

В.А. НЕКОЛАЕВСКИЙ

ГЕОМЕХАНИКА  
—  
ФИСИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

**Victor N. Nikolaevskiy**

**В. Н. Николаевский**

**Geomechanics and  
Fluidodynamics**

**Геомеханика и  
Флюидодинамика**

# **Geomechanics and Fluidodynamics**

**With Applications to Reservoir Engineering**

by

**Victor N. Nikolaevskiy**

*Moscow State Oil and Gas Academy,  
and Head of Laboratory on Applied Geomechanics,  
United Institute of Physics of the Earth,  
Russian Academy of Sciences  
Moscow, Russia*



1996

**KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS  
DORDRECHT / BOSTON / LONDON**

В. Н. Николаевский

# ГЕОМЕХАНИКА И ФЛЮИДОДИНАМИКА

*С ПРИЛОЖЕНИЯМИ К ПРОБЛЕМАМ ГАЗОВЫХ  
И НЕФТЯНЫХ ПЛАСТОВ*



Москва, НЕДРА, 1996

УДК 531.4+ 550.34+551.243+ 622.24+622.276+622.279

**Организация - спонсор РАО “Газпром”**

**Николаевский В.Н. Геомеханика и флюидодинамика. - М.: Недра, 1996. - 447 с.: ил. ISBN 5-247-03675-1**

В монографии на основе физических и механических свойств геоматериалов сформулированы математические модели деформирования и разрушения горных массивов и пластов при добыче газа и нефти, при подземных взрывах и в ходе глубокого бурения, при вибровоздействии и землетрясениях.

Учтены эффекты дилатансионной трещиноватости, расслоенности земной коры, глубинных температур и давлений, нелинейной сейсмики, фазовых переходов, независимой кинематики блоков, тектонических процессов и тепломассопереноса.

Использованы оригинальные научные исследования и курсы лекций по подземной гидродинамике и геомеханике.

Для научных работников по газонефтепромысловому делу, геологии и геофизике, бурению и экологии, взрыву и строительству.

Может служить учебным пособием для студентов и аспирантов.

Табл. 33, ил. 171, список лит. - 238 назв.

Издание публикуется в авторской редакции и авторском наборе.

При одновременном издании на английском языке Издательством “Кловер” (Дордрехт, Нидерланды).

Н  $\frac{2303010400 - 059}{043(01) - 96}$  84 - 96

© В.Н. Николаевский, 1996

ISBN 5-247-03675-1

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Обращаясь к широкому кругу научно-технических специалистов газовой и нефтяной промышленности, хочу рекомендовать принципиально новую монографию - учебное пособие моего давнего друга, выдающегося ученого Виктора Николаевича Николаевского.

Эта книга была задумана на кафедре нефтегазовой и подземной гидромеханики Государственной Академии нефти и газа им. И.М. Губкина прежде всего как учебное пособие, восполняющее практическое отсутствие такого руководства по геомеханике, которое можно было бы рекомендовать как студентам и аспирантам Академии (по специальностям "Физические принципы горного и нефтегазового производства", "Прикладная математика", "Разработка нефтяных и газовых месторождений"), так и инженерам, проходящим у нас курсы кратковременной переподготовки.

Нужда в учебном пособии по геомеханике прежде всего сказалась при организации учебного процесса в специальных группах физико-математической направленности, где готовятся будущие горные инженеры-исследователи и где преподаёт профессор В.Н. Николаевский.

Чтобы создать новое тематическое направление, нужна единая концепция, и в данном случае она состоит в разработке математических моделей поведения горных массивов как под влиянием внешних воздействий, так и вследствие движения газа, воды и нефти внутри систем трещин и пор.

Следует иметь в виду, что природные явления и технические процессы можно считать действительно понятыми, а следовательно, и управляемыми, если удается их описать математически. В противном случае велика вероятность использования вообще не относящихся к делу представлений, а успех вполне может быть случайным или даже кажущимся. Более того, математизация позволяет применять современную вычислительную технику и переходить к достаточно сложным, комплексным приложениям.

Действительно, при нынешнем уровне мировой технология добычи газа и нефти, разведки глубоких недр и поиска нетрадиционных ресурсов, охраны окружающей среды в

условиях мощного воздействия человека на природу важно найти ключ к проблемам разрушения горных массивов и сопутствующих им внутренних изменений.

Сама природа разрушает недра Земли при землетрясениях, обеспечивая в то же время циркуляцию флюидов и накопление углеводородных масс. Нужно уметь правильно понимать результаты глубинных сейсмических или электрических измерений, учитывая возможную разрушенность земной коры, а следовательно и существование потенциальных резервуаров даже под осадочными бассейнами. При глубоком сейсмическом профилировании с помощью ядерных взрывов выявлены мощные зоны аномально низких сейсмических скоростей даже в мантии Земли. Может быть и там существует открытая пористость и трещиноватость, но это нужно объяснить, пользуясь приемами геомеханики.

Вибрации пластов могут приводить к кардинальным изменениям гидравлических свойств пористых коллекторов и состояний заполняющих их смесей жидкостей и газов. Осцилляции отмечены и при традиционных течениях смесей газа и конденсата, но их природа далеко не так ясна, как этого хотелось бы.

Для экологической защиты окружающей природы существен процесс переноса примесей в подземных потоках, адсорбции вредных веществ, выделения радиоактивных газов (радона) при тектонических событиях. Последние, впрочем, вполне можно использовать и для прогноза землетрясений, наряду с ещё непонятыми гидравлическими событиями в системах водного бассейна, предваряющими горные удары.

Таков примерный круг новых задач, исследуемых в рамках геомеханики, подземной гидродинамики и сейсмотектоники профессором В.Н. Николаевским и его коллегами.

Будем надеяться, что наш первый опыт создания курса геомеханики окажется удачным и за нами последуют и другие учебные заведения и не только в нашей стране. Тем более, что одновременно монография "Геомеханика и флюидодинамика" профессора Николаевского издается на английском языке в издательстве Клювер (Нидерланды).

*Заведующий кафедрой нефтегазовой и подземной гидродинамики, профессор,  
К.С. БАСНИЕВ*

## ВВЕДЕНИЕ

Геомеханика лежит в основе таких многочисленных разделов инженерии, как добыча нефти и газа, бурение, горное дело и строительство, водное хозяйство и взрывные работы, а также в значительной степени определяет природоведческие науки, включая геологию и геофизику, предсказание и действие землетрясений, экологию, динамику ландшафтов и многое другое.

Исторически исходные идеи геомеханики черпались в теории упругости и в теории статического равновесия, включающей предельные состояния, определяемые сухим трением.

Традиционная подземная гидродинамика развивалась практически независимо и включала относительно простые, а потому и приближенные схемы упругого деформирования порового пространства.

Однако в наше время ситуация кардинально меняется. Замечательные достижения компьютерной технологии исключили многочисленные рутинные трудности построения конкретных решений, если математическая модель уже выбрана. Отныне основные усилия направлены на тщательно продуманные экспериментальные исследования, а также на использование и развитие адекватных обобщенных континуальных теорий.

Конечно, для учета реальных реологических свойств таких геоматериалов, как грунты, горные породы и лед, прежде всего использовались или модифицировались традиционные реологические схемы. Главным образом это связано с кинематикой внутренней структуры геоматериалов, которые либо влияют на их прочность, либо играют необычную, но важную роль при динамических процессах.

Теоретические результаты хорошо согласуются с полевыми экспериментальными наблюдениями, получаемыми с помощью высокоточных измерительных устройств, понятий современной физики и крупномасштабного мониторинга.

Книга базируется на двух курсах лекций автора для студентов и аспирантов Государственной Академии нефти и газа им. И.М. Губкина в Москве на кафедре нефтегазовой и подземной гидродинамики.

Первый курс - это лекции по подземной гидродинамике, которые я читаю вслед за моим учителем профессором И. А. Чарным.

Второй курс в значительной степени отражает исследования, выполняемые ныне в лаборатории прикладной геомеханики Объединенного Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта, к постоянной работе в которой мне удалось привлечь таких замечательных ученых, как И. А. Гарагаш и О.Ю. Динариев. Временами в этих исследованиях принимали участие и некоторые другие видные специалисты, имена которых также отражены в приводимой здесь библиографии оригинальных публикаций.

Кроме того, в книге используются достижения современой геофизики, и прежде всего основанные на континуальной механике, а также мой опыт работы как по тематике гражданского строительства, так и участия в отечественной программе по подземным взрывам. Можно сказать, что цель книги состоит в том, чтобы объединить разрозненные главы в единую науку, ввести студентов в круг проблем этой науки и наметить, насколько это в силах, пути дальнейших разработок.

Участие в научных семинарах и лекциях, прочитанные мной в таких зарубежных организациях, как Брауновский университет (Провиденс, США), Королевский Технологический Институт в Стокгольме, университеты Милана, Миннеаполиса, Бонна, Штуттгарта и Карлсруэ, равно как и выполнение - в составе комплексных бригад - многих исследовательских проектов в моей стране, помогли в выборе тем и понимании нынешних научных интересов.

Главное внимание уделяется адекватным математическим моделям деформирования и разрушения геоматериалов, а также соответствующим экспериментам.

Укажем некоторые из рассмотренных тем. Устойчивость стволов скважин и напряженные состояния коллекторов месторождений газа и нефти, а также водных пластов исследуются в связи с эффектами дилатансии, анизотропии, течений флюидов и тектонических воздействий. Подземные течения газоконденсата считаются наиболее интересующей частью подземной физико-химической гидродинамики.

Исследования зон разрушения при подземных камуфлетных взрывах связываются с нелинейной эволюцией излучаемых волн. Подробно обсуждены нелинейные резонансы, которые

играют важную роль при вибрационной интенсификации добычи нефти (из обводненных пластов). Анализ влияний газо-нефте-водонасыщения на сейсмические волны основан на теории Френкеля-Био при использовании концепции эффективных напряжений.

Развитие разломов земной коры и возбуждение в них циркуляции флюидов тесно связаны с разрушением горных пород на больших глубинах. Распределение самих разломов в пространстве определяется динамической тектоникой плит, включающей локальную мобильность верхней хрупкой коры.

Землетрясения и их предвестники, как и миграция и аккумуляция глубинного газа и флюидов, происходят на фоне периодических изменений геофизической обстановки, совершающихся в пространстве и времени.

Все рассмотренные проблемы имеют приложения к механике газонефтяного пласта.

Я признателен моим коллегам - докторам наук К. Басниеву, Э. Деторнею (Университет Миннесоты), И. Гарагашу, Г. Гудехусу (Университет Карлсруэ), С. Капустянскому, К. Кирхгасснеру (Штуттгарт), А. Максимову, Дж. Мартинелли (Болонья) и Р. Нова (Милан) за стимулирующие обсуждения и поддержку. Без помощи Сергея Графутко, Кати Сикоры и Светланы Помыткиной автор вряд ли смог осуществить публикацию книги.

Август 1995 г.,  
Москва

В.Н. Николаевский

P.S. После того как рукопись данной книги была отправлена для публикации в издательство Клювер (Нидерланды), профессор К.С. Басниев предложил РАО "Газпром" финансировать её одновременное издание на русском языке в издательстве "Недра", что и было реализовано.

В подготовке русского издания принимали участие И.Я. Эдельман и С.Б. Графутко. Особую роль сыграли советы и помощь работников нефтегазовой редакции издательства "Недра".

# Глава 1

## ДЕФОРМАЦИИ И РАЗРУШЕНИЕ ГЕОМАТЕРИАЛОВ

### 1.1. Принципы континуальной механики

#### 1.1.1. ПРОЦЕДУРА ОСРЕДНЕНИЯ

Реальные геоматериалы чрезвычайно неоднородны. Они сложены из множества минеральных частиц (зерен), скрепленных в мягкую или жесткую матрицу с порами и трещинами, часто заполненными газами или жидкостями. Поведение такой среды сложно, но его можно представить в достаточно простом виде, если картины течения или движения имеют линейный масштаб  $L$ , который намного больше характерного размера  $d$  отдельных зерен или пор. В механике сплошных сред предполагается существование такого промежуточного масштаба  $\lambda$  [200]

$$L \gg \lambda \gg d, \quad (1.1)$$

что существует координатная система  $X_1, X_2, X_3$ , элементарный объем которой

$$\Delta V = \Delta X_1 \Delta X_2 \Delta X_3, \quad \Delta X_i = O(\lambda) \quad (1.2)$$

может считаться представленным однородным материалом, параметры которого совпадают с их значениями на микроуровне, но после осреднения по объему  $\Delta V$ .

Например, средняя плотность определяется как

$$\langle \rho \rangle = \frac{1}{\Delta V} \int_V \rho dx_1 dx_2 dx_3, \quad (1.3)$$

где  $\rho$  - плотность либо зерна, либо жидкости (газа) или равна нулю, если соответствующая микроточка  $x_1, x_2, x_3$  принадлежит пустой поре.

Правая часть неравенства (1.1) соответствует предположению, что элементарный объем включает весь ансамбль зерен и пор. Поэтому результат (1.3) совпадает со среднестатистическим значением:

$$\tilde{\rho} = \int_{\Delta\chi} \rho(x_i, \chi) d\chi, \quad \int_{\Delta\chi} d\chi = I, \quad (1.4)$$

причем  $\Delta\chi$  - ансамбль реализаций, а  $\chi$  - случайный параметр. Независимость (1.4) от выбора координаты внутри  $\Delta V$  известна как свойство стационарности в теории вероятностей или же как свойство однородности, если пользоваться терминами континуальной механики.

Среднее значение  $\langle \rho \rangle$  соотносится с центром масс объема  $\Delta V$ , который можно называть и макроточкой  $X_1, X_2, X_3$ . Поле  $\langle \rho \rangle$  предполагается гладким в масштабе  $L$ , т.е. его можно представить в виде ряда Тейлора

$$\langle \rho \rangle (X_i + \Delta X_i) = \langle \rho \rangle (X_i) + \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial X_i} \Delta X_i + \dots \quad (1.5)$$

Условие гладкости нарушается только на сингулярных поверхностях разрыва. Аналогичное представление для микрополя справедливо только в масштабе  $d$ :

$$\rho(x_i + \Delta x_i) = \rho(x_i) + \frac{\partial \rho}{\partial x_i} d x_i + \dots \quad (1.6)$$

На микроуровне существует множество поверхностей разрыва, которые соответствуют множеству контактов зерен между собой и с заполнителями пор. Поэтому континуальное описание на микроуровне также нуждается в процедуре осреднения, что может приводить к дополнительным средним "микропеременным" в функции макрокоординат.

Левая часть неравенства (1.1) означает, что приращения можно считать дифференциалами, а соответствующие дифференциальные уравнения континуальной механики - истинными балансами в пространстве и во времени.

### 1.1.2. ДИНАМИЧЕСКИЕ БАЛАНСЫ

Начнем с баланса масс:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i}{\partial X_j} = 0, \quad (1.7)$$

где  $\rho$  - средняя плотность, а символ осреднения по объему для простоты опущен.

Здесь используется следующее среднее значение для потока масс  $\rho v_i$ :

$$\langle \rho v_i \rangle_j = \frac{1}{\Delta S_j} \int_{\Delta S_j} \rho(x_i, t) v_j(x_i, t) dx_i dx_k. \quad (1.8)$$

Интегрирование по поверхностям  $\Delta S_j = \Delta X_i \Delta X_k$ , ограничивающим объем  $\Delta V$ , необходимо для всех потоков.

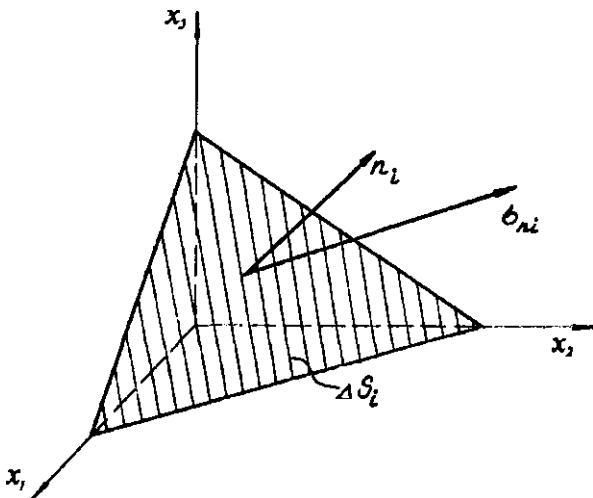


Рис. 1.1. Компонента тензора напряжений  $\sigma_{ni}$ , действующая на сечении  $\Delta S_i$ , ориентированном своей нормалью  $n_i$

В частности, это приводит к определению массовой скорости

$$\langle v_j \rangle_j = \frac{\langle \rho v_j \rangle_j}{\langle \rho \rangle} \quad (1.9)$$

фактически по расходу через площадь сечения, ориентированного в пространстве,  $\Delta S_i = n_i \Delta S$ .

Здесь  $n_i$  - нормаль к сечению  $\Delta S_i$  (см. рис. 1.1)

Понятие об ориентированном сечении среды крайне важно. Можно считать, что некоторая часть рассматриваемого континуума удалена, но тогда его воздействие на оставшуюся среду заменяется на правильным образом подобранный систему потоков через соответствующие ориентированные граничные сечения.

Второй баланс составляется для количества движения (импульса), а именно:

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i v_j}{\partial X_j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial X_j} + F_i. \quad (1.10)$$

Здесь,  $F_i$  - объемно-распределенная сила, поток массы  $\rho v_i$  осредняется по правилу (1.3) и интерпретируется как количество движения в объеме  $\Delta V$ .

Потоки количества движения, как и напряжения, осредняются по граничным сечениям среды - в соответствии с процедурой (1.8). Это означает определенную асимметрию в определениях:

$$\langle \rho v_i v_j \rangle_j \neq \langle \rho v_j v_i \rangle_i; \quad \langle \sigma_{ij} \rangle_j \neq \langle \sigma_{ji} \rangle_i, \quad (1.11)$$

хотя

$$\sigma_{ij} \equiv \sigma_{ji}, \quad \rho v_i v_j \equiv \rho v_j v_i.$$

Таким образом, в среде с микроструктурой (зернистой или поликристаллической) осредненный тензор напряжений оказывается, вообще говоря, асимметричным, т.е. он включает

в себя как симметричную, так и антисимметричные части:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^s + \sigma_{ij}^a. \quad (1.12)$$

Симметричной части соответствует главная система координат, в которой тензор  $\sigma_{ij}^s$  имеет диагональный вид, причем величины

$$\sigma_{11} = \sigma_1; \quad \sigma_{22} = \sigma_2; \quad \sigma_{33} = \sigma_3$$

будут главными значениями напряжений:

$$\sigma_{ij}^s = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

Кроме того, тензор характеризуют и три скаляра:

$$I_1 = \sigma_{ii} \delta_{ii} = -3p, \quad I_2 = \sigma_{ii} \sigma_{ii}, \quad I_3 = \sigma_{ii} \sigma_{jk} \sigma_{ki},$$

которые инвариантны к изменениям системы координат. Здесь  $p$  - давление,  $\delta_{ii}$  - единичный тензор, а суммирование проводится по повторяющимся индексам.

Напряжение  $\sigma_{ij}^s$  связано с симметричным кинематическим тензором деформаций  $e_{ij}$  или же с тензорами скоростей деформаций  $D e_{ij} / Dt$ . Часть  $\sigma_{ij}^a$  должна быть связана с антисимметричным кинематическим тензором, т.е. с  $\varepsilon_{ijk} \omega_k$ , где  $\omega_k$  - аксиальный тензор поворота, или с  $\varepsilon_{ijk} D \omega_k / Dt$ , где  $D \omega_k / Dt$  - вектор скорости поворота, а  $\varepsilon_{ijk}$  - альтернирующий тензор. Поскольку внутренние напряжения должны быть независимы от трансляционного переноса и поворота системы координат  $X_i$ , надо использовать только вектор поворота относительно среднего вращения среды. Поэтому учет антисимметричной части тензора напряжений связан с

введением среднего микроворотения  $\Phi_i + \omega_i$ , кинематически независимого от среднего вращения  $\Phi_i = (1/2) \varepsilon_{ijk} \partial u_j / \partial x_k$ , где  $u_j$  - компонента смещения. В результате  $\omega_i$  (или  $D\omega_i / Dt$ ) надо понимать как спиновые компоненты вращения (или скорости вращения).

Динамически такое движение контролируется балансом момента количества движения. Этот баланс для внутреннего движения имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho J_{ij}(\Phi_j + \omega_j)}{\partial t} + \left( \frac{\partial}{\partial X_j} \right) \rho J_{ik}(\Phi_k + \omega_k) v_j &= \\ = \frac{\partial M_{ij}}{\partial X_j} + \varepsilon_{ijk} \sigma_{jk} & \end{aligned} \quad (1.13)$$

где  $\rho J_{ij}$  - удельный момент инерции осредненной микрочастицы (зерна);  $M_{ij}$  - моментные напряжения.

Подробный вывод такого баланса можно найти в руководствах по обобщенной континуальной механике (см. например, [232]).

Заметим, что исходный баланс моментов количества движения учитывает также моменты вращения дифференциального объема как единого целого относительно оси, проходящей через начало координат.

Уравнение (1.13) также включает в себя распределенные по объему пары сил  $\varepsilon_{ijk} \sigma_{jk}$ , порожденных асимметрией обычных напряжений.

Как можно увидеть, в частном случае, когда эффектами микроструктуры пренебрегают, выполнен "закон" равенства касательных напряжений:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}. \quad (1.14)$$

При этом уравнение (1.13) превращается в простое следствие уравнения баланса количества движения (1.10), конкретно, в уравнение для скорости вращения или самого

поворота (ротора). Использование обычной симметричной механики оказывается вполне достаточным.

Для интерпретации моментных напряжений рассмотрим силы, действующие на произвольном плоском сечении среды

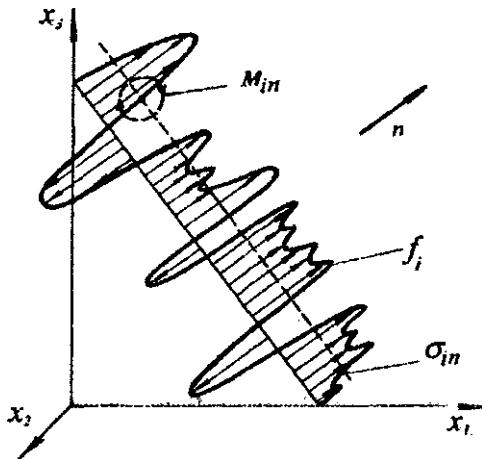


Рис. 1.2. Локальное усилие  $f_i$ , среднее значение  $\sigma_{in}$  (пунктир) и микропары сил  $M_{in}$ , действующие в сечении среды

Значение средней силы рассчитывается как произведение

$$\langle f_i \rangle_n = \sigma_{ij} n_j \equiv \sigma_n, \quad (1.15)$$

где  $\sigma_{ij}$  соответствует среднему значению неоднородного поля микроусилий  $f$  из-за неоднородности микроструктуры рассматриваемой среды. Поэтому при осреднении можно ввести и второй момент, который характеризуется распределением микромоментов и равен отмеченному выше моментному напряжению  $M$ :

$$M_y = \langle f_i^* \zeta_j \rangle_j, \quad (1.16)$$

где  $f_i^*$  - пульсация силы (относительно  $\langle f_i \rangle_j$ );  $\zeta_j$  - радиус-вектор (относительно центра масс  $\Delta V$ ).

Таким образом, моментные напряжения  $M_y$  порождаются неоднородностью микрополей и должны быть использованы при формулировке краевых условий, адекватно учитывающих шероховатость, трение и износ.

### 1.1.3. КИНЕМАТИКА И ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ЗАКОНЫ

Кинематические переменные соответствуют полям смещений. Снова примем, что справедливо разложение в ряд Тейлора для поля среднего смещения в окрестности центра масс элементарного объема  $\Delta V$ :

$$\begin{aligned} u_i(X_j + \Delta X_j) &= u_i(X_j) + \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \Delta X_j + \dots = \\ &= u_i(X_j) + e_{ij} \Delta X_j + \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \Phi_k \Delta X_j. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Здесь тензор деформации

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \quad (1.18)$$

введен как симметричная часть тензора дисторсии  $\partial u_i / \partial X_j$ .

Средний поворот  $\Phi_k$  определяется как антисимметричная часть тензора дисторсии, т.е.

$$\frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \Phi_k = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} - \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right). \quad (1.19)$$

В асимметричной механике микроповороты обладают нетривиальной спиновой компонентой  $\omega_k$ , а потому необходимо уравнение. Если же  $\omega_k = 0$ , то уравнение (1.13) оказывается простым следствием баланса количества движения (1.10).

При упругой реологии определяющие законы связывают напряжения и деформации следующим образом:

$$\sigma_{ij}^s = E_{ijkl} e_{kl}; \quad (1.20)$$

$$\sigma_{ij}^a = \epsilon_{ijk} \gamma_k \omega_l; \quad (1.21)$$

$$M_{il} = Q_{ijlm} \frac{\partial \Phi_l}{\partial X_m}, \quad (1.22)$$

где  $E_{ijkl}$  - тензор упругих модулей;  $\gamma_k$  - тензор антисимметричных упругих коэффициентов,  $Q_{ijkl}$  - тензор упругих градиентальных коэффициентов.

В изотропном случае эти тензоры выглядят относительно просто, например:

$$E_{ijkl} = (K - \frac{2}{3}G) \delta_{ij} \delta_{kl} + 2G \delta_{ik} \delta_{jl}; \quad (1.23)$$

$$\gamma_k = \gamma \delta_{ik}, \quad (1.24)$$

где  $K$  - объемный модуль;  $G$  - модуль сдвига (жесткость).

Как можно видеть, баланс массы (1.7) и упругий закон (1.23) совместно определяют изменения плотности

$$\rho - \rho_o = \frac{p - p_o}{K}. \quad (1.25)$$

Для жидкостей связь (1.25) вводится независимо и известна как уравнение состояния.

В общем случае это уравнение может быть и нелинейным и включает температуру.

В теориях гипоупругости [220] связи (1.20)-(1.22) выполнены лишь для приращений  $\Delta\sigma_{ij}$ ,  $\Delta e_{kl}$  и т.д.

При подобных, более общих нелинейных построениях коэффициенты  $K, G$ , и как и другие, являются функциями многочленного состояния, а потому законы (1.20) должны быть сформулированы для скоростей

$$\begin{aligned}\frac{D\sigma_{ij}^s}{Dt} &= E_{ijkl} \frac{De_{kl}}{Dt}; \\ \frac{D\sigma_{ij}^s}{Dt} &= \varepsilon_{ijk} \gamma_k \frac{D\omega_l}{Dt},\end{aligned}\quad (1.26)$$

причем следует пользоваться производными в смысле Олдройда [200].

Относительно тензорной функции  $\psi_{ii}$  эта производная формируется как

$$\frac{D\psi_{ij}}{Dt} = \frac{\partial\psi_{ij}}{\partial t} + v_k \frac{\partial\psi_{ij}}{\partial X_j} - \psi_{ik} \omega_k - \psi_{jk} \omega_k + \psi_{ik} \varepsilon_k + \psi_{jk} \varepsilon_k. \quad (1.27)$$

В упругих определяющих соотношениях (1.26) использовалось поле скоростей смещения

$$v_i = \frac{\partial u_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j}, \quad (1.28)$$

которое также определяет тензор скоростей деформаций

$$\frac{De_{ij}}{Dt} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial X_j} + \frac{\partial v_j}{\partial X_i} \right). \quad (1.29)$$

Можно показать, что только при использовании производной Олдройда (1.27) определяющие законы выполняются автоматически, а определение (1.29) не противоречит формуле Альманси

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} - \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \right), \quad (1.30)$$

основной для нелинейных теорий упругости, и правильным образом обобщает уравнение (1.18).

Закон, определяющий вязкие среды,

$$\sigma_{ij} = M_{ijkl} \frac{D e_{kl}}{Dt} \quad (1.31)$$

отражает идею Ньютона, что напряжения пропорциональны скоростям деформаций.

Конечно, в обычных теориях тензор  $\sigma_{ij}$  считается симметричным, а это означает перестановочность индексов  $i$  и  $j$  в законе (1.31).

#### 1.1.4. УСЛОВИЯ НА ГРАНИЦАХ И РАЗРЫВАХ

Сформулированные балансовые уравнения (1.7), (1.10) и (1.13) совместно с соответствующими определяющими законами составляют математическую модель, достаточную для описания баротропного типа движения, когда не требуется прямого учета тепловых потоков.

Приведенные дифференциальные балансы должны рассматриваться совместно с нужными граничными условиями, которые формулируются либо для сил  $\sigma_{in} = \sigma_{ij} n_j$ , либо для смещений  $u_i$  на поверхностях, ограничивающих рассматриваемую среду или движущихся в ней. Разрывы, порождаемые разницей в материалах или специальными типами движения, можно интерпретировать как случай более общих границ.

Рассмотрим общий случай. Разрыв (скакок), движущийся со скоростью  $U_j$ , разделяет поле на две части: <<+>> и <<->>, причем материал может перемещаться сквозь разрыв.

Соответственно формулируются балансы масс и импульса в форме равенства потоков:

$$\rho^- (v_j^- - U_j) n_j = \rho^+ (v_j^+ - U_j) n_j; \quad (1.32)$$

$$\rho^- v_j^- (v_j^- - U_j) n_j - \sigma_{ij}^- n_j = \rho^+ v_i^+ (v_i^+ - U_j) n_j - \sigma_{ij}^+ n_j, \quad (1.33)$$

где  $n_j$  - единичный вектор нормали к поверхности разрыва.

Эти балансы можно переписать в форме равенства потоков вдоль нормали для разрывов (скачков, ударных волн), движущихся со скоростью  $U \equiv U_n$ :

$$\rho^- (v_n^- - U) = \rho^+ (v_n^+ - U); \quad (1.34)$$

$$\rho^- v_n^- (v_n^- - U) - \sigma_{nn}^- = \rho^+ v_n^+ (v_n^+ - U) - \sigma_{nn}^+. \quad (1.35)$$

Линейные варианты (1.34) и (1.35), - для слабых разрывов ( $v_n^- \ll v_n^+ \ll U$ ) - приводят к ударной адиабате в акустическом приближении

$$\sigma_{nn}^- - \sigma_{nn}^+ = \rho^+ v^+ U. \quad (1.36)$$

В гидродинамике ( $\sigma_{ij} \equiv -p \delta_{ij}$ ) соответствующее выражение имеет вид

$$p^+ - p^- \equiv [p] = \rho^+ v^+ U, \quad (1.37)$$

причем квадратные скобки часто используются как символ скачка - в данном случае скачка давления.

Для тангенциальных потоков также составляется баланс импульсов

$$\rho^- v_t^- (v_t^- - U) - \sigma_{tt}^- = \rho^+ v_t^+ (v_t^+ - U) - \sigma_{tt}^+, \quad (1.38)$$

который может сводиться к равенству касательных усилий

$$\sigma_{tt}^- = \sigma_{tt}^+, \quad (1.39)$$

если нет обмена массой сквозь рассматриваемый разрыв, т.е. когда

$$v_n = U. \quad (1.40)$$

Условие (1.40) соответствует процессу вытеснения одного материала другим, если  $U \neq 0$ . В этом случае значения  $\rho^-$  и  $\rho^+$  могут быть и вовсе независимыми.

## 1.2. Термодинамика и реология геоматериалов

### 1.2.1. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Если плотность  $\rho$  чувствительна к температуре, термодинамический анализ обязателен. Анализ начинается с баланса полной энергии для элементарного объема  $\Delta V$ , который имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho \left( \varepsilon + \frac{v_i v_i}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho \left( \varepsilon + \frac{v_i v_i}{2} \right) v_j &= \\ = \frac{\partial \sigma_{ij} v_i}{\partial x_j} + F_i v_i - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} + Q, \end{aligned} \quad (1.41)$$

где  $\varepsilon$  - внутренняя энергия;  $Q$  - внутренний источник тепла;  $q_j$  - поток тепла.

Умножение баланса количества движения (1.10) на скорость смещения приводит к балансу кинетической энергии  $\rho v_i v_i / 2$ , а именно:

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial t} \rho v_i v_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho v_i v_i v_j \right) = v_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i v_i. \quad (1.42)$$

Разница уравнений (1.41) и (1.42) приводит к балансу внутренней энергии для элементарного объема:

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} = \sigma_{ij} e_{ij} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} + Q, \quad (1.43)$$

где  $d / dt = \partial / \partial t + v_j (\partial / \partial x_j)$  - субстанциональная производная, использованная ранее для определения скорости смещения (1.27).

Можно заметить, что баланс масс (1.7), определение скорости деформации (1.28), а также гипотеза о симметрии

тензора напряжений неявно использовались для получения первого закона термодинамики в форме (1.43).

Второй закон термодинамики вводит энтропию  $s$  среды

$$\rho T \, ds = dW + \left( Q - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \right) dt, \quad (1.44)$$

где  $T$  - температура;  $dW \geq 0$  - необратимая часть внутренней работы.

Рассмотрим два варианта задания  $dW$ . При первом полная деформация представляется как сумма упругой и пластической (т.е. необратимой) составных частей:

$$de_{ij} = de_{ij}^e + de_{ij}^p. \quad (1.45)$$

При втором подобное разложение проводится для напряжений:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^e + \sigma_{ij}^p. \quad (1.46)$$

На рис. 1.3 и 1.4 даны традиционные реологические иллюстрации, подчеркивающие различие разложений (1.45) и (1.46).

Соответствующие выражения для  $dW$  имеют вид

$$dW = \sigma_{ij} de_{ij}^p; \quad (1.47)$$

$$dW = \sigma_{ij}^p de_{ij} \quad (1.48)$$

и приводят далее к двум вариантам приращений энтропии:

$$\rho T \, ds = \sigma_{ij} de_{ij}^p + \left( Q - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \right) dt; \quad (1.49)$$

$$\rho T \, ds = \sigma_{ij}^p de_{ij} + \left( Q - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \right) dt. \quad (1.50)$$

Следующая комбинация термодинамических законов (1.43) и (1.49)

$$d\varepsilon = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} d e_{ij}^e + T ds \quad (1.51)$$

известна как соотношение Гиббса. Соотношение выделяет термодинамические параметры, от которых зависит внутренняя энергия как термодинамическая функция.

В обычном случае, соответствующем (1.47) и рис. 1.3, имеем  $\varepsilon = \varepsilon(s, e_{ij}^e)$ , т.е. термодинамическими параметрами служат энтропия и упругая деформация.



Рис. 1.3. Реологическая схема суммирования упругих и пластических деформаций

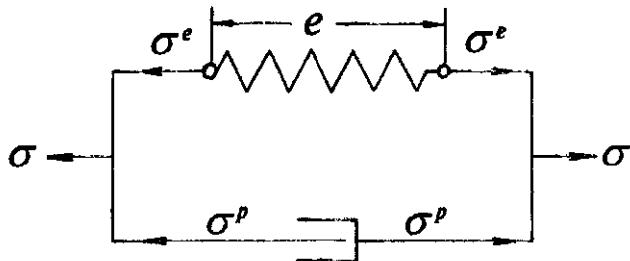


Рис. 1.4. Реологическая схема суммирования упругих и пластических напряжений

Вместо внутренней энергии можно использовать свободную энергию  $f$ , такую, что

$$df = d\varepsilon - T ds - s dT. \quad (1.52)$$

Преимущество свободной энергии состоит в том, что ее аргументами служат вполне измеримые величины - упругие деформации и температура:

$$df = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} d e_{ij}^e + s dT. \quad (1.53)$$

Реология, соответствующая рис. 1.4 и выражению (1.48), приводит к соотношению Гиббса следующего типа:

$$d\varepsilon = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij}^e d e_{ij} + T ds. \quad (1.54)$$

В этом варианте удобно вводить термодинамический потенциал  $h = f - (1/\rho) \sigma_{ij}^e e_{ij}$ , для которого справедливо условие

$$dh = \frac{1}{\rho} e_{ij} d \sigma_{ij}^e + s dT. \quad (1.55)$$

Возвращаясь к обычной реологии (1.51), воспользуемся квадратичным представлением для свободной энергии [52]

$$f = \frac{1}{2\rho_0} E_{ijkl} e_{ij}^e e_{kl}^e - Kz_e (T - T_0) e_{ij} \delta_{ij} - \frac{C_{ht}}{2} \frac{(T - T_0)^2}{T_0}, \quad (1.56)$$

которое приводит к линейному закону термоупругости

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} e_{kl}^e + Kz_e (T - T_0) \delta_{ij} \quad (1.57)$$

в соответствии с интерпретацией коэффициентов в уравнении (1.53) как частных производных от свободной энергии:

$$\frac{1}{\rho} \sigma_{ij} = \frac{\partial f}{\partial e_{ij}^e}, \quad s = Kz_e e_{ij}^e \delta_{ij} + C_{ht} \frac{(T - T_0)}{T_0}. \quad (1.58)$$

Здесь  $z_e$  - коэффициент температурного расширения,  $C_{ht}$  -

удельная теплоемкость (при  $T = T_o$ ), а тензор  $E_{ijkl}$  в изотропном случае имеет вид (1.23).

Заметим, что использование термодинамического потенциала  $h = h(\sigma_{ij}^e, T)$  приводит к упругим связям, аналогичным (1.57), но с заменой  $e_{ij}^e$  и  $\sigma_{ij}$  на  $e_{ij}$  и  $\sigma_{ij}^e$  соответственно.

## 1.2.2. ПРОИЗВОДСТВО ЭНТРОПИИ И ВЯЗКОУПРУГОСТЬ

Обратимся теперь к возможностям, предоставляемым вторым законом термодинамики (1.49), (1.50), который требует роста энтропии при необратимых процессах.

Производство энтропии  $\Pi$  соответственно определяется как

$$\begin{aligned} \rho T \Pi &\equiv \rho T \frac{ds}{dt} - Q - T \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{q_i}{T} \right) = \\ &= - \frac{dW}{dt} - \frac{q_i}{T} \frac{\partial T}{\partial x_i} \equiv \sum X_n I_n, \end{aligned} \quad (1.59)$$

где  $X_n, I_n$  означают термодинамические силы и потоки.

Согласно теории Онзагера, в первом приближении справедливы линейные кинетические связи между  $X_n$  и  $I_n$ .

В случаях (1.47) и (1.48), рассматриваемых здесь, кинетические связи имеют соответственно вид

$$\frac{De_{ij}^p}{Dt} = B_{ijkl} \sigma_{kl}; \quad (1.60)$$

$$\frac{De_{ij}}{Dt} = C_{ijkl} \sigma_{kl}^p. \quad (1.61)$$

Подчеркнем, что непосредственного реологического взаимодействия между тепловыми потоками и вязкими эффектами быть не может из-за их различной тензорной размерности (принцип Пьера Кюри):

$$q_k = -\kappa_k \frac{\partial T}{\partial x_i}, \quad \kappa = \frac{A_k}{T}. \quad (1.62)$$

Вместе с тем тензор коэффициентов вязкости  $\eta_{ijkl}$  геоматериалов весьма чувствителен к температуре. В изотропном случае

$$\eta_{ijkl} = B_{ijkl}^{-1} = \left( \zeta - \frac{1}{3} \eta \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + \eta \delta_{ik} \delta_{jl}, \quad (1.63)$$

где  $\eta$  - обычная сдвиговая вязкость;  $\zeta$  - объемная вязкость, весьма существенная для пористых геоматериалов.

Например, для бетона характерна вязкость  $\eta = 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}$ , для известняка  $\eta = 10^7 \text{ Па} \cdot \text{с}$ , и для каменной соли  $\eta = 10^{12} \text{ Па} \cdot \text{с}$ , а для асфальта - объемная  $\zeta = 10^{12}$  [105].

Температурная зависимость вязкости скальных горных пород обычно представляется в виде [39]

$$\frac{De_y}{Dt} = B_0 \exp \left( -\frac{Q^*}{RT} \right) \left( \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{I_2}} \right)^n, \quad (1.64)$$

где  $Q^*$  - энергия активации;  $R$  - универсальная газовая постоянная;  $n \geq 1$ ;  $I_2$  - второй инвариант тензора напряжений.

Подобные нелинейные эффекты существенны для монолитных геоматериалов в глубинах Земли.

Перейдем теперь к формулировке определяющих законов для вязкоупругих сред, ограничиваясь, впрочем, сдвиговыми эффектами.

Поскольку  $\sigma = Ge^e$  и  $\sigma = \eta De^p / Dt$ , суммирование - согласно рис. 1.3 и (1.45) - приводит к реологии Максвелла:

$$\sigma + \theta \frac{D\sigma}{Dt} = \mu \frac{De}{Dt}, \quad (1.65)$$

где  $\theta = \eta / G$  - время релаксации.

В соответствии с рис. 1.4 и (1.46) суммирование определит реологию Кельвина - Фойгта:

$$\sigma = Ge + \eta \frac{De}{Dt}. \quad (1.66)$$

Традиционная обобщенная реологическая модель является комбинацией (1.65) и (1.66):

$$\sigma + \theta \frac{D\sigma}{Dt} = Ge + \eta \frac{De}{Dt}. \quad (1.67)$$

Эта модель первоначально предлагалась для вязкоупругих глин и слабых грунтов.

Однако эксперименты [24] выявили некоторые динамические свойства фрагментированных сред, которые соответствуют более сложным моделям, со включением в определяющие соотношения также высших производных по времени.

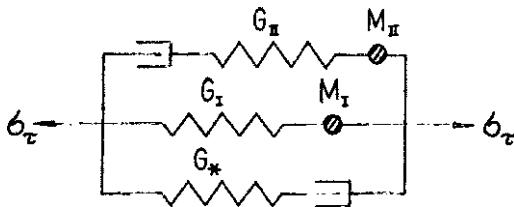


Рис. 1.5. Обобщенная реологическая модель, включающая эффект внутреннего линейного масштаба

Сформулируем соответствующие законы (с разделением шаровых и девиаторных составляющих  $\tilde{\sigma}_{ij}$  и  $\tilde{e}_{ij}$ ) для тензоров напряжений и деформаций

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \tilde{\sigma}_{ij}, \quad e_{ij} = e \delta_{ij} + \tilde{e}_{ij}, \quad (1.68)$$

в следующем виде:

$$p + \sum_{q=1}^n a_q \frac{D^q p}{Dt^q} = Ke + \sum_{q=1}^m b_q \frac{D^q e}{Dt^q}; \quad (1.69)$$

$$\tilde{\sigma}_{ij} + \sum_{q=1}^n a_q \frac{D^q \tilde{\sigma}_{ij}}{Dt^q} = 2G \tilde{e}_{ij} + \sum_{q=1}^n b_q \frac{D^q \tilde{e}_{ij}}{Dt^q}. \quad (1.70)$$

Можно показать, что вариант  $n=3$  и  $m=5$  соответствует рис. 1.5, т.е. комбинации реологий по Фойгту и Максвеллу с введением двух внутренних концентрированных масс  $M$  размерности  $[M] = [\rho] [L^2]$ .

Поскольку баланс количества движения включает в себя плотность  $\rho$ , рис. 1.5 действительно вводит такой внутренний линейный масштаб  $d$ , что

$$d^2 = M / \rho. \quad (1.71)$$

Тем самым реология (1.68) и (1.69) соответствует фрагментированной среде.

### 1.2.3. ТЕРМОДИНАМИКА УДАРНЫХ ПЕРЕХОДОВ

Термодинамический анализ необходим не только при формулировке определяющих соотношений, но и для нахождения расхода энергии при скачкообразных переходах.

Соответствующий баланс

$$\begin{aligned} \rho^- \left( \varepsilon^- + \frac{v_i^- v_i^-}{2} \right) (v_j^- - U_j) n_j - \sigma_{ij}^- v_i^- n_j = \\ = \rho^+ \left( \varepsilon^+ + \frac{v_i^+ v_i^+}{2} \right) (v_j^+ - U_j) n_j - \sigma_{ij}^+ v_i^+ n_j \end{aligned} \quad (1.72)$$

должен дополнять баланс масс (1.32) и баланс количества движения (1.33).

Для движущихся скачков часто вместо плотности используют удельный объем материала  $V = 1 / \rho$ . При этом нужно применять уравнение состояния, например, следующего вида [53]:

$$\varepsilon = \varepsilon_0(V) + \frac{V}{\Gamma(V)}(p - p_0), \quad (1.73)$$

где  $\varepsilon_0, p_0 = -\partial\varepsilon_0 / \partial V$  - соответственно "холодные" энергия и давление (при 0 К);  $\Gamma = \Gamma_0(V/V_0)$  - коэффициент Грюнайзена.

Сведения о параметрах  $\Gamma_0, V_0$  и функции  $\varepsilon_0(V)$  для многих материалов содержатся в справочниках и руководствах по физике.

Условия на чрезвычайно интенсивных ударных переходах часто измеряются непосредственно в форме зависимости скорости ударной волны  $U$  от массовой скорости  $v$  сразу за скачком:

$$U = U_0 + Bv. \quad (1.74)$$

Изломы этой линейной зависимости интерпретируются как свидетельства о фазовых переходах на соответствующих уровнях давления.

Другой принятой формой описания ударного перехода служит аднабата Гюгонио [53]

$$p_B = p_B(V_B), \quad \varepsilon_B(V_B) = (1/2)p_B(V_0 - V_B), \quad (1.75)$$

которая чаще всего применяется для ударных волн в газах.

Первое соотношение (1.75) может быть измерено экспериментально - как и аднабата (1.74).

Второе соотношение является следствием баланса (1.72) и соотношений (1.33) и (1.34).

Пренебрежение девиатором напряжений в этих случаях оправдывают исключительно высокими давлениями при интенсивных ударных переходах, имеющих место, например, в ближайшей окрестности подземного ядерного взрыва [110].

Однако подобное гидродинамическое описание недостаточно при средних уровнях напряжений.

Более того, если уравнение состояния может быть сформулировано только в скоростной форме (т.е. неголономно), ударная аднабата не может быть отделена от движения вне разрывного перехода, что существенно, в частности, для мощных взрывов в дилатирующих геосредах.

## 1.3. Дилатансионная упругопластичность геоматериалов

### 1.3.1. ПОНЯТИЯ ТРЕНИЯ И ДИЛАТАНСИИ

Необратимые деформации геоматериалов порождаются микроскольжениями и микротрещинами внутри их поликристаллической или гранулированной структуры. Каждый элементарный акт деформирования связан с преодолением цементирующих связей или сил сухого трения, которые отвечают закону Кулона [159]

$$|R| = N \operatorname{tg} \varphi_c + c \operatorname{hs}, \quad (1.76)$$

где  $R$  - касательная сила;  $N$  - нормальная сила, действующая на контакте скольжения (или разрушения);  $\varphi_c$  - угол контактного трения;  $c \operatorname{hs}$  - сцепление.

В неявной форме часто принимается предположение, что предельное условие (1.76) реально выполнено на множестве контактов между гранулами (зернами, блоками) и это соответствует предельному состоянию объема, условие которого формулируется как условие континуальной текучести для инвариантов тензора напряжений:

$$\Phi_\sigma \equiv |\sigma_r| - \alpha p - Y = 0, \quad (1.77)$$

где  $p$  - давление;  $\sigma_r$  - интенсивность сдвиговых напряжений;  $Y$  - значение текучести;  $\alpha$  - коэффициент внутреннего трения.

Если условие текучести (1.77) выполнено, то происходит необратимое (пластическое) деформирование геоматериала.

В соответствии с правилом (1.60) необратимые деформации должны определяться по закону неассоциированного течения [113]

$$\frac{D e_{ij}^p}{Dt} = - (p + H) \delta_{ij} \frac{D \xi}{Dt} + (\sigma_{ij} + p \delta_{ij}) \frac{D \lambda}{Dt}, \quad (1.78)$$

в котором фигурируют две неизвестные скалярные функции:  $D\xi/Dt$  и  $D\lambda/Dt$ . Эти скалярные функции равны нулю, если условие (1.77) не выполнено, а деформирование чисто упругое.

Если предельное условие (1.77) выполнено, то его следует рассматривать совместно с уравнениями баланса, что позволяет определять в ходе решения только один из указанных неизвестных скаляров. Следовательно, необходимо еще одно условие для определения второго неизвестного скаляра.

Подобное условие должно отражать чисто кинематическую связь между приращениями деформаций объема и сдвига (рис. 1.6), характерную для гранулированных сред и сформулированную качественно еще О. Рейнольдсом в 1885 г. и названную им дилатансией (в отличие от дилатации, что просто означает изменение объема, в том числе упругое).

Количественно дилатансия означает пропорциональность между инвариантами тензора скоростей пластических деформаций [87, 88]:

$$\Phi_{\varepsilon} = \frac{De_{ij}^P}{Dt} \delta_{ij} - \Lambda \left| \frac{D\gamma^P}{Dt} \right| = 0, \quad (1.79)$$

где  $\Lambda$  - скорость (коэффициент) дилатансии;  $\gamma^P$  - интенсивность пластического сдвига (второй инвариант тензора скоростей пластических деформаций).



Рис. 1.6. Дилатансия как следствие переупаковки контактирующих дисков (по О. Рейнольдсу)

На микроструктурном уровне дилатансия может быть пояснена переупаковкой частиц (в плоском случае - дисков) из плотного состояния в рыхлое при условии, что расстояние между их центрами сохраняется постоянным (см. рис. 1.6). Именно так реализуется дилатансия в грунтах (и в поликри-

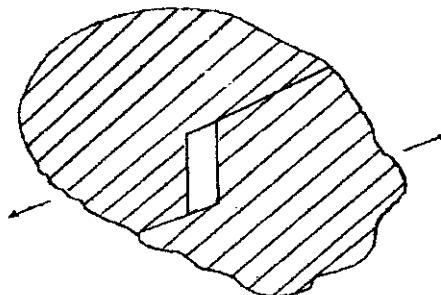


Рис. 1.7. Трещина, дилатансионно расширяющаяся при сдвиге [121]

таллических горных породах при слабых связях между минеральными зернами).

В случае хрупкого разрушения дилатансия на микроуровне (в масштабе минерального зерна) иллюстрируется ростом трещин отрыва, необходимо сопутствующих сдвигу (рис.1.7 ).

Феноменологически процесс дилатансии достаточно полно описывается кинематическим условием (1.79) при  $\Lambda > 0$ . Случай  $\Lambda < 0$  соответствует интенсификации пластического закрытия (уменьшения) пор.

Исключение  $D\xi / Dt$  из (1.78) благодаря условию дилатансии (1.79) позволяет оставить в неассоциированном законе пластического течения только одну неизвестную скалярную величину, например,  $D\lambda / Dt$ .

Заметим, что исторически первую математическую модель дилатансии предложил М. Рейнер для жидкости (Рейнольдса), связь сдвига с объемом в которой вводилась за счет тензорной нелинейной вязкости.

Действительно, известен ряд жидкостей с некоторыми дилатантными (не псевдовязкими) реологическими свойствами.

### 1.3.2. ЗАКОНЫ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ

Идеализированный случай равенства коэффициентов  $\alpha$  и  $\Lambda$  соответствует так называемому ассоциированному течению :

$$\frac{D e_{ij}^p}{Dt} = \frac{\partial \Phi_\sigma}{\partial \sigma_{ij}} \frac{D \lambda}{Dt}. \quad (1.80)$$

Было обнаружено, что этот вариант вполне подходит для пластичности металлов (когда  $\alpha = \Lambda = 0$  [84]). Однако опыты показали, что для всех известных геоматериалов (песков, горных пород, поликристаллических льдов)  $\alpha > \Lambda$ .

Соответственно должен существовать такой пластический потенциал  $\Psi(\sigma_{ij})$

$$\frac{D e_{ij}^p}{Dt} = \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma_{ij}} \frac{D \lambda}{Dt}, \quad (1.81)$$

который не совпадает с функцией текучести  $\Phi_\sigma$  [88].

Мгновенные положения поверхности текучести геоматериалов, иначе говоря, предельных состояний (1.77), могут быть представлены в виде набора примерно прямых линий в плоскости инвариантов тензора напряжений  $\sigma_r, p$  (рис. 1.8).

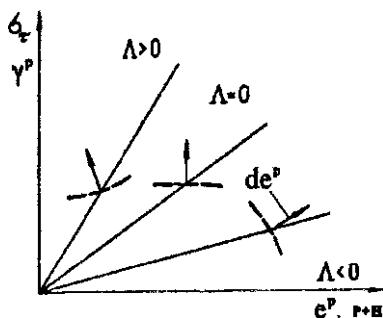


Рис. 1.8. Идеализированное представление поверхностей текучести и приращений пластических деформаций (даны стрелками)

Пунктиром намечены линии пластических изопотенциалов:

$$\Psi = \sigma_r^2 - 2\alpha\Lambda (p+H)^2 = \sigma_r^0(p_0+H)(\alpha-\Lambda), \quad (1.82)$$

причем ортогональные им векторы соответствуют приращениям пластических деформаций.

Процесс пластического уплотнения геоматериала ( $\Lambda < 0$ ) приводит к закрытию пор и сопутствующему росту коэффициентов внутреннего трения  $\alpha$  и сцепления  $H$ . При этом соответствующая сплошная линия на рис. 1.8 движется вверх в направлении линии так называемых критических состояний ( $\Lambda = 0$ ).

Пластическое разрыхление (называемое иногда собственно дилатансией, когда  $\Lambda > 0$ ) создает новое поровое пространство и уменьшает внутреннее трение и сцепление [88].

Поэтому каждое пластическое напряженное состояние следует понимать как мгновенное и вводить дополнительно параметр упрочнения (ослабления) среды  $\chi$ .

Процесс активного пластического нагружения с упрочнением определим следующим образом:

$$\Phi_\sigma = 0, \quad d' \Phi_\sigma = \frac{\partial \Phi_\sigma}{\partial p} dp + \frac{\partial \Phi_\sigma}{\partial \sigma_r} d\sigma_r > 0. \quad (1.83)$$

При пластическом деформировании среды с ослаблением выполнены два условия:

$$\Phi_\sigma = 0, \quad d' \Phi_\sigma = \frac{\partial \Phi_\sigma}{\partial p} dp + \frac{\partial \Phi_\sigma}{\partial \sigma_r} d\sigma_r < 0. \quad (1.84)$$

Условия нейтрального нагружения таковы:

$$\Phi_\sigma = 0, \quad d' \Phi_\sigma = 0, \quad d\lambda = 0, \quad (1.85)$$

а процесс разгрузки определяется уходом с поверхности текучести:

$$\Phi_\sigma < 0, \quad d\lambda = 0. \quad (1.86)$$

Поскольку пластическая объемная деформация (рис. 1.9 и 1.10)

$$e_y' \delta_y = e^p = \chi \quad (1.87)$$

вполне измеримая величина при необратимых изменениях пористости, параметр упрочнения  $\chi$  вполне может быть с ней идентифицирован.

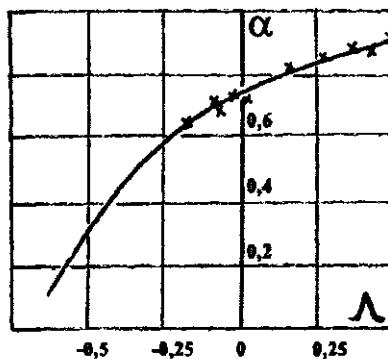


Рис. 1.9. Коеффициенты внутреннего трения  $\alpha$  и дилатанции  $\Lambda$  речного кварцевого песка в функции единого параметра состояния

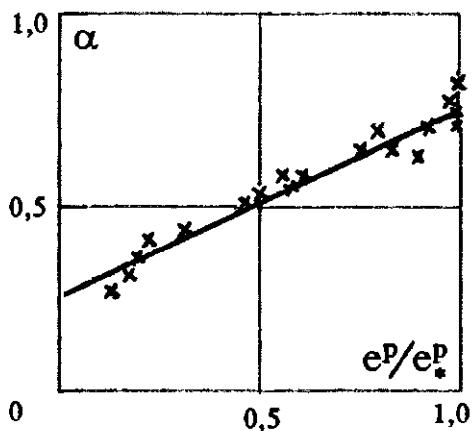


Рис. 1.10. Применение объемной пластической деформации (необратимых приращений пористости) как параметра упрочнения  $\chi$

Другая возможность состоит в использовании пластической деформации сдвига

$$\chi = \gamma^p,$$

но этот вариант примерно эквивалентен (1.86) в силу условия дилатансии (1.78). Однако значение  $\gamma^p$  практически измерить намного труднее, чем  $e^p$ .

Следует помнить, что условия (1.82)-(1.85) содержат приращение

$$d'\Phi \equiv (\partial\Phi / \partial\chi)d\chi, \quad (1.88)$$

которое отражает изменения поверхности текучести в ходе пластического деформирования.

### 1.3.3. ДАННЫЕ ТРЕХОСНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Определяющий закон (1.78) есть ничто иное как закон течения, заданный в приращениях. Он не может быть проинтегрирован отдельно от уравнений равновесия (баланса импульса). Иначе говоря, определяющий закон пластичности неголономен [200].

Только в случае нагружения, "пропорционального" одному параметру на всех границах, например времени:

$$\sigma_{ij}n_j = f_i(t),$$

удается найти соответствующее уравнение состояния, но оно вполне может оказаться иным при других вариантах граничных условий.

Полные напряжения  $e_{ij}$  определяются правилом (1.45), причем упругие составляющие вычисляются по закону Гука, см. (1.20) - (1.22).

Так, в изотропном случае имеем

$$d\sigma_{ij} = \left( K - \frac{2}{3}G \right) \delta_{ij} de^e + 2G de_{ij}^e. \quad (1.89)$$

Рассмотрим с этих позиций типичный процесс трехосных испытаний горных пород, например, известняка (рис. 1.11).

В ходе такого рода испытаний осевое напряжение  $\sigma_1$  и давление  $p_* = -\sigma_3$  изменяются независимо.

Как можно увидеть, начальное гидростатическое нагружение ( $\sigma_1 = \sigma_3 = -p_*$ ) уменьшает поровое пространство, чему соответствуют отрицательные объемные деформации.

Дальнейшее нагружение “непропорционально”, поскольку осевая сила  $\sigma_1$  возрастает, а давление обжима  $p_*$  сохраняется неизменным. На этом этапе нагружения напряженное состояние анизотропно, что интенсифицирует закрытие пор.

Когда объем пор достигнет критического уровня, происходит важное изменение: уплотнение геоматериала сменяется на его разрыхление, что может быть объяснено только процессом дилатансии.

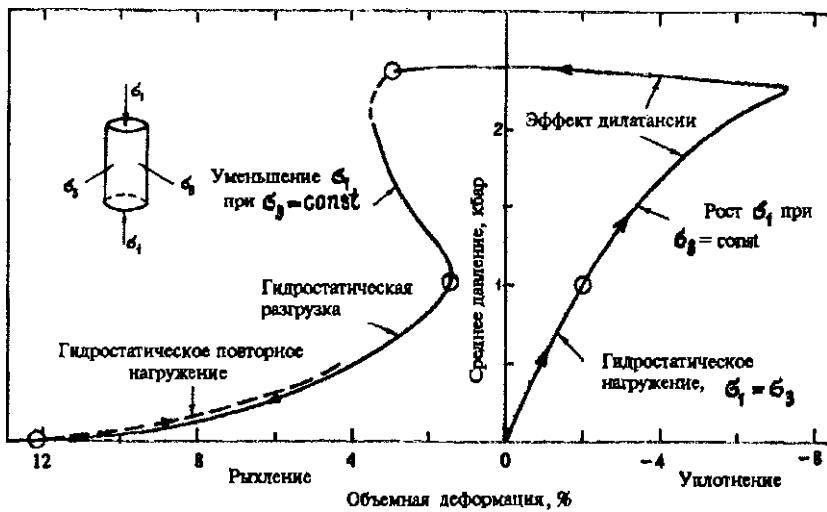


Рис. 1.11. Результаты трехосных испытаний известняка (проведенные Корпорацией Терра-Тек; предоставлены С.Дж.Грином)

Уменьшение осевой нагрузки  $\sigma_1$  прекращает дальнейшее пластическое деформирование, хотя упругое деформирование продолжается, как это и должно быть при разгрузке (уход с поверхности текучести).

На первом этапе разгрузки сохраняется  $\sigma_3 = \text{const}$ ; однако на втором этапе  $\sigma_1 = \sigma_3$ , причем оба уменьшаются одинаково.

Упругая природа соответствующих напряжений доказывается совпадением путей разгрузки и повторного нагружения (см. пунктир).

Сложность рис. 1.11 означает, что любой процесс нагружения дилатирующего геоматериала характеризуется двумя независимыми напряжениями или параметрами:  $p$  и  $\sigma_r$  (при постоянном давлении обжима).

Рис. 1.12 иллюстрирует дилатационное внутреннее разрушение гранита (в ходе его пластического макродеформирования) в функции от интенсивности напряжений сдвига  $\sigma_r$ , при постоянном уровне давления обжима.

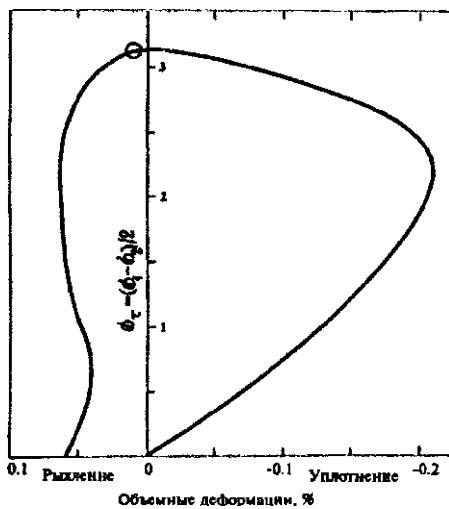


Рис. 1.12. Результаты трехосных испытаний гранита Уестерли (Корпорация Терра-Тек; предоставлены С.Дж.Грином)

#### 1.3.4. ПЛОСКИЕ ПЛАСТИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ

Для плоских задач условие пластичности (1.77) формулируется с использованием угла  $\phi$  внутреннего трения:

$$\frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2} + \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \sin \phi = H \sin \phi, \quad (1.90)$$

причем  $\alpha = \sin \varphi$ ,  $Y = \sin \varphi$  и

$$p = -\frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2}, \quad \sigma_t = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2}. \quad (1.91)$$

В системе декартовых координат  $x, y$ , повернутой на угол  $\psi$  относительно главных осей напряженного состояния

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}, \quad (1.92)$$

напряжения могут быть выражены через давление и угол  $\psi$  [84]:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= H - (p + H)(1 - \sin \varphi \cos 2\psi); \\ \sigma_{yy} &= H - (p + H)(1 + \sin \varphi \cos 2\psi); \\ \sigma_{xy} &= (p + H) \sin \varphi \sin 2\psi. \end{aligned} \quad (1.93)$$

При этом предельное условие (1.90) выполняется автоматически.

В плоском случае условие дилатансии (1.78) переходит в следующее:

$$d{e_{xx}}^p + d{e_{yy}}^p = \sin \nu \sqrt{({d{e_{xx}}^p}^2 - {d{e_{xy}}^p}^2)^2 + 4{d{e_{xy}}^p}^2}, \quad (1.94)$$

где  $\nu$  - угол дилатансии.

Условие коллинеарности тензоров напряжений и скоростей деформаций также должно быть использовано. Оно состоит в том, что в соотношении

$$\frac{D{e_{xy}}^p}{Dt} = \left( \frac{D{e_{xx}}^p}{Dt} - \frac{D{e_{yy}}^p}{Dt} \right) \operatorname{tg} \psi \quad (1.95)$$

используется тот же угол  $\psi$ , что и в соотношении (1.92).

Если ограничиться теперь идеальным случаем, когда можно пренебречь упругими составляющими деформаций, т.е.

$$\frac{D e_{ij}}{Dt} = \frac{D e_{ij}^p}{Dt} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad (1.96)$$

то

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2 \sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} = \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) / \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_y}{\partial y} \right), \quad (1.97)$$

причем полные изменения плотности  $\rho$  можно использовать в качестве приращения параметра упрочнения  $\chi$ . Поэтому разумно добавить уравнение баланса массы (1.7) к уравнениям равновесия (1.10).

Система этих уравнений в плоском случае будет иметь вид

$$\frac{dp}{dt} + \rho \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) = 0; \quad (1.98)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0; \quad (1.99)$$

$$\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0, \quad (1.100)$$

где в рамках традиционной механики использовано условие симметрии тензора напряжений:  $\sigma_{xy} \equiv \sigma_{yx}$ .

Если применить подстановку (1.93), уравнения равновесия принимают вид [200]

$$(1 - \sin \phi \cos 2\psi) \frac{\partial p}{\partial x} + \sin \phi \sin 2\psi \frac{\partial p}{\partial y} + \\ + \left\{ -\cos 2\psi \frac{\partial \rho}{\partial x} + \sin 2\psi \frac{\partial \rho}{\partial y} \right\} \frac{\partial}{\partial \rho} \{(p + H) \sin \phi\} - (1.101) \\ - 2(p + H) \sin \phi \left\{ \sin 2\psi \frac{\partial \psi}{\partial x} + \cos 2\psi \frac{\partial \psi}{\partial y} \right\} = 0;$$

$$\begin{aligned}
& \sin\varphi \sin 2\psi \frac{\partial p}{\partial x} + (1 + \sin\varphi \cos 2\psi) \frac{\partial p}{\partial y} - \\
& \left\{ \sin 2\psi \frac{\partial \rho}{\partial x} - \cos 2\psi \frac{\partial \rho}{\partial y} \right\} \frac{\partial}{\partial \rho} \{(p + H) \sin\varphi\} + \quad (1.102) \\
& + 2(p + H) \sin\varphi \left\{ \cos 2\psi \frac{\partial \psi}{\partial x} - \sin 2\psi \frac{\partial \psi}{\partial y} \right\} = 0,
\end{aligned}$$

где неизвестными являются переменные  $\psi$ ,  $p$  и  $\rho$ .

Если эффект упрочнения несуществен, то

$$(\partial / \partial \rho) \{(p + H) \sin\varphi\} = 0,$$

и уравнения равновесия отделяются от кинематических уравнений.

Система первых уравнений оказывается достаточной для решения задач, составляющих "статику сыпучих сред" [118]. Однако в большинстве случаев граничные условия формулируются для смещений. Эффект кинематического упрочнения сам по себе важен собственно для механики дилатирующих геоматериалов.

Сформулируем теперь эффективные уравнения кинематики. Условие дилатансии (1.94) может быть переписано так:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = \sin \nu \sqrt{\left( \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2}. \quad (1.103)$$

Введение угла  $\psi$  позволяет преобразовать условия коллинеарности (1.97) и дилатансии (1.103) к уравнениям для скоростей смещений:

$$(\cos 2\psi - \sin \nu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + (\cos 2\psi + \sin \nu) \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0; \quad (1.104)$$

$$\sin 2\psi \frac{\partial v_x}{\partial x} + \sin \nu \frac{\partial v_x}{\partial y} + \sin \nu \frac{\partial v_y}{\partial x} + \sin 2\psi \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0. \quad (1.105)$$

Эти уравнения линейны, если угол  $\psi$  известен из решения уравнений равновесия.

### 1.3.5. УСЛОВИЯ НА ПОВЕРХНОСТЯХ СКОЛЬЖЕНИЯ

Наиболее трудно в рассматриваемой теории найти поверхности скольжения, образующиеся из-за локализации пластического сдвига в тонкие слои.

Процесс локализации изучался Дж. Рудницким и Дж. Райсом [217], которые идентифицировали его с бифуркацией деформирования внутри тонких полос.

При этом принималась гипотеза о применимости дилатационной упруго-пластической модели с сухим трением [88] внутри самой полосы локализации, а также предполагалось, что вне полосы не происходит никаких изменений напряженно-деформированного состояния [217].

На самом деле подобные предположения оправданы только при зарождении полос скольжения, поскольку само появление полос скольжения реально меняет поля напряжений.

Например, после появления поверхности скольжения объемная пластичность (1.77) может вообще исчезнуть.

По Кулону предельное условие (1.76) может быть сформулировано для поверхности скольжения

$$|\sigma_m| = \sigma_m \operatorname{tg} \varphi_s + \operatorname{chs}_s, \quad (1.106)$$

так же, как и для обычного тангенциального относительного движения двух массивов <<+>> и <<->>, контактирующих вдоль поверхности скольжения. Здесь  $\varphi_s$  - угол трения на поверхности скольжения, а  $\operatorname{chs}_s$  - прочность шероховатостей.

Более того, для условия (1.106) не обязательно требуется выполнение условий пластичности (1.77) внутри контактирующих массивов.

Условия непрерывности сил на поверхности скольжения таковы:

$$[\sigma_m] \equiv \sigma_m^+ - \sigma_m^- = 0; \quad (1.107)$$

$$[\sigma_m] \equiv \sigma_m^+ - \sigma_m^- = 0. \quad (1.108)$$

Скольжение вдоль кулоновой поверхности в неявном виде предполагает возможность скачка касательных компонент скорости:

$$[v_r] \equiv v_r^+ - v_r^- \neq 0. \quad (1.109)$$

Рассмотрим теперь случай, когда к поверхности скольжения прилегают пластические поля с различными значениями внутреннего трения.

Введение выражений (1.93) в балансы сил (1.107) и (1.108) приводит к следующим двум соотношениям:

$$\begin{aligned} (p^+ + H)(1 + \sin \varphi^+ \cos 2\psi^+) &= \\ = (p^- + H)(1 + \sin \varphi^- \cos 2\psi^-); \end{aligned} \quad (1.110)$$

$$(p^+ + H) \sin \varphi^+ \sin 2\psi^+ = (p^- + H) \sin \varphi^- \sin 2\psi^-, \quad (1.111)$$

которые сводятся к соотношению между углами наклона  $\psi^+$  и  $\psi^-$  поверхности скольжения (к оси главного сжатия):

$$\begin{aligned} \sin \varphi^+ \sin 2\psi^+ - \sin \varphi^- \sin 2\psi^- + \\ + \sin \varphi^+ \sin \varphi^- \sin 2(\psi^+ - \psi^-) = 0. \end{aligned} \quad (1.112)$$

Следует помнить, что в пластическом поле касательные скачки скоростей смещений (1.109) могут реализоваться только вдоль характеристик поля скоростей в силу линейности [99] уравнений (1.104) и (1.105). Характеристики поля скоростей наклонены к оси главного сжатия на угол

$$\psi^+ = \frac{\pi}{4} - \frac{\nu}{2}. \quad (1.113)$$

В простейшем случае одних и тех же значений объемного угла трения  $\varphi$  и угла дилатансии  $\nu$  вне поверхности скольжения

$$\varphi = \varphi^+ = \varphi^-, \quad (1.114)$$

$$\nu = \nu^+ = \nu^- \quad (1.115)$$

связь (1.112) имеет более простую форму

$$\cos(\psi^+ + \psi^-) + \cos(\psi^+ - \psi^-) \sin \varphi = 0, \quad (1.116)$$

и оказывается справедливым выражение

$$\psi^+ = \pm \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) + k\pi. \quad (1.117)$$

Здесь

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{\sin \varphi - \operatorname{tg}(\nu/2)}{1 - \operatorname{tg}(\nu/2)}. \quad (1.118)$$

Более того, силы нормальные ( $\sigma_{nn}^+ = \sigma_{nn}^-$ ) и касательные ( $\sigma_{nn}^+ = \sigma_{nn}^-$ ), к поверхности скольжения

$$\sigma_{nn}^+ = H - (p^+ + H)(1 + \sin \varphi \sin \nu); \quad (1.119)$$

$$\sigma_{nn}^+ = (p^+ + H) \sin \varphi \cos \nu \quad (1.120)$$

будут удовлетворять предельному условию Кулона (1.106):

$$\operatorname{tg} \varphi_s = \frac{\sin \varphi \cos \nu}{1 - \sin \varphi \sin \nu}; \quad (1.121)$$

$$\operatorname{chs}_s = H \operatorname{tg} \varphi_s. \quad (1.122)$$

Соотношения (1.121) и (1.122) были получены в статьях [99, 161].

Таким образом, уравнение (1.121) эквивалентно следующему выражению [75]:

$$\sin \varphi_s = \cos(\varphi_s - \nu) \sin \varphi. \quad (1.123)$$

Реальное скольжение происходит вдоль поверхности Кулона со значением поверхностного угла трения  $\phi_s$ , который меньше значения угла трения в объеме  $\phi$ .

Именно поэтому несущая способность массива уменьшится при появлении поверхности скольжения (рис. 1.13).

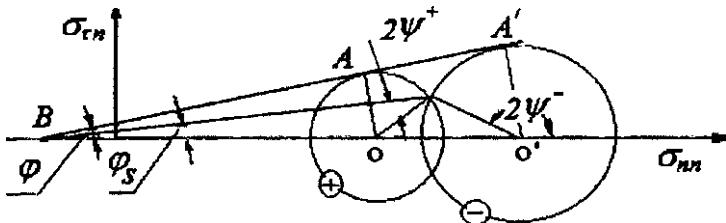


Рис. 1.13. Условия для компонент напряжений на поверхности скольжения как пересечение кругов Мора

Условия для компонент напряжений на поверхности скольжения изображены на рис. 1.13 как пересечение двух кругов Мора (см. разд. 1.4); также показаны объемный  $\phi$  и поверхностный  $\phi_s$ , углы сухого трения.

Возможность объемного пластического состояния внутри обоих контактирующих массивов проиллюстрированы условием касания кругов линией  $BA$  под углом сухого трения  $\phi$ .

### 1.3.6. ДИЛАТАНСИЯ ВНУТРИ ПОЛОСЫ ЛОКАЛИЗАЦИИ

Математически поверхности скольжения представляют собой тонкие зоны интенсивных градиентальных изменений.

Предположим теперь [136], что внутри этих зон справедливы те же уравнения дилатационной пластичности (1.93), (1.103) и что ось  $x_1$  ориентирована вдоль полосы, а ось  $x_2$  направлена по нормали к ней.

Поскольку полоса узкая, а сдвиг интенсивен, преобладают градиенты скорости поперек полосы:

$$\frac{\partial v_2}{\partial x_2}, \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \gg \frac{\partial v_2}{\partial x_1}, \frac{\partial v_1}{\partial x_1}. \quad (1.124)$$

В этом случае условие дилатансии (1.103) сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d v_2}{d x_2} = \sin \nu \sqrt{\left(\frac{d v_2}{d x_2}\right)^2 + \left(\frac{d v_1}{d x_2}\right)^2},$$

которое приводит к выводу о пропорциональности приращений компонент скоростей :

$$d v_2 / d v_1 = \operatorname{tg} \nu. \quad (1.125)$$

Интегрирование уравнения (1.125) поперек полосы сдвига дает следующий результат (при постоянстве угла дилатансии):

$$[v_2] = [v_1] \operatorname{tg} \nu. \quad (1.126)$$

Тем самым скачок касательных компонент скорости

$$[v_1] = v_1(+h) - v_1(-h),$$

не равный нулю на поверхности скольжения, должен сопровождаться пропорциональным скачком нормальной компоненты

$$[v_1] = v_1(+h) - v_1(-h),$$

где  $2h$  - толщина полосы.

Тем самым полоса сдвига может утолщаться или утончаться во время сдвига - в зависимости от знака дилатансии.

Результатом должна быть тенденция к снижению угла внутреннего трения в полосе скольжения или, другими словами, эффективного угла трения на поверхности скольжения.

## 1.4. Эффекты поворота частиц в гранулированных средах

### 1.4.1. КРУГ МОРА ПРИ АСИММЕТРИИ НАПРЯЖЕНИЙ

Будем изучать равновесие треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB$  и  $BC$ , соответствующими координатам  $x = \text{const}$ ,  $y = \text{const}$  (рис. 1.14).

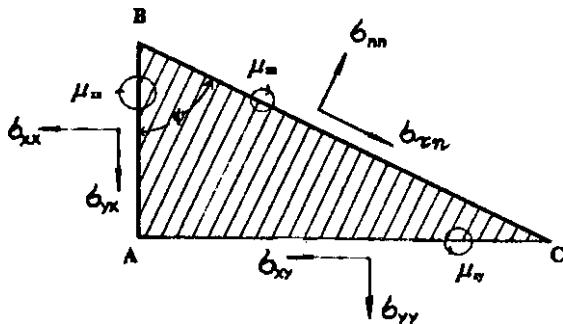


Рис. 1.14. Баланс напряжений при учете их асимметрии  $\sigma_{yx} \neq \sigma_{xy}$  и парных напряжений  $\mu_{xx}, \mu_{yy}, \mu_{xy}$

Если учитывать длины сторон треугольника  $ABC$ , то можно составить два баланса сил - вдоль осей  $x$  и  $y$  [28]:

$$\sigma_m \cos \psi + \sigma_m \sin \psi = \sigma_{xx} \cos \psi + \sigma_{xy} \sin \psi; \quad (1.127)$$

$$\sigma_m \sin \psi - \sigma_m \cos \psi = \sigma_{xx} \sin \psi + \sigma_{yx} \cos \psi. \quad (1.128)$$

Эти уравнения преобразуются к следующим двум:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} + \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{2} \cos 2\psi + \frac{\sigma_{xy} + \sigma_{yx}}{2} \sin 2\psi; \quad (1.129)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{2} \sin 2\psi + \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{2} \cos 2\psi. \quad (1.130)$$

Если исключить угол  $\psi$ , можно прийти к квадратичному алгебраическому уравнению

$$\begin{aligned} \left( \sigma_{nn} - \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \right)^2 + \left( \sigma_m - \frac{\sigma_{xy} - \sigma_{yx}}{2} \right)^2 = \\ = \left( \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{2} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{xy} + \sigma_{yx}}{2} \right)^2, \end{aligned} \quad (1.131)$$

которое обобщает известное геометрическое построение Мора [84]. Нетрудно видеть, что здесь фигурирует давление  $p = -(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})/2$ , соответствующее плоской задаче, а вместо второго инварианта (1.91) - его несимметричное обобщение

$$\sigma_r = \sqrt{\left( \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{2} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{xy} + \sigma_{yx}}{2} \right)^2}. \quad (1.132)$$

Таким образом, нам удалось переписать соотношение (1.131) следующим образом :

$$(\sigma_{nn} - a_\sigma)^2 + (\sigma_m - b_\sigma)^2 = R_\sigma^2, \quad (1.133)$$

где  $R_\sigma = \sigma_r$  и

$$a_\sigma = p = -\frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2}, \quad b_\sigma = \sigma_a = \frac{\sigma_{xy} - \sigma_{yx}}{2}. \quad (1.134)$$

Точкам круга (1.133), изображенного на рис. 1.15, соответствуют напряженные состояния на сечениях, пересекающих под разными углами рассматриваемую макроточку внутри геоматериала.

В случае симметрии напряжений  $\sigma_a = 0$ , и центр  $O$  оказывается расположенным на оси  $\sigma_{nn}$ .

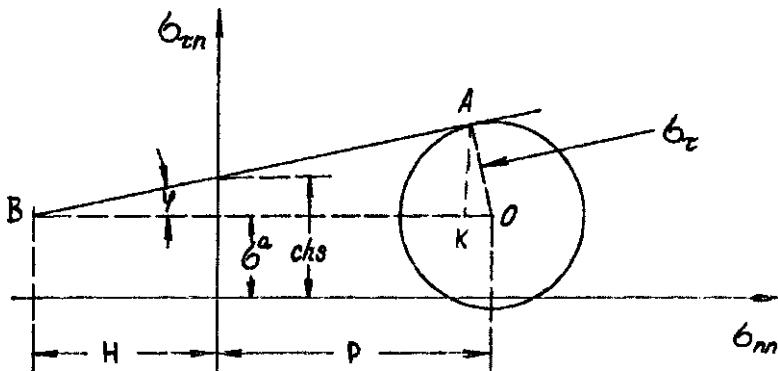


Рис. 1.15. При асимметрии напряжений [220] круг Мора смещен вверх

Объемное условие текучести (1.90), сформулированное ранее как линейная связь между инвариантами тензора напряжений, может теперь быть проинтерпретировано как линейная связь между радиусом и координатами центра круга Мора.

Может быть введена предельная линия  $BA$  как условие текучести (см. рис. 1.15) для несимметричного тензора напряжений, чему соответствует предельное условие (1.90) в виде

$$|\sigma_r| - p \sin \phi + |\sigma_a| \cos \phi - \operatorname{chs} \cos \phi = 0. \quad (1.135)$$

Напряжения на площадке, соответствующей точке  $A$ , удовлетворяют условию Кулона

$$|\sigma_m| + \sigma_m \operatorname{tg} \phi = \operatorname{chs}, \quad (1.136)$$

причем  $H \operatorname{tg} \phi = \operatorname{chs} - |\sigma_a|$ .

Однако, если  $\sigma_{xy} \neq \sigma_{yx}$ , то треугольник  $ABC$  (см. рис. 1.14) может поворачиваться как целое. Чтобы предотвратить такое движение элемента среды  $ABC$ , необходимо вводить также моментные напряжения  $\mu_{ij}$ , распределенные вдоль его сторон.

Соответственно рассмотрим баланс момента количества движения:

$$\Delta_{2n} \equiv \mu_{2n} - \mu_{\sigma} \cos \psi - \mu_{\alpha} \sin \psi = \frac{h}{\sqrt{2}} (\sigma_{yx} - \sigma_{xy}) \sin 2\psi, \quad (1.137)$$

где  $\Delta_{2n}$  - "дисбаланс" моментных (парных) напряжений, уравновешенный асимметрией обычных напряжений.

Поскольку уравнения равновесия (1.127), (1.128) и (1.137) сформулированы для окрестности точки  $A$ , характерный размер  $h$  треугольника  $ABC$  должен быть малым, но не меньше масштаба микроструктуры  $d$  (неявно включенного - в виде "плеча" - в парные напряжения  $\mu_y$ ).

Если же  $h \ll d$ , то фактически будет рассматриваться монолитный материал внутри зерна, а эффекты микроструктуры будут пропущены.

Симметричная механика также будет справедлива, если  $h \gg d$ , т.е. при крупномасштабном равновесии гранулированных масс. Иначе говоря, следует считать, что  $h \approx d$ .

#### 1.4.2. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ КРИВАЯ НАПРЯЖЕНИЙ

Как можно показать, уравнения равновесия (1.127), (1.128) и (1.137) определяют пространственную кривую (рис. 1.16) в системе координат  $\sigma_m$ ,  $\sigma_n$ ,  $\mu_{2n}$ , которая обобщает плоскость Мора на несимметричный случай.

Эта кривая зависит от единственного параметра  $\psi$  и обладает следующим радиусом - вектором [28]:

$$\begin{aligned} \vec{r} = & (a_{\sigma} \cos 2\psi - c_{\sigma} \sin 2\psi) \vec{i} + \\ & + (a_{\sigma} \sin 2\psi - c_{\sigma} \cos 2\psi) \vec{j} + b_{\sigma} \sqrt{2} \sin 2\psi \vec{k}, \end{aligned} \quad (1.138)$$

где использованы обозначения (1.134).

Кроме того,

$$c_{\sigma} = (\sigma_{xy} + \sigma_{yx}) / 2, \quad (1.139)$$

а  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  - орты координат рассматриваемого пространства.

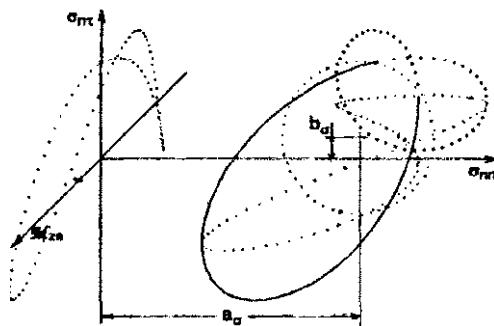


Рис. 1.16. Пространственная кривая, характеризующая напряженное состояние при учете асимметричных эффектов

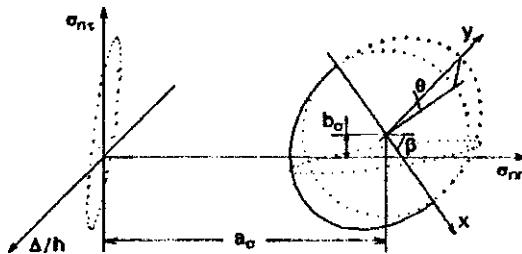


Рис. 1.17. Эллиптическое поперечное сечение цилиндра Мора, характеризующее напряженное состояние геоматериала

Производная от  $\vec{r}$  по параметру  $\psi$

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial \psi} = 2(-a_\sigma \sin 2\psi + c_\sigma \cos 2\psi) \vec{i} + 2(a_\sigma \cos 2\psi + c_\sigma \sin 2\psi) \vec{j} + 2b_\sigma \sqrt{2} \cos 2\psi \vec{k} \quad (1.140)$$

определяет вектор, касательный к кривой (1.138). Векторное произведение (1.138) и (1.140) определяет далее нормаль к плоскости, образованной векторами  $\vec{r}$  и  $d\vec{r}/d\psi$ . Как можно видеть, эта нормаль независима от угла  $\psi$ :

$$\vec{n}_r = \vec{r} \times (\partial \vec{r} / \partial \psi) = -b_\sigma c_\sigma \vec{i} - a_\sigma b_\sigma \vec{j} + (a_\sigma^2 + b_\sigma^2) \vec{k}. \quad (1.141)$$

Следовательно, как показывает рис. 1.17, кривая (1.138) лежит в плоскости, ортогональной нормали (1.141); уравнение этой плоскости таково:

$$b_\sigma \sqrt{2} (c_\sigma \sigma_m + a_\sigma \sigma_n) - (a_\sigma^2 + b_\sigma^2) (\Delta_m / h) = a_\sigma b_\sigma (b_\sigma + c_\sigma) \sqrt{2}. \quad (1.142)$$

Итак, пространственная кривая (1.138) в действительности плоская кривая и, более того, является эллипсом:

$$\frac{x^2}{I^2} + \frac{y^2}{D^2} = 1. \quad (1.143)$$

$$\begin{aligned} x &= (\sigma_m - a_\sigma) \cos \beta + (\sigma_n - b_\sigma) \sin \beta \cos \theta + \\ &\quad + (\Delta_m / h) \sin \beta \cos \theta; \\ y &= -(\sigma_m - a_\sigma) \sin \beta + (\sigma_n - b_\sigma) \cos \beta \cos \theta + \\ &\quad + (\Delta_m / h) \cos \beta \sin \theta; \end{aligned} \quad (1.144)$$

$$I^2 = J_2 + \frac{1}{4} (\sigma_{yx} - \sigma_{xy})^2; \quad D^2 = J_2,$$

и использованы углы Эйлера:

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{\sigma_m - b_\sigma}{\sigma_n - a_\sigma}, \quad \theta = \operatorname{arctg} b_\sigma \sqrt{\frac{2}{J_2}}. \quad (1.145)$$

Найденный эллипс имеет такие инварианты:

$$\frac{1}{I^2} + \frac{1}{D^2}, \quad \frac{1}{(ID)^2} \quad (1.146)$$

или, что эквивалентно, их отношение и эксцентриситет эллипса:

$$I^2 + D^2, \quad \frac{\sigma_{yx} - \sigma_{xy}}{I\sqrt{2}}. \quad (1.147)$$

Эллипс наклонен под углом  $\theta$  к горизонтальной плоскости  $A_m = 0$ , в которой его проекцией и служит круг Мора (1.131).

#### 1.4.3. КИНЕМАТИКА В УСЛОВИЯХ МИКРОВРАЩЕНИЯ

Для изучения внутренних кинематических свойств фрагментированных материалов необходимо использовать разницу между полем средних скоростей  $v_i$  и вращением фрагмента как жесткого тела  $\Phi_{ij} = \varepsilon_{ijk}(\Omega_k + \omega_k)$  в окрестности той же точки  $A$ . Здесь  $\Omega_k$  - скорость вращения, определяемая полем средних смещений;  $\omega_k$  - спиновая (собственно микроротационная) компонента;  $\Phi_k = \Omega_k + \omega_k$  - полная скорость вращения.

Используя эту величину, удается выписать относительную скорость двух частиц  $A$  и  $A'$ , разделенных расстоянием  $h$ :

$$\begin{aligned}\Delta v_i &= (\partial v_i / \partial x_j) h n_j - \Phi_{ij} h n_j + O(h^2) = \\ &= \frac{1}{2} (\partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i) h n_j - \varepsilon_{ijk} h n_j \omega_k + O(h^2).\end{aligned}\quad (1.148)$$

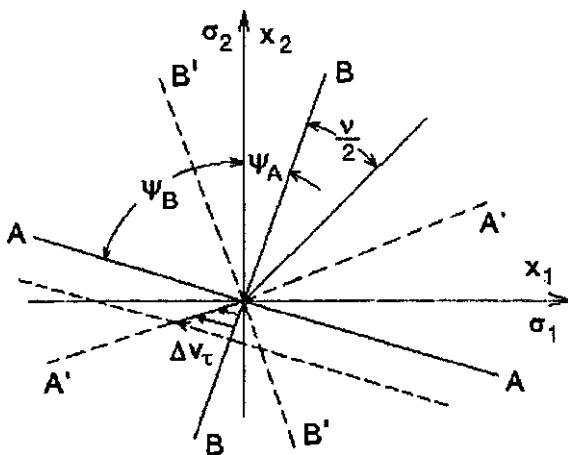


Рис. 1.18. Характеристики поля скоростей  $BB$ ,  $B'B'$  и сдвиг без дилатации вдоль ортогональных линий  $AA$ ,  $A'A'$

Дальнейшее умножение (1.148) на нормаль  $n_i$  определяет скорость удлинения  $\Delta v_n$  расстояния  $h$ , а умножение на единичный вектор  $l_i$ , такой что  $n_i l_i = 0$ , определяет тангенциальную компоненту  $\Delta v_r$  относительного смещения частиц.

Если использовать угол  $\psi$  между нормалью и координатой  $x_2$  (рис.1.18),

$$n_1 = \sin \psi; \quad n_2 = \cos \psi; \quad (1.149)$$

$$l_1 = -\cos \psi; \quad l_2 = \sin \psi,$$

то получим два следующих выражения:

$$\frac{\Delta v_n}{h} = \frac{1}{2} \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) \cos 2\psi + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \sin 2\psi;$$

$$\frac{\Delta v_r}{h} = \frac{\omega}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) \sin 2\psi - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \cos 2\psi, \quad (1.150)$$

где  $\omega = \omega_z$  - ненулевая компонента спиновой скорости.

Соответственно  $\Delta v_n$  и  $\Delta v_r$  принадлежат кругу:

$$(\Delta v_n - h a_\epsilon)^2 + (\Delta v_r - h b_\epsilon)^2 = h^2 R_\epsilon^2, \quad (1.151)$$

$$R_\epsilon = \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 - \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2} = \frac{D\gamma}{Dt}; \quad (1.152)$$

$$a_\epsilon = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) = \frac{De}{Dt}, \quad b_\epsilon = \omega.$$

Условие дилатансии (1.94), которое пока не учитывало собственное вращение частиц, при использовании параметров

(1.154) круга относительных скоростей может быть переписано в виде

$$a_\epsilon = R_\epsilon \sin \nu. \quad (1.153)$$

Тогда получается, что круг относительных скоростей (1.153) пересекает ось  $\Delta v_n = 0$ , тогда как скорость вращения определяет лишь смещение круга по вертикали в плоскости (рис. 1.19).

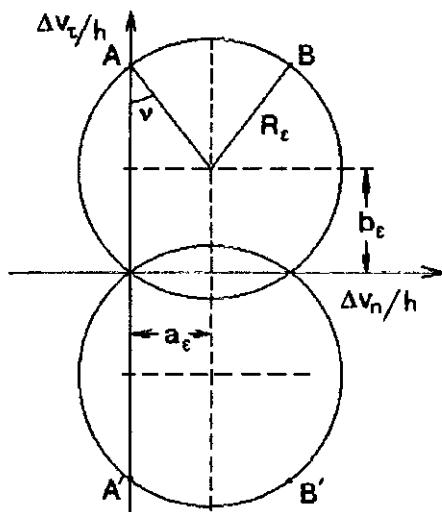


Рис. 1.19. Круги относительных скоростей, пересекающие ось  $\Delta v_r$ , согласно условию дилатанции

Это также означает, что существует линия  $AA'$  в окрестности рассматриваемой точки, вдоль которой происходит чисто тангенциальное движение частиц, контактирующих друг с другом. Линия  $AA'$  должна быть ортогональна характеристике поля скоростей  $BB'$  (см. рис. 1.18).

Это тангенциальное движение можно интерпретировать как начальное скольжение.

Однако линия  $AA'$  не может стать реальной полосой скольжения - ею становится характеристика поля скоростей  $BB'$ , вдоль которой и происходит сшивка прилегающих гладких

решений для пластических или жестких частей массива, совершающих относительное тангенциальное движение.

С другой стороны, согласно рис. 1.19 подобному движению обязательно сопутствует расширение (вдоль нормали) прилегающей полосы массива.

В частности, чтобы прийти к простому результату (1.126) при наших геометрических построениях, следует положить  $b_s = \Omega$ .

Представляется, что для нахождения полос скольжения следует пользоваться традиционной (симметричной) механикой, тогда как процесс деформирования внутри них связан с интенсивным изменением микроструктуры среды. Так как подобные перестроения по существу необратимы, следует вновь обратиться к методам теории пластичности, но теперь на микроровнене.

#### 1.4.4. УСЛОВИЕ ДИЛАТАНСИИ С УЧЕТОМ МИКРОВРАЩЕНИЯ

Попытаемся сформулировать дилатационную теорию пластичности для переходной зоны, которая согласно принципам континуальной теории пластичности должна быть более общей, чем математическая модель, применяемая вне соответствующей поверхности скольжения.

Итак, в адекватной теории параметры асимметрии должны фигурировать в предельном условии пластического состояния для напряжений, как это и сделано, например, в уравнении (1.135). Заметим, что при этом условие Кулона (1.136) остается неизменным.

Следует, впрочем, считать угол трения  $\phi$  функцией угла спинового поворота микроструктуры  $\phi$ , такого, что

$$\omega = \frac{d\phi}{dt}. \quad (1.154)$$

В условии (1.94) примем теперь, что скорость дилатансии  $\Lambda$  есть функция того же угла  $\phi$ .

Тогда (1.94) правильнее переписать как

$$\frac{De}{Dt} = \frac{D\Lambda\gamma}{Dt} = \Lambda \frac{D\gamma}{Dt} + \gamma\omega \frac{d\Lambda}{d\phi}, \quad (1.155)$$

а в плоском случае представить в виде

$$\frac{De}{Dt} = \left| \frac{D\gamma}{Dt} \right| \sin \nu + \omega \sin \theta. \quad (1.156)$$

Это означает, что объемные изменения (дилатансия) могут происходить и за счет относительного поворота гранул (фрагментов) среды.

В случае линеаризации (1.156)  $\theta.$  - дополнительный угловой параметр.

Однако подобная модель еще не полна, нужны три дополнительных условия. Два из них должны соответствовать эффектам сухого трения при вращении и кручении, а также микродилатационному ограничению, налагаемому на градиентальную кинематику.

Другими словами, должны быть доопределены реологические связи между  $\sigma_a$  и  $\omega$ , а также между  $\mu_j$  и  $\partial\Phi_i/\partial x_j$  - за счет введения предельных условий, определяющих градиентальные коэффициенты в (1.22) как пластические.

#### 1.4.5. ПЛАСТИЧЕСКИЕ ПОВРЕЖДЕНИЯ В ПЛОСКИХ ОБРАЗЦАХ

Дж.Лабуж, профессор университета Миннесоты (США), экспериментально изучал развитие внутренних повреждений скальных плоских образцов по мере их нагружения.

Для локации микродефекта он фиксировал акустические сигналы, излучаемые при внутреннем разрушении.

Было обнаружено, что при двухосном нагружении образца (с первоначальной круговой выточкой) зарождение разрушения происходит в виде диффузного (случайного) облака, а затем концентрируется вдоль линии  $AA$  (рис.1.20 и 1.21).

Однако фиинитное разрушение с потерей целостности образца происходит вдоль другой линии, которая находится ближе к оси главного сжатия (вертикали), как и полагается характеристике поля скоростей  $BB$ .

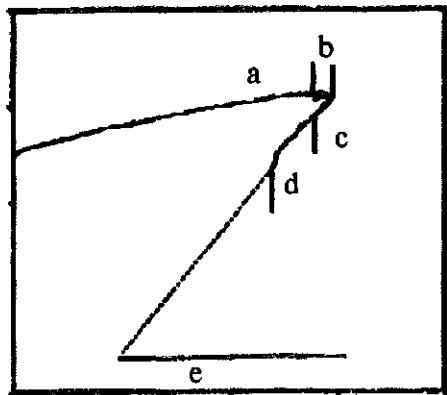
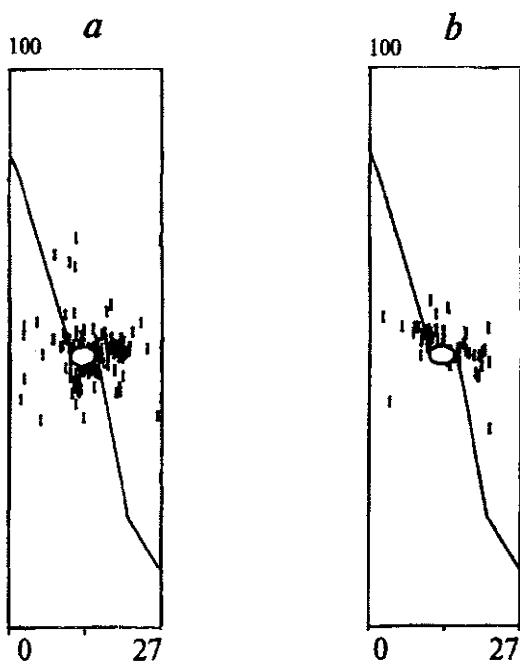


Рис. 1.20. Начальный этап внутреннего разрушения песчаника Бери завершается локализацией вдоль линий, ортогональных характеристикам поля скоростей (предоставлено Дж. Лабужем)

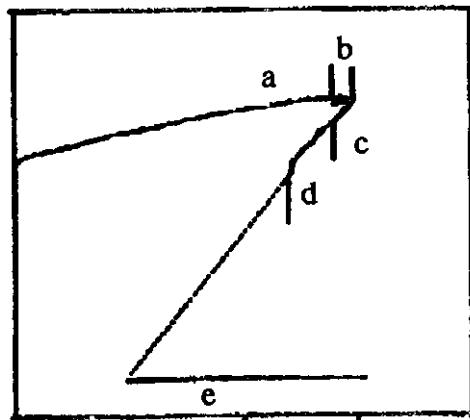
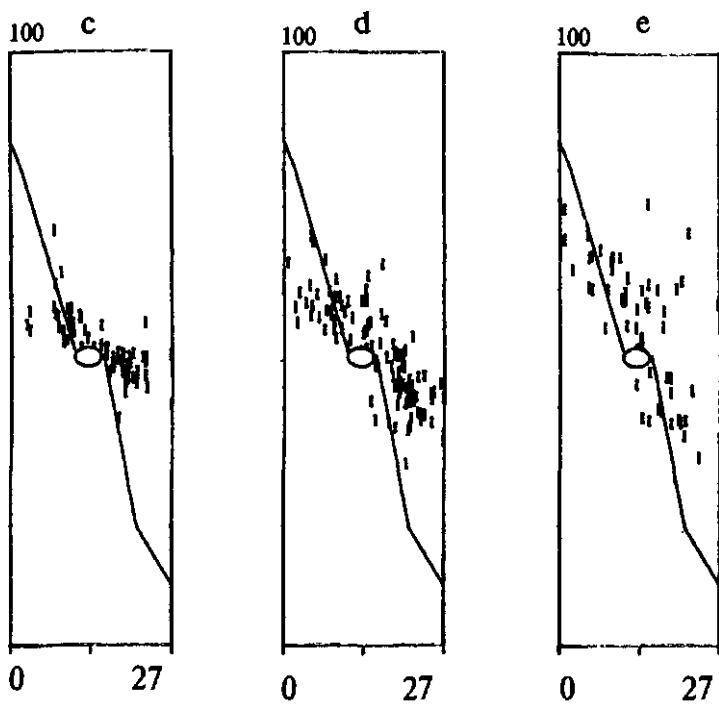


Рис. 1.21. Финитное разрушение песчаника Бери в полосах, прилегающих к характеристикам поля скоростей (предоставлено Дж. Лабужем)

Финитная эллиптическая форма выточки объясняется разрушением ее стенки вдоль оси меньшего сжатия (как и у глубокой скважины в поле сильных тектонических напряжений).

Следует думать, что перестроение микроструктуры вдоль линий  $AA$  невозможно из-за запрета на расширение прилегающей к ней полосы. Необходимые повороты зерен, выводящие шероховатость из зацеплений, уменьшающие сопротивление скольжению и внутреннее трение, требуют - в силу дилатансии - поперечного увеличения объема, что и обеспечивается в расширяющихся полосах вдоль характеристик поля скоростей  $BB$ .

## 1.5. Хрупкое разрушение горных пород

### 1.5.1. ТЕРМОДИНАМИКА РАЗРУШАЮЩЕГОСЯ ТЕЛА

Геоматериалы на свободных поверхностях и на поверхностях контакта обладают иными свойствами, чем в своих внутренних точках; в частности, это проявляется в ином коэффициенте трения на поверхностях скольжения, чем в объеме. Процессы локализации показывают, что контакты, стыки и трещины могут математически моделироваться как сигнулярные поверхности разрыва, хотя физически имеют тонкую, но конечную структуру.

Следовательно, необходимо ввести внутреннюю энергию  $\varepsilon$ , материала на поверхности, которая не равна ее объемному значению  $\varepsilon(\sigma_y, T)$ , определенному уравнением (1.51) в элементарном объеме тела  $\Delta V$ . Процесс разрушения обычно идентифицируется с утратой или изменениями несущей способности горного массива. В этом случае термодинамический анализ следует проводить для массива в целом.

Введем символическую полную нагрузку  $P$  и полное смещение  $\Delta$ , а также используем полную внутреннюю энергию  $E$  и поток тепла  $Q$  [214] конечного элемента или всего тела в целом. Тогда первый закон термодинамики формулируется как

$$Pd\Delta + Qdt = dE. \quad (1.157)$$

Производство энтропии  $S$  определяется притоком тепла  $Q$  и внутренней диссипацией  $\Pi$ :

$$\Pi dt + Qdt = TdS, \quad (1.158)$$

где  $T$  - средняя температура массива.

### Введение свободной энергии

$$F = E - TS \quad (1.159)$$

определяет внутреннюю диссипацию как разницу полной работы, приложенной нагрузки и приращения свободной энергии

$$T_0 \Pi = P\Delta - (dE - T_0 S) = P\Delta - dF, \quad (1.160)$$

если рассматривается изотермический случай ( $T = T_0$ ).

Свободная энергия  $F$  может быть также выражена как сумма объемной упругой энергии массива  $W_b (P, l)$  и поверхностной энергии трещины, которая пропорциональна ее длине  $l$ :

$$F = W_b (P, l) + 2\gamma_0 l. \quad (1.161)$$

Здесь удельная энергия  $\gamma_0$  определяется разницей между удельными энергиями элемента среды на поверхности  $\varepsilon_s$  и в объеме массива  $\varepsilon$  и соответствует единичной длине трещины.

### 1.5.2. КРИТЕРИЙ УПРУГО-ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ

Для обычной среды, в которой не происходит объемной диссипации ( $\Pi = 0$ ), можно найти следующую связь между допустимыми вариациями деформаций массива  $\delta\Delta$  и длины трещины  $\delta l$ :

$$P\delta\Delta - \delta F = \left( -\frac{\partial W_b}{\partial l} - 2\gamma_0 \right) \delta l + \left( -\frac{\partial W_b}{\partial \Delta} + P \right) \delta\Delta = 0. \quad (1.162)$$

В соответствии с равенством (1.162) трещина может расти, если изменения объемной упругой энергии, соответствующие единичному приращению длины, равны увеличению удельной энергии вновь образованных поверхностей:

$$-\frac{\partial W_b}{\partial l} = 2\gamma_0 > 0. \quad (1.163)$$

Только в этом случае любое возмущение приведет к росту трещины. Второе следствие равенства (1.162) - упругая определяющая связь  $P = \partial W_b / \partial \Delta$  для тела в целом.

Критерий роста хрупкой трещины в упругом теле (1.163) был предложен А. Гриффитсом в 1922 г. и стал основой общепринятой теории разрушения [59].

Необратимая работа  $\gamma_*$ , затрачиваемая на образование единицы новой поверхности в твердом теле, может быть включена в удельную поверхностную энергию, если соответствующая диссипация не зависит от длины трещины.

Тогда эффективная поверхностная энергия  $\gamma$  будет суммой:

$$\gamma = \gamma_0 + \gamma_* . \quad (1.164)$$

### 1.5.3. РОСТ ТРЕЩИНЫ В ДИССИПАТИВНОЙ СРЕДЕ

Более сложный критерий требуется сформулировать при учете пластических или вязких эффектов в геоматериалах, когда  $\Pi \neq 0$ , а диссипация зависит от размеров трещины. Для этого предположим, что диссипативная функция  $\Psi$  включает:

- 1) мощность объемной диссипации  $Z_b(P, l)$ ;
- 2) часть работы  $2\gamma_* l$ , необратимо затраченную на создание новых поверхностей в среде;
- 3) дополнительную диссипацию внутри тонкого слоя  $2\xi l$  - из-за отличия поверхностной вязкости от ее объемного значения.

Это означает [89, 93] :

$$T_0 \Psi = Z_b(P, l) + 2\gamma_* l + 2\xi l . \quad (1.165)$$

Для формулировки критерия разрушения диссирирующей среды воспользуемся вариационным принципом Онзагера [172]:

$$\delta(\Pi - \Psi) = 0 , \quad (1.166)$$

согласно которому изменения в производстве энтропии  $\Pi$  компенсируются изменениями скорости диссипации  $\Psi$ .

Вариации  $\Pi$  и  $\Psi$  определяются двумя следующими выражениями:

$$\delta\Pi = \Delta\delta P - \delta F = \Delta\delta P - \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{\partial W_b}{\partial t} \right) \delta P - \frac{\partial}{\partial l} \left( \frac{\partial W_b}{\partial t} \right) \delta l; \quad (1.167)$$

$$\delta\Psi = \delta Z_b + 2\xi\delta l = \frac{\partial Z_b}{\partial P} \delta P + \frac{\partial Z_b}{\partial l} \delta l + 2\xi\delta l. \quad (1.168)$$

Отсюда следует критерий хрупкого роста трещины [89, 93] в условиях, когда напряженное состояние не меняется ( $\delta P = 0$ ):

$$-\frac{\partial}{\partial l} \left( Z_b + \frac{\partial W_b}{\partial t} \right) = 2\xi + 2l \frac{\partial \gamma}{\partial l}. \quad (1.169)$$

Рассмотрим вязкоупругий геоматериал. В этом случае избыточная упругая энергия  $W_b$  и мощность диссипации  $Z_b$  пропорциональны площади концентрации напряжений, т.е. пропорциональны  $l^2$ . Отсюда

$$W_b = -B_1 \frac{P^2}{2E} l^2 + C_1, \quad Z_b = B_2 \frac{P^2}{2\eta} l^2 + C_2, \quad (1.170)$$

где  $B_1, B_2$  - численные коэффициенты;  $E$  - упругий модуль;  $\eta$  - вязкость горной породы;  $C_1, C_2$  - постоянные, не зависящие от длины трещины  $l$ .

Подстановка выражений (1.170) в уравнение (1.169) приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$B_1 \frac{P^2}{E} \frac{dl}{dt} - B_2 \frac{P^2}{\eta} l + 2\xi = 0 \quad (1.171)$$

относительно длины трещины.

Коэффициент поверхностной интенсивности диссипации  $\xi$  соответствует единичному увеличению длины трещины и, предположительно, может зависеть только от скорости трещины  $dl / dt$ .

В случае вязкой диссипации оправданно принять, что

$$\xi = \frac{1}{2} B_3 \left( \frac{dl}{dt} \right)^2. \quad (1.172)$$

Тогда уравнение (1.173) определяет скорость трещины  $dl/dt$  как функцию ее мгновенного размера  $l$ :

$$B_3 \left( \frac{dl}{dt} \right)^2 + B_1 \frac{P^2}{E} \left( \frac{dl}{dt} \right) - B_2 \frac{P^2}{\eta} l = 0. \quad (1.173)$$

#### 1.5.4. АВТОНОМИЯ ПРОЦЕССА В ВЕРШИНЕ ТРЕЩИНЫ

Существует и другой простой подход к исследованию роста трещин. Рассмотрим растущую трещину в системе координат  $x_1, x_2$ , которая движется со скоростью  $U$ , вершины трещины.

Обычно предполагается, что разрушение вблизи вершины трещины развивается автономно, а это означает стационарность полей напряжений и деформаций (или скоростей деформаций - в зависимости от реологии материала) внутри контура  $\Gamma = \Gamma_i + \Gamma_{oi} + \Gamma_{io} + \Gamma_o$  вокруг вершины (рис. 1.22).

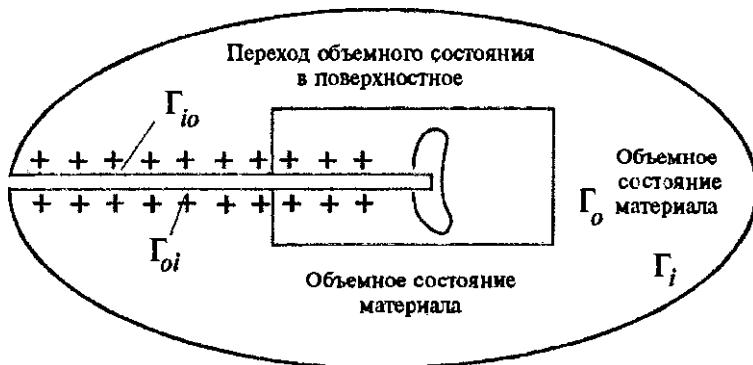


Рис. 1.22. Переход геоматериала из объемного в поверхностное состояние [89]

Потоки энергии, поступающие и выходящие из намеченного контура, должны быть приравнены в силу условия стационарности:

$$J = \int_{\Gamma} \left\{ \rho \left( \varepsilon + \frac{v_i v_i}{2} \right) (U_i - v_i) + \sigma_{ik} v_k - q_j \right\} n_j d\Gamma = 0. \quad (1.174)$$

Если притоки к краям трещины отсутствуют, то суммарные потоки сквозь контуры  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_0$  равны друг другу. Поскольку следует различать объемную внутреннюю энергию  $\varepsilon$ , и поверхностную энергию  $\varepsilon_s$  тела, соответствующий контурный интеграл для  $\Gamma_0$  имеет избыточную часть

$$\int_{\Gamma_0} \rho (\varepsilon_s - \varepsilon_b) (U_i - v_i) d\gamma = \lim_{d \rightarrow 0} 2[\varepsilon] \rho d = 2\gamma_0 \dot{i}. \quad (1.175)$$

Разница  $[\varepsilon]$  для массы  $2\rho d$ , прилегающей к новой поверхности, определяет поверхностную энергию Гриффитса  $\gamma_0$ . Также видно, что здесь  $U_i - v_i = \dot{i}$ .

При учете диссипации [89]

$$D \sim (\dot{e}_y^P \dot{e}_y^P)^n \sim \frac{1}{d^{2n}} (\dot{i})^{2n}, \quad \dot{e}_y \sim \frac{\dot{i}}{d}, \quad (1.176)$$

локализованной внутри контура  $\gamma_0$ , нужно вводить дополнительно диссипативное слагаемое

$$2\gamma_0 \dot{i} = 2d^{2-2n} (\dot{i})^{2n-1} \dot{i} \quad (1.177)$$

в правую часть (1.175).

При пластической деформации  $n = 1/2$ , т.е.  $\gamma_* = \gamma_*(T)$ .

В случае вязкой диссипации  $n = 1$  и

$$\gamma_* = \eta_* \dot{i}, \quad (1.178)$$

где  $\eta_v$  - вязкое сопротивление.

Для дальнейшей детализации необходимо также воспользоваться контурным интегралом для тепловых потоков. Разница в контурных интегралах для полной энергии и для потоков тепла дает возможность использования свободной энергии  $f(\sigma_y, T)$ , которая обычно применяется в форме упругого потенциала. Соответствующий оператор приводит к хорошо известному  $J$ -интегралу [59, 214], справедливому в изотермическом случае:

$$J = \int_{\Gamma_0} \left\{ \rho \left( f_v + \frac{v_t v_t}{2} \right) dX_2 - \sigma_{tt} \frac{\partial u_t}{\partial X_1} \right\} n_j d\Gamma = 2(\gamma_0 + \gamma_v) = 2\gamma. \quad (1.179)$$

Ненулевой член в правой части (1.179) объясняется переходом от общей удельной свободной энергии  $f$  к значению, соответствующему частице в объеме, т.е. к  $f_b$ .

При аднабатических условиях постоянная  $\gamma$  (или  $\gamma_0$  и  $\eta_v$ ) должна быть иной.

Трещины могут возникать и в вязких геоматериалах также при условиях стационарности полей напряжений в окрестности вершинны трещины, но это условие соответствует теперь стационарности полей скоростей деформаций. Поэтому внутри контура  $\Gamma$  следует исходить из уравнения

$$\frac{d}{dt} \left\{ \rho \frac{d\epsilon}{dt} - \sigma_{yy} \frac{\partial v_t}{\partial x_j} + \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \right\} = 0. \quad (1.180)$$

При этом, впрочем, необходимо предварительное дифференцирование по времени уравнения баланса тепла.

В изотермическом случае результат таков:

$$N = \int_{\Gamma_1} \left( \frac{\partial f}{\partial t} + 2Z_b \right) dX_2 - \sigma_{yy} \frac{\partial v_t}{\partial x_j} n_j d\Gamma = 2\xi + 2 \frac{\partial \gamma}{\partial t} i. \quad (1.181)$$

Если поле скоростей можно разделить на вязкую и упругую части

$$v_t = v_t^p + v_t^e, \quad (1.182)$$

то интеграл (1.183) может быть представлен как

$$N = -\frac{\partial Z_b}{\partial l} + \frac{\partial W_b}{\partial l} i = 2\xi + 2\frac{\partial \gamma}{\partial l} i, \quad (1.183)$$

что совпадает с критерием (1.181).

### 1.5.5. КОНЦЕПЦИЯ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ГЕОМАТЕРИАЛА

Дополнительное условие (1.182) открывает возможность использования некоторых вязких решений.

Например, при растяжении пластины [89] имеем

$$\frac{\partial Z_b}{\partial l} = -(\kappa + 1)^{-1} \frac{K^2}{8\eta}; \quad (1.184)$$

$$G = -\frac{\partial W_b}{\partial l} = (\kappa + 1)^{-1} \frac{K^2}{4E} (1 + \nu), \quad (1.185)$$

где  $K$  - коэффициент концентрации напряжений;  $\kappa$  - коэффициент условий деформирования ( $\kappa = 3 - 4\nu$  для плоской деформации и  $\kappa = (3 - 4) / (1 + \nu)$  - для плоско-напряженного состояния);  $\nu$  - коэффициент Пуассона [59].

Введение (1.184) и (1.185) в критерий (1.183) приводит к дифференциальному уравнению

$$\frac{K^2}{\eta} - i \frac{2(1 + \nu)}{E} \frac{\partial K^2}{\partial l} = 16(1 + \kappa) \left( \xi + \frac{\partial \gamma}{\partial l} i \right), \quad (1.186)$$

решение которого определяет значения  $K_c$  роста трещины в вязкоупругой пластине (например, в литосферной плите).

Для чисто упругой плиты,

$$K_c^2 = \frac{1 + \kappa}{1 + \nu} \frac{E}{8} \gamma. \quad (1.187)$$

Для чисто вязкой плиты,

$$K_c^2 = 16(1 + \kappa) \xi \eta. \quad (1.188)$$

С другой стороны, коэффициент концентрации  $K_c$  может быть представлен как функция напряжений, приложенных к телу. Например, для пластины с трещиной имеем

$$K_c = P \sqrt{\pi (l / 2)}. \quad (1.189)$$

Измерение нагрузки  $P$  в момент начала роста трещины позволяет экспериментально определять критические значения  $K_c$  (или трещиностойкость) геоматериалов.

Если  $K_c = \text{const}$ , то выполнено равенство (1.190) и разрушение упруго-хрупкое.

Таблица 1.1. Значения трещиностойкости геоматериалов ( $MPa\sqrt{m}$ )

Геоматериал	$K_c (I)$	Геоматериал	$K_c (I)$
Уголь	0.27	Ангидрит	0.62-0.89
Алевролит	0.53	Мергель	0.71-0.89
Песчаник	0.36-1.42	Метасоматит	1.24-1.42
Гранит	0.567	Базальт	0.62-1.60
Плавленый кварц	0.640	Диорит	0.89-1.77
Сланец	0.55-0.93	Габброниабаз	1.50-1.77
Сухой алевролит	0.73	Порфирит	1.24-1.77
Насыщенный алевролит	0.74	Долерит	1.60-2.13
Доломит	0.71	Амфиболит	1.60-1.95
Мрамор	0.36-1.06	Базальт порфиритовый	2.04-2.49
Известняк	0.36-1.24		

Значения  $K_c (I)$ , соответствующие разрыву при растяжении, приведены в табл. 1.1. Изменчивость  $K_c$  даже при одном типе геоматериалов связана с их неоднородностью и влиянием скорости роста трещины при измерениях.

Если эксперимент показывает пропорциональность  $K_c$  скорости роста трещины, то имеем дело с чисто вязким трещинообразованием и выполняется соотношение (1.188).

Для удельной вязкой диссипации можно принять такое предположение:

$$\xi \sim (I)^2, \quad K_c \sim I \quad (1.190)$$

Вязкий тип роста трещины (разлома) выявляется при достаточно долгом времени наблюдения и типичен для ползучего роста разломов земной коры.

Как можно показать, для более низкой скорости ползучей трещины нужна более низкая концентрация напряжений.

Критические значения коэффициента концентрации напряжений для других типов (мод) трещинообразования приводят к параметрам трещиностойкости, независимым от  $K_c(I)$ .

Так, для мелкозернистого песчаника

$$K_c(I) = 1.47 \text{ MPa}\sqrt{m},$$

но его сдвиговая трещиностойкость составляет

$$K_c(II) = 4,75 \text{ MPa}\sqrt{m}.$$

Критические значения коэффициентов концентрации являются функциями давления обжатия.

Так, для известняков

$$K_c(I) = 0.93 (\text{MPa}\sqrt{m}) \quad \text{при } p \leq 20 \text{ MPa},$$

но

$$K_c(I) = \{0.93 + 0.07(p - 20 \text{ MPa})\} (\text{MPa}\sqrt{m})$$

при  $p \geq 20 \text{ MPa}$ . Подобный эффект связан с локализованной пластической диссипацией у вершины трещины, если материал разрушен до гранулированного состояния, или с сухим трением вдоль бортов трещины.

#### 1.5.6. РАЗРУШЕНИЕ ПРИ ТРЕХОСНЫХ ИСПЫТАНИЯХ

Общая зависимость прочности горных пород от давления и температуры будет обсуждаться в гл. 6, где представлены данные

о трехосных испытаниях. Так как в горных породах несложно увидеть остаточную поврежденность и установить тип трещин, характер их разрушения изучен даже подробнее, чем в случае сыпучих сред.

Сила, прилагаемая испытательной машиной к образцу породы, в самый момент разрушения резко уменьшается. Амплитуду спада называют сбросом напряжений. Если сброс напряжений отличен от нуля, то макроразрушение считается хрупким. Если сброса нет, то макроразрушение можно считать пластическим (хотя микроповрежденность может возникать еще хрупким образом). Поэтому переход от хрупкого разрушения к пластическому происходит с ростом давлений и температур и, оцениваемый по реакции испытательной машины, не совпадает с таким же переходом, отмечаемым по наличию трещин хрупкого разрушения при финитном состоянии образцов (см. гл.6).

Иногда мгновенный сброс напряжений носит характер взрыва, и его называют взрывным, что не совсем верно, поскольку выделившаяся энергия зависит не только от достигнутого напряжения, но и от пути, пройденного нагружающим поршнем. Приращения этого пути ограничиваются самой испытательной машиной. Если деформации малы, то процесс разгрузки происходит гладко. Он зависит также от формы образца и типа нагружения. Особо интенсивные удары (сбросы) возникают при кручении дискообразных образцов.

Количественные данные о несущей способности испытуемого образца в момент разрушения называют прочностью геоматериала. Иногда она не соответствует максимальной несущей способности (из-за запаздывания локализации внутренней поврежденности в макротрещину, нарушающую его целостность).

Методами прозвучивания и акустической эмиссии было установлено, что трещины начинают появляться при достижении предела упругости, который значительно ниже поверхности (паспорта) прочности. Так, сигналы акустической эмиссии появляются повторно только после того, как напряжение достигнет уровня предыдущего нагружения (эффект Кайзера). В силу неизбежного раскрытия пустот или трещин в большинстве геоматериалов, что связано с их поликристаллической микроструктурой, этот предел можно назвать также дилатационным пределом. Количественное описание такого сложного хрупкого поведения геоматериалов отражается и на данных, приведенных в табл. 1.2.

Таблица 1.2. Основные параметры прочности некоторых геоматериалов (при  $T = 0^\circ \text{C}$ )

Геоматериал	Модуль Юнга $E, 10^5 \text{ МПа}$	Коэффициент Пуассона	Прочность на сжатие, $\text{МПа}$	Прочность растяжения, $\text{МПа}$
Гранит	0.5-0.9	0.21-0.28	210	9-13
Габбро	1.0	0.34	200	22
Базальт	1.0	0.28	290	16
Мрамор	1.1	0.28	250	15-20
Известняк	0.2-0.9	0.23-0.20	30-180	2.1-10
Песчаник	0.02-0.7	0.3-0.4	10-42	0.3-1.1
Мел	0.05-0.7	0.4	15-19	0.5-0.9
Бетон	0.17	0.3	30	2.5
Уголь	0.4	5-7	1.9-2.4	
Кварцит	0.1-0.3	250	14	

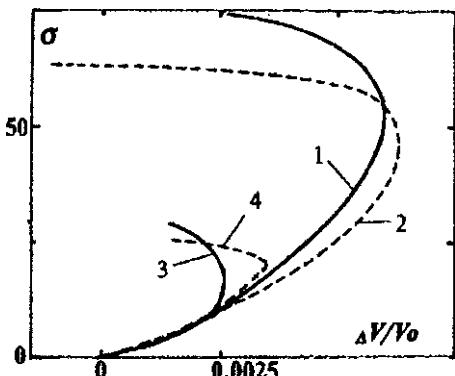


Рис. 1.23. Динамические (1), (3) и статические (2), (4) дилатационные кривые в условиях обжатия (1), (2) и при нулевом боковом давлении (3), (4);  $[\sigma] = 1000$  фунт/кв. дюйм [157]

Согласно некоторым экспериментам, динамическая прочность значительно превышает

статическую прочность, если достигают значений, характерных для взрывов, лазерных или электронных импульсов. Однако такое различие можно объяснить существованием предельной скорости роста трещины (см. разд. 5.1).

Эффект предельной скорости был замечен для индивидуальных трещин [92]. Он влияет и на дилатационные изменения внутренней пустотности горных пород и грунтов (рис. 1.23). Заметим, что скольжение вдоль бортов существующих трещин также имеет предельную скорость [151].

## Глава 2

# МЕХАНИКА НАСЫЩЕННОГО МАССИВА

## 2.1. Взаимопроникающие среды

### 2.1.1. ДИНАМИКА НАСЫЩЕННЫХ ПОРИСТЫХ СРЕД

Процессы в пористых средах, насыщенных газами или жидкостями, могут быть изучены методами континуальной механики, если размеры всех элементов микроструктуры, таких как поры и трещины (каналы для флюидов в твердой матрице, капли жидкости или газовые пузырьки) намного меньше, чем средний масштаб описания пространства, или, иначе, чем масштаб элементарного (дифференциального) объема среды.

При этом предполагается, что дифференциальный объем содержит весь статистический ансамбль микроэлементов, тогда как макромасштаб рассматриваемого объекта (задачи) должен быть несравненно больше размеров элементарных объемов [200].

С другой точки зрения, пористая насыщенная среда является смесью двух фаз, т.е. составлена из твердой деформируемой матрицы и флюида. Каждая из фаз как бы непрерывно заполняет пространство, что и моделируется соответствующим континуумом. Иначе, в каждой макроточке пространства одновременно присутствуют два континуума.

Весьма близкое континуальное представление развивалось со времен Максвелла и Стефана для многокомпонентных смесей газов, но рассматриваемая здесь насыщенная пористая среда - это миогофазная смесь. Различие связано главным образом с присутствием множества фазовых границ на микроуровне. Соответственно процедура осреднения (раздел 1.1) включает интегрирование по этим граничным поверхностям, что приводит к недивергентной форме баланса количества движения, причем именно из-за члена межфазового силового взаимодействия (как это показано далее). Метод пространственного осреднения проиллюстрирован подробнее в связи с проблемой дисперсии в фильтрационном потоке (раздел 3.5) для простоты с использованием обычного единого континуума.

Итак, здесь вводим две системы осредненных балансовых

уравнений, связанных между собой членами взаимодействия. Начнем с баланса масс:

$$\frac{\partial}{\partial t} (1-m) \rho^{(s)} + \frac{\partial}{\partial x_i} (1-m) \rho^{(s)} v_i^{(s)} = 0; \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} m \rho^{(f)} + \frac{\partial}{\partial x_i} m \rho^{(f)} v_i^{(f)} = 0, \quad (2.2)$$

где  $m$  - пористость; индексы  $s$  и  $f$  означают соответственно твердую и жидкую фазы.

Если происходит фазовый переход (например, из твердого в жидкое состояние за счет плавления), то правая часть уравнений (2.1) и (2.2) не равна нулю, хотя их сумма должна быть нулем, чтобы выполнялся закон сохранения материи.

Следующий шаг состоит в формулировке балансов количества движения. Начнем с полного баланса, поскольку он не должен содержать силы взаимодействия:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \{(1-m) \rho^{(s)} v_i^{(s)} + m \rho^{(f)} v_i^{(f)}\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \{(1-m) \rho^{(s)} v_j^{(s)} v_i^{(s)} + m \rho^{(f)} v_j^{(f)} v_i^{(f)}\} = \\ & = \frac{\partial \Gamma_y}{\partial x_j} + \{(1-m) \rho^{(s)} + m \rho^{(f)}\} g_i, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где  $g_i$  - ускорение силы тяжести;  $\Gamma_y$  - полные напряжения, приложенные к произвольному сечению среды (рис. 2.1):

$$\Gamma_y = (1-m) \sigma_{yy} - mp \delta_{yy}. \quad (2.4)$$

Кроме того,  $\sigma_{yy}$  - истинные напряжения, действующие в твердой матрице, а  $p$  - поровое давление.

Распределение (2.4) учитывает существование фазовых границ на любом сечении пористой насыщенной среды.

Баланс количества движения в жидкой фазе запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{(j)} m v_i^{(j)} + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho_2^{(j)} m v_j^{(j)} v_i = \\ = - \frac{\partial m p}{\partial x_i} + \Psi_i + \rho^{(j)} m g_i, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где  $\Psi_i$  - сила взаимодействия; ее можно определить на основе опыта как

$$\Psi_i = p \frac{\partial m}{\partial X_i} + R_i, \quad (2.6)$$

поскольку только в этом случае движущей силой в насыщенном резервуаре является именно градиент порового давления  $p$ .

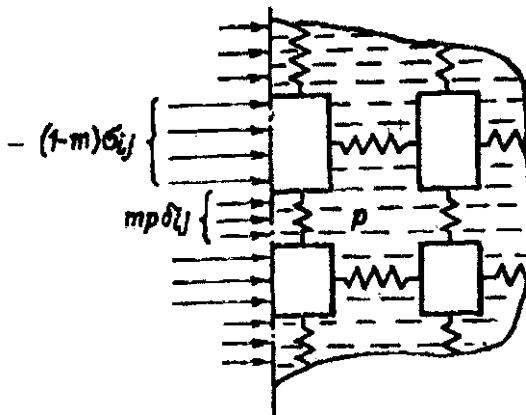


Рис. 2.1. Схема распределения напряжений в насыщенной среде

В результате имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} m \rho^{(j)} v_i^{(j)} + \frac{\partial}{\partial x_j} m \rho^{(j)} v_i^{(j)} v_j^{(j)} = \\ = - m \frac{\partial p}{\partial x_i} + R_i + m \rho^{(j)} g_i. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Выражение (2.6), как и баланс (2.7), также включает вязкое сопротивление  $R_i$  относительному течению жидкости.

Случай, для которого выполнено условие  $\Psi_i = R_i$ , соответствует многокомпонентным моделям, типичным для смесей (на молекулярном уровне) газов, которые подчиняются закону Дальтона. Последний практически означает пропорциональность градиенту концентрации, а последняя в этом смысле эквивалентна пористости. Поэтому именно вариант (2.6) правилен в рассматриваемом здесь случае.

Действительно, течения флюида нет в неоднородных пластиах, когда  $p = \text{const}$ , но не при  $mp = \text{const}$ .

Разница уравнений (2.3) и (2.5) есть не что иное как баланс количества движения для твердой матрицы :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (1-m) \rho^{(s)} v_i(s) + \frac{\partial}{\partial x_j} (1-m) \rho^{(s)} v_i^{(s)} v_j^{(s)} = \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij}^{eff} - (1-m) \frac{\partial p}{\partial x_j} - R_i + (1-m) \rho^{(s)} g_i. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Здесь мы ввели эффективные напряжения (см. [125])

$$\sigma_{ij}^{eff} = (1-m)(\sigma_{ij} + p \delta_{ij}) = \Gamma_{ij} + p \delta_{ij}, \quad (2.9)$$

которые являются разницей полного (приложенного) напряжения и порового давления, т.е. двух весьма просто измеряемых величин. Эффективные напряжения действуют на контактах между частицами твердой фазы, что соответствует пружинкам на рис. 2.1.

Второй член в правой части уравнения (2.8) показывает, что градиенты давления, соответствующие фильтрационному течению, действуют на твердую матрицу так же, как и гравитация.

Кроме того, видна недивергентность нелинейных уравнений динамики (2.7) и (2.8), что объясняется нормальной реакцией твердых стенок поровых каналов микропотокам флюидов.

Тем самым гидравлические уравнения Бернулли выполняются вдоль линий тока на микроуровне.

## 2.1.2. ТЕРМОДИНАМИКА ПОРИСТЫХ НАСЫЩЕННЫХ СРЕД

Балансы энергии для твердой и жидкой фаз могут быть записаны в следующем виде :

$$(1-m) \rho^{(s)} \frac{ds}{dt} \left( \varepsilon^{(s)} + \frac{v_i^{(s)} v_i^{(s)}}{2} \right) = \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \{ (1-m) \sigma_{ij} v_i^{(s)} \} + (1-m) \rho^{(s)} g_i v_i^{(s)} + \quad (2.10) \\ + (1-m) Q^{(s)} - \frac{\partial q_j^{(s)}}{\partial x_j} + \frac{\partial W^{(s)}}{\partial t};$$

$$m \rho^{(f)} \frac{df}{dt} \left( \varepsilon^{(f)} + \frac{v_i^{(f)} v_i^{(f)}}{2} \right) = \\ = - \frac{\partial}{\partial x_j} (m p v_j^{(f)}) + m \rho^{(f)} g_i v_i^{(f)} + \quad (2.11) \\ + m Q^{(f)} - \frac{\partial q_j^{(f)}}{\partial x_j} + \frac{\partial W^{(f)}}{\partial t},$$

причем учтены балансы масс (2.1) и (2.2).

Здесь  $\varepsilon^{(s)}$ ,  $\varepsilon^{(f)}$  - внутренние энергии фаз,  $Q^{(s)}$ ,  $Q^{(f)}$  - распределенные по объему источники тепла, а  $q_i^{(s)}$ ,  $q_i^{(f)}$  - потоки тепла по фазам.

Далее надо вводить мощности межфазовых работ. Вообще говоря, их сумма не равна нулю, т.е.

$$\frac{\partial W^{(s)}}{\partial t} \neq - \frac{\partial W^{(f)}}{\partial t}, \quad (2.12)$$

причем неравенство обусловлено производством тепла в ходе межфазовой работы [97] (с формальной точки зрения из-за корреляции между силами и смещениями на микроуровне).

В уравнениях (2.10) и (2.11) использованы материальные производные:

$$\frac{d_s}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_j^{(s)} \frac{\partial}{\partial x_j}, \quad \frac{d_f}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_j^{(f)} \frac{\partial}{\partial x_j}. \quad (2.13)$$

Уравнения для кинетических энергий (баланс живых сил) строятся путем умножения балансов количества движения на соответствующие фазовые скорости:

$$(1-m) \rho^{(s)} \frac{d_s}{dt} \left( v_i^{(s)} \frac{v_j^{(s)}}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (1-m) \sigma_{ij} v_i^{(s)} \right\} - (1-m) \sigma_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} v_j^{(s)} + (1-m) \rho^{(s)} g_i v_i^{(s)} - \Psi_i v_i^{(s)}; \quad (2.14)$$

$$m \rho^{(f)} \frac{d_f}{dt} v_i^{(f)} \frac{v_j^{(f)}}{2} = \frac{\partial}{\partial x_j} m p v_j^{(f)} + m p \frac{\partial v_i^{(f)}}{\partial x_i} + m \rho^{(f)} g_i v_i^{(f)} + \Psi_i v_i^{(f)}. \quad (2.15)$$

Попарное вычитание уравнений (2.10) и (2.11), а также (2.14) и (2.15) приводит к соответствующим уравнениям притока тепла в фазы (которые включают именно эффективные напряжения и поровые давления как термодинамические силы, работающие на соответствующих скоростях деформаций матрицы и изменений удельных объемов  $V_{(s)} = 1 / \rho^{(s)}$ ,  $V_{(f)} = 1 / \rho^{(f)}$ )

$$(1-m) \rho^{(s)} \left\{ \frac{d_s e^{(s)}}{dt} + p \frac{d_s V^{(s)}}{dt} \right\} = \sigma_{ij} \frac{d_s e_{ij}^{(s)}}{dt} + (1-m) Q^{(s)} - \frac{\partial q_i^{(s)}}{\partial x_i}; \quad (2.16)$$

$$m \rho^{(f)} \left\{ \frac{d_f e^{(f)}}{dt} + p \frac{d_f V^{(f)}}{dt} \right\} = m Q^{(f)} - \frac{\partial q_i^{(f)}}{\partial x_i}. \quad (2.17)$$

Эти уравнения фактически определяют заданные эффективные выражения для межфазового обмена энергиами, а также работы (2.12).

Следующий шаг нашего темодинамического анализа состоит во введении энтропий  $s^{(s)}, s^{(f)}$ :

$$(1-m)\rho^{(s)}T^{(s)}\frac{d_s s^{(s)}}{dt} = (1-m)Q^{(s)} - \frac{\partial q_i^{(s)}}{\partial x_i} + \sigma_y^s \frac{d_s e_y^p}{dt}; \quad (2.18)$$

$$m\rho^{(f)}T^{(f)}\frac{d_f s^{(f)}}{dt} = mQ^{(f)} - \frac{\partial q_i^{(f)}}{\partial x_i} + R_i(v_i^{(f)} - v_i^{(s)}), \quad (2.19)$$

где  $T^{(s)}, T^{(f)}$  - фазовые температуры;  $e_y^p$  - необратимая часть деформаций матрицы.

Таким образом, существуют механические источники тепла, производимого при пластической или вязкой работах в твердой фазе в ходе деформирования матрицы, а также при вязкой диссипации в жидкой фазе при фильтрационных течениях.

Исключение потоков и источников тепла приводит к уравнениям Гиббса, которые и выделяют термодинамические параметры, определяющие состояние пористых насыщенных сред:

$$(1-m)\rho^{(s)}d_{(s)}\varepsilon^{(s)} = \sigma_y^s d_s e_y^e + (2.20)$$

$$+ (1-m)\rho^{(s)}p d_s V^{(s)} = (1-m)\rho^{(s)}T^{(s)}d_s S^{(s)};$$

$$\rho^{(f)}d_f\varepsilon^{(f)} + \rho^{(f)}p d_f V^{(f)} = \rho^{(f)}T^{(f)}d_f S^{(f)}, \quad (2.21)$$

где  $e_y^e = e_y^{(s)} - e_y^p$  - упругая часть деформации матрицы  $e_y^{(s)}$ .

Соответственно уравнения (2.20) и (2.21) могут быть переписаны с использованием понятия свободной энергии:

$$(1-m)\rho^{(s)}d_f f^{(s)} = \sigma_y^s d_s e_y^e - (1-m)\rho^{(s)}p d_s V^{(s)} + (2.22)$$

$$+ (1-m)\rho^{(s)}S^{(s)}dT^{(s)};$$

$$\rho^{(f)}d_f f^{(f)} = -\rho^{(f)}p d_f V^{(f)} + m\rho^{(f)}S^{(f)}dT^{(f)}. \quad (2.23)$$

Соотношение Гиббса (2.22) означает, что уравнение состояния твердой матрицы имеет следующие формы:

$$\begin{aligned}\sigma_y^{(s)} &= \left( \frac{\partial f^{(s)}}{\partial e_y^{(s)}} \right)_{\rho^{(s)}, T^{(s)}}, \\ p &= - \frac{V^{(s)}}{(1-m)} \left( \frac{\partial f^{(s)}}{\partial V^{(s)}} \right)_{e_y^{(s)}, T^{(s)}}, \\ s^{(s)} &= \frac{V^{(s)}}{(1-m)} \left( \frac{\partial \phi^{(s)}}{\partial T^{(s)}} \right)_{e_y^{(s)}, \rho^{(s)}}.\end{aligned}\quad (2.24)$$

В линейном случае они эквивалентны следующему поротермопротому закону:

$$\begin{aligned}\sigma_y^{(s)} &= (K - \frac{2}{3}G)e^{(s)}\delta_y + 2Ge_y^{(s)} - \\ &- \alpha^{(s)}K T^{(s)}\delta_y + \beta^{(s)}Kp\delta_y,\end{aligned}\quad (2.25)$$

где использованы упругие коэффициенты  $K$ ,  $G$  пористой матрицы, а также сжимаемость  $\beta^{(s)}$  и коэффициент теплового расширения  $\alpha^{(s)}$ , соответствующие уравнению состояния самого материала, слагающего твердую фазу:

$$\rho^{(s)} / \rho_0^{(s)} = 1 - \frac{1}{3}\beta^{(s)}\sigma_y\delta_y - \alpha^{(s)}T^{(s)}. \quad (2.26)$$

Аналогичное уравнение состояния жидкости, насыщающей поровое пространство, содержит термодинамические параметры из уравнения Гиббса (2.23), а именно

$$\rho^{(f)} = \rho^{(f)}(p, T). \quad (2.27)$$

Линейный вариант уравнения (2.27) может быть записан как

$$\rho^{(f)} / \rho_0^{(f)} = 1 + \beta^{(f)} p - \alpha^{(f)} T^{(f)}. \quad (2.28)$$

### 2.1.3. РОСТ ЭНТРОПИИ И КИНЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ

Для правильного учета производства энтропии следует использовать фиксированный в пространстве элементарный объем, через который движутся обе фазы.

При этом удается определить межфазовое взаимодействие с собственным вкладом в производство энтропии рассматриваемой системы.

Соответственно для производства энтропии имеем уравнение

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \{ (1-m) \rho^{(s)} s^{(s)} + m \rho^{(f)} s^{(f)} \} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \{ (1-m) \rho^{(s)} s^{(s)} v_j^{(s)} + m \rho^{(f)} s^{(f)} v_j^{(f)} \} = \quad (2.29) \\ & = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{q_j^{(s)}}{T^{(s)}} + \frac{q_j^{(f)}}{T^{(f)}} \right\} + \Sigma, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Sigma = & - \left( \frac{1}{T^{(s)}} \right)^2 q_j^{(s)} \frac{\partial T^{(s)}}{\partial x_j} - \left( \frac{1}{T^{(f)}} \right)^2 q_j^{(f)} \frac{\partial T^{(f)}}{\partial x_j} + \\ & + \frac{R_i}{T^{(f)}} (v_i^{(f)} - v_i^{(s)}) + Q \left( \frac{1}{T^{(s)}} - \frac{1}{T^{(f)}} \right). \quad (2.30) \end{aligned}$$

Здесь было использовано предположение, что внутренние источники тепла определяются исключительно межфазовым теплообменом:

$$Q^{(s)} (1-m) = -Q^{(f)} m = Q.$$

При локальной стационарности для нахождения нужных

реологических связей следует прибегнуть к правилу Онзагера, относящемуся к необратимой термодинамике.

Правило означает пропорциональность между термодинамическими силами и потоками, из произведений которых составлено производство энтропии (2.30), а именно:

$$R_i = r_i (v_j^{(f)} - v_j^{(s)}) + \frac{L_{ij}^{(q)}}{T^{(f)}} \frac{\partial T^{(f)}}{\partial x_j} ; \quad (2.31)$$

$$r_i = \frac{L_{ij}}{T^{(f)}} ; \quad (2.32)$$

$$Q = \kappa_q (T^{(f)} - T^{(s)}); \quad (2.33)$$

$$\kappa_q = \frac{L}{T^{(f)} T^{(s)}}; \quad (2.34)$$

$$q_i^{(s)} = - D_{ij}^{(s)} \frac{\partial T^{(s)}}{\partial x_j}; \quad (2.35)$$

$$D_{ij}^{(s)} = \frac{L_{ij}^{(s)}}{T^{(s)} T^{(s)}}; \quad (2.36)$$

$$q_i^{(f)} = - D_{ij}^{(f)} \frac{\partial T^{(f)}}{\partial x_j}; \quad (2.37)$$

$$D_{ij}^{(f)} = \frac{L_{ij}^{(f)}}{T^{(f)} T^{(f)}} . \quad (2.38)$$

где символами  $L$  обозначены компоненты матрицы кинетических коэффициентов [200].

Здесь также использован принцип Пьера Кюри - тензорного соответствия сил и потоков.

Кинетические соотношения (2.31)-(2.38) замыкают систему динамических уравнений насыщенной пористой среды.

#### 2.1.4. УСЛОВИЯ НА ГРАНИЦАХ И ПОДВИЖНЫХ РАЗРЫВАХ

Постановка математических задач включает в себя также граничные условия, которые могут быть как силовыми, так и кинематическими.

Например, если нет потока вещества на иепроинциаемых границах, то это соответствует условию нулевого суммарного расхода :

$$m \rho^{(f)} (v_l^{(f)} - U_l) + (1 - m) \rho^{(s)} (v_l^{(s)} - U_l) = 0, \quad (2.39)$$

где  $U_l$  - скорость перемещения самой границы.

В самом простом варианте (2.39) и граница ( $U_l \equiv 0$ ) и матрица пористой среды ( $v_l^{(s)} \equiv 0$ ) неподвижны.

Тогда (2.39) сводится к условию  $v_l^{(f)} = 0$ .

Условие вынужденного движения границы формулируется как

$$v_l^{(s)} = U_l. \quad (2.40)$$

При этом граничная скорость жидкости  $v_l^{(f)}$  определяется из других условий.

На ударном фронте условие (2.39) следует заменять на баланс масс для разрыва

$$[m \rho^{(f)} (v_l^{(f)} - U_l) + (1 - m) \rho^{(s)} (v_l^{(s)} - U_l)] = 0, \quad (2.41)$$

где квадратными скобками обозначены разности значений переменных, относящихся к разным сторонам <<+>> и <<->> рассматриваемого разрыва.

При этом неподвижную границу можно считать разрывом специального типа, а баланс (2.41) будет включать условия (2.39) и (2.40) как частные случаи.

Граничное значение должно при этом считаться заданным с внешней стороны <<->> среды.

Заданные значения обозначим звездочкой.

В случае силового граничного условия нагрузка может быть приложена и к матрице и к поровой жидкости (рис.2.2):

$$\Gamma_y(-0)n_j \equiv \Gamma_y^*n_j = (\sigma_y^e(+0) - p(+0)\delta_y)n_j, \quad (2.42)$$

где  $n_j$  - нормаль к границе, а левая часть условия (2.42) соответствует задаваемому граничному условию.

Это условие следует дополнить балансом масс (2.39).

Однако нагрузка может быть приложена и только к пористой матрице, что означает задание компоненты эффективного напряжения:

$$\Gamma_y(-0)n_j \equiv \Gamma_y^*n_j = \sigma_y^e(+0)n_j, \quad (2.43)$$

причем поровое давление оказывается непрерывным и может быть определено в ходе решения задачи:

$$[p] = p^* - p(+0) = 0. \quad (2.44)$$

Если нагрузка приложена только к жидкости, то задается поровое давление

$$p^* = p(-0), \quad (2.45)$$

т.е. фактически скачок, если  $p(+0) = p_0$ , где  $p_0$  - начальное значение.

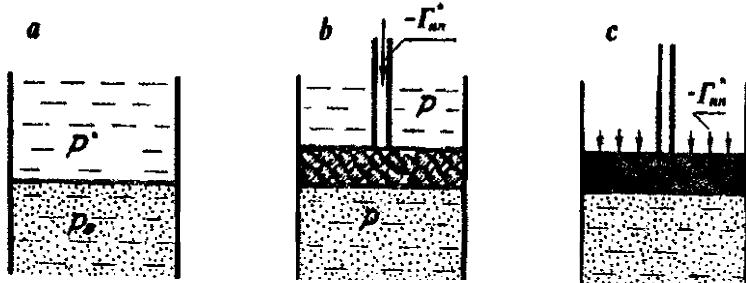


Рис. 2.2. Три возможных типа нагружения:  
a - жидкостный; b - проницаемый; c - сплошной поршень

Для ударных фронтов помимо напряжений следует вводить инерционные силы, т.е. должны быть равны потоки количества движения по разные стороны от скачка:

$$\begin{aligned}
 & [m \rho^{(f)} v_i^{(f)} (v_j^{(f)} - U_j) + (1 - m) \rho^{(s)} v_i^{(s)} (v_j^{(s)} - U_j) - \\
 & \quad - (1 - m) \sigma_y v_j^{(s)} - m p v_i^{(f)}] = 0. \tag{2.46}
 \end{aligned}$$

Условия (2.41), (2.46) достаточны для баротропного случая, когда на скачке несущественны температурные изменения.

Баланс полной энергии на скачке имеет вид

$$\begin{aligned}
 & [m \rho^{(f)} \frac{v_i^{(f)} v_j^{(f)}}{2} (v_j^{(f)} - U_j) + (1 - m) \rho^{(s)} \frac{v_i^{(s)} v_j^{(s)}}{2} (v_j^{(s)} - U_j) + \\
 & \quad + m \rho^{(f)} \varepsilon^{(f)} + (1 - m) \rho^{(s)} \varepsilon^{(s)} - (1 - m) \sigma_y v_i^{(s)} v_j^{(s)} + m p v_i^{(f)}] = 0. \tag{2.47}
 \end{aligned}$$

Следует помнить, что баланс полного количества движения и полной энергии (2.47) недостаточен для определения ударных адиабат насыщенных пористых сред. Требуется еще вводить распределение количества движения и энергии по фазам, что приводит к нерешенной до сих пор задаче о взаимодействии фаз внутри структуры скачка [200].

Однако рассматриваемые здесь феноменологические уравнения для этой цели оказываются неприменимыми; конкретно определение значений  $\Psi_i$  и  $dW^{(f)}/dt$ , равно как кинетических уравнений по Онзагеру, для структуры скачка должно быть пересмотрено.

Для истечения газа высокого давления из пористой среды приходится задавать энергетическое условие, чтобы нужным образом учесть внезапное расширение газа после пересечения границы.

Это условие изэнтропичности:

$$[m \rho (v_i^{(f)} - v_i^{(s)}) s] = 0, \tag{2.48}$$

если

$$m(+0) \ll m(-0).$$

Сдвиговые усилия, действующие на поверхность пористых сред, пропорциональны градиенту касательной скорости  $v_t$  потока, обтекающего пористую границу.

В случае проницаемой стенки условие прилипания, обычное для сплошной стенки,

$$v_r = 0 \quad (2.49)$$

надо заменять на условие Биверса-Джозефа [144]

$$v_r - \frac{\sqrt{k}}{B} \frac{\partial v_r}{\partial n} = (v_r^{(f)} - v_r^{(s)})m. \quad (2.50)$$

В правой части (2.50) фигурирует скорость жидкости в порах относительно твердой матрицы. Второе слагаемое слева определяется потоком жидкости в пористой среды и включает в себя новый эмпирический параметр  $B$  пористой среды (помимо проницаемости  $k$ ).

## 2.2. Микроструктура и проницаемость

### 2.2.1. АНИЗОТРОПИЯ ФИЛЬТРАЦИОННОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Сила взаимодействия между фазами зависит главным образом от относительной скорости:

$$R_i = r_{ij} (v_j^{(f)} - v_j^{(s)}) \quad (2.51)$$

и включает в себя симметричный тензор сопротивления  $r_{ij}$ .

Его компоненты являются функциями вязкости жидкости, внутреннего масштаба длины (зёрия)  $d$ , пористости  $m$  и вектора-ориентира  $v_i$ , задающего анизотропию.

Соответственно тензор сопротивления должен быть векторией комбинацией следующего типа:

$$r_{ij} = r_0 \delta_{ij} + r_* v_i v_j, \quad (2.52)$$

где скалярные коэффициенты  $r_0$ ,  $r_*$  - функции скалярных аргументов, перечисленных выше.

Анализ размерностей показывает [6, 33], что

$$r_y = \frac{\mu m^2}{d^2} (\chi_0 \delta_y + \chi_* \nu_i \nu_j). \quad (2.53)$$

Здесь  $\chi_0, \chi_*$  - коэффициенты анизотропии пористой среды, а вязкость жидкости  $\mu$  введена в явном виде.

Вектор-ориентир  $\nu_i$  вводится как обобщенный континуальный параметр, соответствующий микроструктурным свойствам, т.е. распределению поровых каналов или зерен и их упаковке в виде пористой матрицы [6, 33]. Этот вектор является динамической переменной и контролируется балансом момента количества движения (1.13):

$$\frac{d_i}{dt} \rho J_y \Phi_j = \frac{\partial \mu_y}{\partial x_i} - \varepsilon_{ijk} \sigma_{jk}^y - M_i, \quad (2.54)$$

где  $J_y$  - удельный момент инерции;  $\Phi_j$  - полная скорость вращения;  $\mu_y$  - моментные (парные) напряжения;  $\varepsilon_{ijk}$  - альтернирующий тензор:

$$\varepsilon_{ijk} = -\varepsilon_{jik}, \quad \varepsilon_{123} = 1, \quad \dots, \quad \varepsilon_{113} = 0, \quad \dots \quad (2.55)$$

Следовательно, тензор эффективных напряжений  $\sigma^y$  должен включать антисимметричную часть. Здесь также введен  $M_i$  - объемно-распределенный момент, действующий на пористую матрицу со стороны фильтрационного течения.

Тензор инерции имеет размерность  $d^5$ , но его удельное значение получается после деления на объем зерна  $d^3$

Отсюда  $J_y$  имеет порядок проницаемости среды:

$$J_y \sim d^2 \sim k. \quad (2.56)$$

Таким образом, микроструктурная динамика и изменение проницаемости тесно связаны.

Хотя мы также можем рассматривать момент количества движения и жидкой фазы, ограничимся прямым введением момента межфазовых сил  $M_i$ .

Локальное угловое количество движения может быть выражено [6] через интенсивность изменения вектора-ориентира

$$\rho J_y \Phi_J = j \varepsilon_{ykl} \nu_j \frac{d \nu_k}{dt}, \quad (2.57)$$

и удобно ввести динамические переменные  $\beta_y$ ,  $\psi_i$ ,  $G_i$ :

$$\begin{aligned} \mu_y &= \varepsilon_{ykl} \nu_k \beta_y, \quad M_i = \varepsilon_{ykl} \nu_j G_k, \\ \varepsilon_{ykl} \nu_k \psi_i &= \varepsilon_{ykl} \left( \frac{\partial \nu_k}{\partial x_j} \beta_y - \sigma_{ij}^y \right). \end{aligned} \quad (2.58)$$

Уравнение (2.54) можно теперь записать [6] в виде

$$J \frac{d^2 \nu_j}{dt^2} = \frac{\partial \beta_y}{\partial x_k} + \psi_i + G_i. \quad (2.59)$$

Плотность объемного момента количества движения предполагается пропорциональной относительной фазовой скорости [6]:

$$G_i = \kappa_y^{(s)} (v_i^{(f)} - v_i^{(s)}). \quad (2.60)$$

Это означает, что индивидуальные зерна могут поворачиваться под воздействием потока жидкости и уменьшать вязкое сопротивление среды.

В линейной теории коэффициент  $\kappa_y^{(s)}$  следует считать независимым от вектора-ориентира  $\nu_i$ . Конечно, эти повороты ограничены контактами зерна с соседями. Поэтому свободная энергия твердой матрицы зависит от градиента вектора-ориентира, и упругое деформирование пористой матрицы определяется такими законами:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^y &= (K - \frac{2}{3} G) e_{ykl} \delta_{ij} + 2 G e_{yij} + K \beta p \delta_{ij} + a_1 \left( \frac{\partial \nu_k}{\partial x_i} \delta_{ij} - \right. \\ &\quad \left. - e_{*} \frac{\partial \nu_j}{\partial x_k} \right) - a_2 \frac{\partial \nu_k}{\partial x_i} \frac{\partial \nu_i}{\partial x_j} - a_3 \frac{\partial \nu_k}{\partial x_i} \frac{\partial \nu_k}{\partial x_j} - a_4 \frac{\partial \nu_k}{\partial x_i} \frac{\partial \nu_j}{\partial x_k}, \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$\begin{aligned}\beta_{ij} &= b_1 \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + b_2 \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + b_3 \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + d_1 e_{ik} \delta_{ij}, \\ \psi_i &= -av_i,\end{aligned}\quad (2.62)$$

причем температурные изменения здесь не рассматриваются.

Использование (2.61) и (2.62) в балансах количества движения и его момента позволяет описать эффект наведенной анизотропии в пористых средах.

## 2.2.2. ЗАКОН ДАРСИ И ЕГО НАРУШЕНИЯ

Определяющий закон (2.51) соответствует эксперименту Дарси с неподвижной пористой матрицей.

Поскольку инерционные силы в этом случае пренебрежимо малы, уравнение (2.7) для жидкости имеет вид

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho^{(f)} g_i = \frac{1}{m} r_{ij} v_j^{(f)}. \quad (2.63)$$

Далее, это уравнение может быть переписано в традиционном виде:

$$w_i = m v_i^{(f)} = -\frac{k_{ij}}{\mu} \frac{\partial}{\partial x_j} (p + \delta_{ik} \gamma_i x_k), \quad (2.64)$$

где  $\gamma_i = \rho^{(f)} g_i$  - удельный вес жидкости;  $k_{ij}$  - тензор проницаемости,

$$k_{ij} = \mu \left( \frac{r_{ij}}{m^2} \right)^{-1}. \quad (2.65)$$

При введении проницаемости используется понятие о скорости фильтрации  $w_i$ , а также в явном виде выделяется вязкость жидкости  $\mu$ .

Пользоваться скоростью фильтрации весьма удобно, поскольку она измеряется как расход потока через единичную площадь полного поперечного сечения среды без обязательного одновременного измерения ее пористости.

Другая величина, которую требуется измерять в том же поперечном сечении среды, - это только давление  $p$  (или напор  $h$ ).

В эксперименте Дарси создается одномерный вертикальный поток жидкости, и утверждение о пропорциональности скорости фильтрации и градиента напора составляет собственно закон Дарси:

$$w = -c_f \frac{\partial h}{\partial x}, \quad h = \frac{p}{\gamma} + z. \quad (2.66)$$

При этом вводится коэффициент фильтрации:

$$c_f = -\frac{ky}{\mu} = -\frac{kg}{\nu}, \quad (2.67)$$

размерность которого совпадает с размерностью скорости  $L/T$ .

Здесь было принято условие изотропии проницаемости:

$$k_{ij} = k\delta_{ij}, \quad k = \mu \frac{m^2}{r}, \quad r_{ij} = r\delta_{ij}. \quad (2.68)$$

Как можно видеть, характерный гидравлический радиус  $l_*$ , определяемый микроструктурой,

$$l_* = \sqrt{k/m}, \quad (2.69)$$

соответствует истинной средней скорости  $u_f$ . Именно эта скорость определяет отклонения от закона Дарси (2.64) или (2.66) и, что эквивалентно, от правила Онзагера (2.31).

Рассмотрим теперь, как учесть в законе Дарси инерционные потери. Требуемое обобщение закона имеет вид

$$R_i = r_{ij}(v_j^{(s)} - v_j^{(f)}) + r_{ij}^*(v_j^{(s)} - v_j^{(f)})|v_j^{(s)} - v_j^{(f)}|, \quad (2.70)$$

где фигурирует и скорость  $v_j^{(s)}$ , которая необходима при учете движения самой матрицы среды.

Соответствующее число Рейнольдса имеет вид

$$Re = \frac{\rho v l_*}{\mu} = \frac{\rho |v^{(s)} - v^{(f)}|}{\mu} \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (2.71)$$

а правило (2.70) может быть переписано как

$$R_i = \Phi(Re) \mu \frac{m}{k} (v^{(s)} - v^{(f)}). \quad (2.72)$$

Функция  $\Phi(Re)$  представлена на рис. 2.3 и в табл. 2.1 для некоторых типичных пористых сред.

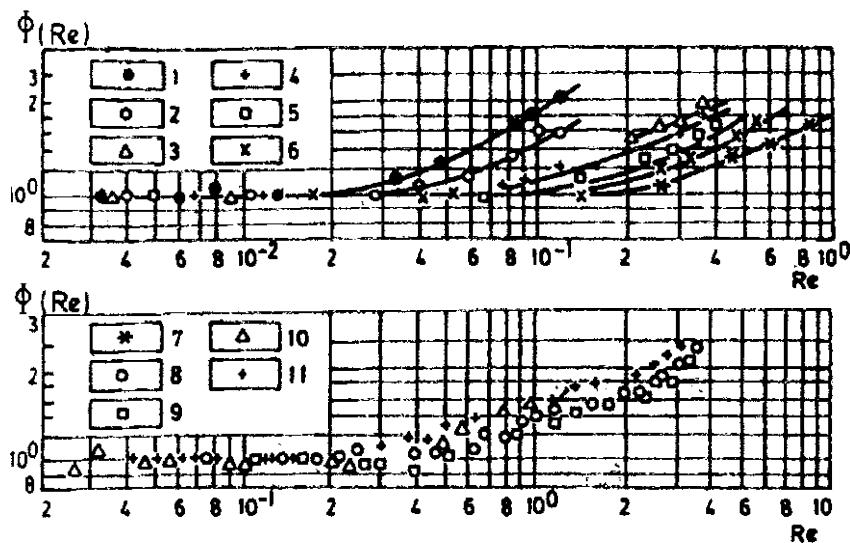


Рис. 2.3. Отклонения от закона Дарси из-за инерционных потерь (номера соответствуют табл. 2.1)

Как нетрудно видеть, асимптотически оказывается справедливым закон Шези-Краснопольского "турбулентных" течений через пористую среду:

$$w_j |w_j| = - \frac{m k_j}{b} \frac{\partial}{\mu \partial x_j} (p + \delta_{jl} \gamma_l x_j), \quad (2.73)$$

где  $b$  - "турбулентный" параметр среды.

Другой источник отклонений от закона Дарси связан с нарушениями условий континуального предельного перехода (например, при распространении ультразвуковых волн, поскольку их длины сопоставимы с масштабом поровых каналов - другими словами, достигают размера элемента микроструктуры).

В таких случаях формулу (2.72) надо заменять на такую:

$$R_i = \frac{\mu m^2}{k} F(\kappa) (v_i^{(s)} - v_i^{(f)}), \quad (2.74)$$

где введены поправки Био

$$F(\kappa) = 1 + \frac{z^2}{15} + \frac{z^4}{525}, \quad |z| < 0.624, \quad z = i\sqrt{\kappa}, \quad (2.75)$$

$$\kappa = S\sqrt{\omega / \omega_c}, \quad \omega_c = m\eta / (\rho' k), \quad S = 5 - 12.$$

Здесь  $\omega$  - волновая частота;  $S$  - параметр формы порового канала.

Поскольку произведение  $i\omega$  появилось в ходе дифференцирования по времени, выражение (2.75) может быть заменено на следующий оператор :

$$F = \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \right\} = 1 - a \frac{\partial}{\partial t} + b \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad (2.76)$$

причем параметры  $a, b$  могут быть выражены через величины, фигурирующие в (2.75).

Межфазовый переток тепла пропорционален разнице температур в соответствии с правилом Онзагера :

$$Q = \kappa_q (T^{(f)} - T^{(s)}), \quad (2.77)$$

а коэффициент обмена теплом  $\kappa_q$  можно оценить следующим образом [200]:

$$\kappa_q = \frac{m}{k} \sqrt{D^{(s)} D^{(f)}} \left( F_0 + F_q \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right). \quad (2.78)$$

Здесь для учета нестационарности микропотоков использован оператор  $F_q$ , где  $F_0$  - постоянная. Существенно, что коэффициент  $\kappa_q$  обратно пропорционален проницаемости.

Проницаемость анизотропной среды может быть выражена как комбинация векторов-ориентиров:

$$k_{ij} = k_0 \delta_{ij} + (k_v - k_0) v_i v_j. \quad (2.79)$$

Скалярные коэффициенты в выражении (2.53) для тензора сопротивления теперь могут быть представлены как

$$\chi_0 = \frac{1}{k_0}, \quad \chi_v = \frac{k_0 - k_v}{k_0 k_v}. \quad (2.80)$$

Если вектор  $v_i$  меняет свою ориентацию, то имеет место эффект наведенной анизотропии, см. (2.52).

### 2.2.3. ПРОНИЦАЕМОСТЬ И ПОРИСТОСТЬ

Проницаемость  $k$  может быть задана пропорциональной некоторой степени функции пористости  $m$  среды, как это следует из прямых измерений параметров пористых геоматериалов в ходе процесса деформирования [97]:

$$\frac{k}{k_0} = \left( \frac{m}{m_0} \right)^n. \quad (2.81)$$

Вариант  $n = 3$  соответствует представлению порового пространства в виде набора плоских каналов.

Вариант  $n = 10$  соответствует реальному песчанику.

Балансы масс (2.1) и (2.2) показывают, как пористость зависит от термодинамических сил.

Рассмотрим с этой целью линейный вариант (2.1)

$$-\rho_0^{(s)} \frac{\partial m}{\partial \sigma} + (1 - m_0) \frac{d\rho^{(s)}}{d\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_j} + (1 - m_0) \rho_0^{(s)} \frac{\partial \alpha_j}{\partial \alpha_j} = 0, \quad (2.82)$$

который может быть представлен в виде

$$dm = \frac{(1 - m_0)}{\rho_0^{(s)}} \left( \frac{d\rho^{(s)}}{d\sigma} \right) d\sigma + (1 - m_0) de_y \delta_y. \quad (2.83)$$

Отсюда видно, что пористость зависит в основном от объемных деформаций и от порового давления  $p$ , так как истинное напряжение  $\sigma$  в твердой фазе может быть выражено как

$$\sigma = -p + (1 - m) \sigma^d \quad (2.84)$$

и далее как линейная комбинация порового давления  $p$  и деформации объема матрицы  $e = e_y \delta_y$ .

*Таблица 2.1. Внутренний масштаб, пористость и проницаемость сыпучих (1-6) и сцементированных (7-11) сред*

No	d, см	m, %	k, $10^{-8}$ см $^2$	No	d, см	m, %	k, $10^{-8}$ см $^2$
1	0,01	19,7	0,182	7	0,016	22,1	3,3
2	0,0065	19,2	0,130	8	0,246	40,5	2,7
3	0,025	11,9	1,13	9	0,319	38,9	4,1
4	0,014	15,9	0,35	10	0,246	39,4	2,5
5	0,017	26,9	2,5	11	0,319	38,5	3,64
6	0,014	13,6	0,355				

## 2.3. Динамическая пороупругость

### 2.3.1. ЛИНЕЙНАЯ ВОЛНОВАЯ ДИНАМИКА

Система линеаризованных динамических уравнений для пористых насыщенных сред включает в себя уравнения состояния для обеих фаз. Для материала твердой матрицы имеем

$$\frac{\rho^{(s)}}{\rho_0^{(s)}} = 1 - \frac{1}{3} \beta^{(s)} \sigma_y \delta_y - \alpha^{(s)} T^{(s)}, \quad (2.85)$$

поскольку истинные напряжения  $\sigma_y$  определяют давление в твердом материале

$$\sigma = (-1/3) \sigma_y \delta_y, \quad (2.86)$$

которое может быть выражено в соответствии с (2.84) через поровое давление  $p$  и эффективное давление  $-\sigma_y^e$ .

Уравнение состояния для жидкой фазы имеет такой же вид:

$$\frac{\rho^{(f)}}{\rho_0^{(f)}} = 1 + \beta^{(f)} p - \alpha^{(f)} T^{(f)}. \quad (2.87)$$

Определяющий закон для деформаций и эффективных напряжений твердой матрицы,

$$\sigma_y^e = (K - \frac{2}{3} G) e \delta_y + 2G e_y + \beta^{(s)} K p \delta_y - \alpha^{(s)} K T^{(s)} \delta_y \quad (2.88)$$

аналогичен закону термоупругости, но включает дополнительно линейный пороупругий эффект.

Уравнения (2.86) - (2.88) позволяют теперь переписать балансы масс (2.1) и (2.2) следующим образом:

$$\frac{\partial m}{\partial t} - \beta^{(s)} (1 - m_0) \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{3} \beta^{(s)} \frac{\partial \sigma_y^e}{\partial t} \delta_y -$$

$$(2.89)$$

$$-(1 - m_0) \frac{\partial v_i^{(s)}}{\partial x_i} + \alpha^{(s)} (1 - m_0) \frac{\partial T^{(s)}}{\partial t} = 0;$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \beta^{(f)} m_0 \frac{\partial p}{\partial t} + m_0 \frac{\partial v_i^{(f)}}{\partial x_i} + \alpha^{(f)} m_0 \frac{\partial T^{(f)}}{\partial t} = 0. \quad (2.90)$$

Как это следует из уравнений Гиббса (2.20) и (2.21), пористость  $m$  не является параметром состояния. Она выполняет

роль части объемной деформации и может быть исключена из уравнений баланса масс (2.89) и (2.90).

Линейный вариант баланса количества движений можно записать как

$$(1-m)(\rho^{(s)} \frac{\partial v_i^{(s)}}{\partial t} - \rho^{(f)} \frac{\partial v_i^{(f)}}{\partial t}) = \frac{\partial \sigma_i^{(f)}}{\partial x_j} + \frac{\mu}{k} (v_i^{(f)} - v_i^{(s)}); \quad (2.91)$$

$$\rho^{(f)} \frac{\partial v_i^{(f)}}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\mu}{k} m (v_i^{(f)} - v_i^{(s)}). \quad (2.92)$$

Уравнение (2.91) включает силы инерции жидкости, которые, однако, не содержат эффект присоединенной массы Био [145], а являются следствием использования эффективного напряжения. Уравнение (2.92) соответствует простому добавлению сил инерции для жидкости к уравнению фильтрации, традиционному для течений в пористых средах (если учесть также, что  $w_i = m v_i^{(f)}$ .)

Уравнения переноса тепла необходимы, например, для описания динамики нефтенасыщенного массива, если он содержит еще растворенный газ. Например, их можно записать так:

$$(1 - m_0) C_{hp}^{(s)} \frac{\partial T^{(s)}}{\partial t} = (1 - m_0) D_s \nabla^2 T^{(s)} + \\ + (1 - m_0) \zeta_e^{(s)} T_0 \frac{\partial \sigma}{\partial t} - \kappa_q (T^{(s)} - T^{(f)}); \quad (2.93)$$

$$m_0 C_{hp}^{(f)} \frac{\partial T^{(f)}}{\partial t} = m_0 D_f \nabla^2 T^{(f)} + m_0 \zeta_e^{(f)} T_0 \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (2.94)$$

Введем теперь скалярный  $\Phi$  и векторный  $\Psi_k$  волновые потенциалы (для обеих фазовых скоростей), такие что

$$v_i = \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + \varepsilon_{ik} \frac{\partial \Psi_k}{\partial x_j}. \quad (2.95)$$

Тогда получается, что поперечные волны (сдвига, S-волны) 96

распространяются через насыщенные пористые среды в соответствии с уравнением

$$\Theta_p \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial t^2} - c_{s\infty}^2 \nabla^2 \Psi_k \right) + \left( \frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial t^2} - c_{s0}^2 \nabla^2 \Psi_k \right) = 0, \quad (2.96)$$

которое включает две волновые скорости

$$c_{s\infty}^2 = \frac{G}{(1-m)\rho_0^{(s)}}, \quad c_{s0}^2 = \frac{G}{\rho_0}, \quad (2.97)$$

определенные только жесткостью матрицы.

Уравнение (2.97) типично для релаксационной динамики с характерным временем

$$\Theta_p = \frac{k}{\mu m_0 (1-m_0)} \frac{\rho_0^{(s)} \rho_0^{(f)}}{\rho_0}, \quad (2.98)$$

зависящим от проницаемости и инерционных свойств среды.

Волновые скорости (2.97) показывают, что "замороженное" состояние соответствует движению только матрицы, которая и воспринимает в первое мгновение приложенный импульс, поскольку жидкость лишена градиента гальванической вязких сил.

В результате эффективная замороженная плотность определяется только твердой фазой.

В "равновесном" состоянии обе фазы вовлечены в движение, а эффективной плотностью становится ее среднее значение:

$$\rho_0 = (1-m_0) \rho_0^{(s)} + m_0 \rho_0^{(f)}. \quad (2.99)$$

Таким образом, начальный импульс передается исключительно твердой матрице и полностью отсутствует в жидкой фазе.

Однако вязкая жидкость вовлекается в сдвиговое волновое движение благодаря межфазовой силе, пропорциональной вязкости и обратно пропорциональной проницаемости среды.

Продольные волны (P-волны) распространяются согласно более сложному уравнению [171], включающему несколько волновых операторов

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) + \\ & + \Theta_p \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (2.100)$$

где опущены температурные эффекты и использованы следующие сводные коэффициенты:

$$c^2 = \frac{1}{\rho_0} \left( K + \frac{4}{3} G + a_3 + a_2 + 2a_1 \right);$$

$$2c_t^2 = c_1^2 + c_2^2 \pm \sqrt{(c_1^2 - c_2^2)^2 + 4c_{12}^2 c_{21}^2};$$

$$c_1^2 = \frac{1}{m_0 \rho_0^{(s)}} \left( K + \frac{4}{3} G + a_3 \right); \quad c_2^2 = \frac{a_2}{(1 - m_0) \rho_0^{(f)}};$$

$$c_{12}^2 = \frac{a_1}{m_0 \rho_0^{(s)}}; \quad c_{21}^2 = \frac{a_1}{(1 - m_0) \rho_0^{(f)}};$$

$$a_1 = \frac{m_0(1 - m_0 - \beta^{(s)} K)}{\beta}; \quad a_2 = \frac{m_0^2}{\beta};$$

$$a_3 = \frac{(1 - \beta)^2 - M_0^2 - 2m_0(1 - m_0 - \beta^{(s)} K)}{\beta}; \quad (2.101)$$

$$a_4 = \frac{m_0^2 \mu}{k}.$$

Здесь  $\beta$  - средняя сжимаемость пористой среды

$$\beta = (1 - m_0) \beta^{(s)} + m_0 \beta^{(f)}. \quad (2.102)$$

Нетрудно видеть, что Р-волнам действительно соответствуют уравнения более высокого порядка, чем обычные волновые уравнения, поскольку существуют два варианта движения частиц и соответственно две волновые моды. Кроме того, на эффективную сжимаемость влияет жесткость матрицы.

### 2.3.2. ВОЛНОВАЯ ДИНАМИКА "МЯГКИХ" МАССИВОВ

"Мягкие" горные породы (грунты) определяются условием малости отношения сжимаемостей

$$\beta^{(s)} K \ll 1, \quad (2.103)$$

и это соотношение можно использовать как малый параметр при разложении в ряды.

Тогда исходная система (2.89) - (2.92) в изотермическом случае распадается на две системы, соответствующие двум отмеченным выше модам. Для первой моды [97] имеем

$$\beta \frac{\partial p}{\partial t} + (1 - m_0) \frac{\partial v_i^{(s)}}{\partial x_i} + m_0 \frac{\partial v_i^{(f)}}{\partial x_i} = 0;$$

$$\rho_0^{(s)} \frac{\partial v_i^{(s)}}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{m_0^2}{1 - m_0} \frac{\mu}{k} (v_i^{(s)} - v_i^{(f)}) = 0; \quad (2.104)$$

$$\rho_0^{(f)} \frac{\partial v_i^{(f)}}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - m_0 \frac{\mu}{k} (v_i^{(s)} - v_i^{(f)}) = 0.$$

Отсюда следует, что в волнах первой моды мягкая пористая среда эквивалентна жидкой супензии твердых зерен.

Система (2.104) может быть сведена к такому виду:

$$\Theta_p \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_{p_0}^2 \nabla^2 p \right) + \left( \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_{p_0}^2 \nabla^2 p \right) = 0, \quad (2.105)$$

где в качестве "замороженной" и "равновесной" волновых скоростей выступают

$$c_{P_0}^2 = \frac{1}{\rho_\infty \beta}, \quad \frac{1}{\rho_\infty} = \frac{1 - m_0}{\rho_0^{(s)}} + \frac{m_0}{\rho_0^{(f)}}, \quad c_{P_0}^2 = \frac{1}{\rho_0 \beta}. \quad (2.106)$$

Преобразуем систему (2.104) к эквивалентному виду

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial U_i^*}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_i} &= 0, \quad \beta \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial V_i^*}{\partial x_i} = 0, \\ \frac{\partial V_i^*}{\partial t} - \frac{\rho_0}{\rho_\infty} \frac{\partial U_i^*}{\partial t} &= \frac{U_i^* - V_i^*}{\Theta_\rho}, \end{aligned} \quad (2.107)$$

полезному для интерпретации упомянутых волновых скоростей.

Действительно, благодаря введению среднемассовой и среднеобъемной скоростей

$$\rho_0 U_i^* = (1 - m_0) \rho_0^{(s)} v_i^{(s)} + m_0 \rho_0^{(f)} u_i^{(f)}, \quad (2.108)$$

$$V_i^* = (1 - m_0) v_i^{(s)} + m_0 v_i^{(f)}$$

непосредственно видно, что в "замороженном" состоянии

$$\rho_0 U_i^* = \rho_\infty V_i^* \quad (t_p / \Theta_\rho \rightarrow 0),$$

т.е.

$$\rho_0^{(s)} v_i^{(s)} = \rho_0^{(f)} v_i^{(f)}. \quad (2.109)$$

Условие "равновесного" состояния определяется как

$$U_i^* = V_i^* \quad (t_p / \Theta_\rho \rightarrow \infty),$$

что означает  
100

$$v_i^{(s)} = v_i^{(f)}. \quad (2.110)$$

Здесь  $t_p$  - характерное время рассматриваемого процесса, а время релаксации  $\Theta_p$  определено согласно (2.98).

Итак, "замороженная" волновая скорость соответствует равному распределению импульса по двум фазам (2.109). Поскольку межфазовая сила пропорциональна разности фазовых скоростей, "равновесное" состояние соответствует условию (2.110) равенства скоростей смещения фаз. Волновые скорости (2.106) не зависят от жесткости пористой матрицы, а только от фазовых сжимаемостей.

В продольной волне первого рода обе фазы смещаются в одном направлении. Вторая мода характеризуется смещениями фаз в противоположных направлениях, но также вдоль линии распространения волны.

Для мягких сред система динамических уравнений, соответствующая движениям второй моды, имеет вид

$$\begin{aligned} (1-m_0) \frac{\partial v_i^{(s)}}{\partial x_i} + m_0 \frac{\partial v_i^{(f)}}{\partial x_i} &= 0; \\ (1-m_0) \rho_0^{(s)} \frac{\partial v_i^{(s)}}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma_{ij}^{(f)}}{\partial x_j} - (1-m_0) \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{m_0^2 \mu}{k} (v_i^{(s)} - v_i^{(f)}); \\ m_0 \rho^{(f)} \frac{\partial v_i^{(f)}}{\partial t} &= -m_0 \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{m_0^2 \mu}{k} (v_i^{(s)} - v_i^{(f)}); \\ \sigma_{ij}^{(f)} &= (K - \frac{2}{3} G) e_{ij} + 2G e_{ij}. \end{aligned} \quad (2.111)$$

Как видно, здесь отсутствуют сжимаемости материалов фаз.

Система (2.111) является основой для традиционной теории консолидации грунтов (где пренебрегают инерцией). Динамический вариант (2.111) включает Р-волны второго рода и S-волны, рассмотренные выше.

Для Р-волн имеем уравнение

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + c_*^2 \nabla^2 \Phi + \frac{\mu(1-m_0)}{km_0} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \quad (2.112)$$

с волновой скоростью

$$c_*^2 = \frac{1}{\rho_*} (K + \frac{4}{3} G), \quad (2.113)$$

определенной упругими модулями пористой матрицы и следующей эффективной плотностью:

$$\rho_* = \frac{(1-m_0)}{m_0} \frac{\rho_0^{(s)} \rho_0^{(f)}}{\rho_\infty} = \frac{1-m_0}{m_0} \rho_0^{(s)} \rho_0^{(f)} \left( \frac{(1-m_0)}{\rho_0^{(s)}} + \frac{m_0}{\rho_0^{(f)}} \right). \quad (2.114)$$

Важному случаю пренебрежимо малой плотности жидкой фазы  $\rho^{(f)} \rightarrow 0$  (случай "сухой" пористой среды) соответствует эффективная плотность

$$\rho_* = (1-m_0) \rho_0^{(s)}, \quad (2.115)$$

равная реальной плотности матрицы (ненасыщенного геоматериала).

Это означает, что в предельном случае Р-волны второго рода совпадают с обычными сейсмическими волнами, но при этом одновременно исчезают волны первого рода (поскольку  $p \rightarrow 0$  при  $\rho^{(f)} \rightarrow 0$ ).

Однако в средах, насыщенных жидкостями, волны (2.112) можно обнаружить только на очень коротких расстояниях - из-за их интенсивного затухания (см. третий член уравнения (2.112)).

### 2.3.3. СЛАБЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ

Рассмотрим теперь более сложный случай нелинейных волн с учетом высокочастотных отклонений (2.74)-(2.75) от закона Дарси. Воспользуемся для этого уравнениями баланса (2.1), (2.2), (2.7) и (2.8) в варианте одномерного движения с сохранением нелинейных конвективных членов.

Итак, рассмотрим два таких динамических уравнения, где  $a_i$  - численные параметры среды:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ (1-m) \left( \rho^{(s)} \frac{\partial v^{(s)}}{\partial t} + v^{(s)} \frac{\partial \rho^{(s)}}{\partial t} + \rho^{(s)} v^{(s)} \frac{\partial v^{(s)}}{\partial x} \right) + \right. \\ \left. + m \left( \rho^{(f)} \frac{\partial v^{(f)}}{\partial t} + v^{(f)} \frac{\partial \rho^{(f)}}{\partial t} + \rho^{(f)} v^{(f)} \frac{\partial v^{(f)}}{\partial x} \right) \right\} = \\ = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (a_1 v^{(s)} + a_2 v^{(f)}); \end{aligned} \quad (2.116)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho^{(f)} \frac{\partial v^{(f)}}{\partial t} + \rho^{(f)} v^{(f)} \frac{\partial v^{(f)}}{\partial x} + v^{(f)} \frac{\partial \rho^{(f)}}{\partial x} \right) - \\ - \frac{\mu m^2}{k} \left( 1 - a \frac{\partial}{\partial t} + b \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial}{\partial t} (v^{(s)} - v^{(f)}) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (a_3 v^{(s)} + a_4 v^{(f)}). \end{aligned} \quad (2.117)$$

Чтобы получить уравнение эволюции волн, перейдем в движущуюся систему координат:

$$\xi = \eta^\alpha (x - ct), \quad \tau = \eta^\beta t, \quad (2.118)$$

где  $\eta \ll 1$  - малый параметр, используемый одновременно для разложения динамических переменных в ряды:

$$\begin{aligned} \rho^{(s)} &= \rho_0^{(s)} + \eta \rho_1^{(s)} + \eta^2 \rho_2^{(s)} + \dots; \\ \rho^{(f)} &= \rho_0^{(f)} + \eta \rho_1^{(f)} + \eta^2 \rho_2^{(f)} + \dots; \\ v^{(s)} &= \eta v_1^{(s)} + \eta^2 v_2^{(s)} + \dots; \\ v^{(f)} &= \eta v_1^{(f)} + \eta^2 v_2^{(f)} + \dots \end{aligned} \quad (2.119)$$

Разница фазовых скоростей может быть оценена благодаря тому же параметру  $\eta$ :

$$\zeta = v_1^{(s)} - v_1^{(f)} = O(\eta), \quad (2.120)$$

поскольку согласно проведенному линейному анализу в волне

первого рода эта разница должна быть малой. Отсюда примем, что  $\gamma \geq 1$ , и в первом приближении, пренебрегая межфазовым взаимодействием, из уравнений (2.116) и (2.117) получим

$$(a_1 - (1-m_0) \rho_0^{(s)} c^2) \frac{\partial^2 v_1^{(s)}}{\partial \zeta^2} = (m \rho_0^{(f)} c^2 - a_2) \frac{\partial^2 v_1^{(f)}}{\partial \zeta^2} \quad (2.121)$$

$$a_3 \frac{\partial^2 v_1^{(s)}}{\partial \zeta^2} = (\rho_0^{(f)} c^2 - a_4) \frac{\partial^2 v_1^{(f)}}{\partial \zeta^2}.$$

Условие совместности этих уравнений определяет скорость волны первого рода

$$c_I^2 = \{N_I \pm (N_I^2 - 4R_I Q_I)^{1/2}\} / (2R_I), \quad (2.122)$$

$$N_I = \rho_0^{(f)} (a_1 - m a_3) + (1-m) \rho_0^{(s)} a_4;$$

$$R_I = (1-m_0) \rho_0^{(s)} \rho_0^{(f)}; \quad Q_I = a_1 a_4 - a_2 a_3.$$

Второе приближение дает эволюционное уравнение

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \tau} + (\sigma_* - \nu_* + \mu_* \zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial \zeta} - \delta \zeta = \phi \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \zeta^2}, \quad (2.123)$$

где постоянные  $\sigma^*, \nu^*, \mu^*, \delta, \phi$  можно выразить через  $a, b, a_1, \dots$

Кроме того,  $\mu_* \rightarrow 0$  при  $m \rightarrow 0$  или  $m \rightarrow 1$ ;  $\delta = O(\mu_* m / k)$ ;  $\nu_* = 0$ ;  $\phi = 0$ , если оператор  $F = 1$ .

Обратный переход к обычным масштабам завершает анализ. Эволюционное уравнение имеет сток ( $\delta > 0$ ) энергии, соответствующий межфазовому взаимодействию, а в своей правой части - слагаемое Бюргерса, которое исчезает вместе с отклонениями от закона Дарси, когда  $b \rightarrow 0$ ,  $\phi \rightarrow 0$ .

Волны второго рода определяются условием

$$\zeta_I = v_1^{(s)} - v_1^{(f)} = O(1), \quad (2.124)$$

а волновая скорость - тем же выражением (2.122), но при других значениях констант.

Соответствующее эволюционное уравнение

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \tau} + (\sigma_{**} + \mu_{**} \zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} = \nu_{**} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \xi^2} - \nu_{***} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \xi \partial \tau} \quad (2.125)$$

имеет форму уравнения Бюргерса [68].

Члены второго порядка снова связаны с отклонениями от закона Дарси:  $\nu_{**}, \nu_{***} = O(a)$  - см.(2.76).

Таким образом, при выполнении закона Дарси эволюция обоих типов Р-волн сводится к трансформации согласно нелинейному уравнению простых волн.

Как было показано недавно [73], уравнение (2.125) должно включать также третью производную по  $\zeta$ , если в уравнениях взаимопроникающих континуумов учитывать градиентальную вязкость.

## 2.4. Поровое давление и наведенные деформации массивов

### 2.4.1. ДЕФОРМАЦИИ НАСЫЩЕННЫХ МАССИВОВ

Рассмотрим процесс деформирования насыщенного пористого массива. Согласно рассматриваемой теории существенные деформации пористой матрицы достигаются в Р-волнах второго рода и в S-волнах, причем объемные изменения развиваются одновременно с дренажем флюида. За процессом можно проследить по схемам одномерного динамического действия на мягкую насыщенную пористую среду (рис.2.4.).

Если жидкость имеет возможность покинуть среду (случай a) через высокопроницаемый поршень, изменения порового давления и эффективных напряжений значительны. Тогда и пороупругие деформации существенны за фронтом второй Р-волны, скорость которой равна  $c_{**}$ . Р-волна первого рода изменяет начальные условия для порового давления (от значения  $p_0$  до  $p_*$ ).

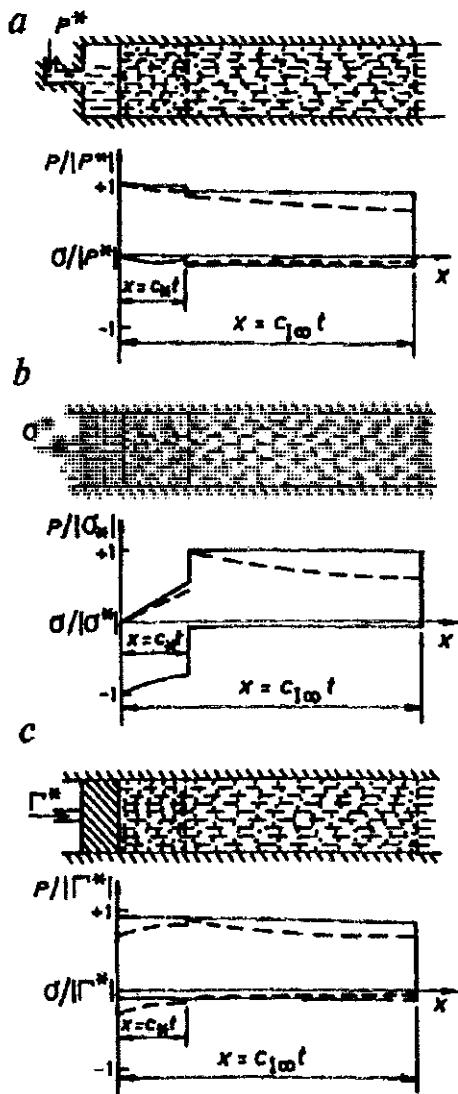


Рис. 2.4. Эпюры двух волн напряжения в насыщенной мягкой среде:  
 а - нагрузка приложена в форме "жидкого поршня" (взрыв в воде); б - нагрузка приложена только к твердой матрице (сооружение с дренажом); в - нагрузка приложена к обеим фазам (сооружение без дренажа)

Практически  $p_*$  имеет порядок полной приложенной нагрузки ( $\sigma_*, p_*$  или  $\Gamma_*$  - в зависимости от типа нагружения). Именно поэтому в случае мягкой среды для Р-волны второго рода удобнее пользоваться условием нулевой деформации перед ее фронтом, как это всегда и делается в механике грунтов.

Более того, из-за большого фильтрационного затухания волнового процесса уравнение (2.112) практически меняет свой тип - "телеграфное" уравнение заменяется на уравнение Фурье:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \nabla^2 p, \quad \kappa = \frac{m_0}{(1 - m_0) \mu} \frac{k}{\mu} (K + 4 / 3G), \quad (2.126)$$

причем вместо скалярного потенциала  $\Phi$  можно использовать поровое давление.

Задача, проиллюстрированная вариантом  $a$  рис. 2.4, соответствует "охлаждению" пористого массива, "нагретого" Р-волной первого типа.

Решение уравнения (2.126) имеет вид [97, 200]

$$p(\zeta) = -\frac{2\sigma_*''}{\sqrt{\pi}} \int_0^\zeta e^{z^2} dz;$$

$$\zeta = x / \sqrt{4\kappa t}, \quad p(x, 0) = -\sigma_*''; \quad (2.127)$$

$$\sigma''(0, t) = \sigma_*'', \quad p(0, t) = 0$$

и было предложено [97, 200] для описания одномерного плоского процесса фильтрационной консолидации.

Смещение "поршня

$$u(0, t) = -\frac{\sigma_*''}{\sqrt{K + (4G/3)}} \sqrt{\frac{k}{\pi \kappa t}} \quad (2.128)$$

развивается во времени и соответствует осадке основания на насыщенном грунте.

В более общем случае плоского или пространственного медленного (квазистатического) движения следует пользоваться линейной системой (2.111), но без инерционных сил:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial m}{\partial t} + m_0 \frac{\partial v_i^{(s)}}{\partial x_i} &= 0; \quad -\frac{\partial m}{\partial t} + (1 - m_0) \frac{\partial v_i^{(s)}}{\partial x_i} = 0; \\
 \frac{\partial \sigma_{ij}^s}{\partial x_j} - (1 - m_0) \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{m_0 \mu}{k} (v_i^{(s)} - v_i^{(r)}) &= 0; \\
 \frac{\partial p}{\partial x_i} &= -\frac{m_0 \mu}{k} (v_i^{(s)} - v_i^{(r)}); \\
 \sigma_{ij}^s &= (K - \frac{2}{3} G) \delta_{ij} e_{ij} \delta_{kl} + 2G e_{ij}.
 \end{aligned} \tag{2.129}$$

Для случая плоских деформаций (в мягких средах - грунтах или в верхней осадочной толще) целесообразно использовать следующие уравнения (в форме М. Био):

$$\begin{aligned}
 G \nabla^2 u_1^{(s)} + (K + G / 3) (\partial e / \partial x_2) - (\partial p / \partial x_1) &= 0; \\
 G \nabla^2 u_2^{(s)} + (K + G / 3) (\partial e / \partial x_1) - (\partial p / \partial x_2) &= 0; \\
 \frac{\partial e}{\partial t} = \kappa \nabla^2 e; \quad \kappa = \frac{k_0}{\mu_0 (K + 4G / 3)}, &
 \end{aligned} \tag{2.130}$$

где в качестве искомых переменных фигурируют компоненты смещений  $u_1^{(s)}$ ,  $u_2^{(s)}$ , а как физически оправданное начальное условие - отсутствие объёмной деформации:

$$e(t, x_1, x_2) = 0, \quad t = 0. \tag{2.131}$$

Уравнения (2.129) описывают процесс "диффузии", включающий бигармонический оператор:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 p = \kappa \nabla^4 p. \tag{2.132}$$

Оператор  $\nabla^4$  обычен для теории упругости. Разница уравнений

(2.126) и (2.132) объясняется включением как сдвиговых, так и объемных деформаций твердой матрицы во второе из них.

Только в одномерных плоских задачах, а также в некоторых случаях плоских деформаций ( $e_{3i} = 0$ ) и плоско-напряженных состояний ( $\sigma_{3i}^s = 0$ ) уравнения (2.132) и (2.126) эквивалентны.

Мак-Нами и Гибсон [190] предложили эффективный подход к решению уравнений (2.130).

Они ввели два потенциала  $S$  и  $\Phi$  такие, что

$$\begin{aligned} u_1^{(s)} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial S}{\partial x_2}; \\ u_2^{(s)} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x_2} + x_1 \frac{\partial S}{\partial x_1} - S \end{aligned} \quad (2.133)$$

и, соответственно,

$$e = \nabla^2 \Phi, \quad p = (K + \frac{4}{3}G) \nabla^2 \Phi - 2G \frac{\partial S}{\partial x_2}. \quad (2.134)$$

Эти потенциалы удовлетворяют следующим двум уравнениям, которые могут быть решены раздельно методом интегральных преобразований:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \Phi = \kappa \nabla^4 \Phi; \quad (2.135)$$

$$\nabla^2 S = 0. \quad (2.136)$$

## 2.4.2. ДЕФОРМАЦИИ НАСЫЩЕННОГО СЛОЯ

Месторождения, приуроченные к осадочной толще, часто представлены относительно тонким пористым слоем.

Рассмотрим малый элемент такого слоя под осевой вертикальной нагрузкой  $\Gamma_{33} = \Gamma^*$ , создаваемой весом вышележащего массива. Смещения пористой матрицы будем считать тоже одномерными (вдоль  $z = x_3$ ):

$$u = u_1^{(s)}, \quad u_1^{(s)} = u_2^{(s)} = 0. \quad (2.137)$$

Если дренажа нет, то на скорости фаз налагают ограничение

$$v_i^{(s)} = v_i^{(f)}. \quad (2.138)$$

В изотермическом случае балансы масс (2.89) и (2.90) приводят к дифференциальной связи

$$\beta \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{3} \beta^{(s)} \frac{\partial \sigma''}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} = 0. \quad (2.139)$$

Поскольку

$$e = e_{33} = \partial u / \partial z, \quad (2.140)$$

уравнение (2.136) может быть представлено в виде

$$\beta p - \frac{1}{3} \beta^{(s)} \sigma'' + e = 0. \quad (2.141)$$

Кроме того, из закона Гука следует:

$$\sigma''_{33} = (K + \frac{4}{3} G)e + K \beta^{(s)} p; \quad (2.142)$$

$$\frac{1}{3} \sigma'' = Ke + K \beta^{(s)} p. \quad (2.143)$$

Использив отсюда деформацию  $e$  и среднее эффективное напряжение  $\sigma''$ , получим

$$(1 - K \beta^{(s)}) \sigma''_{33} = - \left\{ (K + \frac{4}{3} G) \beta + K \beta^{(s)} \left( \frac{4}{3} G \beta^{(s)} + 1 \right) \right\} p, \quad (2.144)$$

что позволяет найти [97,200] распределение приложенной нагрузки

$$\Gamma^* = \sigma_{33}^e - p \quad (2.145)$$

между фазами в отсутствие дренажа

$$\sigma_{33}^e = (1 - n_{und}) \Gamma^*, \quad p = -n_{und} \Gamma^*, \quad (2.146)$$

$$n_{und} = \frac{1 - K \beta^{(s)}}{1 + (K + \frac{4}{3}G)\beta - 2K \beta^{(s)}(1 + \frac{2}{3}G \beta^{(s)})}.$$

Ниже приведены численные значения параметра распределения  $n_{und}$  для различных соотношений модулей сжимаемости  $K \beta^{(s)}$ , соответствующих разным уровням сцепленности пористой матрицы.

$K \beta^{(s)}$	<< 0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$n_{und}$	1,00	0,75	0,57	0,44	0,33	0,25
$n_{dr}$	1,00	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5

В этих расчетах использовались значения

$$\beta(K + \frac{4}{3}G) = 5K \beta^{(s)}, \quad 2G / 3 = (1/2)K \beta^{(s)},$$

справедливые при коэффициенте Пуассона  $\nu = 0,2$  и  $\beta / \beta^{(s)} = 2,5$ .

Условия идеального дренажа означают, что жидкость может покинуть элемент слоя при нагружении, так что начальное давление  $p_0$  удается сохранять постоянным.

Тогда закон Гука (2.88) дает

$$e_{33} = \frac{\sigma_{33}^{ef} - K \beta^{(s)} p_0}{K + 4G / 3} = - \frac{p^{ef}}{K + 4G / 3}, \quad (2.147)$$

т.е. осевая деформация элемента слоя пропорциональна эффективному давлению  $p^{ef}$  как части приложенной нагрузки:

$$p^{ef} = -\Gamma^* - n_{dr} p_0, \quad n_{dr} = 1 - K \beta^{(s)}. \quad (2.148)$$

Коэффициент коррекции  $n_{dr}$  также дан выше.

Обе рассмотренные ситуации могут быть смоделированы при специальных испытаниях образцов пород в камерах одноосного нагружения (как на рис. 2.4 в случае *c*), когда поровое давление измеряется при отсутствии дренажа в соответствии с законом деформирования (2.148).

В ходе испытаний песчаников в условиях дренажа было получено значение  $n_{dr} = 0,85$ , т.е.  $K \beta^{(s)} = 0,15$ .

В случае мягких грунтов  $K \beta^{(s)} \ll 1$ . Тогда в соответствии с концепцией Филунгера-Терцаги [125,162] нормальные деформации пропорциональны эффективному напряжению.

Обобщенный закон Гука (2.88) выражает связь деформаций как с эффективными напряжениями, так и с поровым давлением.

Преимущество эффективных напряжений перед "истинными" объясняется тем, что они суть разность (2.145) двух других, но непосредственно измеримых величин - приложенного полного напряжения  $\Gamma_y$  и порового давления  $p$ .

Более того, и по существу критерий разрушения насыщенного массива формулируется в терминах эффективных напряжений (раздел 2.5), но не относительно истинных напряжений.

### 2.4.3. ПЬЕЗОПРОВОДНОСТЬ НАСЫЩЕННЫХ ПЛАСТОВ

Как отмечалось ранее, распределение нагрузки внутри пористой среды, включающее поровое давление, зависит от движения жидкости относительно матрицы. Поэтому и деформации пласта определяются сквозным фильтрационным потоком

насыщающей жидкости. Иначе говоря, эти процессы - деформирование и течение - взаимосвязаны.

Известна гипотеза, упрощающая анализ деформаций пласта, согласно которой главной осью напряженного состояния служит вертикаль (две другие лежат в плоскости пласта), и компоненты деформаций матрицы  $e_{ij}$  отличны от нуля только вдоль этой главной оси ( $i = j = 3$ ).

Подобное предположение согласуется с оценками

$$e_z = e_{33} = \partial u_3 / \partial x_3 \gg \partial u_1 / \partial x_1, \quad \partial u_2 / \partial x_2. \quad (2.149)$$

В этом случае закон Гука (2.88) дает

$$e_z = \frac{\sigma_z^{ef} - \beta^{(s)} K p}{K + (4G / 3)}, \quad \sigma_y^{ef} \delta_y = 3K e_z + \beta^{(s)} K p, \quad (2.150)$$

а полный баланс масс может быть записан как

$$\beta \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{3} \frac{\partial \sigma_{ij}^{ef}}{\partial t} \delta_{ij} + (1 - m_0) \frac{\partial v_i^{(s)}}{\partial x_i} + m_0 \frac{\partial v_i^{(f)}}{\partial x_i} = 0. \quad (2.151)$$

Их комбинация совместно с законом Дарси приводит к уравнению перераспределения пластового давления

$$a \frac{\partial p}{\partial t} + b \frac{\partial \sigma_z^{ef}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right);$$

$$a = \beta - \beta^{(s)} \beta^{(s)} K - \frac{(1 - m_0)(1 - \beta^{(s)} K)}{K + (4G / 3)}; \quad (2.152)$$

$$b = \frac{1 - m_0 - \beta^{(s)} K}{K + (4G / 3)},$$

где  $i, j = 1, 2$ , а смещения твердой матрицы в плоскости пласта предполагаются несущественными [97, 200].

На непроницаемых кровле и подошве пласта считается выполненным условие непрерывности усилий

$$\sigma_z^e - p = \Gamma_z, \quad (2.153)$$

но существуют два варианта задания полной нагрузки.

Согласно первому,

$$\Gamma_z = \text{const} \quad , \quad \partial p / \partial t = \partial \sigma_z / \partial t, \quad (2.154)$$

что приводит к известному уравнению Фурье

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} \quad (2.155)$$

при коэффициенте пьезопроводности [97]

$$\kappa = \left( \beta - \beta^{(s)} \beta^{(s)} K - \frac{m_0 \beta^{(s)} K}{K + (4G/3)} \right) \frac{k}{\mu}. \quad (2.156)$$

Согласно второму варианту, полное напряжение в пласте определяется упругими напряжениями во вмещающем массиве. Соответствующее решение связывает изменения порового давления внутри месторождения со смещениями массива вплоть до осадки свободной поверхности над месторождением.

Так как граничное условие (2.153) включает две переменные, требуется добавить еще одно условие - например, касающееся граничного смещения :

$$u_z = n_z \sigma_z^e \quad , \quad n_z = h / E, \quad (2.157)$$

где  $h$  - мощность пласта;  $E$  - модуль Юнга.

Рассмотрим плоский случай, когда перекрывающий массив моделируется бесконечной упругой плитой с эффективной жесткостью  $E \cdot H^3$ , находящейся под литостатическим давлением  $\Gamma = \gamma H$ , определяемым собственной толщиной  $H$  (т.е. глубиной  $H$  пласта). Тогда равновесие массива можно рассчитать по уравнению [97]

$$E \cdot H^3 \frac{\partial^4 u_z}{\partial x^4} = \Gamma + \sigma^{\text{eff}} - p, \quad (2.158)$$

а в уравнении пьезопроводности появятся старшие производные

$$\frac{a}{a+b} \frac{E \cdot h H^3}{E_t} \frac{\partial^5 p}{\partial x^4 \partial t} + \frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{E \cdot h H^3}{E_t} \frac{\partial^6 p}{\partial x^6} \right); \quad (2.159)$$

$$\kappa = \left( \frac{k}{\mu} \right) (a+b)^{-1}.$$

Вертикальные смещения  $u_z$  (т.е. осадка свободной поверхности) можно рассчитать по изменениям порового давления согласно уравнению (2.159):

$$u_z = - \frac{h}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(\xi, t)}{E} \exp \left( - \frac{x - \xi}{H\sqrt{2}} \sqrt{\frac{HE}{hE_*}} \right) \times$$

$$\times \sin \left( - \frac{x - \xi}{H\sqrt{2}} \sqrt{\frac{HE}{hE_*}} + \frac{\pi}{4} \right) d\xi \approx \quad (2.160)$$

$$\approx - \frac{h}{2\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(\xi, t)}{E} \exp \left( - \frac{\pi(x - \xi)^2}{8H^2} \sqrt{\frac{HE}{hE_*}} \right) d\xi.$$

Конечно, более подробные расчеты проводятся (численно или аналитически) в комбинации с уравнением (2.152), включая полное упругое решение для верхнего перекрывающего массива.

В случае осевой симметрии из (2.152) следует интегродифференциальное уравнение пьезопроводности [200]:

$$\frac{\partial p}{\partial r} + b K_* \int_0^{\infty} \frac{h \xi^2 J_0(\xi r)}{d - \xi h} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \int_0^{\infty} y J_0(\xi y) p(y, t) dy \right\} d\xi = \quad (2.161)$$

$$= \frac{\kappa}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right),$$

где  $K$  - эффективный объемный модуль;  $J_0$  - функция Бесселя;

$$d = \frac{n_z}{G} \frac{K + (4G/3)}{K + (G/3)}.$$

Уравнение (2.161) справедливо для глубоких и тонких пластов, что определяется неравенством

$$H \gg h. \quad (2.162)$$

Некоторые расчеты показали, что одновременные изменения порового давления и эффективного напряжения могут вызвать локальные экстремумы порового давления внутри насыщенного массива. Это эффект Манделя-Крайера, который объясняется деформированием порового пространства. Он исключается при использовании простого уравнения пьезопроводности по Фурье.

## 2.5. Гидроразрушение и гидроразрыв пласта

### 2.5.1. НЕОБРАТИМОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ НАСЫЩЕННЫХ МАССИВОВ

Теоретическое изучение неупругости и разрушения насыщенных геоматериалов основывается на принципе эффективных напряжений. Это означает, что все критические состояния пористой матрицы определяются эффективными напряжениями [125].

Например, геоматериалы переходят в состояние пластического деформирования, если выполнено следующее предельное условие [200]:

$$\sigma_r + \alpha \sigma^e - Y = 0. \quad (2.163)$$

При этом справедливы такие определяющие соотношения для пластической

$$\frac{D e_y^p}{Dt} = \left\{ \sigma_y^e + \frac{2}{3} \Lambda Y \delta_y - \left( 1 + \frac{2}{3} \Lambda \alpha \right) \sigma_y^e \delta_y \right\} \frac{d\lambda}{dt} \quad (2.164)$$

и упругой

$$\frac{D\sigma_{ij}^e}{Dt} = (K - \frac{2}{3}G) \frac{De^e}{dt} \delta_{ij} + 2G \frac{ue_{ij}}{dt} - \beta^{(s)} K \frac{dp}{dt} \quad (2.165)$$

составляющих скоростей деформаций.

Как обычно, они комбинируются в полную скорость деформирования по простому правилу суммирования

$$\frac{De_{ij}}{Dt} = \frac{De_{ij}^e}{Dt} + \frac{De_{ij}^p}{Dt}, \quad (2.166)$$

а скалярный параметр  $d\lambda / dt$  считается дополнительной неизвестной и определяется в ходе построения решения уравнений (2.89)-(2.92) совместно с (2.163) - (2.166).

Вообще говоря, удобнее решать задачи относительно скоростей смещения, а сами смещения находить путем последующего интегрирования.

Хотя формально условие (2.163) аналогично такому же для пористых геоматериалов с пустыми порами, различие сохраняется в связи с ослаблением горного массива из-за роста порового давления. Подобный эффект весьма существен, как это можно видеть из иной формы записи (2.163), а именно:

$$\sigma_t + \alpha(\Gamma - p) - Y = 0. \quad (2.167)$$

Упругие модули  $K$ ,  $G$  и скорость дилатансии  $\lambda$  считаются такими же, как и в сухом состоянии среды. Однако существуют некоторые экспериментальные данные, которые показывают определенное уменьшение  $K$  и  $G$  из-за присутствия флюида на контактах частиц в грунтах.

Типичные деформационные кривые насыщенного песчаника Вегеа при трехосных испытаниях представлены на рис. 2.5 (согласно Дж.Хэндину, см. [143]).

Видно, что кривые "напряжение - деформация" различны, если роль параметра выполняет поровое давление, но они сливаются (почти), если эту роль выполняет эффективное боковое давление (обжима).

Согласно тем же данным, существуют два верхних предела для напряжений сдвига.

Первый соответствует пику кривых, что особенно наглядно при низких давлениях обжима. Его можно считать соответствующим прочности внутренних межконтактных связей в матрице. Второй предел можно считать прочностью иссященного песчаника, соответствующей пластическому течению матрицы (ее неограниченному деформированию). Те же самые эксперименты [143] показывают, что если применять концепцию эффективных напряжений, то второй предел соответствует линии Кулона (2.163) с углом трения  $\chi = 29^\circ$  и сцеплению  $\approx 20 \text{ MPa}$ .

Исчезновение "пиковой" прочности при высоких давлениях обжима можно понимать как возникновение пластического течения при незаметном предварительном разрушении контактных связей в матрице.

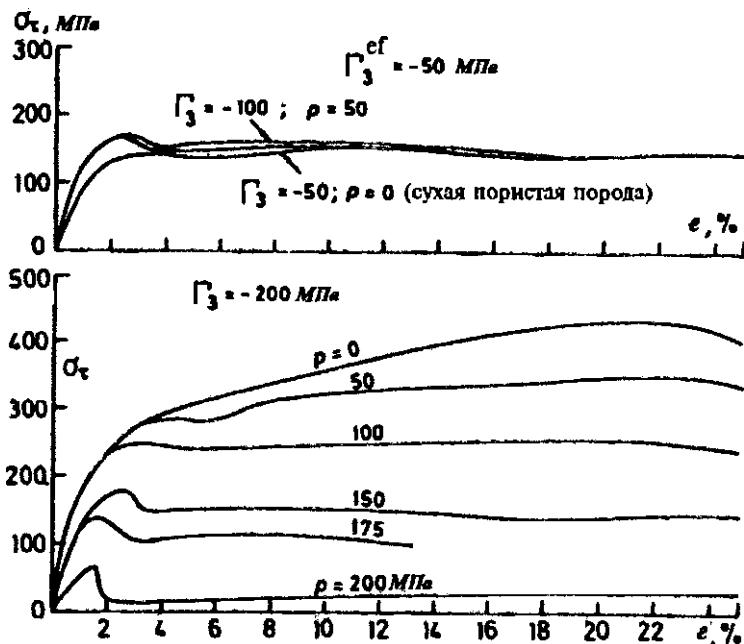


Рис. 2.5. Зависимости прочности и деформирования песчаника от эффективных напряжений (согласно Дж. Хэндину)

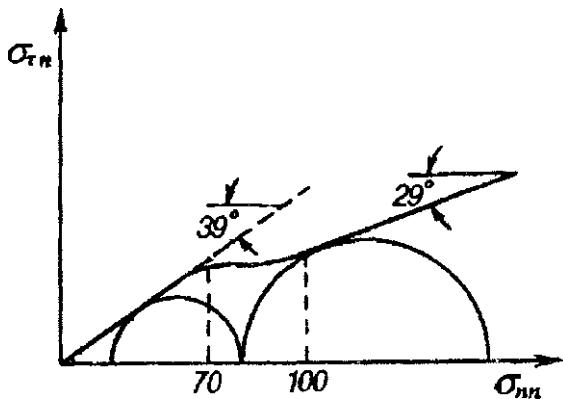


Рис. 2.6. Уменьшение внутреннего угла трения при дроблении зерен

На рис. 2.6 показан эффект дробления песчинок при давлениях выше 70 атм - согласно [176]. Как можно увидеть, это приводит к излому поверхности текучести (2.167) и соответственно к смене углов трения. Точно такой же эффект наблюдается и в туфах (рис. 2.7), что может быть обусловлено разрушением связей и сменой внутреннего механизма прочности.

Согласно концепции эффективного напряжения для

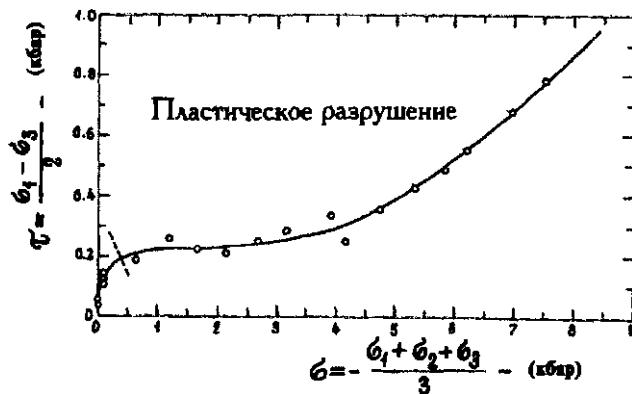


Рис. 2.7. Поверхность текучести туфа (данные Р.Н. Шока)

вязкоупругой пористой матрицы, насыщенной флюидом, справедлива такая определяющая связь:

$$\begin{aligned} \sigma_y^{ef} = & (K - \frac{2}{3}G)e \delta_y + G e_y + \beta^{(s)} K p \delta_y + \\ & + \eta \left( \frac{\partial v_i^{(s)}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j^{(s)}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_k^{(s)}}{\partial x_k} \delta_y \right) + \zeta \frac{\partial v_k^{(s)}}{\partial x_k} \delta_y, \end{aligned} \quad (2.168)$$

где  $\eta, \zeta$  - вязкость при сдвиге и при объемном деформировании матрицы соответственно.

Этот закон следует применять для расчетов ползучести глин (или горного массива).

## 2.5.2. ПЛАСТИЧЕСКАЯ ОКРЕСТНОСТЬ СКВАЖИНЫ

Рассмотрим задачу о возникновении пластической зоны вокруг необсаженной скважины, которая может возникнуть при откачке флюидов из массива (задача рассматривалась автором совместно с Т.К. Рамазановым).

Уравнения равновесия, составленные относительно полных напряжений для осесимметричного движения насыщенного массива, имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rr}^{ef}) - \frac{\sigma_{\theta\theta}^{ef}}{r} + \frac{\partial \sigma_{\pi\pi}^{ef}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial r} = 0; \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} (r \sigma_{zz}^{ef}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rr}^{ef}) - \frac{\partial p}{\partial z} - (1-m)(\rho^{(s)} - \rho^{(f)}) = 0, \end{aligned} \quad (2.169)$$

где  $\sigma_{rr}^{ef}, \sigma_{\theta\theta}^{ef}, \sigma_{zz}^{ef}$  и  $\sigma_{\pi\pi}^{ef}$  - соответственно радиальное, кольцевое, осевое и сдвиговое напряжения.

Теперь можно воспользоваться функциями напряжений  $f$

$$\sigma_{\pi}^{ef} = (\rho^{(s)} - \rho^{(f)})z + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + \frac{f}{r} + p;$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{ef} = (\rho^{(s)} - \rho^{(f)})z + \frac{\partial f}{\partial r} + p;$$

(2.170)

$$\sigma_{\pi\pi}^{ef} = (\rho^{(s)} - \rho^{(f)})z + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + p;$$

$$\sigma_{\pi\pi}^{ef} = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial z}.$$

При построении подобного решения в напряжениях было использовано дополнительное условие совместности, которое отражает тот факт, что шесть упругих деформаций  $e_{ij}$  определяются всего тремя функциями смещений  $u_i$ .

Дальнейший анализ показывает, что

$$f = C_1 r + \frac{A(z)}{r} \quad , \quad \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \approx 0.$$

Соответственно для эффективных напряжений имеем

$$\sigma_{\pi}^{ef} = (\rho^{(s)} - \rho^{(f)})z - \frac{A(z)}{r^2} + C_1 - p;$$

(2.171)

$$\sigma_{\theta\theta}^{ef} = (\rho^{(s)} - \rho^{(f)})z + \frac{A(z)}{r^2} + C_1 - p.$$

Если насыщенная среда изолирована непроницаемой кровлей мощностью  $H$  и плотностью  $\rho$ , то можно выбрать постоянную  $C_1$  такой, что

$$\sigma_{\pi}^{\text{eff}} = \rho H + (\rho^{(s)} - \rho^{(f)})(z - H) - \frac{A(z)}{r^2} + p; \quad (2.172)$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{\text{eff}} = \rho H - (\rho^{(s)} - \rho^{(f)})(z - H) + \frac{A(z)}{r^2} + p.$$

Предположим, что пластическому состоянию отвечает плоское течение внутри кольцевой зоны  $r_w \leq r \leq b(z)$ , где  $r_w$  - радиус скважины, а  $b(z)$  - упругопластическая граница.

Будем считать также, что возмущения осевого нормального напряжения в этой зоне пренебрежимо малы. Тогда предельное условие (2.163) может быть переписано в виде

$$\sigma_{\theta\theta}^{\text{eff}} - (N+1)\sigma_{\pi}^{\text{eff}} = q. \quad (2.173)$$

Подстановка (2.169) в (2.173) позволяет определить функцию напряжений  $f$  для пластической зоны, а затем найти для нее и напряжения:

$$\sigma_{\pi}^{\text{eff}} = C_1 r^N - \frac{q}{N} + r^N \int \frac{\partial p}{\partial r} \frac{dr}{r^N}; \quad (2.174)$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{\text{eff}} = (N+1)C_1 r^N - \frac{q}{N} + (N+1) \int \frac{\partial p}{\partial r} \frac{dr}{r^N}.$$

Постоянная  $C$ , функция  $A(z)$  и упругопластическая граница  $b(z)$  вычисляются из следующих граничных условий.

Первое - это равенство полного радиального напряжения (в случае необсаженной скважины) поровому давлению:

$$\sigma_{\pi}^{\text{eff}} = 0 \quad , \quad r = r_w. \quad (2.175)$$

Второе условие означает равенство радиальных напряжений на упругопластической границе:

$$[\sigma_{rr}^{(s)}] = 0 \quad , \quad r = b(z) . \quad (2.176)$$

Третье условие - непрерывность смещений твердых частиц среды на той же самой границе:

$$[v_r^{(s)}] = 0 \quad , \quad r = b(z) . \quad (2.177)$$

Иногда вместо (2.177) используется равенство кольцевых компонент напряжений:

$$[\sigma_{\theta\theta}^{(s)}] = 0 . \quad (2.178)$$

Физически это означает, что то же самое предельное условие используется и как критерий разрушения геоматериала, и как условие состояния разрушенной массы при пластическом ее течении внутри зоны пластичности.

Другими словами, условие (2.173) используется с обеих сторон (<<+>> и <<->>) границы  $r = b(z)$ . Это всего лишь частное предположение, упрощающее расчет.

Расчет течения флюида в пластической зоне проводится на основе простого дилатационного условия

$$\frac{\partial v_r^{(s)}}{\partial r} + \frac{v_r^{(s)}}{r} = A_s \left( \frac{\partial v_r^{(s)}}{\partial r} - \frac{v_r^{(s)}}{r} \right) \theta_r , \quad (2.179)$$

баланса количества движения в потоке жидкости (что эквивалентно здесь самому закону Дарси)

$$\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} = -m(v_r^{(f)} - v_r^{(s)}) \quad (2.180)$$

и баланса масс

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_1^{(s)} (1-m) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_1^{(s)} (1-m) v_r^{(s)}) = 0 ; \quad (2.181)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_1^{(f)} m + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_1^{(f)} m v_r^{(f)}) = 0 . \quad (2.182)$$

Здесь  $\Lambda_*$  - скорость дилатансии, и при рассматриваемой геометрии имеем

$$\theta_r = \operatorname{sign} (\partial v / \partial r - v / r) = \theta_r = \operatorname{sign} (\sigma_{rr}^d - \sigma_{\theta\theta}^d).$$

Интегрирование (2.179) приводит нас к первому (дилатационному) интегралу внутри пластической зоны  $r_c < b$ :

$$v^{(s)} = \frac{C_2(t)}{r^n}, \quad n = \frac{1 + \Lambda_* \theta_r}{1 - \Lambda_* \theta_r}. \quad (2.183)$$

Затем получаем из (2.181) второй интеграл для распределения пористости

$$m = 1 - (1 - m_0) r^{n-1} \{r^{1+n} - (1-n)M\}^{\frac{1-n}{1+n}}, \quad (2.184)$$

если  $\rho^{(s)} = \text{const}$  и  $m = m_0$  при  $t = 0$ .

Здесь

$$M = \int_0^t C_2(t) dt, \quad C_2(t) = -\frac{Q^{(s)}}{2\pi h r_w} < 0, \quad (2.185)$$

а вынос ("дебит") песка  $Q^{(s)}$  определяется скоростями смещений твердых частиц на стенке скважины:

$$Q^{(s)} = -2\pi r_w v^{(s)}(r_w)(1 - m_w). \quad (2.186)$$

При использовании пористости (2.184) в уравнениях для жидкости (2.180) и (2.182) удается получить

$$-\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{C_2(t)}{r^n} + \frac{B(t)}{r}; \quad B(t) = \frac{Q^{(f)} - Q^{(s)}}{2\pi h}, \quad (2.187)$$

где  $Q^{(f)}$  - дебит жидкости рассматриваемой скважины.

Далее можно определить напряжения в окрестности скважины, связанные с выносом песка.

Дебиты  $Q^{(s)}$  и  $Q^{(s)}$  могут быть измерены или рассчитаны, например, на основе предположения о постоянстве порового давления и полного (литостатического) напряжения вдали от скважины.

Если вынос песка определяется течением всего пласта, это приводит к разрушению скважины, однако чаще “течет” слабый пропласток. Пластическое течение матрицы может локализоваться и в отдельном гидроканале [225].

Умеренное повреждение пласта связано с переносом мелких частиц в потоке жидкости (или газа) к скважине.

### 2.5.3. ГИДРОРАЗРЫВ ПЛАСТА

Упругие напряжения вокруг скважины могут приводить к гидроразрыву массива, что используется для увеличения производительности скважины [58, 59].

Рассмотрим решение, которое соответствует неравным горизонтальным давлениям  $P_1 = -\Gamma_1$  и  $P_2 = -\Gamma_2$ , по предположению меньшим, чем вертикальное давление, что отвечает постановке плоской задачи:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} = & -\frac{1}{2}(P_1 + P_2)\left(1 - \frac{r_w^2}{r^2}\right) - \\ & -\frac{1}{2}(P_1 - P_2)\left(1 + 3\frac{r_w^4}{r^4} - 4\frac{r_w^2}{r^2}\right)\cos 2\theta, \quad (2.188)\end{aligned}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = -\frac{1}{2}(P_1 + P_2)\left(1 + \frac{r_w^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2}(P_1 + P_2)\left(1 + 3\frac{r_w^4}{r^4}\right)\cos 2\theta; \quad (2.189)$$

$$\sigma_{r\theta} = +\frac{1}{2}(P_1 + P_2)\left(1 - 3\frac{r_w^4}{r^4} + 2\frac{r_w^2}{r^2}\right)\sin 2\theta. \quad (2.190)$$

В соответствии с этими выражениями наименьшее напряжение сжатия действует вдоль радиуса под углами  $\theta = 0; \pi/2$ :

$$\sigma_{\theta\theta} = -(3P_2 - P_1), \quad P_2 > P_1. \quad (2.191)$$

Поэтому, если в одной из этих точек существует малая тре-

щина, при разрушении необходимо преодолеть не только литостатическое давление (2.191), но также и прочность на разрыв  $\sigma_t$ .

Практически гидроразрыв состоит в инициировании роста этой трещины, что облегчается прониканием флюида в микротрещину в пористом слое.

Давление нагнетаемой жидкости должно преодолеть полное сопротивление, отмеченное выше:

$$p_{\mu f} = (3P_2 - P_1 - p_0) + \sigma_t. \quad (2.192)$$

При этом - в соответствии с концепцией эффективного напряжения - поровое давление  $p_0$ , существующее при  $r = r_w$ , уменьшает литостатические силы.

Заметим, что прочность на разрыв  $\sigma_t$  для пористых горных пород намного меньше, чем для монолитных.

Когда инжектируемая жидкость проникает в поровое пространство, в матрице происходит действительное разрушение, а эффективные напряжения, соответствующие литостатическим силам, уменьшаются по правилу (2.146) :

$$p_{\mu f} = \frac{1}{n_{und}} (3P_2 - P_1 - p) + \sigma_t, \quad (2.193)$$

Здесь введен коэффициент  $n_{und}$  - для учета эффекта быстрого разрушения, когда инжектируемая жидкость практически не успевает просочиться в пласт.

Если же процесс весьма медленный, то условия дренажа выполнены и в (2.193) вводится больший коэффициент  $n_{dr}$  вместо  $n_{und}$ .

Это означает, что давление гидроразрыва ниже в случаях маловязких флюидов и низких скоростей нагнетания.

Так возникают вертикальные трещины.

Выбор направления трещин диктуется геометрией пласта, наклоном скважины и присутствием подошвенных вод.

Поскольку с глубиной горизонтальные литостатические давления нарастают быстрее вертикального (и это установлено по искривлению разломов земной коры и путем прямых измере-

ний при бурении глубоких скважин), в более глубоких пластах горизонтальный гидроразрыв происходит намного чаще.

В ходе процесса нагнетания флюидов измеряется давление на забое скважины.

Типичная кривая и ее интерпретация даны на рис. 2.8 - в соответствии с монографией [59], где фактически приведены также многие полезные технологические подробности.

Дополнительный рост трещины происходит вследствие перепада давления в узком трещинном канале, ширина которого  $w$  неизвестна. Возможны два подхода к оценке этого эффекта.

Первый учитывает упругость  $E$  пористой матрицы:

$$w = a \frac{p - p_0}{E} x_f, \quad (2.194)$$

где  $x_f$  - нормализованное расстояние от вершины трещины;  $a$  - численная константа.

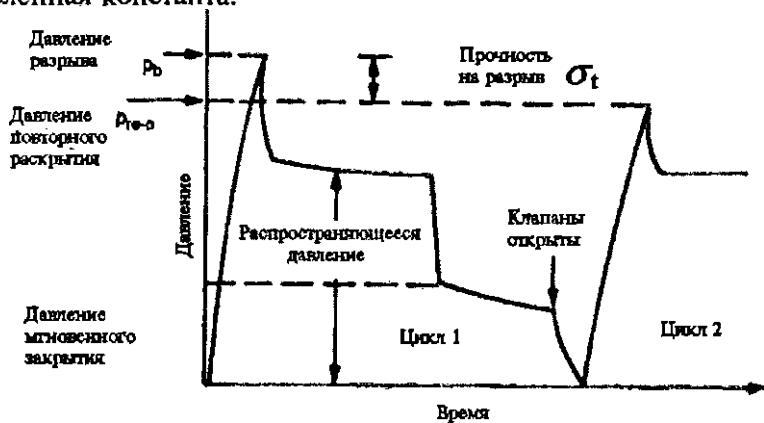


Рис. 2.8. Давление на забое скважины как функция времени в цикле гидроразрыва (предоставлено М. Экономидесом)

Второй расчет основан на упругом смещении в направлении, ортогональном трещине:

$$w = \frac{p - p_0}{E} \frac{h}{2}, \quad (2.195)$$

где  $h$  - толщина пласта.

Вводя одно из этих выражений в баланс флюида внутри

трещины, приходим в результате к нелинейному уравнению Фурье

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{E}{h\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left( w^3 \frac{\partial w}{\partial x} \right). \quad (2.196)$$

Начальное и граничное условия таковы :

$$w(x, t = 0) = 0 \quad , \quad w(x, t) = 0 \quad , \quad x \geq x_f. \quad (2.197)$$

Напомним, что уравнение (2.196) определяет конечный размер зоны нетривиального решения  $w(x, t) > 0$ , как и нелинейное уравнение диффузии (см. раздел 3.1).

Второе необходимое граничное условие должно быть сформулировано для баланса жидкых масс, нагнетаемых в трещину, проницаемость которой пропорциональна раскрытию в кубе ( $w^3$ ), причем ее оттоком от трещины можно пренебречь.

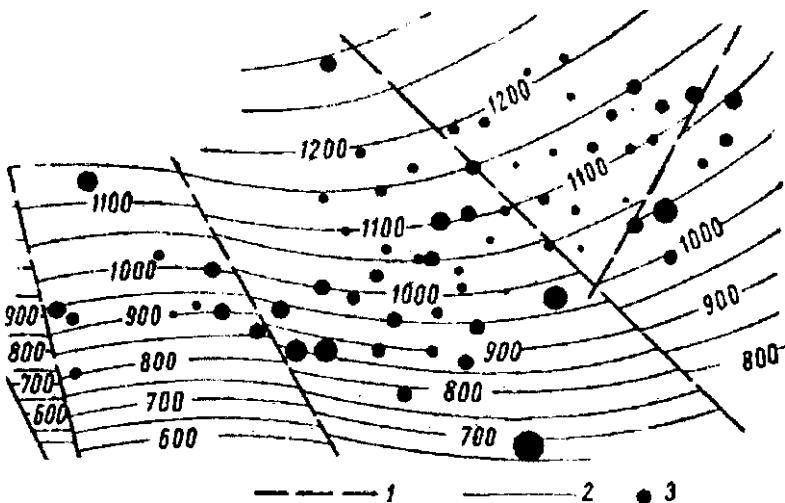


Рис. 2.9. Карта превышения давлений гидроразрыва над гидростатическим для месторождения Умбаки (Азербайджан):  
1 - тектонический разлом; 2 - глубина; 3 - относительное превышение давлений

Прочность на разрыв обычных горных пород пренебрежимо мала по сравнению с литостатическими силами, преодоление которых необходимо для раскрытия трещин.

Литостатические напряжения должны быть уравновешены давлением жидкости вблизи вершины трещины. Следующая формула было предложена Г.И. Баренблаттом [47] :

$$\frac{2}{\pi} \int_0^x \frac{p(x) dx}{\sqrt{x_f^2 - x^2}} = \Gamma^* \quad (\approx p_1, p_2). \quad (2.198)$$

Здесь  $\Gamma^*$  - среднее напряжение сжатия и учтена концентрация напряжений.

Вместе с жидкостью гидроразрыва в скважину нагнетается песок для того, чтобы сохранить трещину в раскрытом состоянии после спада давления.

Если значения  $p_1, p_2$ , понижены (по сравнению с такой осредненной оценкой, как  $p \approx \gamma H$ ), то это говорит об определенной глобальной геологической причине для локальной разгрузки пористой матрицы, что может быть объяснено в ходе дальнейших геомеханических исследований.

Как это видно из рис. 2.9, давления гидроразрыва выше вблизи разломов, а также зависят от геологической структуры.

## Глава 3

### ГИДРОДИНАМИКА ПЛАСТОВЫХ СИСТЕМ

#### 3.1. Основные нестационарные течения однородных флюидов

##### 3.1.1. ГИДРАВЛИКА ГРУНТОВЫХ ВОД

Для нахождения давления в пласте, потоков жидкости и дебитов скважин обычно используются более простые математические модели, чем рассмотренные в предыдущей главе.

В случае течений грунтовых вод поверх жесткой и непроницаемой подошвы (рис. 3.1) уравнение баланса масс (2.2) осредняется по поперечному сечению, а закон Дарси (2.66) применяется в предположении о неподвижности пористой матрицы. Отсюда имеем

$$m \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h w_i}{\partial x_i} = 0. \quad (3.1)$$

Поскольку  $\rho, m = \text{const}$ , водосодержание (высота водного столба  $h$ ) совпадает с площадью поперечного сечения потока, причем

$$w_i = -c_f \frac{\partial h}{\partial x_i}, \quad c_f = \frac{k \rho^{(f)} g}{\mu}, \quad (3.2)$$

и  $h$  тем самым играет роль фильтрационного напора, по предположению постоянного в поперечном сечении потока.

Комбинирование уравнений (3.1) и (3.2) приводит к уравнению Буссинеска

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{c_f}{m} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( h \frac{\partial h}{\partial x_i} \right). \quad (3.3)$$

Здесь  $c_f$  - коэффициент фильтрации, см. (2.67), размерность которого совпадает с размерностью скорости;  $i, j = 1, 2$ .

Что касается нелинейности уравнения (3.3), то она приводит к возможности существования движущихся фронтов с резким скачком некомой переменной [104], тогда как линейное

уравнение Фурье, соответствующее уравнению (3.3), всегда при  $t > 0$  определяет только гладкие (непрерывные) решения.



Рис. 3.1. Постоянство напора в поперечном сечении потока (гидравлическое приближение)

При инфильтрации грунтовых вод или подтоке воды через полупроницаемое основание в уравнение баланса масс (3.1) вводятся источники, а следовательно, и в правую часть результирующего уравнения (3.3) гидравлики грунтовых вод.

Уравнение (3.3) нелинейно и может быть решено асимптотическими [104] или численными методами.

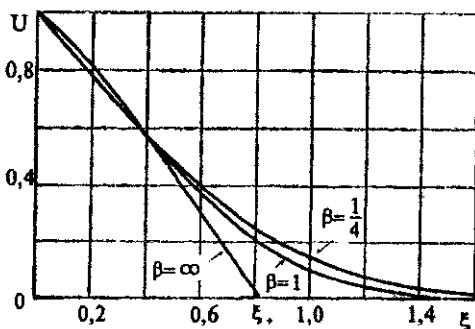


Рис. 3.2. Проникание грунтовых вод в сухую пористую перемычку

На рис.3.2 дан пример расчета, при этом использованы такие переменные:

$$U = \frac{h - H_2}{\Delta H} \quad , \quad \xi = \frac{x}{\sqrt{2c_f H_2 t / m}} , \quad (3.4)$$

причем  $\beta$  выполняет роль параметра

$$\beta = \frac{\Delta H}{H_2} \quad , \quad \Delta H = H_2 - H_1 \quad (3.5)$$

для нестационарного течения грунтовых вод при следующих начальных и граничных условиях:

$$h(x, 0) = h(\infty, t) = H_2 \quad , \quad h(0, t) = H_1 . \quad (3.6)$$

Теперь нетрудно увидеть основную особенность нелинейного уравнения (3.3).

В случае нулевого начального условия ( $H_2 = 0$  или  $\beta = \infty$ ) имеется значение  $\xi_+$ , которое соответствует фронту языка воды, движущемуся с конечной скоростью [104] :

$$\frac{dx}{dt} = \xi_+ \sqrt{\frac{c_f H_2}{2mt}} . \quad (3.7)$$

Для этого фронта характерны условия разрыва второго порядка

$$h(\xi_+) = 0 , \quad [dh / d\xi] \neq 0 . \quad (3.8)$$

При любом начальном уровне воды  $H_2 \neq 0$  в пористой перемычке начальный скачок  $\Delta h(0, 0) = \Delta H_2$  исчезнет мгновенно и всюду будет справедливо непрерывное решение

$$[dh / d\xi] = 0 , \quad x, t > 0 . \quad (3.9)$$

### 3.1.2. ПОДЗЕМНЫЕ ПОТОКИ ПРИ УПРУТОМ РЕЖИМЕ

При полной изоляции пласта (жесткой непроницаемой кровлей) возможны напорные течения, в которых поровое пространство каждого сечения среды полностью занято движущейся жидкостью, а поровое давление становится независи-

мым от наличия флюида. В таких случаях нужно учитывать сжимаемости как порового пространства, так и флюида.

Соответствующая система уравнений имеет вид

$$\frac{\partial t \rho^{(s)}}{\partial t} + \frac{\partial \rho^{(s)} w_i}{\partial x_i} = 0; \quad (3.10)$$

$$w_i = - \frac{k_g}{\mu} \frac{\partial}{\partial x_j} (p + \rho^{(s)} g \delta_{i3} x_3),$$

где  $i, j = 1, 2, 3$ ;  $x_3$  - вертикальная координата.

Смещениями матрицы при этом пренебрегают [ср. (2.129)]. Сжимаемость воды (или нефти) учитывается в линейной форме (2.87), когда коэффициенты сжимаемости не зависят от порового давления.

В случае газов связь (2.87) заменяется на уравнение состояния

$$\rho^{(g)} = \frac{p}{RTZ}. \quad (3.11)$$

Здесь  $R$  - универсальная газовая постоянная;  $T$  - абсолютная температура;  $Z$  - коэффициент "сверхсжимаемости", который учитывает отклонения реального газа от идеального в уравнении состояния.

Однако уравнение (3.11) чаще применяется в другом виде:

$$\rho^{(g)} = \rho_0^{(g)} \frac{p}{p_0}, \quad (3.12)$$

где  $\rho_0^{(g)}$ ,  $p_0$  - значения, соответствующие состоянию отсчета (например, нормальным условиям, т.е.  $p_0 = 1 \text{ atm} = 0,1 \text{ MPa}$  и  $T_0 = +20^\circ\text{C}$ ). При этом деформации порового пространства отождествляются с изменениями пористости, определяемыми только поровым давлением:

$$\frac{m(p)}{m_0} = 1 + a_m (p - p_0). \quad (3.13)$$

В соотношении (3.13) было использовано предположение

$$\Gamma_{ij} = \sigma_{ij}^{(f)} - p = \text{const}, \quad i = j, \quad (3.14)$$

которое позволяет применить истинный определяющий закон (2.88), следствие (2.89) баланса масс для твердого материала и избежать при этом более сложного анализа (раздел 2.4).

Наиболее простая линейная форма результирующего уравнения пьезопроводности для плоского напорного течения (в условиях постоянства температуры и проницаемости  $k$ ) имеет вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \nabla^2 p, \quad \kappa = \frac{k}{\mu_0 \beta m_0} \quad (3.15)$$

и получается из уравнений (3.10), (2.87), (3.13) и (3.14). Здесь  $\beta = a_m + a_p$  - эффективная сжимаемость пласта,  $\kappa$  - коэффициент пьезопроводности.

Если пласт наклонный, следует учитывать и эффект гравитации:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa (\nabla^2 p + g \rho_0^{(f)} \nabla^2 z), \quad (3.16)$$

причем  $z(x_1, x_2)$  - высота средней плоскости пласта над горизонтальной плоскостью отсчета.

Нелинейная пьезопроводность учитывает большие изменения порового пространства, при которых [97]

$$\frac{m}{m_0} = e^{-a_m(p-p_0)}, \quad \frac{k}{k_0} = e^{-a_k(p-p_0)}. \quad (3.17)$$

Аналогичные экспоненциальные связи могут быть использованы для плотности флюида, его вязкости и мощности пласта:

$$\frac{\rho'}{\rho_0'} = e^{-a_p(p-p_0)}, \quad \frac{\mu}{\mu_0} = e^{-a_\mu(p-p_0)}, \quad \frac{h}{h_0} = e^{-a_h(p-p_0)}. \quad (3.18)$$

Введение этих соотношений в систему (3.10) приводит к нелинейному уравнению пьезопроводности [97]

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \kappa \nabla^2 \varphi'; \quad \varphi = e^{-\beta(p-p_0)}; \\ \gamma = \frac{\alpha}{\beta}; \quad \kappa = \frac{k_0}{\mu_0 m_0 \alpha}; \quad (3.19)$$

$$\alpha = a_k + a_\rho + a_h - a_\mu; \quad \beta = a_m + a_\rho + a_h,$$

причем закон Дарси определяет скорость фильтрации с учетом изменения сечения потока

$$W_i = \frac{h}{h_0} w_i = - \frac{k_0}{\mu_0 \alpha} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}.$$

Фильтрационные течения идеального газа подчиняются уравнению Лейбензона, которое следует из (3.10) и (3.11), если поровое пространство недеформируемое:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \nabla^2 p^2, \quad \kappa = \frac{k}{2 \mu m}. \quad (3.20)$$

В более общем случае уравнения (3.19) и (3.20) могут быть представлены в такой нелинейной форме [97]:

$$f(\Phi) \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \nabla^2 \Phi, \quad (3.21)$$

где использована функция Лейбензона, такая что

$$\Phi = \int \frac{k(p) \rho(p) h(p)}{\mu(p)} dp, \quad f(\Phi) = \frac{d(m \rho h)}{d \Phi}.$$

### 3.1.3. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В ПЛАСТАХ

Нестационарные течения жидкости очень просты в пластах бесконечной протяженности, поскольку соответствующие основные решения уравнения (3.19) автомодельны.

Рассмотрим плоское одномерное течение при следующих начальном и граничных условиях:

$$\varphi(x, 0) = 1, \quad \varphi(\infty, t) = 1, \quad \varphi(0, t) = \varphi_0. \quad (3.22)$$

При переходе к переменной Больцмана

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{2\kappa t}}, \quad (3.23)$$

где  $x$  - координата вдоль пласта, уравнение (3.19) превращается в обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 \varphi'}{d\xi^2} + \xi \frac{d\varphi}{d\xi} = 0, \quad (3.24)$$

а три условия (3.22) переходят в следующие два :

$$\varphi(\xi = \infty) = 1, \quad \varphi(0, t) = \varphi_0. \quad (3.25)$$

Нелинейное уравнение (3.24) было решено численно, и на рис.3.3 приведены результаты для набора значений параметра  $\gamma$ . Решения, как это видно, незначительно отличаются от решения линейного варианта ( $\gamma = 1$ ) уравнения (3.14).

Тем самым линейное уравнение

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad \Phi = \varphi' \quad (3.26)$$

оказывается достаточно хорошим приближением для всех вариантов изменений пластового давления в бесконечных пластах.

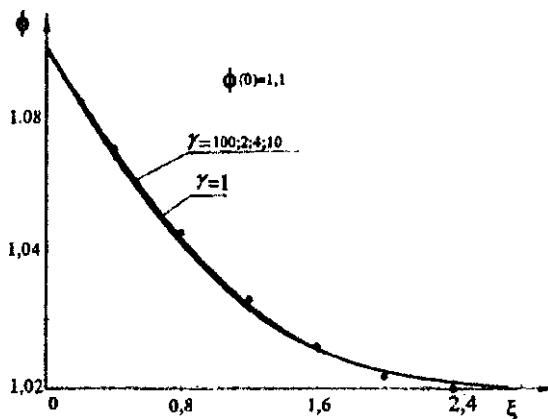


Рис. 3.3. Нелинейные (точки) и линеаризованные расчеты плоских подземных потоков в бесконечном пласте

Осьсимметричные фильтрационные автомодельные течения описываются уравнением (3.19) вида

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\kappa}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \phi'}{\partial r} \right) \quad (3.27)$$

при следующих начальных и граничных условиях:

$$\begin{aligned} \phi(r, 0) &= 1; & \phi(\infty, t) &= 1, \\ r \frac{\partial \phi'}{\partial r} &= -\frac{Q \mu_0 \alpha}{2\pi h_0 k_0 \rho_0} = Q^*; & r \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (3.28)$$

где  $Q$  - постоянный дебит скважины.

Подстановка Больцмана

$$\xi = \frac{r}{\sqrt{2\kappa t}} \quad (3.29)$$

сводит (3.27) к обыкновенному дифференциальному нелинейному уравнению

$$\frac{d^2 \varphi'}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{d\varphi'}{d\xi} + \xi \frac{d\varphi}{d\xi} = 0. \quad (3.30)$$

Снова три условия (3.28) при этом заменяются двумя :

$$\xi \frac{d\varphi}{d\xi} = - \frac{Q \mu_0 \alpha}{2\pi h_0 k_0 \rho_0} = Q^*, \quad \varphi(\xi = \infty) = 1. \quad (3.31)$$

Численные решения приведены на рис. 3.4 для разных значений дебитов скважины. Результаты подтверждают возможность использования уравнения (3.26), линейного относительно функции Лейбензона, как приближения для процесса нелинейной пьезопроводности в бесконечных пластах.

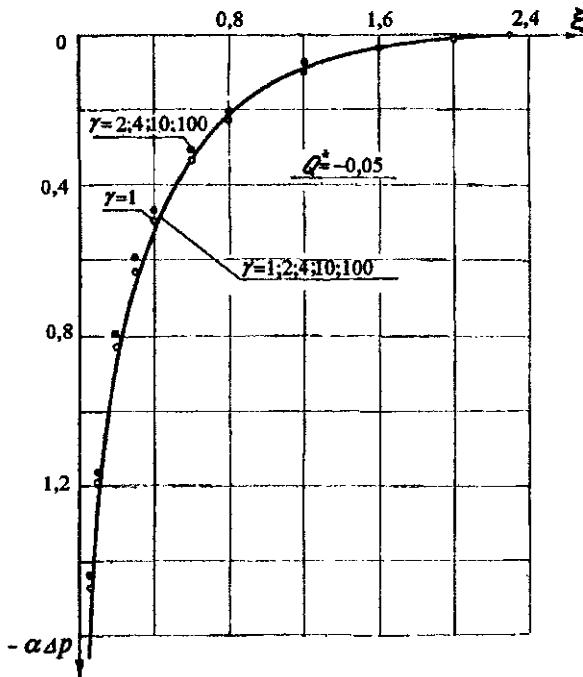


Рис. 3.4. Нелинейные (точки) и линеаризованные расчеты отбора флюида через скважину из бесконечного плоского пласта

Согласно построенным решениям воронка депрессии (или повышения давления) ограничена границей  $\xi = \xi_+ \approx 2$ , иначе движущимся фронтом

$$x_+(t) \approx \sqrt{8kt}, \quad (3.32)$$

а в осесимметричном случае

$$r_+(t) \approx \sqrt{8kt}. \quad (3.33)$$

Когда фронт  $r_+$  достигнет внешней границы пласта,  $R_0 = \text{const}$ , автомодельное решение перестает быть справедливым.

На рис. 3.5 приведен пример численного расчета уравнения фильтрации газа (3.20) при непроницаемом внешнем контуре:

$$w_r = 0, \quad r / R = 1. \quad (3.34)$$

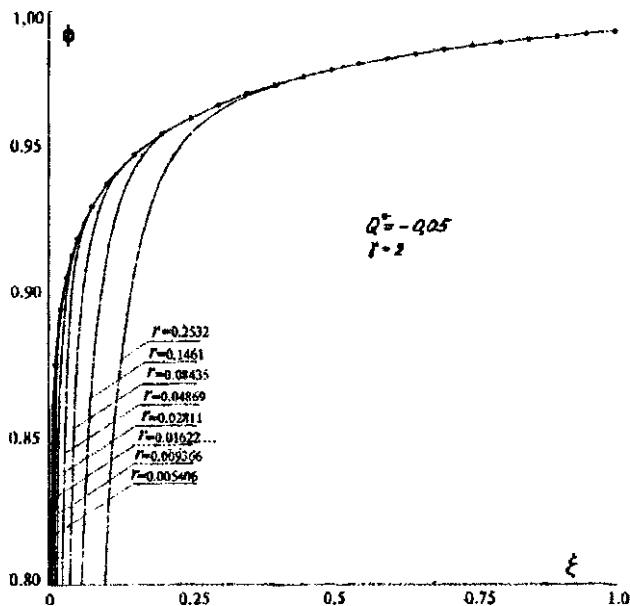


Рис. 3.5. Влияние конечного контура пласта на распределение порового давления при большом времени.

Видно, что автомодельные решения отнюдь не выполняются во всех случаях, а отклонения приводят к разделению зависимости от времени и (приведенного) радиального расстояния, что изображено в форме зависимости от  $\xi$  и  $r / R$ .

Конечно, отклонения начинаются раньше при больших дебитах  $Q^*$ . Кривая при  $r / R = 1$  соответствовала бы уменьшению порового давления на контуре пласта.

Диапазон применимости автомодельного решения, по существу, является первым этапом нестационарного течения.

На последующем, втором этапе проявляются указанные отклонения от автомодельности.

### 3.1.4. ПРОЦЕСС ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПОРОВОГО ДАВЛЕНИЯ

Изменения давления в скважине после ее внезапного закрытия дают важную информацию о пласте.

Для интерпретации соответствующих измерений следует применять аналитическое решение линейного уравнения (3.25).

При этом поровое давление ищут в форме нестационарных возмущений  $\Phi_*$  таких, что

$$\frac{Q\mu}{2\pi kh} \Phi_*(r, t) = \Phi(r, t) - \Phi_0(r), \quad (3.35)$$

причем для начального поля считается выполненным условие

$$r \frac{\partial \Phi_0}{\partial r} = \frac{Q\mu}{2\pi kh} \quad (r \rightarrow 0). \quad (3.36)$$

Соответственно требуется найти решение уравнения (3.26) для начальных и граничных условий следующего вида:

$$\Phi_*(r, t) = \Phi_*(\infty, t) = 0, \quad r \frac{\partial \Phi_*}{\partial r} = -1 \quad (r \rightarrow 0). \quad (3.37)$$

Задача (3.37) также автомодельна, но поскольку для расшифровки эксперимента нам нужно теперь аналитическое решение, приходится ограничиваться линейным вариантом

уравнения (3.30). А именно, задача сводится к рассмотрению такого линейного уравнения:

$$\frac{du}{d\xi} + \left( \xi + \frac{1}{\xi} \right) u = 0, \quad u = \frac{d\Phi}{d\xi}, \quad (3.38)$$

которое может быть проинтегрировано. Первый этап интегрирования дает

$$u = \frac{d\Phi_0}{d\xi} = \frac{C}{\xi} \exp(-\xi^2), \quad (3.39)$$

где  $C$  - постоянная, определяемая условием (3.37).

Второе интегрирование дает

$$\Phi_0(r, t) = \frac{1}{2} Ei \left( -\frac{r^2}{4kt} \right), \quad (3.40)$$

где  $Ei$  - известная функция интегрального экспоненциала:

$$-Ei(-\xi^2) = \int_{\xi^2}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \approx \ln \xi^2 - 0.5772. \quad (3.41)$$

Теперь нетрудно получить, что

$$\begin{aligned} \Delta\Phi = \Phi(r_w, t) - \Phi_0(r_w) &\approx 0.1832 \frac{Q\mu}{kh} \lg \frac{2.246kt}{r_w^2} \approx \\ &\approx 0.1832 \frac{Q\mu}{kh} \left( \lg \frac{2.246k}{r_w} + \lg t \right). \end{aligned} \quad (3.42)$$

Заметим, что условие (3.37) при  $r \rightarrow 0$  для относительного значения радиуса (что соответствует малому радиусу реальной скважины:  $r_w / r \approx 0$ ) позволяет воспользоваться результатом (3.42) для забоя скважины ( $r = r_w$ ).

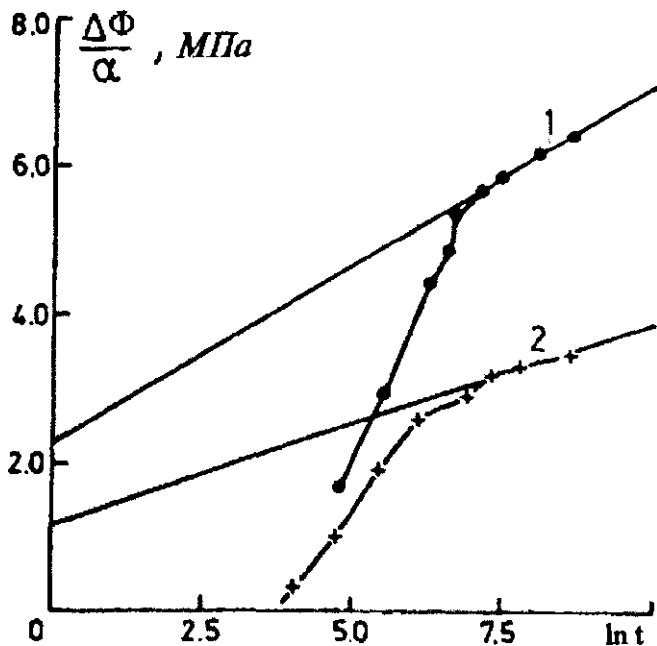


Рис. 3.6. Кривые (1,2) восстановления забойного давления в скважинах, вскрывающих трещиноватые пласти ( $\alpha \neq 0$ ).

Именно поэтому при интерпретации кривых восстановления давления, измеренных после закрытия скважин, будем применять полулогарифмическую систему координат (рис.3.6).

Прямая линия, изображенная на рис. 3.6, определяет две комбинации параметров, существенных для проектирования разработки пласта:

$$A = i \lg \frac{2,246k}{r_i^2}, \quad i = 0,1832 \frac{Q\mu}{kh}. \quad (3.43)$$

Возможные отклонения от прямой линии в плоскости  $\Delta\Phi$ ,  $\lg t$  или  $\Delta p$ ,  $\lg t$  объясняются дополнительной вязкоупругой релаксацией (матрицы пласта и/или вмещающего горного массива) и будут обсуждены позднее.

### 3.2. Стационарные течения и расстановка скважин

#### 3.2.1. ПРОДУКТИВНОСТЬ РАБОТАЮЩИХ СКВАЖИН

Поля порового давления вблизи бесконечной дренажной галереи

$$p(x) = p_* + \frac{Q \mu_0}{h_0 b k_0 \rho_0} (x - x_*), \quad x < x_*, \quad (3.44)$$

или скважины

$$p(r) = p_* + \frac{Q \mu_0}{2\pi k_0 h_0 \rho_0} \ln \left( \frac{r}{r_*} \right), \quad r < r_*, \quad (3.45)$$

могут считаться стационарными, если за рассматриваемый промежуток времени подвижка отмеченного выше фронта  $x_*(t)$  или  $r_*(t)$  незначительна - см. (3.32) и (3.33). Этот фронт можно понимать и как эффективный контур питания, поскольку, например, в радиальном случае он характеризуется условиями

$$p \approx \text{const} = p_R, \quad r = r_* \approx \text{const} = R \quad (3.46)$$

(или  $\Phi \approx \text{const}$ , см. раздел 3.1).

Поля (3.44) и (3.45) могут быть найдены как стационарные решения уравнения пьезопроводности (3.15), сводящегося к уравнению Лапласа.

Соответственно удается найти приток жидкости к галерее:

$$Q = \frac{k_0 b h \rho_0}{\mu} \frac{p_* - p_+}{L}, \quad (3.47)$$

где  $b$  - ширина рассматриваемого плоского пласта;  $x_+ - x_* = L$ .

Формула для дебита скважины (Дюпюи) следует из анализа стационарного варианта уравнения (3.15), т.е. из уравнения

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 0$$

для радиального подземного потока (рис. 3.7):

$$Q = \frac{2\pi k_0 h_0 \rho_0}{\mu_0} \frac{p_R - p_w}{\ln(R/r_w)}, \quad (3.48)$$

Эта формула соответствует прямой индикаторной линии, наклон которой в плоскости  $Q, \Delta p = p_R - p_w$  и определяет продуктивность  $K_Q$  скважины.

Отклонение от указанной прямой означает, что должны быть учтены нелинейные эффекты, например, благодаря введению функции Лейбензона  $\Phi$  в выражение (3.48) вместо давления  $p$ .

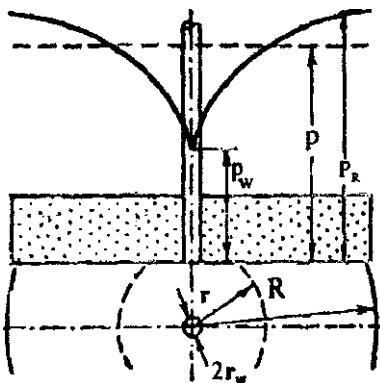


Рис. 3.7. Схематичное представление осесимметричной депрессионной воронки вокруг действующей скважины

Например, изменения проницаемости, контролируемые поровым давлением, соответствуют [97] потенциальному вида

$$\Phi = \frac{1}{\alpha} \exp(-\alpha \Delta p), \quad \Delta p = p_R - p. \quad (3.49)$$

Удельный дебит скважины (на единичный перепад давления) можно считать продуктивностью скважины  $K_Q$ :

$$K_Q = \frac{Q}{\Delta p_w} = \frac{2\pi k_0 h_0 \rho_0}{\mu_0 \ln(R/r_w)} \frac{1 - \exp(-\alpha \Delta p_w)}{\alpha \Delta p_w}. \quad (3.50)$$

Предел при  $\alpha \Delta p_w \rightarrow 0$  соответствует формуле Дюпюи (3.48), т.е. значению  $K_Q = \text{const.}$

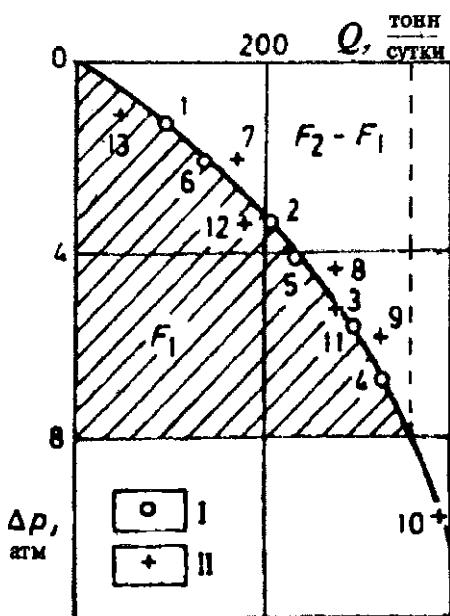


Рис. 3.8. Индикаторная линия скважины согласно двум последовательностям (I, II) измерений

Путем специальной обработки данных по продуктивности скважины удается раздельно определять параметры  $K_Q$  и  $\alpha$  (рис. 3.8).

Интегрируя экспериментальную кривую по интервалу  $\Delta p_w$ , в предположении о применимости формулы (3.50) получим значения  $F_1$  и  $F_2$ , показанные на рис. 3.8:

$$F_1 = \int_0^{\Delta p_w} Q d(\Delta p_w), \quad F_2 = Q \Delta p_w. \quad (3.51)$$

Интегрирование формулы (3.50) приводит [97,200] к функции

$$F(\Delta p_w) = \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{1 - \exp(-\alpha \Delta p_w)} - \frac{1}{\alpha p_w}, \quad (3.52)$$

показанной на рис. 3.9.

При этом положительные значения  $\alpha \Delta p_w$  соответствуют отбору жидкости из пласта, а отрицательные - нагнетанию флюида.

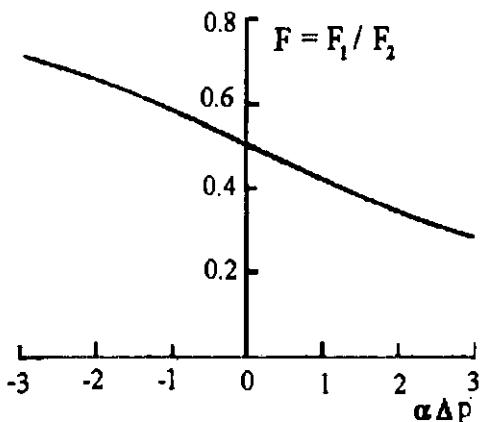


Рис. 3.9. Табулированные значения функции  $F$ , используемой при обработке индикаторных линий скважин

Значение  $\alpha$  может быть определено путем сравнения графических построений рис. 3.8 и рис. 3.9 и последующего расчета продуктивности скважины по формуле (3.50).

Конкретные данные рис. 3.8 приводят к следующим численным значениям:

$$\alpha = 0,186 \frac{1}{M\pi a}, \quad K_Q = 84,5 \frac{T}{M\pi a \text{ сут}}. \quad (3.53)$$

Можно построить карты гидравлической деформируемости пласта, если параметр  $\alpha$  определен для системы скважин.

Подобный пример приведен на рис. 3.10, где радиусы кругов пропорциональны значениям  $\alpha$ .

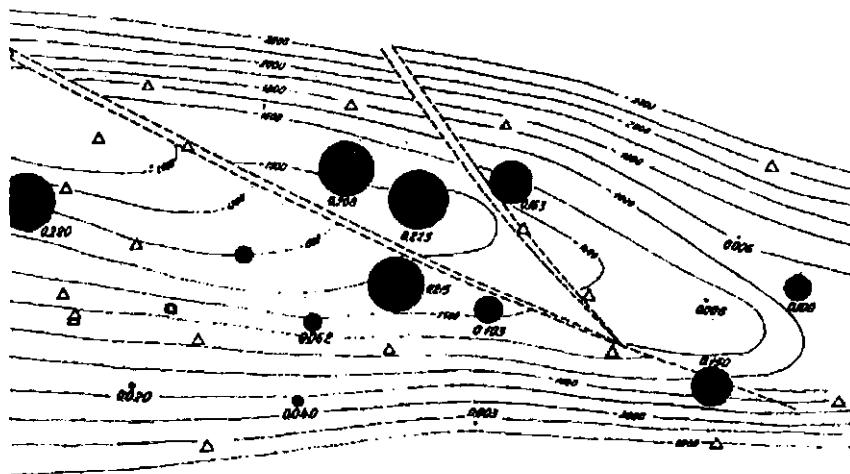


Рис. 3.10. Структурная карта месторождения и параметр гидроупругости порового пространства

Нетрудно видеть, что их максимумы сосредоточены в центральной части геоструктуры, нарушенной двумя тектоническими разломами.

Нелинейные отклонения от формулы Дюпюи типичны для газовых скважин, но не все из них удается учесть правильным выбором функции Лейбензона (скажем, как  $\Phi = p^2$  для случая идеального газа).

Причина этого кроется в "турбулентном" законе фильтрационного сопротивления, который реализуется в случаях высокопродуктивных газовых скважин, см. (2.70).

На практике часто используется "двучленная" формула

$$\frac{p_R^2 - p_w^2}{Q} = a + bQ, \quad (3.54)$$

где  $Q$  - дебит скважины (обычно приведенный к нормальным условиям).

Характерны такие данные:

$$a = 60, b = 0,15, p = 5 \text{ MPa}, Q = 10^5 \text{ m}^3 / \text{сум.} \quad (3.55)$$

### 3.2.2. ЭФФЕКТ ПЕРФОРАЦИИ СКВАЖИН

"Турбулентное" сопротивление в реальных условиях может быть существенным, поскольку поток флюида резко меняет свою геометрию вблизи самой скважины - от радиальной к сферической. Это происходит из-за того, что обсадная колонна скважины перфорирована для контакта с пластом и флюид проникает в скважину через большое число малых отверстий.

В результате поток подчиняется уравнению

$$\frac{I}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = 0 \quad (3.56)$$

внутри полусферы радиуса  $r = r_*$  вокруг каждого перфорационного отверстия (рис.3.11).

Интегрирование приводит к такому распределению давления

$$\Phi = \Phi_* + C \left( \frac{1}{r_*} - \frac{1}{r} \right), \quad (3.57)$$

где постоянная  $C$  может быть определена из выражения для скорости фильтрации

$$w = \frac{Q}{2\pi r_* h n \rho_0} = - \frac{k_0}{\mu_0} \frac{C}{r_p^2}. \quad (3.58)$$

Здесь  $n$  - число отверстий;  $r_p$  - радиус перфорации. Тогда

$$Q = \frac{2\pi k_0 h n \rho_0}{\mu_0} \frac{\Phi_* - \Phi_w}{1 - (r_p / r_*)} \left( n \frac{r_w}{r_p} \right), \quad (3.59)$$

где  $\Phi_*$  можно найти из выражения (3.48), подставив соответственно  $r_*$  и  $\Phi_*$  вместо  $r_w$  и  $\Phi_w$ . Числовые расчеты показали, что  $r_* \approx (2-3)r_w$ . Таким образом, можно оценить дополнительное сопротивление из-за перфорации (по сравнению с необсаженной скважиной). Следует помнить, впрочем, что часто перфорация скважин проводится с помощью кумулятивных зарядов, которые в прочных горных породах пробивают каналы, изменяя микроструктуру их стенок.

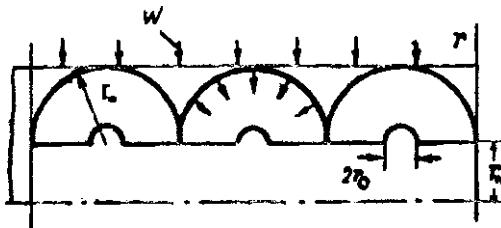


Рис. 3.11. Течения вблизи перфорационных отверстий

Как и при подземных взрывах (раздел 5.1), происходит дробление зерен, а проницаемость вокруг каналов оказывается распределенной немонотонно.

### 3.2.3. НАВЕДЕННАЯ АНИЗОТРОПИЯ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Иногда коэффициент уменьшения проницаемости  $\alpha$  на скважинах при снижении пластового давления оказывается отрицательным. Подобное можно объяснить изменениями микроструктуры пористой матрицы пласта под воздействием фильтрационной скорости.

Для учета этого эффекта следует воспользоваться правилом (2.53) для фильтрационного сопротивления, вводя его в систему уравнений осесимметричного притока к скважине. Имеем

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\mu}{m_0^2} (\chi_0 + \chi_r v_r) \frac{Q}{2\pi r h}. \quad (3.60)$$

Поворот зерен определяется согласно (2.60), т.е.

$$G_r = -\kappa^{(\omega)} w, \quad (3.61)$$

и это выражение следует ввести в баланс момента количества движения (2.59) - (2.62), который сводится при этом к уравнению для вектора-ориентира, определяя тем самым анизотропию матрицы:

$$\frac{d^2 v_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d v_r}{dt} - \left( Z_e^2 + \frac{2}{r^2} \right) v_r = \frac{Z_e Q}{m_0 r}. \quad (3.62)$$

Здесь  $Z_e$  - коэффициент упругой реакции [6,33] на относительный поворот зерна;  $Z_a$  - аэродинамический коэффициент, пропорциональный  $\kappa^{(\omega)}$ .

Нетрудно видеть, что (3.62) - уравнение Бесселя.

Итак, система уравнений (3.60) и (3.62) составлена для порового давления и новой неизвестной  $v_r$ , которая служит мерой наведенной анизотропии. Вариант  $v_r = 0$  соответствует обычной изотропии пористой среды. Однако из-за нелинейности (3.60) численные решения этой системы предпочтительнее. Также можно выписать сначала решение (3.62), а затем внести результат в (3.60).

Соответствующее решение приведено на рис. 3.12 в виде двух индикаторных кривых скважины  $A$  и  $B$  (без учета и с учетом эффекта наведенной анизотропии проницаемости) и соответствующей эпюры для вектора-ориентира  $v_r$  при нулевом значении на стенке скважины  $r = R$ .

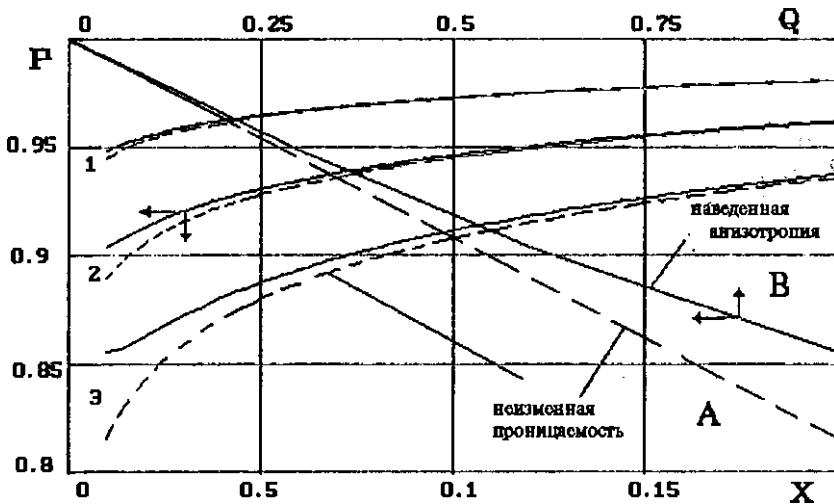


Рис. 3.12. Депрессионные воронки (1,2,3) скважин  $p(r)$  для безразмерных дебитов  $Q_1 = 0,3$ ,  $Q_2 = 0,6$ ,  $Q_3 = 1,0$  и индикаторные (A, B) линии  $Q(p)$  при наведенной анизотропии

Предполагалось также, что парные напряжения на поверхности скважины отсутствуют (поворот зерен свободен).

### 3.2.4. РАССТАНОВКА СКВАЖИН НА МЕСТОРОЖДЕНИИ

Размещение скважин на месторождении - это наиболее важный фактор его эффективной эксплуатации [60] прежде всего из-за интерференции действующих скважин, их числа и стоимости.

Для уравнения Лапласа, соответствующего условиям стационарных притоков,

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (3.63)$$

используется метод источников и стоков, моделирующих скважины - при больших расстояниях между ними - точечными сингулярностями.

В плоском пласте поле потенциала  $\Phi$  вокруг каждой скважины (отмеченной индексом " $i$ ") определяется как

$$\Phi_{(i)} = Q_i^* \ln r_w^{(i)} + C_i, \quad (3.64)$$

а их кумулятивное действие - как сумма

$$\Phi = \sum_i Q_{(i)}^* \ln r_w^{(i)}. \quad (3.65)$$

Скорость фильтрации  $w_i$  также является результатом суммирования

$$w_j = \sum_i w_j^{(i)} \quad (3.66)$$

по всем потокам, причем в произвольной точке пласта вектор каждой из скоростей ориентирован к соответствующему источнику (стоку) :

$$w_j^{(i)} = \left( \frac{Q_{(i)}}{r_w^{(i)}} \right)_j. \quad (3.67)$$

Непроницаемая граница учитывается путем зеркального добавления дополнительных источников (стоков) той же самой

интенсивности, как и в точках отражения. Если же при этом изменять знаки  $Q_i$ , то рассматриваемая граница окажется контуром "питания" (например, галереей нагнетания).

Ю.П. Борисов развел эффективный приближенный метод расчета подземных потоков между рядами скважин на нефтяных месторождениях [60]. При этом на больших расстояниях каждый  $j$ -й ряд скважин можно моделировать дренажной галереей (рис. 3.13) с суммарным дебитом:

$$Q_j = \frac{2l_j n_j k_0 \rho_0 h}{\mu_0} \frac{\Phi_k - \Phi_j}{L_j}. \quad (3.68)$$

Итак, будем считать, что поток жидкости, соответствующий каждой скважине, ориентирован сначала к линейному элементу ряда (галерееи) длины  $2l_j$ . Этот же элемент

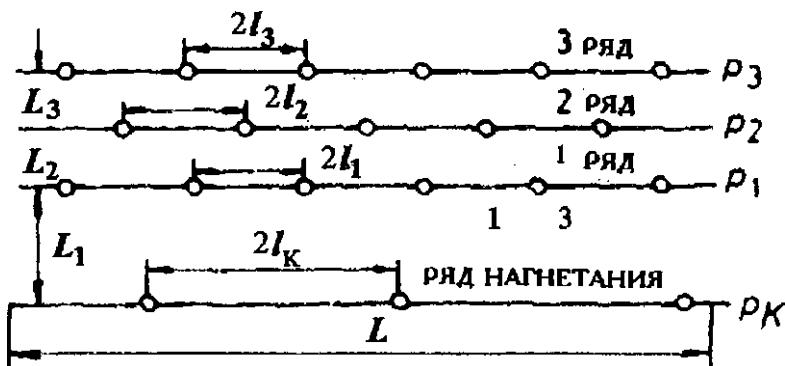


Рис. 3.13. Пример расстановки скважин при добыче нефти с поддержанием пластового давления

одновременно является и контуром питания этой скважины и имеет длину  $2\pi R_j$ . Отсюда

$$R_j = \frac{l_j}{\pi}. \quad (3.69)$$

Подстановка выражения (3.69) в формулу для дебита скважины (3.48) приводит к такому результату:

$$\frac{Q_j}{n_j} = \frac{2\pi k_0 \rho_0 h}{\mu_0} \frac{\Phi_j - \Phi_w}{\ln(l_j / \pi r_w)} . \quad (3.70)$$

Теперь комбинирование уравнений (3.68) и (3.70) дает окончательную расчетную формулу

$$\frac{Q_j}{n_j} = \frac{2\pi k_0 \rho_0 h}{\mu_0} \frac{\Phi_R - \Phi_w}{(L_j / 2l_j) + \ln(l_j / \pi r_w)} . \quad (3.71)$$

Непосредственное решение уравнения Лапласа, построенное И.А. Чарным методом источников и стоков, приводит к формуле

$$\frac{Q_j}{n_j} = \frac{2\pi k_0 \rho_0 h}{\mu} \times \times \frac{\Phi_R - \Phi_w}{\ln[2 \sin h(\pi L_j / l_j)] + \ln(l_j / \pi r_w)} . \quad (3.72)$$

Приближенное решение (3.71) получается из (3.72) в силу асимптотического перехода :

$$\ln(2 \sin hx) \approx x, \quad x \ll 1, \quad (3.73)$$

где  $x = \pi L_j / l_j$ .

Тем самым выражение (3.71) вполне применимо, если расстояния между рядами намного больше промежутков между скважинами в каждом ряду.

Укажем, что в относительно тонких пластах горизонтальные скважины вполне могут заменять [58,59] ряды обычных вертикальных скважин.

Контуры "питания" внутри системы скважин распределяются, вообще говоря, в соответствии с интенсивностью работы источников и стоков. Впрочем, задачи интерференции скважин сейчас достаточно эффективно решаются при применении современных компьютеров.

### 3.3. Двухфазные течения в пластах

#### 3.3.1. УСЛОВИЯ НА ФРОНТЕ ВЫТЕСНЕНИЯ

Двухфазные течения весьма важны для месторождений нефти и газа, поскольку для них типичны процессы высвобождения растворенного газа, а также естественного или искусственного вытеснения. Обычно вытесняющим агентом служит вода, а процесс называют заводнением. Заводнение поддерживает пластовое давление, сохраняет или задерживает высвобождение газа, присутствующего в больших массах в нефтяных или водных подземных резервуарах.

Фронт заводнения - это разрыв, движущийся со скоростью  $U$ . Вытеснение означает, что с обеих сторон от этого фронта скорости флюидов  $v^-$ ,  $v^+$  одинаковы и совпадают со скоростью  $U$ :

$$v^+ = \frac{w^+}{m} = v^- = \frac{w^-}{m} = U = \frac{dx_f}{dt}. \quad (3.74)$$

Здесь  $x_f$  - координата фронта. Баланс масс (1.31), обсуждавшийся ранее,

$$\rho^- (v^- - U) = \rho^+ (v^+ - U) \quad (3.75)$$

в силу (3.74) означает независимость плотностей  $\rho^-$ ,  $\rho^+$  (перед и за фронтом вытеснения). Более того, баланс количества движения (1.32) приобретает вид непрерывности усилий

$$\sigma_{\eta^-} n_j = \sigma_{\eta^+} n_j. \quad (3.76)$$

В нашем случае (3.76) означает условие непрерывности порового давления

$$p^- = p^+. \quad (3.77)$$

Поскольку поровые каналы имеют самые разные размеры, полное вытеснение на самом фронте есть не что иное как полезная идеализация. В действительности одна часть жидкости

может двигаться быстрее фронта, а другая - медленнее; более того, часть вытесняемой жидкости может оставаться за фронтом неподвижной.

### 3.3.2. ДВУХФАЗНАЯ ГИДРОДИНАМИКА

В основу соответствующей гидродинамической теории положен обобщенный закон Дарси, в соответствии с которым в каждой макроточке пласта одновременно могут присутствовать две жидкости, но двигаются они с различными скоростями (фильтрации):

$$w_i^{(\alpha)} = - \frac{k}{\mu^{(\alpha)}} f^{(\alpha)}(\theta^{(\alpha)}) \frac{\partial p^{(\alpha)}}{\partial x_i}. \quad (3.78)$$

Здесь введена насыщенность  $\theta^{(\alpha)}$  порового пространства фазой  $\alpha$

$$\sum_{\alpha} \theta^{(\alpha)} = 1, \quad (3.79)$$

а  $p^{(\alpha)}$  и  $\mu^{(\alpha)}$  - соответственно фазовые давление и вязкость.

Главная идея теории [63,77] связана с концепцией относительных фазовых проницаемостей  $f^{(\alpha)}(\theta^{(\alpha)})$ , измеряемых экспериментально на образцах горных пород в стационарных условиях (их типичный вид для двухфазной системы представлен на рис. 3.14). Характерная черта фазовых проницаемостей - это существование интервалов  $\theta^{(\alpha)} < \theta_*^{(\alpha)}$  неподвижности фазы  $\alpha$ . При малой насыщенности каждая фаза представлена каплями (ганглиями, газовыми пузырьками) или пленками, разделенными на микроуровне в поровом пространстве другой жидкой фазой. Поэтому в этом интервале, вообще говоря, нет непрерывных микроструктур фазы малой насыщенности, и она не может двигаться под воздействием перепадов своего собственного давления  $p^{(\alpha)}$ .

Однако капли могут перемещаться (при обтекании) и в

поле давления другой фазы. Соответственно, уравнение (3.78) следует еще раз обобщить, скажем, так:

$$-\frac{\partial p^{(\alpha)}}{\partial x_j} = \sum_{\beta} r_{ij}^{(\alpha\beta)} v_i^{(\beta)}, \quad (3.80)$$

где  $r_{ij}^{(\alpha\beta)}$  - коэффициенты фазового сопротивления.

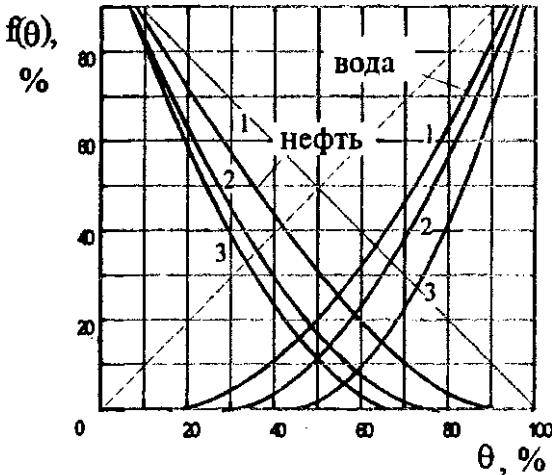


Рис. 3.14. Относительные фазовые проницаемости для системы вода-нефть, зависящие от уровня диспергирования (для капель нефти соответственно размером  $D_1 > D_2 > D_3$  [63]; пунктир соответствует абсолютному отсутствию капиллярных сил)

Обычные расчеты все же основаны на более простом выражении (3.78), т.е.  $r_{ij}^{(\alpha\beta)} = 0$  при  $\alpha \neq \beta$ .

Фазовые давления различны из-за капиллярных сил. В рамках приближений Онзагера (раздел 1.2) они связаны соотношением [98]

$$p^{(\alpha)} - p^{(\beta)} = p_c(\theta) + \tau_c \frac{d\theta}{dt}, \quad (3.81)$$

где  $p_c^{(\alpha\beta)}(\theta)$  - капиллярное давление, функция насыщенности  $\theta^{(1)} = \theta$  или  $\theta^{(2)} = 1 - \theta$  двухфазной системы (рис. 3.15):

$$p_c^{(\alpha\beta)}(\theta) = \gamma \sqrt{\frac{k}{m}} J(\theta) \cos \varphi. \quad (3.82)$$

Здесь  $\gamma$  - межфазовое натяжение;  $\varphi$  - контактный угол между жидкими фазами на твердой поверхности пористой матрицы;  $J(\theta)$  - функция Леверетта [10];  $\tau_c$  - время релаксации к локальному капиллярному равновесию.

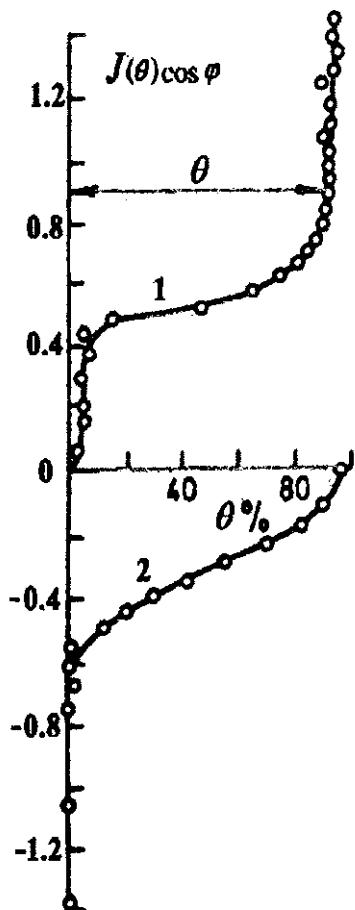


Рис. 3.15. Зависимость капиллярного давления от насыщенности смачивающей (1) и несмачивающей (2) фаз

Второе слагаемое в правой части (3.81) учитывает запаздывание при локальной перестройке микрораспределения фаз внутри поровых каналов. В случае локальной стационарности  $\tau_c / t \rightarrow 0$ ; соответственно второе слагаемое выпадает из выражения (3.81).

Баланс масс, естественно, формулируется для каждой из фаз отдельно (когда компоненты и фазы совпадают - см. раздел 4.1):

$$\frac{\partial}{\partial t} m \rho^{(a)} \theta^{(a)} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho^{(a)} w_j^{(a)}) = 0. \quad (3.83)$$

что и замыкает систему уравнений.

### 3.3.3. ОДНОМЕРНОЕ ПЛОСКОЕ ТЕЧЕНИЕ СМЕСИ

Система уравнений (3.78), (3.81) и (3.83) позволяет проанализировать перераспределение массы нефти (или газа) в пласте, в котором обычно присутствует (или внедряется) вода. Рассмотрим простой плоский одномерный процесс заводнения нефтяного пласта. Примем, что  $m = \text{const}$ ,  $\rho_1 = \text{const}$ ,  $\rho_2 = \text{const}$ .

Тогда система трех уравнений сводится к таким двум :

$$m \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k}{\mu^{(1)}} f^{(1)}(\theta) \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x} \right); \quad (3.84)$$

$$m \frac{\partial(1 - \theta)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k}{\mu^{(2)}} f^{(2)}(\theta) \frac{\partial p^{(2)}}{\partial x} \right).$$

Их сумма имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left( \frac{f^{(1)}(\theta)}{\mu^{(1)}} + \frac{f^{(2)}(\theta)}{\mu^{(2)}} \right) k \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{f^{(2)}(\theta)}{\mu^{(2)}} k \frac{dp_c}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right\} \\ \equiv \frac{\partial}{\partial x} (w^{(1)} + w^{(2)}) = 0, \end{aligned} \quad (3.85)$$

где принято ( $p^{(1)} \equiv p$ ), а интегрирование приводит к первому интегралу

$$w^{(1)} + w^{(2)} = w(t). \quad (3.86)$$

Если исключить градиент давления

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \left( \frac{w(t)}{k} + \frac{f^{(2)}(\theta)}{\mu^{(2)}} \frac{d p_e(\theta)}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) / \left( \frac{f^{(1)}(\theta)}{\mu^{(1)}} + \frac{f^{(2)}(\theta)}{\mu^{(2)}} \right), \quad (3.87)$$

то в первом уравнении (3.84) искомой переменной становится насыщенность воды ( $\theta = \theta^{(1)}$ ):

$$m \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( F(\theta)w(t) + kF(\theta) \frac{f^{(2)}(\theta)}{\mu^{(2)}} \frac{d p_e(\theta)}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = 0, \quad (3.88)$$

Здесь  $F(\theta)$  - функция распределения потоков (см. рис. 3.16):

$$F(\theta) = \frac{f^{(1)}(\theta) / \mu^{(1)}}{(f^{(1)}(\theta) / \mu^{(1)}) + (f^{(2)}(\theta) / \mu^{(2)})}. \quad (3.89)$$

Если капиллярное давление несущественно, то уравнение (3.88) имеет вид нелинейного уравнения ("простых волн")

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{w(t)}{m} F'(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0. \quad (3.90)$$

Сравним это уравнение с уравнением характеристик

$$\frac{d\theta}{dt} \equiv \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{dx}{dt} = 0. \quad (3.91)$$

Сравнение показывает, что значение  $\theta = \text{const}$  переносится со скоростью

$$\frac{dx}{dt} = \frac{w(t)}{m} \frac{dF}{d\theta}. \quad (3.92)$$

### 3.3.4. СТРУКТУРА ФРОНТАЛЬНОЙ НАСЫЩЕННОСТИ

Типичный вид кривых  $F(\theta)$  и  $dF / d\theta$  представлен на рис. 3.16. Согласно (3.92) существуют два интервала: первый - роста скорости распространения значения  $\theta = \text{const}$ , а второй - ее убывания.

Это значит, что есть такое значение  $\theta = \theta_m$ , которое переносится с наивысшей скоростью. Соответствующие изменения распределения насыщенности будут обгонять все другие, и как результат возникнет скачок от некоторого меньшего значения  $\theta_-$  к некоторому большему  $\theta_+$ .

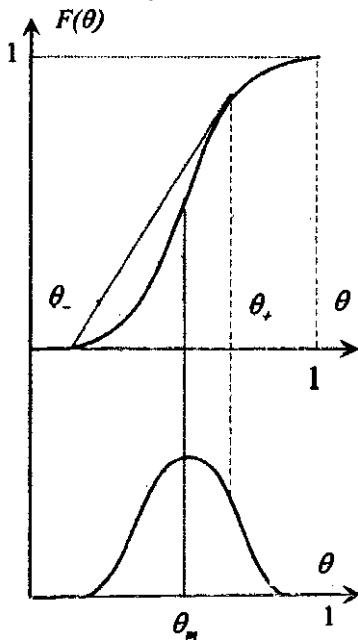


Рис. 3.16. Функция распределения  $F(\theta)$  для двухфазного течения в пористой среде (пунктир соответствует фронтальному скачку)

Этот фронтальный скачок движется со скоростью  $U$ , которая может быть найдена из баланса (1.31), записанного теперь для массы каждой из фаз:

$$[w^{(a)} - m\theta^{(a)}U] = 0 \quad (3.93)$$

в предположении их несжимаемости. В самом деле (ср. с рис. 3.16) из баланса (3.93) для первой фазы имеем

$$U = \frac{1}{m} \frac{w_+^{(1)} - w_-^{(1)}}{\theta_+ - \theta_-}. \quad (3.94)$$

Второй баланс даст такой же результат - в силу интеграла (3.86).

Рассматриваемый скачок устойчив, если

$$U > \frac{dx}{dt}, \quad \theta > \theta_+; \quad U < \frac{dx}{dt}, \quad \theta < \theta_-, \quad (3.95)$$

и неустойчив в противоположном случае.

Действительно, в этом случае более высокие насыщенности не могут перемещаться быстрее, чем фронт, но могут догонять фронтальный скачок, поддерживая его существование.

Условие совпадения скоростей (3.92) и (3.94)

$$dx / dt = U \quad (3.96)$$

определяет зависимость  $\theta_+$  от  $\theta_-$ , т.е.

$$F'(\theta_+) = \frac{F(\theta_+) - F(\theta_-)}{\theta_+ - \theta_-}, \quad (3.97)$$

поскольку  $w^{(1)} = F(\theta)w$ .

Конечно, скачок насыщенности должен совпадать с фронтом вытеснения, рассчитанного по идеализированной схеме "поршневого" вытеснения (3.74). Количество остаточной нефти может быть вычислено после интегрирования финитного профиля нефтенасыщенности  $\theta^{(2)}$  за фронтальным скачком.

Капиллярный эффект, как нетрудно увидеть, требует сохранения производной по пространству второго порядка в уравнении (3.88). В результате фронтальный скачок будет заменен на тонкую переходную "стабилизированную" зону с высоким градиентом насыщенности.

Для изучения стабилизированной зоны нужно построить стационарное решение уравнения (3.88) в системе координат ( $\xi = x - Ut$ ), движущейся со скоростью скачка :

$$\left\{ \frac{w(t)}{m} \left( \frac{dF}{d\theta} \right) - U \right\} \frac{d\theta}{d\xi} + \frac{k}{m} \frac{d}{d\xi} \left\{ F(\theta) \frac{f^{(2)}(\theta)}{\mu^{(2)}} \frac{d p_e}{d\theta} \frac{d\theta}{d\xi} \right\} = 0. \quad (3.98)$$

Границные условия должны быть подобраны в соответствии с требованием совпадения со значениями насыщенности с разных сторон от скачка (3.93), т.е.

$$\theta(-\infty) = \theta_+, \quad \theta(+\infty) = \theta_-. \quad (3.99)$$

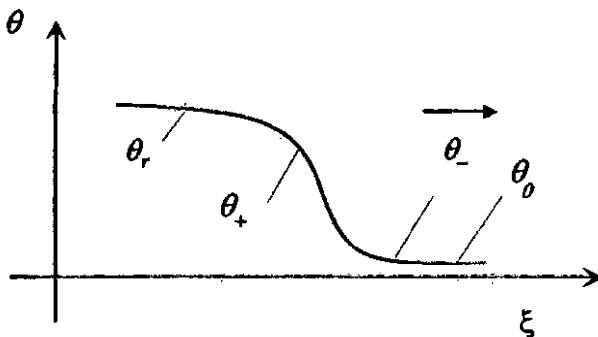


Рис. 3.17. Движущаяся структура фронтального скачка насыщенности от  $\theta_-$  до  $\theta_+$  (и от начального  $\theta_0$  до финитного  $\theta_R$  - по схеме поршневого вытеснения)

Если  $d\theta / d\xi \rightarrow 0$  при  $\xi \rightarrow -\infty$ , то из (3.98) следует первый интеграл

$$\begin{aligned} \frac{w(t)}{m} (F(\theta_+) - F(\theta)) - U(\theta_+ - \theta) + \\ + \frac{k}{m} F(\theta) \frac{f^{(2)}(\theta)}{\mu^{(2)}} \frac{d p_e}{d\theta} \frac{d\theta}{d\xi} = 0. \end{aligned} \quad (3.100)$$

Следующий этап интегрирования, теперь уравнения (3.100),

и определяет распределение насыщенности внутри стабилизированной зоны (он проводится численно и условно показан на рис. 3.17).

### 3.3.5. СХЕМА РАВНЫХ ФАЗОВЫХ СКОРОСТЕЙ

В противоположном случае - абсолютного отсутствия макрокапиллярных эффектов - меняется форма линий фазовых проницаемостей. Было экспериментально обнаружено, что в этом случае их кривизна уменьшается, и в пределе они становятся, по-видимому, прямыми (пунктир на рис. 3.14).

Более того, балансы масс (3.83) при этом совпадают с простыми уравнениями конвекции, если, конечно, фазовые плотности постоянны.

Насыщенность  $\theta$  играет роль объемной концентрации, а система (3.84) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} m \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k}{\mu} \theta \frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad p^{(1)} = p^{(2)} = p, \\ w_1 &= \theta w, \quad w = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \mu^{(1)} = \mu^{(2)}. \end{aligned} \quad (3.101)$$

Другим практически важным и простым вариантом может служить перенос микропузырьков газа, движущихся со скоростью  $w$ , самой жидкости, когда их насыщенность  $\theta$  в движущемся объеме жидкости не изменяется.

Тогда для плотности смеси имеем

$$\rho = A + Bp, \quad A = \rho^{(1)}(1 - \theta), \quad B = (\rho_0^{(2)} / p_0) \theta, \quad (3.102)$$

и использование этих выражений в балансах (3.83) приводит к нелинейному уравнению

$$m \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k}{\mu B} \frac{\partial \varphi^2}{\partial x} \right), \quad \varphi = A + Bp. \quad (3.103)$$

Последнее означает увеличение потенциала подземного потока по сравнению с обычным поровым давлением.

Подобные эффекты были замечены в нефтяных пластах (по данным измерений А.Е.Горбунова, представленным на рис. 3.18) в виде внезапного увеличения производительности скважин в момент достижения пластового давления, порогового для высвобождения растворенного в нефти газа.

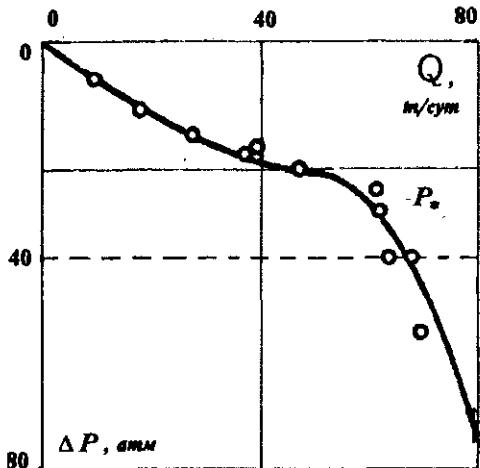


Рис. 3.18. Индикаторная линия нефтяной скважины с переходом - при  $p_w = p_*$  - к режиму высвобождения растворенного газа

Заметим, что в последующем эффект исчезает из-за роста газовых пузырьков (до размера пор), после чего становится справедливой концепция фазовых проницаемостей (и  $f^{(a)} < 1$ ).

### 3.4. Течения в трещиновато-пористых пластах

#### 3.4.1. НАПРЯЖЕНИЯ В ПЛАСТАХ ДВОЙНОЙ ПОРИСТОСТИ

Трещиноватые горные массивы могут считаться обычными пористыми средами, но с высоким уровнем анизотропии системы трещин, создаваемой за счет эффекта дилатансии под воздействием сдвиговых напряжений на этапах тектонической активности.

Однако, если трещиноватость возникает в первоначально пористом пласте, среда приобретает как бы двойную пористость:  $m^{(1)}$  и  $m^{(2)}$ , причем первая соответствует тектоническим трещинам, а вторая - начальным порам (рис.3.19).

Математическое моделирование таких сред основано на идее взаимопроникающих пористых континуумов [7,47,97,237].

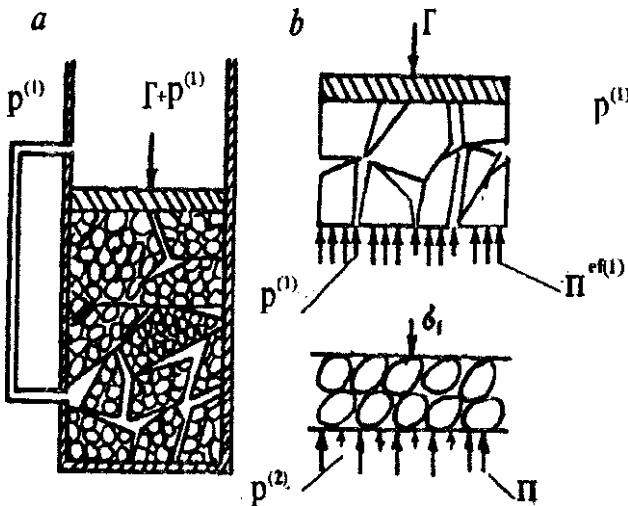


Рис. 3.19. Распределение нагрузки в трещиновато-пористом пласте

Полные (горные) напряжения  $\Gamma_y$ , создаваемые весом массивов и тектоническими процессами, уравновешиваются в пластах двойной пористости напряжениями  $\Pi_y$  и поровым давлением  $p^{(1)}$ , действующими в системе "блоки + трещины":

$$\Gamma_y = (1 - m^{(1)}) \Pi_y - m^{(1)} p^{(1)} \delta_y. \quad (3.104)$$

Можно ввести [97] также эффективные напряжения  $\Pi_y^{\text{eff}(1)}$ :

$$\Gamma_y = \Pi_y^{\text{eff}(1)} - p^{(1)} \delta_y. \quad (3.105)$$

Роль полных напряжений для второй (пористой) системы выполняют истинные напряжения в блоках  $\Pi_y$ :

$$\Pi_{ij} = \Pi_{ij}^{eff(2)} - p^{(2)} \delta_{ij}, \quad (3.106)$$

а  $\Pi_{ij}^{eff(2)}$  - это эффективные напряжения второго уровня в рассматриваемой системе.

Конечно, подобное локальное правило распределения напряжений приводит к несимметрии результирующей системы уравнений пьезопроводности.

Соответственно будем считать, что при постоянном напряжении  $\Gamma_{ij}$  справедливы связи

$$m^{(1)} = m^{(1)}(p^{(1)}), \quad k^{(1)} = k^{(1)}(p^{(1)}), \quad (3.107)$$

но параметры второй системы могут зависеть уже от обоих поровых давлений:

$$m^{(2)} = m^{(2)}(p^{(1)}, p^{(2)}), \quad k^{(2)} = k^{(2)}(p^{(1)}, p^{(2)}). \quad (3.108)$$

### 3.4.2. БАЛАНСЫ И ПЕРЕТОК МАСС

Главной чертой сред с двойной пористостью является массообмен, моделируемый объемно-распределенными источниками (стоками), пропорциональными разности давлений [7, 47]:

$$I_m = \frac{\rho}{\mu} \chi (p^{(1)} - p^{(2)}). \quad (3.109)$$

Здесь  $\chi$  - безразмерный коэффициент, зависящий от проницаемости пористых блоков  $k^{(2)}$ , а также от площади трещин ( $l^2 = A^{-1}$ , где  $l$  - масштаб трещины или блока):

$$\chi \approx k^{(2)} A \approx \frac{k^{(2)}}{l^2}. \quad (3.110)$$

В соответствии с этими соображениями, балансы масс формулируются раздельно для обоих взаимопроникающих пористых континуумов:

$$\frac{\partial}{\partial t} m^{(1)} \rho + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho w_i^{(1)} + I_m = 0; \quad (3.111)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} m^{(2)} \rho + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho w_i^{(2)} - I_m = 0, \quad (3.112)$$

равно как и законы фильтрации (по Дарси) - для континуума  $\alpha = 1, 2$  :

$$w_i^{(\alpha)} = - \frac{k^{(\alpha)}}{\mu} \frac{\partial}{\partial x_i} p^{(\alpha)}. \quad (3.113)$$

### 3.4.3. ЗОНЫ ИЗМЕНЕНИЙ ДАВЛЕНИЯ

Потоки однородной жидкости определяются следующей комбинацией уравнений (3.109) и (3.111) - (3.113) в виде полного баланса масс и баланса для континуума трещин:

$$(\eta_{(1)} + \eta_{(2)}) \frac{\partial p^{(1)}}{\partial t} + \frac{\partial p^{(2)}}{\partial t} = \kappa (\eta_{(2)} \nabla^2 p^{(2)} + \nabla^2 p^{(1)}); \quad (3.114)$$

$$\eta_{(1)} \frac{\partial p^{(1)}}{\partial t} - \frac{p^{(2)} - p^{(1)}}{\tau} = \kappa \nabla^2 p^{(1)}.$$

При этом введены два малых параметра

$$\eta_{(1)} = \frac{m_0^{(1)} \beta^{(1)}}{m_0^{(2)} \beta^{(2)}} \ll 1, \quad \eta_{(2)} = \frac{k^{(2)}}{k^{(1)}} \ll 1, \quad (3.115)$$

что означает относительную малость эффективной емкости системы трещин и проницаемости пор. Время релаксации  $\tau$  определяет запаздывание из-за обмена флюидами:

$$\tau = \mu m^{(2)} \beta^{(2)} / \chi. \quad (3.116)$$

Кроме того, введена эффективная пьезопроводность

$$\kappa = k^{(1)} / (m^{(2)} \beta^{(2)} \mu). \quad (3.117)$$

Коэффициент  $\eta_{(12)}$  учитывает относительную сжимаемость порового континуума при изменениях давления в континууме трещин; значение  $\eta_{(12)}$  предполагается даже меньшим, чем  $\eta_{(1)}$ .

Следующий шаг состоит в применении анализа размерностей к уравнению (3.114). Для этого введем [97] такие переменные, как

$$p^{(1)} = p_{(1)}, \quad p^{(2)} = \eta p_{(2)}, \quad p_{(1)} = O(p_{(2)}). \quad (3.118)$$

Тогда получим

$$\eta_{(1)} \frac{\partial p_{(1)}}{\partial t} + \eta \frac{\partial p_{(2)}}{\partial t} = \frac{\kappa T}{L^2} (\nabla^2 p_{(1)} + \eta_{(2)} \eta \nabla^2 p_{(2)}); \quad (3.119)$$

$$\eta_{(1)} \frac{\partial p_{(1)}}{\partial t} - \frac{\eta p_{(2)} - p_{(1)}}{\tau} T = \frac{\kappa T}{L^2} \nabla^2 p_{(1)}.$$

Отсюда видно, что слагаемыми с коэффициентами  $\eta_{(1)}, \eta_{(2)} \ll 1$  можно пренебречь только, если

$$\eta = O(1), \quad T = O(\tau), \quad L = O(\sqrt{\kappa \tau}). \quad (3.120)$$

Тогда течение будет описываться системой уравнений

$$\frac{\partial p^{(2)}}{\partial t} = \kappa \nabla^2 p^{(1)}; \quad (3.121)$$

$$\kappa \nabla^2 p^{(1)} - \frac{p^{(2)} - p^{(1)}}{\tau} = 0.$$

Заметим, что система (3.121) эквивалентна уравнению

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \tau \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 p + \kappa \nabla^2 p, \quad (3.122)$$

где  $p$  может быть и  $p^{(1)}$  и  $p^{(2)}$ . Различие связано лишь выбором начальных и граничных условий.

Для малых интервалов времени и существенных расстояний

$$T_0 = O(\eta_{(1)} \tau), \quad L_0 = O(\sqrt{k\tau}) \quad (3.123)$$

второе уравнение системы (3.119) определяет нестационарный процесс пьезопроводности по системе трещин со стоками в пористые блоки

$$\frac{\partial p^{(1)}}{\partial t} + \frac{p^{(1)}}{\tau \eta_{(1)}} = \frac{\kappa}{\eta_{(1)}} \nabla^2 p^{(1)}. \quad (3.124)$$

Асимптотическое решение этого уравнения определяет изменения начальных условий - от нулевого до значения, соответствующего уравнениям (3.121).

Эффективное время релаксации  $\tau \eta_{(1)}$  намного меньше, чем в уравнениях (3.121), но эффективная пьезопроводность  $\kappa / \eta_{(1)}$  существенно больше, чем в (3.121).

Для масштаба обычного времени, но малых расстояний

$$T_* = O(\tau), \quad L_* = O(\sqrt{k\tau \eta_{(2)}}) \quad (3.125)$$

система (3.119) приводит к уравнению для давлений в системе пор

$$\eta_{(2)} \kappa \nabla^2 p^{(2)} = \frac{\partial p^{(2)}}{\partial t} + \frac{p^{(2)}}{\tau}, \quad (3.126)$$

выполняющемуся в узкой зоне у границы среды. Здесь эффективная пьезопроводность  $\eta_{(2)} \kappa$  уменьшена, а интенсивность стока  $p^{(2)} / \tau$  компенсируется источником для системы трещин:

$$\kappa \nabla^2 p^{(1)} + \frac{p^{(2)}}{\tau} = 0. \quad (3.127)$$

Уравнение (3.127) является следствием таких же оценок, как и для (3.126). Решения (3.126) соответствуют изменениям граничного условия, когда жидкость проникает в поровое пространство среды, минуя систему трещин.

Предположим теперь, что трещиновато-пористая среда контактирует с некоторой жидкостной системой через свое поровое пространство. Интегрирование уравнения (3.126) поперек узкой контактной зоны  $L$  приводит к соотношению

$$\eta_{(2)} \kappa \left[ \frac{\partial p^{(2)}}{\partial x} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \langle p^{(2)} \rangle + \frac{1}{\tau} \langle p^{(2)} \rangle, \quad (3.128)$$

где  $\langle p \rangle$  - среднее значение для контактной зоны  $L$ .

В силу второго условия (3.115) потоками в левой части (3.128) можно пренебречь, и это уравнение включает в себя только средние значения давления (в зоне  $L$ ):

$$\frac{d}{dt} \langle p^{(2)} \rangle + \frac{1}{\tau} \langle p^{(2)} \rangle = 0. \quad (3.129)$$

Последующее интегрирование определяет спад указанного среднего во времени

$$\langle p^{(2)} \rangle = \langle p^{(2)} \rangle_0 \exp(-t / \tau). \quad (3.130)$$

При этом начальное пластовое давление  $p_0$  и граничное давление  $p_* \equiv p_-^{(2)}$  могут быть введены в (3.130), что дает

$$p_+^{(2)} - p_* = (p_0 - p_*) \exp(-t / \tau). \quad (3.131)$$

Таким образом, получено эффективное граничное значение  $p_+^{(2)}$ , необходимое для решения уравнения (3.126).

Аналогичный анализ показывает, что начальный скачок дав-

лений ( $p_+^{(1)} - p_-^{(1)}$ ) на границе системы трещин затухает мгновенно.

Итак, измерение нестационарных изменений давления на забое скважины дает возможность в принципе ответить на вопрос об условиях контакта скважины с пластом.

Полный фильтрационный поток определяется градиентом давления

$$\begin{aligned} w_j &= -\frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x_j} + \eta_{(2)} \frac{\partial p^{(2)}}{\partial x_j} \right) \approx -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x_j} \approx \\ &\approx -\frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial p^{(2)}}{\partial x_j} + \tau \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial x_j \partial t} \right), \end{aligned} \quad (3.132)$$

причем использованы развитые ранее приближения.

#### 3.4.4. НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПРИТОК ИЗ ТРЕЩИНОВАТОГО ПЛАСТА

Можно показать, что в осесимметричном случае выполняется следующее довольно сложное решение уравнений (3.114), математически моделирующее [97] приток жидкости к скважине из бесконечного плоского пласта:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi k h \rho}{Q \mu} (p_0 - p^{(1)}) &= F_1(r, t) + \\ &+ \frac{1}{\tau} \int_0^t F_1(r, z) dz - \eta_2^{3/2} F_2(r, t); \end{aligned} \quad (3.133)$$

$$\begin{aligned} \frac{2\pi k h \rho}{Q \mu} (p_0 - p^{(2)}) &= \eta_{(2)} F_1(r, t) + \\ &+ \frac{1}{\tau} \int_0^t F_2(r, z) dz + \sqrt{\eta_{(2)}} F_3(r, t). \end{aligned}$$

Здесь

$$F_1(r, t) = \frac{1}{2} e^{-t/\tau} \int_0^r I_0 \left( 2 \frac{t}{\tau} \sqrt{\frac{z(1-z)}{\eta_{(1)}}} \right) \exp \left( -\frac{t}{\tau} \frac{z}{\eta_{(1)}} - \frac{r^2}{4kt} \frac{\eta_{(1)}}{z} \right) \frac{dz}{z};$$

$$F_2(r, t) = \frac{t}{r\tau} \sqrt{kt} \exp \left( -\frac{t}{\tau} - \frac{r^2}{8\eta_{(2)}kt} \right) W_{-3/2, 0} \left( \frac{r^2}{4\eta_{(2)}kt} \right); \quad (3.134)$$

$$F_3(r, t) = \frac{\sqrt{kt}}{r} \exp \left( -\frac{t}{\tau} - \frac{r^2}{8\eta_{(2)}kt} \right) W_{-1/2, 0} \left( \frac{r^2}{4\eta_{(2)}kt} \right),$$

где  $W_{p,q}$  - функция Уиттекера,  $I_0$  - модифицированная функция Бесселя первого типа,  $\eta_{(1)} \gg \eta_{(2)}$  и при этом выполнены условия

$$\begin{aligned} p^{(1)} &= p^{(2)} = p_0 \quad ; \quad t = 0; \\ p^{(1)} &= p^{(2)} \quad ; \quad r = r_w \approx 0; \\ r \left( \frac{\partial p^{(1)}}{\partial r} + \eta_{(2)} \frac{\partial p^{(2)}}{\partial r} \right) &= \frac{Q\mu}{2\pi k\rho h}. \end{aligned} \quad (3.135)$$

Приближенное решение уравнения (3.124), которое уже не включает параметр  $\eta_{(2)}$ , имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{2\pi k\rho h}{Q\mu} (p_0 - p^{(1)}) &\approx 0.80908 - \frac{1}{2} \ln \frac{r}{\sqrt{kt}}; \\ -\frac{1}{2} Ei \left( -\frac{t(1 + \eta_{(1)})}{\tau \eta_{(1)}} \right) + \frac{1}{2} Ei \left( -\frac{t(1 + \eta_{(1)})^2}{\tau \eta_{(1)}} \right). \end{aligned} \quad (3.136)$$

Оба эти решения соответствуют нестационарному полю

172

давлений в пласте после включения скважины с массовым дебитом  $Q$  и если

$$p_w(t) = p(r_w, t), \quad t \geq 0 \quad (3.137)$$

Мгновенное выключение стационарно работающей скважины приводит к процессу восстановления давления. Измеренное давление на забое скважины  $p_w(t) = p(r_w, t)$  как функция времени может быть интегрально преобразовано (по Лапласу) в функцию  $P_w(s)$ , а именно:

$$P_w^{(a)}(x, s) = \int_0^{\infty} p_w^{(a)}(x, t) e^{-st} dt. \quad (3.138)$$

Функцию  $P_w(s)$  можно отождествить с трансформантами давления  $P_w^{(1)}(s)$  или  $P_w^{(2)}(s)$  в зависимости от того, какая из них комбинируется согласно (3.139) в прямую линию в полулогарифмической системе координат ( $C = 0,5772$ ):

$$\begin{aligned} s P_w^{(1)}(s) &= s(1 + st) P_w^{(2)}(s) = \\ &= \frac{Q\mu}{2\pi k \rho h} \left( -\ln \frac{C}{2} - \frac{1}{2} \ln \frac{r_w}{\kappa} + \frac{1}{2} \ln \left( \tau + \frac{1}{s} \right) \right). \end{aligned} \quad (3.139)$$

Таким способом, в принципе возможно определить тип гидравлической связи скважины с пластом - попал ли ее забой в пористый блок или пересек систему трещин. Конечно, об этом можно судить и по продуктивности скважины (3.50), которая определяет комбинацию

$$\frac{Q\mu}{2\pi k \rho h} = \frac{p_w - p_0}{\ln(R/r_w)}, \quad (3.140)$$

а значение  $\tau$  можно найти методом подбора. Заметим, что время релаксации  $\tau$  может быть самым различным (по данным А.Бана - от первых минут до часов).

### 3.4.5. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ТРЕЩИНОВАТОСТИ И ПОРИСТОСТИ

В пластах двойной пористости нелинейные эффекты существенны в случае фильтрации газа и (или) при изменении проницаемости системы трещин. Первый эффект учитывается путем введения функции Лейбензона в формулу (3.110) обмена массами между блоками и трещинами, а также в выражения для потоков. Например, течения идеального газа описываются [48] системой

$$\begin{aligned}\frac{\partial p^{(2)}}{\partial t} &= \kappa \nabla^2 (p^{(1)})^2, \\ (p^{(1)})^2 - (p^{(2)})^2 &= \kappa \nabla^2 (p^{(1)})^2,\end{aligned}\quad (3.141)$$

заменяющей ее линейный вариант (3.121).

Аналогичный подход был предложен для учета изменений проницаемости (с пластовыми давлениями) путем введения функции Лейбензона:

$$\Phi(p) = \frac{1}{\alpha} \exp(-\alpha p^{(1)}). \quad (3.142)$$

Результирующие уравнения могут быть линеаризованы для последующего аналитического исследования, причем выражения для потоков следует сохранять соответствующими нелинейному варианту, а все приближения вносить в слагаемые с производными по времени.

## 3.5. Фильтрационно-конвективная диффузия

### 3.5.1. ОСРЕДНЕНИЕ ПОЛЕЙ КОНЦЕНТРАЦИЙ

Распространение меченых частиц в подземных потоках сопровождается дисперсией из-за различий в размерах и геометрии пересекающихся поровых каналов.

Без сомнений, исследование следует начинать с микроуровня, на котором поля концентраций  $C'$  соответствуют

обычному уравнению молекулярной диффузии с коэффициентом  $D_m$  и скоростью конвекции  $v_i'$ :

$$\frac{\partial C'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( D_m \frac{\partial C'}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial (C' v_i')}{\partial x_i}. \quad (3.143)$$

Осреднив это уравнение по объему  $\Delta V_f$ , занятому жидкостью в элементарном макрообъеме  $\Delta V = \Delta X_1 \Delta X_2 \Delta X_3$ , получим для баланса массы меченых частиц в этом объеме такое интегральное представление:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Delta V_f} C' dV = & \int_{A_m} D_m \frac{\partial C'}{\partial x_i} n_i dA - \int_{A_m} C' v_i' n_i dA + \\ & + \int_{A_m} D_m \frac{\partial C'}{\partial x_i} n_i dA - \int_{A_m} C' v_i' n_i dA, \end{aligned} \quad (3.144)$$

где  $\Delta A_f$  - часть поверхности, ограничивающей этот объем  $\Delta V$  и занятой жидкостью;  $A_m$  - поверхность твердой матрицы внутри  $\Delta V$ .

Таким образом, первые два слагаемых в правой части баланса (3.144) определяют потоки массы внутрь и вне  $\Delta V$ .

Вторая пара соответствует адсорбции частиц на внутренних поверхностях.

Можно ввести среднее значение концентраций для жидкого объема:

$$C(X_i, t) = \frac{1}{\Delta V_f} \int_{\Delta V_f} C' dV. \quad (3.145)$$

Введение макроконцентрации в интегральный баланс (3.144) сводит последний к макродифференциальному уравнению

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial a}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X_i} (D_i^0 + D_i) \frac{\partial C}{\partial X_i} - v_i \frac{\partial C}{\partial X_i}, \quad (3.146)$$

где использованы следующие обозначения:

$$v_i = \frac{1}{\Delta S_f} \int_{\Delta S_f} v_i dS; \quad D_{ij}^0 \frac{\partial C}{\partial X_j} = \frac{1}{\Delta S_f} \int_{\Delta S_f} D_m \frac{\partial C'}{\partial x} n_i dS; \quad (3.147)$$

$$D_{ij} \frac{\partial C}{\partial X_j} = \frac{1}{\Delta S_f} \int_{\Delta S_f} (C' - C)(v_i' - v_i) dS = \frac{1}{\Delta S} \int_{\Delta S_f} C' v_i' dS.$$

Площадь  $\Delta A_f$  составлена из шести граничных поперечных сечений  $\Delta S_f$ , определяемых ортами  $n_j$  системы координат. Здесь  $(\partial / \partial x_i) n_i = \partial / \partial x_i$ ,  $D_{ij}^0 = t_{ij} D_m$ ,  $t_{ij}$  - тензор "извилистости" порового пространства, а верхний знак (\*) означает пульсационную часть рассматриваемой величины.

Процесс адсорбции учитывается распределенными по объему стоками (десорбции - источниками) [16]:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \int_{A_m} \left( D_m \frac{\partial C'}{\partial x_i} + C' v_i \right) n_i dA. \quad (3.148)$$

### 3.5.2. ТЕНЗОРНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ДИФФУЗИИ

Теперь рассмотрим коэффициент фильтрационной диффузии  $D_{ij}$ , который зависит от вектора скорости  $v_i$  [135].

Начнем с изотропной (в среднем) микроструктуры пористой среды, которая не вносит никаких дополнительных векторных параметров.

Умножим  $D_{ij}$  на два произвольных вектора  $b_i$ ,  $d_j$ . Полученное произведение будет скаляром [86]

$$D_{ij} b_i d_j = \phi (b_i d_i, b_i v_i, d_i v_i), \quad (3.149)$$

который является функцией указанных скалярных произведений. Поскольку слева в (3.149) стоит линейная форма, функция  $\phi$  также линейно зависит от векторов  $b_i$  и  $d_j$ .

Таким образом мы приходим к геометрической связи

$$D_{ij} = A v_i v_j + B \delta_{ij}, \quad (3.150)$$

где использовалось условие произвольности векторов  $b_i$  и  $d_j$ .

Теперь сопоставим размерности:

$$\text{Dim } \{D_{ij}\} = L^2 T^{-1}, \quad \text{Dim } \{v_i\} = LT^{-1}, \quad (3.151)$$

что приводит к соотношению

$$\text{Dim } \{D_{ij}\} = L v_j. \quad (3.152)$$

Если скомбинировать результаты (3.150) и (3.152), то получим [86] итоговую связь:

$$D_{ij} = Q_{ijkl} \frac{w_k}{|w_k|} \frac{w_l}{m}; \quad (3.153)$$

$$Q_{ijkl} = (\lambda_1 - \lambda_2) \delta_{ik} \delta_{jl} + \lambda_2 \delta_{ij} \delta_{kl}, \quad (3.154)$$

где вместо истинной средней скорости использована скорость фильтрации  $w_i$  - в соответствии с выражением (2.64).

Соотношение (3.153) справедливо в общем случае, но выражение (3.154) соответствует изотропной пористой среде.

Параметры  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  являются внутренними характерными длинами пористой среды.

### 3.5.3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДИФФУЗИИ

Если сравнить фильтрационную диффузию с броуновским движением, то  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  - это "длины свободного пробега" в продольном и поперечном направлениях относительно потока. Длина  $\lambda_i$  пропорциональна диаметру зерна (или  $\sqrt{k / m}$ , где  $k$  - проницаемость).

Параметры  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  могут быть функциями чисел Пекле (Pe) и Рейнольдса (Re), соотносящихся таким образом :

$$Pe = \frac{|v_i| d}{D_m} = \frac{|v_i| d}{\nu} \frac{\nu}{D_m} = Re \ Pr, \quad (3.155)$$

где  $Pr = (\nu / D_m)$  - число Прандтля, которое включает в себя кинематическую вязкость флюида  $\nu$ . Известно, что  $Pr = 1$  для газов, но для жидкостей  $Pr = 10^2 - 10^3$ . Поэтому  $Pe$  и  $Re$  - неэквивалентны.

Эксперименты (рис. 3.20) показывают, что коэффициенты продольной диффузии для потоков газа и жидкости совпадают при использовании числа Рейнольдса  $Re$ . Это обстоятельство подчеркивает именно гидродинамический (а не молекулярный) характер фильтрационной дисперсии при  $Re \geq 10^{-3}$ , где пропорциональность  $D$  и скорости  $v$  очевидна. Это означает, что  $\lambda = \text{const}$ .

Однако для меньших значений  $Re$  была обнаружена зависимость  $D$  от  $Pe$  (и  $\lambda$  от  $W$ ).

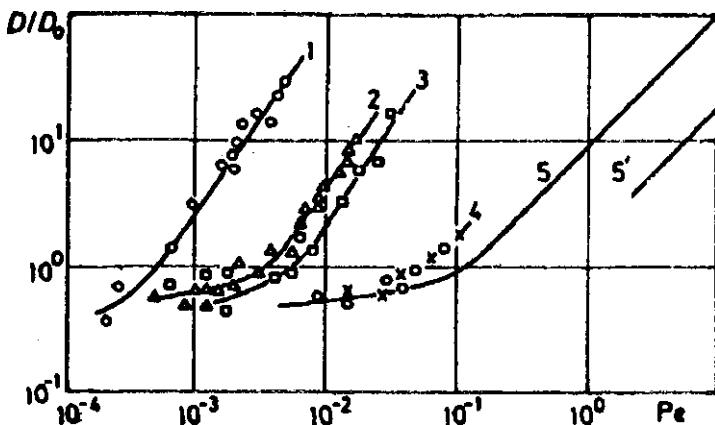


Рис. 3.20. Зависимость коэффициента диффузии от внутреннего числа Рейнольдса (кривые 1-4 - диапазон потоков жидкости,  $Pr = 1000$ , при разных проницаемостях; 5-5' - диапазон для потоков газа,  $Pr=1$ )

Закон Дарси нарушается при  $Re \geq (10^{-2} + 10^{-1})$  для интервала проницаемости [200]

$$0,1 \leq k \leq 1 \quad (\text{дарси}). \quad (3.156)$$

Тогда снова  $\lambda = \lambda(\text{Re})$ , но для

$$0,1 \leq \text{Re} \leq 10 \quad (3.157)$$

опять имеем интервал постоянного значения

$$\lambda \approx 0,1 \sqrt{k/m}.$$

Приведем здесь экспериментальные данные, относящиеся к речным пескам:

$$\lambda_1 = 0,127 \text{ см}; \quad \lambda_2 = 0,0089 \text{ см}; \quad \lambda_1 / \lambda_2 \approx 14,2; \quad (3.158)$$

$$(D_1 / \nu) = 83 \text{ Re}^{1,2}; \quad k = 10^{(-10)} \text{ м}^2 = 100 \text{ дарси}$$

и к гравиям:

$$(D_1 / \nu) = 54 \text{ Re}^{1,2}; \quad k = 3 \times 10^{-9} \text{ м}^2 = 1000 \text{ дарси}, \quad (3.159)$$

$$(D_2 / \nu) = 2,95 \text{ Re}^{0,7}; \quad D_1 / D_2 \approx 18,3.$$

### 3.5.4. РЕКОМЕНДАЦИИ К ДИСПЕРСИИ В ПЛОСКИХ ПОТОКАХ

Для плоских потоков можно вводить так называемую "естественную" систему координат  $\varphi = \text{const}$ ,  $\psi = \text{const}$ , где

$$v_i = \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}, \quad v_1 = \frac{\partial \psi}{\partial x_2}, \quad v_2 = -\frac{\partial \psi}{\partial x_1}, \quad (3.160)$$

т.е.  $\varphi$  - потенциал;  $\psi$  - функция тока.

Тогда уравнения (3.146) и (3.154) принимают [21, 200] следующую форму:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial a}{\partial t} = \nu^2 \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( (\lambda_1 |v| + D_0) \frac{\partial C}{\partial \varphi} - C \right) + \\ + \nu^2 \frac{\partial}{\partial \psi} \left( (\lambda_2 |v| + D_0) \frac{\partial C}{\partial \psi} \right). \end{aligned} \quad (3.161)$$

Это уравнение использовалось для расчета дисперсии примеси в сложных фильтрационных потоках, когда применение обычных декартовых систем координат, не связанных с линиями тока, приводило к появлению отдельных отрицательных компонент тензора коэффициента диффузии.

### 3.5.5. АДСОРБЦИЯ И ЗАДАЧИ ЭКОЛОГИИ

Скорость адсорбции примеси зависит от разности ее концентрации в жидкой фазе и равновесного значения для адсорбированной массы [14]:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \beta (C - y). \quad (3.162)$$

Равновесное значение  $y$  может соответствовать изотерме Генри

$$y = a / \gamma, \quad (3.163)$$

где  $\gamma$  - константа Генри,  
или же изотерме Лангмюра

$$a = \frac{y}{q + py}, \quad (3.164)$$

где  $q$  и  $p$  - также константы системы (флюида, примеси и пористой среды).

Все эти коэффициенты весьма чувствительны к температуре, что позволяет контролировать процесс адсорбции.

Границные условия формулируются на основе балансов масс. На входе в пористую среду оказывается достаточным задание концентраций

$$C_*(t) \equiv C^+ = C^-, \quad x = 0, \quad (3.165)$$

где  $C_*$  - концентрация во флюиде, нагнетаемом в пласт через рассматриваемую границу (3.165).

На выходе из среды значение  $C(t)$  может быть измерено, но задавать его нельзя.

Поэтому следует воспользоваться [98] балансом масс с учетом интенсивной диффузии внутри пористой среды и ее сравнительного отсутствия вне ее:

$$wC^+ = wC^- - D(\partial C / \partial n). \quad (3.166)$$

Поскольку  $C^+ \equiv C^-$ , приходим к условию Данкуерта [150]:

$$\partial C / \partial n = 0, \quad (3.167)$$

где  $n$  - нормаль к границе истечения из среды.

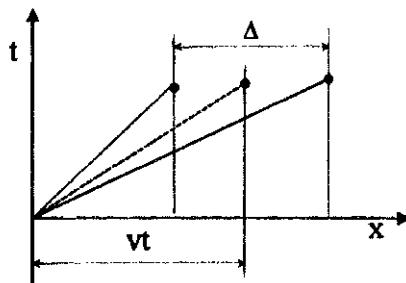
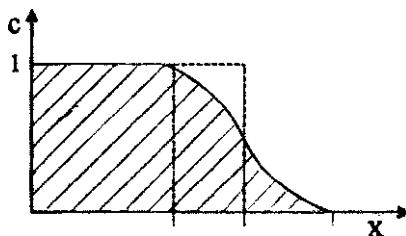


Рис. 3.21. Дисперсия динамически нейтральной примеси при фильтрационно-конвективной диффузии

Рассмотрим некоторые характерные черты фильтрационно-конвективной диффузии. Зона дисперсии  $\Delta$ , определяемая как и в обычной теории диффузии (рис.3.21), приводит в силу (3.153) к следующему выражению:

$$\Delta \approx \sqrt{Dt} \approx \sqrt{\lambda L}. \quad (3.168)$$

Тем самым дисперсия  $\Delta$  не зависит от скорости конвекции и времени, но зависит от пройденного расстояния  $L$ .

Перенос массы - (3.146) и (3.154) - с учетом эффекта адсорбции по Генри (3.163) сводится в случае одномерного плоского потока к простому релаксационному уравнению

$$\Theta_a \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial C}{\partial t} - D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \\ + \left( \frac{\partial C}{\partial t} - \frac{D}{1+\gamma} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\nu}{1+\gamma} \frac{\partial C}{\partial x} \right) = 0, \quad (3.169)$$

где  $\Theta_a$  - время адсорбционной релаксации:

$$\Theta_a = \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{1}{\beta}. \quad (3.170)$$

Если  $T \ll \Theta_a$ , то действует только первый диффузионный оператор и происходит обычный диффузионный процесс с пренебрежимой адсорбцией. Однако если  $T \gg \Theta_a$ , то путем введения эффективного времени [98]

$$t^{(\gamma)} = \frac{t}{(1+\gamma)} \quad (3.171)$$

получим уравнение

$$\frac{\partial C}{\partial t^{(\gamma)}} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial C}{\partial x}. \quad (3.172)$$

Каждая химическая компонента раствора имеет свой характерный параметр  $\gamma^{(a)}$ , а следовательно, и свое эффективное время адсорбции. Поэтому адсорбируемые компоненты, распространяющиеся с общей скоростью конвекции и коэффициентом диффузии, разделяются по потоку. Соответствующий процесс называют химической хроматографией.

Обращаясь к роли адсорбции и диффузии в экологии, под-  
182

черкнем, что чем выше концентрация  $C$  в потоке, тем интенсивнее идет адсорбционная очистка флюида в соответствии с уравнением (3.162). Поэтому процесс диффузии уменьшает значения  $C$ , а следовательно, и скорость адсорбции.

Как можно увидеть, все расчеты переноса массы в фильтрационных потоках без диффузии дают нижнюю оценку реального распространения, скажем, промышленных сточных вод или иных опасных примесей.

На рис. 3.22 дан расчет проникания радионуклидов в горный массив через 25 минут после подземного ядерного взрыва.

Опасность оказалась заниженной на порядок (пунктир), если диффузия не учтена, - по сравнению с реальным процессом и с диффузией и с адсорбцией [200].

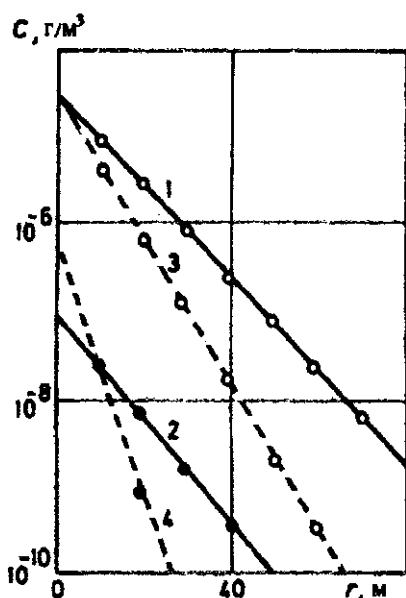


Рис. 3.22. Поля концентрации радиоактивных цезия (1,3) и ксенона (2,4) при (1,2) и без (3,4) учета диффузии в окрестности сферической полости взрыва

Определенные усилия были также предприняты для учета отдельных трещин в горных массивах, для чего использовались методы теории вероятностей и фракталей [38, 219].

## Глава 4

# СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПЛАСТАХ

## 4.1. Взаиморастворимые и газоконденсатные течения

### 4.1.1. ГИДРОДИНАМИКА ВЗАИМОРАСТВОРИМЫХ СМЕСЕЙ

В случае потоков смесей взаиморастворимых фаз баланс масс должен формулироваться [98] для каждой компоненты во всех фазах, т.е.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho^{(\alpha)} C_{(k)}^{(\alpha)} m \theta^{(\alpha)}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho^{(\alpha)} C_{(k)}^{(\alpha)} w_j^{(\alpha)}) = \Sigma_{\beta} N_{(k)}^{(\alpha\beta)}. \quad (4.1)$$

Здесь индексы фаз  $(\alpha)$ ,  $(\beta)$  соответствуют значениям  $(1)$ ,  $\dots$ ,  $(J)$ ;  $(k) = (1)$ ,  $\dots$ ,  $(K)$ , - индексы компонент;  $C_{(k)}^{(\alpha)}$  - массовая концентрация компоненты  $k$  в фазе  $\alpha$ ;  $\theta^{(\alpha)}$  - насыщенность порового пространства фазой  $\alpha$ ;  $N_{(k)}^{(\alpha\beta)}$  - массообмен компонентой  $k$  между фазами  $\alpha$  и  $\beta$ .

Число уравнений (4.1) равно  $JK$ .

Предположим, что для течений взаиморастворимых флюидов применим обобщенный закон Дарси

$$w_j^{(\alpha)} = - \frac{k^{(\alpha)}(\theta^{(\alpha)})}{\mu^{(\alpha)}} \nabla_j p^{(\alpha)} \quad (4.2)$$

с использованием традиционной концепции фазовых проницаемостей (раздел 3.3)

$$k^{(\alpha)} = k f^{(\alpha)}(\theta^{(\alpha)}) \quad (4.3)$$

и теми же самыми относительными проницаемостями  $f^{(\alpha)}(\theta^{(\alpha)})$ , как и в случае потоков смесей нерастворимых флюидов.

Конечно, здесь

$$\sum_a \theta^{(a)} = 1,$$

а  $k$  - абсолютная проницаемость среды. Разница фазовых давлений  $p^{(a)}(\theta^{(a)})$  определяется капиллярными силами, которые меняются по мере взаимного растворения флюидов (фаз) и соответственного выравнивания их составов.

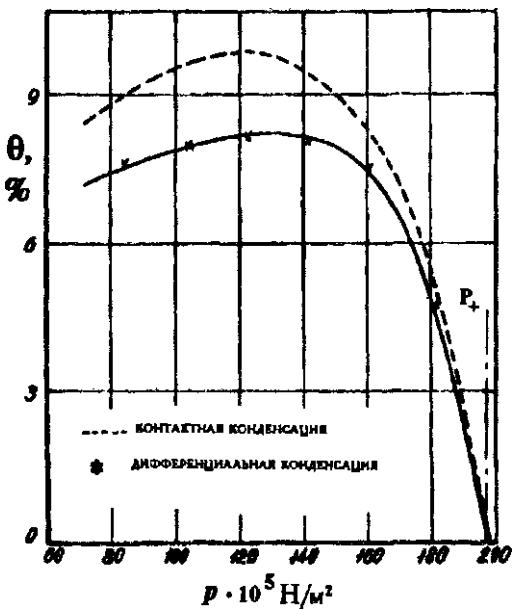


Рис. 4.1. Экспериментальные данные о ретроградной конденсации смеси углеводородов в РВТ-бомбе (насыщенность жидкой фазы  $\theta$  дана в % от объема бомбы)

Наиболее важными представляются течения газоконденсатных смесей, обусловленных эффектом так называемой ретроградной конденсации, происходящим из-за молекулярного взаимодействия различных типов тяжелых углеводородных газов в диапазоне давлений  $p$ :

$$p_- \leq p \leq p_+, \quad (4.4)$$

ограниченном (рис.4.1) пороговыми значениями  $p_-$ ,  $p_+$ . При этом можно ограничиться двумя рядами фазовых концентраций  $g_{(k)}$  и  $l_{(k)}$  соответственно в газовой ( $\alpha = g$ ) и в жидкой ( $\beta = l$ ) фазах:

$$\sum_k^N g_{(k)} = 1, \quad \sum_k^N l_{(k)} = 1. \quad (4.5)$$

Скорость массообмена между фазами пропорциональна [98, 203] разности химических потенциалов  $\chi_{(k)}^{(\alpha)}$ :

$$N_{(k)}^{(\alpha\beta)} = \frac{\chi_{(k)}^{(\alpha)} - \chi_{(k)}^{(\beta)}}{t_{(k)}^{(\alpha\beta)}}, \quad (4.6)$$

где  $t_{(k)}^{(\alpha\beta)}$  - время релаксации.

#### 4.1.2. ЗАКОН РАВНОВЕСИЯ ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМ

Пусть в фильтрационном потоке реализуются условия локального термодинамического равновесия, т.е. массообмен происходит (по сравнению с изменениями фильтрационного течения в целом) как бы мгновенно. Тогда

$$\chi_{(k)}^{(s)} = \chi_{(k)}^{(l)}, \quad (4.7)$$

и фазовые давления и температуры равны

$$p^{(s)} = p^{(l)}; \quad (4.8)$$

$$T^{(s)} = T^{(l)} \quad (4.9)$$

При этом важно выделить независимые параметры, определяющие условия равновесия, или, иначе, так называемые химические степени свободы, которые и будут аргументами для концентраций компонент  $g_{(k)}$  и  $l_k$ . Рассмотрим этот вопрос.

Полное число переменных является суммой числа концен-

тракций  $J(K-1)$ , числа насыщенностей  $J-1$  плюс два (давление и температура):

$$J(K-1) + 2 + (J-1) = JK + 1. \quad (4.10)$$

В условиях локального термодинамического равновесия эти переменные взаимосвязаны равенствами (4.7), число которых равно  $K(J-1)$ .

При этом число необходимых балансов для масс (4.1) уменьшается и равно просто числу компонент в смеси  $K$ .

Каждый из балансов теперь включает массы компонент, находящихся в обеих фазах:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} m(\rho^{(g)} \theta^{(g)} g_{(k)} + \rho^{(l)} \theta^{(l)} l_{(k)}) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho^{(g)} g_{(k)} w_j^{(k)} + \rho^{(l)} l_{(k)} w_j^{(l)}) = 0. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Таким образом, число независимых переменных, соответствующих эффективной системе (4.11), равно разности

$$(JK + 1) - K(J - 1) = K + 1, \quad (4.12)$$

что соответствует добавлению еще одного уравнения - баланса тепла.

В изотермическом случае, когда  $T = \text{const}$ , число (4.12) совпадает с числом уравнений (4.11).

Если химические потенциалы  $\chi_{(k)}^{(\alpha)}$  зависят также и от фазовых насыщенностей  $\theta^{(\alpha)}$ , то число аргументов для  $g_{(k)}$  и  $l_{(k)}$  будет точно определяться формулой (4.12), которая включает в себя и число насыщенностей.

При этом следовало бы сохранять различие фазовых давлений; более того, данные о распределении концентраций пришлось бы находить путем измерений на PVT-бомбах для смесей, заполняющих реальную пористую среду.

Однако, если влияние фазовых насыщенностей (другими словами, капиллярных сил) на химические потенциалы преенебрежимо мало, то начальное число (4.10) уменьшится на число насыщенностей и будет равно

$$J(K-1) + 2. \quad (4.13)$$

Тогда число степеней свободы  $d_f$  будет определяться правилом фаз Гиббса как разница числа (4.13) и  $K(J-1)$ :

$$d_f = J(K-1) + 2 - K(J-1) = K - J + 2. \quad (4.14)$$

Это означает, в частности, что распределению компонент по фазам в газоконденсатных потоках ( $J = 2$ ) в изотермических условиях пласта соответствует значение  $d_f = K - 1$ .

В изотермическом случае растворение газа в нефти ( $K = 2$ ) определяется значением  $d_f = 1$ . Иначе, содержание газа в жидкой фазе  $l = l(p)$  является функцией порового давления, равно как и присутствие нефтяной (тяжелой) компоненты в газовой фазе  $g = g(p)$ .

Состояние газированной нефти определяется практически только растворимостью газа в нефти, зависящей от давления (и от температуры как постоянного пластового параметра, но не параметра процесса течения).

Трехкомпонентная смесь углеводородов в пласте характеризуется распределением компонент по газовой и жидкой фазам, которое зависит от давления и одной независимой концентрации  $C_f$  в соответствии с правилом фаз Гиббса (4.14):

$$g_k = g_k(p, C_f), \quad l_k = l_k(p, C_f), \quad T = \text{const}. \quad (4.15)$$

Параметр  $C_f$  иногда удобно задать в виде [98, 203]

$$C_f = \frac{l_{(2)}}{l_{(2)} + l_{(3)}}. \quad (4.16)$$

Однако вместо (4.16) можно использовать в качестве параметра Гиббса и давление "схождения" - как это рекомендуется в некоторых руководствах.

#### 4.1.3. PVT-МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАСТА

Уравнения балансов (4.11) можно использовать для интерпретации данных измерений при "контактной" и "дифференциальной" конденсации в PVT-бомбы.

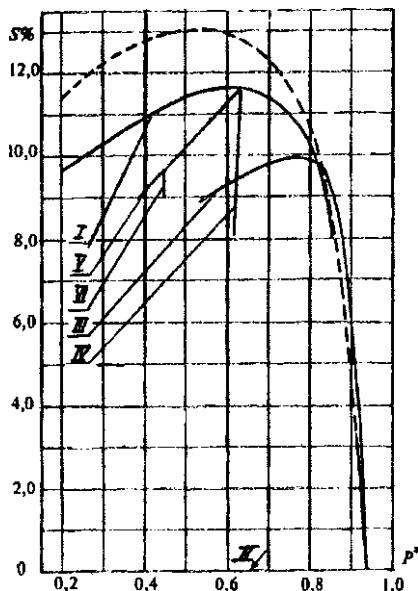


Рис. 4.2. Расчеты ретроградной конденсации в ходе рециркуляции газа (вариант 1 - дифференциальная конденсация,  $\beta_{(k)} = 0$ ; II - возврат жирного газа,  $\beta_{(1)} = 1$ ;  $\beta_{(2)} = \beta_{(3)} = 0$ ; III, V -  $\beta_{(1)} = 0,5$ ;  $\beta_{(2)} = \beta_{(3)} = 0$ ; IV, VI -  $\beta_{(1)} = \beta_{(2)} = \beta_{(3)} = 1$ )

Для этой цели уравнения (4.11) следует осреднить по объему бомбы:

$$\frac{d}{dt} V \{ g_k \rho^{(g)} (1 - \Theta) + l_{(r)} \rho^{(l)} \} = - g_{(k)} (1 - \beta_{(k)}) Q, \quad (4.17)$$

где  $V$  - ее объем бомбы;  $Q$  - средняя интенсивность массового отбора газа;  $\beta_{(k)}$  - часть газа, возвращаемая в бомбу специально для испарения остаточного жидкого конденсата.

Как можно видеть, уравнение (4.17) можно применять для расчета баланса масс углеводородов во всем объеме пласта.

Именно поэтому РВТ-бомбу можно использовать и непосредственно для лабораторного моделирования пласта в целом.

В ходе "контактной" конденсации объем  $V = V(t)$  бомбы меняется во времени, но потоки газа исключены ( $Q = 0$ ).

Процесс "дифференциальной" конденсации характеризуется условиями  $V = \text{const}$  и  $Q = \text{const}$ .

Соответствующие расчеты представлены на рис. 4.2, который показывает существенную разницу в изменениях насыщенности в различных процессах (на примере смеси "метан + бутан + декан").

Однако параметр (4.16) фактически меняется вместе с давлением вдоль одной универсальной кривой (I на рис. 4.3), если исключить варианты с возвратом газа в бомбу (пласт).

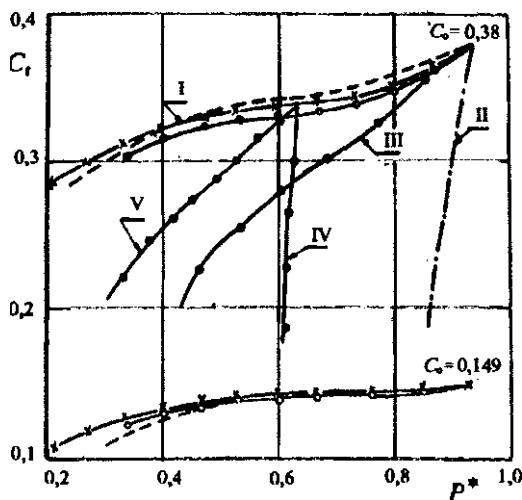


Рис. 4.3. Сводные кривые для свободной гиббсовой концентрации  $C_f$  в газоконденсатном течении для двух начально различных смесей газов ( $C_0 = 0,38$ ;  $C_0 = 0,149$ ;  $p_* = p / p_*$ ).

Это обстоятельство использовалось для упрощенного математического моделирования газоконденсатных течений, а именно, принималось, что  $g_k$  и  $l_k$  - функции только давления.

#### 4.1.4. ПРОДУКТИВНОСТЬ ГАЗОКОНДЕНСАТНЫХ СКВАЖИН

Уравнения для газоконденсатных стационарных течений в пласте могут быть переписаны в виде

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma \Gamma_i \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) = \Gamma_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) + \Gamma \left( \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial \Gamma_i}{\partial x_i} \right) = 0, \quad (4.18)$$

где  $\Gamma_{(k)}$  - отношение массового расхода соответствующей компоненты к полному массовому расходу потока:

$$\Gamma_k = \frac{g_{(k)} M + l_{(k)}}{M + 1}, \quad M = \frac{\rho^{(g)} w_i^{(g)}}{\rho^{(l)} w_i^{(l)}}. \quad (4.19)$$

При учете полного баланса масс, имеющего вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) &= 0, \\ \sum \Gamma_k &= 1; \quad \Gamma = \rho^{(g)} k \frac{f^{(g)}}{\mu^{(g)}} + \rho^{(l)} k \frac{f^{(l)}}{\mu^{(l)}} \end{aligned} \quad (4.20)$$

из (4.18) следует, что скалярное произведение двух градиентов равно нулю:

$$(\partial \Gamma_{(k)} / \partial x_i) (\partial p / \partial x_i) = 0. \quad (4.21)$$

В реальном потоке градиент давления всегда отличен от нуля, а потому вдоль линий тока

$$\partial \Gamma_{(k)} / \partial x_i = 0, \quad \Gamma_k = \text{const.} \quad (4.22)$$

Число условий (4.22) равно  $K - 1$ , а потому удается определить все переменные, т.е.  $\theta$ ,  $g_{(k)}$ ,  $l_{(k)}$  в виде функций только давления  $p$ .

Теперь можно ограничиться анализом лишь полного баланса масс:

$$\nabla^2 H = 0, \quad H = \int \Gamma dp, \quad (4.23)$$

интегрирование которого приводит в осесимметричном случае к формуле Дююи, определяющей приток массы компоненты  $k$ :

$$Q_{(k)} = \Gamma_{(k)} \frac{2\pi kh}{\ln(R/r_w)} \{H(R) - H(r_w)\}. \quad (4.24)$$

Однако уравнение (4.22) не выполнено, если одна из фаз неподвижна, т.е. если  $M = 0$  или  $M = \infty$ .

Тогда оказывается, что  $\Gamma_k \equiv l_k$  или  $\Gamma_k \equiv g_k$ , и условия (4.22) сводятся к требованию нулевого градиента давления, что противоречит условию существования самого течения.

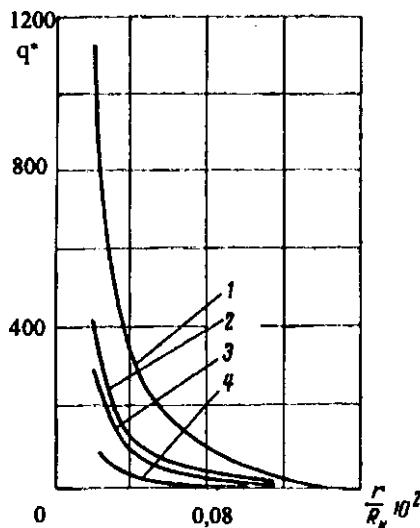


Рис.4.4. Приведенный приток газа к продуктивной скважине, пропорциональный скорости накопления конденсата

Поэтому было предложено квазистационарное решение [98], соответствующее зависимости концентраций  $l_{(k)}$ ,  $g_{(k)}$  только от пространственных координат (насыщенности при этом сохраняются функциями времени и пространства).

Подобное течение возможно, если проницаемость движущейся (газовой) фазы еще не зависит от изменений насыщенности (и это на самом деле так при  $\theta^{(I)} \leq \theta_*^{(I)}$ , где  $\theta_*^{(I)}$  - пороговое значение).

Соответствующие расчеты иллюстрируют процесс накопления жидкой фазы вокруг газоконденсатной скважины (рис. 4.4).

Изменения концентрации  $C_f$  также практически попадают в окрестность универсальной кривой, представленной на рис. 4.3, как и в случае нестационарного притока к скважине, начавшей работать с постоянным массовым дебитом  $Q = \text{const}$ ,  $t \geq 0$ .

Это течение оказывается автомодельным, т.е. зависит лишь от переменной  $\xi = r / \sqrt{t}$  (рис. 4.5) [203].

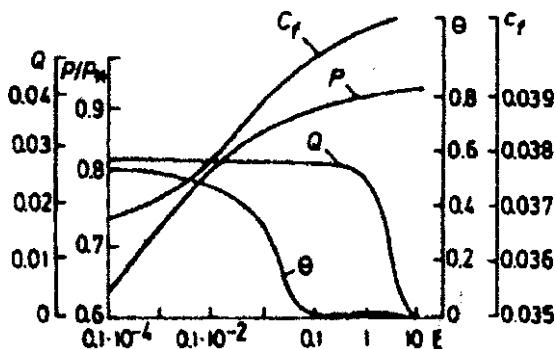


Рис. 4.5. Параметры газоконденсатного течения в начале работы скважины с постоянным дебитом ( $\xi = r / \sqrt{t}$ )

#### 4.1.5. ПРОЦЕСС РЕЦИРКУЛЯЦИИ ГАЗА

Возврат метана (с некоторой добавкой промежуточных фракций) в пласт - в ходе так называемого "сайклинг-процесса" - уменьшает массу остаточного жидкого конденсата. Этот процесс намного сложнее, чем заводнение, поскольку нагнетаемые газы проникают сквозь фронт вытеснения (последний перемещается со скоростью  $U_i$ ).

На фронте вытеснения должны быть выполнены балансы масс (1.31), учитывающие перенос всех компонент в обеих фазах,  $(k) = 1, \dots, K$ :

$$[g^{(k)} \rho^{(k)} (w_i^{(k)} - m(1 - \theta) U_i) + l^{(k)} \rho^{(l)} (w_i^{(l)} - m\theta U_i)] = 0. \quad (4.25)$$

В силу чрезвычайной малости сил инерции из баланса импульса следует непрерывность давления на этом фронте

$$[p] = p^+ - p^- = 0.$$

Дифференциальные уравнения (4.2) и (4.11) выполнены всюду вне фронта вытеснения, и подстановка Больцмана  $\xi = x / \sqrt{t}$  позволяет свести расчет плоской одномерной рециркуляции газа к численному автомодельному решению.

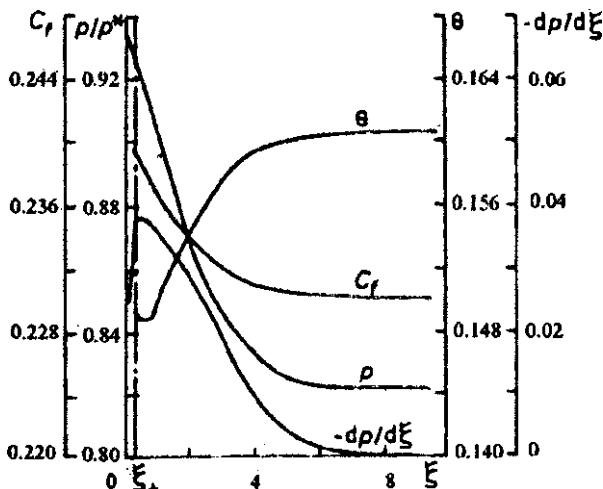


Рис. 4.6. Процесс рециркуляции газа в плоском одномерном пласте ( $\xi = x / \sqrt{t}$ )

Соответствующие кривые представлены на рис. 4.6. Пунктиром обозначен фронт, движущийся во времени по пространству согласно правилу  $x = \xi_+ \sqrt{t}$  [203].

#### 4.1.6. ОСИЛЛЯЦИИ В ГАЗОКОНДЕНСАТНЫХ ПОТОКАХ

В.С. Митлин [81] обнаружил, что возможна неустойчивость некоторых газоконденсатных течений. Перепишем в этой связи балансы масс (4.11) в таком виде:

$$\nabla(\Gamma\Gamma_{(k)}\nabla p) = m \frac{\partial N z_{(k)}}{\partial t}, \quad (4.26)$$

где  $z_{(k)}$  - локальная массовая концентрация компонента  $k$ ,

$$z_{(k)} = \frac{\rho^{(g)}}{\rho} \theta^{(g)} g_{(k)} + \frac{\rho^{(l)}}{\rho} \theta^{(l)} l_{(k)}, \quad \sum_k z_{(k)} = 1, \quad (4.27)$$

а  $\rho = \rho^{(l)} \theta^{(l)} + \rho^{(g)} \theta^{(g)}$  - средняя плотность смеси.

Возмущения газоконденсатных потоков описываются линейными уравнениями

$$\frac{\partial p'}{\partial t} = \nabla^2 p'; \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial z'_{(k)}}{\partial t} = (\Gamma_{(k)} - z_{(k)}) \frac{k\Gamma}{m\rho} \nabla^2 p' \quad (4.29)$$

и могут быть представлены в следующем виде:

$$z'_{(k)} = z_{(k)} - z_{(k)}^0 = -z''_{(k)} \exp(-iqx); \quad (4.30)$$

$$p' = p - p^0 = p'' \exp(-iqx).$$

Теперь видно, что возмущения с волновым числом  $q$  растут, если  $I < 0$ , а при  $I > 0$  убывают:

$$dp'' / dt = -I q^2 p'' \quad (4.31)$$

Таким образом, критерий неустойчивости газоконденсатного течения может быть сформулирован в следующем виде:

$$I = \frac{k}{m} \Gamma \frac{dp}{d\rho} < 0, \quad (4.32)$$

причем смысл производной в (4.32) раскрывается правилом, отмеченным Л. Паузнером (1993):

$$\left( \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_{z_{(1)}} + \sum_{k=1}^{K-1} \left( \frac{\partial \rho}{\partial z_{(j)}} \right)_{p, z_{(k+1)}} \frac{dz_{(j)}}{dp} \right) \frac{dp}{d\rho} = 1 \quad (4.33)$$

и соответствующим уравнению (4.26).

На рис. 4.7 приведены численные примеры, в которых возмущения создавались самой системой вычислительных ячеек [81].

Неустойчивость работы газоконденсатных скважин иногда отмечалась на промыслах, но это может объясняться и неустойчивостью и сменой режимов как течений в стволе скважины, так и граничных условий (на выходе из пласта).

Некоторые лабораторные исследования [81] газоконденсатных потоков также выявили неустойчивость, но неясно, связано ли это с объемной неустойчивостью течений или же только с граничными эффектами.

Во всех этих расчетах для газовой и жидкой фаз использовались обычные кривые фазовых проницаемостей.

Однако более точными были бы кривые, учитывающие уменьшение капиллярных сил при приближении к сверхкритическому термодинамическому состоянию.

Как отмечалось выше, асимптотически эти кривые должны

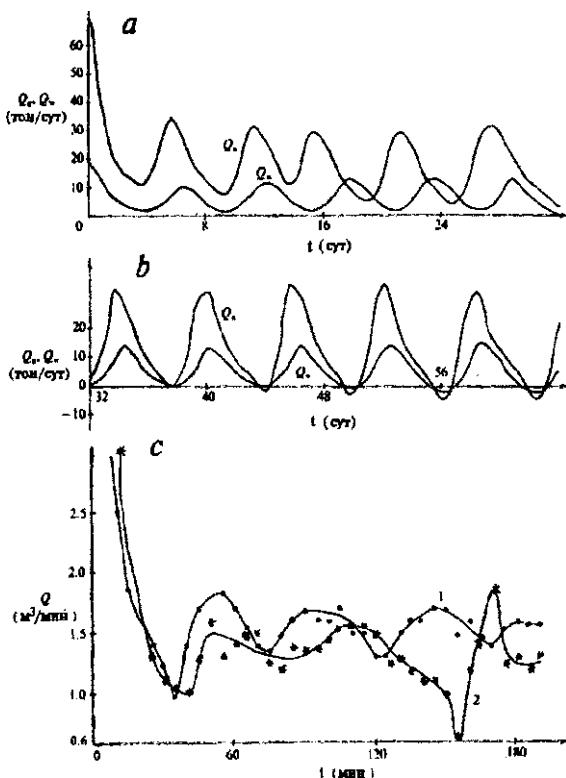


Рис. 4.7. Неустойчивость газоконденсатных течений:  
 а, б - расчет для плоскорадиального случая; с - эксперимент при плоском одномерном течении

совпадать с самими насыщенностями ( $f^{(\alpha)}(\theta^{(\alpha)}) \approx \theta^{(\alpha)}$ ), см. (3.101) и пунктирные линии на рис. 3.14.

#### 4.1.7. ПЕРЕНОС МАССЫ В ВИДЕ МИКРОЭМУЛЬСИИ

Другая возможная реализация газоконденсатных течений - это перенос конденсатной микроэмulsionи в газе со средней скоростью фильтрации  $W_i$ .

В этом случае жидккая фаза подразделяется на движущуюся

и адсорбированную части. Соответствующая система балансов масс формулируется таким образом:

$$\frac{\partial m \rho^{(g)} \theta^{(g)}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho^{(g)} \theta^{(g)} w_j) = - \frac{\partial a^{(g)}}{\partial t}; \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial m \rho^{(l)} \theta^{(l)}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho^{(l)} \theta^{(l)} w_j) = - \frac{\partial a^{(l)}}{\partial t}; \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial (1-m) \rho^{(s)}}{\partial t} = \frac{\partial a^{(g)}}{\partial t} + \frac{\partial a^{(l)}}{\partial t}, \quad (4.36)$$

где  $w_j$  определяется законом Дарси для однородного течения;  $\rho^{(s)}$  - плотность твердой массы,  $\theta^{(g)} \equiv \theta$ ,  $\theta^{(l)} = 1 - \theta$ ;

$$a^{(g)} = m \rho^{(g)} i^{(g)}(\theta), \quad a^{(l)} = m \rho^{(l)} i^{(l)}(\theta) \quad (4.37)$$

а  $i^{(a)}$  - изотермы адсорбции для газа и конденсатной микроэмulsionи, которые следует найти из экспериментов.

В.И. Петренко обнаружил возможность переноса жидкого конденсата в форме микроэмulsionи по наличию пленок дистиллированной воды вокруг капель конденсата в добываемом газе.

Система (4.34)-(4.36) соответствует уравнению (3.101) и была предложена А.А. Барминым и Д.И. Гарагашом [8] для движения смеси нефть - вода.

Они показали, что система (4.34)-(4.37) может быть сведена к следующему одномерному уравнению простых волн

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + Z(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0. \quad (4.38)$$

В этом уравнении

$$Z(\theta) = \left( \frac{dA}{d\theta} \right)^{-1} \frac{W(\theta)}{\gamma(\theta) - \theta};$$

$$A(\theta) = m\{1 + t^{(g)}(\theta) + t^{(l)}(\theta)\}; \quad (4.39)$$

$$B(\theta) = m\{\theta + t^{(g)}(\theta)\};$$

$$(m_0 / m) = 1 + (\rho_{(g)} / \rho) t^{(g)}(\theta) + (\rho_{(l)} / \rho) t^{(l)}(\theta);$$

$$W(\theta) = \exp\left(\int_0^\theta \frac{d\theta}{\gamma(\theta) - \theta}\right); \quad \gamma(\theta) = \frac{dB}{dA}.$$

Нетрудно видеть аналогию с уравнениями (3.101) и (3.103), приведенными в разделе 3.3 для случаев нелинейного конвективного переноса в двухфазных потоках.

Было разработано несколько вариантов теории двухфазных течений для учета химических изменений свойств воды путем добавления некоторых поверхностно-активных веществ, полимеров и т.д.

Эта процедура применяется для эффективного вытеснения пластовой нефти водой. В этой теории относительные фазовые проницаемости предполагаются функциями не только насыщенности, но и концентрации химически активных добавок:

$$f^{(\alpha)} = f^{(\alpha)}(\theta, C). \quad (4.40)$$

Тем самым открываются дополнительные возможности для граничных условий на движущихся фронтах вытеснения между примыкающими зонами непрерывного течения [9, 45].

Однако необходимо помнить, что надлежащая теория двухфазных течений с поверхностно-активными добавками должна учитывать частичный переход фаз в микроэмulsionные состояния.

## 4.2. Механика мерзлых и газогидратных грунтов

### 4.2.1. ОТТАИВАНИЕ МЕРЗЛОГО ГРУНТА

Проблема промерзания грунтов привела к формулировке задачи Стефана о переносе тепла с фазовым переходом на движущейся границе. Здесь мы рассмотрим постановку, при

которой учитываются особенности, связанные с процессами массопереноса, происходящими внутри порового пространства геоматериалов в ходе промерзания или оттаивания.

Пусть внутри дифференциального объема жидкая фаза (вода) заполняет объем  $m\theta$ , а твердая фаза (лед) - объем  $m(1 - \theta)$ , который затем входит в состав твердой матрицы среды.

Термодинамическое условие существования фаз требует, чтобы температура  $T$  была равна температуре фазового перехода:

$$T = T_f(p, l). \quad (4.41)$$

Последняя считается функцией давления и массовой концентрации соли  $l$  в воде:

$$T_f(p, l) = T_w - A l - B(p - p_a) \quad (4.42)$$

причем  $T_w$  - температура фазового перехода для чистой воды при атмосферном давлении  $p_a$ , а  $A$ ,  $B$  - константы.

Скорость фильтрации воды  $w$ , определяется тем же обобщенным законом Дарси (3.78), хотя лед - неподвижная фаза в рассматриваемом здесь случае.

Использование балансов масс (4.1) приводит к такому нелинейному уравнению [74] для порового давления :

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + K_f \left( 1 - \frac{\rho_l}{\rho_w} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \kappa_f \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial x_j} + \\ &+ \frac{k K_f}{m \mu_w} \frac{df_w}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \frac{\partial p}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (4.43)$$

где  $K_f$  - эффективная сжимаемость среды;  $\rho_l$  и  $\rho_w$  - плотности льда и воды;  $\kappa_f$  - коэффициент пьезопроводности.

Теперь надо сформулировать энергетический баланс:

$$\rho C_w \frac{\partial T}{\partial t} + mq \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \lambda_f \frac{\partial T}{\partial x_j} \right), \quad (4.44)$$

где  $C_m$  - эффективная теплоемкость среды;  $\lambda_f$  - эффективная температуропроводность;  $q$  - расход тепла на фазовый переход.

Тепловая конвекция, сопутствующая фильтрационному течению, считается пренебрежимо малой.

Третье необходимое условие - это баланс растворенного вещества, например, соли:

$$\frac{\partial I\theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( D(\theta) \frac{\partial I}{\partial x_i} \right), \quad (4.45)$$

где  $D(\theta)$  - эффективный коэффициент диффузии.

Уравнение (4.43) соответствует полю водонасыщенности, включающему возможные разрывы, на которых концентрация соли, давление и температура должны быть непрерывны:

$$[I] = 0, \quad [p] = 0, \quad [T] = 0. \quad (4.46)$$

В то же время конечный скачок насыщенности должен вводиться на фронте оттаивания  $X(x_i, t)$ , который движется со скоростью  $U_i = dX_i / dt$  такой, что

$$\begin{aligned} m[\theta] \left( 1 - \frac{\rho_l}{\rho_w} \right) U_i &= [w_i]; \\ m[\theta] q U_i + m \left[ D(\theta) \frac{\partial I}{\partial x_i} \right] &= 0; \\ m[\theta] q U_i + \left[ \lambda_f \frac{\partial T}{\partial x_i} \right] &= 0, \end{aligned} \quad (4.47)$$

причем здесь имеют место скачки и потоков тепла и концентрации.

В мерзлой ( $\theta = \theta_0$ ) и протяянной ( $\theta = I$ ) зонах уравнения Фурье для температуры, концентрации и давления расщепляются:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j}, \quad \frac{\partial l}{\partial t} = D_0 \frac{\partial^2 l}{\partial x_j \partial x_j},$$

(4.48)

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial x_j}.$$

Расчеты одномерной задачи, проведенные на основе уравнений (4.48), показали, что в окрестности фронта термодинамическое равновесие нарушается [74].

Если  $a < \kappa$ , это нарушение приводит к эффекту "сверхохлаждения" в зоне мерзлоты до температуры ниже, чем требуется для фазового перехода.

Эффект "сверхнагрева" наблюдается в зоне мерзлоты, если  $a > \kappa$ , т.е. температура выше, чем значение, требуемое для фазового перехода.

Таким образом, построена модель частичного фазового перехода, означающая возможность постепенной смены твердого состояния на жидкое. При этом водонасыщенность находится на основе уравнений (4.43) - (4.45).

Некоторые из результатов числового расчета для автомо-

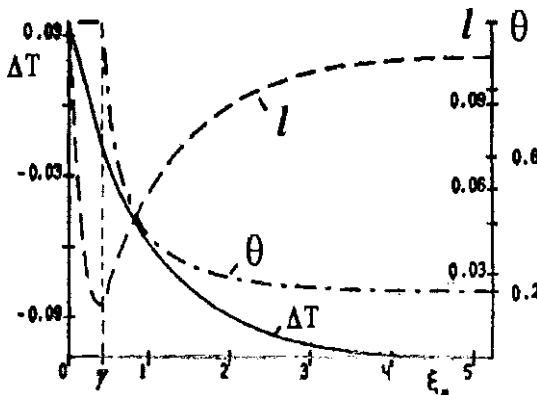


Рис. 4.8. Автомодельное решение одномерного плоского протаивания мерзлоты ( $\Delta T$  - приведенное отклонение от  $T_w$ ,  $\gamma$  - координата фронта)

дельного случая приведены на рис. 4.8, где показана зона постепенного протаивания и  $X = \gamma\sqrt{t}$ .

#### 4.2.2. ГАЗОГИДРАТНЫЕ ГРУНТЫ

Фазовые переходы должны учитываться в случаях, когда морские донные грунты содержат газогидраты, что весьма существенно для скважин, пробуренных на газовые месторождения шельфа.

Газогидраты представляют собой твердый геоматериал, состоящий из природного газа, воды или льда [54, 71].

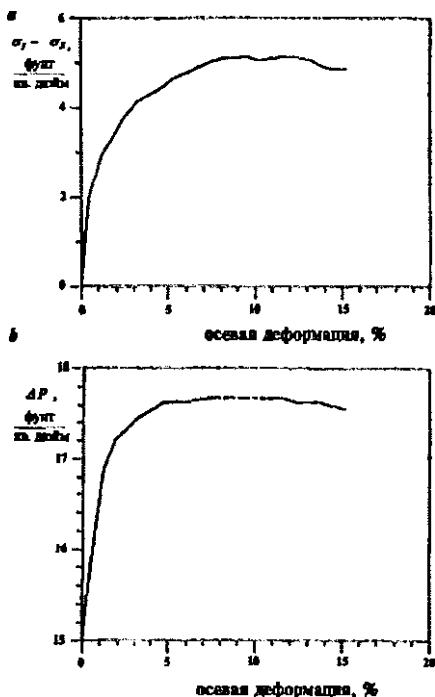


Рис. 4.9. Дифференциальные напряжения ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) и поровое давление в функции осевой деформации ( $e_1$ ) при испытаниях грунтов с малым выделением газа из газогидратов (без дренажа).

При образовании гидратов грунт увеличивает свой объем от 5 до 12%, а диссоциация (распад) гидратов приводит к такому же уменьшению объема.

Если дренаж возникших жидких и газовых фаз невозможен, грунт может перейти в разрыхленное состояние, а существенная часть внешней нагрузки воспринимается поровым давлением.

На рис. 4.9 рост порового давления - наряду с изменениями сдвиговых напряжений - представлен для случая трехосных испытаний [212].

Как можно увидеть, эти кривые имеют примерно одну и ту же форму. Поровое давление повторяет внешнюю сдвиговую нагрузку благодаря дилатационному разрыхлению при малой газонасыщенности грунта. Подобное состояние неустойчиво.

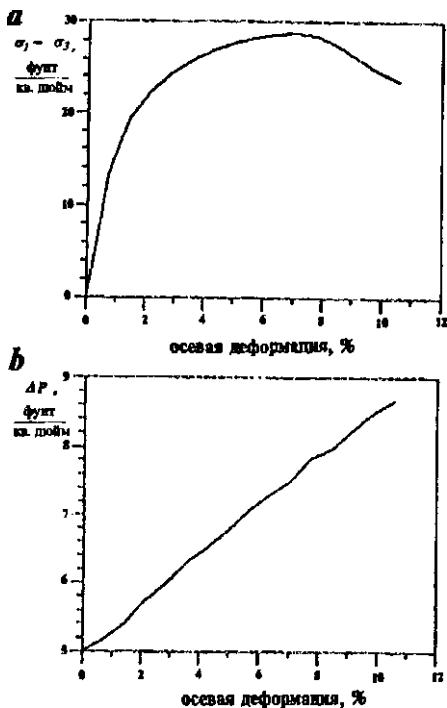


Рис. 4.10. Дифференциальное напряжение ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) и поровое давление в функции осевой деформации ( $e_1$ ) при испытаниях грунтов с большим выделением газа из газогидратов (без дренажа)

Однако если после распада газогидрата грунт сильно насыщен газами, то эффект дилатанции приводит к уплотнению, и поровое давление растет пропорционально уменьшению объема пор (рис. 4.10). Напряжения сдвига при этом уравновешиваются нормальными эффективными напряжениями.

В природных грунтах газогидраты могут быть найдены благодаря высоким сейсмическим скоростям, характерным для массивов с гидратами (от 2 км/с до 5 км/с). Широта указанного диапазона зависит от присутствия пузырьков газа и жесткости связей между зернами матрицы грунта, представленными самими газогидратами.

О процессе роста газогидратов можно судить по росту волновых скоростей при уменьшении температуры. Это означает, что фазовый переход постепенен и ограничен двумя кривыми - ликвидусом и солидусом, соответствующими полностью жидкому и твердому состояниям.

Температурный интервал имеет порядок 5° С, и в нем происходит частичное плавление. Поэтому фронтальная модель Стефана должна быть заменена на подвижную непрерывную зону с частичным заполнением пор ( $0 \leq \theta_h \leq 1$ ) газогидратами.

#### 4.2.3. ПРОЦЕСС ДИССОЦИАЦИИ ГАЗОГИДРАТОВ

Математическая модель [72] процесса включает балансы массы газовой компоненты и воды

$$m \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \theta_h g_h \rho_h + (1 - \theta_h)(1 - \theta_w) \rho_g \right\} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho_g w_j^{(g)} \right) = 0 \quad (4.49)$$

$$m \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \theta_h (1 - g_h) \rho_h + (1 - \theta_h) \theta_w \rho_w \right\} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho_w w_j^{(w)} \right) = 0, \quad (4.50)$$

где  $\rho_h$ ,  $\rho_w$  - плотности газогидрата и воды;  $g_h$  - концентрация газа в газогидратах;  $(1 - g_h)$  - концентрация воды;  $(1 - \theta_h)$  - насыщенность пор водой, причем газовая фаза имеет плотность  $\rho_g$  и насыщенность  $(1 - \theta_w)$ .

Скорость фильтрации определяется обобщенным законом Дарси [72]:

$$w_i^{(w)} = -\frac{k}{\mu_w} f_w(\theta_h, \theta_w) \frac{\partial p}{\partial x_i}; \quad (4.51)$$

$$w_i^{(g)} = -\frac{k}{\mu_g} f_g(\theta_h, \theta_w) \frac{\partial p}{\partial x_i}, \quad (4.52)$$

где  $\theta_h$  играет роль дополнительного параметра для относительной фазовой проницаемости ( $f_w$  для воды и  $f_g$  для газа). Фактически это уменьшение пористости  $m$  на часть  $\theta_h$ .

Баланс энергии включает [72] характерный расход энергии  $q$  на диссоциацию единицы объема газогидрата:

$$\begin{aligned} \rho C_{ht} \frac{\partial T}{\partial t} - mq\rho_h \frac{\partial \theta_h}{\partial t} - m(1 - \theta_h)(1 - \theta_w) \frac{\partial p}{\partial t} + \\ + \left( \rho_w w_i^{(w)} C_w + \rho_g w_i^{(g)} C_g \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} + w_i^{(w)} \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \lambda_e \frac{\partial T}{\partial x_i}, \end{aligned} \quad (4.53)$$

где  $\rho C_{ht}$  - эффективная теплоемкость пористой среды;  $\lambda_e$  - ее эффективная термопроводность.

Условие термодинамического равновесия рассматриваемой смеси имеет вид

$$T = \alpha_1 \ln p + \alpha_2, \quad (4.54)$$

эквивалентный равенству химических потенциалов для гидрата и свободного состояния смеси ( $\alpha_i$  - константы).

На движущейся границе  $X_i(x_i, t)$  фазового перехода поровое давление и температура непрерывны.

За фронтом фазового перехода газогидрат отсутствует, а насыщенности  $\theta_h$  и  $\theta_w$  могут претерпевать скачок.

На рассматриваемом разрыве должен сохраняться баланс воды.

В одномерном случае он имеет вид

$$\begin{aligned}
 m(\rho_w \theta_w^{(+)} - \rho_w \theta_w^{(+)} (1 - \theta_h^{(+)}) - \\
 - (1 - g_h^{(+)}) \theta_h^{(+)}) \rho_h \frac{dX}{dt} = \rho_w (w_{(-)}^{(w)} - w_{(+)}^{(w)}).
 \end{aligned} \tag{4.55}$$

Баланс для газа

$$\begin{aligned}
 m((1 - \theta_w) \rho_g - \theta_h^{(+)} (1 - g_h^{(+)}) \rho_h (1 - \\
 - \theta_w^{(+)}) (1 - \theta_h^{(+)}) \rho_g) \frac{dX}{dt} = \rho_g (w_{(-)}^{(g)} - w_{(+)}^{(g)})
 \end{aligned} \tag{4.56}$$

должен быть добавлен к балансу энергий

$$m \theta_w^{(+)} \rho_h q \frac{dX}{dt} = \lambda_e^{(+)} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^{(+)} - \lambda_e^{(-)} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^{(-)}. \tag{4.57}$$

Снова в одномерном плоском случае удается построить

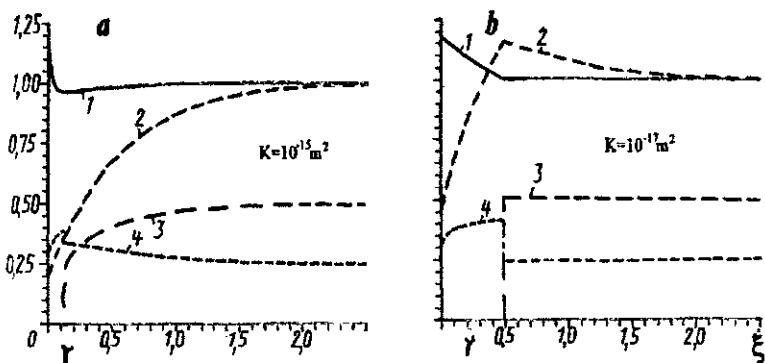


Рис. 4.11. Автомодельное решение одномерного плоского процесса диссоциации газогидрата в грунте: 1 - профиль температуры  $T / T_0$ ; 2 - давление  $p / p_0$ ; 3 - насыщенность газогидратом  $\theta_h$ ; 4 - насыщенность водой  $\theta_w$

автомодельное решение, согласно которому все неизвестные переменные являются функциями только одной переменной:

$$\xi = x / \sqrt{t}.$$

Численные примеры приведены на рис. 4.11 и 4.12.

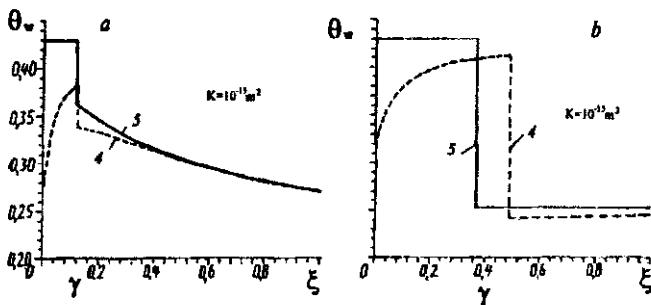


Рис. 4.12. То же самое решение относительно водонасыщенности  $\theta_w$  в условиях дренажа (4) и изоляции (5); как и на рис. 4.11 приведены задаваемые значения проницаемости

Из рисунков можно видеть, что распределение водонасыщенности  $\theta_w$  существенно зависит от фильтрационного течения воды. Определяющая роль принадлежит значению проницаемости.

Расчеты, впрочем, должны быть дополнены анализом опасности разрушения газогидратного грунта, что может представлять серьезную угрозу для газовых скважин, пробуренных в толще морских донных осадков.

#### 4.2.4. ПРОЧНОСТЬ МЕРЗЛОГО ГРУНТА

На рис. 4.13 представлена прочность двух мерзлых грунтов и газогидратного грунта. Можно увидеть, что для первых двух грунтов типична существенная зависимость от скорости деформирования, тогда как газогидратный грунт практически лишен свойств ползучести. Физически это объясняется присутствием водных пленок в мерзлом грунте, что приводит к скольжению

на контактах зерен. Газогидратный случай соответствует более полному превращению смеси в твердую фазу на микроуровне.

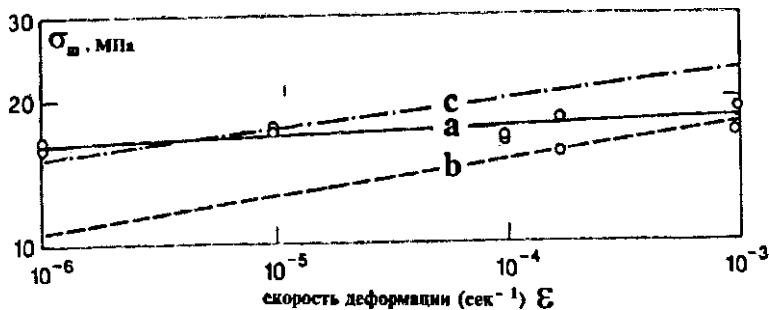
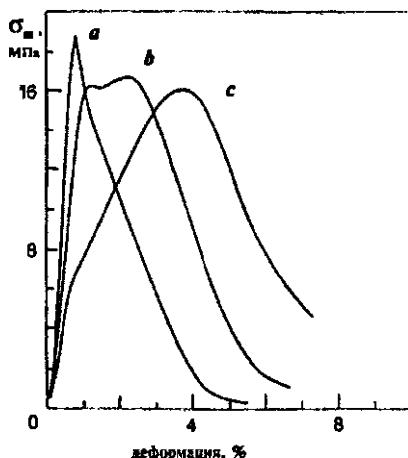


Рис. 4.13. Максимальная прочность образца грунта с газогидратом (*a*) практически не зависит от скорости деформирования; мерзлый грунт (*c*, *b*) обладает вязкостью [155]

Хотя скорость деформирования не влияет на пиковую прочность газогидратных грунтов, процесс разрушения чувствителен к эффекту скорости деформации. На рис. 4.14 показано, как с ростом скорости деформирования чисто хрупкое разрушение заменяется пластическим течением и даже пластическим течением с упрочнением.

Рис. 4.14. Зависимость реологии газогидратного грунта [207] от скорости деформирования:  
*a* - хрупкое разрушение,  
 $(de / dt \approx 10^{-1} \text{ с}^{-1})$ , *b* - пластическое течение;  
*c* - тоже течение с упрочнением,  
 $(de / dt \approx 10^{-6} \text{ с}^{-1})$



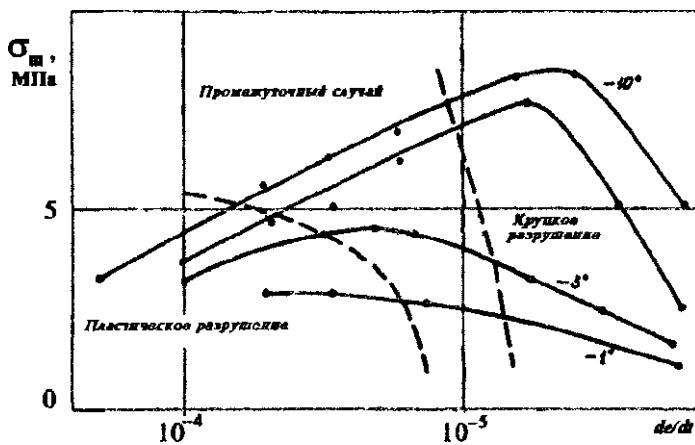


Рис. 4.15. Зависимость разрушения и прочности льда от температуры и скорости деформирования ( $d\epsilon/dt$ ) [26]

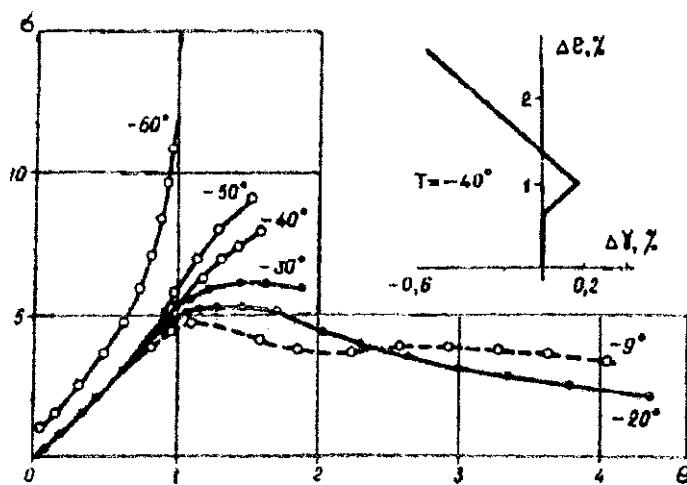


Рис. 4.16. Трехосное сжатие образцов поликристаллического льда с измерением  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_3$  при условии  $\sigma_3 = 0$  ( $\sigma \equiv \sigma_1$ ) [46]

Все эти данные подтверждают идею, что мерзлые грунты обладают обычными свойствами хрупкой дилатансии.

#### 4.2.5. ПРОЧНОСТЬ И ДИЛАТАНСИЯ ЛЬДА

В.П.Епифанов [46] показал, что поликристаллический лед также обладает дилатационными чертами в ходе необратимого деформирования. Эти данные исключительно важны, причем они открывают возможность изучить и температурный эффект [26]. Например, рост температуры приводит к более пластическому варианту деформирования, как это видно на рис. 4.15. Кроме того, можно увидеть, что объемные деформации пропорциональны абсолютному значению сдвига (рис. 4.16), а это типичное дилатационное свойство. При медленном приложении нагрузки поликристаллический лед четко проявляет черты ползучести. Реология льда при его стационарной ползучести соответствуют нелинейно-вязкому закону течения.

### 4.3. Электрокинетические эффекты

#### 4.3.1. ДВОЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ СЛОЙ

Этот эффект проявляется в поле электрического потенциала пористой среды при распространении сейсмических волн. Соответствующая теория была развита Я. И. Френкелем [130].

Электрокинетические явления определены взаимодействием электрического поля и относительных движений фаз, если одной из фаз служит электролит.

Рассмотрим случай пористой среды, насыщенной, например, раствором соли в воде [97]. Относительное течение электролита возникает под действием внешнего электрического поля. (Обратно, относительное течение электролита должно генерировать электрическое поле.) Относительное течение электролита в электрическом поле называют электроосмосом. Электрическое поле, созданное течением электролита через пористую среду, именуют потенциалом течения.

Механика электрокинетического явления объясняется возникновением двойного электрического слоя на межфазовой границе. Знаки заряда твердой и жидкой фаз различны и

зависят от их природы; однако чаще всего твердая фаза заряжена отрицательно.

Та сторона двойного электрического слоя, которая принадлежит жидкости, имеет диффузную структуру с постепенным спадом концентрации ионов на очень малом удалении от границы с твердым материалом. Это связано со взаимодействием электрических сил и молекулярного теплового движения внутри раствора электролита.

Ионы слоя адсорбции, который непосредственно прилегает к твердой поверхности, неподвижны при электрохимических процессах, поскольку электростатические силы весьма велики. Только внешняя рыхлоупакованная часть диффузного слоя может быть смещена.

Рассмотрим явление электроосмоса. Если капилляр заполнен электролитом и приложено внешнее электрическое поле, то ионы одного знака, принадлежащие внешней части диффузного слоя, начинают двигаться к полюсу другого знака. Так возникает направленное течение ионов диффузного слоя.

Из-за вязкого трения этот поток вовлекает в движение внешние массы жидкости. В результате возникает разность давлений, а потому может появиться и вторичное возвратное течение.

Разность давлений будет возрастать, пока не будет достигнуто равновесное стационарное состояние (прямой и возвратный потоки станут равными друг другу).

Обратно, если приложить разность давлений, начнется ламинарное течение жидкости. Тогда ионы внешней части диффузного слоя смещаются в сторону наведенного течения, что эквивалентно конвективному поверхенному электротоку, который создает разность потенциалов на концах капилляра.

Эта разность потенциалов создает объемный ток в обратном направлении, пока снова не будет достигнуто некоторое равновесное состояние.

#### 4.3.2. СТАЦИОНАРНАЯ ЭЛЕКТРОХИМИКА

Перейдем теперь к количественному описанию электрохимических эффектов, для чего введем электрический потенциал  $\Phi$ . При этом правило Онзагера (1.59) приведет к используемым далее связям скорости фильтрации  $w_k$  и

плотности электрического тока  $i_k$ , приходящейся на единицу поперечного сечения изотропной пористой среды:

$$w_k = -L_{ww} \frac{\partial p}{\partial x_k} + L_{w\ell} \frac{\partial \Phi}{\partial x_k}; \quad (4.58)$$

$$i_k = L_{\ell w} \frac{\partial p}{\partial x_k} - L_{\ell\ell} \frac{\partial \Phi}{\partial x_k}. \quad (4.59)$$

Кроме того, перекрестные кинетические коэффициенты должны быть равны друг другу:

$$L_{\ell w} = L_{w\ell}. \quad (4.60)$$

Первый член выражения для скорости фильтрации обычен ( $L_{ww} = k / \mu$ ), а второй член соответствует электроосмосу.

Для пористой среды коэффициент электроосмоса  $C_e$  может быть выражен как

$$C_e = L_{\ell\ell} = -\frac{D_e \zeta_0 m}{4\pi\mu}, \quad (4.61)$$

где  $D_e$  - диэлектрическая константа насыщающей жидкости;  $\zeta_0$  - электрокинетический потенциал;  $m$  - обычная пористость.

Первый член для плотности тока  $i_k$  соответствует поверхностной конвективной компоненте, создаваемой градиентом порового давления. Второй - это объемный ток, а потому

$$L_{ww} = m\sigma, \quad (4.62)$$

где  $\sigma$  - удельная электропроводность жидкости.

Отмеченное выше равновесное состояние означает, что потока нет:

$$w_k = 0 \quad (4.63)$$

и что градиенты давления и электрического потенциала компенсируют друг друга:

$$\frac{\partial p}{\partial x_k} = -\frac{C_e \mu}{k} \frac{\partial \Phi}{\partial x_k}. \quad (4.64)$$

Поэтому при стационарном электроосмотическом состоянии плотность электрического тока определяется следующим образом:

$$i_k = -m\sigma \left( 1 - \frac{C_e \mu}{m\sigma k} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial x_k}, \quad (4.65)$$

что свидетельствует об уменьшении электропроводности за счет электроосмоса.

Аналогично при заданном градиенте давления равновесное состояние определяется условием  $i_k = 0$ . Поэтому электродвигущая сила  $E$ , создаваемая градиентом давления, такова:

$$E = -\nabla \Phi = \frac{C_e}{m\sigma} \nabla p. \quad (4.66)$$

Использование выражения (4.66) в начальном выражении для потоков (4.58) приводит к следующей связи наведенного электрического поля со скоростью фильтрации:

$$E = \frac{\mu C_e}{k\sigma(1 - \Pi)} \frac{w}{m}, \quad (4.67)$$

причем  $\Pi = (C_e^2 \mu / m\sigma k)$ .

### 4.3.3. ВОЛНОВАЯ ЭЛЕКТРОКИНЕТИКА

Если частоты колебаний бегущих волн таковы, что электрическое поле может считаться стационарным в каждый момент времени (т.е. если частоты меньше, чем  $10^6$  Гц), то формула (4.67) вполне применима, т.е. ею можно пользоваться для сейсмических колебаний:

$$E_i = \frac{\mu C_e}{k\sigma(1 - \Pi)} (v_i^{(0)} - v_i^{(s)}). \quad (4.68)$$

Здесь учтена скорость смещения твердой матрицы.

Можно показать, что модель волнового процесса, рассмотренная в разделах 2.3 и 5.3, приводит к следующей зависимости для относительных скоростей в Р-волне первого рода:

$$v_i^{(I)} - v_i^{(s)} = -\frac{k_0 \rho_0}{\mu} \omega^2 \left(1 - \frac{\rho^{(I)}}{\rho_0}\right) u_{i0}^{(s)}, \quad (4.69)$$

где  $u_{i0}^{(s)}$  - амплитуда смещения твердой матрицы.

Из уравнений (4.68) и (4.69) следует, что электрическое поле

$$E = \frac{C_e \rho_0}{\sigma(1 - \Pi)} \left(1 - \frac{\rho^{(I)}}{\rho_0}\right) \omega^2. \quad (4.70)$$

также пропорционально второй степени частоты сейсмической волны.

Например, песчаники, насыщенные дистиллированной водой, с пористостью  $m = 10\%$  и проницаемостью 10 миллидарси под воздействием акустического давления 10 кПа при частоте 20 кГц обладают электрическим полем в несколько милливольт/см.

Рост проницаемости приводит к экспоненциальному спаду сейсмоэлектрического эффекта в песчаниках [79].

Электрокинетический эффект увеличивает диссипацию сейсмических волн, что особенно заметно при насыщении среды пластовой нефтью, которая содержит неорганические и органические электролиты весьма низкой электропроводности.

В этом случае электрическая диссипация может быть даже выше, чем вязкая диссипация [208], хотя в случае соленой воды она не превосходит 50% от значения вязкой диссипации.

Раздельное движение ионов в электрическом поле и под действием градиента давления может быть использовано для электромелиорации некоторых засоленных грунтов. Было обнаружено также, что соленые воды могут быть использованы для заводнения нефтяных пластов с глинистой матрицей.

Для потоков обычной воды сквозь такие среды типичны нелинейные отклонения от закона Дарси.

Электрокинетические поля могут создаваться в ходе процесса консолидации грунта, соответствующего более интенсивным

взаимным смещениям твердой и жидких фаз, чем это имеет место в Р-волне первого рода.

#### 4.3.4. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Электрический ток  $i_k$  удовлетворяет уравнению непрерывности

$$\partial i_k / \partial x_k = 0, \quad (4.71)$$

которое в силу кинетической связи (4.59) может быть переписано в виде

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left( \sigma \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} + \sigma C \frac{\partial p}{\partial x_k} \right) = 0. \quad (4.72)$$

Для электрических токов следует формулировать граничное условие

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} + C \frac{\partial p}{\partial n} = i_n, \quad (4.73)$$

где  $n$  - нормаль к рассматриваемой границе.

Например, на свободной поверхности предполагается условие  $i_n = 0$ , что означает

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = -C \frac{\partial p}{\partial n}. \quad (4.74)$$

Кроме того, градиент порового давления связан с проницаемостью приповерхностного слоя.

Иные варианты (4.73) учитывают взаимодействие с нижней ионосферой Земли. Они важны для прогноза землетрясений и будут рассмотрены ниже.

#### 4.3.5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ЭМИССИЯ

Благодаря эффекту дилатансии, предваряющему землетрясения (раздел 7.3), наведенные течения вод могут создавать аномалии электрических полей, что и наблюдается в природе [148].

Разрушение скальных пород или грунтовых массивов часто сопровождается электромагнитным излучением и акустической эмиссией. Была развита модель микроразрушения и разрыва контактов в ходе необратимого деформирования геоматериалов.

Ее цель - оценить поверхностные электрические события в эпицентральной зоне землетрясений или вблизи поверхности скольжения в основании лавиноподобного оползня.

Физическое объяснение связано с нахождением электрической дипольной эмиссии, зависящей от зарядов на поверхностях контакта и времени их раскрытия. Проведем соответствующие оценки [31].

Мощность излучения отдельной трещины определяется как

$$M_o \approx \frac{2}{3} \frac{d}{c^2} \left( \frac{d}{\tau} \right)^2, \quad (4.75)$$

где  $c$  - скорость света;  $d$  - момент электрического диполя;  $\tau$  - время раскрытия.

В предположении, что число раскрывающихся трещин  $N$  пропорционально величине деформации, имеем

$$N = \left( \frac{N_{\max}}{e_{\max}} \right) e. \quad (4.76)$$

Тогда эмиссия из единицы объема геоматериала выражается формулой

$$M = M_o \left( \frac{N_{\max}}{e_{\max}} \right) \dot{e} \tau, \quad (4.77)$$

где  $\dot{e}$  - скорость деформирования.

Максимальная плотность трещин оценивается как

$$N_{\max} = 3 l^3, \quad (4.78)$$

а время раскрытия

$$\tau = l / c_e, \quad (4.79)$$

где  $c_e$  - предельная скорость роста трещины ( $\approx 1000$  м / с).

Тогда [31]

$$M \approx 7(10^{-6} - 10^{-4}) \frac{e}{e_{\max}}, \quad (4.80)$$

а частота излучения

$$\omega \approx \frac{1}{\tau} \approx 10^4 - 10^7 \text{ Hz}. \quad (4.81)$$

Если  $\dot{e} / e_{\max} \approx 10^{-6} \text{ sec}^{-1}$ , то  $M \approx 5 (0,1 - 10) \text{ вт.}$

Эта оценка соответствует измерениям электромагнитной эмиссии при Чилийском землетрясении 1960 года.

#### 4.3.6. ТЕЧЕНИЯ С ПОРОГОВЫМ ГРАДИЕНТОМ

Взаимодействие однофазной жидкости с твердой пористой матрицей электрической природы может влиять на течения в пористой среде.

Наиболее существен эффект присутствия глинистых частиц в матрице или специальных свойств асфальтенов и некоторых иных компонентов пластовой нефти.

Математически отклонения от закона Дарси описываются специальной функцией  $\Phi(w)$  в выражении для скорости фильтрации [7]:

$$\Phi(w) \frac{w_i}{w} = - \frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad (4.82)$$

причем  $\Phi(0) \geq 0$ ,  $\Phi'(0) \geq 0$ ,  $w = |w_i|$ ,  $H$  - обобщенный напор, включающий внешний потенциал  $U$ ,

$$H = \frac{k}{\mu} p + \frac{k}{\mu} U. \quad (4.83)$$

Обычно рассматриваются стационарные задачи, когда

$$\partial w_i / \partial x_i = 0. \quad (4.84)$$

В плоском случае удобно ввести функцию тока  $\psi(x, y)$ :

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -w \sin \theta \quad , \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = w \cos \theta; \quad (4.85)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\Phi(w) \cos \theta \quad , \quad \frac{\partial H}{\partial y} = -\Phi(w) \sin \theta. \quad (4.86)$$

Если применить  $w$  и  $\theta$  как независимые переменные, то

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = -\frac{\Phi^2}{w\Phi'(w)} \frac{\partial \psi}{\partial w}, \quad \frac{\partial H}{\partial w} = \frac{\Phi}{w^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}; \quad (4.87)$$

$$dx = -\left( \frac{\cos \theta}{\Phi} dH + \frac{\sin \theta}{w} d\psi \right); \quad (4.88)$$

$$dy = -\frac{\sin \theta}{\Phi} dH + \frac{\cos \theta}{w} d\psi,$$

и уравнения (4.87) формулируются относительно функции тока

$$\frac{\partial}{\partial w} \left( \frac{\Phi^2}{w\Phi'(w)} \frac{\partial \psi}{\partial w} \right) + \frac{\Phi}{w^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = 0 \quad (4.89)$$

и напора

$$\frac{\partial}{\partial w} \left( \frac{w^2}{\Phi} \frac{\partial H}{\partial w} \right) + \frac{w\Phi'(w)}{\Phi^2(w)} \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} = 0. \quad (4.90)$$

Здесь использовано преобразование годографа, известное в газовой динамике,

Вязкопластичные течения определяются законом Дарси такого типа:

$$w_i = -\frac{k}{\mu} \left( 1 - \frac{G}{|\partial H / \partial x_i|} \right) \frac{\partial H}{\partial x_i}; \quad (4.91)$$

$$w_i = 0, \quad \frac{G}{|\partial H / \partial x_i|} \geq 1,$$

причем монография [7] содержит подробности расчетов.

Глины сами по себе содержат значительные объемы связанный внутренней воды со своим поровым давлением, что обеспечивает их высокую мобильность в условиях активной тектоники.

При диффузии углеводородных газов в глины, их мобильность возрастает, что и объясняет природу грязевых вулканов.

#### 4.4. Физические измерения в скважинах

##### 4.4.1. АКУСТИЧЕСКИЙ ШУМ ГАЗОВЫХ СКВАЖИН

Газовые скважины часто работают с огромными дебитами, которым соответствуют исключительно высокие скорости фильтрации в их призабойных зонах.

Иногда подобные течения могут генерировать интенсивный акустический шум в самой пористой среде.

Для его анализа можно использовать идеи, принятые в теории турбулентности для источников шума, связанных с микроструктурой среды, трансформирующей среднюю скорость  $v_f^{(g)}$  течения в ее локальное значение [86]:

$$\dot{v_i} = L_y v_f^{(g)}, \quad (4.92)$$

где  $L_y$  - локальный тензор пористой среды, зависящий от пространственных микрокоординат и параметра реализаций  $\chi$  и отражающий случайность геометрии пор.

Как обычно, примем гипотезу о микростационарности течения (что соответствует и правилу Онзагера). В этом случае тензор  $L_y$  независим от времени. Этот тензор вводился ранее в

задачах о фильтрационной дисперсии примеси при течениях в пористых средах (раздел 3.5).

В изотермическом случае система динамических уравнений, рассмотренная в разделе 2.3, может быть упрощена и сводится к балансу масс

$$\frac{\partial}{\partial t}(1-m)\rho^{(s)} + \frac{\partial}{\partial x_i}(1-m)\rho^{(s)}v_i^{(s)} = 0; \quad (4.93)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}m\rho^{(g)} + \frac{\partial}{\partial x_i}m\rho^{(g)}v_i^{(g)} = 0 \quad (4.94)$$

и балансу импульса (количества движения) фаз

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(1-m)\rho^{(s)}v_i^{(s)} + \frac{\partial}{\partial x_j}(1-m)(\rho^{(s)}v_i^{(s)}v_j^{(s)} - \sigma_{ij}) = \\ = (1-m)\rho^{(s)}g_i + R_i + p_g \frac{\partial m}{\partial x_j}; \end{aligned} \quad (4.95)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}m\rho^{(g)}v_i^{(g)} + \frac{\partial}{\partial x_j}m(\rho^{(g)}v_i^{(g)}v_j^{(g)} - p_{ij}) = \\ = m\rho^{(g)}g_i - R_i - p_g \frac{\partial m}{\partial x_j}, \end{aligned} \quad (4.96)$$

причем тензор поровых напряжений включает в себя также турбулентные напряжения Рейнольдса, связанные с локальным тензором пористой среды (4.92):

$$p_{ij} = -p\delta_{ij} + \rho^{(g)} \langle v_i^* v_j^* \rangle. \quad (4.97)$$

Воспользуемся также выражением (2.70) для объемной межфазовой силы:

$$R_i = r(v_i^{(g)} - v_i^{(s)}) + rb|v_i^{(g)} - v_i^{(s)}|(v_i^{(g)} - v_i^{(s)}), \quad (4.98)$$

где  $r = (\mu m^2 / k)\phi(Re)$ .

Коэффициент инерционных потерь может быть выражен как

$$b = \frac{k \rho^{(g)} m}{\mu} A_s, \quad (4.99)$$

где  $A_s$  - коэффициент микротекущести.

Уравнения динамики газа могут быть далее преобразованы согласно [5]:

$$\frac{\partial^2 (m \rho^{(g)})}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 (m \rho^{(g)} v_i^{(g)})}{\partial x_i \partial t} = 0; \quad (4.100)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 (m \rho^{(g)} v_i^{(g)})}{\partial x_i \partial t} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (m \rho^{(g)} v_i^{(g)} v_j^{(g)} - p_y) = \\ = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( m \rho^{(g)} g_i - R_i - p_y \frac{\partial m}{\partial x_j} \right), \end{aligned} \quad (4.101)$$

а их разница имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 (m \rho^{(g)})}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (m \rho^{(g)} v_i^{(g)} v_j^{(g)} - p_y) - \\ - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( m \rho^{(g)} g_i - R_i - p_y \frac{\partial m}{\partial x_j} \right). \end{aligned} \quad (4.102)$$

Вычитание из обеих частей уравнения (4.102) выражения

$$\frac{\partial^2 (c_0^2 m \rho^{(g)} \delta_y)}{\partial x_i \partial x_j},$$

где  $c_0$  - волновая скорость звука в покоящемся газе, приводит к волновому уравнению типа Лайтхилла с акустическими источниками

$$\frac{\partial^2 (m \rho^{(g)})}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 (m \rho^{(g)})}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 (m T_{ij})}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial G_i}{\partial x_i}. \quad (4.103)$$

Квадрипольный  $m T_{ij}$  и дипольный  $G_i$  источники выражаются как суммы следующих характеристик фильтрационного потока:

$$\begin{aligned} T_{ij} &= \rho^{(g)} v_i^{(g)} v_j^{(g)} - p_{ij} - c_0^2 \rho^{(g)} \delta_{ij} = \\ &= \rho^{(g)} v_i^{(g)} v_j^{(g)} + \rho^{(g)} \langle v_i^* v_j^* \rangle + (p - c_0^2 \rho^{(g)}) \delta_{ij}; \end{aligned} \quad (4.104)$$

$$G_i = R_i + p_{ij} (\partial m / \partial x_j) - m \rho^{(g)} g_i. \quad (4.105)$$

Поскольку практически

$$p = c_0^2 \rho^{(g)}, \quad (4.106)$$

реальные квадрипольные источники фильтрационного шума связаны с динамическим напором газового потока

$$T_{ij} = \rho_0^{(g)} \alpha_{ijkl} v_k^{(g)} v_l^{(g)}, \quad (4.107)$$

где динамический коэффициент определяется как

$$\alpha_{ijkl} = (\rho^{(g)} / \rho_0^{(g)}) (\delta_{ij} \delta_{kl} + \langle L_{ik} L_{jl} \rangle) v_k^{(g)} v_l^{(g)} \quad (4.108)$$

и в общем случае он анизотропен.

"Давление" шума  $p_n$  измерялось в образцах горных пород; результаты приведены на рис. 4.17 в форме зависимости от скорости потока газа для очень широкого набора образцов разной пористости.

Зависимость шума от числа  $Re$  (расхода газа) показана на рис. 4.18.

Результаты измерений, проведенных в поле, даны на рис. 4.19.

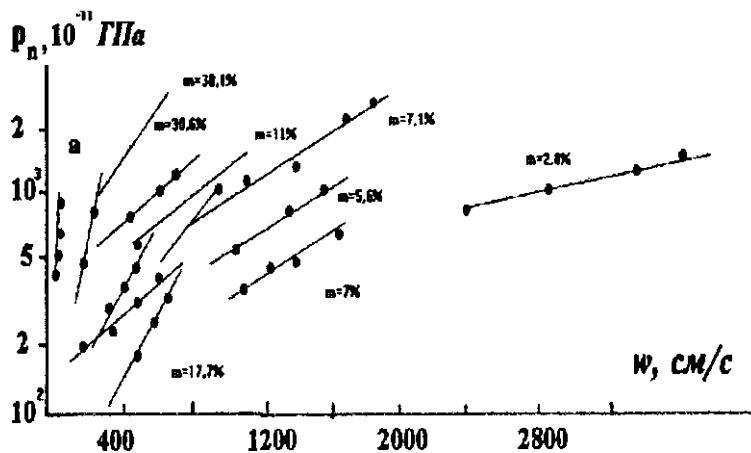


Рис. 4.17. Зависимость акустического давления  $P_a$  от скорости фильтрации и пористости (а - свободная струя газа) - по Ю.П. Коротаеву и др.

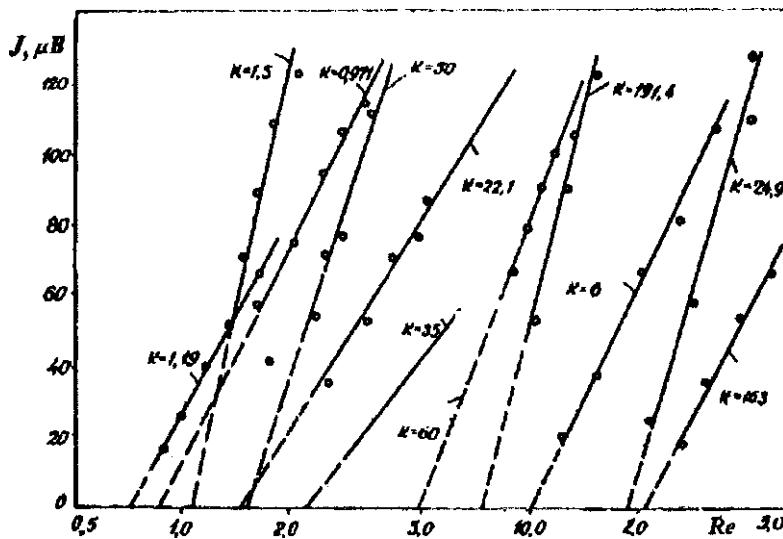


Рис. 4.18. Зависимость относительной интенсивности шума от числа Рейнольдса, соответствующего инерционным отклонениям от закона Дарси (измерения Ю.П. Коротаева и др.)

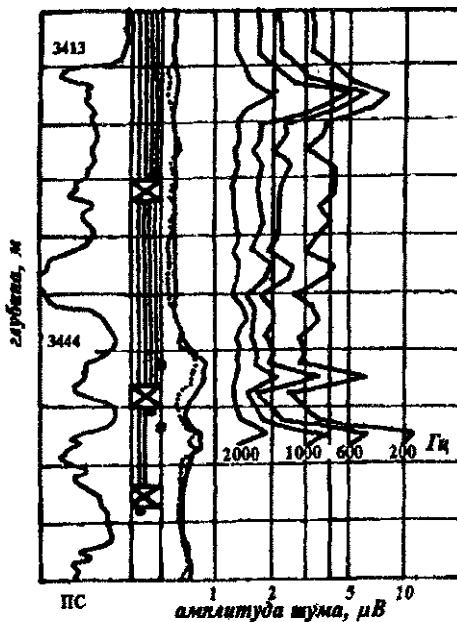


Рис. 4.19. Амплитуды различных частот шума в нефтяной скважине (по измерениям Ю.П. Коротаева и др.)

#### 4.4.2. РЕАКЦИЯ СКВАЖИН НА ТЕКТОНИЧЕСКИЕ СОБЫТИЯ

Рассмотрим также реакцию скважин на геодинамические события [100, 228]. Если длина волны тектонического возмущения намного больше мощности пласта и характерное время имеет порядок суток или часов, то инерционными силами в уравнениях динамики пористой среды можно пренебречь.

Тогда система уравнений раздела 2.1 принимает вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} + a \frac{\partial \Gamma_{kk}}{\partial t} + b \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 p; \quad (4.109)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\alpha^\theta T_0}{C_p} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{D}{C_p} \nabla^2 T. \quad (4.110)$$

Здесь  $\Gamma_{kk}$  - полное напряжение, отождествляемое с

тектоническим напряжением;  $D = D^0 m + D^0 (1 - m)$ ;  
 $\alpha^{(s)}, \alpha^{(f)}$  - коэффициенты теплового расширения, см. (2.25) - (2.26),

$$\kappa = \frac{k_0}{\mu \beta}, \quad \beta = m_0 \beta^0 + \frac{1 - (1 + m_0) \beta^0 K}{(1 - m_0) K},$$

$$b = (\alpha^{(s)} - \alpha^{(f)}) \frac{\kappa \mu m_0}{k_0}, \quad a = \frac{1 - \beta^0 K}{3(1 - m_0) \beta K}, \quad e = \frac{\Gamma_{\mu} + 3p}{3(1 - m_0) K} - \beta^0 p.$$

Сформулируем теперь граничное условие, соответствующее столбу жидкости (напору)  $h$  внутри наблюдательной скважины. Изменение объема жидкости  $\Delta V = S \Delta h$  приводит к изменению давления  $\Delta p = \rho^0 g \Delta h$ . Учет сжимаемости жидкости  $\beta^0$  меняет эффективное поперечное сечение  $S$  скважины объема  $V$  на значение

$$S_* = S + \beta^0 (dp / dh) V.$$

Приток жидкости компенсирует эти объемные изменения и приводит к следующим граничным условиям:

$$\left( d \frac{\partial p}{\partial r} + B \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{dh}{dt}; \quad r = r_w; \quad (4.111)$$

$$d = 2\pi r_w h_0 \frac{k_0}{S \cdot \mu}; \quad B = 2\pi r_w h \frac{\alpha^{(f)} D}{C_p},$$

которые добавляются к выражению для давления в жидкости и температуры на забое скважины

$$p = \rho^{(f)} g h, \quad \alpha^{(f)} dT = \beta^{(f)} dp. \quad (4.112)$$

Итак, определим реакцию скважины на тектонические изменения, предполагаемые известными, см. далее раздел 7.3.5:

$$\Gamma_{kk} = f(t). \quad (4.113)$$

Система уравнений (4.109)-(4.110) может быть сведена к следующему:

$$\begin{aligned} \kappa \nabla^4 p - \left( 1 + \kappa \frac{C_p}{D} \right) \frac{\partial}{\partial t} \Delta^2 p + \frac{C_p + \alpha^\phi b T_0}{D} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \\ = a \left( \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \Gamma_{kk} - \frac{C_p}{D} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Gamma_{kk} \right) \end{aligned} \quad (4.114)$$

Новая переменная

$$\wp = p + \frac{a C_p}{C_p + \alpha^\phi b T_0} f(t) \quad (4.115)$$

позволяет построить решение уравнения

$$\kappa \nabla^4 \wp - \left( 1 + \kappa \frac{C_p}{D} \right) \nabla^2 \frac{\partial \wp}{\partial t} + \frac{C_p + \alpha^\phi b T_0}{D} \frac{\partial^2 \wp}{\partial t^2} = 0 \quad (4.116)$$

в форме

$$\begin{aligned} \wp = \wp_1 + \wp_2; \\ \nabla^2 \wp_i + s_i^2 \frac{\partial \wp_i}{\partial t} = 0, \end{aligned} \quad (4.117)$$

причем  $s_i$  ( $i = 1, 2$ ) - корни характеристического уравнения,

$$\kappa s^4 + \left( 1 + \kappa \frac{C_p}{D} \right) s^2 + \frac{C_p + \alpha^\phi b T_0}{D} = 0.$$

Границное условие переписывается при этом в виде

$$\wp_i(r_w, t) = \eta_i(t); \quad \partial \wp_i / \partial r = 0, \quad r \rightarrow \infty \quad (4.118)$$

и

$$\eta_1(t) = \eta(t) = \rho gh + \frac{aC_p}{C_p + \alpha^\phi b T_0} f(t), \quad \eta_2(t) = 0. \quad (4.119)$$

Тогда  $\varphi_2 = 0$  и

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \int_0^t \frac{\partial U(r, t - \tau)}{\partial t} \eta(\tau) d\tau; \\ U(r, t) &= 1 + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \exp\left(\frac{z^2 t}{s_1}\right) \frac{W(r, z) z dz}{J_0^2(r_w z) + Y_0^2(r_w z)}; \quad (4.120) \\ W(r, z) &= J_0(r z) Y_0(r_w z) - J_0(r_w z) Y_0(r z), \end{aligned}$$

где  $J_0, Y_0$  - функции Бесселя первого и второго вида нулевого порядка.

Изменения температуры определяются полем порового давления  $\varphi$  и тектоническими напряжениями  $f(t)$ :

$$bT = -(1 + \kappa s_1^2) \varphi - \frac{ab\alpha^{(f)}}{C_p + \alpha^\phi b T_0} f(t). \quad (4.121)$$

Подстановка решений (4.120) и (4.121) в граничное условие (4.111) дает следующее интегродифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= \frac{2}{\pi} \frac{M}{s^2} \int_0^\infty \frac{W(r, z) z dz}{J_0^2(r_w z) + Y_0^2(r_w z)} \times \\ &\times \int_0^\infty \exp\left\{-\left(\frac{z}{s}\right)^2 (t - \tau)\right\} \eta(\tau) d\tau; \end{aligned} \quad (4.122)$$

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{2\kappa D} \left( D + \kappa C_p - \sqrt{(\kappa C_p - D)^2 - 4\kappa b \alpha^\phi D T_0} \right); \\ M &= d - \frac{B}{b} \left( 1 + \kappa s^2 \right). \end{aligned}$$

Линейное уравнение (4.122) решается методом Фурье:

$$h(t) = A_0 + \sum(A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t).$$

Если изменения тектонических напряжений гармонические

$$f(t) = A \cos \omega t.$$

Тогда

$$h(t) = A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t \equiv A_m \cos(\omega t - \varphi) \quad (4.123)$$

и дебит скважины будет определяться как

$$Q_p = -A_p \sin(\omega t - \psi), \quad A_p = S A_m \omega, \quad (4.124)$$

$$A_m = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}, \quad \psi = \operatorname{arctg} \frac{B_1}{A_1}.$$

В силу (4.123)  $Q_p$  более чувствителен к изменениям частоты. Можно видеть, что наиболее важная роль принадлежит времени релаксации пласта

$$\theta_R \approx \frac{\mu \beta r_w^2}{k_o} \left( 1 + \frac{\alpha \theta b T}{C_p} \right). \quad (4.125)$$

Поровое давление меняется в интервале от 1 до 10 атм, а изменения температуры достигают  $(1 \div 3)^0\text{C}$  в ходе подготовки землетрясения. Обычные колебания температуры значительно меньше, но и они практически измеримы.

## 4.5. Разрушение дилатирующих геоматериалов

### 4.5.1. ДИНАМИКА ПОДЗЕМНОЙ ПОЛОСТИ

Рассмотрим важную задачу об устойчивости подземной полости [49] под действием сходящейся интенсивной волны напряжений.

Пусть вмещающий массив упруговязкопластичен и соответствует следующей системе уравнений, записанной здесь для сферически симметричного движения:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial}{\partial r} (S_r - p) + 3 \frac{S_r}{r}; \quad (4.126)$$

$$\frac{dS_r}{dt} = \frac{4}{3} \bar{G} \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} - \frac{3}{2} \dot{\lambda} S_r \right); \quad (4.127)$$

$$\frac{dp}{dt} = -\bar{K} \left( \frac{\partial v}{\partial r} + 2 \frac{v}{r} - 2 \Lambda \dot{\lambda} J_2 \right). \quad (4.128)$$

Здесь  $v$  - радиальная компонента скорости смещения;  $S_r = \sigma_r - \sigma$ , ( $\sigma_r$  - радиальное напряжение,  $\sigma = -1/3 \sigma_u$  - давление в твердом однофазном геоматериале);  $\bar{G}$ ,  $\bar{K}$  - соответственно нормализованные модули сдвига и объема:

$$\bar{G} = G / (\rho c_p^2), \quad \bar{K} = K / (\rho c_p^2), \quad (4.129)$$

где  $\rho$  - плотность;  $c_p$  - скорость Р-волны.

$$\dot{\lambda} = 0, \quad F_t \leq 0; \quad \dot{\lambda} = \eta F_t, \quad F_t > 0, \quad (4.130)$$

где  $F_t = \Phi_t(J, p, \chi) / J$ ;  $J^2 = (3/4) S_r$  - второй инивариант тензора напряжений;  $\Phi_t$  - статически определяемые поверхности текучести, стремящиеся к остаточной прочности в ходе процесса ослабления геоматериала;  $\chi$  - параметр ослабления (1.86);  $\eta$  - параметр вязкости.

Система уравнений (4.126) - (4.130) записана в безразмерной форме, будучи приведенной ко времени  $t_m$  нагружения до максимума, радиальной координате, равной  $c_p t_m$ , максимальному приложенному напряжению  $\sigma_{r\max}$  и к максимальной скорости  $\sigma_{r\max} / (\rho c_p)$ .

Предполагается, что геоматериал не может выдерживать растяжение.

Эффект вязкости упрощает расчеты в условиях разгрузки и соответствует физическим свойствам геоматериалов. Более того, добавление вязких эффектов позволяет более адекватно оценить длину взрывной волны.

В предельном случае упругопластичности параметр  $A$  должен быть найден из условия совпадения с упругопластическим решением.

Для расчета был использован метод Уилкинса, основанный на конечно-разностной схеме [128].

Дополнительно используем следующую систему параметров. Первым служит геометрический параметр  $r_* = r_1 / r_0$ , где  $r_0$  - начальный радиус полости, а  $r_1$  - радиус внешней границы, на котором была приложена импульсная нагрузка. Интенсивность нагружения  $K_1 = \sigma_{\text{рмк}} / R_c$  относилась к максимальной прочности  $R_c$  геоматериала при одноосном сжатии.  $R_1 = R_c^0 / R_c$  - приведенная остаточная прочность, тогда как безразмерная прочность - это  $R = R_c / (\rho c_p^2)$ , а  $R_2 = R_* / R_c$ , где  $R_*$  - прочность при растяжении.

Интенсивность спада прочности оценивалась параметром  $M_* = M_0 / (\rho c_p^2)$ , где  $M_0$  - пластический модуль ( $0 \leq M_0 \leq 0,5$ ) ветви разгрузки при одноосном деформировании. Этим же условиям соответствуют скорость дилатансии  $\Lambda^0$  и показатели экспоненциального представления  $s_2$  и  $s_3$  поверхностей текучести [56]. Зависимость скорости дилатансии  $\Lambda$  от  $\sigma$  характеризуется параметром  $a_0$ .

Вся эта сложная система параметров описывает реологию дилатирующих горных пород согласно работе [56]. Система параметров используется в специальных программах численных расчетов динамических задач на ЭВМ.

Физически разумные решения должны быть независимы от выбора сетки для вычислений. Для этого пространственные ячейки должны быть меньше, чем  $0,1 r_*$ .

Был использован параметр дифракции  $A = c_p t_m / (2 r_0)$ , а также  $R_3 = \sigma_n / \sigma_{\text{рмк}}$  - приведенное начальное статическое напряжение и напряжение  $\sigma_n$ , действующее на внешней границе  $r_1$  до приложения импульсивной нагрузки.

Импульсная нагрузка задавалась как напряжение  $\sigma_t$ , динамически добавленное к  $\sigma_\infty$  пропорционально времени на радиальном расстоянии  $r_1 = 20r_0$  в течение интервала  $0 \leq t \leq t_m$ . Результирующее напряжение  $\sigma_t + \sigma_\infty$  считалось постоянным при  $t > t_m$ .

Во всех расчетах использована следующая система числовых значений:

$$\begin{aligned} R_1 &= 0,02, & R_2 &= 0,05, \\ s_2 &= 0,65, & s_3 &= 0,85, & A &= 2,5, \end{aligned} \quad (4.131)$$

а коэффициент Пуассона

$$\nu = \frac{1}{2} \frac{K - 2G / 3}{K + G / 3}.$$

был равен 0,17:

Результаты приведены на рис. 4.20-4.25. Здесь даны изменения кольцевых напряжений  $\sigma_\theta$  на поверхности полости равно, как и радиальной скорости  $v$ , которая положительна, если направлена внутрь полости.

Кривая 1 - упругое решение, а кривая 2 - упругопластическое ( $K = 1$ ,  $R = 0,0005$ ,  $M^\theta = 0,5$ ,  $\Lambda^\theta = 1$ ,  $a_\theta = 1$ ) также, как и кривые 4 ( $a_\theta = 0,2$ ) и 5 ( $K_1 = 2$ ).

Кривая 3 - расчет по ассоциированному закону течения при предельном условии Мизеса ( $\sigma_t = \text{const}$ ). Кривые 6 и 7 даны для больших значений параметра вязкости  $\eta$ . Последние оказались близкими к упругопластическому решению 2.

Пластическое деформированное существенно уменьшает кольцевые напряжения и увеличивает скорости смещений. Увеличение скорости тем больше, чем выше интенсивность нагружения ( $K_1$ ), причем дилатансия уменьшается с ростом давления (параметр  $a_\theta$  уменьшается).

Максимально эффект дилатансии означает 20%-ное увеличение скорости. Учитывалось, что разрушенный геоматериал обладает остаточной прочностью.

Кольцевые напряжения, представленные кривой 2 на рис. 4.20, согласуются с экспериментальными данными. Их резкое уменьшение соответствует разрушению стенки полости.

Вариант расчета на основе пластической несжимаемости противоречит опытным данным.

Скорость смещений на стенке полости приведена на рис. 4.21. Возвратные смещения существенны только в случае упругого решения 1.

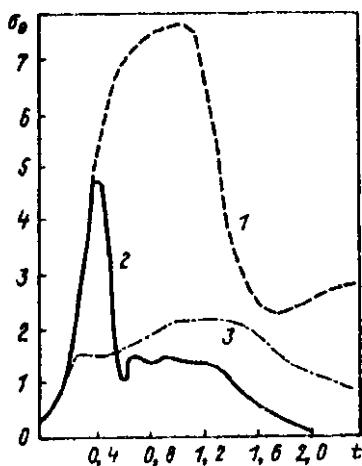


Рис. 4.20. Динамика кольцевых напряжений на поверхности подземной полости под воздействием сильной волны

Профили волны показаны на рис. 4.22 сплошными линиями (для  $t = 0,5; 0,7; 1,0; 1,3; 1,5; 2,0$ ) при учете дилатансии.

Можно видеть ступеньку, движущуюся внутрь массива от поверхности полости; она соответствует фронту разрушения. Его скорость примерно равна  $0,13 c_p$ . (Поэтому в данном случае эффектом предельной скорости трещин, см. далее раздел 5.1.5, можно пренебречь.)

Движение ступеньки прекращается при  $t > 1,5$ , что и определяет внешний радиус разрушения  $r$ , (см.табл.4.1).

Пунктирные линии соответствуют упругому решению, при

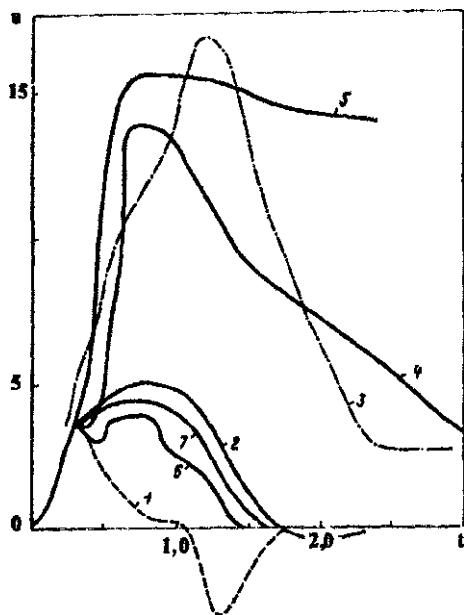


Рис. 4.21. Изменения скорости смещения во времени на поверхности подземной полости под воздействием волны напряжений

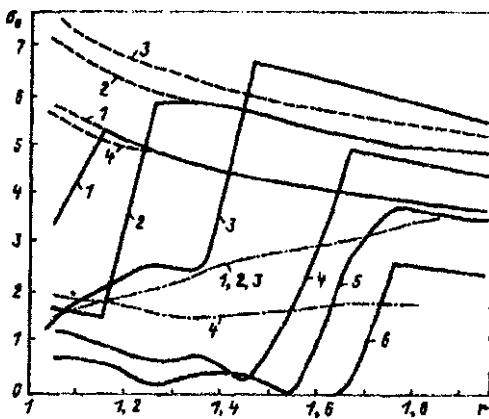


Рис. 4.22. Кольцевые напряжения вблизи полости во времени (ступеньки соответствуют продвижению фронта разрушения в глубь массива)

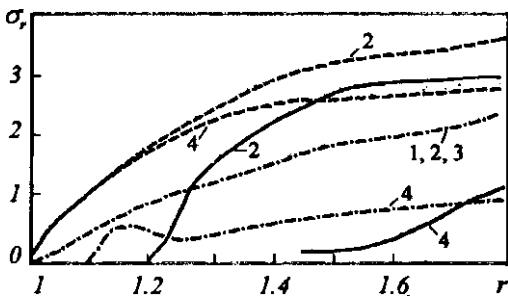


Рис. 4.23. Радиальные напряжения вокруг полости во времени

Таблица 4.1. Радиус разрушения вокруг подземной полости под действием взрыва

$N$	$r_s$	$K_1$	$a_0$	$r_r / r_0$
1	20	1	1,0	1,6
2	20	1	0,2	1,4
3	20	2	0,2	2,1
4	20	1	0,1	6,7
5	5	2	1,0	1,6

котором изменения скорости вдоль радиальной координаты малы. Пластические модели приводят к существенно неоднородным полям скоростей.

Варианты 1, 2, 3 и 5 соответствуют дилатационной теории

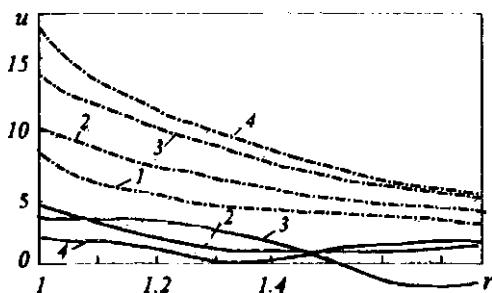


Рис. 4.24. Смещения массива вокруг подземной полости в последовательные моменты времени при воздействии ударной волны

$(\Lambda^0 = 1)$ , а вариант 4 (данный штрих-пунктиром) - пластическому течению при ассоциированном законе. Последний приводит к слишком большой зоне разрушения по сравнению с экспериментальными данными, которым близок вариант 5. Параметр  $a_0$  отражает дилатансионное упрочнение.

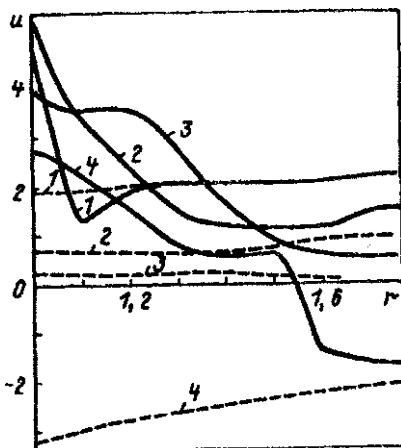


Рис. 4.25. Остаточные объемные деформации вблизи подземной полости ( $1 - K_1 = 2$ ,  $\Lambda^0 = 1$ ,  $a_0 = 0.2$ ;  $2 - K_1 = 1$ )

Радиальные напряжения характеризуются гладкими волновыми профилями. Остаточные объемные деформации имеют экстремум вблизи полости, что соответствует возникновению зоны повышенной пористости.

#### 4.5.2. ЛОКАЛИЗАЦИЯ СДВИГА

Внутри непрерывных полей активного упругопластического деформирования (иногда даже в режиме упрочнения) может произойти локализация сдвига, воспринимаемая из-за нарушения целостности массива как разрушение. Причина - внутренняя неустойчивость упругопластических геоматериалов, чувствительных к давлению.

Перепишем [26] определяющие законы, составленные в разделе 1.3, в следующем виде:

$$\delta e_{ij} = \Pi_{ijkl} \delta \sigma_{kl};$$

$$\begin{aligned} \Pi_{ijkl} = & \left\{ -\frac{\nu}{2G(1+\nu)} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{1}{4G} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \right\} + (4.132) \\ & + \frac{\Lambda}{G_p} \left( \frac{\sigma_{ij}}{2J_2} + \frac{1}{3} \Lambda \delta_{ij} \right) \left( \frac{\sigma_{kl}}{2J_2} + \frac{1}{3} \alpha \delta_{kl} \right), \end{aligned}$$

где  $G_p$  - мгновенный пластический модуль.

Уравнения равновесия сформулируем для приращений напряжений  $\delta \sigma_{ij}$ :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\delta \sigma_{ij}) = 0. \quad (4.133)$$

В таком виде их удобно использовать для анализа внутренних изменений внутри пластических зон в отсутствие возмущений на внешних границах:

$$\delta(\sigma_{ij} n_i) = 0. \quad (4.134)$$

Основная идея [217] состоит в поиске неединственных решений внутри полосы, определяемой такой нормалью  $l_i$ , чтобы существовала функция [26]

$$L = L(l_i x_i), \quad l_i l_i = 1, \quad (4.135)$$

меняющаяся поперек полосы, причем

$$\begin{aligned} \delta u_1 &= \frac{\partial^2 L}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial N}{\partial x_2}, & \delta u_2 &= \frac{\partial^2 L}{\partial x_2 \partial x_3} - \frac{\partial N}{\partial x_1}, \\ \delta u_3 &= -\frac{1}{a_{13} + G} (a_{11} \nabla^2 L + G \frac{\partial^4 L}{\partial x_3^4}) \end{aligned} \quad (4.136)$$

при начальном состоянии

$$\sigma_{11}^0 = \sigma_{22}^0 = -p, \quad \sigma_{33}^0 = -q. \quad (4.137)$$

Здесь коэффициенты  $a_{ij}$  определяются упругими константами, скоростью дилатансии  $\Lambda$  и мгновенным пластическим модулем

$$G = \left( -\sigma \frac{d\alpha}{d\chi} + \frac{dY}{d\chi} \right), \quad (4.138)$$

физический смысл которого проиллюстрирован на рис. 4.26.

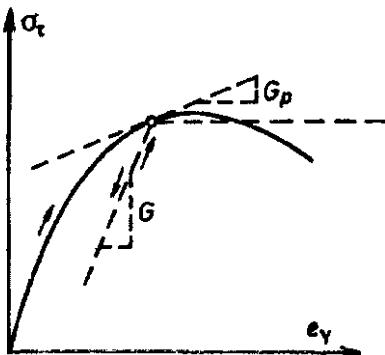


Рис. 4.26. Зависимость напряжение-деформация при сдвиге с введением мгновенного пластического модуля  $G_p$  и истинного упругого модуля  $G$  при разгрузке (схема Дж. Р. Райса)

Функции  $L$  и  $N$  должны удовлетворять [26] следующим уравнениям:

$$\nabla^2 \nabla^2 L + \mathfrak{I}_1 \nabla^2 \left( \partial^2 L / \partial x_3^2 \right) + \mathfrak{I}_2 \left( \partial^4 L / \partial x_3^4 \right) = 0; \quad (4.139)$$

$$\nabla^2 N + \partial^2 N / \partial x_3^2 = 0, \quad \nabla^2 = \partial^2 / \partial x_1^2 + \partial^2 / \partial x_2^2. \quad (4.140)$$

Если  $N = 0$  и (4.135) выполнено, то уравнение (4.139) преобразуется в следующее характеристическое уравнение :

$$\xi^4 + \frac{\mathfrak{I}_1}{\mathfrak{I}_2} \xi^2 + \frac{1}{\mathfrak{I}_2} = 0, \quad \xi = \frac{l_3^2}{l_1^2 + l_2^2}, \quad (4.141)$$

где  $\mathfrak{I}_1$ ,  $\mathfrak{I}_2$  - комбинации коэффициентов  $a_{ij}$  [26].

Условие (4.141) означает потерю эллиптичности уравнения (4.139) внутри полосы при достижении критического состояния. Разрешая (4.141) относительно параметра  $G_p / G$ , определим максимальное значение мгновенного пластического модуля [217]

$$\left(\frac{G_p}{G}\right)_{\max} = -\frac{1+\nu^2}{6} \left\{ (1-\lambda-\kappa)^2 - \frac{2}{1-\nu} (\lambda-\kappa)^2 \right\}, \quad (4.142)$$

который соответствует критическому состоянию

$$\zeta_{cr}^2 = \frac{(1+\nu)(1-\lambda-\kappa)}{(2-\nu)+(1+\nu)(\lambda+\kappa)}; \quad (4.143)$$

$$\lambda = \text{sign}(p-q) \frac{\alpha}{\sqrt{3}}, \quad \kappa = \text{sign}(p-q) \frac{\Lambda}{3}. \quad (4.144)$$

В простом случае плоской деформации критерий (4.142) имеет вид

$$\left(\frac{G_p}{G}\right)_{\max} = \frac{(1+\nu)^2}{18(1-\nu)} (\alpha - \Lambda)^2. \quad (4.145)$$

Теперь можно видеть, что критический модуль положителен и что рост пластических деформаций происходит в полосе и в режиме упрочнения. В случае ассоциированного закона течения ( $\alpha = \Lambda$ ) критическое значение равно нулю, т.е. полоса появится только при ослаблении (рыхлении) среды.

#### 4.5.3. БИФУРКАЦИИ БУДИНАЖА И СИСТЕМЫ ПОЛОС

Согласно И.А. Гарагашу [26] решения

$$L = \psi(x_1, x_2) f(x_3) \quad (4.146)$$

уравнения (4.139) удовлетворяют уравнению Гельмгольца

$$\Delta^2 \psi + \zeta^2 \psi = 0, \quad (4.147)$$

где  $\zeta$  - числовой параметр и

$$\Im_2 \frac{\partial^4 f}{\partial x_3^4} - \Im_1 \zeta^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2} + \zeta^4 f = 0.$$

Последнее уравнение имеет решение (4.148), причем необходимо положить  $\eta = 0$  (поскольку в среде могут существовать только конечные напряжения и смещения):

$$f = C_i \exp(\zeta s_i x_3); \quad s_i = + - (\eta + i\beta); \quad (4.148)$$

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{\sqrt{\Im_2}} + \frac{\Im_1}{\Im_2}}; \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{\sqrt{\Im_2}} - \frac{\Im_1}{\Im_2}}.$$

Периодические решения также возможны, т.е. внутренняя неустойчивость также может приводить к гексагональным ячейстым структурам (известным в геологии как системы будина-жа) - см.рис.4.27.

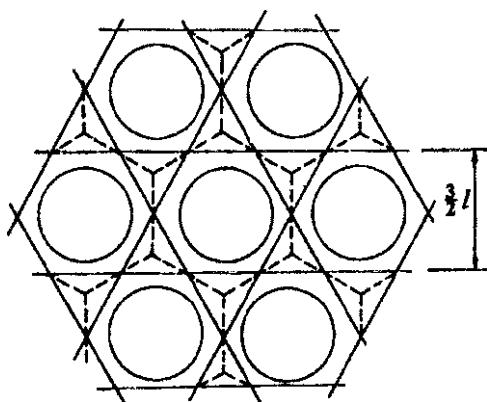


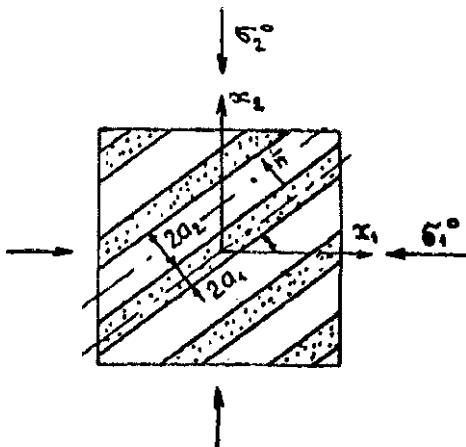
Рис. 4.27. Поперечное сечение геоматериала при будинной неустойчивости (горизонтальный масштаб  $l \approx \beta^{-1}$ )

Ячейки определяются таким решением уравнения (4.147):

$$\psi = \frac{1}{3} \left( 2 \cos \frac{2\pi}{l\sqrt{3}} x_1 \cos \frac{2\pi}{3l} x_2 + \cos \frac{4\pi}{3l} x_2 \right). \quad (4.149)$$

В реальности сдвиговые полосы появляются внутри массива геоматериала в виде системы, для которой характерны такие геометрические масштабы.

Рис. 4.28. Ориентация и толщина полос локализации (по работам И.А.Гарагаша, см. [26])



Полосы разделены зонами (рис. 4.28) упругой разгрузки толщиной  $a_2$ . При чистом сдвиге

$$a_2 = \frac{18}{\alpha^2} \frac{1-\nu}{(1+\nu)^2} a_1, \quad (4.150)$$

где  $a_1$  - толщина полосы, пропорциональная радиусу зерна (фрагмента) геоматериала [26].

#### 4.5.4. НАВЕДЕННАЯ ДИЛАТАЦИОННАЯ АНИЗОТРОПИЯ

Появление системы полос придает геоматериалу анизотропные свойства. Соответственно функция текучести

$$\Phi_o(J_i, \chi_j) = 0 \quad (4.151)$$

и условие дилатансии

$$\Phi_e(I_k, \chi_j) = 0 \quad (4.152)$$

будут зависеть от целого набора инвариантов тензоров напряжения и деформации,  $J_i, I_k$ , включая начальные напряжения и пластические деформации, собственно и определяющие характер анизотропии [55]. Следует помнить, что весьма существенны изменения поверхности текучести, соответствующие общему снижению прочности, если одно из нормальных напряжений оказывается растягивающим (хотя среднее давление  $p = -\sigma = (1/3) \sigma_{ij} \delta_{ij}$  и сохраняется сжимающим [26, 222]).

## Глава 5

# ВЗРЫВЫ И СЕЙСМИКА ГОРНЫХ МАССИВОВ

## 5.1. Элементарная теория подземного взрыва

### 5.1.1. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Подземные камуфлетные взрывы характеризуются минимальным повреждением свободной поверхности. При этом только слабые упругие волны могут достигнуть поверхности земли, что обеспечивается достаточной глубиной заложения заряда.

С математической точки зрения подземный камуфлетный взрыв наиболее прост [110], поскольку соответствующее динамическое движение сферически симметрично. Это означает, что уравнения баланса масс и импульса для горного массива имеют вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nu \frac{\partial \rho}{\partial r} = \rho \left( \frac{\partial \nu}{\partial r} + \frac{2}{r} \nu \right); \quad (5.1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \nu}{\partial t} + \nu \frac{\partial \nu}{\partial r} \right) = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r}{r}, \quad (5.2)$$

где  $\rho = (1 - m)\rho_0$  - плотность геоматериала;  $\nu$ ,  $\sigma_r$  - радиальные компоненты массовой скорости и напряжения;  $\sigma_r = \sigma_r - \sigma_\theta$  ( $\sigma_\theta$  - кольцевое напряжение).

Динамика горного массива развивается под воздействием полости, заполненной взрывными газами с высоким давлением, которая расширяется по закону

$$p = p_0 \left( \frac{a_0}{a} \right)^{3\gamma} = -\sigma_r(a), \quad (5.3)$$

где  $\gamma$  - показатель адиабатического расширения газа;  $p$  - давление в полости;  $a$  - радиус полости ( $p_0, a_0$  - начальные

значения), меняющийся вместе с объемом полости, который пропорционален  $a^3$ .

Правая часть (5.3) - это граничное условие для радиального напряжения  $\sigma_r$  при  $r=a$  (отрицательное при сжатии).

Расширяющаяся полость моделирует динамическое действие взрыва, причем различия между ядерными и химическими взрывами учитываются [110] заданием начальной массы газа и его энергии

$$\mathcal{E} = \frac{3}{4} \pi a_0^3 \frac{p - p_L}{\gamma - 1}, \quad (5.4)$$

Последняя пропорциональна начальному давлению в полости. Здесь  $P_r$  - среднее литостатическое давление.

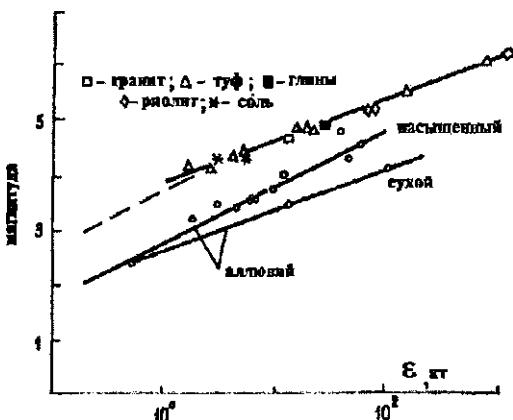


Рис. 5.1. Интенсивность сейсмической волны камуфлетного взрыва в высокопористой породе на порядок слабее, чем в монолитной скале; водонасыщенность также существенна

Для ядерных взрывов характерны весьма высокий уровень энергии и одновременно очень малая масса газа, возникающая только за счет испарения металла ядерного устройства и вмещающего горного массива на стенках полости. Если массив влажен, к этим газам добавляется испарившаяся вода и эффективная энергия ядерного взрыва существенно возрастает [17].

Химические взрывы характеризуются большой массой продетонировавших газов, хотя их энергия несравненно ниже.

В расчеты взрывного движения следует вводить диссипативные механизмы, типичные для горных массивов. Эффективное излучение сейсмических волн при взрыве зависит [109] от типа геоматериалов, окружающих заряд (рис. 5.1).

В ближайшей окрестности (зона I) полости ядерного взрыва поведение горной породы в силу высокого давления уподобляется жидкости.

В зоне разрушения II происходит интенсивное пластическое деформирование, причем здесь объемное деформированиеносит явно дилатационные черты.

Условие дилатансии (1.78) принимает вид дифференциального уравнения относительно радиальной скорости:

$$\frac{\partial v}{\partial r} + 2 \frac{v}{r} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Lambda \left| \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right|. \quad (5.5)$$

Дилатационное уравнение (5.5) справедливо только, если выполнено предельное условие (1.77),

$$|\sigma_r - \sigma_\theta| + \alpha(\sigma_r + 2\sigma_\theta) + \alpha H = 0. \quad (5.6)$$

Таким образом, система уравнений (5.1), (5.2), (5.5) и (5.6) включает в себя четыре искомых переменных и допускает решение задачи с граничным условием (5.3) при начальных условиях покоя:

$$v = 0, \quad t = 0, \quad r > a_0. \quad (5.7)$$

Однако внешняя зона покоя (на бесконечности)

$$v = 0, \quad r \rightarrow \infty \quad (5.8)$$

отделяется от зоны движения разрывным фронтом, определяемым условиями

$$\rho[v(R) - U] = -\rho^0 U; \quad (5.9)$$

$$\rho v(R) \{v(R) - U\} - \sigma_r = 0, \quad (5.10)$$

которые есть не что иное как хорошо известные балансы на ударном переходе (1.33) и (1.34).

Здесь  $R$  - радиальная координата разрыва, причем его скорость определяется как

$$U = dR / dt. \quad (5.11)$$

### 5.1.2. ДИЛАТАНСИОННЫЕ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ИНТЕГРАЛЫ

Интегрирование уравнения дилатансии (5.5) (при условии постоянства скорости дилатансии  $\Lambda$ ) приводит [87] к первому кинематическому интегралу:

$$v(r, t) = \frac{C(t)}{r^n}, \quad n = \frac{2\sqrt{3} + 2\Lambda\theta_r}{\sqrt{3} - 2\Lambda\theta_r}, \quad (5.12)$$

где  $C(t)$  - произвольная функция, а  $\theta_r$  - знак пластического сдвига:

$$d\gamma / dt = (dv / dr) - (v / r). \quad (5.13)$$

Экспериментальные взрывы в песке показали [110], что

$$n = 1.5 - 1.8. \quad (5.14)$$

Согласно значениям (5.14) пористые гранулированные среды [87, 110] дилатируют с скоростью в интервале

$$\Lambda = 0.18 \div 0.09, \quad (5.15)$$

и, поскольку  $v / r > dv / dr$ ,  $\theta_r = -1$ .

Положительные значения (5.15) соответствуют разрыхлению плотных песков.

В случае несжимаемости  $\Lambda = 0$  и  $n = 2$ , что соответствует взрывам в воде (или в металле).

Скальные породы ведут себя при взрыве качественно подоб-

но пескам плотной упаковки (в силу их поликристаллической природы и более слабым связям между минералами, чем прочность последних).

Очень пористые горные породы характеризуются условием  $\Lambda < 0$ . В этом случае взрыв уплотняет ближнюю зону массива.

Использование интеграла (5.12) в балансе масс (5.1) приводит ко второму интегралу, теперь для плотности [44, 114].

В силу (5.12) баланс (5.1) может быть переписан в виде [114]

$$\frac{\partial \ln \rho}{\partial t} + (n+1) \frac{\partial \ln \rho}{\partial r^{n+1}} + C(t)(2-n) \frac{\partial \ln r^{n+1}}{\partial r^{n+1}} = 0. \quad (5.16)$$

Функция  $C(t)$  определяется массовой скорости  $v(R)$  частиц на движущемся фронте (5.10), что преобразует первый кинематический интеграл (5.12) к виду [110]:

$$v = v(R) \left( \frac{R}{r} \right)^n. \quad (5.17)$$

Вместо времени может использоваться переменный радиус фронта  $R(t)$ .

Тогда уравнение (5.16) преобразуется так:

$$\frac{U}{v(R)R^n} \frac{\partial \ln \rho r^{(2-n)}}{\partial R} + (n+1) \frac{\partial \ln \rho r^{(2-n)}}{\partial r^{n+1}} = 0. \quad (5.18)$$

Если в уравнении (5.18) использовать новые переменные

$$z = \ln \rho r^{(2-n)}, \quad dy = (U / v) dR^{n+1}, \quad (5.19)$$

оно примет вид

$$\frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial r^{n+1}} = 0. \quad (5.20)$$

Второй кинематический интеграл имеет вид простой волны

$$z = z \left( r^{n+1} - \int \frac{v(R)}{U} dR^{n+1} \right), \quad (5.21)$$

или эквивалентно [114]

$$\rho = r^{n-2} f \left( r^{n+1} - \int \frac{v(R)}{U} dR^{n+1} \right). \quad (5.22)$$

Можно воспользоваться балансом масс (5.9) на фронте волны:

$$\frac{v}{U} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} = \frac{e}{e+1}, \quad e = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}. \quad (5.23)$$

Если объемная деформация на фронте постоянна (например,  $e(R) = e_*$ ), то на фронте ( $r = R$ )

$$\rho = R^{n-2} f(x_r) = \rho_0 (1 + e_*); \quad (5.24)$$

$$x_R = R^{n+1} / (1 + e_*),$$

и расчет упрощается.

Теперь можно определить функцию  $f(x)$  как

$$f(x) = \rho R^{2-n} = \rho_0 (1 + e_*) \{x(1 + e_*)\}^{\frac{2-n}{1+n}}. \quad (5.25)$$

Кинематические интегралы (5.17) и (5.25) совместно с пластическим условием (5.6) и балансом импульса на фронте (5.10) позволяют свести динамическое уравнение (5.2) к обыкновенному дифференциальному уравнению, которое может быть проинтегрировано численно.

### 5.1.3. ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ КАМУФЛЕТНОГО ВЗРЫВА

Рассмотрим вариант построения решения, при котором численный расчет применяется с самого начала. Такой подход позволяет учитывать изменения скорости дилатансии (вплоть

до смены ее знака) одновременно с изменениями коэффициента сухого трения  $\alpha$  и сцепления  $chs = \alpha H$ . Более того, удается также учитывать упругую составляющую деформаций в пластической зоне II (равно как и существование внешней упругой зоны III).

В упругой зоне III выполняется обычный закон Гука, но с использованием субстанциональных производных

$$\frac{d\sigma_r}{dt} = G\left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r}\right), \quad \frac{d\sigma}{dt} = K\left(\frac{\partial v}{\partial r} + 2\frac{v}{r}\right), \quad (5.26)$$

которые соответствуют нелинейности, связанной с большими скоростями смещений при взрывном движении.

В пластической зоне II упругая часть деформаций исключается предварительно с помощью дилатационного соотношения (5.5):

$$\left(\frac{\partial v}{\partial r} + 2\frac{v}{r}\right) + \frac{I}{K}\left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} + v\frac{\partial \sigma}{\partial r}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}}\Lambda \left|\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r}\right|. \quad (5.27)$$

В обеих зонах выполнены уравнения баланса (5.1) и (5.2), но в зоне II выполнены упругопластические определяющие соотношения при пределе пластичности (5.6).

Необходимо отметить, что непосредственно перед  $R$  (т.е. при  $r = R - 0$ ) между зонами II и III выполнено то же самое пластическое условие (5.6).

(Вообще говоря, здесь оно должно включать в себя более высокие значения коэффициентов  $\alpha$  и  $H$ , соответствующие прочности горной породы в начальном состоянии. В результате кольцевые напряжения  $\sigma_\theta$  могут оказаться здесь разрывными, хотя ударный фронт может и не совпадать с этой границей.)

Поскольку вычислительный метод включает в себя численную вязкость, фронтальные скачки заменяются на подвижные зоны высоких градиентов. Некоторые типичные результаты расчета [200] подземного камуфлетного взрыва даны на рис. 5.2-5.4.

Здесь использованы приведенная координата  $r / \varepsilon^{1/3}$ , где  $\varepsilon$  - энергия взрыва. Профили взрывной волны (рис. 5.2) приве-

дены для трех моментов времени ( $t = 28 t_0; 56 t_0; 84 t_0$ , где  $t_0 = a_0 / c_p$ ,  $c_p$  - скорость продольной волны).

Сплошные линии соответствуют дилатационному разрыв-

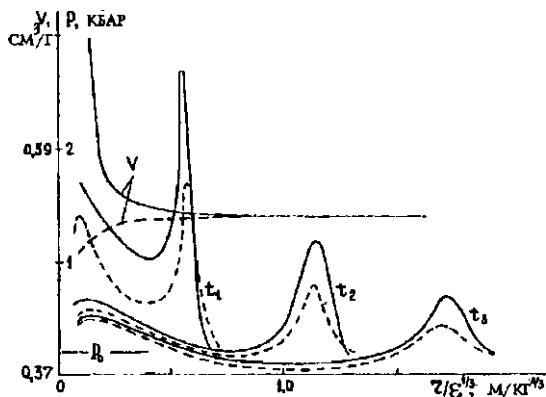


Рис. 5.2. Профили волн, излучаемых динамически растущей полостью с учетом дилатации массива (сплошные линии) и без нее (пунктир)

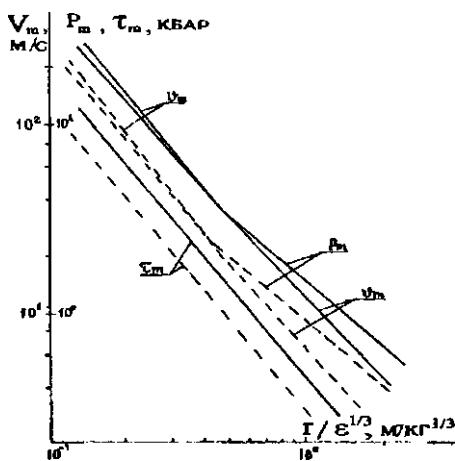


Рис. 5.3. Затухание сейсмических волн в окрестности подземного взрыва (сплошные линии соответствуют учету дилатации), энергия дана в весе эквивалентного заряда ТНТ;  $1 \text{ м/кг}^{1/3} = 100 \text{ м/кг}^{1/3}$

лению массива при  $\Lambda = 0.1$ . Пунктирные линии соответствуют случаю  $\Lambda = 0$ , когда уменьшается удельный объем  $V = 1 / \rho$ , а плотность возрастает, поскольку растут и давление и упругая сжимаемость.

Отмечен также уровень литостатического давления  $p_L$ .

На рис. 5.3 приведены максимумы скорости, давления и напряжения сдвига во взрывной волне (кривые 1,2,3) для двух случаев:  $\Lambda = 0.1$  и  $\Lambda = 0$ .

Перелом - при  $r / \varepsilon^{1/3} \approx (0.4 \div 0.5)$  - соответствует моменту отрыва ударного фронта (началу его движения со скоростью большей, чем пластическая граница).

На рис. 5.4 приведены годографы пластической границы (кривая 1), радиуса полости (2), максимума давления, отождествляемого с ударным фронтом (3), а также второго максимума давления, отождествляемого с остаточным напряжением (4).

Можно видеть, что эффект дилатансионной интенсификации движения во внешнюю область массива, но одновременно уменьшает размер полости в связи с ростом объема в зоне дилатационной пластичности [200].

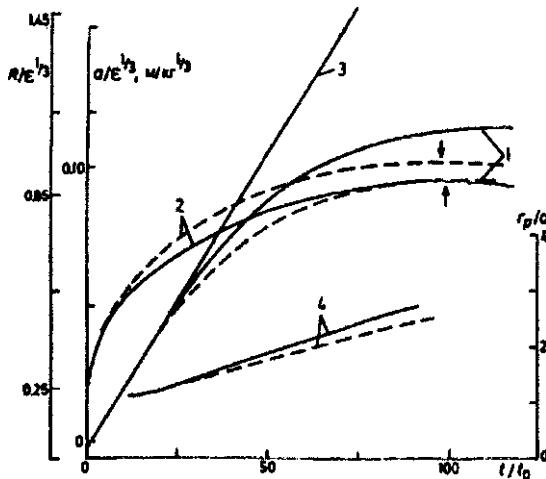


Рис. 5.4. Фронты взрывных волн напряжений в дилатирующих (сплошные линии) и недилатирующих (пунктир) массивах

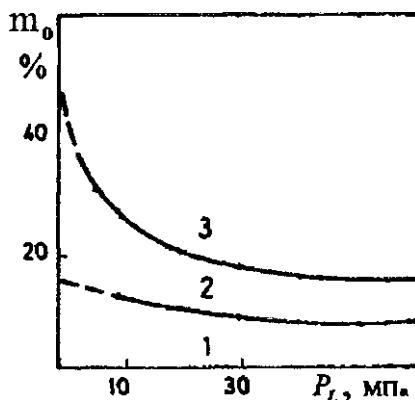


Рис. 5.5. Влияние начальной пористости и литостатического давления на распределение остаточной пористости после взрыва

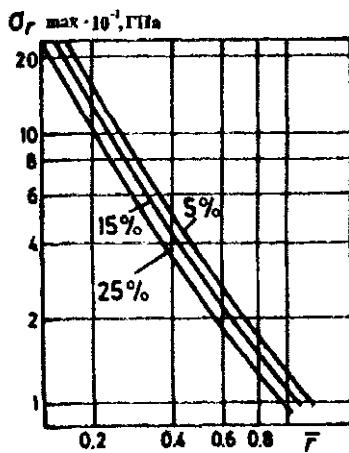


Рис. 5.6. Зависимость затухания сейсмических волн от начальной пористости массива

Первый этап взрывного движения характеризуется более существенным уплотнением на ударном фронте в случае высокой начальной пористости и последующей динамической консолидацией (с отрицательной дилатансией вследствие сдвига за этим фронтом).

Начальное литостатическое давление также влияет на процесс уплотнения. На рис. 5.5 показаны характерные интервалы дилатационного разрыхления (1) и уплотнения (3), а также промежуточный случай (2). Начальная пористость уменьшает амплитуду взрывной волны, как можно увидеть из рис. 5.6.

#### 5.1.4. ВЗРЫВНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Физическое моделирование подземных взрывов с помощью малых зарядов в искусственно сцементированных песках показывает вполне аналогичную картину динамического деформирования порового пространства в ближней зоне взрывной полости.

Некоторые результаты приведены на рис. 5.7. Можно видеть, что остаточная плотность возрастает в сферической зоне вокруг взрывной полости, причем соответственно увеличивается скорость Р-волны в радиальном направлении. В то же время отсутствуют изменения скорости Р-волны в кольцевом направлении, что говорит о высокой анизотропии остаточных эффектов. Хотя плотность (и пористость) меняются немонотонно, проницаемость падает всюду из-за сопутствующего уменьшения размера зерен среды (вплоть до порошкового состояния).

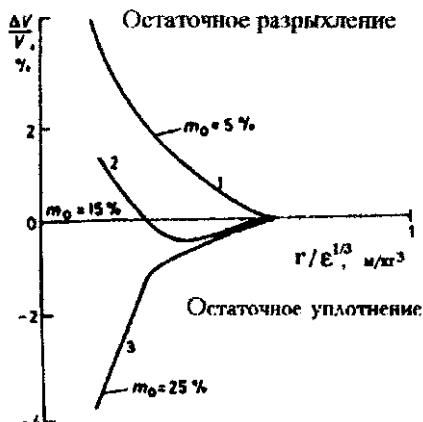


Рис. 5.7. Зависимость остаточной плотности ( $V = 1 / \rho$ ) вокруг взрывной полости от начальной пористости [200]

Немонотонные изменения проницаемости не подавляются дроблением только в случаях относительно малых значений начальной пористости. (Взрыв в образце породы с  $m_0 = 10\%$  проиллюстрирован на рис. 5.8.)

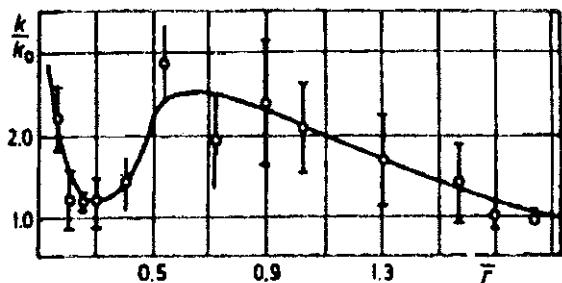


Рис. 5.8. Немонотонность профиля проницаемости после взрыва в плотном сцепментированном песке ( $m_0 = 10\%$ )

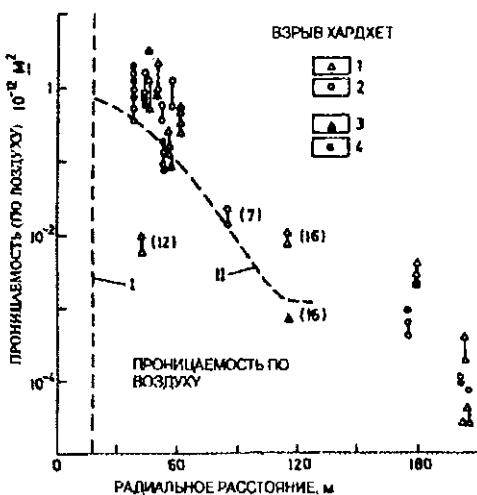


Рис. 5.9. Данные испытаний скважин после ядерных взрывов в гранитах (I — радиус полости, II — взрыв Холттар):  
1, 2 — вертикальные и горизонтальные скважины, измерения 1964 года; 3, 4 — измерения 1965 года; числа в скобках — номера скважин

Однако эти изменения проницаемости не более чем в 3 раза превосходят начальное значение.

Они намного меньше поразительных изменений (в 1000 раз и даже более) проницаемости гранитов, что объясняется появлением взрывных трещин в массиве исключительно малой начальной пористости (рис. 5.9).

Судя по этим экспериментальным данным, все остаточные изменения локализованы в зоне  $r \leq 0,47 \text{ м/кг}^{1/3}$  в случае мягкого пористого массива, тогда как в более жестком (водонасыщенном базальте) критериальное значение равно 0,63, а в монолитных массивах (гранитах) эта зона оценивается как  $r \leq 1 \text{ м/кг}^{1/3}$ .

В пористых горных массивах после взрыва нет трещин. Бесчисленные жесткие зерна подавляют развитие длинных трещин, возникающих обычно в хвостовой части расходящихся взрывных волн.

Экспериментальные данные согласуются с расчетами, использующими обычные статические прочностные параметры горных пород.

#### 5.1.5. ДИНАМИЧЕСКАЯ ПРОЧНОСТЬ ГЕОМАТЕРИАЛОВ

В горной механике существует проблема динамической прочности, которая должна быть разрешена.

Прежде всего отметим, что напряжения распространяются по неразрушенному геоматериалу со скоростями упругих волн, тогда как разрушение имеет свою предельную скорость, существенно меньшую, чем упругие скорости.

Предельная скорость объясняется ростом эффективной трещиностойкости материала, когда скорость роста трещины приближается к скорости волны Релея [59, 151], или же динамической неустойчивостью трещин при высокоскоростном ее росте.

Предельная скорость измеряется относительно материала, который может двигаться сам - с массовой скоростью  $V$ . Так, в экспериментах с плексигласом предельная скорость равна 500 м/с. При скольжении в гранитах [92] она имеет порядок 2-3 км/с. В обжатых песках эта скорость составляет 450 м/с, что близко к значению скорости Релея (для песчаных массивов

[92]). Уже это предварительное замечание объясняет динамическую прочность как эффект перегрузки.

Подтвердим подобные соображения ссылками на весьма простой расчет [92]. Рассмотрим плоскую упругопластическую динамическую задачу об ударном упругохрупком разрушении с двухфронтальным профилем волн (рис. 5.10). Первый фронт соответствует упругому предвестнику, который движется в плоскости годографа вдоль линии  $AB$ . Разрушение материала происходит на втором фронте, за линией  $AC$  материал уже разрушен. Если условие хрупкого разрушения  $\sigma^- = \sigma_F$  выполнено непосредственно перед соответствующей линией  $AC$ , то напряжение сразу за ней можно найти из балансов на разрыве. Разница сплошного  $\langle\langle-\rangle\rangle$  и разрушенного  $\langle\langle+\rangle\rangle$  состояний учитывается путем смены определяющих законов.

Однако, если скорость фронта разрушения  $c_F$  равна своему реальному измерению в динамике предельному значению, то напряжение  $\sigma^-$  на много выше в зоне  $\langle\langle-\rangle\rangle$ , чем статически разрушающее напряжение  $\sigma_F$ .

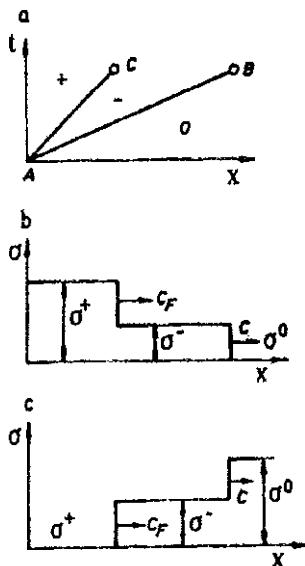


Рис. 5.10. Схема волн нагрузки и разгрузки с учетом фронта разрушения как динамического разрыва

Часто пересчитанное “экспериментальное” напряжение  $\sigma^-$  интерпретируется как динамическая прочность.

Однако нетрудно видеть [92], что оно зависит от условий на скачке, геометрии образца и т.д., т.е. динамическая прочность отнюдь не свойство материала, а функционал динамического процесса.

В зоне <<->> начинают прорастать трещины, но если продолжительность импульса  $\sigma^-$  мала, то эти дефекты нарушают только внутреннюю структуру материала, однако не меняют несущей способности тела, подвергаемого удару. При этом длина трещины пропорциональна времени перегрузки, а степень дробления зависит от амплитуды  $\sigma^-$ , поскольку именно  $\sigma^-$  определяет начальный размер трещин, готовых расти.

Таким образом, при взрывном нагружении процесс разрушения начинается по достижении статической прочности. Поэтому крупномасштабные расчеты могут проводиться на основе данных о статической прочности. Сам эффект динамической перегрузки определяет как кинетику разрушения, так и финитные изменения микроструктуры.

## 5.2. Фронты и эволюция сейсмических волн

### 5.2.1. ДИНАМИКА ИЗЛУЧЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН

Скорость ударного фронта уменьшается в ходе подземного расходящегося взрывного движения, но скорости упругих волн - константы вмещающего массива.

С какого-то момента ударный фронт начинает излучать упругую волну, называемую иногда упругим предвестником. Для простоты принято считать, что упругие волны излучаются внешней границей зоны разрушения  $b$ .

Дальнейшие расчеты проводят на основе теории динамической упругости, в соответствии с которой смещения  $u$  и скорости смещения  $v$  могут быть выражены с помощью скалярного волнового потенциала

$$\Phi = f_1 \left( t - \frac{r}{c} \right) + f_2 \left( t + \frac{r}{c} \right). \quad (5.28)$$

Этот потенциал включает дивергентную (расходящуюся)  $f_1$

и конвергентную (сходящуюся)  $f_2$  части, каждая из которых удовлетворяет волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = c_p^2 \nabla^2 \Phi, \quad (5.29)$$

Они фигурируют в общем представлении для смещений

$$\vec{u} = \bar{\nabla} \Phi + \text{rot} \bar{\Psi}, \quad (5.30)$$

как и векторный потенциал  $\bar{\Psi}$ , такой что

$$\frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial t^1} = c_s^2 \nabla^2 \bar{\Psi}. \quad (5.31)$$

В волновых уравнениях (5.29), (5.31) появились стандартные скорости P-волны и S-волны:

$$c_p^2 = \frac{I}{\rho} \left( K + \frac{4}{3} G \right), \quad c_s^2 = \frac{I}{\rho} G. \quad (5.32)$$

Для характеристики излучения сейсмических волн при камуфлетном подземном взрыве достаточен только потенциал  $f_1$ . Этот потенциал может быть определен из уравнения (5.29), причем благодаря сферической симметрии оператор Лапласа имеет вид

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right). \quad (5.33)$$

Тогда

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial r} = -\frac{I}{cr} \frac{d}{d\xi} f - \frac{I}{r^2} f(\xi); \quad (5.34)$$

$$\xi = t - \frac{r}{c}, \quad f_1 = \frac{1}{r} f. \quad (5.35)$$

На дальних расстояниях от взрывной полости [110] эффективный вид выражения (5.34) таков:

$$u(\xi) = \frac{u_0 b^2}{c_p r T} \left( 1 - \cos \frac{2\pi\xi}{T} \right), \quad (5.36)$$

где  $T$  - характерный период;  $u_0$  - смещение при  $r = b$ ;  $0 \leq \xi \leq T$ ; причем  $u = 0$  вне интервала ( $\xi < 0$ ,  $\xi > T$ ).

Скорость смещения  $v$  соответственно [110] имеет вид

$$v(\xi) = \frac{u_0 b^2}{c_p r T^2} 2\pi \sin \frac{2\pi\xi}{T}. \quad (5.37)$$

### 5.2.2. ОЦЕНКА СЕЙСМИЧЕСКОГО РИСКА

Теперь проведем некоторые оценки. Согласно разделу 5.1 типичный радиус поврежденной зоны  $b \approx 1$  м/кг<sup>1/3</sup> для взрывов в сплошных скальных породах и  $b \approx 0,5$  м/кг<sup>1/3</sup> - в пористых массивах. Полевые измерения показывают [143], что скорости  $v$  в пористых породах (например, в туфе) намного меньше, чем в сплошном массиве, но смещения  $u$  имеют тот же порядок. Это означает, что период  $T = 2\pi u / v$  намного меньше (а частота  $\omega = 2\pi / T$  намного больше) в скальных породах, нежели в пористых.

Ударная сила  $F$ , действующая на подземные сооружения поперечного сечения  $B$ , определяется так:

$$F = B \rho c v.$$

Поэтому первый критерий сейсмического риска для сооружения следует сформулировать для максимума скорости смещения  $v_{\max}$ , как это было обнаружено в ходе полевых экспериментов [110]. Наименьший уровень опасности оценивается как 10 см/с, при котором в стенах старых сооружений появляются трещины. Этот уровень выше для новых зданий (20 см/с) и очень высок (150 см/с) для небольших деревянных домов.

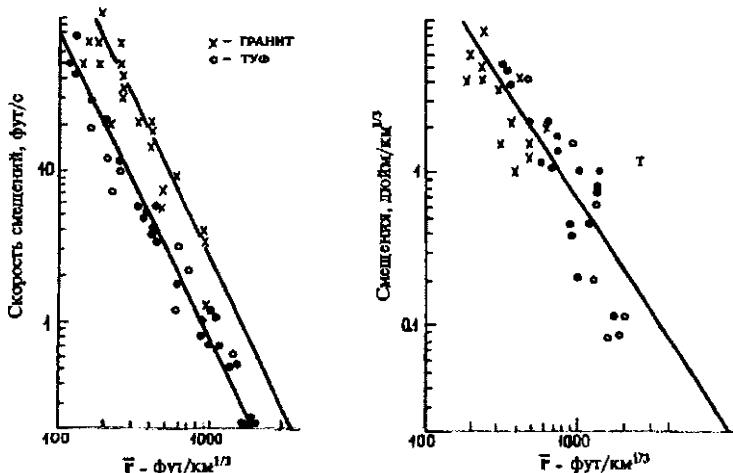


Рис. 5.11. Движение вмещающего горного массива при подземном камуфлетном взрыве в скальной породе [143]

Кроме того оценка (5.38) показывает, что сейсмический риск при взрывах в пористых массивах меньше.

Второй критерий следует формулировать как требование к частотам  $\omega$ , поскольку существует возможность резонанса взрывных волн с сооружениями. Для оценки этого явления нужны более подробные вычисления.

В ходе полевых работ было обнаружено, что для каждого типа геомассивов существует доминантная частота  $\omega_d$ .

Ниже приведены доминантные частоты геоматериалов.

Материал ....	Гравий	Песок	Глина	Эродированный гранит
---------------	--------	-------	-------	----------------------

$\omega_d, \text{Гц} ....$	8-10	25	40	100
----------------------------	------	----	----	-----

Доминантная частота фактически используется как рабочая, нужная для конкретной сейсмической разведки.

С этой целью для заложения заряда взрывчатки вмещающий массив выбирается согласно приведенным данным.

Наоборот, при коротко-замедленном взрывании зарядов, применяемом для снижения амплитуд скоростей смещения (а следовательно, и сейсмической опасности по первому критерию сейсмоопасности) может быть нарушен второй критерий. Это и накладывает ограничение [52] на временной интервал между взрывами.

### 5.2.3. ЭВОЛЮЦИЯ СЕЙСМИЧЕСКОГО СПЕКТРА

Эволюция сейсмического спектра может быть объяснена нелинейной трансформацией сейсмических волн, связанный с вязкоупругой реологией фрагментированных геоматериалов.

Рассмотрим в этой связи определяющий закон (1.69)-(1.70), проиллюстрированный на рис. 1.5, совместно с нелинейным балансами массы и импульса:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0; \quad (5.38)$$

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i}. \quad (5.39)$$

Применим также нелинейную связь деформации  $e_{ij}$  с полем скоростей смещений:

$$\begin{aligned} \frac{D e_{ij}}{Dt} &= \frac{\partial e_{ij}}{\partial t} + v_k \frac{\partial e_{ij}}{\partial x_k} + e_{ik} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \\ &+ e_{ik} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \quad (5.40)$$

Здесь, как и в (1.69) и (1.70), используется производная по времени в смысле Олдройда, что и обеспечивает согласование этих независимых определений скорости деформаций.

Введем следующие разложения:

$$\begin{aligned} v_i &= \zeta v_i^{(1)} + \zeta^2 v_i^{(2)} + \dots, \quad \rho = \rho_0 + \zeta \rho^{(1)} + \dots, \\ \sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^{(0)} + \zeta \sigma_{ij}^{(1)} + \zeta^2 \sigma_{ij}^{(2)} + \dots, \end{aligned} \quad (5.41)$$

где  $\zeta$  - малый параметр.

Это позволяет свести систему (1.69), (5.38) - (5.40), в частности, к релаксационному уравнению для векторного потенциала [200]

$$\left( \frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial t^2} - c_{so}^2 \frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial x_i \partial x_i} + \kappa_{so}^2 \frac{\partial^4 \Psi_k}{\partial x_i \partial x_i \partial t^2} \right) + \\ + \theta_r \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial t^2} - c_{so}^2 \frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial x_i \partial x_i} + \kappa_{so}^2 \frac{\partial^4 \Psi_k}{\partial x_i \partial x_i \partial t^2} \right) = 0. \quad (5.42)$$

Если  $n = 1$ ,  $m = 3$  в (1.69), то  $c_{so}$ ,  $c_{so}$  - соответственно "замороженная" и "равновесная" скорости волны сдвига,  $\kappa_{so}$ ,  $\kappa_{so}$  - "замороженная" и "равновесная" характеристические длины осциллирующих фрагментов:

$$c_{so} = \sqrt{\frac{G_H}{\rho_0}}, \quad c_{so} = \sqrt{\frac{G_I + G_H}{\rho_0}}, \quad (5.43)$$

$$\kappa_{so} = \sqrt{\frac{M_H}{\rho_0}}, \quad \kappa_{so} = \sqrt{\frac{M_I + M_H}{\rho_0}}.$$

$\theta_r$  - время релаксации.

Благодаря эффекту вязкой диссипации и фрагментарной микроструктуре геоматериала, уравнение (5.42) обобщает уравнение (5.31).

Аналогичное уравнение выполняется для скалярного волнового потенциала  $\Phi$  (но с другими коэффициентами).

В скобках в уравнении (5.42) фигурирует оператор Бусинеска четвертого порядка, что означает возможность появления в слабонелинейной аппроксимации уравнения Кортевега-де Вриза или его обобщения.

Последнее и будет описывать нелинейную эволюцию сейсмического спектра.

Для вывода этого уравнения воспользуемся специальной системой координат

$$\xi_m = \zeta^\alpha (x_m - c_m t), \quad \tau = \frac{1}{2} \zeta^\beta t, \quad (5.44)$$

причем используем тот же малый параметр.

Применяя (5.41) и (5.44) одновременно для P-волн, получим следующие стандартные акустические выражения (в качестве первой аппроксимации по  $\zeta$ ):

$$\begin{aligned} c &= c_{po}, \quad c_{po} e = -v^{(l)}, \\ \rho_0 v^{(l)} &= \rho_l c_{po}, \quad \sigma = -\rho_0 c_{po} v^{(l)}. \end{aligned} \quad (5.45)$$

Для S-волн имеем

$$\begin{aligned} c &= c_{s0}, \quad c_{s0} \gamma = -\frac{1}{2} v^{(l)}, \\ \rho_l &= \rho_0, \quad \tau = -\rho_0 c_{s0} v^{(l)}, \end{aligned} \quad (5.46)$$

где  $\gamma, \tau$  - амплитуды сдвига и сдвигового напряжения соответственно;  $v^{(l)}$  - скорость смещения, ортогональная (в S-волне) направлению распространения волны.

Вторая аппроксимация приводит к неоднородной системе уравнений, которая согласуется с результатом (5.45) или (5.46), только если выполнено [95] следующее нелинейное уравнение эволюции P-волн:

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + Nv \frac{\partial v}{\partial \xi} + \sum_{p=1}^n \Gamma_{2p+1} \frac{\partial^{2p+1} v}{\partial \xi^{2p+1}} = \sum_{p=1}^m \Gamma_{2p} \frac{\partial^{2p} v}{\partial \xi^{2p}}, \quad (5.47)$$

где  $N$  - коэффициент нелинейности (главным образом зависящий от физической нелинейности реологических уравнений),  $\Gamma_p$  - положительные коэффициенты, зависящие от скоростей сейсмических волн и реологических коэффициентов (1.69).

Можно показать, что случай  $n = 2, m = 3$  соответствует реологическому закону (1.69), показанному на рис. 1.5.

#### 5.2.4. ДОМИНАНТНАЯ ЧАСТОТА КАК РЕЗОНАНСНОЕ ЯВЛЕНИЕ

В линейном приближении стандартные гармонические возмущения

$$\nu = \nu_0 \exp i(\omega \tau - \chi \xi) \quad (5.48)$$

распространяются при таком дисперсионном соотношении:

$$\omega = \chi \nu_* - \Gamma_3 \chi^3 + \Gamma_5 \chi^5 + i \chi^2 (\Gamma_2 - \Gamma_4 \chi^2 + \Gamma_6 \chi^4), \quad (5.49)$$

где  $\nu_*$  - значение скорости, в окрестности которой проводится линеаризация.

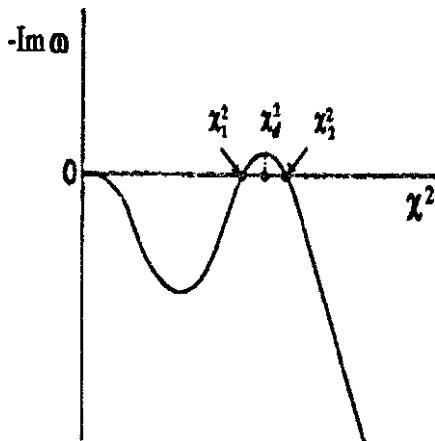


Рис. 5.12. Интервал усиления сейсмических колебаний (отрицательной диссипации):  $\chi_1^2 \leq \chi^2 \leq \chi_2^2$

Волны будут затухать, если  $\operatorname{Im} \omega > 0$ , но в линейном приближении их амплитуды растут неограниченно, если  $\operatorname{Im} \omega < 0$ .

Интервал соответствующей неустойчивости лежит между двумя корнями  $\chi_1^2, \chi_2^2$  квадратичного уравнения (рис.5.12):

$$\Gamma_6 \chi^4 - \Gamma_4 \chi^2 + \Gamma_2 = 0. \quad (5.50)$$

Однако подобный рост амплитуды может быть ограничен нелинейными слагаемыми, которые генерируют колебания высоких частот вне рассматриваемого интервала, а следовательно, обеспечивают диссипацию волны.

Численные расчеты показали, что сейсмический сигнал со спектром "белый шум" по мере распространения волны переходит в колебания доминантной частоты  $\omega_d$ , соответствующие волновому числу  $\chi_d$  (рис. 5.13).

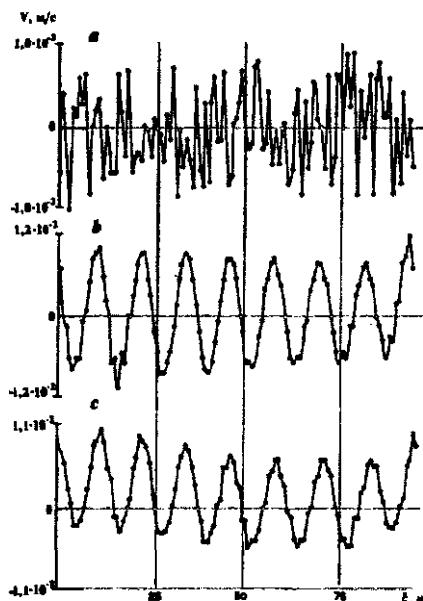


Рис. 5.13. Эволюция "белого шума" (a) за время  $\Delta t$  к доминантной частоте (12 Гц) колебаний (b), устойчивых в течение 7  $\Delta t$  (c) [12]

В соответствии с результатами (5.45) и (5.46) сейсмические волны приходят к точкам наблюдения с упругими скоростями, и традиционная теория упругости справедлива для нахождения положения фронтов в каждый момент времени. Чаще всего на практике из бесчисленного массива данных, соответствующих измеряемым в поле сейсмограммам, используются только вступления волн, что оправдывает применение методов теории упругости.

Что касается сейсмического спектра, то он изменяется вдоль пути своего распространения волны, причем в нем появляются частоты, доминантные для пересекаемого массива.

По формулам

$$\omega_d \approx c \chi_d \approx c \sqrt{\frac{\Gamma_4}{2 \Gamma_6}}; \quad (5.51)$$

$$\lambda_d \approx \frac{1}{\chi_d} \approx \sqrt{\frac{2 \Gamma_6}{\Gamma_4}} \approx \kappa \frac{c}{\Delta c} \quad (5.52)$$

можно оценить характерные параметры горных массивов, соответствующие указанным выше доминантным частотам  $\omega_d$ .

Так, значения  $\omega_d \approx 25$  Гц,  $c = 100$  м и размер частицы  $d \approx \kappa \approx 0,4$  мм, характерные для песков, соответствуют  $\lambda_d \approx 4$  м и практически пренебрежимой дисперсии волновой скорости  $\Delta c \approx 0,1$  м/с.

Частотный интервал регистрации удаленных ядерных взрывов зависит от телесейсмического расстояния.

Например, 12000 км соответствует частота 1-3 Гц при  $c \approx 6$  км/с, т.е. длина волны  $\lambda_d \approx 6$  км и  $\kappa \approx (\Delta c / c) \lambda_d \approx 100$  м, если относительную дисперсию волновой скорости оценить в 1.5%.

Отсюда 100 м - характерный линейный масштаб "микроструктуры" земной коры.

### 5.2.5. МАКРОСТРУКТУРНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ЭФФЕКТЫ

Фронты Р-волн соответствуют уравнению (5.29), а S-волн - уравнению (5.31).

Однако имеется два типа S-волн.

При горизонтальной поляризации в волне SH смещения происходят в горизонтальной плоскости, а в SV-волнах - в вертикальном направлении.

Если горный массив содержит систему трещин, измеряемые скорости поперечных волн различны в зависимости от их поляризации.

Действительно, если смещение происходит по нормали к

трещинам, эффективная жесткость меньше, так же как и скорость волны. Если же смещение происходит по касательной к трещине, волновая скорость выше.

Этот эффект [160] использовался для определения ориентации систем трещин в массиве и даже переориентации систем трещин при "быстрых" тектонических движениях в ходе "подготовки" землетрясений (раздел 7.3).

Свободная поверхность уменьшает скорости сейсмических волн, "привязанные" к ее плоскости. В этом случае решение строится в форме последовательных приближений ( $\beta = 0,1, \dots$ ), причем координата  $x_2$  ортогональна указанной плоскости :

$$v_i^{(\beta)} = v_i^{(\beta)} \left( \chi_1^{(\beta)} x_1 - ct + \chi_2^{(\beta)} x_2 \right). \quad (5.53)$$

Подстановка (5.53) в аппроксимационную цепочку для нелинейных динамических уравнений, соответствующих различным порядкам малых параметров, приводит [82] к интегро-дифференциальному уравнению, которое может быть решено численно. Условие отсутствия сил на свободной поверхности сводится к знаменитому уравнению Релея

$$\frac{c_s^6}{c_p^6} - 8 \frac{c_s^4}{c_p^4} + c^2 \left( \frac{24}{c_s^2} - \frac{16}{c_p^2} \right) - 16 \left( 1 - \frac{c_p^2}{c_s^2} \right) = 0, \quad (5.54)$$

один из корней которого  $c = c_R$  соответствует волне Релея – особой комбинации SV-волн и P-волн.

Приближенно  $c_R = 0,92 c_{so}$ , а частицы среды перемещаются вдоль эллипсов в плоскости  $x_1, x_2$ .

Аналогично волны Лява распространяются вдоль слоя у свободной поверхности и включают SH-компоненту. Адекватное решение существует, если скорость S-волны в слое меньше, чем в подстилающем полупространстве.

Стратификационный резонанс обсужден в разделе 5.5.

## 5.2.6. ДИССИПАЦИЯ ВОЛН

Затухание сейсмических волн составляет главную нерешенную проблему математической теории, поскольку экспери-  
266

менты показывают, что коэффициент затухания  $b$  примерно пропорционален первой степени частоты  $\omega$ :

$$v = v_0 \exp(-bx) \exp i(x - ct), \quad b \approx a\omega \quad (5.55)$$

или даже  $b \approx a_1\omega^n$ ,  $n = 0,7$ , как это следует из данных наблюдений за сейсмическими сигналами ядерных взрывов на дальних расстояниях [58, 109].

Физические объяснения подобных данных основываются на вязкоупругих моделях с некоторым специфическим спектром времени релаксации или же используют концепцию нелинейного допредельного сухого трения [200]. В последнем случае диссипация связана с относительным проскальзыванием на контактах зерен или вдоль бортов микротрещин.

Для преодоления трудностей, связанных с нелинейностью, в этом случае использовались энергетический метод [101] и метод гармонической линеаризации [200]. При этом было показано, что сейсмические волны имеют пренебрежимо малую дисперсию, но обладают коэффициентом затухания  $b \approx a\omega$  или декрементом затухания  $Q$ , независимым от частоты:

$$Q = \frac{\omega}{2cb} = \text{const.} \quad (5.56)$$

Соотношение (5.56) вполне может быть проверено экспериментально с помощью резонансных колонн при возбуждении в них индивидуальной гармоники.

Полевые наблюдения, например, показали, что для волн сдвига в сухих песках  $Q_s = 20 + 50$ , а для Р-волн в гранитах, известняках или в песчаниках  $Q_p = 100 - 200$ . Обычно  $Q_s / Q_p \approx 2$  для одного и того же геоматериала.

В сплошных минералах  $Q_p \approx 2000$ , как это было обнаружено в лабораторных экспериментах (с ультразвуковыми волнами). Сопоставление указанных цифр приводит к заключению, что главный механизм затухания в реальных геоматериалах связан с относительным движением на уровне микроструктуры.

## 5.3. Сейсмика нефтяных и газовых пластов

### 5.3.1. РЕЛАКСАЦИЯ ВОЛН СДВИГА

Математическая модель динамической пороупругости с тепловой релаксацией, сформулированная в разделе 2.3, описывает две моды Р-волн и одну S-волну. Уравнение (2.96) для S-волны наиболее просто, и для гармонических одномерных плоских волн

$$\psi = \psi_0 \exp i(\omega t - \chi x), \quad \chi = \frac{\omega}{c_s} - i \delta_s \quad (5.57)$$

ему соответствует дисперсионное уравнение

$$\chi^2 (c_{s0}^2 + c_{s0}^2 + i\omega \theta_p c_{s0}^2) - \omega^2 (1 + i\omega \theta_p) = 0 \quad (5.58)$$

Соответственно для скорости поперечных волн  $c_s$  и коэффициента их затухания  $\delta_s$  получим следующие выражения:

$$\frac{1}{c_s} = \frac{1}{c_{s0} \sqrt{2}} \{A^{1/2} + B\}^{1/2}; \quad (5.59)$$

$$\delta_s = \frac{\omega}{c_{s0} \sqrt{2}} \{A^{1/2} - B\}^{1/2}, \quad (5.60)$$

где

$$A = \frac{c_{s0}^4 (1 + \omega^2 \theta_p^2)}{c_{s0}^4 + c_{s0}^4 \omega^2 \theta_p^2}; \quad (5.61)$$

$$B = \frac{c_{s0}^2 (c_{s0}^2 + c_{s0}^2 \omega^2 \theta_p^2)}{c_{s0}^4 + c_{s0}^4 \omega^2 \theta_p^2}. \quad (5.62)$$

Результирующие зависимости скорости и коэффициента затухания от частоты представлены на рис. 5.14 и 5.15 в безразмерном виде.

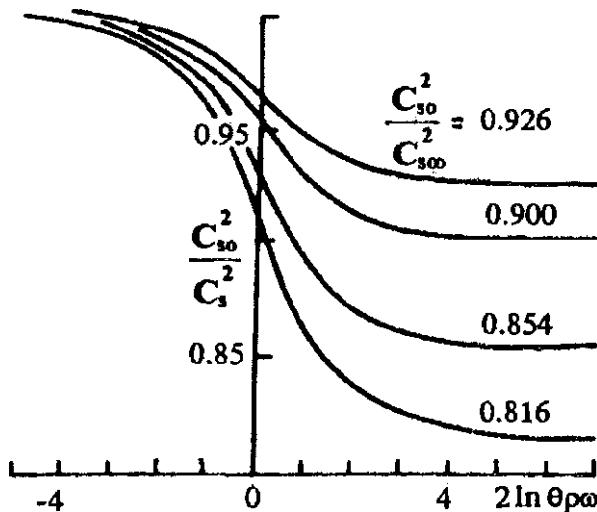


Рис. 5.14. Зависимость волновой скорости от частоты вследствие инерционно-вязкой диссипации

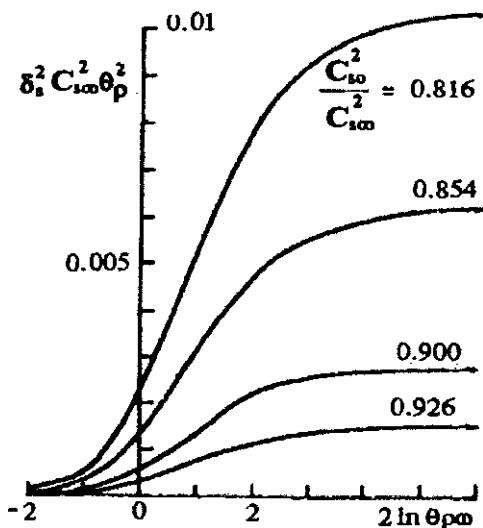


Рис. 5.15. Зависимость коэффициента затухания от частоты вследствие инерционно-вязкой диссипации

### 5.3.2. ДВА ТИПА Р-ВОЛН

Система динамических уравнений (2.88)-(2.94) для продольных волн весьма сложна, поскольку она учитывает одновременно взаимодействие сжимаемостей матрицы и самих твердых частиц, термические эффекты и, как и в случае S-волн, инерционно-вязкую релаксацию.

Если термический эффект достаточно слаб, а твердые частицы жестче чем матрица в целом, как, например, в случае водонасыщенных грунтов, то применима эффективная система (2.104). Существование двух типов Р-волн видно непосредственно, поскольку эффективные динамические уравнения (2.104) отделены от (2.111).

Уравнение (2.105) для Р-волны первого типа отличается от уравнения (2.96) для S-волн только значениями волновых скоростей - "замороженной" и "равновесной".

Поэтому вполне аналогичное дисперсионное уравнение

$$\chi^2 (c_{f\infty}^2 + c_{f0}^2 + i\omega \theta_p c_{f0}^2) - \omega^2 (1 + i\omega \theta_p) = 0 \quad (5.63)$$

применимо для волны порового давления:

$$p = p_0 \exp i(\omega t - \chi x). \quad (5.64)$$

Соответственно для  $c_p$  и  $\delta_p$  можно использовать графики рис. 5.14 и 5.15.

Первый тип волн характеризуется одинаковым направлением смещений твердых и жидкых частиц. Однако смещения фаз противоположны (по знаку) в Р-волне второго рода. Тем самым жидкость должна покидать поры, чтобы полные деформации пористой матрицы были реализованы. Это приводит к весьма интенсивной фильтрационной диссипации, причем стандартное волновое уравнение заменяется на "телеграфное" уравнение (2.112).

Соответственно, дисперсионное уравнение Р-волны второго рода имеет вид

$$\chi^2 c_p^2 \theta_p^2 = \omega^2 \theta_p^2 - i(\rho_\infty / \rho_0)^2, \quad (5.65)$$

где  $\chi$  - характерное волновое число деформаций матрицы:

$$e = e_0 \exp i(\omega t - \chi x), \quad \chi = \frac{\omega}{c_{II}} - i \delta_{II}. \quad (5.66)$$

Для волновой скорости  $c_{II}$  и коэффициента затухания  $\delta_{II}$  будут справедливы такие выражения (рис. 5.16 и 5.17):

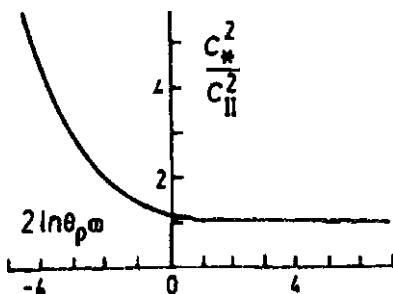


Рис. 5.16. Дисперсия фазовой скорости второй Р-волны

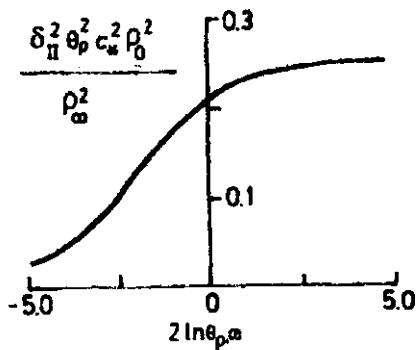


Рис. 5.17. Частотная зависимость коэффициента затухания для второй Р-волны

$$c_{II}^2 = 2 c_*^2 \frac{\rho_0 \omega \theta_p}{\sqrt{\rho_0^2 \omega^2 \theta_p^2 + \rho_*^2 + \rho_0 \omega \theta_p}}; \quad (5.67)$$

$$\delta_{II}^2 = \frac{\omega^2}{2 c_*^2} \frac{\sqrt{\rho_0^2 \omega^2 \theta_p^2 + \rho_*^2} - 1}{\rho_0 \omega \theta_p}. \quad (5.68)$$

Водонасыщенные кварцевые пески характеризуются такой системой параметров [97]

$$m_0=0,3, \rho_0^{(s)}=2,5 \text{ г/см}^3, \rho_0^{(f)}=1 \text{ г/см}^3. \quad (5.69)$$

$$K = 10^2 \text{ МПа}, \quad K^{(s)} = 0,5 \times 10^5 \text{ МПа}, \quad K^{(f)} = 0,25 \times 10^4 \text{ МПа}$$

и волновыми скоростями

$$c_{p0} = 1900 \text{ м/с}, \quad c_{p0} = 2200 \text{ м/с}, \quad c_s = 140 \text{ м/с} \quad (5.70)$$

Можно видеть, что скорость волны первого рода согла-суется с измеренными скоростями сейсмических Р-волн в полностью насыщенных грунтах, тогда как скорость волны второго рода соответствует наблюдениям за сейсмическими волнами в ненасыщенных грунтах.

### 5.3.3. КОНТАКТ “ГАЗ-ЖИДКОСТЬ” В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Модель пороупругости позволяет интерпретировать ряд сейсмических данных для массивов, насыщенных водой, нефтью и газом.

Прежде всего вторая Р-волну, равно как и и S-волну, соот-ветствует деформациям пористой матрицы вне зависимости от ее насыщенности. Если геоматериал насыщен газом при очень низком поровом давлении, вторая Р-волну и S-волну оказываются единственными фиксируемыми волнами.

Это имеет место, например, в газовой шапке истощенного нефтяного месторождения или в подземном газовом хранили-ще внутри водонапорного пласта.

Ниже уровня подстилающей воды (нефти) относительные смещения жидкости и матрицы создают настолько интенсивную диссипацию, что существование Р-волну второго рода практи-чески исключено.

В результате здесь существует только первая Р-волну, а ска-чок скорости  $N_p$  сейсмической продольной волны на поверх-ности раздела “газ - жидкость” внутри той же самой пористой среды оказывается весьма существенным:

$$N_p = \frac{c_{p0}}{c_*} = \sqrt{\frac{K + (4G/3)}{1/\beta}} \sqrt{\frac{\rho_*}{\rho_0}}. \quad (5.71)$$

Приведенный результат следует из (2.106) и (2.113), если учесть относительно низкие частоты реальных сейсмических волн.

Поскольку  $\rho_* / \rho_0 = O(1)$ , наибольшие значения  $N_p$  определяются отношением сжимаемостей зерен (минералов) и пористой матрицы.

В то же самое время скачок скорости  $N_s$  сейсмических волн сдвига намного ниже. Он зависит всего лишь от соотношения плотностей [97] газонасыщенной и флюидонасыщенной пористых сред:

$$N_s = \sqrt{\frac{(1 - m_0) \rho_0^{(g)}}{(1 - m_0) \rho_0^{(s)} + m_0 \rho_0^{(g)}}}. \quad (5.72)$$

как это следует из (2.97) при  $\rho_0^{(g)} > \rho_0^{(s)}$ .

Вторая Р-волна может распространяться в виде компоненты особой (второй) волны Релея вдоль контакта газа и жидкости внутри пористого массива или, скажем, вдоль пористого дна моря (реки), поскольку в этих случаях жидкость может легко покидать поровое пространство в латеральном направлении, обеспечивая существенное деформирование матрицы.

Для анализа подобной ситуации был специально развит метод "пограничного слоя" [170].

Соответствующие волны Релея были действительно зафиксированы, когда геофон был помещен на дно моря непосредственно.

### 5.3.4. ЭФФЕКТЫ ГАЗОНАСЫЩЕНИЯ

Первая и вторая Р-волны могут сосуществовать в форме объемных волн, если поровая жидкость содержит небольшое количество газовых пузырьков.

Проблема механизма смены наблюдаемых волн от первого ко второму типу волн нетривиальна. Она исследовалась теоретически для газонасыщенных пористых сред в условиях

постепенного роста жесткости матрицы и начального порового давления [97].

Было показано, что при низком давлении скорость второй продольной волны определяется жесткостью матрицы и пре-восходит скорость первой волны. Последняя определяется эффективной сжимаемостью газа. Более того, распределение импульсной нагрузки зависит от граничных условий (2.42)-(2.45).

Если волна из чисто газовой среды падает на пористую газонасыщенную среду, генерируется первая Р-волна (называемая также волной по "газу" или "воздушной" волной), которая затухает из-за потерь внутри газонасыщенной идеально жесткой пористой матрицы. В этом случае нагрузка, приложенная к твердой фазе, весьма мала, и среда играет роль адсорбера для звуковой энергии.

Однако в случае приложения импульса к твердой матрице волна напряжений распространяется главным образом в форме волны второго рода.

Демпфирование звука в газонасыщенных пористых средах (адсорберах звука) определяется вязким сопротивлением фильтрационным перетокам газа и сопутствующими температурными эффектами. Последние связаны с нагревом газа при сжатии и необратимой передаче тепла твердой матрице, обладающей весьма большой теплоемкостью.

Можно показать, что полное затухание волн есть сумма вязкой и температурной частей [97]; более того, как следует из оценок параметров пористой среды, они имеют один порядок.

Именно поэтому газонасыщенные среды имеют весьма высокие демпфирующие свойства.

Дисперсия скорости из-за инерционно-вязкой релаксации относительно мала, и она подавляется ростом жесткости пористой матрицы. Это случай водонасыщенной пористой горной породы.

Однако дополнительная релаксация, связанная с тепловым затуханием и проявляющаяся в нефтенасыщенных пористых геоматериалах, приводит к более существенной дисперсии сейсмической скорости (табл. 5.1).

Впрочем значительные температурные эффекты в реальном нефтяном пласте объясняются присутствием растворенного газа.

Таблица 5.1. Дисперсия Р-волн в термопороупругих кварцевых насыщенных породах

Относительная жесткость среды	Скорость $C_p$ , м/с			
	Водонасыщенная пористая среда		Нефтенасыщенная пористая среда	
	$\omega \rightarrow 0$	$\omega \rightarrow \infty$	$\omega \rightarrow 0$	$\omega \rightarrow \infty$
$K \beta^{(s)} \gg 0.1$	2000	2160	1570	1880
$K \beta^{(s)} = 0.1$	2200	2340	1830	2100
$K \beta^{(s)} = 0.2$	2400	2500	2050	2300
$K \beta^{(s)} = 0.3$	2600	2660	2350	2520
$K \beta^{(s)} = 0.4$	2800	2830	2570	2720
$K \beta^{(s)} = 0.5$	3000	3000	2800	2920

Соответствующие расчеты для табл. 5.1 выполнялись по дисперсионному уравнению, отвечающему общему случаю, приведенному в разделе 2.3, см. также [97].

### 5.3.5. ЭФФЕКТ ВЯЗКОСТИ ПОРИСТОЙ МАТРИЦЫ

Дополнительный источник диссипации волновой энергии обусловлен вязкостью матрицы геоматериала и учитывается определяющим законом (2.198).

Вводя эту связь вместо (2.3), можно получить следующие уравнения для одномерных Р-волн из системы (2.4)- (2.7):

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (He - C\xi) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_0 e - \rho^{(f)} \xi) - \left( \zeta + \frac{4}{3} \eta \right) \frac{\partial^3 e}{\partial x^2 \partial t}; \quad (5.73)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (Ce - M\xi) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho^{(f)} e - \rho^{(f)} \xi m^{-1}) - \frac{\mu}{k} \frac{\partial \xi}{\partial t}. \quad (5.74)$$

Здесь используются коэффициенты Био [145] и переменная  $\xi$ :

$$H = K + \frac{4}{3}G - (1 - \beta^{(s)} K)^2 M, \quad C = (1 - \beta^{(s)} K)M; \quad (5.75)$$

$$M = (\beta - \beta^{(0)} \beta^{(s)} K)^{-1}, \quad \xi = m(\partial / \partial x)(v^{(s)} - v^{(0)}).$$

Дисперсионное уравнение имеет вид:

$$\left(\frac{\chi}{\omega}\right)^2 = -r + \frac{1}{2l} \sqrt{r^2 - 4lq}, \quad (5.76)$$

причем

$$r = \rho^{(0)} \frac{H}{m} - \rho_0 M - 2 \rho^{(0)} C + \frac{\mu}{k} \left( \zeta + \frac{4}{3} \eta \right) -$$

$$-i \left\{ \frac{\mu H}{k \omega} - \frac{\rho_0^2 \omega}{m} \left( \zeta + \frac{4}{3} \eta \right) \right\}; \quad (5.77)$$

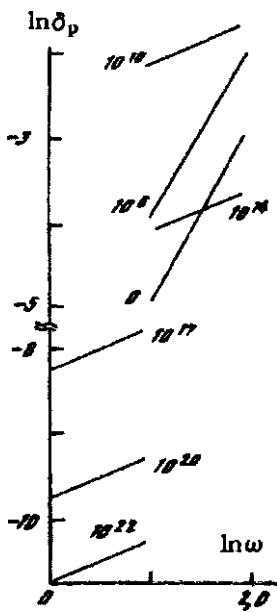


Рис. 5.18. Частотная зависимость коэффициента затухания для Р-волн

$$l = HC + C^2 - i\omega M \left( \zeta + \frac{4}{3} \eta \right); \quad (5.78)$$

$$q = \rho^0 \rho^0 - \frac{\rho_0 \rho^0}{m} + i \frac{\rho_0 M}{k\omega}.$$

Расчеты [18], выполненные по уравнению (5.76), показали, что вязкость твердой матрицы могут существенно изменить коэффициент затухания  $\delta_p$  и даже вид его частотной зависимости.

На рис. 5.18 приведены типичные данные для разных типов флюидов, которые могут насыщать геоматериалы.

Как можно видеть, вязкость матрицы подавляет эффект различий флюидов в интервале  $\zeta, \eta \approx 10^6 - 10^{10} \Pi$ , что соответствует пескам, песчаникам и известнякам. Параметры геоматериалов, использованные в расчетах, приведены в табл. 5.2.

Учет вязкости матрицы позволяет объяснить различие в ско-

Таблица 5.2. Влияние вязкости матрицы на сейсмические волны

Параметры	Песок	Песчаник	Известняк
$\rho^{(s)}$ , г/см <sup>3</sup>	2.65	2.62	2.60
$\beta^{(s)} \times 10^{-12}$ , см <sup>2</sup> /дин	2.7	2.94	1.35
$\eta, \zeta, \Pi$	$10^5$	$10^6$	$10^6$
$m$	0.35	0.16	0.05
$k$ , см <sup>2</sup>	$10^{-7}$	$10^{-8}$	$10^{-10}$
$G$ , дин/см <sup>2</sup>	$4 \times 10^9$	$4 \times 10^{10}$	$3 \times 10^{11}$
$K$ , дин/см <sup>2</sup>	$7 \times 10^9$	$6 \times 10^{10}$	$4 \times 10^{11}$
$C_p$ (при 10 <sup>2</sup> Гц), км/с	1.7	2.7	3.6
$C_p$ (при 10 <sup>4</sup> Гц), км/с	1.8	3.7	3.7

ростях сейсмических волн (при 100 Гц) и ультразвуковых колебаний (при 10000 Гц), используемых, в частности, при лабораторных измерениях скоростей волн в образцах пород. Эта разница существенна для правильной интерпретации таких измерений и, кроме того, важна для эффекта перекачки волновой энергии в иерархии от блоков к зернам, от сейсмических к ультразвуковым частотам.

Еще один источник диссипации связан со взаимодействием волны с неоднородностями, поскольку вторая Р-волну возникает при каждом отражении. Соответствующий эффект определяет дробную зависимость [200]

$$\delta \approx a \omega^{2/3} \quad (5.79)$$

при случайному распределении инородных включений в объеме геоматериала.

Если неоднородности представлены системой трещин, то существенным будет расщепление S-волн по их поляризации. Эффект заметен при подготовке землетрясений и внутри некоторых трещиновато-пористых пластов [160].

## 5.4. Микроструктурные трансформации и генерация волн

### 5.4.1. ОДНОМЕРНАЯ МИКРОУПРУТАЯ ДИНАМИКА

Существует возможность кинематически независимого движения фрагментов, слагающих реальный горный массив, если его матрица не слишком жестка. Для математического описания результирующих эффектов можно воспользоваться методами обобщенного континуума (разделы 1.1 и 2.2). Для адекватного анализа динамических процессов в пористых средах к балансам масс и импульса нужно добавить баланс момента количества движения (1.13).

Рассмотрим, например, одномерную микроупругую динамику, представленную [61] двумя следствиями уравнений (1.13) и (1.20) - (1.22) с дополнительными нелинейными слагаемыми:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c_1^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \delta \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \beta \frac{\partial \Phi^2}{\partial x} = 0; \quad (5.80)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - c_2^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \alpha \Phi - \left( c_2^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \alpha \Phi \right) \frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (5.81)$$

Можно видеть, что в уравнении (5.80) обычный волновой оператор расширен за счет производной четвертого порядка по пространству, которая имеет тот же порядок, что и микроструктурный эффект поворот частиц на угол  $\Phi$  [152]. Это требует использования так называемого градиентально-согласованного реологического закона.

Здесь введена наиболее простая нелинейная зависимость - плотности от деформации:

$$\rho = \rho_0 (1 + \partial u / \partial x)^{-1} \quad (5.82)$$

В линейном приближении уравнения (5.80) и (5.81) разделяются.

Антисимметричная часть напряжений пропорциональна углу  $\Phi$ , т.е.

$$\sigma_{ij}^{(a)} = \gamma \varepsilon_{ijk} \Phi_k. \quad (5.83)$$

Соотношение подобного типа уже не будет включать в себя макродисторсию, поскольку среднее движение полностью одномерно.

$$\partial u_i / \partial x_j = 0, \quad i \neq j.$$

В уравнениях  $\nu$ ,  $\delta$ ,  $\beta$ ,  $a$  - упругие константы геоматериала,  $c_1$ ,  $c_2$  - волновые скорости:

$$c_1^2 = \frac{E}{\rho_0}, \quad c_2^2 = \frac{A}{\rho_0 J}. \quad (5.84)$$

Для напряжения использовано усложненное реологическое соотношение

$$\sigma = E \frac{\partial u}{\partial x} + C \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + B \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} - \beta \rho_0 \Phi \Phi, \quad (5.85)$$

дополненное определением моментного напряжения

$$\mu = A \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (5.86)$$

что согласуется с разделом 2.2. При этом

$$\nu = c_1^2 + 2 \frac{B}{\rho_0}, \quad \delta = \frac{c}{\rho_0}, \quad a = \frac{\gamma}{\rho J}, \quad (5.87)$$

причем постоянная  $\gamma$  определена уравнением (5.83).

#### 5.4.2. МОДУЛЯЦИЯ ВЫСОКИХ ЧАСТОТ

Как и обычно при нелинейном анализе [68], воспользуемся бегущей координатой  $\xi$  с изменением масштабов длины и времени:

$$\xi = \eta(x - c_s t), \quad \tau = \eta^2 t, \quad (5.88)$$

что сводит уравнения (5.80) и (5.81) к виду [61]

$$(c_s^2 - c_1^2) \frac{\partial^2 V}{\partial \xi^2} - 2\eta c_s \frac{\partial^2 V}{\partial \tau \partial \xi} = 2\beta \eta^{2q-1} \frac{\partial^2 |A|^2}{\partial \xi^2}; \quad (5.89)$$

$$2i\chi \frac{\partial A}{\partial \tau} - (c_s^2 - c_1^2) \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} = (\chi^2 c_s^2 + 2\omega_0^2) V A. \quad (5.90)$$

Здесь введены новые переменные  $A$  и  $V$ :

$$\Phi = A e^{i\Theta}, \quad V = \frac{\partial u}{\partial \xi}, \quad (5.91)$$

а также обозначения

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{a}}{2}, \quad c_s = \frac{d\omega}{d\chi}, \quad \Theta = \chi \xi - \omega \tau, \quad (5.92)$$

где  $c_s$  - групповая скорость.

Уравнение (5.89) сформулировано относительно амплитуды сейсмических деформаций,  $V$ , а уравнение (5.90) - для 280

амплитуды колебаний угла поворота  $A$ . Поскольку параметры уравнения (5.89) и (5.90) включают малый внутренний линейный масштаб  $\sqrt{J}$ , отмеченные осциляции соответствуют длинам волн того же порядка, что и диаметр зерен (блоков) матрицы.

Если  $q = 1$  в экспоненте (5.89) и  $\eta \rightarrow 0$ , то уравнение (5.8) приводит к такой нелинейной связи между  $V$  и  $A$ :

$$V = 2\beta |A|^2 / (c_s^2 - c_l^2), \quad (5.93)$$

тогда как амплитуда  $A$ , согласно (5.90), удовлетворяет нелинейному уравнению Шредингера:

$$2i\chi \frac{\partial A}{\partial \tau} + (c_2^2 - c_g^2) \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} = 2\beta \frac{\chi^2 c_2^2 + 2\omega_0^2}{c_l^2 - c_g^2} |A|^2 A. \quad (5.94)$$

Таким образом, огибающая высокочастотных колебаний может быть солитоном, соответствующим такому решению уравнения (5.94):

$$A = A_0 \sqrt{\frac{2(c_l^2 - c_s^2)}{\chi c_2^2 - 2\omega_0^2}} \exp\left[i \frac{B_0 \xi}{2\sqrt{c_2^2 - c_l^2}}\right] - i \left(\frac{B_0^2}{4} - A_0^2\right) \operatorname{sech} A_0 \left(\frac{\xi}{\sqrt{c_2^2 - c_l^2}} - B_0 t\right). \quad (5.95)$$

Некоторые экспериментальные данные о сейсмическом шуме подтверждают этот математический результат.

#### 5.4.3. ДЛИННОКОРТОВОЛНОВЫЙ РЕЗОНАНС (ДКВР)

Важный эффект связан с передачей энергии сейсмических волн (при длиннокоротковолновом резонансе) ультразвуковым колебаниям, когда групповая скорость ультразвука  $c_g$  равна сейсмической волновой скорости  $c_l$ .

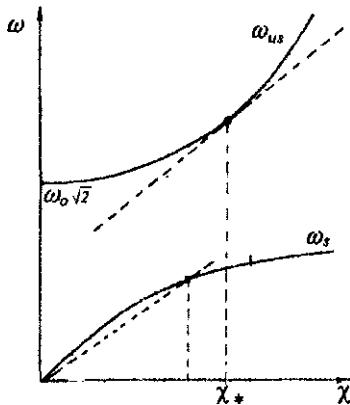


Рис. 5.19. Дисперсионные кривые для сейсмических и ультразвуковых волн в геоматериалах с микроструктурой (волновое число  $\chi_{us} = \chi_*$  соответствует длинико-коротковолновому резонансу - ДКВР)

На рис. 5.19 даны дисперсионные кривые для линейных вариантов уравнений (5.80) и (5.81) относительно сейсмических и ультразвуковых частот соответственно:

$$\omega_s^2 = c_1^2 \chi_s^2 + \delta \chi_s^4, \quad \omega_{us}^2 = c_2^2 \chi_{us}^2 + 2 \omega_0^2. \quad (5.96)$$

Условие резонанса также проиллюстрировано на рис. 5.19:

$$c_g = c_s \approx c_1. \quad (5.97)$$

В этих условиях уравнения (5.89) и (5.90) переходят в каюническую форму [61], где  $\chi_* = \chi \eta^p$ :

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \pm \frac{\partial |S|^2}{\partial x}; \quad (5.98)$$

$$2i \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = 2LS, \quad (5.99)$$

а  $q$  таково, что уравнение (5.89) упрощается к виду

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = \bar{\chi} \frac{\partial |A|^2}{\partial \xi}, \quad \bar{\chi} = O(1). \quad (5.100)$$

Здесь  $L$  и  $S$  - нормированные переменные  $V$  и  $A$ .

Из условий резонанса (5.97) можно получить длину волны возбужденного ультразвука  $\lambda_{us}^*$ :

$$\lambda_{us}^* = \frac{2\pi c_2}{\omega_0 c_1} \sqrt{c_2^2 - c_1^2}. \quad (5.101)$$

Это означает, что  $\lambda_{us}^*$  не зависит от сейсмических частот и, поскольку

$$\frac{1}{\omega} = \sqrt{\frac{2}{a}} = \sqrt{\frac{2 \rho_0 J}{\gamma}}, \quad (5.102)$$

пропорционально внутреннему линейному масштабу  $\sqrt{J}$ .

Используемые приближения для длиннокоротковолнового резонанса справедливы, если

$$\lambda_{us}^* / \lambda_s = O(\eta), \quad \eta \ll 1, \quad (5.103)$$

где  $\lambda_s$  - длина сейсмических волн и

$$\lambda_s \gg \delta^{1/2} / c_1. \quad (5.104)$$

Также предполагается, что  $c_2 > c_1$ , т.е. ультразвуковая скорость должна быть выше сейсмической (и это так, см. табл.5.2).

#### 5.4.4. ПОТОК СЕЙСМИЧЕСКОЙ И УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ЭНЕРГИЙ

Поток сейсмической энергии имеет вид, стандартный для волнового движения:

$$q_{\text{с}} = \frac{1}{2} c_1^2 \omega_s \chi_s \rho u^2. \quad (5.105)$$

Аналогично можно составить поток ультразвуковой энергии

$$q_{\text{ul}} = \frac{1}{2} c_2^2 \omega_{\text{ul}} \chi_{\text{ul}} \rho J \Phi^2. \quad (5.106)$$

Обратим внимание, что сейсмическая деформация (5.91) имеет вид

$$V = \frac{du}{d\xi} = \chi_s u, \quad (5.107)$$

и

$$\Phi^2 = \eta^2 q |A|^2. \quad (5.108)$$

При условии резонанса (5.97) поток сейсмической энергии будет

$$q_{\text{с}} \approx \frac{1}{2} \eta^2 \rho c_1^3 V^2, \quad (5.109)$$

а поток ультразвуковой энергии -

$$q_{\text{ul}} \approx \frac{1}{2} \rho J \omega_0^2 \frac{c_1 c_2^2}{c_2^2 - c_1^2} \frac{\eta^3}{\beta} |A|^2. \quad (5.110)$$

Их отношение позволяет оценить пропорцию совместного переноса волновой энергии сейсмическими и ультразвуковыми модами колебаний.

#### 5.4.5. СЕЙСМИЧЕСКИЙ ШУМ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ МАССИВА

Благодаря микроструктуре горных пород механическая энергия ползучего движения горных масс может переходить частично в сейсмический шум. Снова для математического моделирования и этого явления воспользуемся асимметричной механикой (Коссера) - теперь в предположении о вязком типе макродвижения.

Начнем с баланса момента количества движения в такой линейной форме:

$$\rho_0 J \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial t^2} - \left( A_1 + \frac{1}{6} A_2 - \frac{1}{2} A_3 \right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_k \partial x_k} - \\ - \frac{1}{2} (A_2 + A_3) \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x_k^2} + 2B \left( 2 \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} - \varepsilon_{ijk} \frac{\partial v_j}{\partial x_k} \right) + \quad (5.111) \\ + \gamma \left( \Phi_i - \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) = 0,$$

где поверхностные моментные напряжения соответствуют упругим коэффициентам  $A_i$ .

Взаимодействию между макро- и микроконтинуумами отвечают вязкий объемный источник (с коэффициентом  $B$ ) и упругий объемный момент (коэффициент  $\gamma$ ) реакции среднего макродвижения [39, 40].

Упругий потенциал среды с микроструктурой будет записан как

$$W = W^0 + \frac{1}{2} A_1 \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_i} \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_i} + \frac{1}{2} A_2 \left( \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j} \right)^2 \left( \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j} \right)^2 + \quad (5.112) \\ + \frac{1}{2} A_3 \left( \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j} \right)^2 \left( \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j} \right)^2,$$

где

$$W^0 = \frac{\gamma}{2} \Phi_i \dot{\Phi}_i = \frac{1}{2} \gamma \left( \Phi_i - \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right)^2 \quad (5.113)$$

есть потенциал упругого взаимодействия.

Согласно (5.111) даже наиболее простые одномерные S-волны в среде с микроструктурой вызывают повороты частиц.

Предположим, что

$$v_i = v(x, t) \delta_{i2}, \quad u_i = u(x, t) \delta_{i2}, \quad \Phi_i = \Phi(x, t) \delta_{i3}, \quad x = x_1. \quad (5.114)$$

Тогда результирующее уравнение имеет вид

$$\left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{A}{\rho_0 J} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) + 4 \frac{B}{\rho_0 J} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0 J} \frac{\partial W_0}{\partial \Phi} = F; \quad (5.115)$$

$$A = \frac{1}{2} (A_1 + A_2); \quad F = \frac{\gamma}{4} \varepsilon_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} + 2B \varepsilon_{ijk} \frac{\partial v_k}{\partial x_j}. \quad (5.116)$$

Здесь фигурирует волновой оператор, диссипативный член и релаксирующий волновой источник  $F$ , определяемый средней динамикой горных пород. Уравнение описывает динамические процессы во фрагментированных массивах.

Рассмотрим случай [40], когда поле средних скоростей сдвига стационарно

$$\frac{\partial v_2}{\partial x_1} \equiv F(x). \quad (5.117)$$

Тогда уравнение (5.115) можно преобразовать к виду

$$\rho_0 J \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial t^2} + 4B \frac{\partial \Phi'}{\partial t} + Shr \Phi' = 0 \quad (5.118)$$

относительно малых возмущений  $\Phi' = \Phi - \Phi_0(x)$ .

Здесь,  $\Phi_0(x)$ - стационарное решение, и использован оператор Шредингера

$$Shr = -A \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \quad (5.119)$$

причем

$$V = \frac{\partial^2 W^0}{\partial \Phi^2} \bigg|_{\Phi_0} = \gamma \Phi' (\Phi' - \alpha)^2.$$

Можно показать, что в окрестности точки  $\Phi' = \alpha / 2$  решение (5.122) неустойчиво [40]. Была развита численная процедура расчета отклонений от такого стационарного поля:

$$\Phi_0(x) = a(L - x) \frac{x}{4L}.$$

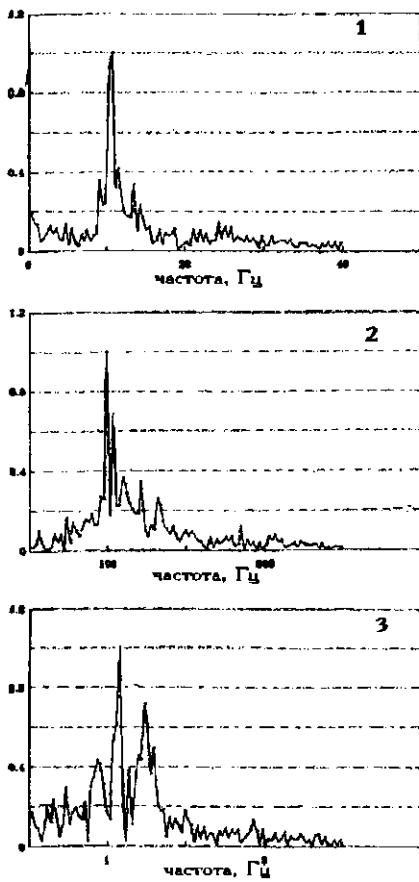


Рис. 5.20. Расчет приведенных спектров сейсмического шума при ползучести геоматериала с микроструктурой (табл. 5.3;  $\alpha = 10^{-2}$  рад)

Был рассмотрен (О.Ю. Динариевым и автором) и несколько иной вариант вязкоупругой математической модели с независимыми поворотами блоков, сводящийся к системе уравнений:

$$\rho_0 \partial_t^2 u - \frac{1}{2} \lambda \partial_x^2 u = -\frac{1}{2} \partial_x (\beta \partial_t \phi + \frac{dW}{d\phi}) \quad (5.120)$$

$$J \partial_t^2 \phi + \beta \partial_t \phi + \frac{dW}{d\phi} = -\frac{1}{2} J \partial_t^2 \partial_x u; \quad \frac{dW}{d\phi} = \varsigma \phi + \varsigma_1 \phi^2 + \varsigma_2 \phi^3$$

Если

$$u = -a_0 \cos(\omega t - kx), \quad \omega = kV, \quad V = 2\rho_0 / \lambda,$$

то система (5.120) сводится к уравнению типа Дюффинга

$$\begin{aligned} \partial_\eta^2 \phi + \xi \partial_\eta \phi + (g_0 \phi + g_1 \phi^2 + \phi^3) \phi &= A_0 \sin(2\pi(\eta - \eta_0)) \\ \phi &= \zeta_2^{-1/2} J^{1/2} (2\pi)^{-1} \omega \phi, \quad \eta = (2\pi)^{-1} \omega t, \quad \eta_0 = (2\pi)^{-1} kx \\ \xi &= 2\pi\beta\omega^{-1}J^{-1}, \quad g_0 = 2\pi\zeta J^{-1/2} \omega^{-1} \zeta_2^{-1/2}, \\ g_1 &= 2\pi\zeta_1 J^{-1/2} \omega^{-1} \zeta_2^{-1/2}, \quad A_0 = 2\pi^2 k a_0 \omega \zeta_2^{1/2} J^{-1/2} \end{aligned} \quad (5.121)$$

Было обнаружено, что подобное уравнение прекрасно соответствует экспериментальным данным (Н.А. Вильчинской, Ю.М. Заславского и др.), свидетельствующим о появлении более низких частот в спектрах сигналов волн, распространяющихся в гранулированных средах. Уравнение (5.121) обладает конечным числом "простых аттракторов", чему соответствует уменьшение частот (увеличение длин волн) в целое число раз. Пример расчета приведен на рис. 5.21.

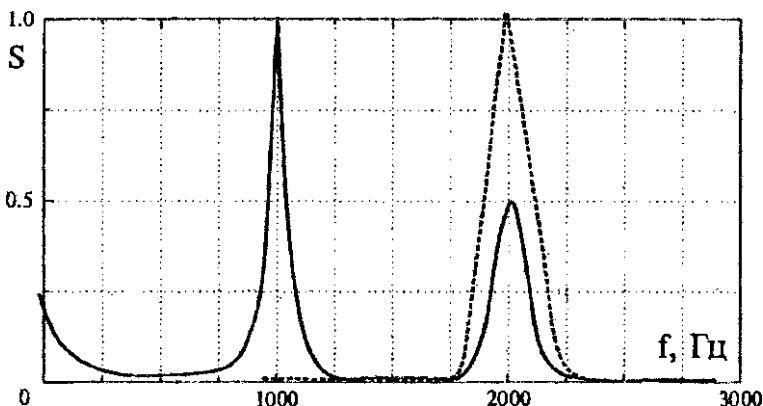


Рис. 5.21. В волне с начальным спектром, обозначенным пунктиром, появляются колебания с меньшими частотами в 2 раза.

Соответствующие решения  $\Phi'$  со спектрами, приведенными на рис. 5.20, выявляют черты компактного аттрактора Хаусдорфа для уравнений (5.122) - (5.124). Видно, что именно такой источник энергии, как макроползучее течение массива, может генерировать сейсмический шум, наблюдаемый в поле.

Подчеркием, что максимальная амплитуда шума зависит от размеров блоков  $\sqrt{J} \approx d$  и масштаба ползучего течения  $L$ .

Таблица 5.3. Данные численного расчета шума при ползучести

Параметры	Размерность	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
$L$ , масштаб течения	м	1	10	$10^3$
$J$ , момент инерции	кг/м	$10^{-10}$	$10^{-8}$	$10^{-4}$
$J/(4B)$ , время релаксации	сек	$10^{-4}$	$10^{-3}$	10
$A$ , модуль вращения	кг/(м сек <sup>2</sup> )	$10^{-1}$	10	$10^9$
$a$ , угол	рад	$10^{-2}$	$10^2$	$10^{-2}$
$\sqrt{J}$ , внутренний масштаб	м	$3 \times 10^{-7}$	$1.7 \times 10^{-6}$	1.7
$\sqrt{J/L^2}$ ,		$3 \times 10^{-7}$	$1.7 \times 10^{-7}$	$1.7 \times 10^{-3}$

## 5.5. Вибровоздействие на горные массивы и пласти

### 5.5.1. ВЫЯВЛЕНИЕ ДОМИНАНТНЫХ ЧАСТОТ

Вибрации горных и грунтовых массивов возникают при работе тяжелых поверхностных вибраторов, под воздействием транспорта, взрывов и многих природных источников, например, вулканов, землетрясений, штормов, приливов и т.д. Вибрации могут влиять на многие процессы, поскольку это приводит к потере устойчивости (откосов, например), ускорению динамики таких процессов, как ползучесть горных пород.

Также вибрации могут генерировать сейсмический шум, который существен, например, если сдвиговая волна действует как начальное возмущение. Важная черта, однако, - это роль отдельных частот, что связано с резонансными эффектами [94].

Первым источником резонанса служит природная стратификация массива, которая усиливает частоты и приближенно равна

$$\omega_r = \frac{c_s}{4H}, \quad (5.122)$$

где  $c_s$  - скорость сдвиговой волны;  $H$  - толщина пласта.

Эта частота проявляется из-за многократных отражений на границах пласта.

Другой источник резонанса в соответствии с теорией разделов 5.3 и 5.4 связан с микроструктурой грунтов и фрагментированных пород. Соответствующие осцилляции исследовались в ходе специальных экспериментов, поставленных на песчаном берегу Рижского залива [24]. (Морской песок был обычным со средним диаметром частиц примерно 0.4 мм, но разной степени водонасыщенности.)

Первый опыт был проведен с ультразвуковыми импульсами ( $\approx 20$  кГц), которые в сухом песке были диссипированы после расстояния всего в 10 см. Для сравнения в сплошных горных породах такие импульсы затухают после расстояния 1 м. (Чрезвычайно мощные ультразвуковые импульсы могут проникать глубже, преобразуясь, впрочем, в волны иного рода).

Если среда была не полностью насыщена водой, то появлялась Р-волна второго рода, которую можно определить не только по более низкой волновой скорости, чем ультразвук, но и по характерному спектру с максимумом амплитуды 25 Гц.

Приближенно спектр соответствовал акустической эмиссии того же песка при любом слабом механическом воздействии.

Отмеченную выше частоту максимальной амплитуды можно считать доминантной и оценивать ее по отношению скорости смещения  $v$  к самому смещению  $u$

$$\omega = v / u \quad (5.123)$$

или согласно выражению

$$\omega = v / l, \quad (5.124)$$

где  $l$  - масштаб эффективного внутреннего осциллятора.

Измерения показали, что

$$l \approx 10 d, \quad (5.125)$$

где  $d$  - диаметр зерна или фрагмента массива [24].

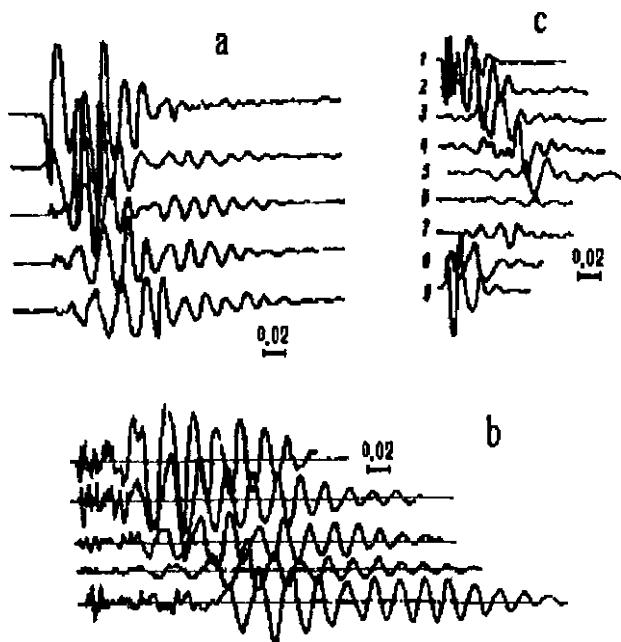


Рис. 5.22. Записи колебаний:  
 $a$  - падение тяжелого тела с высоты  $h = 1$  м;  $b$  - взрыв (влажность 26 %, толщина пластика песка  $H = 2$  м);  $c$  - то же (однако  $h = 1$  м,  $H = 15$  м, влажность 20 %).  
 Расстояние между датчиками 2 м [24]

Второй эксперимент был проведен с малыми зарядами (20 г взрывчатки TNT), причем волновое поле измерялось датчиками, расположенными по радиусу с интервалами 4 м.

В третьем эксперименте волны создавались ударом о поверхность песка тяжелого тела (падающего с высоты 1 или 2 м). Как это видно из рис. 5.22, первая волна всегда представлена более высокими частотами, зависящими от типа источника сейсмических волн. Вторая волна обладает частотами намного ниже, которые к тому же меняются и после некоторого расстояния, трансформируются в доминантную частоту 25 Гц.

Если мощность массива  $H = 2$  м, то его стратификационный резонанс близок к 25 Гц, т.е. к микроструктурному, и хвостовая часть волны, в которой реализуются эти колебания, становится значительно длиннее (амплитуды не изменились).

В ближайшей окрестности источника первую волну можно считать и ультразвуковой, поскольку зерна песка смещаются незначительно из-за очень короткой продолжительности колебаний и благодаря пороговой роли сухого трения или вязкости пленок воды на контактах зерен. Поэтому два типа волн оказываются наблюдаемыми во влажных песках и могут интерпретироваться как первая и вторая моды Р-волн соответственно при теоретически оправданных волновых скоростях 460 м/с и 210 м/с (разделы 1.3 и 5.2). Нужно отметить, что эти две моды также приводят к двум типам наблюдаемых поверхностных волн, где Р-волны выступают в комбинации с S-волнами.

Все наблюдаемые в поле спектры имеют ультразвуковую составляющую даже на дальних расстояниях, где основная волновая энергия уже соответствует доминантной частоте 25 Гц. Последнее объясняется генерацией ультразвуковых частот из-за шероховатости контактов зерен и (или) относительными движениями зерен, например поворотного типа, в условиях длиннокоротковолнового резонанса (раздел 5.4).

Суммируя приведенные экспериментальные результаты, можно сказать, что реальные геоматериалы играют роль нелинейного преобразователя сейсмических волн.

В этой связи укажем, что изменения сейсмических спектров источников землетрясений отмечались при сопоставлении записей геофонов до и после пересечения волнами тела разлома, вскрытого глубокой скважиной (Кайои-пасс) [139].

Это же свойство отмечалось также и при сейсморазведке в форме правила достижения определенных рабочих частот с помощью одного и того же заряда (порядка 1 кг ТНТ) при помещении его в песок (25 Гц), глину (40 Гц), гравий (10 Гц) или в эродированный гранит (100 Гц).

#### 5.5.2. ВОЛНОВОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ НА ПЛАСТ

Было обнаружено, что амплитуды колебаний в пласте зависят от частоты внешнего источника, причем максимальная

амплитуда соответствует некоторой доминантной частоте. Для нефтяных обводненных пластов отмечались значения 6, 8, 12 Гц, при которых поровое давление, выделение газа и даже коэффициент обводненности (!) действующих нефтяных скважин максимально изменялись.

Изучение влияния землетрясений на дебиты нефтяных скважин на расстояниях 70-200 км от эпицентра показало, что рой землетрясений может увеличить процент нефти в дебитах обводненных скважин, если изначально он был весьма мал, или уменьшать это значение, если нефтяная доля была преобладающей. Конечно, имеются и промежуточные случаи, но примеры, приведенные на рис. 5.23, представляют нужную идеализацию явления, которое наблюдается и при вибрационных воздействиях на пласт.

Рассмотрим вибрационную технологию добычи нефти и газа. Как отмечалось ранее, вибрации могут ускорить прохождение газа через пласт.

В некоторых лабораторных экспериментах при вибрациях несколько менялась абсолютная проницаемость среды, но эффект не был существенным. Смещения нефтяных капель в обводненных пористых средах также изучались в лабораториях при одновременных гравитационных и вибрационных воздействиях.

Такие исследования проводились в предположении, что вибрации могут ускорять сепарацию газа и нефти в истощенных месторождениях на макроскопическом уровне. Однако для этого оказался нужным очень высокий уровень амплитуд.

Критерий подвижности капель размером ( $r \times l$ ) в потоке инородного флюида сквозь пористую среду сводится к отношению капиллярных сил  $\sigma \cos \theta$  к смещающей силе [187]:

$$\frac{\rho \sigma \cos \theta}{(\gamma \sin \alpha + \partial p / \partial x + A \rho \omega^2) r l \Delta \rho} \leq \Pi_* \approx 0.3, \quad (5.126)$$

где  $d_1, d_2$  - линейные масштабы капель;  $\Delta \rho$  - разница плотностей;  $\gamma = \rho g$  - удельный вес;  $\partial p / \partial x$  - градиент давления в протекающей фазе;  $A$  и  $\omega$  - амплитуда и частота волны соответственно;  $\sigma$  - межфазовое натяжение;  $\theta$  - угол смачивания. Критическое число  $\Pi_*$  может быть найдено экспериментально.

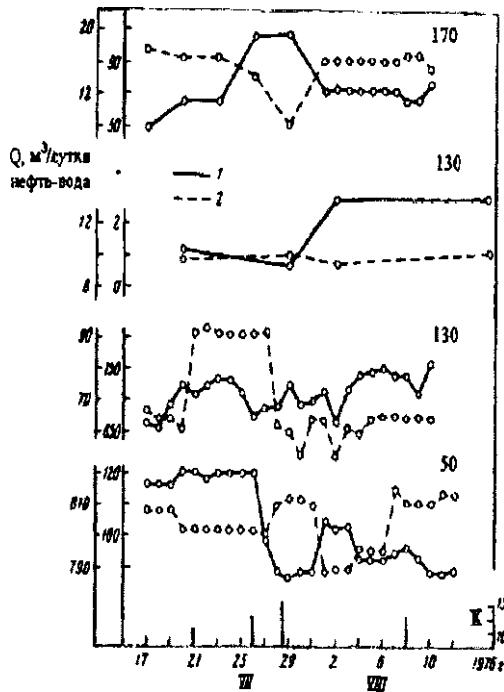


Рис. 5.23. Динамика нефтяной (сплошные линии) и водной (пунктир) долей дебитов скважин при рое землетрясений энергетического класса  $K$  на Северном Кавказе (вблизи города Грозный). Эпицентальные расстояния указаны в км [102]

В то же время акустическая обработка нефтяных скважин в ходе стандартного каротажа показала, что и она в некоторых случаях может приводить к увеличению дебита нефти.

При таких операциях на забое скважин генерируются непосредственно ультразвуковые частоты, что, благодаря переводу загрязнений во флюидное, микроэмulsionное состояние, приводит к очистке порового пространства прилегающей части пласта (ультразвук не может проникнуть глубже первого метра в реальные грунты или пористые горные породы).

Другой вариант вибровоздействия на продуктивный пласт состоит в помещении звукового генератора (типа колокола для использования энергии притока жидкости) внутрь ствола скважины.

Конечно, любой механический или электрический генератор звука, действующий на призабойную зону скважины, энергетически ограничен внутренним объемом скважины, относящимся к пласту.

### 5.5.3. ПРИМЕРЫ ВИБРОДОБЫЧИ ОСТАТОЧНОЙ НЕФТИ

Известно, что сейсмические волны, генерируемые тяжелыми вибраторами, могут наблюдаться на очень больших расстояниях. В ходе проверки таких возможностей было решено поместить вибраторы на территории нефтяного промысла.

Результаты первых полевых работ, проведенных на месторождении Абузы Краснодарского края на Северном Кавказе, таковы [112].

Месторождение эксплуатировалось с 1938 г. и было полностью обводнено ко времени проведения опытно-промышленных работ. Использовался сейсмовибратор СВ-20/60. Создаваемая им эффективная нагрузка равна 20 т. Глубина была равна 1400 м, а продуктивный пласт представлен песчаником. Продуктивность скважин N 56 и N 32 равна 2-3 т/сут; скважины имели исключительно низкое соотношение "нефть-вода".

Вибрации проводились каждый час в течение 20 мин, причем обработка продолжалась 15-20 часов каждого дня, тогда как полная продолжительность цикла промысловых работ составляла 37 дней. Отношение "нефть-вода" возрастило и сохранялось стабильным в течение 17 дней после всего цикла работ (табл. 5.4).

Таблица 5.4. Динамика соотношения нефть-вода при вибрации пласта

N	Интервал перфорации (м)	Доля нефти в дебите перед вибрацией %	Доля нефти в дебите при вибрации %	$\omega$ Гц	Расстояние от вибратора м
33	1471-1496	3.2	6.7-8.0	12	1000
56	1259-1452	7.3	12.5-17.8	12	100

Было обнаружено, что частота 12 Гц оптимальна для положительного изменения указанного соотношения. Этот факт также подтверждается измерениями микросейсмичности горного массива, вмещающего месторождение (рис. 5.23). Шум резко возрос через 20 мин после начала вибраций.

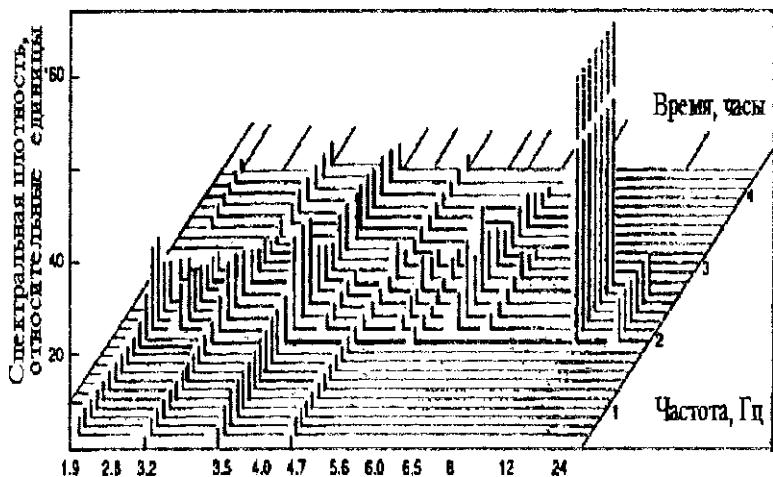


Рис. 5.23. Динамика сейсмичности горного массива, вмещающего месторождение, при работе вибратора на частоте 12 Гц

Вибровоздействие приводит даже к химическим изменениям высвобожденных углеводородных газов. Содержание метана определено возросло в затрубном пространстве скважин. Было отмечено и увеличение гидравлического напора, но это возрастание составляло не более одного метра, хотя максимальное его значение также соответствовало той же частоте.

На других месторождениях доминантная частота оказалась несколько иной (6 Гц, 18 Гц). Однако текущая доля нефти в дебитах уменьшилась, когда начальный процент воды был мал (месторождение Зыбза). Когда после вибровоздействия достали геофизические приборы из наблюдательных скважин, находившихся за контуром нефтеносности, они оказались пок-

рытыми пленкой нефти. Это означает, что даже "связанная" нефть в водной части пласта при вибрации становится подвижной.

Итак, положительный результат при вибровоздействии возможен в случае обводненного месторождения, т.е. метод относится к технологии повышения конечной нефтеотдачи пласта, причем самое главное, чтобы вибровоздействие проводилось в условиях отбора флюидов из пласта. Последнее отвечает эффекту градиента давления в критерии (5.130). Таким образом, вибрации возмущают систему водонефтяных потоков внутри порового пространства на микроуровне.

#### 5.5.4. ФАЗОВЫЕ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПРИ ВИБРАЦИЯХ

Общепринято, что двухфазный фильтрационный поток определяется обобщенным законом Дарси (3.78), основанным на концепции относительных проницаемостей для нефтяной и водной фаз. Если проницаемость для нефти нулевая, то соответствующая часть нефти оказывается остаточной. Она размазана по поровому пространству в виде изолированных капель или пленок, хотя и может несколько смещаться под воздействием интенсивного водного потока. Эффект может быть учтен [200] дальнейшим обобщением закона (3.78) в соответствии с правилом Онзагера. При стандартных квазистатических условиях этот поток настолько мал, что смещениями остаточной нефти пренебрегают и вводят понятие пороговой насыщенности  $\theta_*$ . Таким образом, считается, что если насыщенность нефти  $\theta \leq \theta_*$ , то практически нет течений нефти, и только вода может достигнуть продуктивных скважин.

Эти представления основаны на кривых относительных проницаемостей, приведенных на рис. 3.13 и измеренных для стационарных фазовых течений сквозь образцы пористых горных пород. Возможные отклонения связаны с подвижностью капель нефти или конденсата (5.130) в форме микроЭмульсии в потоках воды.

Описанные выше существенные изменения в относительных дебитах нефти и воды означают, что капли нефти действительно становятся подвижными в водном потоке под воздействием вибрации. Это может произойти только, если прони-

цаемость для нефти (при  $\theta \leq \theta_*$ ) отлична от нуля, либо из-за кластеризации - слияния капель в "ручейки" (рис. 5.25), либо из-за появления капель размера значительного меньшего, чем радиус поровых каналов. Последнее означает переход водо-нефтяной смеси в состояние микроэмulsionии.

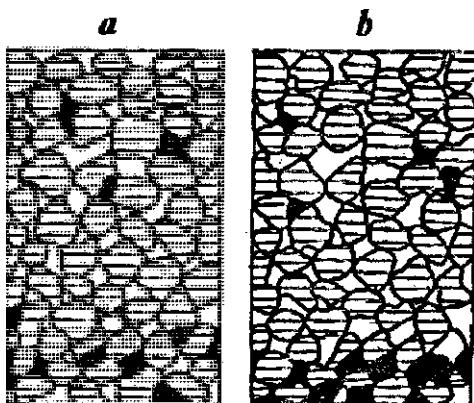


Рис. 5.25. Кластеризация капель нефти при вибрации ( $a \rightarrow b$ ) в водном потоке [94]

Другой сценарий связан с высвобождением газа в виде весьма мелких пузырьков, которые могут двигаться с течением воды или даже быстрее.

Гидродинамическая схема расчета, соответствующая этому сценарию, была изложена в разделе 3.3, и она основана на концепции единого фильтрационного потока, для которого насыщенность играет роль объемной концентрации. Как показывает формула (3.103), мельчайшие газовые пузырьки могут уменьшить напоры, требуемые для заданного дебита скважин. Это же объясняет необычную форму кривых продуктивности скважин в момент, когда растворенный газ только начинает высвобождаться из нефти в пласте (см. рис. 3.18).

Хотя изменения суммарного дебита скважин не очень существенны, поскольку они зависят от интенсивности откачек и условий вибраций, высвобождение газа играет положительную роль. Этот эффект может быть усилен путем одновременного нагнетания газа в пласт.

Переход газонефтяной смеси в состояние микроэмulsionи можно описать системой уравнений (4.34)-(4.36), если ввести кинетику эмульгирования вместо десорбционного источника.

Следует подчеркнуть, что подвижность остаточной нефти может быть восстановлена в обводненных пластах только под действием ультразвука (при длине волн порядка размера нефтяной капли или порового канала). В соответствии с разделом 5.4 и упомянутыми выше экспериментами с морскими песками техногенные и природные сейсмовибрации и в самом деле возбуждают ультразвук внутри пористой среды.

#### 5.5.5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ ЭФФЕКТОВ

Тяжелые вибраторы излучают в основном поверхностные сейсмические волны. Главным образом поэтому не более одной десятой сейсмической энергии волн достигает пласт. Однако существуют некоторые оптимальные частоты, которые влияют на продуктивность скважин эффективнее других. Основываясь на данных полевых работ, примем, что доминантная частота (раздел 5.3) генерируется микроструктурой геоматериала и стратификацией. Этот процесс описывается уравнением (5.47) или его более сложным вариантом. При этом, чем больше коэффициент нелинейности  $N$ , тем быстрее происходит перекачка сейсмической энергии к доминантной частоте. Более того, лучше воздействовать на пласт на доминантной частоте, поскольку волна может покинуть массив или диссипироваться раньше, чем будет достигнут спектр с доминантной частотой.

Мотивация для уравнения (5.47) связана с возможностью зерен пористой матрицы или фрагментированного массива совершать свое собственное движение. Как было показано в разделе 5.2, линейные масштабы (5.43) массива учитываются уравнением (5.47).

Отметим, что доминантная частота, генерируемая стратификацией, приводит к вполне реалистическому значению толщины ( $H = 30$  м), если скорость волны сдвига  $c_s = 1500$  м/с, а доминантная частота 12 Гц. Значение  $H = 30$  м близко к толщине пласта, но эффект требует слишком много волновой энергии, чтобы сыграть заметную роль. Однако, как было замечено в опытах, сейсмовибрации существуют дольше, если

совпадают микроструктурный и стратификационный резонансы (см. рис. 5.22).

Таким образом, резонансный отклик стратифицированного и одновременно блочного массива представляет особый интерес.

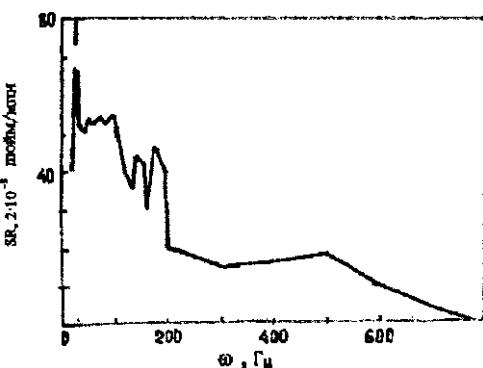


Рис. 5.26. Скорость утопления вибрирующего тела в морском песке при разных частотах колебаний [173]

Ультразвук, нужный для реорганизации водонефтяных микротечений, генерируется постоянно сейсмическими волнами по мере их распространения внутри пористого или фрагментированного массива. Этот факт был выявлен экспериментально в песках [24], где сейсмические волны сопровождались ультразвуком. Действительно, деформации песка невозможны без относительных движений контактирующих частиц, а каждый движущийся контакт с сухим трением излучает ультразвук.

Согласно рис. 5.26, относительная скорость утопления вибрирующего легкого тела, помещенного на поверхность песка, максимальна, если выбрана доминантная частота  $\omega_d = 25$  Гц.

Отсюда следует, что именно на доминантных частотах песок максимально проявляет свои вибровязкие свойства. Как было показано выше, для построения простых моделей перечисленных явлений можно использовать идею вращения частиц, кинематически независимого от среднего движения. Так, для модели генерации ультразвука можно воспользоваться градиентально-согласованным микрополярным континуумом [152], сохраняя нелинейные эффекты. Микродвижения могут

возбуждаться разными способами, и немало соответствующих нелинейных эффектов следует изучить.

Например, можно представить, что под воздействием вибраций горный массив начинает ползти (виброкрип) и излучать при этом ультразвук (раздел 5.4). Начальная упругая энергия, или даже энергия самого фильтрационного течения, соответствующая обычному отбору флюидов из пласта, также могут быть дополнительными источниками энергии для вибраций, возмущающих распределение воды и нефти в поровом пространстве и необходимых для преодоления порога нулевой нефтепроницаемости.

Практически главная остающаяся проблема - это оптимальный способ передачи волновой энергии пласту. Однако даже изложенная здесь технология с поверхностными вибраторами приводит к эффективному увеличению соотношения нефть-вода в неглубоко залегающих обводненных продуктивных пластах. Это новый шанс для многих старых нефтяных регионов.

#### 5.5.6. ЛАБОРАТОРНЫЕ ИСПЫТАНИЯ И ОЦЕНКА ВИБРОМЕТОДА

Как это следует из критерия (5.130), подвижность нефти может быть восстановлена, если в продуктивной толще к действию водного потока добавить силу виброускорений и увеличить разницу плотностей.

Первый шаг состоит в проверке критерия подвижности на специальной двумерной модели. Модель представляла собой два плексигласовых листа, между которыми был помещен один слой стеклянных шариков. Под действием продольных и поперечных колебаний упаковка шариков менялась. В результате в части упаковки появилась плотная гексагональная структура. (Таким образом удается моделировать в лаборатории природную структуризацию трещиновато-пористых сред, см. разделы 3.4 и 4.5.3).

Средняя пористость  $m$  была равна 0,6. Проницаемость  $k$  была  $3,7 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2$ . Вибростол, на котором проводились испытания, создавал суммарное ускорение 16 g. Частоты выбирались таким образом, чтобы получить устойчивые колебания постоянной амплитуды, но одновременно избежать вибро перемещений шариков.

(Последнее случалось при частотах выше 40 Гц, когда вибросила превзошла силы сухого трения, как это, например, происходит при разжижении в вибровязкое состояние.)

Устойчивая амплитуда колебаний  $A$  составляла 0,45 мм, если частоты были в интервале 15 - 40 Гц. Через специальное отверстие в модель подавалось некоторое количество воды.

Таким путем в пористой среде, насыщенной воздухом, создавалась система линзообразных жидкых капель толщиной  $r = (4 - 5)$  мм и длиной  $l < 33$  мм. Результаты экспериментов приведены ниже в виде критических условий начала движений капель:

$l$ , мм	....	22	21	20	19	18	17
$\omega$ , Гц	....	16	18	18	19	20	22

Было известно, что минимальный размер  $l$  капель воды таких, которые начинали перемещаться в обычном поле тяжести, составлял 33 мм. Используя эту цифру, удается найти константу в таком частном представлении критерия (5.126), как

$$l(g + A\omega\omega) = \text{const}, \quad (5.127)$$

который, впрочем, справедлив [187], если остальные параметры (5.126) неизменны. Для контроля были использованы также амплитуды колебаний  $A = 3$  мм. Тогда критический размер подвижности капель составил  $l = 17$  мм при частоте 27 Гц.

В полевых условиях, однако, практически невозможно получить столь высокие ускорения, как при моделировании на вибrostоле. Из-за исключительно низких реальных амплитуд, которые могут быть созданы с помощью обычных технических средств, эффекта можно добиться только при использовании ультразвуковых частот. Например, в случае частот 2 кГц критическая амплитуда, необходимая для подвижности ино-родных жидкых включений, может быть уменьшена в  $10^4$  раз. Более того, только если длина ультразвуковой волны имеет порядок диаметра зерна матрицы нефтяного продуктивного пласта (фрагмента массива), капли остаточной нефти (или жидкого конденсата) станут подвижными.

Выше уже указывалась возможность генерации ультразвука при распространении сейсмических волн в горных породах.

Коэффициент энергетического обмена  $K$ , определяемый как отношение потоков энергии (5.109) и (5.108), составляет величину  $10^{-3}$  или меньше. При иерархическом строении блочного массива, а следовательно, и процесса диссипации, ультразвуковая энергия в конце концов переходит в тепло, т.е. в молекулярный хаос.

Диссипативную сторону процесса можно учесть при введении эффективных вязких составляющих в реологические соотношения.

Уже было показано, что каждая продуктивная толща обладает своей доминантной частотой, которая зависит от микроструктурного вязкоупругого и стратификационного резонансов.

Эта частота предпочтительна для проведения работ, что подтвердилось наблюдаемым откликом пласта на вибронагружение.

Это первое важное условие вибротехнологии было защищено авторским свидетельством (USSR No 1549301, Cl. E21 B43/00, 1986, Бюлл. No 36, SU 1596081 A1), как и второе, которое состоит в одновременном применении вибровоздействия и интенсивного отбора воды из обводненного месторождения или его обводненной части.

Это означает использование эффекта градиента давления в критерии (5.130) для интенсификации добычи остаточной нефти.

(Следует также помнить, что применение вибровоздействия на свежем месторождении может привести к подвижности водных масс и уменьшить нефтеконденсатоотдачу с самого начала.)

#### 5.5.7. РОЛЬ ГЛУБИННОГО АКУСТИЧЕСКОГО ШУМА

Эффект доминантной частоты может приводить к интенсивному сейсмическому шуму в продуктивной толще или усиливать природный шум.

В этой связи были проведены специальные измерения глубинного акустического шума при вибрационных воздействиях на заводненные месторождения Чангыр-Таш (Киргизия) и Жирновское (Поволжье).

Месторождение Чангыр-Таш расположено в Ферганской долине на глубине 410 - 570 м под рыхлыми осадками - гравийным конгломератом (толща 100 м) и слоем глин. Нефтенасы-

щенный песчаник имел проницаемость до 30 миллиардс, пористость 10 - 23%, среднюю суммарную мощность 25 м, эффективную 5,7 - 6,4 м. Плотность нефти была 0,8769 г/см<sup>3</sup> в поверхностных условиях, а динамическая вязкость - 35 сантипуаз.

Месторождение эксплуатировалось с 1938 г. Вибрационное воздействие проводилось с 5 до 20 октября и в декабре 1988 г. на площади Текебель, где действовало 6 продуктивных скважин. (Продуктивная толща здесь была наклонена под углом 35° и имела мощность 25 м при глубине в 240 - 448 м.)

Приведем данные по скважине 149, первоначально обводненной на 60% при суммарном дебите 2-3 тонны/сутки. Вибровоздействие осуществлялось двумя электромагнитными молотами, расположенными на расстоянии 20 м друг от друга и на расстоянии 200 м от этой скважины, причем высота участка их расположения была на 25 м ниже устья скважины. Молоты производили 55 ударов в минуту продолжительностью 55 миллисекунд по сваям, углубленным в грунт.

Рабочая частота оказывалась равной 20 Гц. Средний дебит указанной скважины возрос на 36%, а содержание воды уменьшилось на 13%.

При этом в наблюдательной скважине проводились послойные измерения глубинного шума. В интервале продуктивной толщи (302-310 м) акустический шум возрос примерно на 20% и сохранялся постоянным в течение некоторого времени и после вибрации. Это говорит о существовании некоторого предельного шумового насыщения.

Месторождение Жирновское эксплуатировалось с 1949-1951 гг. Оно относится к антиклинальной складке. Сейсмические волны возбуждались в продуктивном пласте Б-1, представленном песками и песчаниками, а также еще в двух пластах, расположенных выше и ниже Б-1.

Мощность пласта Б-1 изменялась от 2 до 44 м. Продуктивная толща составляла 2 - 39 м. Её максимум соответствовал центру структуры. Пористость была 18-35%, а проницаемость составляла  $(0,004-5)10^{-3}$  м<sup>2</sup> согласно исследованиям керна и 0,1-5 по данным гидродинамических исследований скважин. Геофизические данные говорили о 89%-ном насыщении нефтью. Давление растворения газа было близко к пластовому поровому давлению и равно 102 атм. Вязкость нефти была 4,5 сантипуаз в пласте, содержащем 59,9% от полных запасов. Начальные

геологические запасы оценивались в 62.500.000 тонн нефти при коэффициенте нефтеотдачи 0,7. Однако на 1 января 1992 г. нефтеотдача считалась равной 0,6. Обводнение пласта началось в 1952 г.

В последние годы удовлетворительно соблюдался баланс нагнетаемой в пласт воды и отбора флюидов, так что поровое давление стабилизировалось и было равным 96,6-98,5 атм. Средний отбор воды составлял 92% от суммарного отбора. Газовый фактор уменьшался и в 1991 г. составлял 70 м<sup>3</sup>/т.

Вибрации проводились с 20 октября по 15 декабря 1991 г. на северном участке с площадью 3,3 км × 2,5 км, где были расположены 34 продуктивные скважины, причем для передачи волновой энергии на пласт на скважине 157 был смонтирован внутриколонный жесткий волновод, по которому ударял электромагнитный молот.

Вибровоздействие привело к изменениям на 23 скважинах пласта Б-1, на 3 скважинах нижележащего пласта и 1 скважине над пластом Б-1.

После первого цикла вибровоздействия увеличение добычи нефти было высоким, тогда как поступление воды уменьшилось. Максимальный эффект был достигнут в феврале 1992 г. Среднее увеличение нефтяной доли в дебите составляло 54%, тогда как процент воды уменьшился на 6%.

Акустический шум измерялся в скважине 186 на расстоянии 850 м от скважины вибровоздействия 157. Он возрос от фонового значения до 30%. Подробнее эти данные освещены в докладе [187].

Работы на Павловском месторождении в 1995 - 1996 гг. привели уже к дополнительной добыче нефти из 5 обводненных скважин не менее 2500 тонн за 5 месяцев после начала вибровоздействия по той же технологии.

## Глава 6

# СТРУКТУРА И РЕОЛОГИЯ ЛИТОСФЕРЫ

## 6.1. Прочность геоматериалов на глубине

### 6.1.1. СТАНДАРТНЫЕ ИСПЫТАНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Главным источником данных о прочности горных пород [37, 206] служат трехосные испытания, проводимые при высоких давлениях обжатия и высоких температурах. Непрерывные измерения нагрузок и деформаций позволяют выявить реологические законы для геоматериалов [202]. В разделе 1.3 была изложена основная математическая модель для дилатирующих горных пород, причем для проведения адекватного компьютерного моделирования потребовалось подробное описание процессов упрочнения и ослабления.

Однако следует рассматривать также и конкурирующие процессы (например, скольжения вдоль разломов при таких же высоких термодинамических условиях, ползучести массивов и т.д.). Более того, нужна дополнительная информация о микроструктуре деформированного или разрушенного геоматериала, поскольку любое внутреннее изменение сказывается на таких гидрологических или геофизических свойствах, как проницаемость, электропроводность и другие.

На рис. 6.1 приведена общая характеристика данных лабораторных испытаний для хрупкого или пластического разрушения при сдвиге под давлением  $p$ , в ходе которых напряжение сдвига было  $\sigma_s = (1/2)(\sigma_1 - \sigma_3)$ . Здесь даны количественные данные для типичных вариантов реальных распределений температуры (геотермы) и литостатического давления, определяющих границы перехода от одного типа разрушенного конечного состояния к другому (рис. 6.2).

Предельная поверхность (паспорт) прочности, построенная по данным о несущей способности образцов геоматериалов, и предел упругости также представлены в той же плоскости (рис. 6.2). Между ними расположена зона дилатансии, которой соответствуют открытые микротрешины и поры [235]. Это состояния предразрушения [149].

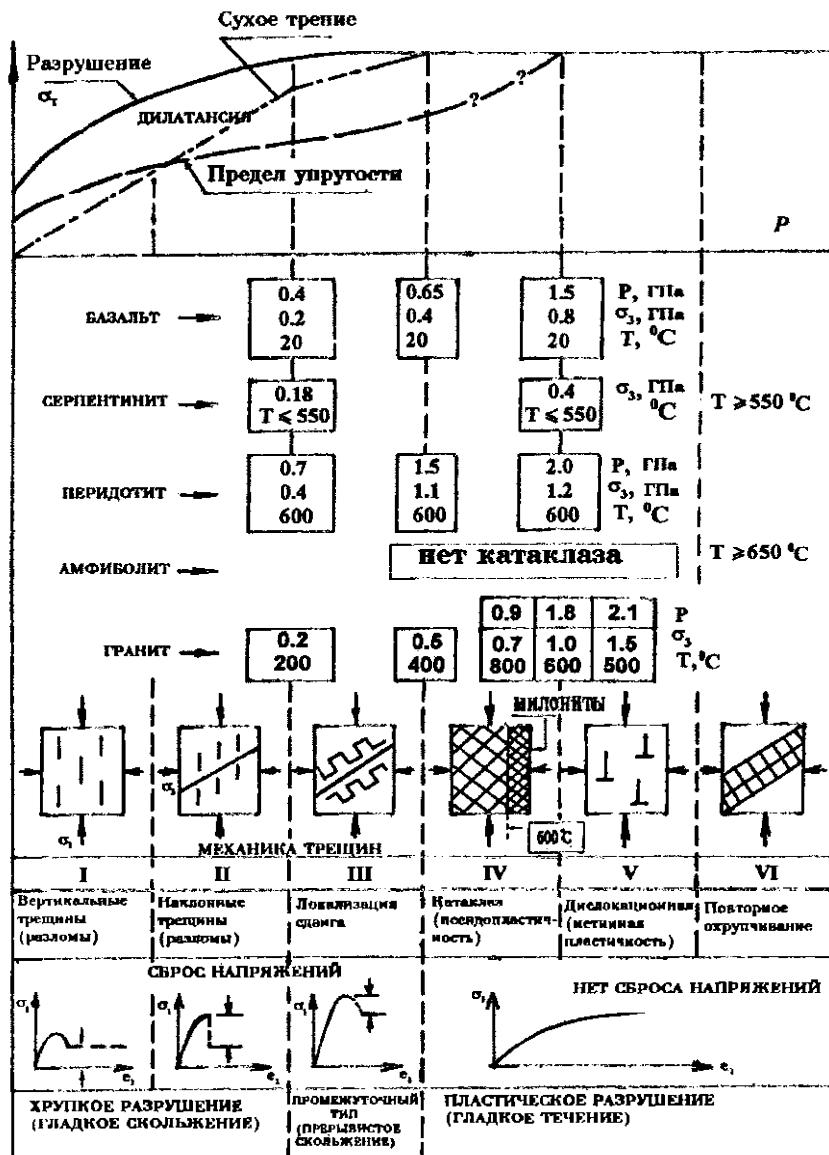


Рис. 6.1. Обобщенное описание хрупкого/пластического разрушения геоматериалов при высоких термодинамических условиях (дальнейшая детализация представлена в [200])

Все использованные данные получены для скоростей деформации  $De/Dt \approx 10^4 \text{ с}^{-1}$ . Как отмечалось выше, прочность несколько зависит от скоростей деформации, если последние ниже скоростей при взрывном нагружении (т.е.  $10^3 \text{ с}^{-1}$ ), и если температуры не слишком высоки. Рис. 6.3 показывает, что это условие справедливо для температур земной коры. Изменения скоростей деформаций ( $De/Dt$ ) от  $10^{-6} \text{ с}^{-1}$  до  $10^3 \text{ с}^{-1}$  не влияют на кривые деформирования, если  $T \leq 600^\circ\text{C}$ .

#### 6.1.2. КЛАССИФИКАЦИЯ КОНЕЧНОГО РАЗРУШЕННОГО СОСТОЯНИЯ

В соответствии с [90] и классификацией, представленной на рис. 6.1, при низком давлении обжатия  $p = -\sigma_3$ , образец геоматериала разрушается вертикальной макротрециной, а в горном массиве разлом должен быть вертикальным (интервал I). Соответствующий механизм можно считать раскалыванием.

С ростом давления обжатия разрушающая образец трещина становится наклонной, поскольку под давлением стенки трещины касаются друг друга (интервал II) и начинает действовать сухое трение. В соответствии с законом Кулона (1.77) и разделом 1.3.5 наклон разлома минимален к оси максимального сжатия.

Силы сухого трения, действующие на краях разлома, определяются линией Байерли с коэффициентами (интервалы даны в МПа), слабо зависящими от температуры [154]:

$$\begin{aligned} \tau &= 0.85 \ p, \quad p \leq 200; \\ \tau &= 60 + 0.6 \ p, \quad 200 \leq p \leq 1700 \end{aligned} \quad (6.1)$$

Можно видеть, что эта линия - ломаная, с угловой точкой при переходе от интервала скольжения II к интервалу прерывистого скольжения III.

Другими словами, перелом линии Байерли примерно соответствует замене макротрецины на полосу сдвига, поскольку здесь сухое трение по порядку величины сравнивается с прочностью монолитных бортов трещины.

Сцепление ( $chs \approx 60 \text{ МПа}$ ) характеризует в (6.1) проч-

ность зацеплений (шероховатости) или же дробление краев разлома.

Конкуренция скольжения вдоль разлома с деструкцией его бортов приводит к процессу прерывистого скольжения. Такая интерпретация последнего позволяет идентифицировать соответствующий термодинамический интервал (*III*) с зоной дилатации земной коры. Действительно, при дилатационном деформировании сопротивление трения внутри разлома лишь несколько менее прочности сплошного массива, но они имеют один порядок. В этих условиях разлом расширяется в структуру скольжения (полосу). Эффективная несущая способность разрушенного массива определяется, главным образом, углом поверхностного трения, который ниже, чем угол внутреннего трения ненарушенного массива. Вот почему для оценки именно остаточной прочности фрагментированного массива и следует пользоваться линией Байерли (6.1).

Дальнейший рост давления обжатия и температуры с глубиной приводит к выполнению предельной прочности геоматериала, т. е. к ее независимости от давления, тогда как сопротивление трения в разломе продолжает расти с давлением. При этом разрушение образца породы (массива) сводится к появлению сети малых трещин, фрагментирующих образец на множество малых частей (интервал *IV*). Соответственно остаточная прочность оказывается по порядку равной сопротивлению пластическому течению фактически дробленого геоматериала.

Реальная причина снижения сопротивления связано с эффектом вращения фрагментов (см. раздел 1.4). Подобное течение материалов называют сверхпластическим. В геологии соответствующее фрагментированное состояние называют катахластическим.

Эффект катахластической ползучести горных пород значительно усиливается из-за миграции флюидов [129], растворения под давлением [218], коррозионной пластичности [199] и т.д. Катахлаз не может описываться традиционными реологическими законами (6.11), применяемыми лишь для ползучести монолитных горных пород, ер. [193, 211]. Соответствующие законы могут быть найдены эмпирически.

Внутри интервала катахластических состояний существует еще одна граница (600°C для силикатов), за которой течение более измельченного материала приводит к меньшему сопро-

тивлению сдвигу. Тем самым энергетически более выгоден переход от катахлазитов (подинтервал  $IV^*$ ) к милонитам (подинтервал  $IV^{**}$ ).

Переход от катахлазического (милонитного) состояния к истинно пластическому иллюстрируется по данным для гранитов [233]. Интервал  $V$  истинной пластичности соответствует дислокационному течению внутри самой кристаллической решетки минералов. Изолированные трещины появляются только внутри отдельных минеральных зерен.

Таким образом, состояния геоматериалов в интервале  $V$  оказываются непроницаемыми, и вообще можно думать, что горные массивы проницаемы, только если в них существуют дилатационные трещины.

#### 6.1.3. ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКОЕ (КАТАКЛАСТИЧЕСКОЕ) РАЗРУШЕНИЕ

Рассмотрим теперь изменения нагрузок, связанные с разрушением горных пород. Исходить будем из данных опытов на испытательных машинах. Прежде всего в момент хрупкого разрушения образца машина претерпевает сброс напряжений, если только нет специальной реверсивной регулировки. Подобный сброс напряжений соответствует разнице между несущей способностью и остаточной прочностью образца. Это главная особенность хрупкого типа макроразрушения, когда практически нет сопротивления скольжению вдоль трещины.

Наоборот, пластическое разрушение горной породы характеризуется полным отсутствием сброса напряжений, а разрушение носит форму неограниченного течения. Пластическое поведение не вносит своего времени релаксации, и контролируется исключительно заданием граничных условий.

Как можно видеть, максимальная несущая способность (прочность) соответствует закону Кулона вплоть до уровня кристаллической пластичности, полностью не зависимого от давления (см. рис. 6.1).

Промежуточный интервал давления и температуры, соответствующий переходу от хрупкого к пластическому разрушению, совпадает с зоной прерывистого скольжения (*the stick-slip zone*), где скольжение преодолевает сопротивление "течения" с некоторым упрочнением, сменяемым на неполный сброс напряжений.

Согласно В.Брейсу [147], зона прерывистого скольжения ограничена полузамкнутой границей, показанной на рис. 6.2. Здесь также нанесена граница перехода от микрохрупкого (катахлазического) разрушения к внутрикристаллической пластичности [91].

Конкретные границы зависят от типа горной породы. Данные, представленные на рис. 6.2, основаны на испытаниях гранитов.

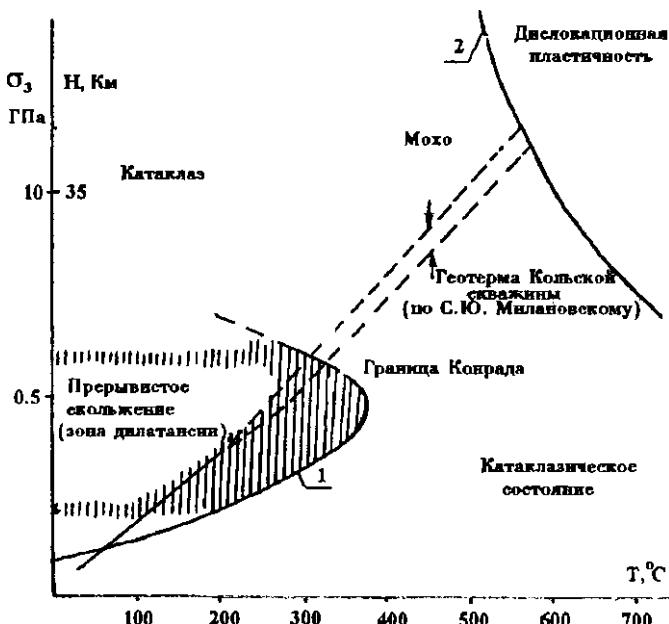


Рис. 6.2. Характерные зоны разрушения пород земной коры в предположении, что интервалы прерывистого скольжения и дилатансии совпадают [80]

На рис. 6.1 приведены сведения и для других геоматериалов (т.е. для серпентинитов, базальтов, амфиболитов и перидотитов). Видна существенная (и количественная и качественная) разница в характерных параметрах между этими геоматериалами.

Важные геологические следствия этих различий будут обсуждаться несколько позже (разделы 6.2, 6.3).

Переход в серпентинитах от хрупкого разрушения к пластическому (катахластическому) поведению под нагрузкой происходит при давлении  $p \approx 0,2$  ГПа - практически вне зависимости от температур [206]. Однако при температурах выше  $T^* = 500 - 600^\circ\text{C}$  серпентиниты неустойчивы, и их разрушение снова принимает хрупкие черты.

Серпентиниты являются продуктом химической реакции (Хесса) воды с оливинами, т.е. с главной составной частью перидотитов.

При температурах выше  $T^*$  вода кристаллических решеток высвобождается, разрушая тем самым микроструктуру серпентинитов.

Амфиболиты также неустойчивы при  $T \geq 650^\circ\text{C}$ , когда химически связанныя вода высвобождается, а разрушение породы становится катахластическим [175].

(Те же черты проявляются даже в гранитах при температурах  $\approx 900^\circ\text{C}$ , когда внутрикристаллическая вода также становится свободной, а жесткость породы резко уменьшается [234].)

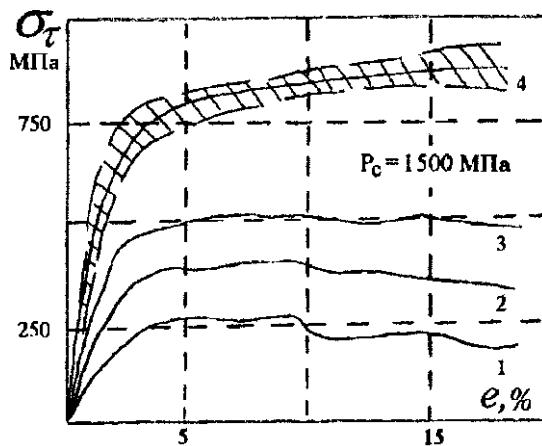


Рис. 6.3. Сдвиговая прочность мантийных пород перидотита в зависимости от скорости деформирования:

1 -  $de/dt = 10^{-6} \text{ 1/s}$ ; 2 -  $10^{-5}$ ; 3 -  $10^{-4}$ ; 4 -  $10^{-3}$  при  $1000^\circ\text{C}$ . При  $600^\circ\text{C}$  все кривые сливаются (заштрихованная полоса)

#### 6.1.4. ТЕМПЕРАТУРНЫЕ И СКОРОСТНЫЕ ЭФФЕКТЫ

Прочность мантийных пород перидотитов, например раза в полтора выше прочности гранита.

При температурах  $T \geq 1000^\circ$  (рис. 6.3) их прочность становится чувствительной [182] к скоростям деформирования, что типично для ползучести горных масс.

Такие температурные эффекты должны быть тщательно изучены.

Относительной мерой температуры служит так называемая гомологическая температура  $T / T_m$ , где  $T_m$  - температура плавления.

При  $T / T_m \approx 0.45$  происходит переход к истинному сверхпластическому течению, обусловленному движениями дислокаций вдоль границ отдельных минеральных зерен.

Для  $T / T_m \approx 0.6$  характерна стационарная ползучесть пород; она также зависит от скорости нагружения.

Некоторые типичные скорости нагружения приведены в табл. 6.1.

Таблица 6.1. Геологические времена нагружения [58]

Циклические процессы	Время релаксации	Частота, Гц
Акустическая эмиссия	$\leq 10^{-3}$	$\geq 10^3$
Микросейсмичность, удары, малые взрывы	$10^{-2}$ с	$10^2$
Сейсмические волны землетрясений и мощных взрывов	1 с	1
Катастрофические землетрясения	100 с	$10^{-2}$
Осцилляции Земли	$10^3 + 10^4$ с	$10^{-3}$
Приливы	$7 \times 10^4$ с	$2 \times 10^{-5}$
Геодезические наблюдения	$0.5 - 10^2$ лет	$10^{-6} - 10^{-8}$
Геоморфология	$10^2 - 10^6$ лет	—
Геология	$10^6 - 10^8$ лет	—

### 6.1.5. ЭФФЕКТЫ ПРИСУТСТВИЯ ВОДЫ

Согласно эффекту Ребиндера хрупкое разрушение весьма чувствительно к присутствию воды [113].

Эффект Ребиндера состоит в уменьшении энергии Гриффитса  $\gamma$  при смачивании (раздел 1.5). В результате прочность породы зависит от водонасыщенности  $\theta$  (рис. 6.4).

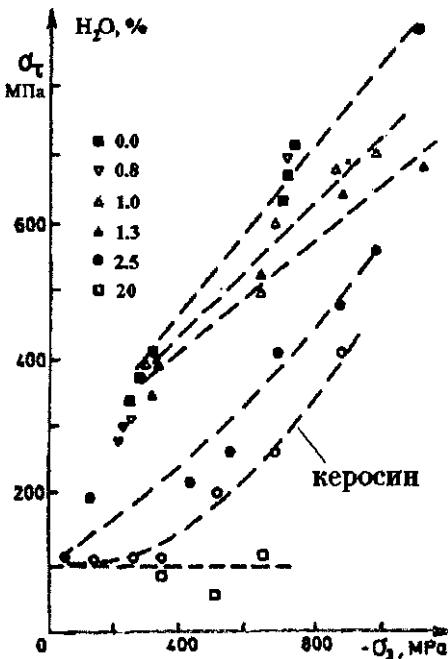


Рис. 6.4. Зависимость свидговой прочности гранита от давления обжима и присутствия жидкости; показаны значения влажности (предоставлено Р.Н. Шоком, данные пересчитаны)

Это означает, что  $\theta$  играет роль параметра ослабления, дополнительного к параметру  $\chi$ , т.е. к деформации или к работе деформаций, в предельном условии (1.77), см. (1.88):

$$\Phi_\sigma \equiv \sigma_t - \alpha(\chi, \theta)\sigma - Y(\chi, \theta) = 0; \quad (6.2)$$

$$d\Phi_\sigma \equiv (\partial\Phi_\sigma / \partial\sigma)d\sigma + (\partial\Phi_\sigma / \partial\sigma_\tau)d\sigma_\tau + (\partial\Phi_\sigma / \partial\theta)ds. \quad (6.3)$$

Разгрузка происходит при  $\Phi_\sigma < 0$ . Условия  $\Phi_\sigma = 0$  и  $d\Phi_\sigma = 0$  соответствуют нейтральному нагружению.

В этих случаях приращения  $d\lambda$  в определяющих законах

$$de_y^p = \left( \sigma_y + \frac{2}{3} \Lambda Y \delta_y - \sigma \delta_y - \frac{2}{3} \Lambda \alpha \sigma \delta_y \right) d\lambda \quad (6.4)$$

полагаются равными нулю.

Процесс упрочнения определяется условиями

$$\Phi_\sigma = 0, \quad d'\Phi > 0, \quad \lambda > 0. \quad (6.5)$$

Непрерывное разрушение (пластическое деформирование) геоматериала определяется как

$$\Phi_\sigma = 0, \quad d'\Phi_\sigma < 0, \quad d\lambda > 0. \quad (6.6)$$

Эти определяющие уравнения можно фактически интерпретировать как коррозионнодилатационную модель с масштабом времени, контролируемым диффузией воды [199]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + v_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ D_{ij}(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right\}. \quad (6.7)$$

Также можно показать, что коррозионное деформирование при активном переносе влаги может быть неустойчивым, а потому ускоряет тектонические изменения горных массивов.

Перенос влаги (6.7) имеет свое собственное характерное время. Процесс в целом может аппроксимироваться специальной моделью ползучести для дилатирующих геоматериалов с вязкостью  $\mu \approx \rho D$ , зависящей от коэффициента диффузии  $D$ .

Эта вязкость намного ниже, чем истинная вязкость ползучести сплошных пород при температурах земной коры.

## 6.2. Строение земной коры

### 6.2.1. ЗЕМНАЯ КОРА КАК ЧАСТЬ ЛИТОСФЕРЫ

Литосфера Земли - это внешняя твердая оболочка, ниже которой расположена астеносфера (ослабленный слой Земли). Последняя была выявлена сейсмическими методами, которые показали, что волновые скорости в астеносфере намного ниже, чем над и под ней.

Литосфера подразделяется на верхнюю часть, которая и есть земная кора, и на нижнюю, относящуюся к верхней мантии (рис.6.5).

Нижняя часть самой мантии контактирует с ядром Земли.

Граница между земной корой и верхней мантией была открыта А. Мохоровичичем по систематическим отражениям сейсмических волн на соответствующих глубинах.

Отражения соответствуют скачку скоростей Р-волн порядка 1.5 км/с, хотя это значение не постоянно.

Граница Мохоровичича объясняется переходом от пород земной коры к мантийным породам, более жестким и плотным [15], что обусловлено их составом.

Физически существование астеносферы принято объяснять частичным плавлением горных пород, что возможно из-за ее полиминерального состава.

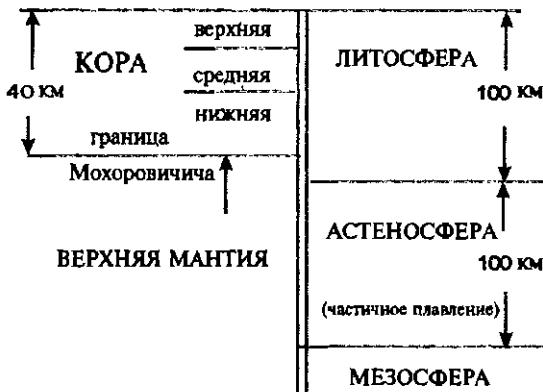


Рис. 6.5. Схематическое представление нормального строения верха континентов Земли (см. также табл. 7.1).

Строение коры Земли исследуется в ходе сейсмического зондирования.

Структура земной коры весьма сложна и включает серию внутренних границ, иногда даже с инверсией сейсмической скорости, наложенной на общую тенденцию роста скорости с глубиной.



Рис. 6.6. Строение земной коры с границами F, С, М - Форша, Конрада и Мохоровичича (пунктир соответствует сплошным состояниям пород; точками даны линии напряжений сдвига, требуемых для тектонического разрушения пород) [90]

На рис. 6.6 сейсмический профиль дан для скоростей P-волн [15].

Традиционная интерпретация сейсмической стратификации основана на разнице химических составов горных пород и на измерениях ультразвуковых скоростей в сплошных образцах.

Типичные измерения скоростей приведены в табл. 6.2.

Глубинные условия учитываются созданием соответствующих температур и литостатических давлений при испытаниях.

Последние оцениваются как произведение среднего удельного веса пород  $\gamma$  на глубину  $H$ .

Таблица 6.2. Типичные скорости Р-волн сплошных пород [15]

Геоматериал	Плотность, г/см <sup>3</sup>	Давление,	
		1 кбар	10 кбар
Гранит	2.643	6.13	6.44
Гранодиорит	2.705	6.27	6.56
Сланец	2.734	5.79	6.22
Кварцидиорит	2.852	6.44	6.71
Габбро	2.988	7.02	7.24
Амфиболит	3.120	7.17	7.35
Дунит	3.277	7.87	8.15
Эклогит	3.383	7.52	7.87

## 6.2.2. СЕЙСМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ТРЕЩИНОВАТОЙ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Подход, основанный на испытаниях образцов, недостаточен, так как не учитывает трещин размером больше самого образца, которые вполне могут присутствовать *in situ*. Кроме того, ультразвуковая скорость выше, чем сейсмическая, как это уже отмечалось в разделах 5.4 и 5.5. Наконец, напряжения на глубине могут отклоняться от состояния литостатического изотропного сжатия. Типична анизотропия напряжений, создаваемая природным тектоническим процессом, что и приводит к непрерывному дилатационному возобновлению пор, трещин и разломов. Поэтому должны быть учтены сейсмические различия, связанные с поровым пространством (представленные, в частности, на рис. 6.7). Рис. 6.7 показывает, что эффект пустотности иногда более важен внутри коры, чем изменения составов. Соответствующие резкие изменения волновых скоростей позволяют объяснить и сейсмические аномалии.

На основе прочностных характеристик вполне можно считать, что гранит является типичным геоматериалом континентальной коры. Действительно, соответствующие мантийные геоматериалы, такие как перидотит (дунит) или эклогит, в полтора - два раза тверже гранита.

Наоборот, такая переходная порода океанической коры Земли, как серпентинит, на один порядок слабее (см.рис.6.1). Сравнение рис.6.1 и 6.6 приводит к следующим результатам.

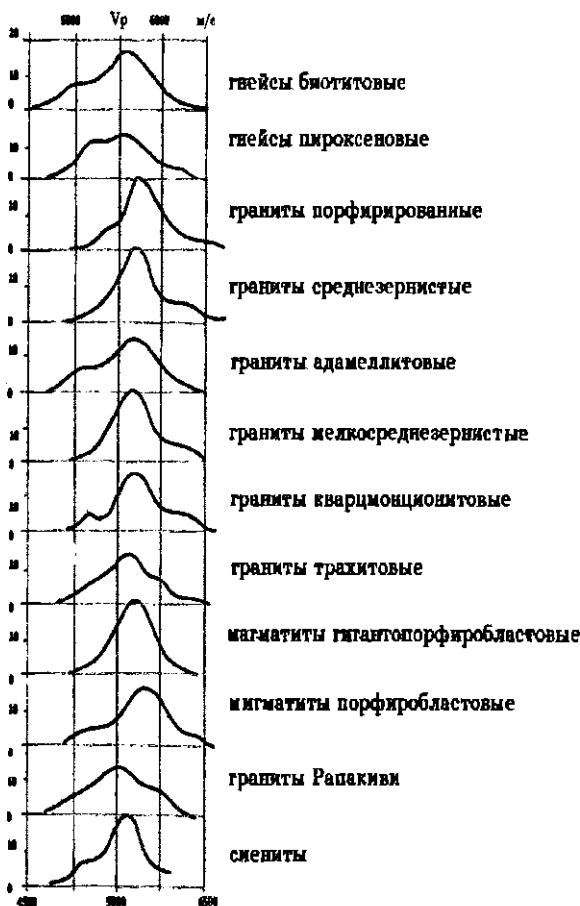


Рис. 6.7. Плотность распределения вероятности для сейсмической скорости из-за трещин и пор (предоставлено В.И. Шаровым)

Прежде всего переход от хрупких состояний к истинной кристаллической пластичности "гранитной" коры происходит при  $p = 1$  ГПа и  $T = 600^\circ\text{C}$ . Однако эти термодинамические условия строго соответствуют границе Мохоровичича (сокра-

щенно - Мохо) нормальной континентальной литосферы, если давление обжима  $p_c = -\sigma_3$  совпадает с литостатическим (вертикальным) давлением  $\sigma_z = \gamma H = 1$  ГПа.

Поскольку истинное пластическое состояние означает аннигиляцию проницаемости, фактически повсюду на Мохо существует пластический непроницаемый экран, который исключает перенос воды (пара) между земной корой и верхней мантией. Последняя тем самым должна быть "сухой", а мантийные фазовые переходы и химические реакции будут отличаться от коровых [86].

В условиях высокой тектонической активности, когда реализуются интенсивные сдвиговые усилия, земная кора подвергается гидротрансформированию, и прежде всего метеорной водой. Механизм проникания влаги в кору связан с возникновением нового, а потому вакуумированного порового пространства трещин, которые действуют как тектонически-дилатационные насосы.

На рис. 6.6 видно, что строение земной коры успешно повторяет целиком таблицу на рис. 6.1. Когда верхний слой осадочных пород тонок, т.е. давление в верхней части кристаллического фундамента относительно мало, последняя содержит вертикальные (I) и наклонные (II) разломы - в соответствии такими термодинамическими условиями (давление ниже дано в ГПа):

$$p \leq 0.2, \quad T \leq 200^\circ C. \quad (6.8)$$

Расширение разлома происходит на уровне аномально низких сейсмических скоростей, которые играют роль волноводов.

Таким образом, происхождение волноводов земной коры связано с концентрацией дилатационно-раскрытий трещин, как предписано условиями интервала III.

$$0.2 \leq p \leq 0.5, \quad 200^\circ C \leq T \leq 400^\circ C. \quad (6.9)$$

Интервал IV соответствует катахлазическим состояниям нижней коры:

$$0.5 \leq p \leq 1, \quad 400^\circ C \leq T \leq 600^\circ C. \quad (6.10)$$

Интервал  $V$  - это пластический экран на границе Мохоровичича:

$$p = 1, \quad T = 600^\circ C.$$

Максимальная сдвиговая прочность пород представлена на рис. 6.6 кривой  $\sigma_r(p)$ , которая учитывает температурное ослабление. Отсюда для достижения истинно пластического состояния на Мохо требуется напряжение  $\sigma_r \approx 0.2$  ГПа. Это значение было зафиксировано в глубинных разломах косвенными измерениями [195].

### 6.2.3. РАЗЛОМЫ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Истинное пространственное расположение разломов может быть найдено по данным сети взаимно ортогонального сейсмического профилирования.

Вблизи свободной поверхности разломы оказываются квазивертикальными в (рис. 6.8).

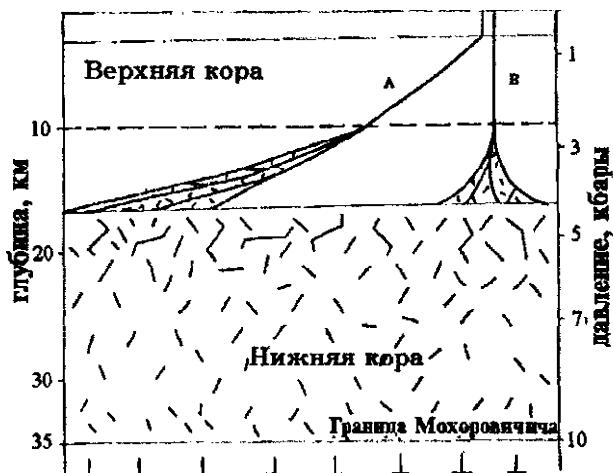


Рис. 6.8. Листрические разломы (A), появляющиеся из-за переориентации главного сжатия от вертикали к горизонтали с ростом глубины (B = вертикальный разлом в зонах растяжения коры)

Внутри интервала от 3 до 10 км разломы имеют почти постоянный наклон ( $\approx 60^\circ$ ), но постепенно становятся квази-горизонтальными примерно на глубине 18 км. Так как разлом составляет меньший угол, скажем,  $\theta = (\pi / 4) - (\varphi / 2)$  с главной осью сжатия (раздел 1.3), это означает, что вертикальное сжатие превалирует в верхней части коры (под собственным весом пород), но на уровне низкоскоростного слоя главное сжатие происходит по горизонтали.

Тем самым наклон разлома позволяет находить ось главного сжатия в литосфере. Поэтому листрические разломы типичны при горизонтальном сжатии средней коры. Их дилатационно-расширенные "корни" составляют локальные зоны низких сейсмических скоростей в земной коре. Состояние геоматериала зависит от напряжения и температуры и внутри самого разлома [226].

Иногда смещения висячего блока листрического разлома понимают как свидетельство растяжения коры. Однако это растяжение должно было возникнуть при вторичном тектоническом движении.

При растяжении литосферы создаются вертикальные разломы; на глубинах средней коры они также дилатационно расширяются. О расположении корней разломов можно судить и по ориентации нодальных плоскостей механизма землетрясений средней коры (раздел 7.2). Во многих регионах обычна их горизонтальная ориентация.

Переориентация главных напряжений с ростом глубины, происходящая в земной коре, может быть связана с движением типа "демонтаж" [64] верхней части земной коры относительно верхней (твёрдой) части мантии по нижней коре, породы которой находятся в состоянии катастрофического разрушения.

При соответствующих оценках напряжений следует учитывать преимущественное горизонтальное сжатие и на Мохо.

#### 6.2.4. ВОЛНОВОДЫ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Соответствие низкоскоростных зон коры интервалу локализации дилатационных трещин и пор было подтверждено бурением сверхглубоких скважин - Кольской (в России), КТВ (в Германии) и других.

Сверхглубокое бурение показало, что существуют сейсмические границы в земной коре, связанные с разрушением горных пород, но не со сменой составов пород. Так, на глубине  $H = 6$  км. Кольской скважины, где сейсмический отражатель пересекает литологическую стратификацию пород, наблюдается инверсия сейсмических скоростей.

Низкоскоростные слои (волноводы) выявлены на Русской платформе на глубинах от 10 до 25 км, т.е. между границами  $K_1$  и  $K_2$ , и на Украинском щите (рис. 6.9) в интервале от 8 до 15 км [103].

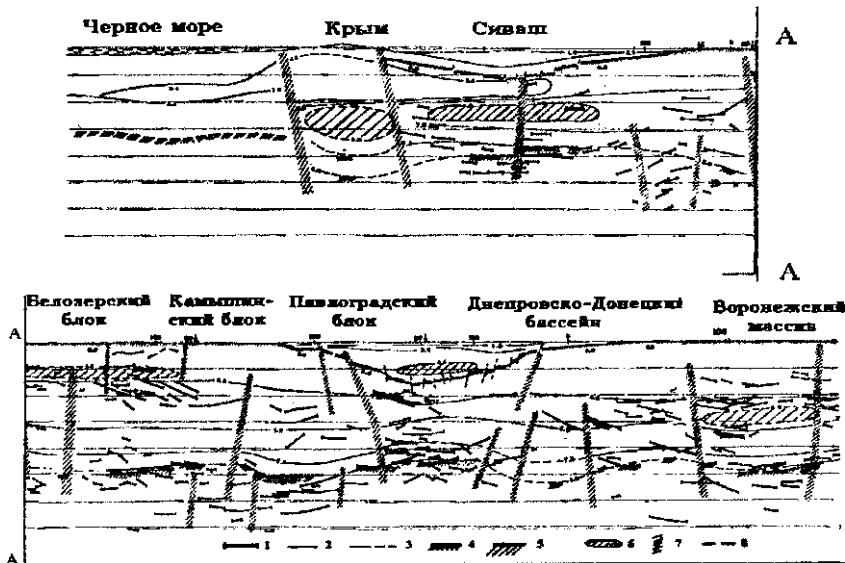


Рис. 6.9. Низкоскоростные зоны коры Украинского щита (предоставлено Н.И. Павленковой):

1 - сейсмические отражатели; 2 - изоскоростные линии; 3 - экстраполяция; 4 - нижняя граница осадочного бассейна; 5 - граница Мохоровичича; 6 - низкоскоростная зона (LVZ); 7 - границы блоков

Эти изменения могут объясняться разными вариантами пересечения геотермы с границами зон интенсивной дилатанции (иначе, зон прерывистого скольжения - см. рис. 6.2), а также конкурирующим процессом залечивания трещин из-за процессов метаморфизма, флюидопереиоса минералов и дислокационной ползучести пород.

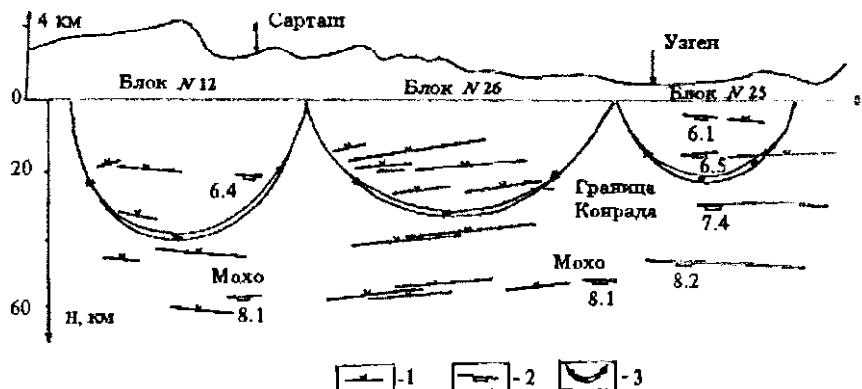


Рис. 6.10. Листрические разломы и граница Конрада одного из регионов Средней Азии (по В.И. Шарову):

1 - сейсмические отражатели; 2 - типичные волновые скорости; 3 - разлом (по гипоцентрам землетрясений)

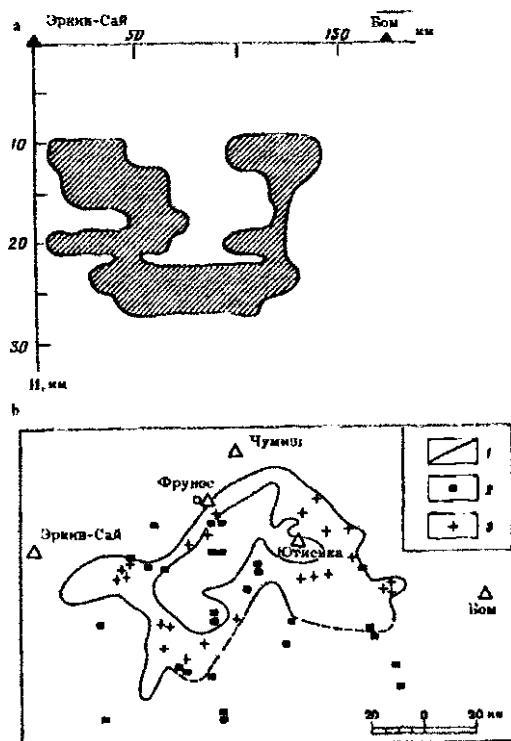


Рис. 6.11. Вертикальное сечение (а) и проекция на свободную поверхность (б) центрального района Киргизии: 1 - сейсмические аномалии по наблюдениям в 1968-1973 гг, 2,3 - в 1974-1979 гг ( $2 - C_p = 5,7 \text{ km/s}$ ;  $3 - C_p = 6,30-6,38 \text{ km/s}$ ) [34]

Растянутые низкоскоростные зоны (слои) вполне могут быть представлены густой системой "корней" листрических разломов и даже включать вертикальные разломы, возникающие при растяжении литосферы.

Расширение вертикальных разломов с глубиной подтверждается исследованием рифтовых зон [32], в том числе методами магнитотеллурии (электрического тока).

Низкоскоростные зоны отмечались даже под океанами на глубинах порядка тех же 12 км.

Низкоскоростная зона ограничена снизу границей Конрада ( $C$  или  $K_2$ ), примерно соответствующей наиболее сильным землетрясениям (рис. 6.10).

Ранее граница Конрада считалась переходом от гранитной к габбро-базальтовой толще. Однако сверхглубокая Кольская скважина показала, что эта граница соответствует не изменениям состава пород, а изменениям состояния той же самой породы. Таким образом, нижняя кора (под  $C$ ) отличается от верхней механохимическим преобразованием корового геоматериала. Кроме того, нижняя кора может включать интрузивный мантийный материал.

Например, шведская глубокая скважина (Гравберг I) вскрыла сейсмический отражатель в глубинной гранитной толще, который оказался в действительности горизонтальным разломом с диоритовой дайкой внутри.

#### 6.2.5. НИЖНЯЯ КАТАКЛАСТИЧЕСКАЯ КОРА

Согласно рис. 6.1 переход к катакластическому типу разрушения происходит примерно на границе  $C$ . Хорошо известный дискретный вид границы  $C$  можно объяснить пространственным разносом системы разломов. Корни этих разломов и определяют наблюдаемую дискретность отражателей сейсмических волн.

Сечения коры Земли (см. например, рис. 6.11) часто соответствуют кольцевой системе разломов, что является следствием эффекта бифуркации в тектонической плите, литостатически растягиваемой или сжимаемой на вязком слое нижней коры [27]; см. также раздел 4.5.

Вблизи выходов крупномасштабных разломов на свободную поверхность или кристаллического фундамента можно ожидать

подъема массива в силу дилатационного появления пустот и порового пространства в корнях разломов [192].

Таким образом возникают горсты, и это можно проиллюстрировать на экспериментах с песком.

Аналогичные возмущения могут появиться и на Мохо, хотя обычно они интерпретируются как следы взаимодействия гигантских вертикальных разломов, проникающих сквозь всю литосферу.

Уже отмечалось, что термодинамические интервалы прерывистого скольжения и волноводов совпадают. Это означает также, что сильные коровые землетрясения (магнитуды  $M \approx 5.5$ ), которые могут происходить в средней коре, связаны с созданием самих волноводов (т.е. со внезапным переводом громадных объемов глубинных пород в катастическое состояние) [91].

Как правило, нет гипоцентров землетрясений между границами С (или  $K_2$ ) и Мохо.

Однако внутри нижней коры может происходить локализация сдвига в полосы (раздел 1.4) в силу интенсивного катастического течения при относительном движении верхней коры и верхней мантии.

Свидетельства такого движения можно найти, сравнивая крупные геологические структуры верхней коры и верхней мантии, при этом даже кимберлитовые трубы могут быть разорваны со смещением внутри нижней коры.

Напомним, что кимберлитовые трубы заполнены следами быстрого трещинного проникания при интрузии магмы в очень жесткую литосферу с глубины порядка сотни километров, причем они пересекают подплавленную астеносферу по правилам хрупкого разрушения.

О такой хрупкости могут говорить исключительно высокие сейсмические скорости (вплоть до 9 км/с), установленные [122] под Мохо в окрестности кимберлитовых трубок.

Последние знамениты тем, что геомасса, заполняющая трубы, содержит алмазы, доставленные к свободной поверхности непосредственно с глубин астеносферы Земли.

Однако под осадочными бассейнами нижняя кора содержит множество сейсмических отражателей, а иногда и источники землетрясений. Физической причиной может быть тепловая изоляция нижней коры осадочным верхним слоем или двойная мощность радиогенных гранитов, созданная тектоническим

надвигом. Перегрев катахлестического геоматериала приводит к керамизации нижней коры. В результате восстанавливается упруго-хрупкий отклик нижней коры, который сменяется на внутрикристаллическую пластичность непосредственно на границе Мохоровичича.

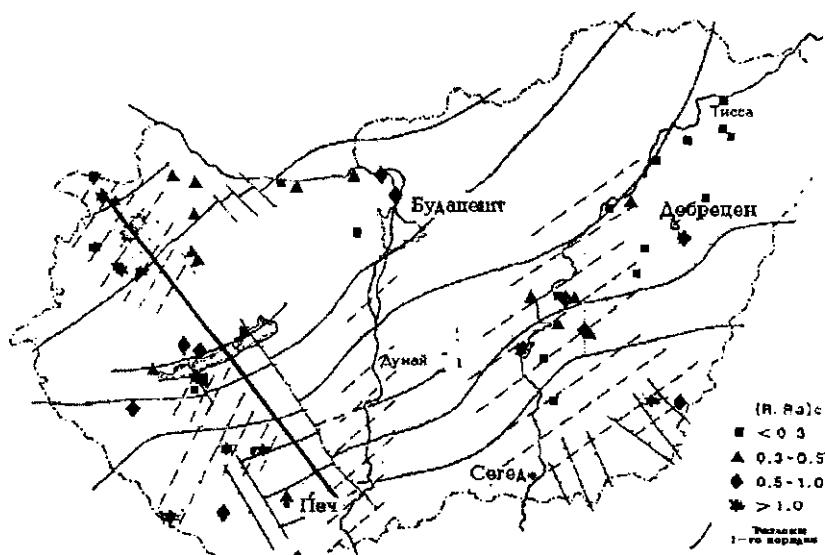


Рис. 6.12. Изотопное отношение для телия  $R/Ra \geq 1$  как показатель притока мантийных газов (пунктир соответствует осадочным бассейнам; двойная линия - сейсмический профиль, выявивший разломы в нижней коре;  $Ra$  - атмосферное значение [188])

Разломы коры могут иметь продолжение в верхней мантии только при хрупком разрушении нижней коры.

Мантийные материалы получают доступ в кору по таким разломам, которые служат путями интенсивной миграции для флюидов и газов.

Кроме того, эти разломы, как и дайки отвердевших материалов мантии, становятся эффективными сейсмоотражателями внутри коры.

Другой сценарий связан со свойствами амфиболитов (раздел 6.3), которые термодинамически неустойчивы при  $T \geq 650^\circ\text{C}$  (см. рис. 6.1), что приводит к возвратному катастрическому разрушению при нагреве нижней коры. При низких температурах внутренняя структура разломов в массивах амфиболитов (как и в кварцитах) представлена истинно пластическими течениями. (Физическое объяснение тому - исключительно жесткие связи между зернами магрицы, которые даже превосходят прочность самих зерен.)

Тем самым в природе могут существовать и непроницаемые разломы.

Мантийный гелий служит наилучшим (но не единственным) показателем проникания флюидов мантии в кору. Критерием служит изотопное соотношение  $R = \text{He}_3/\text{He}_4$ , различное для атмосферных и мантийных условий (в последнем случае оно значительно выше).

На рис. 6.12, изображено распределение изотопного соотношения гелия для Паннонского бассейна [188]. Видно, что максимальные числа соответствуют не горным массивам, где глубинные коровые разломы достигают свободной поверхности, а глубоким осадочным впадинам.

Объяснение тому складывается из двух частей. Во-первых, разломы не могут непрерывно пересекать всю кору в глубину вплоть до мантии. Во-вторых, только широко распространенная система водных горизонтов осадочного бассейна аккумулирует гелий, который может проникнуть из мантии по хрупким разломам в нижнюю кору, перетретую под "подушкой" осадочных бассейнов. (Именно поэтому гелий часто присутствует в природных месторождениях углеводородных газов.)

### 6.3. Граница Мохоровичча как непроницаемый экран

#### 6.3.1. КОРОВО-МАНТИЙНЫЙ ПЕТРОЛОГИЧЕСКИЙ ПЕРЕХОД

Аннигиляция проницаемости пород коры на границе Мохоровичча означает появление здесь изолирующего слоя, исключающего проникание воды и вверх и вниз [90]. Эта концепция вполне согласуется с экспериментальными свидетельствами, что такие породы верхней мантии, как перидотиты и эклогиты, не содержат сколь-нибудь существенного количества воды [107].

Рассмотрим фазовый переход континентальных пород, типичных для нижней коры (габбро, базальт, амфиболит), к эклогиту через промежуточную фазу гарнет-гранулитов.

Соответствующие поля термодинамической устойчивости были найдены экспериментально (рис. 6.13) для "сухих" условий. Этот фазовый переход может объяснить скачок сейсмических скоростей на Мохо, поскольку отмеченные выше породы коры имеют примерно те же механические параметры, что и граниты ( $c_p \approx 6 - 7$  км/с при  $p = 1$  ГПа,  $\gamma \approx 2.6 - 3$   $\text{г/см}^3$ ), но эклогиты и перидотиты ( $c_p \approx 8$ ,  $\gamma > 3$ ) резко от них отличаются.

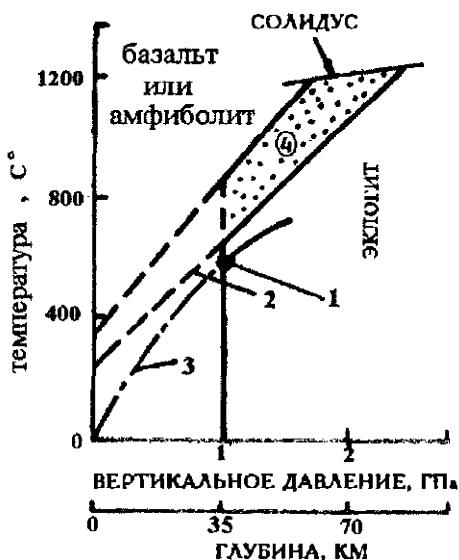


Рис. 6.13. Поля термодинамической устойчивости пород коры (базальт, амфиболит) и мантии (эклогит):  
1 - состояния на Мохо; 2 - границы перехода при "сухих" условиях; 3 - геотерма; 4 - фаза (промежуточная) гранулитов[91]

Амфиболиты относятся к промежуточному типу пород ( $c_p \approx 7.3$ ,  $\gamma \approx 3.12$ ) и содержат значительное количество воды.

Можно видеть, что границы устойчивости пород коры и

эклогитов пересекают ось температур в точке  $T = 400^\circ\text{C}$ ,  $p = 0$ .

Если бы это было так в реальности, то поверхность Земли ( $p \approx 0$ ,  $T \approx 20^\circ\text{C}$ ) была бы представлена мантийными (но не коровыми) породами, однако активность воды внутри коры частично изменяет термодинамические оценки, изображенные на рис. 6.13 (те, которые даны пунктиром).

Зоны реальной устойчивости эклогитов и их переходы к базальто-габбровому комплексу определяются положением геотерм в плоскости  $PT$ .

Фазовые трансформации эклогитов при спаде давлений и температур приводят к амфиболитам, если кора содержит воду.

Более подробное графическое изображение метаморфических преобразований пород, данное в [80], учитывает "сухие" и "влажные" состояния и преобразования и может даже быть использовано для детальной стратификации нижней коры.

По данным космических исследований, термодинамические условия  $T \approx 400^\circ\text{C}$ ,  $p \approx 0$  соответствуют свободной поверхности планеты Венера. Так как вода в атмосфере Венеры отсутствует, то эти условия отвечают полю устойчивости базальтов, и, предположительно твердая поверхность планеты Венера представлена базальтом. В самом деле, отечественная космическая станция обнаружила там базальтовое плато.

### 6.3.2. ГЕОТЕРМАЛЬНЫЕ ВОДЫ И ИХ ЭФФЕКТЫ

Ход геотерм играет решающую роль в фазовых преобразованиях горных пород.

Если термодинамическое состояние 1 (см. рис. 6.13) на Мохо смешено с границы устойчивости эклогитов вверх в область устойчивости гарнет-гранулитов, то интенсивность скачка сейсмических скоростей на Мохо уменьшается. Действительно, в природе "резкость" перехода на Мохо может быть самой различной.

Мощность земной коры в целом уменьшается, если геотерма смешается ближе к оси температур, что обеспечивается высокой теплопроводностью, связанной с циркуляцией масс воды от свободной поверхности вплоть до нижней коры, как, например, в случае Паннонского бассейна.

Толщина коры здесь равна 25 - 27 км.

Тот же самый фазовый переход (когда температура быстро нарастает в сухой нижней коре) показан на рис. 6.14. В этом случае в коре реализуется истинная пластичность гранитоидов (рис. 6.15), а глубина Мохо попадает в интервал от 50 до 70 км (в зависимости от траектории 4 или 5 геотермы 3 в нижней коре).

Сейсмический профиль на рис. 6.15 соответствует Центральным Альпам, где нижняя кора "сухая". Нетрудно видеть, что "наклон" геотермы определяет толщину "влажной" части коры 1, причем нижний "этаж" коры 7 представлен гарнет-гранулитом.

Таким образом, становится ясно, что границу Мохоровичича нельзя ассоциировать с какой-либо изотермой литосферы.



Рис. 6.14. Поля термодинамической устойчивости и "высокие" геотермы нестандартной континентальной коры:

1 - предел проникновения воды; 2 - "сухая" нижняя кора; 3 - геотерма; 4,5 - два варианта положения МохоНо; 6 - гранулитовая фаза; 7 - гранулитовая часть коры [91]

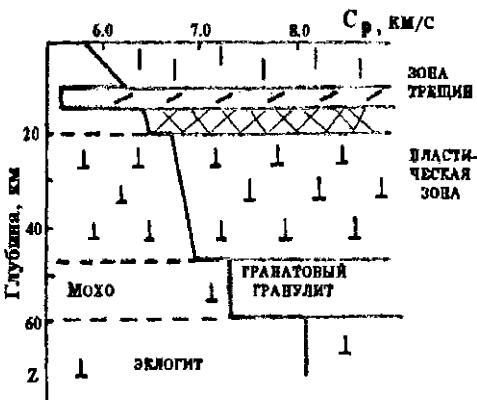


Рис. 6.15. "Сухая" (пластичная) нижняя кора Центральных Альп, представленная в интрузивном теле Ивреа [91]

К сожалению, до сих пор известные данные о прочности эклогитов крайне ограничены, и доступны лишь отрывочные сведения о пластичности эклогитов (при  $T = 600^\circ\text{C}$  и  $p \approx 1.5$  МПа). Так, эксперименты показали, что мантийные породы в 1.5 раза жестче, чем породы земной коры.

### 6.3.3. ПОЧЕМУ ОКЕАНИЧЕСКАЯ КОРА ТОНЬШЕ ?

Океаническая кора Земли намного тоньше континентальной. Этот факт объясняется несколько иной ролью, которую играет вода на границе Мохоровичича под океанами.

Океаническая вода мигрирует по трещинам базальтовой коры вниз, достигая мантийных перидотитов. При соприкосновении воды с перидотитами происходит химическая реакция Хесса: "вода + перидотит  $\leftrightarrow$  серпентинит". Существенно, что серпентинит переходит в истинно пластическое состояние (рис. 6.16), когда давление обжима равно 0.2 ГПа, причем в достаточно широком интервале температур (от 0 до  $550^\circ\text{C}$ ).

Серпентиниты, которые по объему значительно превосходят начальные геоматериалы реакции, заполняют тела разломов, и последние перестают быть проницаемыми.

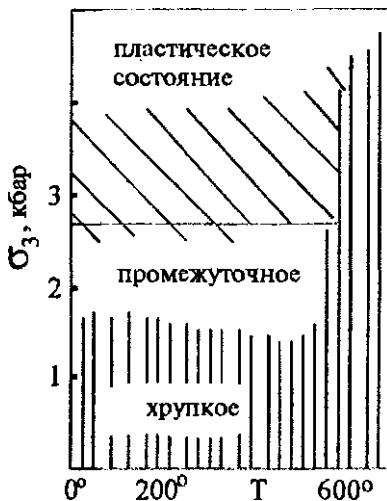


Рис. 6.16. Поля устойчивых состояний серпентинитов [57], включая хрупкое (проницаемое) и пластическое (непроницаемое)

Вот почему Мохо под океанами соответствует строго изобаре 0.2 ГПа или, другими словами, глубинам коры 7–11 км (с учетом веса вод океана).

Можно также думать, что серпентинизация океанической

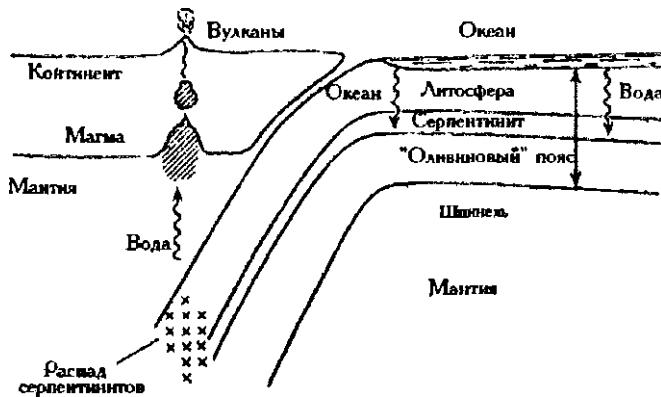


Рис. 6.17. Глобальная циркуляция метеорных вод Земли в зонах субдукции океанических плит

коры имеет место исключительно внутри разломов, как это и отмечалось при изучении выходов древней коры [57]. Это означает, что разломные пути миграции воды носят изолированный характер.

Таким образом, кора Земли в целом является зоной активного действия воды или водяного пара.

Наиболее интенсивная циркуляция метеорной воды представлена на рис. 6.17. При этом сама серпентиновая часть нижней коры подвижна и транспортирует воду.

#### 6.3.4. ХРУПКОЕ РАЗРУШЕНИЕ В ВЕРХНЕЙ МАНТИИ

Уже отмечалось, что породы верхней мантии в 1.5 - 2 раза жестче коровых геоматериалов.

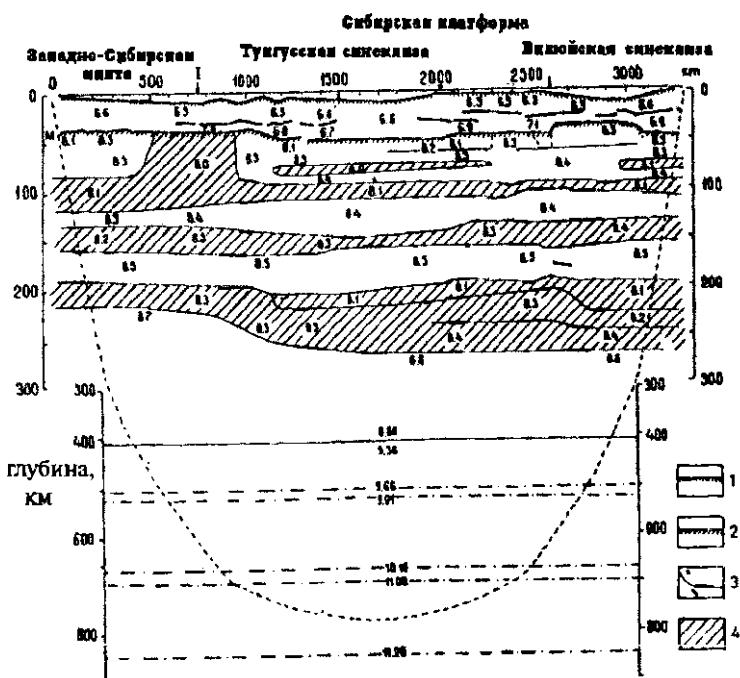


Рис. 6.18. Глубинное сейсмическое прозвучивание Сибири ядерными взрывами: 1 - граница фундамента; 2 - граница Мохоровичича; 3 - отражатели; 4 - низкоскоростная зона; числа соответствуют скоростям Р-волн, км/с (предоставлено Л.Н. Солодиловым)

Вот почему при реальных термодинамических условиях мантии они могут разрушаться хрупким образом, а разломы и волноводы могут появиться и ниже коры.

Это единственно возможное объяснение происхождения мантийных волноводов (на глубине 50-80 км в зоне Ториквиста - Тессейри в Швеции или же в Сибирской верхней мантии [119]). Заметим, что соответствующая система волноводов существует независимо от астеносферы (рис. 6.18).

При рассмотрении структуры и возможностей хрупкого разрушения верхней мантии, следует иметь в виду, что при  $T \approx 1000^{\circ}\text{C}$  прочность перидотита (пироксенита) (см. рис. 6.3) зависит от скорости деформации. Это означает, что при стандартных геодинамических условиях ( $De/Dt \approx 10^{-16} \text{ 1/c}$ ), верхнemanтийные массивы начинают течь и не могут аккумулировать энергию, достаточную для очага землетрясения. Поэтому энергия землетрясения аккумулируется в верхней части литосферы, т.е. в коре.

Однако когда происходит обычное (“быстрое”) землетрясение, вся литосфера упруго-хрупка, и разлом землетрясения может мгновенно разрушить кору, проникая и в верхнюю мантию.

Природные “медленные” землетрясения были также зафиксированы, и они, по-видимому, соответствуют ползучему росту трещины (см. раздел 1.5.3).

Известны проекты предотвращения землетрясений путем нагнетания воды в разлом с целью снижения роли сухого трения и инициирования их ползучего роста, медленно снижающего накопленные напряжения.

### 6.3.5. ТЕРМОВЯЗКОЕ РАЗМЯГЧЕНИЕ МАССИВОВ

Рост температуры снижает эффективную иелинейную вязкость в соответствии с формулой [177]

$$\eta = \frac{1}{2A} \sigma_{\tau}^{1-n} \exp\left(\frac{Q_*}{RT}\right), \quad (6.11)$$

которая типична для оливинов и многих других пород в их монолитном состоянии.

Соответствующие данные часто использовались для объяснения эффекта дегидратации (разъединения путем скольжения) [64, 193], хотя они и не учитывают возможности уменьшения вязкости за счет катастроического состояния нижней коры. Наоборот, после деформационного нагрева и температурного размягчения [153], связанного с экспоненциальным спадом вязкости породы, по реологическому закону (1.64) может происходить отверждение.

Если воспользоваться аппроксимацией Франк-Каменецкого для вязкости (6.11)

$$\frac{2 B_0}{T} \exp\left(-\frac{Q^*}{RT}\right) \approx \exp a(T - T_0), \quad (6.12)$$

то одномерный баланс тепла (1.43) совместно с правилом Он-загера (1.61), осредненные поперек полосы локализации сдвига

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \sigma_{xy} \frac{\partial v_x}{\partial y}, \quad (6.13)$$

дадут

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - \beta \exp \theta. \quad (6.14)$$

$$\theta = a(T - T_0); \quad \xi = y / h; \quad \tau = kt / ch^2; \quad \beta = (ah^2 / \kappa) \sigma_{xy}^{n+1},$$

$$\dot{\epsilon} = \partial v_x / \partial y.$$

Второй член в правой части уравнения (6.13) представляет собой скорость диссипации механической энергии в единице объема внутри полосы мощности  $h$ .

Как было показано численно, в зависимости от значения  $\beta$  стационарное распределение температуры в полосе сдвига может быть неустойчивым (как и в случае взрывной детонации, поскольку аналогичное уравнение [53] описывает переход от горения к взрыву).

Основной вывод таков: при высоких дифференциальных напряжениях ( $\sim 1$  кбар) или при широких полосах сдвига (более 1 км), возникает термическая неустойчивость (рис. 6.19), и в результате становится возможным плавление массива (и возникновение дайки после отверждения).

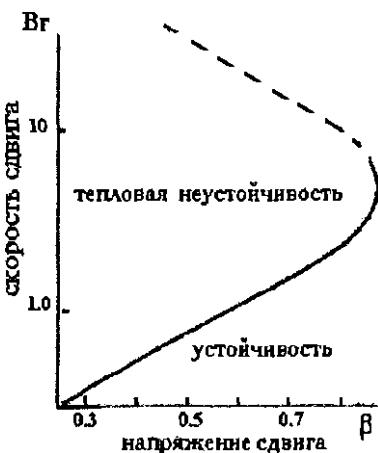


Рис. 6.19. Стационарное решение уравнения (6.14) в форме зависимости  $Br = a\eta_0 v_0^2/\kappa$  от  $\beta$  демонстрирует диапазоны устойчивого разогрева и (при  $\beta > 0.88$ ) потерян устойчивости

Дифференциальные напряжения ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) достигают нужного порядка в условиях земной коры (как это было установлено методами палеопьезометрии, основанными на изучении зерен минералов рекристаллизации, размер которых зависит от уровня действующих напряжений сдвига). Измерения показали, что напряжения сдвига в коре достигают по крайней мере уровня 2 кбар. Это значение точно соответствует порядку прочности сдвига для монолитных пород коры, - если учесть их термическое ослабление с глубиной (см. рис. 6.6).

#### 6.3.6. СТРОЕНИЕ АСТЕНОСФЕРЫ

Переход к астеносфере происходит благодаря частичному плавлению, которое значительно облегчается в присутствии хотя бы малых добавок воды (причем вода растворяется в расплаве породы). Последнее обстоятельство важно для процесса генерации магмы. Вот почему действующие вулканы находятся в регионах, где серпентиниты погружаются в глубину мантии в ходе процесса субдукции, становятся неустойчивыми и высвобождают кристаллическую воду внутри мантии (рис. 6.17).

Легкие мантийные геоматериалы могут проникать сквозь пористую матрицу астеносферы в форме "флюксонов" [215].

Благодаря подплавлению вязкость астеносферы порядка на три ( $10^{17}$  –  $10^{20}$  П) ниже вязкости литосферы ( $10^9$  П). Иными словами, эффект плавления реологически весьма существен.

Комбинирование этой "тектонической" вязкости и упругости, соответствующей сейсмическим скоростям, в виде вязкоупругих свойств пористой матрицы позволяет объяснить затухание сейсмических волн в астеносфере.

(Расчеты проводились на основе реологической модели (2.198), сформулированной в терминах эффективных напряжений [18].)

Кроме того, было обнаружено, что имеет место "скачок" скоростей Р-волн на нижней границе астеносферы, тогда как аналогичного "скачка" для S-волн практически нет.

Согласно разделу 5.3 подобный факт объясняется присутствием газоподобной фазы внутри порового пространства над такими границами (рис. 6.20) и жидкоподобной фазы под ними.

Иначе говоря, в силу гравитации могла произойти сепарация "газ - жидкость" в выплавке, создавшей поровое пространство астеносферы в силу частичного плавления (см. также [215]).

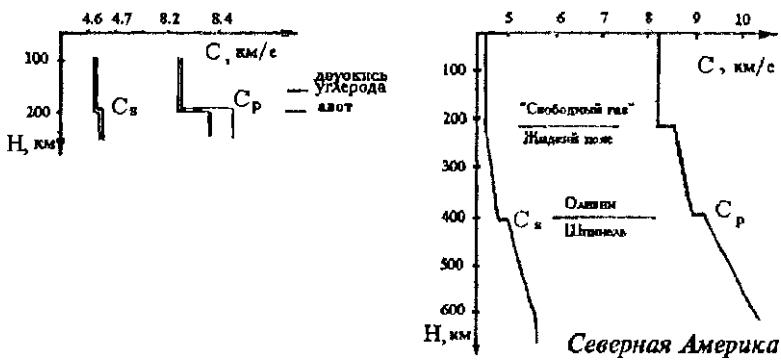


Рис. 6.20. Сейсмоскоростные профили астеносферы с переходами от "газонасыщенного" порового пространства к более плотному "жидкому" насыщению (расчет и наблюдения) [19]

Волноводы мантии, обнаруженные в ходе глубинного сейсмического зондирования (см. рис. 6.18), пересекают расчетные границы астеносферы (по данным о геотермах - согласно Н.И. Павленковой). Это также может быть связано и с гравитационным разделением геоматериалов в реальной астеносфере.

Следующая сейсмическая граница имеет глубину 400 км и соответствует отверждению расплава в порах в силу оливин-шпинелевого фазового перехода.

Присутствие газов в верхней части астеносферы существенно для многих процессов. Под высоким давлением эти газы могут быстро проникать в литосферу при таких магматических событиях, как создание вулканов, или через систему проницаемых разломов.

Поскольку массы метана могут присутствовать в астеносфере, их движение вверх может быть важным фактором формирования или обогащения нефтяных и газовых месторождений, а также отложений угля [29, 30, 133].

## 6.4. Флюидодинамика земной коры

### 6.4.1. ДИЛАТАНСИОННАЯ ПУСТОТНОСТЬ И АККУМУЛЯЦИЯ ФЛЮИДОВ

Для анализа миграции флюидов существенно, что в земной коре вполне возможна свободная циркуляция, есть глубинные массивы с "открытой" пористостью и дилатантными трещинами и на Мохо присутствует пластический непроницаемый барьер [90, 91].

Следует помнить, что типичные осадочные породы раз в пять слабее гранита. Поэтому предельная глубина "открытой" пористости в осадочном бассейне близка к 7-10 км. Однако метаморфизм нижних горизонтов осадочного комплекса делает их более жесткими, а поэтому их дилатансионное разрушение оказывается возможным на глубинах большие 7 км.

На рис. 6.21 представлен типичный профиль [35] глубинного сейсмического зондирования поперек южной части Каспийского моря. Высокоскоростные слои заштрихованы, причем их природа связана с эффектами пластического уплотнения и возможным метаморфизмом.

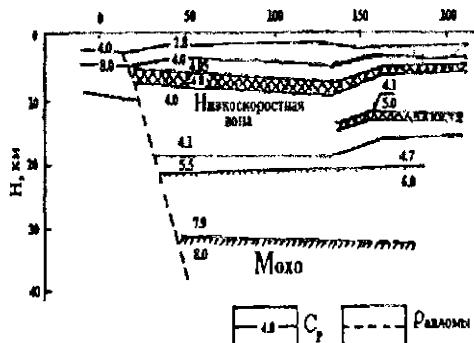


Рис. 6.21. Промежуточный интервал возможной аккумуляции углеводородов в низкоскоростных зонах коры при изоляции сверху

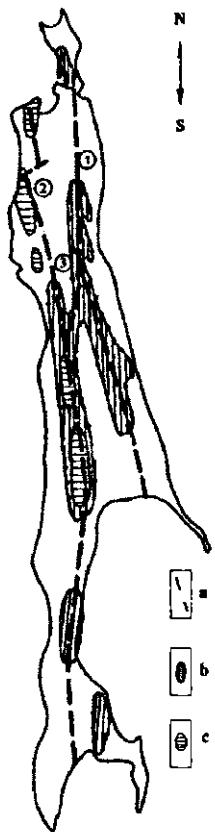


Рис. 6.22. Разломы Сахалина (а) и глубинные зоны низкого электросопротивления (б),(с) [2] на глубинах 15 км: 1 - нефтяные залежи с высоким начальным поровым давлением; 2 - нефтегазовые месторождения; 3 - газовые пласти с низким начальным поровым давлением

Ниже присутствует мощный слой дилатансионно-разрыхленного состояния, контактирующий с глубинным разломом, пересекающим границу Мохо.

В интервале разрыхления может происходить трансформация масс углеводородов, проникающих вниз вместе с осадочными породами (или сквозь них) или же снизу - в виде газов даже из астеносферы.

Промежуточный этап аккумуляции углеводородов в пористых массивах, выявленных под Каспийским морем и островом Сахалин (рис. 6.21, 6.22), считается необходимым в неорганической теории происхождения нефти [133].

Следует заметить, что пластические барьеры в литосфере приводят к возникновению аномалии высоких поровых давлений внутри подстилающих пород. Вообще говоря, эти давления могут достигать уровня литостатических напряжений.

Это обеспечивает, например, возможность прорыва углеводородов и воды и приводит к появлению грязевых диапиров.

Конечно, такие процессы вполне реальны для мягких осадочных толщ. Диффузия углеводородных газов приводит к флюидизации глин [124] и играет ту же роль в грязевых вулканах, что и теплопроводность при магматическом диапиризме. Последний связан с высокой мобильностью жидкой магмы ниже границы Мохоровичича, где давление жидкостей также может быть аномально высоким.

Прорыв легких флюидов астеносферы в виде магмы внутрь земной коры можно также понимать как процесс гидроразрыва.

Месторождения неорганического метана были найдены вблизи вулканов Японии. Сверхглубокая шведская скважина Гравберг-І, пробуренная в метеоритном кратере Силиан, показала присутствие неорганического метана в листрических разломах гранитного массива. Большие массы гелия и даже свободного водорода были найдены вместе с метаном. Однако все они оказались корового (не мантийного) происхождения.

#### 6.4.2. ФЛЮИДЫ МАНТИИ И ОСАДОЧНЫЕ БАССЕЙНЫ

Восходящие течения мантийных флюидов могут быть обнаружены в земной коре там, где разломы пересекают Мохо [189]. Подобные гидравлические каналы пересекают катализированную нижнюю кору под осадочными бассейнами (рис. 6.23).

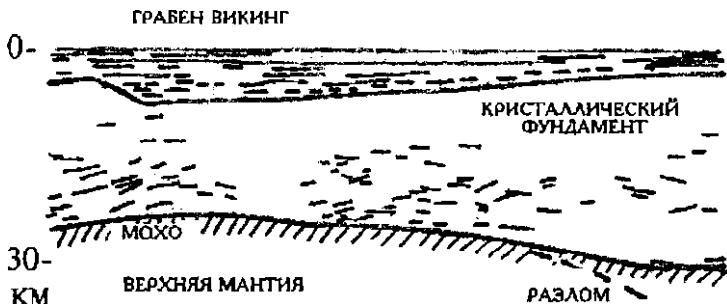


Рис. 6.23. Мантийный разлом, пересекающий границу Мохоровичича под осадочным бассейном (предоставлено Д.Х.Мэтьюзом)

В этих случаях только неорганические углеводороды могут проникать сквозь нижнюю кору и попадать в технически доступные глубины осадочных бассейнов. Прежде всего они аккумулируются в пористых и трещиноватых пластах, выявляемых сейсмическими методами как волноводы, а также методами магнитотеллурии (измерения электрических полей) - как зоны аномально низкого электросопротивления [22].

Действительно, насыщенные пористые породы часто имеют исключительно низкое электрическое сопротивление (10 Ом/м вместо 1000 Ом/м для сплошных пород). Причина этого кроется в свойствах расплава астеносферы или в присутствии тонких твердых пленок графита, создаваемых в ходе реакций между газами фильтрующихся потоков при дефиците кислорода.

Другое объяснение, подтверждаемое многими прямыми наблюдениями, - это присутствие в литосфере соленых вод [180] или углеводородных жидкостей (газоконденсата) в виде водной эмульсии. Подобные слои существуют под островом Сахалин на глубинах 10-15 км в форме изолированных пятен, которые, вероятно, соответствуют системе дискретных корней разломов (см. рис. 6.22) [2].

На таких глубинах аккумуляции углеводороды могут быть термодинамически устойчивыми в форме газоконденсата.

В верхних толщах смеси углеводородов разделяются на группы газовых и нефтяных месторождений.

При "быстрых" (см. раздел 7.5) изменениях тектонических напряжений или под воздействием сейсмических волн система разломов подвергается пульсирующему деформированию с дилатантными приращениями порового пространства внутри тел разломов. Тем самым в дополнение к эффектам обычной гравитации возникают зоны временного уменьшения или возрастания порового давления, которые приводят к миграции флюидов в земной коре.

Без сомнения сейсмотектоническое деформирование механохимически, равно как и высокие температуры, ускоряет миграцию и трансформирование углеводородных масс внутри разломов.

Преобразования углеводородов могут также инициироваться активностью бактерий на этих глубинах, поскольку тела бактерий упрощенно представляют собой оболочки, заполненные водой. (Бактерии погибают, если вода закипает, однако температура кипения зависит от давления. Вот почему бактерии

могут сохраняться живыми вплоть до 374°С за счет повышенного давления.)

#### 6.4.3. МОБИЛИЗУЮЩЕЕ ВЛИЯНИЕ ВОДЫ НА ТЕКТОНИКУ

Эффекты воды весьма существенны для нижней коры по двум основным причинам.

Первая связана с высокой физико-химической активностью воды, которая при высоких температурах растворяет и переносит массы кварца ( $\text{SiO}_2$ ) вверх вместе с золотом и другими металлами.

Пути переноса кварца и его последующее переотложение внутри разломов верхней части коры показывают, где, например, искать месторождения золота.

Горячие газы, такие как метан, играют ту же роль для многих металлов.

Углеводородные газы также уменьшают критические термодинамические условия (от 374°С) воды.

Впрочем, присутствие солей действует в противоположном направлении.

Вторая причина - это высокая динамическая подвижность водонасыщенных слоев как из-за уменьшения эффективного трения, так и из-за перехода к эффективным литостатическим давлениям [129]

$$\sigma' = \sigma - p \quad (6.15)$$

в предельном условии Кулона (1.77) вместо обычных литостатических напряжений  $\sigma$ .

Здесь  $p$  - поровое давление, которое может быть высоким при отсутствии дренажа [204];  $\sigma$  - полное литостатическое давление.

Заметим, что катастрофическое землетрясение в Нефтеюганске (1995 г.) произошло (см. рис. 6.22) из-за внезапной подвижки разлома (I), которая может быть результатом как действия глобальных тектонических волн, распространяющихся вдоль Японских островов и Сахалина (вызвавшее и землетрясение в Кобе - сообщение В.П. Рудакова), так и перераспределения глубинных вод, связанного с добычей нефти.

#### 6.4.4. ПЕРЕНОС МИНЕРАЛОВ И НАПРЯЖЕНИЯ ЛИТОСФЕРЫ

Если под осадочными бассейнами имела место керамизация катахлазических пород, нижняя кора становится весьма жесткой в целом, а хрупкое разрушение приводит к наклонным разломам (в соответствии с рис. 6.1). Такая же ситуация возникает и в случае хрупкости амфиболитов.

Углеводороды астеносферы мигрируют сквозь систему разломов вверх и аккумулируются в форме месторождений, если глины или отложения солей сыграют роль изолирующей кровли. Конечно, эта изоляция отнюдь не абсолютна, а потому вышележащие массивы содержат следы углеводородных газов, которые могут быть обнаружены методами геохимической разведки.

Сами геологические структуры обнаруживаются методами сейсморазведки.

Поры и дилатантные трещины раскрыты для миграции газа

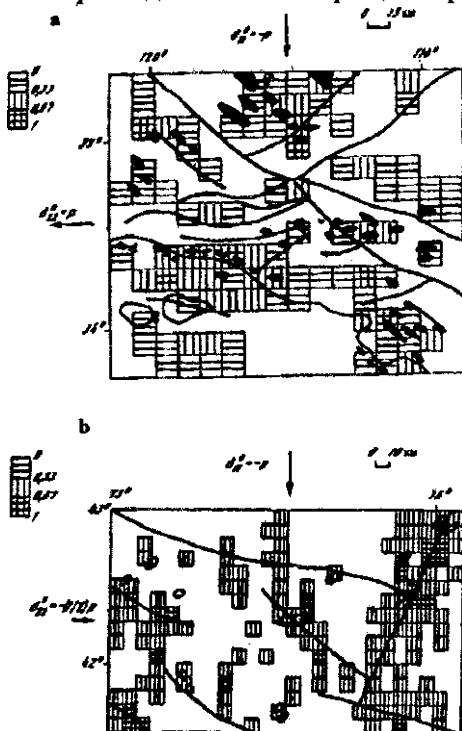


Рис. 6.24. Корреляция зон низких литостатических давлений с нефтяными месторождениями в Южной Калифорнии (а) и отложениями полиметаллических руд на Северном Тянь-Шане (б) (уменьшение давления показано по степеням от 0 до 1)

и флюидов, если литостатическое давление  $\sigma$  достаточно низко. Это дает ключ к поиску газа и нефти по картам распределения литостатических напряжений.

На рис. 6.24 даны соответствующие карты для Южной Калифорнии и Киргизии. Эти карты были построены численно путем решения задачи о плоско-напряженном состоянии литосферного блока, на границах которого заданы тектонические усилия [28].

Неоднородности полей напряжений считаются связанными с присутствием разломов. Последние учитывались путем уменьшения упругих модулей литосферы пропорционально концентрации разломов. Можно видеть, что месторождения углеводородов совпадают с зонами аномально низких литостатических давлений.

Более того, отложения руд также расположены именно в этих зонах. Происхождение этих залежей можно связывать с переносом металлов потоками горячих углеводородных газов или глубинных вод и их последующими отложениями вблизи свободной поверхности, где температуры становятся достаточно низкими. Так же происходит и в случае "черных курильщиков" в океане, где горячие газы или воды, насыщенные углеводородными газами, проникают в холодные воды океана, что приводит к появлению рудных конкреций (В. И. Петренко).

Аналогичные расчеты проводились и для плоских сечений земной коры под такими гигантскими месторождениями углеводородов Северного Прикаспия, как Тенгиз.

Месторождение расположено под массивами каменной соли, его продуктивная толща превышает 1,5 км и представлена известняками, доломитами и другими осадочными породами.

Поровое давление оказалось намного выше гидростатического уровня, что означает его изоляцию от окружающего водного бассейна. Однако Тенгиз может иметь глубинные трещинные кории, поскольку расчетами была найдена зона аномально низкого литостатического давления вплоть до 18 км ниже свободной поверхности. Если это так, то система трещин открыта вплоть до средней коры (рис. 6.25).

Такое же газоконденсатное месторождение Караганах (также в бассейне Северного Прикаспия), как известно, содержит очень много металлов в коллоидном состоянии. Последнее может быть результатом гидросвязи со средней корой Земли.

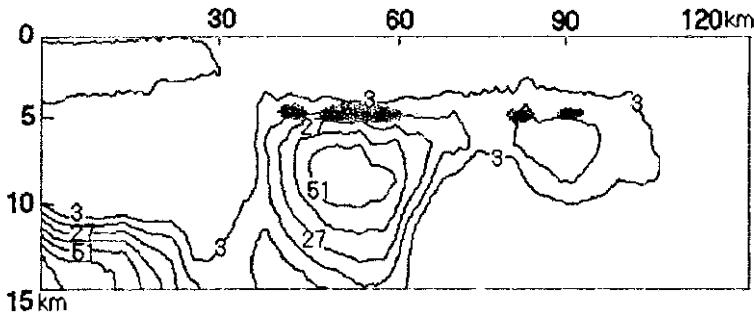


Рис. 6.25. Низкие литостатические давления под нефтяным месторождением Тенгиз, рассчитанные на основе сейсмических и гравитационных полей [29] (числа соответствуют дефилиту давления, атм; нефтяная толща показана точками)

#### 6.4.5. РАДОНОВЫЙ ИНДИКАТОР ВОДНЫХ ПОТОКОВ

С помощью наблюдений за концентрациями газа радона можно проводить весьма тонкие наблюдения за очень быстрыми изменениями тектоники. Поскольку этот газ радиоактивен, его концентрация фиксируется путем счета числа  $N$  треков  $\alpha, \beta, \gamma$  - частиц в чувствительных фотопленках.

Измерения радона [231] на свободной поверхности выявляют контуры глубинных нефтяных месторождений (рис. 6.26). Это означает, что радон может мигрировать (вместе с другими газами или водой) вверх по системе малых трещин и пор. Смещения  $\alpha$ - и  $\gamma$ -контуров могут быть связаны с течениями вод внутри массивов.

Глубинные источники воды исключительно важны для многих регионов Земли, где отсутствуют обычные водные ресурсы. Поэтому следует изучать систему разломов пород кристаллического фундамента с точки зрения возможных путей для ювелирных (мантийных) вод или даже вод, связанных с глубинными источниками свободного водорода, который был обнаружен в таких сверхглубоких скважинах, как Гравберг-1 (озеро Силиан, Швеция).

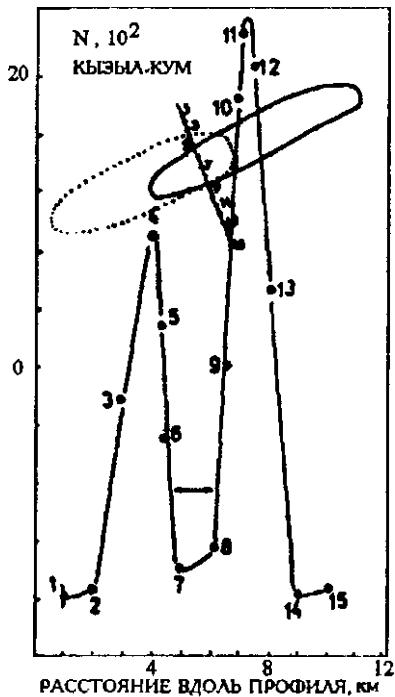


Рис. 6.26. Аномалии радона вдоль показанных профилей по данным измерений  $\alpha$ -частиц соответствуют контактам нефтяного месторождения с краевыми водами (точечная линия - по измерениям  $\gamma$ -частиц) [231]

## 6.5. Сверхглубокое бурение и устойчивость скважин

### 6.5.1. ГЛУБОКИЕ СКВАЖИНЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ КОРЫ

Сверхглубокое бурение чрезвычайно полезно для исследования таких объектов, как глубинная структура под месторождением Тенгиз. Ныне проводится бурение глубокой скважины в Татарии и других местах, перспективных для поиска газа и нефти внутри кристаллического фундамента (рис.6.27).

Реологические свойства горных пород на глубине, равно как и особенности распределения тектонических наряжений на глубине, создают серьезные проблемы для сверхглубокого бурения.

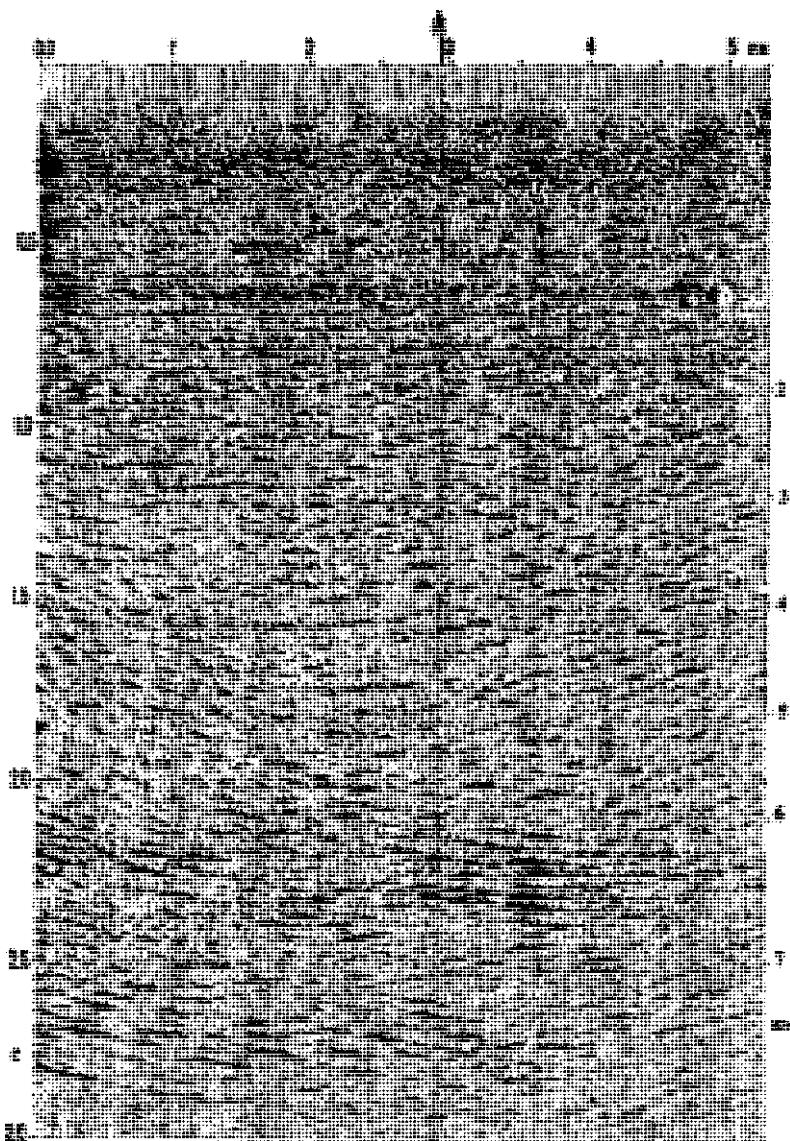


Рис. 6.27. Бурение глубокой скважины на глубинный сейсмоотражатель под месторождением Бавлы, Татарстан (приведено двойное время - на пробег волны вниз и вверх [126])

В результате многие сверхглубокие скважины не могут достичь своей проектной глубины (из-за отколов породы на стенах скважины и потери направления бурения). Можно даже думать, что существует какая-то предельная глубина бурения, которая, однако, зависит от региональных условий. Так, знаменитая Кольская скважина была пробурена до глубины 12.6 км вместо 15 км. Шведская скважина (Гравберг - 1) имела глубину 6.5 км вместо 8 км, а бурение скважины КТВ, которая должна была иметь 14 км глубины, столкнулось с чрезвычайными трудностями на 8-м км.

Первая (Кольская) скважина бурилась на границе Конрада; и должен был быть найден гранито-базальтовый переход на глубине 7-10 км. Однако было обнаружено, что в действительности соответствующий сейсмический отражатель представлял собой листрический разлом существенной мощности, насыщенный водой и газом. Две другие сверхглубокие скважины бурились на интенсивные, но локализованные отражения. Считалось, что эти отражатели соответствуют высокопористому массиву трещиноватых пород, заполненному жидкостью или газом. Эти работы были остановлены, по существу, ростом уровня тектонических напряжений и их анизотропией. Так, в соответствии с наблюдаемой формой листрических разломов по крайней мере одна из горизонтальных компонент тектонического напряжения растет быстрее, чем вертикальное напряжение, поскольку такие разломы имеют тенденцию приближаться к оси главного сжатия (см. рис. 6.8).

Тот же результат был получен при анализе поврежденности ствола глубокой скважины; было обнаружено, что вертикальное напряжение выше, чем обе горизонтальные компоненты, до глубины 2 км [238], но глубже горизонтальное напряжение становится главным сжимающим. Разница двух горизонтальных компонент напряжений также растет с глубиной. Это и создает условия для сдвигового дилатантного разрушения пород в окрестности ствола скважины.

#### 6.5.2. УСТОЙЧИВОСТЬ СТВОЛА СКВАЖИНЫ

Перейдем к математическому описанию соответствующего состояния горного массива. Процесс бурения будем моделировать внезапным появлением цилиндрической пустой полости

(ствола скважины) в неравно сжатых породах. Под давлением материала породы смещается к оси ствола, но останавливается в связи с ростом сопротивления сил сухого трения из-за схождения смещений и закрытия пор в кольцевой зоне, окружающей появившуюся скважину.

Для численных расчетов [50, 51] полей напряжений и деформаций в окрестности скважины был применен метод, согласно которому в балансе количества движения сохранялись динамические члены (хотя задача - квазистатическая):

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = - \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \sigma}{\partial x_i} + \rho g_i. \quad (6.16)$$

Здесь  $S_{ij} = \sigma_{ij} + \sigma \delta_{ij}$  - тензор-девиатор напряжений, а  $\sigma = -\sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$  - литостатическое давление. Они связаны с деформациями упругопластическими определяющими законами (раздел 1.3), которые могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial S_{ij}}{\partial t} + v_k \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_k} = 2G \left( \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{ij} \delta_{ij} - S_{ij} \frac{d\lambda}{dt} \right); \quad (6.17)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + v_j \frac{\partial \sigma}{\partial x_j} = K \left( \varepsilon - 2\Lambda \sigma, \frac{d\lambda}{dt} \right), \quad (6.18)$$

причем скорости деформаций определяются как обычно:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} = \rho \varepsilon; \quad (6.19)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right). \quad (6.20)$$

Дополнительная неизвестная функция  $(d\lambda / dt) \geq 0$ , если напряжение сдвига  $\sigma$ , уравновешивается давлением  $\sigma$ , определяется в соответствии с законом Кулона (1.77):

$$\sigma_r \equiv \left( 3S_{ij}S_{ij} / 8 \right)^{1/2} = Y + \alpha\sigma. \quad (6.21)$$

При этом происходит активное нагружение.

Скорость дилатансии  $\Lambda$ , внутреннее трение  $\alpha$  и сцепление  $Y$  - функции деформационного параметра  $\chi$ , который различен при режимах упрочнения и ослабления. Эти функции определяются в ходе трехосных испытаний и используются в специальных расчетных программах [56, 49]. В последние вводится также математическая вязкость, чтобы сгладить разрывы.

На рис. 6.28 представлено распределение напряжений в плоскости поперечного сечения бесконечно длинной скважины при неравных горизонтальных напряжениях  $\sigma_H$  и  $\sigma_h$ , причем вертикальное давление  $\sigma_V = \rho g H$  было промежуточным:  $\sigma_H > \sigma_V > \sigma_h$ . В этом случае неупругие деформации (они и составляют дилатансионную поврежденность) появляются ниже глубины  $H = 600$  м в известняках и ниже  $H = 1000$  м в песчаниках и диабазах.

Как можно видеть, упругопластическое решение определяет больший масштаб зоны повреждений, чем это дает оценка ее границы на основе чисто упругого решения (рис. 6.29).

Более того, немонотонное распределение напряжений в зоне поврежденности (пластической) объясняет и появление подзоны неустойчивости, которая потенциально опасна при процессе бурения для самого выживания скважины.

В соответствии с рис. 6.28, внутри зоны поврежденности существует кольцо повышенных тангенциальных напряжений  $\sigma_\theta$  из-за закрытия пор и роста внутреннего трения. Между отмеченной линией пикового напряжения и стенкой ствола скважины поврежденный геоматериал практически находится под нулевым сжатием.

Фрагменты породы этой подзоны неустойчивости падают в ствол скважины при бурении или висят на стенке, готовые упасть вниз и остановить бурение ("прихватив" инструмент), если их размер сближается с радиусом скважины.

Поперечное сечение результирующих зон поврежденности имеет примерно эллиптическую форму с длинной осью вдоль оси минимального горизонтального сжатия, но подзоны неустойчивости образуют узкие коридоры, сдавленные геоматериалом под действием горного давления.

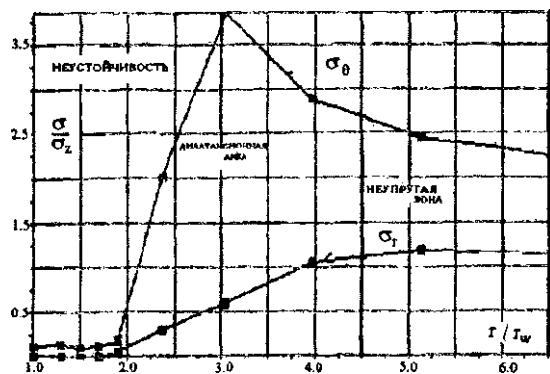


Рис. 6.28. Профили напряжений вдоль оси минимального сжатия  $\sigma_h$  ( $r_w$  начальный радиус скважины [50])

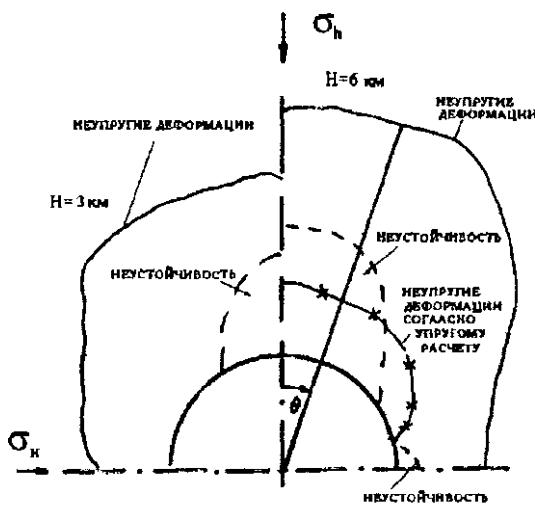


Рис. 6.29. Зоны неупругих деформаций (поврежденности) и неустойчивости вокруг скважины при анизотропии литостатических напряжений [50]

Это означает, что отмеченные подзоны находятся в полуустойчивом состоянии и могут приводить к внезапным выбросам. Данное явление аналогично горному удару в шахтах, для чего необходимым условием служат, как известно, более высокие волновые скорости в окружающих породах, чем в зоне опасности, заполненной предразрушенным материалом.

Зона поврежденности больше в первоначально более слабых породах (за счет пор и трещин), но эффект арки упрочнения в них значительно (относительно начального состояния), чем в монолитных породах.

Именно поэтому в слабых породах полости больше, но более устойчивы, чем в монолитных массивах, где меньше каверны и более часты выбросы.

Внешняя граница зоны неустойчивости показывает, каким должно быть оптимальное поперечное сечение ствола. Удаление разрушенного ("лишнего") материала из зон неустойчивости - это проблема технологии бурения.

#### 6.5.3. БУРЕНИЕ И ТЕКТОНИЧЕСКАЯ АНИЗОТРОПИЯ

В процессе бурения ствол скважины может случайно искривиться. Распределение напряжений и деформаций в окрестности искривленной скважины связано с решением подпроблемы об искривленном для упрощения плоском канале (разломе с внешним и внутренним радиусами по отношению к центру кривизны).

Было обнаружено, что зоны разрушения несимметричны

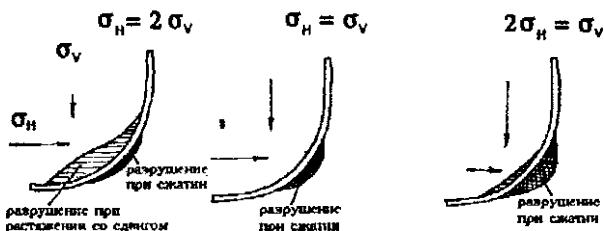


Рис. 6.30. Типы разрушения массива из-за кривизны скважины и анизотропии напряжений [51]

относительно оси скважины [51]; они больше в направлении минимального сжатия. Интервал влияния искривления в 4 раза превосходит саму длину искривленного участка ствола.

Главный вывод - это зависимость разрушения от отношения вертикального  $\sigma_v$  и максимального горизонтального  $\sigma_h$  сжатия.

Если горизонтальное напряжение  $\sigma_h = \sigma_v$  превосходит вертикальное, т.е.  $\sigma_h > \sigma_v$ , то разрушение стенки на внутреннем радиусе больше (рис. 6.30). В этом случае буровой инструмент стремится в направлении начального отклонения, кривизна скважины нарастает и нужное направление будет утрачено.

В противоположном случае, когда  $\sigma_h > \sigma_v$ , зона разрушения больше на внешнем радиусе, буровой инструмент будет стремиться вернуться к исходному вертикальному направлению, и процесс бурения самостабилизируется.

Таким образом, наклон ствола скважины имеет тенденцию к той же форме, как и разломы массива, - в зависимости от анизотропии тектонических напряжений.

(В случае равенства  $\sigma_v = \sigma_h = \sigma_v$  распределение напряжений нейтрально для процесса бурения.)

Таким образом, сверхглубокое бурение проще в условиях растяжения коры, например в рифтовых зонах.

Следует заметить также, что максимальная концентрация напряжений реализуется на контакте слабых и твердых слоев массива.

Эти проблемы существенны также и для глубоких шахт [37, 164].

## Глава 7

# ГЕОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

## 7.1. Глобальная динамическая тектоника

### 7.1.1. СТРОЕНИЕ ЗЕМЛИ В ЦЕЛОМ

Земля - это вращающийся слоистый твердый шар, окруженный газовыми движущимися оболочками - атмосферой и ионосферой. Верхний твердый слой называют литосферой. Он холоднее и жестче, чем находящийся под ним. С глубиной температура и давление растут внутри Земли, и в результате на глубинах от 100 до 200 км происходит частичное плавление поликристаллических горных пород. Соответствующий слой Земли именуют астеносферой. Она практически пориста ( $t \approx 10\%$ ). Ее поровое пространство насыщено более легкими расплавами. Температура плавления весьма чувствительна к присутствию воды, которая изменяет границы РТ начала (солидус) и конца (ликвидус) плавления.

Сама астеносфера была выявлена сейсмическими методами, причем уменьшенные скорости и высокая диссипация сейсмических волн согласуются с ее вязкоупругими свойствами.

Под астеносферой находится намного более плотный геоматериял мезосфера Земли, который, впрочем, совершает конвективные циркуляционные движения, но в геологическом масштабе времени. Для сейсмических волн и при колебаниях Земли он упруг.

Характерные мощности  $H$  слоев Земли приведены ниже для двух типов стратификации.

Стратификация	$H$ , км	Стратификация	$H$ , км
Литосфера	0-100	Кора	0-35
Астеносфера	100-200	Верхняя мантия	35-400
Мезосфера	200-2900	Промежуточная мантия	400-1000
Жидкое ядро	2900-4980	Глубокая мантия	1000-2900
Пористое ядро	4980-5120	Ядро Земли	2900-6370
Твердое ядро	5120-6370		

Существует и другой тип стратификации, связанный с петрологическим составом пород, т.е. с их физическими и химическими свойствами.

Было установлено, что плотность пород земной коры имеет порядок  $2.7 \text{ г/см}^3$ , но мантийные породы имеют плотность близкую к  $3.3 \text{ г/см}^3$  при РГ-условиях свободной поверхности.

Соответствующие сейсмические скорости внезапно меняются от значения  $6\text{-}7 \text{ км/с}$  в земной коре к значению  $8\text{-}9 \text{ км/с}$  в мантии. Этот переход происходит на границе Мохоровичча, что обсуждалось ранее.

Геоматериалы коры более богаты  $\text{SiO}_2$ , мантийные -  $\text{CaO}$  и  $\text{MgO}$ . Соответствующие глубины также даны выше.

В центре Земли находится металлическое ядро, которое состоит из жидкой и твердой частей

Между ними имеется пористая зона замерзания жидкого металла - в соответствии с РГ-условиями.

Здесь часть металла представляет собой жидкость, насыщающую поровое пространство внутри более тугоплавкой фазы.

Внешнее жидкое ядро, где достигнуты РГ-условия ликвидуса, характеризуется интенсивными флюидометаллическими течениями и играет роль динамомашины Земли, генерирующей внутреннее геомагнитное поле.

Ядро Земли исключительно плотное ( $\approx 9 \text{ г / см}^3$ ) и может несколько смещаться как целое из-за жидкого состояния его внешнего слоя. Смещения ядра могут влиять на планетарную динамику Земли, меняя, например, положение ее оси.

В результате мгновенная ось вращения Земли блуждает вокруг географических полюсов. Из-за этих (Чандлеровых) блужданий литосфера несколько смещается относительно мезосфера с характерной периодичностью (6 лет, 12 лет и т.д.), проскальзывая по вязкой астеносфере.

Эта периодичность наблюдается на фоне глобального относительного движения раздельных кусков литосферы, называемых тектоническими плитами.

Глобальное движение слагается в известный дрейф континентов [23], по-видимому обусловленный крупномасштабной термогравитационной конвекцией [120] в мантии Земли и различиями в плотности литосферных и мантийных геоматериалов.

### 7.1.2. ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ПЛИТОВОЙ ТЕКТОНИКИ

Глобальная конвекция в мантии Земли подразделяется на течения в глубинной мантии и несколько меньшую по масштабу конвекцию ячеистого типа в верхней мантии. Последняя, по-видимому, и приводит к астеносферным течениям под каждой тектонической плитой, вызывая движения и столкновения плит.

Известна целая система тектонических плит (рис. 7.1), представляющих континенты Земли и океаны. Они выделяются по картам эпицентров землетрясений, поскольку их главная часть распределена вдоль сталкивающихся краев тектонических плит [63]. Смещения плит оцениваются как по геологическим данным, так и прямыми наблюдениями с помощью спутников.

Оказалось, что скорости смещений плит имеют порядок 5–10 см/год.

Основные черты плитовой тектоники были выявлены сейсмическими и палеомагнитными методами.

Вдоль меридианов в центре Тихого и Атлантического океанов имеются рифтовые зоны, где геоматериалы мезосфера поднимаются вверх в виде базальтовой интрузии и создают новую океаническую литосферу.

После охлаждения этот базальт приобретает магнитные свойства, соответствующие существующему магнитному полю.

Поскольку магнитные полюса Земли меняют свое положение периодически ( $T \approx 10^6$  лет), на базальтовом дне океана появляются полосы различно ориентированной намагниченности. Их периодическая зависимость от расстояния от рифта позволяет оценить скорость океанического спрединга [63], иначе, наращивания литосферы.

Последняя скорость совпадает с измерениями смещений географических объектов (городов) на Земле с помощью спутников.

Возникновение дополнительного литосферного материала вызывает относительное тектоническое движение, а его избыточная часть субдуктируется вдоль линий столкновения океанических континентальных плит (рис. 7.2).

Таким образом, главный обмен массами вещества геоматериалов и флюидами между литосферой и мантией происходит в рифтах и зонах субдукции [64].

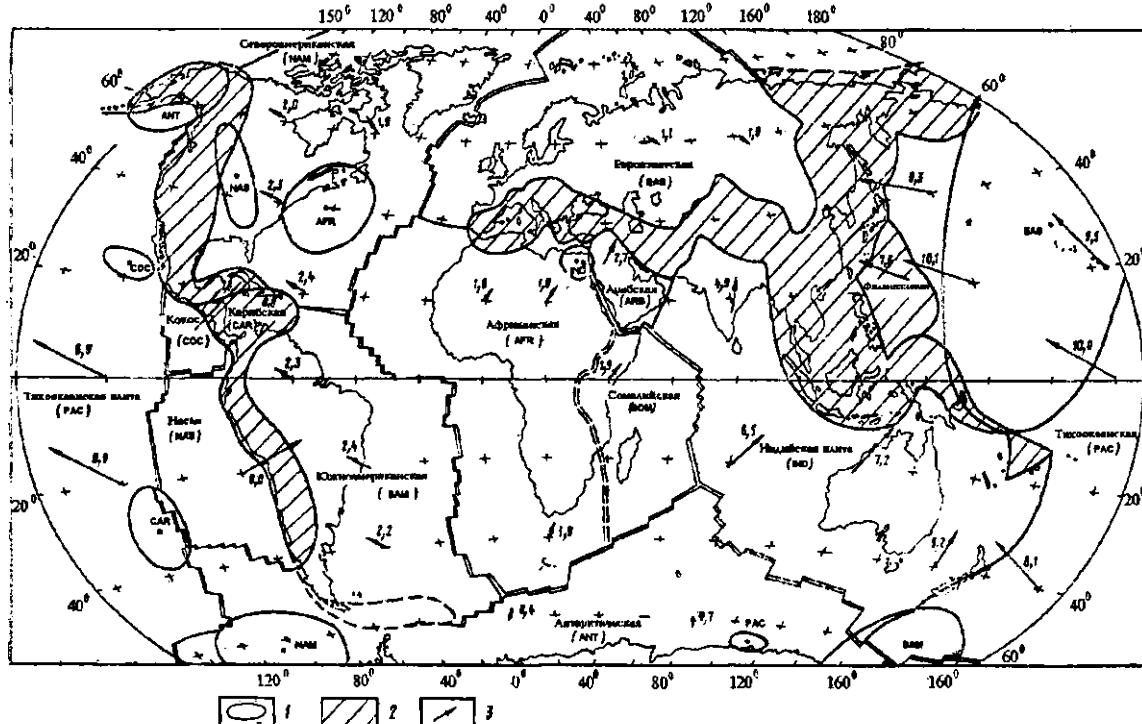


Рис. 7.1. Глобальное кинематическое представление абсолютного движения литосферных плит [63]: 1 - положение полюсов мгновенного вращения; 2 - Тихоокеанский и Альпийско-Гималайский пояса планетарного сжатия литосферы; 3 - линейные скорости смещений (см/год)

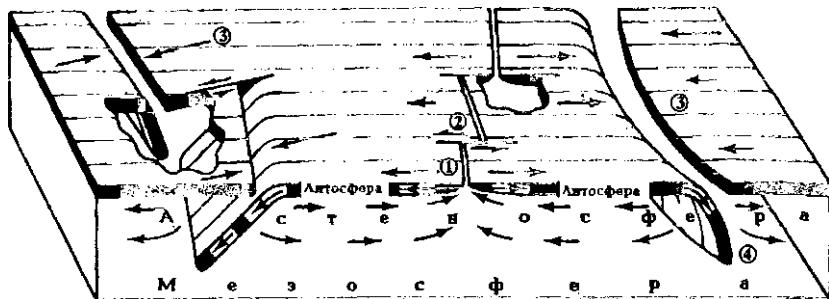


Рис. 7.2. Блок-диаграмма, иллюстрирующая глобальную циркуляцию масс и включающая генерацию литосферы в зоне рифтов 1, роль трансформных разломов 2, столкновение 3 и субдукцию 4 тектонических плит [58]

Сила, “тянущая” плиты, оценивается [120] на основе вязкой модели астеносферного течения. Утверждалось, что она составляет десятки атмосфер. В подобных расчетах вязкость бралась равной  $6 \times 10^{19}$  Пз для астеносферы,  $3 \times 10^{21}$  Пз для глубокой мантии и  $2 \times 10^{20}$  Пз для мантии в целом.

Как видно из сейсмоскоростных профилей и карт распределения гипоцентров мантийных землетрясений, субдуктируемые плиты проникают в мантию до глубин 600 - 700 км (по некоторым данным даже глубже).

Поскольку все мантийные землетрясения происходят внутри этих плит, выглядит так, что землетрясения могут быть вызваны исключительно при разрушении геоматериалов коры (при ее обычном горизональном положении или внутри плиты, тонущей в мантии). Разница может состоять в том, что при землетрясении в коре хрупкое разрушение массива происходит из-за концентрации напряжений; при неадекватных мантийных РТ-условиях возникают “мгновенные” хрупкие состояния и разрушение возможно из-за фазовых переходов в коровом геоматериале.

Субдуктируемые плиты различаются углом их наклона и тектоническими полями. Соответствующие механические модели широко обсуждались в литературе [58]. Они основывались на физическом или численном моделировании.

Тихий океан заключен в гигантское кольцо субдукции, вдоль которой избыточный геоматериал смещается вверх и создает системы гор. Субдуктируемый материал содержит

массу воды, связанную в кристаллической решетке серпентинита.

Согласно рис. 6.1 при уровне температур  $T \approx 600^{\circ}\text{C}$  серпентиниты становятся неустойчивыми, вода высвобождается и проникает в окружающий мантийный материал. Последний переходит в состояние подвижной магмы и начинает свое движение в форме восходящего потока, что и приводит к появлению системы вулканов (как итоговый результат воздействия океанических вод на мантию Земли).

Более глубокие мантийные корни имеют форму струй (“плюмов”) и соответствуют так называемым горячим точкам на поверхности Земли. Установлено, что эти точки неподвижны в теле Земли, а движущиеся над ними плиты как бы прожигаются ими насквозь [198].

Процесс субдукции может происходить и вдоль линий столкновения тектонических плит, принадлежащих разным континентам [75]. При этом одна из сталкивающихся плит субдуктируется, а другая создает горы.

Такая ситуация характерна для регионов Памира-Гиндукуша и Тянь-Шаня, горных массивов Гималаев и региона Алтын (где мантийный материал располагается очень близко к свободной поверхности, создавая интрузивное тело Ивреа).

К поразительному результату привело изучение плато Тибета, где, как оказалось, две тектонические плиты составляют уникальную двойную, горизонтально лежащую литосферу.

### 7.1.3. Эндогенные процессы

Помимо тектонических процессов с преимущественной горизонтальной (плоской) кинематикой [23], известно множество геодинамических процессов, развивающихся вдоль вертикальной оси. Они связаны с эффектами эрозии, осадконакопления и гравитации [11]. Необходимо подчеркнуть, что вода играет существенную роль при разрушении и переносе масс как на свободной поверхности, так и внутри земной коры в целом.

Перемещения больших масс геоматериалов приводят к перераспределению нагрузок на литосферные плиты (например, в устьях рек). В таких местах прогиб плит еще больше ускоряет процесс осадконакопления.

Осадконакопление также происходит в зонах рифтов, где превалирует горизонтальное растяжение [32]. Осадочные породы в последующем погружаются, что в условиях (гидро)метаморфизма приводит к возникновению характерных массивов.

На глубинах типичного дилатантного разрушения, как видно на примере Днепровско-Донецкого авлакогена (см. рис. 6.9), могут возникнуть волноводы [103].

Обычно нижняя кора представлена катастически разрушенными геоматериалами и имеет черты, характерные для сверхпластичности. Таким образом нижняя кора становится подвижной, а потому играет роль внутрикоровой астеносферы [65]. В результате верхняя упруго-хрупкая кора может локально перемещаться по отношению к верхней мантии.

Отмеченная выше система листрических разломов верхней коры трансформирует горизонтальное движение под Мохо в квазивертикальный подъем блоков пород. Более того, нижняя кора под воздействием двойных радиогенных толщ, возникших при надвиговом перемещении вдоль листрических разломов, перегревается.

Осадконакопление интенсифицирует вертикальные геодинамические процессы. Осадочный бассейн нарастает под воздействием растяжения литосферы, если в коре и ниже Мохо появились вертикальные разломы (см. раздел 6.2.5 и [32]). При этом базальтовая магма из астеносферы внедряется вверх, в литосферу.

Согласно рис. 6.13 происходит фазовый переход базальта в эклогит на Мохо при соответствующих РТ-условиях (при отсутствии воды). Затем тяжелые эклогиты утопляют литосферу в мантию [4, 65]. Так наступает переход к следующим этапам развития осадочного бассейна.

Реки и ветровая эрозия на краях бассейна смещают массы осадков к его центральному углублению.

Утопление должно быть “геологически быстрым” (например, 1 км в 1 миллион лет), чтобы это привело к появлению потенциальных ресурсов органических углеводородов, так как при более медленном процессе [4] органические углеводороды (кероген) окисляются еще до их захоронения в поровом пространстве осадочных пород. Температурный интервал для преобразования керогена в нефть определяется скоростями химических переходов [66] и соответствует глубинам 4-5 км в осадочных породах при обычных для них геотермах.

Углеводородные газы и жидкости циркулируют внутри системы разломов по правилам глобальной флюидодинамики литосфера.

Альтернативная (неорганическая) теория происхождения нефти основана на предположении, что метан  $\text{CH}_4$  возникает в ходе реакции водорода и углекислого газа в присутствии магнетита и путем дальнейшей полимеризации при высоких термодинамических условиях [133], соответствующих верхней мантии Земли. Метан может просачиваться в кору под осадочными бассейнами по системам разломов, описанным выше, и обогащать залежи нефти и отложения угля. Практически главная проблема для накопления минеральных ресурсов состоит в изоляции порового пространства и трещинных пустот, что необходимо для улавливания нефти и газа.

Противоборство теорий происхождения нефти приводит к различному выбору мест и глубин бурения. При этом следует учитывать и эффекты плитовой тектоники [169].

#### 7.1.4. ПРИНЦИП ИЗОСТАЗИИ

Гравиметрические измерения показали, что геоматериалы под горами легче и имеют тот же удельный вес, что и сами горные массивы. Наоборот, долины подстилаются более тяжелыми геомассами. Это означает, что осредненный по вертикали вес земных толщ неоднородно распределен вдоль поверхности Земли и эта неоднородность изостатически компенсируется на некотором глубинном уровне. Такие поверхности геоструктуры, как горы, имеют более глубокие "корни", представленные тем же самыми геоматериалами, но под осадочными бассейнами и океанами кора тоньше.

Эти сведения согласуются, в принципе, с рис. 6.13- 6.15, поскольку они могут быть объяснены измеряемыми градиентами геотерм и фазовыми или химическими переходами на Мохо к более тяжелым породам. Таким образом, вариации удельных весов пород внутри коры не могут служить основой изостатической компенсации. Основную роль играет различие пород коры и мантии.

Известны два подхода к принципу изостазии. Первый принадлежит Дж.Х. Пратту (1855) и означает равенство

$$\rho(h + D) = \text{const}, \quad (7.1)$$

где  $D$  - глубина компенсации;  $h$  - топографическая высота (рис. 7.3).

Расчеты показывают, что  $D$  должно быть равно 113,7 км [15], и это соответствует верхней границе астеносферы. Тем самым оказывается, что  $\rho$  - средняя плотность для рассматриваемого поперечного сечения литосферы, а давление (7.1) компенсируется гидродинамическими течениями внутри астеносферы в геологическом масштабе времени.

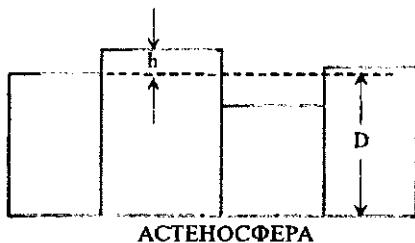


Рис. 7.3. Изостатическая (“гидравлическая”) компенсация за счет ползучести в астеносфере

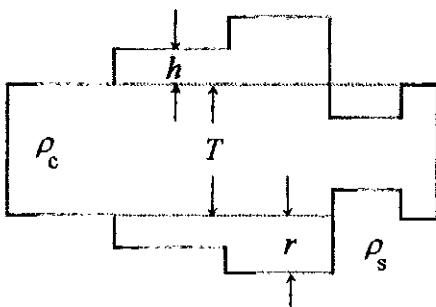


Рис. 7.4. Изостатическая (“гидравлическая”) компенсация за счет ползучести в мантии

Второй подход был предложен Дж.Б. Эйри (1855) в виде

$$(\rho_s - \rho_c)r = \rho_c h, \quad (7.2)$$

где  $r$  - глубина “корня”;  $\rho_c$  - средняя плотность коры;  $\rho_s$  - плотность подстилающих массивов.

Основная часть  $T$  геоструктуры считается самоуравнове-  
363

шенной (рис. 7.4). Гидравлическая компенсация (7.2) соответствует ползучим течениям в верхней мантии, но над астеносферой. Поскольку вязкость пород коры намного выше вязкости астеносферы, компенсация (7.1) должна устанавливаться "геологически быстрее", чем (7.2).

#### 7.1.5. ИЗГИБ СЛОЕВ И ЛИТОСФЕРЫ В ЦЕЛОМ

Эффект изгиба является основным для жесткого слоя Земли, если толщи над или под ним менее жесткие и выполняют только функции нагрузки или поддержки. Иногда такой слой называют "компетентным" и вмещающие толщи - "некомпетентными" [11].

Литосфера изгибается на "мягкой" астеносфере. В этом случае такие топографические отклонения от среднего уровня, как горы и острова, могут считаться нагрузкой. Изгиб литосферы приводит к перераспределению нагрузжающего давления в обширных зонах астеносферы, и принцип изостазии должен был бы приобрести некую нелокальную форму.

Рассмотрим упругий слой [11, 127], изогнутый под вертикальной эффективной вертикальной нагрузкой  $q(x)$  при тангенциальном усилии  $Q(x)$ , действующем в поперечном сечении слоя.

Равновесие означает

$$Q - (Q + dQ) + qdx = 0, \quad (7.3)$$

а баланс количества движения принимает вид

$$dQ / dx = - q(x). \quad (7.4)$$

Согласно рис. 7.5 изгибающий эффект тангенциальной силы  $Q(x)$ , действующей в поперечном сечении, как и нормальной силы  $P(x)$ , должны быть уравновешены моментом сил  $N(x)$ :

$$(N + dN) - N = Qdx + Pdz, \quad (7.5)$$

где  $z(x)$  - вертикальное смещение рассматриваемого слоя.

Отсюда следует баланс момента количества движения для изогнутого слоя:

$$dN/dx = Q + P (dz/dx). \quad (7.6)$$

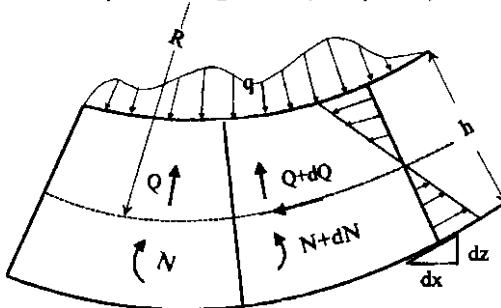


Рис. 7.5. Синклинальный изгиб слоя под распределенной нагрузкой  $q(x)$

Теперь нужно связать  $N(x)$  с нормальным напряжением  $\sigma_{xx}$ , действующим в подслоях, показанных на рис. 7.5:

$$N = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} y dy, \quad (7.7)$$

где  $h$  - толщина слоя.

Нормальное напряжение пропорционально компоненте деформации  $e_{xx}$  в соответствии с законом Гука (1.23), т.е.

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{(1 - \nu^2)} e_{xx}, \quad (7.8)$$

где  $E$  - модуль Юнга;  $\nu$  - коэффициент Пуассона:

$$E = \frac{2KG}{3K + G}, \quad \nu = \frac{3K - 2G}{6K + 2G} z \quad (7.9)$$

и используется условие нулевой вертикальной деформации

$$e_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) = 0 \quad (7.10)$$

внутри изгибающегося слоя.

Далее деформация подслоя пропорциональна расстоянию по вертикали  $z$  от нейтральной плоскости и обратно пропорциональна радиусу кривизны  $R$ :

$$R = - d/dx ( dz/dx ). \quad (7.11)$$

Соответственно изгибающий момент  $N(x)$  имеет вид:

$$N = - \frac{E}{1 - \nu^2} \frac{d^2 z}{dx^2} \int_{-h/2}^{h/2} y^2 dy = - \frac{D}{R} = - D \frac{d^2 z}{dx^2}, \quad (7.12)$$

где  $D$  - изгибная жесткость:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}. \quad (7.13)$$

Теперь можно представить баланс момента количества движения (7.6) в его результирующей форме

$$D \frac{d^4 z}{dx^4} = q(x) - P \frac{d^2 z}{dx^2}, \quad (7.14)$$

где  $q(x)$  и  $P$  считаются заданными в каждой конкретной задаче.

Например, кора, плавающая на мантии, подвергается действию распределенной нагрузки:

$$q = q_t + (\rho_c - \rho_s)gz, \quad (7.15)$$

где  $q_t$  - топографическая нагрузка;  $\rho_c, \rho_s$  - плотности коры и подстилающей толщи (мантии).

Если же рассматривать всю литосферу как единый объект, эти плотности соответствуют литосфере и астеносфере.

Горизонтальная тектоническая сила  $P$  должна учитываться в задачах о формах литосферы и устойчивости под островами, а также в процессах складкообразования в осадочных бассейнах и т.д.

В соответствии с рис. 7.5 растяжение подслоев и появление пор и трещин происходит в верхней части антиклинали (когда компетентный слой прогибается вниз), что важно для аккумуляции нефти и газа.

## 7.2. Основные представления механики землетрясений

### 7.2.1. МОДЕЛИ ОЧАГА

На больших расстояниях воздействие очага землетрясения на внешнюю упругую среду эквивалентно действию системы мгновенных точечных сил. Известны [91] две модели (рис. 7.6).



Рис. 7.6. Схемы действия сил в эпицентре землетрясений:  
а - диполь; б - двойная пара сил

Первая - это диполь (пара сил) при неуравновешенном momente количества движения, который соответствует одновременному повороту блока (или плиты). Вторая - это двойная пара сил, которая учитывает баланс момента количества движения. Эти модели были предложены на основе фронтальных характеристик сейсмических волн. При сейсмическом мониторинге с помощью сети станций можно различать волны взрывов и землетрясений. Взрывные волны соответствуют простому сферическому расширению (раздел 5.1), когда смещения имеют один и тот же знак во всех точках наблюдения (хотя они и меняются во времени). Волны землетрясений (рис. 7.7) имеют квадранты сжатия и расширения.

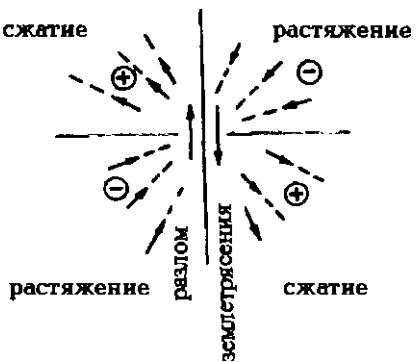


Рис. 7.7. Гипоцентр землетрясения с двумя нодальными плоскостями (разлома землетрясения и ортогональной к нему плоскости)

В исторически первой количественной модели Рейда использовалась идея упругого выпрямления, согласно которой система изогнутых слоев породы разрушается разломом землетрясения в сечении максимального искажения (рис. 7.8).

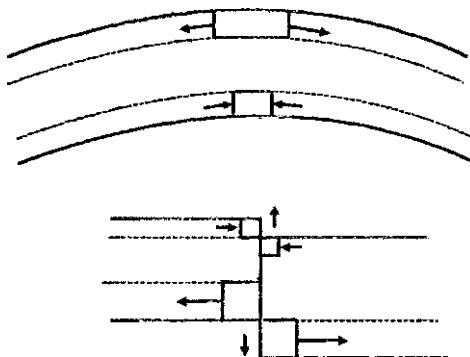


Рис. 7.8. Разлом землетрясения и излучение сейсмических волн в стратифицированной изогнутой среде

При этом основная упругая энергия мгновенно излучается в форме волн сдвига. Сопутствующие Р-волны с разными знаками смещений на фронтах генерируются слоями, сжатыми или растянутыми перед разрушением.

Волны сдвига наблюдаются и при подземных взрывах, что иногда объясняется высвобождением тектонической энергии. Лабораторные взрывы в первоначально сжатых блоках породы подтвердили это мнение. Кроме того, было обнаружено, что подземные взрывы приводят к активизации существующих разломов или же к созданию новых трещин [85].

Упругая энергия землетрясений высвобождается из сжатого объема коры, который идентифицируется с зоной афтершоков. Подготовка массива пород к разрушению может быть обнаружена сейсмическими или другими методами. Однако твердые тела обычно разрушаются вдоль изолированной макротрещины, а иногда в форме нового разлома, появившегося на поверхности после землетрясения.

Для очага землетрясения была предложена модель растущей трещины в упругой среде [58, 117]. Упругие волны, соответствующие смещениям вдоль разлома землетрясения, могут быть вычислены путем суммирования импульсов, излучаемых с за-

поздыванием, связанным с конечной скоростью разрушения. Последняя ограничена скоростью волны Релея, но может быть еще меньше из-за эффектов ветвления.

Скольжение вдоль существовавшего разлома имеет аналогичное ограничение. (В экспериментах с дунитом измеренная скорость скольжения была в интервале от 1 км/с до скорости волны сдвига 4.6 км/с.)

Адекватные расчеты показывают, что спектр объемных волн имеет типичную форму, с переломом и характерной угловой частотой. Однако спектр может меняться в ходе распространения волны из-за нелинейных эффектов, как это можно видеть, например, на рис. 7.9, где представлены данные измерений волн землетрясений до и после пересечения тела разлома, заполненного катастически разрушенным геоматериалом.

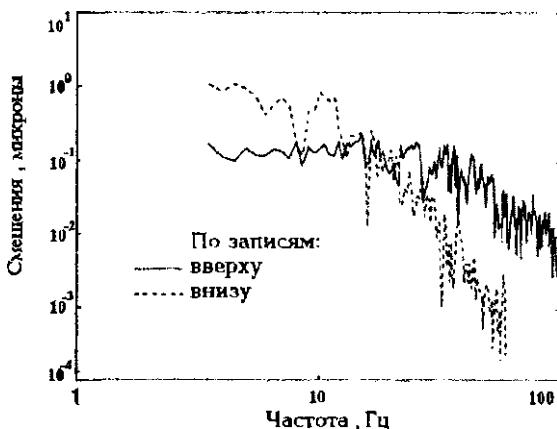


Рис. 7.9. Спектры волн землетрясений на свободной поверхности внутри глубокой скважины после пересечения разлома [139]

Формула для смещений

$$u(t) = \frac{\sigma}{G} c_s \Theta(1 - e^{-t/\Theta}) \quad (7.16)$$

была предложена Дж. Брюном (см. [58]) для очага землетрясения и согласуется, в принципе, с кривыми на рис. 7.9.

Здесь  $\sigma$  - напряжение до удара,  $\Theta$  - характерное время очага, оцениваемое как эффективная длина разлома, деленная на скорость волны сдвига.

Для сильных землетрясений  $50 < \Theta < 300$  сек.

В момент ветвления (поворота) трещина может быть остановлена, и меньшие трещины появляются перед ней, излучая более слабые (в лаборатории - акустические) импульсы.

В лабораторных экспериментах они обнаруживаются оптическими методами.

Соответствующая часть сейсмического сигнала при землетрясениях известна как "стоп-фаза". Некоторые иные черты сейсмических волн при землетрясениях также подтверждают остановки или повороты трещин. Так, типичные осцилляции смещений объясняются сопротивлением барьеров, что превращает движение трещины в цепь дискретных скачков. Различные знаки фронтальных смещений иногда интерпретируются как результат поворотов трещины. Во многих опытах облако мелких трещин появлялось перед растущей главной разрушающей трещиной.

#### 7.2.2. ОЦЕНКА ЭНЕРГИИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Сейсмический момент [141]

$$N_0 = GUA \quad (7.17)$$

служит динамической характеристикой очага землетрясения.

Здесь  $A$  - площадь разлома,  $U$  - амплитуда смещения (дислокация), а  $G$  - обычная жесткость.

Источник энергии оценивается выражением

$$E = \frac{1}{2} \sigma U A. \quad (7.18)$$

Поэтому

$$\frac{E}{N_0} = \frac{\sigma}{2G}, \quad (7.19)$$

где  $\sigma$  - сброс напряжения в объеме очага.

Действительно, для энергетического расчета очага землетрясения используются данные о сейсмических волнах. Главным

параметром очага оказывается сейсмическая энергия  $E_s$  по измерениям вне гипоцентральной зоны землетрясения (на расстоянии 100 км от очага), где эффекты разрушения становятся несущественными. Значение  $E_s$  связано с магнитудой землетрясения  $M$ , т.е. со специальной мерой мощности землетрясения, формулой Гутенберга-Рихтера [13,108]:

$$aM = \lg(E_s / E_0), \quad a = 1,5, \quad E_0 = 2,5 \times 10^{11} \text{ эрг.} \quad (7.20)$$

В соответствии с обычной точкой зрения и на основе упруго-хрупкой модели очага землетрясения, энергия  $E_s$  равна полной энергии  $E_s$ , высвобожденной из некоторого объема первоначального накопления энергии, поскольку энергия Гриффитса, затрачиваемая на создание новой поверхности разлома, пренебрежимо мала. Можно оценить линейный масштаб  $R_u$  объема разгрузки в предположении, что массив был первоначально нагружен вплоть до сдвиговой прочности  $\sigma_s = \text{const}$ :

$$R_u = (E_s G / \sigma_s^2)^{1/3}. \quad (7.21)$$

Характерны такие значения:  $\sigma_s = 10^9 \text{ дин/см}^2$ ,  $G = 0.4 \times 10^{12} \text{ дин/см}^2$ . Энергия  $E_s = 2 \times 10^{10} \text{ эрг}$  эквивалентна энергии взрыва 5 кт *TNT* или энергии землетрясения с магнитудой  $M = 6$ . Тогда  $R_u = 400 \text{ м}$ .

Камуфлетный подземный взрыв мощностью 5 кт *TNT* (например, в массиве каменной соли) приводит примерно к такому же порядку зоны разрушения:  $R_c \approx 200 \text{ м}$  [178].

Это значит, что может быть разрушена и часть объема разгрузки массива, и значительная часть полной энергии  $E$  будет израсходована на этот процесс.

Поэтому  $E_s = \eta_+ E$ , где  $\eta_+$  - коэффициент эффективности землетрясения.

Если используется модель очага землетрясения в виде трещины в упругом теле, то диссипация может быть учтена путем введения сухого трения между бортами трещины.

Проведем следующие оценки.

Сброс напряжений подсчитывается по формуле

$$\Delta\sigma = (GK_c / \pi l_o)^{1/2} = \text{const} / l_o^{1/2} \quad (7.22)$$

в предположении, что трещиностойкость породы  $K_c$  примерно постоянна, а прочность массива связана с масштабом внутренних трещин. Размер трещины внутри сплошного образца породы имеет порядок ее зерна ( $l \approx 0.1$  см); в полевых условиях, однако,

$$l_o \approx 0.1 - 100 \text{ км} = 10^4 - 10^7 \text{ см.}$$

Поэтому можно воспользоваться такими оценками:

$$\Delta\sigma = \sigma_s (l_s / l_o)^{1/2} \approx 1000 \times 10^3 = 1 \text{ атм,} \quad (7.23)$$

где  $\sigma_s$  - несущая способность (прочность) сплошного образца.

Вместе с тем эта оценка в какой-то мере произвольна из-за слишком широкого интервала масштаба  $l_o$  для очага землетрясения. Напомним, что размер  $l_o$  должен соответствовать начальной трещине, т.е. составлять только 1% от истинного размера разлома  $l$ , созданного землетрясением.

Поэтому более оправдан подход, связанный с концепцией сейсмического момента (7.2).. Соответствующие подсчеты приводят к порядку в 1 атм для нижней грани оценок.

Сброс напряжения возрастает до 100 атм вместе с глубиной очага:

$$\Delta\sigma \approx 1 \div 100 \text{ атм.} \quad (7.24)$$

Поскольку сейсмический момент также подсчитывается на основе амплитуд сейсмических волн, эти значения сброса напряжений соответствуют амплитудам волн во внешней упругой зоне.

Однако измерения волн разгрузки при хрупком разрушении твердых тел показывают, что их амплитуды имеют порядок прочности  $\sigma_s$  разрушаемого тела [184].

Счетом остаточной прочности  $\sigma_r$  массива амплитуда излучаемых волн должна быть пропорциональна разности  $\sigma_s - \sigma_r$ . Поскольку энергия упругих волн пропорциональна квадрату их амплитуды, справедливы такие оценки (при  $\Delta\sigma \approx 1 - 100$  атм и  $\sigma_s - \sigma_r \approx 100 - 1000$  атм) [91]:

$$\eta_+ = \frac{E_s}{E} \sim \left( \frac{\Delta\sigma}{\sigma_s - \sigma_r} \right)^2 \approx 10^{-6} \div 10^{-2}. \quad (7.25)$$

Согласно данным о горных ударах [190], коэффициент сейсмической эффективности имеет даже меньший порядок:  $\eta_+ = 10^{-4}$ .

Оценки работы  $E_g$  против сил гравитации (при подъеме массивов, измеряемом геодезическими методами) приводят к той же энергии  $E_g \approx (10^2 \div 10^3)$ , которая значительно превосходит сейсмическую энергию. Энергия  $E_g$  как мера накопления упругой энергии перед землетрясением снова согласуется с оценкой (7.25).

Предположим, что коэффициент эффективности  $\eta_+$  имеет тот же порядок, что и коэффициент сейсмической эффективности подземного камуфлетного взрыва, а именно  $\eta_+ \approx 0.01$ .

Тогда использование значения  $E = 100 E_s$  в выражении (7.21) позволяет определить истинный масштаб  $R_g$  объема высвобождения упругой энергии.

Характерные значения приведены в табл. 7.2 для ряда магнитуд и энергий землетрясений.

Здесь также даны линейные масштабы зоны афтершоков  $A$  и продолжительность  $\Theta$  предвестников главного удара.

Из табл. 7.2 видно, что максимальная энергия землетрясения соответствует линейному масштабу  $A_m$  примерно 100 км, а это как раз среднее расстояние между гигантскими разломами земной коры в сейсмических регионах.

Поэтому размеры блоков между такими разломами и максимальные энергии землетрясений взаимосвязаны.

Таблица 7.2. Параметры очагов землетрясений [91]

Землетрясение	Среднее	Сильное	Катастрофическое
Магнитуда $[M]$	5 $10^{19}$	7 $10^{22}$	9 $10^{25}$
$E_g$ [эрг]	$1 \text{ km}$	$1 \text{ Mm}$	$10^3 \text{ Mm}$
$E_g$ [TNT]	$0.1$	$1$	$10$
$R_u$ [км]	$10^{21}$	$10^{24}$	$10^{27}$
$E_g$ [эрг]	$100 \text{ км}$	$100 \text{ Mm}$	$10^5 \text{ Mm}$
$E_g$ [TNT]	$1$	$10$	$100$
$R_{tr}$ [км]	$10$	$30$	$100$
$A$ [км]	$100$	$1000$	-
$\Theta$ [сутки]			

Масштаб 100 км также соответствует представлениям о разгрузке целого блока литосферы при исключительно сильных землетрясениях.

Поскольку материалы коры имеют тот же порядок прочности, существует универсальный закон пропорциональности магнитуды землетрясения и объема массива, разгружающегося с выделением энергии землетрясения.

Было обнаружено, что очаги приразломных землетрясений чаще находятся в более жестком блоке (с более высокими сейсмическими скоростями), который может накопить упругую энергию. Таким образом, упругая энергия распределена неоднородно по массивам земной коры.

### 7.2.3. СИСТЕМА РАЗЛОМОВ ЛИТОСФЕРЫ

На рис. 7.10 представлена обобщенная корреляция магнитуд  $M$ , максимальных размеров разлома  $l$  и масштабов  $L$  интервалов между различными разломами (1, 2 - Средняя Азия, 3 - Калифорния и Невада, 4 - регион Сан-Андреаса) в приведенных выше терминах.

При оценке (7.21) использовалась идея, что в горных массивах могут существовать концентрации напряжений вплоть до прочности  $\sigma_s$ .

Расчеты подвижек континентальных плит показывают, что

граничные напряжения, действующие со стороны астеносферы, имеют порядок всего 10 атм из-за относительно малых вязких сил при наблюдаемых скоростях, но напряжения возрастают до нескольких килобар на контактах плит.

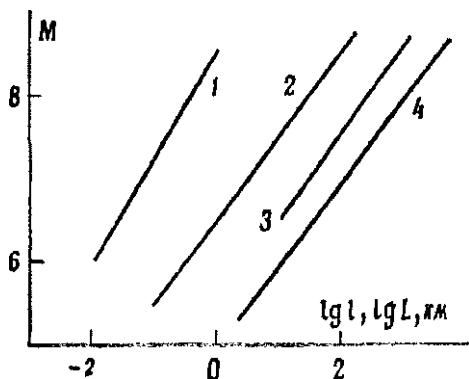


Рис. 7.10. Корреляция магнитуд землетрясений с геометрией разломов литосфера (предоставлено А.А. Никоновым)

Дифференциальные напряжения в коре 1-3 килобар подтверждаются данными о двойникованиях кристаллов, плотности дислокаций и такими другими типичными чертами микроструктуры пород, как данные о рекристаллизации (палеопьезометрия). Следует помнить, что уровень тектонических напряжений (100 атм или 1000 атм) имеет фундаментальное значение для геодинамики, поскольку даже отбор реологических моделей, нужных для расчетов многих геологических процессов, проводится на основе этих значений.

Увеличение полной энергии землетрясений в 100 раз по сравнению с сейсмической энергией, вводимой на основе упругих оценок (7.21), соответствует диссипации механической энергии (как при подземных взрывах) в основном из-за сухого трения между фрагментами разрушения. Локальные зоны разрушения появляются перед главным разломом из-за концентрации напряжений перед динамическим ростом разлома землетрясения, равно как и в момент его остановки.

Зона дилатансии может перемещаться вместе с вершиной разлома на этапах стационарного роста, и за ней тянется след

дробленого геоматериала. Под воздействием тектонических напряжений этот след сжимается в узкую полосу вдоль краев разлома. В поле наблюдений стационарной сети станций как бы происходит исчезновение дилатантной зоны.

Вблизи разломов в глубоких шахтах наблюдаются системы субпараллельных полос сдвига, включающих дробленый геоматериал и системы ветвящихся трещин. Почти вся высвобожденная энергия затрачивается на создание зоны дробленых пород вдоль разлома (так называемой зоны "глинки", правильнее брекции трения).

Хорошо развитая брекция разлома может быть насыщена грунтовыми водами, как это было обнаружено после землетрясения Кита-Итцу (1930) в Японии, где разлом пересек туннель. В динамике процесса создания брекции соответствует эффекту прерывистого скольжения.

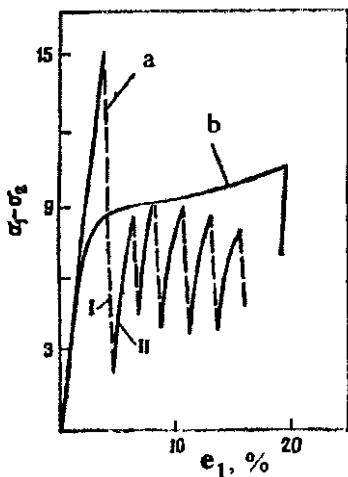


Рис. 7.11. Проявление прерывистого скольжения в дуните (a) и в дуните с 3% пластическим серпентинитом (b), предохраняющим борта трещин от дробления [147]

Из рис. 7.11 ясно, что прерывистое скольжение объясняется просто попеременным быстрым стационарным скольжением и остановками с последующим дроблением краев разлома.

Действительно, РТ-интервалы прерывистого скольжения совпадают с локализацией деформации в полосы сдвига и соответствуют интервалу, в котором сила сухого трения имеет

порядок прочности породы. Таким образом прерывистое скольжение вдоль уже существовавших разломов также создает объемы дилатантного разрушения.

Пластификация (добавки серпентинитов) предотвращает эффект прерывистого скольжения.

Реологические данные (см. рис. 6.1) выявляют широкий интервал давлений и температур, в котором разрушение имеет дилатантные черты. Конечно, в разных регионах нужные термодинамические условия достигаются на разных глубинах. Они также зависят от тектонической ситуации [51].

Приведенные выше параметры землетрясений доказывают, что дилатационные эффекты могут иметь место внутри земной коры. Упруго-пластическая модель дилатационного деформирования (раздел 1.3) вполне применима для расчета землетрясений так же, как она уже применялась в расчетах подземных взрывов. Эффект прерывистого скольжения также соответствует созданию систем полос сдвига, имеющим характерный линейный промежуток, как это наблюдалось в лабораторных экспериментах с гранулированными материалами и в полосах сдвига, обследованных в поле.

Известны три главных типа коровых землетрясений:

1) с главным разломом без микротрециноватого предразрушения, т.е. без форшоков (что имеет место при низких уровнях давления и температуры);

2) с микротрецинами (форшоками) с последующим главным ударом (промежуточный случай);

3) с облаком микротрецин, среди которых главный удар не может быть выделен (это происходит при высоком уровне давлений и температур), т.е. это рой землетрясений.

Промежуточный случай соответствует локализации деформаций (т.е. дилатантных трещин) в полосы разрушения. Эти представления согласуются с диаграммой типов разрушения на рис. 6.1.

Вулканические землетрясения имеют форму роя землетрясений в соответствии с моделью катакластического течения пород при их разрушении при высоких температурах. Наоборот, индивидуальный макроразлом может достигнуть свободной поверхности, когда четко выделяется главный удар, а его размеры обычно коррелируют с соответствующей магнитудой. Его ориентация отвечает углу внутреннего трения, скорости дилатансии и компонентам напряжений.

Теперь обсудим экспериментальные данные о линейных масштабах промежутков между разломами. Квазистатический моделирующий эксперимент был проведен с разломами в слое цементной пыли, под которым в плоскости основания производился сдвиг [196].

Было обнаружено, что интервал  $L$  между разломами пропорционален мощности слоя  $H_*$ , т.е.  $l \approx 0.25H_* + 0.3$  (см). Разломы появлялись при некотором критическом сдвиге, несколько зависящем от  $H_*$ , причем они росли от верхней поверхности вниз, к основанию. Позже появлялась и сеть вторичных разломов, ортогональных первичным.

В масштабе литосферной плиты это означает, что горизонтальный линейный масштаб распределения гигантских разломов коррелирует с толщиной плиты или, вернее, с глубиной плоскости эффективного сдвига (которая может иметь масштаб земной коры или самой литосферы). Такой же результат был получен и для кольцевых (гексагональных) систем трещин в теории бифуркаций [27].

Согласно С.И. Шерману глубина разлома  $H_*$  оценивается по глубине сейсмической активности и связана с его длиной  $l$  правилом:  $H_* = 1.04l - 0.7$  (км) с интервалом  $L = 0.29l + 1.24$  (км) между разломами Байкальского рифта. Из двух последних корреляций следует, что  $L = 0.28H_* + 3.70$  (км).

Иначе говоря, мы получаем такой же коэффициент пропорциональности, как и в отмеченных выше лабораторных экспериментальных данных.

Наибольшие континентальные разломы разделены интервалом 100 км, но соответствующий интервал для океанической коры составляет только 10-15 км.

Сравнение мощности континентальной литосферы (100 км) и толщины океанической коры (11 км) подчеркивает общий вывод, что масштаб блока, а следовательно, и энергии землетрясения определяются мощностью подвижного слоя литосферы.

Так, при наибольших событиях континентальная литосфера движется как целое по мягкой астеносфере, тогда как в момент возникновения разломов океаническая кора может смещаться по своему основанию, представленному пластичными серпентинитами.

## 7.2.4. ДЕЙСТВИЕ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Волны землетрясения распространяются от гипоцентра, на-нося наибольшие повреждения в эпицентре, т.е. в точке первого прихода волн на свободную поверхность.

Существуют две шкалы измерений действия землетрясения [13]. В первой используется понятие *магнитуды*  $M$ , определяемой по формуле [36, 108]

$$M = \lg A, \quad [A] = 10^{-6} \text{ м} \quad (\text{расстояние} = 100 \text{ км}), \quad (7.26)$$

где  $A$  - амплитуда смещений по данным сейсмографов на расстоянии 100 км от эпицентра землетрясения.

Наиболее землетрясение имело магнитуду  $M = 8,9$ .

Иногда формула (7.26) несколько изменяется (см. например, раздел 7.3.5), чтобы учесть различия в периодах колебаний, разницу расстояний, типы воли, локальные условия, но ее главный смысл всегда сохраняется.

Вторая шкала соответствует *интенсивности* землетрясения, оцениваемой по уровню повреждений, и зависит больше от локальных условий в точке наблюдений. В соответствии с Модифицированной шкалой Меркалли (ММ) существует XII баллов. Так, землетрясение в III балла ощущается внутри зданий; трудно удержаться на ногах при VII баллах; трещины появляются на откосах и мокрых грунтах при VIII баллах; песчаные и глинистые грунты начинают течь при X баллах; рельсы изгибаются, подземные трубопроводы разрушаются при XI баллах; полное разрушение и волны наблюдаются на поверхности при XII баллах.

Как при действии взрыва (см. раздел 5.2.2), сейсмический риск оценивается по критерию массовой скорости (смещений) и по частотному составу волн землетрясения. Поскольку грунты и горные породы имеют свои собственные доминантные (преобладающие) частоты, то чтобы избежать резонанса, собственные частоты сооружений должны от них отличаться.

Зоны равного ущерба от землетрясений ограничиваются на картах линиями изосейст.

Максимальное разрушение происходит в плейстосейстовой зоне.

Характерные колебания в озерах называют сейшами. Гигантские уединенные океанические волны, известные как

цунами, могут возникать иногда при воздействиях волн землетрясений на дно океана.

Водонасыщенные массы грунта могут разжижиться. Быстрые колебания уменьшают сухое трение и вязкое сопротивление.

Существуют медленные инерционные волны, связанные с поворотом фрагментов массивов и блоков Земли. Они особо опасны для сооружений.

### 7.3. Дилатансия и предвестники землетрясений

#### 7.3.1. ИЗМЕНЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН

Отмеченные выше корреляции (раздел 6.1) сейсмических границ и типов разрушения геоматериалов внутри земной коры качественно подтверждаются согласованностью сейсмических скоростей массивов и скоростей звука в трещиноватых образцах (рис. 7.12, 7.13).

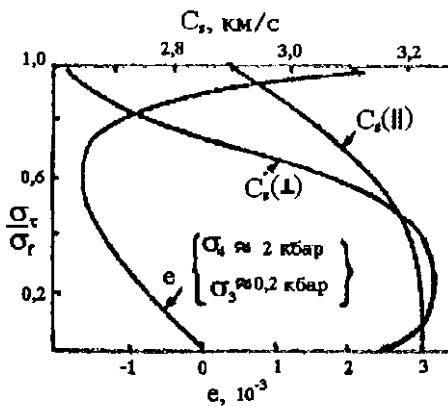


Рис. 7.12. Скорость волны сдвига, измеренная по ультразвуковым импульсам в гранитах параллельно и ортогонально оси главного сжатия ( $\sigma_f$  - сдвиговая прочность) (предоставлено Б.П. Боннером)

Вообще волновые скорости меньше в зонах сейсмоактивного разрушения, чем в зонах сейсмического затишья. Трещины и поры действительно влияют на сейсмические скорости в горных породах, как и на другие физические параметры [235]. Естественный рост системы внутренних трещин в дилатирующих породах уменьшает скорости звука.

Судя по экспериментальным данным для гранитов (см. рис. 7.12), закрытие начальных пор приводит к росту скорости сдвиговой волны  $C_s$ , а внутреннее разрушение - к ее уменьшению.

Сведения о времени пробега импульсов сжатия по дилатирующему образцу выявляют аналогичные эффекты (рис. 7.13). Методами голограммии было показано, что зоны максимума неупругих деформаций и уменьшения скорости мигрируют по дилатирующему образцу в ходе его деформирования [119].

Состояния геоматериалов и верхней мантии также могли бы быть рассмотрены, но для этого необходимо иметь данные механики разрушения эклогитов и перидотитов при высоких давлениях и температурах (соответствующих рис. 6.1). Уменьшение сейсмических скоростей, отмеченное под Мохо в некоторых регионах, могло бы быть объяснено изменениями составов пород или появлением трещин и пор в мантийных геоматериалах.

Подобное разрушение можно интерпретировать как отклик на коровые землетрясения, поскольку сами мантийные масси-

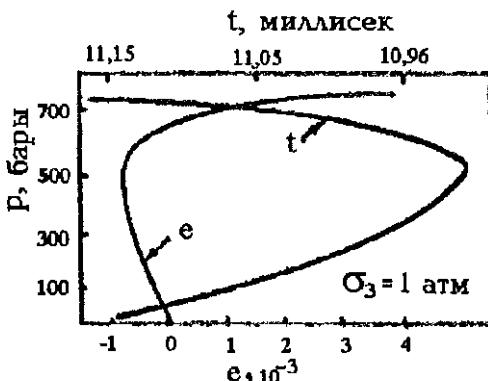


Рис. 7.13. Время пробега ультразвуковых Р-волн в образцах гранита в ходе дилатационного деформирования (представлено Б.П.Боннером)

вы не могут аккумулировать упругую энергию из-за эффектов высокотемпературной ползучести (рис. 6.3).

Появление трещин вблизи границ твердофазовых переходов может также приводить к неустойчивым состояниям в субдуктируемых плигах, которые в случаях высоких скоростей фазовых переходов и объемных изменений разрешаются землетрясениями.

### 7.3.2. ДИЛАТАНСИЯ ПРИ РАЗЛОМАХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Наблюдения за сейсмическими волнами показали, что отношение волновых скоростей  $c_p/c_s$ , аномально уменьшается в зоне очага землетрясений за несколько месяцев до удара. Спад достигает своего максимума, но перед самым главным ударом аномалия исчезает [116].

Сейсмоаномалия связана с эффектом дилатансии, причем лабораторные экспериментальные данные согласуются с изменениями геоматериала внутри очагов землетрясений. Конечно, это также означает, что усилия и реальные сбросы напряжений в массивах должны иметь порядок нескольких килобар [91]. Дилатансия горных массивов имеет место только при подобных уровнях напряжений (но не при 1-100 бар, соответствующих оценкам непосредственно по сейсмической энергии).

Как было экспериментально показано, дилатансия горных пород связана с неупругими изменениями внутренней системы трещин [121]. Трещина - это дефект, характеризуемый как тангенциальным разрывом смещений, так и, вообще говоря, нормальным (см. рис. 1.7). Поэтому трещинная пустотность возрастает, а сейсмические скорости уменьшаются. Законы изменения  $c_p$  и  $c_s$  до некоторой степени различны из-за анизотропии систем трещин. В результате отношение  $c_p/c_s$  становится индикатором будущего землетрясения (рис. 7.14).

Восстановление сейсмической аномалии перед главным ударом можно объяснить притоком воды в трещинную очаговую зону и соответственно ростом  $c_p$ - скорости. Так трактуется развитие событий в диффузионно-дилатансационной модели очага землетрясения. Вода одновременно уменьшает нормальные эффективные напряжения; кроме того, уменьшается и

прочность породы из-за эффекта смачивания. Тем самым ускоряется развитие трещины, что и приводит к землетрясению. (Дилатационное рыхление может смениться на уплотнение перед самым разрушением даже в отсутствии воды.)

Как же появляется дилатирующий объем в очаговой зоне землетрясения? Верхняя часть литосферы состоит из упруго-хрупких блоков, а нижняя часть представлена геоматериалами в сверхпластическом (катахластическом) состоянии. Поэтому дрейф континентов приводит к кинематическому несогласию движений реологически стратифицированной коры, которое и разрешается землетрясениями.

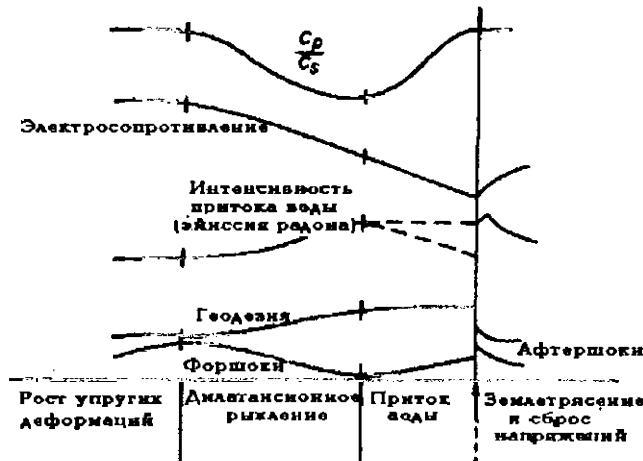


Рис. 7.14. Общая схема предвестников землетрясения [224]

Реальная концентрация напряжений вблизи существующих разломов достигает предела упругости, что приводит к появлению пластических дилатационных зон, которые и удается наблюдать как зоны сейсмических аномалий.

Дилатационные зоны перемещаются одновременно с вершиной трещины (разлома); неподвижному наблюдателю кажется, что фиксированная в пространстве сейсмическая аномалия меняется во времени. Таким образом, можно наблюдать как бы "блуждания очага" землетрясения. Удар землетрясения происходит при механической неустойчивости, когда деформации дилатационной зоны растут, а напряжения спадают.

Облака трещин наблюдаются перед главными разломами; они и представляют зону дилатансии. Лабораторные опыты со специальными модельными материалами показывают, что облака микротрещин можно увидеть с помощью ультразвуковых волн, что моделирует наблюдения дилатантных зон в реальных массивах.

Было обнаружено, что при восстановлении  $c_p, c_s$ -значений трещинная пустотность реорганизуется в тонкие полосы, наклонные к главной оси сжатия, т.е. процесс локализации происходит перед самим ударом, хотя тонкие полосы остаются невидимыми в поле сейсмических волн. Это другой возможный сценарий исчезновения дилатационной аномалии (помимо притока воды).

Трещины в облаке в десятки раз меньше главного разлома и даже линейный масштаб самого облака меньше зоны упругой разгрузки. Вот почему дилатационная зона не коррелирует с энергией землетрясений [91].

### 7.3.3. ПРЕДВЕСТНИКИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Система предвестников землетрясений [83, 106, 117] включает сейсмоскоростную аномалию, геодезию подъема свободной поверхности, высвобождение радона и гелия из толщи пород, форшоки и т.д. Продолжительность  $\Theta$  существования предвестников и масштаб  $A$  зоны афтершоков (т.е. зоны разгрузки) связаны с магнитудой землетрясений  $M$  (рис. 7.15).

Все объективные предвестники землетрясений физически оправданно обусловлены эффектом дилатансии внутри зоны очага землетрясений.

Рост концентрации радона в грунтовых водах вблизи очага землетрясения пропорционален площади вновь созданных трещин в породах. Адсорбированная вода также может мигрировать по системе дилатационных трещин.

Создание системы трещин меняет электросопротивление горных пород, а приток воды может существенно усилить этот эффект. Отмечено резкое уменьшение электросопротивления дилатирующего гранита после насыщения его водой или паром; однако электросопротивление сухого дилатирующего гранита возрастает.

Дилатансия также изменяет магнитные поля. В ходе внутреннего разрушения возникают электромагнитные импульсы.

Весьма подробное лабораторное исследование электрических явлений в разрушающихся горных породах и керамиках выявило корреляцию между сейсмическим излучением, моделируемым акустической эмиссией, и высвобождением электрических ионов, сопровождающимся поверхностными токами на бортах трещин.

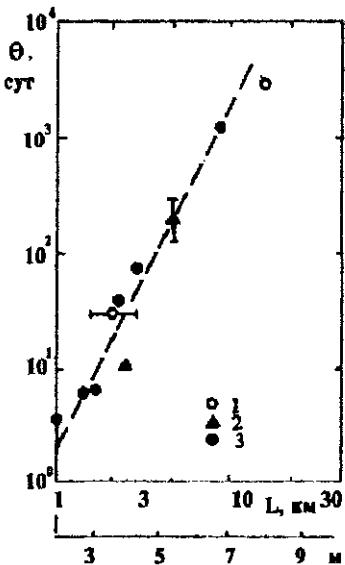


Рис. 7.15. Продолжительность предвестников и магнитуда землетрясения:  
1 - смещения коры; 2 - выделения радона; 3 - отношение сейсмоскоростей  $c_p/c_s$  [140]

Вода влияет на миграцию ионов, что приводит к дополнительным электроимпульсам при разрушении. Этот эффект приводит к "огням" землетрясений, которые видны в затемненной лаборатории. Последнее объясняет (наряду с ультразвуками) необычный испуг животных в темных земных полостях перед землетрясениями.

Форшоки и афтершоки возникают при нестационарном росте трещин с масштабом намного меньшим, чем разлом землетрясения. Поэтому форшоки и афтершоки говорят о создании

дилатационных трещин в зоне концентрации напряжений.

Афтершоки Паркфилдского землетрясения возникали в узкой зоне вдоль разлома, тогда как зона афтершоков землетрясения в Танго была чрезвычайно широкой.

Различия зон излучения форшоков и афтершоков можно объяснить следующим образом. Начальная дилатационная зона совпадает с зоной форшоков. Из-за локализации деформации число форшоков уменьшается. Главный удар землетрясения приводит к разгрузке вмещающих массивов с возникновением новых трещин, собственно и излучающих афтершоки.

С возникновением дилатансии связан экспоненциальный рост акустической эмиссии, тогда как дополнительные сигналы отвечают разным этапам дилатансии. Для проверки соответствия роя землетрясений и катастроического разрушения целесообразно изучить акустическую эмиссию при повышенных температурах. Акустическая эмиссия, которую понимают как излучение сейсмических волн в малом масштабе, начинается при достижении напряжениями уровня максимального предварительного напряжения. Это так называемый эффект Кайзера. Впрочем, в зоне дилатансии эффект Кайзера не действует [185].

#### 7.3.4. РАСШИРЕНИЕ ЗОН ПОВРЕЖДЕННОСТИ

Были проведены измерения расширения зон афтершоков. Они привели к скоростям от 30 до 100 км/сут. После подземного камуфлетного ядерного взрыва Бенхама зона афтершоков распространялась со скоростью от 2 до 3 км/сут. Это движение иногда связывают с волной поровой воды в системе трещин.

Такую точку зрения подтверждает модель диффузии порового давления (пьезопроводности), которая соответствует корреляции продолжительности  $\Theta$  предвестников землетрясений и масштаба  $A$  зоны афтершоков (табл. 7.2). Как нетрудно видеть,  $\kappa \Theta = A^2$ , если коэффициент пьезопроводности  $\kappa = 6 \times 10^4 \text{ см}^2/\text{с}$ .

Однако для диффузионного процесса типичны непрерывные изменения, и начало разрушения остается неопределенным (если диффузия линейна).

Миграция гипоцентров роя землетрясений Мацуширо опре-

деленно была связана с подъемом воды [205]. Однако деформация порового пространства контролируется тектоническим процессом, а проникание воды происходит в иных условиях, нежели постоянство литостатического давления, которое обычно для процесса пьезопроводности (раздел 3.1).

Продолжительность предвестника  $\Theta$  и масштаб  $A$  зоны очагов афтершоков зависят от магнитуды землетрясений, но амплитуда сейсмической аномалии имеет один и тот же порядок при самых разных магнитудах. Это означает, что рост магнитуды ведет к росту объема "подготовки" к разрушению, тогда как уровни дилатансии и прочности геоматериалов примерно одинаковы для всей коры.

Геодезическими измерениями установлено, что свободная поверхность (и уровень океана) поднимается над гипоцентром землетрясения. Этот подъем согласуется с дилатантными изменениями объема горных массивов. Обратная осадка свободной поверхности Земли после землетрясения согласуется со скоростями в теории консолидации грунтов (если  $\kappa \approx 10^4 \text{ см}^2/\text{с}$ ).

Имеется еще один типично диффузионный процесс. Он связан с передачей тектонического нагружения. Тектонические усилия могут передаваться вдоль контакта литосферы и астеносферы согласно теории Эльзассера [168] миграции напряжений (раздел 7.4). Оценка для Курильских землетрясений приводит к характерному значению  $\kappa_f = H_1 H_2 E / \mu \approx 10^6 \text{ см}^2/\text{с}$ , что в 100 раз превосходит коэффициент пьезопроводности [91]. Здесь  $H_1, H_2$  - мощности литосферы и астеносферы ( $\approx 100$  км каждая),  $E$  - модуль Юнга литосферы ( $10^{11}$  дин/см<sup>2</sup>), а  $\mu$  - вязкость ( $10^{19}$  Пз).

Передача тектонических напряжений может определенно отклоняться и от диффузионной схемы. Так, скорость распространения афтершоковой активности при землетрясении Токачи-Оки (1968) имела порядок 100 км/сут [83]. Эта скорость намного меньше сейсмических скоростей и может быть связана либо с фронтом некоторой нелинейной волны, либо с ростом индивидуальных трещин при остановках перед каждым новым ударом. Другими словами, афтершоковая активность может быть аналогична прерывистому скольжению, но распределенному в большем пространстве.

Афтершоковая активность обычна при неглубоких земле-

трясениях и затухает с расстоянием по логарифмическому закону. В случае мантийных землетрясений, когда очаги глубже 100 км, афтершоки редки, что согласуется с представлениями об истинной пластической (или ползучей) реологии геоматериалов, окружающих на таких глубинах субдуктируемые плиты.

Число ударов  $N$  связано с магнитудой  $M$  простым законом "повторяемости":

$$\ln N = a - b M, \quad (7.27)$$

который, по-видимому, отвечает распределению трещин. Чем длиннее трещина, тем больше  $M$ , но и больший объем разгружается с появлением этой трещины, а потому число трещин (и ударов) уменьшается.

Подобные рассуждения используют *de facto* представление о постоянстве притока энергии в земную кору и о примерном постоянстве прочности геоматериалов коры [91].

Тектонические силы охватывают громадные объемы земных массивов. В результате появляются весьма обширные области дилатационного предразрушения и с "предвестниками" землетрясений, в том числе в районах, весьма удаленных от очагов землетрясений. Например, гидравлический датчик (см. раздел 7.5.1) вполне может показать уменьшение и последующее возрастание [230] напряжений во вмещающем массиве (т.е. процессов нагрузки и разрузки, происходящих на значительных удалениях от очаговых зон). Такие изменения порового пространства, затухающие с эпицентральным расстоянием, иногда отражаются на течениях грунтовых вод.

Нужно заметить, что уровень грунтовых вод повторяет твердотельные приливы Земли, за чем можно проследить, если исключить возмущения, привносимые вариациями атмосферного давления. В регионах сейсмической активности можно измерять также колебания напоров и продуктивности в скважинах, которые определенно соответствуют "подготовке" горных массивов к землетрясению, причем все это происходит на фоне эффектов от земных приливов [115]. Водонапорные пласти сами выполняют работу гидравлических датчиков (см. 4.4.2).

Изменения напоров и дебитов могут иметь разный знак, который зависит от местоположения точки наблюдения относительно разлома землетрясения.

Изменения флюидорежима сейсмической активности или

внедрения воды в газовое месторождение (например, Газли в Средней Азии) могут приводить к землетрясениям [85].

В Денвере сейсмическая эмиссия отмечалась при нагнетании сточных вод в горный массив [179]. Соответственно была сформулирована идея возможности управления землетрясением с помощью порового давления. Интенсивные отборы газа и нефти могут изменять тектоническую ситуацию во вмещающем массиве и приводить к землетрясениям даже без перераспределения масс воды [174].

Дилатансионные зоны могут появиться не только у вершин разломов, но также на краях разломов в ходе явлений прерывистого скольжения. Это представление соответствует предразрушению при срезании шероховатостей.

Было показано, что рост порового давления позволяет исключить явление прерывистого скольжения. Прерывистое скольжение ассоциируется с акустической эмиссией, ростом интервалов стоп-фаз (соответствующих дроблению сплошного материала бортов разломов) и постоянной акустической эмиссией на интервалах устойчивого скольжения (после среза шероховатости). Водонасыщение пород ослабляет акустическую эмиссию.

### 7.3.5. МОНИТОРИНГ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Коэффициент затухания сейсмических волн также может быть использован как возможный предвестник землетрясений в зонах дилатансии. Для этого надо сравнить значения энергии землетрясения  $E_s$ , измеряемые на разных сейсмических станциях в сейсмоактивных регионах [76].

Отечественная классификация землетрясений основана на значении класса  $K$  (вместо магнитуды  $M$ ), такого что

$$K \approx B_s \lg E_s \approx B_s \lg A, \quad (7.28)$$

где  $A$  - амплитуда смещения в волне.

Приближенно

$$A_i \approx A_0 \exp\{-b_i(x_i - x_0)\}, \quad (7.29)$$

где  $A_0$  - начальное значение  $A$ ;  $b_i$  - коэффициент затухания;

$x_i - x_0$  - расстояние, пройденное волной вдоль сейсмического луча от гипоцентра землетрясения до  $i$ -ой сейсмической станции.

Теперь видно, что разность значений  $K$

$$\Delta_i K = K_i - K_j \approx D_i - D_j \quad (7.30)$$

показывает изменения кумулятивной диссипации сейсмической энергии вдоль  $i$ -ого и  $j$ -ого сейсмического луча:

$$D_i = b_i (x_i - x_0). \quad (7.31)$$

Соответственно для определения энергетического показателя  $K$  (или  $M$ ) на каждой станции может быть использована действующая сеть сейсмических станций.

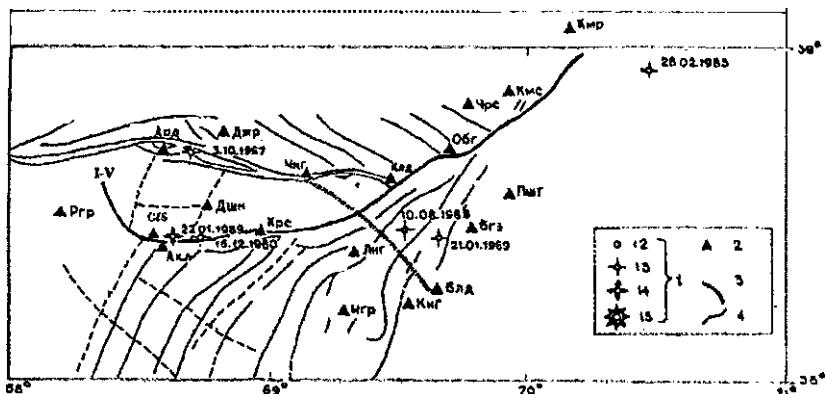


Рис. 7.16. Карта региона Душанбе-Вахш[76]:

1 - эпицентры и даты землетрясений ( $K \geq 12$ ); 2 - сейсмические станции с их символами; 3 - линеамент Файзабад-Муминабад; 4 - другие разломы (I - V - Ильяк-Вахшский разлом)

Следующий шаг - это определить разности (7.30) для набора всех пар станций.

На графиках временного хода разностей  $K$  выделяются аномалии (порядка тройного отклонения от среднеквадратичного уровня), что и приводит к возможности прогноза землетрясений. Например, для региона Душанбе-Вахш (рис. 7.16) используют такую формулу:

$$K = 1.8 \lg(A_p + A_s) + 2.1 \lg t_{s-p} + 0.7. \quad (7.32)$$

Поэтому разница (7.14) принимает вид

$$\Delta_q K = 1.8 \lg \frac{(A_p + A_s)_i}{(A_p + A_s)_j} - 2.1 \lg \frac{(t_{s-p})_i}{(t_{s-p})_j}, \quad (7.33)$$

где  $A_p, A_s$  - амплитуды Р- и S-волн;  $t_{s-p}$  - разница времен прихода тех же волн (на станции  $i$  и  $j$ ).

Заметим, что выражение (7.33) может иметь как положительный, так и отрицательный знаки, так как  $(A_p + A_s)$  уменьшается, но  $t_{s-p}$  растет с расстоянием пробега волн.

### 7.3.6. ПРОГНОЗ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ ДЛЯ ПАМИРА

Система 22 сейсмических станций, действовавшая в регионе Душанбе - Вахш, представлена на рис. 7.16.

Удобно зафиксировать одну базовую станцию и подсчитать разницу  $K$  для всех остальных относительно первой. Дальнейшие данные осреднены с интервалами в один месяц. Если базовая станция близка к будущему землетрясению, то видна аномалия.

На рис. 7.17 приведены данные  $\Delta_q K$  для КМР как базовой станции. Использовались сейсмограммы событий с  $K \geq 7.6$ . Видно, что аномалия (минимум) имеет место за 2 - 3 месяца до землетрясения Джиргаталь (26 октября 1984 г.). Последняя часть рис. 7.17 соответствует данным, осредненным по  $K$ -разницам для всех станций по отношению к КМР как базовой.

Использование станции КМС как базовой (для событий с  $K \geq 7.6$ ) приводит к аналогичному результату (но не к какой-либо другой станции в качестве базовой).

Это означает, что зона дилатационной подготовки находилась вблизи станций КМР и КМС. Землетрясение 26 октября 1984 года ( $71,2^\circ$  E,  $39,2^\circ$  N) относится к тому же сектору рассматриваемого региона.

Аналогичный результат был получен для более раннего землетрясения в Гарме (26.02.1983,  $K = 13.6$ ) в том же секторе (рис. 7.17).

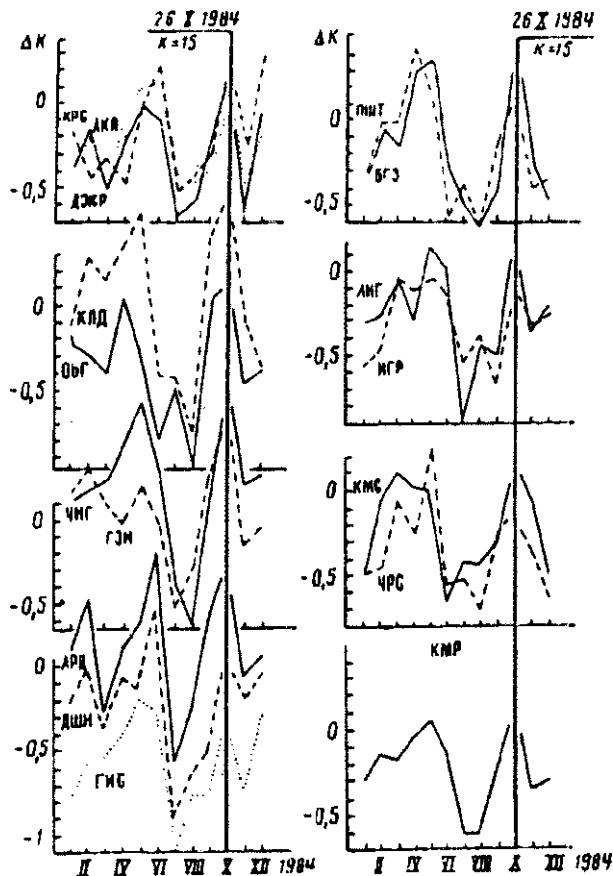


Рис. 7.17. Разница  $K$  для базовой станции КМР и других перед землетрясением Джиргаталь [76] (последний график осреднен по всем станциям; вертикальная линия соответствует землетрясению)

Флексурно-разломный линеамент Файзабад - Муминабад, показанный на рис. 7.16, был выявлен по космическим съемкам. Станции дают вблизи него менее изменчивые  $K$ -данные, может быть потому, что кора здесь упрочнена предыдущими тектоническими процессами вдоль линеамента.

Результаты для Гиссарского землетрясения 22 января 1989 г.

(рис. 7.18) также показывают, что может быть и аномалия  $K$ -разниц другого знака (максимум перед ударом).

Следует заметить, что здесь использовались коровьи землетрясения в качестве источников для сеймического прозвучивания, но вполне возможно пользоваться землетрясениями с гипоцентрами в мантии Гиндукуша.

Для прозвучивания сейсмоактивных областей можно применять взрывы.

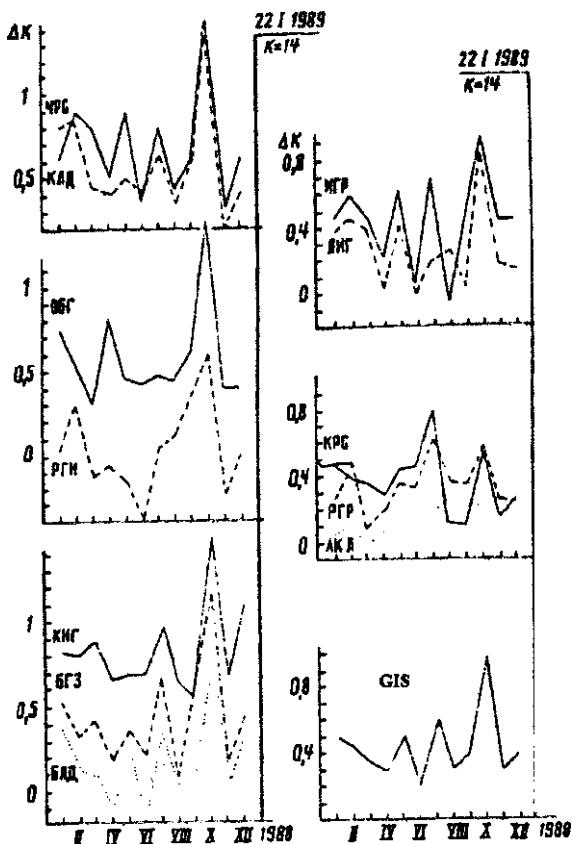


Рис. 7.18.  $K$ -разности для GIS как базовой станции и других перед землетрясением Гиссар. Последний график соответствует осреднению по всем станциям [76]

## 7.4. Крупномасштабные тектонические волны

### 7.4.1. ТЕКТОНИЧЕСКАЯ ДИФФУЗИЯ НАПРЯЖЕНИЙ

Долговременные наблюдения за сейсмоскоростными аномалиями показывают, что они могут периодически меняться в зонах, примыкающих к гигантским литосферным разломам, хотя эта периодичность не всегда связана с землетрясениями.

Было обнаружено, что сейсмоскоростные аномалии могут возбуждаться как бы волнами. Например, в районе Гарма (Памир - Гиндукуш) подобная волна имеет скорость, равную 7 - 33 км/год, и период  $T \approx 3$  года, согласующийся с числом землетрясений [67].

Эти волны играют роль и триггера для разломов, которые "готовы" к дальнейшему росту.

Теория тектонической диффузии напряжений Эльзассера, отмечавшаяся ранее, хорошо описывает распространение зоны афтершоков, но неадекватна периодическим эффектам.

По Эльзассеру тектонические изменения соответствуют балансу сил взаимодействия литосферы и астеносферы [168].

Осреднение напряжений поперек литосферы приводит к балансу сил в плоском одномерном случае:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} = \frac{1}{H_1} \sigma_{xx}(H_1, t), \quad (7.34)$$

где  $H_1$  - толщина литосферы;  $\sigma_{xx}$  - тангенциальная сила, действующая на нижнюю границу литосферы.

Смещения литосферы  $u(x, t)$  определяются осредненным модулем Юнга  $E$  и средним поперечным напряжением

$$\sigma_{xx} = E \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (7.35)$$

То же смещение входит в граничное значение скорости смещения, фигурирующее в законе ползучести астеносферы:

$$\sigma_{xx} = \frac{\mu}{H_2} \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (7.36)$$

Здесь  $\mu$  - вязкость астеносферы;  $H_2$  - толщина астеносферы, ниже которой геоматериал неподвижен.

Комбинирование уравнений (7.34) - (7.36) приводит к результирующему уравнению диффузии напряжений

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa_E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad \kappa_E = \frac{E}{\mu} H_1 H_2, \quad (7.37)$$

где  $\mu / E = \theta$  - время релаксации, равное примерно 3 годам, а  $H_1 \approx H_2 \approx 100$  км, т.е.  $\kappa_E \approx 3000$  км<sup>2</sup>/год.

#### 7.4.2. ТЕКТОНИЧЕСКИЕ УЕДИНЕННЫЕ ВОЛНЫ

Рассмотрим [199] вязкое астеносферное течение, которое считается несжимаемым, т.е.

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (7.38)$$

где  $v = \partial u / \partial t$  - горизонтальная скорость;  $w$  - ее вертикальная компонента, которая отлична от нуля, если  $\partial v / \partial x \neq 0$ .

Таким образом, вертикальное смещение  $\eta$  на контакте ( $z = H_1$ ) астеносферы с литосферой будет отлично от нуля:

$$w(x, H_1, t) = \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad \eta = \eta(x, t). \quad (7.39)$$

Поэтому в теорию Эльзассера надо ввести изгиб литосферы. Представим поле скоростей в астеносфере в следующем виде (рис. 7.19):

$$v = \left( v_0 + \frac{\partial u}{\partial t} \right) \frac{z}{H_2} + \left( B_0 + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) \left( \frac{z}{H_2} \right)^2 - \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) \left( \frac{z}{H_2} \right). \quad (7.40)$$

Уравнение несжимаемости (7.38) проинтегрируем поперек астеносферы, нижняя граница которой предполагается жесткой и непроницаемой.

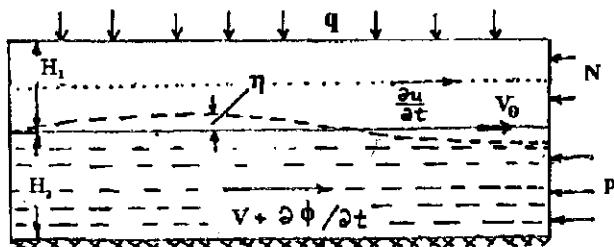


Рис. 7.19. Схема контактного взаимодействия при изгибе литосферной плиты на вязком астеносферном потоке

Таким образом получим

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{H_2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} - \frac{H_2}{6} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial t} = 0. \quad (7.41)$$

Баланс сил в таком потоке

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 2\mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (7.42)$$

Позволяет определить среднее давление  $\langle p \rangle$ , действующее в поперечном сечении:

$$H_2 \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x} = \frac{2\mu}{H_2} \left( B_0 + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right). \quad (7.43)$$

Литосферу можно считать тонкой пластиной, на которую действуют сжимающая сила

$$N = \frac{EH_1}{1 - \nu^2} \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (7.44)$$

изгибающий момент (см. раздел 7.1.5)

$$N = \frac{EH_1^3}{12(1-\nu^2)} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}, \quad (7.45)$$

собственный вес  $q = \gamma(H + \eta)$ , сила сдвига  $\tau(h)$ , и нормальное давление  $p(h) \approx \langle p \rangle$  со стороны астеносферы. Здесь  $\nu$  - коэффициент Пуассона.

Баланс всех изгибающих моментов означает, что

$$\langle p \rangle = q + \frac{EH_1^3}{12(1-\nu^2)} \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} + \frac{\partial}{\partial x} \left( N \frac{\partial \eta}{\partial x} \right). \quad (7.46)$$

Эти уравнения определяют вертикальные смещения литосферы

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{E} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{H_1^3}{12(1-\nu^2)} \frac{\partial^5 \eta}{\partial x^5} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{N}{E} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) = \\ = \frac{2\theta}{H_2} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + B_0 \right), \end{aligned} \quad (7.47)$$

где  $\theta = \mu / E$  - время релаксации системы "литосфера+астеносфера".

Уравнение для смещений литосферы в ее собственной плоскости

$$\begin{aligned} \frac{1}{1-\nu^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\theta}{H_1 H_2} \left( \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) + \\ + \frac{\theta}{H_1} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t} - \frac{\theta}{H_1 H_2} (v_0 + B_0) \end{aligned} \quad (7.48)$$

оказывается обобщением уравнения Эльзассера (7.21), поскольку оно учитывает вертикальное смещение ( $\eta \neq 0$ ) и ассоциированные перетоки в астеносфере ( $\Phi \neq 0$ ). Последнее слагаемое соответствует непрерывному воздействию со стороны дрейфа континентов.

Модуль Юнга "гранитной" литосферы  $E$  меняется от значения  $5 \times 10^{10}$  Па до  $5 \times 10^9$  Па согласно измерениям в квази-

статических условиях с учетом роста дилатационных трещин. Вот почему это значение взято в 10 раз меньшим, чем это следует из измерений скоростей Р-волн. Диапазон вязкостей астеносферы составляет  $10^{11} \leq \mu \leq 10^{12}$  Па, и  $2 \leq \theta \leq 200$  (лет). Здесь обсуждаются движения, для которых  $u \approx \Phi \approx 0.1$  (м),  $v_0 \approx B_0 \approx 0.1$  (м/год) и  $H_1 \approx H_2 \approx 10^5$  м.

Гравитационным эффектом будем пренебрегать. Вслед за М.Смолуховским, будем пренебрегать и нелинейным эффектом выпучивания (третим слагаемым левой части) в уравнении (7.31).

Тектонические волны могут распространяться постольку, поскольку имеется приток энергии из стационарных астеносферных потоков.

После исключения переменной  $\Phi$  можно получить следующие два уравнения ( $v^2 \ll 1$ ) в движущейся системе координат :

$$\frac{d^2 u}{d \xi^2} + \frac{\beta}{H_1} \frac{du}{d \xi} = \frac{\beta(v_0 + B_0)}{4UH_1} - \frac{\beta H_2}{4H_1} \frac{d^2 \eta}{d \xi^2} - \frac{6(\eta - \eta_0)}{4H_1 H_2} = F(\xi); \quad (7.49)$$

$$\frac{H_1^3}{12} \frac{d^5 \eta}{d \xi^5} + \frac{\beta}{2} \left( \frac{3}{H_2} \frac{du}{d \xi} + \frac{6(\eta - \eta_0)}{H_2} \right) = \frac{\beta}{2H_2} \frac{B_0}{U}, \quad (7.50)$$

причем  $\xi = x - Ut$ ,  $\beta = 4\theta U/H_2$ . Уравнение (7.49) можно далее преобразовать к виду —

$$\frac{du}{d \xi} = \exp \left( -\beta \frac{\xi}{H_1} \right) \int_0^\xi F(\xi) \exp \left( \beta \frac{\xi}{H_1} \right) d\xi + \left( \frac{du}{d \xi} \right)_0 \exp \left( -\beta \frac{\xi}{H_1} \right), \quad (7.51)$$

а выбор скорости тектонической волны

$$U = \frac{H_2}{\eta_0} (3\nu_0 - B_0) \quad (7.52)$$

позволяет далее преобразовать (7.50) к результирующему уравнению, определяющему форму уединенной волны:

$$\begin{aligned} & \left( \beta + \frac{d}{d\zeta} \right) \left( \frac{1}{12} \frac{d^5 \eta}{d\zeta^5} + 3\beta \frac{H_1^2}{H_2^2} \eta \right) = \\ & = \frac{3}{2} \beta \frac{H_1}{H_2} \left( \frac{\beta}{4} \frac{H_2}{H_1} \frac{d^2 \eta}{d\zeta^2} + \frac{3}{2} \beta \frac{H_1}{H_2} \eta \right). \end{aligned} \quad (7.53)$$

Для оценок можно положить в качестве отсчетного смещения  $\eta_0 \approx 0.1$  м. Тогда скорость тектонической волны имеет порядок 300 км/год или менее, если  $B_0 \neq 0$ . Деформация отсчета  $(du/d\zeta)_0$  имеет порядок  $10^{-5} \div 10^{-6}$ , а длина тектонической волны  $\lambda \approx U\theta \approx 300$  км и уменьшается вместе с астеносферной вязкостью.

Однако эффект выпучивания для таких волн может быть важным, и тем самым результирующее уравнение (7.53) будет включать нелинейный член, потенциально соответствующий волнам - солитонам.

#### 7.4.3. ГЛОБАЛЬНАЯ ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ ПЕРИОДИЧНОСТЬ

Прямые свидетельства существования тектонических уединенных волн были выявлены по данным сейсмического мониторинга ядерных взрывов в США и СССР (1964 - 1984 гг.).

Было обнаружено, что время прихода P-волн и S-волн с полигонов в Неваде и Семипалатинске ко всем сейсмическим станциям имеет периодическую составляющую  $\delta t$ , примерно равную 3, 6 и 11 годам. Более того, амплитуды волн (рис. 7.20) или, вернее, отношения амплитуд волн одного и того же взрыва, независимы от мощности взрыва, но обладают теми же самыми временными изменениями [69].

Объяснение такого феномена связано с реакцией пор и тре-

щин литосферы и астеносферы на тектонические напряжения, мигрирующие в форме медленных волн. При этом сжатие увеличивает сейсмические скорости, но изменения диссипации P- и S-волн неодинаковы. Поэтому и наблюдаются временные изменения отношений амплитуд.

Временные отклонения от среднего значения, как и амплитуды, согласуются с числами Вольфа - мерой солнечной активности.

Независимость этих явлений от расстояний, пройденных сейсмическими волнами, означает, что соответствующая миграция тектонических напряжений также имеет волновой характер. Отсутствие диссипации подобных тектонических волн объясняется передачей энергии дрейфа континентов, т.е. стационарных астеносферных течений.

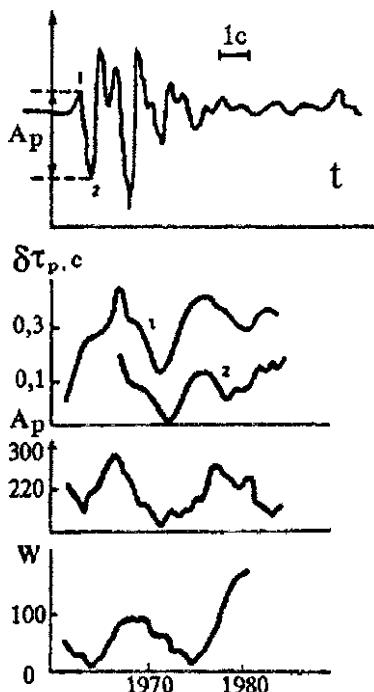


Рис. 7.20. Сейсмограмма P-волны ядерного взрыва на полигоне в Неваде, заполненная станцией в Боровом (Казахстан) [3]

Е.И. Люкэ и др. [70] исследовали все доступные данные мониторинга ядерных подземных взрывов в Северном полушарии.

Они обнаружили фронт волны тектонического сжатия с периодом  $T \approx 6$  годам, движущийся в северо-западном направлении с северной компонентой скорости  $v_N \approx 300$  км (рис. 7.21). Это означает, что тектонические волны имеют длины, определено большие, чем мощность литосфера.

Более того, спутник SEASAT обнаружил систему компланарных линейных гравитационных аномалий в южной части Тихого океана (Хаксби В. Ф., Вессель Дж. К., 1986), нормально ориентированных также на северо-запад. Можно думать, что это сами тектонические волны, неподвижные во временном масштабе спутниковых измерений.

Однако на вопрос о происхождении этих волн нужно дать ответ. Что же приводит к подобным вынужденным колебаниям литосферы?

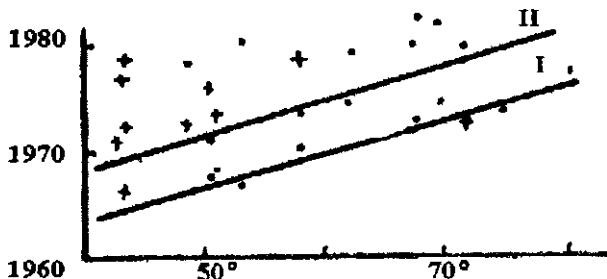


Рис. 7.21. Последовательность двух фронтов тектонических волн, выявленная по максимумам времени пробега и амплитудам сейсмических волн, излученных ядерными взрывами [70]

Следует вспомнить, что система географических координат (топография Земли) жестко связана с самой литосферой, но мгновенная ось собственного вращения Земли соответствует ее главной массе (т.е. мезосфере).

Было обнаружено, что ось вращения блуждает вокруг полюса Земли с циклом в 439 дней (Чандлсрово блуждание). Путь блужданий достаточно странный, но ось возвращается в ту же самую точку каждые 6 лет, что может быть вызвано силовым взаимодействием в системе Солнце+Земля+Луна [1].

Обычное объяснение связано с нутацией Земли, на которую может влиять подвижность ядра Земли.

В результате литосфера также подвергается Чандлеровым блужданиям, а волны тектонического сжатия генерируются при ее взаимодействии с астеносферой.

Обратный эффект (тектонических землетрясений на Чандлерово блуждание) также известен. 6-летняя периодичность, как было обнаружено, модулирует тщательно измеренные осцилляции гравитационных полей [236].

Периодичность в 10-12 лет была также обнаружена при со-поставлении серии временных записей сейсмических волн, которые пробежали расстояние в 90 градусов от полигона в Неваде до сейсмической станции Боровое, как и расстояние в 6 градусов от полигона в Семипалатинске [3].

Следует заметить, что 11- и 22-летние периоды колебаний твердой Земли не могут возникать под прямым воздействием солнечных лучей, поскольку атмосфера (которая и воспринимает их действие на Земле) недостаточна по массе, чтобы по-действовать на твердую Землю. В этой связи целесообразно рассмотрение таких усилителей, как муссоны, которые также имеют периоды 11 лет и 22 года, или изменения масс льда на Южном полюсе Земли.

Корреляция солнечной активности и всех геофизических полей была найдена для региона Тянь-Шаня [69], действия грязевых вулканов на Кавказе [124], уровней грунтовых вод [42] и геомагнитных полей.

#### 7.4.4. ЦИКЛЫ СУБДУКЦИОННОЙ СЕЙСМИЧНОСТИ

Большой разброс глубин очагов землетрясений в субдуктируемых плитах дает возможность обнаружить периодичность в распределении гипоцентров во времени и пространстве [75]. Подобные построения приводят к поразительному выводу о реальности ряда периодических процессов, "включающих" землетрясения.

Рассмотрим [75] Гиндукуш - регион межконтинентальной субдукции, где сталкиваются Евроазиатская и Индийская плиты. Здесь можно выделить два отдельных "этажа сейсмичности" (от 70 до 100 и от 200 до 250-км глубины), а относительная сейсмическая активность как бы противофазна (рис. 7.22).

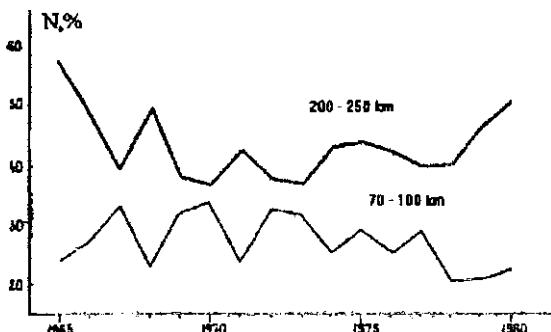


Рис. 7.22. Относительная сейсмичность (отношение чисел ударов) двух "этажей" в субдуктируемой плите под Гиндукушем

Это означает, что в интервале 135 км между этажами может поместиться  $(2n + 1)$  полуволны, если считать, что тектоническая волна является триггером для землетрясений. Наблюдаемый период составляет 3 года. Тогда длина волны 90 км соответствует скорости 30 км/год. Это как раз значение скорости волны дилатантных состояний, замеченной в районе Гарма на Памире [67]. Следовательно, под Гиндукушем сейсмоактивность может генерироваться той же самой тектонической волной, но теперь она мигрирует вниз, вдоль субдуктируемой плиты (см. также [83]).

Аналогичная сейсмичность характерна и для землетрясений в горизонтальной коре, разделенных интервалом в 10 км в регионе Душанбе - Вахша. Это означает, что тектоническая волна имеет разные знаки в поперечных сечениях литосфера, что соответствует изгибу литосферы.

Представление, что подобные явления соответствуют тектоническим напряжениям, подтверждается хорошо известной периодической изменчивостью сейсмических скоростей и затуханий под воздействием твердотельных земных приливов.

Более того, сейсмические волны в более глубоких слоях меняются сильнее, а это означает, что пульсирующие компоненты тектонических напряжений растут с глубиной в литосфере, причем волноводы земной коры играют роль глушителя колебаний.

Статистически значащие периодичности были обнаружены для множества землетрясений в разных регионах, но детерминированные периодические процессы очевидны в Гиндукуше.

Распределение гипоцентров землетрясений (с энергетическим классом  $K \geq 12$ ) внутри субдуктируемой плиты Гиндукуша выявляет асейсмичную полосу шириной 30 км. Разброс данных составляет около 10 км. Асейсмичная полоса лежит под волноводом. Наиболее важно наблюдение, что асейсмичное окно осциллирует в глубине с периодом 10-12 лет и амплитудой 30 км (рис. 7.23).

Одновременно число  $N$  (в год) всех мантийных ударов класса  $K \geq 10$  проявляет аналогичные осцилляции. Более того, подъем асейсмичной полосы соответствует минимуму солнечной активности и говорит о появлении дополнительной субдуктирующей силы. (Нижнее положение асейсмичной полосы соответствует максимуму литостатического веса.)

Этот факт не случаен. На другом краю Индийской плиты

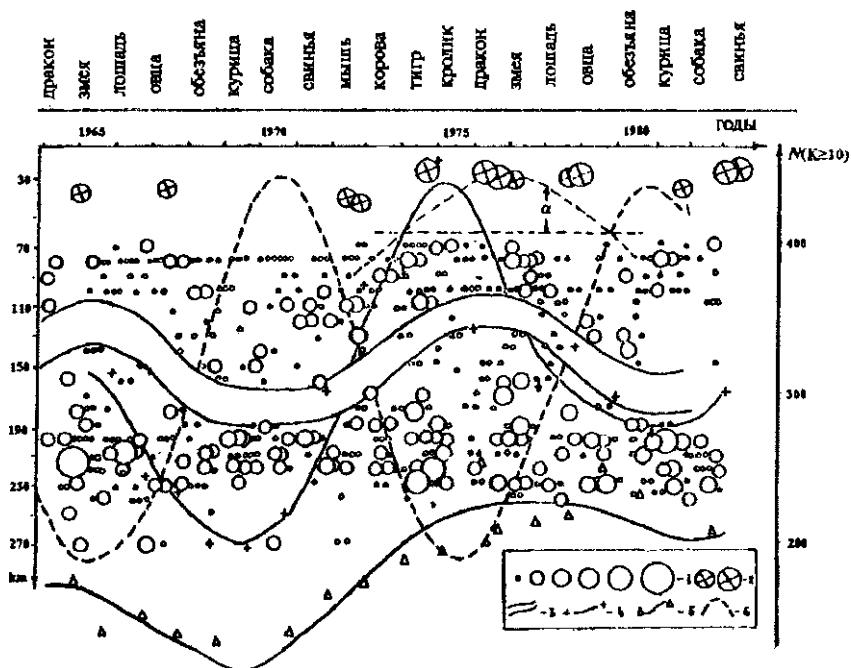


Рис. 7.23. Асейсмичная полоса в мантии под Гиндукушем в сопоставлении с анималистским календарем:

1 - магнитуда землетрясений; 2 - землетрясения коры; 3 - пропуск сейсмичности; 4 - число землетрясений мантии; 5 - число землетрясений коры; 6 - солнечная активность [75, 201]

под островной дугой Кермадек распределение гипоцентров землетрясений мантии с магнитудой  $M \geq 4.6$  также приводит к выводу о существовании асейсмичной полосы, но более широкой, на глубине 400 км. Виден тот же 11-летний период и противофазный ход относительно колебаний Гиндукуша (рис. 7.24).

Только в 1973 г. произошло нарушение регулярной периодичности, возможно из-за хорошо известного изменения знака ускорения собственного вращения Земли в том же году.

Аналогичные пропуски сейсмичности были обнаружены также для регионов Вранча и Памира, но число событий там намного меньше.

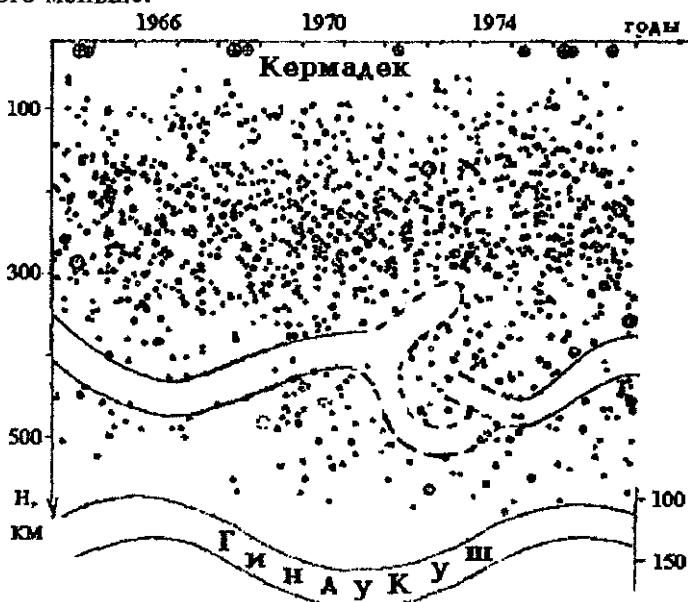


Рис. 7.24. Гипоцентры землетрясений под архипелагом Тонго-Кермадек и асейсмичная полоса Гиндукуша [75]

Циклы в 11-12 лет могут найти объяснение в осцилляциях Солнечной системы в целом, поскольку планета Юпитер имеет орбитальный период движения 11,7 года.

Если 11-летний период определен тектонической волной напряжений с амплитудой давления  $\Delta p$ , то последняя может

быть оценена с помощью амплитуды блужданий  $\Delta H$  асейсмического окна в глубинах субдуктируемой плиты.

Предположим, что эта асейсмичность объясняется потерей хрупкости из-за перехода к пластическому состоянию или фазовым переходом. Соответствующие глубины зависят от давления и температуры и могут определяться пересечением фазовой границы

$$p_* = A_* + B_*(T - T_0) \quad (7.54)$$

и геотермы

$$p_g = A_g + B_g(T - T_o). \quad (7.55)$$

Анализ [75] приводит к уравнению

$$\Delta H = -\frac{B_g}{B_g - B_*} \frac{\Delta p}{(\rho_l - \rho_a)g}, \quad (7.56)$$

которое дает значения  $\Delta p \approx 0.1$  ГПа или 0,01 ГПа, обычные для современной геодинамики. Здесь  $\rho_l, \rho_a$  - плотности литосферы и вмещающей астеносферы, а  $g$  - ускорение силы тяжести.

Рассмотрим тщательно рис. 7.23. Рост субдуктирующей силы (при минимумах солнечной активности) соответствует подъему асейсмического окна, тектоническому сжатию, уменьшению порового пространства внутри разломов и подъему грунтовых вод.

Сравнение с хорошо известным анималистским календарем показывает [201], что подобное происходит в годы Дракона и Змеи. Наоборот, максимум солнечной активности соответствует засухе, завершаясь в год Мыши. Таким образом, календарь, изобретенный в Центральной Азии (вероятно, в горах Тянь-Шаня - прародине японского народа) имеет явную физическую мотивацию.

При анализе гидрологических данных трудно разделить атмосферные и тектонические эффекты. Однако иногда корреляции налицо. Например, существует пульсирующее озеро Чаны в Новосибирской области. В течение двух столетий его воды определенно повторяют солнечный период, но при этом был обнаружен дефицит водного баланса. Этот дефицит (символ  $d$  на рис. 7.23) имеет тот же период, хотя испарение и

все остальные поверхностные источники и стоки были учтены.

Таким образом, дефицит может быть связан с периодическими глубинными ресурсами. Водные ритмы могут быть также определены по специальным гидрологическим картам [42].

Мониторинг за химическим составом вод в скважинах, как и за выходом радионеводного газа, может быть использован для прогноза землетрясения. Их изменения модулируются 6-летней периодичностью (рис. 7.25), так же как и микрогравитационные измерения (рис. 7.26).

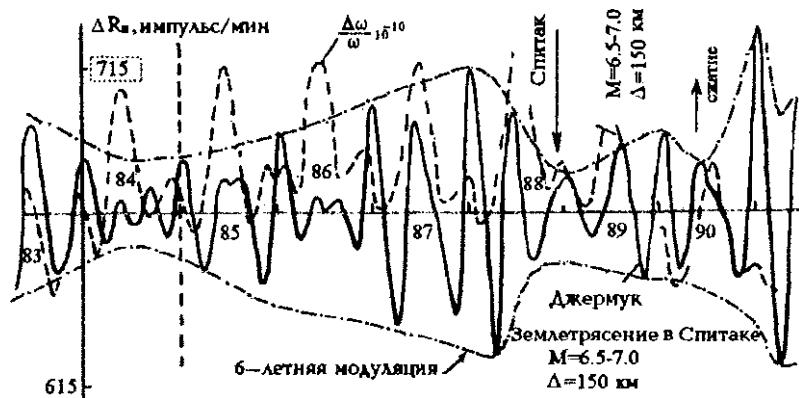


Рис. 7.25. Долговременный мониторинг радионеводного газа в Кавказском регионе и собственное вращение Земли (предоставлено В.П. Рудаковым [111])

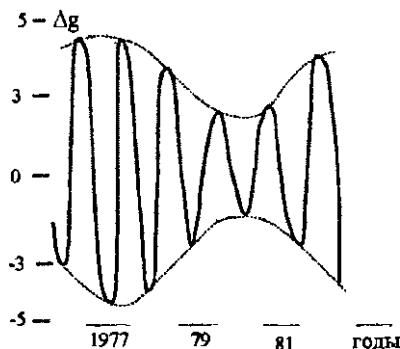


Рис. 7.26. Микрогравитационные изменения ( $\mu\text{g}$ ) [236] и их 6-летняя модуляция из-за Чандлеровских блужданий

Как следует из работ А.Л. Чижевского [134], солнечный цикл может влиять на весь живой мир, в том числе на биологию человека, как это было определено показано на основе статистических данных о болезнях и смертях до применения современных медицинских достижений.

## 7.5. Быстрая тектоника и наведенная сейсмичность

### 7.5.1. ЭМИССИЯ РАДОНА И ТЕКТОНИКА

Полевой метод измерения радона весьма чувствителен к временными тектоническим изменениям. Радон - радиоактивный газ, высвобождаемый из кристаллической решетки горной породы, который может аккумулироваться на адсорбционных слоях контакта воздух-вода или вода-нефть. Результаты измерений радона по профилю над нефтегазовым месторождением были приведены на рис. 6.26. Радоновые измерения показывают устойчивое увеличение радиоактивности (по  $\alpha$ -частицам) строго на внешней границе месторождения. Поскольку период полураспада радона относительно мал (3-4 дня), диффузия слишком медленна для объяснения явления в целом [165].

В этой связи можно думать, что концентрация подпочвенного радона обусловлена источниками, расположенными на уровне грунтовых вод.

Действительно, только это может разумно объяснить радоновый отклик на атмосферные изменения. Вычитание соответствующих атмосферных помех позволит получать данные, прекрасно согласующиеся с глубинными тектоническими событиями.

На рис. 7.27 представлена сводка всемирных данных о радоновых аномалиях в грунтовых водах перед землетрясениями различной магнитуды  $M$ . Как можно видеть, эти аномалии охватывают намного большие территории, чем зоны высвобождения упругой энергии. Уже отмечалось, амплитуды аномалий не зависят от эпицентрального расстояния<sup>14</sup> и предполагаются соответствующими тектоническим деформациям  $\approx 10^{-8}$  [178].

Другая важная черта радонового предвестника состоит в его временной зависимости от магнитуд.

Согласно [178], для интервала времени от 0,1 до 7 дней

$$\lg \theta = M - 2.16, \quad (7.57)$$

а после 7 дней

$$\lg \theta = 0.62M - 1, \quad (7.58)$$

если магнитуда была меньше 3.

Для более сильных землетрясений корреляций не было найдено.

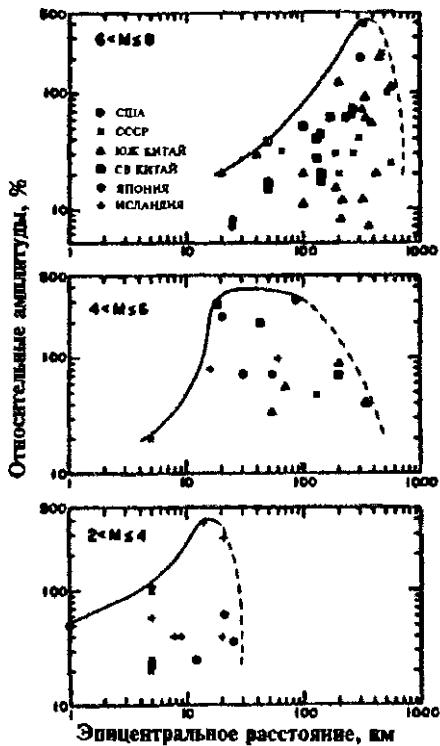


Рис. 7.27. Амплитуда аномалий радона в грунтовых водах (относительно фона) в функции от эпицентрических расстояний - по всем доступным данным [178]

Во всяком случае, изменения радона на свободной поверхности - это "мгновенная" реакция на глубинную подготовку землетрясения. Конечно, диффузия в водных потоках сквозь

стратифицированную земную толщу не может обеспечить столь высокую скорость переноса, какую проявляют радионовые газы.

Отсюда следует, что только изменения деформаций насыщенного геоматериала, заполняющего систему разломов, могут привести к столь быстрой реакции поверхностного радиона на глубинные тектонические события.

### 7.5.2. ВОЛНЫ БЫСТРЫХ ПРЕДВЕСТНИКОВ

Итак, если измеряющее устройство зафиксировано в пространстве, оно может показывать временные изменения из-за вертикального движения уровня грунтовых вод, вызванного сжатием тела разлома.

По данным измерений в Средней Азии В.П. Рудаков оценил скорость распространения радионового предвестника в 7 км/сут (рис. 7.28) [111].

Подобное может быть объяснено только взаимодействием порового давления и тектонических волн.

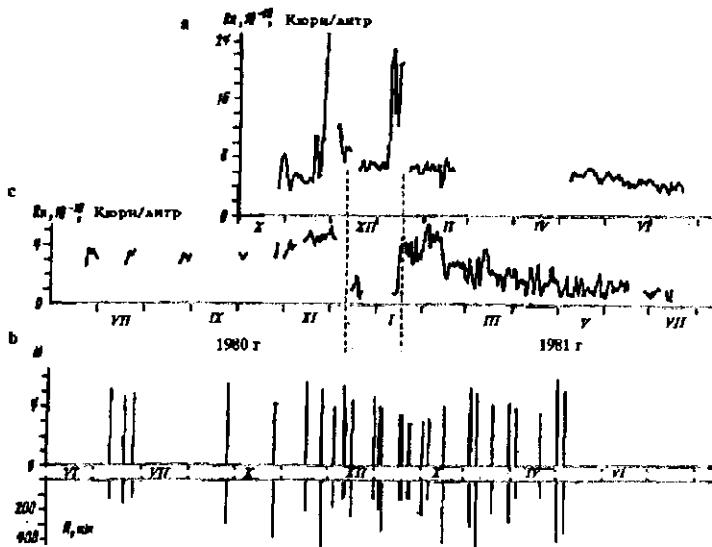


Рис. 7.28. Вариации радиона в грунтовых водах на станциях в Ганчи (а) и Ката-Айри (б), отстоящих на 50 км друг от друга, в сравнении с магнитудой землетрясений  $M$  и эпизентральным расстоянием  $R$  от Ката-Айри [111]

Другие данные о радоне показывают, что в периоды тектонического растяжения происходит уменьшение сейсмических скоростей и увеличение эмиссии радона; в случаях тектонического сжатия, однако, эмиссия радона меньше.

Динамика уровня концентрации радона коррелирует с изменениями скорости вращения Земли (см. рис. 7.25), твердотельными земными приливами и микрогравитационным полем (рис. 7.26).

Эмиссия радона на двух вулканах Камчатки (рис. 7.29) выявила очевидную корреляцию с приливами и дрожанием вулканов. Самы вибрации могут высвобождать радон; более того, интенсивность выхода зависит от частот.



Рис. 7.29. Дрожание вулканов и эмиссия радона (согласно данным В.П. Рудакова и Е.А. Ждановой)

Например, полевые эксперименты в Белоруссии показали, что высвобождение радона имеет максимум при вибрации с частотой 18 Гц и минимум при 16 Гц [85].

Снова мы имеем дело с эффектом доминантных частот.

Главный вывод этого обсуждения состоит в том, что элек-

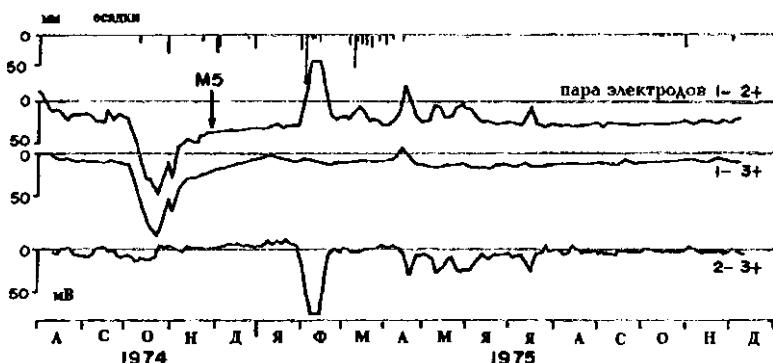


Рис. 7.30. Электрокинетические импульсы, измеряемые парой электродов при дожде и землетрясениях [158]

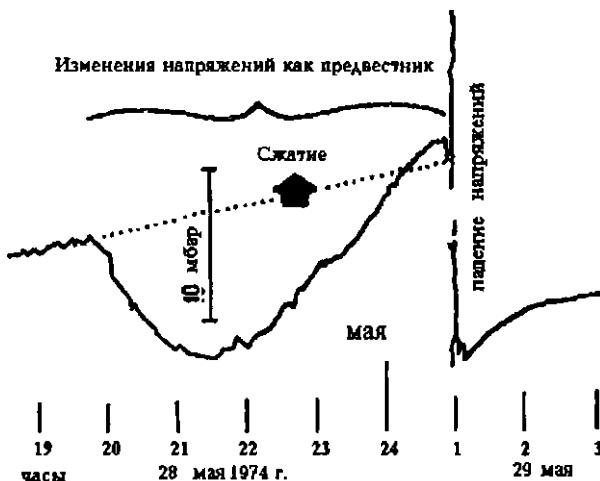


Рис. 7.31. Гидравлически измеряемые напряжения [230] при сжатии трещин перед землетрясением (предоставлено Х.С.Суолфором)

трокинетические импульсы, описанные в разделе 4.4 и проиллюстрированные на рис. 7.30, а также деформации ([230]; см. рис. 7.31) и измерения радона, равно как и флюктуации других геофизических полей (которые проявляются перед любым тектоническим событием, включая землетрясения), имеют общее начало.

Сигналы имеют разные формы - отдельных скачков или уединенных деформационных волн со скоростями от 10 до 100 км/сут. Подобные скорости намного меньше, чем скорости обычных P- и S-волн, но намного больше волновых скоростей, обсуждавшихся в разделе 7.4, и этому надо найти объяснение.

### 7.5.3. ВОЛНЫ ПОВОРОТОВ ВО ФРАГМЕНТИРОВАННЫХ МАССИВАХ

Вновь попытаемся воспользоваться моделью обобщенного континуума, развитой в разделе 5.4, которая включает среднескоростную динамику наряду с динамикой микроструктурной.

В двухмерном случае модель сводится к такой форме уравнения Син-Гордона :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = c_1^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1^2} + c_2^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1^2} - N(\Phi); \quad (7.59)$$

$$N(\Phi) = \frac{fR}{\rho_0 J} \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\Phi}{\Phi_m}\right), \quad (7.60)$$

если среднепоступательное движение отделяется [96]. Здесь  $f$  - восстанавливающая сила, векторно умноженная на радиус поворота ( $R \approx \sqrt{J}$ ). Векторное произведение в (7.60) определяет объемно-распределенный момент сил.

Вспомним теперь, что на практике регистрирующий датчик прикрепляется к достаточно большому блоку породы. При этом измеряются относительные смещения, которые можно представить в виде  $du \approx b d\Phi$  ( $b$  - база измерений).

Для интерпретации измерений важно, что если база  $b$  меньше размера  $R$  блоков, то смещение  $u \approx b\Phi$ ; если  $b > R$ , то относительное смещение будет  $b(\partial u / \partial x) \approx b^2 \partial \Phi / \partial x$ .

Если блок не отделен трещинами от вмещающей среды, то эти данные могут быть рассчитаны на основе непрерывных полей деформаций и справедлива обычная волновая динамика.

Вообще говоря, блок является элементом фрагментированного массива, а его повороты соответствуют микроструктурной динамике (5.111). В такой среде волновая скорость

$$c_l = \sqrt{\frac{A_l}{\rho_0 J}} = \frac{d_1}{d_2} \sqrt{\frac{G_l}{\rho}} = \sqrt{\frac{G_l}{\rho}}. \quad (7.61)$$

включает два внутренних линейных масштаба  $d_1$  и  $d_2$ , отношение которых позволяет ввести эффективную жесткость  $G_l$  и плотность  $\rho$  фрагментированного массива (вместо  $G_l$ ,  $\rho$  для сплошных пород) [40].

Это значение соответствует реальным скоростям волн во фрагментированных горных массивах. Оно значительно превосходит скорости деформационных волн, обсуждавшихся ранее.

Однако вполне возможна и стационарная волна, бегущая, например, вдоль оси  $x_1 = x$  с волновой скоростью  $U \neq c = c_l$ :

$$\zeta = x - Ut. \quad (7.62)$$

Тогда уравнение (7.59) имеет форму

$$\frac{d^2 \Phi}{d \zeta^2} = \frac{\sin \Phi}{1 - c_r^2}, \quad c_r = \frac{U}{c}, \quad U = \sqrt{\frac{\pi f R}{2 \Phi_m \rho_0 J}}, \quad (7.63)$$

где  $U$  оказывается свободным параметром.

Решение типа "ступенька" имеет вид

$$\Phi = 4 \operatorname{arctg} \left( \exp \pm \frac{x - Ut}{\sqrt{1 - U^2/c^2}} \right). \quad (7.64)$$

При этом скорость  $U$  зависит от энергии волны [131] и должна быть меньше, чем  $c$ . Это принципиальный результат.

Геодезические приборы и наблюдения за уровнем грунтовых вод в скважинах показывают ступенчатые изменения (рис. 7.32), соответствующие ступенчато-волновому решению (7.46).

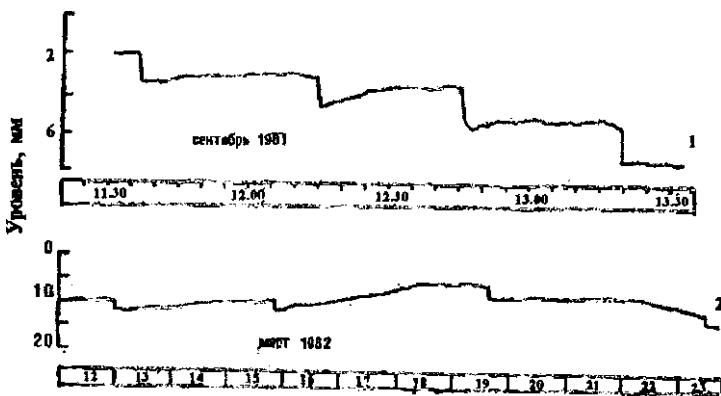


Рис. 7.32. Ступенчатые колебания уровня воды в скважинах вблизи Ашхабада : 1 - скважина Кым; 2 - скважина Ашт (предоставлено В.П. Барабановым)

Скорость действительно может иметь порядок 10 км/сут, как было найдено из измерений радона, или 1600-11000 км/год для триггерного возбуждения сильнейших землетрясений [83, 197].

Случай  $c_r > 1$  соответствует осцилирующему шту

$$\Phi = 2 \arcsin \left\{ \operatorname{sech} \left( \frac{x - Ut}{\sqrt{c_r^2 - 1}} \right) \right\}, \quad (7.65)$$

причем параметр переноса  $U$  имеет порядок сейсмической скорости.

Если справедливо автомодельное решение [68]

$$\eta = \xi \tau, \quad \xi = \frac{x}{\sqrt{c}} + t \sqrt{c}, \quad \tau = \frac{x}{\sqrt{c}} - t \sqrt{c}, \quad (7.66)$$

то (7.59) превращается в обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\eta \frac{d^2\Phi}{d\eta^2} + \frac{d\Phi}{d\eta} - \sin \Phi = 0. \quad (7.67)$$

Численные расчеты приведены в форме графика на рис. 7.33 в сравнении с модулирующими кривыми волновых колебаний в шахте при подземном взрыве.

Главное проявление нелинейности решения состоит в переносе разных фаз с разными скоростями, равными

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{tc^2}{\sqrt{\eta_i + c^2 t^2}}. \quad (7.68)$$

Таким образом, хвост волны движется медленнее, чем фронт, и волна расширяется. Только предел скорости (при  $t \rightarrow \infty$ ) совпадает с волновой скоростью  $c = \text{const}$ , когда волна

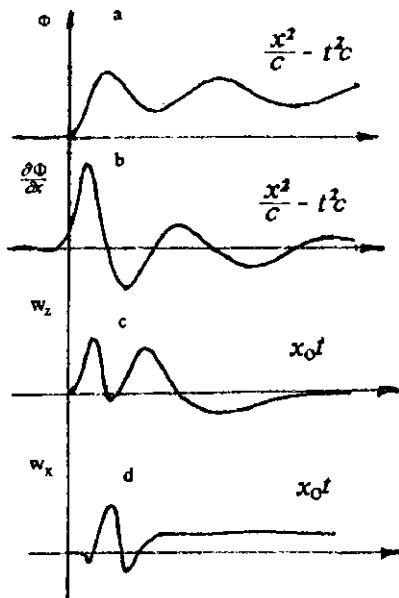


Рис. 7.33. Расчетная медленная деформационная волна (a, b) и модуляция сейсмических взрывных волн (c, d) в глубоких шахтах

становится обычной упруго-волновой. Такая волна наблюдалась С. Дараганом и Е. Люкэ (1972-1973 гг.) в форме низкочастотной части волн, генерируемых взрывами ТНТ в зоне трещиноватости предыдущего ядерного взрыва в массиве каменной соли. Первый экстремум имел фазовую скорость, равную 1100 м/с, второй - 5000 м/с, что необычно для линейной сейсмологии.

Таким образом подземные взрывы, как и землетрясения, могут приводить к интенсивным медленным волнам, которые затем могли бы играть главную триггерную роль для других сейсмических событий, т.е. для афтершоков, так же как и отмеченные выше крупномасштабные тектонические волны многолетней периодичности.

Было также замечено, что вибратор, работающий с меняющейся частотой (в интервале 15-25 Гц), смог возбудить деформационный волновой процесс с периодом 25-30 мин [85].

#### 7.5.4. НАВЕДЕННЫЕ ДЕФОРМАЦИИ И СЕЙСМИЧНОСТЬ

Во многих случаях именно деформационные импульсы важны для наведенной сейсмичности. Последняя связана с восстановлением подвижности разлома. Было показано, что сами сейсмические волны не могут этого делать на больших глубинах из-за растущей роли сухого трения, сцепляющего борта разлома. Однако более медленное перераспределение тектонических напряжений может привести к опасной неустойчивости.

Случай газового месторождения Лак [174] во Франции широко известен роями сейсмических событий (более 800 толчков до 1990 г.), что явно было связано с большими отборами газа. Первоначально сейсмичность носила диффузный характер и соответствовала большим глубинам. При этом поровое давление газовой залежи снизилось на 500 атм. В следующие годы сейсмичность определенно была связана с активизацией ранее существовавших тектонических разломов.

Другой случай - это три землетрясения в Газли (1976 и 1984 гг.) с магнитудами  $M=7.0$ ; 7.3; 7.2, причем активизировались тектонические разломы вблизи Бухары [85]. Перед этими событиями отмечался интенсивный подъем контакта "газ-вода".

Еще одна любопытная черта видна на рис. 7.34, где число

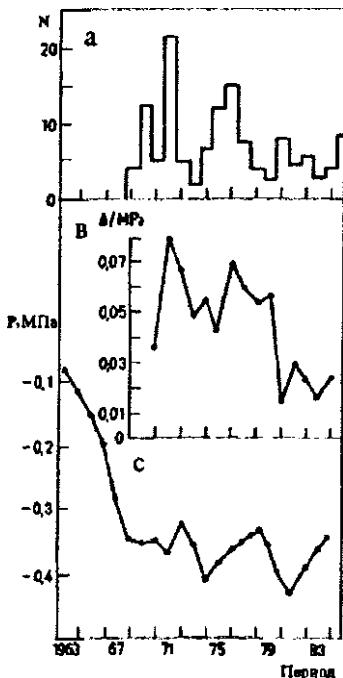


Рис. 7.34. Число землетрясений  $N$ , разница  $\Delta$  между пластовым и забойным давлениями, а также изменение пластового давления  $p$  во времени (согласно данным Л.М. Плотниковой и др. [85])

малых сейсмических толчков коррелируется со стабилизацией уровня порового давления после начального интенсивного истощения газовой залежи.

Таким образом, газовое месторождение Газли в 1967-1984 гг. работало в режиме заводнения (или даже закрытия пор) под действием внедряющихся закончурных вод (или тектонических сил). Соответствующее перераспределение геомасс послужило триггером для гигантской системы разломов Средней Азии, движение которой разрешилось Газлийскими землетрясениями.

Подвижность разломов возникала и при взрыве 200 т ТНТ, что было замечено в форме подвижек в глубокой шахте и также привело к землетрясению с магнитудой  $M = 4.8 - 5$ . Максимум смещений разлома составлял 6-8 см при усилии сдвига 10-30 МПа [123]. Землетрясение вызвало излучение сейсмических волн с энергией  $E_s = 10^{12}$  джоулей.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авсяюк Ю.Н. (1980). *Возможное объяснение процесса изменяемости широт (Чандлеровы качания планеты)*. - ДАН СССР, т. 254, № 4, 834-838.
2. Альтерович И.М., Никифоров В.М., Харахинов В.В. (1979). *Аномалии проводимости в земной коре о. Сахалин (по данным МТЗ)*. - ДАН СССР, т. 244, № 5, 1194-1198.
3. АН В.А., Люкэ Е.И., Пасечник И.П. (1985). *Вариации параметров сейсмических волн при просвечивании Земли на расстоянии 90°*. - ДАН СССР, т. 285, № 4, 836-840.
4. Артюшков Е.В. (1993). *Физическая тектоника*. - Москва : Наука, 455 с.
5. Афанасьев Е.Ф., Грдзелова К.Л., Плющев Д.В. (1987). *Об источниках генерации звука в насыщенных флюидом пористых средах*. - ДАН СССР, т. 293, № 3, 554-557.
6. Бабкин В.А., Левин В.М., Николаевский В.Н. (1992). *Течения жидкости и газа в пористых средах с учетом наявленной анизотропии*. - Известия АН, Механика жидкости и газа, № 3, 96-103.
7. Баренблatt Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. (1984). *Движение жидкостей и газов в пористых пластах*. - Москва : Недра, 207 с.
8. Бармин А.А., Гарагаш Д.И. (1994). *О течении смеси через пористую среду с учетом адсорбции на матрице*. - Известия АН, Механика жидкости и газа, № 4, 97-110.
9. Басниев К.С., Бедриковецкий П.Г. (1988). *Многофазное вытеснение смешивающихся жидкостей из пористых сред*. - Итоги науки и техники. Сер. Комплексные и специальные разделы механики, т. 3. Москва : ВИНИТИ, 81 - 162.
10. Басниев К.С., Коцина И.Н., Максимов В.М. (1993). *Подземная гидродинамика*. - Москва: Недра, 416 с.
11. Белоусов В.В. (1986). *Структурная геология*. - Издательство Московского университета, 243 с.
12. Береснев И.А., Митлин В.С., Николаевский В.Н. (1991). *Роль коэффициента нелинейности при возбуждении доминантных сейсмических частот*. - ДАН СССР, т. 317, № 5, 1103 - 1107.
13. Болт В.А. (1981). *Землетрясения. (Общедоступный очерк)*. - Москва: Мир, 256 с. (Пер. с англ.).

14. Бондарев Э.А., Николаевский В.Н. (1962). *Конвективная диффузия в пористых средах с учетом адсорбции.* - Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 5, 128-134.
15. Ботт М. (1974). *Внутреннее строение Земли.* - Москва: Мир (Пер. с англ.).
16. Бузинов С.Н., Пешкин М.А. (1977). *Зона перемешивания фильтрующихся газов в различных пористых средах.* - Известия АН СССР, Механика жидкости и газа, № 1, 142 - 145.
17. Буткович Т.Р. (1974). *Влияние воды в горных породах на эффекты подземных ядерных взрывов:* В сб. пер. "Подводные и подземные взрывы" - Москва : Мир, 259 - 287.
18. Быков В.Г., Николаевский В.Н. (1992). *Сейсмические волны в насыщенных пористых геоматериалах с вязкоупругой матрицей.* - ДАН СССР, т. 323, № 3, 446-451.
19. Быков В.Г., Николаевский В.Н. (1992). *Свободные газы астеносфера по сейсмическим данным.* - ДАН СССР, т. 323, № 2, 253-257.
20. Быков В.Г., Николаевский В.Н. (1993). Нелинейные волны в пористых насыщенных средах. - Докл. Акад. наук, т. 328, 35-38.
21. Бэр Я., Заславский Д., Ирмей С. (1971). *Физико-математические основы фильтрации воды.* - Москва: Мир, 452 с. (Пер. с англ.).
22. Ваньян Л.Л., Шиловский П.П. (1983). *Глубинная электропроводность океанов и континентов.* - Москва: Наука, 86 с.
23. Вегенер А. (1984). *Происхождение континентов и океанов.* - Ленинград: Наука, 285 с. (Пер. с нем.).
24. Вильчинская Н.А., Николаевский В.Н. (1984). *Акустическая эмиссия и спектр сейсмических сигналов.* - Известия АН СССР, Физика Земли, № 5, 91 - 100.
25. Гамбурцева Н.Г. , Люке Е.И. , Николаевский В.Н., Орешин С.И., Пасечник И.П., Перегонцева В.Е., Рубинштейн Х.Д. (1982). *Периодические вариации параметров сейсмических волн при просвечивании литосфера мощными взрывами.* - ДАН СССР, т. 266, № 6, 279-289.
26. Гарагаш И.А., Николаевский В.Н. (1989). *Неассоциированные законы течения и локализация пластической деформации.* - Успехи механики (Варшава), т. 12, № 1, 131-183.
27. Гарагаш И.А., Николаевский В.Н. (1990). *Механика возникновения кольцевых и блочных структур земной коры.* - ДАН СССР, т. 315, № 1, 62-65.

28. Гарагаш И.А., Николаевский В.Н. (1994). Условия предельного равновесия фрагментированных горных масс в макро- и микромасштабе. - ДАН, т. 338, вып. 5, 675-679.
29. Гарагаш И.А., Николаевский В.Н. , Степанова Г.С. (1992). Миграция и критерии аккумуляции углеводородов в системе тектонических разломов. - ДАН, т. 324, № 6, 1169-1174.
30. Гарагаш И.А., Николаевский В.Н., Шацлов В.И. (1994). Глубинные аномалии коровых напряжений в зоне подсоловых месторождений углеводородов Северного Прикаспия. - ДАН, т. 338, № 3, 383-386.
31. Гершензон Н.И., Гохберг М.Б., Моргунов В.А., Николаевский В.Н. (1987). Об источниках электромагнитного излучения, предваряющего сейсмические события. - Известия АН СССР, Физика Земли, № 2, 41-49.
32. Грачев А.Ф. (1987). Рифтовые зоны Земли. - Москва: Недра, 285 с.
33. Графутко С.Б., Дмитриев Н.М., Николаевский В.Н. (1993). Эффект наведенной анизотропии в окрестности продуктивной скважины. - Известия АН, Механика жидкости и газа, № 6, 67-72.
34. Губин И.Е., ред.(1986). Литосфера Тянь-Шаня. - Москва: Наука , 157 с.
35. Гулиев И.С., Павленкова Н.И., Раджабов М.М. (1988). Зона регионального разуплотнения в осадочном бассейне Южного Каспия. - Литология и минеральные ресурсы, № 5, 130-136.
36. Гутенберг Б. (1963). Физика земных недр. - Москва: Издательство иностранной литературы, 263 с. (Пер. с англ.)
37. Джегер Ч. (1975). Механика горных пород и инженерные сооружения. - Москва: Мир, 255 с. (Пер. с англ. ).
38. Динариев О.Ю. (1992). Движение жидкостей и газов в пористых средах с фрактальной геометрией. - Известия АН, Механика жидкости и газа. № 5, 101-109.
39. Динариев О.Ю., Николаевский В.Н. (1993). О неуставновившемся микроротационном режиме. - Прикл. матем. и мех., т. 57, № 5, 935-940.
40. Динариев О.Ю., Николаевский В.Н. (1993). Ползучесть горных пород как источник сейсмического шума. - ДАН, т. 331, 739-741.
41. Дрещер А., Йоселен де Йонг Ж. (1975). Проверка механической модели течения гранулированного материала методами

- фотоупругости.: Сб. пер. "Определяющие законы механики грунтов." - Москва: Мир, 144 - 165.
42. Дроздов О.А., Григорьева А.С. (1971). Многолетние циклические колебания атмосферных осадков на территории СССР. - Ленинград: Метеоиздат, 158 с.
43. Друккер Д., Прагер В. (1975). *Механика грунтов и пластический анализ или предельное проектирование.*: Сб. пер. "Определяющие законы механики грунтов" - Москва, Мир, 166 - 177.
44. Дунин С.З., Сироткин В.К. (1977). *Расширение газовой полости в хрупкой породе с учетом дилатационных свойств грунта.* - Журн. Прикл. мех. и техн. физики, № 4, 106-109.
45. Ентов В.М., Зазовский А.Ф. (1989). *Гидродинамика процессов повышения нефтеотдачи.* - Москва: Недра, 233 с.
46. Епифанов В.П. (1984). *Механика разрушения льда в зависимости от температуры и скорости нагружения.* - Известия АН СССР, Механика твердого тела, № 2, 188-196.
47. Желтов Ю.П. (1975). *Механика нефтегазового пласта.* - Москва: Недра, 216 с.
48. Желтов Ю.П., Золотарев П.П. (1962). *О фильтрации газов в трещиноватых породах.* - Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 5, 135-139.
49. Жиленков А.Г., Капустянский С.М., Николаевский В.Н. (1989). *Действие сильной волны на сферическую пору в дилатирующем материале.* В сб. "Математическое моделирование задач механики сплошной среды" - Москва: Энергоатомиздат, 17 - 24.
50. Жиленков А.Г., Капустянский С.М., Николаевский В.Н. (1994). *Деформации скважин в поле разрушающих горизонтальных напряжений.* - Известия АН, Физика Земли, № 7/8, 142 - 147.
51. Жиленков А.Г., Капустянский С.М., Николаевский В.Н. (1995). *Разрушения глубокой скважины при искривлении ее ствола.* - ДАН, т. 341, № 2, 255 - 258.
52. Заякин В.Н. (1981). *Исследование сейсмического действия короткозамедленных взрывов.* - Ереван: Изд. Арм. ССР, 82 с.
53. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. (1966). *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений.* - Москва: Наука, 686 с.
54. Истомин В.А. , Якушев В.С. (1992). *Газогидраты в природных условиях.* - Москва: Недра, 236 с.

55. Капустянский С.М. (1985). Упругопластическая дилатационная модель анизотропных сред. - Известия АН СССР, Физика Земли, № 8, 50-59.
56. Капустянский С.М., Николаевский В.Н. (1985). Параметры упругопластической дилатационной модели для геоматериалов. - Журн. прикл. мех. и техн. физики, № 6, 145 - 150.
57. Каракин А.В., Лобковский Л.И., Николаевский В.Н. (1982). Образование серпентинитового слоя океанской коры и некоторые геолого-геофизические явления. - ДАН СССР, т. 265, № 3, 572-576.
58. Касахара К. (1981). Механика землетрясений. - Москва, Мир, 264 с. (Пер. с англ.).
59. Качанов Л.М. (1974). Основы механики разрушения. - Москва: Наука, 311 с.
60. Крылов А.П., Борисов Ю.П., Николаевский Н.М., ред. (1962). Проектирование разработки нефтяных месторождений. - Москва: Гостоптехиздат, 430 с.
61. Крылов А.Л., Мазур Н.Г., Николаевский В.Н., Эль Г.А. (1993). Градиентно-согласованная нелинейная модель генерации ультразвука при распространении сейсмических волн. - Прикл. матем. и мех., т. 57, вып. 6, 100-109.
62. Леверетт М.С. (1948). Движение водонефтяных смесей в несцементированных песках.: В сб. пер. "Методы интенсификации нефтеотдачи пластов". - Москва - Ленинград: Гостоптехиздат, 69 - 89.
63. Ле Пицион К., Франлгто Ж., Боннин Ж. (1977). Тектоника плит. - Москва: Мир, 288 с. (Пер. с англ.).
64. Лобковский Л.И. (1988). Геодинамика зон спрединга, субдукции и двухъярусная тектоника плит. - Москва : Наука , 252 с.
65. Лобковский Л.И., Исмаил-Заде А.Т., Наймарк Б.М., Никишин А.М. , Клютинг С. (1993). Механика утопления земной коры и образования осадочных бассейнов. - ДАН СССР, т. 330, № 2, 256-260.
66. Лопатин Н.В. (1971). Температура и геологическое время как факторы углефикации. - Известия АН СССР. Сер. геол., № 3, 95-106.
67. Лукк А.А., Нерсесов И.Л. (1982). Вариации во времени различных параметров сейсмотектонического процесса. - Известия АН СССР, № 3, 10-27.

68. Лэм Дж. Л. (1983). *Введение в теорию солитонов*. - Москва: Мир. 295 с. (Пер. с англ.).
69. Люкэ Е.И., Николаевский В.Н., Пасечник И.П. (1985). *Проявления быстрых тектонических циклов в Тянь-Шане*. - ДАН СССР, т. 284, № 3, 575-579.
70. Люкэ Е.И., Ан В.А., Пасечник И.П. (1988). *Обнаружение фронта тектонической глобальной волны при сейсмическом просвечивании Земли*. - ДАН СССР, т. 301, № 3, 569-573.
71. Макогон Ю.Ф. (1985). *Газовые гидраты, предупреждение их образования и использование*. - Москва: Недра, 232 с.
72. Максимов А.М. (1992). *Математическая модель объемной диссоциации газогидратов в пористых средах: учет подвижности воды*. - Инж.-физ. журнал, № 1, 76-81.
73. Максимов А.М., Радкевич Е.В., Эдельман И.Я. (1994). *Резонансные режимы распространения волн в газонасыщенной пористой среде*. - ДАН, т. 336, № 6, 745 - 749.
74. Максимов А.М., Цыпкин Г.Г. (1988). *Автомодельное решение задачи о протаивании мерзлого грунта*. - Известия АН СССР, Механика жидкости и газа, № 6, 136-142.
75. Маламуд А.С., Николаевский В.Н. (1989). *Циклы землетрясений и тектонические волны*. - Душанбе: Дониш, 140 с.
76. Маламуд А.С., Николаевский В.Н. (1992). *Использование данных сейсмического мониторинга для прогноза землетрясений*. - Известия АН, Физика Земли, № 8, 83-92.
77. Маскет М. (1949). *Течение однородных жидкостей в пористой среде*. - Москва-Ленинград, 628 с. (Пер. с англ.).
78. Маскет М. (1953). *Физические основы технологии добычи нефти*. - Москва-Ленинград, 606 с. (Пер. с англ.).
79. Мигунов Н.И. (1984). *Об использовании сейсмоэлектрических явлений для изучения напряженного состояния насыщенных горных пород*. - Известия АН СССР, Физика Земли, № 9, 20-28.
80. Милановский С.Ю., Николаевский В.Н. (1989). *Термомеханический анализ строения земной коры (вдоль геотраверса Баренцево море - Восточные Альпы)*. - Известия АН СССР, Физика Земли, № 1, 83-91.
81. Митлин В.С. (1991). *Подземная гидромеханика сложных углеводородных смесей*. Итоги науки и техники. Сер. Комплексные и специальные разделы механики. - Москва: ВИНИТИ, т. 4, 154 - 222.

82. Митлин В.С., Николаевский В.Н.(1990). *Нелинейные поверхностьные волны в средах со сложной реологией.* - Известия АН СССР, № 5, 95-103 .
83. Моги К. (1988). *Предсказание землетрясений.* - Москва: Мир, 382 с. (Пер. с англ.).
84. Надаи А. (1954, 1969). *Пластичность и разрушение твердых тел.* - Москва: Издательство иностранной литературы, т. 1, 647 с. ; т. 2, 863 с.
85. Николаев А.В., Галкин И.Н., ред. (1994). *Наведенная сейсмичность.* - Москва: Наука, 220 с.
86. Николаевский В.Н. (1959). *Конвективная диффузия в пористых средах.* - Прикл. матем. и мех., т. 23, вып. 6, 1042-1050.
87. Николаевский В.Н. (1967). *О связи объемных и сдвиговых пластических деформаций и об ударных волнах в мягких грунтах.* - ДАН СССР, т. 177, № 3, 542-545.
88. Николаевский В.Н. (1971). *Определяющие уравнения пластического деформирования сыпучей среды.* - Прикл. матем. и мех., т. 35, в. 6, 1017-1029.
89. Николаевский В.Н. (1979). *Термодинамика роста трещин. Разрушение упругих, почти упругих и вязких тел.* - Известия АН СССР, Механика твердого тела, № 4, 95-106.
90. Николаевский В.Н. (1979). *Граница Мохоровичича как предельная глубина хрупко-дилатационного состояния горных пород.* - ДАН СССР, т. 249, № 4, 817-821.
91. Николаевский В.Н. (1980). *Дилатансия и теория очага землетрясений.* - Успехи механики (Варшава), т. 3, № 1, 71 - 101.
92. Николаевский В.Н. (1980). *О динамике фронтов разрушения в хрупких телах.* - Известия АН ССР, Механика твердого тела, № 5, 106 -115.
93. Николаевский В.Н. (1981). *О разрушении вязкоупругих тел.* - Прикл. матем. и мех. т. 45, в. 6, 1121 - 1128.
94. Николаевский В.Н. (1989). *Механизм вибровоздействия на нефтеотдачу месторождений и доминантные частоты.* - ДАН СССР, т. 307, 570-575.
95. Николаевский В.Н. (1992). *Вибрации горных массивов и конечная нефтеотдача пласта.* - Известия АН, Механика жидкости и газа, № 5, 110 - 120.

96. Николаевский В.Н. (1995). *Математическое моделирование уединенных деформационных и сейсмических волн.* - ДАН, т. 341, № 3, 403-405.
97. Николаевский В.Н., Басниев К.С. , Горбунов А.Т., Зотов Г.А. (1970). *Механика насыщенных пористых сред.* - Москва: Недра, 339 с.
98. Николаевский В.Н., Бондарев Э.А., Миркин М.И. , Степанова Г.С., Терзи В.П. (1968). *Движение углеводородных смесей в пористой среде.* - Москва: Недра, 192 с.
99. Николаевский В.Н., Кузнецов А.С., Беллендир Е.Н. (1990). *Разрывы и локализация в дилатирующей среде с внутренним трением:* В сб. "Проблемы механики грунтов и инженерного мерзлотоведения". - Москва: Стройиздат, 177 - 187.
100. Николаевский В.Н., Рамазанов Т.К. (1984). *Расчет водонапорного пласта как гидравлического сейсмографа.* - Известия АН СССР. Механика жидкости и газа, № 4, 81-86.
101. Николаевский В.Н., Ротенбург Л.Б. (1970). *О нелинейном характере затухания сейсмических волн:* В сб. "Пробл. механ. тверд. деформир. тела". - Ленинград: Судостроение, 281-286.
102. Осица Д.Г. (1981). *Флюидный режим сейсмически активных областей.* - Москва: Наука, 203 с.
103. Павленкова Н.И. (1988). *Структура земной коры глубоких осадочных бассейнов континентов по сейсмическим данным.* - Известия АН СССР, Физика Земли, № 4, 72 - 82.
104. Полубаринова-Кочина П.Я. (1977). *Теория движения грунтовых вод.* - Москва: Наука. 2-е изд., 664 с.
105. Рейнер М. (1963). *Деформация и течение.* - Москва: Гостоптехиздат, 381 с. (Пер. с англ.).
106. Рикитаке Т. (1979). *Предсказание землетрясения.* - Москва: Мир, 388 с. (Пер. с англ.).
107. Рингвуд А.Е. (1981). *Состав и петрология мантии Земли.* - Москва: Мир, 584 с. (Пер. с англ.).
108. Рихтер Ч.Ф. (1963). *Элементарная сейсмология.* - Москва: Издательство иностранной литературы, 670 с. (Пер. с англ.).
109. Родин Г. (1974). *Сейсмология ядерных взрывов.* - Москва: Мир, 190 с. (Пер. с англ.).
110. Родионов В.Н., Адушкин В.В., Костюченко В.Н., Николаевский В.Н., Ромашов А.Н., Цветков В.М. (1971). *Механический эффект подземного взрыва.* - Москва: Недра, 224 с.

111. Рудаков В.П. (1988). *Пространственно-временные черты динамики полей грунтового радиоактивного изотопа в регионе Западной Ферганы перед и после Ташкентских землетрясений 1980-1981 гг.* - ДАН СССР, т. 302, № 5, 1183-1186.
112. Садовский М.А., Николаев А.В., ред. (1993). *Сейсмические вибрации на нефтяных месторождениях.* - Москва: Институт физики Земли РАН, 239 р.
113. Сальников Д.И., Траскин В.Ю. (1987). *Основы физико-химической геомеханики: В сб. "Исследования тектонического деформирования".* - Москва: Наука, 33-83.
114. Самаров Е.Л. (1983). *Расширение взрывной полости в дилатационно-пластических грунтах.* - Известия АН СССР, Физика Земли, № 2, 68-76.
115. Сапрыгин С.М. (1980). *Механизм возникновения гидро-геодинамических предвестников землетрясений.* - Вулканология и сейсмология, № 2, 122-124.
116. Семенов А.Н. (1969). *Изменение отношения времен пробега продольных и поперечных волн перед сильными землетрясениями.* - Известия АН СССР, Физика Земли, № 12, 72-77.
117. Соболев Г.А. (1993). *Основы прогноза землетрясений.* - Москва: Наука, 313 с.
118. Соколовский В.В. (1960). *Статика супучей среды.* - Москва: Физматгиз, 240 с.
119. Солодилов Л.Н. (1994). *Центр "ГЕОН" - 25 лет глубинных сейсмических исследований.* - Разведка и охрана недр, № 10, 2-8.
120. Сорохтин О.Г., Ушаков С.А. (1991). *Глобальная эволюция Земли.* - Москва: Изд-во МГУ, 446 с.
121. Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. (1979). *Пластичность горных пород.* - Москва: Недра, 301 с.
122. Суворов В.Д., Шарапов Е.В. (1990). *Сейсмические особенности поверхности мантии в южной части Якутской кимберлитовой провинции.* - Геология и геофизика, № 7, 93-101.
123. Сырников Н.М., Тряпицын В.М. (1990). *О механизме техногенного землетрясения в Хибинах.* - ДАН СССР, т. 314, № 4, 830 - 833.
124. Тамарзян Г.П. (1963). *Пространственно-временная сопряженность деятельности вулканов как один из признаков наличия глубинного разлома и некоторые вопросы ее периодичности.* - Известия высш. учебн. завед. Геология и разведка, № 2, 3-19.

125. Терцаги К. (1961). *Теоретическая механика грунтов.* - Москва: Стройиздат, 507 с. (Пер. с нем.).
126. Трофимов В.А. (1994). *Сейсморазведка МОГТ при изучении строения докембрийского фундамента востока Русской плиты.* - Москва: Недра, 90 с.
127. Тэркот Д., Шуберт Дж. (1985). *Геодинамика (Геологические приложения физики сплошных сред).* - Москва: Мир, т. 1, 2. 730 с. (Пер. с англ.).
128. Уилкинс М.А. (1967). *Расчет упругопластических течений. Вычислительные методы в гидродинамике.* - Москва: Мир, 212 - 263 (Пер. с англ.).
129. Файф У., Прайс Н., Томпсон А. (1981). *Флюиды в земной коре.* - Москва: Мир, 436 с. (Пер. с англ.).
130. Френкель Я.И. (1944). *К теории сейсмических и сейсмоэлектрических явлений во влажной почве.* - Известия АН СССР, сер. Географ. и геофиз., т. 8, № 4, 134-149.
131. Френкель Я.И., Конторова Т.А. (1938). *К теории пластической деформации и двойникования.* - Журнал экспериментальной и теоретической физики, т. 8, ч. I, 89-95; ч. II, 1340-1359.
132. Христианович С.А. (1941). *О движении газированной жидкости в пористых породах.* - Прикл. матем. механика., т. 5, в. 2, 277-282.
133. Чекалюк Э.Б. (1986). *К проблеме синтеза нефти на сверхбольших глубинах.* - Журнал Всесоюзного Менделеевского общества, т. 31, № 5, 556-562.
134. Чижевский А.Л. (1976). *Земное эхо солнечных бурь.* - Москва: Мысль. 2-е изд.
135. Шейдеггер А.Э. (1960). *Физика течения жидкостей через пористые среды.* - Москва: Гостоптехиздат, 250 с. (Пер. с англ.).
136. Шилд Р.Т. (1975). *Смешанные граничные задачи механики грунтов.* Сб. пер.: Определяющие законы механики грунтов. - Москва: Мир, 178 - 194.
137. Шелкачев В.Н. (1948). *Упругий режим пластовых водонапорных систем.* - Москва - Ленинград: Гостоптех-издат, 144 с.
138. Эриксен Дж. (1977). *Исследования по механике сплошных сред.* - Москва: Мир, 246 с. (Сб. пер. с англ.).
139. Abercrombie R.E., Leary P. (1993). *Source parameters of small earthquakes recorded at 2,5 km depth, Cajon Pass, Southern California; implications for earthquake scaling.* - Geophys. Letts, Res. v. 20, 1511-1514.

140. Aggarwal Y.P., Sykes L.R., Ambruster J., Sbar M.S. (1973). *Premonitory changes in seismic velocities and prediction of earthquakes*. - Nature, No 241, 101-104.
141. Aki K. (1972). *Generation and propagation of G-waves from Niigata earthquake of June 16, 1964. Part 1,2*. Bull. Earth. Res. Inst. - Tokyo University, v. 44, 23 - 88.
142. Anderson O.L., Grew P.S. (1977). *Stress corrosion theory of crack propagation with application to geophysics*. - Revs. Geophys. Space Phys., v. 15, 77-104.
143. ARPA *Seismic Coupling Conference* (1972). ARPA-T10-71-13-1. - Columbus (Ohio), BATTELLE, 259 pp.
144. Beavers G.S., Joseph D.D. (1967). *Boundary condition at a naturally permeable wall*. - J. Fluid Mech., v. 30 (1), 197-207.
145. Biot M.A. (1956). *Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solids*. - J. Acoustic. Soc. Amer., v. 28, 168-186.
146. Biot M.A. (1965). *Mechanics of Incremental Deformations*. - New York: Wiley, 504 pp.
147. Brace W.F. (1972). *Laboratory studies of stick-slip and their application to earthquakes*. - Tectonophysics, v. 14, No 3-4, 189-200.
148. Brace W.F., Orange A.S. (1966). *Electrical resistivity changes in saturated rocks under stress*. - Science, v. 153, 1525-1526.
149. Brace W.F., Paulding B.W., Scholz C.H. (1966). *Dilatancy in the fracture of crystalline rocks*. - J. Geophys. Res., v. 71, 3939-3953.
150. Brenner H. (1962). *The diffusion model of longitudinal mixing in beds of finite length. Numerical values*. - Chem. Engng Sci., v. 1, No 1, 229 - 243.
151. Broberg K.B. (1978). *On transient sliding motion*. - Geophys. J. Roy. Astr. Soc., v. 58, 397-432.
152. Brulin O., Hjalmar S. (1981). *Linear grade-consistent micro-polar theory*. - Int. J. Engng Sci., 1731-1738.
153. Brun J.P., Cabbold P.R. (1980). *Strain heating and thermal softening in continental shear zones: a review*. - J. Structural Geology, v. 2, No 1/2, 149-158.
154. Byerlee J.D. (1968). *Brittle-ductile transition in rocks*. - J. Geophys. Res., v. 73, 4741-4750.
155. Cameron I., Baker T.H.W., Handa Y.P. (1989). *Compressive strength and creep behavior of hydrate consolidated sand*. - Canad. Geotechnology J., v. 28, 235-242.
156. Carter N.L. Horseman S.T., Russel J.E., Handin S. (1993). *Rheology of rocksalt*. - J. Structural Geology, v. 15, No 9/10, 1257-1271.

157. Christensen R.J., Swanson S.R., Brown W.S. (1972). *Split-Hopkinson-bar tests on rock under confining pressure.* - Exp. Mech., v. 12, No 11, 508-513.
158. Corwin R.F., Morrison H.F. (1977). *Self-potential variations preceding earthquakes in Central California.* - Geophys. Res. Lett., v. 4, 171-174.
159. Coulomb C.A. (1977). *Essai sur une application des regles des maximus et minimus a quelques problems de statique relatifs a l'architecture.* - Mem. Acad. Roy. Pres. Divers. Savants, v. 7.
160. Crampin S. (1978). *Seismic wave propagation through a cracked solid: polarization as a possible dilatancy diagnostic.* - Geoph. J. R. Astron. Soc., v. 53, 467-496.
161. Davis E.H. (1968). *Theories of plasticity and the failure of soil masses.* In: Soil Mechanics. Selected Topics (Lee I.K., ed.). - London: Butterworths, 341-380.
162. De Boer R., Ehlers W. (1990). *The development of the concept of effective stresses.* - Acta Mechanica, 77-92.
163. Desroches J., Detournay E., Lenoach B., Papanastasiou P., Pearson J.R.A., Thiercelin M., Cheng A. (1994). *The crack tip region in hydraulic fracturing.* - Proc. R. Soc. Lond. A 447, 39-48.
164. Detournay E., Fairhurst C. (1987). *Two-dimensional elastoplastic analysis of a long, cylindrical cavity under nonhydrostatic loading.* - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., v. 24, No 4, 197-211.
165. Dongarra G., Martinelli G. (1995). *Migration processes of radon towards the Earth surface: implications for the prediction of seismic and volcanic events.* - Proc. Scientific Meeting on the Seismic Protection. Spagna V., Schiavon E., eds. Regione del Veneto, Dept. Geol., 141-147.
166. Economides M., Hill A.D., Ehlig-Economides Ch. (1994). *Petroleum Production Systems.* - Englewood Cliffs, PTR Prentice Hall, 611 pp.
167. Economides M.J., Nolte K.G., eds. (1987). *Reservoir Stimulation.* - Houston: Schlumberger.
168. Elsasser W.H. (1969). *Convection and stress propagation in the upper mantle.* - In Application of Modern Physics to Earth & Planet. Interior, NY, Wiley, 223-246.
169. Fischer A.G., Judson Sh., eds. (1975). *Petroleum and Global Tectonics.* - Princeton University Press.

170. Foda M.F., Mei C.C. (1983). *A boundary layer theory for Rayleigh waves in porous fluid-filled half space*. - Int. J. Soil Dynamics and Earthquake Engng, v. 2, No 2, 62-65.
171. Garg S.K., Nayfeh A.N., Geod A.J. (1974). *Compressional waves in fluid-saturated elastic porous media*. - J. Appl. Phys., v. 45, No 5, 1968-1974.
172. Glansdorff P., Prigogine I. (1971). *Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuation*. - London: Wiley, 306 pp.
173. Gomes L., Graves L. (1962). *Stabilization of beach sand by vibrations*. - Highway Research Board, Washington D. C., Bull. No 325, 44-54.
174. Grasso J.R., Wittlinger G. (1990). *Ten years of seismic monitoring over a gas field*. - Bull. Seism. Soc. America, v. 80, No 2, 450-473.
175. Hacker B.R., Christie J.M. (1990). *Brittle/ductile and plastic/cataclastic transitions in experimentally deformed and metamorphosed amphibolite*. - In: The Brittle-Ductile Transition in Rocks, Wash. D.C.: Amer. Geoph. Union, 127-147.
176. Hall C.D., Harrisberger W.H. (1970). *Stability of sand arches: a key to sand control*. - J. Petrol. Technol., v. 22, July, 821-829.
177. Handin J., Carter N. (1980). *Rheological properties of rocks at high temperatures*. - In: Proc. 4th Int. Congr. Rock Mech, Montreux-1979, v. 3, Rotterdam, Balkema Publ. 97-106.
178. Hauksson E. (1981). *Radon content of groundwater as an earthquake precursor: evaluation of worldwide data and physical basis*. - J. Geophys. Res., v. 86, 9397-9410.
179. Healy J.H., Rubey W.W., Griggs D.T., Rayleigh C.B. (1968). *The Denver earthquakes*. - Science, v. 161, p. 1301.
180. Hyndman R.D., Vanyan L.L. Marquis G., Law L.K. (1993). *The origin of electrically conductive lower continental crust: saline water or grafite?* - Physics of the Earth and Planetary Interiors, v. 81, 325-344.
181. Islam M.R., Farouq Ali S.M. (1994). *Numerical simulation of emulsion flow through porous media*. - J. Canad. Petrol. Techn., v. 33, No 3, 59-63.
182. Kirby S.H., Kronenberg A.K. (1984). *Deformation of clinopyro-xenite: evidence for a transition in flow mechanics and semibrittle behavior*. - J. Geophys. Res., v. 89, No B5, 3177-3192.
183. Knauss W.G., Ravi-Chandar (1985). *Some basic problems in stress wave dominant fracture*. - Int. J. Fracture, v. 27, 127-143.
184. Kolsky H. (1973). *The stress pulses propagated as a result of the rapid growth of brittle fracture*. - Engng Fracture Mech., v. 5, 513-522.

185. Kurtia K., Fujii N. (1979). *Stress memory of crystalline rocks in acoustic emission.* - *Geophys. Res. Lett.*, v. 6, No 1, 9 - 12.
186. Lake L.W. (1989). *Enhanced Oil Recovery.* - Englewood Cliffs NY; Prentice Hall, 550 pp.
187. Lopukhov G.P., Nikolaevskiy V.N. (1995). *The role of acoustic emission at vibroseismic stimulation of waterflooded oil reservoirs.* - *Improved Oil Recovery*, Proc. 8th Symp., v. 2, Vienna.
188. Martel D.J., Deek S., Dovenyi P., Horwath F., O'Nions R.K., Oxburg E.R., Stegema L., Stute M. (1989). *Leakage of helium from Pannonia basin.* - *Nature*, v. 342, 908-912.
189. Mathews D.H. (1984). *Profiles of vertical reflected waves around the British Islands.* - *Reports of the 27th Internat. Geol. Congress, Section C.08*, v. 8, Moscow: Nauka. 3 - 9.
190. McGarr A., Spottiswoode S.M., Gay N.C. (1979). *Observations relevant to seismic driving stress, stress drop and efficiency.* - *J. Geophysic. Res.*, v. 84, No B5, 2251-2261.
191. McNamee G., Gibson R.E. (1960). *Displacement functions and linear transforms applied to diffusion through porous elastic media.* - *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, v. 13, 98-111.
192. Mead W.J. (1925). *The geologic role of dilatancy.* - *J. Geol.*, v. 33, 685-678.
193. Meissner R. (1986). *The continental crust: A geophysical approach.* - Orlando: Academic Press, 426 pp.
194. Melosh J. (1977). *Shear stress on the base of a lithosphere plate.* - *Pure and Applied Geophysics*, v. 115, No 1-2, 429-439.
195. Mercier J.C.C. (1980). *Magnitude of the continental lithospheric stresses inferred from rheomorphic petrology.* - *J. Geophys. Res.*, v. 85, No B11, 6293 - 6303.
196. Merzer A.M., Freund R. (1976). *Equal spacing of strike-slip faults.* - *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, v. 45, 177-188.
197. Meyer K., Olsson R., Kulhanek O. (1984/85). *High-velocity migration of large earthquakes along the Azores-Iran plate boundary segment.* - *Pure and Appl. Geophys.*, v. 122, 831-847.
198. Morgan W.J. (1972). *Convection plumes and plate motions.* - *Bull. Amer. Assoc. Petrol. Geol.*, v. 56, 203-213.
199. Nikolaevskii V.N. (1985). *Mechanics of fluid-saturated geomaterials: Discusser's report.* - *Mechanics of Geomaterials*. (Bazant Z., ed.), New-York: J.Wiley & Sons, 379-401.
200. Nikolaevskiy V.N. (1990). *Mechanics of Porous and Fractured Media.* - Singapore: World Scientific, 472 pp.

201. Nikolaevskiy V.N. (1993). *Extraterrestrial induced multi-years cycles in geophysical, geochemical and biological parameters*. - In: Radon Monitoring in Radioprotection, Environmental and Earth Sciences (Furlan G. and Tommasino L., eds.). Singapore, World Scientific, 401-417.
202. Nikolaevskii V.N., Rice J.R. (1979). *Current topics in non-elastic deformation of geological materials*. - In: High-Pressure Science And Technology, New-York: Premium Publ. Corp., v. 2, 455-464.
203. Nikolaevskii V.N., Somov B.E. (1978). *Heterogeneous flows of multi-component mixtures in porous media - Review*. - Int. J. Multiphase Flow, v. 4, 203-217
204. Nur A. (1974). *Tectonophysics: the study of relations between deformation and forces in the Earth*. - Adv. Rock Mech., v. 1, Part A, Wash. D.C.
205. Nur A. (1974). *Matsushiro (Japan), earthquake swarm: confirmation of the dilatancy- fluid diffusion model*. - Geology, May, 217-221.
206. Paterson M.S. (1978). *Experimental Rock Deformation - Brittle Field*. - Berlin-Heidelberg-New-York: Springer, 254 pp.
207. Parameswaran V.R., Paradis M., Handa Y.P (1989). *Strength of frozen sand containing tetrahydrofuran hydrate*. - Can. Geotech. J., 479-483.
208. Pride S.R., Morgan F.D. (1991). *Electrokinetic dissipation induced by seismic waves*. - Geophysics, 914-925.
209. Pucknell J.K., Behrmann L.A. (1991). *An investigation of the damaged zone created by perforating*. - SPE 22811, Dallas: Soc. Petr. Eng. 66th Annual Conf., 511-522.
210. Raghavan R. (1993). *Well Test Analysis*. - Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 558pp.
211. Ranalli G. (1986). *Rheology of The Earth*. - Boston: Allen and Unwin, 366 pp.
212. Rau G., Chaney R.C. (1988). *Triaxial testing of marine sediments with high gas contents*. - ASTM STP 977, Philadelphia, 338-352.
213. Reynolds O. (1885). *The dilating of media composed of rigid particles in contact*. - Phil. Magazine. v. 20, No 127, 469-481.
214. Rice J.R. (1978). *Thermodynamics of quasi-static growth of Griffith crack*. - J. Mech. Phys. Solids, v. 26, No 2, 61 - 78.
215. Richter F.M., McKenzie Dan, (1984). *Dynamical models for melt segregation from a deformable matrix*. - J. Geology, v. 92, 729-740.
216. Rowe M.M., Gettrust J.F. (1993). *Fine structure of methane hydrate-bearing sediments on the Blake Outer Ridge as determined from deep-*

- tow multichannel seismic data.* - J. Geophys. Res., v. 98, No B1, 463-473.
217. Rudnicki J.W., Rice J.R. (1975). *Condition for localization of deformation in pressure sensitive dilatant materials.* - J. Mech. Phys. Solids, v.23, No 6, 371-394.
218. Rutter E.H. (1983): *Pressure solution in nature, theory and experiment.* - J. Geol. Soc. London, v.140, 725-740.
219. Sahimi M. (1993). *Fractal and superdiffusive transport and hydrodynamic dispersion in heterogeneous porous media.* - Transport in Porous Media, v. 13, 3-40.
220. Satake M. (1968). *Some considerations on the mechanics of granular materials.* - Mechanics of Generalized Continua. Berlin: Springer, 156-159.
221. Scheidegger A.E. (1964). *Statistical hydrodynamics in porous media.* - Advances Hydroscience, v.1, New-York, London: Acad.Press, 161-181.
222. Schock R.N., Louis H. (1982). *Strain behavior of a granite and a graywacke sandstone in tension.* - J. Geophys. Res., v.87, No B9, 7817-7823.
223. Schock R.N., Hanson M.E., Swift R.P., Walton O.R. (1980). *In situ fracture related to energy and resource recovery.* - In: "High-pressure Sci.Techn." (Vodar B., Marteau Ph., eds.), Pergamon, 902-912.
224. Scholz C.H., Sykes L.E., Aggarwal Y.P. (1973). *Earthquake prediction: a physical basis.* - Science, v.181, No 4102, 803-810.
225. Selby R.J., Farouq Ali S.M. (1988). *Mechanics of sand production and flow of fines in porous media.* - J. Canad. Petroleum Technology, v.27, No 3, 55-63.
226. Sibson R.H. (1982). *Fault zone models, heat flow and the depth distribution of earthquakes in the continental crust of the United States.* - Bull. Seism. Soc. America , v.72, No 1, 151-164.
227. Soo H., Radke C. J. (1984). *The flow mechanism of dilute, stable emulsion in porous media.* - Ind. Eng. Chem. Fundam., v.23, 342-347.
228. Sterling A., Smets E. (1971). *Study of earth tides, earthquakes and terrestrial spectroscopy by analysis of the level fluctuations in a borehole at Heinbaart, Belgium.* - Geophys. J. Roy. Soc. Astr. Soc., v.23, 225 - 242.
229. Streltsova T. D. (1988). *Well Testing in Heterogeneous Formations.* - NewYork: Wiley & Sons, 413 pp.

230. Swolfs H. S., Walsh J. B. (1990). *The theory and prototype development of a stress-monitoring system.* - Bull. Seism. Soc. Amer., v. 80, No 1, 197-208.
231. Tretyakova S. P., Ishankuliev J., Pazylov M., Feisylbaev A. A., Gyliev I. S., Chirkov A. M. (1993). *The investigations of subsoil radon fields in USSR.* - In: Radon Monitoring in Radioprotection, Environmental and Earth Sciences. (Furlan G., Tommasino L., eds.) Singapore: World Scientific, 328 - 350.
232. Truesdell C., Toupin R. (1960). *The classical field theories.* - In: Heidbuch der Physik, v.III/1, Berlin: Springer-Verlag.
233. Tullis J., Yund R. A. (1977). *Experimental deformation of dry Westerly granite.* - J. Geophys. Res., v. 82, No 36, 5705 - 5718.
234. Tullis J., Yund R. A. (1980). *Hydrolitic weakening of experimentally deformed Westerly granite and Hale albite rock.* - J. Struct. Geology, v. 2, No 4, 439 - 451.
235. Walsh J. B. (1965). *The effect of cracks on uniaxial compression of rocks.* - J. Geophys. Res., v. 70, No 2, 399-411.
236. Walr J. M. (1985). *Deformation induced by polar motion.* - J. Geophys. Res., v.90, No B1, 9363-9368.
237. Warren J. E., Root P. J. (1963). *The behavior of naturally fractured reservoirs.* - J. Soc. Petrol. Engrs., v. 3, No 3.
238. Zoback M.D., Healy J.H. (1992). *In situ stress measurements to 3.5 km depth in the Cajon-Pass scientific research borehole: implication for the mechanics of crustal faulting.* - J. Geophys. Res., v. 97, No B4, 5039-5057.

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- АВПД 340  
автомодельные решения 193, 415  
автономия 65  
акустические сигналы 58  
- давление 223  
- приближение 21  
- шум 303  
- эмиссия 71, 290, 313, 386  
активизация разлома 368  
алмазы 327  
альтернирующий тензор 87  
амфиболит 69, 311, 328, 329  
анализ размерностей 86  
анизотропия 86, 149, 241, 252, 318, 349, 353  
анималистский календарь 404  
антиклинали 366  
арка 353  
асейсмичность 403  
асимметрия 13  
астеносфера 316, 387, 394  
атрактор Хаусдорфа 287  
афтершоки 368, 384, 386  
  
базальт 69, 72, 253, 311, 332, 358  
бактерии 342  
баланс газа 206  
- импульса 13, 74  
- масс 12, 74, 200  
- момента импульса 15, 87, 149, 364, 396  
- полной энергии 22, 77, 206  
- тепла 67  
баллы 379  
баротропия 85  
“белый шум” 264  
бигармонический оператор 108  
бифуркации 43, 326, 378  
блоки 413  
бурение 351, 354  
  
вариации 64  
вектор-ориентир 88, 150  
ветвление 370  
взаимопроникающие  
среды 73, 165  
взрыв 234, 291, 313  
- камуфлетный 242, 371  
- коротко-замедленный 259  
- подземный 249  
- химический 243  
- ядерный 183, 243, 253, 265, 416  
вибрации 289, 292, 304, 411  
вибровязкость 299, 301  
влажность 314, 412  
внутреннее разрушение 58  
внутреннее трение 35  
внутренний масштаб 29, 177, 281, 414  
внутренняя работа 23  
внутренняя энергия 22  
водород 346  
воды геотермальные 330  
водная пленка 208  
волновод 320, 334, 403  
волны Р 97.338  
волны S 96, 338  
- уединенные 395, 413  
вращение 404  
вулканы 333, 339  
вязкоупругость 64  
вязкость 66, 359, 387  
выброс 353  
выпучивание 397  
  
газовые месторождения 417  
газы  
- мантийные 327  
гелий - 327, 384  
геодинамика 225  
геотерма 331  
гидравлический датчик 388

гидроразрыв 125  
гидроупругость 147  
гипоупругость 18  
гипоцентры 359, 404  
глина 215, 219  
голография 381  
горный удар 373  
горст 326  
горячие точки 359  
грабен 341  
гравитация 373  
гранит 39, 69, 72, 254, 267, 314, 381, 397  
граница Мохоровичича 316, 320  
грунтовые воды 130, 388, 415  
графит 342  
  
давление "схождения" 188  
- гидроразрыва 129  
- давление обжима 38  
движение броуновское 178  
двойная пара сил 367  
двойникование 375  
двойной электрический слой 211  
дебит 292  
депрессия 139  
детачмент 322  
десорбция 298  
диапиры 340  
дилатансия 32, 124, 203, 232, 241, 245, 312, 376, 383, 384  
- льда 209  
- скорость 32, 57, 117, 232  
- угол 41  
- условие 40, 123, 244  
динамическая прочность 254  
диполь 217, 222, 367  
дисперсия 72, 175, 182, 263, 268, 270, 274, 276  
- второй Р-волны 271  
диссипация 62, 79, 390  
диссоциация 205  
"дифференциальная"  
конденсация 189

дифференциальные напряжения 203  
диффузия 200, 315, 386, 393  
диффузный слой 211  
доминантная частота 259, 292, 296, 299, 411  
прайф континентов 356  
дренаж 109  
дренажная галерея 143  
дробление 256, 308, 376, 389  
- зерен 149  
  
заводнение 215, 418  
закон "турбулентных" течений 91  
закон Дальтона 76  
закон Дарси 89, 167  
- обобщенный 155, 205  
"замороженное" состояние 97, 100  
-скорость 261  
затухания декремент 267  
- коэффициент 277  
землетрясение 266, 291, 293  
землетрясений очаги 368  
земная кора 265, 317  
- нижняя 325  
  
известняк 38, 69, 72, 276  
"извилистость" 176  
изгиб 364, 368, 395  
излучение волн 256  
изгибная жесткость 366  
изосейста 379  
изостазия 362  
изотерма Генри 180  
изотерма Лангмюра 180  
импульсная нагрузка 231  
инверсия скоростей 323  
индикаторная линия 145, 150  
инерционные потери 90, 221  
интеграл дилатансии 245  
- контурный 66  
интеграл пористости 124  
интегральный экспоненциал 141

интрузия 325, 332, 358  
ионосфера 216  
истечение 181  
истинные напряжения 74  
источники 81, 151  
каменная соль 345  
капиллярная релаксация 157  
капиллярные силы 156  
катастическое состояние 321, 369  
квадриполь 222  
квазистационарное решение 192  
кварц 343  
керамизация 327  
кероген 361  
кинетические коэффициенты 82, 212  
кимберлиты 326  
кластеризация 297  
коллинеарность 41  
кольцевые напряжения 123, 233, 248  
консолидация 251, 387  
контактная зона 170  
“контактная” конденсация 189  
континуальная текучесть 31  
контур “питания” 143, 153  
концентрация напряжений 70, 128, 375  
коррозионная пластичность 309, 315  
коэффициент  
- Грюнайзена 30  
- Пуассона 111, 365  
- пьезопроводности 113  
- фильтрации 130  
кривизна 353  
кристаллическая решетка 310  
критическое состояние 238  
круги Мора 46  
ликвидус 204, 356  
линий тока 191  
литостатические силы 128

литостатическое давление 114, 243, 317  
литосфера 306, 316, 356, 387, 394  
локализация 47, 61, 235, 386  
локальный тензор 220  
магма 326, 333  
магнитотеллурия 324  
магнитуда 371, 374, 379, 385, 404, 408, 417  
мантия 316, 329, 334, 356  
массообмен 184  
мезосфера 316, 356  
мерзлый грунт 199  
метаморфизм 339  
метан 339  
метод Борисова 152  
- Мак-Нами и Гибсона 108  
- Чарного 153  
месторождения 344  
микровращение 14, 57  
микропузырьки 163  
микроструктура 256, 278, 288, 413  
микрошероховатость 221  
микроэмulsion 197, 297  
милониты 310  
модули упругие 18  
модуль Юнга 114, 365  
модуляция 280  
молекулярная диффузия 175  
момент инерции 15, 87  
момент межфазовых сил 87  
моментное напряжение 16, 280, 285  
мониторинг 389, 399  
нагружение нейтральное 35  
- пропорциональное 37  
накопление конденсата 192  
напряжений  
- сброс 307, 370  
- эллипс 53  
насыщенность 155, 389  
неассоциированное течение 32  
нейтральное нагружение 35

нелинейная диффузия 128  
нелинейные волны 102, 387  
нелинейные эффекты 174, 248, 279, 280, 298, 416  
необсаженная скважина 120  
неустойчивость 194, 203, 235, 263, 328, 352, 383  
- будинная 240  
нефтеотдача 296  
нефтяные капли 292  
нодальные плоскости 322, 367

обмен теплом 92  
- энергией 284  
обобщенная реологическая модель 28  
обобщенный напор 218  
обсадная колонна 148  
океаническая кора 332, 378  
оператор Буссинеска 261  
- Лапласа 257  
- Шредингера 286  
ориентированное сечение 13  
осреднение 10, 175  
остаточная нефть 294  
ось вращения 356, 401  
отгайвание 199

палеопьезометрия 337, 375  
параметр упрочнения 35  
PVT-бомба 185, 188  
первая мода 99  
перегрузка 254  
переменная Больцмана 136  
переток масс 166  
перидотит 312, 319  
периодичность 399, 402  
перфорация 148  
песок 265, 276, 289  
песчаник 69, 72, 93, 117, 215, 267, 276  
петрология 356  
плавление 313  
- частично 337

пласт наклонный 134  
пластичность 66  
пластический модуль 236, 237  
пластический потенциал 34  
плита 68  
плоская пластичность 40  
поверхностная текучесть 34  
- энергия 63  
поверхность скольжения 43  
поврежденность 71, 351  
повторяемости закон 388  
подземная полость 229  
- газовое хранилище 272  
подстановка Больцмана 194  
показатель адиабаты 242  
ползучесть 120, 208, 285, 309, 313, 363, 394  
полное напряжение 74, 112, 165  
полоса скольжения 56  
полупроницаемость 131  
полухрупкость 310  
поляризация 265  
поправки Био 92  
пористость 94  
- двойная 165  
поровое давление 74, 112  
пороговый градиент 218  
поротермоупругость 80  
поршень 84, 106  
потенциал 179, 257  
- упругий 67, 285  
правило фаз Гиббса 187  
предвестник 256, 384, 410  
пределное условие 116  
преобразование годографа 219  
приливы 313, 388, 403  
принцип Кури 27, 82  
приток энергии 388  
продуктивность скважины 144, 298  
производная Олдройда 19, 260  
производство энтропии 26, 81  
проницаемость 89, 253  
“пропорциональное” нагруже-

ние 37  
пространство напряжений 51  
прочность 388  
прогноз землетрясений 383, 392  
пространство напряжений 51  
прочность 208  
псевдопластичность 310  
пузырьки газа 204, 298  
пульсации 176, 406  
пьезопроводность 112, 386  
- нелинейная 134  
- уравнение 134  
  
равновесие массива 114  
“равновесное” состояние 97, 100  
- скорость 261  
радионуклиды 183  
радон 347, 384, 408  
разгрузка 35, 237  
разжигание 380  
разлом 291, 320, 378  
- землетрясения 372  
- листрический 322, 324, 349  
- мантии 327  
- непроницаемый 328  
- распределение 375,  
размерность 177  
разрушение 229, 306, 317, 372, 380  
- кинетика 256  
- классификация 307  
- хрупкое 61  
- фронт 233  
разрыв 20, 61, 83, 161, 244  
разрыхление 202, 245  
- песков 245  
раскалывание 308  
расстановка скважин 151  
раствор соли 200, 211  
растворение под давлением 309  
растворенный газ 96, 164  
растяжение 68, 361  
расщепление 278  
резонанс 259, 263, 282, 289, 291,  
298

- стратификационный 266  
резонансные колонны 267  
релаксационное состояние 97  
релаксация 182, 186, 229, 261,  
268, 287, 394  
реология 24, 65, 209  
- Максвелла 27  
ретроградная конденсация 185  
рециркуляция 193  
ритмы вод 406  
- биологические 407  
- газов 407  
- гравитации 407  
рифт 324, 358, 378  
рой землетрясений 377  
руды 344  
рыхление 245  
  
сверхкритическое состояние 197  
сверхпластичность 309  
свободная энергия 24, 62  
- пробег 178  
сдвиги полоса 308  
серпентинит 311, 319, 333  
сейсмичность наведенная 417  
сейсмические колебания 214  
- луч 390  
- момент 370  
- скорости 204  
- спектр 265  
- риск 259  
- энергия 371  
сейсмоаномалия 382  
сейсмовибратор 294  
сейсмоотражатели 349  
сейши 380  
сечение ориентированное 13  
сжимаемость 80, 225  
- пласта 134  
сила взаимодействия 75  
синклинали 365  
скважина глубокие 323, 349  
складки 366  
скольжение 46, 61, 376

- прерывистое 308, 312, 387  
скорость деформации 19, 217, 308, 312  
- групповая 281  
- предельная 72  
- разрушения 369  
- света 217  
- фильтрации 89  
солидус 203, 356  
солитон 281, 399, 414  
Солнечная система 405  
соотношение Гиббса 25  
спектр 260  
спин 54  
спрединг 358  
“стабилизированная” зона 162  
стационарные течения 67, 143  
сток 151  
сточные воды 389  
структуря скачка 85  
субдукция 358, 402  
сухое трение 31, 308  
сферическая симметрия 242  
цепление 31

твердая матрица 76  
тектоника плит 357  
тектонические волны 393, 403  
- напряжения 228  
- разлом 129, 147  
- энергия 368  
температура 225  
- гомологическая 313  
тензор сопротивления 86  
теория Онзагера 26, 81, 212  
тепловое расширение 80  
теплопроводность 200  
термодинамика 22, 77  
термодинамический потенциал 25  
термоупругость 25, 275  
течения идеального газа 174  
топография 364, 401  
трещина 63, 127, 217, 387

трещиноватость 165  
трещиностойкость 68, 372  
триггер 394, 414, 418  
турбулентность 220, 221  
“турбулентный” закон 147  
туф 258

углеводороды 339  
ударный фронт 84, 244, 251, 256  
удельный объем 30, 78  
ультразвук 278, 282, 289, 291, 298, 299, 380  
упрочнение 35, 353  
упругие модули 18  
упругопластичность 122, 230  
уравнение Бернулли 76  
- Бесселя 150  
- Буссинеска 130  
- Бюргерса 104  
- Гельмгольца 239  
- Гиббса 79  
- конвекции 163  
- Кортевега-де Вриза 261  
- Лайтхилла 222  
- Лагласа 143, 151  
- Лейбензона 135  
- простых волн 198  
- Син-Гордона 413  
- состояния 18, 30, 123  
- Фурье 131  
- характеристик 159  
- Шредингера 281  
усиление колебаний 263  
условие Биверса-Джозефа 85  
- Данкуертца 181  
- изэнтропичности 85  
- совместности 121  
устойчивость 161, 229, 329, 336, 347, 350

фазовое сопротивление 156  
фазовые проницаемости 156, 296  
фазовый переход 202, 320, 329, 331, 359

- фильтрационная консолидация 106  
- сопротивление 149  
- напор 130  
- диссипация 370  
флюидизация 340  
флоксоны 337  
формула Альманси 19  
- Дюпюи 143  
форшоки 377, 384  
фронт вытеснения 161, 193  
- заводнения 154  
функция Бесселя 172, 227  
- Лейбензона 135, 138, 174  
- распределения 159  
- тока 179  
- Уиттекера 172
- характеристики скоростей 45, 61  
характерный размер 10  
химические степени свободы 186  
- потенциал 186  
холодное давление 30  
- энергия" 30  
хромотография 183
- циunami 380
- Чандлерово блуждание 356, 401  
частичное плавление 204  
“черные курильщики” 345  
числа Вольфа 400  
число Пекле 178  
- Прандтля 178
- Рейнольдса 91, 178, 223
- шахты 418  
шероховатость 389  
шум 220, 285
- эволюция 260  
экология 183  
эклогит 318, 329  
электрическое поле 214  
электродвижущая сила 213  
электрокинетика 212  
электромагнитная эмиссия 216, 384  
электромелиорация 215  
электроосмос 211  
электропроводность 213, 342, 384  
элементарный объем 10  
эллипс напряжений 53  
эндогенные процессы 360  
энтропия 23, 79  
эффект дробления 118  
- Кайзера 386  
- Манделя-Крайера 115  
- Ребиндера 314  
- “сверхнагрева” 201  
- “сверхохлаждения” 201  
- температуры 210
- эффективная теплоемкость 200  
- давление 111  
- напряжение 76, 111, 116, 165, 343
- ядро Земли 356

# СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	5
ВВЕДЕНИЕ.....	7

## ГЛАВА 1. ДЕФОРМАЦИИ И РАЗРУШЕНИЕ ГЕОМАТЕРИАЛОВ

<b>1.1. Принципы континуальной механики</b>	
1.1.1. Процедура осреднения.....	10
1.1.2. Динамические балансы.....	12
1.1.3. Кинематика и определяющие законы.....	17
1.1.4. Условия на границах и разрывах .....	20
<b>1.2. Термодинамика и реология геоматериалов</b>	
1.2.1. Энергетический анализ .....	22
1.2.2. Производство энтропии и вязкоупругость .....	26
1.2.3. Термодинамика ударных переходов.....	29
<b>1.3. Дилатансионная упругопластичность геоматериалов</b>	
1.3.1. Понятия трения и дилатансии.....	31
1.3.2. Законы пластического течения .....	33
1.3.3. Данные трёхосных испытаний.....	37
1.3.4. Плоские пластические состояния.....	40
1.3.5. Условия на поверхности скольжения.....	43
1.3.6. Дилатансия внутри полосы локализации.....	47
<b>1.4. Эффекты поворота частиц в гранулированных средах</b>	
1.4.1. Круг Мора при асимметрии напряжений.....	48
1.4.2. Пространственная кривая напряжений.....	51
1.4.3. Дилатантная кинематика с учетом микровращения.....	54
1.4.4. Условие дилатансии с учетом микровращения.....	57
1.4.5. Пластические повреждения в плоских образцах.....	58
<b>1.5. Хрупкое разрушение горных пород</b>	
1.5.1. Термодинамика разрушающегося тела.....	61
1.5.2. Критерий упруго-хрупкого разрушения.....	62
1.5.3. Рост трещины в диссипативной среде.....	63
1.5.4. Автономия процесса в вершине трещины.....	65
1.5.5. Концепция трещиностойкости геоматериала.....	68
1.5.6. Разрушение при трехосных испытаниях.....	70

## ГЛАВА 2. МЕХАНИКА НАСЫЩЕННОГО МАССИВА

<b>2.1. Взаимопроникающие среды</b>	
2.1.1. Динамика насыщенных пористых сред .....	73
2.1.2. Термодинамика пористых насыщенных сред.....	77
2.1.3. Рост энтропии и кинетические соотношения.....	81
2.1.4. Условия на границах и подвижных разрывах.....	82

<b>2.2. Микроструктура и проницаемость</b>	
2.2.1. Анизотропия фильтрационного сопротивления.....	86
2.2.2. Закон Дарси и его нарушения.....	89
2.2.3. Проницаемость и пористость.....	93
<b>2.3. Динамическая пороупругость</b>	
2.3.1. Линейная волновая динамика.....	94
2.3.2. Волновая динамика "мягких" массивов.....	99
2.3.3. Слабые нелинейные волны.....	102
<b>2.4. Поровое давление и наведенные деформации насыщенных массивов</b>	
2.4.1. Деформации насыщенных массивов.....	105
2.4.2. Деформации насыщенного слоя.....	109
2.4.3. Пьезопроводность насыщенных пластов .....	112
<b>2.5. Гидроразрушение и гидроразрыв пласта</b>	
2.5.1. Необратимое деформирование насыщенных массивов.....	116
2.5.2. Пластическая окрестность скважины.....	120
2.5.3. Гидроразрыв пласта.....	125

## ГЛАВА 3. ГИДРОДИНАМИКА ПЛАСТА

<b>3.1. Основные нестационарные течения однородных флюидов</b>	
3.1.1. Гидравлика грунтовых вод.....	130
3.1.2. Подземные потоки при упругом режиме.....	132
3.1.3. Нестационарные течения в пластах.....	136
3.1.4. Процесс восстановления порового давления.....	140
<b>3.2. Стационарные течения и расстановка скважин</b>	
3.2.1. Продуктивность работающих скважин.....	143
3.2.2. Эффект перфорации скважин.....	148
3.2.3. Наведенная анизотропия проницаемости.....	149
3.2.4. Расстановка скважин на месторождениях.....	151
<b>3.3. Двухфазные течения в пластах</b>	
3.3.1. Условия на фронте вытеснения.....	154
3.3.2. Двухфазная гидродинамика.....	155
3.3.3. Одномерная плоское течение смеси.....	158
3.3.4. Структура фронтальной насыщенности.....	160
3.3.5. Схемы разных фазовых скоростей.....	163
<b>3.4. Течения в трещиноватых пластах</b>	
3.4.1. Напряжения в пластах двойной пористости.....	165
3.4.2. Балансы и переток масс.....	166
3.4.3. Зоны изменений давлений.....	167
3.4.4. Нестационарный приток к скважине из трещиноватого пласта.....	171
3.4.5. Нелинейные эффекты при трещиноватости пористого пласта.....	174
<b>3.5. Фильтрационно-конвективная диффузия</b>	
3.5.1. Осреднение полей концентраций.....	175
3.5.2. Тензорный коэффициент диффузии.....	176
3.5.3. Экспериментальные параметры диффузии.....	178

3.5.4. Рекомендации к дисперсии в плоскости.....	179
3.5.5. Адсорбция и проблемы экологии.....	180
<b>ГЛАВА 4. СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПЛАСТАХ</b>	
<b>4.1. Взаиморастворимые и газоконденсатные течения</b>	
4.1.1. Гидродинамика взаиморастворимых смесей.....	184
4.1.2. Закон равновесия гетерогенных смесей.....	186
4.1.3. РВГ-моделирование пласта.....	188
4.1.4. Продуктивность газоконденсатных скважин.....	190
4.1.5. Процесс рециркуляции газа.....	193
4.1.6. Осциляции в газоконденсатных потоках .....	194
4.1.7. Микроэмulsionийный перенос масс.....	197
<b>4.2. Механика мерзлого и газогидратного грунта</b>	
4.2.1. Оттаивание мерзлого грунта.....	199
4.2.2. Газогидратные грунты.....	202
4.2.3. Процесс диссоциации газогидратов.....	205
4.2.4. Прочность мерзлого грунта.....	208
4.2.5. Прочность и дилатансия льда.....	209
<b>4.3. Электрокинетические эффекты</b>	
4.3.1. Двойной электрический слой.....	211
4.3.2. Стационарная электрокинетика.....	212
4.3.3. Волновая электрокинетика.....	214
4.3.4. Границные условия.....	215
4.3.5. Электромагнитная эмиссия.....	216
4.3.6. Течения с пороговым градиентом.....	218
<b>4.4. Физические измерения в скважинах</b>	
4.4.1. Акустический шум в газовых скважинах.....	220
4.4.2. Реакция скважин на тектонические события.....	225
<b>4.5. Разрушение дилатирующихся геоматериалов</b>	
4.5.1. Динамика подземной полости.....	229
4.5.2. Локализация сдвига.....	235
4.5.3. Бифуркации будинажа и системы полос.....	239
4.5.4. Наведенная дилатансионная анизотропия.....	241
<b>ГЛАВА 5. ВЗРЫВЫ И СЕЙСМИКА МАССИВОВ</b>	
<b>5.1. Элементарная теория подземного взрыва</b>	
5.1.1. Постановка проблемы.....	242
5.1.2. Дилатационные кинематические интегралы.....	245
5.1.3. Численный расчет камуфлетного взрыва.....	247
5.1.4. Взрывные эксперименты.....	251
5.1.5. Динамическая прочность геоматериалов.....	254
<b>5.2. Фронты и эволюция сейсмических волн</b>	
5.2.1. Динамика излучения упругих волн.....	256
5.2.2. Оценка сейсмического риска.....	258
5.2.3. Эволюция сейсмического спектра.....	260

5.2.4. Доминантная частота как резонансное явление.....	263
5.2.5. Макроструктурные волновые эффекты.....	265
5.2.6. Диссипация волн.....	266
<b>5.3. Сейсмика газовых и нефтяных месторождений</b>	
5.3.1. Релаксация волн сдвига.....	268
5.3.2. Два типа Р-волн.....	269
5.3.3. Контакт газ-жидкость в пористой среде.....	272
5.3.4. Эффекты газонасыщения.....	273
5.3.5. Эффект вязкости пористой матрицы.....	275
<b>5.4. Макроструктурные трансформации и генерация волн</b>	
5.4.1. Одномерная микроупругая динамика.....	278
5.4.2. Модуляция высоких частот.....	280
5.4.3. Длиннокоротковолновой резонанс (ДКВР).....	282
5.4.4. Сейсмоультразвуковой переток энергии.....	292
5.5.3. Вибродобыча остаточной нефти.....	294
5.5.4. Фазовые проницаемости при вибрациях.....	296
5.5.5. Использование резонансных эффектов.....	298
5.5.6. Лабораторные испытания и оценка виброметода.....	301
5.5.7. Роль глубинного акустического шума.....	303

## ГЛАВА 6. СТРУКТУРА И РЕОЛОГИЯ ЛИТОСФЕРЫ

<b>6.1. Прочность геоматериалов в глубинных условиях</b>	
6.1.1. Стандартные испытания горных пород.....	306
6.1.2. Поинтервальная классификация конечного разрушения.....	308
6.1.3. Псевдопластическое (катахластическое) разрушение.....	310
6.1.4. Температурные и скоростные эффекты.....	313
6.1.5. Эффекты присутствия воды.....	314
<b>6.2. Строение земной коры</b>	
6.2.1. Земная кора как часть литосферы.....	316
6.2.2. Сейсмические данные для трещиноватости земной коры.....	318
6.2.3. Разломы земной коры.....	321
6.2.4. Волноводы земной коры.....	323
6.2.5. Нижняя катахластическая кора.....	325
<b>6.3. Граница Мохоровичча как проницаемый экран</b>	
6.3.1. Корово-мантийный петрологический переход.....	328
6.3.2. Геотермальные воды и их эффекты.....	330
6.3.3. Почему океаническая кора тоньше ? .....	332
6.3.4. Хрупкое разрушение верхней мантии .....	334
6.3.5. Термовязкое размягчение массивов.....	335
6.3.6. Строение астеносферы.....	337
<b>6.4. Флюидодинамика земной коры</b>	
6.4.1. Дилатационная пустотность и аккумуляция флюидов.....	339
6.4.2. Флюиды мантии и осадочные бассейны.....	341
6.4.3. Мобилизующее влияние воды на тектонику.....	343
6.4.4. Перенос минералов и напряжения ликосферы.....	344
6.4.5. Радоновый индикатор водных потоков.....	346

<b>6.5. Сверхглубокое бурение и устойчивость скважин</b>	
6.5.1. Глубокие скважины для изучения коры.....	347
6.5.2. Устойчивость ствола скважины.....	350
6.5.3. Бурение и тектоническая анизотропия.....	353
<b>ГЛАВА 7. ГЕОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ</b>	
<b>7.1. Глобальная динамическая тектоника</b>	
7.1.1. Строение Земли в целом.....	355
7.1.2. Представления плитовой тектоники.....	357
7.1.3. Эндогенные процессы.....	360
7.1.4. Принцип изостазии.....	362
7.1.5. Изгиб слоев и литосферы в целом.....	364
<b>7.2. Основные понятия механики землетрясений</b>	
7.2.1. Модели очага.....	367
7.2.2. Оценки энергии землетрясений.....	370
7.2.3. Система разломов литосферы.....	374
7.2.4. Действие землетрясения.....	379
<b>7.3. Дилятансия и предвестники землетрясений</b>	
7.3.1. Изменения сейсмических волн.....	380
7.3.2. Дилятансионное рыхление разломов землетрясений.....	382
7.3.3. Предвестники землетрясений.....	384
7.3.4. Расширение зон поврежденности.....	386
7.3.5. Мониторинг землетрясений.....	389
7.3.6. Прогноз землетрясений для Памира.....	392
<b>7.4. Крупномасштабные тектонические волны</b>	
7.4.1. Тектоническая диффузия напряжений.....	393
7.4.2. Тектонические уединенные волны.....	395
7.4.3. Глобальная геофизическая периодичность.....	399
7.4.4. Циклы субдукционной сейсмичности.....	402
<b>7.5. Волны быстрых тектонических изменений</b>	
7.5.1. Эмиссия радона и тектоника.....	408
7.5.2. Волны быстрых предвестников.....	410
7.5.3. Волны поворотов во фрагментированных массивах.....	413
7.5.3. Наведенные деформации и сейсмичность.....	417
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>	419
<b>ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ.....</b>	436

## НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

Николаевский Виктор Николаевич

## ГЕОМЕХАНИКА И ФЛЮИДОДИНАМИКА

Заведующий редакцией *Т.К. Рубинская*  
Редактор *В.Н. Слесаренко*  
Переплет художника *В.Н. Быкова*  
Технический редактор *Г.В. Лехова*  
ИБ № 9954

Лицензия ЛР № 010145 от 24 декабря 1992 г. Подписано в печать с репродуцированного оригинал-макета 07.06.96. Формат 60x88 1/16. Бумага офсетная № 1. Гарнитура "Таймс". Печать офсетная. Усл.печ.л. 27,44. Уч.-изд.л. 28,0. Тираж 1000 экз. Заказ № 1497 /4503-2.  
Набор выполнен на компьютерной технике

АО "Издательство "Недра". 125047, Москва, Тверская застава, 3

Смоленская областная ордена "Знак Почета" типография им. Смирнова  
214000 г. Смоленск, проспект им. Ю. Гагарина, 2.