упругого режима фильтрации потребовала всестороннего учета деформаций горных пород и тем самым сомкнулась по существу с теорией уплотнения горных пород. Необходимость самого широкого практического внедрения общей теории фильтрации жидкости в деформируемых породах была подтверждена и рядом «стыковых» проблем, таких, как гидроразрыв пласта, осадки толщ пород при глубоком водопонижении, методика проведения и интерпретации опытно-фильтрационных работ. Некоторые из этих проблем (например, суффозия и кольматаж или «разжижение» водонасыщенных песков) решаются пока преимущественно эмпирически и еще ждут глубокого теоретического анализа.

Характерно, что единство и взаимосвязь фильтрационных процессов и деформаций горных пород послужили толчком к развитию специфических методов исследования, в которых подземные воды используются как индикатор некоторых геомеханических процессов. Сошлемся, например, на гидрогеологические эксперименты, позволяющие оценить развитие трещиноватости в зоне сдвижения над горными выработками (см. § 2 гл. XII), и на использование датчиков порового давления для оценки степени консолидации массива. Вообще подземные воды в связи с их свойством всесторонней передачи гидростатического давления являются весьма удобным «инструментом» для косвенного определения напряжений или характеристик прочности в массивах горных пород. Приведем в качестве примера известный метод напорных выработок, применяемый в гидротехнике [14] для определения упругих констант горных пород.

Думается, что приведенные соображения убедительно свидетельствуют о необходимости комплексного учета при гидрогеомеханической схематизации и геомеханических, и геофильтрационных аспектов изучаемого процесса. В дальнейшем (см. гл. VIII и IX) мы увидим, что выполнение этого требования особенно осложняет исследование нестационарных процессов и заставляет прибегать к серьезным допущениям при гидрогеомеханической схематизации.

Другим важнейшим моментом, от которого существенным образом зависит достоверность гидрогеомеханической схематизации (и прежде всего достоверность расчетных параметров), является резкое несоответствие физико-механических и фильтрационных свойств массива, с одной стороны, и свойств горной породы в образце, с другой. Это несоответствие обусловлено сложной структурой массива (в первую очередь его неоднородностью, анизотропией и дискретностью) и его сложным напряженно-деформированным состоянием. Например, влияние анизотропии совершенно отчетливо прослеживается при полевых испытаниях больших призм глинистых пород по слоистости и вкрест ее: величины сцепления подчас оказываются вообще несоизмеримыми. При гидрогеологических исследованиях вертикальная фильтрационная анизотропия внешне однородных песчаных толщ часто делает абсолютно неприемлемыми результаты опытных откачек из песков заполненных скважин. Дискретность массивов твердых пород приводит к тому, что величины сцепления в образце и в массиве различаются в сотни и тысячи раз. Общеизвестно, что оценка проницаемости таких пород без учета дискретности (трещиноватости) полностью лишена смысла. Между тем на практике нередко приходится принимать во вни-

мание не только естественную, но и «искусственную» трещиноватость, например, при изучении пород, затронутых процессами сдвижения над подземными горными выработками. Теоретические методы прогноза такой трещиноватости в массиве горных пород пока не дают убедительных практических результатов. Поэтому решающее значение в исследованиях трещиноватости, возникающей в результате инженерных процессов, имеют полевые наблюдения (например, путем использования воды как индикатора трещиноватости, см. § 2 гл. XII).

Не менее важным в рассматриваемом плане представляется и значение напряженно-деформированного состояния массива. С этой точки зрения удачный пример использован в работе [12], где сопоставляется сопротивление разрыву призматического тела, вырезанного в массиве трещиноватой породы (практически равное нулю), и того же тела в естественном залегании, т. е. в условиях объемного напряженного состояния, когда сопротивление разрыву изменяется вполне ощутимыми величинами. Другой характерный пример — резкое увеличение проницаемости твердых трещиноватых пород при проведении нагнетаний под давлениями, близкими к горному.

Отметим еще одно общеизвестное обстоятельство: если гидрогеологи давно уже отказались от попыток описания фильтрационных свойств массива «через образец», то в инженерной геологии и в механике грунтов массивный переход к полевым методам исследования массива пока только намечается. В результате изучение прочности пород при инженерно-геологических изысканиях до сих пор нередко проводится без достаточного учета соответствия определяемых параметров условиям протекания исследуемых гидрогеомеханических процессов. Как справедливо отмечает Л. Мюллер [12, стр. 32], «приходится только удивляться, сколько труда затрачивается для определения... показателей прочности горных пород, которые... приемлемы лишь для штучного (строительного) камня, но отнюдь не для работ в горном массиве». Поэтому, отдавая себе отчет во всех трудностях изучения напряженно-деформированного состояния массива горных пород полевыми методами, нельзя вместе с тем не признать, что это — единственный реальный путь дальнейшего развития всех дисциплин, рассматривающих горные породы как объект инженерной деятельности.

Исходя из высказанных соображений, при гидрогеомеханической схематизации следует широко использовать решение обратных задач, направленных на определение действующих факторов, расчетных параметров и законов изучаемых процессов по данным натурных наблюдений; эти задачи иногда подразделяются соответственно на обратные, инверсные и индуктивные, однако в гидрогеомеханических исследованиях такое подразделение редко оказывается целесообразным.

Заметим, что для рационального решения обратных задач исключительно важное значение имеет целенаправленная постановка натурных наблюдений, требующая, в частности, специального обоснования наблюдательной сети применительно к методике расчетов.

§ 2. ВОПРОСЫ СХЕМАТИЗАЦИИ ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Известно, что подавляющее большинство геомеханических задач являются, вообще говоря, динамическими и нестационарными. Понятно, например, что

поведение массива при воздействии взрывных или сейсмических нагрузок может быть правильно оценено лишь при условии обязательного учета инерционных сил, и соответствующие инженерные задачи должны решаться в динамической постановке. Вместе с тем при решении широкого круга геомеханических задач вполне допустимо пренебречь инерционными силами, а нестационарный процесс свести к серии сменяющих друг друга мгновенных стационарных состояний; тем самым мы будем условно рассматривать массив горных пород как механическую систему только в статической постановке или же по крайней мере оценивать ее устойчивость по некоторым (статическим) предельным состояниям. С подобных позиций могут изучаться, в частности, многие геомеханические процессы, протекающие во времени, но оцениваемые на практике по конечному пределу (при $t \rightarrow \infty$) этого динамического нестационарного процесса. Такое условное стационарное напряженно-деформированное состояние определяется строением массива и физико-механическими свойствами пород, а также очертанием внешних границ рассматриваемой части массива и заданными внешними нагрузками. Кроме того, в некоторых задачах при оценке конечного состояния системы должна учитываться возможность изменения структуры массива в результате процессов механического или химического выноса вещества.

Наиболее трудными и соответственно наименее изученными в теоретическом плане являются именно процессы, связанные с переносом вещества при воздействии водного или газового фактора, такие, как фильтрационные деформации или внезапные выбросы угля и газа. Хотя соответствующие инженерные задачи являются по своей сути динамическими, их ввиду высокой сложности исследуют обычно лишь по предельным статическим состояниям — начальному или конечному. При этом теоретическое исследование начального состояния проводится обычно относительно проще ввиду наличия более-менее ясных представлений о структуре (естественной) слагающих массив пород. Значительно большие сложности сопряжены с оценкой конечного состояния массива, ибо сопутствующие процессу нарушения структуры массива делают подчас расчетную среду достаточно неопределенной. Более подробно сложности решения задач подобного типа отражены в гл. X.

Более «чистое» механическое исследование с позиций статики допускают те инженерные задачи, в которых рассматривается напряженно-деформированное состояние (в частности устойчивость) участка массива горных пород заданной неизменной конфигурации под влиянием заданных контурных и объемных сил (последние чаще всего представлены собственным весом пород и фильтрационными силами) при неизменных механических свойствах пород и пренебрежении процессами выноса. В такой постановке рассматриваются, например, многие задачи об устойчивости на сдвиг тяжелых гидротехнических сооружений, об устойчивости подпорных стенок, об общей устойчивости естественных склонов и бортов искусственных выемок и некоторые другие. Все они обычно сводятся к оценке статически определимых систем. Совершенно естественно, что, когда упомянутые задачи касаются массивов водонасыщенных горных пород, напряженное состояние оценивается с обязательным учетом элементов подземной гидростатики (см. § 2 гл. I).

Нелишне уяснить себе, что и эти относительно простые задачи являются по своей сути динамическими, однако, рассматривая их в статической постановке, мы нередко остаемся в рамках требуемой инженерной точности решения. Необходимость подобной схематизации обусловлена также и тем, что даже в упрощенных постановках оценка напряженно-деформированного состояния массива горных пород представляет собой, как правило, задачу весьма сложную. В теоретическом плане эта сложность вызвана прежде всего тем, что в подобных оценках требуется учитывать наличие в массиве областей двух типов:

- 1) областей, где породы находятся в предельном напряженном состоянии;
- 2) областей, где такое состояние не достигнуто и породы располагают тем или иным «запасом прочности».

В областях первого типа напряжения (точнее, соотношения напряжений) в породах таковы, что они отвечают предельной прочности пород — применительно к рассматриваемому виду деформаций. Так как нарушение устойчивого состояния массивов горных пород связано с деформациями сдвига и (реже) растяжения, то области первого типа характеризуются тем, что в каждой их точке, хотя бы по одной элементарной площадке, выполняются предельные соотношения (19 гл. II) (в частном случае (14 гл. II)) или (10 гл. II). Ввиду того, что деформация в таких областях существенно необратима, их принято называть также пластичными. Однако это название представляется в общем случае неудачным.

Если в массиве возникли предельные зоны, то он может остаться в устойчивом состоянии лишь благодаря удерживающему действию допредельных зон, во всех точках которых предельные силы внутреннего сопротивления деформированию по любой элементарной площадке больше, чем внешние силы по той же площадке, вызывающие деформацию. Поскольку в этих областях деформации, как правило, в той или иной степени обратимы, то их иногда называют упругими зонами, что также представляется не совсем удачным. В общем случае деформации в этих областях не являются упругими, однако в большинстве практических задач при ограниченных интервалах изменения нагрузок можно считать их подчиняющимися обобщенному закону Гука и использовать для этих областей уравнения линейно-деформируемых сред.

Таким образом, определение напряженно-деформированного состояния массива горных пород связано в общем случае с выявлением границ распространения в нем предельных и допредельных зон. Однако сложность решения практических задач в такой постановке вынуждает существенно упрощать реальные физические схемы. Такие упрощения тем более необходимы, что наложение предельных и допредельных зон меняется во времени в результате реологических процессов (см. § 3 гл. II).

Прежде всего зависимость положения границ раздела предельных и допредельных зон от времени вообще не учитывается. Если других допущений не делается, то задача по оценке устойчивости массива горных пород может быть сведена к решению системы уравнений предельного равновесия, связывающей напряжения и перемещения (так называемая смешанная задача теории предельного равновесия). Примеры такого подхода к решению аналогичных задач

можно найти в теории пластичности: сошлемся на известное решение Прандтля для течения материала между двумя жесткими пластинками [7, стр. 186].

Однако и в такой упрощенной постановке решение задач для реальных горных пород, обладающих трением и сцеплением, представляет нередко серьезные трудности. Поэтому теоретические исследования напряженно-деформированного состояния массива горных пород развивались главным образом по линии дальнейшего упрощения расчетных моделей. Эти упрощения часто сводятся к тому, что вместо смешанной задачи решается система уравнений, включающая только компоненты напряжений. При таком подходе расчетная модель по сути сводится к одному из двух «крайних» статических вариантов:

а) модель линейно-деформируемой среды, предполагающая линейную связь между деформациями и напряжениями (для массивов горных пород это обычно эквивалентно предположению о полном отсутствии предельных зон в расчетном массиве);

б) модель предельного напряженного состояния, предполагающая, что во всех точках расчетного массива (или в априорно заданной его части) имеет место предельное напряженное состояние.

Ввиду того что использование двух предельных моделей ограничивается относительно узкими рамками (см. § 1—2 гл. VII), на практике часто прибегают к оценке устойчивости массива на сдвиг вдоль некоторых расчетных «поверхностей скольжения», форма и положение которых задаются априорно или отыскиваются путем подбора. Распределение напряжений вдоль расчетных поверхностей скольжения принимается при этом также, исходя из некоторых упрощенных гипотез (см. § 3 гл. VII).

Итак, приведенное рассмотрение геомеханических задач в стационарной постановке дает возможность ответить на ряд важных вопросов, связанных с оценкой напряженного состояния и устойчивости массива. Вместе с тем при решении широкого круга задач стационарная постановка оказывается или очень грубым приближением или вообще недопустимой ввиду изменения нагрузок во времени, отставания деформаций от нагружения, изменения физико-механических свойств пород по ходу процесса и т. д. Если подобные изменения основных факторов, влияющих на протекание процесса, происходят достаточно медленно, то процесс обычно допустимо рассматривать как квазистатический (не учитывая инерционных членов в соответствующих уравнениях), но задачу приходится решать в более общей — нестационарной — постановке. Такими являются, например, задачи, рассматривающие массив горных пород как реологическую систему (см. § 3 гл. II).

Как отмечалось выше, важным аспектом схематизации геомеханических процессов является обоснование их пространственной структуры. Во многих случаях допустимо полагать, что траектории перемещения частиц грунта в процессе деформирования остаются лежащими в одной плоскости, и рассматривать соответственно не объемную, а двумерную — плоскую — деформацию. Более того при изучении уплотнения толщ горных пород под равномерно приложенными или плавно изменяющимися (в пространстве) вертикальными нагрузками деформацию можно рассматривать как одномерную, если размеры площади загружения существенно превышают мощность сжимающейся толщи.

§ 3. ВОПРОСЫ ГЕОФИЛЬТРАЦИОННОЙ СХЕМАТИЗАЦИИ

Геофильтрационная схематизация предопределяет представление закономерностей формирования подземных вод в гидродинамической (фильтрационной) постановке с полной математической формулировкой рассматриваемой задачи. При геофильтрационной схематизации устанавливаются характер протекания процесса во времени (стационарный, нестационарный), пространственная структура потока и математическая модель потока, включающая дифференциальные уравнения, граничные условия и внутреннее строение потока, определяемое распределением геофильтрационных параметров.

Для построения математической модели применяются представления о двух основных режимах фильтрации, разделяемых по проявлениям деформируемости пласта: жестком (несжимаемая жидкость в недеформируемой среде) и упругом (сжимаемая жидкость в деформируемой среде).

Натурные исследования показывают, что закономерности упругого режима фильтрации нередко существенно осложняются неоднородностью (слоистостью) строения водоносных пластов и макроструктурным характером строения пород. Для учета этих факторов используется расчетная схема гетерогенного строения пород с двойной пористостью (емкостью), которая впервые была применена для изучения фильтрации в трещинно-пористой среде [7, 15]. В такой схеме предполагается, что порода состоит из системы слабо проницаемых (пористых) блоков, разделяемых сравнительно равномерно распределенными проницаемыми зонами (трещинами), причем фильтрация происходит главным образом по проницаемым зонам, а блоки содержат основные запасы воды; деформации и изменения емкости блоков происходят в этом случае с некоторым отставанием во времени, определяемым условиями внутреннего водобмена между блоками и проницаемыми зонами.

1. Структура фильтрационного потока

Структура потока определяется характером деформаций гидродинамической сетки, или сетки движения, которая состоит из системы линий равного напора, связывающих точки с одинаковым напором, и линий тока, показывающих направление потока, так что в каждой точке касательная к линии тока определяет направление течения (рис. 25). В изотропных породах линии тока ортогональны к линиям равного напора, поскольку в этом случае направление потока (определенное направлением максимальной скорости фильтрации) будет совпадать с направлением максимального градиента напора.

Самой общей формой потока является пространственный, в котором гидродинамическая сетка деформируется по всем трем пространственным координатам. Анализ пространственных потоков чрезвычайно сложен, а условия, требующие пространственного представления потока, в гидрогеологической практике встречаются сравнительно редко (например, под сооружением и в зоне обходной фильтрации высоких плотин, располагаемых в узких долинах). Поэтому в практических расчетах пространственные потоки рассматриваются как исключение.

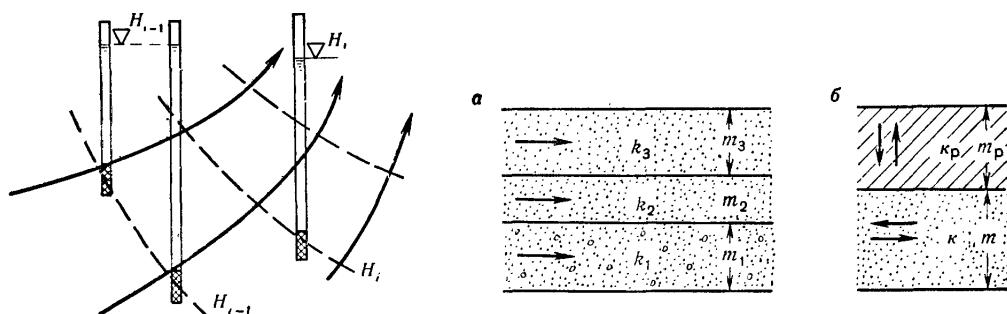


Рис. 25. Элементы сетки движения потока: сплошные — линии тока; пунктируемые — линии равного напора

Рис. 26. Схемы потока в слоистых пластах

a — горизонтальнослоистый поток; *b* — перетекание в слоистых системах

Основными формами потока, широко используемыми в гидрогеологических расчетах, являются плоские потоки в вертикальном сечении (профильные) и в плане (плановые), для которых типична деформация гидродинамической сетки в какой-либо одной плоскости.

В профильных потоках деформации линий тока происходят преимущественно в вертикальной плоскости, а в плане поток имеет плоско-параллельный характер, т. е. в этом случае линии тока в плане направлены практически параллельно друг другу. Примерами профильных потоков являются условия фильтрации в основании плотин среднего напора, расположенных на широких реках, в зонах разгрузки потока по берегам рек, водохранилищ и каналов.

В плановых потоках деформации линий тока происходят в основном в плане, а в вертикальном сечении поток носит плоско-параллельный характер. Такие условия имеют место в потоках большой протяженности, длина которых значительно превышает их мощность, что позволяет пренебрегать изменением напоров по глубине потока. Предпосылка постоянства напоров по вертикали была впервые использована Ж. Дююю [41] и обычно носит его имя.

Для планового потока вместо скорости фильтрации удобно использовать удельный расход q , который представляет собой расход планового потока шириной 1 м. При однородном строении пласта из закона Дарси следует, что

$$q = kmI = TI, \quad (1)$$

где T — проводимость потока, представляющая собой удельный расход потока при единичном градиенте. В однородном по вертикали потоке $T = km$, для планового потока, состоящего из слоев различной проницаемости (рис. 26, *a*),

$$T = k_1 m_1 + k_2 m_2 + \dots, \quad (2)$$

т. е. проводимость слоистого пласта складывается из проводимостей его отдельных слоев.

Наиболее простой структурной формой потока является линейный (одномерный) поток, в котором все линии тока параллельны друг другу. Обычно направление потока совмещается с направлением оси x .

Специфическая структура потока возникает при фильтрации в слоистых системах (рис. 26, б), представленных чередованием хорошо и слабо-проницаемых слоев, существенно различной проницаемости (назовем их соответственно водоносными и разделяющими). Для этих условий эффективной является упрощенная структура фильтрационного потока, основанная на использовании предпосылок перетекания, введенных в геофильтрационные задачи Н. К. Гиринским, Ч. Джейкобом и А. Н. Мятиевым [5, 13, 25]. Согласно предпосылкам перетекания движение в разделяющих слоях рассматривается только в вертикальном направлении, а для водоносных слоев считается справедливой предпосылка Дюпюи о горизонтальном характере фильтрации.

В обосновании первой из предпосылок перетекания (о вертикальном характере фильтрации в разделяющих слоях) можно исходить из того, что при $k_p \ll k$ проводимость слоистой системы практически полностью определяется водоносными слоями, так что в пределах разделяющих слоев горизонтальным движением можно пренебречь. Поскольку погрешность первой предпосылки оценивается соотношением проводимостей $k_p m_p$ и $k m$ разделяющего и водоносного слоя, то при допустимой погрешности 5% эту предпосылку можно принимать при $k_p m_p < 0,05 k m$. При одинаковых мощностях слоев это соответствует условию $k_p < 0,05 k$, приведенному Н. К. Гиринским [5].

В обосновании возможности использования предпосылки Дюпюи в водоносном слое будем исходить из соотношений потерь напора в водоносном и разделяющем слоях, считая поток направленным по вертикали. В этом случае скорости фильтрации v_z в пределах водоносного и разделяющего слоев при падении напоров в них соответственно ΔH и ΔH_p определяются выражениями

$$v_z = k \frac{\Delta H}{m} = k_p \frac{\Delta H_p}{m_p} \quad (3)$$

В первом приближении относительную погрешность пренебрежения вертикальным потоком в водоносном слое можно оценить соотношением напоров $\Delta H / \Delta H_p$, так что при допустимой погрешности ϵ , согласно (3) получим условие

$$\frac{k_p}{k} \cdot \frac{m}{m_p} < \epsilon. \quad (4)$$

Более обстоятельные критерии применимости предпосылок перетекания могут быть получены из сопоставительного анализа типовых задач, решаемых в точной постановке и на основе предпосылок перетекания [20, 24].

2. Границные условия в потоках подземных вод

Основными внешними границами фильтрационных потоков являются контуры водоемов (водохранилищ, рек, каналов и т. п.) и непроницаемые границы, проходящие по кровле водоупорных слоев; в безнапорных потоках верхней границей является их свободная поверхность.

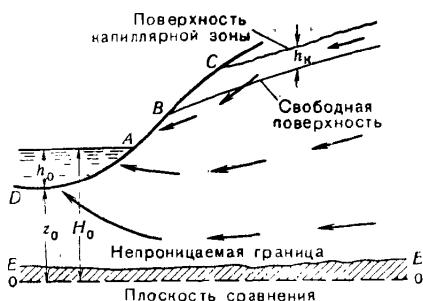


Рис. 27. Границы безнапорного фильтрационного потока

При задании граничного условия на контуре водоема обычно можно считать, что давление воды в водоеме распределяется по гидростатическому закону, как в неподвижном бассейне. Тогда по контуру водоема (рис. 27) напор будет иметь постоянную величину H_0 , складывающуюся согласно (4 гл. III) из глубины бассейна h_0 и ординаты контура бассейна z_0

$$H_0 = h_0 + z_0. \quad (5)$$

Следовательно, по контуру водоема задаются линии равного напора.

Непроницаемые границы являются линиями тока, поэтому вдоль них функция тока имеет постоянное значение, а градиент напора по нормали к этой границе равен нулю.

Неоднородность фильтрационного потока по проницаемости обычно задается дискретным образом, когда поток представляется состоящим из однородных сред различной проницаемости. Такой поток будем называть кусочно-неоднородным или кусочно-однородным по проницаемости.

Свободная поверхность безнапорного потока представляет собой верхнюю границу гравитационной зоны; давление на свободной поверхности равно атмосферному, которое обычно считается нулевым. Тогда из общего выражения (4 гл. III) для напора следует, что на свободной поверхности напор равен ее ординате относительно плоскости сравнения, т. е.

$$H_{\text{сп}} = z_{\text{сп}}. \quad (6)$$

Поток вблизи свободной поверхности существенно осложняется наличием капиллярной зоны, которая имеет переменную по высоте водонасыщенность. При стационарной фильтрации учет наличия капиллярной зоны приближенно осуществляется введением активной высоты капиллярной зоны h_k , которая принимается полностью водонасыщенной. При этом на поверхности капиллярной зоны задается условие:

$$\frac{p}{\gamma} = -h_k \quad \text{и} \quad H = z - h_k. \quad (7)$$

При подходе безнапорного потока к контуру стока, представляющему линию равного напора (см. рис. 27), свободная поверхность выходит на откос в точке B (точка высачивания), расположенной несколько выше точки уреза воды A , образуя участок высачивания, на котором вследствие наличия нулевого (ат-

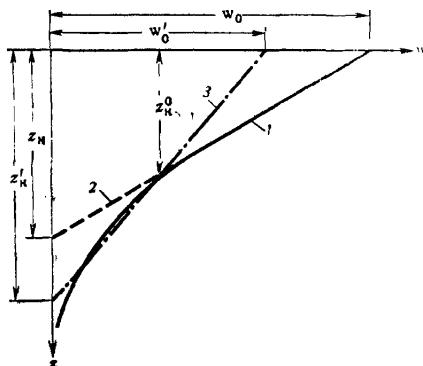


Рис. 28. Типовой график зависимости интенсивности испарения от глубины залегания грунтовых вод z :

1 — график натурных данных, 2 — аппроксимирующие прямые в верхней части графика, 3 — то же, в — нижней

мосферного) давления сохраняется условие (6), причем величина z в данном случае является ординатой поверхности откоса.

Инфильтрационное питание, поступающее на свободную поверхность, характеризуется величиной интенсивности инфильтрации w , которая представляет собой расход инфильтрационного (площадного) питания (или разгрузки), поступающий на единицу площади горизонтального сечения потока.

При близком расположении грунтовых вод к поверхности земли величина w существенно зависит от глубины до грунтовых вод $z_{\text{гв}}$, причем особый интерес эта зависимость представляет для испарения. Характер зависимости w ($z_{\text{гв}}$) исследован еще недостаточно полно [7, 11], однако можно утверждать, что в общем виде эта зависимость существенно нелинейна (рис. 28), причем в зоне интенсивного изменения w ее можно приближенно аппроксимировать линейной зависимостью, которая для условий испарения имеет вид

$$w = -w_0(1 - \bar{z}), \quad \bar{z} = \frac{z_{\text{гв}}}{z_{\text{кр}}}, \quad (8)$$

где $z_{\text{кр}}$ — условная критическая глубина грунтовых вод (на которой $w = 0$), а w_0 — интенсивность испарения на поверхности земли.

Поскольку $z_{\text{гв}} = z_0 - H$, где z_0 — отметка поверхности земли относительно плоскости сравнения, то зависимость (8) можно записать в форме

$$w = w_0 \frac{H - z_0 - z_{\text{кр}}}{z_{\text{кр}}}. \quad (8a)$$

В более общем случае зависимость w ($z_{\text{гв}}$) можно аппроксимировать ломаной линией, состоящей из нескольких прямолинейных участков, как показано на рис. 28, причем для каждого из таких участков будет использоваться зависимость вида (8) с заменой входящих в нее параметров w_0 и $z_{\text{кр}}$.

Для обоснования кинематического граничного условия на свободной поверхности при нестационарной фильтрации составим уравнение баланса трубки тока под свободной поверхностью потока за бесконечно малое время dt , когда свободная поверхность перемещается вдоль линии тока на величину

dS (пренебрегая наличием капиллярной зоны). Объем воды в элементе ленты тока площадью поперечного сечения $\Delta\omega$ и длиной dS будет $\mu\Delta\omega dS$, а балансовое уравнение

$$\mu \Delta\omega dS = v^0 \Delta\omega dt - w \Delta\omega_{xy} dt; \quad v^0 = kI^0, \quad (9)$$

где v^0 и I^0 — скорость фильтрации и градиент напора вдоль линии тока на свободной поверхности, а $\Delta\omega_{xy}$ — горизонтальное сечение площадки $\Delta\omega$. Поскольку $\Delta\omega = \Delta\omega_{xy} \cos\alpha_z$, где α_z — угол между направлением скорости v^0 и вертикалью, получим следующее кинематическое условие:

$$\mu \frac{dS}{dt} = kI^0 + \frac{w}{\cos\alpha_z}, \quad (10)$$

запись которого через компоненты скорости фильтрации приведена, например, в работах [7, 8, 31].

В частности, при отсутствии инфильтрации условие (10) принимает вид

$$\mu \frac{dS}{dt} = kI^0. \quad (11)$$

Заметим, что влияние капиллярной зоны может существенно осложнить кинематическое условие на свободной поверхности, предопределяя изменение расчетного значения коэффициента гравитационной емкости μ во времени [22].

§ 4. ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ СВОЙСТВ ГОРНЫХ ПОРОД

Изменчивость свойств горных пород, их неоднородное распределение в пространстве — одна из основных особенностей, свойственных любому геологическому объекту. На формирование гидрогеомеханических свойств пород и их пространственную изменчивость существенно влияют условия образования, переноса и разрушения горной породы, палеогеографические и тектонические особенности территории, физико-химические условия среды, климатические особенности и т. д.

Принято различать два типа пространственной изменчивости свойств (неоднородности) горных пород: упорядоченную (закономерную) и хаотическую (невзакономерную). Упорядоченная неоднородность может быть двух видов. В первом случае в пределах изучаемого массива горных пород выделяется ряд зон значительных размеров, в которых параметры существенно различаются. Этот вид неоднородности обусловлен наличием литолого-фацальных границ, тектонических нарушений, разной интенсивностью эзогенных процессов. Примером такого типа неоднородности является установленное во многих районах изменение фильтрационных свойств трещиноватых горных пород в долинах рек и на водоразделах (например, мергельно-меловой водоносный горизонт в долине р. Сев. Донца). Второй вид упорядоченной неоднородности — постепенное (по какому-либо закону) изменение свойств горных пород в определенном направлении. Примером такого рода неоднородности является монотонное затухание трещиноватости с глубиной, изменение коэффициента фильтрации аллювиальных отложений долин горных рек по направлению от истоков реки до ее устья.

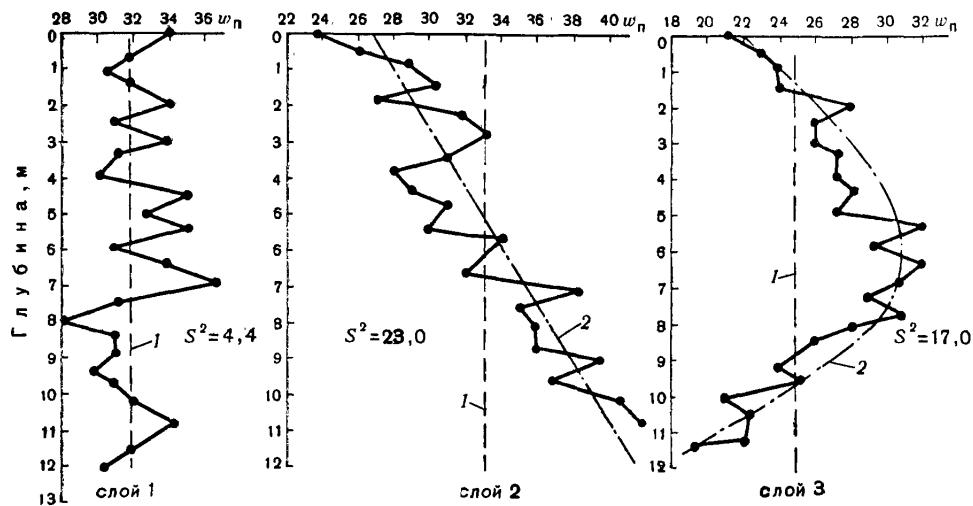


Рис. 29. Данные изменчивости числа пластичности w_p неогеновой глины по глубине массива [19]

1 — среднее значение; 2 — закономерное изменение по глубине

В отличие от закономерной неоднородности при хаотической неоднородности не наблюдается какой-либо закономерности в распределении параметров внутри отдельных зон.

Г. К. Бондарик [1] предлагает выделять два основных типа (режима) изменчивости свойств горных пород: стационарный и нестационарный. Под стационарным понимается такой режим изменчивости, когда показатели варьируют около некоторого постоянного числа и изменение свойств не зависит от координат точек опробования. При нестационарном режиме отмечаются закономерные изменения параметров в зависимости от координат точек опробования. Характер изменения параметров при стационарном и нестационарном режимах приведен на рис. 29. Отметим, что стационарный и нестационарный режимы изменчивости по существу эквивалентны хаотической и закономерной неоднородности.

На практике изучение гидрогеомеханических параметров горных пород проводится лабораторными или полевыми методами. Ряд параметров (пористость, влажность, пластичность и др.), как правило, определяются лабораторными методами по результатам анализов проб, отобранных в разных точках исследуемого массива горных пород. Некоторые другие параметры (коэффициенты фильтрации, пьезопроводности) определяются по данным опытно-фильтрационных исследований, в которых область возмущения может достигать существенных размеров. В этом случае в результате расчетов получаются значения параметров, усредненно характеризующие всю область опытного возмущения. Поэтому в конкретных условиях всегда наблюдается разброс значений гидрогеомеханических параметров, который определяется не только изменчивостью свойств горных пород, но также условиями отбора проб породы,

характером размещения точек опробования, технологией и методикой анализа проб, методикой проведения и обработки данных опытно-фильтрационных исследований. Вместе с тем и само понятие «изменчивости» (неоднородности) при изучении некоторых параметров будет являться величиной относительной, поскольку в зависимости от соотношения размеров элементов неоднородности и области возмущения один и тот же участок может рассматриваться и как однородный (когда размеры элемента неоднородности больше размеров области возмущения), и как неоднородный (когда размеры элемента неоднородности меньше размеров области возмущения) [16, 17]. В связи с этим при изучении изменчивости свойств горных пород следует учитывать возможные методические и метрологические ошибки в определении гидрогеомеханических параметров, проводя их оценку с помощью методов математической статистики, а также учитывать соотношение размеров элементов неоднородности и области возмущения (опробования).

Характер изменчивости свойств горных пород по площади и степень неоднородности гидрогеомеханических параметров определяются прежде всего геолого-литологическим строением. Например, коэффициенты фильтрации трещиноватых кристаллических пород меняются в значительно больших пределах, чем коэффициенты фильтрации морских песчаных отложений. В связи с этим с практической точки зрения очень важной является типизация горных пород по степени неоднородности различных свойств, так как именно степень неоднородности будет определять достоверность принимаемых расчетных параметров и необходимый объем работ для оценки этих параметров.

При хаотическом (стационарном) виде изменчивости данные гидрогеомеханических опробований можно рассматривать как выборку случайных показателей параметров из генеральной совокупности. В этом варианте для оценки степени изменчивости может быть использован аппарат математической статистики случайных величин. Использование этого аппарата предполагает, что значение параметра, полученного в данной точке, условно распространяется на область, определяемую шагом опробования массива горных пород или водоносного горизонта.

Как известно, статистическая совокупность характеризуется рядом числовых параметров, из которых для оценки меры рассеивания основными являются дисперсия, среднеквадратичное отклонение, коэффициент вариации [3, 4, 10]. Для определения некоторых из этих показателей, как и для установления величины среднего значения исследуемой случайной величины необходимо знать закон распределения — соотношение, устанавливающее зависимость между значениями случайных величин и их вероятностями.

Важнейшим видом закона распределения является нормальный; функция, описывающая подобные кривые, была найдена Гауссом и носит его имя [3, 4]. Нормальному закону подчиняются распределения тех показателей, при определении которых возникает очень большое число мелких неконтролируемых погрешностей, имеющих различный знак и малую дисперсию.

Нередко на практике кривые распределения имеют асимметричный характер и могут быть аппроксимированы логнормальным законом распределения, когда в качестве случайной величины рассматривается не сам параметр, а его

логарифм, что во многих случаях позволяет свести асимметричное распределение к симметричному.

В математической статистике существует ряд критериев (Пирсона, Колмогорова) и графоаналитические методы [3, 4, 10], позволяющие устанавливать непротиворечивость опытных данных тому или иному закону распределения.

Если наблюдается нестационарный тип изменчивости, то следует использовать пространственно-статистическую модель, которая рассматривает значение показателя в каждой точке как сумму двух независимых составляющих — закономерной и случайной, т. е. для любого показателя можно записать выражение

$$u = u_{\text{зак}}(x, y, z) + u_{\text{сл}}, \quad (12)$$

где $u_{\text{зак}}$ и $u_{\text{сл}}$ — закономерная и случайная составляющие распределения показателя [1, 3].

В статистике любая упорядоченная числовая последовательность, отличающаяся от случайной, рассматривается как имеющая тренд, так что изменения закономерной составляющей характеризуется ее трендом. Закономерная составляющая обычно принадлежит к классу кусочно-непрерывных функций, т. е. таких, которые непрерывны везде, кроме поверхностей раздела (поверхности наращивания, разрывные нарушения, трещины). Принятый вид аппроксимации какого-либо показателя будет считаться удовлетворительным, если последовательность отклонений вычисленных значений показателя от фактически полученных будет представлять собой последовательность независимых случайных величин. Проверка может быть осуществлена с помощью статистических критериев: числа серий, скачков, инверсий ранговой корреляции Спирмена [3, 10]. Надежность установления функциональной зависимости для закономерной составляющей может быть наглядно определена по характеру вариационной кривой плотности вероятности модулей отклонений вычисленных значений от фактически наблюденных. Увеличение надежности установления функциональной зависимости сопровождается сдвигом максимума кривой в сторону меньших значений отклонений, увеличением кривизны ветвей, ростом максимума кривой.

Оценку пространственной изменчивости горных пород можно получить также при использовании модели, опирающейся на аппарат теории случайных функций и полей [1].

Имеющийся фактический материал показывает, что распределение показателей, характеризующих водно-физические свойства пород (объемный вес, коэффициент пористости, влажность, предел plasticности) для генетически и литологически однородных толщ горных пород со стационарным типом изменчивости обычно хорошо описываются нормальным законом распределения при большом объеме выборки (не менее 50 определений).

Механический состав глинистых отложений может не противоречить как нормальному, так и логнормальному закону распределения в зависимости от условий осадкообразования [1, 19].

Коэффициент сжимаемости пород a_c , как и коэффициент пористости, обычно подчиняется нормальному закону распределения; вместе с тем относительное

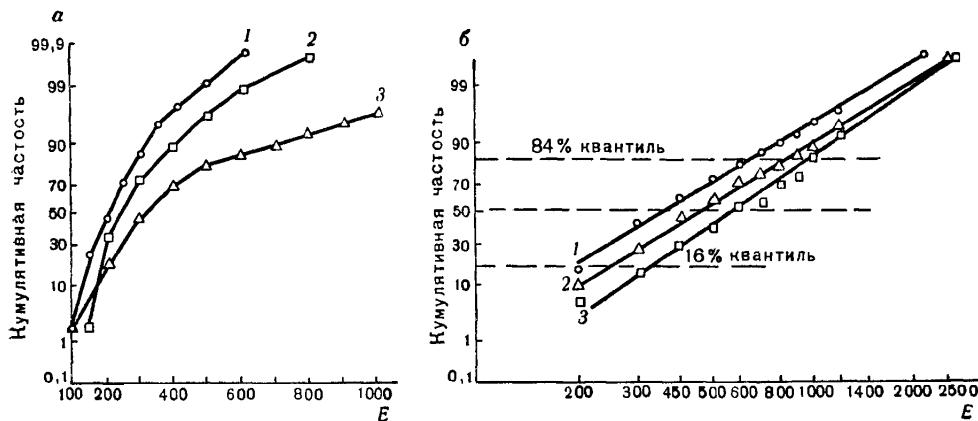


Рис. 30. Кумулятивные графики модуля деформации неогеновой глины
а — обычный масштаб: 1 — слой Q_{II} , 2 — слой Q_{I-II} , 3 — слой N_2 , $p = 10 \text{ кгс}/\text{см}^2$; б — логарифмический масштаб для слоя N_2 : 1 — $p = 6 \text{ кгс}/\text{см}^2$, 2 — $p = 8 \text{ кгс}/\text{см}^2$, 3 — $p = 10 \text{ кгс}/\text{см}^2$

сжатие (компрессионный модуль деформации), как правило, не противоречит логнормальному распределению (рис. 30).

Непротиворечивость как нормальному, так и логнормальному закону наблюдается для параметров, характеризующих структурную прочность грунтов (угол внутреннего трения ρ и сцепление c). Закон распределения определяется здесь главным образом структурой исследуемого грунта, а также условиями проведения опыта [19]. В случае быстрого сдвига, когда нормальное сжимающее усилие не успело повлечь за собой изменение структурного сложения грунта, величины $\operatorname{tg} \rho$ и c наиболее часто подчиняются нормальному закону распределения. При медленном сдвиге в большей степени проявляется влияние неоднородности и изменение структурного сложения грунта; кривые

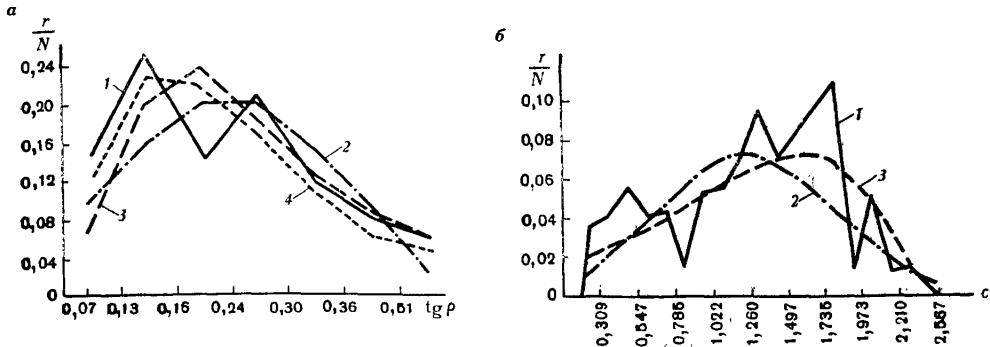


Рис. 31. Кривые распределения плотности вероятности для параметров сопротивления сдвигу (а — для ρ , б — для c) неогеновой глины [19]
1 — экспериментальные данные, 2 — нормальный закон Гаусса, 3 — логнормальный закон, 4 — гамма распределение

Таблица 1

Литологический состав	Преобладающее значение $\sigma_{lg T}$
Песок	0,05–0,20
Гравийно-галечниковые отложения	0,20–0,40
Мергельно-меловые отложения	0,20–0,40
Трещинные и трещинно-карстовые известняки	0,20–0,80
Трещинные некарбонатные коллекторы	0,40–1,30

плотности вероятности приобретают асимметричное строение, причем для грунтов одной литологической разности величины $tg \rho$ и c имеют показатели асимметрии разных знаков и хорошо аппроксимируются логнормальным законом распределения (рис. 31).

Результаты исследований распределений коэффициентов фильтрации (или проводимости) различных водоносных горизонтов показали, что распределение этих параметров чаще всего не противоречит логнормальному закону, хотя в ряде случаев наблюдался и нормальный закон распределения [17]. Анализ полученных материалов позволяет предложить в качестве классификационного показателя степени однородности водовмещающих пород величину среднеквадратичного отклонения логарифма водопроводимости ($\sigma_{lg T}$). Несмотря на то, что общий диапазон изменения среднеквадратичного отклонения достаточно велик (от 0,05 до 1,3), пределы изменения $\sigma_{lg T}$ для отдельных литологических разностей значительно сужаются. Преобладающие значения среднеквадратичного отклонения для различных типов горных пород приведены в табл. 1.

Из табл. 1 видно, что наиболее однородными являются пески, далее идут гравийно-галечниковые, мергельно-меловые отложения и, наконец, нетрещиноватые карбонатные коллекторы. Несколько особое положение занимают известняки, в которых на общую фоновую мелкую трещиноватость в пределах отдельных участков накладываются процессы карстообразования, формирующие резкую изменчивость фильтрационных свойств, что обусловливает здесь увеличение диапазона изменения среднеквадратичного отклонения.

В связи с тем, что в ряде случаев распределение водопроводимости не противоречит нормальному (а не логнормальному) закону [17], целесообразно в качестве критерия неоднородности фильтрационных свойств использовать коэффициент вариации $W \%$, который является более универсальным показателем, так как не зависит от типа распределения.

В табл. 2 приведена предлагаемая в работе [2] классификация водоносных горизонтов по степени неоднородности фильтрационных свойств водовмещающих пород.

Вероятностно-статистическое описание изменчивости свойств горных пород является основой для количественного анализа качественных закономерностей их неоднородности. Вместе с тем представляется возможным решение на этой

Таблица 2

Степень неоднородности	Диапазон показателей	
	$\sigma_{lg T}$	w, %
Однородные	$<0,2$	<40
Неоднородные	$0,2-0,4$	$40-80$
Весьма неоднородные	$0,4-0,75$	$80-150$
Крайне неоднородные	$>0,75$	>150

основе таких специальных задач, как выбор расчетных гидрогеомеханических показателей (параметров) применительно к различным гидрогеологическим и инженерно-геологическим задачам, обоснование необходимых объемов и методики гидрогеомеханических исследований с целью определения расчетных параметров для последующего их использования при прогнозных расчетах, реконструкция условий диагенеза горных пород по известному характеру и степени изменчивости их свойств. Решение этих задач пока находится в стадии начальных исследований [1, 2, 16]. Сложность таких исследований обусловлена также тем, что на выбор расчетных параметров кроме характера неоднородности существенно влияет инженерная постановка решаемой задачи, размеры зоны эксплуатационного воздействия, условия на границах водоносных сред и ряд других факторов. Поэтому вопросы выбора расчетных параметров, а следовательно, и определения необходимых объемов и методики работ могут решаться только применительно к конкретной инженерной задаче [1, 2, 16].

Важно также подчеркнуть ограниченные возможности обоснования расчетных параметров только на базе лабораторных опытов и необходимость проведения с этой целью натурных экспериментов. В частности, результаты лабораторных испытаний, как правило, не могут являться достаточным основанием даже для надежной оценки степени пространственной изменчивости свойств горных пород. Например, если лабораторные эксперименты дали заниженные значения определяемого показателя, то согласно известным положениям теории вероятности [4] дисперсия этого показателя окажется также заниженной; иначе говоря, изучаемый массив будет представляться в этом случае гораздо более однородным.

Глава V

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЯ ГИДРОГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Гносеологическое понятие «моделирование» с философской точки зрения трактуется как любая образная форма мышления [18]. Однако для изучения материальных процессов это понятие удобнее ограничивать условием использования материальных моделей, обладающих физическим и математическим подобием.

Моделирование играет очень большую роль в гидрогеомеханических исследованиях, позволяя наиболее полно учесть сложность природной обстановки. Особенно это относится к моделированию фильтрации, которое получило широкое распространение не только при методических исследованиях, но и для решения практических задач.

§ 1. ТЕОРИЯ РАЗМЕРНОСТЕЙ И ПОДОБИЯ

1. Понятие о теории размерностей

Величины, численное значение которых зависит от системы единиц измерения, называются размерными, в то время как безразмерные величины не зависят от изменения принятых масштабов.

Обычно закономерности процессов наилучшим образом представляются в безразмерной форме, для обоснования которой используется л-теорема Букингема [2, 14]. Согласно этой теореме зависимость между n размерными величинами может быть выражена в форме, связывающей $n - k$ безразмерных комбинаций размерных величин, где k — число независимых размерностей.

В частности, если число основных единиц измерения равно числу независимых параметров (a_1, a_2, \dots, a_n), определяющих искомую величину a , то на основании теории размерностей такая зависимость с точностью до постоянного множителя может быть представлена в виде

$$a = C a_1^{\xi_1} \cdot a_2^{\xi_2} \cdots \cdot a_n^{\xi_n}, \quad (1)$$

причем безразмерный множитель C устанавливается либо теоретически, либо экспериментально, а показатели степеней $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ находятся из условия равенства размерностей правой и левой частей уравнения.

В физической системе единиц за основные обычно принимаются единицы длины, времени и массы, обозначаемые соответственно символами L , T и M . В дальнейшем для обозначения размерности какой-либо величины x будем пользоваться введенным Макевеллом символом $[x]$ (например, размерность скорости $[v] = L \cdot T^{-1}$).

Можно показать [14], что формулы размерности всех физических величин имеют вид степенного многочлена вида

$$L^{\xi_1} T^{\xi_2} M^{\xi_3}. \quad (1a)$$

В качестве примера рассмотрим применение теории размерностей для анализа закономерностей стационарного течения жидкости в круглой трубе постоянного диаметра d .

Прежде всего найдем структуру формулы критической скорости v_{kp} , обозначающей границу перехода от ламинарного режима к турбулентному. Кроме диаметра трубы на характер течения должны влиять гидродинамические параметры жидкости: плотность ρ и коэффициент вязкости η . Таким образом, должна иметь место зависимость

$$v_{kp} = f(d, \eta, \rho), \quad (2)$$

причем

$$[d] = L; \quad [\eta] = \frac{M}{LT}; \quad [\rho] = \frac{M}{L^3}. \quad (2a)$$

Поскольку число параметров равно числу единиц измерения, то согласно (1) зависимость (2) представляется в форме

$$v_{kp} = C \rho^{\xi_1} \cdot \eta^{\xi_2} \cdot d^{\xi_3}. \quad (3)$$

Показатели ξ_1 , ξ_2 и ξ_3 определим из условия, что правая и левая части уравнения (3) должны иметь одинаковую размерность:

$$\frac{L}{T} = \left(\frac{M}{L^3} \right)^{\xi_1} \left(\frac{M}{LT} \right)^{\xi_2} L^{\xi_3}, \quad (4)$$

а приравнивая степени для размерностей M , L и T , получаем

$$\xi_1 + \xi_2 = 0, \quad -3\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 = 1, \quad \xi_2 = 1, \quad (5)$$

откуда находим $\xi_2 = 1$, $\xi_1 = -1$, $\xi_3 = -1$, так что зависимость (3) принимает вид

$$v_{kp} = C \frac{\eta}{\rho d} = C \frac{v}{d} \quad (6)$$

где v — кинематический коэффициент вязкости.

Вводя далее безразмерное число Рейнольдса

$$Re = \frac{v \cdot d}{v} \quad (7)$$

получим критерий (6) в форме критического числа Рейнольдса

$$Re_{kp} = \frac{v_{kp} d}{v} \quad (8)$$

Экспериментально показано, что для гладких труб $Re_{kp} = 2000—2500$ [11, 14].

Рассмотрим теперь закономерности, определяющие потери напора в трубах при стационарном течении.

Отнеси градиент напора I к безразмерной комбинации v^2/gd , получим величину

$$\psi = \frac{g d I}{v^2}, \quad (9)$$

которая называется коэффициентом сопротивления. Поскольку кинематика потока определяется безразмерным числом Рейнольдса (7), то закон движения потока в трубе, связывающий потери напора (энергии) с расходом (скоростью) потока, сводится к построению функциональной зависимости ψ от Re . Экспериментальные данные, построенные в форме такой зависимости, показывают [14, 15], что эта зависимость одинакова для воды и воздуха, т. е. инвариантна относительно свойств флюида, причем функция ψ (Re) имеет две ветви, соответствующие ламинарному и турбулентному режимам течения, между которыми имеется переходная область.

2. Физическое и математическое подобие

Приведем определение признаков подобия явлений по Л. И. Седову: «два явления подобны, если по заданным характеристикам одного можно получить аналогичные характеристики другого простым пересчетом, который аналогичен переходу от одной системы единиц измерения к другой системе» [14]. Такой пересчет осуществляется умножением характеристик подобных систем на «переходные масштабы», или «масштабные коэффициенты», которые далее будут обозначаться буквой a с индексом, обозначающим масштабируемую величину.

Теория подобия является основой моделирования, при котором исследуемый натурный процесс заменяется подобным (аналогичным) модельным процессом, реализуемым на модели большего или меньшего масштаба. Обычно подобие обосновывается в его наиболее полном виде, когда доказывается тождественность дифференциальных уравнений и краевых условий натурных и модельных процессов. Можно использовать и другой путь доказательства подобия процессов, исходящий из того, что в подобных процессах все безразмерные комбинации их характеристик должны быть одинаковыми. Система всех независимых безразмерных комбинаций характеристик процесса составляет базу процесса. Следовательно, для доказательства подобия процессов необходимым и достаточным является постоянство численных значений безразмерных комбинаций, образующих базу; такие комбинации носят название критерии подобия.

Физическое подобие предусматривает сопоставление двух одинаковых физических процессов при различных геометрических характеристиках, т. е. физическое подобие основывается на геометрическом подобии одинаковых физических процессов. При соблюдении геометрического подобия все размеры подобных геометрических фигур получаются умножением на линейный масштаб a_l , определяемый обычно при моделировании как отношение натурных размеров к модельным.

Физическое моделирование фильтрации осуществляется на фильтрационном лотке; близкой к нему гидравлической моделью является щелевой лоток, использующий вязко-жидкостную аналогию (см. § 2).

Физическое моделирование геомеханических процессов осуществляется на центробежных моделях и на моделях из эквивалентных материалов; близкими к физическому моделированию являются оптические модели (см. § 3).

Математическое подобие (аналогия) устанавливается между различными физическими процессами и требует достижения тождественности математических зависимостей, описывающих эти процессы, после умножения входящих в них величин на масштабные коэффициенты. В таких аналогичных процессах кроме геометрического подобия соблюдаются условия динамического (энергетического, силового) подобия, связывающего силовые (энергетические) характеристики, кинематического подобия, связывающего характеристики количества потока, и подобия строения сред, связывающего параметры их сопротивления и емкости.

Математическое подобие играет основную роль в моделировании механических (в том числе, гидрогеомеханических) процессов.

При математическом моделировании обычно используются аналогии между потенциальными полями, в которых количество потока, проходящего через любую площадь попечного сечения ω , пропорционально градиенту некоторой потенциальной величины, характеризующей энергию потока. Примеры таких аналогий приведены в табл. 3.

Из методов математического моделирования наиболее важное значение имеет метод электрогидродинамической аналогии (ЭГДА), который является основным для решения практических и методических задач фильтрации (см. § 3); существуют примеры использования электрических моделей и для моделирования напряженного состояния массивов горных пород (см. § 4).

Таблица 3

Наименование потока	Характеристика количества потока	Характеристика энергии потока	Характеристика среды	Основной закон движения (автор)
Фильтрационный	Расход Q	Напор H	Коэффициент фильтрации k	$Q = -k \omega \operatorname{grad} H$ (Дарси)
Электрический	Сила тока I_s	Потенциал U	Удельное сопротивление ρ_s	$I_s = -\frac{1}{\rho_s} \omega \operatorname{grad} U$ (Ом)
Тепловой	Расход тепла Q_t	Температура T	Коэффициент теплопередачи λ	$Q_t = -\lambda \omega \operatorname{grad} T$ (Фурье)
Диффузионный	Расход диффузионного потока солей Q_d	Концентрация солей c	Коэффициент диффузии D	$Q_d = -D \omega \operatorname{grad} c$ (Фик)

В отдельных случаях для моделирования фильтрации используются и другие математические аналогии. Например, для качественного изучения фильтрации под гидросооружениями применялась магнитогидродинамическая аналогия [2, 19], для изучения взаимодействия скважин в плановом потоке мембранный аналогия [2, 19], для решения нестационарных задач нефтяной подземной гидравлики — теплогидродинамическая аналогия [3]; однако эти методы имеют довольно частный характер и в дальнейшем рассматриваться не будут.

Следует отметить, что математические аналогии представляют интерес не только с практической, но и с научно-философской точки зрения. Так, приведя слова Л. Больцмана: «теми же самыми уравнениями можно решать вопросы гидродинамики и выражать теорию потенциала», В. И. Ленин развивает это положение в более общий философский вывод: «Единство природы обнаруживается в «поразительной аналогичности» дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений» (Собр. соч., изд. 4-е, т. 14, стр. 276).

§ 2. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПОТОКА

1. Фильтрационный поток

На фильтрационном лотке из пористого материала (обычно кварцевого песка) создается геометрически подобная модель фильтрационного потока, снабженная устройствами для задания граничных условий и для измерения напоров (давлений) внутри модели.

Применительно к условиям гравитационной фильтрации в зоне полного насыщения перспективно использование фильтрационных лотков для моделирования безнапорных плоских и пространственных потоков. Обоснуем условия подобия для фильтрационных моделей безнапорных потоков кусочно-однородного строения при жестком режиме фильтрации, для чего необходимо доказать тождественный характер уравнений движения и неразрывности потоков при введении масштабных соотношений между аналогичными по смыслу величинами.

Уравнения движения для натурного и модельного потоков в данном случае имеют одинаковую форму закона Дарси (20 гл. III), причем для модельного потока

$$Q_m = k_m \omega_m \frac{\Delta H_m}{l_m}, \quad (10)$$

где индексами m обозначены модельные величины.

Введем масштабные коэффициенты, связывающие идентичные натурные и модельные величины: масштаб расходов $\alpha_Q = Q/Q_m$, масштаб коэффициентов фильтрации $\alpha_k = k/k_m$, линейный масштаб $\alpha_l = l/l_m$. Выражая натурные величины через модельные и учитывая, что $\omega = \alpha_l^2 \omega_m$ и $\Delta H = \alpha_l \Delta H_m$, приведем выражение закона фильтрации (20 гл. III) для натурного потока к виду

$$\alpha_Q Q_m = \alpha_k k_m \alpha_l^2 \omega_m \frac{\alpha_l \Delta H_m}{\alpha_l l_m}. \quad (10a)$$

Соотношение (10a) тождественно переходит в выражение закона Дарси (10) для модельного потока при следующем условии для масштаба расхода:

$$\alpha_Q = \alpha_k \alpha_l^2, \quad (11)$$

которое представляет собой первый критерий подобия.

Нетрудно показать, что уравнения неразрывности внутри фильтрационного потока для натуры и модели выполняются автоматически. Особого рассмотрения требует только кинематическое условие (10 гл. IV) на свободной поверхности безнапорного потока. Вводя масштабы времени $\alpha_t = t/t_m$ и коэффициента емкости $\alpha_\mu = \mu/\mu_m$, можно видеть, что уравнение (10 гл. IV) становится инвариантным для натуры и для модели, если масштаб времени будет удовлетворять следующему соотношению:

$$\alpha_t = \frac{\alpha_\mu \alpha_l}{\alpha_k}, \quad (12)$$

которое представляет собой второй критерий подобия.

На фильтрационном лотке следует обращать внимание на влияние капиллярной зоны. При масштабном моделировании капиллярной зоны в первом приближении можно исходить из того, что ее высота обратно пропорциональна диаметру зерен грунта. (Более обстоятельно подобие микроструктур пористых сред рассмотрено В. Н. Николаевским [13]). Соответственно масштаб зерен грунта должен быть в этом случае задан обратно пропорциональным линейному масштабу α_l . Вместе с тем обязательным, конечно, является выполнение линейного закона фильтрации во всей области движения на лотке, для чего надо показать, что максимальная скорость фильтрации на модели не превышает критического значения v_{kp} , подсчитанного для материала модели по формуле (34 гл. III).

Совместное удовлетворение всем сформулированным выше условиям нередко оказывается весьма затруднительным [13], так что фильтрационные модели далеко не всегда имеют корректный характер. Некоторого расширения возможностей задания масштабных соотношений на фильтрационном лотке можно, по-видимому, достигнуть, если применить жидкости со специально подобранными гидродинамическими свойствами [3].

Кроме того, моделирование на фильтрационных лотках имеет ряд технических недостатков: громоздкость, трудоемкость изготовления моделей, нерегулируемая фильтрационная неоднородность модели, которая может усиливаться

влиянием защемленного воздуха, практическая невозможность осуществления моделей с заданной фильтрационной неоднородностью.

Принципиальным достоинством фильтрационного лотка является возможность непосредственного изучения природы фильтрационных процессов, позволяющая вести моделирование в случаях, когда остается неясным математическое описание процесса (например, при фильтрации многофазной жидкости, при неполном насыщении пористой среды, при физико-химических взаимодействиях жидкости с пористой средой, при проявлениях фильтрационных деформаций и т. п.). Поэтому моделирование на фильтрационном лотке может быть целесообразно при методических исследованиях сложных в физико-математическом отношении фильтрационных процессов; в отдельных случаях можно использовать фильтрационный поток для моделирования пространственной безнапорной фильтрации.

2. Щелевой лоток

В щелевом лотке фильтрационный поток моделируется ламинарным течением вязкой жидкости в тонкой щели; в зарубежной литературе щелевой лоток нередко называют «вязко-жидкостной моделью Хеле-Шоу» [2, 19]. Для решения фильтрационных задач щелевой лоток впервые был применен Е. А. Замариным [7].

Щелевой лоток использовался для изучения нестационарных фильтрационных потоков при колебаниях уровней на их границах, для исследований кинематики неуставновившегося потока, для изучения движения границы раздела фильтрующихся жидкостей, для изучения фильтрации к скважинам [2, 13, 19].

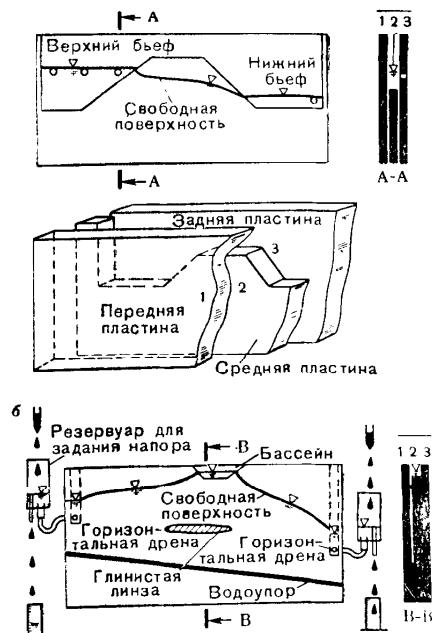


Рис. 32. Щелевой лоток (модель Хеле-Шоу):

а — модель фильтрации через земляную плотину, б — то же, из канала в дрене

Щелевой лоток в своей основе состоит из двух стенок (пластин), щель между которыми регулируется специальным вкладышем (средняя плата на рис. 32). При сравнительно небольших размерах лотка такой конструкции (хотя бы в одном направлении, например, по высоте) и использовании для стенок толстого плексигласа точность задания щели таким путем оказывается довольно хорошей. Однако при сравнительно большой высоте лотка погрешность задания щели толщиной 1–2 мм может оказаться больше допустимой. Для более точного задания толщины щели конструкцию щелевого лотка усложняют. Например, в щелевом лотке конструкции ВНИИГ [13] одна стена сделана из массивной литой металлической плиты, а вторая — из толстого полированного стекла. При этом лоток настолько утягивается, что для его монтажа необходим специальный монтажный кран.

В качестве рабочей жидкости в щелевом лотке чаще всего применяют глицерин, который имеет

кинематическую вязкость порядка $5-10 \text{ см}^2/\text{s}$. Существуют предложения по использованию более вязких жидкостей, например винипола $\nu \cong 100 \text{ см}^2/\text{s}$ [8] или патоки [19], что позволяет перейти к большей толщине щели (порядка 1 см), обеспечивающей требуемую точность ее задания. Недостатки этого предложения сводятся к заметным прилипанием вязкой жидкости к стенкам и гораздо более резкой зависимостью ее вязкости от температуры.

Основы теории моделирования на щелевом лотке были разработаны В. И. Аравинным [1, 13], которым выведены масштабные соотношения применительно к течению в щелевом лотке.

Из анализа ламинарного потока в плоской щели толщиной δ следует, что расход потока $q_{\text{щ}}$ в элементе щели высотой $m_{\text{щ}}$ и средняя скорость движения жидкости в щели $v_{\text{щ}}$ связаны с градиентом напора I соотношениями

$$q_{\text{щ}} = \frac{g}{\nu} \cdot \frac{\delta^3}{12} m_{\text{щ}} I; \quad v_{\text{щ}} = \frac{g}{\nu} \cdot \frac{\delta^2}{12} I, \quad (13)$$

которые формально идентичны закону Дарси для фильтрационного потока (22 гл. III), причем проницаемость щели (аналог коэффициента фильтрации) $k_{\text{щ}}$ выражается формулой

$$k_{\text{щ}} = \frac{\delta^2}{12} \cdot \frac{g}{\nu}. \quad (14)$$

Таким образом, при моделировании неоднородного по проницаемости фильтрационного потока для сохранения одинакового масштаба расходов ширины щели в зонах различной проницаемости должны быть пропорциональными кубическому корню из коэффициента фильтрации этой зоны фильтрационного потока.

При моделировании нестационарной фильтрации должно, кроме того, удовлетворяться масштабное соотношение (12), в котором следует принять $\mu_m = 1$ (если не учитывать прилипания жидкости к стенкам щели). С этой позиции для выдерживания постоянства масштаба скоростей толщина щели должна быть пропорциональна корню квадратному из коэффициента фильтрации. Таким образом, для неоднородного фильтрационного потока условия подобия потоков и кинематики свободной поверхности оказываются несовместимыми. Вследствие этого на щелевых лотках моделирование нестационарной фильтрации для неоднородных водоносных пластов принципиально возможно только в случаях, когда кривая депрессии располагается в пределах одного слоя.

Более широкие возможности моделирования нестационарной фильтрации, в том числе с учетом упругой емкости пород, дают комбинированные щелевые модели, в которых к щелевой модели дискретно подсоединяются трубы емкостей, причем на таких моделях могут решаться как профильные, так и плановые задачи [2, стр. 360—368; 19].

Перед проведением моделирования щелевой лоток должен быть тщательно откалиброван, причем особого внимания требует контроль за проницаемостью щели, которую, как правило, следует проверять путем решения на модели тестовых задач.

В силу ряда методических и технических сложностей щелевой лоток не имеет широкого распространения. Его целесообразно использовать для решения отдельных методических задач, в частности, при изучении безнапорных потоков, взаимодействия соленых и пресных вод.

§ 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ПО МЕТОДУ ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ АНАЛОГИИ

1. Основы метода электрогоидродинамической аналогии (ЭГДА)

Использование электрических моделей началось с работ Кирхгофа и Адамса [9, стр. 188]. Для решения фильтрационных задач метод ЭГДА был предложен Н. Н. Павловским [11, 13]; удобства и достаточная точность этого метода моделирования обусловили в дальнейшем его широкое распространение для решения большого круга фильтрационных задач.

Основные положения электрогоидродинамической аналогии можно показать, сопоставляя законы движения для фильтрационного потока и электрического поля. Запишем выражение закона Дарси для одномерного фильтрационного потока площадью поперечного сечения ω и длиной Δl и закон Ома для аналогичного элемента электрического поля площадью ω_m и длиной Δl_m :

$$Q = k\omega \frac{\Delta H}{\Delta l} \quad (a), \quad I = \frac{1}{\rho_s} \omega_m \frac{\Delta U}{\Delta l_m} \quad (b), \quad (15)$$

где ΔU — падение потенциала на электрической модели, соответствующее падению напоров ΔH фильтрационного потока.

Идентичная запись этих законов очевидна. В них соответствуют: размеры потока и модели, физические характеристики — коэффициент фильтрации k и удельная проводимость $c_s = \frac{1}{\rho_s}$, силовые характеристики ΔH и ΔU , характеристики интенсивности потоков Q и I .

Для доказательства подобия процессов необходимо обосновать возможность перехода от характеристик одного процесса к аналогичным характеристикам другого введением постоянных масштабных соотношений между аналогичными величинами: масштаб расходов $\alpha_Q = Q/I$ (условие кинематического подобия), масштаб проницаемости $\alpha_k = k/c_s = k\rho_s$ (условие подобия физических параметров), α_l — линейный масштаб модели — отношение размеров потока в натуре и на модели (условие геометрического подобия), $\alpha_H = \Delta H/\Delta U$ — масштаб напоров (условие динамического подобия).

Для доказательства условий подобия заменим характеристики фильтрационного потока на аналогичные характеристики электрического поля через масштабные коэффициенты. Поскольку $Q = \alpha_Q I$, $k = \alpha_k \frac{1}{\rho_s}$, $l = \alpha_l l_m$, $\omega = \alpha_l^2 \omega_m$, $\Delta H = \alpha_H \cdot \Delta U$, то из (15a) получим

$$\alpha_Q I = \alpha_k \frac{1}{\rho_s} \alpha_l^2 \omega_m \frac{\alpha_H}{\alpha_l} \cdot \frac{\Delta U}{\Delta l_m}. \quad (16)$$

Если теперь выбрать масштаб α_Q , чтобы удовлетворялось соотношение

$$\alpha_Q = \alpha_k \cdot \alpha_l \cdot \alpha_H, \quad (17)$$

то выражение (16) тождественно перейдет в закон Ома, что и доказывает подобие процессов, причем соотношение (17) представляет собой критерий подобия.

Таким образом, при составлении модели ЭГДА необходимо построить ее геометрически подобной моделируемому фильтрационному потоку и задать удельные проводимости модели пропорциональными коэффициентам фильтрации (или удельные сопротивления обратно пропорциональными коэффициентам фильтрации).

При моделировании жесткого режима фильтрации установленных таким образом условий подобия достаточно, поскольку уравнения неразрывности фильтрационного потока и электрического поля, которые совместно с основными уравнениями движения дают уравнения потока, выполняются (переходят друг в друга) без дополнительных ограничений.

Для обоснования масштаба напоров a_H выберем максимальный и минимальный напоры H_{\max} , H_{\min} и максимальную разницу напоров $\Delta H_{\max} = H_{\max} - H_{\min}$, которой соответствует максимальная разница потенциалов (напряжение) на модели ΔU_m . Тогда можно написать, что

$$a_H = \frac{\Delta H_{\max}}{\Delta U_m} \text{ и } \Delta H = \Delta H_{\max} \frac{\Delta U}{\Delta U_m} \quad (18)$$

Удобно ввести понятие относительного (приведенного) потенциала

$$\bar{U} = \frac{\Delta U}{\Delta U_m} = \frac{U - U_{\min}}{U_{\max} - U_{\min}}, \quad (19)$$

где U_{\min} и U_{\max} — минимальное и максимальное значения потенциалов на модели.

Очевидно, что \bar{U} меняется от 0 (при $U = U_{\min}$) до 1 (при $U = U_{\max}$). Тогда из выражения (18) получим зависимость для перехода от относительных потенциалов к напорам

$$\Delta H = H - H_{\min} = \Delta H_{\max} \cdot \bar{U}, \quad H = H_{\min} + \Delta H_{\max} \cdot \bar{U} \quad (20)$$

и зависимость для перехода от напоров к относительным потенциалам

$$\bar{U} = \frac{H - H_{\min}}{\Delta H_{\max}}. \quad (21)$$

Таким образом, после составления модели согласно (21) определяются потенциалы на контурах с заданными напорами H , а контуры с заданными значениями расходов потока моделируются подачей силы тока, значения которой рассчитываются по масштабу расхода a_Q , определяемому по формуле (17). После этого замеряются потенциалы на модели внутри области движения и по формуле (20) определяют соответствующие им значения напоров потока.

Вопросы построения моделей ЭГДА рассмотрены, например, в работах [5, 6, 9, 16].

2. Основы сеточных электрических моделей

Кроме сплошных моделей ЭГДА применяются сеточные электрические модели, основу которых составляет сетка электрических сопротивлений, соединяемых в узловых точках. В общем случае моделирование пространственного

потока осуществляется на трехкоординатной сетке сопротивлений. Однако, как правило, на сеточных интеграторах производится моделирование плоских потоков, реализуемое на двухкоординатной сетке сопротивлений.

Теоретической основой сеточных моделей является метод сеток (конечных разностей); для его обоснования фильтрационный поток разбивается на блоки, причем предполагается, что движение между центрами соседних блоков происходит без изменения расхода потока.

Введем понятие фильтрационного сопротивления участка потока Φ , которое представляет собой отношение потерь напора к расходу потока на этом участке

$$\Phi = \frac{\Delta H}{Q}. \quad (22)$$

Для однородных блоков постоянной площади попечного сечения ω расход потока Q между центрами соседних блоков, расположенных на расстоянии l друг от друга, определяется обычной формой закона Дарси (20 гл. III), где ΔH — потери напора между блоками, так что в этом случае сопротивление между центрами соседних блоков

$$\Phi = \frac{l}{k\omega}. \quad (23)$$

В более общем случае переменной площади и проницаемости фильтрационное сопротивление выражается интегралом вида

$$\Phi = \int_{(I)} \frac{dl}{k\omega}. \quad (23a)$$

Сеточная электрическая модель, реализуемая на электроинтеграторе, состоит из электрических сопротивлений, задаваемых пропорционально соответствующим фильтрационным сопротивлениям, т. е.

$$R = \alpha_R \Phi, \quad (24)$$

где α_R — масштаб электрических сопротивлений, выбираемый таким образом, чтобы рассчитанные значения R хорошо укладывались в используемый диапазон сопротивлений.

Сеточные электрические модели реализуются на электроинтеграторах различных типов, в состав которых кроме сетки сопротивлений входят блок питания и измерительное устройство [6, 9].

§ 4. МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Моделирование напряженно-деформированного состояния горных пород осуществляется как физическими, так и аналоговыми методами. К первым относятся, в частности, моделирование на эквивалентных материалах, центробежное моделирование и метод фотоупругости, ко вторым — моделирование методом ЭГДА.

1. Метод эквивалентных материалов

Наиболее эффективным методом физического моделирования, позволяющим изучать напряженно-деформированное состояние неоднородного и трещиноватого массивов горных пород в зависимости от горно-геологических факторов, физико-механических свойств и строения массива, является метод моделирования с помощью эквивалентных материалов, предложенный Г. Н. Кузнецовым [10]. В отличие от излагаемых ниже методов, в которых заранее делаются некоторые допущения о законах деформирования изучаемой среды (например, о линейной связи деформаций и напряжений), моделирование на эквивалентных материалах базируется только на общих законах механики и теории размерностей. Основную зависимость между физико-механическими характеристиками модели и натуры Г. Н. Кузнецова получает, исходя из второго закона Ньютона

$$P_h = M \cdot A, \quad (25)$$

где P_h — сила, действующая на элемент (частицу) массива; M — масса выделенного элемента; A — его ускорение (в натурных условиях).

Отношение сил, действующих на сходственные частицы в натурных условиях и на модели, таково:

$$\frac{P_h}{P_m} = \frac{MA}{ma}, \quad (26)$$

где m — масса выделенного элемента на модели; a — его ускорение.

Учитывая, что массу тела можно выразить в виде произведения плотности на объем, а ускорение частицы — как отношение скорости ее (равноускоренного) движения ко времени, получим

$$\frac{P_h}{P_m} = \frac{\rho_h \cdot L^3 v_h \cdot t}{\rho_m l^3 v_m \cdot T}, \quad (27)$$

где L и l — линейные размеры натуры (элементов натуры) и модели (элементов модели); v_h и v_m — скорости движения частиц в натурных условиях и на модели; T и t — время протекания процессов в натурных условиях и на модели.

Учитывая также, что $L/T = v_h$ и $l/t = v_m$, получим закон динамического подобия Ньютона

$$\frac{P_h}{\rho_h L^2 v_h^2} = \frac{P_m}{\rho_m l^2 v_m^2} = \text{idem}. \quad (28)$$

Заменяя массу частицы произведением ее плотности на объем и учитывая, что процессы деформирования в горных породах происходят главным образом под действием сил тяжести, получим основное выражение для подбора механических характеристик модели по методу эквивалентных материалов:

$$N_m = \frac{l}{L} \cdot \frac{\gamma_m}{\gamma_h} N_h, \quad (29)$$

где $\gamma_m = \rho_m \cdot a = \rho_m \cdot g$ — объемный вес материала модели; $\gamma_h = \rho_h A = \rho_h \times g$ — объемный вес материала натуры; N_m — некоторый показатель механических свойств материала модели, отражающий его поведение в условиях

изучаемого типа деформирования и имеющий размерность напряжения; N_n — то же для материала натуры; отношение L/l определяет геометрический масштаб модели.

Таким образом, в соответствии с методом моделирования на эквивалентных материалах механические характеристики материала модели должны удовлетворять выражению (29). Это могут быть как предельные характеристики материала — при изучении процессов разрушения (например, пределы прочности материала при сжатии, при растяжении), так и деформационные характеристики (например, модули упругости) — при изучении процессов упругих деформаций в отдельных зонах.

При подборе эквивалентных материалов модели необходимо учитывать специфику поставленных задач и соответственно принимать во внимание наиболее важные характеристики, играющие главную роль в изучаемом процессе. При подборе физико-механических свойств материала модели следует учитывать также и то, что под влиянием поверхностей ослабления физико-механические свойства массива могут существенно отличаться от физико-механических свойств отдельного блока. В частности, важнейшим требованием при моделировании процессов деформирования и разрушения слоистого горного массива является воспроизведение в заданном масштабе спрессования и трения по контактам слоев, а также средней частоты ослабленных контактов.

Эквивалентные материалы представляют собой смеси, содержащие вяжущие (цементирующие) и инертные вещества. В качестве вяжущих используются парафин, гипс, цемент, масло, силикатный клей, канифоль, вазелин. Инертными заполнителями служат кварцевый песок, молотая слюда (мика), тальк, мел, глина, дробь и т. д. Варьирование количества различных компонентов в смеси обеспечивает получение эквивалентных материалов с заданными физико-механическими свойствами. Моделирование производится на плоских (двухмерных) и объемных (трехмерных) моделях. Для создания плоского деформированного состояния (когда деформации в направлении, перпендикулярном плоскости модели, отсутствуют) используются специальные стяжки, шероховатые пластины и т. д.

На моделях из эквивалентных материалов наиболее эффективно решаются задачи по установлению общих зависимостей исследуемых параметров от физико-механических свойств, строения массива, горно-геологических показателей и т. д.

В частности, модели из эквивалентных материалов используются для решения следующих задач:

1) определение общего характера деформирования слоистой неоднородной толщи пород в различных зонах и деформирования отдельных структурных элементов, изучение взаимодействия слоев и условий на их контактах;

2) изучение характера разрушения неоднородных анизотропных массивов горных пород;

3) изучение возможностей использования для оценки напряжений и деформаций различных аналитических методов и определение областей их возможного применения.

В последнее время делаются попытки распространить моделирование с помощью эквивалентных материалов на водонасыщенные горные породы, принимая во внимание как физическое, так и механическое воздействие подземных вод на напряженно-деформированное состояние горных пород.

2. Метод фотоупругости (поляризационно-оптический)¹

В основе поляризационно-оптического метода лежит способность некоторых прозрачных изотропных материалов приобретать под действием механической нагрузки свойство временного двойного лучепреломления; такие материалы называются оптически чувствительными. Сущность двулучепреломления сводится к тому, что, если на пути поляризованного луча поместить напряженную плоскую модель из оптически чувствительного материала, то в каждой точке модели луч света будет разложен на два плоско-поляризованных луча, плоскости колебания которых взаимно перпендикулярны и совпадают с направлениями главных напряжений. Эти два луча, имея различные скорости распространения, приобретают на выходе из модели определенную «разность хода». Будучи приведенными к одной плоскости, колебания опережающего и отставшего лучей складываются и создают интерференционную картину, интерпретация которой позволяет оценить напряженное состояние модели, а следовательно, и моделируемого объекта.

Основой интерпретации является закон фотоупругости, устанавливающий количественную связь между оптическим эффектом и напряжениями. Согласно этому закону для моделей из линейно-упругих оптически чувствительных материалов оптическая разность хода Γ прямо пропорциональна разности главных нормальных напряжений $\sigma_1 - \sigma_3$, или удвоенному главному касательному напряжению τ_{\max} (см. § 4 гл. II).

$$\Gamma = cd (\sigma_1 - \sigma_3) = 2c d \tau_{\max}, \quad (30)$$

где d — толщина модели; c — коэффициент пропорциональности (коэффициент оптической чувствительности материала).

Получаемая при моделировании интерференционная картина позволяет выделить совокупность точек с одинаковой разностью хода (полосы одного цвета, изохромы). Величины разности хода, отвечающие этим совокупностям, определяются специальными эталонными методами, например методом компенсации, который сводится к отысканию на приборе-компенсаторе разности хода равной по величине и обратной по знаку модельной. Определенные таким образом величины разности хода позволяют получить по формуле (30) — значение разности главных напряжений $\sigma_1 - \sigma_3$. С другой стороны, на интерференционной картине помимо изохром наблюдаются характерные темные полосы (изоклины), представляющие собой геометрические места точек, в которых направления главных нормальных напряжений одинаковы и совпадают с заданными направлениями плоскостей поляризации. Изохромы и изоклины дают все необходимые данные для определения напряженного состояния в любой точке модели: зная направления главных напряжений и их сумму, можно специальными численными методами оценить и величину каждого из главных напряжений.

¹ Излагается по работе [4, стр. 77—97].

Моделирование методом фотоупругости проводится с помощью полярископов — специальных приборов, состоящих из источника света, поляризатора и анализатора. Оптически чувствительные материалы для модели выбираются в зависимости от физико-механических свойств пород, составляющих моделируемый массив. Обычно это прозрачные аморфные полимеры, удовлетворяющие основному требованию: зависимость деформаций и оптической равнотии хода от напряжений должна быть линейной. Определенные разновидности этих материалов допускают изучение напряжений от действия собственного веса модели. Для задания внешних нагрузок используются различные механические или гидравлические устройства (например, центрифуга).

Имеется ряд предложений по распространению поляризационно-оптического метода на моделирование пластических деформаций, а также деформаций, протекающих во времени.

3. Центробежный метод моделирования

Этот метод обычно применяется для оценки напряженно-деформированного состояния массива горных пород, когда необходимо учитывать не только нагрузку от инженерного сооружения, но и собственный вес пород. Рассмотрим основы метода на примере линейно-деформируемой среды, подчиняющейся обобщенному закону Гука (2 гл. II). Система определяющих параметров в этом случае такова: E_0 , ν_0 , L , $\gamma_n = \rho_n \cdot g$, P , где E_0 — обобщенный модуль Юнга (tc/m^2); ν_0 — коэффициент Пуассона (безразмерный); L — характерный размер моделируемой системы (м); γ_n — объемный вес пород (tc/m^3); P — внешняя нагрузка от сооружения (tc). Число параметров с независимыми размерностями в этом случае равно двум, так что согласно π -теореме (см. § 1) состояние данной расчетной системы полностью определяется тремя безразмерными параметрами, в качестве которых могут быть приняты [14, стр. 432]: ν_0 , $E_0/\rho_n g L$, $P/E_0 L^2$. Критерий подобия сводится к равенству этих параметров в натуре и на модели. Если модель и расчетный массив выполнены из одного и того же материала, то для подобия необходимо

$$gL = \text{const}. \quad (31)$$

В обычных условиях $g = \text{const}$, значит, необходимо и требование $L = \text{const}$, т. е. модель должна совпадать сатурой, иначе говоря, при постоянном g моделирование невозможно.

Идея центробежного метода моделирования заключается в замене гравитационных сил другими объемными силами, величинами которых можно управлять и подбирать их в зависимости от масштаба модели и задачи эксперимента. Такими силами являются центробежные инерционные силы, создаваемые на модели в результате вращения ее на центрифуге и изменяемые в зависимости от угловой скорости вращения. В этом случае согласно равенству (31) размеры модели должны быть во столько раз меньше натурных, во сколько раз создаваемые центрифугой объемные силы превышают силу тяжести. Поскольку данное требование иногда приводит к необходимости использования моделей слишком малого масштаба, то целесообразно сочетать моделирование центробежным методом с моделированием на эквивалентных или оптически активных материалах.

В целом центробежное моделирование находит достаточно широкое применение при решении различных инженерных и методических задач [12], как в статической постановке (исследование устойчивости откосов и гидротехнических сооружений, изучение напряженного состояния пород в основании инженерных сооружений, исследование осадки сооружений), так и в динамической (исследование влияния взрывных нагрузок и сейсмических сил на устойчивость сооружений).

Рассмотрим, например, напряжение σ (tc/m^2) в какой-то точке массива. Так как комбинация $\frac{\sigma}{E_0}$ безразмерная, то

$$\frac{\sigma}{E_0} = f \left(v_0, \frac{E_0}{\rho_h g L}, \frac{P}{E_0 L^2} \right). \quad (32)$$

Если модель и сооружение сделаны из одного материала, то для механически подобных состояний напряжения в соответственных точках будут одинаковыми. А так как согласно изложенной в § 2 гл. II теории прочность пород определяется их напряженным состоянием, то, казалось бы, можно сделать вывод, что разрушение на модели и в натуре произойдет в соответственных точках. Однако такой вывод будет справедливым для массива горных пород лишь в сравнительно редких случаях, ибо к моменту нарушения устойчивости массива связь между деформациями и напряжениями обычно оказывается существенно нелинейной (см. § 2 гл. II), т. е. нарушается основная исходная предпосылка применимости рассмотренного метода моделирования (в изложенной здесь модификации).

4. Электрическое моделирование

В отличие от исследований стационарной фильтрации, где аналогия с электрическим током ясна непосредственно из подобия основных законов движения, исследование напряженного состояния пород с помощью электрических моделей основывается на аналогии дифференциальных уравнений, описывающих натурную и модельную схемы [17]. Такими уравнениями в данном случае являются дифференциальное уравнение движения электрического тока и дифференциальное уравнение для функции напряжений $\theta = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3)$ линейно-деформируемой среды (σ_1 и σ_3 — главные напряжения в условиях плоской — двумерной задачи). При этом аналогом функции θ является электрический потенциал, так что принципы и техника моделирования полностью оказываются такими же, как и для случая моделирования стационарной фильтрации методом ЭГДА (см. § 3) — при замене напора $H(x, y)$ на функцию $\theta(x, y)$.

По известным значениям $\theta(x, y)$ специальными численными методами определяются раздельно главные напряжения σ_1 и σ_3 (см. например, § 2 гл. VII). Для тех же целей можно использовать и сочетание электрического моделирования с поляризационно-оптическим методом, ибо в этом случае нам будут известны как сумма главных напряжений, так и их разность, что однозначно решает задачу о распределении напряжений в изучаемом поле.

Рекомендуя широко использовать электрическое моделирование для оценки напряженного состояния массивов горных пород, следует, однако, заметить, что из-за недостаточно критического отношения к вопросу о границах применимости этого метода с его помощью нередко пытаются исследовать и нелинейно-деформируемые среды, что приводит к серьезным ошибкам.

Глава VI

ОСНОВЫ РАСЧЕТОВ СТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

§ 1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ СЕТКА ПРОФИЛЬНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Дифференциальное уравнение профильной фильтрации (в плоскости xy) получим, рассматривая баланс потока в его бесконечно малом элементе размерами dx и dy в плоскости xy и единичным размером по оси z . Расходы входящего в этот элемент потока $v_x dy$ по оси x и $v_y dx$ по оси y получат на выходе из элемента приращения $\frac{\partial v_x}{\partial x} dx dy$ и $\frac{\partial v_y}{\partial y} dx dy$, так что уравнение неразрывности потока здесь будет иметь вид

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0. \quad (1)$$

Подставляя в это уравнение выражение основного закона фильтрации в его дифференциальной форме (23 гл. III), получим уравнение распределения напоров

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) = 0. \quad (2)$$

Для неоднородного пласта чаще всего приходится рассматривать условия кусочно-однородного строения, когда область фильтрации состоит из отдельных зон с одинаковой проницаемостью. В этом случае в уравнении (2) величины k_x и k_y выводятся за знак производной

$$k_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0, \quad (3)$$

а для фильтрационно-изотропной породы, когда $k_x = k_y$, получим дифференциальное уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0. \quad (4)$$

Уравнение (3) также переходит в уравнение Лапласа при изменении масштаба одной из координат. Например, вводя координату $y_0 = y \sqrt{\frac{k_x}{k_y}}$ и учитывая, что $\frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 H}{\partial y_0^2} \cdot \frac{k_x}{k_y}$, приведем уравнение (3) к виду уравнения (4) с заменой y на y_0 [4, 8, 16].

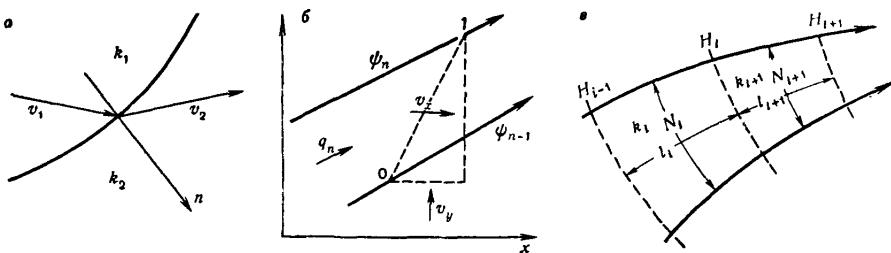


Рис. 33. Элементы гидродинамической сетки:

а — преломление линий тока на границе зон разной проницаемости; б — элемент сетки к выводу условия Коши-Римана; в — участок ленты тока

На границах кусочных зон с различными коэффициентами фильтрации k_1 и k_2 (рис. 33, а) происходит перелом линий тока. Найдем соотношение углов α_1 и α_2 между направлением скоростей v_1 и v_2 (линий тока) и нормалью к границе сред n в плоском потоке. Из условия равенства проекций скорости фильтрации на нормаль n имеем

$$v_1 \cos \alpha_1 = v_2 \cos \alpha_2, \text{ или } \frac{v_1}{v_2} = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1}. \quad (5)$$

Проекции этих скоростей на касательную l к границе раздела будут

$$v_1 \sin \alpha_1 = -k_1 \frac{dH}{dl}, \quad v_2 \sin \alpha_2 = -k_2 \frac{dH}{dl}, \quad (5a)$$

откуда следует

$$\frac{dH}{dl} = \frac{v_1 \sin \alpha_1}{k_1} = \frac{v_2 \sin \alpha_2}{k_2}. \quad (6)$$

Поскольку соотношение скоростей v_1/v_2 определяется выражением (5), то из (6) получим условие перелома линий тока на границе сред

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{k_1}{k_2}, \quad (7)$$

которое обычно называется «правилом тангенсов».

Для характеристики линий тока вводится функция тока ψ , которая имеет постоянное значение вдоль каждой линии тока, а ее приращение между двумя точками представляет собой расход потока между линиями тока, проходящими через эти точки, т. е.

$$\Delta\psi = \psi_n - \psi_{n-1} = q_n. \quad (8)$$

Расход ленты тока (см. рис. 33, б) выражается через компоненты скорости фильтрации следующим образом:

$$q_n = v_x \Delta y - v_y \Delta x. \quad (9)$$

Поскольку

$$\Delta\psi = \frac{\partial\psi}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial\psi}{\partial y} \Delta y, \quad (10)$$

то из сопоставления (9) и (10) получим представления компонентов скоростей через функцию тока

$$v_x = -\frac{\partial\psi}{\partial y}; \quad v_y = \frac{\partial\psi}{\partial x}. \quad (11)$$

Если ввести приведенную функцию тока $\bar{\psi} = \psi/k$, то

$$v_x = -k \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y}; \quad v_y = k \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x}. \quad (11a)$$

Из сопоставления (11a) с дифференциальной формой закона Дарси (23 гл. III) получим

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y}; \quad \frac{\partial H}{\partial y} = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x}. \quad (12)$$

Дифференцируя первое из условий (12) по y , а второе по x и вычитая полученные выражения, можно видеть, что функция ψ также является гармонической, т. е. удовлетворяет уравнению Лапласа.

Соотношения (12) называются условиями (уравнениями) Коши — Римана или Даламбера — Эйлера. Их выполнение свидетельствует о свойстве ортогональности линий равного напора и линий тока в изотропной среде [4, 15, 16].

Кроме того, гидродинамическая сетка в однородном изотропном потоке обладает свойством конформности отсеков ленты тока, причем лентой тока называется полоса, заключаемая между двумя соседними линиями тока, а отсеками ленты тока — ее участки между соседними линиями равного напора. Обычно линии равного напора строятся с постоянным шагом изменения напора (такую сетку назовем равномерной). Расходы в отсеках ленты тока можно определить по формуле Дарси, принимая в качестве площади поперечного сечения и длины потока их средние значения в пределах каждого отсека. В профильном потоке площадь поперечного сечения ленты тока будет численно равна ее ширине. При равномерной сетке, построенной с интервалом напора $\Delta H = H_i - H_{i-1} = H_{i+1} - H_i$ (рис. 33, б), выражения для расходов Q_i и Q_{i+1} (в отсеках ленты тока номера i и $i+1$) при $\omega_i = N_i$ и $\omega_{i+1} = N_{i+1}$ будут

$$Q_i = k_i N_i \frac{\Delta H}{l_i}, \quad Q_{i+1} = k_{i+1} N_{i+1} \frac{\Delta H}{l_{i+1}}, \quad (13)$$

а при неизменном расходе ленты тока ($Q_i = Q_{i+1}$) имеем

$$\frac{k_i N_i}{l_i} = \frac{k_{i+1} N_{i+1}}{l_{i+1}}, \quad (14)$$

причем в однородном потоке, где $k_{i+1} = k_i$, из (14) следует условие конформности отсеков ленты тока

$$\frac{l_i}{N_i} = \frac{l_{i+1}}{N_{i+1}}, \quad (15)$$

т. е. при равномерной сетке в однородном потоке отношение длины отсека ленты тока к его ширине оказывается постоянным.

При изучении фильтрации подземных вод повышенной минерализации может возникать необходимость учета влияния переменной плотности фильтрующей воды.

Особенности потока переменной плотности обусловлены различным характером составляющих потенциальной энергии, поскольку энергия давления действует одинаково во все стороны, а гравитационная энергия направлена только вертикально вниз. Поэтому градиенты потенциала потока будут иметь

различное выражение для горизонтальных составляющих $I_{\varphi, x}$, $I_{\varphi, y}$ и вертикальной составляющей $I_{\varphi, z}$

$$I_{\varphi, x} = -\frac{\partial p}{\partial x}; \quad I_{\varphi, y} = -\frac{\partial p}{\partial y}; \quad I_{\varphi, z} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma. \quad (16)$$

Соответственно компоненты весовой скорости фильтрации будут

$$\begin{aligned} \gamma v_x &= -k_x \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \gamma v_y = -k_y \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \gamma v_z &= -k_z \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \gamma \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнение неразрывности для стационарного потока переменной плотности выводится аналогично уравнению (1), но для массовых потоков, и имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} (\gamma v_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\gamma v_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\gamma v_z) = 0. \quad (18)$$

Дифференциальное уравнение стационарного потока переменной плотности можно получить подстановкой выражений (17) в уравнение неразрывности (18). В частности, для однородного потока ($k = \text{const}$) получим [13]

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\partial \gamma}{\partial z} = 0. \quad (19)$$

Выражения (17) можно обобщить для массовой скорости γv_l в любом направлении l , составляющем угол α с горизонтальной плоскостью

$$\gamma v_l = -k \left(\frac{dp}{dl} + \gamma \sin \alpha \right). \quad (20)$$

В некоторых случаях (например, для потоков в линзах пресных вод, интрузии морских вод и т. п.) поток по плотности может считаться кусочным, когда он разделяется на отдельные зоны с постоянными, но различными значениями плотности. В этом случае в пределах каждой зоны выполняется уравнение Лапласа для гравитационного потенциала φ , который для любой i -ой зоны с объемным весом воды γ_i имеет выражение $\varphi_i = p + \gamma_i z$. На границе зон с объемными весами γ_i и γ_{i+1} в точке с ординатой $z_{\text{гр}}$ давление будет в каждой зоне одинаковым и, следовательно, потенциал будет претерпевать разрыв, определяемый выражением

$$\varphi_{i+1} - \varphi_i = (\gamma_{i+1} - \gamma_i) z_{\text{гр}}. \quad (21)$$

Особенности решения такого рода задач рассмотрены, например в работах [8, 17, 23].

§ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ПЛНОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

1. Дифференциальные уравнения плановой фильтрации

Для вывода уравнения планово-плоского потока (в плоскости $x - y$) рассмотрим баланс бесконечно малого элемента потока основанием $dx dy$ и высотой, равной мощности пласта (рис. 34), куда кроме расхода $q_x dy$ по оси x и расхода $q_y dx$ по оси y поступает инфильтрационный расход $w dx dy$ (w — интенсивность фильтрации, см. § 3 гл. IV). Балансовое уравнение здесь будет

$$q_x dy + q_y dx + w dx dy = q_x dy + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx dy + q_y dx + \frac{\partial q_y}{\partial y} dx dy. \quad (22)$$

После сокращений получим уравнение неразрывности планового потока

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} + w = 0. \quad (23)$$

Для планово-плоского потока справедлива предпосылка Дюпюи о постоянстве горизонтальных градиентов напора I_x и I_y в каждом вертикальном сечении, причем можно считать, что

$$I_x = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad I_y = -\frac{\partial H}{\partial y} \quad (24)$$

где H — напоры на свободной поверхности, равные ее ординатам, относительно плоскости сравнения напоров.

Следовательно, согласно (1 гл. IV) можно записать выражения для компонентов удельных расходов q_x и q_y

$$q_x = T I_x = -T \frac{\partial H}{\partial x}, \quad q_y = T I_y = -T \frac{\partial H}{\partial y}. \quad (25)$$

Подставляя (25) в (23), получим общее уравнение стационарного потока

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial H}{\partial y} \right) + w = 0. \quad (26)$$

Уравнение является нелинейным, поскольку в общем случае проводимость T зависит от изменений напора H . Закономерности изменения проводимости с глубиной потока зависят от его строения по вертикали. Для практического решения плановых фильтрационных задач выделяются две основные схемы строения потока по вертикали: 1 — постоянной проводимости (рис. 34, б), когда проводимость в любом сечении считается неизменной (независящей от изменений напора потока). Эта схема наиболее характерна для напорного потока¹, так что ее условно будем называть схемой «напорного пласта» (в общем

¹ Стого говоря, в напорном пласте существует зависимость проводимости от напора, связанная с изменениями коэффициента фильтрации при изменениях давления. Однако при стационарном режиме этот фактор обычно практического значения не имеет.

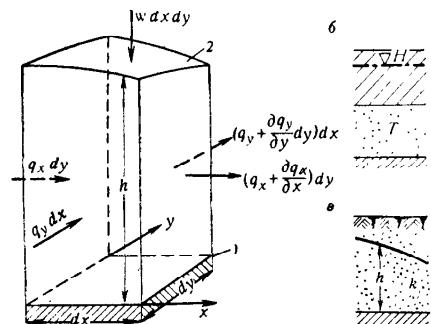


Рис. 34. Строение планового фильтрационного потока:

а — бесконечно малый элемент: 1 — водоупор, 2 — свободная поверхность; б — разрез напорного пласта (с постоянной проводимостью); в — схема Дюпюи

случае слоистого строения пласта его проводимость определяется формулой 2 (гл. IV); 2 — однородного по вертикали безнапорного потока (рис. 34, в), проводимость которого линейно зависит от его глубины ($T = kh$); эта схема была введена в динамику подземных вод Ж. Дюпюи [26], который в своих построениях принимал, кроме того, водоупор горизонтальным, — такую схему будем называть схемой Дюпюи. В качестве более общей может рассматриваться также схема горизонтальнослоистого пласта, однако ее практическое использование весьма ограничено [7, 23].

Для сравнительно однородного в плане потока с постоянной проводимостью допустимо осреднение значений проводимости пласта T с вынесением ее за знак производных, когда уравнение (26) может быть представлено в виде

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{w}{T} = 0. \quad (27)$$

Для схемы Дюпюи (однородный по вертикали поток на горизонтальном водоупоре) $T = kh$, а задавая плоскость сравнения на уровне поверхности водоупора, получим $H = h$, так что уравнение (26) в этом случае примет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(kh \frac{\partial h}{\partial y} \right) + w = 0. \quad (28)$$

Поскольку $2h dh = dh^2$, то, введя функцию $\varphi = 0,5h^2$ для кусочно-однородного потока, приведем уравнение (28) к виду

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{w}{k} = 0, \quad (29)$$

обоснованному впервые Ф. Форхгеймером [19].

Дифференциальные уравнения (27) и (28) по форме идентичны. Если взять за основу схему потока с постоянной (заданной) проводимостью, описываемую в общей форме уравнением (27), то для перехода к схеме Дюпюи, описываемой уравнением (28), достаточно произвести следующие замены:

$$T \rightarrow k, \quad H \rightarrow \frac{h^2}{2}. \quad (30)$$

Для обоснования методики фильтрационных расчетов безнапорных потоков важно установить рациональную область применения каждой из приведенных выше схем строения потока по вертикали и выбрать основную расчетную схему, для которой прежде всего следует проводить построения расчетных зависимостей. Нередко для безнапорного потока в качестве основной используется схема Дюпюи [1, 3, 16]. Однако, анализируя гидрологическую обстановку в различных районах, можно достаточно уверенно утверждать, что условия, когда водоносный пласт может считаться однородным по всей высоте и к тому же подстилаться горизонтальным водоупором, встречаются очень редко. При составлении методики расчетов такие условия могут рассматриваться как исключительные. Вместе с тем гораздо более реальной следует считать предпосылку о постоянстве проводимости водоносного пласта. Такая предпосылка почти безупречно выполняется при двухслойном строении пласта, когда любые изменения уровней грунтовых вод в пределах слабопроницаемого покровного слоя практически не влияют на величину проводимости пласта. Для аллювиальных отложений это положение усиливается еще и тем, что их проницаемость обычно увеличивается с глубиной, особенно если в основании водоносного пласта залегает песчано-гравелистый слой с заметно большей проницаемостью. Нередко встречается также пестрая и недостаточно подробно изученная неоднородность водоносных пластов при существенных колебаниях отметок водоупора. Для такого рода условий, по-видимому, также предпочтительнее вводить предпосылку о постоянной проводимости пласта, поскольку это позволяет упростить технику расчетов и обычно обеспечивает некоторый запас при геофильтрационных расчетах.

Таким образом, для безнапорных потоков регионального характера основной может считаться схема постоянной проводимости пласта. Схема Дюпюи имеет относительно небольшую область применения при расчетах сравнительно локальных потоков с резким изменением глубин по направлению потока. Существенно также, что использование в качестве основной схемы напорного пласта позволяет унифицировать расчетные зависимости для напорных и безнапорных пластов. Поэтому в дальнейшем решение основных задач плановой фильтрации будем искать для схемы напорного потока (потока с постоянной проводимостью), а в случаях, когда обосновывается целесообразность схемы Дюпюи, то расчетные зависимости модифицируются на основании правил замены (30).

Для построения плана течения потока переменной плотности предлагается применять понятие приведенного напора H^0 , который можно представить в виде [7, 23]

$$H^0 = \frac{1}{\gamma^0} (p + \bar{\gamma} z), \quad \bar{\gamma} = \frac{1}{z} \int_0^z \gamma dz, \quad (31)$$

причем в качестве γ^0 удобно выбирать некоторое среднее значение объемного веса для рассматриваемого потока.

Принципиальная сложность использования выражений (31) для потенциала (приведенного напора) потока переменной плотности заключается в его

неопределенности, связанной с неоднозначной зависимостью $\gamma(z)$, поскольку в общем случае объемный вес γ меняется также по координатам x и y ; при этом вычисление интеграла сил гравитации в (31) зависит от пути интегрирования. Таким образом, следует признать, что фильтрационный поток переменной плотности в общем случае не имеет потенциала как величины, градиент которой определяет скорость фильтрации по любому направлению. Такой потенциал в форме (31) имеется только при наличии однозначной зависимости $\gamma(z)$. Строго говоря, использование приведенного давления справедливо только при условии, что вычисление интеграла сил гравитации, выражаемого среднеинтегральным значением объемного веса $\bar{\gamma}$, производится по направлению линий тока. Поскольку же направление линий тока заранее неизвестно, то такое построение приходится вести подбором [23, 25].

2. Особенности граничных условий для плановых потоков

Для плановых потоков специфика в формулировке граничных условий возникает при наличии гидродинамически несовершенных (не полностью врезанных в водоносный пласт) водоемов (рек, водохранилищ, озер, каналов и т. п.), поскольку вблизи них образуется зона резкой деформации потока в вертикальной плоскости, где предссылка Дюпюи уже оказывается несправедливой. При фильтрации из водоема могут возникнуть два режима фильтрации под водоемом: свободный и подщерый. Для свободного режима фильтрации характерно образование зоны свободной инфильтрации с разрывом сплошности фильтрующегося потока из водоема. Свободный режим фильтрации формируется при условиях, когда водоем подстилается слабопроницаемым экранирующим слоем, а уровень грунтовых вод оказывается ниже подошвы этого слоя (рис. 35, а). В этих случаях положение уровня грунтовых вод не влияет на фильтрацию из водоема. Если считать фильтрацию в слабопроницаемом прослое вертикальной, то разница напоров в водоеме и на подошве слабопроницаемого слоя будет $h_0 + m$ (поскольку при доступе воздуха к подошве здесь давление равно атмосферному), а скорость фильтрации

$$v_0 = k_0 \left(1 + \frac{h_0}{m_0} \right). \quad (32)$$

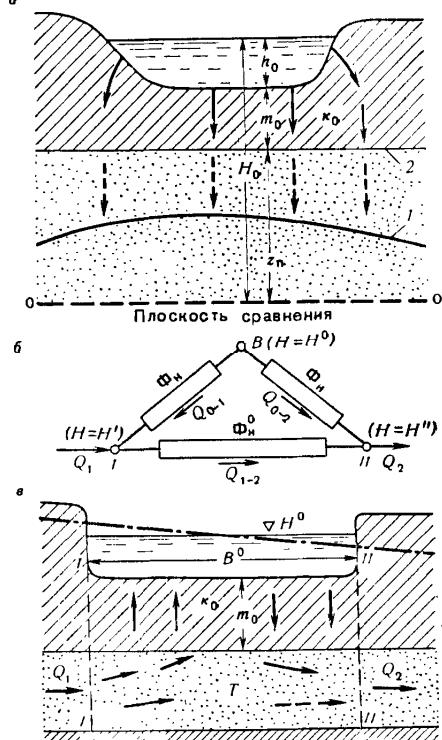


Рис. 35. Фильтрация под водоемом:

а — схема свободной фильтрации под экранированным водоемом; б — схема сопротивлений ложа водоема при подщерой фильтрации; в — схема двухслойного строения ложа водоема

Таким образом, при свободном режиме фильтрации под водоемом формируется зона инфильтрации с интенсивностью $w = v_0$, определяемой согласно (32).

Если уровень грунтовых вод поднимается выше подошвы слабопроницаемого слоя, то наступает подпёртый режим фильтрации, когда устанавливается гидравлическая связь между грунтовым потоком и потоком из водоема. Очевидно, что подпёртый режим всегда имеет место при фильтрации, направленной в водоем.

Теоретический анализ показывает, что в общем случае сопротивление ложа водоема может быть представлено системой фильтрационных сопротивлений, соединенных по схеме «треугольника» (рис. 35, б). В этой системе вертикальные сопротивления Φ_h характеризуют гидравлическую связь между водоемом и соответствующим берегом, а горизонтальное сопротивление Φ_h^0 — гидравлическую связь между противоположными берегами [24].

Удобно выражать эти сопротивления через эквивалентные длины планового потока L_h и L_h^0 , причем из общей формулы (23 гл. V) для фильтрационного сопротивления следует, что для планового потока шириной N (по урезу водоема) имеем соотношения

$$\Phi_h = \frac{L_h}{NT}; \quad \Phi_h^0 = \frac{L_h^0}{NT}. \quad (33)$$

Наиболее распространенной является двухслойная схема строения водоема (рис. 35, в), для которой при значительной ширине водоема (при $B^0 > 2m_0$) можно пользоваться следующими формулами для эквивалентных длин:

$$L_h = \frac{1}{b} \operatorname{cth} \frac{b \cdot B^0}{2}; \quad L_h^0 = \frac{1}{b} \operatorname{sh} b \cdot B^0; \quad b = \sqrt{\frac{k_0}{m_0 T}}. \quad (34)$$

Для водоемов значительной ширины (например, для крупных водохранилищ) сопротивление Φ_h^0 оказывается настолько большим, что потоки на различных берегах водоема практически не взаимодействуют друг с другом. Тогда для каждого берега расходы потока Q^0 можно определить по выражению

$$Q^0 = \frac{H^0 - H_{(r)}}{\Phi_h}, \quad (35)$$

где H^0 — напор в водоеме; $H_{(r)}$ — средний напор на урезе водоема.

Выражение (35) можно представить в виде условия третьего рода

$$-NT \frac{dH_{(r)}}{dn} = \frac{H^0 - H_{(r)}}{\Phi_h}, \quad (36)$$

где N — ширина участка потока с расходом Q^0 , а n — направление нормали к урезу водоема.

Нетрудно показать, что это условие эквивалентно перемещению уреза водоема на величину ΔL , поскольку для потока длиной ΔL расход Q^0 будет

$$Q^0 = T \frac{H^0 - H_{(r)}}{\Delta L} N. \quad (37)$$

Сравнивая (35) и (37) с учетом (33), получим

$$\Delta L = TN\Phi_h = L_h. \quad (38)$$

Для схемы двухслойного строения ложа водоема при условии $b \cdot B^0 > 3$ можно пренебрегать взаимовлиянием потоков на противоположных берегах и учитывать сопротивление ложа водоема перемещением его уреза на величину ΔL , определяемую по формуле

$$\Delta L = \frac{1}{b} = \sqrt{\frac{m_0 T}{k_0}}. \quad (39)$$

При симметричном притоке (оттоке) сопротивление Φ_h^0 не участвует в работе и в этом случае учет сопротивления ложа осуществляется удлинением потока на величину $\Delta L = L_h$, определяемую при двухслойном строении ложа согласно (34).

Для дрен, обычно имеющих небольшие размеры по сравнению с мощностью пластов, горизонтальные сопротивления Φ_h^0 становятся пренебрежимо малыми, поэтому учет несовершенства дрен производится по упрощенной схеме с введением сопротивления $\Phi_{hd}^0 = 0,5\Phi_h^0$. Выражения для определения таких сопротивлений приведены в работах [7, 11, 21, 23].

§ 3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТОВ СТАЦИОНАРНОЙ ГЕОФИЛЬТРАЦИИ

Решение стационарных задач профильной фильтрации сводится к построению потенциального потока, описываемого уравнением Лапласа вида (2)–(4). Аналитические методы таких решений обычно основываются на применении метода конформных отображений, введенного в теорию фильтрации Н. Н. Павловским [15, 17]. Таким путем рассмотрен ряд фильтрационных задач при сравнительно простом строении потока (однородные области с несложными формами границ), используемых главным образом для расчетов фильтрации под гидросооружениями (см. § 2 гл. XI).

Для планового потока, описываемого линеаризованным уравнением (26), т. е. при $T = T(x, y)$, и при условии независимости инфильтрационного питания от напора дифференциальное уравнение планового потока (26) относится к классу уравнений Пуассона. Решение такого уравнения обычно целесообразно искать, представляя выражение для напора H в форме двух слагаемых

$$H = H_w + \Delta H, \quad (40)$$

где H_w — частное решение уравнения Пуассона при произвольных граничных условиях.

Соответственно величина ΔH будет уже являться решением уравнения вида

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial \Delta H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial \Delta H}{\partial y} \right) = 0 \quad (41)$$

при граничных условиях, определяемых по разности заданных граничных условий для H и принятых граничных условий для H_w .

При постоянной проводимости пласта уравнение (41) переходит в уравнение Лапласа относительно функции ΔH , для которого могут использоваться упомянутые выше аналитические методы. В частности, методом конформных отображений решался ряд задач расчетов фильтрации в берегах водохранилищ при простых строениях контуров потока [1, 2, 3].

В геофильтрационных расчетах наиболее распространены простейшие условия одномерной (линейной в плане) плановой фильтрации. Кроме того, специфические структурные формы потоков возникают при фильтрационных расчетах систем скважин.

1. Задачи плановой фильтрации для линейных потоков

Схема линейного потока применяется в случаях, когда поток слабо деформируется в плане и изменения ширины ленты тока по направлению потока оказываются несущественными (например, если эти изменения не превышают возможных погрешностей в определении проводимости пласта). Такие условия возникают, например, на водоразделах между двумя параллельными долинами, вблизи рек, водохранилищ и каналов при прямолинейном очертании их берегов.

Простейшим случаем одномерного потока является поток с неизменным по длине расходом q и постоянной проводимостью T (рис. 36, а), в котором градиент напора $I = \frac{H_0 - H_1}{L}$, а напоры H в любом сечении x описываются уравнением прямой линии, так что здесь

$$q = T \frac{H_0 - H_1}{L}, \quad H = H_0 - \frac{H_0 - H_1}{L} x. \quad (42)$$

Для аналогичного горизонтально-однородного безнапорного потока (схема Дюпюи) решение можно получить из (42) с помощью преобразования (30), заменив T на k , а напоры H_0 , H_1 и H соответственно на величины $0,5h_0^2$, $0,5h_1^2$ и $0,5h^2$ (рис. 36, б). Тогда получим уравнения Дюпюи для линейного потока

$$q = k \frac{h_0^2 - h_1^2}{2L}; \quad h^2 = h_0^2 - \frac{h_0^2 - h_1^2}{L} x. \quad (42a)$$

Формула Дюпюи для расхода потока q выведена в предположении справедливости предпосылки Дюпюи, однако для одномерного потока при отсутствии капиллярной зоны она оказывается совершенно строгой, что впервые было показано И. А. Чарным [20]. Эту формулу можно записать в виде

$$q = k \frac{h_0 + h_1}{2} \cdot \frac{h_0 - h_1}{L}, \quad (43)$$

откуда следует, что расход однородного безнапорного потока определяется как произведение коэффициента фильтрации на среднюю мощность потока и на средний градиент напора. По этому же принципу Г. Н. Каменским [12] составлено выражение для расхода однородного безнапорного потока на наклонном водоупоре (рис. 36, в)

$$q = k \frac{h_0 + h_1}{2} \cdot \frac{H_0 - H_1}{L}. \quad (44)$$

Сопоставление такого решения со строгим решением этой задачи Н. Н. Павловского [15] показывает его хорошую точность практически во всех гидрогеологических условиях.

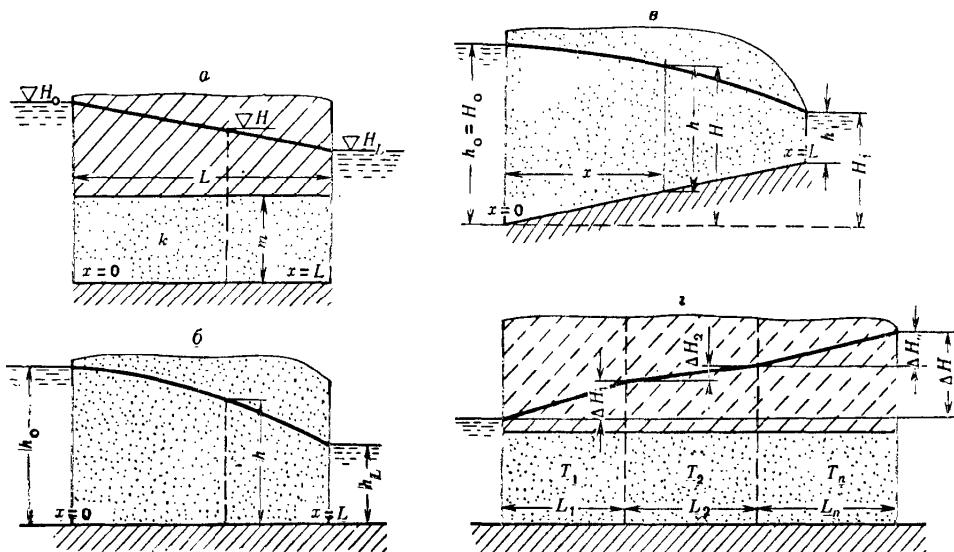


Рис. 36. Схемы одномерных стационарных потоков:
 а — с постоянной проводимостью (напорный); б — однородный безнапорный на горизонтальном водоупоре (схема Диопри); в — безнапорный на наклонном водоупоре; г — кусочно-переменной проводимости

Если параметры водоносных пластов меняются по длине потока, эффективно применение метода фрагментов, когда весь поток разделяется на ряд участков (фрагментов), в пределах которых параметры пласта задаются неизменными, а решения для каждого фрагмента «сшиваются» на их границах из условия неразрывности напоров и расходов потока. Например, для потока с кусочно-переменной проводимостью, состоящего из n участков различной проводимости (рис. 36, г), можно составить выражения для удельного расхода q , используя в пределах каждого i -го участка формулу (42),

$$q = T_i \frac{\Delta H_i}{L_i}, \quad (45)$$

где ΔH_i — потери напора в пределах i -го участка длиной L_i и проводимостью T_i . Суммарная потеря напора ΔH сложится из потерь напора ΔH_i на отдельных участках, определяемых согласно (45), т. е.

$$\Delta H = \sum_{i=1}^n \Delta H_i = q \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{T_i}. \quad (46)$$

Отсюда легко найти выражение для расхода потока с кусочно-переменной проводимостью, после чего можно согласно (45) определить потери напора на каждом участке и построить кривую депрессии, которая в данном случае будет ломаной линией.

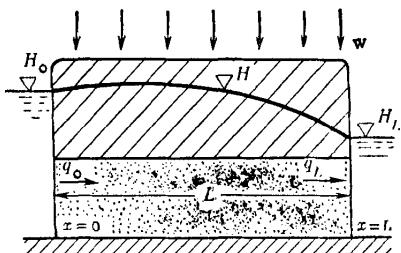


Рис. 37. Одномерный инфильтрационный поток с постоянной проводимостью

При наличии инфильтрации заданной интенсивности уравнение одномерного стационарного потока в направлении x получается как частный случай уравнения (27), причем для потока с постоянной проводимостью T это уравнение принимает вид

$$\frac{d^2H}{dx^2} = -\frac{w}{T}. \quad (47)$$

Уравнение (47) допускает почленное интегрирование. При постоянной интенсивности инфильтрации, проведя такое интегрирование дважды, получаем выражение для напора

$$H = -\frac{wx^2}{2T} + C_1x + C_2, \quad (48)$$

где C_1 и C_2 — постоянные интегрирования, определяемые граничными условиями задачи.

Так, для потока с заданными напорами $H = H_0$ при $x = 0$ и $H = H_1$ при $x = L$ (рис. 37) получаем

$$C_2 = H_0, \quad C_1 = \frac{H_1 - H_0}{L} + \frac{wL}{2T}$$

и уравнение (48) приобретает вид

$$H = H_0 + \frac{H_1 - H_0}{L}x + \frac{wx}{2T}(L - x). \quad (49)$$

Расход потока q в любом сечении x будет

$$q = -T \frac{dH}{dx} = T \frac{H_0 - H_1}{L} - w(0,5L - x). \quad (50)$$

В частности, для расходов на границах (q_0 при $x = 0$ и q_1 при $x = L$) получим

$$q_0 = T \frac{H_0 - H_1}{L} - \frac{wL}{2}; \quad q_1 = T \frac{H_0 - H_1}{L} + \frac{wL}{2}. \quad (51)$$

Как видно расходы потока на границах складываются (разумеется, со своими знаками) из расхода транзитного потока и равномерно распределяемого между границами расхода инфильтрационного питания.

Более сложные задачи одномерной плановой фильтрации рассмотрены, например, в работе [7].

2. Обратные задачи для линейных плановых потоков

Аналитические методы расчетов могут быть использованы и для определения геофильтрационных параметров по данным решения обратных задач. При стационарном режиме фильтрации таким путем можно оценить геофильтра-

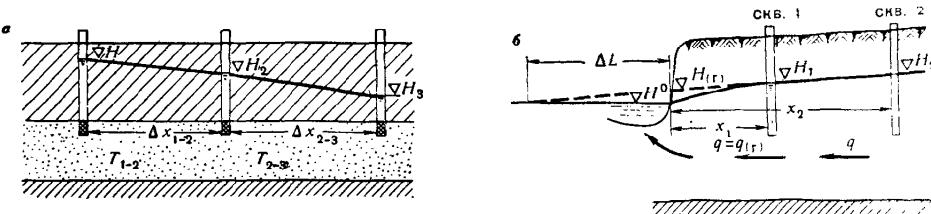


Рис. 38. Размещение наблюдательных створов для определения гидроэдинамических параметров по стационарному режиму линейного в плане потока:

а — створ внутри потока; б — створ вблизи реки (водоема)

ционную неоднородность водоносных пластов и сопротивление ложа водоемов, а также получить характеристики величины инфильтрационного питания, если имеются данные об уровнях в скважинах наблюдательных створов, причем наиболее просто и удобно такого рода анализ можно провести, если наблюдательный створ установлен по направлению течения линейного в плане фильтрационного потока подземных вод. Имея в таких условиях наблюдательный створ из трех скважин (рис. 38, а), можно в период стационарного режима и отсутствия инфильтрации определить соотношение проводимостей T_{1-2} и T_{2-3} потока между скважинами. Для этого согласно (42) запишем выражение удельного расхода стационарного фильтрационного потока между наблюдательными скв. 1—2 и 2—3:

$$q = T_{1-2} \cdot I_{1-2}, \quad I_{1-2} = \frac{\Delta H_{1-2}}{\Delta x_{1-2}}, \quad q = T_{2-3} \cdot I_{2-3}, \quad I_{2-3} = \frac{\Delta H_{2-3}}{\Delta x_{2-3}}, \quad (52)$$

где T_{1-2} , T_{2-3} и I_{1-2} , I_{2-3} — средние значения проводимости и градиента потока в створе между соответствующими скважинами; ΔH_{1-2} и ΔH_{2-3} — разницы уровней воды между этими скважинами.

Сопоставляя эти выражения для расхода q , найдем формулу для определения соотношения проводимостей в зонах скв. 1—2 и 2—3

$$\frac{T_{1-2}}{T_{2-3}} = \frac{I_{2-3}}{I_{1-2}}, \quad (53)$$

т. е. значения проводимости водоносного пласта в данном случае оказываются обратно пропорциональными градиентам фильтрационного потока.

Рассмотрим теперь задачу оценки инфильтрационного питания для тех же условий, имея в виду, что в этом случае расход фильтрационного потока изменяется по его длине. Учитывая возможное различие проводимостей пласта в створе между скважинами, согласно (51) можно записать выражения для расхода q_2 в сечении скв. 2, определяя его сначала между скв. 1 и 2, затем между скв. 2 и 3:

$$q_2 = T_{1-2} \cdot I_{1-2} - \frac{w \Delta x_{1-2}}{2}, \quad q_2 = T_{2-3} \cdot I_{2-3} + \frac{w \Delta x_{2-3}}{2}. \quad (54)$$

Приравнивая эти выражения для расхода q_2 , найдем формулу для определения относительной величины интенсивности инфильтрации

$$\frac{w}{T_{2-3}} = \frac{\frac{T_{1-2}}{T_{2-3}} I_{1-2} - I_{2-3}}{\Delta x_{cp}}, \quad \Delta x_{cp} = \frac{\Delta x_{1-2} + \Delta x_{2-3}}{2}. \quad (55)$$

Для расчетов по формуле (55) следует предварительно определить соотношение проводимостей T_{1-2} и T_{2-3} , например, по формуле (53), если имеются режимные данные на период отсутствия инфильтрации, или по данным опытно-фильтрационных работ.

В более общем случае плоского в плане потока аналогичные расчеты можно провести по выделяемой вдоль наблюдательного створа ленте тока [21].

Для оценки гидравлической связи потока с водоемом (рекой, каналом, озером и т. п.) необходимо определять сопротивление ложа водоема, которое для водоема большой ширины учитывается удлинением потока на величину ΔL (см. § 1). Для определения величины ΔL по данным режимных наблюдений необходимо иметь замеры по створу из двух скважин, заложенных в основной водоносный горизонт по линии тока, причем этот поток обязательно должен быть направлен по нормали к урезу водоема (рис. 38, б).

Считая, что при небольшом размере створа можно пренебречь влиянием инфильтрационного питания в пределах створа, запишем выражение для удельного расхода q на участке между скв. 1—2

$$q = T \frac{H_2 - H_1}{x_2 - x_1}. \quad (56)$$

Этот же расход между скв. 1 и водоемом с учетом перемещения его уреза на величину ΔL будет

$$q = T \frac{H_1 - H_0}{x_1 + \Delta L}. \quad (57)$$

Исключая из (56) и (57) величину q , найдем формулу для определения величины ΔL

$$\Delta L = \frac{H_1 - H_0}{H_2 - H_1} (x_2 - x_1) - x_1. \quad (58)$$

При наличии инфильтрационного питания в пределах наблюдательного створа можно записать формулы для расхода q в сечении уреза воды согласно (51), задавая одну границу в сечении уреза воды, а другую — в сечениях наблюдательных скважин

$$q = T \frac{H_1 - H'_{(r)}}{x_1} + \frac{wx_1}{2} \quad (a), \quad q = T \frac{H_2 - H'_{(r)}}{x_2} + \frac{wx_2}{2} \quad (b), \quad (59)$$

где $H'_{(r)}$ — напор потока в сечении уреза воды. Из (59) можно получить аналогичные формулы для расхода транзитного потока (при $w = 0$), если ввести в них расчетные значения напоров H'_1 и H'_2 следующего вида:

$$H'_1 = H_1 + \frac{wx_1^2}{2T}; \quad H'_2 = H_2 + \frac{wx_2^2}{2T}. \quad (60)$$

Заменяя в формуле (59) H_1 и H_2 на их расчетные значения H'_1 и H'_2 , можно учесть проявление инфильтрационного питания в пределах наблюдательного створа.

Аналогичная методика определения сопротивлений ложа водоема при задании их по полной схеме (с учетом ширины водоема) приведена, например, в работах [18, 21].

§ 4. ОСНОВЫ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ РАСЧЕТОВ СОВЕРШЕННЫХ СКВАЖИН

При наличии в потоке скважин, через которые производятся откачки или нагнетания, поток приобретает специфическую структуру, связанную с резкой его концентрацией вблизи скважин.

Наиболее часто скважины используются для отбора воды, в связи с чем в качестве основного расчетного случая будут рассматриваться условия откачки из скважин, расход (дебит) которых принимается положительным. Получаемые при этом закономерности справедливы и для налива (нагнетания) в скважину с изменением знака расхода.

Рассмотрим прежде всего наиболее простые условия откачки из совершенной скважины в однородном пласте при отсутствии естественного потока (рис. 39). В этом случае пьезометрическая или свободная поверхность имеет воронкообразный характер и носит название воронки депрессии, а поток имеет планово-радиальную структуру, поскольку линии тока в плане будут радиальными. Линии равного напора здесь будут проходить по цилиндрическим поверхностям с центром на оси скважины (в плане они составляют концентрические

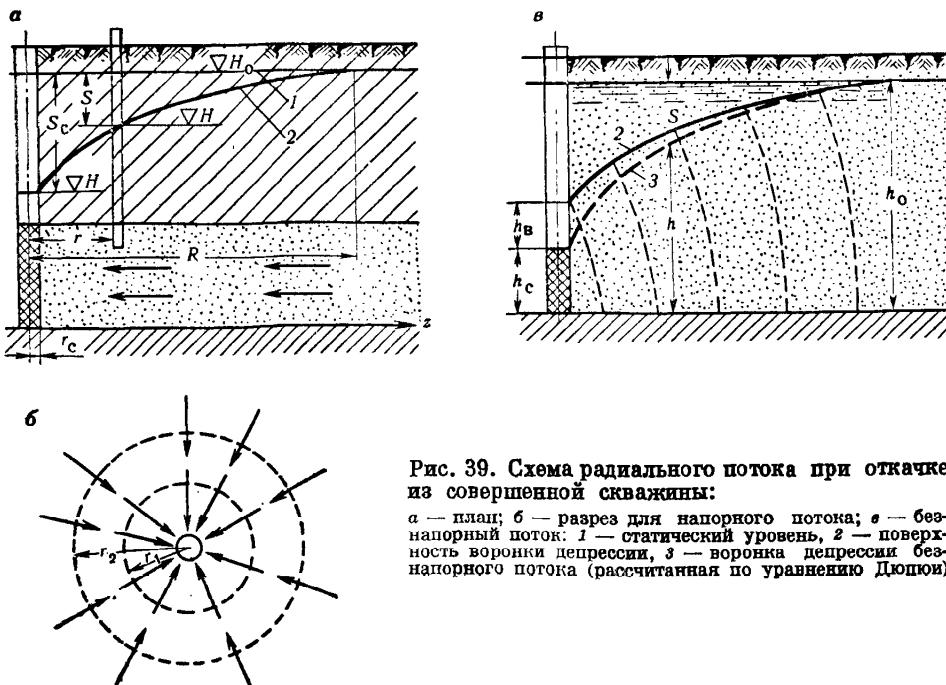


Рис. 39. Схема радиального потока при откачке из совершенной скважины:

a — пласт; *b* — разрез для напорного потока; *c* — безнапорный поток; 1 — статический уровень, 2 — поверхность воронки депрессии, 3 — воронка депрессии безнапорного потока (расчитанная по уравнению Диопюи)

окружности), и выражение для расхода такого потока через поверхность радиуса r с шириной потока $B = 2\pi r$ будет $Q = qB = 2\pi r q$, причем удельный расход q можно записать согласно общей формуле (1 гл. V), в которой градиент напора $I = \frac{\partial H}{\partial r}$ будет иметь тот же знак, что и расход откачки, поскольку последний принимается положительным, хотя направлен против оси r , т. е.

$$Q = 2\pi r T \frac{dH}{dr}. \quad (61)$$

Разделяя в уравнении (61) переменные H и r , после интегрирования получим выражение напорной функции для скважины в плановом потоке

$$H = \frac{Q}{2\pi T} \ln r + C, \quad (62)$$

где C — произвольная интегрирования.

Нередко более удобной оказывается запись этого уравнения в понижениях напора относительно исходного статического уровня H_0

$$S = -\frac{Q}{2\pi T} \ln r + C, \quad (63)$$

а задавая понижение S_c на скважине радиуса r_c , получим уравнение

$$S_c - S = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{r}{r_c}, \quad (64)$$

выведенное впервые Ж. Дюпюи [26]. Из уравнения (64), в частности, следует, что существует условный радиус питания R , на котором $S = 0$ и

$$S_c = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_c}. \quad (65)$$

Очевидно, что за пределами радиуса питания уравнение Дюпюи теряет физический смысл, поскольку при откачке не может возникать отрицательных понижений уровня.

При построении зависимостей для фильтрационных расчетов скважин широко используется принцип сложения течений (суперпозиции), причем реальные скважины в этих построениях представляются точечными источниками — стоками исчезающими малого радиуса. Например, при откачке из системы n взаимодействующих скважин выражение для напора получится по принципу сложения решений, исходя из общего выражения (62) для каждой скважины в отдельности, т. е.

$$H = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{2\pi T} \ln r_i + C, \quad (66)$$

где Q_i — дебит скважины номера i , расположенной на расстоянии r_i от расчетной точки.

Систему взаимодействующих скважин можно заменить одной обобщенной скважиной с суммарным дебитом $Q = \Sigma Q_i$, для которой справедливо выраже-

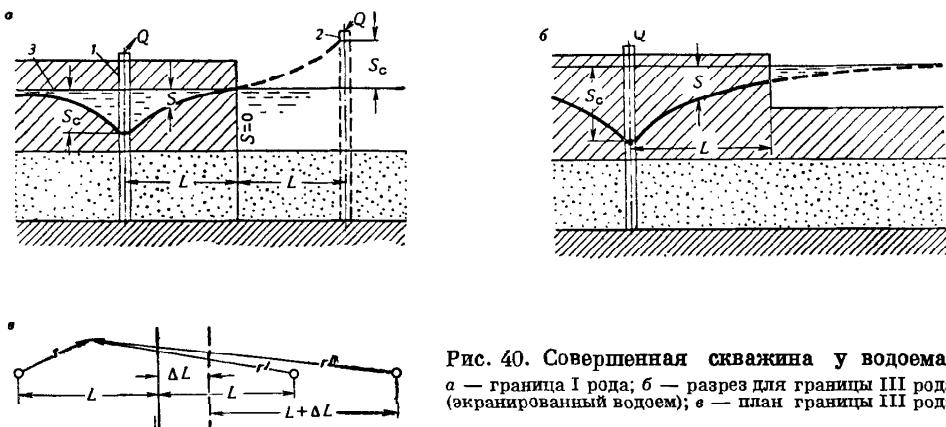


Рис. 40. Совершенная скважина у водоема:
а — граница I рода; б — разрез для границы III рода
(окраинированный водоем); в — план границы III рода

ние (62). Сопоставляя выражения (62) и (66), можно видеть, что они идентичны, если расчетное расстояние r до обобщенной скважины, задаваемое в (62), определяется из соотношения

$$\lg r = \sum_{i=1}^n \bar{Q}_i \lg r_i, \quad \bar{Q}_i = \frac{Q_i}{Q}, \quad (67)$$

где \bar{Q}_i — относительный дебит i -ой скважины.

При одинаковых дебитах скважин $Q_i = Q/n$ и формулу (67) можно представить в виде

$$r = \sqrt[n]{r_1 \cdot r_2 \dots r_i \dots r_n}, \quad (68)$$

т. е. расчетное расстояние до обобщенной скважины определяется как среднегеометрическое из расстояний до каждой скважины. Заметим, что при расчетах напора в скважине номера i следует принимать $r_i = r_c$. Такого рода переход от системы скважин к обобщенной скважине впервые был предложен Ф. Форхгеймером [19] и носит название способа «большого колодца».

Для учета прямолинейных границ пласта при откачке из скважин используется способ зеркальных отображений, основанный на введении фиктивных скважин, располагаемых симметрично реальным скважинам относительно границы.

Для скважины, расположенной вблизи границы I рода (где $H = H^0 = \text{const}$; $S = 0$), фиктивная скважина задается с расходом той же величины, но обратного знака (рис. 40, а), образуя с реальной скважиной дуплетную систему. Тогда выражение для напора можно получить вычитанием выражений (62), записанных для реальной и фиктивной скважин, причем из условия $H = H^0$ на границе, где $r = r'$, находится $C = H^0$, после чего получим

$$S = H^0 - H = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{r'}{r}, \quad (69)$$

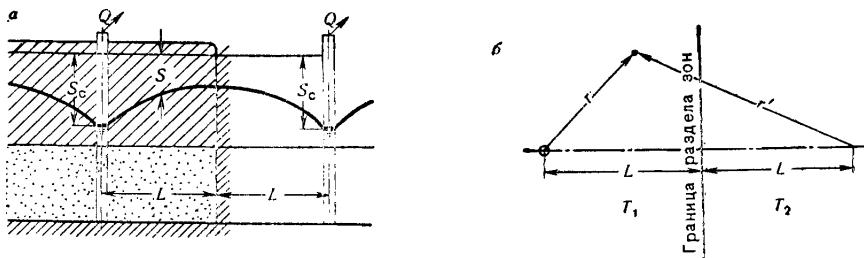


Рис. 41. Совершенная скважина у прямолинейной границы изменения проницаемости:

a — непроницаемая; *b* — зоны разной проводимости

причем понижение в скважине находится при $r'' = 2L$ и $r = r_c$, т. е.

$$S_c = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{2L}{r_c}. \quad (70)$$

Это решение также получено Ф. Форхгеймером [19] и приведенные формулы обычно носят его имя.

При расположении скважины вблизи гидродинамически несовершенного водоема большой (неограниченной) ширины (рис. 40, б, в) на контуре водоема задается граничное условие III рода вида (36). В такой постановке задача рассмотрена в работах [6, 24, 27], ее решение [24] можно представить в форме

$$S = \frac{Q}{2\pi T} \ln \left(\frac{r''}{r} \varepsilon \right), \quad (71)$$

где r'' — расстояние до зеркального отображения скважины относительно границы, сдвинутой на расстояние ΔL (см. рис. 40, в); ε — поправка, определяемая по следующим данным:

$\Delta L/r'$	0,3	0,5	0,7	1,0	1,5	2,0	3,0
ε	1,01	1,03	1,05	1,1	1,18	1,27	1,44

При $\Delta L > 2r'$ можно считать $\varepsilon = 0,96 + 0,16\Delta L/r'$. При $\Delta L < r'$ с погрешностью до 5—10% можно пренебречь поправкой и использовать решения для скважины вблизи границы I рода, сдвинутой относительно своего действительного положения на расстояние ΔL .

При расположении скважины у водоема конечной ширины, когда требуется учет взаимодействия потоков на разных берегах, решения рассмотрены в работах [6, 24].

Для скважины, расположенной вблизи непроницаемой границы (рис. 41, а), фиктивная скважина задается с расходом той же величины и того же знака, что и реальная скважина, поскольку в этом случае поток должен быть симметричным относительно границы. Тогда уравнение для напора получается

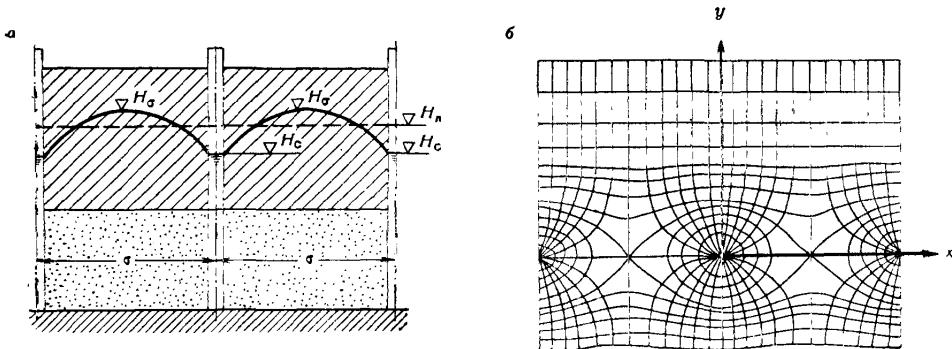


Рис. 42. Поток вблизи контурной системы скважин:
а — разрез по линии скважин; б — план течения

сложением выражений (62) для реальной и фиктивной скважины, причем, задавая условие на скважине $H = H_c$ при $r = r_c$, получим

$$H = H_c + \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{rr'}{2r_c L}. \quad (72)$$

В более общем случае расположения скважины вблизи прямолинейной границы раздела между областями с проводимостями T_1 и T_2 (рис. 41, б) использование метода зеркальных отображений [14] дает следующие выражения для функции напора H_1 в области I и H_2 в области II:

$$H_1 = \frac{Q}{2\pi T_1} \left(\ln r + \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} \ln r' \right) + C, \quad H_2 = \frac{Q}{2\pi (T_1 + T_2)} \ln r + C, \quad (73)$$

из которых как частные случаи получаются приведенные выше решения для скважины вблизи прямолинейной границы I или II рода.

Рассмотрим теперь особенности расчетов контурных систем скважин, располагаемых по прямолинейным контурам (рис. 42). Для расчетов таких систем эффективно использование метода фильтрационных сопротивлений, основанного на возможности замены контурной системы скважин эквивалентной траншееей с расчетным уровнем H_n , соответствующим среднему уровню на линии скважин. Принципиальным основанием этого метода является то обстоятельство, что дискретное расположение скважин по контуру проявляется только в непосредственной близости от скважин, создавая зону резкой деформации потока в плане размером порядка σ . Вне этой зоны поток будет иметь такой же характер, как и при замене контура скважин сплошной траншееей с удельным притоком $q = Q/\sigma$.

Анализ существующих зависимостей для притока к контурным системам показывает [7, 17, 20, 21, 23], что при расположении границ потока за пределами зоны резкой деформации связь между уровнем на линии H_n и уровнем в скважине H_c имеет универсальный вид

$$H_n - H_c = \frac{Q}{T} f_{Kc}, \quad f_{Kc} = 0,366 \lg \frac{\sigma}{2\pi r_c}, \quad (74)$$

причем T — проводимость пласта на линии дренажа.

Чаще всего такая методика используется при расчетах стационарной фильтрации вблизи прямолинейных рядов водозаборных или дренажных скважин, когда построение расчетных зависимостей производится по следующим этапам: 1) линии скважин заменяются эквивалентными траншеями с уровнями H_L и удельным расходом $q_c = Q/\sigma$; 2) записываются выражения для расходов потоков в зонах между линиями скважин и границами потока, а также между отдельными рядами скважин, которые рассматриваются уже как траншеи; 3) составляются уравнения баланса потока на линиях дренажа; 4) балансовые уравнения решаются совместно с уравнением (74), связывающим средние уровни на линии с уровнями в скважинах. Дальнейшие преобразования этой системы зависят от того, какие величины являются заданными, а какие — искомыми. Если, например, заданы дебит и расстановка скважин и, следовательно, известен удельный приток q_c , то по балансовым уравнениям можно найти уровни на линии скважин H_L , а затем по уравнению (74) определить уровень в скважинах H_c . Если же заданы уровни в скважинах или дренах, то, решая балансовые уравнения с уравнением (74), прежде всего следует исключить из них величину дебита скважин Q или удельного притока к дренам q_c . Примеры решения таких задач приведены в § 5 гл. X и в § 3 гл. XI.

На работу скважин нередко существенно влияет сопротивление прискважинной зоны [5, 7, 9, 17, 24], которое можно характеризовать безразмерным сопротивлением Δf_c или $\xi_2 = 2\pi \Delta f_c$, так что дополнительные потери напора ΔH_c , обусловливаемые сопротивлением прискважинной зоны, будут

$$\Delta H_c = \frac{Q}{T} \Delta f_c = \frac{Q}{2\pi T} \xi_2. \quad (75)$$

Удобным параметром прискважинного сопротивления является расчетный радиус скважины r_c^0 , представляющий собой радиус эквивалентной «чистой» скважины (не имеющей прискважинного сопротивления). Величина r_c^0 связывается с безразмерными сопротивлениями зависимостью

$$r_c^0 = r_c e^{-2\pi \Delta f_c} = r_c e^{-\xi_2}. \quad (76)$$

В реальных условиях значения расчетного радиуса скважин изменяются в очень широких пределах, чаще всего $r_c^0 \ll r_c$. По лабораторным и полевым данным можно считать преобладающими значения $r_c^0 = 0,001\text{--}0,01$ см [5, 24].

Приведенные зависимости построены для схемы потока с постоянной проводимостью. Отклонения от этой схемы отмечаются в безнапорных пластах, где проводимость меняется по мере изменения глубины потока, причем, как уже указывалось (см. § 3 гл. V), характер этих изменений зависит от строения пласта по вертикали.

Например, для однородного безнапорного потока на горизонтальном водоупоре (схема Дюпюи) расчетные зависимости можно получить на основе предпосылки Дюпюи, используя общие правила (30 гл. VI) перехода от аналогичных зависимостей для напорного потока, т. е. заменяя напоры H на величины $0,5 h^2$. Нетрудно показать, что зависимости для схемы Дюпюи можно привести к аналогичным зависимостям для основной схемы ($T = \text{const}$), если в качестве S принимать расчетные значения, связанные с действительными понижениями $S^0 = h_0 - h$ соотношением

$$S = \frac{h_0^2 - h^2}{2h_0} = S^0 \left(1 - \frac{S^0}{2h_0} \right). \quad (77)$$

Вблизи скважины (на расстоянии порядка исходной глубины потока h_0) вследствие кривизны свободной поверхности безнапорного потока заметно нарушается предпосылка

Дюпюи, что приводит, в частности, к образованию участка высасывания на стенке скважины (см. рис. 39, б). Размер участка высасывания (высота высасывания) h_b в относительно однородном потоке определяется по формуле [7, 22, 23]:

$$h_b = \sqrt{\left(0,73 \lg \frac{V \bar{Q}}{r_c} - 0,5\right) \bar{Q} + h_c^2} - h_c, \quad \bar{Q} = \frac{Q}{k}. \quad (78)$$

Более подробно вопросы формирования безнапорного потока при откачке из совершенной скважины рассмотрены, например, в работах [22, 28, 30].

§ 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ МЕТОДОМ ЭГДА

1. Профильные потоки

Моделирование профильных потоков обычно осуществляется на сплошных электрических моделях из электропроводной бумаги. Для обоснования основных положений построения таких моделей сопоставим выражение для расхода Q профильного потока шириной B и толщиной 1 м с выражением для силы тока I на аналогичном участке модели шириной B_m с удельным сопротивлением модели ρ_m *

$$Q = kB \frac{\Delta H}{\Delta l} \quad (a), \quad I = \frac{1}{\rho_m} B_m \frac{\Delta U}{\Delta l_m} \quad (b), \quad (79)$$

причем ΔH — потери напора на участке потока длиной Δl , соответствующие разнице потенциала ΔU на участке модели длиной Δl_m .

Очевидно, что в этом случае аналогом коэффициента фильтрации является обратная величина удельного сопротивления модели $1/\rho_m$, т. е.

$$k = \alpha_k \frac{1}{\rho_m}, \quad \rho_m = \alpha_k \frac{1}{k}, \quad (80)$$

где α_k — масштаб коэффициента фильтрации.

Вводя далее масштаб напоров $\alpha H = \frac{\Delta H}{\Delta U}$; линейный масштаб модели $\alpha_l = l/l_m = B/B_m$ и масштаб расхода потока $\alpha_Q = Q/I$, представим (79a) в виде

$$\alpha_Q I = \alpha_k \frac{1}{\rho_m} \alpha_l B_m \frac{\alpha H \Delta U}{\alpha_l \Delta l_m}. \quad (81)$$

Сопоставляя выражения (81) и (79b) установим, что для тождественного перехода одного в другое масштаб расхода профильного потока должен определяться формулой

$$\alpha_Q = \alpha_k \alpha H. \quad (82)$$

Моделирование профильных стационарных потоков наиболее широко используется при изучении фильтрации под гидротехническими сооружениями

* Заметим, что для бумажных моделей ρ_m представляет собой сопротивление квадрата листа модели, а для электролитических моделей $\rho_m = \rho_3/\delta_3$, где ρ_3 — удельное сопротивление электролита, а δ_3 — толщина слоя электролита на модели.

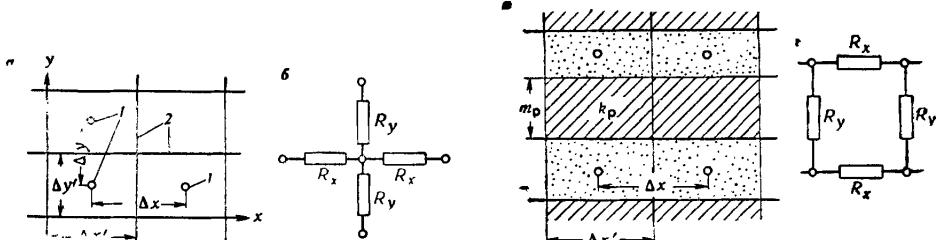


Рис. 43. Построение сеточных электрических моделей:

а — разбивка плоского потока на блоки; 1 — узловые точки, 2 — границы блоков; б — узел электрической сетки плоского потока; в — слоистая система взаимодействующих пластов; г — схема построения электрической сеточной модели слоистой системы

(плотинами, зданиями ГЭС и т. п.), поэтому его методика более подробно рассматривается далее в § 2 гл. XI.

При составлении сеточной электрической модели профильные потоки обычно разбиваются на отдельные блоки вертикальными и горизонтальными сечениями, в результате образуется прямоугольная сетка с размерами блоков $\Delta x'$ и $\Delta y'$ по осям x и y (рис. 43, а).

Фильтрационные сопротивления Φ_x и Φ_y , связывающие блоки по осям x и y , в соответствии с общим выражением (23 гл. V) для прямолинейного однородного потока здесь будут

$$\Phi_x = \frac{\Delta x}{k_x \Delta y'}, \quad \Phi_y = \frac{\Delta y}{k_y \Delta x'}, \quad (83)$$

где Δx и Δy — расстояния между узловыми точками (шаг сетки); k_x и k_y — коэффициенты фильтрации в направлениях x и y .

При равномерной разбивке $\Delta x = \Delta x'$ и $\Delta y = \Delta y'$.

Сеточная электрическая модель такой системы будет состоять из ортогональных сопротивлений R_x и R_y (рис. 43, б), причем

$$R_x = \alpha_R \Phi_x, \quad R_y = \alpha_R \Phi_y, \quad (84)$$

где α_R — масштаб электрических сопротивлений, выбираемый таким образом, чтобы рассчитанные согласно (84) значения R_x и R_y хорошо укладывались в диапазон сопротивлений, устанавливаемых на интеграторе.

Таким образом, основой электроинтегратора также является метод электрогидродинамической аналогии, однако в качестве природного аналога электрической сетки используется блочная (сеточная) схема фильтрационного потока.

Особенно рационально использование сеточных интеграторов для моделирования слоистых систем, допускающих применение предпосылки перетекания. Для этого слоистый поток (рис. 43, в) разбивается на блоки вертикальными сечениями (разбивка обычно делается так, чтобы между границами потока располагалось не менее 5—10 блоков). Горизонтальные границы блоков проводятся по подошве и кровле разделяющих слоев, поскольку принимается, что по вертикали напоры изменяются только в пределах разделяющих слоев.

Системы фильтрационных сопротивлений для такого профильного потока будут состоять из горизонтальных сопротивлений Φ_x в водоносных слоях и вертикальных сопротивлений $\Phi_y \Phi_p$ в разделяющих слоях, при определении которых в (83) следует положить $\Delta y' = m$, $k_x = k$, $\Delta y = m_p$, $k_y = k_p$, т. е.

$$\Phi_x = \frac{\Delta x}{km} = \frac{\Delta x}{T}, \quad \Phi_p = \frac{m_p}{k_p \Delta x'}, \quad (85)$$

где T — проводимость водоносного слоя.

Сеточная электрическая модель такой системы будет состоять из ортогональных сопротивлений R_x и R_p (рис. 43, 2), определяемых согласно (84).

Применение таких сеточных моделей эффективно для решения обратных задач в слоистых системах, когда по данным стационарного режима напора в различных водоносных слоях (горизонтах) определяются соответствующие им значения коэффициентов фильтрации разделяющих слоев [11, 17, 18].

Специфика решения профильных задач безнапорной фильтрации состоит прежде всего в необходимости задания свободной поверхности фильтрационного потока. Если пренебречь влиянием капиллярных сил, то свободная поверхность совпадает с кривой депрессии, на которой выполняется условие (6 гл. IV), причем плоскость сравнения напоров ($z = 0$) обычно задается на отметке минимального напора и тогда $H_{\min} = 0$. Поскольку в стационарной фильтрации кривая депрессии является, кроме того, линией тока, то бумажная модель вдоль кривой депрессии обрезается. На электролитической модели по кривой депрессии устанавливается либо гибкий изолят (целлулоид), либо стенка из воска и парафина.

Построение кривой депрессии осуществляется на электрических моделях подбором. В первом приближении кривая депрессии задается произвольно. По техническим соображениям на бумажной модели рекомендуется задавать ее положение с завышением, а на жидкостной модели с парафиновой (восковой) границей — с занижением. Сняв с модели ЭГДА потенциалы вдоль свободной поверхности и определив по формуле (20 гл. V) значения напоров H , следует сравнить их с соответствующими величинами ординат свободной поверхности z . Если оказывается, что $z < H$, то кривую депрессии в этом месте нужно несколько поднять, а при $z > H$ опустить. Поправив таким образом кривую депрессии, проводят моделирование во втором приближении и снова сопоставляют напоры на свободной поверхности H с ее ординатами z . Обычно достаточно двух-трех приближений, чтобы достичь приемлемого их совпадения.

При наличии капиллярной каймы эффективной высотой h_k на поверхности капиллярной каймы выполняется условие (7 гл. IV), а порядок ее подбора остается тем же, что и для свободной поверхности. При этом свободная поверхность, на которой давление равно атмосферному, находится как линия с $H = z$.

Моделируя инфильтрацию заданной интенсивности, необходимо осуществить подачу соответствующей силы тока на линию свободной поверхности [4, 11].

2. Плановые потоки

Для обоснования основных положений методики моделирования стационарной плановой фильтрации сопоставим прежде всего выражение для расхода Q в элементе планового потока шириной N и длиной l , исходя из формулы (1 гл. IV) для удельного расхода, с выражением для силы тока I в аналогичном элементе плоской модели шириной N_m , толщиной δ_m и длиной l_m :

$$Q = TN \frac{\Delta H}{l} \quad (a), \quad I = \frac{\delta_m}{\rho_3} N_m \frac{\Delta U}{l_m} \quad (b). \quad (86)$$

Из сопоставления этих выражений видно, что при моделировании планового потока удельное сопротивление плоской модели $\rho_m = \rho_0/\delta_m$ является аналогом проводимости пласта T (а не коэффициента фильтрации, как это было в случае пространственного или профильного потоков). Кроме того, остается в силе соответствие изменений напоров ΔH изменению электрических потенциалов ΔU , а также необходимость геометрического подобия модели и фильтрационного потока в плане. Исходя из этого, введем масштабные коэффициенты (масштабы), позволяющие перейти от характеристик фильтрационного потока к характеристикам электрического поля:

$$Q = \alpha_Q I, \quad T = \frac{\alpha_T}{\rho_m}, \quad \frac{N}{N_m} = \frac{l}{l_m} = \alpha_l, \quad \Delta H = \alpha_H \Delta U, \quad (87)$$

где α_Q — масштаб расходов; α_T — масштаб проводимостей; α_l — линейный масштаб модели; α_H — масштаб напоров.

Подставим фильтрационные характеристики, выраженные через масштабы согласно (87), в формулу (86а)

$$\alpha_Q I = \frac{\alpha_T}{\rho_m} \alpha_l N_m \frac{\alpha_H \Delta U}{\alpha_l l_m}. \quad (88)$$

Сопоставляя (88) и (86б), можно видеть, что они тождественно переходят друг в друга при условии

$$\alpha_Q = \alpha_T \alpha_H, \quad (89)$$

которое является критерием подобия для стационарного планового потока.

Таким образом, модель планового потока должна составляться так, чтобы удельное сопротивление ее задавалось обратно пропорционально суммарной проводимости пласта в данном сечении. Технически изменение проводимости пласта на моделях из электропроводной бумаги осуществляется параллельным склеиванием листов бумаги одинаковой или различной проводимости [3, 11]. На электролитических моделях сравнительно небольшое изменение проводимости можно реализовать изменением мощности слоя электролита, для чего дно модели делается из пластилина, воска или других пластичных материалов.

При моделировании планового потока на сеточном электроинтеграторе разбивка блоков в плане производится, как правило, по прямоугольной сетке с шагами Δx и Δy (см. рис. 43, а), а значения сопротивлений Φ_x и Φ_y в направлениях x и y определяются по формулам

$$\Phi_x = \frac{\Delta x}{T \Delta y}, \quad \Phi_y = \frac{\Delta y}{T \Delta x}. \quad (90)$$

Электрические сопротивления устанавливаются далее пропорциональными подсчитанным фильтрационным сопротивлениям.

Задание проводимостей безнапорного планового потока несколько осложняется тем, что их величины зависят от положения уровней грунтовых вод. Поэтому в общем случае моделирование безнапорного планового потока должно осуществляться подбором, причем в первом приближении значения проводимости пласта принимаются при ориентировочных значениях уровней грунтовых вод, затем последние уточняются по данным моделирования в первом приближении, устанавливаются значения проводимости пласта во втором приближении и т. д., пока значения проводимости не будут достаточно точно соответствовать расчетным уровням грунтовых вод.

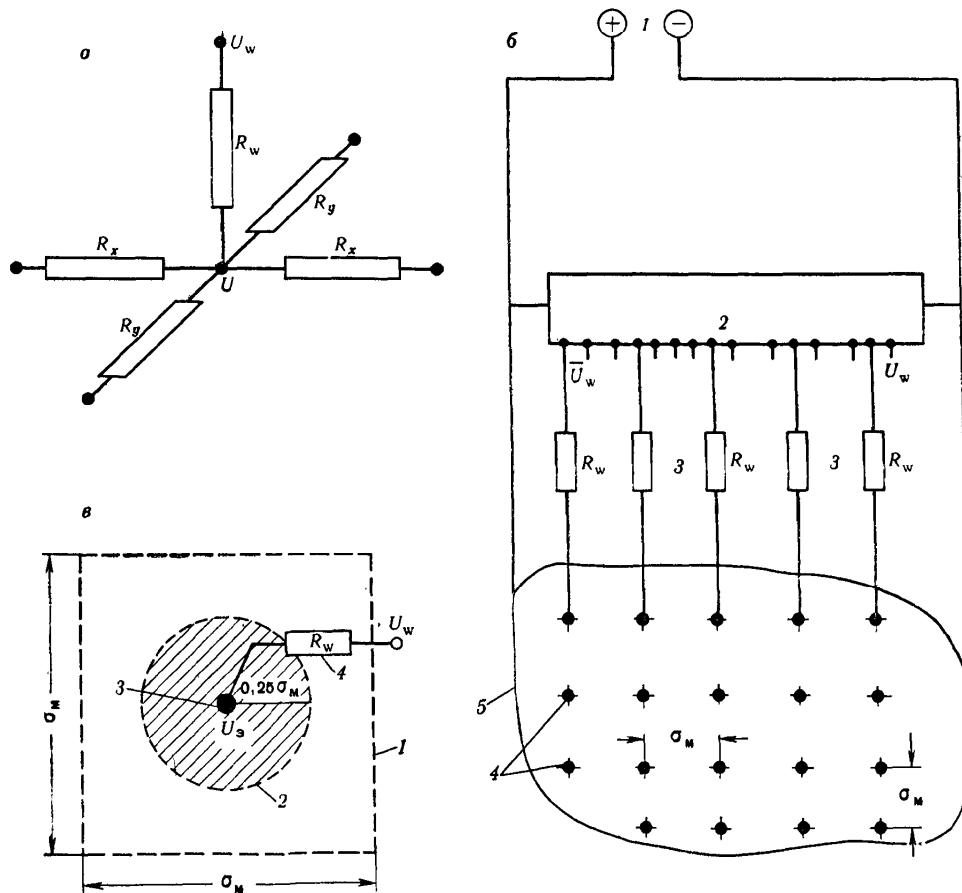


Рис. 44. Задание инфильтрационного питания на электрических моделях:

a — сеточная модель; *б* — сплошная модель из электроопроводной бумаги; *1* — источник питания, *2* — делитель напряжения, *3* — инфильтрационные сопротивления, *4* — электроды, *5* — модель; *в* — элемент сплошной модели, относящийся к одному электроду: *1* — границы элемента, *2* — границы внутренней зоны элемента, *3* — электрод, *4* — «инфильтрационные» сопротивления

Одной из важных особенностей решения плановых задач фильтрации является потребность учета площадного питания — инфильтрации или испарения интенсивностью w .

На сеточном электроинтеграторе задание инфильтрации сводится к подаче в каждую узловую точку силы тока I_w , соответствующей инфильтрационному расходу $Q_w = wF$, где F — площадь блока фильтрационного потока, относящегося к данной узловой точке. Такую подачу тока можно осуществлять подключением в узловую точку инфильтрационного сопротивления R_w (рис. 44, *a*),

по которому проходит ток I_w , подбираемый из условия, что разница потенциалов $\Delta \bar{U}_w$ на этом сопротивлении получается равной

$$\Delta U_w = U_w - U = I_w R_w = \frac{WF}{\alpha_Q} R_w. \quad (91)$$

Имея в виду выражение (89) для масштаба силы тока, представим (91) в более удобной форме

$$\Delta \bar{U}_w = \frac{WF R_w}{\alpha_T \Delta H_{\max}} = \frac{WF}{T \Delta H_{\max}} \cdot \frac{R_w}{\rho_m}, \quad (92)$$

где ρ_m — удельное сопротивление плоской модели, соответствующее проводимости потока T .

Для решения прямых задач такое моделирование осуществляется подбором, поскольку разница инфильтрационных потенциалов зависит от неизвестного заранее потенциала U в узловой точке модели.

На сплошных моделях ЭГДА ток I_w подается дискретно — по сетке с шагом σ_m (рис. 44, б), так что в основной части модели $F = \sigma^2$, где $\sigma = \alpha_l \sigma_m$. Для учета погрешности, вносимой дискретным заданием питания, в значения потенциала, замеренного на модели, следует ввести поправку $\Delta \bar{U}$ во внутренней зоне блока (при $r < 0,25\sigma$), где она определяется по формуле

$$\Delta \bar{U} = \frac{\rho_m}{R_w} \Delta \bar{U}_w f(\bar{r}); \quad f(\bar{r}) = \frac{1}{2\pi} \left(0,75 - 0,5\bar{r}^2 - \ln \frac{1}{\bar{r}} \right), \quad \bar{r} = \frac{r_m}{r_k}, \quad r_k = 0,56\sigma_m, \quad (93)$$

где r_m — расстояние от электрода до расчетной точки; r_k — приведенный радиус участка модели, относящегося к электроду.

Определение значений $f(\bar{r})$ можно производить, пользуясь следующими данными

\bar{r}	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$f(\bar{r})$	0,37	0,25	0,14	0,08	0,04	0,01

Величина поправки $\Delta \bar{U}$ должна вычитаться из относительного потенциала, замеренного на модели.

Когда моделируется положение влияния искусственных факторов (водохранилищ, каналов, дренажей и т. п.) на существующий естественный поток, а интенсивность инфильтрации w остается такой же, как и в естественных условиях, для учета инфильтрации эффективно используется принцип сложения течений (суперпозиции); при этом результирующий поток получается наложением на естественный поток дополнительного, возникающего за счет влияния искусственных факторов. Такой дополнительный поток моделируется без задания инфильтрационного питания, которое автоматически учитывается уровнями естественного потока. В частности, для потока постоянной проводимости напоры результирующего потока H находят в каждой точке как сумму

напоров естественного потока H_e и дополнительного ΔH , а напоры на границах дополнительного потока — соответственно как разность напоров H и H_e на этих границах, причем формы границ принимаются такими, какими они оказываются в условиях результирующего потока.

Более обстоятельно вопросы методики электрического моделирования стационарной фильтрации рассматриваются в работах [3, 10, 11].

Глава VII

ОСНОВЫ СТАТИКИ МАССИВОВ ГОРНЫХ ПОРОД

В соответствии с изложенными ранее принципами схематизации геомеханических процессов (см. гл. IV § 2) мы ограничимся здесь рассмотрением теоретических основ статики массивов горных пород применительно к тем проблемам, при решении которых можно не учитывать изменения структуры массива и которые допускают достаточно детальное теоретическое исследование напряженно-деформированного состояния пород в стационарной постановке. Как отмечено в § 2 гл. IV, такое исследование обычно связано с существенными упрощениями исходной расчетной схемы, которые обычно сводят задачу к двум крайним моделям — линейно-деформируемой среды или предельно напряженной среды.

§ 1. МОДЕЛЬ ЛИНЕЙНО-ДЕФОРМИРУЕМОЙ СРЕДЫ

Использование данной модели предполагает, что связь между деформациями горных пород и напряжениями в них выражается линейным законом. Это позволяет провести исследование напряженного состояния нагруженного массива без привлечения деформаций, а затем при необходимости оценить величины дополнительных деформаций, обусловленных приращениями напряжений под сооружением, и сопоставить их с допустимыми для данного сооружения. Очень важно, что благодаря предпосылке о линейной деформируемости среды оказывается применимым принцип независимости действия сил, позволяющий широко использовать в расчетах метод суперпозиции [3, 6, 10, 18, 21].

Простейшим примером применения модели линейно-деформируемой среды является решение задачи об определении конечной осадки (S_∞) слоя грунта мощностью m под равномерно распределенной нагрузкой q . Если считать деформацию одномерной (компрессия), а коэффициент сжимаемости a_c постоянным, то с учетом компрессионной зависимости (6 гл. II) получаем

$$S_\infty = -\Delta p \cdot m \cdot q = -\Delta \left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} \right) mq \approx \frac{a_c mq}{1+a_c p}, \quad (1)$$

где Δp — относительное изменение пористости от единичной нагрузки; a_c — средний коэффициент пористости в интервале нагружения.

В данной задаче мы имели дело с простейшим (однородным) напряженным состоянием (см. § 2 гл. I), которое не требовало специального аналитического

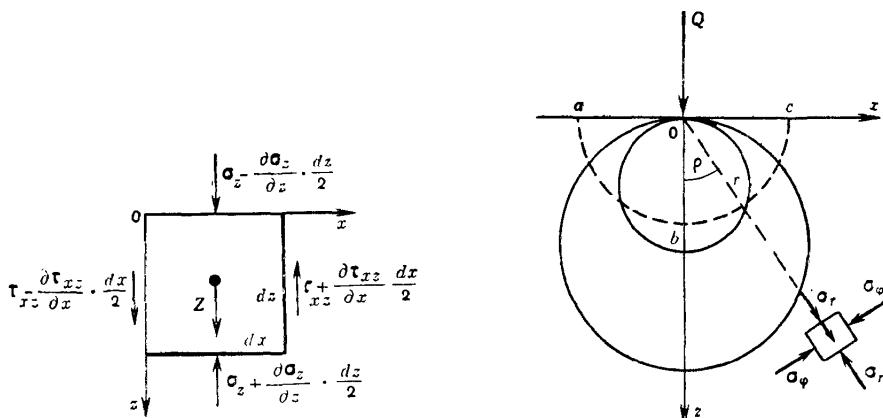


Рис. 45. Напряжения, параллельные осям z , действующие по граням элементарного параллелепипеда, находящегося в равновесии (плоская задача)

Рис. 46. Полуограниченный массив, находящийся под действием сосредоточенной линейной нагрузки, нормальной границе массива

исследования. В общем же случае напряженное состояние массива должно исследоваться на базе известной [19, стр. 53] из теории упругости системы 15 дифференциальных уравнений, содержащих в качестве неизвестных шесть компонентов напряжений, шесть компонентов деформаций и три компонента перемещений. Эта система существенно упрощается для важного практического случая двумерной плоской деформации, когда траектории перемещения частиц предполагаются лежащими в одной плоскости (деформации идентичны во всех сечениях, перпендикулярных направлению большого размера тела). Так, если предположить, что траектории перемещений лежат в координатной плоскости XZ , то из условия равновесия прямоугольного параллелепипеда, сечение которого показано на рис. 45, легко получаем уравнения равновесия в виде [19, стр. 15]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где X и Z — составляющие объемных сил; σ_x , σ_z и $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ — составляющие нормальных и касательных напряжений.

Если наряду с предпосылкой о равновесии предположить, что в процессе деформирования тело не претерпевает разрывов, то к уравнениям равновесия добавятся уравнения совместности перемещений, отражающие требование существования и непрерывности компонентов деформации и их производных. С помощью линейных связей вида (2, гл. II) между деформациями и напряжениями эти уравнения также могут быть записаны в компонентах напряжений.

Так, в случае плоской деформации единственное уравнение совместности имеет вид [17, стр. 78]:

$$\nabla^2 (\sigma_x + \sigma_z) = -\frac{1}{1-\nu} \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right), \quad (3)$$

где ν — коэффициент Пуассона; ∇^2 — оператор Лапласа

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Уравнения (2) и (3) образуют статически определимую систему, из которой может быть полностью оценено напряженное состояние массива в различных его точках. По известным значениям напряжений из обобщенного закона Гука (2 гл. II) легко определяются компоненты деформации. Отсюда следует, что для полного решения задачи необходимо иметь два параметра, характеризующих механические свойства массива: модуль Юнга E_y и коэффициент Пуассона ν (см. § 1 гл. II).

Как справедливо подчеркивал Н. М. Герсеванов [3, стр. 187], область применения приведенных уравнений в механике горных пород отнюдь не ограничивается упругими телами: важно лишь, чтобы зависимость между напряжениями и деформациями горной породы в рассматриваемом интервале изменения напряжений носила линейный характер. Это условие обычно можно считать выполненным — с определенной долей приближения, — когда в расчетном массиве не возникает областей предельного напряженного состояния или же когда размеры их пренебрежимо малы.

К настоящему времени найдено большое число частных решений для модели линейно-деформируемой среды. В качестве основного из них используется решение для случая сосредоточенной нагрузки. Рассмотрим, например, плоскую задачу о напряженном состоянии полуограниченного невесомого массива под действием линейной сосредоточенной нагрузки интенсивностью Q , нормальной границе массива (рис. 4б). Постулируя, исходя из очевидных общих соображений, решение в виде [19, стр. 56]

$$\sigma_r = A \frac{Q \cos \varphi}{r}; \quad \sigma_\varphi = 0; \quad \tau_{r\varphi} = 0, \quad (4)$$

можно убедиться подстановкой, что это решение действительно удовлетворяет исходной системе уравнений (2)–(3) (в полярных координатах):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{2\tau_{r\varphi}}{r} = 0, \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) (\sigma_r + \sigma_\varphi) = 0. \end{array} \right. \quad (5)$$

Постоянная A легко определяется, исходя из условия равновесия полу-круга abc (см. рис. 48):

$$2 \int_0^{\pi/2} \sigma_r \cdot \cos \varphi \cdot r d\varphi = 0, \text{ т. е. } A = \frac{2}{\pi}.$$

Согласно приведенному решению изолинии радиальных напряжений являются окружностями, касающимися границы массива в точке приложения нагрузки Q (см. рис. 46). В декартовых координатах решение (4) приводит к формулам [11, стр. 58]

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{2Qx^2z}{\pi(x^2+z^2)^2}; & \sigma_z &= \frac{2Qz^3}{\pi(x^2+z^2)^2}; \\ \tau_{xz} &= \frac{2Qxz^2}{\pi(x^2+z^2)^2}, \end{aligned} \quad (6)$$

известным как формулы Фламана.

Одновременное воздействие нескольких сосредоточенных сил легко учитывается посредством принципа суперпозиции, позволяющего суммировать напряжения, обусловленные действием разных сил, как независимые. Этот же принцип может быть использован для перехода от решения Фламана к случаю произвольно распределенной нагрузки $q(x)$, нормальной плоскому основанию. В самом деле, формулы (6) можно представить также в виде [19, стр. 111]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = \frac{1}{2} \left(\theta + z \frac{\partial \theta}{\partial x} \right), \\ \sigma_z = \frac{1}{2} \left(\theta - z \frac{\partial \theta}{\partial x} \right), \\ \tau_{xz} = -\frac{1}{2} z \frac{\partial \theta}{\partial z}, \end{array} \right. \quad (7)$$

где $\theta = \sigma_x + \sigma_z$.

Так как исходные уравнения (2)–(3) и формулы (7) линейны относительно σ_x , σ_z и τ_{xz} , то выражения (7), не зависящие от интенсивности и точки приложения нагрузки, справедливы и для произвольно распределенной нормальной нагрузки $q(x)$. Остается лишь найти неизвестную функцию $\theta(x, z)$.

При пренебрежении объемными силами ($X = 0$ и $Z = 0$) функция θ согласно (3) должна удовлетворять уравнению Лапласа $\nabla^2 \theta = 0$. Для выполнения граничного условия $\sigma_{z/z=0} = q(x)$ в соответствии со вторым уравнением из (7) следует, очевидно, положить $\theta_{z=0} = 2q(x)$. Используя известное из математической физики [13, стр. 319] решение уравнения Лапласа для полуплоскости с заданным значением искомой функции на границе, получаем¹:

$$\theta = \frac{2}{\pi} \int_{-a}^a q(\eta) \frac{z}{(x-\eta)^2+z^2} d\eta, \quad (8)$$

где $2a$ — интервал приложения нагрузки.

¹ В том, что формула (8) является решением уравнения Лапласа при принятых граничных условиях, можно убедиться непосредственной подстановкой.

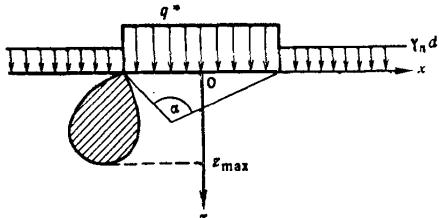


Рис. 47. Схема к расчету напряжений под фундаментом

Так как функция θ удовлетворяет уравнению Лапласа, то ее можно легко определить также моделированием на приборе ЭГДА, изготавливая модель из электропроводной бумаги (см. § 3 гл. V). По полученным на модели линиям $\theta = \text{const}$ с помощью выражения (7) определяются значения напряжений σ_x , σ_z и τ_{xz} , подобно тому, как по линиям равных напоров находятся элементы фильтрационного потока (см. § 3 гл. V). Тем самым полностью решается плоская задача о распределении дополнительных напряжений, обусловленных возведением тяжелого сооружения (например, гравитационной плотины). Аналогично можно получить решение задачи о распределении напряжений, обусловленных действием фильтрационных сил в основании гидротехнического сооружения (см. § 1 гл. XI).

Метод ЭГДА заметно упрощает и решение общей задачи определения напряженного состояния линейно-деформируемых массивов (см. § 4 гл. V), особенно если интенсивность объемных сил не зависит от координат. В этом случае уравнение (3), как и в рассмотренной задаче, является уравнением Лапласа, и на приборе ЭГДА легко определяется функция $\theta = \sigma_x + \sigma_z$, после чего раздельное отыскание напряжений осуществляется методами численного интегрирования уравнений равновесия (2). Этот пример еще раз подтверждает широкие возможности использования метода ЭГДА в самых различных сферах гидро-геомеханики.

Оставаясь на позициях модели линейно-деформируемой среды, для определения напряженного состояния горных пород наряду с методом ЭГДА можно с успехом применить и моделирование методом фотоупругости (см. § 4 гл. V). Этим методом отыскивается разность главных напряжений $\sigma_1 - \sigma_3$, а разделение напряжений σ_1 и σ_3 проводится с помощью уравнений (2) численными методами. Решение последней задачи можно заметно облегчить, сочетая метод фотоупругости с методом ЭГДА. Если на модели ЭГДА предварительно определить сумму главных напряжений $\sigma_1 + \sigma_3 = \theta(x, z)$, то напряжения σ_1 и σ_3 определяются в каждой точке из простейшей алгебраической системы двух уравнений с двумя неизвестными.

Приведенные примеры свидетельствуют о том, что использование математического аппарата теории упругости делает возможным простое отыскание точных аналитических или модельных решений ряда важных практических задач. Существует, однако, широкий круг проблем, для которых применение закономерностей линейно-деформируемой среды будет давать заведомо неверные результаты.

Чтобы пояснить сказанное, рассмотрим [17, стр. 167—169] задачу о заглубленном фундаменте, дающем равномерно распределенную полосовую

нагрузку (рис. 47). Заменяя вес пород выше отметки подошвы фундамента (вне полосы нагружения) условной нагрузкой $\gamma_n \cdot d$ (d — заглубление), используя формулу (8) и определяя затем величины главных напряжений, можно получить следующие простые зависимости:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{q^*}{\pi} (\alpha + \sin \alpha), \\ \sigma_3 = \frac{q^*}{\pi} (\alpha - \sin \alpha), \end{cases} \quad (9)$$

где α — угол видимости, причем одна из главных площадок — биссектриса угла видимости, а другая — перпендикулярна ей.

Если принять, что напряжения от собственного веса $\sigma_x = \sigma_z = \gamma_n \cdot (z + d)$, то согласно формуле (21 гл. II), имеем следующее условие:

$$\frac{\frac{q^*}{\pi} \sin \alpha}{\frac{q^*}{\pi} \alpha + \gamma_n z + \gamma_n d + c \cdot \operatorname{ctg} \rho} = \sin \rho, \quad (10)$$

которое выражает уравнение кривой, ограничивающей область предельного напряженного состояния в виде $z = f(\alpha)$. Нижнюю точку этой кривой $z = z_{\max}$ нетрудно получить, полагая $f(\alpha) = 0$:

$$\cos \alpha = \sin \rho, \text{ или } \alpha = \frac{\pi}{2} - \rho,$$

Подставляя это значение α в (10), находим связь между нагрузкой q^* и глубиной z_{\max}

$$q^* = \pi \frac{\gamma_n \cdot z_{\max} + \gamma_n d + c \cdot \operatorname{ctg} \rho}{\operatorname{ctg} \rho - \frac{\pi}{2} + \rho} + \gamma_n d. \quad (11)$$

Условие отсутствия областей предельного напряженного состояния вытекает отсюда при $z_{\max} = 0$ *

$$q^* \leq \pi \frac{\gamma_n d + c \cdot \operatorname{ctg} \rho}{\operatorname{ctg} \rho - \frac{\pi}{2} + \rho} + \gamma_n d. \quad (12)$$

Условие (12) является точным, в то время как формула (11) при $z_{\max} > 0$ будет приближенной, ибо она выведена из предположения о линейной деформируемости среды, т. е. из предположения об отсутствии предельных зон. Поэтому ясно, что чем больше будет величина z_{\max} , тем большую ошибку мы будем допускать, находя очертания предельных зон из формулы (11), ибо в контурах предельных зон должна решаться система уравнений, отвечающих предельному напряженному состоянию.

* Формула (12) позволяет, таким образом, получить заведомо безопасные нагрузки под фундаментом, когда прочность грунта еще далеко не исчерпана.

Отсюда следует, что уравнения теории упругости могут являться основой для решения задач гидрогеомеханики лишь в тех случаях, когда предельные зоны в массиве горных пород вообще отсутствуют или занимают весьма ограниченные площади. О том, насколько осторожно следует использовать элементы теории упругости при расчете земляных сооружений, свидетельствуют, например, появляющиеся время от времени работы о распределении напряжений в откосах, основанные на методах фотоупругости или электромоделировании. Получаемые при этом изолинии напряжений подчас даже качественно не соответствуют действительности. Кроме того, в этих случаях вблизи угловых точек моделей нередко фиксируются зоны резких концентраций напряжений. Между тем, горные породы, представляющие собой реологические системы (см. § 3 гл. II), всегда склонны к относительному выравниванию напряжений. Такое перераспределение напряжений отмечается вследствие реологических процессов и при состояниях, достаточно далеких от предельных. Это еще более сужает условия применимости в задачах гидрогеомеханики методов теории упругости.

В частности, опыт решения ряда практических задач свидетельствует о том, что даже оценки естественного напряженного состояния массива горных пород по уравнениям теории упругости часто дают весьма далекие от реальности результаты (из-за решающего влияния на это состояние геологической «истории» нагружения и деформирования). Например, для горизонтального пласта, залегающего на глубине z_0 от горизонтальной дневной поверхности, естественное напряженное состояние оценивается обычно по весу вышележащих пород согласно простейшим формулам (2 гл. I) и (7 гл. II). Однако, как уже отмечалось (см. § 1 гл. II), использование коэффициента бокового давления (ξ) равносильно предположению, что рассматриваемая толща горных пород отлагалась при отсутствии заметных боковых деформаций, т. е. сжатие ее под действием собственного веса проходило подобно сжатию образца в компрессионном приборе. Иначе говоря, формулы (2 гл. I) и (7 гл. II) предполагают отсутствие в породе каких-либо остаточных напряжений, обусловленных предшествующей геологической (в первую очередь тектонической) историей массива. Факты показывают, что это предположение может оказаться далеким от истины в районах проявления современной тектоники, особенно для пород, в которых релаксация напряжений протекает достаточно медленно: известны случаи, когда горизонтальные напряжения заметно превышали вертикальные, вычисленные по формуле (2 гл. I) [19, стр. 209]. Косвенным отражением подобных явлений могут служить и аномальные пластовые давления в нефтяных коллекторах [1]. Поэтому задача надежного натурного определения фактических напряжений в массивах горных пород приобретает для таких районов вполне самостоятельное значение [11].

Конечно, приведенное замечание о влиянии истории нагружения на исходное (естественное) напряженное состояние сохраняет свою силу для любых расчетных моделей. Однако на практике оно больше всего ограничивает область применения именно модели линейно-деформируемой среды, которая часто используется для оценки состояний, далеких от предельных: в этом случае отклонения расчетных состояний от действительных, обусловленные влиянием остаточных напряжений, обычно оказываются максимальными.

§ 2. МОДЕЛЬ СРЕДЫ В ПРЕДЕЛЬНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Использование данной модели предполагает, что во всех точках массива (или в априорно заданной его части) достигнуто предельное напряженное состояние, т. е. прочность пород «исчерпана» полностью. В этом случае мы, естественно, должны постулировать возникновение в массиве поверхностей разрыва, вдоль которых происходит смещение одной части массива относительно

другой. Следовательно, в отличие от предыдущей модели в математической формулировке задачи не участвует требование совместности деформаций, и уравнение (3) должно быть заменено каким-то другим соотношением, отражающим напряженное состояние массива вдоль поверхностей разрыва. Таким соотношением является условие предельного напряженного состояния (см. § 2 гл. II).

Итак, в математическом отношении эта модель сводится к системе уравнений, объединяющей условия равновесия (2) с условием предельного напряженного состояния применительно к деформациям сдвига или (реже) растяжения. Если единственными объемными силами являются собственный вес пород и фильтрационные силы, а условие предельного состояния определяется законом Кулона в виде (22 гл. II), то уравнения в напряжениях записутся (для двумерной задачи) следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \gamma \frac{\partial H}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \gamma_b + \gamma \frac{\partial H}{\partial z} = 0, \\ (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = (\sigma_x + \sigma_z + 2c \cdot \operatorname{ctg} \rho)^2 \cdot \sin^2 \rho, \end{cases} \quad (13)$$

где γ_b — объемный вес пород с учетом взвешивания водой.

Необходимо отметить, что привлечение к рассмотрению данной модели уравнений равновесия в виде (2) уже само по себе является определенным допущением: в действительности уравнения (2) отражают равновесие системы лишь до начала движения вдоль поверхностей разрывов или после возникновения стационарного поля скоростей при таком движении. В промежуточной стадии деформирования задача должна была бы рассматриваться как динамическая, а разрушение — как прогрессирующее [19, стр. 141]. Однако ввиду сложности решения задач в такой постановке обычно принимается, что до начала разрушения существовало равновесие, нарушение которого вызывается именно предельной нагрузкой. Связанная с этим допущением теория разрушения называется теорией предельного равновесия. Специальными исследованиями доказано, что оценка устойчивости по этой теории приводит к некоторому запасу [19, стр. 141].

Система уравнений (13) является статически определимой: с ее помощью значения напряжений оцениваются однозначно без привлечения уравнений для перемещений. Методы решения данной системы на примере большого числа частных задач подробно изложены В. В. Соколовским [12] и С. С. Голушкичем [4]. Эти методы сводятся к численному или графическому интегрированию системы (13) и в целом оказываются достаточно сложными в математическом и техническом отношении, что обусловлено нелинейностью системы и недопустимостью применения принципа суперпозиции (в отличие от предыдущей модели). Наиболее широко используемый численный метод, предложенный В. В. Соколовским [12], сводит систему (13) к двум уравнениям в частных производных гиперболического типа, из которых методами численного интег-

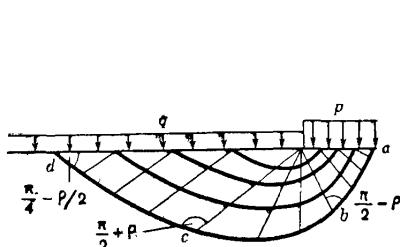


Рис. 48. Сеть линий скольжения в грунте при полосовой нагрузке и боковой пригрузке (без учета собственного веса грунта)

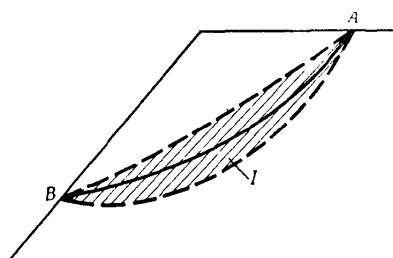


Рис. 49. Схема откоса в предельном напряженном состоянии

рирования определяются напряжения и направления поверхностей скольжения в расчетных точках. Огибающей поверхностей скольжения является поверхность разрушения массива, которая оказывается (в математическом плане) поверхностью разрыва непрерывности решения. На рис. 48 для примера приведены сетка линий скольжения и поверхность разрушения ($abcd$) для невесомого массива с «полосовой» нагрузкой [20, стр. 132].

Полученные к настоящему времени решения системы уравнений предельного напряженного состояния исходят, за редкими и весьма частными исключениями, из предположения, что предельное напряженное состояние достигнуто во всех точках расчетного массива. На практике это требование почти никогда не выполняется, поэтому С. С. Голушкович имел все основания утверждать, что такое состояние является крайним случаем предельного равновесия и что его можно создать лишь в условиях специально поставленного и хорошо обдуманного эксперимента [4, стр. 160]. Наиболее же реальными являются такие случаи, когда расчетный массив находится в предельном равновесии, а условия предельного напряженного состояния выполняются лишь в ограниченной его зоне (например, в зоне, прилегающей к поверхности скольжения на рис. 49). Поэтому С. С. Голушкович рассматривает предельное равновесие грунтового массива как состояние, при котором его верхняя граница является поверхностью скольжения или огибающей этих поверхностей [4, стр. 190].

Приходится, таким образом, признать, что, оставаясь целиком в рамках модели предельного напряженного состояния, обычно мы можем ответить лишь на весьма частные, практически не первостепенной важности вопросы. Например, применительно к оценке устойчивости откоса можно определить, какова должна быть форма откоса при заданной нагрузке или какова должна быть внешняя нагрузка, приложенная к поверхности данного откоса, чтобы во всех его точках было выполнено условие предельного напряженного состояния. Однако практически наиболее важный вопрос об оптимальных параметрах откоса (см. § 3) в рамках данной расчетной модели решен быть не может.

В целом модель предельного напряженного состояния может использоваться, с одной стороны, в целях получения эталонов для проверки (на частных примерах) точности приближенных методов расчета (см. § 3), а с другой — как

составная часть (необходимая, но отнюдь не достаточная) общей теории предельного равновесия, дающая математический аппарат для описания состояния массива в контурах предельных зон. Однако, как уже ясно, сами эти контуры не могут быть найдены одними лишь методами теории предельного напряженного состояния.

Следовательно, реальным условиям отвечает лишь решение смешанной задачи предельного равновесия, в которой рассматриваются не только напряжения, но и перемещения, как это делается в теории пластичности [2, 8]. Однако отыскание в общем виде границ раздела предельных и допредельных зон связано с большими трудностями, поэтому до сих пор не предложено достаточно удовлетворительных общих методов решения указанной задачи. В этом направлении можно отметить лишь некоторые частные решения, например [5].

Необходимость решения смешанной задачи, пожалуй, наиболее убедительно иллюстрируется на примере задачи об устойчивости откоса, близкого к предельному равновесию (см. рис. 49). Очевидно, для потери устойчивости со скольжением вдоль поверхности AB достаточно, чтобы предельное напряженное состояние имело место лишь в точках массива, прилегающих к AB (например, в зоне I), в то время как в остальной части массива может сохраняться «упругое» состояние. При этом наиболее вероятно, что предельное состояние возникает на первых этапах в ограниченных зонах массива, которые, постепенно расширяясь вследствие реологических процессов (см. § 3 гл. II), занимают в конце концов всю площадь, отраженную на рис. 49. Не исключено, что на этой стадии деформации откоса примут характер установившейся ползучести, так что даже сам вопрос о дальнейшей устойчивости такого откоса может быть поставлен корректно лишь при условии априорного назначения допустимых масштабов деформаций (см. § 3 гл. II). Для слоистых неоднородных откосов картина резко усложняется тем обстоятельством, что в процессе медленных подвижек более жесткие породы могут достигнуть предельной деформации и полностью потерять сцепление (в пределах зоны I), в то время как соседние более пластичные породы будут еще располагать определенным запасом прочности. В результате в откосе будет происходить существенное перераспределение напряжений, которое приведет к относительному увеличению нагрузок, приходящихся на более пластичные породы.

Не менее сложно протекают реальные деформации горных пород в основаниях инженерных сооружений. Под действием местной нагрузки от сооружения породы основания могут претерпевать различные фазы деформирования [20, стр. 120]. При сравнительно малых нагрузках наблюдается «фаза уплотнения», когда грунт претерпевает преимущественно линейные деформации сжатия (см. § 1). При превышении нагрузкой некоторой критической величины — начальной критической нагрузки (см., в частности, формулу (12)) в грунте начинают развиваться предельные зоны, зарождающиеся у краев области загрузки и распространяющиеся на все большие площади. Наступает «фаза сдвигов», в которой зависимость деформации от напряжений пелинейна. Одновременно непосредственно под фундаментом сооружения начинает формироваться жесткое «ядро», которое как бы раздвигает грунт в стороны и оседает вместе с фундаментом. Формирование «ядра» заканчивается к моменту достижения грунтом его предельной несущей способности, когда в окружающих «ядро» породах в результате сдвигов образуются непрерывные поверхности разрушения и основание сооружения теряет свою устойчивость (вторая критическая нагрузка). При этом для относительно неглубоких фундаментов поверхности разрушения выходят на дневную поверхность в стороне от фундамента (подобно, показанным на рис. 48) и наблюдается выпор, а для глубоких фундаментов разрушение протекает вообще без выпора — за счет перемещения грунта из-под фундамента в стороны, где грунт смежных областей уплотняется. Если, наконец, к сказанному добавить сложный характер протекания всех упомянутых деформаций во времени (при неизменной нагрузке), то станет понятно, насколько существенно отличаются реальные деформации оснований от представлений, вытекающих из модели предельного напряженного состояния. Поэтому не приходится удивляться, что максимальная несу-

щая способность грунтовых оснований, определяемая опытным путем, обычно намного больше (нередко в 1,5—2 раза) рассчитанной по схеме предельного напряженного состояния [20, стр. 143].

Совершенно ясно, что многие из отраженных в этих примерах процессы не могут быть удовлетворительно описаны без привлечения уравнений, включающих скорости деформаций, т. е. без решения смешанной задачи. Использование же в упомянутых задачах крайних моделей теории упругости или предельного напряженного состояния будет лишь создавать видимость математической точности решения задачи, не гарантируя, на самом деле, даже весьма умеренной (требуемой на практике) надежности результата.

Именно поэтому самое широкое применение в практических расчетах нашли приближенные методы решения задач предельного равновесия, которые, основываясь подчас на чисто феноменологических, но проверенных инженерным опытом предпосылках, дают достаточно надежные для практики результаты.

§ 3. ИНЖЕНЕРНЫЕ (ПРИБЛИЖЕННЫЕ) МЕТОДЫ ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ МАССИВОВ ГОРНЫХ ПОРОД

1. Общие представления об инженерных методах оценки устойчивости массивов

В отличие от изложенных выше методов оценки напряженно-деформированного состояния массива горных пород инженерные методы базируются на приближенных представлениях о распределении напряжений в массиве и на некоторых априорных предпосылках о характере деформаций. Так, при изучении предельного равновесия (устойчивости) ненагруженного массива вертикальные напряжения в отдельных его точках обычно считаются равными весу столба вышележащих пород с единичной площадью поперечного сечения, а деформации предполагаются протекающими вдоль некоторой, наперед заданной поверхности. В некоторых случаях положение этой поверхности с достаточной очевидностью вытекает из геологического строения участка массива. Однако чаще всего для построения такой поверхности используется опыт натурных наблюдений или результаты моделирования на эквивалентных материалах. Нередко в тех же целях принимают некоторые предпосылки, вытекающие из рассмотрения поверхностей скольжения, построенных для аналогичных задач в рамках модели предельного напряженного состояния (см. § 2). Обычно все это не избавляет от необходимости отыскания «наиболее опасной поверхности» путем подбора [9, 14, 15, 18, 20].

По значениям напряжений (вертикальных) вдоль намеченной поверхности деформирования определяются значения касательных и нормальных напряжений, после чего оцениваются суммарные удерживающие T_y и сдвигающие T_c силы, действующие по этой поверхности. Степень устойчивости участка массива («коэффициент запаса») определяется общим соотношением

$$\eta_{\text{уст}} = \frac{T_y}{T_c}, \quad (14)$$

где силы T_y чаще всего определяются согласно закону Кулона (14 гл. II). При оценке напряжений вдоль выбранной поверхности обычно приходится делать различные дополнительные предположения о характере деформирования и взаимодействия отдельных блоков пород в пределах участка массива, ограниченного этой поверхностью. Чаще всего такой участок рассматривается как абсолютно жесткое монолитное тело (хотя ясно, что такое тело не может смещаться вдоль криволинейных некруглоцилиндрических поверхностей) и взаимодействие между отдельными его блоками вообще не принимается во внимание; в некоторых случаях делаются попытки как-то учесть упомянутые факторы.

Рассчитанные таким образом напряжения вдоль поверхности деформирования суммируются в соответствии с дополнительными допущениями — геометрически или (чаще) алгебраически. При этом обычно три основных условия статики удается соблюсти лишь с какой-то долей приближения. Полезно также заметить, что понятие степени устойчивости (14) является в данном случае весьма условным, так как входящие в него силы оцениваются, исходя из предельного соотношения и, следовательно, их выражения справедливы лишь при $\eta_{уст} = 1$. Поэтому не следует, например, считать, что откос, характеризующийся величиной $\eta_{уст} = 2$, «в два раза устойчивей» откоса, для которого $\eta_{уст} = 1$: отсюда лишь вытекает, что первый откос более устойчив, чем второй.

Из всего сказанного понятно, что допустимость и точность изложенного подхода к решению задач устойчивости массивов горных пород требуют специального обоснования и рассмотрения, для чего может использоваться решение некоторых эталонных задач в рамках модели предельного напряженного состояния, а также моделирование — преимущественно на эквивалентных материалах, так как большинство других методов моделирования (см. § 4 гл. V) базируется на предпосылке линейной деформируемости среды. При этом должна оцениваться допустимость:

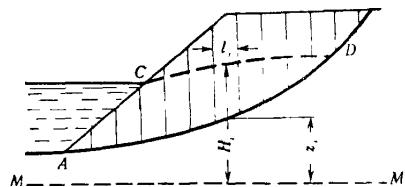
- 1) расчета напряжений по упомянутым выше упрощенным схемам;
- 2) аппроксимации зоны предельных (разрушающих) деформаций некоторой поверхностью с заданными (и неизменными во времени) формой и положением;
- 3) дополнительных предпосылок, обусловливающих метод сложения сил в формуле (14).

2. Об использовании инженерных методов при оценке устойчивости откосов

Широкое развитие инженерные методы получили при оценке устойчивости откосов [11, 14, 15, 18, 19, 20, 23]. По сути дела эти методы и по сей день остаются единственной реальной основой для расчета откосов конкретных инженерных сооружений. Это объясняется тем, что задача об устойчивости откосов, достаточно близких к предельному равновесию (а именно такие откосы и представляют чаще всего интерес в инженерной практике), является типичным примером смешанной задачи (см. § 2), которая не может быть удовлетворительно решена на основе упрощенных (крайних) моделей теории упругости (см. § 1) или теории предельного напряженного состояния (см. § 2).

Сущность всех инженерных методов расчета устойчивости откосов, которые мы здесь не имеем намерения детально описывать, сводится вкратце к следу-

Рис. 50. Схема к расчету устойчивости откоса



ющему. В рассматриваемом откосе проводится потенциальная поверхность скольжения (рис. 50), которая выделяет в откосе «призму возможного оползания». Последняя разбивается на ряд расчетных отсеков, чаще всего вертикальными плоскостями. Приближенно определяются нормальные и касательные напряжения вдоль потенциальной поверхности скольжения, обусловленные весом пород в пределах каждого отсека, причем отсеки либо считаются изолированными (в силовом отношении) друг от друга, либо же дополнительно учитываются силы их взаимодействия вдоль боковых граней. Наконец, составляется балансовое соотношение сдвигающих и удерживающих сил — путем геометрического или (чаще) алгебраического суммирования их по всем отсекам. Так, в случае алгебраического суммирования сил и пренебрежения взаимодействием между расчетными блоками¹ степень устойчивости откоса (коэффициент запаса) оценивается по простейшей общей формуле

$$\eta_{\text{уст}} = \frac{\sum_{i=1}^n (N_i \cdot \operatorname{tg} \varphi_i + c_i l_i)}{\sum_{i=1}^n T_i}, \quad (15)$$

где N_i , T_i — нормальные и касательные составляющие сил вдоль расчетной поверхности скольжения в пределах i -го блока; l_i — длина участка кривой скольжения.

При необходимости по этой формуле может быть приближенно оценена и длительная устойчивость откосов — путем подстановки в нее расчетных параметров, отвечающих пределу длительной прочности грунта (см. § 3 гл. II).

Различные инженерные методы, предложенные к настоящему времени, отличаются способами суммирования сил, степенью соответствия системы трем основным условиям статики (равенство нулю суммы проекций сил и их моментов), а также способами отыскания формы и положения поверхности скольжения. И, хотя существует довольно много недостаточно обоснованных и неприемлемых методов, вместе с тем предложен и ряд методов, дающих вполне надежные результаты (см., например, [14, 15, 18, 19, 20]). В частности, поверочные расчеты для откосов, построенных предварительно, исходя из модели предельного напряженного состояния (см. § 2), а также сопоставления с результатами моделирования на эквивалентных материалах показали [15, стр. 288], что лучшие из широко применяемых на практике методов оценки

¹ Вдоль боковых граней блоков на рис. 50.

устойчивости откосов посредством алгебраического суммирования сил вдоль поверхности скольжения обеспечивают вполне удовлетворительную точность расчета¹. Например, исследованиями на моделях, проведенными во ВНИМИ Ю. С. Козловым с целью проверки одного из таких методов (метода К. Терцаги), установлено, что, хотя расчетные напряжения в отдельных точках массива могут существенно отклоняться от действительных величин (до 25% в момент обрушения), степень устойчивости $\eta_{уст}$ оценивается этим методом с ошибкой, не превышающей 4—6% (в сторону запаса).

3. Об учете гидростатических и гидродинамических сил при инженерной оценке устойчивости массивов

Если в расчетных моделях, основанных на предпосылках линейно-деформируемой или предельно напряженной среды, эти силы учитывались непосредственно в исходных дифференциальных уравнениях (например, (2) или (13)), то в инженерных методах расчета они должны быть просуммированы по некоторым расчетным отсекам (блокам) и учтены в конечных аналитических зависимостях. Эта задача может быть решена двояко:

а) гидростатическое взвешивание и гидродинамические силы интегрируются — по величине и направлению — в пределах выделенного объема, исходя из удельной (объемной) их интенсивности. При этом гидростатическое взвешивание может быть учтено непосредственно в объемном весе пород (формула З гл. I), а интенсивность и направление гидродинамических сил определяются на основе предварительно построенной — аналитически или на модели — сетки фильтрации (см. § 3 гл. V);

б) указанные силы заменяются эквивалентными контурными силами, приложенными (и суммируемыми) вдоль границ выделенного объема.

Первый способ учета фильтрационных сил детально рассмотрен, например, Р. Р. Чугаевым [22]. Он является наиболее общим и при построенной сетке движения позволяет во всех деталях учесть силовое воздействие воды на напряженно-деформированное состояние горных пород. При практических оценках более удобным представляется второй способ, описанный, например, Н. М. Герсевановым [3, стр. 131—133], на котором остановимся подробнее.

Обратимся к рис. 51, где изображен один из отсеков призмы возможного оползания, ограниченный потенциальной поверхностью скольжения AB , депрессионной кривой CD и двумя боковыми гранями AD и BC . На единицу объема в пределах выделенного отсека действуют: вертикально вниз направленная сила $\bar{G}_b^0 = \bar{\gamma}_b$ (объемный вес пород с учетом взвешивания), а также горизонтальная \bar{D}_{0x} и вертикальная \bar{D}_{0z} , составляющие удельной фильтрационной силы, величины которых вытекают из формулы (З гл. III), представленной в дифференциальной форме

$$\bar{D}_{0x} = -\gamma \frac{\partial H}{\partial x}; \quad \bar{D}_{0z} = -\gamma \frac{\partial H}{\partial z}. \quad (16)$$

¹ Речь идет об относительно простых условиях, удовлетворяющихся при поверочных расчетах и моделировании, когда не учитываются реологические процессы в откосах (см. § 2).

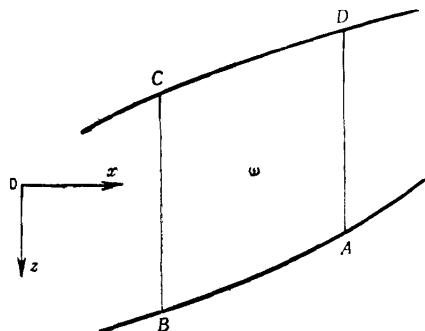


Рис. 51. Схема к расчету гидростатических и гидродинамических сил

Интегрируя силы \bar{D}_{0x} и \bar{D}_{0z} по выделенному объему (площади фигуры $ABCD$ в рассматриваемой плоской задаче), получим суммарную горизонтальную \bar{D}_x и вертикальную \bar{D}_z составляющие фильтрационной силы. Аналогично получаем общий вес пород с учетом взвешивания:

$$G_b = \gamma_b \omega. \quad (16a)$$

Равнодействующей сил \bar{D}_x и \bar{D}_z является, очевидно, сила

$$\bar{D} = -\gamma \iint_{\omega} \frac{\partial H}{\partial n} d\omega = -\gamma \iint_{\omega} \text{grad } H \cdot d\omega, \quad (17)$$

направленная по касательной к линии тока или, что то же, по нормали n к поверхности равных напоров (эквилиентиали) в данной точке. Воспользуемся известной теоремой Гаусса — Остроградского [16, стр. 341]

$$-\iint_{\omega} \text{grad } H d\omega = \int_L H dl, \quad (18)$$

где dl — элемент контура L , ограничивающего площадь ω .

Учитывая, что $H = \sigma_n/\gamma + z$, силу \bar{D} можно заменить двумя силами: $\bar{D}_1 = \int_L \sigma_n dl$ и $\bar{D}_2 = \gamma \omega$, причем нейтральное напряжение σ_n рассматривается, как и всегда в гидростатике, ориентированным по нормали к контуру в каждой его точке, а сила \bar{D}_2 ориентирована по направлению силы тяжести. Таким образом, три действующие силы (G_b , \bar{D}_1 и \bar{D}_2) могут быть сведены к геометрической сумме двух сил:

$$\begin{cases} \bar{G} = \gamma_b \omega + \gamma \omega = \gamma_p \omega, \\ \bar{D}_1 = \int_L \sigma_n dl, \end{cases} \quad (19)$$

где γ_p — объемный вес водонасыщенной породы.

Выражения (19) свидетельствуют о том, что если в расчет вводить вес пород блока вместе с заключенной в них водой, то совместное действие гидростатических и гидродинамических сил в пределах расчетного блока может быть условно сведено к расчетной контурной силе $\bar{\Phi}$

$$\bar{\Phi} = \bar{D}_1 = \int_L \sigma_n dl. \quad (20)$$

Для определения силы $\bar{\Phi}$ достаточно геометрически суммировать силы нейтрального давления σ_n (i) вдоль контура L , перпендикулярно которому они ориентированы

Приведенное доказательство является по сути дела обобщением формулы (5 гл. I), полученной для простейших граничных условий. Во избежание неправильных толкований подчеркнем, что в рамках сделанных допущений (о которых речь еще пойдет ниже) сформулированный принцип замены объемных фильтрационных сил контурными является точным, а отнюдь не приближенным приемом. Дополнительные погрешности, вносимые при этом в расчет, связаны лишь с применяемой в той или иной задаче методикой суммирования сил. В частности, если при расчете устойчивости откоса каким-либо инженерным методом силы взаимодействия между расчетными блоками (см. рис. 50) не учитываются, то для удобства расчета целесообразно просуммировать силы $\bar{\Phi}_i$ по всем блокам (i — номер блока). Тогда контурные интегралы вдоль вертикальных граней, подсчитываемые для каждого двух смежных блоков дважды, но в разных направлениях, взаимно уничтожаются и в сумме сохраняется лишь контурный интеграл по $ACDA$, а так как нейтральное давление вдоль CD равно нулю, то учет силы $\bar{\Phi}$ сводится к определению контурного интеграла вдоль участка CAD . Поэтому формула (15) с учетом гидростатических и гидродинамических сил может быть переписана для неподтопленного откоса (σ_n вдоль AC на рис. 50 равно 0) в виде

$$\eta_{\text{уст}} = \frac{\sum_{i=1}^n [(N_i - \Phi_i) \operatorname{tg} \varphi_i + c_i l_i]}{\sum_{i=1}^n T_i}, \quad (21)$$

где силы N_i и T_i подсчитываются как составляющие веса пород в пределах блока вместе с заключенной в них водой, а силы Φ_i , перпендикулярные кривой скольжения, определяются по формуле

$$\Phi_i = \gamma (H_i - z_i) l_i, \quad (22)$$

где $H_i - z_i$ — пьезометрическая высота, осредненная вдоль участка контура l_i .

Для подтопленного откоса в формулу (21) должны дополнительно входить силы гидростатического давления, нормальные затопленной поверхности откоса AC , которые «сносятся» на поверхность скольжения вдоль линии своего действия.

Таким образом, замена объемных фильтрационных сил контурными приводит к удобным и простым техническим приемам учета силового воздействия подземных вод. Однако этот метод пригоден лишь в тех случаях, когда оконтуренный расчетный блок может рассматриваться как твердое, не подвергающееся внутренним деформациям тело, а прочность (чаще всего сопротивление сдвигу или сжатию — растяжению) вдоль контура блока может считаться в процессе деформирования неизменной. В приведенной выше задаче об устой-

ивости откоса принятая общая расчетная схема делала эти предпосылки вполне правомерными, однако в ряде практических задач они оказываются неприемлемыми.

Например, при оценке взаимодействия крепи горных выработок с водоносными породами расчетные величины давления на крепь, зависящие от ее податливости, оказываются существенно разными для непроницаемой и проницаемой крепи, если фильтрационные силы в проницаемой крепи рассматривать как объемные [7]. Другим примером такого рода могут служить некоторые варианты задачи об оценке возможности прорыва подземных вод через водоупорную кровлю или подошву горной выработки (см. § 1 гл. XII).

Глава VIII

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ГИДРОГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ (ОСНОВНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ)

Рассматривая в предшествующих главах теоретические основы гидрогеомеханики, мы ориентировались на расчетную модель фильтрации несжимаемой жидкости в недеформируемой (несжимаемой) среде (см. § 3 гл. IV). В настоящей главе мы обобщим анализ фильтрационных процессов на деформируемые — сжимаемые — горные породы и изложим теоретические основы (дифференциальные уравнения) нестационарной фильтрации и уплотнения водонасыщенных горных пород. Тем самым мы расширим представления не только о движении подземных вод, но и о деформациях горных пород, которые в отличие от главы VII будут изучаться здесь в нестационарной постановке¹.

§ 1. ОСНОВНЫЕ ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕОРИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ГИДРОГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Нестационарные процессы в водонасыщенных горных породах сводятся, с одной стороны, к деформированию скелета и объемным изменениям жидкой фазы во времени, а с другой — к взаимному перемещению фаз друг относительно друга.

Изменения структуры скелета и объемные изменения в жидкости описываются уравнениями состояния, связывающими напряжения и деформации как функции времени. Взаимное перемещение фаз, приводящее к изменениям их количественного соотношения в единице объема, описывается уравнениями сохранения массы (неразрывности твердой и жидкой фаз) и законом движения жидкости в пористой деформируемой среде [3, 5, 8, 9, 11, 12, 13, 19, 23, 24].

1. Уравнения состояния

В двухфазной среде деформации определяются не только приложенной нагрузкой, но и геометрическими размерами деформируемого тела, от которых зависит скорость взаимного перемещения фаз. Поэтому для водонасыщенной

¹ Рассматриваются, однако, только квазистатические задачи (см. § 2 гл. IV).

горной породы в общем случае не может существовать единого уравнения состояния, однозначно описывающего связь деформаций и напряжений в каждой точке изучаемого массива: такие уравнения должны быть определены отдельно для твердой и жидкой фазы. Более того, так как деформации скелета характеризуются изменениями объема и формы, то этим изменениям должны соответствовать два уравнения состояния для скелета горной породы.

Уравнения состояния в гидрогеомеханике носят феноменологический характер и строятся на базе экспериментального материала. Из сказанного понятно, что эти эксперименты в случае насыщенных пород должны строиться таким образом, чтобы исключить механическое взаимодействие фаз.

Для внутрипоровой жидкости, которая не сопротивляется сдвиговым деформациям, уравнением состояния может в первом приближении считаться соотношение (62 гл. III), связывающее линейно объемную деформацию и приращение гидростатического давления воды в порах. Правда, при сравнительно малых размерах пор необходимо принимать во внимание и сопротивление внутрипоровой воды сдвиговым деформациям (см. § 1 гл. III). Однако в гидрогеомеханике это сопротивление обычно учитывают косвенно — в законе движения внутрипоровой жидкости (через начальный градиент), что избавляет от необходимости введения второго уравнения состояния для жидкой фазы.

В отличие от внутрипоровой жидкости для минерального скелета приходится вводить два уравнения состояния, одно из которых описывает изменения объема при всестороннем давлении, а другое — изменения формы под действием сдвигающих напряжений. Эти уравнения должны быть получены в результате экспериментов соответственно на объемное всестороннее сжатие (растяжение) и на чистый сдвиг, причем должно быть исключено влияние фильтрации воды на результаты эксперимента [8, 14].

Практическое осуществление опытов такого рода сопряжено с весьма существенными техническими трудностями (см. гл. II). К счастью, задача резко упрощается для одного из важнейших на практике видов деформаций — для одномерного уплотнения пород (компрессии). Характер этой деформации полностью подобен простейшей схеме компрессионных испытаний пород, в результате которых получаются обобщенные параметры — коэффициенты сжимаемости (см. § 1 гл. II), отражающие как изменения формы, так и объемные изменения скелета. Поэтому при компрессии два упомянутых уравнения состояния скелета сводятся к одному уравнению (разуплотнению).

Необходимо подчеркнуть, что использование этого уравнения для других видов деформаций в общем случае неправомерно. Поэтому проблема прогноза нестационарных процессов в условиях деформирования пород, отличных от компрессионных, еще ожидает своего решения, хотя некоторые шаги в этом направлении уже сделаны (см., например, монографию Ю. К. Зарецкого [8] по вопросам консолидации).

В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением нестационарных процессов в условиях одномерной (компрессионной) деформации скелета горных пород, когда связь деформаций с напряжениями описывается одним уравнением состояния. Однако формы этого уравнения оказываются существенно

разными в зависимости от того, учитываются или не учитываются реологические свойства пород.

Если реологическими свойствами скелета можно пренебречь, т. е. его деформации протекают практически одновременно с приложением эффективной нагрузки σ_s , то уравнение состояния выражается компрессионной зависимостью (б гл. II), где коэффициент сжимаемости $a_c(\sigma_s)$ следует в общем случае рассматривать как функцию эффективного напряжения, зависящую к тому же от знака приращения нагрузки (см. § 1 гл. II). В сравнительно небольших диапазонах изменения напряжений величину a_c передко можно считать постоянной (линейно-деформируемая среда).

Обратим внимание на то, что уравнение (б гл. II) не содержит время в явном виде. Это означает, что деформации могут иметь нестационарный характер лишь при условии изменения во времени эффективных напряжений. Согласно основному равенству подземной гидростатики (5 гл. I) такие изменения могут быть обусловлены либо переменностью общей нагрузки, либо изменением нейтральных напряжений в результате фильтрационных процессов. Поэтому при математическом описании деформаций горных пород компрессионная зависимость (б гл. II) может практически точно отражать состояние породы лишь до тех пор, пока единственным фактором, определяющим скорость деформации, является скорость протекания фильтрационных процессов, т. е. пока скелет успевает деформироваться практически без отставания от роста напряжений. В противном случае, когда ползучестью скелета пренебрегать нельзя, в уравнении состояния скелета должен учитываться фактор времени. Для условий компрессии таким уравнением является зависимость (25) или (26) из главы II.

Уравнения (25 и 26 гл. II) формально могут быть отнесены к интегральным уравнениям типа Вольтерра, решаемым специальными методами [6, 8]. На практике, однако, задача значительно облегчается посредством аппроксимации скорости $\dot{e}(t)$, определяемой опытным путем, элементарной функцией, позволяющей заранее вычислить интеграл в уравнении состояния и тем самым получить выражение для $e(t)$ или $\varepsilon(t)$ в виде явной функции времени. Так, для затухающей ползучести при компрессии под постоянной нагрузкой неплохие результаты дает аппроксимация (24 гл. II), которая позволяет заменить уравнение (26 гл. II) на (27 гл. II). Все эти уравнения показывают, что в отличие от предыдущего случая деформации в реологических системах могут носить нестационарный характер и при неизменном во времени эффективном напряжении.

До сих пор мы рассматривали уравнения состояния для однородных горных пород. В гетерогенных системах разным точкам массива могут отвечать и различные уравнения состояния. Например, в переслаивающейся песчано-глинистой толще скелет пород песчаных слоев будет характеризоваться уравнением состояния (б гл. II), а для глинистых прослоев может потребоваться введение уравнения состояния вида (26 гл. II). Аналогично в породах с двойной емкостью изменения трещиноватости при деформациях могут описываться уравнением (б гл. II), а изменения пористости блоков — уравнением (26 гл. II).

2. Уравнения неразрывности

Общим исходным элементом в математическом анализе нестационарных процессов в водонасыщенных горных породах служит уравнение неразрывности. В целях вывода этого уравнения для жидкой фазы выделим в массиве водонасыщенных горных пород бесконечно малый элемент пространства (рис. 52) и рассмотрим его материальный (весовой) баланс за бесконечно малое время dt [5, 10, 18].

Обозначим через v_x , v_y и v_z компоненты скорости фильтрации по направлениям осей x , y и z , причем будем считать эти скорости положительными, если они ориентированы по направлениям осей. Весовой расход потока, поступающего в рассматриваемый элемент по направлению оси x , будет равен $\gamma v_x dy dz$. При выходе из элемента весовая скорость получает приращение $\frac{\partial}{\partial x} (\gamma v_x) dx$, так что весовой расход потока, выходящего из элемента по оси x , будет $\left[\frac{\partial (\gamma v_x)}{\partial x} + \gamma v_x \right] dy dz$. Таким образом, разница между расходами входящего в элемент и выходящего потоков по оси x равна $-\frac{\partial (\gamma v_x)}{\partial x} dx dy dz$. Аналогичные изменения весовых расходов по осям y и z будут $-\frac{\partial (\gamma v_y)}{\partial y} dx dy dz$; $-\frac{\partial (\gamma v_z)}{\partial z} dx dy dz$. Эти изменения приведут к тому, что весовое количество воды $p\gamma dx dy dz$, содержащееся в рассматриваемом элементе, за время dt получит приращение $\frac{\partial}{\partial t} (p\gamma) dx dy dz dt$. Исходя из того, что суммарное изменение весового количества воды при прохождении потока по различным направлениям через рассматриваемый элемент должно компенсироваться изменением количества воды в нем (при отсутствии дополнительных внутренних источников и стоков), получаем уравнение неразрывности для жидкой фазы

$$\frac{\partial (\gamma p)}{\partial t} + \frac{\partial (\gamma v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\gamma v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\gamma v_z)}{\partial z} = 0. \quad (1)$$

В наиболее общем случае мы должны считать подвижными частицы не только жидкости, но и минерального скелета. Принимая материал скелета несжимаемым, получаем аналогично предыдущему уравнение неразрывности для твердой фазы

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial v_x^s}{\partial x} + \frac{\partial v_y^s}{\partial y} + \frac{\partial v_z^s}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

где $s = 1 - p$; v^s — условная скорость движения скелета (аналог скорости фильтрации).

Сложение уравнений (1) и (2), где $s + p = 1$, дает

$$\frac{\partial v_x^s}{\partial x} + \frac{\partial v_y^s}{\partial y} + \frac{\partial v_z^s}{\partial z} + \frac{1}{\gamma} \left[\frac{\partial (\gamma v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\gamma v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\gamma v_z)}{\partial z} + p \frac{\partial \gamma}{\partial t} \right] = 0, \quad (3)$$

а для несжимаемой жидкости

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_x^s}{\partial x} + \frac{\partial v_y^s}{\partial y} + \frac{\partial v_z^s}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

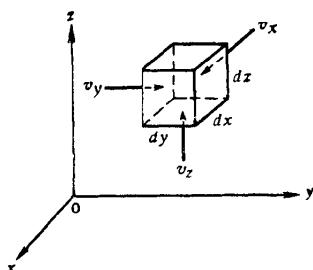


Рис. 52. Схема к выводу уравнения неразрывности

Рис. 53. Слоистая водоносная система

Уравнения (3) и (4) являются уравнениями сохранения массы (неразрывности) для водонасыщенной горной породы. В случае жесткого режима фильтрации ($v^s = 0$, $\gamma = \text{const}$) они переходят в уже рассмотренное нами уравнение (1 гл. VI).

В гетерогенных системах уравнения неразрывности обычно составляются не для бесконечно малого элемента, а для некоторого типового макроэлемента, границы которого выбираются с учетом характера движения и положения границ разрыва однородности. Рассмотрим в качестве примера слоистую систему, изображенную на рис. 53, считая, что для движения жидкости выполнены предпосылки перетекания (см. стр. 77). При этом в качестве расчетного макроэлемента наиболее удобно выбрать столбик породы площадью $dx \cdot dy$ и высотой m . Составляя, подобно предыдущему, для этого столбика уравнение неразрывности жидкой фазы, мы должны учесть поступление жидкости через кровлю и подошву пласта

$$q_{zK} = \gamma v_{zK}^0 dx dy dt; \quad q_{zP} = \gamma v_{zP}^0 dx dy dt,$$

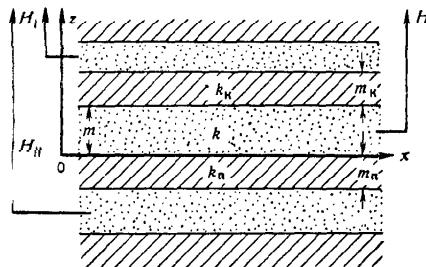
где v_{zK}^0 и v_{zP}^0 — нормальные напластованию скорости фильтрации в разделяющих слоях на их контактах с водоносным слоем (в кровле и подошве). В этом случае уравнение неразрывности в отличие от (1) примет вид

$$\frac{\partial (\gamma m v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\gamma m v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\gamma m p)}{\partial t} + \gamma (v_{zK}^0 - v_{zP}^0) = 0. \quad (5)$$

Отметим, что уравнение (5) может считаться справедливым и для среды с двойной емкостью (см. § 3 гл. IV), если представить ее равномерно слоистым пластом, состоящим из хорошо проницаемых прослоев, имитирующих трещины, и слабопроницаемых прослоев, имитирующих пористые блоки (см. § 2.2).

3. Закон движения жидкости в деформируемых водонасыщенных породах

Закон движения жидкости в деформируемых породах должен учитывать перемещения минерального скелета. Если v_{gl}^0 — действительная скорость движения жидкости относительно минерального скелета (по направлению l),



то при движении минерального скелета с действительной скоростью v_{gl}^* имеем

$$v_{gl}^p = v_{gl} - v_{gl}^*, \quad (6)$$

где v_{gl} — действительная скорость фильтрации.

Относя движение по всему объему породы, получаем

$$v_l^p = v_l - \epsilon v_l^*, \quad (7)$$

где относительная скорость фильтрации v_l^p , подчиняется основному закону фильтрации (см. § 1 гл. III). В частности, при линейном законе фильтрации Дарси из (7) получаем закон Дарси — Герсеванова, который в проекциях на координатные оси имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} v_x - \epsilon v_x^* = -k_x \frac{\partial H}{\partial x}, \\ v_y - \epsilon v_y^* = -k_y \frac{\partial H}{\partial y}, \\ v_z - \epsilon v_z^* = -k_z \frac{\partial H}{\partial z}. \end{array} \right. \quad (8)$$

§ 2. УРАВНЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ В ДЕФОРМИРУЕМЫХ ВОДОНАСЫЩЕННЫХ ПОРОДАХ

Уравнения неразрывности и состояния в сочетании с законами движения жидкости и подземной гидростатики являются основными исходными элементами для прогноза нестационарных процессов в деформируемых водонасыщенных горных породах. В настоящей монографии мы ограничиваемся рассмотрением нестационарных процессов, протекающих в условиях компрессии (декомпрессии) горных пород. При этом перечисленные уравнения, как мы сейчас убедимся, позволяют свести задачу к решению некоторых уравнений фильтрации в водонасыщенных горных породах, из которых может быть найдена напорная функция $H(x, y, z, t)$. По этой функции с помощью основного равенства подземной гидростатики (5 гл. I) легко определяются эффективные напряжения $\sigma_i(x, y, z, t)$, а затем по уравнениям состояния для скелета — и величины деформаций.

Ниже приводятся уравнения фильтрации для наиболее важных практических случаев.

1. Уравнения фильтрации в линейно-деформируемых однородных средах

Сделаем следующие предположения относительно условий фильтрации и деформирования водоносных пород:

- сжимаемость воды подчиняется линейному закону (62 гл. III);
- при неизменной общей нагрузке на кровлю водоносного пласта колебания эффективных напряжений обусловлены лишь изменениями напора и в точности соответствуют этим изменениям согласно основной формуле подземной гидростатики (5 гл. I);

в) деформации водоносных пород протекают практически синхронно с вызывающим их снижением напоров и линейно однозначно связаны с эффективными напряжениями компрессионной зависимостью (б гл. II) при $a_c = \text{const}$.

Последняя предпосылка¹, определяющая «упругий» характер деформирования водоносных пород, позволяет говорить в данном случае об упругом режиме фильтрации. Дальнейшее рассмотрение вопроса проведем раздельно для относительно хорошо проницаемых и слабопроницаемых пород.

а. Случай водоносных пород с относительно высокой проницаемостью

В этом случае можно с полным основанием полагать, что скоростью перемещения скелета допустимо пренебречь по сравнению со скоростью фильтрации, т. е. закон Дарси — Герсеванова (8) переходит в закон Дарси (23 гл. III).

Напомним, что при неизменной общей нагрузке на кровлю водоносного пласта и выполнении упомянутых выше предпосылок справедливо соотношение (63 гл. III). Подставим формулу (63 гл. III) и формулу закона Дарси в уравнение неразрывности для жидкой фазы (1). При преобразованиях пространственных производных в этом уравнении обычно принимается, что в пространстве относительные изменения объемного веса и коэффициента фильтрации значительно меньше изменений напоров и, следовательно, зависимости γ и k от напоров (давлений) можно не учитывать. Тогда получим следующее дифференциальное уравнение пространственного фильтрационного потока:

$$\eta^* \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial H}{\partial z} \right), \quad (9)$$

где η^* — коэффициент упругоемкости, определяемый согласно (64 гл. III).

Для изотропного пласта, где $k_x = k_y = k_z = k$, уравнение (9) примет вид

$$\frac{1}{a^*} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}, \quad (10)$$

который соответствует широко используемому в математической физике уравнению Фурье, или уравнению теплопроводности. Параметр

$$a^* = \frac{k}{\eta^*} = \frac{k(1+\epsilon)}{\gamma(\epsilon/E_b + a_c)} \quad (11)$$

определяет характер развития процессов упругого режима фильтрации во времени. По предложению В. Н. Щелкачева [19] он носит название коэффициента пьезопроводности. Как видно из (11), коэффициент пьезопроводности зависит от сжимаемости породы и фильтрующейся жидкости.

Для плановой упругой фильтрации в пласте с проводимостью T , изолированном абсолютными водоупорами, аналогично предыдущему получаем вместо (9)

$$\eta^{*m} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right), \quad (12)$$

¹ В дальнейшем будем называть ее основной.

или для однородного изотропного пласта

$$\frac{1}{a^*} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}. \quad (13)$$

При этом коэффициент пьезопроводности a^* может быть представлен наряду с (11) зависимостью

$$a^* = \frac{T}{\mu^*}, \quad (14)$$

где $\mu^* = \eta^* m$ — упругая водоотдача пласта (см. § 4 гл. III).

Приведенные уравнения могут быть легко модифицированы с целью учета изменения общей нагрузки σ_n на кровлю водоносного пласта [1, 18]. Для этого достаточно подставить в уравнение неразрывности вместо (63 гл. III) выражение

$$\frac{d(p\gamma)}{\gamma} = \eta^* dH - \frac{a_c}{1+\varepsilon} d\sigma_n, \quad (15)$$

которое нетрудно получить аналогично (63 гл. III). Тогда, в частности, уравнению плановой фильтрации (13) отвечает уравнение

$$-\frac{1}{\gamma \left(1 + \frac{\varepsilon}{E_B a_c}\right)} \frac{\partial \sigma_n}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial t} = a^* \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right). \quad (16)$$

Если предположить, что на начальный момент изменения общей нагрузки распределение напоров H_e было стационарным, то для изменения напора $\Delta H = H - H_e$ справедливо уравнение

$$-\frac{1}{\gamma \left(1 + \frac{\varepsilon_{cp}}{E_B a_c}\right)} \cdot \frac{\partial \sigma_n}{\partial t} + \frac{\partial (\Delta H)}{\partial t} = a^* \left[\frac{\partial^2 (\Delta H)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\Delta H)}{\partial y^2} \right]. \quad (16a)$$

На практике нередки случаи, когда правой частью уравнения (16a) можно пренебречь. Очевидно, это допустимо, когда равномерно распределенные колебания общего давления захватывают большие площади и протекают достаточно быстро, так что они вызывают в разных точках пласта близкие по величинам изменения напоров, которые к тому же не успевают (на расчетный момент времени) привести к существенному перераспределению фильтрационного расхода ($\mu^* \frac{\partial (\Delta H)}{\partial t} \gg \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y}$). Таковы, например, колебания напоров при изменении атмосферного давления [17, 23].

Для однозначности решения полученных выше уравнений упругой фильтрации должны быть заданы начальные и граничные условия. Начальное условие задается в виде некоторого исходного распределения напоров $H^0(x, y, z)$. Граничные условия в основном аналогичны рассмотренным в гл. VI с той, однако, разницей, что они могут быть заданы как функции не только пространственных координат, но и времени. Более подробно эти вопросы будут изложены при исследовании конкретных задач в гл. IX.

В заключение несколько слов об основной предпосылке теории упругого режима фильтрации. Обычно для фильтрующих пород, не обладающих реологическими свойствами, она выполняется достаточно хорошо. Однако в условиях, когда необходим прогноз изменений напоров разного знака, эта предпосылка может заметно нарушаться [3] из-за гистерезисных явлений (см. § 1 гл. II).

так что расчетный коэффициент пьезопроводности оказывается величиной, зависящей от знака нагрузки (понижение и повышение уровня). Для фильтрующих пород со сцеплением упрочнения заметные изменения в величине коэффициента пьезопроводности могут быть обусловлены резким «скачком» величины коэффициента сжимаемости при нарушении сцепления упрочнения.

б. Случай водоносных пород с относительно низкой проницаемостью

В этом случае вследствие слабой проницаемости пород, допустимость пренебрежения скоростью деформирования скелета (в сравнении со скоростью фильтрации) не столь очевидна, как в предыдущем. Кроме того, ввиду существенной нелинейности компрессионной зависимости (6 гл. II) для многих глинистых пород, мы не будем заранее полагать коэффициент сжимаемости постоянным.

При выводе соответствующих уравнений фильтрации возьмем за основу закон Дарси — Герсеванова (8). Дифференцируя эти уравнения соответственно по x , y , z и складывая, получим с учетом (2) и (4) для несжимаемой жидкости

$$(1+\varepsilon) \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} v_x^s + \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} v_y^s + \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} v_z^s \right) + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \\ = (1+\varepsilon) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right]. \quad (17)$$

Согласно В. А. Флорину [14, стр. 76], первым членом в левой части этого уравнения в большинстве практических задач можно пренебречь. Полагая, кроме того $1 + \varepsilon \approx 1 + \varepsilon_{cp} = \text{const}$, получаем

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = (1 + \varepsilon_{cp}) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right]. \quad (17a)$$

Для жидкости, сжимаемой в соответствии с законом Гука, аналогичный вывод дает уравнение

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \varepsilon_{cp} \frac{\gamma}{E_B} \frac{\partial H}{\partial t} = (1 + \varepsilon_{cp}) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right]. \quad (17b)$$

Так как в рассматриваемом случае компрессии

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{d\varepsilon}{d\sigma_3} \cdot \frac{\partial \sigma_3}{\partial t} = -a_c(\sigma_3) \frac{\partial \sigma_{\Pi}}{\partial t} + a_c(\sigma_3) \gamma \frac{\partial H}{\partial t},$$

то уравнение (17b) дает

$$-a_c(\sigma_3) \frac{\partial \sigma_{\Pi}}{\partial t} + \gamma \left[\frac{\varepsilon_{cp}}{E_B} + a_c(\sigma_3) \right] \frac{\partial H}{\partial t} = (1 + \varepsilon_{cp}) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right]. \quad (18)$$

Если величину a_c допустимо считать постоянной, то при неизменной во времени общей нагрузке получим уравнение (9), которое для кусочно-однородной изотропной среды переходит в уравнение (10).

Уравнения (18) или (9—10) описывают процессы фильтрации при компрессии горных пород и поэтому могут применяться в равной степени для прогноза и осадки толщи (в рамках так называемой теории фильтрационной консолидации), и режима подземных вод (в рамках теории упругого режима фильтрации). Так как в однородных слабопроницаемых породах обычно преобладает фильтрация в направлении, перпендикулярном напластованию, то на практике эти уравнения чаще всего используются для простейшего одномерного случая (фильтрация и компрессия идут в направлении оси z). Например, при неизменной общей нагрузке

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1 + \varepsilon_{cp}}{\gamma [a_c(\sigma_3) + \varepsilon_{cp}/E_B]} \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial H}{\partial z} \right); \quad (19)$$

если к тому же величины a_c и k_z близки к постоянным, то

$$\frac{\partial H}{\partial t} = a^* \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}, \quad (19a)$$

где a^* — коэффициент пьезопроводности (см. формулу 11). В задачах уплотнения горных пород эта величина обычно именуется коэффициентом консолидации.

Для плотных глинистых пород уравнения (17—19) должны учитывать величину начального градиента фильтрации. Нетрудно показать, что в этом случае уравнение (19) принимает вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1 + \varepsilon_{cp}}{\gamma [a_c(\sigma_3) + \varepsilon_{cp}/E_B]} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left[k_z \left(\frac{\partial H}{\partial z} - I_0 \right) \right], \quad (20)$$

а при предположке неизменности фильтрационных и компрессионных свойств оно формально тождественно линейному уравнению (19a), не учитывающему начального градиента. Однако решение данного уравнения оказывается существенно отличным ввиду того, что из-за наличия начального градиента появляется нелинейное граничное условие — подвижная внутренняя граница с переменной координатой $Z(t)$, на которой заданы величины напора и градиента

$$H|_{z=Z(t)} = H^0; \quad \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right)_{z=Z(t)} = I_0, \quad (21)$$

где H^0 — начальное значение напора.

В остальном о краевых условиях для приведенных уравнений, если эти условия заданы в напорах, можно сказать то же, что и в предыдущем случае. Несколько специфичны в этом отношении задачи уплотнения, где заданными часто являются не напоры, а дополнительные нагрузки (подробнее см. § 4 гл. IX).

2. Уравнения фильтрации в линейно-деформируемых гетерогенных средах¹

Типичным примером гетерогенной среды в гидрогеомеханике является слоистая водоносная толща, в которой можно считать выполненными предпосылки перетекания (см. стр. 77). Уравнение неразрывности для характерного макро-

¹ Исходные предпосылки здесь те же, что и в § 2.1.

элемента в такой толще (см. рис. 53) дается формулой (5). Переходя к напорам аналогично § 2.1, получим [4, стр. 39]:

$$\mu^* \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) - v_{zK}^0 + v_{zN}^0. \quad (22)$$

где

$$v_{zK}^0 = -k_K \frac{\partial H_K}{\partial z} \Big|_{z=m}; \quad (23)$$

$$v_{zN}^0 = -k_N \frac{\partial H_N}{\partial z} \Big|_{z=0}.$$

Здесь H_K и H_N — напоры в верхнем и нижнем разделяющих слоях, которые при выполнении предпосылок перетекания подчиняются уравнениям одномерной фильтрации (19а)

$$\frac{\partial H_K}{\partial t} = a_K^* \frac{\partial^2 H_K}{\partial z^2}; \quad \frac{\partial H_N}{\partial t} = a_N^* \frac{\partial^2 H_N}{\partial z^2}. \quad (24)$$

Система уравнений, учитывающих перетекание в слоистых толщах, в общем случае оказывается достаточно сложной, тем более, что в результате перетекания могут изменяться уровни (H_I и H_{II}) в смежных водоносных горизонтах, а это потребует расширения упомянутой системы путем включения в нее уравнений вида (22) для смежных горизонтов. Поэтому на практике обычно принимаются те или иные упрощающие допущения [18, 23].

а. Если режим фильтрации в разделяющих слоях считается жестким (или, что равносильно, раздельные слои предполагаются несжимаемыми), то уравнения (23) и (24) упрощаются

$$v_{zK}^0 = v_{zN}^0 = k_K \frac{H - H_I}{m_K}; \quad v_{zN}^0 = v_{zK}^0 = k_N \frac{H_{II} - H}{m_N}. \quad (25)$$

б. Если уровни в смежных водоносных горизонтах можно считать независящими от перетекания, то система ограничивается уравнениями (22) и (24), причем условия на внешних границах раздельных слоев принимают вид

$$H_K|_{z=m+m_K} = H_I = \text{const}; \quad H_N|_{z=-m_N} = H_{II} = \text{const}. \quad (26)$$

в. Наконец, если принимаются обе указанные предпосылки, то упомянутая система сводится к одному уравнению параболического типа

$$\mu^* \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + k_K \frac{H_I - H}{m_K} + k_N \frac{H_{II} - H}{m_N}. \quad (27)$$

Аналогично могут быть рассмотрены особенности упругой фильтрации в породах с двойной емкостью (см. § 3 гл. IV), где деформации сжатия пористых блоков и изменения напоров в них идут с заметным отставанием от изменения напоров в трещинах и роста депрессионной нагрузки. Особенности этого процесса наиболее просто проиллюстрировать [4, 7, 18], если представить пласт пород с двойной емкостью равномерно слоистым пластом (см. § 1.2).

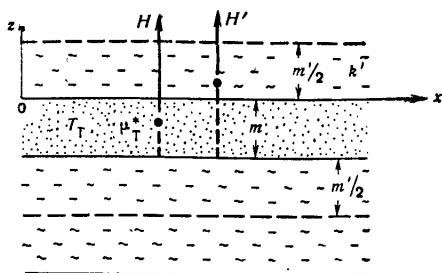


Рис. 54. Схематическое представление системы с двойной емкостью

В соответствии с (22) плановая фильтрация через характерный элемент такого пласта (рис. 54) определяется уравнением

$$\mu^* \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xT} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yT} \frac{\partial H}{\partial y} \right) + 2k' \frac{\partial H'}{\partial z} \Big|_{z=0}, \quad (28)$$

где индекс относится к пористым блокам, μ^* и T_τ — упругая водоотдача и проводимость слоев, имитирующих трещины.

Для напоров H' выполняются соотношения

$$\frac{\partial H'}{\partial t} = a^{**} \frac{\partial^2 H'}{\partial z^2}; \quad H' \Big|_{z=0} = H; \quad \frac{\partial H'}{\partial z} \Big|_{z=m'/2} = 0, \quad (29)$$

где $a^{**} = k'/\eta^{**}$ (η^{**} — упругоемкость пород пористых блоков).

При квазистационарном режиме фильтрации в пористых блоках $\frac{\partial H'}{\partial z} = 2 \frac{H'_c - H}{m'}$, так что

$$\mu^* \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xT} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yT} \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{4k'}{m'} (H'_c - H), \quad (30)$$

где H'_c — напор в середине пористого блока, описываемый балансовым уравнением

$$\eta^{**} \frac{m'}{2} \cdot \frac{\partial H'_c}{\partial t} = 2k' \frac{H - H'_c}{m'} \quad (31)$$

или

$$\frac{\partial H'_c}{\partial t} = v^* (H - H'_c), \quad (32)$$

где

$$v^* = 4 \frac{a^{**}}{m'^2}. \quad (32a)$$

Ввиду того что с уменьшением m' и возрастанием a^{**} увеличивается скорость протекания процессов в пористых блоках, величину v^* можно рассматривать как особый параметр этой скорости внутреннего перетекания при $v^* \rightarrow \infty$ имеем обычную пористую среду.

Если пренебречь емкостью трещин и считать $T_t = \text{const}$, то, исключая с помощью (30) функцию H'_c , придем к следующему дифференциальному уравнению для напора H в трещинах квазиоднородного пласта:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = a^* \left[\nabla^2 H + \frac{1}{v^*} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 H) \right], \quad (33)$$

где $a^* = \frac{T_t}{\eta^* m'} = \frac{T}{\mu^*}$ (T — проводимость пласта, μ^* — упругая водоотдача пласта).

Уравнение (33) может рассматриваться как эквивалент уравнения (13) для среды с двойной емкостью, если формально представить скорость фильтрации вектором с составляющими [2, 3]:

$$\begin{cases} v_x = -k \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{k}{v^*} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right), \\ v_y = -k \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{k}{v^*} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right). \end{cases} \quad (34)$$

Второе слагаемое в этих выражениях отражает интенсивность фильтрации из блоков.

Из-за допущения о пренебрежимо малом объеме трещин в сравнении с объемом блоков начальное и граничные условия на контурах блоков оказываются несогласованными [3]: имеют место скачки напоров и их временной производной, которые убывают по экспоненциальному закону

$$[H] = [H]_{t=0} \cdot e^{-v^* t}, \quad \left[\frac{\partial H}{\partial t} \right] = \left[\frac{\partial H}{\partial t} \right]_{t=0} \cdot e^{-v^* t}, \quad (35)$$

где знак $[]$ отвечает разности значений функции по обе стороны от поверхности разрыва.

3. Уравнения фильтрации в реологических средах

Во всех рассмотренных выше задачах скорость компрессии контролировалась лишь фильтрационными процессами; в отличие от этого в породах с ярко выраженным реологическими свойствами важную роль играет также ползучесть минерального скелета [6, 8, 15].

Для случая одномерной деформации уравнение состояния (26 гл. II), основная формула подземной гидростатики (5 гл. I) и уравнение уплотнения (176) позволяют получить следующую замкнутую систему уравнений:

$$\begin{cases} \varepsilon(t) = \varepsilon_M(t) + \int_0^t \bar{\varepsilon}(t-\tau) \sigma_3(\tau) d\tau, \\ \varepsilon_M(t) - \varepsilon_0 = -a_0 \sigma_3(t), \\ \sigma_3(t) = \Delta \sigma_{\Pi}(t) - \gamma \Delta H(t), \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \varepsilon_{cp} \frac{\gamma}{E_b} \frac{\partial H}{\partial t} = (1 + \varepsilon_{cp}) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right], \end{cases} \quad (36)$$

где $\Delta\sigma_n = \sigma_n - \sigma_n^0$; $\Delta H = H - H^0$, а σ_n^0 и H^0 отвечают исходному стационарному состоянию; из (36) может быть получена искомая функция $H(x, y, z, t)$.

Если, например, аппроксимировать уравнение состояния зависимостью (27 гл. II) и считать для простоты жидкость несжимаемой, а фильтрацию — одномерной, то для мгновенно приложенной неизменной общей нагрузки ($\Delta\sigma_n = q = \text{const}$) система (36) дает

$$\begin{cases} e(z, t) = e_0 - a_0(q - \gamma \Delta H) - a_1 \delta \int_0^t e^{-\delta(t-\tau)} (q - \gamma \Delta H) d\tau, \\ \frac{\partial e(z, t)}{\partial t} = (1 + e_{cp}) \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial H}{\partial z} \right). \end{cases} \quad (36a)$$

Продифференцировав второе уравнение по t , а первое дважды по t , получаем уравнение для определения $\Delta H(z, t)$ [6, стр. 101]

$$a_0 \gamma \frac{\partial^2 (\Delta H)}{\partial t^2} + (a_0 + a_1) \gamma \delta \frac{\partial (\Delta H)}{\partial t} = (1 + e_{cp}) \frac{\partial}{\partial z} \left\{ k_z \left[\frac{\partial^2 (\Delta H)}{\partial z \partial t} + \delta \frac{\partial (\Delta H)}{\partial z} \right] \right\}. \quad (37)$$

Границные условия, а также начальное условие идентичны таковым в случае фильтрационного уплотнения. Однако ввиду того что уравнение (37) содержит производную по t второго порядка, для его решения должно быть задано второе начальное условие: $\partial/\partial t(\Delta H)$ при $t=0$. Это условие можно получить, продифференцировав первое уравнение из системы (36а) по t и полагая $t=0$. Тогда с учетом второго уравнения системы (36а) имеем

$$a_0 \gamma \frac{\partial H}{\partial t} - a_1 \delta q + a_1 \delta \gamma \Delta H = (1 + e_{cp}) \frac{\partial}{\partial z} \left[k_z \frac{\partial (\Delta H)}{\partial z} \right]. \quad (38)$$

Если ограничить рассмотрение задачи случаем, когда допустимо пренебречь мгновенными деформациями ($a_0 \approx 0$), что обычно достаточно характерно для плотных глин, и, если к тому же величину k_z можно считать постоянной ($k_z = k = \text{const}$), то уравнение (37) и начальное условие (38) принимают вид

$$\frac{\partial (\Delta H)}{\partial t} = a^* \left\{ \frac{\partial^2 (\Delta H)}{\partial z^2} + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial^2 (\Delta H)}{\partial z^2} \right] \right\}, \quad (39)$$

$$-\frac{q}{\gamma} + \Delta H|_{t=0} = \frac{a^*}{\delta} \left[\frac{\partial^2 (\Delta H)}{\partial z^2} \right]_{t=0}, \quad (39a)$$

где $a^* = \frac{(1 + e_{cp}) k}{\gamma a_1} = \frac{(1 + e_{cp}) k}{\gamma a_c}$ — коэффициент пьезопроводности в задачах фильтрации или коэффициент консолидации в задачах уплотнения горных пород.

Характерно, что уравнение (39) оказалось идентичным уравнению упругой фильтрации в среде с двойной емкостью (33). Параметр δ в (39), как и параметр ν^* в (33), характеризует скорость протекания процесса.

4. Уравнения фильтрации в линейно-деформируемых горных породах, содержащих защемленный воздух¹

Как указывает В. А. Флорин [14, стр. 108], пузырьки газа в водонасыщенных горных породах обычно находятся в защемленном состоянии, т. е. перемещаются не с поровой жидкостью, а с минеральным скелетом. Поэтому, хотя формально можно учесть сжимаемость газообразной фазы в сжимаемости воды [15], мы, следуя В. А. Флорину, будем говорить о сжимаемости защемленного газа. Это позволит в дальнейшем (см. § 4 гл. IX) провести и более обоснованный физический анализ роли данного фактора. Ограничимся случаем простейшей одномерной задачи [14, стр. 108–115].

Для учета сжимаемости газа необходимо, очевидно, добавить к уравнениям неразрывности твердой и жидкой фаз (1) и (2) уравнение баланса для защемленного газа. Введем скорость фильтрации газа v_g , которая, принимая во внимание равенство действительных скоростей движения газа и минерального скелета, выразится формулой

$$v_g = -\frac{g}{s} v^s,$$

где g — объемное содержание газа, $s = 1 - p$.

Учтем растворимость газа в поровой воде (занимающей относительный объем p), полагая в соответствии с законом Генри, что в единице объема породы содержится масса газа $M_0 = \rho_g \mu_g p$, где ρ_g — плотность газа как функция давления в нем, μ_g — коэффициент растворимости (для воздуха $\mu_g = 0,0245$ при $t = 0^\circ$).

Составим уравнение неразрывности аналогично (1), полагая, что изменения объема породы обусловлены преимущественно сжимаемостью газа

$$\frac{\partial (\rho_g g)}{\partial t} + \mu_g p \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_g v_g)}{\partial z} = 0. \quad (40)$$

Далее, выполняя операции, аналогичные описанным в § 2.2, получим следующий аналог уравнения (17а):

$$\frac{1}{1 + e_{cp}} \frac{\partial e}{\partial t} + (g + \mu_g p) \frac{1}{\rho_g} \cdot \frac{\partial \rho_g}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial H}{\partial z} \right). \quad (40a)$$

Уравнение состояния для газообразной составляющей в предположении изотермического режима можно представить линейной зависимостью плотности от давления

$$\rho_g = \frac{1}{\alpha} (\sigma_n^0 + \Delta \sigma_n),$$

где α — газовая постоянная; σ_n^0 — некоторое начальное давление в жидкости, от которого ведется отсчет давлений $\Delta \sigma_n$. Тогда после несложных преобразований получаем аналог уравнения (18)

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{1}{\gamma \omega} \frac{\partial \sigma_n}{\partial t} = \frac{1 + e_{cp}}{\gamma \alpha_c \omega} \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial H}{\partial z} \right), \quad (41)$$

где

$$\omega = 1 + \frac{1 + e_{cp}}{\alpha_c} \beta; \quad \beta = \frac{g + \mu_g p}{\sigma_n^0 + \Delta \sigma_n}. \quad (41a)$$

Однако в отличие от (18) уравнение (41) оказывается нелинейным даже при $\alpha_c = \text{const}$ и $k_z = \text{const}$, ибо коэффициент ω является функцией искомой величины напора. Можно, правда, осреднить величину ω в расчетном интервале давлений в поровой жидкости и свести уравнение (41) к линейному уравнению вида (19а). Формально это равносильно учету сжимаемости защемленного воздуха в упругой сжимаемости поровой воды со всеми вытекающими

¹ Предполагается, что воздух не образует непрерывной фазы.

отсюда качественными выводами. Однако для надежного количественного анализа такой подход пригоден отнюдь не всегда.

Уясним физический смысл величины β . Согласно закону Бойля — Мариотта

$$(\sigma_h^0 + \Delta\sigma_h)(g + \mu_g p) V = \left[\sigma_h^0 + \Delta\sigma_h + \frac{\partial (\Delta\sigma_h)}{\partial t} dt \right] \times \left\{ (g + \mu_g p) V + \frac{\partial}{\partial t} [(g + \mu_g p) V] dt \right\}, \quad (42)$$

где $(g + \mu_g p) V$ — содержание газа в замкнутом объеме V . Так как содержание жидкой фазы в объеме V остается неизменным, то предыдущее уравнение при пренебрежении величинами второго порядка дает

$$\frac{1}{V} \frac{\partial (gV)}{\partial t} dt = -\beta \frac{\partial (\Delta\sigma_h)}{\partial t} dt. \quad (42a)$$

Слева в этом уравнении стоит относительная объемная деформация за время dt , а справа с точностью до постоянной β — приращение давления за то же время. Таким образом, β — коэффициент объемной сжимаемости для замкнутого объема грунта.

Заканчивая рассмотрение математических основ фильтрации в деформируемых горных породах, подчеркнем, что мы не коснулись здесь многих важных аспектов данной проблемы, которые представляют меньший интерес с точки зрения основных задач гидрогеомеханики. В частности, не рассмотрены особенности движения жидкости в набухающих грунтах [8, 24], а также вопросы фильтрации в условиях двумерных и трехмерных деформаций, требующие существенного расширения исходных представлений и, усложнения математического аппарата [8, 11, 13].

§ 3. УРАВНЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В БЕЗНАПОРНЫХ ПЛАСТАХ

В общем случае движение жидкости в безнапорных системах также описывается приведенными в § 2 уравнениями пространственной фильтрации в деформируемых горных породах 9—10. Специфичным здесь является только кинематическое граничное условие (10 гл. IV), задаваемое на свободной поверхности потока. В природных условиях математическое описание нестационарной фильтрации в безнапорных пластах значительно упрощается ввиду допустимости для широкого круга геофильтрационных задач пренебрежения упругоемкостью пласта в сравнении с гравитационной емкостью (см. § 4 гл. III), когда допустимо рассматривать жесткий режим фильтрации внутри потока. Тогда для безнапорных потоков значительных размеров обычно используется предпосылка Дююпи о плановом характере потока. В этом случае для вывода дифференциального уравнения распределения напоров H рассматривается баланс бесконечно малого элемента потока с основанием $dx \cdot dy$ и высотой, рав-

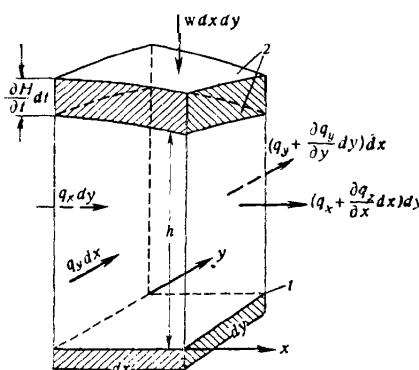


Рис. 55. Бесконечно малый элемент планового безнапорного потока:
1 — водоупор, 2 — свободная поверхность

ной глубине h (рис. 55). Записывая баланс потока в этом элементе, как это делалось ранее для стационарного потока (см. § 2 гл. VI), с учетом изменения емкости блока со скоростью $\mu \frac{\partial H}{\partial t} dx dy$, получим уравнение неразрывности нестационарного планового потока

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} + w. \quad (43)$$

Используя выражения (25 гл. VI) для компонентов удельного расхода q_x и q_y , получим уравнение безнапорного планового потока

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial H}{\partial y} \right) + w. \quad (44)$$

При сравнительно небольших изменениях проводимости пласта здесь, как и при стационарной фильтрации (см. § 2 гл. VI), можно линеаризовать уравнение (44), принимая проводимость постоянной (или кусочно-постоянной). Тогда уравнение (44) принимает вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) + \frac{w}{\mu} \quad (45)$$

При $\mu = \text{const}$ и $w = \text{const}$ оно является линейным уравнением параболического типа (уравнение теплопроводности) и формально идентично линеаризованному уравнению (16а) нестационарной фильтрации в деформированном (упругом) водоносном пласте. Параметр a в этом уравнении характеризует скорость протекания нестационарных процессов и называется коэффициентом уровнепроводности.

Для однородного по вертикали потока (схема Дюпюи), когда $T = kh$, дифференциальное уравнение (44) принимает форму

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(kh \frac{\partial H}{\partial y} \right) + w, \quad (46)$$

впервые полученную Ж. Буссинеском [21], и поэтому носящее его имя.

При горизонтальном водоупоре, когда $H = h$, и при $k = \text{const}$ уравнение Буссинеска имеет вид

$$\mu \frac{\partial h}{\partial t} = k \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + k \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + w. \quad (47)$$

Для решения этого уравнения Ж. Буссинеском предложена линеаризация путем замены глубины потока h ее осредненным значением h_{cp} , когда оно обращается в уравнение (45) при $T = kh_{cp}$. Несколько лучшие результаты дает способ линеаризации Н. А. Багрова — Н. Н. Веригина. По этому способу уравнение (47) преобразуется к виду

$$\frac{\mu}{kh} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{h^2}{2} \right) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{h^2}{2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{h^2}{2} \right) + \frac{w}{k}. \quad (47a)$$

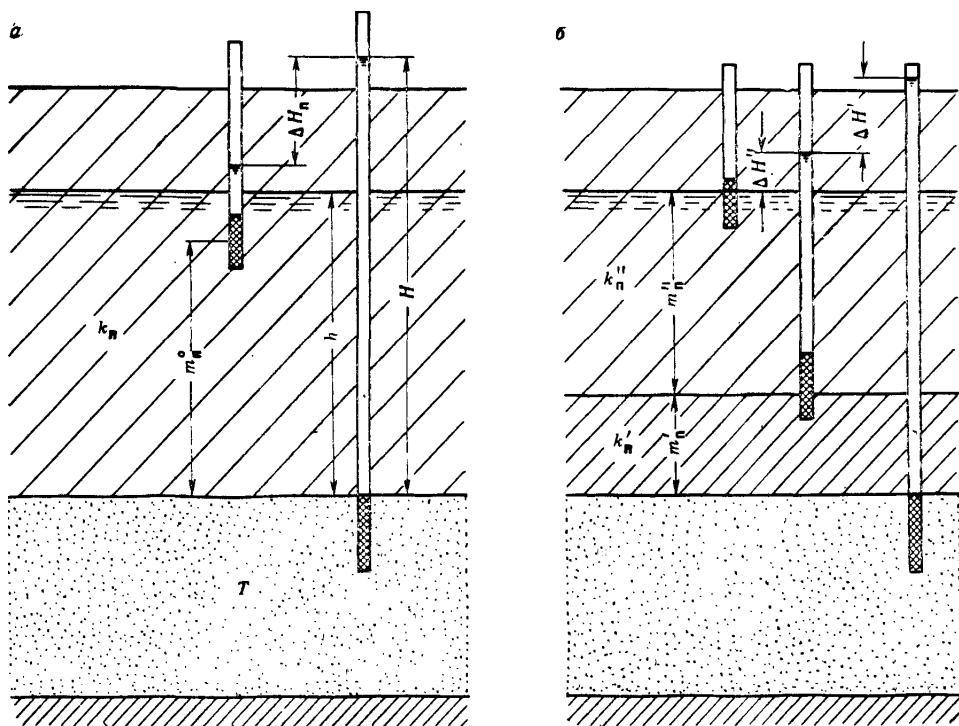


Рис. 56. Двухслойное строение пласта:
а — однородное строение верхнего слоя; б — слоистое строение верхнего слоя

Затем вводится функция $\varphi = 0,5h^2$, а величина h заменяется осредненным значением h_{cp} , что дает уравнение

$$\frac{1}{a} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{w}{k}; \quad a = \frac{k h_{cp}}{\mu}, \quad (48)$$

которое при $\mu = \text{const}$ и $w = \text{const}$ является линейным относительно функции $\varphi = 0,5h^2$.

Для грунтовых вод весьма характерно двухслойное строение пласта (рис. 56). В этом случае обычно допустимо использование предпосылок перетекания, когда в основном водоносном пласте принимается предпосылка Дюпюи о горизонтальном характере потока, а в верхнем (покровном) слое поток считается направленным по вертикали.

Пренебрегая в верхнем слое упругим режимом фильтрации, определим вертикальную скорость фильтрации v_z при напорах H в основном пласте и H^0 на свободной поверхности (на рис. 56, а $H^0 = h$) зависимостью

$$v_z = k_n \frac{H - H^0}{m_n}. \quad (49)$$

где k_n и m_n — расчетные значения коэффициента фильтрации и мощности верхнего слоя.

При однородном строении верхнего слоя (рис. 56, а) $m_n = h$. При двухслойном строении (рис. 56, б)

$$m_n = m'_n + (h - m'_n) \frac{k'_n}{k_n} \text{ и } k_n = k'_n$$

Выделяя в верхнем слое единичный элемент пласта, составим уравнение баланса

$$\mu \frac{\partial H^0}{\partial t} = v_z + w = k_n \frac{H - H^0}{m_n} + w. \quad (50)$$

Уравнение (50), строго говоря, является нелинейным, поскольку величина m_n зависит от напора H^0 . Однако обычно эта зависимость проявляется сравнительно слабо, и уравнение (50) можно линеаризовать, задавая осредненное значение m_n .

Уравнение баланса потока в нижнем слое при жестком режиме фильтрации будет

$$v_z + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0. \quad (51)$$

Подставляя выражения (49) для v_z и (25 гл. VI) для q_x и q_y , получим уравнение

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial H}{\partial y} \right) - k_n \frac{H - H^0}{m_n} = 0, \quad (52)$$

которое вместе с уравнением (50) составляет замкнутую систему.

Уравнение вертикального водообмена вида (50) можно использовать и при сравнительно однородном строении водоносного пласта, понимая под H средний напор в сечении водоносного пласта, под k_n — вертикальный коэффициент фильтрации, а под m_n — расчетную мощность вертикального сопротивления потока, причем для однородного потока, как показано в работе [7, стр. 90], следует принимать $m_n = h/3$.

При анализе сравнительно кратковременных процессов (например, при опытных откачках) в безнапорных пластах (особенно двухслойного строения) существенную роль может играть упругая емкость водоносного пласта. В этом случае уравнение баланса потока в основном слое вместо (51) будет иметь вид

$$v_z + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = \mu^* \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (53)$$

Используя для q_x и q_y выражение (25 гл. VI), получим вместо (52) следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial H}{\partial y} \right) - k_n \frac{H - H^0}{m_n} = \mu^* \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (54)$$

которое вместе с уравнением (50) описывает распределение напоров при упругогравитационном режиме фильтрационного потока.

В линеаризованной постановке (при неизменных значениях геофильтрационных параметров) системы уравнений (50), (54) удобнее записывать относительно изменений напора (s для среднего значения и s^0 на свободной поверхности):

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial s^0}{\partial t} &= \frac{k_n}{m_n} (s - s^0); \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial s}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial s}{\partial y} \right) - \frac{k_n}{m_n} (s - s^0) &= \mu^* \frac{\partial s}{\partial t}. \end{aligned} \quad (55)$$

Решая первое из этих уравнений относительно s^0 , получим

$$\begin{aligned} s^0 &= \int_0^\tau e^{\theta-\tau} s(\theta) d\theta, \quad \frac{\partial s^0}{\partial t} = \int_0^\tau \frac{\partial s}{\partial t} e^{\theta-\tau} d\theta, \\ \tau &= \alpha t, \quad \alpha = \frac{k_n}{\mu m_n}. \end{aligned} \quad (56)$$

Тогда второе из уравнений (55) может быть представлено относительно s в явном виде

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial s}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial s}{\partial y} \right) = \mu^* \frac{\partial s}{\partial t} + \mu \int_0^\tau \frac{\partial s}{\partial t} e^{\theta-\tau} d\theta. \quad (57)$$

Уравнение (57) формально идентично уравнению планового потока с коэффициентом емкости, меняющимся по экспоненциальному закону от μ^* до μ , что соответствует предложению Н. Болтона [20]. Таким образом, эмпирическая предпосылка Н. Болтона об экспоненциально-переменном коэффициенте емкости может быть обоснована на базе предпосылок перетекания.

Глава IX

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ГИДРОГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Методы решения гидрогеомеханических задач существенно зависят от их постановки. В этом смысле заслуживают раздельного рассмотрения задачи исследования нестационарного режима подземных вод и процессов уплотнения земляных массивов, существенно отличные по своей постановке.

§ 1. РАСЧЕТЫ НЕСТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА ПОДЗЕМНЫХ ВОД АНАЛИТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

1. Постановка задачи

Аналитические методы расчетов режима подземных вод основываются на решении дифференциальных уравнений нестационарной фильтрации. Наиболее широко такие исследования проводятся применительно к условиям грун-

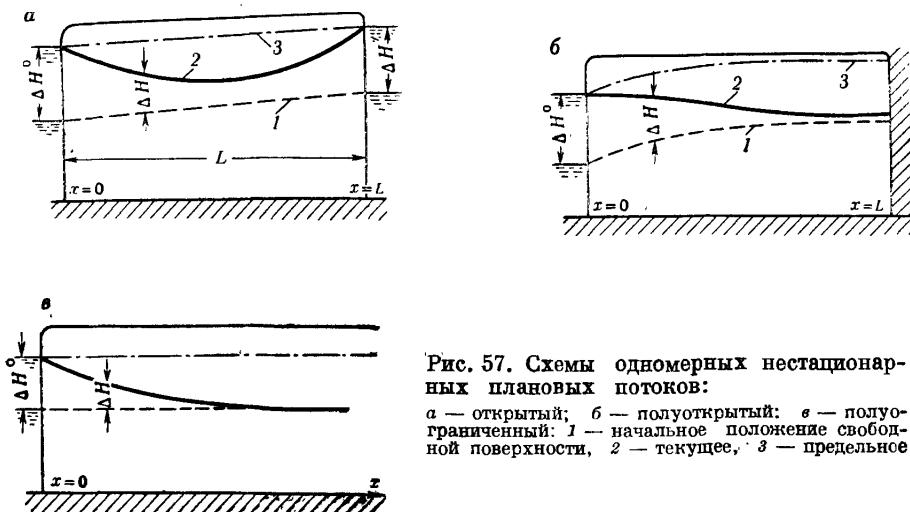


Рис. 57. Схемы одномерных нестационарных плановых потоков:

a — открытый; *b* — полуоткрытый; *c* — полуограниченный. 1 — начальное положение свободной поверхности, 2 — текущее, 3 — предельное

товых вод, которые в дальнейшем и будут рассматриваться в качестве основных. Аналитические методы, как правило, используются только в тех случаях, когда поток может считаться плановым и линейным в плане (одномерным) с постоянными параметрами. В такой постановке аналитические методы расчетов сводятся к решению одномерного (по оси x) дифференциального уравнения (45 гл. VII) при заданных граничных и начальных условиях.

Границные условия для линейных в плане потоков устанавливаются применительно к двум основным схемам: открытого и полуоткрытого потоков (рис. 57, *a*, *b*), причем в открытых потоках на границах задаются изменения напоров, а в полуоткрытых потоках изменение напора задается на одной границе, тогда как другая считается непроницаемой. Кроме того, существенной является схема полуограниченного потока (рис. 57, *c*), когда изменения напора задаются на одной границе, а другая считается отнесенной в бесконечность. Такая схема может рассматриваться при условии, что влияние изменения уровня на одной из границ практически не распространяется до противоположной границы.

Начальные условия обычно отображают исходный естественный поток с уровнями H_0 . Наиболее удобно учитывать начальные условия, если вести расчеты по изменениям напора ΔH относительно исходного (с уровнями H_0 , считая, что результирующий напор представляется выражением

$$H = H_0 + \Delta H. \quad (1)$$

Такой путь особенно целесообразен при достаточно глубоком залегании уровней грунтовых вод, когда инфильтрационное питание можно считать неизменным. Поскольку уровни начального потока также описываются уравнением (45 гл. VIII), то, вычитая дифференциальные уравнения, записанные

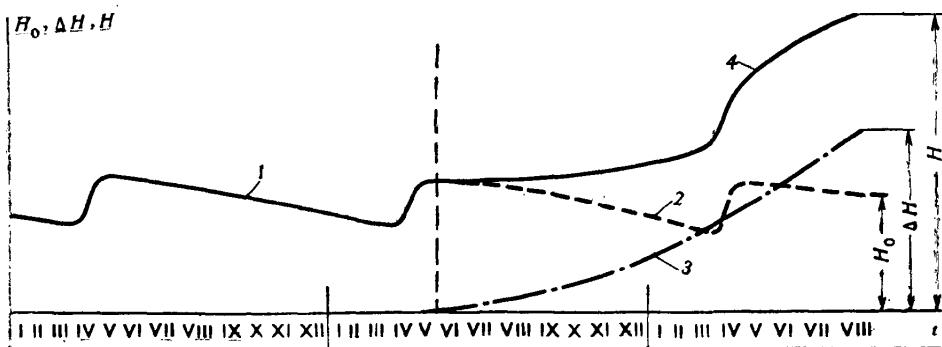


Рис. 58. Графики изменения уровней грунтовых вод:

1 — периодические колебания естественного режима; 2 — расчетные начальные уровни \$H_0\$ — продолжение графика 1; 3 — подпор \$\Delta H\$; 4 — результирующий напор \$H = H_0 + \Delta H\$

для напоров \$H\$ и \$H_0\$, друг из друга, при неизменном питании получим уравнение для изменения уровня в одномерном потоке

$$\frac{\partial \Delta H}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \Delta H}{\partial x^2}, \quad (2)$$

из которого следует, что в этом случае величина \$\Delta H\$ не зависит от инфильтрационного питания, причем начальное условие для нее будет нулевым, т. е. \$\Delta H(x, 0) = 0\$.

В общем случае величины \$H_0\$, от которых отчитываются расчетные изменения уровней \$\Delta H\$, могут быть переменными во времени, однако они, разумеется, должны быть известны в течение всего расчетного периода времени. С этой точки зрения наилучшими являются такие условия, когда исходные уровни задаются при стационарном режиме. Достаточно определенными представляются исходные условия, когда уровни \$H_0\$ периодически изменяются в течение каждого года и такие периодические изменения могут быть продолжены на расчетный период времени (рис. 58). Если же в начале расчетного периода времени имеет место существенно нестационарный режим, обусловливаемый влиянием внешних факторов, то величина \$H_0\$ должна быть предварительно рассчитана путем решения дифференциального уравнения при исходных граничных условиях.

2. Построение расчетных зависимостей

Принципы построения расчетных зависимостей, описывающих нестационарный режим подземных вод, представим, принимая в качестве исходного дифференциальное уравнение (2), которое относится к линейным уравнениям параболического типа. Решения таких уравнений основываются на методах математической физики, которые применительно к параболическим уравнениям вида (2) наиболее полно разработаны в теории теплопроводности [15, 22].

Таблица 4

λ	$\operatorname{erfc} \lambda$	λ	$\operatorname{erfc} \lambda$	λ	$\operatorname{erfc} \lambda$
0	1	0,5	0,48	1,0	0,157
0,05	0,944	0,55	0,437	1,1	0,120
0,1	0,887	0,6	0,396	1,2	0,09
0,15	0,832	0,65	0,358	1,3	0,066
0,2	0,777	0,7	0,322	1,4	0,048
0,25	0,724	0,75	0,289	1,5	0,036
0,3	0,671	0,8	0,258	1,6	0,024
0,35	0,621	0,85	0,229	1,8	0,014
0,4	0,572	0,9	0,203	2,0	0,005
0,45	0,524	0,95	0,179	2,2	0,002

Фундаментальные решения уравнения (2) рассмотрим применительно к условиям полуограниченного потока, на границе которого ($x = 0$), начиная со времени $t = 0$, напор меняется либо мгновенно на величину ΔH^0 , либо по линейному закону с постоянной скоростью v [4, 15, 30]. При мгновенном изменении уровня на границе $x = 0$ краевые условия для $\Delta H(x, t)$ формулируются следующим образом:

$$\Delta H(x, 0) = 0, \quad \Delta H(0, t) = \Delta H^0, \quad (3)$$

а решение этой задачи имеет вид

$$\Delta H = \Delta H^0 \operatorname{erfc} \lambda, \quad \lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}}, \quad (4)$$

причем специальная функция $\operatorname{erfc} \lambda$ определяется по табл. 4.

При линейном изменении уровня на границе $x = 0$ полуограниченного потока граничные условия для ΔH будут

$$\Delta H(x, 0) = 0, \quad \Delta H(0, t) = vt, \quad (5)$$

а решение для этого случая имеет вид

$$\Delta H = vtR(\lambda), \quad R(\lambda) = (1 + 2\lambda^2) \operatorname{erfc} \lambda - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \lambda e^{-\lambda^2}. \quad (6)$$

Значения функции $R(\lambda)$ приведены в табл. 5.

Для учета гидродинамического несовершенства водоема на его урезе должно задаваться граничное условие третьего рода (36 гл. VI). Решение такой задачи в случае мгновенного изменения уровня на границе $x = 0$ на величину ΔH^0 и при нулевом начальном условии имеет вид [4, 6, 15]

$$\Delta H = \Delta H^0 F(\lambda, \theta), \quad \lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}}, \quad \theta = \frac{\sqrt{at}}{\Delta L}, \quad (7)$$

$$F(\lambda, \theta) = \operatorname{erfc} \lambda - e^{\theta^2 + 2\lambda\theta} \operatorname{erfc}(\lambda + \theta). \quad (7a)$$

Таблица 5

λ	$R(\lambda)$	λ	$R(\lambda)$	λ	$R(\lambda)$	λ	$R(\lambda)$
0	1	0,18	0,654	0,36	0,442	0,6	0,209
0,02	0,956	0,20	0,623	0,38	0,391	0,7	0,154
0,04	0,913	0,22	0,592	0,40	0,370	0,8	0,112
0,06	0,872	0,24	0,558	0,42	0,349	0,9	0,08
0,08	0,832	0,26	0,535	0,44	0,331	1,0	0,057
0,1	0,794	0,28	0,509	0,46	0,313	1,1	0,04
0,12	0,757	0,30	0,483	0,48	0,296	1,2	0,027
0,14	0,721	0,32	0,458	0,50	0,280	1,3	0,018
0,16	0,687	0,34	0,434	0,55	0,242	1,5	0,008

Графики этой функции приведены, например, в работах [6, 15, 31].

Приближенно сопротивление ложа водоема можно учитывать, удлиняя поток на величину ΔL_t , зависящую от времени. Такое решение рассматриваемой задачи в соответствии с (4) будет иметь вид

$$\Delta H = \Delta H^0 \operatorname{erfc}(\lambda + \Delta\lambda), \quad \Delta\lambda = \frac{\Delta L_t}{2\sqrt{at}}, \quad (8)$$

причем величину ΔL_t рационально подбирать из условия совпадения значений ΔH , определяемых согласно (7) и (8) при $x = 0$. Полученная таким образом зависимость представлена следующими данными:

θ	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1,0	1,5	2	2,5	3
$\Delta L_t = \frac{\Delta L_t}{\Delta L}$	0,23	0,37	0,48	0,62	0,71	0,8	0,88	0,92	0,95	0,985

Как видно из этих данных при $\theta > 2,5$, т. е. при $\Delta L > 0,4\sqrt{at}$, практически (с точностью до 5%) можно считать $\Delta L_t = \Delta L$.

При двухслойном строении водоносного пласта исходной является система дифференциальных уравнений (50 и 52 гл. VIII). В ее решение дополнительно входит безразмерная переменная $\theta_v = \frac{k_{n1}t}{\mu m_n}$, характеризующая время запаздывания уровня в верхнем слое. Анализ показывает [4, 30], что максимальная относительная погрешность расчета напоров за счет неучета влияния покровного слоя, отнесенная к изменению уровня ΔH^0 на границе потока, оценивается величиной $1/80_v$. Отсюда следует, что, задаваясь допустимой погрешностью расчета $\varepsilon_{\text{доп}}$, можно пренебречь влиянием двухслойного строения пласта, если время монотонного течения процесса удовлетворяет неравенству

$$t < \frac{\mu m_n}{8\varepsilon_{\text{доп}} \cdot k_n}. \quad (9)$$

Например, при характерных значениях $k_n = 0,1 \text{ м/сут}$, $m_n = 10 \text{ м}$, $\mu = 0,1$ и $\varepsilon_{\text{доп}} = 0,02$ получим $t < 125 \text{ сут}$, т. е. в этом случае влияние двухслойности пласта сказывается только для сравнительно кратковременных процессов.

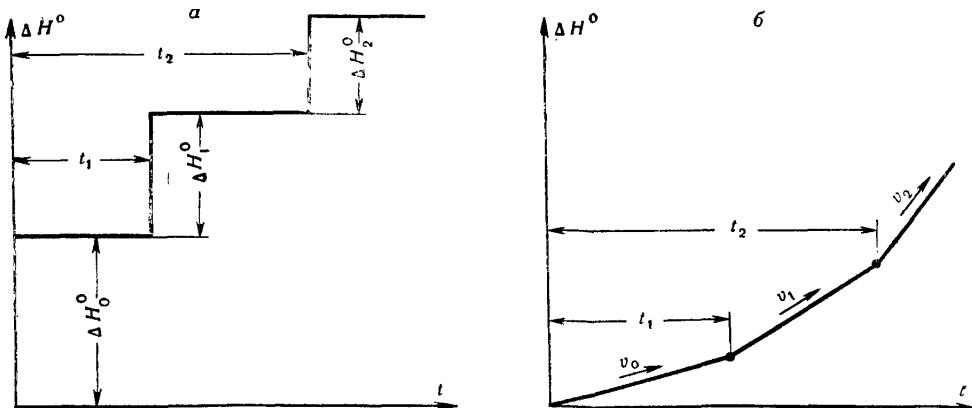


Рис. 59. Типовые графики изменения уровня на границах:
а — ступенчатый; б — ломаный

Применение метода сложения течений позволяет распространить приведенные выше фундаментальные решения на более общие случаи ступенчатого или ломаного закона изменения уровня¹ на границе $x = 0$ (рис. 59). Проиллюстрируем методику такого построения на примере полуограниченного пласта с границей 1 рода.

При ступенчатом графике решение для начальной ступени имеет вид (4) при $\Delta H^0 = \Delta H_0^0$. Для первой дополнительной ступени (при $t_1 < t \leq t_2$) решение получается сложением решений от двух ступеней изменения уровня — начальной ΔH_0^0 , действующей, начиная с момента времени $t = 0$, и дополнительной ΔH_1^0 , действующей со сдвигом во времени на величину t_1 ; соответственно для n -й ступени (при $t_n < t \leq t_{n+1}$)

$$\Delta H = \sum_{i=0}^n \Delta H_i \operatorname{erfc} \lambda_i; \quad \lambda_i = \frac{x}{2 \sqrt{a(t-t_i)}} \quad (10)$$

Аналогичным путем получается решение и при ломаном законе изменения уровня. В частности, для полуограниченного потока при $t < t_1$ это решение имеет вид (6) при $v = v_0$. После первого излома (при $t_1 < t \leq t_2$) решение получается сложением решений для двух прямолинейных графиков — начального изменения уровня со скоростью v_0 и дополнительного изменения уровня

¹ Впервые аналогичная методика (при другой форме линеаризации уравнения нестационарной фильтрации) применена Н. Н. Веригиным [6, 22].

со скоростью $v_1 = v_0$, действующего с момента времени $t = t_1$; соответственно для n -го излома графика (при $t_n < t_{n+1}$) будем иметь

$$\Delta H = v_0 t R(\lambda) + \sum_{l=1}^n (v_l - v_{l-1}) R(\lambda_l), \quad (11)$$

$$\lambda_l = \frac{x}{2\sqrt{a(t-t_l)}}.$$

При расчетах многолетнего режима с учетом внутрисезонных циклических колебаний уровня на границе (которые имеют место в случаях сезонных колебаний уровня воды в водохранилище, периодической работы каналов и т. п.) существенного упрощения можно достигнуть, исходя из того, что внутрисезонные колебания уровня относительно среднего имеют практическое значение только в последний расчетный год. В соответствии с этим циклический график изменения уровня на границе разделяется на два расчетных графика — первый представляет постоянный уровень, отвечающий среднегодовому изменению уровня ΔH_{cp}^0 , а второй, дополнительный, получается как разница между действительным графиком уровня и его средним значением, причем учет дополнительного графика может производиться только в течение последнего года перед расчетным моментом времени [31].

Покажем теперь методику построения аналитических зависимостей для расходов фильтрационного потока на его границах, величину которых необходимо знать, например, для определения фильтрационных потерь в бортах водохранилищ и каналов. Для этого воспользуемся общими выражениями (25 гл. VI) для удельного расхода планового потока, причем, используя принцип сложения течений для учета начального потока, т. е. считая $H = H_0 + \Delta H$, запишем выражение для удельного расхода линейного в плане потока, направленного по оси x , в виде

$$q = -T \frac{\partial H}{\partial x} = q_0 + \Delta q, \quad (12)$$

$$q_0 = -T \frac{\partial H_0}{\partial x}, \quad \Delta q = -T \frac{\partial \Delta H}{\partial x},$$

где q_0 — удельный расход начального потока; Δq — изменение удельного расхода в процессе нестационарной фильтрации. Величину Δq можно далее найти в различных условиях, подставляя в (12) соответствующие выражения для ΔH . Например, при задании мгновенного изменения уровня на границе $x = 0$ полуограниченного потока (условие 1-го рода), когда величина ΔH определяется уравнением (4), получим

$$\Delta q = -T \Delta H^0 \frac{\partial}{\partial x} (\operatorname{erfc} \lambda), \quad (13)$$

а поскольку

$$\frac{\partial}{\partial x} (\operatorname{erfc} \lambda) = \frac{d}{d\lambda} (\operatorname{erfc} \lambda) \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial x} = -\frac{e^{-\lambda^2}}{\sqrt{\pi a t}}, \quad (14)$$

то, полагая в (14) $x = 0$ (при этом $\lambda = 0$), получим формулу для удельного расхода Δq_0 дополнительного потока на границе

$$\Delta q_0 = \frac{T \Delta H^0}{\sqrt{\pi a t}}. \quad (15)$$

Широкий круг задач нестационарной фильтрации рассмотрен в работах [2, 4, 6, 20, 30].

Приведенные расчетные зависимости применимы и для расчетов нестационарной фильтрации в напорных пластах, описываемой дифференциальным уравнением упругого режима (13 гл. VIII). В этом случае только величина a представляет собой коэффициент пьезопроводности, выражаемый согласно (14 гл. VIII).

Специфические задачи упругого режима фильтрации в напорных пластах возникают при изменениях нагрузки на кровлю водоносного пласта, описываемых дифференциальным уравнением (16 гл. VIII). Такие процессы имеют место, например, в водоносных пластах, расположенных под водоемами, при изменениях их уровней во время паводков, приливов и отливов и т. п. Пусть, например, уровень при приливах — отливах колебляется с некоторой амплитудой ΔH^0 ; это приводит к колебаниям общей нагрузки на кровлю нижележащего водоносного слоя ($\Delta \sigma_p = \gamma \Delta H^0$) и изменению в нем напоров ΔH .

Введем понятие приливной эффективности ТЕ [9]:

$$TE = \frac{\Delta H}{\Delta H^0} = \frac{\gamma \Delta H}{\Delta \sigma_p}. \quad (16)$$

С учетом уравнения (16а гл. VIII) с нулевой правой частью получаем

$$TE = \frac{1}{1 + \frac{e_{cp}}{a_c E_b}} = \frac{\gamma a_c}{(1 + e_{cp}) \mu^*}, \quad (17)$$

откуда видно, что величина ТЕ отражает ту долю упругих запасов, которая обусловлена сжимаемостью породы. Для пород, сжимаемость которых значительно превышает сжимаемость воды ($E_b a_c \gg 1$), $TE \approx 1$, т. е. колебания уровней в водоеме и в расположенным под ним напорном пласте должны быть близкими по амплитуде, несмотря на возможное отсутствие гидравлической связи между ними; иначе говоря, в этом случае может проявляться псевдосвязь между поверхностными и подземными водами [9, 30].

Аналогично могут объясняться колебания напоров в водоносных пластах под влиянием изменений атмосферного давления, а также в результате землетрясений, выемки или пригрузки вышележащих пород [9, 30]; в последнем случае ввиду ограниченных размеров выемок (или насыпей) изменения давления на кровлю водоносного пласта (а следовательно, и изменения напоров) могут заметно расходиться с масштабами разгрузки или пригрузки из-за жесткости слоев, перекрывающих водоносный пласт [30].

§ 2. РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ГЕОФИЛЬТРАЦИИ

Решение обратных задач в данном случае применяется для определения геофильтрационных параметров по данным наблюдений за нестационарным режимом подземных вод.

Основными параметрами нестационарной геофильтрации являются коэффициент емкости μ или коэффициент уровнепроводности (пьезопроводности) a . Кроме того, по данным нестационарного режима могут определяться также параметры сопротивления ложа водоемов и площадного питания (инфилтрации, перетекания).

При решении обратных задач нестационарной геофильтрации могут использоваться различные методы фильтрационных расчетов, целесообразность применения которых требует в каждом случае внимательного обоснования.

1. Применение аналитических решений дифференциальных уравнений

В этом случае решение обратных задач обычно основывается на анализе реакции уровней подземных вод, фиксируемых наблюдательными скважинами, в связи с изменением гидродинамических условий на границах исследуемого водоносного пласта. Для определения коэффициента уровнепроводности a целесообразно прежде всего воспользоваться данными режимных наблюдений в периоды существенного проявления нестационарного режима (например, при паводке, наполнении или опорожнении водохранилищ и каналов и т. п.) при обязательном условии, чтобы в расчетный период не происходило существенного изменения инфильтрационного питания. В этом смысле нередко возникают сложности при использовании данных периода паводка, поскольку обычно в это время происходит резкая интенсификация инфильтрационного питания [30].

Аналитические решения, как правило, применяются только для линейных в плане потоков. С этой точки зрения для расчетов наиболее удобно использовать участки в таких зонах влияния водоема с переменным уровнем во времени, где поток может считаться линейным в плане. В этом случае режимный створ располагается вдоль потока и должен включать по крайней мере две наблюдательные скважины, устанавливаемые в основной водоносный пласт (рис. 60, а). При этом, как правило, влияние противоположной границы проявляется несущественно и принимается схема полуограниченного потока.

Для определения коэффициента уровнепроводности скважина, расположенная ближе к водоему, рассматривается как граничная, а дальняя скважина — как индикаторная. График изменения уровня в граничной скважине при этом удобно аппроксимировать ломаной линией (рис. 60, б) и, считая поток полуограниченным, описать изменения уровня в индикаторной скважине уравнением (11), где x — расстояние между скважинами ($x = \Delta x_{1-2}$). Выбрав далее такой период времени, когда изменения уровня в индикаторной скважине фиксируются достаточно четко, можно подобрать такое значение a , при котором значения ΔH , вычисленные по уравнению (11), и $\Delta H''$, замеренные в индикаторной скважине, достаточно хорошо согласуются.

Расчет заметно упрощается, если скорость изменения уровня в граничной скважине практически постоянна. Тогда используется уравнение (6) в виде

$$\frac{\Delta H''}{\Delta H'} = R(\lambda), \quad \lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}} \quad (18)$$

где $\Delta H''$ и $\Delta H'$ — изменения уровня в индикаторной и граничной скважинах за время t .

Зная $\Delta H''$ и $\Delta H'$ на какой-то момент времени t , определим по уравнению (18) величину $R(\lambda)$, далее по таблице функции $R(\lambda)$ (см. стр. 168) найдем значение λ и рассчитаем величину a по формуле

$$a = \frac{x^2}{4\lambda^2 t}. \quad (19)$$

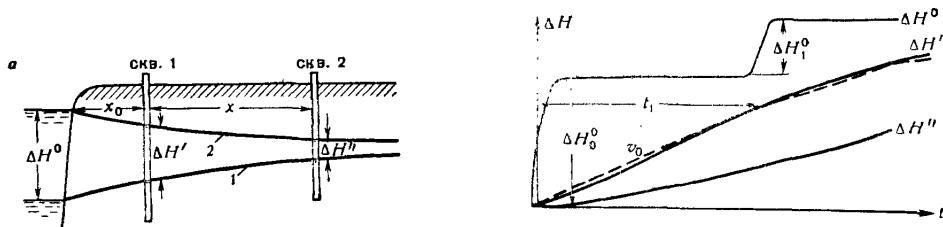


Рис. 60. Определение коэффициента уровнепроводности по данным режимных наблюдений:

а — наблюдательный створ: 1, 2 — кривые депрессии при стационарном режиме (1), на расчетный момент времени (2);
 б — графики изменения уровней в наблюдательных скважинах: сплошные линии — действительные кривые, пунктир — аппроксимирующая ломаная линия

По данным нестационарного режима можно также определять величину ΔL , характеризующую сопротивление ложа водоема, используя данные об изменении уровня воды $\Delta H'$ в ближайшей к водоему наблюдательной скважине при изменении уровня в водоеме. В этом случае теоретическое значение $\Delta H'$ можно определить по уравнению, описывающему изменение уровня вблизи несовершенной границы (границы III рода) в полуограниченном потоке, заменяя действительный график изменения уровня в водоеме ступенчатым, причем скважина, располагаемая вблизи водоема, рассматривается как индикаторная, а теоретические изменения уровней ΔH в ней получатся аналогично выражению (10) и использованием в качестве фундаментального решения выражения (7), т. е.

$$\Delta H = \sum_{l=0}^{n-1} \Delta H_l^0 F(\lambda_l, \theta_l), \quad \lambda_l = \frac{x_0}{2 \sqrt{a(t-t_l)}}, \quad \theta_l = \frac{\sqrt{a(t-t_l)}}{\Delta L}, \quad (20)$$

где величина x_0 представляет собой расстояние от водоема до ближайшей скважины.

Определив изложенным выше способом величину a , можно найти из уравнения (20) подбором величину ΔL .

Для аналитических расчетов могут эффективно использоваться простые ЭЦВМ [16].

2. Применение интегральных методов

Для решения обратных задач могут эффективно применяться интегральные методы, основанные на замене исходных дифференциальных уравнений их интегральными аналогами [2, 6, 8].

В сравнении с аналитическими методами оценки параметров интегральные методы в меньшей степени зависят (или вообще не зависят) от граничных условий, что облегчает унификацию решений для успешного использования ЭВМ. Вместе с тем преимущества интегральных методов проявляются лишь при наличии достаточно богатой информации об изменениях уровня потока по той переменной, по которой ведется интегрирование. Поэтому наибольшего эффекта

можно ожидать в первую очередь от методов, основанных на интегрировании по временной переменной, так как увеличение плотности информации во времени достигается на практике гораздо проще.

Рассмотрим, в частности, интегральный метод, основанный на применении преобразования Лапласа — Карсона к линейному уравнению плановой нестационарной фильтрации (12 гл. VIII). Введем функцию [2, 11]

$$\bar{S}(x, y) = \frac{1}{t_p} \int_0^{\infty} S(x, y, t) e^{-t/t_p} dt, \quad (21)$$

где $S(x, y, t)$ — известная из замеров функция понижения уровня, называемая в данном преобразовании оригиналом; $\bar{S}(x, y)$ — изображение функции $S(x, y, t)$ по Лапласу — Карсону; t_p — параметр преобразования, удовлетворяющий условию [2]: $t_p < (\frac{1}{6} - \frac{1}{7}) t_{\max}$ (t_{\max} — общее время наблюдений за уровнем в расчетной точке).

Полагая исходное распределение напоров (при $t = 0$) стационарным, применим к уравнению (12 гл. VIII) преобразование (21). Тогда получим

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[T \frac{\partial \bar{S}(x, y)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[T \frac{\partial \bar{S}(x, y)}{\partial y} \right] = \mu * \frac{\bar{S}(x, y)}{t_p}. \quad (22)$$

При известных граничных условиях для функции $\bar{S}(x, y)$, вычисляемых по общей формуле (21), может быть найдено решение уравнения (22), из которого отыскивается тот или иной неизвестный параметр¹. Способы численных расчетов изображений описаны в ряде работ [10, 11].

Рассмотрим в качестве примера использование такого интегрального преобразования для определения параметра сопротивления ложа водоема ΔL в одномерном плановом потоке при начальном стационарном режиме, когда уравнение (22) принимает вид

$$\frac{\partial^2 \bar{S}}{\partial x^2} = \frac{\bar{S}}{at_p}, \quad (23)$$

общее решение которого

$$\bar{S} = C_1 \exp \left(-\frac{x}{\sqrt{at_p}} \right) + C_2 \exp \left(\frac{x}{\sqrt{at_p}} \right). \quad (24)$$

Считая, что противоположная граница не оказывает заметного влияния, приходим к схеме полуграниценного потока, для которого $C_2 = 0$. Запишем далее граничное условие (37 гл. VI) на урезе водоема (где зададим начало координат) для изображений

$$\left. \frac{\partial \bar{S}}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{\bar{S}^0 - \bar{S}|_{x=0}}{\Delta L}, \quad (25)$$

где \bar{S}^0 — изображение для изменения уровня в водоеме.

¹ В принципе, задаваясь разными значениями t_p , можно вести поиск нескольких неизвестных параметров из системы дифференциальных уравнений вида (22). Однако корректность такого подхода требует специального обоснования.

Из условия (25) найдем C_1 и получим следующее выражение для изображения:

$$\bar{S}(x) = \frac{\bar{S}^0}{1 + \frac{\Delta L}{\sqrt{at_p}}} \exp\left(-\frac{x}{\sqrt{at_p}}\right). \quad (26)$$

Располагая данными наблюдений за уровнем в водоеме и ближайшей к нему наблюдательной скважине (расположенной на расстоянии x от водоема), можно найти изображения \bar{S}^0 и \bar{S} , а затем определить величину ΔL согласно (26) по формуле

$$\Delta L = \sqrt{at_p} \left[\frac{\bar{S}^0}{\bar{S}(x)} \exp\left(-\frac{x}{\sqrt{at_p}}\right) - 1 \right]. \quad (27)$$

Как видно, использование интегрального метода позволяет автоматически учесть изменения граничных условий во времени, причем результирующие формулы не зависят от этих изменений.

§ 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ГЕОФИЛЬТРАЦИИ

Принципы моделирования нестационарной геофильтрации определяются видом аналогии и уровнем дискретности представления процесса [12, 19, 32]. Наиболее широкое распространение имеют электрические интеграторы при непрерывном и дискретном представлении процесса во времени. Для решения нелинейных задач, возникающих при необходимости учета изменения геофильтрационных параметров во времени, целесообразно также применение гидроинтегратора [4, 12, 22]. В некоторых случаях используются и сплошные гидравлические модели (фильтрационный и щелевой лотки) в различных модификациях [4, 5, 9, 12].

Для нестационарных геофильтрационных задач характерны условия потоков больших размеров в плане, которые по структуре относятся к плановым. Поэтому основы моделирования нестационарной фильтрации далее будут рассмотрены применительно к построению сеточных электрических моделей резисторно-емкостного и резисторного типов для плановых потоков, теоретической основой которых являются конечно-разностные уравнения.

1. Конечно-разностные уравнения нестационарной плановой фильтрации

Для вывода конечно-разностного уравнения нестационарной плановой фильтрации, впервые примененного Г. Н. Каменским [4, 22], поток разбивается на блоки (как правило, системой ортогональных плоскостей), а весь объем воды, содержащейся в блоке, как бы сосредоточивается в его центре. Выделим один из таких блоков и рассмотрим его водный баланс.

Используя понятие фильтрационного сопротивления участка потока Φ , согласно (22 гл. V), запишем выражение для расхода потока в расчетном блоке со стороны соседнего (i -го) блока

$$Q_i = \frac{H_l - H}{\Phi_l}, \quad (28)$$

где H_l — напор в соседнем блоке (очевидно, что при ортогональной разбивке плоского потока i принимает значения 1, 2, 3, 4); H — напор в расчетном блоке;

Φ_i — фильтрационное сопротивление между i -м и расчетным блоками, причем для планового потока из (23 гл. V) получаем

$$\Phi_i = \frac{\Delta l_i}{k_i m_i N_i} = \frac{\Delta l_i}{T_i N_i}, \quad (29)$$

где Δl_i — расстояние между центрами i -го и расчетного блоков; N_i и T_i — средняя ширина блока (в плане) и средняя проводимость потока между центрами i -го и расчетного блоков.

Обычно используется прямоугольная разбивка потока с шагами сетки Δx и Δy по осям x и y (рис. 43, а). В этом случае фильтрационные сопротивления Φ_x и Φ_y по направлениям x и y определяются формулами

$$\Phi_x = \frac{\Delta x}{T_x \Delta y}; \quad \Phi_y = \frac{\Delta y}{T_y \Delta x}, \quad (30)$$

Кроме того, в блок может поступать инфильтрационный поток $Q_w = wF$, где F — площадь горизонтального сечения блока (в частности, для прямоугольной сетки $F = \Delta x' \Delta y'$), а также расход $Q_{6\pi}$ внутренних источников питания или стока в блоке (скважины, дрены, каналы и т. п.). Считая, что за время Δt происходит повышение уровня в центре блока на величину ΔH , сопоставим балансовое уравнение

$$\left(\sum_{i=1}^4 Q_i + Q_w + Q_{6\pi} \right) \Delta t = C \Delta H, \quad (31)$$

где C — емкость блока, представляющая собой изменение объема воды в блоке при изменении в нем уровня на 1 м, причем для безнапорного потока

$$C = \mu F, \quad (32)$$

где μ — коэффициент гравитационной емкости пласта, а для напорного потока μ заменяется на коэффициент упругой емкости пласта μ^* (см. § 4 гл. III).

Подставляя в (31) выражения для Q_i и Q_w , получим следующее конечно-разностное уравнение

$$\sum_{i=1}^4 \frac{H_i - H}{\Phi_i} + wF + Q_{6\pi} = C \frac{\Delta H}{\Delta t} \quad (33)$$

Заметим, что конечно-разностные уравнения иногда применяются непосредственно для расчетов геофильтрационных параметров по данным режимных наблюдений, а также для определения балансовых составляющих потока, причем в последнем случае конечно-разностные уравнения обычно называются балансовыми [4].

2. Резисторно-емкостные электрические модели

Сеточная резисторно-емкостная модель (сетка RC) состоит из сетки электрических сопротивлений, соединенных в узловых точках, куда также подсоединяются электрические емкости (рис. 61, а).

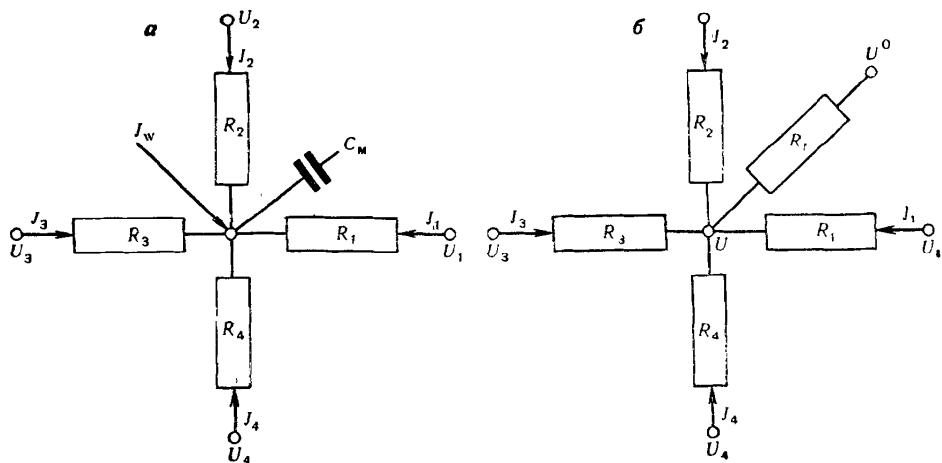


Рис. 61. Схемы узла электрической сеточной модели плоского потока:
а — резисторно-емкостная модель (сетка RC); б — резисторная модель (сетка Либманна)

Баланс тока в узловой точке такой модели в случае $I_w = 0$ будет

$$\sum_{i=1}^{l=4} I_i + I_c = 0, \quad (34)$$

причем сила тока I_c , образующаяся при разрядке конденсатора, пропорциональна скорости изменения потенциала на выходе из конденсатора

$$I_c = -C_m \frac{\partial U}{\partial t_m}, \quad (35)$$

где C_m — емкость конденсатора на модели.

Сила тока I_i в активных сопротивлениях R_i определится по закону Ома. Тогда уравнение (34) примет вид

$$\sum_{i=1}^{l=4} \frac{U_i - U}{R_i} = C_m \frac{\partial U}{\partial t_m}. \quad (36)$$

Сопоставим уравнение (36) с балансовым уравнением (33), которое при представлении непрерывного течения процесса во времени, когда член $\frac{\Delta H}{\Delta t}$ обращается в производную $\frac{\partial H}{\partial t}$, принимает вид

$$\sum_{i=1}^{l=4} \frac{H_i - H}{\Phi_i} + wF + Q_{6n} = C \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (37)$$

Рассматривая далее случай отсутствия внутренних источников питания — стока ($w = 0$ и $Q_{бп} = 0$), можно показать аналогичность уравнений (36) и (37). Введение масштабных коэффициентов

$$\alpha_H = \frac{\Delta H}{\Delta U}, \quad \alpha_\Phi = \frac{\Phi}{R}, \quad \alpha_c = \frac{C}{C_m}, \quad \alpha_t = \frac{t}{t_m} \quad (38)$$

в одно из этих уравнений позволяет увидеть, что они тождественно переходят друг в друга, если масштаб времени определить по формуле

$$\alpha_t = \alpha_\Phi \cdot \alpha_c. \quad (39)$$

Если, кроме того, имеются независимо действующие источники питания, расход которых определяется суммой величин $Q_w = wF$ и $Q_{бп}$, то в узловые точки интегратора должна подаваться сила тока I_w (см. рис. 61, а) и уравнение баланса тока в узловой точке принимает вид

$$\sum_{i=1}^{l=4} \frac{U_i - U}{R_i} + I_w = C_m \frac{\partial U}{\partial t}. \quad (40)$$

Задавая силу тока I_w , пропорциональной суммарному расходу внутренних источников

$$I_w = \frac{1}{\alpha_Q} (Q_w + Q_{бп}), \quad (41)$$

и сопоставляя уравнения (37) и (40), получим, что для их тождественности необходимо определить масштаб расхода α_Q по формуле

$$\alpha_Q = \frac{\alpha_H}{\alpha_\Phi}. \quad (42)$$

Можно рекомендовать следующий порядок составления моделирующей сетки *RC*: после разбики потока на блоки и определения фильтрационных сопротивлений и емкостей блоков выбираются масштабы сопротивлений α_Φ и емкостей α_c из условия, чтобы полученные значения электрических сопротивлений и емкостей

$$R = \frac{\Phi}{\alpha_\Phi}, \quad C_m = \frac{C}{\alpha_c} \quad (43)$$

оптимально укладывались в пределы их номинальных величин на интеграторе, причем величины R определяются в омах, а величины C_m — в фарадах (Φ) или микрофарадах ($мк\Phi = 10^{-6} \Phi$). Поскольку $Ом \cdot \Phi = с$, то при задании емкости в фарадах получаемый по формуле (32) масштаб времени α_t будет иметь размерности: $[\alpha_t] = [\alpha_\Phi] \cdot [\alpha_c] = \frac{сут}{м^2 \cdot Ом} \cdot \frac{м^2}{\Phi} = \frac{сут}{с}$.

Выбор величины масштаба времени должен обеспечить возможность решения нестационарной фильтрационной задачи в заданном диапазоне времени так, чтобы время решения задачи укладывалось в пределах возможной длительности процесса на модели, определяемой конструктивными особенностями используемого интегратора. Следует учесть также, что генератор сигналов, задающий граничные условия, формирует импульсы с некоторым искажением в начальном участке длительностью t_m^0 . В связи с этим масштаб времени должен устанавливаться таким, чтобы исследуемое время процесса значительно превышало t_m^0 .

Модели резисторно-емкостного типа кроме сеточных могут быть также сплошными с распределенной емкостью, когда они осуществляются из специальной электропроводно-конденсаторной бумаги [12, 24], и комбинированными, когда они осуществляются из электропроводной бумаги с дискретным подсоединением емкостей [12, 14, 25, 32]. Электрическая сетка RC реализуется на электроинтеграторах, в состав которых, кроме того, входят блоки краевых условий (начальных и граничных), и измерительное устройство [12, 22, 24, 35].

3. Резисторные электрические модели

Резисторные модели, составленные только из активных сопротивлений, строятся по схеме сетки Либманна, принцип которой заключается в моделировании правой части балансового уравнения (33) с помощью дополнительно подсоединяемых в каждую узловую точку «временных» сопротивлений (см. рис. 61, б).

Для обоснования этой схемы представим уравнение (33) в виде

$$\sum \frac{H_t - H}{\Phi_i} = \frac{C}{\Delta t} \left(H - H^0 - \frac{wF + Q_{бл}}{C} \Delta t \right), \quad (44)$$

где H^0 — напор в расчетной точке на начало интервала Δt .

Вместе с тем баланс тока в узловой точке двухмерной сетки с временным сопротивлением будет

$$\sum I_i = I_t, \quad (45)$$

где I_i и I_t — величины силы тока, притекающего через сопротивления R_i ($i = 1, 2, 3, 4$) и R_t , причем на основании закона Ома балансовое уравнение (45) принимает вид

$$\sum \frac{U_i - U}{R_i} = \frac{U - U^0}{R_t}, \quad (46)$$

где U^0 — потенциал на конце временного сопротивления.

Сопоставляя уравнения (44) и (46), можно видеть их качественное сходство. Для обоснования аналогии следует задать потенциалы в узловых точках пропорциональными соответствующим значениям напоров, а потенциалы U^0 на концах временных сопротивлений пропорциональными величине напора $H^0 + \frac{wF + Q_{бл}}{C} \Delta t$ (при $Q_{бл} = 0$ эта величина приобретает более простой вид: $H^0 + \frac{w}{\mu} \Delta t$.) Кроме того, сопротивления основного поля устанавливаются пропорциональными соответствующим фильтрационным сопротивлениям, а временные сопротивления пропорциональными величине $\Delta t/C$, т. е.

$$R = \alpha_R \Phi, \quad R_t = \alpha_R \frac{\Delta t}{C}, \quad (47)$$

где α_R — масштаб электрических сопротивлений.

Тогда уравнения (44) и (46) будут тождественно переходить друг в друга.

При расчетах нестационарной фильтрации по схеме Либманна следует после составления соответствующей сетки разбить расчетный период времени

на несколько интервалов Δt и затем последовательно для каждого интервала времени на концы «временных» сопротивлений подавать значения потенциалов на предыдущий момент времени, а на границах значения потенциалов на расчетный момент времени, при этом в узлах получатся значения потенциалов на расчетный момент времени (через интервал Δt). Кроме того, при моделировании инфильтрации заданной интенсивности по схеме Либманна следует к потенциалам U^0 , устанавливаемым на концах временных сопротивлений добавлять потенциал ΔU_w , пропорциональный величине $\frac{w}{\mu} \Delta t$.

В ряде случаев, особенно для решения обратных задач, целесообразно построение резисторных моделей с использованием метода интегральных преобразований (см. § 2). При этом вместо уравнения (12 гл. VIII) моделируется уравнение (22) посредством сетки, в узловые точки которой подключаются «операторные» сопротивления

$$R_p = \alpha_R \frac{t_p}{\mu^* F}. \quad (48)$$

При решении обратных задач параметры отыскиваются подбором. Если значения проводимости известны, то для оценки водоотдачи сопротивления R_p подбираются так, чтобы обеспечить заданные значения изображающей функции $\bar{S}(x, y)$ в узловых точках при нулевых потенциалах на концах сопротивлений R_p [12, 17].

Замена исходного уравнения (12 гл. VIII) уравнением в изображениях (22) может использоваться и при решении на моделях прямых задач: после отыскания на модели изображающей функции $\bar{S}(x, y)$ значения оригинала (функции понижения уровня $S(x, y, t)$) определяются с помощью приближенных формул обратного перехода (от изображения к оригиналу). В специальной литературе предложено несколько методов приближенного перехода от изображения к оригиналу [10, 11]. Одним из наиболее эффективных является метод А. Папулиса [10], с помощью которого была найдена [18] следующая приближенная формула для обратного перехода, дающая достаточно надежные результаты для монотонных режимов:

$$S(x, y, t) = 0,9 \left[-\bar{S}_1(x, y) + \frac{16}{3} \bar{S}_2(x, y) - \frac{16}{5} \bar{S}_3(x, y) \right], \quad (49)$$

где \bar{S}_1 , \bar{S}_2 и \bar{S}_3 — значения изображений при параметрах преобразования, равных соответственно $t_{p1} = 2,89t$; $t_{p2} = \frac{1}{3} t_{p1}$; $t_{p3} = \frac{1}{5} t_{p1}$ (t — расчетное время).

Таким образом, применение интегрального метода для определения понижения $S(x, y, t)$ на данный расчетный момент сводится к отысканию на модели трех значений изображений в расчетной точке $\bar{S}(x, y)$ и избавляет от необходимости замеров потенциалов во всех узловых точках.

При решении на моделях обратных задач по определению параметров емкости пласта предварительно рассчитываются значения функций изображения \bar{S} на границах потока и в индикаторных точках — по уровням в используемых наблюдательных скважинах, затем величины \bar{S} обычным путем пересчитываются в относительные потенциалы. Далее на модели подбираются значения операторных сопротивлений таким образом, чтобы модельные значения потенциалов наилучшим образом согласовывались с рассчитанными в индикаторных точках, после чего из выражения (48) находятся значения μ . При

решении такой задачи возможен одновременный поиск и изменения интенсивности питания, в частности, при переменном испарении [17].

Более подробно вопросы моделирования нестационарной плановой фильтрации рассмотрены в работах [4, 9, 12, 19, 22, 32, 35].

4. Решение задач нестационарной фильтрации на ЭЦВМ¹

В настоящее время наряду с аналоговым моделированием развиваются методы решения задач плановой нестационарной геофильтрации на ЭЦВМ [1, 3, 29, 38, 39], в том числе и на основе использования различных модификаций экономичных разностных схем, с привлечением идей локально одномерного метода (метода переменных направлений) и метода дробных шагов [23, 33]. При этом в большинстве случаев отдаётся предпочтение тем или иным вариантам неявных схем [23], применение которых не связано с жесткими ограничениями, вытекающими из требований устойчивости решения [1, 3, 23]. Имеющиеся алгоритмы и программы уже дали возможность решить ряд конкретных геофильтрационных плановых задач на ЭЦВМ типа БЭСМ-4 и БЭСМ-6 и доказали эффективность использования вычислительной техники, по крайней мере при решении относительно несложных геофильтрационных задач [1, 3, 29, 38, 39].

Нужно, однако, заметить, что применение простейших конечно-разностных схем, основанных на равномерной сетке, для реальных гидрогеомеханических задач во многих случаях приводит к неудовлетворительным результатам, в первую очередь вследствие наличия большого числа особых точек (стоков) и плановой неоднородности пласта. Применение же неравномерной сетки в обычных конечно-разностных схемах резко снижает возможности ЭВМ. В этом смысле обнадеживающие результаты дает применение интегро-балансовых консервативных схем [23], в которых среда разбивается не на чисто геометрические элементы, а на расчетные элементы, отражающие некоторую интегральную характеристику среды. В фильтрационных задачах, например, такой характеристикой является фильтрационное сопротивление элемента подобно аналоговому моделированию. Соответствующая неявная интегро-балансовая схема эквивалентна схеме Либманна.

Весьма эффективным оказывается использование интегро-балансовых схем в методе переменных направлений [23, 33], позволяющем фактически свести двумерную задачу к одномерной. При этом балансовое уравнение, отвечающее плановой фильтрации, может быть записано в неявном виде (аналогично схеме Либманна) для одного из двух взаимно ортогональных направлений следующим образом (для i -го узла в слое номер j):

$$\frac{H_{i-1, j}^k - H_{i, j}^k}{\Phi_{i-1, j}} + \frac{H_{i+1, j}^k - H_{i, j}^k}{\Phi_{i+1, j}} + Q_{i, j}^k = \mu_{i, j} F_{i, j} \frac{H_{i, j}^k - H_{i, j}^{k-1}}{\Delta t}, \quad (50)$$

где $Q_{i, j}^k$ — расход, отбиаемый в пределах i -го блока; $F_{i, j}$ — площадь блока; $\Phi_{i-1, j}$ и $\Phi_{i+1, j}$ — фильтрационные сопротивления участков, заключенных

¹ В данном подразделе использованы материалы Ф. П. Стрельского и В. А. Васильевой.

соответственно между $(i - 1)$ -й и i -й, $(i + 1)$ -й и i -й узловыми точками; k — расчетный шаг по времени. Для повышения скорости сходимости решения может быть использована явно-неявная схема, в которой к левой части уравнения (50) прибавляются еще два аналогичных члена.

$$\frac{H_{i, j-1}^{k-1} - H_{i, j}^{k-1}}{\Phi_{i, j-1}}, \quad \frac{H_{i, j+1}^{k-1} - H_{i, j}^{k-1}}{\Phi_{i, j+1}}, \quad (50a)$$

учитывающие напоры в двух соседних слоях (с номерами $j - 1$ и $j + 1$) на момент времени t_{k-1} .

Целесообразно также использовать, в общем случае не прямолинейную, а криволинейную сетку, одно из направлений которой в каждой точке близко к предполагаемому направлению линий тока.

Наряду с конечно-разностными схемами, большие перспективы в гидро-геомеханических расчетах на ЭВМ имеют вариационно-разностные схемы, которые сейчас широко реализуются в методе конечных элементов [37, 38, 39]. Согласно этому методу решение дифференциального уравнения сводится к отысканию минимума интегрального функционала, который строится в соответствии с вариационной формулой Эйлера; в физическом плане эта операция по отысканию экстремума отвечает известному принципу минимума затраты энергии.

Например, для уравнения нестационарной плановой фильтрации с граничными условиями I и II рода упомянутый функционал записывается в виде

$$I(t) = \int_{\omega} \left[\frac{1}{2} T \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 + \frac{\mu}{2 \Delta t} H^2 - \right. \\ \left. - \frac{\mu}{\Delta t} H \cdot H^0 \right] d\omega - \sum_{i=1}^N \int_{l_i} H \cdot \psi(x, y) dl_i, \dots \quad (51)$$

где ω — ограниченная область с гладкой внешней границей и внутренними границами-окружностями; l_i — участки границы, на которых задано условие второго рода ($T \frac{\partial H}{\partial n} = \Phi(x, y)$); N — число таких участков; H^0 — значение напора на предыдущий шаг по времени.

Задача сводится к отысканию минимума функционала (51) на каждом шаге по времени Δt , в следующем порядке. Область ω покрывается неравномерной треугольной сеткой, причем в пределах каждого треугольника напор считается линейной функцией координат: $H = ax + by + c$, где коэффициенты a, b, c определяются координатами вершин треугольника и значениями напоров в них. Найдя a, b, c , представим функцию H в пределах треугольника с вершинами i, j, k в виде $H = N_i H_i + N_j H_j + N_k H_k$, где N_i, N_j, N_k определяются лишь геометрией треугольника (Δ_{ijk}). Заменив в (51) интегралы суммами интегралов по всем треугольникам и подставляя вместо функции H ее выражения через напоры в узловых точках, придем к функционалу $I(t, H_1, H_2, \dots, H_i, H_j, H_k, \dots)$. Для достижения его минимума при заданном t необходимо удовлетворить условиям:

$$\frac{\partial I}{\partial H_1} = \frac{\partial I}{\partial H_2} = \dots = \frac{\partial I}{\partial H_i} = \dots = 0. \quad (52)$$

Так как параметр H_i входит лишь в интегралы по треугольникам, имеющим узел i в качестве своей общей вершины, то $\frac{\partial I}{\partial H_i} \neq 0$ только на этих треугольниках, так что уравнение из системы (52) относительно i -го узла будет иметь вид

$$\sum_{(r,s)} \frac{\partial I_{irs}}{\partial H_i} = 0, \quad (52a)$$

где I_{irs} — значение функционала I по площади Δ_{irs} , а суммирование по r и s ведется по всем треугольникам, содержащим i -ую вершину. Полученную систему уравнений вида (52а), составленных для всех узлов, можно представить в матричной форме

$$\{A\} \{H\} = \{B\} \dots, \quad (53)$$

где $\{B\}$ и $\{H\}$ — матрицы соответственно свободных членов и искомых напоров

$$\{B\} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}, \quad \{H\} = \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_n \end{pmatrix}, \quad (53a)$$

где n — число внутренних узловых точек, а матрица коэффициентов $\{A\}$ — симметричная ленточная матрица порядка $n \times n$, у которой максимальное число ненулевых членов вдоль главной диагонали равно $2l + 1$ (l — максимальная разность номеров узлов треугольников, прилегающих к p -у узлу; $p = 1, 2, \dots, n$).

Учитывая особый характер матрицы $\{A\}$, в памяти машины приходится хранить лишь около $l(2n - l + 1)/2$ ненулевых членов.

Достоинства метода конечных элементов сводятся в первую очередь к возможности гибкого учета (за счет произвольной неравномерной сетки) особенностей изучаемого процесса и геометрии среды при соблюдении достаточно высокой точности результата. Кроме того, интегральная природа этого метода позволяет надеяться на его особую эффективность при решении обратных задач (§ 2). Однако реализация метода при большом числе точек требует мощных ЭВМ.

§ 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ УПЛОТНЕНИЯ ВОДОНАСЫЩЕННЫХ ГОРНЫХ ПОРОД

Процессы уплотнения протекают качественно по-разному в породах, не обладающих достаточно выраженным реологическими свойствами (см. § 2.1 гл. VIII), с одной стороны, и в реологических средах, с другой. Соответственно в первом случае говорят о фильтрационном уплотнении горных пород, а во втором — об уплотнении на стадии ползучести, или о вторичном уплотнении горных пород.

1. Фильтрационное уплотнение горных пород

Процессы фильтрационного уплотнения водонасыщенных пород описываются общими уравнениями упругой фильтрации в деформируемых горных породах (см. § 2.1б гл. VIII). В частности, для одномерной задачи фильтрационного уплотнения при неизменной общей нагрузке справедливы уравнения (19) или (19а) из главы VIII.

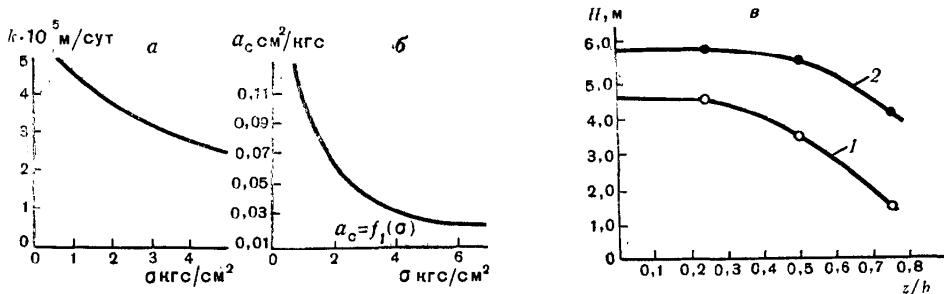


Рис. 62. К расчету избыточного порового давления:

а — график $k = f(\sigma)$; б — график $a_c = f(\sigma)$; в — график распределения порового давления по глубине на время $t = 1$ год; 1 — расчет, 2 — модель; $dz_0/dt = 0,02$ м/сут, $\epsilon = 0,65$, $k = 3,5 \cdot 10^{-5}$ м/сут, $a_c = 0,05$ см 2 /кгс (H — избыточный напор, dz_0/dt — скорость намыва, z/h — относительная координата, h — мощность слоя).

В уравнении (19 гл. VIII) величины a_c и k являются функциями эффективного давления, а следовательно, и функциями искомой переменной $H(z, t)$, т. е. это уравнение нелинейное. Поэтому с точки зрения решения практических задач вполне обоснованным является стремление к его линеаризации и к использованию линейного уравнения (19а гл. VIII). Вместе с тем нужно указать, что подобная линеаризация является достаточно грубой аппроксимацией изучаемого процесса, который по своей физической сущности сопряжен с заметными изменениями пористости пород, а следовательно, их сжимаемости и проницаемости. Линеаризация уравнения (19 гл. VIII) будет давать погрешности тем большие, чем больше диапазон изменения нагрузки и чем ближе начальная нагрузка к нулевой: при малых нагрузках величины a_c и k наиболее заметно зависят от изменений напряженного состояния (рис. 62). Анализ показывает, что к замене уравнения (19 гл. VIII) на (19а гл. VIII) следует относиться с гораздо большей осторожностью, чем это принято на практике. Например, на рис. 62 отражены результаты прогноза уплотнения глинисто-меловых пород гидротротала «Березов Лог» (КМА) под действием собственного веса в процессе постепенного намыва: кривая 1 построена для осредненных величин a_c и k , а кривая 2 — с учетом их зависимости от давления¹. Сравнение кривых показывает, что даже в качественном отношении результаты оказались совершенно различными. С этим обстоятельством необходимо также считаться при использовании инженерно-геологических методов количественного анализа для оценки процессов формирования толщ глинистых пород при осадконакоплении.

В связи со сказанным полезно отметить, что нелинейное уравнение (19 гл. VIII) без труда моделируется по одномерной схеме Либманна (см. § 3).

Что касается линейного уравнения (19а гл. VIII), то для упрощения его решения и последующего анализа это уравнение в задачах уплотнения обычно записывается не через напоры, а через их приращения ΔH , обусловленные приложенной нагрузкой (избыточные напоры). Как легко показать, для функции ΔH остается справедливым то же уравнение (19а гл. VII), где постоянную a^* , равную коэффициенту пьезопроводности (11 гл. VIII), принято называть коэффициентом консолидации. Если в водонасыщенной глинистой толще еще до приложения внешней нагрузки существовало какое-то (ненулевое) гидростатическое давление, то под величиной $\gamma \Delta H(z, t)$ следует понимать разницу между текущим давлением воды в порах и исходным гидростатическим

¹ Получено Ю. А. Норватовым на модели.

давлением. Но так как величина гидростатического давления, принятого за точку отсчета, также может изменяться за время протекания процесса уплотнения (независимо от приложенной нагрузки), то наиболее правильно, очевидно, рассматривать величину $\gamma \Delta H(z, t)$ как разность между давлением воды в порах и тем гидростатическим давлением, которое установится в данной системе к моменту полного завершения процесса уплотнения. Исходя из этого (последнего) определения, будем называть величину $\gamma \Delta H(z, t)$ избыточным поровым давлением.

Таким образом, процесс фильтрационного уплотнения водонасыщенных глинистых грунтов полностью контролируется скоростью рассеивания избыточного порового давления, которая в свою очередь определяется фильтрационными свойствами пород, их пористостью и коэффициентом сжимаемости, а также краевыми условиями фильтрации.

В теории уплотнения наибольший интерес представляют задачи для конечных областей со следующими краевыми условиями: 1) $\Delta H(z, 0) = \Delta H^0$, $\Delta H(m, t) = 0$, $\Delta H(0, t) = 0$ — сжатие слоя грунта мощностью m , ограниченного двумя дренирующими поверхностями; 2) $\Delta H(z, 0) = \Delta H^0$, $\Delta H(0, t) = 0$, $\frac{\partial(\Delta H)}{\partial z} \Big|_{z=m} = 0$ — то же, но одна из границ непроницаема. Здесь ΔH^0 — избыточный напор в момент приложения внешней нагрузки. Если считать поровую воду несжимаемой, то, очевидно, $\Delta H^0 = q^0/\gamma$.

Решение уравнения (19а гл. VII) при указанных краевых условиях получается наиболее просто методом разделения переменных. Пусть, например, требуется найти решение первой из упомянутых задач при неизменной нагрузке $q^0 = \text{const}$; тогда общее решение задачи ищем в виде

$$\Delta H = \sum_{i=0}^{\infty} D_i \exp\left(-\frac{a^* \pi^2 i^2}{m^2} t\right) \sin \frac{i \pi z}{m}. \quad (54)$$

С учетом начального условия получаем окончательно [27, стр. 82]

$$\Delta H = \frac{4q^0}{\pi \gamma} \sum_{i=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{1}{i} \exp\left(-\frac{a^* i^2 \pi^2 t}{m^2}\right) \sin \frac{i \pi z}{m}. \quad (55)$$

Для середины слоя ($z = \frac{m}{2}$) избыточное поровое давление максимально

$$\Delta H\left(\frac{m}{2}, t\right) = \frac{4q^0}{\pi \gamma} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}}{2i-1} \exp\left[-(2i-1)^2 \frac{a^* t}{m^2}\right], \quad (56)$$

где при $\frac{\pi^2 a^* t}{m^2} > (0,1 \div 0,15)$ вычисление ряда можно ограничить первым членом. Из соображений симметрии понятно, что решение (55) годится и для второй из упомянутых краевых задач — при замене величины m на $2m$.

Применение метода суперпозиции к линейному уравнению (19а гл. VIII) позволяет без труда перейти от этих решений к случаям с более сложными граничными условиями (см. § 1).

После того как получены значения искомой функции $\Delta H(z, t)$, определяются дополнительные эффективные напряжения $\Delta\sigma_z(z, t) = \Delta\sigma_n(t) - \gamma \Delta H(z, t)$, а затем — и величины осадки. Так, для слоя грунта мощностью m величина осадки с учетом формулы (1 гл. VII) равна

$$S(t) = \frac{a_c}{1 + e_{cp}} \int_0^m \Delta\sigma_z(z, t) dz. \quad (57)$$

При $t \rightarrow \infty$, когда вся нагрузка $\Delta\sigma_n$ передаётся на минеральный скелет ($\Delta H = 0$), получим конечную осадку (1 гл. VII). Для рассмотренной выше задачи формулы (1 гл. VII), (55) и (57) дают

$$\bar{S}(t) = \frac{S(t)}{S_\infty} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{t=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{1}{t^2} \exp\left(-\frac{a^* t^2 \pi^2 t}{m^2}\right), \quad (58)$$

где $\bar{S}(t)$ — степень уплотнения.

На практике расчет избыточного порового давления и величин осадок по приведенному решению теории фильтрационного уплотнения даже применительно к условиям, удовлетворяющим основным предпосылкам этой теории, нередко приводит к совершенно неприемлемым результатам. В частности, согласно (55) при мгновенном приложении внешней нагрузки к слою горных пород вся нагрузка в первый момент передается на воду, так что избыточное поровое давление в этот момент максимально. Замеры же фактического порового давления показывали, что максимальное его значение обычно меньше величины нагрузки и достигается нередко лишь через некоторое время после ее приложения. Эти расхождения объясняются влиянием таких факторов, как сжимаемость поровой воды и защемленного в порах воздуха [7, 27].

Понятно, что начальное условие для уравнения (19а гл. VIII) должно отразить возможность «мгновенного» сжатия породы в момент приложения нагрузки за счет сжимаемости поровой воды. Согласно формуле конечной осадки (1 гл. VII) относительное изменение объема при мгновенном приложении нагрузки равно

$$\delta \bar{V} = \frac{a_c \Delta\sigma_s^0}{1 + \varepsilon} = \frac{a_c (\Delta\sigma_n - \Delta\sigma_H^0)}{1 + \varepsilon},$$

где $\Delta\sigma_s^0$ и $\Delta\sigma_H^0$ — эффективное и нейтральное дополнительные напряжения в момент нагружения.

С другой стороны, по закону сжимаемости воды

$$\delta \bar{V} = \frac{\Delta\sigma_H^0}{E_B} p, \quad (59)$$

где p — исходная пористость пород.

Отсюда избыточное поровое давление в начальный момент составит [28, стр. 190]

$$\Delta\sigma_H^0 = \frac{\Delta\sigma_n}{1 + \frac{1 + \varepsilon_0}{a_c} \cdot \frac{p}{E_B}} = \frac{\Delta\sigma_n}{1 + \frac{\varepsilon_0}{a_c \cdot E_B}}, \quad (60)$$

т. е. для сжимаемой жидкости оно всегда меньше приложенной нагрузки. Однако рассеивание избыточного порового давления идет в этом случае медленнее, чем для несжимаемой жидкости: это ясно из выражения (11 гл. VIII) для коэффициента консолидации.

Из формулы (11 гл. VIII) также следует, что влияние сжимаемости воды может быть ощутимым, когда величина $1/E_b$ сопоставима с коэффициентом сжимаемости a_c , т. е. для достаточно плотных пород; если вспомнить, что $E_b \approx \approx 2,2 \cdot 10^4$, кгс/см², то сюда, очевидно, следует отнести породы с коэффициентом сжимаемости $a_c < 0,001$ см²/кгс. Правда, при наличии в поровой воде пузырьков газа сжимаемость ее резко возрастает. Однако в природных условиях сочетание высокой плотности пород с наличием защемленного газа встречается, очевидно, нечасто: плотные породы залегают обычно на относительно больших глубинах, где подземные воды содержат газы, главным образом в растворенном состоянии. В то же время для образцов пород, изъятых на поверхность, когда пузырьки газа образуются за счет его выделения из воды при снятии природного гидростатического давления, сжимаемость поровых компонентов может оказаться весьма существенно.

Действительно, уплотнение грунта с учетом влияния защемленного воздуха описывается уравнением (41 гл. VIII), которое при постоянных σ_n , k_2 и a_c переходит в уравнение (19а гл. VIII) при коэффициенте консолидации

$$\omega^* = \frac{(1 + \varepsilon_{cp}) k_2}{\gamma a_c \omega} \left(\omega = 1 + \frac{1 + \varepsilon_{cp}}{a_c} \beta \right). \quad (61)$$

Таким образом, наличие воздуха уменьшает коэффициент консолидации и скорость рассеивания избыточного порового давления.

Начальное условие для задачи о фильтрационном уплотнении слоя грунта с учетом защемленного воздуха становится очевидным из физического смысла параметра β (см. § 2 гл. VIII). Если к грунту мгновенно приложена равномерно распределенная нагрузка q^0 , то начальное приращение давления в жидкости σ_n^0 должно отвечать равенству: $\Delta V/V = \beta_0 \Delta \sigma_n^0$, где β_0 — коэффициент объемной сжимаемости в интервале давлений от исходного σ_n^0 до $\sigma_n^0 + \Delta \sigma_n^0$. Так как при компрессии

$$\frac{\Delta V}{V} = \Delta(p + g) \approx \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{1 + \varepsilon_0} = - \frac{a_c \Delta \sigma_n}{1 + \varepsilon_0} = - \frac{a_c (q^0 - \Delta \sigma_n^0)}{1 + \varepsilon_0},$$

то

$$\Delta \sigma_n^0 = \frac{q^0}{1 + \frac{1 + \varepsilon_0}{a_c} \beta_0} = \frac{q^0}{\omega_0}, \quad (62)$$

где

$$\omega_0 = 1 + \frac{1 + \varepsilon_0}{a_c} \beta_0.$$

Следовательно, начальное условие для уравнения (19а гл. VIII) имеет вид [27, стр. 116]

$$\Delta H|_{t=0} = \frac{q^0}{\gamma \omega_0} \quad (63)$$

Это означает, что в первый момент после приложения внешней нагрузки q^0 избыточное поровое давление в грунте, содержащем защемленный воздух, всегда меньше q^0 .

Коэффициент β лучше всего определять непосредственно опытным путем. Для приближенных оценок можно воспользоваться формулой (41а гл. VIII)

$$\omega = 1 + \frac{1+\varepsilon}{a_c} \frac{g + \mu g p}{\sigma_h^0 + \Delta\sigma_h} = 1 + \frac{\varepsilon}{a_c} \frac{1 - \bar{w} (1 - \mu \bar{w})}{\sigma_h^0 + \Delta\sigma_h} \approx 1 + \frac{\varepsilon_0}{a_c} \frac{1 - \bar{w}_0 (1 - \mu \bar{w})}{\sigma_h^0 + \Delta\sigma_h},$$

где \bar{w} и \bar{w}_0 — текущая и исходная степени водонасыщения.

Положим, например, $w_0 = 98\%$, $\sigma_h^0 = P_a = 1 \text{ кгс}/\text{см}^2$, $\varepsilon_0 = 1,0$, $a_c = 0,03 \text{ см}^2/\text{кгс}$, $q^0 = 3 \text{ кгс}/\text{см}^2$. Тогда

$$\omega_0 = 1 + \frac{1,0}{0,03} \cdot \frac{1 - 0,98(1 - 0,0245)}{1 + \Delta\sigma_h^0} = 1 + \frac{1,5}{1 + \Delta\sigma_h^0}.$$

Подставляя эту величину в (63), получим $\Delta\sigma_h^0 = 2 \text{ кгс}/\text{см}^2$, т. е. начальная величина избыточного порового давления составляет лишь $\frac{2}{3}$ от приложенной нагрузки.

Таким образом, защемленный воздух может оказывать большое влияние на процессы уплотнения пород, в частности насыпных и намывных грунтов¹. Поэтому разумно начинать исследование таких грунтов с оценки коэффициента объемной сжимаемости β и лишь после этого решать вопрос о целесообразности детального исследования процессов фильтрационного уплотнения.

В § 1 главы III мы отмечали, что для плотных глинистых пород характерны заметные отклонения от закона Дарси, которые формально учитываются величиной начального градиента фильтрации. Поэтому вполне естественно, что при изучении процессов фильтрационного уплотнения также нередко приходится учитывать влияние начального градиента, величина которого для плотных глин может достигать нескольких десятков; пренебрежение начальным градиентом может повлечь за собой не только ошибки в прогнозе скорости уплотнения, но и резкое завышение конечной величины осадки.

Согласно § 2 главы VIII уравнение (19а гл. VIII) с учетом начального градиента должно решаться при нелинейных граничных условиях (21 гл. VIII). В физическом понимании эти условия означают, что за пределами границы $Z(t)$ движение поровой воды отсутствует. Если оказывается, что при $t \rightarrow \infty$ величина $Z(t)$ не перекрывает расчетной мощности фильтрующей толщи (или ее половины при двустороннем дренировании), то внутренняя зона так и не будет захвачена процессом фильтрации; на деле этой зоной может иногда оказаться почти весь пласт (см. § 3 гл. XII).

Решение уравнения (19а гл. VIII) при нелинейных граничных условиях (21 гл. VIII) достигается, например, посредством моделирования по схеме Либманна (§ 3).

2. Уплотнение горных пород, обладающих реологическими свойствами

Теория фильтрационного уплотнения (см. § 4.1) базировалась на основной предпосылке, согласно которой горная порода считалась линейно-деформируемой средой, где деформации протекают мгновенно-одновременно с приложением эффективных напряжений и контролируются только скоростью отжатия

¹ Анализ процессов уплотнения с учетом процессов влагопереноса при неполном водонасыщении можно найти в работе [34].

воды. Между тем эксперименты над достаточно плотными глинистыми породами показывают, что благодаря реологическим свойствам процессы уплотнения в них продолжаются и долгое время после полного рассеивания избыточного порового давления (так называемое вторичное уплотнение).

Исследуем влияние ползучести при уплотнении горных пород на примере простейшей одномерной задачи, предполагая справедливым уравнение состояния (27 гл. II) при $a_0 = 0$ (мгновенными деформациями пренебрегаем). Согласно § 2 главы VIII, эта задача сводится к решению уравнения (39 гл. VIII) при начальном условии (39а гл. VIII). Границные условия для функции $\Delta H(z, t)$ примем нулевыми: $\Delta H|_{z=0} = \Delta H|_{z=m} = 0$ (обе границы дренируются).

Методом разделения переменных, аналогично § 4.1, получаем

$$\Delta H(z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \exp \left[-\frac{a^* \alpha_i^2}{1 + \frac{a^*}{\delta} \alpha_i^2} t \right] \sin \frac{i\pi z}{m}, \quad (64)$$

где

$$\alpha_i = \frac{i\pi}{m}.$$

Отсюда при $t = 0$

$$\Delta H^0(z) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \sin \frac{i\pi z}{m}. \quad (65)$$

Согласно формуле (40 гл. VIII) получаем уравнение для определения коэффициентов C_i

$$-\frac{q^0}{\gamma} + \sum_{i=1}^{\infty} C_i \sin \frac{i\pi z}{m} = -\frac{a^*}{\delta} \alpha_i^2 \sum_{i=1}^{\infty} C_i \sin \frac{i\pi z}{m}. \quad (66)$$

Окончательно находим [27, стр. 104]

$$\Delta H(z, t) = \frac{4q^0}{\pi\gamma} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{a^*}{\delta} \alpha_i^2\right)_i} \exp \left[-\frac{a^* \alpha_i^2}{1 + \frac{a^*}{\delta} \alpha_i^2} t \right] \sin \frac{i\pi z}{m}. \quad (67)$$

Для середины слоя $z = m/2$, где избыточное поровое давление максимально,

$$\Delta H\left(\frac{m}{2}, t\right) = \frac{4q^0}{\pi\gamma} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} \exp \left\{ -\frac{a^* \pi^2 (2i-1)^2 \cdot t}{m^2 \left[1 + \frac{a^* \pi^2}{\delta m^2} (2i-1)^2 \right]} \right\}}{\left[1 + \frac{a^* \pi^2}{\delta m^2} (2i-1)^2 \right] (2i-1)}. \quad (68)$$

Если в этом ряду ограничиться первым членом, что допустимо по крайней мере при $\frac{t}{\bar{t}} = \frac{a^* \pi^2}{m^2} t < 0,1 \div 0,15$, то

$$\Delta H \left(\frac{m}{2}, t \right) = \frac{4q^0}{\pi \gamma} \cdot \frac{1}{A_1} \exp \left[- \frac{\bar{t}}{A_1} \right], \quad (69)$$

где

$$A_1 = 1 + \frac{a^* \pi^2}{\delta m^2}.$$

Сопоставляя это выражение с (56), получим отношение величин избыточного порового давления при отсутствии ползучести (ΔH_Φ) и при учете ее (ΔH_Π)

$$\frac{\Delta H_\Pi}{\Delta H_\Phi} = \frac{\exp \left[- \frac{\bar{t}}{A_1} \right]}{A_1 \exp \left[- \bar{t} \right]} \approx \frac{1 + \bar{t}}{A_1 + \bar{t}} \approx \frac{1}{A_1}, \quad (70)$$

т. е. при достаточно малых значениях \bar{t} ползучесть скелета уменьшает избыточное поровое давление тем в большей степени, чем больше отношение $a^*/\delta m^2$ или чем меньше произведение $a_1 \cdot \delta m^2$.

Избыточное поровое давление постепенно падает от максимального начального значения, которое в отличие от случая фильтрационного уплотнения (см. § 4.1) оказывается переменным по мощности пласта. Из этого решения также следует, что рассеивание избыточного порового давления при большой плотности грунта идет со значительной задержкой, однако относительная величина избыточного порового давления $\left(\frac{\gamma \Delta H}{q^0} \right)$ может оказаться значительно ниже, чем в случае фильтрационного уплотнения: при $a_1 \delta \rightarrow 0$, т. е. при малой деформируемости или малой скорости деформаций ползучести избыточное поровое давление близко к нулю.

После того как функция $\Delta H(z, t)$ определена, величина осадки слоя мощностью m подсчитывается в соответствии с первым уравнением системы (36а гл. VIII)

$$\begin{aligned} S(t) &= \int_0^m \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon(z, t)}{1 + \varepsilon_0} dz = \\ &= \frac{1}{1 + \varepsilon_0} \int_0^m \left[a_1 \delta \int_0^t e^{-\delta(t-\tau)} (q^0 - \gamma \Delta H) d\tau \right] dz. \end{aligned} \quad (71)$$

С учетом (67) это выражение дает

$$\begin{aligned} \bar{S}(t) &= \frac{S(t)}{S_\infty} = \frac{S(t)(1 + \varepsilon_0)}{a_1 q^0 m} = \\ &= 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{i=1, 3, 5 \dots}^{\infty} \frac{1}{i^2} \exp \left[- \frac{a^* \pi^2 i^2 t}{m^2 \left(1 + \frac{a^* \pi^2 i^2}{\delta m^2} \right)} \right]. \end{aligned} \quad (72)$$

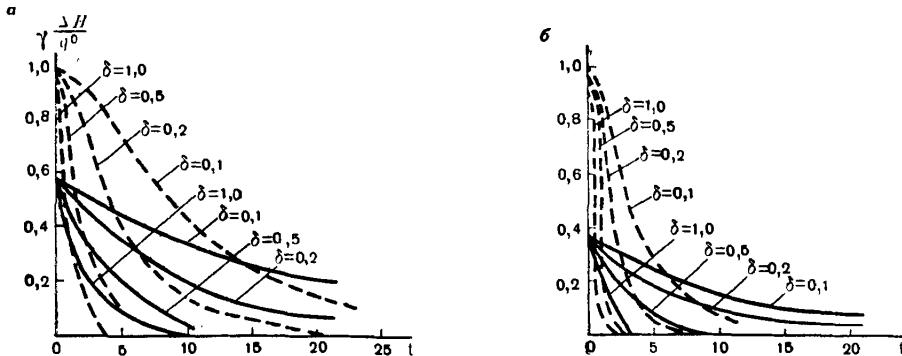


Рис. 63. Результаты расчета избыточного порового давления в среднем сечении глинистого пласта (по В. А. Флорину):

$$a - \frac{k(1+e_{cp})\pi^2}{ya_1\delta m^2} = 1; b - \frac{k(1+e_{cp})\pi^2}{ya_1\delta m^2} = 3. \text{ Сплошная линия — с учетом ползучести, пунктирная — без учета ползучести.}$$

Сравнение с (58) показывает, что ползучесть скелета уменьшает степень уплотнения — тем больше, чем меньше величина ya_1 . Если $ya_1 \rightarrow 0$, т. е. уплотнение идет при практически нулевом избыточном поровом давлении, то (72) дает

$$\bar{S}(t) = 1 - e^{-\delta t}. \quad (73)$$

Таким образом, при вторичном уплотнении в отличие от фильтрационного степени осадки не зависит от мощности слоя.

Для иллюстрации протекания процесса уплотнения с учетом как фильтрационной стадии, так и стадии ползучести на рис. 63 приведены некоторые примеры расчета из монографии В. А. Флорина [27, стр. 106]. Из рисунка видно, что за счет ползучести скелета процесс может оказаться значительно более растянутым во времени, чем это следует из формул теории фильтрационного уплотнения; при прочих равных условиях расходжения будут тем больше, чем меньше мощность сжимающегося слоя.

Важность учета ползучести скелета станет еще более очевидной, если мы обратимся к задачам, имеющим дело с реальными горными породами, в которых заполнитель порового пространства обладает определенной сжимаемостью (§ 4.1). Рассмотрим [28, стр. 122—125], например, поведение горной породы, поры которой заполнены сжимающейся жидкостью с модулем сжимаемости E_v , причем будем интересоваться лишь первыми моментами времени после приложения нагрузки, когда жидкость еще практически не успевает отжаться из породы. Согласно закону сжимаемости воды относительное изменение объема жидкости, равное относительному изменению объема пор $\frac{\Delta p}{p}$, составит

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{[\Delta \sigma_h]}{E_v},$$

где $\Delta \sigma_h$ — избыточное поровое давление.

Подставляя это выражение в первое из уравнений (36а гл. VIII) и дважды дифференцируя последнее по t , получим обыкновенное дифференциальное уравнение для определения избыточного порового давления

$$\left(\frac{\varepsilon_0}{E_B} + a_0 \right) (\Delta\sigma_H)'' + \delta \left(a_1 + \frac{\varepsilon_0}{E_B} + a_0 \right) (\Delta\sigma_H)' = 0; \quad (74)$$

с начальным условием для $\Delta\sigma_H$ (см. 60)

$$\Delta\sigma_H|_{t=0} = \frac{q^0}{1 + \frac{\varepsilon_0}{E_B a_0}} = \Delta\sigma_H^0 \quad (75)$$

и для производной $(\Delta\sigma_H)'$

$$(\Delta\sigma_H)'|_{t=0} = \frac{\delta a_1 \Delta\sigma_H^0}{a_0 \left(1 + \frac{E_B a_0}{\varepsilon_0} \right)}. \quad (76)$$

Заметим, что условие (76) вытекает из первого уравнения (36а гл. VIII) после однократного дифференцирования по t .

Решение уравнения (74) при указанных начальных условиях нетрудно получить в виде

$$\frac{\Delta\sigma_H}{q^0} = \frac{a_0}{a_0 + \frac{\varepsilon_0}{E_B}} \left\{ 1 + \frac{a_1 \varepsilon_0}{a_0 E_B \left(a_1 + \frac{\varepsilon_0}{E_B} + a_0 \right)} \left[1 - \exp \left(-\delta \frac{a_1 + \frac{\varepsilon_0}{E_B} + a_0}{a_0 + \frac{\varepsilon_0}{E_B}} t \right) \right] \right\}. \quad (77)$$

Таким образом, избыточное поровое давление в первое время после приложения нагрузки постепенно нарастает во времени; этот результат резко отличается от результатов аналогичной задачи теории фильтрационного уплотнения (§ 4.1), где избыточное поровое давление достигало максимума при $t = 0$ (см. 60)

$$\Delta\sigma_{H\Phi}|_{t=0} = \frac{q^0}{1 + \frac{\varepsilon_0}{E_B (a_0 + a_1)}}. \quad (78)$$

Сопоставление этих задач проще всего провести для случая $a_0 = 0$ ($a_1 = a_c$). Действительно, в этом варианте из (77) и (78) для малых t имеем

$$\frac{\Delta\sigma_{H\Phi}}{\Delta\sigma_{H\Phi}} \approx 1 - \exp \left[-\delta \left(1 + \frac{a_c E_B}{\varepsilon_0} \right) t \right], \quad (79)$$

где $\Delta\sigma$ и $\Delta\sigma_{H\Phi}$ — значения избыточного порового давления с учетом и без учета ползучести. Отсюда следует, что за счет ползучести скелета в первое время после приложения нагрузки избыточное поровое давление может оказаться близким к нулю, т. е. вся нагрузка передается на скелет породы. Это обстоятельство является особенно важным при оценке устойчивости сооружений и массивов горных пород под воздействием кратковременных нагрузок: недочет ползучести будет приводить здесь к большим запасам при проектировании сооружений.

РАЗДЕЛ III

ПРИКЛАДНАЯ ГИДРОГЕОМЕХАНИКА

В настоящем разделе рассматриваются наиболее характерные и важные в практическом отношении задачи гидрогеомеханики. Анализ этих задач должен помочь читателю выработать инженерный подход к решению конкретных вопросов гидрогеомеханики, в том числе и тех из них, которые пока не поддаются достаточно надежному теоретическому обоснованию. Авторы стремились подобрать материал таким образом, чтобы наиболее ярко проиллюстрировать преимущества комплексного гидрогеомеханического подхода к решению инженерных задач — подхода, который базируется на взаимодополняющих и взаимопроникающих методах, относящихся по принятым градациям к двум различным «ведомствам» — к гидрогеологии (или к фильтрации) и к инженерной геологии (или к механике грунтов).

Глава X

ГИДРОГЕОМЕХАНИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ

Подземные воды — одна из основных причин возникновения оползневых и других видов деформаций откосов; их влияние сводится к изменению механических свойств пород, изменению напряженного состояния пород вблизи откоса и, наконец, развитию процессов механического выноса и сноса (так называемые фильтрационные деформации). Ниже влияние подземных вод на устойчивость откосов рассматривается в основном на примере бортов открытых горных выработок.

§ 1. ИЗМЕНЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГОРНЫХ ПОРОД В ОТКОСАХ ПОД ВЛИЯНИЕМ ПОДЗЕМНЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОД

Мы уже не раз (см. гл. II) обращались к вопросу о влиянии подземных и поверхностных вод на прочность горных пород. Здесь мы попытаемся более подробно и систематически рассмотреть практические аспекты этого вопроса, причем остановимся лишь на тех изменениях в свойствах пород, которые связаны с инженерной деятельностью.

В этом плане изменения прочности пород I группы обусловлены главным образом процессами физического и химического выветривания, которые оказывают интенсивное воздействие на горные породы после вскрытия их карьером.

В результате выветривания происходит «измельчение» блоков твердых пород: средние размеры блоков таких пород, как алевролиты или глинистые песчаники, уменьшаются в 10–20 раз [5]; процесс протекает весьма интенсивно, захватывая в течение года приповерхностную полосу мощностью до 15–20 см. В этой полосе прочность некоторых пород (аргиллиты, алевролиты) снижается на 70–100% [5], а за несколько лет может уменьшиться в 5–10 раз и более. Продукты выветривания непрерывно удаляются с поверхности откоса под действием гравитационных сил и поверхностного смыва, приводя к полной эрозии первоначально заданной формы откоса.

Наряду с выветриванием некоторые твердые породы, обладающие высокой влажностью, при больших динамических нагрузках склонны к изменениям, внешне сходным с тиксотропными (см. § 1 гл. II). Однако эти изменения захватывают лишь небольшую зону вблизи точки приложения нагрузки (например, призабойную зону скважины при ее проходке), так что при оценке устойчивости массивов их обычно можно не принимать во внимание.

Параметры прочности пород II группы, представленных песчано-гравелистыми отложениями без существенной примеси пылеватых и глинистых частиц, практически не меняются под воздействием воды. В частности, уменьшение сил внутреннего трения в песках при наличии восходящих потоков (так называемые «плывуны», а точнее — псевдоплынны) связано не с изменением свойств (угла внутреннего трения) песков, а с изменением их напряженного состояния за счет гидродинамических сил. Поэтому следует крайне внимательно относиться к утверждениям о «плывунной» природе тех или иных пород, столь часто встречающимся в отчетах по результатам изысканий, где к плывунам обычно относят широкий круг пород — от чистых мелко- и среднезернистых песков до плотных песчаных глин. Нередко при оценке устойчивости откосов единственным основанием для такого рода выводов служит появление «пробки» разжиженных пород в скважинах или прорыв плывунов в подземные выработки, без учета того очевидного факта, что различие напряженного состояния пород (в первую очередь гидростатического и гидродинамического давления) вблизи скважин и подземных выработок, с одной стороны, и вблизи фильтрующих откосов, с другой, делает совершенно неправомерными такого рода аналогии. Явления «разжижения» песков (см. § 4) также следует воспринимать не как результат изменения их «истинного угла внутреннего трения» под влиянием воды, а как следствие действия гидродинамических сил, возникающих при динамических нагрузках.

Очевидно свойства «истинных плывунов», т. е. пород с углом внутреннего трения, близким к нулю, могут проявляться лишь некоторые водоносные пылеватые пески и супеси, залегающие вблизи земной поверхности. По последним данным эти свойства могут обуславливаться деятельностью бактерий.

Особого рассмотрения заслуживает вопрос о возможном снижении прочности песков в результате механической суффозии, к которому мы вернемся позднее (см. § 4).

С увеличением содержания глинистых частиц механические свойства раздельнозернистых пород все в большей степени зависят от наличия поровой воды, так что поведение их в этом плане становится во многом аналогичным поведению глинистых пород.

Влияние подземных и поверхностных вод на прочность водонасыщенных глинистых пород III группы проявляется в основном в процессе их набухания (см. § 1 гл. II) в результате выемки пород и уменьшения давления на слой глин. Набуханию также способствует осмотическое всасывание, в значительной степени обусловленное тем, что под влиянием осушительных систем в водоносных слоях нередко заметно снижается минерализация воды (по сравнению с природной). В глинах, обладающих сцеплением упрочнения, эти процессы развиваются лишь, когда сила набухания превышает прочность жестких структурных связей, обусловленных цементирующими соединениями. При этом наиболее интенсивно процесс набухания протекает вдоль трещин и особенно плоскостей напластования: интенсивное набухание нередко происходит лишь на контактах глинистого пласта с водоносными породами и быстро затухает с удалением от этих контактов. Одна из причин указанного явления заключается в том, что во многих случаях (особенно в плотных глинах, обладающих сцеплением упрочнения) контактная зона глинистого пласта нарушена, многочисленными микротрещинами, вдоль которых идет поступление воды в породу. Кроме того, осмотический градиент является максимальным именно на контактах глинистых и водоносных пород. Наконец, в контактном слое, претерпевающем набухание в первую очередь, происходит выделение газа, растворенного в поровой воде, в результате чего проникновение воды во внутренние зоны пласта существенно затрудняется.

Ввиду набухания контактная зона глинистого пласта часто оказывается в мягкопластичном состоянии, что является одной из причин возникновения «контактных оползней».

Уменьшение давления на глинистый пласт, приводящее к набуханию, может быть обусловлено не только выемкой вышележащих пород, но и другими факторами. Например, эффективное давление может уменьшаться под действием гидростатического взвешивания, а также под действием гидродинамических сил, возникающих при восходящей фильтрации через глины (см. § 2). Под влиянием гидродинамического давления пористость глинистых пород увеличивается, причем набухание максимально в нижней части слоя. Поэтому основание глинистого относительного водоупора, в том числе и сложенного такими плотными породами, как аргиллиты или алевролиты, часто оказывается в мягкопластичном или даже в текучем состоянии (см. § 2).

Глинистые породы, по составу отвечающие супесям и легким суглинкам, подвергаются интенсивному набуханию лишь вблизи самой поверхности фильтрующих откосов вследствие малых величин максимального напряжения набухания (см. § 1 гл. II). Процесс набухания таких пород на поверхности откосов обычно завершается полной потерей ими связности и превращением в текучее состояние, что приводит к оплыванию набухших пород слоями в 15—20 см даже при пологих углах откосов (18—20°).

Ввиду того, что набухание связано с фильтрацией воды через глинистые породы, скорость его зависит от фильтрационных свойств пород: наиболее быстро оно протекает в песчаных и пылеватых глинах, наиболее медленно — в жирных глинах. Понятно также, что скорость набухания будет возрастать при увеличении градиентов фильтрации воды через толщу набухающих пород. Поэтому, в частности, набухание идет весьма интенсивно при стекании воды по поверхности откоса глинистых пород, если до этого вся вода в них находилась в капиллярно-натяженном состоянии (см. § 2 гл. I). Под влиянием поверхностных вод капиллярные силы исчезают и начинается фильтрация этих вод в глины под большим градиентом; по мере движения жидкости влажность глин повышается, градиент падает и, в конце концов, фильтрация почти полностью затухает.

Набухание глинистых пород усиливается при приближении касательных напряжений к предельным величинам (см. § 2 гл. II). Увеличение объема пород в области максимальных деформаций сдвига усиливает процесс всасывания воды и набухания пород.

Для оценки степени снижения прочности глин при набухании предварительно проводятся испытания на сдвиг глинистых образцов, выдержанных под водой при различных нормальных напряжениях. По результатам испытаний строится график сопротивления сдвига, который используется при расчете устойчивости откоса (см. рис. 11). Полезный материал для изучения набухания дают также полевые наблюдения [8], особенно для учета скорости набухания, которую в лабораторных условиях можно оценить лишь сугубо ориентировочно.

Все сказанное относилось к водонасыщенным породам II группы. В глинистых породах, залегающих выше уровня подземных вод, дополнительное увлажнение почти всегда приводит к ухудшению прочностных свойств вследствие увеличения толщины гидратных оболочек, набухания и растворения цементирующих соединений. Наблюдения показывают, что увлажнение пород в зоне аэрации и обусловленные им изменения количества связанной воды оказывают весьма ощутимое влияние на сопротивление сдвига при влажности, меньшей максимальной молекулярной влагоемкости; при дальнейшем увеличении влажности значительные изменения прочности отмечаются лишь по достижении водонасыщенного состояния — при возможности набухания.

В глинистых породах, обладающих сцеплением упрочнения, природные воды могут вызывать растворение или выщелачивание цементирующих соединений. Наиболее характерны такие процессы для загипсованных, карбонатизированных и засоленных пород (лессовидные сугники, мергельные глины и т. п.), приуроченных к зоне аэрации, когда они испытывают дополнительное увлажнение (например, техническими водами). Так как при строительстве инженерных сооружений скорости фильтрации подземных вод нередко резко возрастают и, кроме того, в ряде случаев воды заметно опресняются за счет подпитки из поверхностных водоемов, то растворение и выщелачивание цементирующих соединений возможно в породах, обладающих сцеплением упрочнения, и при их залегании ниже уровня грунтовых вод: это обстоятельство особенно важно учитывать при проектировании плотин.

§ 2. ОБЩАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ОБВОДНЕННЫХ ОТКОСОВ

Влияние подземных вод на общую устойчивость откосов связано в первую очередь с изменением напряженного состояния пород под действием гидростатических и гидродинамических сил; определенное значение могут иметь

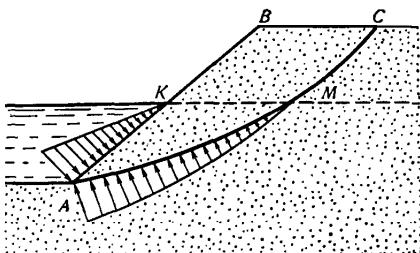


Рис. 64. Схема подтопленного откоса

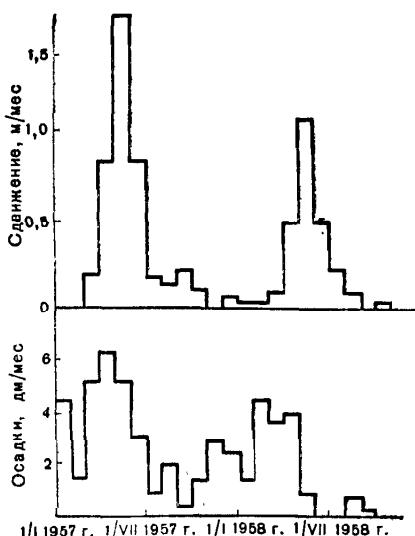


Рис. 65. Зависимость между количеством выпадающих атмосферных осадков и оползневыми подвижками (по Л. Вильсону)

также изменения прочностных свойств пород под влиянием подземных вод (см. § 1).

Влияние гидростатического взвешивания наиболее просто иллюстрируется на примере частично подтопленного откоса (рис. 64). Пусть $ABCA$ — «призма возможного оползания». Так как наклон поверхности скольжения AC к горизонту уменьшается от точки C к точке A , то вдоль нижней части этой поверхности нормальные составляющие сил тяжести, а следовательно, и силы трения играют относительно большую роль по сравнению с верхней частью. Поэтому гидростатическое давление, взвешивающее как раз нижнюю часть AKM призмы оползания, изменяет баланс сил в сторону относительного уменьшения действующих сил (см. также формулу 21 гл. VIII).

Так как влияние сил взвешивания сводится в конечном счете к уменьшению сил трения, то наиболее существенно оно проявляется в породах с высоким углом внутреннего трения. Например, расчеты по формуле (21 гл. VII) показывают, что для песчаных откосов разница в допустимых углах при наличии подтопления и без него может достигать $6-8^\circ$, причем наихудшие условия отмечаются при подтоплении на $0,2-0,3$ от высоты откоса [15].

Действие гидростатических сил существенно проявляется также в откосах, в основании которых находятся недренируемые напорные водоносные горизонты, оказывающие иногда решающее влияние на устойчивость, особенно при наклонном залегании слоев. Таков же механизм влияния не вскрытых карьерами водоносных комплексов (линз, слоев и т. п.), выклинивающихся вблизи откоса.

Существует мнение, что для откосов твердых горных пород влияние гидростатического взвешивания на устойчивость бортов можно не принимать во внимание. На самом же деле вблизи откоса за различными экранирующими перемычками (например, дайки водонепроницаемых пород) могут сохраняться высокие напоры, способные привести к обрушению, что особенно важно учитывать для откосов большой высоты. Например, Содербергом [23]

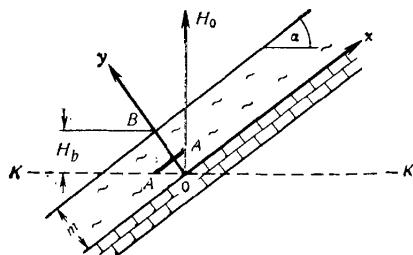


Рис. 66. Схема к расчету эффективных напряжений вблизи откоса

описано крупное обрушение борта карьера в скальных породах. Характерно, что после обрушения началось интенсивное поступление воды в карьер на участке проявления деформации. Отсюда, в частности, становится понятной необходимость выявления в период разведки месторождений возможных непроницаемых экранов в толще водоносных трещиноватых пород.

Ввиду того, что порозность скальных пород обычно невелика, поступление в них дождевых и талых вод приводит к значительному повышению уровней подземных вод и соответственно к росту гидростатического давления на стени трещин. Одновременно может отмечаться ослабление глинистых пород, заполняющих трещины. Именно поэтому многие оползни естественных склонов выветрелых зон скальных пород совпадают с периодами интенсивного выпадения осадков. Для примера приведем весьма показательный график (рис. 65) из работы Вильсона [24].

Наиболее часто гидростатическое взвешивание проявляется в развитии оползневых процессов параллельно с действием гидродинамических сил. Оползневые деформации, вызванные совместным действием гидростатического и гидродинамического давления, неоднократно наблюдались как на естественных склонах, так и на различных гидротехнических земляных сооружениях (дамбы, плотины и т. п.). В последнем случае деформации возникают наиболее часто при быстром спаде свободного уровня вблизи подтопленного откоса. Хотя физическая сущность этого явления обусловлена совместным влиянием гидростатических и гидродинамических сил, понять его можно проще всего, исходя из сведения этих сил к суммарной контурной силе (см. § 3 гл. VII). Например, исходная эпюра распределения результирующей силы Φ показана на рис. 64. Если уровень воды перед откосом быстро снижается до нуля, а в глубине откоса первоначально остается практически неизменным, то исчезает та составляющая силы Φ , которая действует со стороны откоса. Это, конечно, резко понижает степень его устойчивости.

Роль гидродинамического давления в напряженном состоянии особенно существенна для глинистых пород, где градиенты могут измеряться большими величинами. Так, при наличии в подошве откоса напорных недренируемых горизонтов восходящая фильтрация через относительно водоупорные слои приводит к уменьшению эффективных напряжений на скелет глинистых пород (рис. 66). Действительно, учитывая, что сила гидродинамического давления направлена по нормали к пласту, эффективное нормальное напряжение по площадке AA нетрудно выразить формулой

$$\sigma_{AA} = \gamma_b (m - y) \cos \alpha + \gamma (m - y) \frac{H_0 - H_b}{m}, \quad (1)$$

где γ_b — объемный вес глинистых пород с учетом взвешивания.

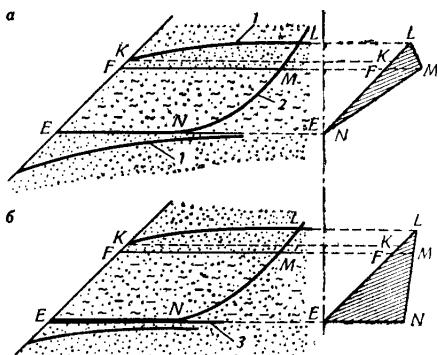


Рис. 67. Эпюра горизонтальной составляющей гидродинамических сил:

a — при отсутствии жирных глин; *б* — при наличии жирных глин: 1 — депрессионные кривые, 2 — кривая скольжения, 3 — слой жирных глин

Отсюда видно, что при больших напорах гидродинамические силы, выражаемые формулой

$$F_r = \gamma (m - y) \frac{H_0 - H_b}{m}, \quad (2)$$

могут существенно снижать эффективные напряжения на скелет глинистых пород, что приводит к уменьшению сил трения и интенсивному набуханию пород. Этот процесс является одной из причин возникновения оползней пород лежачего бока на карьерах североуральских буроугольных месторождений и ряда других угольных карьеров [14]. Отсюда, в частности, следует необходимость детального изучения в период разведки месторождений водоносных горизонтов, залегающих ниже полезного ископаемого, которым изыскатели часто не уделяют достаточного внимания.

Решающее влияние на величину и направление гидродинамических сил в откосе оказывает соотношение проницаемостей отдельных слоев. В качестве примера рассмотрим два разреза, представленных на рис. 67. Здесь «поверхность скольжения» *LMNE* в нижней своей части *NE* проходит по подошве слоя песчаных глин, который на верхнем разрезе подстилается хорошо проницаемым слоем, а на нижнем — относительным водоупором. Поэтому в первом случае фильтрация по слою песчаных глин имеет примерно вертикальное направление, а во втором близка к горизонтальной. В результате общая горизонтальная (сдвигающая) составляющая гидродинамических сил во втором случае в несколько раз больше, чем в первом, так что степень устойчивости откоса на нижнем разрезе меньше, чем на верхнем.

В откосах насыпных и намывных сооружений силовое воздействие подземных вод часто проявляется также в форме избыточного порового давления: неаварийность консолидации пород, слагающих откосы этих сооружений, является одной из главных причин их многочисленных оползневых деформаций.

Полезно, однако, отметить, что необходимость учета избыточного порового давления при оценке параметров откосов может возникнуть не только для насыпных или намывных сооружений, но и для пород естественного залегания, если вблизи откоса ожидается заметное понижение уровня подземных вод: уменьшение взвешивающего влияния воды приводит к увеличению давления на глинистые пласти со стороны вышележащих пород и к возникновению процессов уплотнения. В качестве примера на рис. 68 показана эпюра начального избыточного порового давления в прибрежной зоне глубокого карьера; величина избыточного порового давления достигает здесь 30—40% от веса вышележащих пород.

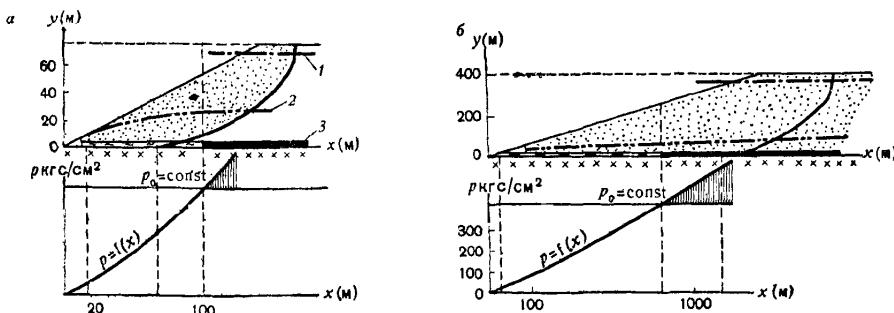


Рис. 68. Эпюра распределения давлений на глинистый пласт:

a — при малой глубине карьера: 1 — исходный уровень, 2 — сниженный уровень, 3 — зона развития избыточного порового давления; *b* — при большой глубине карьера; p_0 — исходное давление на глинистый пласт; p — давление после вскрытия месторождения

При расчетах устойчивости откосов избыточное поровое давление учитывается в соответствии с общими принципами оценки силового воздействия воды в задачах статики водонасыщенных горных пород (см. § 3 гл. VII). В частности, при расчете по фиксированным поверхностям скольжения избыточное поровое давление может рассматриваться как контурная сила, которая вычитается из нормальных составляющих сил веса вышележащих пород.

В целом гидростатическое взвешивание и гидродинамическое давление существенно воздействуют на общую устойчивость, если значительная часть «призмы возможного оползания» располагается ниже депрессионной (пьезометрической) кривой или при больших перепадах напоров вблизи откоса. Очень часто, однако, вблизи откоса формируется пологая депрессионная воронка, так что взвешиванию (относительно «поверхности скольжения») подвергается лишь небольшая часть пород, а градиенты измеряются малыми величинами; в подобных условиях роль гидростатических и гидродинамических сил обычно незначительная. Так, на Лебединском карьере КМА, как показывают расчеты [13, стр. 76], эти силы снижают коэффициент запаса устойчивости в среднем на 3—4%, на Сарбайском — на 4—5%. Еще меньше оказывается разница в степени устойчивости откосов при заградительном и при открытом дренаже: в приведенных примерах она не превышает 2%. В этом заключается существенное отличие откосов бортов карьеров от откосов земляных плотин, где влияние гидростатических сил обычно оказывается достаточно ощутимым.

Перейдем далее к рассмотрению местной (фильтрационной) устойчивости откосов водонасыщенных пород. Для этого, однако, нам потребуется предварительно исследовать характер фильтрации вблизи откоса.

§ 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПОТОКА ВБЛИЗИ ОТКОСОВ

Специфика фильтрационного потока вблизи откоса обусловлена существенным влиянием вертикальной составляющей скорости фильтрации, а также наличием промежутка высасывания.

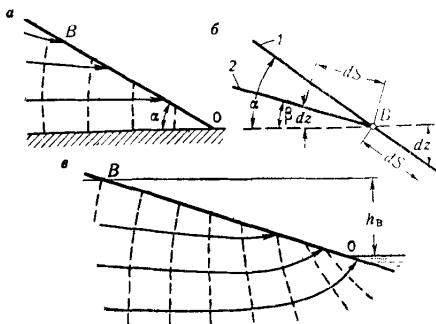


Рис. 69. Гидродинамическая сетка вблизи участка высачивания:

а — сухой откос; б — участок откоса вблизи точки высачивания (1 — откос, 2 — свободная поверхность), в — подтопленный откос

Рассмотрим закономерности формирования безнапорного потока вблизи участка высачивания (рис. 69, а) при стационарном режиме фильтрации и без учета влияния капиллярной зоны. В точке высачивания поток принадлежит одновременно участку высачивания и свободной поверхности. Подходя к точке высачивания со стороны свободной поверхности, заметим, что градиент напора в этой точке равен уклону свободной поверхности; поскольку на свободной поверхности выполняется условие (б гл. III), то градиент напора вдоль нее (по направлению \$S\$) здесь

$$I_b = \frac{dz}{ds} = \sin \beta, \quad (3)$$

где \$\beta\$ — угол наклона свободной поверхности в точке высачивания (рис. 69, б).

В то же время на участке высачивания, где давление \$p = p_0 = 0\$, градиент напора будет

$$I_b = \frac{dz}{ds} = \sin \alpha, \quad (4)$$

где \$\alpha\$ — угол наклона откоса к горизонту.

Исходя из того, что градиенты \$I_b\$ в точке высачивания, определяемые выражениями (3) и (4), должны быть одинаковы, получаем условие \$\alpha = \beta\$, т. е. свободная поверхность в точке высачивания подходит по касательной к откосу, а величина выходного градиента согласно (4) определяется здесь только наклоном откоса и не зависит от расхода фильтрационного потока.

На контакте водоносного слоя с горизонтальным водоупором при отсутствии воды перед откосом линия тока направлена по водоупору и градиент напора

$$J_0 = \operatorname{tg} \alpha. \quad (5)$$

Для такого откоса градиент вдоль участка высачивания меняется незначительно (от \$\sin \alpha\$ до \$\operatorname{tg} \alpha\$), что дает основание принять в первом приближении все линии тока в пределах участка высачивания горизонтальными с градиентом напора \$J = \operatorname{tg} \alpha = 1/m_0\$ (\$m_0\$ — заложение откоса). Г. К. Михайлов [11]

показал, что лучшие результаты дает задание среднего градиента в пределах участка высачивания $I = \frac{1}{m_0 + 0,5}$, так что выражение для удельного расхода q_0 потока в пределах участка высачивания имеет вид

$$q_0 = \frac{kh_b}{m_0 + 0,5}. \quad (6)$$

Для откоса, расположенного на проницаемом основании, и при наличии воды перед откосом аналогичные расчетные зависимости приведены, например, в работе [17].

Для подтопленного откоса (рис. 69, а) распределение выходных градиентов вдоль участка высачивания оказывается более неравномерным, причем точка уреза воды имеет гидродинамическую особенность, поскольку градиенты напора здесь стремятся к бесконечности. Однако зона повышенных градиентов здесь сравнительно локальна (например, уже при $z = 0,05h_b$ получается $I = 2 \sin \alpha$). Подробнее условия формирования выходных градиентов вдоль откоса и по его основанию рассмотрим в работе [18].

Учет капиллярных сил несколько осложняет картину высачивания потока. В этом случае в капиллярной зоне поверхность откоса будет непроницаемой границей. Кроме того, как указывал Н. М. Герсеванов [2, стр. 63], за счет сил поверхностного натяжения может быть непроницаемой и зона участка высачивания в пределах высоты h_k . Однако это условие, по-видимому, неустойчиво, поскольку при замачивании мениски будут прорваны и вода сможет выходить на откос.

Задачи нестационарного режима фильтрации в откосах рассматриваются обычно применительно к условиям падения уровня воды перед откосом с некоторой скоростью v (или в предельном случае мгновенно).

При сравнительно небольших скоростях падения уровня воды перед откосом (практически при $v < 5 k/\mu$) уровни свободной поверхности описываются уравнением Буссинеска (47, гл. VII), решение которого для откоса заложением \bar{m} [19] дает следующее выражение для удельного расхода q_0 потока, выходящего на откос:

$$q_0^0 = q_0^0 [1 + P(n)] + k \frac{h_0 + h_1}{2\bar{m}'} P(n), \quad (7)$$

$$h = \frac{\bar{m}' v}{2} \sqrt{\frac{t}{a}}, \quad \bar{m}' = \frac{\bar{m}^2}{\bar{m} + 0,5}, \quad a = \frac{k(h_0 + h_1)}{2\mu}, \quad (8)$$

где h_0 и h_1 — глубины воды перед откосом в начальный и текущий момент времени; q_0^0 — начальный расход потока (положительный — в сторону откоса); \bar{m}' — расчетное заложение откоса, учитывающее выходное сопротивление потока; $P(n)$ — специальная функция, значения которой приведены ниже:

n	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,5	∞
P	0,2	0,36	0,52	0,64	0,73	0,8	0,9	0,95	0,98	1

При неоднородном строении откоса построение нестационарного фильтрационного потока обычно производится на профильных моделях.

Моделирование плоских в разрезе нестационарных задач при жестком режиме фильтрации без учета влияния капиллярной зоны может осуществляться на моделях ЭГДА, поскольку в этом случае поток внутри области фильтрации описывается уравнением Лапласа. При этом для свободной поверхности остается в силе динамическое условие (6 гл. IV),

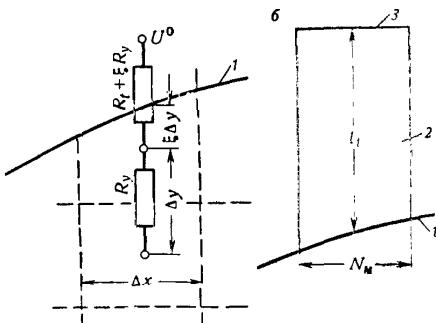


Рис. 70. Задание временных сопротивлений на свободной поверхности профильного потока:
а — сеточная модель; б — сплошная модель: 1 — свободная поверхность; 2 — дополнительный лист; 3 — шина с потенциалом U^0

a в соответствии с кинематическим условием (11 гл. IV) она перемещается вдоль линий тока со скоростью

$$v_{\text{сп}} = \frac{k}{\mu} I_{\text{сп}}, \quad (9)$$

где $I_{\text{сп}}$ — градиент напора на свободной поверхности вдоль рассматриваемой линии тока.

Моделирование такого рода задач в общей постановке наиболее просто осуществляется при дискретном представлении процесса во времени по явной или неявной конечно-разностной схемам.

При моделировании по явной конечно-разностной схеме весь процесс нестационарной фильтрации разбивается на ряд сравнительно небольших промежутков времени Δt (их величина должна выбираться из условия, что за время Δt не происходит резкого изменения картины движения внутри области фильтрации). В первый промежуток Δt на модели устанавливается свободная поверхность, соответствующая ее начальному положению и на ней задаются напоры (потенциалы) в соответствии с условием (6 гл. IV). Затем строится сетка движения вблизи кривой депрессии и по ряду линий тока в соответствии с (9) определяется отрезок $\Delta S_{\text{сп}}$, на который перемещается кривая депрессии, по формуле

$$\Delta S_{\text{сп}} = \frac{k}{\mu} I_{\text{сп}} \Delta t, \quad (10)$$

причем градиент $I_{\text{сп}}$ у свободной поверхности определяется по данным моделирования.

Таким образом находится положение кривой депрессии на момент времени $t = \Delta t$, которое задается на модели для расчета на следующий отрезок времени Δt . При этом на свободной поверхности снова задаются потенциалы в соответствии с условием (6 гл. IV), после чего строится сетка движения вблизи кривой депрессии и находятся перемещения кривой депрессии за следующий отрезок Δt и т. д. Применение такого рода методики и вопросы оценки ее точности рассмотрены, например, в работе [3, стр. 223].

При моделировании нестационарного режима свободной поверхности по неявной конечно-разностной схеме на модели вдоль свободной поверхности добавляются временные сопротивления R_t (рис. 70, б), определяемые по формуле

$$R_t = \alpha_R \frac{\Delta t}{\mu N_t}, \quad (11)$$

где Δt — расчетный интервал времени.

На временных сопротивлениях задается потенциал U^0 , определенный в данной точке на конец предыдущего интервала времени. Если создавать это сопротивление на модели под克莱иванием к свободной поверхности полос бумаги длиной l_t и удельным сопротивлением листа ρ_t (рис. 70, б), то $\rho_t = \rho_t \frac{l_t}{N_m}$ и длина листа определяется формулой

$$l_t = \frac{1}{\alpha_t} \cdot \frac{\rho_m}{\rho_t} \cdot \frac{k \Delta t}{\mu}. \quad (12)$$

Некоторым недостатком расчетов по неявной схеме на сплошных моделях является необходимость перестановки временных сопротивлений вслед за передвижением свободной поверхности. Проверка точности моделирования по явной и неявной схемам показала [3, стр. 149], что при малых интервалах Δt обе схемы оказываются примерно равнозначными, а при возрастании Δt до определенного предела явная схема теряет устойчивость и становится неприемлемой, в то время как неявная схема остается устойчивой при любом шаге по времени.

§ 4. МЕСТНАЯ ФИЛЬТРАЦИОННАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ОТКОСОВ

Воздействие подземных вод как силового фактора на горные породы может сводиться не только к изменениям напряженного состояния массива (см. § 2), но и к сопутствующему этим изменениям нарушению структуры (или разрушению) грунта под влиянием процессов механического выноса и сноса, обусловленных гидродинамическими силами. Деформации горных пород, вызванные такого рода процессами, принято называть фильтрационными. Наибольшее практическое значение они имеют для раздельнозернистых пород.

Как уже отмечено в § 2 гл. IV, в настоящее время теоретические исследования фильтрационных деформаций сводятся и основным к оценке начального и (что обычно относительно труднее) конечного состояний массива, в котором протекают эти деформации. Ниже мы попытаемся уяснить методы подхода к оценке указанных состояний на примере задач, связанных с изучением устойчивости фильтрующих откосов.

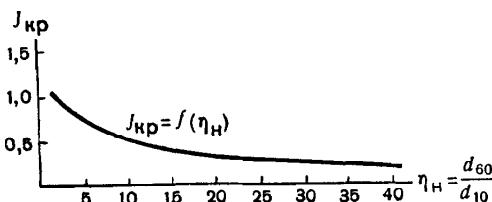
В специальной литературе фильтрационные деформации нередко объединяются одним термином «суффозия», причем рассматриваются как единое целое несколько видов деформаций, различных и по своему механизму, и по возможным последствиям для устойчивости тех или иных сооружений. Мы будем подразделять фильтрационные деформации откосов на механическую суффозию, выпор и обрушение в зоне выхода фильтрационного потока на откос, фильтрационный вынос (эррозию) вдоль трещин и опливание.

1. Механическая суффозия

Под собственно механической суффозией понимается вынос мелких частиц через поры более крупнозернистого скелета; при этом вынос может либо носить ограниченный характер, либо приводить к разрушению грунта. Степень развития суффозии для данного грунта определяется в первую очередь его коэффициентом неоднородности и градиентом фильтрации. Согласно исследованиям В. С. Истоминой [4] явления суффозионного разрушения наблюдаются преимущественно в песках с коэффициентами неоднородности $\eta_n > 15 \div 20$. Построенный В. С. Истоминой опытный график (рис. 71) зависимости между коэффициентами неоднородности и критическими (с точки зрения прогрессирующего выноса) градиентами показывает, что при величинах $\eta_n < 10 \div 15$ суффозионное разрушение возникает лишь при высоких градиентах ($I > 0,8 \div 1,0$); вместе с тем ограниченный вынос мелких частиц может идти и при меньших градиентах.

Поэтому возможная степень развития суффозионных процессов и их допустимые пределы определяются, с одной стороны, ожидаемыми градиентами

Рис. 71. График зависимости $I_{kp} = f(\eta_H)$
(по В. С. Истоминой)



фильтрации (см. § 3), а с другой — характером работы и классом земляного сооружения. Так, высокие градиенты фильтрации, вызывающие прогрессирующую супфозию, могут отмечаться вблизи фильтров водозаборных скважин, где супфозия приводит к образованию каверн, заилиению скважины и порче насосного оборудования, а также вблизи низовых откосов земляных плотин или на участках основания плотин в нижнем бьефе. В последнем случае опасность для устойчивости плотины может представлять даже ограниченный супфозионный вынос, приводящий к снижению сопротивления сдвигу пород низового откоса или к увеличению сжимаемости пород основания с последующей неравномерной осадкой плотины. Поэтому борьба с супфозией здесь ведется особенно тщательно — путем устройства различного типа фильтров.

С другой стороны, исследования показывают [15], что в откосах открытых горных выработок, где градиенты фильтрации обычно относительно невелики, супфозия может развиваться — в ощутимых для прочности на сдвиг масштабах — лишь в ограниченных зонах (обычно не более 1—2 м) вблизи промежутка высачивания подземных вод (см. § 3), не приводя к крупным оползневым смещениям. В частности, исследования на многих карьерах не выявили ни одного оползня, обусловленного супфозионными процессами. Поэтому на одном из последних совещаний по оползням справедливо отмечалось, что «очень часто супфозия выдвигается как причина оползней без достаточных на то оснований» [7, стр. 12].

В целом для прогноза супфозионного выноса можно рекомендовать наряду с анализом данных полевых наблюдений (отбор проб ненарушенного грунта из фильтрующего откоса) проведение экспериментов на образцах пород в фильтрационных установках при градиентах, ожидаемых в районе проектируемого сооружения. Подвергнутые испытанию на супфозию образцы в дальнейшем оцениваются на сжатие или на сдвиг в зависимости от ожидаемого характера деформации грунта. Одновременно, исходя из изменений гранулометрического состава испытуемого грунта по мере роста градиента фильтрации, определяются условия возникновения супфозии, а также состав и объем выносимого материала.

2. Выпор и обрушение в зоне выхода фильтрационного потока на откос

Вследствие относительно высоких градиентов фильтрации на участке высачивания гидродинамические силы вызывают здесь деформации, при которых приходит в движение весь объем грунта вблизи поверхности откоса; обычно эти деформации носят характер местного обрушения (оползания). а на откосах

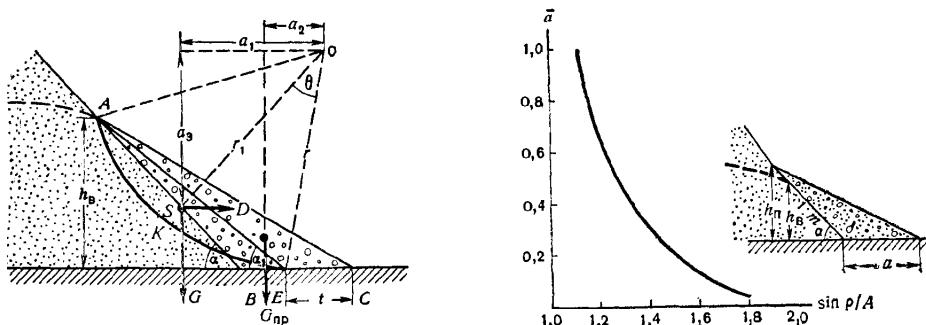


Рис. 72. Схема к расчету пригруженного откоса

Рис. 73. Схема для определения параметров пригрузочной призмы: q_0 — удельный расход потока; k и $k_{\text{пр}}$ — коэффициенты фильтрации грунта и материала пригрузки; $A = \sin \alpha \times \left(1 - \frac{k}{k_{\text{пр}}} \cos \alpha\right)$; $h_{\text{в}} = (m + 0,5) \frac{q_0}{k}$; $a = \frac{h_{\text{в}}}{A} \left(\frac{\bar{a}}{2V_{\text{пр}} A} + \frac{k}{k_{\text{пр}}}\right)$; $h_{\text{п}} = 1,1 \div 1,2 h_{\text{в}}$

участках затопленного откоса наблюдается также выпор. Рассмотрим, например, равновесие элементарного объема несвязного грунта на поверхности затопленного откоса. Составим уравнение для действующих сил: силы веса, силы трения и гидродинамического давления. Учитывая, что гидродинамическое давление в этом случае направлено перпендикулярно откосу, получим

$$(\gamma_B \cos \alpha - \gamma I) \operatorname{tg} \rho = \gamma_B \sin \alpha, \quad (13)$$

где ρ — угол трения; α — предельный угол откоса, устойчивого на выпор; J — выходной градиент, определяемый согласно § 3.

Из расчетов следует, что обычно градиенты I оказываются существенными в небольшой зоне подтопленного откоса, прилегающей к линии уреза воды (мощностью порядка высоты промежутка высачивания). Наблюдения показывают, что в этой зоне имеет место локальный выпор грунта, в результате которого угол откоса уменьшается на небольшом участке.

В пределах промежутка высасывания — на незатопленной части откоса — возможность обрушения следует учитывать при расчете толщины дренажной призмы¹, предохраняющей фильтрующую часть откоса от деформаций. Исходя из условия предельного равновесия, можно получить [15, 20] расчетный график для определения необходимой толщины дренажной призмы.

Рассмотрим, например, задачу об устойчивости откоса, пригруженного треугольной дренажной призмой (рис. 72). Опыты показывают [21], что поверхность скольжения в таком откосе начинается в верхней части промежутка высаждивания и проходит через нижнюю точку обводненного откоса. Без существенных погрешностей можно считать, что уровень воды в пределах пригрузки меняется по прямой линии EA .

Рассмотрим равновесие следующих сил, действующих в пределах блока *СЕКАС*, ограниченного гипотетической круглоцилиндрической поверхностью скольжения (см. § 3 гл. VII): 1) сила веса обводненного сегмента *ЕКАЕ*: $G = \gamma_B F_C$, где F_C — площадь сегмента:

¹ В противном случае обрушение «перекрывается» процессами оплыивания.

$F_c = r^2 (\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta)$; 2) сила веса необводненной части пригрузки $G_{np} = \gamma_{np} \cdot 1/2 h_b t$ (см. рис. 72); 3) сила гидродинамического давления $D = \gamma F_c \operatorname{tg} \alpha$, так как градиент можно принять с некоторым запасом, равным $\operatorname{tg} \alpha$ (см. § 3); направление этой силы принимается горизонтальным. Суммарный момент сил сопротивления сдвига (сил трения) вдоль поверхности AE , отвечающий состоянию предельного равновесия (см. § 2 гл. II), определяется формулой $M = Rr \sin \rho$, где R — равнодействующая сил. Приравнивая величину M суммарному моменту всех действующих сил, опуская некоторые величины малого порядка и полагая $\gamma_b \approx \gamma \approx 1 \text{ тс}/\text{м}^3$, получим уравнение

$$\frac{\sin \rho}{\sin \alpha_1} = \frac{\frac{4}{3} \sin \theta + \bar{a} \cos \theta}{\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta + \bar{a} \sin^2 \theta} \sin^2 \theta, \quad (14)$$

где

$$\bar{a} = \frac{2\gamma_{np}}{h_b} t \cdot \sin^2 \alpha.$$

Из данного уравнения определяются те величины θ , при которых правая его часть максимальна для заданного \bar{a} ; найденные значения θ характеризуют «наиболее опасные поверхности скольжения». Построенный график (рис. 73) зависимости $\bar{a} = f(\sin \rho / \sin \alpha_1)$ позволяет легко определить характерный параметр пригрузки (a).

Своеобразно протекают процессы обрушения (оползания) в связных фильтрующих породах. После вскрытия таких пород горной выработкой они претерпевают интенсивное набухание в зоне, непосредственно прилежащей к поверхности откоса. Под влиянием гидродинамического давления приповерхностный слой ослабленных пород оползает, нагрузка на обнажившиеся участки вследствие оползания уменьшается, набухание этого участка соответственно усиливается и через некоторое время оползает новый объем пород. Процесс идет циклически, причем, несмотря на малость объема, участвующего в одном цикле (обычно захватывается полоса шириной от нескольких десятков сантиметров до 2–3 м), в конечном счете в процесс вовлекаются значительные массы горных пород. Оползающие массы с течением времени могут насыщаться водой до текучего состояния и переходить в оплывины.

Для оценки угла откоса, устойчивого по отношению к циклическим деформациям, можно проводить варианты расчеты по гипотетическим поверхностям скольжения (см. § 3 гл. VII). Для такого расчета необходимо иметь сетку движения грунтовых вод вблизи откоса, построенную на приборе ЭГДА. В приближенных оценках можно (с запасом) считать, что напоры отвечают отметкам поверхности откоса, а линии тока параллельны поверхностям напластования. Кроме того, в расчетах должно учитываться набухание пород.

Описанные циклические деформации получили широкое распространение на большей части карьеров в откосах уступов, сложенных суглинками и песчаными глинами, например на Михайловском карьере КМА. Здесь бортом вскрываются неоком-волжские песчано-глинистые отложения, исходное сопротивление сдвигу которых характеризуется в среднем следующими параметрами: $c = 0,5 \text{ кгс}/\text{см}^2$, $\rho = 26^\circ$. Повторные испытания на образцах тех же разновидностей, отобранных из откоса нерабочего борта спустя два года после его оформления, показали, что в интервале глубин 0–1,5 м от поверхности откоса сцепление понижается до $0,2 \text{ кгс}/\text{см}^2$. Оценим приближенно устойчивость слоя набухших пород

мощностью 1,5 м, считая, что начальный угол откоса $\alpha = 45^\circ$, а объемный вес пород с учетом взвешивания $\gamma_b = 1,1 \text{ тс}/\text{м}^3$. При отсутствии гидродинамических сил коэффициент запаса согласно (15 гл. VII) равен

$$\eta'_{\text{уст}} = \frac{\gamma_b m \cos \alpha \operatorname{tg} \rho + c}{\gamma_b m \sin \alpha} \approx 2,2,$$

т. е. откос вполне устойчив. С учетом гидродинамических сил, полагая $I = \operatorname{tg} \alpha$ (см. § 3), получаем по (21 гл. VII)

$$\eta''_{\text{уст}} = \frac{(\gamma_b m \cos \alpha - \gamma m \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha) \operatorname{tg} \rho + c}{\gamma_b m \sin \alpha + \gamma m \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha} \approx 0,93,$$

т. е. откос оказывается неустойчивым. Из этого простейшего примера хорошо видно, насколько важно учитывать гидродинамическое давление при оценке местной устойчивости откосов не только песчаных, но и глинистых пород.

3. Оплывание

Под оплыванием понимается поверхностный перенос песчаных частиц подземными водами, вытекающими на откос в пределах промежутка высачивания. При этом зона оплывающего песка (рис. 74) может иногда захватить весьма широкую полосу (десятки метров) и привести к нарушению общей устойчивости откоса. Меньшее значение оплывание имеет на подтопленных откосах, так как в этом случае большая часть воды фильтруется через подводную зону. В целом важно отметить, что в реальных условиях влияние стекающей по откосу воды нередко является весьма существенным; так, в гидротехнических котлованах [20] зафиксированы значения уклонов фильтрующего откоса порядка 0,07—0,09, что в 3—4 раза меньше уклонов откоса без учета стекающей воды.

Основные теоретические принципы оценки оплывания песчаных откосов исходят из анализа устойчивости объема породы на поверхности откоса с единичной площадью и высотой, равной расчетному диаметру зерен песка d ; вес такого объема с учетом его взвешивания водой будет $G = \gamma_b d$. На выделенный объем действует фильтрационная сила $\Phi = \gamma I d$, где I — градиент напора на поверхности откоса, меняющий свою величину и направление вдоль участка высачивания.

Рассмотрим далее откос на непроницаемом основании, когда величина I меняется несущественно (см. § 3), так что на всем участке высачивания можно задать те же условия, что и в точке высачивания, т. е. считать $I = \sin \alpha$ при направлении линий тока вдоль поверхности откоса.

Действующая на этот объем гидродинамическая сила Γ стекающей по откосу воды имеет различные выражения в зависимости от режима потока. При ламинарном режиме потока глубиной h , как следует из данных, приведенных в § 1 главы III, $\Gamma = \gamma I h \approx \gamma h \sin \alpha$. Составим уравнение равновесия по равенству проекций всех сил на поверхность откоса: $G \sin \alpha + \Phi + \Gamma = G \cos \alpha \operatorname{tg} \rho$, или, раскрывая выражения действующих сил, имеем:

$$\gamma_b d \sin \alpha + \gamma d \sin \alpha + \gamma h \sin \alpha = \gamma_b d \cos \alpha \operatorname{tg} \rho,$$

откуда получим выражение для уклона $I_\alpha = \operatorname{tg} \alpha$ устойчивого откоса

$$I_\alpha = \frac{\gamma_b \operatorname{tg} \rho}{\gamma_b + \gamma \left(1 + \frac{h}{d} \right)}. \quad (15)$$

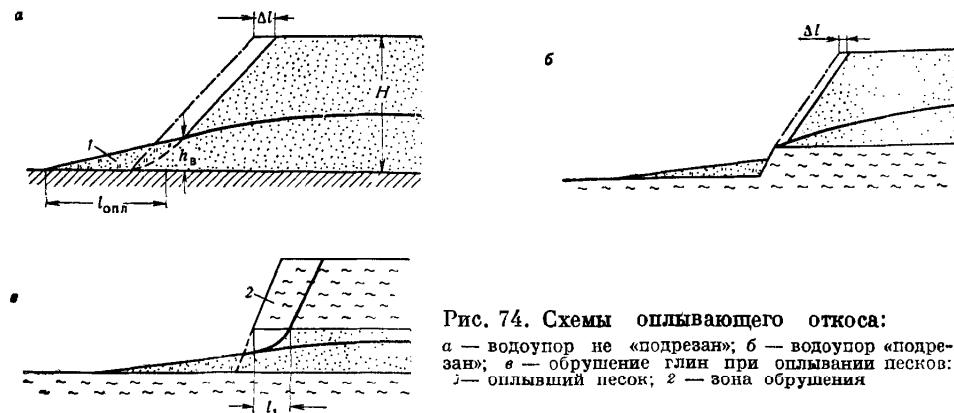


Рис. 74. Схемы оплывающего откоса:
 а — водоупор не «подрезан»; б — водоупор «подрезан»;
 в — обрушение глин при оплывании песков:
 1 — оплывающий песок; 2 — зона обрушения

На основании формулы Пуазейля для плоского потока запишем формулу, связывающую глубину h с удельным расходом стекающего потока q :

$$h = \sqrt[3]{\frac{3v\chi q}{gI_\alpha}}, \quad (16)$$

где χ — коэффициент увеличения расхода за счет образования ручейков, которое обязательно происходит в реальных условиях, причем лабораторные и натурные наблюдения показали, что можно принять $\chi = 5$. Подставляя выражение (16) в (15), после ряда преобразований [20, 21] можно найти зависимость для определения среднего уклона предельно-устойчивого оплывающего откоса

$$I_{опл} = \chi \frac{\gamma_b}{\gamma_b + \gamma} \operatorname{tg} \rho, \quad (17)$$

причем величина χ , отражающая влияние стекающего по откосу потока, определяется в зависимости от полного удельного расхода q_0 (в $\text{м}^2/\text{сут}$) и среднего диаметра зерен песка d (в см):

$\sqrt[3]{q_0/d}$	0	20	50	100	150	200
χ	1	0,75	0,49	0,3	0,21	0,16

Аналогичным путем установлено, что при турбулентном режиме стекающего потока для величины χ можно пользоваться следующими данными (при тех же размерностях для q_0 и d):

$\sqrt{\frac{q_0}{3d + 0,05}}$	0	2	5	10	15
χ	1	0,91	0,66	0,31	0,16

Границей между ламинарным и турбулентным режимом стекающего потока можно считать $q_0 = 7 \text{ м}^2/\text{сут}$. Для относительно однородных грунтов $d = d_{50}$, а для неоднородных можно задавать d по формуле

$$d = (d_{50} + 0,017) \sqrt[3]{\frac{d_{50}}{d_{50}}} - 0,017, \quad (18)$$

где все размеры даны в см.

Высота высасывания для откоса на непроницаемом основании связывается с удельным расходом q_0 соотношением (6), в котором расчетная величина заложения откоса m , учитывая его криволинейный характер, определяется по формуле

$$m = \frac{5}{\operatorname{tg} \rho + 3I_{\text{опл}}} . \quad (19)$$

Для откоса на проницаемом основании (или при наличии воды перед откосом) величину $I_{\text{опл}}$, определенную из (17), следует уменьшать \sim на 15%.

Сравнение результатов расчетов по приведенной методике с данными наблюдений в котловане Волгоградской ГЭС [20] и на Лебединском карьере КМА [13] показывает ее надежность для несцепментированных средне- и мелкозернистых песков. Для неоднородных песков (коэффициент неоднородности $\eta_n > 15 \div 20$) такой расчет дает завышенные величины языков оплыивания, так как он не учитывает явление естественной «отмостки», возникающей за счет постепенного накопления в пределах зоны оплыивания крупнозернистого материала. Отметим также, что если пески обладают некоторым сцеплением и песчаный откос имеет угол более $35 \div 40^\circ$, то оплыивание вызывает обрушение песчаного уступа и тем самым — увеличение массы оплывающего песка, в результате чего величины языков оплыивания оказываются больше расчетных. Отсюда следует, что для уменьшения языков оплыивания в этом случае целесообразно, по возможности, уменьшать высоту фильтрующего уступа.

Процесс оплыивания идет относительно равномерно лишь, когда перед откосом имеется площадка для размещения оплывающих масс песка. Если же водоупор «подрезан», так что поверхность его кровли пересекает линию откоса в точке, лежащей выше основания уступа (см. рис. 74, б), то оплыивание характеризуется резко выраженной неравномерностью и приводит к деформациям более сложного типа; процесс локализуется на отдельных участках, где он протекает весьма интенсивно (образуются промоины, а при устойчивых сводах — в песках, обладающих сцеплением — пещеры), в то время как на остальной части откоса он выражен сравнительно слабо. Естественно, что в таких случаях какие-либо расчеты неприменимы и приходится ориентироваться лишь на данные наблюдений [13, 15], а для проектируемых объектов принимать решения по аналогии.

Оплыивание песчаных откосов легко предотвращается путем пригрузки их в пределах промежутка высасывания слоем крупнозернистого материала.

4. Фильтрационный вынос вдоль трещин

В слабосцепментированных породах, обладающих естественной трещиноватостью, может наблюдаться фильтрационный размыв и вынос частиц вдоль трещин. Этот процесс носит эрозионный характер, напоминая до некоторой степени размыв русла открытым потоком; при определенных условиях он может

привести к образованию подземных пустот и провальных воронок (так называемый песчаный карст).

Ввиду большой сложности процесса математическая интерпретация его затруднена. Ясно, однако, что чем положе угол откоса, тем быстрее вырабатывается профиль эрозионного равновесия и тем быстрее затухает процесс выноса. Так, наблюдения на Лебединском карьере КМА [13, стр. 79] показали, что на тех участках борта, где угол наклона не превышал $20\text{--}25^\circ$, вынос частиц вдоль трещин в сцепленных (железистым цементом) разностях песков быстро прекращался, так что нарушений на этих участках не отмечалось. Наоборот, при крутых углах вынос быстро прогрессировал, в процесс вовлекались все новые массы песка и в конечном счете образовались подземные пустоты, сопровождавшиеся провальными воронками на поверхности.

В целом этот вид деформаций встречается редко и может получить заметное развитие лишь в слабосцепленных (сцепление меньше $0,2\text{--}0,3 \text{ кгс/см}^2$) песчаниках на неглинистом цементе. Борьба с фильтрационным выносом по трещинам может вестись с помощью как дренажных работ, так и пригрузки фильтрующего откоса дренажным материалом.

В твердых породах воздействие фильтрационных сил может приводить к выносу рыхлого заполнителя из трещин. Обычно этот процесс протекает в ограниченных масштабах и не влияет на устойчивость массивов, что подтверждается наблюдениями на большом числе карьеров и гидroteхнических сооружений. Например, натурные исследования в котлованах Каховской и Чарвакской ГЭС [1, стр. 88] показали, что заметный вынос рыхлого заполнителя происходил лишь при очень высоких градиентах ($I > 2$). С возможностью такого выноса следует, однако, считаться, оценивая вероятные изменения проницаемости пород при строительстве и эксплуатации того или иного сооружения.

Особым видом деформаций является соляной карст, связанный с растворением солей (галита, гипса, ангидрита и т. п.); он может служить причиной нарушения оснований гидroteхнических сооружений и откосов бортов карьеров, так как процесс растворения происходит быстро — вследствие роста градиентов фильтрации или опреснения воды после вскрытия соляных отложений. Такие явления имели место, например, на Калушском соляном карьере, где в результате растворения солей образовались многочисленные воронки, нередко на значительном (до $150\text{--}200 \text{ м}$) удалении от откоса.

5. Другие виды деформаций откосов под влиянием подземных вод

К фильтрационным деформациям можно с некоторой долей условности отнести и явления «разжижения» водонасыщенных песков под действием динамических нагрузок, приводящие к крупным, подчас катастрофическим деформациям земляных сооружений [6]. Такие процессы чаще всего отмечаются в раздельнозернистых, особенно пылеватых породах с достаточно высокой пористостью (обычно более 42—43%). При действии динамических нагрузок нарушаются контактные связи между отдельными частицами рыхлых грунтов, и они приходят в движение, стремясь занять такое взаимное положение, при котором пористость будет меньше природной. Этому препятствует вода, заключенная в порах, которая и принимает на себя внешнюю нагрузку. В породе развивается большое гидродинамическое давление, которое резко уменьшает силы трения между частицами; при этом «эффективный» угол трения оказывается близким к нулю, т. е. грунт становится подобным жидкости и растекается.

Исследованиями Н. Н. Маслова [6] показано, что «разжижение» песчаных грунтов наступает лишь после того, как ускорение колебаний грунта достигает некоторой критической величины, определяемой опытным путем. Сравнивая ожидаемые ускорения от динамических нагрузок с критическими, можно тем самым оценить опасность «разжижения».

По внешним проявлениям с «разжижением» сходны своеобразные деформации, возникающие на некоторых старых отвалах пылеватых пород при их обильном водонасыщении. В качестве примера можно привести оползни-оплывины внутренних отвалов Янтарного карьера, где за короткий период (порядка нескольких минут) деформациями были охвачены значительные массы пород (около 300 тыс. м³), полностью перекрывшие добывчую траншею. Аналогичные деформации отмечались на буровогольном карьере Шрееталь в ГДР. Механизм образования оплывиных старых отвалов пылеватых песков, супесей и суглинков представляется следующим образом [14, стр. 187]. После отсыпки в отвалы породы находятся в неводонасыщенном состоянии, имеют рыхлое сложение и располагаются под углом естественного откоса (34–36°). При постепенном поступлении воды в нижней части образуется зона водонасыщенных пород, начинается высасывание воды у основания откоса отвалов и возникают небольшие сплывы на участке высасывания. При обильном выпадении осадков уровень воды в отвалах быстро повышается и оплыивание захватывает все большую высоту откоса. Условия для возникновения массовой оплывины появляются при таком уровне воды в отвалах, при котором средняя влажность пород достигает предела текучести. Как известно, влажность на пределе текучести пылеватых грунтов порядка 20–25%. Если пористость пылеватых пород в отвалах составляет 30–35%, то для достижения средней влажности пород, отвечающей пределу текучести, необходимо, чтобы уровень воды поднялся не более чем на половину высоты отвала.

§ 5. ГОРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ ДРЕНАЖ КАК МЕРОПРИЯТИЕ ПО ОБЕСПЕЧЕНИЮ УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ

Обеспечение устойчивости обводненных откосов горных пород, особенно когда речь идет об искусственных выемках и насыпях, неразрывно связано с проведением дренажных мероприятий. Поэтому, естественно, что проектирование горно-строительного дренажа нередко сводится к решению типично гидрогеомеханических задач, где фильтрационные расчеты взаимно увязываются с расчетами устойчивости откоса. Подобные оценки позволяют, с одной стороны, выбрать критерии целесообразной степени дренажа горных пород [15] вблизи откоса, а с другой — наметить оптимальные, по соображениям устойчивости откосов, схемы и объемы дренажных работ.

1. Влияние дренажа на напряженное состояние пород в откосах

Возможное влияние дренажа на общую устойчивость откоса определяется главным образом удельным весом гидростатических и гидродинамических сил в общем балансе сил, действующих на горные породы в пределах «призмы оползания» (см. § 2). Проводя расчеты устойчивости откоса с учетом гидростатического и гидродинамического давления (см. § 3 гл. VII) и без такого учета, можно составить представление о предельно возможной эффективности дренажа и о его технико-экономической целесообразности [15]. Затем выбираются одна или несколько возможных систем дренажа и рассчитывается их осушительный эффект. Чаще всего при этом приходится вести расчет для контурной установки скважин (фильтров), параллельных простиранию откоса, так что задача легко сводится к простейшей расчетной схеме бесконечной цепочки скважин в неограниченном, полуограниченном или полосовом пласте (рис. 75). Определяя

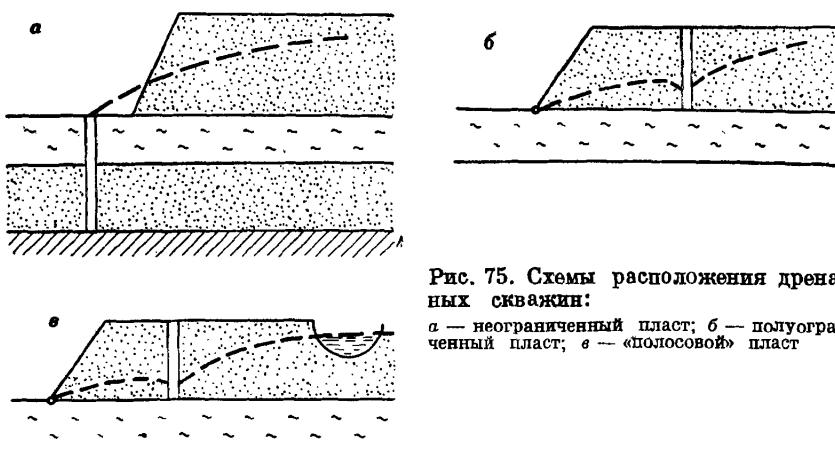


Рис. 75. Схемы расположения дренажных скважин:
а — неограниченный пласт; б — полуограниченный пласт; в — «полосовой» пласт

в соответствии с методом эквивалентных фильтрационных сопротивлений (см. § 3 гл. IX) средний уровень на линии ряда скважин, можно без труда построить депрессионные (пьезометрические) кривые для различных значений расстояний между скважинами, а затем оценить предельно допустимые углы откоса для различных расчетных положений уровня подземных вод вблизи откоса. Оптимальные параметры дренажного ряда окончательно выбираются путем экономического сопоставления возможного выигрыша в объемах земляных работ с затратами на дренаж.

Расчеты, проведенные для широкого круга гидрогеологических условий [15], свидетельствуют о том, что улучшение общей устойчивости откоса (увеличение его допустимого генерального угла) путем дренажных работ наиболее целесообразно при наличии вблизи откоса или непосредственно в подошве его напорных горизонтов, не дренируемых самим откосом (см. § 2). В этих условиях (рис. 75, а) дренаж самоизливающими или водопонижающими скважинами не только обеспечивает более благоприятное для устойчивости напряженное состояние пород, но и способствует предотвращению или ограничению процессов набухания глинистых пород (см. § 5.3). Известны случаи, когда снятие напоров вблизи откоса позволяло увеличить допустимый угол откоса почти в 2 раза, что, например, при глубине искусственных выемок (карьеров) порядка 100—150 м давало возможность сократить объемы земляных работ ча десятки миллионов кубометров.

Для откосов, где высота (мощность) блока, потенциально склонного к оползанию, невелика и соизмерима с высотой капиллярного поднятия, дренаж и водоотвод могут также существенно повлиять на напряженное состояние пород (см. § 2 гл. I) во всех тех случаях, когда породы вблизи откоса находятся в водонасыщенному состоянии, а возможности дополнительного поступления воды ограничены. Действительно, отбор даже небольшого количества воды из глинистых пород вблизи поверхности откоса приведет в этих условиях к тому, что положительное гидростатическое давление воды изменится на отрицательное капиллярное

давление, которое будет играть роль дополнительной (эффективной) пригрузки откоса (см. § 2 гл. I). Такого эффекта можно добиться путем непосредственно дренажа глинистых пород вблизи откоса часто расположенным дренами (обычно горизонтальными), а в условиях относительно сухого климата и путем организации водоотвода на поверхности откоса.

Вместе с тем при горизонтальном залегании водоносных горизонтов, дренируемых непосредственно откосом (рис. 75, б, в), дополнительный дренаж скважинами обычно мало влияет на напряженное состояние пород вблизи откоса (см. § 2) и практически не сказывается на их механических характеристиках (§ 5.3).

Отсюда следует, что целесообразные пределы дренажа должны в каждом конкретном случае очень внимательно обосновываться параллельными расчетами устойчивости во избежание «бросовых» или неоправданно дорогостоящих дренажных мероприятий. Более подробно этот вопрос рассмотрен в работе [15].

Наконец, весьма ощутимое влияние на напряженное состояние пород дренаж может оказывать во всех тех случаях, когда он способствует рассеиванию избыточного порового давления (см. § 4 гл. IX). Приходится, однако, признать, что возможности применения дренажа в этом направлении ограничиваются преимущественно насыпными и намывными сооружениями, в которых могут быть искусственно созданы «пластовые дrenы» из фильтрующих грунтов, ускоряющие процессы фильтрационной консолидации (см. § 4 гл. IX).

Наряду с этим заметный эффект для повышения устойчивости откосов таких сооружений, как и их естественных оснований, могут дать так называемые «песчаные сваи» [16] — вертикальные дrenы, заполненные песком. Рассеивание избыточного порового давления в откосе резко интенсифицируется благодаря «песчаным сваям» не только потому, что при частом их расположении сокращается длина пути фильтрации для отжимающейся из глин воды, но также и потому, что во многих случаях движение воды к «песчанным сваям» облегчено благодаря фильтрационной анизотропии консолидирующихся пород. Расчет эффективности «песчаных свай», работающих в сочетании с «пластовыми дренами», может быть осуществлен по схеме Либманна (см. § 3 гл. IX) путем моделирования уравнения фильтрационной консолидации в двумерной (профильной) постановке; аналитический метод расчета можно найти также в работе [16].

2. Дренаж как метод борьбы с фильтрационными деформациями откосов

Дренаж скважинами наряду с пригрузкой фильтрующего откоса дренирующим материалом является наиболее действенным средством устранения или ограничения фильтрационных деформаций пород (см. § 4). Посредством дренажа уменьшаются расходы, напоры и градиенты потока вблизи откоса, сокращается высота промежутка высачивания (см. § 3), а иногда высачивание воды на откос вообще может быть устраниено. В тех наиболее частых случаях, когда основными видами фильтрационных деформаций являются оплыивание песчаных откосов или прорывы в подошве откоса (см. § 4), необходимые защитные дренажные мероприятия могут быть достаточно надежно количественно обоснованы путем увязки фильтрационных расчетов с критериями целесообразной степени дренажа [15].

¹ Одновременно может отмечаться и повышение прочностных свойств пород (см. § 5.3).

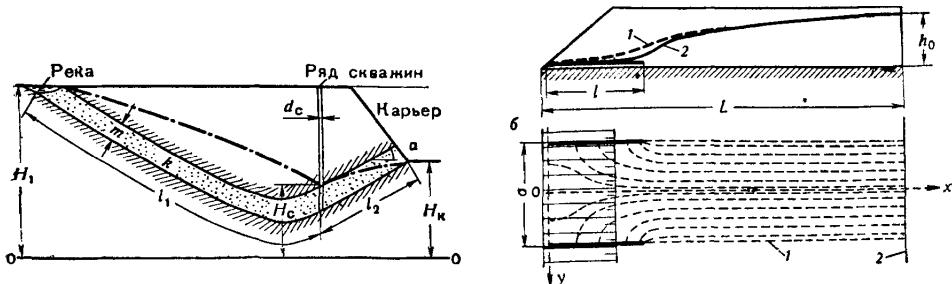


Рис. 76. Схема фильтрации в условиях наклонного залегания водоносных слоев

Рис. 77. Схема к расчету горизонтальных дренажных скважин:

a — разрез; 1 — депрессионная кривая по о_х, 2 — то же, по оси скважины; *б* — план: 1 — линия тока, 2 — контур питания

Так, если предварительно обоснована величина понижения напоров, необходимого по условию предотвращения прорыва (см. § 4) в подошве откоса котлована или карьера, то требуемое число скважин водопоникающего контура и время предварительного водопонижения могут быть определены на базе изложенной в главе IX теории нестационарной фильтрации к скважинам; чаще всего такие расчеты могут вестись в существенно упрощенной постановке, как для круговых или линейных водопоникающих систем равноотстоящих скважин, для чего может с успехом использоваться метод фильтрационных сопротивлений (см. § 3 гл. IX).

Для откосов рабочего борта карьера наиболее характерным требованием к дренажу является ограничение деформаций оплыивания некоторыми пределами, допустимыми по принятой схеме горных работ [15]. В этом случае, зная допустимую длину языка оплыивания (*l*_{опл}), можно согласно изложенной выше (см. § 4) методике определить предельно допустимый расход высачивания на единицу длины откоса (*q*⁰). Проводя далее расчет контурной установки скважин (рис. 75, *б* или 75, *в*) аналогично § 5.1, можно найти требуемое расстояние между скважинами, при котором удельные расходы высачивания не превосходят величины *q*⁰.

Своеобразные условия дренажа возникают на тех участках фильтрующих откосов, где падение слоев направлено в сторону массива (рис. 76). В этом случае появляется возможность полного устранения высачивания на откосе при работе дренажных скважин. В частности, пользуясь методом фильтрационных сопротивлений (см. § 3 гл. IX), нетрудно показать, что для случая *H*_с = 0 такая возможность реализуется при выполнении требования

$$\frac{1}{2\pi} \sigma \ln \frac{\sigma}{\pi d_c} \leq i \frac{l_1 l_2}{H_1 - H_k}, \quad (20)$$

где *σ* — расстояние между скважинами, а остальные обозначения ясны из рис. 76.

Отсюда следует, что требуемое число скважин оказывается в данном случае примерно обратно пропорциональным углу падения слоев¹.

¹ При предположении, что расходы скважин не лимитируются их водозахватной способностью или производительностью насосов.

Наряду с водопонижающими скважинами для ограничения фильтрационных деформаций откосов могут применяться горизонтальные скважины, пройденные вблизи водоупорного основания водонесущего горизонта (рис. 77). Для расчета ряда равноотстоящих скважин, перпендикулярных фронту откоса, могут использоваться следующие формулы, полученные в работе [9] с помощью обобщения на базе метода фильтрационных сопротивлений:

$$Q_c = Q \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{1}{ch \frac{\pi l}{\sigma}} \right), \quad (21)$$

$$Q_b (y_0) = \frac{Q}{\pi} \arcsin \frac{sh \frac{\pi y_0}{\sigma}}{ch \frac{\pi l}{\sigma}}, \quad (22)$$

где $Q = \frac{Q_0}{1 - \frac{\sigma}{L} f_1(l/\sigma)}$ (при $L > l + \sigma$); Q_0 — расход, поступающий к откосу в полосе, шириной σ при отсутствии скважин; Q_b — расход, вытекающий на откос в интервале $[-y_0, +y_0]$ при работе скважин; Q_c — расход скважины; $f_1(l/\sigma)$ определяется согласно:

l/σ	0,25	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
$f_1\left(\frac{l}{\sigma}\right)$	0,08	0,29	0,78	1,29	1,78	2,28

Дифференцированием формулы (22) по y_0 нетрудно получить максимальное значение удельного расхода высачивания в срединном сечении ($y = 0$)

$$q_b (0) = \frac{Q_0}{\sigma} \frac{1}{ch \frac{\pi l}{\sigma}}. \quad (23)$$

Расстояние между скважинами может задаваться, исходя из условия $q_b (0) \leq q^0$ (см. выше); при несоблюдении этого условия в дополнение к горизонтальным скважинам должна устраиваться защитная дренажная призма (см. § 4).

Проведенные на базе формул (21)–(23) расчеты, подкрепленные опытом эксплуатации Лебединского карьера КМА [13], свидетельствуют об исключительно высокой технико-экономической эффективности горизонтальных скважин в сравнении с другими средствами дренажа.

3. О влиянии дренажа на физико-механические свойства пород в откосах

Дренаж влияет на физико-механические свойства пород как непосредственно, в первую очередь путем изменения влажности пород в зоне осушения, так и косвенно — за счет изменения напряженного состояния (§ 5.1).

Благодаря снижению гидростатического давления и соответствующему росту эффективных напряжений плотность горных пород увеличивается, а следовательно, увеличиваются и параметры сопротивления сдвига. Эти процессы наиболее заметны в областях откоса, характеризующихся относительно невысокими исходными эффективными напряжениями (меньшими максимального

давления набухания — см. § 1 гл. II) и соизмеримыми с ними нейтральными напряжениями: если в подобных условиях дренаж водоносных пластов вызывает заметное снижение напоров, то это приводит к снижению нейтрального давления в соседних глинистых слоях, причем прежде всего на потенциально наиболее ослабленных участках, приуроченных к контактам глин с водоносным пластом (см. § 1); соответствующий рост эффективных напряжений предотвращает или ограничивает процессы набухания и снижения прочности глинистых пород. Такого рода условия наиболее часто отмечаются при наличии вблизи откоса не дренируемого им напорного водоносного горизонта (см. § 5.1, рис. 75, а). В то же время дополнительное снижение напоров в водоносных горизонтах, дренируемых откосом, чаще всего оказывается в рассматриваемом плане малоэффективным (см. § 5.1); действительно, в непосредственной близости от фильтрующего откоса снижение напоров (нейтрального давления) не может быть значительным, а в более глубоких зонах откоса даже большие дополнительные эффективные напряжения мало влияют на угол внутреннего трения и сцепление пород. Об этом, в частности, свидетельствуют и специально поставленные эксперименты [13, стр. 81].

Эффективным средством улучшения прочностных свойств глинистых грунтов насыпных и намывных сооружений, а также их оснований могут явиться «пластовые дрены» и «песчаные сваи», ускоряющие консолидацию грунтов и увеличивающие тем самым угол внутреннего трения и сцепление последних (см. § 5.2).

В целом из приведенного рассмотрения следует, что благодаря изменению напряженного состояния водонасыщенных пород дренаж может заметно влиять на их прочностные свойства в довольно широком круге условий. В сравнении с этим влиянием непосредственное воздействие осушения (снижения влажности в процессе гравитационной водоотдачи) на прочность пород чаще всего весьма ограниченно. Это объясняется тем, что изменение влажности пород (не сопровождающееся изменением их плотности) в диапазоне от полной до максимальной молекулярной влагоемкости практически не влияет на параметры их сопротивления сдвигу¹. Поэтому заметное увеличение прочности пород (главным образом глинистых) по сравнению с естественной может быть достигнуто лишь теми специальными средствами дренажа, которые позволяют понизить влажность пород до величин, меньших максимальной молекулярной влагоемкости. Определенный эффект в этом направлении может дать аэрирующее воздействие вентиляционных дрен и самой поверхности откоса. Однако применение в этих целях специальных средств дренажа (например, электроосмоса) для откосов значительной протяженности пока представляется нерентабельным.

Роль дренажа может рассматриваться в данной связи и в несколько другом аспекте: дренаж водоносных горизонтов в принципе может ограничить или вообще устранить дополнительное подпитывание водой смежных с ними глинистых пород вблизи откоса и тем самым воспрепятствовать набуханию этих пород в откосе при вскрытии искусственными выемками. Однако реализовать

¹ Это не исключает возможного роста степени устойчивости откоса за счет изменения напряженного состояния пород при переходе положительного гидростатического давления в капиллярное (см. § 5.1).

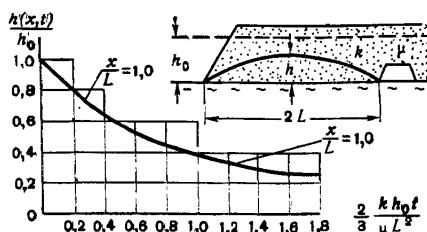
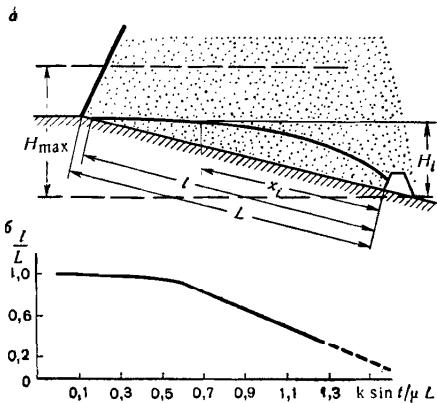


Рис. 78. График изменения уровня между двумя параллельными дренами

Рис. 79. К расчету «истощения» водоносного пласта в условиях наклонного водоупора:

a — схема фильтрации; *б* — результаты моделирования



такую возможность на практике обычно не удается: и теоретическое рассмотрение и полевые наблюдения показывают [8], что в условиях перемежающихся песчано-глинистых слоев вблизи почвы водоносных горизонтов неизбежно остается то или иное количество гравитационной и капиллярной воды, вполне достаточное для набухания подстилающих глин.

Рассмотрим, например, участок водоносного горизонта между фильтрующим откосом и параллельным ему дренажным штреком (рис. 78). Процесс снижения уровня на этом участке описывается в первом приближении нелинейным уравнением (47 гл. VIII).

Так как линеаризация этого уравнения для случаев постепенного истощения водоносного пласта вызывает слишком большие погрешности, то воспользуемся решением, полученным в работе [10] для нелинейной постановки задачи (рис. 78). Из графика следует, что с приближением снижающегося уровня воды к почве водоносного пласта скорость понижения становится весьма малой даже при небольших расстояниях ($2L$) между дреной и откосом. Правда, для условий наклонного водоупора (рис. 79) решение аналогичной задачи [10] дает как будто более обнадеживающие результаты: расчетный контур обводненности постепенно «стыгивается» к нижней дрене (см. рис. 79). Однако нельзя забывать, что упомянутые решения не учитывают капиллярных эффектов, которые приобретают особенно большое значение при приближении депрессионной поверхности к водоупору. Так, проведенные на ЭВМ [22] расчеты для некоторых частных значений параметров говорят о том, что за счет капиллярных эффектов в основании водоносного горизонта удерживаются большие дополнительные объемы воды, которые вполне достаточны для набухания подстилающих глин при частичном снятии нагрузки.

Заметим, что приведенные соображения являются, по-видимому, дискуссионными и потребуют корректировки по мере накопления фактического материала по данному вопросу.

Глава XI

ГИДРОГЕОМЕХАНИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И РАСЧЕТЫ ОСНОВАНИЙ ГИДРОСООРУЖЕНИЙ

§ 1. СТАТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ОСНОВАНИЙ ГИДРОСООРУЖЕНИЙ

В статические расчеты оснований гидро сооружений входят прогноз напряженного состояния и деформаций пород основания, оценка общей устойчивости основания гидро сооружения, а также местной фильтрационной прочности применительно к различным видам фильтрационных деформаций, которые проявляются главным образом в зоне выхода потока в нижнем бьефе сооружения.

1. Прогноз напряжений и деформаций в основании плотины

В связи с повышенными коэффициентами запаса, обычно принимаемыми при проектировании гидротехнических сооружений, предельные зоны в их основании чаще всего играют подчиненную роль, так что за основу геомеханических расчетов здесь обычно может быть принята модель линейно-деформируемой среды (см. § 1 гл. VII). В частности, для прогноза напряжений, обусловленных весом плотины, может использоваться полученное ранее решение плоской задачи в виде формул (7—8 гл. VII), а также электрическое или оптическое моделирование, как описано в § 1 гл. VII.

Приведенный в гл. VII математический аппарат может быть применен и для оценки дополнительных фильтрационных напряжений в основании гидро сооружений. Используя общую формулу (За гл. III) для объемных фильтрационных сил и представляя компоненты этих сил в дифференциальной форме $X = \gamma \frac{\partial H}{\partial x}$, $Z = \gamma \frac{\partial H}{\partial z}$, запишем исходную систему уравнений (2—3 из гл. VII)

в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \gamma \frac{\partial H}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \gamma \frac{\partial H}{\partial z} = 0, \\ \nabla^2 (\sigma_x + \sigma_z) = -\frac{1}{1+\nu} \gamma \nabla^2 H = 0. \end{array} \right. \quad (1)$$

Путем подстановки можно убедиться [18, стр. 160], что система уравнений (1) удовлетворяется при

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = \sigma_x^* - \gamma H, \\ \sigma_z = \sigma_z^* - \gamma H, \\ \tau_{xz} = \tau_{xz}^*. \end{array} \right. \quad (2)$$

причем величины σ_x^* , σ_z^* и τ_{xz}^* определяются согласно формулам (7—8 гл. VII) как напряжения, обусловленные фиктивной нормальной нагрузкой интенсивностью $q(x) = \gamma H_r$, где $H_r(x)$ — напор в данной точке границы. На участке

границы, примыкающем к непроницаемой подошве гидротехнического сооружения ($\partial H/\partial n = 0$), функция $H_r(x)$ без труда определяется на модели ЭГДА. Выражения (2) удовлетворяют также всем граничным условиям задачи ($\sigma_{x_r} = \sigma_{z_r} = \tau_{xz_r} = 0$), т. е. (2), и являются искомым решением.

Рассмотрим, например, задачу об определении фильтрационных напряжений под бетонной плотиной на проницаемом основании неограниченной мощности. Будем пренебрегать для простоты шириной плотины, считая, что глубина воды в верхнем бьефе равна h_1 , а в нижнем — h_2 . Интегрируя при этих предположениях решение (8 гл. VII) для суммы главных напряжений (при $a \rightarrow \infty$), получим¹

$$\sigma_x^* + \sigma_z^* = \theta^* = \frac{2}{\pi} \gamma h \operatorname{arctg} \frac{z}{x} + 2\gamma h_1, \quad (3)$$

где $h = h_1 - h_2$, а $\operatorname{arctg} z/x$ меняется от 0 (при $x > 0$ и $z \rightarrow 0$) до π (при $x < 0$ и $z \rightarrow 0$). Тогда по формулам (7 гл. VII):

$$\begin{cases} \sigma_x^* = \gamma h_1 + \frac{\gamma h}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{z}{x} + \frac{zx}{x^2+z^2} \right), \\ \sigma_z^* = \gamma h_1 + \frac{\gamma h}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{z}{x} - \frac{zx}{x^2+z^2} \right), \\ \tau_{xz}^* = \frac{\gamma h}{\pi} \cdot \frac{z^2}{x^2+z^2}. \end{cases} \quad (4)$$

С другой стороны, напор H должен удовлетворять уравнению Лапласа при соответствующих граничных условиях. Записывая для $H(x, z)$ формулу, аналогичную (8 гл. VII), и интегрируя, получим

$$H = h_1 + \frac{h}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{z}{x}. \quad (5)$$

Окончательные выражения для напряжений, вызванных фильтрационными силами, имеют вид [18, стр. 162]

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\gamma h}{\pi} \frac{zx}{x^2+z^2} = \frac{\gamma h}{\pi} \sin 2\alpha, \\ \sigma_z &= -\frac{\gamma h}{\pi} \frac{zx}{x^2+z^2} = -\frac{\gamma h}{\pi} \sin 2\alpha, \\ \tau_{xz} &= \frac{\gamma h}{\pi} \frac{z^2}{x^2+z^2} = \frac{\gamma h}{\pi} \sin^2 \alpha. \end{aligned} \quad (6)$$

Отсюда видно, что напряжения оказываются постоянными вдоль прямых, проходящих через начало координат. Кроме того, сумма главных напряжений $\theta = \sigma_x + \sigma_z = 0$; в соответствии с § 1 гл. II это означает, что фильтрационные напряжения не вызывают изменений в пористости пород основания (предполагается, что выноса материала при фильтрации не происходит).

Из формул (6) также следует, что в пределах зоны, примыкающей к нижнему бьефу, напряжения σ_z являются отрицательными; если абсолютная величина их превышает суммарные (положительные) напряжения от веса грунта и веса плотины (что практически вполне возможно в верхних слоях нижнего бьефа), то возникают результирующие растягивающие напряжения, которые должны погашаться специальной пригрузкой во избежание выпора пород основания.

¹ При начале координат, совпадающем со средней точкой основания плотины, оси z , направленной вертикально вниз, и оси x , ориентированной вдоль основания в сторону нижнего бьефа.

Нетрудно убедиться с помощью формул (5) и (6), что фильтрационные напряжения в данном случае могут быть записаны также в виде [18, стр. 162]

$$\begin{cases} \sigma_x = -\sigma_z = \gamma z \frac{\partial H}{\partial z}, \\ \tau_{xz} = -\gamma z \frac{\partial H}{\partial x}. \end{cases} \quad (7)$$

Выражения (7) тождественно удовлетворяют и общим уравнениям (1) с нулевыми граничными условиями, а так как из (7) следует, что $\theta = \sigma_x + \sigma_z = 0$, то полученный в рассмотренной частной задаче вывод о независимости пористости пород от фильтрационных напряжений под плотиной остается справедливым и для более общего случая. Структура формул (7) позволяет также легко получать величины фильтрационных напряжений под плотиной с плоским основанием по сетке движения, построенной на электрической модели.

Прогноз скоростей осадок основания гидроооружения и их изменения во времени может приближенно осуществляться по формулам одномерного уплотнения горных пород (см. § 4 гл. IX)¹. Для более точной оценки развития осадок во времени необходимо ориентироваться на расчетную схему двумерной консолидации [19]. Однако при прогнозах конечной осадки такая необходимость отпадает: результирующие деформации основания (при $t \rightarrow \infty$), вызванные совместным действием гравитационных и фильтрационных сил, без труда определяются по вычисленным напряжениям с помощью обобщенного закона Гука (2 гл. II). При этом деформации от действия различных сил могут определяться независимо друг от друга, а затем суммироваться согласно принципу суперпозиции. Конечно, такой метод расчета заранее предполагает приемлемость модели линейно-деформируемой среды.

2. Прогноз устойчивости сооружения на сдвиг

Для сооружений на скальных основаниях, а также при наличии горизонтальных поверхностей ослабления (контакты между слоями или прослой с резко пониженней прочностью) устойчивость проверяется расчетом на сдвиг по горизонтальной поверхности под действием перепада гидростатических давлений в верхнем и нижнем бьефе. Степень устойчивости (коэффициент запаса) определяется по формуле [19, стр. 353]

$$\eta_{\text{уст}} = \frac{(G_n - W) \operatorname{tg} \rho + c L}{W_b - W_n}, \quad (8)$$

где G_n — вес плотины; L — ширина основания плотины; W — равнодействующая взвешивающего давления воды по подошве; W_b и W_n — горизонтально направленные силы давления воды на верховую и низовую грани плотины.

Характеристики сопротивления сдвигу (ρ и c) определяются по данным специальных изысканий [10], причем обычно их следует принимать

¹ Интересно, например, что результаты оценки осадок плотины Куйбышевской ГЭС по схеме одномерной консолидации достаточно близки (отклонения не более 20—25%) к данным натурных замеров (по сообщению Р. С. Зиангирова).

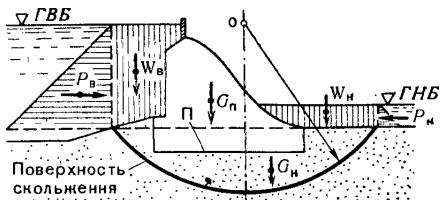


Рис. 80. Схема расчета статической устойчивости гидросооружения

соответствующими верхнему слою основания с учетом возможного изменения в процессе строительных работ. Конечно, такой расчет имеет смысл, если в толще пород основания отсутствуют прослои пород с пониженными показателями сопротивления сдвигу.

В целом оценка устойчивости плотины на сдвиг обычно сопряжена с гораздо большими трудностями, чем об этом можно судить из приведенного простейшего примера. Так, необходимо принимать в расчет горизонтальные составляющие активных сил давления горных пород на заглубленную часть плотины и, что, пожалуй, наиболее трудно, — ту долю пассивного давления со стороны пород нижнего бьефа, которая отвечает допустимым (с точки зрения устойчивости) смещениям плотины. Кроме того, возможны случаи, когда сдвигу всей плотины предшествует выпор основания в нижнем бьефе, где условия наиболее благоприятные для интенсивного набухания грунта.

При оценке прочности скальных оснований на сдвиг по ослабленным зонам особого анализа требует влияние естественного напряженного состояния скального массива [10, 14], в частности влияние горизонтальных остаточных напряжений (см. § 3 гл. II).

Для оценки устойчивости плотин на основаниях из песчано-глинистых пород (при отсутствии резко ослабленных контактов) принимается расчетная схема сдвига по подбираемой круглоцилиндрической или иной криволинейной поверхности, как и при оценке устойчивости откосов (см. § 3.2 гл. VII). Учитываются вес сооружения G_n , давление воды в верхнем и нижнем бьефах, вес водонасыщенного грунта и фильтрационные силы в пределах расчетных отсеков; в соответствии с обоснованием, приведенным в § 3.3 гл. VII, гидростатические и гидродинамические силы учитываются путем их приведения к контурной силе Φ , определяемой согласно (20 гл. VII). При расчете однородного основания по круглоцилиндрической поверхности (рис. 80) степень устойчивости системы определяется отношением момента удерживающих сил $M_{уд}$ к моменту сдвигающих сил [21]

$$\eta_{уст} = \frac{M_{уд}}{M_{сдв}}. \quad (9)$$

Величина $M_{сдв}$ находится как момент действующих сил — веса тела плотины G_n , веса насыщенного водой грунта (в пределах отсека обрушения), веса воды W_n и W_b в верхнем и нижнем бьефах (в пределах отсека обрушения), сил давления воды P_b и P_n в верхнем и нижнем бьефах относительно центра скольжения (точки О). Величину $M_{уд}$ находят по формуле

$$M_{уд} = (\Pi^{(N)} + W_b^{(N)} + W_n^{(N)} + G_n^{(N)} - \Phi) r \operatorname{tg} \rho + cL, \quad (9a)$$

где Π^N , W_b^N , W_h^N , $G_h^{(N)}$ — проекции сил на нормаль к поверхности скольжения (Π — равнодействующая всех сил, действующих на основание тела плотины); Φ — суммарная фильтрационная сила по круглоцилиндрической поверхности скольжения, которая складывается из сил Φ , выражаемых согласно (22 гл. VII); L и r соответственно длина и радиус поверхности скольжения. Подробный анализ таких расчетов проведен Р. Р. Чугаевым [21].

3. Расчеты местной фильтрационной прочности в несkalьных грунтах

В несkalьных грунтах, слагающих основание сооружения, местные деформации проявляются в двух основных формах: выпор массы грунта и внутренняя суффозия. При фильтрационном выпоре определенная масса грунта полностью деформируется под действием восходящего фильтрационного потока, приходя в пределе во взвешенное состояние; выпор может возникать в глинистых или сравнительно однородных песчаных грунтах.

Рассмотрим наиболее простую расчетную схему фильтрационного выпора, исходя из условий равновесия в восходящем фильтрационном потоке столба породы единичной площади с пригрузкой дренирующим слоем (рис. 81, а). Имея в виду, что фильтрационные силы в единичном объеме породы согласно (За гл. III) определяются градиентом силового потенциала, запишем следующее уравнение равновесия вертикальных сил в рассматриваемом столбе

$$\gamma_{\text{п}} l + \gamma_{\text{пр}} l_{\text{пр}} = \gamma I_{\text{взв}}, \quad (10)$$

где $I_{\text{взв}} = \Delta H/l$ — «взвешивающий» градиент напора в вертикальном направлении, $\gamma_{\text{п}}$ и $\gamma_{\text{пр}}$ — объемный вес породы и пригрузки с учетом их гидростатического взвешивания водой (см. § 2. 2. гл. I), т. е.

$$I_{\text{взв}} = \frac{\gamma_{\text{п}}}{\gamma} + \frac{\gamma_{\text{пр}}}{\gamma} \frac{l_{\text{пр}}}{l}. \quad (11)$$

Поскольку обычно $\gamma_{\text{п}} \approx \gamma$, то при отсутствии пригрузки $I_{\text{взв}} \approx 1$. По данным лабора-

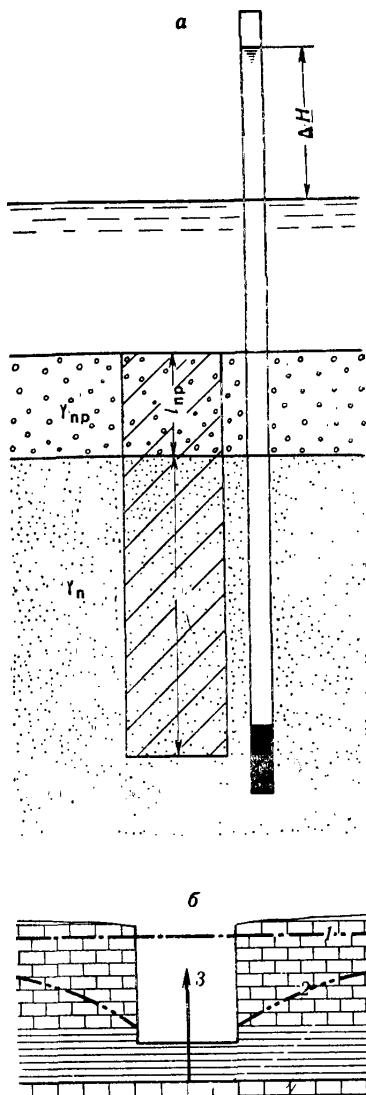


Рис. 81. Схемы фильтрационного выпора:

а — расчетная схема выпора; б — условий выпора дна котлована: 1 — исходные напоры, 2 — свободная поверхность вблизи котлована, 3 — напор в подошве котлована

торных опытов ощутимое разуплотнение несвязанных грунтов начинается при восходящих градиентах порядка $0,6 \div 0,7$ [22]. Поэтому с некоторым запасом можно задавать величины допустимых восходящих градиентов порядка $0,3 \div 0,5$. Заметим, что в реальных условиях деформации выпора проявляются в форме отдельных грифонов.

Явления выпора могут возникать при проходке строительных котлованов, особенно если под дном котлована располагается слабопроницаемый слой (рис. 81, б), представленный обычно глинами, алевролитами или мергелями. Такие породы под влиянием статической разгрузки и фильтрационного потока деформируются, трескаются, обеспечивая дополнительный дренаж фильтрационного потока. В процессе возведения сооружения разуплотненные породы обычно вновь уплотняются без значительных остаточных деформаций. Таким образом, чаще всего фильтрационный выпор в котлованах не представляет значительной опасности для сооружения, однако в связи с недостаточной изученностью процесса его проявления считаются нежелательными.

Как отмечалось в § 4 гл. X, под супфозией обычно понимается вынос фильтрационным потоком мелких частиц из порового пространства, образуемого более крупными частицами [15], причем такие деформации могут проявляться только в сравнительно разнородных несвязанных грунтах. По данным лабораторных исследований В. С. Истоминой [7], супфозия может проявляться в грунтах с коэффициентом неоднородности $d_{60}/d_{10} > 10$, а при $d_{60}/d_{10} > 20$ грунты относятся к супфозионным (при $10 < d_{60}/d_{10} < 20$ могут возникать и выпор, и супфозия). Позднее Е. А. Лубочкин предложил давать оценку супфозионности грунтов на основании более широкого анализа их механического состава [15].

Вопрос о допустимых градиентах для супфозионных грунтов разработан сравнительно слабо. По рекомендациям В. С. Истоминой [7, стр. 172], для грунтов в основаниях сооружений можно принимать допустимым градиент $0,2$ при $10 < d_{60}/d_{10} < 20$ и $0,1$ при $d_{60}/d_{10} > 20$.

Учитывая неоднородность строения основания, а также его нарушения в процессе строительства, Р. Р. Чугаев [16] предлагает, кроме того, проверять фильтрационную прочность по среднему (контролирующему) градиенту напора I_k в основании сооружения, причем

$$I_k = \frac{q}{T}, \quad (12)$$

где q — удельный расход фильтрационного потока в основании сооружения; T — суммарная проводимость водоносных пластов в основании.

Допустимое значение такого градиента I_k^* устанавливается по данным анализа состояния построенных сооружений (в том числе потерпевших аварию). Для определения величин I_k^* при подземном контуре с низовой завесой можно пользоваться табл. 6 [16]:

При отсутствии низовой завесы эти значения I_k^* уменьшаются на 20%.

Таблица 6

Порода	$I\delta_k$	
	для сооружений I и II класса	для сооружений III класса
Глина	0,5	0,6
Крупнозернистый песок	0,3	0,36
Суглинок	0,25	0,30
Среднезернистый песок	0,2	0,24
Мелкозернистый песок	0,15	0,18

4. Суффозия и эрозионный размыв в скальных грунтах

Суффозия в скальных грунтах происходит в виде выноса рыхлого заполнителя трещин и полостей (назовем их фильтрационными трактами). При этом А. Г. Лыкошин предлагает применять две расчетные схемы: 1) фильтрационный тракт полностью заполнен рыхлой или связанной горной породой (рис. 82, а) и 2) фильтрационный тракт заполнен только на отдельных интервалах, образующих «пробки» заполнителя (рис. 82, б). Для первой схемы, прогнозируя суффозию, правомерно принимать значение гидравлического градиента, осредненное для всей трещины. Для второй схемы гидравлические градиенты для каждого из участков «пробки» становятся величинами переменными, зависящими от водопроницаемости участка, к тому же изменяющимися во времени, а также зависящими от характера и качества гидравлической связи участков трещин, отделяющих «пробки» от водоема или питающего водоносного горизонта. Однако установить значения градиентов напора на отдельных участках трещин практически в скальном массиве нельзя. Поэтому прогнозирование развития суффозии по второй схеме до сих пор остается нерешенной задачей и практически всегда пользуются первой схемой, что приводит к грубым ошибкам, поскольку первая схема моделирует значительно менее благоприятные условия для развития суффозии.

Эрозионный размыв рыхлого заполнителя фильтрационных трактов отличается от суффозии тем, что он происходит под действием воды, движущейся в незаполненной трещине. Энергия такого потока зависит от скорости и режима движения воды (турбулентного, ламинарного), на которые влияют габариты фильтрационных трактов, шероховатость их стенок, состав и состояние заполнителя и т. п.

Возникновение эрозионного размыва наиболее вероятно в закарстованных породах, на участках коротких путей фильтрации из водохранилищ, каналов и т. п. Прогнозирование этого процесса с количественными оценками практически невозможно по тем же причинам, что и для суффозии. Поэтому приходится ограничиваться установлением возможности и масштабов его развития, исходя из морфометрических параметров трещин и карстовых каналов, их положения

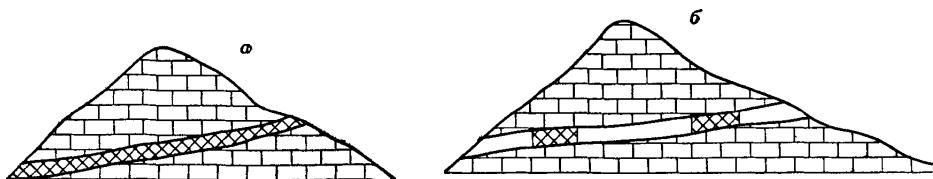


Рис. 82. Схемы супфозии фильтрационных трактов при скальных породах:
а — сплошное заполнение тракта, б — частичное

в массиве, состава, состояния и распределения заполнителя [10, 11]. Поскольку супфозия и эрозионный размыв изменяют гидравлические условия и режим движения подземных вод, данные процессы имеют неустановившийся во времени характер развития; это должно учитываться при их прогнозировании.

Сложность и неопределенность рассматриваемых процессов обусловливают то обстоятельство, что еще не выработана такая методика их гидравлического исследования, которая обеспечила бы получение надежных данных для составления прогнозов. Наиболее перспективны (по А. Г. Лыкошину) следующие направления исследований супфозионного и эрозионного процессов: а) изучение фильтрации, супфозии и эрозии на целиках горных пород большого размера, в условиях искусственно созданного плоского потока, с большим количеством пьезометров, улавливанием выносимого заполнителя, причем поскольку проведение такого опыта требует больших затрат, то очень важно, чтобы он был представительным, т. е. в опробуемом объеме породы размеры трещин, их расположение, состав, состояние и распределение заполнителя должны достаточно хорошо соответствовать строению изучаемого массива, быть типичными; б) интервальные (зонные) нагнетания воды в скважины с большими напорами, обеспечивающими создание высоких фильтрационных градиентов в исследуемой толще пород. Методика этих нагнетаний должна позволить оценить возможность размыва и переноса рыхлого заполнителя фильтрационных трактов с увеличением водопроницаемости породы или их кольматаж, снижающий водопроницаемость. Поэтому опыты должны производиться по схеме возрастающих ступеней давления (напоров) с последующим их повторением [8, 10]. Этот метод гидравлического опробования позволяет получить общее представление о возможности перемещения рыхлого заполнителя при заданных градиентах фильтрации. Следует, однако, отметить, что эти градиенты довольно резко снижаются уже в относительно небольшом удалении от ствола скважины.

При наличии в основании растворимых солей может происходить химическая супфозия, связанная с растворением и выносом таких солей (обычно это гипсы или ангидриты). В этих случаях обязательным является принятие мер по обеспечению недопустимости развития растворения солей. Однако зачастую это является весьма сложной задачей, в связи с чем такое строительство осуществляется в немногих исключительных случаях (Камская и Ереванская ГЭС, Байкалинская плотина [4, 10, 11]).

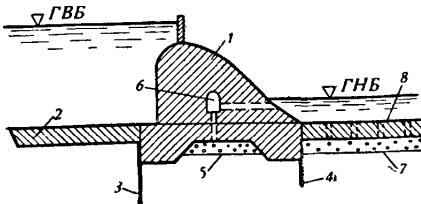
§ 2. ФИЛЬТРАЦИЯ В ОСНОВАНИЯХ ГИДРОСООРУЖЕНИЙ

1. Общие положения

Непосредственное изучение фильтрации под гидросооружениями используется для оценки расхода фильтрационного потока, определяющего фильтрационные потери под сооружением. Однако эта задача сравнительно редко

Рис. 83. Подземный контур гидро сооружения:

1 — тело плотины (флютбет), 2 — экран, 3 — верховая завеса, 4 — низовая завеса, 5 — горизонтальный дренаж тела плотины, 6 — дренажная потерна, 7 — дренаж в нижнем бьефе, 8 — водобойная плита



представляет существенный интерес; поскольку потери на фильтрацию под сооружением обычно сравнительно невелики; значительными они могут оказаться только для сооружений, расположаемых на трещиноватых скальных породах [6, 10].

Главные же задачи фильтрации под сооружениями связаны с обоснованием статической устойчивости сооружения, для чего требуется знать распределение напоров в основании и, в частности, противодавление, передаваемое на тело плотины. Для оценки местной устойчивости основания необходимы, кроме того, еще градиенты напора в областях выхода (дренажа) фильтрационного потока.

Для управления фильтрационным потоком под сооружением служит его подземный контур (рис. 83), который помимо тела сооружения (флютбета) может включать верховой экран, верховую и низовую противофильтрационные завесы, дренаж под флютбетом или в нижнем бьефе сооружения.

Обычно длина сооружения по его фронту заметно превышает его длину по потоку (от верхнего до нижнего бьефа), что позволяет не учитывать влияние обходного потока в берегах и считать поток под сооружением профильным. Исключением в этом смысле могут быть высокие плотины в узких горных долинах, когда фильтрационные потоки в основании и берегах существенно взаимодействуют друг с другом, образуя сложный пространственный поток; такие условия в фильтрационных расчетах рассматриваются как исключительные.

2. Основы аналитических методов расчета

Аналитические методы расчетов фильтрации под сооружениями применяются для условий профильного потока при сравнительно простом строении основания, когда оно может быть сведено к однородной или двухслойной схеме. Строгое гидрогеомеханическое решение таких фильтрационных задач базируется обычно на использовании метода конформных отображений, впервые предложенного для этих целей Н. Н. Павловским [13], а затем развитого рядом исследователей [3, 12, 15, 16]. Однако непосредственное применение метода конформных отображений ограничивается сравнительно простыми случаями подземного контура и потому для практических расчетов обычно пользуются различными приближенными методами, наиболее совершенным из которых является метод фильтрационных сопротивлений, предложенный для таких задач С. Н. Нумеровым [3, 12] и развитый Р. Р. Чугаевым [16]. Сущность этого метода заключается в том, что поток, двигаясь в основании плотины от верхнего бьефа к нижнему, встречает ряд местных сопротивлений (на вход и выход потока, на преодоление щупиловой завесы и т. п.), причем, если участки

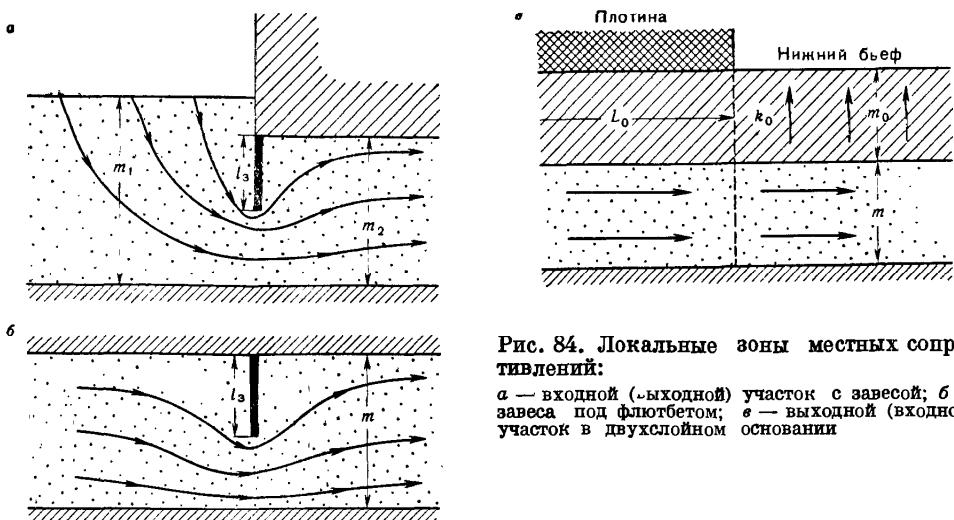


Рис. 84. Локальные зоны местных сопротивлений:
а — входной (выходной) участок с завесой; б — завеса под флютбетом; в — выходной (выходной) участок в двухслойном основании

этих сопротивлений располагаются на достаточно большом расстоянии друг от друга (не менее чем на половину мощности основания), то местные сопротивления не влияют друг на друга и для каждой зоны местного сопротивления их величины определяются только строением этой зоны независимо от строения всего подземного контура. Очевидно, что ограничения этого метода условиями относительно больших расстояний между отдельными элементами подземного контура предопределяют возможность его применения для сооружений, длина которых по направлению потока, по крайней мере, превышает мощность водонесущих слоев в основании сооружения.

Фильтрационный поток под сооружением будем считать профильным с постоянной шириной 1 м в плане. В соответствии с общим определением (22 гл. V) фильтрационного сопротивления для каждого участка профильного потока номера *i*

$$\Phi_i = \frac{\Delta H_i}{q}, \quad (13)$$

где ΔH_i — потери напора на участке сопротивления Φ_i , пропускающем удельный расход потока q .

При однородном строении основания с коэффициентом фильтрации k удобно, кроме того, пользоваться понятием безразмерного сопротивления

$$\bar{\Phi}_i = k\Phi_i = \frac{k \Delta H_i}{q}. \quad (14)$$

Приведем выражения для безразмерных фильтрационных сопротивлений различных локальных зон потока, полученных путем гидравлического и гидромеханического анализа соответствующих фрагментов потока, в основном по данным работ [3, 12, 16]. Для участка

линейного однородного потока длиной L площадь поперечного сечения равна мощности пласта m , так что согласно (20 гл. V) его сопротивление Φ_L будет

$$\Phi_L = \frac{L}{km}. \quad (15)$$

Для входного и выходного участков с непроницаемой завесой (рис. 84, а) при $m_1=m_2=m$:

$$\bar{\Phi}_B = -\frac{4}{\pi} \ln \sin \left[\frac{\pi}{4} (1 - \bar{l}) \right], \quad \bar{l} = \frac{l_3}{m}, \quad (16)$$

а при наличии, кроме того, уступа рекомендуется приближенная формула [16]:

$$\bar{\Phi}_B = 0,44 + 2 \frac{l_3}{m} + \left(0,85 + 4 \frac{l_3}{m_1} \right) \left(1 - \frac{m_2}{m_1} \right). \quad (16a)$$

Для непроницаемой завесы под флютбетом (рис. 84, б):

$$\bar{\Phi}_{ns} = -\frac{4}{\pi} \ln \cos \left(\frac{\pi}{2} \bar{l} \right); \quad \bar{l} = \frac{l_3}{m}. \quad (16b)$$

Противофильтрационные завесы, как правило, не бывают полностью водонепроницаемыми. Проницаемость шпунтовых стенок обусловливается раскрытием их замков и может оцениваться расчетным коэффициентом фильтрации k_3 фрагмента шпунтовой стенки толщиной 1 м, значения которого практически оказываются в 100—200 раз меньшими коэффициента фильтрации породы [16]. Проницаемость цементационных завес по данным ВНИИГа [17] оценивается коэффициентом фильтрации $k_3 = 0,01—0,1$ м/сут.

Для проницаемой совершенной завесы, имеющей коэффициент фильтрации k_3 при расчетной толщине завесы δ_3 получим

$$\Phi_{ns}^0 = \frac{\delta_3}{k_3 m}, \quad \bar{\Phi}_{ns} = \frac{k}{k_3} \cdot \frac{\delta_3}{m}, \quad (17)$$

причем для шпунтовых завес в соответствии с приведенными выше рекомендациями $k = (100—200) k_3$ при $\delta_3 = 1$ м, так что в этом случае

$$\bar{\Phi}_{ns}^0 = \frac{100 \div 200}{m}, \quad (17a)$$

где мощность m задается в метрах.

При необходимости учета проницаемости несовершенных противофильтрационных завес их безразмерное сопротивление $\bar{\Phi}_{ns}$ можно рассчитывать по следующей общей приближенной формуле:

$$\bar{\Phi}_{ns} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{\Phi}_{ns}^0} + \frac{\bar{l}}{1}}, \quad (18)$$

где $\bar{\Phi}_{ns}$ — безразмерное сопротивление для непроницаемой несовершенной завесы, а $\bar{\Phi}_{ns}^0$ — определяется согласно (17).

В работах [12, 16] даются графики для более точного учета проницаемости завес.

Нередко встречается двухслойное строение основания сооружения, когда сверху залегает слабопроницаемый слой, экранирующий расположенный под ним более проницаемый слой (рис. 84, в). В этом случае сопротивления входного и выходного участков получаются из решения для экранированного водоема бесконечной ширины, причем в соответствии с выражением (15) при $T = km$ имеем

$$\Phi_B = \frac{\Delta L}{km}, \quad \bar{\Phi}_B = \frac{\Delta L}{m}, \quad (19)$$

где величина ΔL определяется из (39 гл. VI).

Расчетное значение k в формуле (19) при этом берется равным коэффициенту фильтрации нижнего слоя, поскольку проводимостью верхнего слоя здесь можно пренебречь.

Для подземных контуров без внутреннего дренажа суммарная разница напоров в верхнем и нижнем бьефах ΔH составляется из потерь напора на отдельных участках контура и для контура, состоящего из n участков

$$\Delta H = \sum_{i=1}^n \Delta H_i = q \sum_{i=1}^n \Phi_i, \quad (20)$$

откуда удельный расход потока под сооружением будет

$$q = \frac{\Delta H}{\Phi} = \frac{k \Delta H}{\Phi}, \quad \Phi = \sum_{i=1}^n \Phi_i, \quad \bar{\Phi} = \sum_{i=1}^n \bar{\Phi}_i, \quad (21)$$

где Φ — суммарное сопротивление подземного контура.

Потери напора ΔH_i в каждой зоне будут пропорциональны соответствующим сопротивлениям

$$\Delta H_i = \frac{\Phi_i}{\Phi} \Delta H. \quad (21a)$$

Определив потери напора на отдельных участках подземного контура, можно построить эпюру противодавления по контуру флютбета, считая, что по длине флютбета между участками местных сопротивлений напоры меняются по прямолинейному закону.

Для изучения и прогноза местной фильтрационной прочности кроме того требуется знание величин гидравлических градиентов, особенно в зонах выхода потока в дренаж и в нижний бьеф. Рекомендации по их расчетам приведены, например, в работах [3, 16].

При двухслойном строении основания (см. рис. 84, в) значение максимального градиента напора I_B на выходе потока в нижний бьеф может быть определено по формуле

$$I_B = \frac{\Delta H_B}{m_0} = \frac{q \Delta L}{k m_0} = \frac{q}{\sqrt{k k_0 m_0}}. \quad (22)$$

Более обстоятельно вопросы определения выходных градиентов рассмотрены в работах [16, 22].

3. Моделирование фильтрации под сооружениями

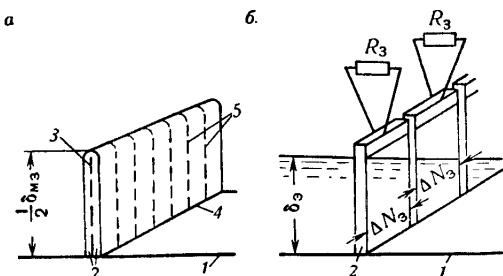
В реальных условиях полная картина фильтрационного потока под сооружением получается обычно только путем моделирования, причем, как правило, здесь поток рассматривается как профильный и для него используются сплошные модели ЭГДА (см. § 3 гл. V).

Рассмотрим некоторые особенности такого моделирования.

Модели фильтрационного потока под гидросооружениями обычно делаются размерами несколько десятков сантиметров (наиболее употребительные масштабы 1 : 100 ÷ 1 : 500), причем для неоднородных областей размер участков с различной проницаемостью должен заметно превышать толщину разделень-

Рис. 85. Задание полупроницаемых завес на моделях ЭГДА:

a — бумажная модель: 1 — основной лист модели, 2 — лист, моделирующий проницаемость завесы, 3 — монтажная изолирующая прокладка, 4 — kleеный шов, 5 — прорезь; *b* — электролитическая модель, 1 — дно модели, 2 — стенка, моделирующая завесу



ных шин или ширину kleевого шва. С верховой и низовой стороны от сооружения модель искусственно ограничивается, исходя из требования, чтобы это ограничение потока несущественно влияло на входное и выходное сопротивления потока. При сравнительно однородном строении основания граница модели задается на расстоянии порядка двух мощностей потока [3], а при залегании в основании весьма разнородных слоев (с различием максимального k_{\max} и минимального k_{\min} коэффициентов фильтрации более чем в 10–15 раз), исходя из теории перетекания, расстояние до границы модели от сооружения L_s должно, кроме того, удовлетворять условию

$$L_s \leq 1,5 \sqrt{\frac{k_{\max} m_{\max} m_{\min}}{k_{\min}}}, \quad (23)$$

где m_{\max} и m_{\min} — мощности слоев с коэффициентами фильтрации k_{\max} и k_{\min} .

При составлении фильтрационной схемы потока под гидро сооружением следует иметь в виду, что границы контакта с водой (в верхнем и нижнем бьефах) являются контурами заданного напора; аналогичным образом задается постоянный напор по контуру горизонтального и вертикального дренажа, где, как правило, пренебрегают потерями напора непосредственно в дренаже. Контур сооружения обычно считается непроницаемым, если проницаемость основания не оказывается соизмеримой с проницаемостью сооружения (проницаемость бетона можно оценивать коэффициентом фильтрации порядка 10^{-5} м/сут).

При моделировании шпунтовых и цементационных завес в общем случае следует учитывать их водопроницаемость; если же завеса прорезает не более половины мощности основания, то в первом приближении ее можно считать непроницаемой (исключение — случаи, когда завеса полностью прорезает отдельные слабопроницаемые прослои).

По линии непроницаемой завесы на бумажной модели делается прорезь, а при необходимости учета проницаемости завесы толщиной δ_3 с коэффициентом фильтрации k_3 края прорези соединяются листом бумаги удельного сопротивления ρ_3 , как показано на рис. 85, *a*, причем длина этого листа рассчитывается по формуле

$$\delta_{M3} = \alpha_k \alpha_l \frac{\delta_3}{k_3 \rho_3}, \quad \alpha_k = k \rho_m, \quad (24)$$

где α_l и α_k — масштабы длины и коэффициента фильтрации (для бумажных моделей).

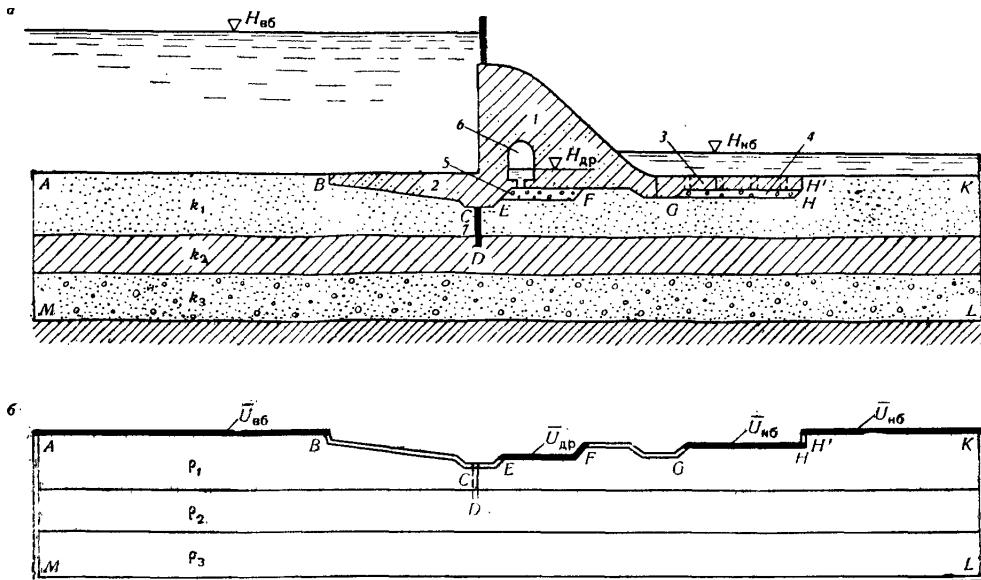


Рис. 86. Переход от фильтрационной схемы к модели ЭГДА для основания гидроузоржения:
а — фильтрационная схема; б — схема модели ЭГДА

При устройстве электролитической модели по контурам с заданным потенциалом устанавливаются шины; непроницаемые границы выполняются из стекла, плексигласа, пластилина и т. п.; непроницаемые шпунтовые завесы моделируются тонкой стенкой из изолятора (эбонита, целлулоида и т. п.); проницаемые завесы можно моделировать непроницаемой стенкой, на которую наклеиваются пластины, соединяемые через сопротивления

$$R_3 = \frac{\alpha_k \delta_3}{\delta_3 k_3 \Delta N_3}, \quad \alpha_k = k \rho_s, \quad (25)$$

где ΔN_3 — длина участка завесы, приходящегося на данное сопротивление; ρ_s и δ_3 — удельное сопротивление и толщина слоя электролита в данном месте (рис. 85, б).

Построение модели ЭГДА проиллюстрируем на примере сооружения, схему которого с фильтрационной схемой основания см. на рис. 86. К телу плотины 1 с верховой стороны примыкает непроницаемый экран 2, а с низовой стороны — водобой 3, перфорированный отверстиями для сообщения дренажа 4 с нижним бьефом; под телом плотины также располагается горизонтальный дренаж 5, из которого устраивается вывод в потерну 6, уровень в которой путем откачки воды поддерживается ниже уровня нижнего бьефа ($H_{dp} < H_{nb}$); в состав подземного контура входят шпунтовая завеса 7. Основание плотины состоит из трех горизонтальных слоев, причем для подобия натурных и модельных сред должно быть $k_1 \rho_1 = k_2 \rho_2 = k_3 \rho_3$. При составлении фильтрационной схемы линия AB будет линией с заданным напором H_{be} , линия BC — непроницаемой границей, верховой шпунт CD должен моделироваться с учетом его проницаемости (поскольку он целиком прорезает хорошо проницаемый верхний слой), линия $C'E$ будет непроницаемой границей, линия EF — контуром с заданным напором H_{dp} , линия FG — непроницаемой границей, линии GH и HK (за исключением небольшого непроницаемого участка HH') будут контурами с заданным напором H_{nb} .

§ 3. ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ РАСЧЕТЫ ЗАЩИТНОГО И ГИДРОТЕХНИЧЕСКОГО ДРЕНАЖА

Дренажи — очень сильное средство управления фильтрационным потоком в районе гидро сооружений. По расположению и назначению выделяются защитные береговые дренажи, устраиваемые вдоль берегов водохранилищ, главным образом для защиты прилегающей территории от подтопления, и гидротехнические дренажи, устраиваемые под сооружениями, главным образом для улучшения условий устойчивости основания сооружения.

1. Расчеты защитного берегового дренажа

Береговой защитный дренаж конструктивно делается вертикальным (в виде ряда вертикальных скважин), горизонтальным (в виде горизонтальной дрены) или комбинированным (в виде горизонтальной дрены, усиленной самоизливающимися скважинами).

Построение расчетных зависимостей для такого дренажа основывается на использовании метода фильтрационных сопротивлений, общие положения которого применительно к контурным системам скважин изложены в § 4 гл. VI. Согласно этой методике ряд скважин может быть заменен эквивалентной траншеей с уровнем H_l , связанным с уровнем в скважине H_c зависимостью (74 гл. VI), которую можно также записать, введя удельный приток q_c к линии скважин

$$H_l - H_c = \frac{q_c}{T} L_{kc}, \quad L_{kc} = \sigma f_{kc}, \quad (26)$$

причем величина L_{kc} представляет собой расчетную длину потока зоны резкой деформации вблизи контура скважин.

Аналогичная методика применима и для горизонтальных дрен, вблизи которых создается дополнительное сопротивление, обусловливаемое их гидродинамическим несовершенством. В этом случае напор в эквивалентной траншее, соответствующий среднему уровню на линии дренажа H_l , связывается с напором в дрене H_d соотношением

$$H_l - H_d = \frac{q_d}{T_d} L_{nd}, \quad (27)$$

где q_d — удельный двухсторонний приток к дрене; T_d — проводимость пласта под дренажом (в пределах мощности пласта под дреной); L_{nd} — эквивалентная длина зоны несовершенства дренажа, которая определяется степенью несовершенства дренажа и неоднородностью строения водоносного пласта.

Ниже приводятся расчетные зависимости для типовых случаев строения пласта при сравнительно небольших размерах дрены, когда ее можно заменить эквивалентной круговой дреной с расчетным диаметром $d_d = 0,56 P_d$, где P_d — смоченный периметр дрены (под уровнем воды в ней). В этом случае для дрены в однородном пласте (рис. 87, а) при $d_d < t_d$ получим [23]

$$L_{nd} = 0,73 t_d \lg \frac{2t_d}{\pi d_d}, \quad (28)$$

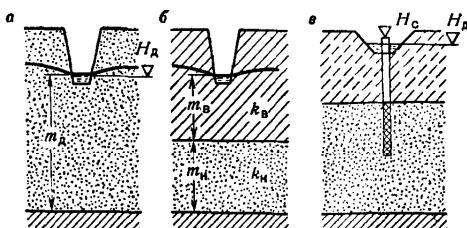


Рис. 87. Горизонтальные и комбинированные дрены в водоносных пластах различного строения:

а — горизонтальные дрены в пластах однородного строения; б — то же, двухслойного; в — комбинированный дренаж

а для дрены, расположенной в верхнем слое двухслойного пласта (рис. 87, б) при $k_b < 0,1k_h$ и $d_d < m_b$ имеем

$$L_{нд} = 0,73 \frac{k_h m_h}{k_b} \lg \frac{8m_b}{\pi d_d}. \quad (28a)$$

Для приближенного определения дополнительного сопротивления комбинированного дренажа (рис. 87, в) можно использовать принцип автономности местных сопротивлений, считая местные сопротивления контура скважин и дрены независимыми друг от друга [23]. В этом случае для удельного притока q_c к контуру скважин и q_d к дрене остаются справедливыми зависимости (26) и (27). Записывая аналогичную зависимость для комбинированного дренажа

$$H_k - H_d = \frac{q_{kd}}{T} L_{kd}, \quad q_{kd} = q_c + q_d, \quad (29)$$

где L_{kd} — эквивалентная длина комбинированного дренажа, нетрудно найти, что при $H_c = H_d$ будет

$$\frac{1}{L_{kd}} = \frac{1}{L_{kc}} + \frac{1}{L_{nd}}, \quad L_{kc} = \frac{L_{kc} L_{nd}}{L_{kc} + L_{nd}}. \quad (30)$$

При $H_c \neq H_d$ надо, кроме того, вместо H_d вводить в (29) расчетный напор комбинированного дренажа, определяемый формулой

$$H_{kd} = \left(\frac{H_d}{L_{nd}} + \frac{H_c}{L_{kc}} \right) L_{kd}. \quad (31)$$

Таким образом, можно для любого контурного дренажа использовать зависимость, связывающую уровень H_l в эквивалентной траншее и уровень H_d в дренаже, вида

$$H_l - H_d = \frac{q_d}{T_d} L_d, \quad (32)$$

где q_d — удельный двухсторонний приток к дрене (на единицу его длины); T_d — средняя проводимость потока в зоне дренажа; L_d — эквивалентная длина потока, характеризующая гидродинамическое несовершенство дренажа; для ряда скважин $L_d = L_{kc}$, а H_d соответствует напору в скважине H_c ; для горизонтальных дрен $L_d = L_{nd}$, причем величина L_{nd} находится по приведенным выше зависимостям для различных условий строения потока в разрезе; для комбинированного дренажа $L_d = L_{kd}$, а $H_d = H_{kd}$.

Для однородного по вертикали безнапорного потока зависимость принимает вид

$$h_l^2 - h_d^2 = \frac{q_d}{k} L_d, \quad (32a)$$

где h_l и h_d — глубины потока, соответствующие уровням H_l и H_d .

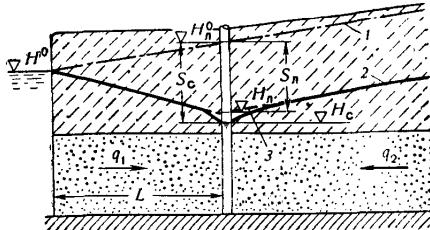


Рис. 88. Ряд скважин вдоль реки:

1 — исходная кривая депрессии; 2 — пониженная; 3 — средние уровни в прискважинной зоне

В качестве примера рассмотрим стационарную задачу для ряда скважин или дренажей большой протяженности, расположенных вдоль реки (рис. 88), когда можно пренебречь влиянием обходного потока на концевых участках ряда и считать, что дренажный контур имеет неограниченную длину. Вывод зависимостей дадим для схемы потока с постоянной (неизменной) проводимостью, имея в виду, что переход к аналогичным зависимостям для схем безнапорного потока (схема Дююи) может быть осуществлен по общим правилам (30 гл. VI).

При решении этой задачи будем считать, что до устройства дренажа имел место естественный поток с удельным расходом q_e ; образуемым за счет инфильтрационного питания, размер которого не изменяется и после устройства дренажа.

Следуя рекомендуемому порядку составления расчетных зависимостей по методу сопротивлений (см. § 4 гл. VI), заменим линию скважин траншеей с уровнем H_l . Эта траншея разделяет полосу на две зоны: первую между контурами реки и дренажа и вторую между дренажом и верховым контуром (с заданным расходом потока $q_2 = q_e$), причем в каждой зоне поток будет иметь линейный в плане характер. Удельный приток q_1 к эквивалентной траншее в зоне 1 (со стороны контура питания) будет

$$q_1 = T \frac{H^0 - H_l}{L}, \quad (33)$$

причем величина расчетного расстояния до контура питания устанавливается с учетом сдвига уреза водоема на величину ΔL , учитывающую сопротивления его ложа.

В зоне 2 от верховой границы притекает расход $q_2 = q_e$, размер которого может быть определен в естественных условиях. Уравнение баланса на линии дренажа имеет вид

$$q_d = q_1 + q_e = T \frac{H^0 - H_l}{L} + q_e, \quad (34)$$

причем для ряда скважин $q_d = q_c = Q/\sigma$. Уравнения (34) и (32) составляют замкнутую систему, позволяющую определить основные элементы фильтрационного потока. Если из этой системы исключить уровень на линии H_l , то получим уравнение, связывающее удельный приток к дренажу q_d с напором в дрене H_d или дебит скважин Q с напором в скважине H_c :

$$q_d = \frac{T (H^0 - H_d) + q_e L}{L + L_d}; \quad Q = \frac{T (H^0 - H_c) + q_e L}{L + L_{kc}} \quad (35)$$

Понижение уровня воды за дренажом при $T = \text{const}$ будет равным среднему понижению на линии $H_d^0 - H_d$ (где H_d^0 — естественный уровень воды на линии дренажа). Решение этой задачи для ряда скважин другим путем было получено Ф. Форхгеймером [20], который обратил также внимание на формальную связь между зависимостями для притока к ряду скважин и траншее, но не сделал из этого методических выводов. Для несовершенной дренажной задачи рассматривалась С. Ф. Аверьяновым [2] и Н. К. Гиринским [5], причем последним на основе ее решения сформулированы основные идеи метода фильтрационных сопротивлений для расчета горизонтального дренажа.

2. Моделирование защитного дренажа

На моделях вдоль контурных линий дренажа должно выполняться условие (32), которое реализуется введением дополнительного сопротивления, соответствующего длине потока L_d . На бумажной модели учет этого сопротивления осуществляется подклейванием листа бумаги (рис. 89, а), размер которой b задается пропорциональным L_d ; при удельном сопротивлении этого листа ρ_d получим формулу

$$\delta_d = \frac{\rho_m}{\rho_d} \frac{L_d}{\alpha_l}. \quad (36)$$

При расчетах сеток сопротивлений на интеграторах учет гидродинамического несовершенства по упрощенной схеме в условиях плановой задачи производится путем добавления в узел блока, включающего дрену, дополнительного фильтрационного сопротивления Φ^0 (рис. 89, б), величина которого определяется по формуле

$$\Phi^0 = \frac{L_d}{TN_d}, \quad (37)$$

где N_d — длина участка дрены в пределах данного блока, (для линейных в плане задач $N_d = 1$ м).

При моделировании берегового дренажа такая методика может вызвать технические сложности, если дрена расположена близко к границе модели. В этом случае лучше использовать другую методику, основанную на том, что расход q'_d , приходящий к дрене со стороны водоема, здесь будет значительно больше расхода q''_d со стороны берега, так что в первом приближении можно считать

$$q_d \cong q'_d \cong T \frac{H^0 - H_d}{L + L_d}, \quad (38)$$

а используя общую зависимость (32), для величины H_l получим формулу

$$H_l = H_d + \frac{H^0 - H_d}{L + L_d} L_d. \quad (39)$$

Рассчитав по формуле (39) значения H_l , следует вдоль линии дренажа наложить шину с переменным потенциалом, соответствующим значениям H_l . Этот расчет может быть уточнен, если по данным моделирования, проведенного в первом приближении, определить удельный расход с береговой стороны q''_d и во втором приближении найти H_l согласно (32) при

$$q_d = q''_d + T \frac{H^0 - H_l}{L}, \quad (40)$$

причем в (40) H_l задается по данным первого приближения.

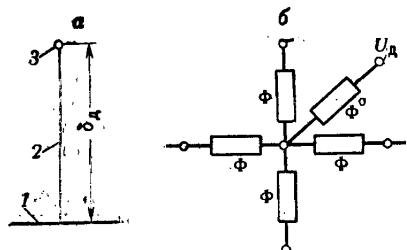


Рис. 89. Моделирование контурных линий дренажа:
а — на сплошной бумажной модели: 1 — основной лист модели, 2 — дополнительный лист, моделирующий местное сопротивление контура, 3 — шина с потенциалом, соответствующим уровню в дрене; б — на сеточной модели

3. Расчеты гидротехнического дренажа

Конструкция и расположение гидротехнического дренажа зависят от геологического строения дренируемого основания сооружения и задач, решаемых при помощи дренажа. В частности, горизонтальный дренаж делается при сравнительно однородном строении основания или при наличии непосредственно под сооружением хорошо проницаемого слоя. При расположении сооружения на сравнительно слабо проницаемом слое, экранирующем более глубокие проницаемые слои, рациональнее может оказаться вертикальный дренаж.

При достаточно большом удалении дренажа от начала и конца подземного контура сооружения (более чем на половину мощности основания) для расчетов гидротехнического дренажа также целесообразно применять метод фильтрационных сопротивлений. В качестве примера такой методики рассмотрим вывод расчетных зависимостей для условий фильтрации под пойменной земляной плотиной или дамбой обвалования при двухслойном строении основания (рис. 90). При отсутствии дренажа в таких условиях обычно происходит подтопление нижнего бьефа и возможна даже потеря устойчивости основания за счет взвешивающего влияния восходящего фильтрационного потока [1, 4, 25]. Здесь целесообразен комбинированный дренаж, состоящий из горизонтальной дрены и самоизливающихся скважин.

В этом случае фильтрационный поток делится дреной на две части: верховую и низовую, с удельными расходами q_1 и q_2 . Верховая часть потока состоит из двух фрагментов: входного и линейного потоков. Для удобства расчета входной фрагмент можно заменить эквивалентным линейным потоком длиной ΔL , причем величина ΔL здесь зависит от размеров и соотношения проницаемостей элементов входного фрагмента. Например, при двухслойном строении основания величину ΔL можно считать по формуле (39 гл. VI), не учитывая в первом приближении экранирующего влияния верхового клина дамбы,

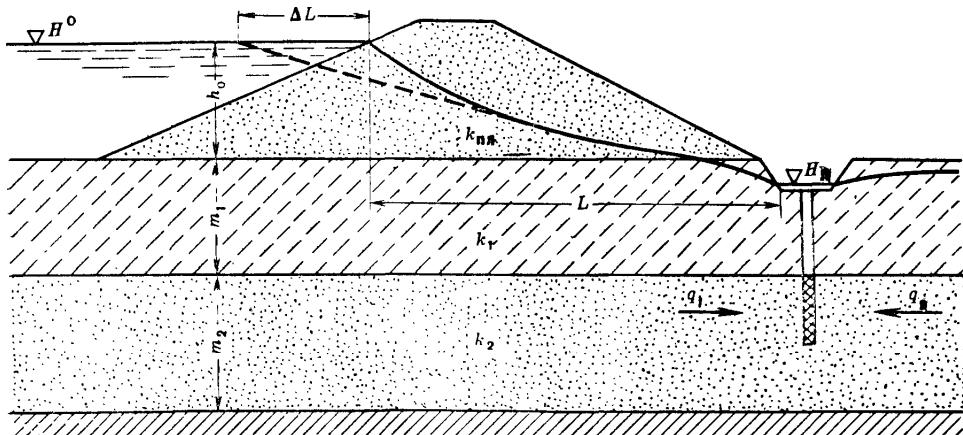


Рис. 90. Комбинированный дренаж в нижнем бьефе земляной дамбы

т. е. при $k_0 = k_1$, $m_0 = m_1$, $T = k_1m_1 + k_2m_2$. В случае одинаковой проницаемости тела плотины и основания ($k_{\text{пл}} = k_1k_2$) можно, пренебрегая влиянием уклона верхнего откоса, считать $\Delta L = 0,44(m_1 + m_2 + h_0)$.

Далее на основе метода фильтрационных сопротивлений вертикальный дренаж заменяется эквивалентной горизонтальной траншеей со средним уровнем $H_{\text{л}}$ на линии дренажа, после чего можно записать выражение для расхода верхового потока

$$q_1 = T \frac{H^0 - H_{\text{л}}}{L + \Delta L}; \quad T = k_1m_1 + k_2m_2. \quad (41)$$

Расход q_2 определяется условиями формирования низового потока; в частности, для дамб обвалования можно считать, что величина q_2 равна удельному расходу естественного потока q_e , имевшему место до устройства дамбы. Тогда удельный приток к дренажу будет

$$q_{\text{д}} = q_1 + q_2 = T \frac{H^0 - H_{\text{л}}}{L + \Delta L} + q_e. \quad (42)$$

Связь уровня на линии дренажа $H_{\text{л}}$ и уровня в дрене $H_{\text{д}}$ для комбинированного дренажа выражается уравнением (29), решая которое совместно с (42), получим

$$T \frac{H_{\text{л}} - H_{\text{д}}}{L_{\text{кд}}} = T \frac{H^0 - H_{\text{л}}}{L + \Delta L} + q_e, \quad (43)$$

откуда следует формула для определения уровня на линии дренажа

$$H_{\text{л}} = \left(H_{\text{д}} + H^0 \frac{L_{\text{кд}}}{L + \Delta L} + \frac{q_e}{T} L_{\text{кд}} \right) \frac{L + \Delta L}{L + \Delta L + L_{\text{кд}}}. \quad (44)$$

После этого согласно (42) находится удельный приток к дренажу.

Линии пьезометрических напоров по основанию нижнего слоя являются прямыми с уклонами $I_1 = \frac{H^0 - H_{\text{л}}}{L + \Delta L}$ в верховой части и $I_2 = \frac{q_e}{T}$ низовой. Вблизи дренажа в прямолинейное распределение напоров вводятся поправки, определяемые деформацией потока вблизи скважин [23, 25].

Обычно такой дренаж проектируется из условия отсутствия подтопления в низовой части; тогда следует подобрать параметры дренажа с таким расчетом, чтобы пьезометрические напоры в основании были ниже поверхности земли.

Глава XII

ЗАДАЧИ ГИДРОГЕОМЕХАНИКИ ПРИ ПОДЗЕМНОЙ РАЗРАБОТКЕ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Детальное рассмотрение весьма разнообразных и подчас исключительно сложных задач гидрогеомеханики при подземной разработке месторождений полезных ископаемых выходит за рамки настоящей монографии. Поэтому, следуя общей идеи работы, мы коснемся здесь более подробно тех механических задач, решение которых немыслимо без учета водного фактора.

Значение подземных вод в напряженно-деформированном состоянии массива горных пород вблизи подземных горных выработок в целом является еще более важным, чем вблизи открытых (см. § 2 гл. X). Объясняется это в первую очередь тем, что проходка подземных выработок часто не оказывает заметного дренирующего влияния на водоносные горизонты и не сопровождается специальными дренажными мероприятиями ввиду изолирующего действия (истинного или неверно предполагаемого) относительных водоупоров; поэтому напоры вблизи горных выработок нередко остаются практически несниженными, сохраняя в глубоких горизонтах весьма высокие давления. В то же время предварительный дренаж водоносных горизонтов и устранение столь мощного взвешивающего влияния подземных вод не могут не учитываться при расчетах горного давления.

§ 1. ВЛИЯНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД НА УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

Проходка подземных горных выработок и выемка полезного ископаемого под реками, озерами, мощными водоносными горизонтами и т. п. всегда сопряжена с необходимостью предварительного прогноза возможности прорыва воды на рабочие горизонты. Основным фактором, определяющим степень опасности такого прорыва, являются в большинстве случаев защитные свойства относительно водоупорных пластов, отделяющих горные выработки от водного объекта. На практике наиболее часто встречаются две задачи: а) оценка возможности прорыва воды в подготовительные (линейные) выработки, проходимые под (или над) мощным водоносным горизонтом, и б) оценка возможности прорыва или интенсивного поступления воды в выработанное пространство при выемке полезного ископаемого под водными объектами.

Принципиальное отличие этих двух задач друг от друга заключается в том, что в первой из них структуру и механические свойства водоупорных пластов можно в первом приближении полагать отвечающими исходной природной обстановке, в то время как решение второй задачи должно обязательно принимать во внимание изменения структуры и механических свойств в процессе сдвижения пород над выработанным пространством. Вторая задача рассматривается в § 2. Здесь же мы займемся вопросами оценки опасности прорыва воды в линейные горные выработки. Наличие напорных вод в кровле или в подошве таких выработок заметно влияет на величину горного давления, изменяя ее на десятки и сотни процентов¹, а нередко может явиться фактором, полностью определяющим устойчивость выработок (деформации при прорывах подземных вод).

Возможные теоретические пути учета силового воздействия подземных вод в этих условиях достаточно ясны. В соответствии со сформулированными

¹ Важно отметить, что степень передачи давления от веса вышерасположенных пород на какой-либо слой, прилежащий к выработке, может существенно меняться (уменьшаться) в результате упруго-пластического деформирования пород по направлению к горной выработке; между тем силовое воздействие воды на породы от этих деформаций в большинстве случаев практически не меняется, что еще более увеличивает относительное значение этого воздействия в общей картине напряженного деформированного состояния пород.

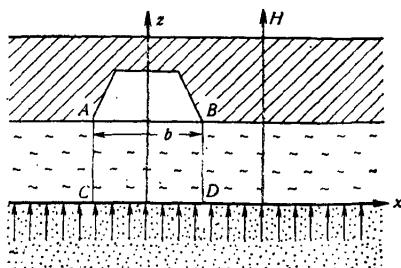


Рис. 91. Схема к оценке гидродинамических сил

выше (см. § 3 гл. VII) общими принципами они сводятся к двум возможным способам в зависимости от принятой общей схемы расчета горного давления: по первому способу воздействие воды учитывается действительными объемными силами, по второму — фиктивными контурными; однако применение второго способа в задачах об устойчивости подземных выработок следует проводить с определенной осторожностью.

Рассмотрим, например, задачу об устойчивости штрека, в почве которого залегает водоупорный слой, отделяющий штрек от напорного водоносного горизонта (рис. 91). Прогноз возможности прорыва воды в штрек базируется обычно на оценке устойчивости (на изгиб — растяжение) толстой плиты $ABCD$, находящейся под действием объемных сил — гидродинамических (направленных вертикально вверх) и сил собственного веса взвешенных глинистых пород (направленных вертикально вниз); суммарная объемная сила, приходящаяся на единицу объема породы мощностью m , равна

$$\gamma_{\Phi} = -\gamma_B + \gamma I = -(\Delta - \gamma)(1-p) + \gamma \frac{H-m}{m} = \frac{-\gamma_n m + \gamma H}{m}, \quad (1)$$

где I — градиент напора; H — напор на кровлю водоносного пласта.

В то же время воздействие воды аналогично § 3 гл. VII можно свести здесь к условной контурной силе $\Phi = \gamma \cdot H$, приложенной к нижней грани плиты¹. Так как в этом случае в расчет вводится вес пород вместе с заключенной в них водой, то удельная результирующая контурная сила, действующая (снизу вверх) на единицу площади поверхности CD , равна

$$f = -\gamma_n m + \gamma H, \quad (2)$$

что совпадает по величине и направлению с результирующей объемных сил, просуммированных по толщине плиты m . Однако результат действия рассмотренных двух систем сил будет идентичным лишь до тех пор, пока мы оцениваем плиту как абсолютно жесткое сплошное тело, не претерпевающее формоизменения вплоть до момента разрушения. На самом же деле данная плита (глинистый

¹ Вообще говоря, для глин, не передающих гидростатическое давление (§ 2 гл. I), представление силового воздействия воды контурной силой отвечает реальной физической картине. Однако из-за отсутствия надежного критерия для выделения глин такого типа и в этом случае целесообразно, очевидно, ориентироваться на объемное представление.

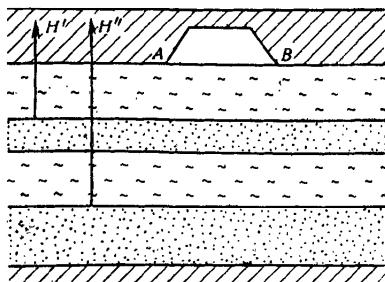


Рис. 92. Схема защитного пласта, включающего в одиночный прослой

пласт) всегда характеризуется скрытой или явной слоистостью, так что при изгибе начинается взаимное смещение (скольжение) слоев; ясно, что деформирование такой системы может быть правильно описано лишь путем исследования фактического напряженного состояния каждого слоя, т. е. с использованием зависимости (1), но никак не (2). Для подтверждения соплемемся на интересные исследования Г. Н. Кузнецова [5] на моделях из эквивалентных материалов. Им было, в частности, показано, что деформации и предельная прочность слоистой консольной балки существенно зависят от соотношения мощностей отдельных слоев, а также величин угла внутреннего трения и сцепления по их контактам. Кстати, исследование данной задачи на моделях из эквивалентных материалов может быть вообще весьма плодотворным. Важно, что при этом учет водного фактора не вносит никаких осложнений в методику моделирования: достаточно принять расчетный объемный вес пород равным γ_0 .

Еще более очевидные доказательства необходимости самого осторожного подхода к задачам устойчивости кровли или подошвы подземных горных выработок дает пример, иллюстрируемый рис. 92. Наличие в глинистом пласте тонкого прослойка песков, содержащего напорную воду, приводит к тому, что нижняя половина пласта деформируется отдельно от верхней¹, а так как прочность балки пропорциональна квадрату ее толщины, то наличие указанного прослойка снижает прочность рассматриваемой системы в 4 раза по сравнению с тем случаем, когда вся балка оценивается на устойчивость как единое целое.

Сделаем некоторые выводы практического характера. Расчетные методы, оценивающие устойчивость на изгиб — растяжение пород в кровле или подошве горных выработок под действием напорных вод путем замены объемных сил контурными, во многих случаях не отвечают реальному механизму деформирования слоистых толщ². К этому следует добавить неопределенность строения расчетного защитного пласта и его расчетных прочностных характеристик: в формулы входит сопротивление массива горных пород на растяжение, которое обычно практически невозможно оценить заранее даже ориентировочно (см. § 1 гл. II). Последнее затруднение, правда, может быть в какой-то мере

¹ Если предположить, что до момента прорыва воды напоры в прослойке не зависят от деформаций.

² В частности, это относится к широко рекомендуемым формулам В. Д. Слесарева [10, стр. 411].

устранено путем обратных расчетов прочности по данным о фактических прорывах или по результатам специально поставленных полевых экспериментов. Сошлемся, например, на интересные опыты ВНИМИ в Подмосковном угольном бассейне, в которых предельная прочность водоупора над выработкой оценивалась по максимальному давлению воздуха, нагнетаемого в соседний водоносный пласт. Ясно вместе с тем, что подобные эксперименты и наблюдения не могут являться основой для проектирования новых объектов.

На практике, однако, положение не столь безнадежно, как могло бы показаться из приведенных соображений. Дело в том, что оценка возможности прорыва (если она не очевидна) интересует нас обычно для условий, когда толщина балки (мощность водоупорного слоя) вполне соизмерима с длиной ее пролета (шириной линейной выработки). Тогда, если исключить случаи, подобные показанным рис. 92, балка работает скорее на срез, чем на растяжение; соответствующая расчетная схема заметно упрощается и, что самое главное, исходные параметры прочности массива могут быть оценены значительно точнее, чем для случая изгиба. Действительно, рассматривая предельное равновесие блока $ABCD$ (см. рис. 91) на срез по поверхности AC и BD , можно с учетом (1) без труда получить следующую формулу для предельного напора $H_{\text{пр}}$:

$$H_{\text{пр}} = \frac{m}{\gamma} \left(\gamma_{\text{п}} + \frac{2c}{b - \xi m \operatorname{tg} \rho} \right), \quad (3)$$

где c — сцепление; ρ — угол внутреннего трения; ξ — коэффициент бокового давления; $b > \xi m \cdot \operatorname{tg} \rho$, в противном случае балка заведомо устойчива.

Кстати, отсюда следует, что нередко практикуемый [10, стр. 411] расчет по формулам типа

$$H_{\text{пр}} = \frac{m}{\gamma} \left(\gamma_{\text{п}} + \frac{2\tau_c}{b} \right), \quad (4)$$

где τ_c — общее сопротивление сдвигу, полученное по наблюдениям или полевым экспериментам, для глинистых грунтов с заметно выраженным трением неприемлем, так как не учитывает зависимость сил трения от изменения эффективного давления, и уж совсем недопустимо оценивать возможность прорыва в штреек по широко практикуемому критерию

$$H_{\text{пр}} = \frac{m}{\gamma} \gamma_{\text{п}}. \quad (4a)$$

Приведенные оценки позволяют в какой-то мере подойти к вопросу о прогнозе устойчивости пород в кровле или почве подземной выработки по отношению к силовому воздействию воды. Однако для надежного инженерного решения этой проблемы предстоит еще очень многое сделать: это ясно и из отмеченных выше недостатков расчетных схем и из необходимости учета таких важнейших для рассмотренных процессов факторов, как реологические свойства глинистых пород, изменение свойств пород во времени в результате набухания или выветривания, взаимодействие пород с крепью горных выработок¹ и др. Важней-

¹ Кстати, только что рассмотренная схема «работы» пород вблизи выработки на сдвиг позволяет наиболее четко учесть в общей расчетной модели как реологические свойства пород, так и «степень передачи» силового воздействия воды на крепь выработки.

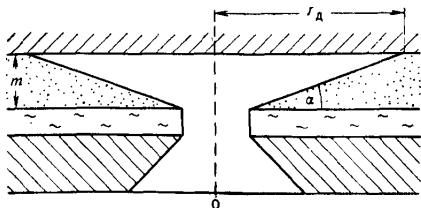


Рис. 93. Схема прорыва к кровле горной выработки

шее место в исследованиях этой проблемы должно отводиться полевым наблюдениям и экспериментам, а также моделированию на эквивалентных материалах.

До сих пор мы занимались оценкой условий предотвращения прорыва. Гораздо большие сложности сопряжены с оценкой последствий прорыва, которая должна учитывать вынос рыхлого материала и размеры зоны, захваченной выносом.

Пусть прорыв происходит в кровле выработки (рис. 93). Тогда ориентировочно можно считать, что процесс выноса песка из водонасыщенного слоя закончится, когда подводный угол откоса эрозионной воронки α уменьшится до величины, устойчивой на выпор (см. § 4 гл. X). Считая угол α достаточно малым ($\cos \alpha \approx 1$), из формулы (13 гл. X) получим

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m}{r_d} \approx \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_b} I_{cp} \right) \operatorname{tg} \rho, \quad (5)$$

где средний выходной градиент $I_{cp} = \frac{Q}{k \cdot F} \approx \frac{Q}{\pi k r_d^2}$; F — площадь боковой поверхности воронки (при малых углах $F \approx \pi r_d^2$).

Таким образом, если под Q понимать наблюденную величину притока к участку прорыва, соответствующую моменту практического прекращения выноса песка в выработку, то формула (5) дает возможность определить ориентировочную величину r_d .

Подобная весьма упрощенная схема будет, очевидно, приводить к более менее реальным результатам при обработке данных наблюдений за прорывом в несцепментированных песках в условиях достаточно больших притоков, когда есть основания предполагать, что воронка в основном остается затопленной, т. е. поверхностный размыв, подобный оплынию откосов (см. § 4 гл. X), отсутствует. Если последнее предположение не представляется достаточно обоснованным, то, очевидно, приходится вести расчет аналогично случаю оплыния песчаного откоса, хотя такой расчет будет передко давать очень большие запасы.

Оценка последствий прорыва в почве штранка или в забое шахтного ствола еще более неопределенна, ибо в этом случае нарушенная зона остается заполненной взвешенным песком. В отличие от предыдущей задачи в подобных условиях, очевидно, наиболее разумно полагать, что размеры зоны песков, захваченных деформированием, определяются в основном теми притоками, которые наблюдались в первый момент прорыва. Считая в таком варианте, что фильтрация вблизи участка прорыва носила в первые моменты сферический характер, можно определить средний градиент фильтрации как функцию радиальной координаты r , рассчитать суммарную вертикальную составляющую фильтрационных сил в пределах полусфера радиуса r и приравнять ее весу (взвешенного) песка в пределах этой полусфера; тем самым определятся ориентировочный размер r_d зоны песка, захваченного деформированием.

Конечно, приведенные здесь рассуждения ни в коей мере не могут претендовать на точность и универсальность: они лишь дают некоторые представления о сложности проблемы и о возможных путях инженерного подхода к ее решению.

По контрасту с рассмотренной задачей, где силовое воздействие подземных вод является неблагоприятным инженерным фактором, кратко остановимся на использовании искусственно создаваемого гидростатического давления и увлажнения в целях борьбы с горными ударами. Горнякам хорошо известно, что вследствие концентрации напряжений вблизи горной выработки возникает зона так называемого опорного давления, заметно превышающего

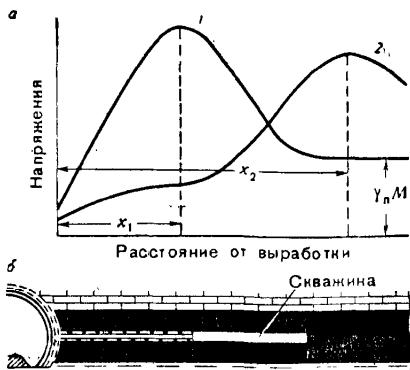


Рис. 94. Перераспределение напряжений при нагнетании воды в пласт:
а — график напряжений: 1 — до нагнетания, 2 — после нагнетания; б — разрез угольного пласта

вес вышележащих пород $\gamma_n M$ (рис. 94). В результате порода перед забоем горизонтальной выработки испытывает действие дополнительных сжимающих напряжений. Если деформации пород в призабойной зоне, приводящие к постепенной релаксации напряжений, «не успевают» за ростом напряжений, то это приведет к резкому возрастанию потенциальной энергии упругого сжатия горных пород, которая может реализоваться в виде «мгновенной» скачкообразной (нередко катастрофической) деформации — горного удара.

Распространенной профилактической мерой по предотвращению горных ударов в угольных пластах является нагнетание воды в пласт через опережающие скважины под высоким давлением; желательно, чтобы давление нагнетания в данной точке приближалось к горному давлению, но оставалось все же ниже его во избежание гидроразрыва пласта, после которого нагнетаемая вода обычно начинает поступать в выработку и давление нагнетания резко падает. При качественно же проведенном нагнетании трещины в угле расширяются, проницаемость углей заметно возрастает и зона распространения воды по трещинам измеряется метрами и десятками метров (за несколько часов). Если скважина пересекает зону максимума опорного (эффективного) давления, то последнее может быть в момент нагнетания заметно понижено за счет гидростатического (нейтрального) давления на стеники трещин. В результате соответствующего снижения сил трения в породе происходят микроподвижки по трещинам, так что к концу нагнетания опорное давление вследствие релаксации напряжений оказывается заметно сниженным, а максимум его отодвигается в глубь массива (см. рис. 94). Этому способствует в неменьшей мере и повышение пластических свойств углей в результате водонасыщения. И то, и другое приводит к резкому снижению опасности горного удара, что хорошо подтверждается, например, опытом эксплуатации Ткибульского месторождения [9].

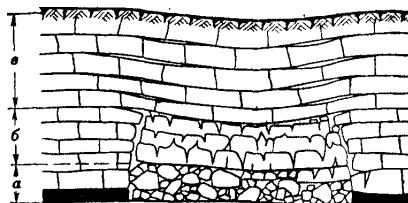
§ 2. ИЗУЧЕНИЕ УСЛОВИЙ ВЫЕМКИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ ПОД ВОДНЫМИ ОБЪЕКТАМИ¹

Кровля, подошва и стены выработок всегда смещаются в сторону выработанного пространства. Процесс такого смещения (сдвижения) сопровождается деформациями окружающих выработку пород. Характер деформаций определяется прежде всего размерами выработки, степенью ее закладки, а также прочностью пород и материала закладки. Эти деформации приводят к возникновению в горных породах новых трещин и соответственно к увеличению их водо-

¹ В данном случае под водными объектами понимаются открытые водоемы на земной поверхности, поймы рек, мощные водоносные горизонты и затопленные выработки, обеспечивающие угрожающие притоки воды.

Рис. 95. Схематический разрез подработанной толщи осадочных горных пород:

a — зона обрушения, *b* — зона трещин, *c* — зона прогиба



проницаемости. Наблюдения показывают, что трещины в подработанном массиве могут далеко уходить от кровли очистной выработки, пересечь при этом все вышележащие водоупорные слои до границы водного объекта и обеспечить тем самым приток в выработку в недопустимых по техническим условиям объемах. В целях предупреждения этого нежелательного явления под водными объектами оставляются предохранительные целики, в которых консервируются громадные запасы полезных ископаемых.

Проблема выемки полезных ископаемых из предохранительных целиков под водными объектами наиболее остро стоит на пластовых месторождениях с пологими углами падения, так как именно здесь потери полезных ископаемых в целиках наибольшие. Такие месторождения теперь разрабатываются по возможности длинными столбами с полным обрушением кровли и лишь в крайних случаях — с различной степенью закладки выработанного пространства.

При обрушении или оседании кровли очистной выработки образование трещин в подработанном массиве горных пород прежде всего зависит от их физико-механических свойств и вынимаемой мощности пласта. Чем меньше относительные деформации выдерживает порода без разрыва силоности и чем больше вынимаемая мощность полезного ископаемого, тем интенсивнее трещиноватость. При этом ближайшие к выработанному пространству слои обрушаются в беспорядке; мощность зоны беспорядочного обрушения (рис. 95) в твердых породах может в 3—4 раза превышать вынимаемую мощность пласта, но в достаточно пластичных мягких породах эта зона может вообще отсутствовать. Занимая после сдвигаения больший объем, чем в естественном сложении, породы «зоны обрушения» поддерживают вышележащие слои и способствуют сохранению в них слоистой структуры. Нижняя группа этих слоев, в которых образуются дополнительные трещины расслоения, а также сквозные трещины, секущие слои перпендикулярно напластованию, относятся ко второй зоне — «зоне трещин». Слои, залегающие над двумя первыми зонами, прогибаются без разрывов, с образованием лишь трещин расслоения; они относятся к «зоне прогиба» [1, стр. 10—11].

Очевидно, в зоне обрушения водопроницаемость будет практически неограниченной. В зоне трещин возникает комплекс водопроводящих полостей из новых и расширенных старых трещин, нормальных к напластованию, а также трещин расслоения. Благодаря этому проницаемость в зоне трещин увеличивается во много раз по сравнению с естественной и устанавливается тесная гидравлическая связь всех слоев с зоной обрушения. Зона трещин обладает меньшей проницаемостью и ярко выраженной анизотропией.

Выше, в зоне прогиба, продольные деформации в слоях невелики и проницаемость по нормали к слоистости в них практически не отличается от естественной. Водоупорные слои здесь сравнительно надежно изолируют залегающие над ними водоносные слои от интенсивного дренажа в сторону выработки. Нужно заметить, что, так как градиенты напора между сдвинутыми слоями зоны трещин и изолированными водоносными слоями зоны прогиба станут значительно выше, чем до их подработки, то, вообще говоря, можно ожидать усиления перетекания из верхних слоев в нижние с соответствующим снижением напоров в верхних слоях. Практика, однако, показала, что в типичных угленосных толщах напоры в слоях зоны прогиба изменяются очень медленно и практически мало отличаются от естественных напоров [11].

Если же в пределах зоны трещин есть хотя бы один слой достаточно пластичных пород, способный выдержать возникающие здесь деформации без разрыва сплошности, то все расположенные над ним деформированные слои независимо от степени их трещиноватости не имеют тесной гидравлической связи с выработкой и практически не влияют на приток в нее. Таким образом, в общем случае зона трещин не совпадает с зоной трещин, гидравлически связанных с выработкой (именуемой для краткости зоной водопроводящих трещин).

Представляется возможным разделить всю толщу подработанных слоистых пород на два комплекса: верхний, практически не имеющий гидравлической связи с выработкой, и нижний, имеющий такую связь. Определение в натуре границы между этими комплексами имеет большое практическое значение, так как, во-первых, дает возможность определить глубину безопасной подработки водных объектов, а, во-вторых, позволяет значительно повысить точность прогноза притока в лавы или шахты путем выделения из всей подработанной толщи только тех водоносных слоев, которые дренируются очистными выработками через зону водопроводящих трещин. Этот момент следует особо подчеркнуть, ибо до самого последнего времени в практике используются расчетные схемы для оценки притоков в подземные очистные выработки, как в «глубокие ямы», вскрывающие все затронутые сдвижением слои. Такие расчетные схемы основаны на неправильном предположении, что за пределами целиков все водоупоры нарушены.

Точность оценки высоты зоны водопроводящих трещин и ее фильтрационного сопротивления прямо влияет на эффективность освоения месторождения, так как обоснованное снижение прогнозной высоты зоны водопроводящих трещин хотя бы на 5 м позволяет сократить потери промышленных руд и углей только на одном месторождении на сотни тысяч тонн.

Между тем теоретически обоснованных количественных зависимостей между величинами деформаций в толще горных пород при сдвижении, с одной стороны, и трещиноватостью или проницаемостью, с другой, — до сих пор не получено. Поэтому самые надежные определения высоты зоны водопроводящих трещин дают натурные гидрогеологические исследования в толщах, подработанных за пределами предохранительных целиков.

Основными гидрогеологическими методами натурных исследований с целью определения высоты зоны водопроводящих трещин пока являются:

а) наблюдения за напорами в подрабатываемых водоносных слоях с помощью пьезометров или за восстановлением уровней в изолированных интервалах скважин;

б) сравнение удельных водопоглощений в скважинах в одних и тех же породах до и после подработки (метод используется в первую очередь для «сухих» опытных участков).

Резкое снижение напора в наблюдаемом слое или увеличение удельного водопоглощения в нем после подработки свидетельствуют о том, что водопроводящие трещины пересекли подстилающий водоупор. Однако непосредственное сравнение удельных водопоглощений или коэффициентов фильтрации, полученных из опытных нагнетаний, может привести к существенным завышениям высоты зоны водопроводящих трещин. Причиной тому являются трещины расслоения, способные существенно увеличивать водоотдающую или

водозахватывающую способность пересекающих их скважин даже при отсутствии гидравлической связи с выработкой. Размеры трещин расслоения в плане могут измеряться десятками и сотнями метров; ориентировочно они могут быть определены из результатов наблюдений за сдвижением толщи. Расстояния между трещинами расслоения в подработанном слоистом массиве уменьшаются с приближением к выработанному пространству и с уменьшением прочности пород. Например, при выемке мощностью около 1,5 м и при прочности пород на сжатие в образцах около 300 кгс/см² расстояние между трещинами расслоения на высоте от 50 до 200 м над выработкой может изменяться соответственно от 5—6 до 10—12 м. Раскрытие этих трещин варьирует от нескольких миллиметров до нескольких десятков миллиметров. Таким образом, трещины расслоения значительно увеличивают водопроводимость вдоль слоистости [11].

Потери напора при движении воды по трещинам расслоения сравнительно невелики. Расчет показывает, что при расходе около 100 л/мин потери напора по трещине расслоения с приведенным радиусом порядка 100 м, с раскрытием всего 1 мм и шероховатостью 0,1 составляют всего 2—3 м вод. ст. Основные потери напора при этом отмечаются на небольшом расстоянии от скважины и практически мало зависят от положения скважины на подработанном участке.

Допуская, что величина потерь напора в трещинах расслоения при опытных нагнетаниях мала, Ф. П. Стрельский [11] проанализировал на объемных моделях ЭГДА поток к скважине, вскрывшей трещину расслоения. Из результатов моделирования следует, что, если радиус трещины расслоения r_t больше мощности водоносного слоя m , то приток в скважину или отток из нее практически не зависят от радиуса скважины r_s . При $r_t > 3m$ более 80% воды поступает в скважину или уходит из нее через внешнюю краевую зону шириной не более $0,15r_t$.

В таких условиях приток к трещине расслоения просто и достаточно надежно оценивается, как для «большого колодца» с радиусом, равным радиусу трещины r_t :

$$Q = 2,73 \frac{\frac{km}{r + r_t} [S_c - S(r)]}{\lg \frac{r + r_t}{r_t} + C}, \quad (6)$$

где $S(r)$ — понижение на расстоянии r от скважины; S_c — понижение в скважине; C — безразмерная величина, выражаяющая дополнительное фильтрационное сопротивление в искаженном трещиной расслоения потоке. По результатам моделирования потока к трещине расслоения, расположенной в центре слоя, $C = 0,125 \frac{m}{r_t}$.

Таким образом, при сравнении удельных водопоглощений до и после подработки необходимо произвести корректировку последних на увеличение водопоглощения за счет трещин расслоения согласно формуле (6). Если и после корректировки расчетное удельное водопоглощение в рассматриваемом интервале скважины на подработанном участке окажется больше, чем до подработки, то данный интервал следует отнести к зоне водопроводящих трещин.

На практике высоту зоны водопроводящих трещин обычно отождествляют с минимально допустимой глубиной горных работ под водными объектами. Однако с таким подходом в общем случае нельзя согласиться: конечным критерием возможности ведения этих работ должны быть величины водопритоков в горные выработки, допустимые по техническим и экономическим соображениям. Понятно, что достаточно ценные полезные ископаемые целесообразно разрабатывать под водными объектами и на глубинах, меньших, чем высота зоны водопроводящих трещин. Однако для обоснования проекта горных работ в этих условиях необходим надежный прогноз изменения водопроницаемости пород по нормали к слоистости в зоне водопроводящих трещин, что является само по себе задачей достаточно сложной, не поддающейся пока аналитическому решению. Поэтому изменение проницаемости пород в пределах зоны водопроводящих трещин исследовалось на моделях из эквивалентных материалов. Модели имитировали слоистую толщу, сложенную как одинаковыми, так и ритмично чередующимися породами, различными по механическим свойствам. Исследованиями установлено, что в обоих случаях увеличение среднего коэффициента фильтрации по нормали к слоистости Δk^1 для части подработанных слоев общей мощностью M , залегающих непосредственно над вынимаемым пластом, выражается зависимостью [3]

$$\Delta k = n \lg \frac{M_t - M_p}{M - M_p}, \quad (7)$$

где M_t — высота зоны водопроводящих трещин; M_p — высота зоны беспорядочного обрушения; n — коэффициент пропорциональности, зависящий от конкретных горно-геологических условий и имеющий размерность коэффициента фильтрации.

По результатам натурных определений водопроницаемости пород над очистными выработками Кузбасса коэффициент n на участках активных сдвижений имел значения в основном от 0,3 до 0,6 м/сут. Есть все основания считать, что величина коэффициента n , или другими словами, водопроницаемость в зоне водопроводящих трещин по нормали к напластованию, не постоянна во времени. Ее изменение протекает с различной интенсивностью, зависящей от физико-механических свойств пород. Изучение характера изменения проницаемости подработанной толщи во времени имеет большое значение для прогнозирования водопритоков в горные выработки при повторных подработках водных объектов и должно являться одним из важных направлений дальнейших исследований.

В заключение заметим, что рассмотренные здесь гидрогоеологические приемы определения высоты зоны водопроводящих трещин — лишь один из примеров широкого круга практических задач геомеханики, решение которых может быть получено путем использования воды как индикатора геомеханических процессов (например, деформаций в толщах горных пород).

§ 3. ОСАДКА ТОЛЩ ГОРНЫХ ПОРОД В РЕЗУЛЬТАТЕ ГЛУБОКОГО ВОДОПОНИЖЕНИЯ И ЕЕ ВЛИЯНИЕ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

Явление сжатия горных пород под влиянием глубокого водопонижения (или нефтеотбора) уже достаточно давно служит предметом изучения инженеров-геологов и нефтяников, в первую очередь в связи с сопутствующим ему оседанием земной поверхности [2, 13]. Результаты исследований в этой области были обобщены на международном симпозиуме в Токио (1969 г.), где, в частности, приводились многочисленные примеры осадок земной поверхности (Техас, Мексико, Токио), измерявшихся метрами и вызывавших деформации наземных сооружений, заболачивание территорий, наступление моря на сушу

¹ Величина Δk осредняет и плановую неоднородность проницаемости в зоне водопроводящих трещин. Наибольшие значения проницаемости в этом смысле отмечаются у внешних границ зоны, наименьшие — во внутренней области.

и другие нежелательные последствия [13]. Здесь уместно рассмотреть значение этого явления в условиях подземных горных работ, когда осадка толщи приводит к тяжелым деформациям крепи выработок [14].

Специфика изучения данного явления применительно к подземным разработкам сводится прежде всего к необходимости дифференцированного прогноза величин деформаций по отдельным слоям (горизонтам) с целью установления требований к податливости крепи горных выработок. Другая важная особенность — необходимость прогнозирования ожидаемой скорости деформации, сведения о которой позволяют наметить требуемое опережение водопонижения относительно проходки горных выработок: это дает возможность проектировать проходку и крепление выработок на период, когда основная доля деформаций сжатия окажется реализованной.

Одним из наиболее интересных объектов, на котором детально исследовалось сжатие горных пород под влиянием глубокого водопонижения, явилось Белозерское железорудное месторождение [7, 8, 14]. Снижение напоров в водоносных батских песках (рис. 96) на 200 м привело здесь к мощному сжатию песчано-глинистой и мергельно-меловой толщи, залегающих на глубине около 300 м. Общая осадка составила к настоящему времени около 2,5 м. Сжатие толщи горных пород вызвало, деформации крепи вертикальных стволов и потребовало разработки специальных конструктивных мероприятий (установления в ствалах узлов податливости).

Механизм сжатия пород в результате водопонижения в принципе достаточно очевиден: снижение напоров при практически неизменном общем давлении приводит к росту эффективных напряжений и уменьшению пористости пород. Заметим, что в более точной трактовке осадка соответствует разности между сжатием скелета под влиянием дополнительных эффективных напряжений, с одной стороны, и упругим расширением минеральных зерен при снижении гидростатического давления, с другой (см. § 2 гл. I).

Несмотря на принципиальную ясность, надежный прогноз этого явления представляется достаточно сложной задачей, что обусловлено как техническими трудностями проведения экспериментов и наблюдений, так и трудностями принципиального характера, связанными с необходимостью учета двух стадий консолидации: первичной — фильтрационной и вторичной — стадии ползучести (см. § 4 гл. IX).

В случаях, когда фильтрационной стадией консолидации можно пренебречь (частое переслаивание песчано-глинистых пород или трещиноватые мергельно-меловые толщи), осадка контролируется только процессами ползучести и достаточно качественный прогноз может быть получен на основании лабораторных экспериментов.

Так, изучение процессов ползучести на образцах мергельно-меловых пород Белозерского месторождения обычными компрессионными испытаниями при выдерживании образцов под каждой ступенью нагрузки в течение 7—10 суток позволило установить вполне надежную

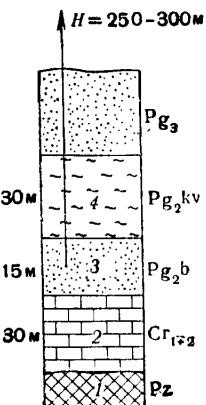


Рис. 96. Схематическая колонка нижней пачки осадочных горных пород Белозерского месторождения:

1 — породы фундамента,
2 — мергельно-меловая толща,
3 — бучакские пески,
4 — киевские глины

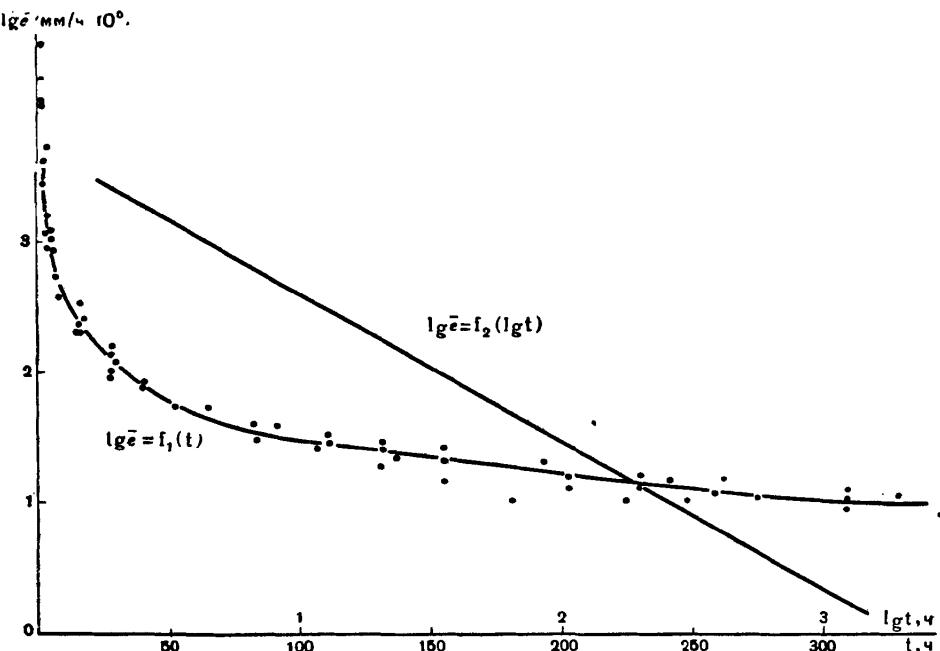


Рис. 97. Изменение скорости осадки образцов меловых пород во времени

зависимость относительной (на 1 м мощности слоя и на 1 kgs/cm^2) скорости деформации ползучести $\bar{e}(t)$ от времени [8]. На рис. 97 приведены результаты испытаний в полулогарифмическом и логарифмическом масштабах, причем совместно отражены образцы разной высоты (для исключения возможного влияния стадии фильтрационной консолидации); малый разброс точек позволяет надеяться на правильность полученной зависимости $\bar{e}(t) = 0,114t^{-1.15}$ (e — в $\text{мм}/\text{сут}$, $t \geq 0,1$ сут). Используя эту зависимость в формуле (25 гл. II) теории наследственной ползучести и условно относя деформацию при $t < 0,1$ сут к мгновенной, получаем после интегрирования (для $t \geq 0,1$):

$$S(t) = (S_\infty - 0,76t^{-0.15}) \sigma_5 m, \quad (8)$$

где S_∞ — конечная осадка (мм); $S(t)$ — осадка на расчетный момент t ; m — мощность слоя (м); σ_5 — напряжение (kgs/cm^2); t — время (сут).

Используя эту зависимость, удалось откорректировать данные относительно кратковременных компрессионных испытаний и получить более надежные значения коэффициента сжимаемости (порядка $3 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{kgs}$). В результате прогнозная величина осадки хорошо совпала с данными полевых наблюдений по глубинным реперам [8]. Отметим, что в этом случае фильтрационная стадия была выражена слабо, ибо мел интенсивно трещиноват.

Значительные трудности связаны с прогнозом фильтрационной стадии консолидации (см. § 4 гл. IX), когда процесс осадки контролируется фильтрационными свойствами пород — скоростью рассеивания избыточного порового давления. Полезно отметить, что применительно к этому процессу термин «фильтрационная консолидация» может быть использован лишь с опре-

деленной долей условности, ибо здесь нет избыточного порового давления, вызванного ростом общей нагрузки, а процесс идет при практически неизменной общей нагрузке и постепенном падении исходного гидростатического давления по мере распространения упругой фильтрационной волны от водоносного горизонта в глубь толщи относительно водоупорных пород¹.

В этом случае приходится определять проницаемость пород с весьма низкими коэффициентами фильтрации (подчас порядка 10^{-5} — 10^{-6} м/сут), причем эксперименты должны вестись при высоких (природных) гидростатических давлениях (ибо можно считать установленной существенную зависимость проницаемости глин от абсолютной величины давления) и учитывать необходимость определения величины начального градиента фильтрации. Так, для глинистых пород Белозерского месторождения лабораторными экспериментами была получена величина начального градиента порядка 70—80; эта величина в дальнейшем подтвердилась результатами наблюдений по глубинным радиоактивным реферам, которые зафиксировали деформации сжатия 30-метровой толщи глин лишь в ограниченной 3-метровой зоне, прилежащей к водоносному горизонту (при среднем градиенте по всей толще порядка 5). Следовательно, отсутствие сведений о начальном градиенте может привести к завышению мощности сжимаемой толщи и тем самым — к преувеличению ожидаемой величины осадки. Отметим также в этой связи, что вряд ли стоит, как это сейчас делают некоторые авторы, делить глинистые породы на передающие гидростатическое давление и не передающие: точнее говорить о глинах, фильтрующих или не фильтрующих — при данных величинах градиентов и гидростатических давлений.

Если к сказанному добавить неизбежное влияние трещиноватости и фильтрационной макроинодородности толщ плотных глинистых пород, которое приводит нередко к полному несоответствию результатов лабораторных испытаний натуре, то становится ясным, что надежный прогноз фильтрационной стадии консолидации подчас невозможен без контрольных полевых экспериментов. Для важных объектов таким экспериментом должно быть опытное или опытно-эксплуатационное водопонижение, проводимое при наличии по-слойно-установленных глубинных (в частности, радиоактивных) реферов и датчиков порового давления. Результаты подобного эксперимента дадут возможность наиболее надежно прогнозировать скорость сжатия и тем самым устанавливать требуемое опережение водопонижения относительно горных работ, а в ряде случаев — для аномально недоуплотненных глинистых пород — оценить возможные пределы направленного улучшения свойств (предварительного уплотнения) пород. Напомним, что такие предложения уже делались, например, Н. М. Герсевановым [4, стр. 118—124], где они излагались как метод проф. Кнорре.

Вообще рассматриваемое явление дает прекрасную иллюстрацию взаимодействия и взаимопроникновения методов инженерно-геологических исследований, с одной стороны, и гидрогеологических, с другой. Это положение

¹ Кстати, специалисты нефтяники уже довольно давно различают эти два процесса оценивая их двумя различными схемами компрессионно-фильтрационных испытаний.

подтверждается и анализом другого практического аспекта рассматриваемого вопроса, связанного с оценкой объемов воды, поступающей в водоносные горизонты при сжатии относительно водоупорных пород [12].

Обратимся к конкретному примеру Южно-Белозерского месторождения. Здесь основной водоносный горизонт приурочен к бучакским пескам. Средняя проводимость его порядка $250 \text{ м}^2/\text{сут}$, мощность около 15 м. Коэффициент сжимаемости песков был определен с высокой точностью по наблюдениям ВНИМИ за осадкой с помощью глубинных радиоактивных решеток: $a_{\text{сп}} = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2/\text{кгс} = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{тс}$. Так как коэффициент пористости песков $\epsilon_n = 0,74$, то упругая водоотдача бучакского горизонта

$$\mu_6^* = \frac{4,5 \cdot 10^{-5} \cdot 15 \cdot 1}{1 + 0,74} \approx 4 \cdot 10^{-4}.$$

Отсюда коэффициент пьезопроводности бучакского водоносного горизонта согласно формуле (11 гл. VIII) должен быть равен $a_6^* \approx 6 \cdot 10^5 \text{ м}^2/\text{сут}$. Близкая величина коэффициента пьезопроводности была получена и при обработке результатов длительной (45 сут) кустовой откачки, проводившейся при разведке месторождения [7]. Между тем определение коэффициента пьезопроводности по результатам опытно-эксплуатационного водопонижения дает величину коэффициента пьезопроводности порядка $4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{сут}$; при определении упругой водоотдачи из отношений общего объема воды, откаченной водопонизительной установкой, к объему образовавшейся при этом депрессии, величина ее оказывается равной примерно $6 \cdot 10^{-3}$. Это свидетельствует о том, что водообильность бучакского водоносного горизонта определяется не только упругими запасами самих бучакских песков, но и какими-то дополнительными источниками питания. Возможность перетекания из вышележащих пород в данном случае полностью исключается; упругие запасы нижележащего (рудноизвестникового) водоносного горизонта значительно меньше, чем упругие запасы песков; области выхода бучакских песков на поверхность располагались за пределами депрессионной воронки (во всяком случае в первые годы опытно-эксплуатационного водопонижения). Поэтому единственным источником питания, способным существенно изменить баланс расходов, могут являться слабопроницаемые слои, граничащие с бучакскими песками.

За нижний водоупор бучакского водоносного горизонта при проектировании осушения принималась толща мергельно-меловых пород средней мощностью порядка 30 м. Как уже отмечено, при понижении уровня в бучакских песках эта толща испытывает интенсивное сжатие. Исследования и наблюдения показывают, что основная доля осадки меловых пород протекает с относительно небольшим отставанием (порядка 10–20 сут) от снижения уровня бучакского горизонта. Учитывая, что сроки опытно-эксплуатационного водопонижения измеряются годами, можно приближенно считать, что вода из меловой толщи отжимается практически одновременно с приложением депрессионной нагрузки.

Так как коэффициент сжимаемости мела составляет около $3 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{кгс}$, а коэффициент пористости $\epsilon = 0,72$, то упругая водоотдача слоя мела составит

$$\mu_m^* = \frac{3 \cdot 10^{-4} \cdot 30 \cdot 1}{1 + 0,72} \approx 5,8 \cdot 10^{-3}.$$

Отсюда получаем коэффициент пьезопроводности бучакского горизонта, учитывающий сжимаемость меловой толщи:

$$a_{6m}^* = \frac{250}{4 \cdot 10^{-4} + 5,8 \cdot 10^{-3}} \approx 4 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Эта величина, близкая к действительному значению коэффициента пьезопроводности (см. выше), на порядок меньше величины коэффициента пьезопроводности, подсчитанной без учета сжимаемости меловых пород. Следовательно, из 2–3 тыс. м^3 воды, откачиваемых ежечасно дренажной системой Южно-Белозерского месторождения, основная доля воды обусловлена упругими запасами относительно водоупорных толщ.

Возникает вопрос, почему в результате проводившейся на месторождении длительной (45 сут) кустовой опытной откачки влияние сжимаемости меловой толщи не проявилось в дан-

ной системе. Оказалось, что заметное сжатие толщи горных пород в процессе мониторингового строительного водоподнажения началось лишь после того, как понижение в центре депрессионной воронки достигло величины порядка 50 м. Таким образом, породы, подверженные сжатию, обладают значительным сцеплением упрочнения, которое нарушается лишь при дополнительных нагрузках порядка 5 кгс/см². При меньших нагрузках сжатие носит упругий характер, что подтверждается и примерно одинаковыми значениями коэффициентов пьезопроводности, полученными при опытной откачке и последующем восстановлении уровня (в то время как при больших нагрузках коэффициенты сжимаемости меловых пород в условиях компрессии и декомпрессии, а значит и коэффициенты пьезопроводности, различаются более чем на порядок). На основании данных опытной откачки можно, кстати, сделать вывод, что породы бучакского горизонта также обладают сцеплением упрочнения, нарушающимся лишь при нагрузках 0,5–0,7 кгс/см².

Таким образом, упругий режим пластовых водонапорных систем с учетом срабатываемых статических запасов глинистых «водоупоров» имеет в широком круге гидрогеологических условий гораздо большее практическое значение, чем то, которое ему придается в настоящее время.

Глава XIII

ОСНОВЫ ТЕОРИИ И МЕТОДИКИ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ОПЫТНЫХ ОТКАЧЕК

Чрезвычайно важным разделом полевых гидрогеологических исследований является определение геофильтрационных параметров по данным опытно-фильтрационных работ. Основным видом опытно-фильтрационных работ являются опытные откачки из скважин, причем особый интерес представляют наиболее информативные кустовые опытные откачки из совершенных скважин, полностью вскрывающих водоносный пласт. Вместе с тем построения методики интерпретации опытных откачек применимы и для интерпретации опытных нагнетаний и наливов (с изменением знака расхода).

§ 1. ОСНОВЫ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ РАСЧЕТОВ ОТКАЧЕК ИЗ СОВЕРШЕННЫХ СКВАЖИН

Наиболее полную информацию для интерпретации данных откачек из совершенных скважин дает анализ нестационарного режима фильтрации. Основы теории фильтрационных расчетов при откачках рассмотрим прежде всего применительно к случаю откачки из совершенной скважины в неограниченном однородном пласте при нестационарном режиме фильтрации, считая поток по структуре плановым.

Фундаментальная задача нестационарной плановой фильтрации для совершенных скважин решается для условий откачки из скважины с постоянным дебитом Q , проходящей, начиная с момента времени $t = 0$, в неограниченном изолированном пласте. Решение поставленной задачи сводится к интегрированию дифференциального уравнения (16 гл. VIII), преобразованного для радиального потока [2, 3, 18, 22], при начальном условии $H = H_0$ и условии постоянного расхода на скважине. Удобнее строить такое решение

в понижениях напора $S = H_0 - H$, которые также удовлетворяют уравнению (16 гл. VIII), но начальное условие здесь уже становится нулевым. В этом случае, как это показано Ч. Тейсом [27] выражение для понижения напора в любой точке имеет вид

$$S = \frac{Q}{4\pi T} W(u); \quad u = \frac{r^2}{4at}. \quad (1)$$

причем функция скважины $W(u)$ связывается со специальной функцией Ei , называемой интегральным экспоненциалом, и может быть представлена следующим образом:

$$W(u) = -Ei(-u) = \int_u^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx = \ln \frac{1}{u} - 0,577 + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2!} + \dots \quad (1a)$$

Значения функции $W(u)$ приведены в табл. 7.

Уравнение (1) является приближенным, поскольку оно неточно удовлетворяет граничному условию на стенке скважины (при $r = r_c$), где расход Q_c имеет выражение

$$Q_c = Q e^{-u_c}; \quad u_c = \frac{r_c^2}{4at}, \quad (2)$$

т. е. приток в скважине здесь оказывается переменным, лишь асимптотически (при $t \rightarrow \infty$) достигающим заданного дебита Q . Строгим это решение оказывается только при $r_c \rightarrow 0$, т. е. для источника-стока, представляющего собой математическую модель скважины исчезающе малого радиуса. Однако приближенность этого решения для реальных скважин в большинстве случаев оказывается несущественной, поскольку величина Q_c , определяемая выражением (2), довольно быстро стремится к своему предельному значению Q .

Таблица 7

u	$W(u)$	u	$W(u)$	u	$W(u)$
0,00	∞	0,21	1,18	0,42	0,670
0,01	4,01	0,22	1,15	0,43	0,655
0,02	3,35	0,23	1,11	0,44	0,640
0,03	2,96	0,24	1,08	0,45	0,625
0,04	2,68	0,25	1,04	0,46	0,611
0,05	2,47	0,26	1,01	0,48	0,585
0,06	2,30	0,27	0,985	0,50	0,560
0,07	2,15	0,28	0,957	0,55	0,503
0,08	2,03	0,29	0,931	0,60	0,454
0,09	1,92	0,30	0,906	0,70	0,374
0,10	1,82	0,31	0,882	0,80	0,311
0,11	1,74	0,32	0,858	0,90	0,260
0,12	1,66	0,33	0,836	1,00	0,219
0,13	1,59	0,34	0,815	1,1	0,186
0,14	1,52	0,35	0,794	1,2	0,158
0,15	1,46	0,36	0,775	1,3	0,136
0,16	1,41	0,37	0,755	1,4	0,116
0,17	1,36	0,38	0,737	1,5	0,100
0,18	1,31	0,39	0,719	2,0	0,049
0,19	1,26	0,40	0,702	2,5	0,025
0,20	1,22	0,41	0,686	3,0	0,013

Анализ показывает [19, 20], что погрешность ε_c , возникающая за счет влияния реальной емкости скважины, может оцениваться отношением объема воды, изъятого из скважины, к суммарному объему откачки, т. е.

$$\varepsilon_c = \frac{\omega_c S_c}{Qt}, \quad (3)$$

где ω_c — площадь горизонтального сечения скважины.

Из выражения (1а) для функции $W(u)$ следует, что при малых значениях аргумента она имеет логарифмическое представление

$$W(u) \approx \ln \frac{1}{u} - 0,577 = \ln \frac{2,25at}{r^2}, \quad (4)$$

причем абсолютная его погрешность равна аргументу u . С относительной погрешностью до 1—5% оно применимо при условии

$$u = \frac{r^2}{4at} < 0,03 \div 0,09. \quad (5)$$

В этом случае уравнение (1) принимает вид

$$S = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2,25at}{r^2} = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{1,5 \sqrt{at}}{r}. \quad (6)$$

В частности, понижение в скважине здесь будет

$$S_c = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{1,5 \sqrt{at}}{r_c}. \quad (7)$$

Используя выражения (6) и (7), найдем выражение для разности понижений в скважине и в любой точке

$$S_c - S = \frac{Q}{2\pi T} \left(\ln \frac{1,5 \sqrt{at}}{r_c} - \ln \frac{1,5 \sqrt{at}}{r} \right) = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{r}{r_c}, \quad (8)$$

которое оказывается независящим от времени и совпадающим с выражением (64 гл. VI), определяемым уравнением Дюпюи, полученным для стационарного режима, т. е. при выполнении условия (5) режим снижения уровней становится квазистационарным.

Характер снижения уровней при откачке удобно анализировать, строя график зависимости понижения S от $\lg t$ (рис. 98, а), поскольку на таком графике выявляются два качественно различных участка: начальный криволинейный участок I и прямолинейный участок II квазистационарного режима.

Время наступления квазистационарного режима t_{kv} согласно (5) можно с погрешностью до 1—5% оценить по формуле

$$t_{kv} = (3 \div 8) \frac{r^2}{a}. \quad (9)$$

Рассмотрим теперь основные характеристики размеров воронки депрессии, образующейся при такой откачке (рис. 98, б).

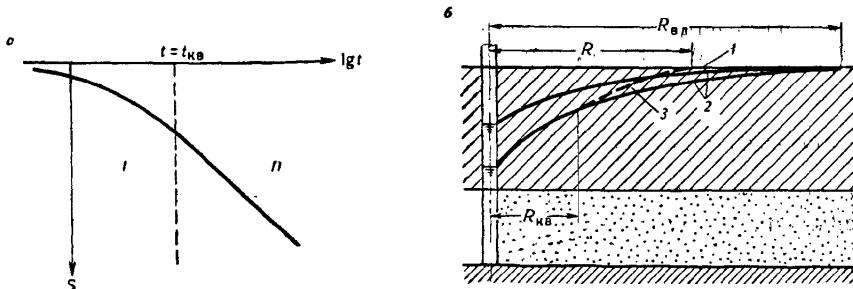


Рис. 98. Закономерности изменения уровней при откачке в неограниченном изолированном пласте:

а — полулогарифмический график изменения понижения уровня во времени, б — развитие воронки депрессии на два момента времени: I — период нестационарного режима, II — период квазистационарного режима; 1 — начальный уровень, 2 — воронки депрессии, 3 — кривая по уравнению Дюпюи

Радиус зоны квазистационарного режима $R_{\text{кв}}$ находится из условия (5)

$$R_{\text{кв}} = (0,35 \div 0,6) \sqrt{at}. \quad (10)$$

В прискважинной зоне квазистационарный режим обычно наступает очень быстро, так что учет дополнительных сопротивлений прискважинной зоны, возникающих вследствие изменения ее проницаемости и нарушения линейного режима фильтрации, может проводиться таким же путем, как и для условий стационарного режима (см. § 3 гл. VI), например, заменяя в формулах величину r_c на расчетный радиус скважины r_c^0 .

Составляя (7) с выражением (65 гл. VI) для понижения уровня в скважине при стационарном режиме, найдем, что в рассматриваемых условиях неограниченного изолированного потока для условного радиуса питания получается формула

$$R = 1,5 \sqrt{at}. \quad (11)$$

Радиус влияния воронки депрессии $R_{\text{вл}}$, определяющий реальную область ее развития, находится из условия, что в его пределах формируется подавляющая часть забираемого скважиной потока. Поскольку расход потока Q , в любом сечении r выражается формулой (2), в которой только r_c меняется на r , т. е.

$$Q_r = Q_c e^{-u}; \quad u = \frac{r^2}{4at}, \quad (12)$$

то, обозначая через δ_Q относительную погрешность расхода, находим формулу для радиуса влияния

$$R_{\text{вл}} = 2 \sqrt{\left(\ln \frac{1}{\delta_Q} \right) at}, \quad (12a)$$

а задаваясь допустимой погрешностью $\delta_Q = 0,1$, имеем

$$R_{\text{вл}} = 3 \sqrt{at}. \quad (13)$$

Понижение уровня на расстоянии такого радиуса влияния составляет примерно 0,5%, от понижения в скважине. Как видно, выражение для $R_{\text{вл}}$ по форме аналогично выражению (11) для расчетного радиуса питания R , причем величина R оказывается вдвое меньше $R_{\text{вл}}$.

При переменном дебите скважин чаще всего приходится встречаться с резкой сменой режимов откачки, когда можно считать, что дебит скважины меняется по ступенчатому закону (рис. 99).

Представим такую откачуку в виде накладывающихся друг на друга откачек с постоянными дебитами Q , Q_1 , $Q_2 \dots$, действующими в течение времени t , $t - t_1$, $t - t_2 \dots$, после чего, исходя из фундаментального решения (1) для откачки с постоянным дебитом и используя принцип сложения течений, можно получить следующее выражение для понижения уровня при откачке из скважины по ступенчатому дебиту

$$S = \frac{Q}{4\pi T} W(u) + \frac{\Delta Q_1}{4\pi T} W(u_1) + \frac{\Delta Q_2}{4\pi T} W(u_2) \dots, \quad (14)$$

где

$$u := \frac{r^2}{4at}, \quad u_1 = \frac{r^2}{4a(t-t_1)}; \quad u_2 = \frac{r^2}{4a(t-t_2)} \dots \quad (14a)$$

Следует иметь в виду, что на характер нестационарного режима в процессе откачки могут заметно повлиять проявления деформаций горных пород. Так, в некоторых случаях достаточно резко выражен гистерезис при компрессии — декомпрессии, когда коэффициент сжимаемости водоносных песков может быть даже на порядок ниже аналогичного коэффициента, полученного по кривой декомпрессии; соответственно коэффициент пьезопроводности при откачке получается на порядок ниже, чем при восстановлении уровня [2, 12, 14].

Кроме того, при достаточно крутых воронках депрессии может оказаться неправомочной предпосылка об абсолютной податливости кровли водоносного пласта. Исследования, основанные на представлении о толще перекрывающих отложений, как о плите на упругом основании, показали [11], что предпосылка абсолютной податливости кровли может приниматься для практических расчетов лишь при достаточно больших размерах депрессионной воронки, ориентировочно определяемым для времени откачки

$$t > \frac{M^2}{2a} \sqrt{\frac{m}{M}}, \quad (15)$$

где m и M — мощности пласта и перекрывающих пород.

Существенное влияние на закономерности формирования воронки депрессии оказывают процессы перетекания через разделяющие (обычно глинистые) слои. Анализ такого влияния обычно осложняется недостаточной ясностью процессов фильтрации в глинистых породах, в связи с чем такие процессы приходится рассматривать при некоторых гипотетических представлениях о природе проницаемости и емкости разделяющих слоев.

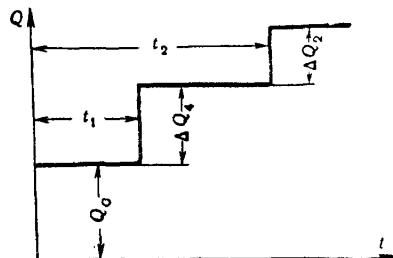


Рис. 99. Ступенчатый график изменения дебита скважины

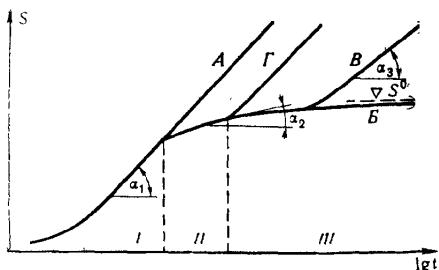


Рис. 100. Типичные графики понижения уровня при откачке из совершенной скважины с постоянным дебитом

Наиболее распространена предпосылка о жестком режиме фильтрации в разделяющих слоях и неизменном напоре в соседних водоносных пластах [3, 14]. В такой постановке решение фундаментальной задачи подробно рассмотрено в ряде работ [2, 3, 22, 28]. Из этого решения следует, что, начиная с некоторого момента времени, происходит замедление в снижении напора, проявляющемся в постепенном выпадении кривой на графике зависимости S от $\lg t$ (рис. 100, кривая B), причем в пределе (при $t \rightarrow \infty$) понижение напора стремится к значению S^0 , определяемому выражением

$$S^0 = \frac{Q}{2\pi T} K_0(\bar{r}), \quad \bar{r} = \frac{r}{B}; \quad B = \sqrt{\left(\frac{m_n}{k_n} + \frac{m_k}{k_k}\right) T}, \quad (16)$$

где K_0 — функция Бесселя второго рода от мнимого аргумента; B — фактор перетекания.

При замедлении снижения уровней в подпитывающих пластах кривая перетекания B снова начнет выгибаться вверх (кривая B) и в пределе перейдет на полулогарифмическом графике в прямую линию с более пологим уклоном, соответствующим суммарной проводимости откачиваемого и подпитывающего пластов ($\alpha_3 < \alpha_1$).

Аналогичные аномалии в закономерностях снижения уровней проявляются за счет влияния неоднородного (гетерогенного) строения водоносных пластов, обусловливающего замедленную упругую водоотдачу пласта, вызываемую внутренним перетеканием из слабопроницаемых слоев и включений. В этом случае на графике S , $\lg t$ выделяются три характерных периода (кривая Γ); начальный период I соответствует условиям водоотдачи из проницаемых зон, характеризующейся начальным коэффициентом водоотдачи μ_0^* ; после этого наступает переходный период II , причем уклон $i_2 = \operatorname{tg} \alpha_2$ графика S , $\lg t$ в точке перегиба переходного периода определяется выражением [2, 5, 21]

$$i_2 = 1 - \left(\frac{1}{\bar{\mu}}\right)^{\frac{1}{\bar{\mu}-1}} + \frac{1}{\bar{\mu}}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu^*}{\mu_0^*}, \quad (17)$$

где μ^* — полный коэффициент водоотдачи пласта. Зависимость (17) представляется следующими данными:

$\bar{\mu}$	2	5	10	20	50	100
i_2	1	0,53	0,38	0,2	0,08	0,03

На конечном этапе III понижение уровня в такой системе описывается уравнением (6) с полной упругой водоотдачей пласта μ^* . При весьма неоднородном строении водоносных пластов, особенно сложенных песчаниками и карбонатными породами, на графике S , $\lg t$ может проявляться несколько переломов, свидетельствующих о наличии более сложной системы водоотдачи.

При нестационарном режиме откачек в беззапорных пластах возникают аномалии динамики снижения уровней, связанные с проявлениями вертикальных сопротивлений и динамики водоотдачи. Влияние этих факторов приводит к существенному различию напоров по вертикали и аномалиям процесса понижения напоров во времени. Как показывают теоретический анализ и натурные данные [15, 21, 22, 23], в этом случае по характеру снижения уровня в наблюдательных скважинах выделяются три периода: упруго-гравитационный, ложностационарный и гравитационный (рис. 101).

В период упруго-гравитационного режима I водоотдача пласта сначала имеет главным образом упругий характер, причем в начале этого периода уровни свободной поверхности практически не снижаются, а среднее понижение напора в каждом сечении описывается уравнением Тейса (1) для напорного пласта, т. е. при $a = T/\mu^*$.

В период ложностационарного режима II начинают снижаться уровни свободной поверхности и наступает состояние кажущейся стабилизации средних напоров, объясняемое временным равновесием между увеличивающейся гравитационной водоотдачей и оттоком в сформировавшейся воронке депрессии. На графике S , $\lg t$, построенном для средних по сечению напоров, в этот период наблюдается точка перегиба, свидетельствующая о переходе к гравитационному режиму. В точке перегиба понижение среднего по сечению напора описывается уравнением стационарного перетекания (16), в котором фактор перетекания при однородном строении пласта имеет выражение

$$B = h_0 \sqrt{\frac{k}{3k_b} + \frac{k_b}{k_k} \cdot \frac{h_k}{h_0}} . \quad (18)$$

где k и k_b — коэффициенты фильтрации пласта в горизонтальном и вертикальном направлениях; k_k и h_k — расчетные значения коэффициента фильтрации и высоты капиллярной зоны.

Наступление гравитационного режима III, характеризующегося интенсификацией снижения уровней, связано со стабилизацией гравитационной водоотдачи и уменьшением влияния вертикальных сопротивлений вследствие увеличения размеров воронки депрессии. В этот период скорости снижения уровней свободной поверхности и напоров на любой глубине в каждом сечении становятся практически одинаковыми: расчетные зависимости для этого

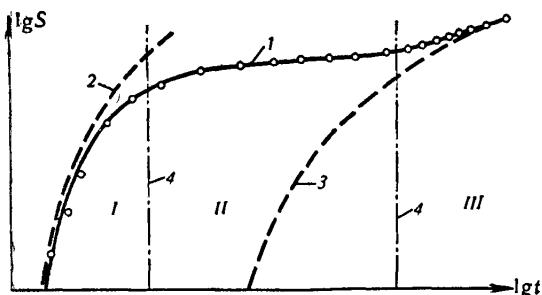


Рис. 101. Биологарифмический график понижения уровня в безнапорном водоносном пласте:
 1 — наблюденные данные, 2, 3 — кривые по уравнению Ч. Тейса для упругого (2) и гравитационного (3) режимов; 4 — границы периодов

периода приведены в работах [13, 21, 23, 24]. К концу этого периода характер снижения напоров постепенно выравнивается по вертикали и становится таким же, как и в плановом безнапорном потоке, т. е. в неограниченном пласте понижение уровней описывается уравнением (1) при $a = \frac{T}{\mu}$.

Отмеченные закономерности формирования воронки депрессии при откачках в безнапорных пластах в еще большей мере проявляются при двухслойном строении водоносного пласта, поскольку при малой проницаемости покровного слоя резче влияют вертикальные сопротивления потока. В этих условиях средний напор по сечению соответствует напору в нижнем слое, а уровень воды в покровных отложениях определяет свободную поверхность потока, фактор перетекания здесь имеет выражение

$$B = \sqrt{\left(\frac{m_n}{k_n} + \frac{h_k}{k_k} \right) T}, \quad (18a)$$

где k_n и m_n — соответственно коэффициент фильтрации и мощность покровного слоя. Все периоды динамики понижения уровней оказываются здесь заметно более длительными (период упругого режима длится обычно несколько часов, а ложностационарного несколько суток).

§ 2. МЕТОДИКА ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ ОПЫТНЫХ ОТКАЧЕК ИЗ СОВЕРШЕННЫХ СКВАЖИН

1. Первоначальная откачка в изолированном напорном пласте

Наиболее полное опробование водоносного пласта производится по данным кустовой откачки с постоянным дебитом Q путем обработки данных нестационарного режима снижения уровней в центральной и наблюдательных скважинах.

При такой откачке, проводимой из совершенной скважины в неограниченном изолированном напорном пласте, понижения уровней в наблюдательной скважине описываются уравнением (1). Для обработки данных понижения уровней во всем диапазоне откачки может быть использован способ эталонной

кривой, предложенный Ч. Тейсом [3, 5, 22, 26]. Этот способ основан на логарифмической форме выражения (1) и аргумента

$$\lg S = \lg \frac{Q}{4\pi T} + \lg W \quad (u); \quad g \frac{1}{u} = \lg 4a + \lg \frac{t}{r^2}. \quad (19)$$

Как видно, величины $\lg S$ и $\lg W$, а также величины $\lg t/r^2$ и $\lg 1/u$ отличаются между собой на постоянные значения (это соответственно $\lg Q/4\pi T$ и $\lg 4a$), откуда следует, что на те же значения оказываются сдвинутыми по каждой из осей кривые зависимостей $\lg S$ от $\lg t/r^2$ и $\lg W$ от $\lg 1/u$ (рис. 102, а). Поэтому составив эталонный график зависимости $\lg W$ от $\lg 1/u$ и график $\lg S$ от $\lg t/r^2$ (по материалам откачки), следует далее наложить эти графики друг на друга, добиваясь их наилучшего совпадения путем передвижения параллельно координатным осям. (Эталонный график при этом обычно строится на кальке). Снимая далее с совмещенного графика любую точку с координатами $\lg S$ и $\lg t/r^2$, $\lg W$ и $\lg 1/u$, согласно (19) получим

$$\lg \frac{Q}{4\pi T} = \lg S - \lg W; \quad \lg 4a = \lg \frac{1}{u} - \lg \frac{t}{r^2}. \quad (20)$$

Заметим, что при такой форме обработки графики зависимости $\lg S$ от $\lg t/r^2$ должны для разных наблюдательных скважин совпадать, так что степень их совпадения в реальных условиях может служить критерием для проверки правильности описания процесса откачки уравнением (1), в частности однородности и изолированности водоносного пласта.

При наступлении квазистационарного режима понижения уровня определяются уравнением (6), которое можно представить в виде

$$S = 0,183 \frac{Q}{T} \left(\lg 2,25a + \lg \frac{t}{r^2} \right), \quad (21)$$

откуда следует, что в координатах S и $\lg t/r^2$ график понижения уровня должен иметь прямолинейный характер.

На основании такой зависимости Ч. Джейкоб предложил [22, 26, 28] наносить данные о снижении уровня в наблюдательных скважинах на график зависимости S от $\lg t$ или S от $\lg t/r^2$ (рис. 102, б). Прямая линия на таком графике отсекает на оси $\lg t/r^2$ величину $\lg t_0/r^2$, причем согласно (21) при $S = 0$ получим

$$a = \frac{r^2}{2,25t_0}, \quad (22)$$

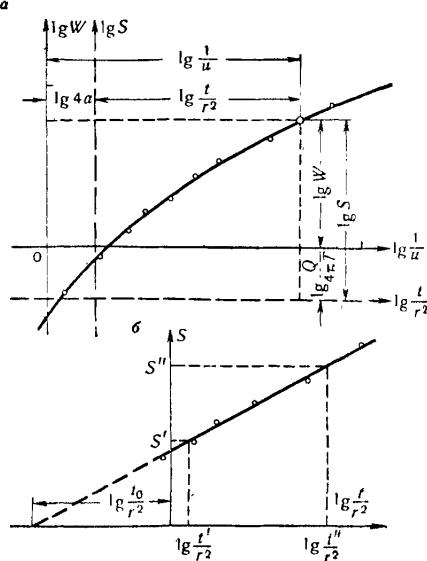


Рис. 102. Графики для обработки опытной откачки:

а — по способу эталонной кривой; б — по полулогарифмическому графику

а по любым значениям понижений S' и S'' , соответствующим значениям времени t' и t'' , получим формулу для определения проводимости

$$T = 0,183 \frac{Q}{S'' - S'} \lg \frac{t''}{t'} . \quad (23)$$

Правомерность использования зависимостей квазистационарного режима качественно устанавливается прямолинейностью графика $S, \lg t$, а затем проверяется по условию (5), причем, считая допустимой погрешность 5%, которой соответствует значение $\mu = 0,09$, получим формулу для времени $t_{\text{кв}}$ практического наступления квазистационарного режима

$$t_{\text{кв}} = \frac{r^2}{4 \cdot 0,09a} \cong 3 \frac{r^2}{a} . \quad (24)$$

Зависимости квазистационарного режима практически без ограничений могут использоваться при расчетах по центральной скважине, где при $r = r_c$ условие (24) выполняется обычно очень быстро.

В зоне квазистационарного режима можно пользоваться уравнением Дюпюи (8); наиболее полная интерпретация таких данных получается при кустовой откачке с системой наблюдательных скважин путем построения графика зависимости S от $\lg r$, который согласно (8) должен быть прямолинейным. Проведя через опытные точки прямую линию (согласование опытных точек с прямолинейной зависимостью является одним из критериев применимости уравнения Дюпюи), можно далее снять с этой прямой любые две точки с координатами S_1, S_2 и $\lg r$ и рассчитать проводимость пласта по формуле

$$T = \frac{Q}{2\pi(S_1 - S_2)} \ln \frac{r_2}{r_1} = 0,366 \frac{Q}{S_1 - S_2} \lg \frac{r_2}{r_1} . \quad (25)$$

Этой же формулой можно пользоваться при наличии двух наблюдательных скважин с понижениями S_1 и S_2 , расположенных на расстояниях r_1 и r_2 от центральной.

Затем по данным понижения в центральной скважине определяется сопротивление прискважинной зоны, для чего на прямолинейном графике $S, \lg r$ при $r = r_c$ снимается величина ΔH_c , по которой согласно (75 гл. VI) находится безразмерное сопротивление прискважинной зоны

$$\Delta f_c = \frac{T}{Q} \Delta H_c , \quad (26)$$

а по формуле (76 гл. VI) определяется расчетный радиус скважины.

Для приближенной обработки одиночной откачки из совершенной скважины можно воспользоваться уравнением (65 гл. VI), принимая $1/2\pi \ln R/r_c \cong 1$ [22], откуда следует, что при расчетах по стационарному режиму откачки проводимость пласта можно считать примерно равной удельному дебиту скважины.

Обычно величина удельного дебита при различных режимах откачки остается постоянной, однако в некоторых случаях она изменяется, что может быть вызвано влиянием различных факторов. В частности, уменьшение удельного

дебита при возрастании понижения может быть связано с упругим обжатием пласта при понижении напора; заметное проявление этого фактора отмечено в нефтегазовых коллекторах [5, 14] при очень больших депрессиях. Для типичных гидрогеологических условий этот вопрос пока не рассматривался.

Существенное влияние на удельный дебит могут оказывать разного рода фильтрационные деформации в прискважинной зоне, приводящие как к увеличению, так и к уменьшению ее проницаемости (последнее нередко имеет место при откачке из заглинизованных скважин, при неправильном подборе или плохо изготовленном фильтре). Деформации прискважинной зоны могут быть предметом особых исследований, которые проводятся обычно в связи с обоснованием способов устройства водозаборных и нагнетательных скважин; такого рода исследования следует проводить по специальной программе.

При больших дебитах откачек возникают значительные потери напора в самой скважине, изменяющие не только удельный дебит, но и характер при-тока воды к скважине [7, 21], причем нижняя часть скважины в этом случае может оказаться практически не работающей. Кроме указанных факторов непостоянство удельного дебита может обусловливаться нарушением закона Дарси вблизи скважины, влиянием изменения температуры и выделяющегося из воды газа [4, 5, 19]. Заметим, что при интерпретации данных откачек в однородных по вертикали безнапорных пластах вместо действительных понижений должны использоваться их расчетные значения, определяемые согласно (77 гл. VI).

2. Восстановление уровня в изолированном напорном пласте

Важным этапом опытной откачки является режим восстановления уровня после остановки насоса, когда расход скважины сразу же становится нулевым. Тогда при постоянном дебите первоначальной откачки график расхода скважины представляется ступенью постоянного дебита, переходящей при восстановлении уровня в нулевое значение. Этот период можно рассматривать как наложение на первоначальную откачуку с дебитом Q налива с тем же расходом, действующим со сдвигом во времени на величину t_0 . Используя общую зависимость (14) для ступенчатого изменения дебита, нетрудно показать, что выражение для понижения уровня S здесь будет иметь вид

$$S = \frac{Q}{4\pi T} [W(u) - W(u_0)]; \quad u = \frac{r^2}{4at}; \quad u_0 = \frac{r^2}{4a(t-t_0)}. \quad (27)$$

Типовой график восстановления уровня приведен на рис. 103.

Для определения параметров по уравнению (27) удобно использовать либо начальный, либо конечный периоды восстановления уровня.

В начальный период величина $W(u)$ меняется гораздо меньше, чем величина $W(u_0)$, так что можно принимать $\frac{Q}{4\pi T} W(u)$ равным значению понижения S_0 на момент остановки откачки. Тогда уравнение (27) представится в виде

$$\Delta H = S_0 - S = \frac{Q}{4\pi T} W(u_0); \quad u_0 = \frac{r^2}{4at_B}; \quad t_B = t - t_0, \quad (28)$$

т. е. в этом случае выражение для повышения уровня ΔH с момента остановки откачки оказывается идентичным выражению (1) для понижения уровня S в процессе первоначальной откачки. Поэтому в начальный период откачки интерпретацию данных восстановления

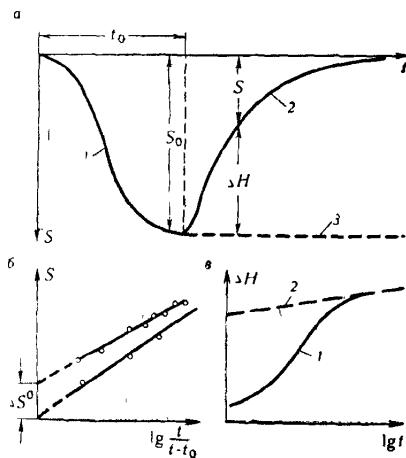


Рис. 103. Графики восстановления уровня после откачки с постоянным дебитом:

а — типовой график S (t) при откачке и восстановлении уровня: (1 — кривая снижения уровня, 2 — кривая восстановления уровня, 3 — продолжение кривой снижения уровня); б — график зависимости S от $\lg \frac{t}{t-t_0}$ для конечного периода восстановления уровня; δ — полулогарифмический график начального периода восстановления уровня в скважине: 1 — с учетом емкости скважины, 2 — без учета емкости скважины

уровня можно вести по методике, приведенной выше для первоначальной откачки с постоянным дебитом, заменив только S на ΔH и t на t_b , где t_b — время восстановления уровня, отсчитываемое от момента остановки откачки. Анализ показывает [19, 20], что зависимость (28) можно использовать при условии $t_b \leq \varepsilon_{\text{доп}} t_0$, где $\varepsilon_{\text{доп}}$ — допустимая относительная погрешность расчетов.

Конечный период восстановления уровней характеризуется логарифмическим законом изменения уровней, когда можно принять $W(u) = \lg \frac{1}{u} - 0,577$ и $W(u_0) = \lg \frac{1}{u_0} - 0,577$, так что уравнение (27) принимает вид

$$S = \frac{Q}{4\pi T} \left(\lg \frac{1}{u} - \lg \frac{1}{u_0} \right) = 0,483 \frac{Q}{T} \lg \frac{t}{t-t_0}. \quad (29)$$

Исходя из уравнения (29), можно определить проводимость пласта, построив график зависимости S от $\lg t/(t-t_0)$, который должен иметь прямолинейный характер (см. рис. 103, а); причем эта прямая должна приходить в начало координат. Если же такая прямая оказывается сдвинутой на величину ΔS° (см. рис. 103, б), то это свидетельствует либо о различии коэффициентов пьезопроводности при понижении и восстановлении уровня, либо о необходимости корректировки величины статического уровня. При нормальном характере расчетного графика, прямолинейность которого служит критерием его правильности, расчет проводимости ведется согласно (29) по формуле

$$T = 0,483 \frac{Q}{S} \lg \frac{t}{t-t_0}, \quad (30)$$

беря в качестве расчетной любую из точек построенного графика.

Время восстановления уровня t'_b , которое можно считать временем наступления конечного периода откачки, в соответствии с условием (24) при допустимой погрешности расчетов 5% определяется по формуле

$$t'_b = 3 \frac{r^2}{a}. \quad (31)$$

При расчетах по восстановлению уровней в центральной скважине условие (31) обычно выполняется довольно быстро. Однако в начальный период характер восстановления уровня в центральной скважине может оказаться искаженным из-за влияния заполнения емкости скважины. Типовая кривая восстановления уровня в этом случае имеет вид, показанный

на рис. 103, в. Из условия (3) следует, что при допустимой погрешности $\varepsilon_{\text{доп}}$ влияние емкости скважин следует учитывать для времени, определяемом неравенством

$$t \leq \frac{\omega_c S_c}{Q \varepsilon_{\text{доп}}}. \quad (32)$$

Если время восстановления уровня t_b значительно превышает время первоначальной откачки t_0 , то, представляя логарифм степенным рядом

$$\lg \frac{t}{t-t_0} = \lg \frac{t_0+t_b}{t_b} = \frac{t_0}{t_b} - \frac{1}{2} \left(\frac{t_0}{t_b} \right)^2 + \dots \quad (33)$$

и считая допустимой погрешность $\varepsilon_{\text{доп}} = 5\%$, при $t > 10t_0$, можно отбросить все члены ряда, кроме первого, и привести выражение (33) к виду

$$S = \frac{Q}{4\pi T} \cdot \frac{t_0}{t_b} = \frac{V}{4\pi T t_b}, \quad (34)$$

где $V = Qt$ — общий объем воды, отобранный из скважины в процессе откачки; согласно (34) проводимость пласта в этом случае определяется по формуле

$$T = \frac{V}{4\pi S t_b} = 0,08 \frac{V}{S t_b}. \quad (35)$$

Формулой (35) можно пользоваться для обработки данных экспресс-налива или экспресс-откачки, когда в скважине осуществляется единовременный залив или отбор объема воды V , после чего производится наблюдение за восстановлением уровня (в случае экспрессналива величина S заменяется на повышение уровня H относительно статического). Критерием справедливости формулы (35) может служить постоянство величины $S t_b$ (или $H t_b$).

Оценку величины расчетного радиуса скважины r_c^0 можно провести, используя данные начального периода восстановления уровня в центральной скважине, когда величина повышения уровня ΔH_c выражается уравнением

$$\Delta H_c = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{4at_b}{(r_c^0)^2} = 0,183 \frac{Q}{T} \lg \frac{4at_b}{(r_c^0)^2}. \quad (36)$$

График зависимости ΔH_c от $\lg t_b$ должен представляться прямой линией, на пересечении которой с осью $\lg t_b$ находится величина t_b^0 , по которой определяют расчетный радиус скважины, поскольку

$$r_c^0 = 2 \sqrt{at_b}. \quad (37)$$

При этом величина a может задаваться по литературным данным. Методика обработки данных восстановления уровней с учетом заполнения емкости скважины рассмотрена в работах [5, 19, 20, 21].

3. Особенности интерпретации откачек в слоистых и беззапорных пластах

В процессе опытных откачек могут проявляться различные формы перетекания, причем и для достоверной интерпретации опытных данных весьма важной является правильная «диагностика» процессов перетекания, основывающихся на качественном анализе аномалий графиков снижения уровней; с этой точки зрения целесообразно различать внешнее перетекание, когда оно осуществляется из соседних пластов через разделяющие слои, и внутреннее перетекание, когда оно происходит внутри опробуемого водоносного пласта.

При проявлениях внешнего перетекания опытные кривые зависимости S , $\lg t$ или S , $\lg t/r^2$ обычно имеют вид кривой B на рис. 100; обработка таких данных ведется обычно методом эталонных кривых [21, 22, 28].

Проявления внутреннего перетекания диагностируются кривой типа Γ на графике рис. 100. Расчеты параметров проводятся в этом случае по начальному или конечному прямолинейным участкам графика S , $\lg t$ по способу Джейкоба (см. формулы 22; 23), причем значения проводимости должны получаться одинаковыми для разных участков, а значения μ^* будут существенно переменными, характеризующими упругую емкость пласта на различных этапах развития процесса.

При обработке откачек в безнапорных пластах необходимы данные изменения уровней в трех наблюдательных скважинах, расположенных внутри пласта и фиксирующих средние напоры в сечениях, а также в одной-двух наблюдательных скважинах, устанавливаемых непосредственно под свободной поверхностью, причем для расчетов рекомендуется прежде всего использовать данные второго периода (ложностационарного режима).

Проводимость и фактор перетекания определяются по данным ложностационарного понижения уровней в основном пласте с использованием метода эталонных кривых на основе логарифмических преобразований уравнения (16)

$$\lg S = \lg \frac{Q}{2\pi T} + \lg K_0(\bar{r}); \quad \lg \bar{r} = \lg r - \lg B. \quad (38)$$

Эталонная кривая в координатах $\lg K_0$, $\lg \bar{r}$ предварительно строится на кальке, а фактическая кривая зависимости понижения S средних по сечению напоров от расстояния r строится в логарифмических координатах для выбранного момента времени. При совмещении эталонной кривой с фактической согласно (38) их параллельные координаты оси будут сдвинуты на отрезки $\lg Q/2\pi T$ (по горизонтали) и $\lg B$ (по вертикали). Сняв координаты S , r и K_0, \bar{r} , любой точки, взятой на совмещенных кривых, найдем значения T и B по формулам

$$T = \frac{Q}{2\pi S} K_0(\bar{r}); \quad B = \frac{\bar{r}}{r}. \quad (39)$$

При $\bar{r} < 0,1$ с погрешностью до 1% можно считать $K_0(\bar{r}) = \ln 1,12/\bar{r}$ и в этом случае для расчетов можно использовать зависимости, основанные на уравнении Дюпюи.

Коэффициент гравитационной водоотдачи μ наиболее достоверно определяется по данным третьего (гравитационного) периода; однако для такого определения, методика которого рассмотрена в работах [13, 21], необходимо проведение довольно длительной откачки (обычно не менее 10–15 сут).

Более удобным является определение μ по данным снижения уровня свободной поверхности, которые фиксируются наблюдательной скважиной-дублером, расположенной непосредственно под свободной поверхностью. В такой скважине заметные понижения уровней фиксируются в период формирования ложностационарного режима в заглубленной скважине. В этом случае из уравнения для вертикального потока можно получить следующую формулу для определения коэффициента гравитационной водоотдачи:

$$\mu = \frac{k_B \Delta S_z}{v_h \Delta z}, \quad (40)$$

где ΔS_z — разница понижения уровней в наблюдательных скважинах-дублерах; Δz — разница их заглублений (между серединами фильтров); v_h — скорость снижения уровня свободной поверхности, фиксируемая по верхней скважине.

Для расчетов по формуле (40) необходимо знать величину k_b ; в общем случае для этого надо предварительно определить фактор перетекания B согласно (39), а также аналогичную величину B_0 по понижению S_0 в верхней скважине, считая, что в точке перегиба кривой S_0 , $\lg t$ понижение описывается уравнением (16) с фактором перетекания B_0 . Тогда по соотношению понижения S и S_0 в скважинах-дублерах в момент проявления точки перегиба имеем

$$K_0\left(\frac{r}{B_0}\right) = \frac{S_0}{S} K_0\left(\frac{r}{B}\right), \quad (41)$$

откуда можно найти значение B_0 , после чего определить величину k_b по формуле (40), которая примет в этом случае вид

$$\mu = \frac{\Delta S_z T}{v_h (B^2 - B_0^2)}. \quad (42)$$

Если же на графике S_0 , $\lg t$ точка перегиба не выявляется, то в формуле (42) можно положить $B_0 = 0$.

В заключение следует подчеркнуть важность внимательной диагностики опытных данных на основе сопоставления опытных кривых снижения уровней с типичными теоретическими кривыми на графиках S , $\lg t$; только после проведения такой диагностики допустимо формальное применение тех или иных способов расчета.

§ 3. ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ИНТЕРПРЕТАЦИИ ОТКАЧЕК (НАГНЕТАНИЙ) В НЕСОВЕРШЕННЫХ СКВАЖИНАХ

Откачки из несовершенных скважин чаще всего используются для определения геофильтрационных параметров в примыкающей к скважине зоне. Поскольку эта зона имеет обычно небольшие размеры, то в ее пределах режим фильтрации довольно быстро становится стационарным (квазистационарным) в связи с чем все последующее рассмотрение будет проведено для условий стационарной фильтрации.

1. Обоснование расчетных зависимостей

Для построения стационарного потока вблизи несовершенной скважины длиной l и радиусом r_c в строгой постановке требуется решить уравнение Лапласа, описывающее стационарную фильтрацию пространственного потока, при задании на стенке скважины (при $r = r_c$ и $-0,5l \leq z \leq 0,5l$ на рис. 104, а) условия постоянного напора H_c или понижения напора S_c . Однако такое решение оказывается очень сложным и используется редко, а для практических расчетов реальная скважина обычно заменяется более простыми моделями источников-стоков.

В качестве простейшей модели скважины используется точечный источник-сток, который в неограниченном однородном пространстве создает сферический поток, так что линии тока направлены по радиусам, а поверхности равного напора проходят по сферам с центром в источнике-стоке.

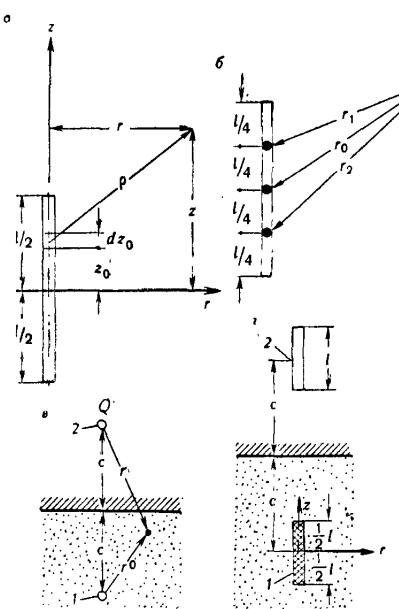


Рис. 104. Схемы расположения несовершенных скважин:

a, б — в неограниченном пласте; *в, г* — у края пласта. *1* — скважина или сток, *2* — отраженная скважина или сток

жины используется линейный сток в пространстве, представляющий собой цепочку точечных стоков, расположенных по оси скважины с одинаковой линейной интенсивностью $q = Q/l$.

Выделим бесконечно малый элемент линейного стока с ординатой z_0 (рис. 104, *a*), который будет представлять собой точечный сток с расходом qdz_0 ; в соответствии с уравнением (44) понижение dS от этого точечного стока будет

$$dS = \frac{q dz_0}{4\pi k r}, \quad r = \sqrt{r^2 + (z - z_0)^2}, \quad (45)$$

а понижение от действия линейного стока получится интегрированием выражения (45) в пределах длины фильтра

$$S = \frac{Q}{4\pi k l} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dz_0}{\sqrt{r^2 + (z - z_0)^2}} = \frac{Q}{4\pi k l} \left(\operatorname{arsh} \frac{z + 0,5l}{r} - \operatorname{arsh} \frac{z - 0,5l}{r} \right). \quad (46)$$

Анализ показывает [9], что с погрешностью до 5% выражением (46) непосредственно можно пользоваться на расстоянии, большем половины длины фильтра от скважины. Подставляя в (46) $r = r_c$, получим выражение для пони-

расход такого сферического потока будет равен расходу источника-стока Q при площади поверхности сферы $\omega = 4\pi r^2$; согласно общей формуле Дарси — Дююи (23 гл. III) он будет иметь выражение

$$Q = 4\pi r^2 k \frac{dH}{dr} \quad (43)$$

(при выборе знака градиента здесь также принимаем положительный расход стока). Разделяя в (43) переменные, после интегрирования получим напорную функцию сферического источника

$$H = -\frac{Q}{4\pi k r} + C, \quad (43a)$$

где C — постоянная интегрирования.

Из условия $H = H_0$ при $r \rightarrow \infty$ найдем $C = H_0$, так что понижение напора $S = H_0 - H$ определится здесь выражением

$$S = \frac{Q}{4\pi k r}. \quad (44)$$

Поскольку длина скважины обычно значительно превышает ее радиус, то чаще в качестве модели несовершенной сква-

жины используется линейный сток в пространстве, представляющий собой цепочку точечных стоков, расположенных по оси скважины с одинаковой линейной интенсивностью $q = Q/l$.

жения S_c на стенке скважины, которое оказывается переменным по высоте, что является следствием принятого условия постоянства интенсивности притока к линейному стоку. Для задания расчетного понижения на стенке скважины используются различные искусственные приемы, приводящие к формуле вида

$$S_c = \frac{Q}{2\pi k l} \ln \frac{\alpha l}{r_c}, \quad (47)$$

причем обычно можно принимать $\alpha = 0,7$ [1, 6, 9].

Для скважины в анизотропном пласте, характеризующемся различными коэффициентами фильтрации k_r и k_z в горизонтальном и вертикальном направлениях, используются преобразования осей координат, приведенные в § 1 гл. VI. Вводя преобразованную радиальную координату $r^* = r \sqrt{k_z/k_r}$, приведем анизотропный пласт в изотропный с коэффициентом фильтрации k_r , так что для понижения напора в анизотропном пласте от действия линейного стока будет справедливо выражение (46), в котором надо только заменить r на r^* и k на k_r [21, 22].

Для практических расчетов обычно можно пользоваться более простой моделью точечного стока и определять понижение уровня согласно (44) выражением

$$S = \frac{Q}{4\pi k r^0}, \quad (48)$$

где r^0 — расчетное расстояние от скважины, причем в области, удаленной от скважины на расстояние, большее длины фильтра, можно считать $r = r_0$, а в области, расположенной на расстоянии $(0,2-1)l$ от скважины, используется формула $r^0 = \sqrt{r_1 r_2}$ (рис. 104, б).

Наличие непроницаемой кровли вблизи стока (см. рис. 104, а) учитывается добавлением отраженного стока, располагаемого симметрично действительному относительно границы. Понижение от действия отраженного точечного стока определится согласно (44) с заменой r на r' , а общее понижение в этом случае определится как сумма понижений от действительного и отраженного стоков, т. е. по формуле

$$S = \frac{Q}{4\pi k r} + \frac{Q}{4\pi k r'} = \frac{Q}{4\pi k r} \left(1 + \frac{r}{r'} \right). \quad (49)$$

Аналогичным путем можно составить решение для скважины (линейного стока) длиной l , располагаемой у непроницаемой границы (рис. 104, г), если симметрично относительно границы ввести такую же отраженную скважину.

Из уравнения (49) следует, что погрешность, вносимая исключением влияния одной из границ пласта $\delta = r/r'$. Для точек, расположенных невдалеке от скважины, принимая $r' \cong 2c$, получим $\delta \cong r/2c$, т. е. при $\delta = 5\%$ можно пренебречь границей, если она расположена на расстоянии, большем 10 расстояний от середины скважины до расчетной точки. Для самой скважины аналогичное выражение погрешности получится при $r' = 2c$ и $r =$

$$= r_c^0 = \frac{l}{2 \ln \frac{0,7l}{r_c}}, \text{ а имея в виду, что обычно } r_c = 0,1 \text{ м, } l = 3 \div 10 \text{ и } \ln \frac{0,7l}{r_c} = 3 \div 4,5, \text{ получим}$$

формулу для оценки погрешности влияния кровли или подошвы пласта на саму скважину: $\delta = (\div 0,08) \frac{l}{c}$; если принять допустимой погрешность $\delta = 5\%$, то будет видно, что влиянием границы здесь можно пренебречь при $c > (1-1,6)l$. Из приведенных данных

видно, что если на понижения в скважине горизонтальные границы пласта влияют только при довольно близком их расположении, то на понижение вне скважины влияние этих границ оказывается весьма существенным.

Анализ потока, формирующегося при откачке из несовершенной скважины в пласте ограниченной мощности, показывает, что зона резкой деформации, вызываемая гидравлическим несовершенством скважины, имеет сравнительно локальный характер и уже на расстоянии порядка мощности пласта образуется внешняя зона планово-радиального потока, в пределах которой линия тока направлена практически по горизонтали, а распределение напоров получается таким же, как при откачке из совершенной скважины. В этом случае берутся за основу расчетные зависимости для совершенных скважин и в них вводятся поправки, учитывающие гидродинамическое несовершенство скважин. В частности, для расчетов понижения уровня в такой несовершенной скважине вводится расчетный радиус эквивалентной совершенной скважины [3, 18, 22].

2. Опытные откачки и нагнетания в несовершенных скважинах

Режим откачек из несовершенных скважин из-за их сравнительно небольших размеров обычно стабилизируется довольно быстро. В связи с этим определение коэффициента фильтрации при такой откачке целесообразно производить после практической ее стабилизации, используя прежде всего данные понижения уровня в наблюдательных скважинах, а по данным понижения уровня в центральной скважине оценивать суммарное сопротивление фильтра и прискважинной воды.

При выборе расчетных зависимостей следует прежде всего обосновывать необходимость учета влияния кровли и подошвы пласта в соответствии с приведенными выше рекомендациями.

Схема неограниченного по мощности пласта используется при достаточном удалении скважин как от кровли, так и от подошвы пласта. В этом случае, исходя из выражения (48), получим следующую формулу для определения коэффициента фильтрации:

$$k = \frac{Q}{4\pi r^0 S} = 0,08 \frac{Q}{r^0 S}, \quad (50)$$

где величина S — понижение в наблюдательной скважине.

При расположении скважин вблизи подошвы или кровли пласта, когда используется схема полуограниченного пласта, зависимость для определения коэффициента фильтрации по данным понижения S в наблюдательной скважине согласно (49) имеет вид

$$k = 0,08 \frac{Q}{r^0 S} \left(1 + \frac{r^0}{r'} \right). \quad (51)$$

где r' — расстояние от отраженной центральной скважины до наблюдательной (см. рис. 104, θ).

Эта же формула может быть применена и для откачек из безнапорного пласта при условии, чтобы снижение уровня над центральной скважиной

не превышало $0,2c$; при этом расчетная кровля пласта проводится на уровне свободной поверхности потока.

Для интерпретации данных одиночной откачки в неограниченном пласте расчетная зависимость, определяющая коэффициент фильтрации, согласно (47) представляется в виде

$$k = 0,366 \frac{Q}{lS_c} \lg \frac{0,7l}{r_c}. \quad (52)$$

Формулу (52) можно применять и для обработки данных опытных нагнетаний (наливов) в водонасыщенные пласти, заменяя только понижение уровня S на повышение напора H и понимая под Q — расход нагнетания (налива). При нагнетаниях обычно пользуются представлением об удельном водопоглощении q_n , понимаемом, как расход налива, отнесеный к напору и длине фильтра ($q_n = \frac{Q}{H_c l}$) с размерностью [q] ≈ л/мин · м · м. Тогда формула (52) принимает вид

$$k = 0,525 q_n \lg \frac{0,7l}{r_c}, \quad (53)$$

где k выражается в м/сут.

Для реальных размеров скважин обычно можно считать k м/сут = q_n л/мин · м · м.

При обработке кустовых откачек определение коэффициентов фильтрации следует производить лишь по данным наблюдательных скважин, а данные понижений в центральных скважинах при этом используется для определения сопротивления прискважинной зоны, которое оценивается величиной приведенного сопротивления Δf_c (см. § 4 гл. VI), определяемой для скважины в неограниченном пласте по формуле

$$\Delta f_c = \frac{k l S_c}{Q} - 0,366 \lg \frac{0,7l}{r_c}. \quad (54)$$

Методика обработки кустовых откачек из несовершенных скважин в анизотропных и неоднородных пластах, а также особенности нестационарного режима откачек из несовершенных скважин в безнапорных пластах рассматриваются в работах [9, 21].

Особенности крупных откачек, распространяющих свое влияние на всю мощность водоносного пласта, описаны в работах [3, 6, 9, 17].

ПРИЛОЖЕНИЕ

ЛАБОРАТОРНЫЕ МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГОРНЫХ ПОРОД

Механические свойства горных пород проявляются при действии на них внешних нагрузок. Поведение горной породы под нагрузкой состоит в общем случае из трех этапов: упругого деформирования, пластического деформирования и разрушения. В соответствии с этим механические свойства горных пород делят на деформационные, реологические и прочностные.

Изучение прочности и деформируемости горных пород в условиях одноосного сжатия и растяжения

Одним из наиболее простых методов изучения механических свойств горных пород является одноосное сжатие цилиндрических образцов, длина которых в 2—3 раза превышает диаметр. Осевую и боковую деформации образца можно измерить при помощи индикаторов или датчиков. На рис. 105 приведены кривые напряжение — деформация. Для прочных горных пород кривая напряжение — деформация является линейной вплоть до разрушения в точке P . Связь между напряжением и деформацией в этом случае будет следующей:

$$\sigma = E_y e, \quad (1)$$

где E_y — модуль Юнга (или модуль упругости); σ — напряжение; e — относительная осевая деформация.

Модуль упругости отвечает только обратимой деформации горных пород, которая обычно не превышает долей процента от первоначального размера образца. Для характеристики как обратимой, так и необратимой деформаций образца применяют модуль общей деформации $E_0 = \sigma/e_{\text{общ}}$. На рис. 105, б это тангенс угла наклона секущей OP . Для линейно деформируемых материалов $E_y = E_0$ и не зависит от напряжения. Но для большинства горных пород в широком диапазоне напряжений $E_y > E_0$ и оба показателя зависят от величины и продолжительности действия давления.

Величина модуля деформации определяется составом и строением горной породы (размер частиц, связи между ними, пористость, трещиноватость, минеральный состав) и изменяется в широком диапазоне — от десятков и сотен kgs/cm^2 до $n \cdot 10^6 \text{ kgs}/\text{cm}^2$.

Если внешнее давление при сжатии увеличивается вплоть до разрушения, то получаем параметр прочности горной породы

$$\bar{\sigma}_c = \frac{P_c}{F}, \quad (2)$$

где $\bar{\sigma}_c$ — прочность на одноосное сжатие; F — начальная площадь поперечного сечения образца; P_c — усилие разрушения.

Характер разрушения образцов грунта при одноосном сжатии зависит от вида породы и условий разрушения и может быть хрупким, полухрупким и пластичным (рис. 106). Хрупким является разрушение, которое происходит при малых деформациях и напряжениях, не

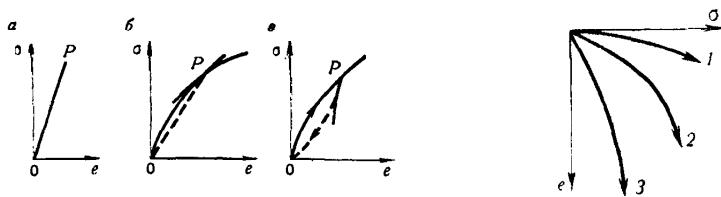


Рис. 105. Кривые напряжение — деформация:

a — линейно-упругий материал; *b* — нелинейно-упругий материал; *c* — то же, при наличии гистерезиса

Рис. 106. Кривые напряжение — деформация при одноосном разрушении хрупких (*1*), полуухрупких (*2*) и пластичных (*3*) образцов

превышающих предела упругости материала. Оно проявляется в породах с прочными кристаллизационными связями. Пластичное разрушение грунта сопровождается изменением формы образца («бочка») при сохранении постоянного объема и проявляется в мягких глинистых породах уже при небольших давлениях, а в прочных твердых породах при повышенных давлениях и температурах.

Другая важная характеристика прочности, получаемая при действии одноосного напряжения — прочность на разрыв. Закономерности деформирования цилиндра при растяжении оказываются аналогичными получаемым при сжатии, но величина модуля упругости значительно меньшая, а образец разрушается при деформациях, в несколько раз меньших, чем при сжатии. Обычно разрыв горных пород при одноосном растяжении происходит хрупко. Прочность на разрыв σ_p определяется по формуле

$$\tilde{\sigma}_p = \frac{P_p}{F}, \quad (3)$$

где P_p — разрушающее усилие; F — площадь поперечного сечения образца.

Прочность монолитных скальных пород на разрыв обычно не превышает 100—150 кгс/см² и зависит от строения породы и петрографического состава. Величина прочности на разрыв составляет несколько процентов от величины прочности на сжатие и лишь для таких пород, как мрамор, достигает 10%. В дисперсных горных породах сопротивление разрыву не превышает 1—1,5 кгс/см², обычно составляя десятие доли кгс/см². Наиболее высоким сопротивлением разрыву обладают плотные нетрещиноватые высокодисперсные глины.

При сжатии или растяжении горной породы происходит не только осевая, но и боковая деформация. Для характеристики способности породы к боковой деформации под действием давления применяется коэффициент Пуассона, равный отношению боковой деформации e_x к осевой e_z

$$|v| = \frac{e_x}{e_z}. \quad (4)$$

Обычно употребляемая в расчетах величина коэффициента Пуассона относится к упругой части деформации. В горных породах величина коэффициента Пуассона изменяется от 0,1 до 0,45. Для монолитных горных пород типичны более низкие значения коэффициента Пуассона, чем для влажных глинистых. При длительном действии напряжения и больших пластических деформациях величина коэффициента Пуассона приближается к 0,5.

Компрессионные свойства горных пород

Компрессионными свойствами горных пород называют деформационные свойства дисперсных (глинистых и песчаных) пород, определяемые в условиях одномерной задачи, когда отсутствует боковое расширение породы при нагружении и она деформируется только в направлении приложенной нагрузки. Компрессионные испытания пород проводят в жестких

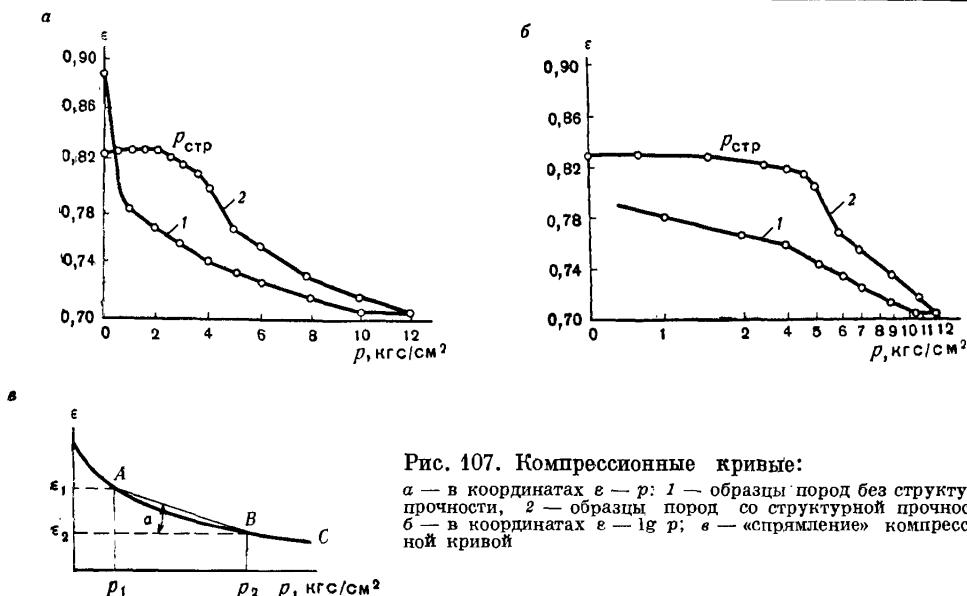


Рис. 107. Компрессионные кривые:

a — в координатах $\epsilon - p$: 1 — образцы пород без структурной прочности; 2 — образцы пород со структурной прочностью;
b — в координатах $\epsilon - \lg p$; *c* — «спрямление» компрессионной кривой

металлических колец, диаметр которых в 3—4 раза превышает высоту. Соблюдение указанного соотношения между диаметром и высотой кольца позволяет значительно уменьшить влияние трения породы о стенки прибора при испытании. Компрессионные испытания пород достаточно хорошо моделируют уплотнение пород в основании больших по площади сооружений, а также поведение прослоев глинистых пород в песчаной толще.

При определении компрессионных свойств пород различают показатели, характеризующие зависимость конечной (равновесной) деформации от нагрузки (рис. 107), и показатели, характеризующие протекание деформации во времени при постоянной нагрузке. К первым относятся коэффициент сжимаемости — параметр компрессионной кривой, коэффициент относительной сжимаемости и др., ко вторым — коэффициент консолидации и параметры ползучести.

Для небольшого диапазона давлений (порядка 1—3 kgs/cm^2) компрессионная кривая с достаточной для практики точностью может быть заменена прямой (рис. 107, *c*), уравнение которой в координатах «коэффициент пористости ϵ — внешнее давление p » будет иметь вид

$$\epsilon = \epsilon_0 - a_c p, \quad (5)$$

где a_c — угловой коэффициент, называемый коэффициентом сжимаемости; ϵ_0 — коэффициент пористости, отвечающий данному состоянию.

В зависимости от величины коэффициента сжимаемости породы классифицируются следующим образом: при a_c менее $0,001 \text{ cm}^2 \cdot \text{kgs}^{-1}$ — практически несжимаемые; при $a_c = 0,001—0,005 \text{ cm}^2 \cdot \text{kgs}^{-1}$ — слабосжимаемые; при $a_c = 0,005—0,01 \text{ cm}^2 \cdot \text{kgs}^{-1}$ — среднесжимаемые; при $a_c = 0,01—0,1 \text{ cm}^2 \cdot \text{kgs}^{-1}$ — повышенно сжимаемые и при a_c более $0,1 \text{ cm}^2 \cdot \text{kgs}^{-1}$ — сильно сжимаемые. При значительном уплотнении породы под нагрузкой величина a_c изменяется с ростом давления.

В расчетах деформаций пород часто используется также коэффициент относительной сжимаемости a_{c0} , равный относительной деформации, приходящейся на единицу давления. Коэффициент относительной сжимаемости связан с коэффициентом сжимаемости простым соотношением

$$a_{c0} = \frac{a_c}{1 + \epsilon_0}. \quad (6)$$

В случае сильно сжимаемых глинистых пород или при действии значительных давлений результаты компрессионных испытаний целесообразно изображать (рис. 107, б) на полулогарифмической координатной сетке ($\varepsilon - \lg p$), что позволяет спрямить компрессионную кривую и аппроксимировать ее уравнением

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 - a_k \lg \frac{p_2}{p_1}, \quad (7)$$

где a_k — угловой коэффициент прямой, называемый коэффициентом компрессии (безразмерная величина).

Величина коэффициента компрессии рассчитывается по формуле

$$a_k = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta \lg p}. \quad (8)$$

Для удобства расчета a_k обычно берется приращение давления, равное 10. В этом случае $a_k = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta \lg 10}$.

Изображение компрессионной кривой в координатах $\varepsilon - \lg p$ позволяет также определять величину структурной прочности породы p_{str} , так как перелом кривой отчетливо выявляется на графике (см. рис. 107, б).

Определение показателей, характеризующих сжимаемость глинистых грунтов во времени

Достижение равновесной деформации в породе под данной нагрузкой в общем случае происходит в три этапа: 1) мгновенная деформация, обусловленная упругим сжатием породы; 2) деформация, обусловленная отжатием поровой воды (фильтрационный этап); 3) деформация, обусловленная ползучестью скелета грунта и пленок связанных вод.

Для расчета скорости протекания деформации породы в случае преобладания фильтрационной консолидации необходимо знать величину коэффициента консолидации, который может быть определен либо аналитически, либо экспериментально.

Расчет величины коэффициента консолидации для случая одномерной консолидации производят по формуле (11 гл. VIII). Для экспериментального определения в условиях одномерной консолидации необходимо построить график в координатах «деформация — корень квадратный из времени» (метод \sqrt{t}) либо «деформация — логарифмы времени» (метод $\lg t$). Тогда, определив по графику время, соответствующее 90% (t_{90}) или 50% (t_{50}) фильтрационного этапа консолидации (соответственно в первом и во втором случаях), найдем величину коэффициента консолидации:

$$\text{по методу } \sqrt{t} - a^* = 0,848 \frac{H_{90}^2}{t_{90}},$$

$$\text{по методу } \lg t - a^* = 0,197 \frac{H_{50}^2}{t_{50}},$$

где H_{90} и H_{50} — половина толщины слоя породы при двустороннем дренировании, соответственно по первому и второму методам. Значения a^* , полученные по обоим методам, довольно близко совпадают.

Конец фильтрационной консолидации в водонасыщенной глинистой породе наступает при избыточном поровом давлении, равном нулю, и оценивается по точке пересечения кривой ползучести (см. ниже) с касательной к прямолинейному участку кривой фильтрационной консолидации. Несмотря на то, что эта методика определения момента окончания фильтрационной консолидации является эмпирической, лабораторные опыты с измерением порового давления показали, что во многих случаях для малых значений начального градиента пород она дает достаточно хорошие результаты.

После завершения фильтрационного этапа консолидации деформация породы будет происходить вследствие вторичной консолидации, обусловленной ползучестью скелета и пленок связанных вод. В условиях компрессии будет наблюдаться затухающая ползучесть, которая удовлетворительно описывается теорией наследственной ползучести. Согласно этой

теории изменение относительной деформации во времени $e(t)$ оценивается выражением (25 гл. II). Функция $e(t - \tau)$, именуемая «ядром ползучести», во многих случаях выражается экспоненциальной зависимостью (24 гл. II), где δ_1 и δ — параметры ползучести, определяемые экспериментально. Коэффициент затухания ползучести δ находится путем построения прямолинейного графика зависимости логарифма скорости относительной деформации на единицу давления ($\ln \dot{e}$) от времени t . Угловой коэффициент прямой в этих координатах равен по абсолютной величине коэффициенту затухания ползучести δ [T^{-1}]. Коэффициент ядра ползучести δ_1 может быть определен по формуле

$$\ln \delta_1 = \ln \dot{e}(t) + \delta t. \quad (9)$$

Изучение прочности и деформируемости пород в условиях сдвиговых деформаций

Определение сопротивления породы сдвигу в лабораторных или полевых условиях заключается в измерении усилий, необходимых для сдвигового разрушения некоторого объема породы, находящегося под действием известного нормального давления. Наиболее распространенными методами определения сопротивления пород сдвигу являются прямой сдвиг по фиксированной плоскости и раздавливание при трехосном сжатии.

Испытание на прямой сдвиг производится на приборе компрессионного типа, состоящем из подвижной и неподвижной частей. Образец грунта закладывается в обойму и нагружается через штамп заданным нормальным давлением, после чего подвергается действию сдвигающего усилия, прикладываемого к подвижной части обоймы в горизонтальном направлении. Определяется сдвигающее усилие, необходимое для смещения одной части образца относительно другой. После достижения максимального значения сдвигающее усилие либо значительно уменьшается (остаточная прочность), либо остается неизменным (рис. 108). Для получения характеристики сопротивления сдвигу необходима серия испытаний при различных нормальных давлениях.

Испытание на прочность породы методом раздавливания при трехосном напряженном состоянии производится в специальных приборах-стабилометрах. Образец породы цилиндрической формы, заключенный в резиновую оболочку, помещается в герметическую камеру и подвергается всестороннему давлению при помощи жидкости. Затем к образцу прикладывается вертикальное давление вплоть до разрушения. Таким образом, при различных значениях всестороннего давления проводится испытание нескольких образцов-близнецов. Параметры сопротивления сдвигу определяются для кривой, касательной к кругам напряжений (см. рис. 10).

Сопротивление пород сдвигу в определенном диапазоне давлений может быть выражено линейной зависимостью Кулона (14 гл. II), где величины ρ и c являются параметрами этой зависимости. Величина параметра ρ , называемого углом внутреннего трения, зависит от условий дренирования образца при сдвиге: при отсутствии дренирования величина ρ водонасыщенных дисперсных пород близка к нулю, а при дренировании имеет максимальное значение. Для условий дренированного сдвига величина угла внутреннего трения зависит от трения минералов и зацепления частиц. Параметр c , называемый сцеплением, зависит от прочности цементационных структурных связей и взаимного зацепления частиц.

Методика определения ρ и c должна выбираться с учетом возможных условий работы пород под нагрузкой.

Иногда угол внутреннего трения ρ отождествляют с углом естественного откоса α . Такое отождествление основано на анализе условий равновесия частицы твердого тела на поверхности, наклоненной под углом α к горизонту. Однако равенство α и ρ справедливо лишь для идеальных сыпучих сред, сопротивление которых определяется только трением по поверхности частиц; для реальных сыпучих пород сопротивление сдвига зависит от зацепления частиц. Кроме того, напряженное состояние для частиц при сдвиге и скатывании по поверхности откоса оказывается различным. Поэтому угол откоса α не равен углу внутреннего трения и может использоваться лишь как грубое приближение к углу внутреннего трения. Сдвиговые деформации пород развиваются во времени. Скорость и характер сдвига зависят от соотношения сдвигающего напряжения τ и порога ползучести τ_∞ , а также от вели-

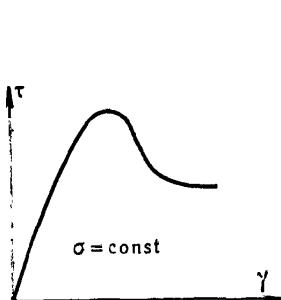
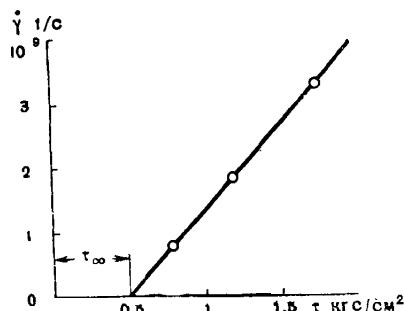


Рис. 108. График зависимости сопротивления сдвигу от величины деформации

Рис. 109. Схема к определению величины τ_∞ 

чины коэффициента вязкости η . При напряжениях $\tau < \tau_\infty$ развиваются в основном упругие деформации, не сопровождающиеся разрушением структуры породы; при $\tau > \tau_\infty$ развиваются деформации ползучести, которые протекают с возрастающей скоростью и заканчиваются разрушением породы. Порог ползучести определяется по данным длительных испытаний образцов-близнецом при различных значениях касательного напряжения (рис. 109). Величина τ_∞ оценивается путем экстраполяции до пересечения кривой «деформация скорости сдвига $\dot{\gamma}'$ — касательное напряжение τ » с осью напряжений. Величина τ_∞ может быть также ориентировочно найдена по формуле

$$\tau_\infty = \sigma \operatorname{tg} \rho_{\text{ост}} + c_s, \quad (10)$$

где $\rho_{\text{ост}}$ — наименьший угол внутреннего трения породы при данной плотности — влажности, определенный при медленном дренированном сдвиге после многократного сдвига по одной и той же поверхности; c_s — сцепление, обусловленное обратимыми структурными связями.

Вязкость породы характеризует сопротивление течению под действием сдвигающих сил. Количественно вязкость определяется величиной касательной силы, которая должна быть приложена к единице площади сдвигаемого слоя, чтобы поддержать в нем ламинарное течение с постоянной скоростью относительного сдвига, равной единице. Размерность вязкости — напряжение, умноженное на время.

Коэффициент вязкости пород определяется как в лабораторных условиях (различными методами), так и в полевых (наблюдения за движением массива породы на склонах или в горных выработках). Наиболее часто вязкость пород определяется методом прямого сдвига или перекоса, позволяющим установить величину касательного напряжения (в условиях заданного нормального давления), при котором наблюдается деформация ползучести с постоянной скоростью. В случае отсутствия хорошо выраженного порога ползучести величина коэффициента вязкости породы рассчитывается по формуле Ньютона

$$\eta = \frac{\tau}{v} d, \quad (11)$$

а при пластической вязкости — по формуле Шведова — Бингама

$$\eta = \frac{\tau - \tau_\infty}{v} d, \quad (11a)$$

где τ — сдвигающее напряжение; v — скорость ползучести; d — высота перекашиваемого образца или зоны сдвига.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

К главе I

1. Бэр Я., Заславский Д., Ирмей С. Физико-механические основы фильтрации воды. М., «Мир», 1971, 451 с.
2. Герсеванов Н. М., Польшин Д. Е. Теоретические основы механики грунтов. М., Госстройиздат, 1948, 247 с.
3. Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов. М., Стройиздат, 1971, 366 с.
4. Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов. М., Стройиздат, 1973, 375 с.
5. Денисов Н. Я. Природа прочности и деформаций грунтов. М., Стройиздат, 1972, 279 с.
6. Дерягин Б. В. Поверхностные силы и их влияние на свойства гетерогенных систем. — В кн.: Исследования в области поверхностных сил, 1961, с. 52—67.
7. Добрыни В. М. Деформации и изменения физических свойств коллекторов нефти и газа. М., «Недра», 1970, 236 с.
8. Зарецкий Ю. К. Вопросы консолидации и ползучести с учетом распределения пор грунта по величине. — «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1973, № 4, с. 23—26.
9. Каидауров И. И. Механика зернистых сред и ее применение в строительстве. Л., Стройиздат, 1970, 239 с.
10. Ломтадзе В. Д. Инженерная геология. М., «Недра», 1970, 526 с.
11. Маслов Н. Н. Основы механики грунтов и инженерной геологии. Изд. 2-е. М. «Высшая школа», 1968, 629 с.
12. Механика в СССР за 50 лет. Т. 2. М., «Наука», 1971, 458 с.
13. Мичурин Б. Н. Количественная зависимость всасывающего давления от содержания доступной влаги. — «Сб. трудов по агрономической физике», 1969, вып. 19, с. 51—57.
14. Мюллер Л. Механика скальных массивов. М., «Мир», 1971, 254 с.
15. Нерпин С. В., Чудновский А. Ф. Физика почвы. М., «Наука», 1967, 587 с.
16. Рац М. В. Неоднородность горных пород и их физических свойств. М., «Наука», 1968, 107 с.
17. Руппенейт К. В. Механические свойства горных пород. М., Углетеиздат, 1956, 321 с.
18. Грунтоведение. М., Изд-во МГУ, 1973, 387 с. Авт.: Е. М. Сергеев, Г. А. Голодковская, Р. С. Зиангиров, В. И. Осинов, В. Т. Трофимов.
19. Тейлор Д. Основы механики грунтов. М., Госстройиздат, 1960, 596 с.
20. Терцаги К. Теория механики грунтов. М., Госстройиздат, 1961, 507 с.
21. Флорин В. А. Основы механики грунтов. Т. 1. М., Госстройиздат, 1959, 356 с.
22. Цытович Н. А. Механика грунтов. М., «Высшая школа», 1968, 259 с.
23. Шеидеггер А. Э. Физика течения жидкостей через пористые среды. М. Госстройиздат, 1960, 249 с.
24. Childs E. C. An introduction to the physical basis of soil water phenomena. London, 1969, 493 с.

К главе II

1. Бишоп А., Хенкель Д. Определение свойств грунтов в трехосных испытаниях. М., Госстройиздат, 1961, 230 с.
2. Бондарик Г. К., Комаров И. С., Ферронский В. И. Полевые методы инженерно-геологических исследований. М., «Недра», 1967, 372 с.
3. Вялов С. С., Пекарская Н. И., Максимяк Р. В. О физической сущности процессов деформирования и разрушения глинистых грунтов. — «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1970, № 1, с. 7—9.
4. Герсеванов Н. М., Польшин Д. Е. Теоретические основы механики грунтов. М., Госстройиздат, 1948, 247 с.
5. Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов. М., Стройиздат, 1971, 366 с.
6. Городнов В. Д. Методика определения набухания. — «Труды МИНХиГП», 1970, вып. 88, с. 102—111.
7. Добрынина В. М. Деформации и изменения физических свойств коллекторов нефти и газа. М., «Недра», 1970, 236 с.
8. Желтов Ю. П. Деформации горных пород. М., «Недра», 1966, 196 с.
9. Зарецкий Ю. К. Теория консолидации грунтов. М., «Наука», 1967, 269 с.
10. Иванов П. Л. Разжижение песчаных грунтов. М. — Л., Госэнергоиздат, 1962, 260 с.
11. Маслов Н. Н. Основы механики грунтов и инженерной геологии. Изд. 2-е. М. «Высшая школа», 1968, 629 с.
12. Маслов Н. Н. Длительная устойчивость и деформация смещения подпорных сооружений. М., «Энергия», 1968, 159 с.
13. Месчян С. Р. Ползучесть глинистых грунтов. Ереван, изд. АН Арм. ССР, 1967, 318 с.
14. Мюллер Л. Механика скальных массивов. М., «Мир», 1971, 254 с.
15. Николаевский В. Н. Механические свойства грунтов и теория пластичности. — «Механика твердых деформируемых тел», 1972, т. 6, 85 с.
16. Павлонский В. М. Исследование набухания уплотненных глинистых грунтов при наличии пригрузки. — «Труды ВОДГЕО», 1970, вып. 27, с. 72—79.
17. Роза С. А., Зеленский Б. Д. Исследование механических свойств скальных оснований гидротехнических сооружений. М., «Энергия», 1967, 391 с.
18. Грунтоведение. М., Изд-во МГУ, 1971, 596 с. Авт.: Е. М. Сергеев, Г. А. Голодковская, Р. С. Зиапгиров, В. И. Осипов, В. Т. Трофимов.
19. Терпаги К. Теория механики грунтов. М., Госстройиздат, 1961, 507 с.
20. Фисенко Г. Л. Устойчивость бортов карьеров и отвалов. М., «Недра», 1965, 377 с.
21. Флорин В. А. Основы механики грунтов. Т. 1. М., Госстройиздат, 1959, 356 с.
22. Харр М. Е. Основы теоретической механики грунтов. М., Стройиздат, 1971, 319 с.
23. Цытович Н. А. Механика грунтов. М., «Высшая школа», 1968, 259 с.

К главе III

1. Аверьянов С. Ф. Зависимость воздухопроницаемости почвогрунтов от содержания в них воздуха. — «Докл. АН СССР», 1949, № 2, с. 141—144.
2. Обобщенный закон Дарси. — «Труды Азерб. ин-та нефти и химии», 1967, вып. 26, с. 29—33. Авт.: В. А. Алиев, Р. С. Гурбанов, Г. А. Мамедов, Я. Г. Форзане.
3. Амаглобели И. П. Основы теории медленного движения ньютоновских и неニュтоновских жидкостей в капиллярах и ее применение к расчету «нейлинейной» фильтрации (автореф. докт. дисс.), Тбилиси, 1969, 38 с.
4. Антоненко Г. К., Гольдберг В. М. Фильтрационные свойства пород и вязкость растворов глубоких водоносных горизонтов. М., 1969, 73 с. (ВСЕГИНГЕО).

5. Барон В. А. К вопросу о физическом смысле начального градиента при расчете фильтрации в глинистых породах. — «Вопросы гидрогеологических исследований для мелиорации», Тематич. сборн. ВСЕГИНГЕО, 1971, вып. 37, с. 106—111.
6. Бондаренко Н. Ф. Физика движения подземных вод. Л., Гидрометеоиздат, 1973, 215 с.
7. Основы гидрогеологических расчетов. Изд. 2-е. М., «Недра», 1969, 367 с. Авт.: Ф. М. Бочевер, И. В. Гармонов, А. В. Лебедев, В. М. Шестаков.
8. Бэр Я., Заславский Д., Ирмей С. Физико-механические основы фильтрации воды. М., «Мир», 1971, 451 с.
9. Методы фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем. М., «Колос», 1970, 440 с. Авт.: С. В. Васильев, Н. Н. Веригин, Б. А. Глейзер и др.
10. Казанский А. Б. Теория фильтрационной диффузии и приложение ее к задачам гидрологии и гидрогеологии. М., «Наука», 1973, 136 с.
11. Коллинз Р. Течения жидкостей через пористые материалы. М., «Мир», 1964, 350 с.
12. Коляда М. Н., Фихтенгольц З. Д. Характеристика коэффициентов водопроводности и пьезопроводности основных водоносных горизонтов Европейской части СССР. — «Экспресс-информация ВИЭМС», вып. 31, 1967, 11 с.
13. Кристея Н. Подземная гидравлика. Т. 1. М., Гостоптехиздат, 1961, 343 с.
14. Кульчицкий Л. И., Гольдберг В. М. Влияние минерализации воды на фильтрационные свойства песчано-глинистых пород. — «Тематический сб. ВСЕГИНГЕО», 1969, вып. 14, с. 6—22.
15. Лебедев А. В., Ярцева Е. Н. Оценка питания и баланса грунтовых вод. М., «Недра», 1967, 192 с.
16. Ломизе Г. М. Основные закономерности электроосмотической фильтрации и электроуплотнение глинистых грунтов. — «Труды совещ. по инженерно-геологическим свойствам горных пород и методам их изучения», 1956, т. 1, с. 163—176.
17. Ломизе Г. М., Нетушил А. В. Электроосмотическое водопонижение. М., Госэнергоиздат, 1958.
18. Лялько В. М., Шнейдерман Г. А. Формирование и прогноз ресурсов, подземных вод засушливых районов. Киев, «Наукова думка», 1965, 187 с.
19. Мамуна В. Н. К расчету сжимаемости пластовых вод. — «Труды Всес. научно-исслед. нефтегазового ин-та», 1958, вып. 15, с. 217—218.
20. Масек М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. М., Гостоптехиздат, 1949, 627 с.
21. Минский Е. М. Статистическое обоснование уравнений фильтрационного движения. — «Докл. АН СССР», 1958, т. 118, № 2, с. 255—258.
22. Моркос Н. З. Экспериментальное изучение динамики водоотдачи. — «Вест. МГУ. Геология», 1970, № 3, с. 96—101.
23. Нергин С. В., Чудновский А. Ф. Физика почвы. М., «Наука», 1967, 583 с.
24. Механика насыщенных пористых сред. М., «Недра», 1970, 335 с. Авт.: В. Н. Николаевский, К. С. Басниев, А. Т. Горбунов, Г. А. Зотов.
25. Носова О. Н. Расчет водоотдачи песчаных грунтов. М. — Л., Госэнергоиздат, 1962, 116 с.
26. Павловский В. М. К вопросу о начальном градиенте напора в глинистых грунтах. — «Труды института ВОДГЕО», 1968, вып. 19, с. 78—85.
27. Павловский Н. Н. Основы гидравлики. Сбор. соч. Т. 1. М., Изд-во АН СССР 1955, 547 с.
28. Пэк А. А. О динамике ювенильных растворов. М., «Наука», 1968, 138 с.
29. Грунтоведение. 4-е изд., М., Изд-во МГУ, 1973, 387 с. Авт.: Е. М. Сергеев, Г. А. Голодковская, Р. С. Зиангиров, В. И. Осипов, В. Т. Трофимов.
30. Чугаев Р. Р. Гидравлика. М. — Л., Госэнергоиздат, 1963, 552 с.
31. Шайдеггер А. Физика течения жидкостей через пористые среды. М., Гостоптехиздат, 1960, 249 с.
32. Шестаков В. М. О понятии напорные воды. — «Вестн. МГУ. Геология», 1965, № 3, с. 80—82.

33. Шестаков В. М. Динамика подземных вод. М., Изд-во МГУ, 1973, 334 с.
34. Щелкачев В. Н. Разработка нефтеvodоносных пластов при упругом режиме. М., Гостоптехиздат, 1959, 467 с.
35. Ярцева Е. Н. Методическое пособие по определению коэффициента водоотдачи и недостатка насыщения почво-грунтов. М., 1967, 49 с. (ВСЕГИНГЕО).
36. Advances in Hydroscience, 1967, vol. 4, 428 р.
37. Aljubury F., Evans D. Proceedings soil science society, 1965, vol. 14, p. 366—369.
38. Bięcinski P. A. Hydrotechnika i melioracja, 1960, No. 6.
39. Brutsaert N. Water Resources Research, 1968, vol. 4, No. 2.
40. Busch K., Luckner L. Geohydraulik. Leipzig, 1972, 442 с.
41. Cohen P. Specific — yield and particle size relations of quaternary alluvium. U. S. Geol. Survey Water-supply Paper, 1669—M, 1963.
42. Darçay H. Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Paris, 1856, 647 р.
43. Forchheimer Ph. Wasserbewegungen durch Boden. Zeitschrift Ver. deutsch. Ing. 45, 1901.
44. Kożerski B. Biuletyn Geologiczny, t. 14, 1972, s. 115—182.
45. Lohman S. Ground — water hydraulics. U. S. Geol. Survey Profess. Paper, 1972, No. 708, 70 р.
46. Mitchell J., Juonger J. Abnormalites in hydraulic flow through fine — grained soils. — «Permeability and capillarity of soils», 1967, p. 106—139.
47. Novák V. Vodohospodarsky časopis, XX, No. 2, 1972, No. 2, s. 213—233.
48. Olsen H. Water Resources Research, 1966, vol. 2, No. 2, p. 287—296.
49. Schneebeli G. Hydraulique souterraine. Paris, 1966, 191 р.
50. Šutor J. Vodohospodarsky časopis, XVIII, 1970, No. 5, p. s. 579—591.
51. Swartzendruber D. Proceedings Soil Science Soc. Amer., 1969, vol. 32, No. 1, p. 11—18.

К главе IV

- Бондарик Г. К. Основы теории изменчивости инженерно-геологических свойств горных пород. М., «Недра», 1971, 271 с.
- Боревский Б. В., Самсонов Б. Г., Язвин Л. С. Определение гидро-геологических параметров по данному откачу (для водоснабжения). М., «Недра», 1973, 320 с.
- Боровко Н. Н. Статистический анализ пространственных геологических закономерностей. М., «Недра», 1971, 173 с.
- Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1968, 564 с.
- Гиринский Н. К. Некоторые вопросы динамики подземных вод. — «Гидро-геология и инженерная геология», М., Госгеолиздат, 1947, 102 с.
- Желтов Ю. П. Деформации горных пород. М., «Недра», 1966, 196 с.
- Кап Д. М. Режим грунтовых вод в орошаемых районах и его регулирование. М., «Колос», 1963, 367 с.
- Качанов Л. М. Основы теории пластиности. М., Гостехтеориздат, 1956, 324 с.
- Комаров И. С. Накопление и обработка информации при инженерно-геологических исследованиях. М., «Недра», 1972, 295 с.
- Крамбейн У., Грейбл Ф. Статистические модели в геологии. М., «Мир», 1969, 396 с.
- Лялько В. И., Шнейдерман Г. А. Формирование и прогноз ресурсов подземных вод засушливых районов. Киев, «Наукова думка», 1965, 187 с.
- Мюллер Л. Механика скальных массивов. М., «Мир», 1971, 254 с.
- Мятлев А. Н. Напорный комплекс подземных вод и колодцы. — «Изв. АН СССР. Отд. техн. наук», 1947, № 9, с. 1069—1088.
- Понимакин И. В. Метод напорных выработок. — «Гидротехническое строительство», 1970, № 11, с. 21—22.
- Развитие исследований по теории фильтрации в СССР. М., «Наука», 1969, 545 с.
- Рад М. В. Неоднородность горных пород и их физических свойств. М., «Наука», 1968, 107 с.

17. Рац М. В. Структурные модели в инженерной геологии. М., «Недра», 1973, 214 с.
18. Тиздэль Р. Р. О сейсмических явлениях, вызываемых созданием крупных водохранилищ. — «Гидротехническое строительство», 1972, № 8, с. 51—53.
19. Титова Л. М. Анализ моделей распределения показателей механических свойств грунтов в массиве. — «Вестн. МГУ, геологич. сер.», 1972, № 1, с. 114—117.
20. Веаг J., Вреастер C. Journal of the Hydraulic Division, 1966, vol. 92, No. 5, p. 115—134.
21. Дюпуй Ж. Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans es canaux decouverts et a travers les terrains permeab les. Paris, 1863, 304 p.
22. Веденеевт J. Journal of Geophysical Research, 1967, vol. 72, No. 12.
23. Gordon F. Bull seismological society of America, 1970, v. 60, p. 1739—1740.
24. Нагг M. Ground water and seepage, 1962, 315 p.
25. Jacob Ch. Transaction Amer. Geophysical Union, 1946, vol. 27, No. 11.

К главе V

1. Аравин В. И. Основные вопросы экспериментального исследования движения грунтовых вод в щелевом лотке. — «Изв. НИИГ», 1938, т. 23, с. 35—37.
2. Бэр Я., Заславский Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. М., «Мир», 1971, 451 с.
3. Вопросы гидрогеологических расчетов (Сборник переводов). М., «Мир», 1965, 180 с.
4. Горное давление, сдвижения горных пород и методика маркшейдерских работ, — «Труды ВНИМИ», 1970, сб. 31, 332 с.
5. Дружинин Н. И. Метод электрогоидродинамической аналогии и его применение при исследовании фильтрации. М., Госэнергоиздат, 1956, 346 с.
6. Жернов И. Е., Шестаков В. М. Моделирование фильтрации подземных вод. М., «Недра», 1971, 224 с.
7. Замарин Е. А. Расчет движения грунтовых вод. Ташкент, 1928, 102 с.
8. Карапильев Г. С. О точности фильтрационных расчетов на щелевом лотке — «Гидротехническое строительство», 1960, № 2, с. 45—46.
9. Капрюс У. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. М., Изд-во иностр. лит., 1962, 487 с.
10. Моделирование проявлений горного давления. М., «Недра», 1968, 278 с; Авт.: Г. Н. Кузнецов, М. Н. Будько и др.
11. Павловский Н. Н. Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения. Собр. соч. Т. 2. М. Изд-во АН СССР, 1956, 352 с.
12. Покровский Г. И., Федоров И. С. Центробежное моделирование в строительном деле. М., Стройиздат, 1968, 246 с.
13. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР. М., «Наука», 1969, 545 с.
14. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. 5-е изд. М., «Наука», 1965, 386 с.
15. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1. М., «Наука», 1970, 492 с.
16. Фильчаков П. Ф., Панишин В. И. Интеграторы ЭГДА. Изд-во АН УССР, 1961, 177 с.
17. Флорин В. А. Основы механики грунтов. Т. 1. М., Госстройиздат, 1959, 356 с.
18. Штрафф В. А. Моделирование и философия. М., «Наука», 1966, 301 с.
19. Busch K., Luckner L. Geohydraulik. Leipzig, 1972, 442 с.

К главе VI

1. Влияние водохранилищ на прилегающие территории. М., Госстройиздат, 1960, 319 с. Авт.: С. К. Абрамов, Н. Н. Бинденман, Ф. М. Бочевер, Н. Н. Веригин.
2. Защита территорий от затопления и подтопления. М., Госстройиздат, 1961, 424 с. Авт.: С. К. Абрамов, В. П. Нелоига, А. В. Романов, Е. М. Селюк.

3. Аравин В. И. Расчеты и моделирование плановой фильтрации. М., Госэнергоиздат, 1963, 78 с.
4. Аравин В. И., Нумеров С. Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. М.—Л., Гостехиздат, 1953, 616 с.
5. Бочевер Ф. М., Алексеев В. С. Оценка сопротивления водозаборных скважин по опытным и эксплуатационным откачкам. — «Разведка и охрана недр», 1965, № 3, с. 39—45.
6. Бочевер Ф. М., Лапшин Н. Н., Хохлатов Э. М. Расчет притока подземных вод к скважинам в долинах рек. — «Разведка и охрана недр», 1968, № 9, с. 44—49.
7. Основы гидрогеологических расчетов. 2-е изд. М., «Недра», 1969, 367 с. Авт.: Ф. М. Бочевер, И. В. Гармонов, А. В. Лебедев, В. М. Шестаков.
8. Бэр Я., Заславский Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. М., «Мир», 1971, 451 с.
9. Веригин Н. Н. Методы определения фильтрационных свойств горных пород. М., Госстройиздат, «Мир», 1961, 180 с.
10. Дружинин Н. И. Метод электрогидродинамических аналогий и его применение при исследовании фильтрации. М., Госэнергоиздат, 1956, 346 с.
11. Жернов И. Е., Шестаков В. М. Моделирование фильтрации подземных вод. М., «Недра», 1971, 224 с.
12. Каменский Г. Н. Основы динамики подземных вод. М., Госгеолиздат, 1943, 248 с.
13. Керкис Е. Е. Влияние удельного веса подземных вод на условиях их равновесия и движения. — «Записки Ленингр. горного ин-та», 1952, 27, вып. 2, с. 75—105.
14. Коллинз Р. Течение жидкостей через пористые материалы. М., «Мир», 1964, 350 с.
15. Павловский Н. Н. Собрание сочинений. Т. 2. М., Изд-во АН СССР, 1956, 547 с.
16. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М., Гостехиздат, 1952, 676 с.
17. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР. М., «Наука», 1969, 545 с.
18. Руководство по изучению режима и баланса подземных вод в речных бассейнах МГД. М., 1968, 255 с. (ВСЕГИНГЕО).
19. Форхгеймер Ф. Гидравлика. ОНТИ, 1935, 616 с.
20. Чарный И. А. Основы подземной гидравлики. М., Гостоптехиздат, 1956, 260 с.
21. Шестаков В. М. Теоретические основы оценки подпора, водонаполнения и дренажа. М., Изд-во МГУ, 1965, 233 с.
22. Шестаков В. М. Построение свободной поверхности стационарного фильтрационного потока при откачке из совершенной скважины. — «Материалы по гидрогеологии. Науч. труды Таш. ГУ», 1971, вып. 415, с. 39—47.
23. Шестаков В. М. Динамика подземных вод. М., Изд-во МГУ, 1973, 334 с.
24. Опытно-фильтрационные работы. Под ред. В. М. Шестакова и Д. Н. Башкатова. М., «Недра», 1973, 185 с.
25. Шестаков В. М., Краичепко И. П., Пашковский И. С. Практикум по динамике подземных вод. М., Изд-во МГУ, 1969, 224 с.
26. Dupuit J. Etudes theoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux d'acouverts et a travers les terrains permeables. Paris, 1863, 304 p.
27. Hantush M. S. Journal of Geophysical Research, 1965, vol. 70, No. 2.
28. Kashef A. A. Journal of the Hydraulic Division, 1965, vol. 91, No. 4.
29. Pietragu V. Calculul infiltratiilor. Bucuresti, 1970, 318 p.
30. Tiemeyer K. Acta Hydrophysica. Band XVII, H. 1, s. 27—45.
31. Williams D. E. Ground water, 1970, vol. 8, No. 5, p. 25—29.

К главе VII

1. Афиногенов Ю. А., Пеньковский В. И. Об определении пластового давления в закрытом пласте и упругом откатии жидкости при его вскрытии. — «Журнал прикладной механики и технической физики», 1970, № 3, с. 162—167.

2. Будянский Б. Точное решение упруго-пластической задачи о концентрации напряжений. — «Прикладная математика и механика», 1971, вып. 1, т. 35, с. 40—48.
3. Герсеванов Н. М., Польшин Д. Е. Теоретические основы механики грунтов. М., Госстройиздат, 1948, 247 с.
4. Голушкич С. С. Статика предельных состояний грунтовых масс. М., Гостехтеориздат, 1957, 288 с.
5. Горбунов-Посадов М. И. Метод решения смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунтов. — «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1971, № 2, с. 4—7.
6. Горбунов-Посадов М. И., Зарецкий Ю. К. Успехи в области теории расчета оснований и фундаментов в СССР и за рубежом. — «Основания и фундаменты», 1973, № 4, с. 8—12.
7. Кассирова Н. А. Исследование влияния установившейся фильтрации на напряженное состояние обделки кругового тоннеля и окружающего его массива. — «Изв. ВНИИГ», 1969, т. 89, с. 55—62.
8. Каачанов Л. М. Основы теории пластичности. М., Гостехтеориздат, 1956, 324 с.
9. Маслов Н. Н. Длительная устойчивость и деформация смещения подпорных сооружений. М.—Л., «Энергия», 1968, 159 с.
10. Механика насыщенных пористых сред. М., «Недра», 1970, 335 с. Авт.: В. Н. Николаевский, К. С. Басинев, А. Т. Горбунов, Г. А. Зотов.
11. Опыт оценки устойчивости склонов сложного геологического строения (под ред. Г. С. Золотарева). М., Изд-во МГУ, 1973, 276 с.
12. Соколовский В. В. Статика ссыпучей среды. М., Физматгиз, 1960, 243 с.
13. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1966, 659 с.
14. Федоров И. В. Методы расчета устойчивости склонов и откосов. М., Госстройиздат, 1962, 202 с.
15. Фисенко Г. Л. Устойчивость бортов карьеров и отвалов. М., «Недра», 1965, 377 с.
16. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа, II, М., Гостехтеориздат, 1956, 464 с.
17. Флорин В. А. Основы механики грунтов. Т. 1. М., Госстройиздат, 1959, 356 с.
18. Флорин В. А. Основы механики грунтов. Т. 2. М., Госстройиздат, 1961, 543 с.
19. Харр М. Е. Основы теоретической механики грунтов. М., Госстройиздат, 1961, 319 с.
20. Цытович Н. А. Механика грунтов. М., «Высшая школа», 1968, 259 с.
21. Основания и фундаменты. М., «Высшая школа», 1970, 381 с. Авт.: Н. А. Цытович, В. Г. Березанцев, Б. И. Далматов, М. Ю. Абелев.
22. Чугаев Р. Р. Земляные гидротехнические сооружения. М.—Л., «Энергия», 1967, 459 с.
23. Шукле Л. Реологические проблемы механики грунтов. М., Стройиздат, 1973, 485 с.

К главе VIII

1. Афанасьев Е. Ф., Николаевский В. Н. Нелокально-упругий режим фильтрации и восстановления давления в глубинных пластах. — «Журнал прикладной механики и технической физики», 1969, № 5, с. 172—176.
2. Влияние свойств горных пород на движение в них жидкости. М., Гостоптехиздат, 1962, 274 с. Авт.: А. Бан, А. Ф. Богомолова, В. А. Максимов, В. Н. Николаевский, В. Г. Оганджанянц, В. М. Рыжик.
3. Баренблatt Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М., «Недра», 1972, 288 с.
4. Основы гидрогеологических расчетов. М., «Наука», 1969, 543 с. Авт.: Ф. М. Бочевер, И. В. Гармонов, А. В. Лебедев, В. М. Шестаков.
5. Бэр Я., Заславский Д., Ирмей С. Физико-механические основы фильтрации воды. М., «Мир», 1971, 451 с.

6. Г о р б у н о в - П о с а д о в М. И., З а р е ц к и й Ю. К. Успехи в области теории расчета оснований и фундаментов в СССР и за рубежом. — «Основания и фундаменты», 1973, № 4, с. 8—12.
7. Ж е р н о в И. Е., Ш е с т а к о в В. М. Моделирование фильтрации подземных вод. М., «Недра», 1971, 224 с.
8. З а р е ц к и й Ю. К. Теория консолидации грунтов. М., «Наука», 1967, 543 с.
9. К о л л и н з Р. Течение жидкостей через пористые материалы. М., «Мир», 1964, 350 с.
10. Л е й б е н з о н Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М., Гостехиздат, 1947, 244 с.
11. М е х а н и к а в СССР за 50 лет. Т. 2. М., «Наука», 1970, 871 с.
12. М е х а н и к а насыщенных пористых сред. М., «Недра», 1970, 335 с. Авт.: В. Н. Николаевский, К. С. Басинев, А. Т. Горбунов, Г. А. Зотов.
13. Р а з в и т и е исследований по теории фильтрации в СССР. М., «Наука», 1969, 545 с.
14. Ф л о р и н В. А. Основы механики грунтов. Т. 2. М., Госстройиздат, 1961, 543 с.
15. П р о г н о з скорости осадок оснований сооружений. М., Стройиздат, 1967, 238 с. Авт.: Н. А. Цытович, Ю. К. Зарецкий, М. В. Малышев, М. Ю. Абелев, З. Г. Тер-Мартirosyan.
16. Ц ы т о в и ч Н. А., З а р е ц к и й Ю. К. Развитие теории консолидации глинистых грунтов. — В кн.: Прочность и пластичность. М., «Наука», 1971, с. 430—435.
17. Ш е с т а к о в В. М. Теоретические основы оценки подпора, водопонижения и дренажа. М., Изд-во МГУ, 1965, 233 с.
18. Ш е с т а к о в В. М. Динамика подземных вод. М., Изд-во МГУ, 1972, 334 с.
19. Щ е л к а ч е в В. Н. Разработка нефтеконденсатных пластов при упругом режиме. М., Гостоптехиздат, 1959.
20. B oult on N. S. Pros. Inst. Civil Engineers, 26, 1963, No. 11, p. 469—482.
21. B oussinesq J. Essai sur la theorie des eaux courantes. Paris, 1877.
22. F erris J. G., K nowles D. B., B rown R. H., S tallman R. W. Elasticity of Artesian Aquifers. Geol. Survey Water — Supply Paper. 1536—E, 1962, p. 78—88.
23. H antush M. S. Hydraulics of wells. Advances in Hydroscience. 1964, vol. 1, p. 201—291.
24. P hilip J. R. Water Resources Research, 1969, vol. 5, No. 5, p. 1070—1077.

К главе IX

1. Методы математического моделирования гидрогеологических процессов. М., «Недра», 1972, 64 с. Авт.: Ф. Б. Абуталиев, Н. Н. Ходжикаев, У. Умаров, И. И. Измайлова.
2. Б а р е н бл атт Г. И., Е п т о в В. М., Р ы ж и к В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М., «Недра», 1972, 288 с.
3. Р е комендац ии по применению ЭВМ для фильтрационных расчетов. М., Изд. ВНИИ ВОДГЕО, 1971, 84 с. Авт.: Ф. М. Бочевер, В. Б. Андреев, В. А. Обухов и др.
4. О с н о в ы гидрогеологических расчетов. «Недра», 1965, 306 с. Авт.: Ф. М. Бочевер, И. В. Гармонов, А. В. Лебедев, В. М. Шестаков.
5. Б э р Я., З а с л а в с к и й., И р м е й С. Физико-механические основы фильтрации воды. М., «Мир», 1971, 451 с.
6. М етоды фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем. Под ред. Н. Н. Веригина. М., «Колос», 1970, 440 с.
7. В е р и г и н Н. Н. Об упаковании грунтов под нагрузкой. ПМТФ, 1961, № 1, с. 95—98.
8. Г е о р г и е в с к и й В. Б. Унифицированные алгоритмы для определения фильтрационных параметров. Киев, «Наукова думка», 1971, 327 с.
9. Д е У и ст Р. Гидрогеология с основами гидрологии суши. М., «Мир», 1969, 312 с.
10. Д ё ч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и z-преобразования. М., «Наука», 1971, 288 с.

11. Диткин В. А., Прудников А. П. Справочник по операционному исчислению. М., «Высшая школа», 1965, 466 с.
12. Жернов И. Е., Шестаков В. М. Моделирование фильтрации подземных вод. М., «Недра», 1971, 224 с.
13. Зарецкий Ю. К. Теория консолидации грунтов. М., «Наука», 1967, 267 с.
14. Кирилличев А. И. О моделях из сплошных сред для задач неустановившейся фильтрации нефти и газа. — «Изв. ВУЗов. Нефть и газ», 1963, вып. 6, с. 61—64.
15. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М., «Высшая школа», 1967, 599 с.
16. Манукьян Д. А. Определение коэффициента уровнепроводности по данным режимных наблюдений с помощью ЭЦВМ. — «Вестн. МГУ. Геология», 1969, № 4, с. 119—120.
17. Манукьян Д. А., Пашковский И. С. Решение обратных задач на электрической модели с использованием преобразования Лапласа. — «Труды проблемной лаборатории по изучению взаимодействия поверхностных и подземных вод», 1970, вып. 1, с. 246—249.
18. Мироненко В. А. Приближенный метод решения задач неустановившейся фильтрации. — «Геология и разведка», 1972, № 11, с. 72—79.
19. Нумеров С. Н. Методы математического моделирования плановой неуставившейся фильтрации. — «Труды координац. совещ. по гидротехнике», 1966, вып. 25, с. 124—138.
20. Полубаринова-Кочина П. Я., Пряжинская В. Г. Эмик В. Н. Математические методы в вопросах орошения. М., «Наука», 1969, 414 с.
21. Пряжинская В. Г. О неявных методах численного решения на ЭВМ двумерных задач неустановившейся фильтрации. В кн.: Применение вычислительной техники при гидрогеологических исследованиях. М., 1969, с. 203—211.
22. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР. М., «Наука», 1969, 545 с.
23. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971, 552 с.
24. Тарапон А. Г. Моделирование нестационарных полей на интеграторах ЭИНП. Киев, 1970, 156 с. (Ин-т математики АН УССР).
25. Усенко В. С. Вопросы теории фильтрационных расчетов дренажных и водозаборных скважин. М., «Колос», 1968, 301 с.
26. Флорин В. А. Основы механики грунтов. Т. 1. М., Госстройиздат, 1959, 356 с.
27. Флорин В. А. Основы механики грунтов. Т. 2. М., Госстройиздат, 1961, 543 с.
28. Прогноз скорости осадок оснований сооружений. М., Стройиздат, 1967, 238 с. Авт.: Н. А. Цытович, Ю. К. Зарецкий, М. В. Малышев, М. Ю. Абелев, З. Г. Тер-Мартиросян.
29. Шаманский В. Е. Численное решение задач фильтрации грунтовых вод на ЭЦВМ. Киев, «Наукова думка», 1969, 374 с.
30. Шестаков В. М. Теоретические основы оценки подпора, водопонижения и дренажа. М., Изд-во МГУ, 1965, 233 с.
31. Шестаков В. М. Динамика подземных вод. М., Изд-во МГУ, 1972, 334 с.
32. Шестаков В. М. Вопросы моделирования геофильтрации. — «Водные ресурсы», 1973, № 4, с. 106—112.
33. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. М., «Наука» 194 с. (СО АН СССР, 1967).
34. Andrei S. La drainage de l'eau dans les sols à granulation fine. Paris, 1966, 339 p.
35. Bouwer H. Water Resources Research, 1967, vol. 3, No. 3, pp. 897—907.
36. Emselem Y., De Marsily. Water Resources Research, 1971, vol. 7, No. 5, pp. 1264—1283.
37. Neuman Sh., Witherspoon P. Water Resources Research, 1970, vol. 6, No. 5.
38. Remson J., Hogenberg G., Molz F. Numerical methods in subsurface hydrology with an introduction to the finite element method. 1971, 389 p.
39. Verruijt A. Theory of Ground Water Flow, 1970, 190 p.

К главе X

1. Геология и плотины. Т. З. М., Госэнергоиздат, 1963, 175 с.
2. Герсеванов Н. М., Польшин Д. Е. Теоретические основы механики грунтов и их практические применения. М., Госстройиздат, 1948, 247 с.
3. Жернов И. Е., Шестаков В. М. Моделирование фильтрации подземных вод. М., «Недра», 1971, 224 с.
4. Истомина В. С. Фильтрационная устойчивость грунтов. М., Госстройиздат, 1957, 295 с.
5. Кагермазова С. В. Выветривание пород в откосах угольных карьеров. — «Научные труды ЛГИ», 1971, вып. 2, с. 38—44.
6. Маслов Н. Н. Условия устойчивости водонасыщенных песков. М., Госэнергоиздат, 1959, 328 с.
7. Материалы совещания по вопросам изучения оползней и мер борьбы с ними. Изд. КГУ, 1964, 268 с.
8. Мироненко В. А., Котов И. Г. К вопросу об изменении механических свойств песчано-глинистых пород в бортах карьеров. — В кн.: Тезисы докладов к III региональному совещанию по инженерной геологии. Л., 1969, с. 243—251.
9. Мироненко В. А. О расчете горизонтальных дренажных скважин. — «Труды ВНИМИ», 1967, сб. 6, с. 266—276.
10. Мироненко В. А., Норватов Ю. А., Бокий Л. Л. Фильтрация в условиях истощения водоносных пластов. — «Изв. вузов, Геология и разведка», 1967, № 5, с. 44—63.
11. Михайлов Г. К. О фильтрации через земляные плотины на горизонтальном водоупоре. — «Гидротехника и мелиорация», 1952, № 1, с. 33—42.
12. Опыт оценки устойчивости склонов сложного геологического строения (под ред. Г. С. Золотарева). М., Изд-во МГУ, 1973, 277 с.
13. Писанец Е. П., Мироненко В. А. Опыт водопонижения на карьерах КМА. М., «Недра», 1968, 133 с.
14. Фисенко Г. Л. Устойчивость бортов карьеров и отвалов. М., «Недра», 1965, 377 с.
15. Фисенко Г. Л., Мироненко В. А. Дренаж карьерных полей. М., «Недра», 1972, 183 с.
16. Прогноз скорости осадок оснований сооружений. М., Стройиздат, 1967, 238 с. Авт.: Н. А. Цытович, Ю. К. Зарецкий, М. В. Малышев, М. Ю. Абелев, З. Г. Тер-Мартirosyan.
17. Шестаков В. М. Методика определения участка высачивания фильтрационного потока на откос. — Информационные материалы ВНИИ ВОДГЕО. М., 1955, 29 с.
18. Шестаков В. М. Определение гидродинамических сил в земляных сооружениях при падении уровней в бьефах. — В кн.: Вопросы фильтрационных расчетов гидroteхнических сооружений. М., 1956, с. 98—127.
19. Шестаков В. М. Определение выходных градиентов фильтрационного потока вблизи откосов. — В кн.: «Вопросы фильтрационных расчетов гидротехнических сооружений». 1959, сб. 3, с. 185—216.
20. Шестаков В. М. Фильтрационная устойчивость песчаных откосов. — «Гидroteхническое строительство», № 10, 1959, с. 41—44.
21. Шестаков В. М., Кузнецова Н. А. Фильтрационная устойчивость песчаных откосов. — Труды ВОДГЕО. М., 1958, с. 273—305.
22. Rameshwar D., Wilfried A. Journal of Hydraulic Division, 1970, vol. 96, No. 6, pp. 1331—1344.
23. Soderberg A., Rauch D. Rock Mechanics, Pergamon Press, 1963, pp. 677—687.
24. Wilson L. D. Third Symposium on Rock Mechanics, vol. 54, No. 3, July, 1959.

К главе XI

1. Защита территории от затопления и подтопления. М., Госстройиздат, 1961. 424 с. Авт.: С. К. Абрамов, В. Н. Недрига, А. В. Романов, Е. М. Селюк.

2. Аверьянов С. Ф. Расчет осушительного действия глубоких дренажей. — «Научные записки МГМИ», 1948, т. 15, с. 13—52.
3. Аравин В. И., Нумеров С. Н. Фильтрационные расчеты гидротехнических сооружений. Изд. 2-е. Л., Госстройиздат, 1955, 291 с.
4. Геология и плотины. Т. 1. М. — Л., Госэнергоиздат, 1959, 182 с.
5. Гиринский Н. К. Некоторые вопросы динамики подземных вод. — «Гидро-геология и инж. геология», 1947, № 9, 102 с.
6. Жиньо М., Барбье Р. Геология плотин и гидротехнических сооружений. М., Госстройиздат, 1961, 353 с.
7. Истомина В. С. Фильтрационная устойчивость грунтов. М., Госстройиздат, 1957, 295 с.
8. Инструкция и методические указания по определению водопроницаемости горных пород методом опытных нагнетаний в скважины. И-39-67. М., «Энергия», 1968, 95с.
9. Карышев Е. С., Барановская Е. Н. Справочно-библиографический каталог по геологии оснований плотин. М., «Энергия», 1967, 124 с.
10. Инженерно-геологические изыскания для строительства гидротехнических сооружений. Под ред. Е. С. Карышева. М., «Энергия», 1972, 376 с.
11. Лыкошин А. Г. Карст и гидротехническое строительство. М., Стройиздат, 1968, 183 с.
12. Нумеров С. Н. Приближенный способ расчета напорной фильтрации в основании гидротехнических сооружений. — «Изв. ВНИИГ», 1953, т. 50, с. 71—90.
13. Павловский Н. Н. Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения. Собр. соч. Т. 2, М., Изд-во АН СССР, 1956, 352 с.
14. Прочухан Д. П., Фрид С. А., Доманский Л. К. Скальные основания гидротехнических сооружений. Л., Стройиздат, 1971, 192 с.
15. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР. М., «Наука», 1969, 545 с.
16. ТУ и Н проектирования гидротехнических сооружений. Подземный контур плотин на нескальном основании. М. — Л., Госэнергоиздат, 1958, 91 с.
17. Указания по проектированию противофильтрационных цементационных завес в скальных основаниях бетонных плотин. ВНИИГ. Л., «Энергия», 1968, 115 с.
18. Флорин В. А. Основы механики грунтов. Т. 1. М., Госстройиздат, 1959, 356 с.
19. Флорин В. А. Основы механики грунтов. Т. 2. М., Госстройиздат, 1961, 543 с.
20. Форхеймер Ф. Гидравлика. М., ОНТИ, 1935, 616 с.
21. Чугаев Р. Р. Расчет устойчивости земляных откосов и бетонных плотин на нескальном основании. М. — Л., Госэнергоиздат, 1963, 144 с.
22. Шестаков В. М. Определение выходных градиентов фильтрационного потока вблизи откосов. — В кн.: Вопросы фильтрационных расчетов гидротехн. сооружений. М., 1959, с. 185—216.
23. Шестаков В. М. Динамика подземных вод. М., Изд-во МГУ, 1972, 334 с.
24. Нагг М. Е. Ground-water and seepage. N. Y., 1962.
25. Pietragu V. Calculul infiltratiilor. Bucuresti, 1970, 318 р.

К главе XII

1. Сдвижение горных пород при подземной разработке угольных и сланцевых месторождений. М., «Недра», 1970, 224 с. Авт.: А. Г. Акимов, В. Н. Земисев, Н. Н. Кацельсон и др.
2. Гармонов И. В., Коноплянцев А. А., Котлов Ф. В. Осадение земной поверхности в связи с интенсивной откачкой подземных вод. — «ОНТИ ВИЭМС», 1965, вып. 17, № 1, с. 12—17.
3. Гирцман Б. Я., Бощенятов Е. В. Функция изменения проницаемости подработанной толщи и ее эмпирические параметры в Кузнецком бассейне. — «Труды ВНИИМ», 1971, сб. 83, с. 28—33.
4. Герсанов Н. М., Польшин Д. Е. Теоретические основы механики грунтов. М., Госстройиздат, 1948, 247 с.

5. Кузинцов Г. Н. Исследование деформаций и давлений, возникающих в многослойной консоли кровли и взаимодействие ее с крепью. — «Груды ВНИИМ», 1960, сб. 34, с. 3—43.
6. Куренков О. В. Определение коэффициента сжимаемости сжимающейся сжимаемости по промысловым данным. — «Нефтепромысловое дело», 1969, № 7, с. 32—34.
7. Мироненко В. А., Сердюков Л. И. Об учете сжимаемости глинистых пород при опытных откачках. — «Разведка и охрана недр», 1970, № 11, с. 51—55.
8. Мироненко В. А., Котов И. Г. Исследование сжимаемости горных пород Южно-Белозерского железорудного месторождения. — В кн.: Вопросы инженерной геологии при строительстве и эксплуатации подземных сооружений, шахт и карьеров. Л., 1969, с. 79—86.
9. К вопросу о влиянии предварительного увлажнения на удароопасность угольных пластов. — «Груды ВНИИМ», 1971, сб. 82, с. 55—62. Авт.: Е. В. Мольский, А. А. Филиппов, З. А. Гордеизиани, А. А. Гребенщиков.
10. Справочное руководство гидрогеолога. Гостоптехиздат, Л., 1959, 836 с.
11. Стрельский Ф. П. К вопросу об оценке водопроницаемости пород подработанной угленосной толщи (на примере Кузбасса). — «Изв. ВУЗов. Геология и разведка», 1970, № 9, с. 116—123.
12. Hantush M. S., Hydraulics of wells. — «Advances in Hydroscience», 1964, vol. 1, p. 201—291.
13. Land Subsidence. — «Proceedings of the Tokyo Symposium», I. ASH—UNESCO, 1969, vol. 1—2, 645 р.
14. Мироненко В. А. Bulletin of the Intern. Ass. of Engineering Geology. Paris, 1972, pp. 111—114.

К главе XIII

1. Абрамов С. К., Бабушкин В. Д. Методы расчета притока воды к буровым скважинам. М., Госстройиздат, 1955, 384 с.
2. Баренблatt Г. И., Еитов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М., «Недра», 1972, 288 с.
3. Основы гидрогеологических расчетов. Изд. 2-е. М., «Недра», 1969, 367 с. Авт.: Ф. М. Бочевер, И. В. Гармонов, А. В. Лебедев, В. М. Шестаков.
4. Боревский Б. В., Самсонов Б. Г., Язвин Л. С. Определение гидрогеологических параметров по данным откачек (для водоснабжения). М., «Недра», 1973, 320 с.
5. Бузинов С. Н., Умрихи И. Д. Гидродинамические методы исследования скважин и пластов. М., «Недра», 1973, 248 с.
6. Веригин Н. Н. Методы определения фильтрационных свойств горных пород. М., Госстройиздат, 1961, 180 с.
7. Грикевич Э. А. Клипирование гидравлических сопротивлений скважины на приток воды. Рига, «Эзнатне», 1969, 245 с.
8. Зеегофер Ю. О., Шестаков В. М. Методика обработки данных опытных откачек вблизи реки. — «Разведка и охрана недр», 1968, № 9, с. 38—44.
9. Зеегофер Ю. О., Шестаков В. М. Вопросы методики расчета несовершенных скважин. — «Науч. труды ТашГУ», 1972, вып. 424, с. 51—62.
10. Коллинз Р. Течение жидкостей через пористые материалы. М., «Мир», 1964, 350 с.
11. Котов И. Г., Мироненко В. А., Сердюков Л. И. О влиянии жесткости слоев, перекрывающих водоносный горизонт, на закономерности упругого режима фильтрации. — «Журнал прикл. мех. и техн. физики», 1971, № 2, с. 172—176.
12. Мироненко В. А., Сердюков Л. И. Об учете сжимаемости глинистых пород при откачках из напорных водоносных горизонтов. — «Разведка и охрана недр», 1971, № 11, с. 51—55.
13. Моркос Н. З., Манукьян Д. А. Методика определения гидрогеологических параметров по данным опытных работ. — «Разведка и охрана недр», 1968, № 10, с. 38—42.
14. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР. М., «Наука», 1969, 545 с.

15. Стрельцова Т. Д., Шестаков В. М. Определение гидрогеологических параметров безнапорных пластов по данным опытных откачек из совершенной скважины. — «Тематический сборник ВСЕГИНГЕО», 1969, вып. 1, с. 4—24.
16. Форхгеймер Ф. Гидравлика. ОНТИ, 1935, 616 с.
17. Хантуш М. С. Неустановившийся приток подземных вод к скважине, несовершенной по степени вскрытия. — В кн.: Вопросы гидрогеологических расчетов (сборник переводов). М., 1965, с. 61—84.
18. Чарный И. А. Основы подземной гидравлики. М., Гостоптехиздат, 1956, 260 с.
19. Чекалюк Э. Б. Основы пьезометрии залежей нефти и газа. Киев. Гостехиздат УССР, 1961, 286 с.
20. Шестаков В. М., Пашковский И. С. Анализ режима восстановления уровня в скважине. — «Тематический сборник ВСЕГИНГЕО», 1967, вып. 1, с. 28—35.
21. Опытно-фильтрационные работы. Под ред. В. М. Шестакова и Д. Н. Башкатова. М., «Недра», 1974, 203 с.
22. Шестаков В. М. Динамика подземных вод. М., Изд-во МГУ, 1973, 334 с.
23. Boulton N. S. Proceedings Inst. Civil Engineers, 1963, 26, No. 11, pp. 469—482.
24. Boulton N. S. Pontin S. M. Journal of Hydrology, 1971, vol. 14, No. 1, p. 53—65.
25. Dupuit J. Etudes theoriques et pratiques sur le mouvement des eaux. Paris, 1863.
26. Jacob Ch. E. Transaction Amer. Geophysical Union, vol. 22, 1941.
27. Theis Ch. Transaction Amer. Geophysical Union, 1935, vol. 16, pt. 2, pp. 519—524.
28. Walton W. C. Groundwater resource evalution. Mc Graw-Hill Co., 1970, 664 p.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- А**дсорбционный слой 11
Вариационно-разностная схема 182
Водоотдача 64
Вода — гравитационная 12
— иммобилизованная 12
— капиллярная 12
— свободная 12
— связанная 11
Вышор 205, 223
Высота — всасывания 18, 19
— давления 45
Гидродинамический напор 45
Гидроемкость принцип 26
Гидростатический напор 44, 45
Гравитационный потенциал 44
Грунтовая масса 13
Декомпрессия 25
Деформации — объемные 20, 21
— пластические 22
— растяжения 30
— сдвиговые 31, 32
— упругие 21
Дилатация 37
Длительная прочность 39, 42, 43
Емкость — гравитационная 63, 64, 65
— двойная 75, 149
— упругая 65, 66
Жесткий режим фильтрации 75
Закон — Гука 24, 73
— Дарси 50, 51, 52
— Дарси — Герсеванова 150
— Кулона 32
— Ньютона 46
Интегральный метод 174, 180
Интегральное преобразование Лапласа — Карсона 174
Интегро-балансовая схема 181
Капиллярная зона 64, 78
Компрессионные кривые 24, 29, 274
Коэффициент бокового давления 26
— водоотдачи 63, 64, 65
— вязкости 31, 46, 277
— гравитационной емкости 63, 65
— консолидации 154
— недостатка насыщения 63
— неоднородности 204, 210, 224
— проницаемости 52, 57, 58, 60, 63
— Пуассона 20, 24, 273
— пьезопроводности 151
— упругоемкости 66
— фильтрации 51, 62
— электроосмотической фильтрации 56
Круг Мора 33, 34
Ламинарный режим 45, 46, 48
Линейно-деформируемая среда 150
Масштабные коэффициенты 89
Метод — конечных элементов 182
— фильтрационных сопротивлений 121, 227
— фрагментов 113
— центробежного моделирования 100, 101
— ЭГДА 94, 95, 101, 123, 133, 230, 231, 232
— эталонных кривых 261
Модель — Биннама 40, 41
— линейно-деформируемой среды 74, 129
— предельно-напряженного состояния 74, 135
Модуль объемной деформации 26
— сдвига 31
— упругости 24, 272
Напряжения — главные 14
— изобухания 29
— нейтральные 17
— эффективные 17
Напряженное состояние однородное 15
— предельное 73
Начальный градиент 50, 55
Неваячная схема 181
Опытывание 204, 208, 209
Перетекание 77
Новерхность скольжения
Подобие — математическое 88, 89
— физическое 88, 89
Подобия критерии 94

-
- Ползучесть — общие понятия 38
— неустановившаяся 39
— установившаяся 39
- Правило тапгейсов 103
- Предел длительной прочности 43
- Предельное равновесие 136
- Предпосылка Дюпюи 76
- Проницаемость по воздуху 60, 62
- Р**азжижение 70, 211
- Расклинивающее действие 22
- Реологические свойства 37, 188
- С**двиг простой 32
— чистый 31, 32
- Скорость фильтрации 50
- Смешанная задача 138
- Сопротивление ложа водоема 110, 111, 116
— прискважинной зоны 122
— разрыву 30
— сдвигу 31
- Суффозия механическая 204, 224, 225
- Схема сетки Либманна 179
- Сцепление 32, 277
- Сцепление упрочнения 39
- Т**еория Кулона — Мора 32
- Тиксотрофные процессы 28
- Турбулентный режим 46, 49
- У**гол сдвига 31
- Упругий режим фильтрации 75, 151
- Уравнение Лапласа 102
— Новые — Стокса 47
— неразрывности 102, 148
— состояния 145
- Ф**ильтрационное сопротивление 96
- Фильтрационные деформации 204
- Фильтрационный вынос вдоль трещин 210
- Функция тока 104
- Ц**ентробежное моделирование 100
- Ч**исло Рейнольдса 49, 88
- Э**квивалентные материалы 97

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
РАЗДЕЛ I. ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ГИДРОГЕОМЕХАНИКИ	
<i>Глава I</i>	
Общая физико-механическая характеристика горных пород	7
§ 1. Горные породы как объект исследования в гидрохимии	7
§ 2. Напряжения в горных породах	13
§ 3. Деформации и прочность горных пород	19
<i>Глава II</i>	
Физико-механические основы прочности и деформируемости горных пород	23
§ 1. Сжимаемость горных пород	23
§ 2. Сопротивление горных пород сдвигу	31
§ 3. Реологические свойства горных пород	37
<i>Глава III</i>	
Гидромеханические основы фильтрации	43
§ 1. Основы гидравлики водных потоков	44
§ 2. Основной закон фильтрации	50
§ 3. Проницаемость горных пород	57
§ 4. Емкостные свойства горных пород	63
РАЗДЕЛ II. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ГИДРОГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ	
<i>Глава IV</i>	
Проблемы гидрохимической схематизации	67
§ 1. Постановка проблем и задач гидрохимической схематизации	67
§ 2. Вопросы схематизации геомеханических процессов	71
§ 3. Вопросы геофильтрационной схематизации	75
§ 4. Закономерности пространственной изменчивости свойств горных пород	80
<i>Глава V</i>	
Основы теории подобия и моделирования гидрохимических процессов	86
§ 1. Теория размерностей и подобия	87
§ 2. Гидравлические модели фильтрационного потока	90
§ 3. Моделирование фильтрации по методу электрогидродинамической аналогии	94
§ 4. Методы моделирования напряженно-деформированного состояния горных пород	96

<i>Глава VI</i>	
Основы расчетов стационарной фильтрации	102
§ 1. Дифференциальные уравнения и гидродинамическая сетка профильной стационарной фильтрации	102
§ 2. Дифференциальные уравнения и граничные условия плановой фильтрации	106
§ 3. Аналитические методы расчетов стационарной геофильтрации	111
§ 4. Основы фильтрационных расчетов совершенных скважин	117
§ 5. Моделирование стационарной фильтрации методом ЭГДА	123
<i>Глава VII</i>	
Основы статики массивов горных пород	129
§ 1. Модель линейно-деформируемой среды	129
§ 2. Модель среды в предельном напряженном состоянии	135
§ 3. Инженерные (приближенные) методы оценки устойчивости массивов горных пород	139
<i>Глава VIII</i>	
Математические основы нестационарных гидрогеомеханических процессов (основные дифференциальные уравнения)	145
§ 1. Основные исходные уравнения теории нестационарных гидрогеомеханических процессов	145
§ 2. Уравнения фильтрации в деформируемых водонасыщенных породах	150
§ 3. Уравнения нестационарной фильтрации в безнапорных пластах	160
<i>Глава IX</i>	
Методы решения нестационарных гидрогеомеханических задач	164
§ 1. Расчет нестационарного режима подземных вод аналитическими методами	164
§ 2. Решение обратных задач нестационарной геофильтрации	171
§ 3. Моделирование нестационарной геофильтрации	175
§ 4. Исследование процессов уплотнения водонасыщенных горных пород	183
РАЗДЕЛ III. ПРИКЛАДНАЯ ГИДРОГЕОМЕХАНИКА	
<i>Глава X</i>	
Гидрогеомеханические исследования устойчивости откосов	193
§ 1. Изменение механических свойств горных пород в откосах под влиянием подземных и поверхностных вод	193
§ 2. Общая устойчивость обводненных откосов	196
§ 3. Определение элементов фильтрационного потока вблизи откосов	200
§ 4. Местная фильтрационная устойчивость откосов	204
§ 5. Горно-строительный дренаж как мероприятие по обеспечению устойчивости откосов	212
<i>Глава XI</i>	
Гидрогеомеханические исследования и расчеты оснований гидро сооружений	219
§ 1. Статические расчеты оснований гидро сооружений	219
§ 2. Фильтрация в основаниях гидро сооружений	226
§ 3. Фильтрационные расчеты защитного и гидротехнического дренажа	233

Глава XII

Задачи гидрогеомеханики при подземной разработке месторождений полезных ископаемых	238
§ 1. Влияние подземных вод на устойчивость горных выработок	239
§ 2. Изучение условий выемки полезных ископаемых под водными объектами	244
§ 3. Осадка толщ горных пород в результате глубокого водопонижения и ее влияние на устойчивость горных выработок	248

Глава XIII

Основы теории и методики интерпретации опытных откачек	253
§ 1. Основы фильтрационных расчетов откачек из совершенных скважин	253
§ 2. Методика интерпретации данных опытных откачек из совершенных скважин	260
§ 3. Теория и методика интерпретации откачек (пагнетаций) в несовершенных скважинах	267

Приложение. Лабораторные методы изучения механических свойств горных пород 272

Список литературы 278

Предметный указатель 291

*Валерий Александрович Мироненко,
Всеволод Михайлович Шестаков*

ОСНОВЫ ГИДРОГЕОМЕХАНИКИ

Редактор издательства *Г. Ф. Неманова*
Технические редакторы *О. Ю. Трепенок,*

Е. С. Сычева

Художник *Э. Л. Эрман*

Корректор *С. В. Зимина*

Художественный редактор *В. В. Евдокимов*

Сдано в набор 17/V 1974 г.

Подписано в печать 9/IX 1974 г.

Т-16226. Формат 70 × 90^{1/16}. Бумага маш. мел.

Печ. л. 18,5. Усл. п. л. 21,65. Уч.-изд. л. 22,23.

Тираж 4800 экз. Заказ № 1019/4393—2.

Цена 2 р. 57 к.

Издательство «Недра», 103633, Москва, К-12,
Третьяковский проезд, 1/19

Ленинградская типография № 6
Союзполиграфпрома при Государственном
комитете Совета Министров СССР по делам
издательств, полиграфии и книжной торговли.
196006, г. Ленинград, Московский пр., 91.

Исправления и описки

Стра- ница	Строка	Напечатано	Следует читать
33	Формула (16) 4-я сверху	$(\sin \rho + \operatorname{tg} \rho \cos \rho)$ $\sin \rho$	$(\sin \varphi + \operatorname{tg} \varphi \cos \varphi)$ $\sin \varphi$
	Формула (17)	$\operatorname{tg} \rho_n =$	$\operatorname{tg} \varphi_n =$
134	15-я сверху	$f(\alpha) = 0$	$f'(\alpha) = 0$
153	2-я сверху	понижение п	понижение или
169	Формула (10)	$\sum_{i=0}^n \Delta H_i$	$\sum_{i=0}^n \Delta H_i^0$
170	12-я снизу	где q^0	где q_0
261	Формула (19)	$g \frac{1}{u}$	$\lg \frac{1}{u}$
269	3, 2-я снизу	скважину; $\delta (\pm 0,08)$	скважину: $\delta = (0,05 \pm 0,08)$