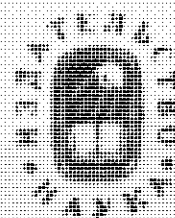


Н. А. Огильви

Физические  
и геологические  
поля  
в гидрогеологии



АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
ИНСТИТУТ ВОДНЫХ ПРОБЛЕМ

*Н. А. Огильви*

**Физические  
и геологические  
поля  
в гидрогеологии**



**ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»**  
**Москва 1974**

Физические и геологические поля в гидрогеологии. Огиль-  
ви Н.А. Изд-во "Наука, 1974 г. 1-000.

Теоретическая гидрогеология рассматривается автором как наука, объединяющая разнообразные дисциплины с точки зрения учения о полях. Приведена схема "гидрогеологических моделей" и показана логическая схема их получения и проверки. На основе представлений о горной породе как термодинамической системе, в которой определяется потенциал воды и других веществ, предложен принципиально новый способ определения приведенных уровней в артезианских системах, что важно для понимания динамики артезианских вод и оценки их ресурсов.

Книга рассчитана на широкий круг специалистов гидрологов, геологов, гидрогеологов, изыскателей, проектировщиков, работающих в системе водного хозяйства.

Таблиц 10, иллюстраций 14, библиогр. 101 назв.

Ответственный редактор  
член-корреспондент АН СССР П.Ф. ШВЕЦОВ

## Предисловие

Жерарден (1971) предложил назвать бионику "наукой перекрестков", с полным правом то же название заслуживает и гидрогеология, где удивительным образом сталкиваются различные дисциплины, взаимно дополняющие друг друга и объединяющиеся в изучении подземных вод. Широкое использование в гидрогеологии смежных дисциплин вполне понятно и обусловлено самим характером изучаемого объекта – подземной воды. Эта вода является лишь частью общего объема воды на Земном шаре. В результате, чтобы изучить подземные воды, приходится опираться на метеорологию, гидрологию поверхностных вод и океанологию. Чтобы подчеркнуть тесную связь гидрогеологии с другими гидрологическими науками, предлагалось (за рубежом это принято) всю науку, изучающую воду на Земле, называть общим термином – гидрологией, выделяя в ней гидрологию суши, гидрологию моря, гидрологию подземных вод – синоним принятого у нас термина "гидрогеология".

Наряду с общностью гидрогеологии с другими разделами гидрологической науки в ней проявляются и значительные индивидуальные черты, главные из которых заключаются в том, что гидрогеология изучает подземные воды и различные процессы изменения и движения этих вод в горных породах, т.е. в среде, образующей твердую оболочку Земного шара. Последняя изучается разветвленным циклом геологических наук (общей геологией, динамической геологией, исторической геологией, петрографией и др.), с которыми гидрогеология имеет самую тесную связь. Наличие этой связи заставляет гидрогеологию в значительно большей степени относить к разделу геологических наук, чем к разделу гидрологических. Фигурально можно сказать, что связь гидрогеологии с другими разделами гидрологической науки ограничивается лишь граничными поверхностями между поверхностными и подземными водами, в то время как связь с геологическими науками происходит во всем объеме изучаемого объекта.

Наряду с изучением подземных вод как объекта исследований гидрогеология значительное внимание уделяет оценке и прогнозу различных процессов, протекающих в земной коре, так или иначе связанных с физической или физико-химической деятельностью подземных вод. В этом отношении гидрогеология является частью физической геологии.

Подземные воды — очень сложные и динамически изменяющиеся растворы. Изучение материального состава этого раствора и выяснение закономерности динамики и кинетики химических реакций, происходящих в нем, являются объектами исследования гидрохимии и физической химии, с которыми гидрогеология тесно связана. Эта связь выражается не только тем, что гидрогеология заимствует из химии и физической химии методы исследования материального состава своего объекта исследований, но и тем, что сама в значительной степени развивает эти смежные науки. Наряду с изучением химического состава подземных вод в гидрогеологии значительное внимание стало уделяться изучению молекулярных и изотопных свойств как самой воды, так и растворенных в воде примесей. В результате появляются взаимосвязи между гидрогеологией и новейшими разделами физической химии — ядерными исследованиями, рентгеноструктурным анализом и т.д.

Подземные воды в земной коре находятся под воздействием ряда физических полей (термического, гравитационного, электрического, магнитного). Эти физические поля изучаются соответствующими разделами геофизики, с которыми гидрогеология оказывается в тесной взаимосвязи. Особенно проявляется взаимосвязь гидрогеологии с геотермией.

Наряду с теоретическими вопросами геофизики в гидрогеологии широко используются методы прикладной или разведочной геофизики. Использование этих методов обусловлено тем, что подземные воды значительно изменяют свойства горных пород, в которых они находятся. Изменение свойств горных пород влечет за собой изменение в реакциях физических полей, используемых геофизиками для разведочных целей.

Изменение свойств горных пород под влиянием подземных вод важно и само по себе, с точки зрения изменения строительного качества оснований, на которых возводятся различные гражданские или инженерные сооружения. Таким образом, закономерна тесная взаимосвязь между гидрогеологией и инженерной геологией.

Характерной особенностью гидрогеологии является то, что она имеет дело с очень подвижным веществом — подземной водой, заключенной в горной породе, которая служит крайне неоднородной гетерогенной средой, доступной для своего изучения и прямых наблюдений только в самой поверхностной зоне. Но даже в этой зоне изучение законов движения и изменения свойств подземных вод — очень сложная проблема. Недаром еще Галилей утверждал (в начале XVII в.), что при изучении законов движения небесных тел, несмотря на громадность их расстояний от нас, встретится меньше затруднений, чем при исследовании движения водных потоков (Павловский, 1928). При этом он подразумевал водные потоки на поверхности Земли, в области их непосредственной доступности для наблюдений. Для подземных же вод, скрытых от нас и находящихся в крайне неоднородной среде — в горных породах, трудности во много раз возрастают.

Значительное число задач, которые встают перед гидрогеологией, и разнообразные методы, привлекаемые для решения, создают большие трудности для систематического изложения этой науки. Действительно,

крайне сложно с одинаковой подробностью и на одном и том же научном уровне изложить в одной монографии геологические аспекты гидрогеологии, сложные вопросы физико-химических равновесий и кинетики химических процессов, происходящих в горных породах, вопросы динамики подземных вод, оценки их запасов и ресурсов, прогноза режима и многие другие, практически совершенно обособленные области знаний. В результате в книгах по гидрогеологии в зависимости от склонностей авторов то прекрасно излагаются геологические аспекты гидрогеологии, то больше внимания уделяется показу взаимосвязи подземных и поверхностных вод и подробному изложению различных гидрологических и метеорологических вопросов, то на первый план выдвигаются физико-химические условия равновесий в подземных водах и кинетики протекающих в них реакций или вопросы динамики подземных вод. При изучении этих книг, во многих случаях не удается даже понять, как сочетаются геологические, физико-химические, гидродинамические и многие другие факторы в одном объекте — подземной воде. Между тем они действительно очень гармонично сочетаются в ней и нельзя, например, изучать динамику подземных вод, не рассматривая в то же время проходящих в них физико-химических изменений или изменений их температуры. Желание изучить всю подземную воду как единое целое, не разграничивая ее по отдельным областям наших знаний, и послужило основным мотивом написания этой работы. Автор попытался в ней выделить то главное, что, по его мнению, должно объединять различные области знаний применительно к подземной воде. Этим главным, по глубокому убеждению автора, является учение о полях, которое отчетливо отражено во всех гидродинамических, физико-химических и геологических вопросах, связанных с подземными водами.

Обобщенная теория полей в гидрогеологии должна иметь наибольшее значение при анализе и прогнозе процессов водообмена в горных породах. В настоящее время этот водообмен имитируется моделью, в которой учитывается воздействие только одной силы, пропорциональной градиенту давления. В то же время водообмен в породах — более сложный процесс: он является частным случаем общего массо- и энергообмена, происходящего в этих породах, и должен рассматриваться во всей своей совокупности с учетом ряда сил, его вызывающих. Вероятно, анализ и изучение процессов водообмена в горных породах длительное время останутся еще темой многих исследований. В данное же время автором делается одна из первых попыток описать этот процесс, на основе несколько новой модели, в которой при ряде ограничений учитывается воздействие многих сил. Водообмен рассматривается в основном в стационарных условиях, переход к нестационарным процессам требует специальных исследований.

Рассмотрение различных гидрогеологических вопросов с точки зрения учения о полях во многих случаях является новым подходом, недостаточно еще сложившимся в этой науке. В силу этого многие выдвигаемые автором положения могут оказаться спорными и недостаточно обоснованными, а главное — недостаточно еще проверенными практикой. К таким, например, положениям относятся представление

автора, что движение воды в горных породах должно связываться не только с гидродинамическими, но и с физико-химическими факторами. Недостаточно экспериментально обосновано также влияние температурного поля на движение подземных вод; также мало обоснованы взаимосвязь геоэлектрического и гидродинамического полей и многие другие вопросы. Это вынуждало автора прибегать иногда к сравнительно слабо обоснованным гипотезам в надежде, что они послужат толчком для дальнейших исследований. Излагая некоторые новые положения по теории полей применительно к гидрогеологии, автор иногда употреблял новые термины. В частности, применены термины: "символические", "горно-геометрические" и "геологические" поля. Вероятно, многие из этих вновь введенных терминов окажутся неудачными и вызовут справедливую критику, но автор совсем не настаивает на широком признании этих терминов, которые и введены только для удобства в данной книге.

Работа начинается с изложения некоторых общих методологических вопросов гидрогеологических моделей подземных вод. В общие вопросы включаются и математические приемы обработки гидрогеологической информации. Приводится определение понятия полей, их взаимосвязь, и далее подробно рассматриваются символические, геологические и стационарные гидродинамические поля. При анализе этих последних полей приводятся некоторые новые соображения, уточняющие, по мнению автора, процессы фильтрации воды в пористых средах и особенно в глинистых породах. Показывается очень сложный характер сил, под влиянием которых происходит фильтрация воды в горных породах, и вводится несколько обобщенное термодинамическое представление о потенциале этих сил. Соответственно с термодинамическим представлением о потенциале гидродинамических сил дается несколько отличный от бытующего в гидрогеологической практике способ приведения пьезометров вод с различной минерализацией.

Основные положения предлагаемой работы неоднократно обсуждались на научных конференциях и заседаниях, где со справедливой критикой выступало много различных специалистов и ученых, значительно способствовавших формированию идей автора, за что всем им он выражает глубокую благодарность. Особо он благодарен сотрудникам геофизической и математической лаборатории ВСЕГИНГЕО за помощь на ранних стадиях данной работы и ее плодотворное обсуждение, а также сотрудникам Отдела ресурсов подземных вод Института водных проблем АН СССР за широкое обсуждение работы на последних, завершающих ее стадиях. Автор глубоко признателен М.Р.Никитину, Ф.М.Бочеву, В.М.Шестакову, В.А.Мироненко и А.Е.Бабинцу, взявшим на себя труд просмотреть рукопись и внесшим много существенных корректив. Особо автор благодарит своего научного редактора П.ф.Швецова за ряд ценных советов и плодотворное обсуждение работы.

# Глава 1 Поля и вопросы методологии гидрогеологических исследований

---

## Определение понятия полей

Как указывалось в предисловии, учение о полях является общим началом, которое объединяет все разнообразные методы, применяемые в гидрогеологии и позволяющие значительно развивать методологию этих исследований. Правда, в настоящее время учение о полях применительно к гидрогеологии находится еще в зачаточном состоянии и необходим ряд теоретических и экспериментальных работ, чтобы поля полностью завоевали свое признание в этой науке и учение о них стало бы приносить научно-познавательные и практические результаты.

Поле может быть определено как соответствие между произвольным множеством  $M$  и множеством координат точек в пространстве  $R$  (в общем случае четырехмерном)<sup>1</sup>.

Приведенная общая формулировка "поле" позволяет применять это понятие для описания различных геологических или гидрогеологических ситуаций. В дальнейшем более подробно будут рассмотрены некоторые из таких ситуаций, причем для этого нам понадобится классификация полей, которые могут быть разделены по следующим признакам:

характеру соответствий (функциональное, взаимно-однозначное и др.), по мерности пространства  $R$ , являющегося областью отправления, по характеру множества  $M$ , являющегося областью прибытия.

По мерности пространства  $R$ , измеряемого длиной  $L$  и временем  $T$  в соответствующих степенях, можно выделить поля:

в пространстве нулевой размерностью  $L^0T^0$  — этим полям соответствуют мировые константы (постоянная Планка, число Авогадро, основание натурального логарифма и др.);

---

<sup>1</sup>Автором используются некоторые понятия и символы, связанные с теорией множеств, математической логикой, теорией вероятностей и другими разделами математики. Большинство определений заимствовано из следующих работ: Ю.А.Шиханович, 1965 (см. также предисловие к этой книге, составленное В.А.Успенским); Н.Бурбаки, 1965; А.А.Френкель и И.Бар-Хиллел, 1966; Дж.Кеменн, Дж.Свелл и Дж.Томсон, 1963; А.Черч, 1960; Р.Л.Гудстейн, 1961; сборника статей — Математическая логика и ее применения, 1965; Е.С.Вентцель, 1962; Н.Арлей и К.Бух, 1951; Р.Миллер и Дж.Кан, 1965 и др.



в пространстве размерностью  $L^k T^0$  ( $k = 1, 2, 3$ ) – стационарные поля, не зависящие от времени;

в пространстве размерностью  $L^0 T$  – поля величин, которые не зависят от координат геометрического пространства и связаны только со временем, например поля мирового времени;

в пространстве размерностью  $L^k T$  – общий вид нестационарных полей.

Естественные поля, с которыми приходится встречаться гидрогеологу, в основном четырехмерные, определяемые в пространстве  $L^3 T$  измерений. Однако в целях упрощения анализа этих полей приходится часто рассматривать не их самих, а их проекции на соответствующие оси. В результате этого и появляются поля в пространствах  $L^k T^0$  и  $L^k T$ , где  $k$  может принимать значения от 1 до 3.

По характеру множества  $M$ , являющегося областью прибытия, поля в первую очередь могут быть подразделены на метрические и неметрические.

К метрическим относятся поля таких величин, которые могут быть измерены и выражены некоторыми числами. К неметрическим – поля символов или некоторых понятий, определяемых их собственными именами. Например, поле, в котором каждой точке геометрического пространства ставится соответствие заданного типа горных пород, определяемых их наименованием – собственным именем.

Поля метрических величин, с которыми сталкивается гидрогеолог, в свою очередь можно подразделить на физические, геологические и горно-геометрические. Далее эти поля делятся на скалярные и векторные.

### Физические поля

Физические поля характеризуются тем, что либо сами величины  $U = U(r, t)$ , образующие эти поля, либо их градиенты пропорциональны силам, под влиянием которых происходит перенос энергии или материи. Характерные примеры физических полей – поля пьезометрических напоров или давлений подземных вод, под влиянием градиента которых происходит фильтрация воды. К физическим следует отнести и поля концентраций различных компонентов химического состава подземных вод, под влиянием градиентов которых за счет диффузии происходит перенос материи. К ним же относятся разнообразные поля, изучаемые главным образом геофизиками, но имеющие существенное значение во всех вопросах познания подземных вод и их использования: гравитационное, геотемпературное, геоэлектрическое, геомагнитное, напряженного состояния горных пород и ряд других.

Физические поля имитируются в большинстве случаев теми или другими детерминированными дифференциальными уравнениями в частных производных. Возможны, однако, и некоторые вероятностные оценки величины  $U$ . Ниже мы вернемся более подробно к математическим моделям физических полей, где рассмотрим принципы составления как детерминированных уравнений, так и вероятностных оценок.

Во все детерминированные уравнения, имитирующие физические поля, входит ряд коэффициентов, определяющих свойства горных пород и подземных вод (коэффициенты фильтрации, теплопроводности, электропроводности и т.д.). Эти коэффициенты также являются функциями координат  $(i) = (x, y, z)$ , определяющими положение точки в области пространства  $\Omega$ , занятого горными породами (геологического пространства). В некоторых случаях эти коэффициенты зависят также от времени  $t$ , например при изменении коэффициента фильтрации при кольматации или при выщелачивании. Кроме того, они могут зависеть от величин  $U$ , характеризующих те или другие физические поля. Последняя зависимость особенно проявляется при изменениях фазового состояния воды в порах горных пород.

### Геологические поля

В наиболее общем случае любые свойства горных пород или подземных вод могут быть описаны соответствующими полями  $G = G(x, y, z, t)$ , для которых мы введем условное наименование – геологические.

Геологические поля существенно отличаются от физических тем, что ни сами величины  $G$ , ни их градиенты не вызывают перенос энергии или материи в горных породах. Примерами геологических полей могут служить поля плотностей горных пород, их пористости, теплоемкости, различных упругих модулей (модуля Юнга, коэффициента Пуассона и т.д.), а также поля различных коэффициентов, определяющих процессы переноса в горных породах, – фильтрации, электропроводности, диффузии, теплопроводности и др.

Геологические поля обладают рядом совершенно особых свойств, сильно отличающих их от всех прочих полей. В гл. 3 мы познакомимся подробнее с некоторыми из этих специфических свойств геологических полей, изучение которых имеет первостепенное значение для гидрогеолога.

### Горно-геометрические поля

В любой не слишком малой области геологического пространства выделяются границы между горными породами различного наименования, между породами в различном их состоянии (замерзших и талых, неодинаковой степени выветрелости, метаморфизации, влажности, различной минерализации насыщающих вод и т.д.). На границах (контактах), где происходит смена наименования горных пород, т.е. где изменяется их смысловая характеристика, происходят наиболее резкие скачкообразные разрывы в свойствах горных пород, описываемых геологическими полями. На границах, где меняется состояние горных пород, геологические поля также значительно трансформируются, однако это обычно происходит более постепенно, размазываясь в некоторой переходной зоне. Когда контакты между различными горными породами достаточно четко выражены, их можно аппроксимировать теми или другими геометрическими поверхностями  $\Gamma(x, y, z) = 0$ . Этим поверхностям, а также другим элементам залегания горных пород (углам и

азимутам их падения) может быть присвоено условное наименование - горно-геометрические поля.

Горно-геометрические поля в большинстве случаев стационарны, однако в отдельных случаях, например в оползающем массиве, они могут оказаться нестационарными.

### Неметрические поля

Геолог или гидрогеолог очень часто при своих работах выясняет соответствие тех или других горных пород, описанных определенным наименованием (собственным именем), с координатами точки геометрического пространства. Моделью такого соответствия являются различные геологические, литологические или другие карты и разрезы. Аналогично может устанавливаться соответствие между различными качественно определенными отношениями (например, большой, средней, малой трещиноватости пород) или количественными показателями, выраженными определенными символами, с соответствующими координатами. Все такие соответствия между символами и координатами геометрического пространства, а в некоторых случаях и временем будем называть символическими полями. Некоторым приемам кодирования качественной информации, получаемой геологами или гидрогеологами, посвящается гл. 2.

### Взаимосвязь между полями

Все подмножества различных классов полей ( $U$  - физических,  $G$  - геологических,  $\Gamma$  - горно-геометрических и  $X$  - символических) являются взаимосвязанными.

Наиболее четко проявляется связь физических полей с геологическими и горно-геометрическими. Обратная связь геологических полей с физическими или связь физических полей с горно-геометрическими менее заметна и проявляется не во всех случаях. Взаимосвязь между геологическими и горно-геометрическими полями устанавливается только в отдельных случаях и часто оказывается не вполне определенной (рис. 1).

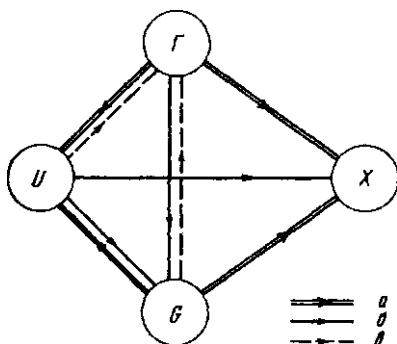
Зависимость физических полей от геологических и горно-геометрических принципиально не позволяет на основе измерения физических полей точно определять свойства горных пород и геометрическое положение границ, другими словами, создается некоторый геологический принцип неопределенности. Особенно четко проявляется этот принцип при измерениях электрических величин в прикладной геоэлектрике, где он именуется принципом эквивалентности.

Неопределенность определения свойств горных пород (геологических полей) и геометрического положения границ их разделов можно значительно уменьшить в случае наличия хорошо выраженных связей между геологическими и горно-геометрическими полями. Однако эта связь, как правило, устанавливается весьма проблематично и неточно.

Символические поля  $X$  смысловых понятий зависят от геологических и горно-геометрических. Обратной связи, очевидно, не существует,

Рис. 1. Схема взаимосвязей различных полей, изучаемых гидрогеологами

U – физические поля; G – геологические поля; Г – горно-геометрические поля; X – символические поля; (а) – сильная связь; (б) – слабая связь; (в) – предполагаемая или неопределенная связь



поскольку смысловые понятия не являются некоторым материальным воплощением, существующим вне нас.

Анализ смысловых понятий и закономерностей символических полей помогает формированию наших представлений о геологическом или гидрогеологическом строении недр.

### Методы гидрогеологических исследований

Информацию о полях, рассматриваемых в гидрогеологии, получают путем привлечения различных методов исследований недр. Поскольку гидрогеология – один из наиболее крупных разделов общей науки о Земле, ее развитие теснейшим образом связано с развитием наших геологических представлений как о Земле в целом, так и геологическом строении изучаемых регионов или районов. Наряду с этим гидрогеология в значительной степени физико-математическая и химическая дисциплина. Ей не чужды также и экспериментальные методы с активным вмешательством в процессы, протекающие в Земле. Кроме того, многие разделы гидрогеологии, имеющие значение для обеспечения жизнедеятельности человека на Земле (водоснабжение и др.), а также для обеспечения его хозяйственных потребностей, являются предметом инженерных расчетов и проектирования.

Тесная взаимосвязь гидрогеологии с другими геологическими науками проявляется и в значительном использовании при гидрогеологических исследованиях геологических методов. Среди них основное значение имеют описательные методы гидрогеологических явлений и процессов, а также методы изображения этих явлений в виде соответствующих гидрогеологических карт и разрезов. Широко используется для изучения подземных вод в основном в верхней, неглубоко залегающей толще горных пород индикационный метод.

Этот метод хорошо освещен в работах: С.В.Викторов, Е.А.Востокова, Д.Д.Вышивкин (1962); Е.А.Востокова (1961); Е.А.Востокова, А.В.Шавырина, С.Г.Ларичева (1962); Н.А.Огильви, Е.А.Востокова (1964); С.В.Викторов (1971) и др. Он основан на тесной взаимосвязи явлений

и процессов, протекающих в земной коре, и процессов и явлений на ее поверхности, т.е. по существу метод основан на единстве природы. В результате такого единства природы оказывается возможным делать заключения о составе подземных вод, о глубинах до свободной их поверхности и в некоторых случаях – о характере их циркуляции на основе легко наблюдаемых на поверхности Земли геоморфологических, геоботанических или геологических признаков (индикаторов). Сопоставление наблюдаемых индикаторов с гидрогеологическими условиями обычно проводится непосредственно исследователем на основе личных знаний и опыта. Однако для таких сопоставлений можно широко использовать и современные вычислительные методы, основанные на математической логике и теории вероятности (аналогичных вычислительным методам медицинской диагностики). Но наряду с такими общими для гидрогеологии и геологии методами исследований гидрогеология обладает и рядом специфических приемов, сильно и иногда принципиально отличающихся от геологических. Основное принципиальное отличие заключается в том, что геология, имеющая дело с неподвижным или очень медленно изменяющимся во времени объектом, практически не занимается прогнозом его состояния и свойств на будущее. Она ограничивается изучением существующего геологического строения, как бы приближенно снимая его фотографию, и затем объясняет, как и под влиянием каких процессов оно исторически образовалось. В отличие от геологии гидрогеология имеет дело с очень подвижным объектом – подземной водой, сильно изменяющейся во времени. Поэтому вопросы прогноза состояния и свойств подземных вод на будущее приобретают в гидрогеологии первостепенное значение.

Значительная изменчивость подземных вод во времени определяет широко применяемый в гидрогеологии метод изучения их режима. Этот метод сильно выделяет методологию гидрогеологических исследований из общего цикла геологических наук и роднит эту методологию с гидрологическими исследованиями.

Изучение режима подземных вод – важный элемент гидрогеологических исследований, необходимых в целях:

- а) непосредственного использования подземных вод в данный момент времени;
- б) прогнозирования свойств и состояния этих вод для планирования их хозяйственного использования или мер борьбы с ними. Прогнозирование должно проводиться как в обстановке неизменных природных условий, так и в обстановке, когда эти условия сильно изменяются человеком;
- в) расчетов баланса подземных вод, оценки их ресурсов, определения параметров, определяющих скорости изменения уровня или давления воды в водоносных горизонтах, и скоростей изменения других физических или химических свойств этих вод;
- г) познания путей циркуляции подземных вод и тех процессов, которые происходят с ними.

Информация о подземных водах получается в виде ряда последовательных во времени величин, характеризующих состояние и свойства

этих вод. Такая информация может формироваться в пространствах различного числа измерений:

а) при изучении режима одного источника или одной скважины информация будет формироваться только во времени, т.е. она будет формироваться в пространстве одного измерения  $L^0T$ ;

б) при изучении режима подземных вод вдоль поперечника (створа) или вдоль оси скважины информация формируется в пространстве двух измерений  $L^1T$ ;

в) соответственно при изучении режима одного водоносного горизонта на площади его распространения информация будет сформирована в пространстве трех измерений  $L^2T$ .

Такое же будет измерение пространства, в котором сформирована информация, при изучении режима подземных вод вдоль разреза.

Наконец, возможны случаи изучения режима подземных вод во всей толще горных пород, развитых на изучаемой территории, т.е. информация об этих водах будет сформирована в пространстве четырех измерений  $L^3T$ .

Проводя одновременные режимные наблюдения, возможно изучать и получать информацию о состоянии и свойствах подземных вод для пространств  $L^0T$ ;  $L^2T$  и  $L^3T$  измерений.

Изучение режима подземных вод — очень важный элемент для составления моделей гидрогеологических условий и анализа гидродинамического поля.

Наряду с режимными наблюдениями, при которых отмечаются изменения состояния и свойств подземных вод, происходящие независимо от воли наблюдения, в гидрогеологии широко распространен активный экспериментальный метод. Этот метод заключается в целенаправленном изменении гидродинамического поля путем откачек или наливов (нагнетаний) в определенных его точках (скважинах, колодцах) и в наблюдениях за реакциями этого поля в других частях пространства. Часто одновременно изучаются также реакции геотемпературного и гидрохимического (иногда и геоэлектрического) полей на поведение гидродинамического поля. Экспериментальный метод активного изменения гидродинамического поля очень близок к экспериментальным методам, используемым в разведочной геофизике, где также активно возбуждается то или другое физическое поле (в основном электрическое или сейсмическое). Характер получаемых реакций позволяет судить о геологическом строении района, о свойствах горных пород и о взаимосвязях между различными физическими полями. В дальнейшем мы вернемся более подробно к возможностям совместного анализа ряда взаимосвязанных полей и наметим некоторые новые разведочные методы, вытекающие из такой взаимосвязи.

Непосредственно подземные воды изучаются при проходке буровых скважин. Буровая скважина при соответствующем опробовании дает достаточно полную информацию о подземных водах в толще горных пород, ею пересеченных. Однако информация, полученная при бурении скважин, бывает недостаточной. Для пространства между скважинами информация о воде отсутствует, и поэтому приходится прибегать к

широким интерполяциям и экстраполяциям и гипотетически предполагать те или другие гидрогеологические условия в толщах горных пород. Кроме того, техника самого опробования скважин для гидрогеологических целей далека от совершенства.

Одним из эффективных методов увеличения информационной способности скважин для гидрогеологических целей является широкое внедрение при их опробовании геофизических методов. Путем геофизических исследований скважин (каротажа) уже сейчас удается осуществлять следующие операции:

- расчленять пройденную толщу горных пород на более или менее пронизываемые слои;

- выделять таким путем коллекторы подземных вод;

- оценивать пористость песчаных коллекторов;

- оценивать их проницаемость, что особенно хорошо делается для песчаных пород путем применения многомерных корреляционных зависимостей коэффициента фильтрации от различных измеренных геофизических параметров и от гранулометрии пород, определенной по образцам или шламу;

- выделять отдельные фильтрующие трещины в скальных горных породах;

- в подходящих условиях определять среднюю скорость фильтрации для потока подземных вод и по этой скорости фильтрации и независимо определенным гидравлическим уклонам потоков подземных вод находить средние значения коэффициентов фильтрации;

- проводя суммарные откачки, самоизливы или наливы на скважине, расчленять пройденную толщу горных пород по величинам расходов воды из каждого горизонта (расходомерия) и таким путем определять их производительность и фильтрационные свойства;

- определяя геофизическими методами геотемпературное поле в скважине, оценивать по этим данным слабое восходящее или нисходящее движение воды через полупроницаемые пласты;

- теми же геотермическими методами по недобуренным скважинам оценивать необходимые глубины до вскрытия водоносных горизонтов заданной температуры;

- выделять в скважине трещины с притоками вод, отличающихся по своей температуре (восходящих или нисходящих).

Применяя электрические методы каротажа, удается оценить общую минерализацию подземных вод как в случае, если эти воды непосредственно проникают в скважину, так и в заглинизированных скважинах. Делаются отдельные попытки, но пока они не нашли еще большого применения, определения в подземных водах, непосредственно проникших в скважину, величин  $pH$  и  $Eh$ , активных концентраций хлора, натрия или других элементов по потенциалам соответствующих электродов. Кроме того, целесообразно, особенно при разведке рудных месторождений и при изучении минеральных вод, определять непосредственно в скважинах концентрации некоторых микроэлементов, сконструировав для этих целей специальные каротажные полярографы.

Каротажные методы скважин для гидрогеологических целей еще недостаточно внедрены в практику. Эти методы в основном применимы для исследований скважин средней глубины (от 20-50 до 500-1000 м). Для скважин малой глубины, изучающих грунтовые воды, по чисто техническим причинам каротажные методы оказываются малоприменимыми. Кроме того, для этих скважин они экономически неэффективны в силу неразработанности легких портативных каротажных установок. Трудности каротажа для гидрогеологических целей также сильно возрастают в глубоких и сверхглубоких скважинах в результате значительного повышения температур и минерализации подземных вод, а также по техническим причинам. Поэтому для гидрогеологического изучения таких скважин, особенно в проектах изучения верхней мантии, следует особо предусмотреть разработку соответствующих каротажных методов.

При помощи буровых скважин подземные воды изучаются пока только на суше, в то время как скважины стали применяться уже для геологического изучения морских акваторий. Особенно широко стали применять буровые скважины для геологического изучения дна океанов в США. Для полноты наших гидрогеологических представлений важно получить информацию также и о подземных водах на дне морей и океанов. Возможно, что, изучив их, можно будет получить ответ на некоторые процессы восходящего движения различных элементов из верхней мантии. Изучение подземных вод на дне морей и океанов может служить для подводных поисков полезных ископаемых. В прибрежных же зонах оно может применяться для оценок величин разгрузок подземных водных потоков в моря.

Методика гидрогеологического опробования скважин при глубоководном бурении совершенно не разработана, также не разработана методика каротажных исследований этих скважин для гидрогеологических целей. В результате тут мы имеем своеобразную "целину" для научно-исследовательских и конструкторских работ.

При изучении неглубоко залегающих подземных вод на суше, в основном грунтовых вод со свободной поверхностью, очень полезным оказывается совмещение некоторых скважинных исследований с наземными геофизическими работами, проводимыми около скважины. Путем таких совмещенных исследований возможно:

определить направление и скорость движения подземного потока путем запуска индикатора (электролита) в скважину и прослеживания его ореола наземными электроразведочными методами;

проводя откачку из скважины, определять всю создавшуюся депрессионную воронку наземными геофизическими методами (в основном методами сейсморазведки с портативной аппаратурой) и таким путем значительно уточнить все гидрогеологические расчеты по откачкам традиционных параметров пластов.

Рассмотренные выше экспериментальные методы применяются для изучения гидрогеологических условий *in situ*. Наряду с ними в гидрогеологии широко распространены специальные лабораторные исследования. Последние могут быть подразделены на:

а) лабораторное изучение свойств и состояния образцов горных по-



род и проб подземных вод (определения проницаемости, пористости, плотности, теплоемкости, теплопроводности образцов горных пород, химический анализ проб воды, определение в них ряда физико-химических характеристик — удельной электропроводности, плотности, активности воды и т.д.);

б) физическое моделирование.

При физическом моделировании экспериментально создаются условия приближенно отвечающие одному или нескольким условиям, в которых находятся подземные воды в рассматриваемой области земной коры, и изучается влияние этих условий на те или другие процессы, проходящие в этих водах. Например, для выяснения генезиса химического состава термальных вод в первом приближении может быть создана модель в которой учитывается только температура этих вод, и выясняется на этой модели процесс выщелачивания солей из горной породы (обычно опыты в бомбе при повышенной температуре по выщелачиванию пород). Для второго приближения, несколько больше отвечающего природным условиям, создается физическая модель, в которой одновременно учитываются температура, давление и газовый состав термальной воды.

Аналогично для изучения условий движения вод различной минерализации или вод и газов могут быть сооружены специальные фильтрационные лотки — физические модели, где процессы такого движения могут быть изучены в препарированном виде.

### Модели в гидрогеологии

При изучении подземных вод необходимо выяснить существующее на данный момент времени состояние этих вод, установить условия их нахождения в горных породах, оценить статические запасы подземных вод, выяснить условия их пополнения или расходования (ресурсы подземных вод), а также все процессы водообмена и солеобмена, протекающие в толще горных пород.

Но не только существующие на данный момент времени гидрогеологические условия интересуют исследователя, ему необходимо и практически очень важно выполнить прогноз, чтобы узнать, как изменятся эти условия в будущем под влиянием ряда естественных или искусственных причин. Необходимо оценить, как изменятся ресурсы подземных вод при той или другой их эксплуатации, условия водообмена между различными пластами при откачках из водоносных горизонтов или при нагнетании в них вод, загрязненных промышленными отходами, как скажутся создаваемые водохранилища на подземных водах или как скажется эксплуатация полезных ископаемых. Много таких "как" возникает перед гидрогеологом, и на все он должен ответить, сделав соответствующий прогноз, который в некоторых случаях выполняется на длительный срок, оцениваемый десятками, а то и сотнями лет.

В целях получения правильных прогнозов гидрогеологических условий оказывается очень важным выяснить, как и под влиянием каких причин исторически сложились существующие гидрогеологические условия, т.е. осуществить соответствующий палеогноз.

Большинство гидрогеологических условий описываются рядом взаимосвязанных полей, среди которых главными являются поля: давлений  $P(x, y, z, t)$ ; напряженного состояния скелета горных пород (тензорное поле); температур  $T(x, y, z, t)$ ; обобщенных потенциалов термодинамических сил  $\phi_j(x, y, z, t)$ ; скоростей фильтрации подземных вод  $W(x, y, z, t)$  (векторное поле); концентраций различных компонентов химического состава этих вод  $C_i(x, y, z, t)$ ; относительного или абсолютного времени образования или водообмена подземных вод (хронологические поля)  $t(x, y, z, t)$  и многие другие.

Описание и прогноз всех этих полей требует составления достаточно правдоподобных и точных их моделей, условно называемых в дальнейшем гидрогеологическими<sup>1</sup>.

Гидрогеологические модели могут быть подразделены на следующие взаимосвязанные группы (рис. 2):

$A_1$  — масштабные модели горно-геометрических полей;

$A_2$  — масштабные модели геологических полей;

$B_1$  — понятийные или гипотетические модели генезиса подземных вод;

$B_2$  — понятийные модели условий энерго-массопереноса в водоносных структурах.

$M$  — математические модели физических полей.

Масштабные модели горно-геометрических полей включают в себя различные геологические и структурные карты и разрезы, а также карты в изолиниях геологических структур (стратонизогипс, изопакд, карт схождения и др.), широко используемые в нефтепромысловой геологии. Методика построения этих карт освещается в многочисленной литературе (см., например, Мирчинк, 1946 и др.).

Термин "модели" в гидрогеологии, а также в геологии завоевывает все большее и большее место. Однако часто в этот термин вкладывается несколько различных смыслов. Ряд ученых, как русских, так и зарубежных, занимающихся теорией расчета гидродинамических полей и приложениями этой теории для оценок процессов водообмена в геологических структурах, под моделью обычно понимают математическую (детерминированную) модель, по которой можно проводить соответствующие расчеты. (Бочевер, Гармонов, Лебедев, Шестаков, 1969; Бар, Заславски, Ирмай, 1971; Jacquard, Lanchon, Lanvergeres, Saint-Yves, 1967; Teissier, 1964; Prudhomme, G.Souquet, 1964, и др.). В ряде случаев термин "модель" сужается и под ним понимается только некоторое электрическое или гидравлическое устройство (интегратор), на котором можно проводить гидродинамические расчеты. Более общее понятие в термин "модель" вкладывается геологами и особенно математиками, занимающимися геологическими проблемами. Например, У.Крамбейн и Ф.Грейбилл в своей книге "Статистические модели в геологии" (1968) приводят классификацию моделей, выделяя в них масштабные, понятийные и математические. Именно эти термины и были заимствованы автором при составлении и классификации предлагаемой гидрогеологической модели.

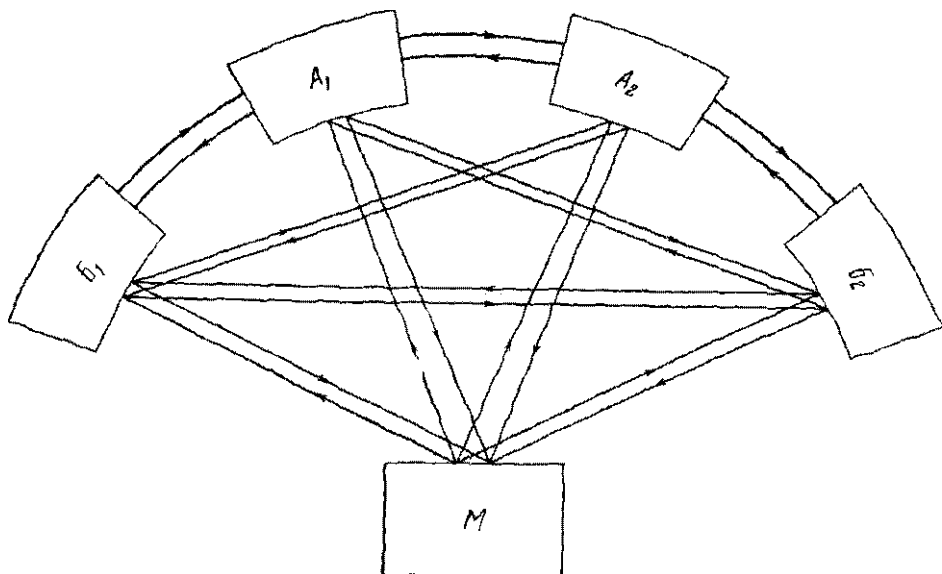


Рис. 2. Схема гидрогеологической модели  
Модель включает в себя;

$A_1$  — масштабные модели горно-геометрических полей (различные геологические карты — пластовые, структурные, схождения и т.д.; геологические разрезы и профили, блок диаграммы и другие графические материалы);  $A_2$  — масштабные модели геологических полей (карты, разрезы и профили свойств горных пород);  $B_1$  — понятийные модели генезисы подземных вод (гипотезы процессов образования как самой подземной воды, так и всех ее примесей, гипотезы о времени водообмена или о возрасте воды, гипотезы о соотношениях воды и горных пород и о связи подземных вод с геологическими, гидрологическими и метеорологическими факторами);  $B_2$  — понятийные модели условий энерго-массопереноса в водных структурах водоносных структурах (различные гипотезы об этих процессах, условия перетекания, смешения вод и т.д.),  $M$  — математические модели, синтезирующие все предыдущие модели, но с сознательной схематизацией всех условий с тем, чтобы можно было проводить количественные расчеты или оценки величин изучаемых полей

Другим представлением масштабных моделей для горно-геометрических полей могут служить различные математические выражения (обычно типа полиномов или двойных тригонометрических рядов), аппроксимирующие те или другие горно-геометрические поверхности. Ниже мы остановимся несколько подробнее на методике такой аппроксимации (приложение I).

Масштабные модели геологических полей включают в себя аналогичные карты, разрезы или аппроксимирующие математические выражения свойств и состояния горных пород, например: карты коэффициента фильтрации, плотности горных пород, их литологического состава, влажности пород, их льдистости и т.д.

Понятийные модели генезиса подземных вод включают в себя различные гипотетические представления (создающие понятия, откуда и появилось название этой модели) условий происхождения как самой подземной воды, так и всех находящихся в ней примесей. В эту же модель включаются гипотезы о времени образования или времени водообмена в водоносных структурах, а также гипотезы о процессах изменения изотопного и молекулярного состояния вод и всех ее примесей.

Понятийные модели условий энерго-массопереноса объединяют различные гипотезы об условиях циркуляции подземных вод, их смешения, перетекания через различные пласты, пополнения или расходования ресурсов подземных вод, переноса различных примесей этих вод, а также соответствующих переносов энергии в горных породах.

На основе общих гипотетических представлений, сформулированных в понятийных моделях, и моделей горно-геометрического и геологического полей составляются математические модели. В этих моделях условия энерго-массопереноса, а также различные проблемы генезиса подземных вод формализованы до такой степени, что по ним возможно проводить числовые расчеты различных физических полей и делать необходимые прогнозы об изменениях состояния или свойств подземных вод. Обратная связь математических моделей с понятийными и масштабными позволяет значительно их уточнять. В ряде случаев трудно даже разграничить понятийные и математические модели; например, часто сначала составляется понятийная модель первого приближения, по которой составляется математическая модель и выполняются необходимые расчеты, в результате чего уточняются понятийные, а в ряде случаев и масштабные модели. Расчеты по математическим моделям могут проводиться несколькими путями. В простейшем случае эти расчеты выполняются по выведенным аналитическим формулам. В более сложных случаях прибегают к расчетам на быстродействующих электронных цифровых машинах (ЭЦМ) или к моделированию на аналоговых машинах (АВМ). В некоторых случаях используются гибридные машины с аналоговыми и цифровыми комплексами.

Математические модели могут составляться несколькими путями (рис. 3).

Наиболее четко к настоящему времени выявилось два их типа<sup>1</sup>:

А) модели, составленные на основе физических и термодинамических представлений (гипотез) о закономерностях движения воды в горных породах;

Б) модели, основанные на ряде эмпирически устанавливаемых стохастических закономерностей.

<sup>1</sup>Схема классификаций математических моделей приводилась автором в статье (Огильви, 1970).

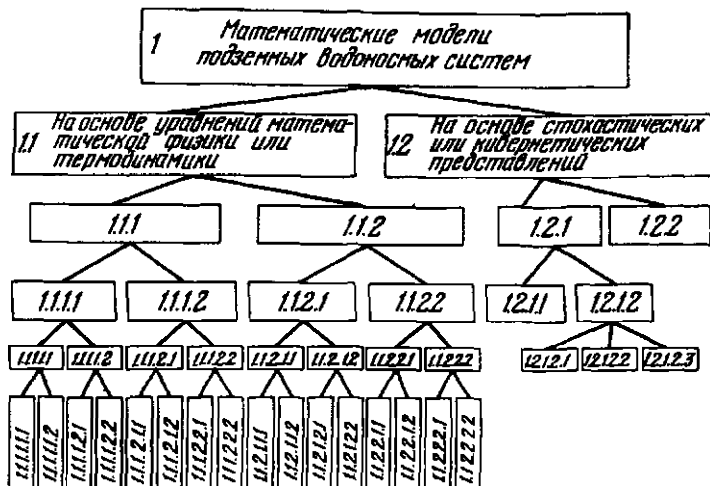


Рис. 3. Схема математических моделей

Спецификация индексов на схеме приведена в тексте

### СПЕЦИФИКАЦИЯ ИНДЕКСОВ В ПРИЛАГАЕМОЙ СХЕМЕ на рис. 3

Левая часть схемы

- |           |  |
|-----------|--|
| 1.1       | – на основе уравнений математической физики или термодинамики необратимых процессов;   |
| 1.1.1     | – имитируются гидрогеологические процессы линейными уравнениями;   |
| 1.1.2     | – эти процессы имитируются нелинейными уравнениями;  |
| 1.1.1.1   | – на основе гипотезы воздействия на водоносную систему одной силы, связанной с полем силы тяжести;                               |
| 1.1.2.1   |  |
| 1.1.1.2   | – на основе гипотезы воздействия на водоносную систему двух или нескольких сил, связанных с соответствующими физическими полями; |
| 1.1.2.2   |  |
| 1.1.1.1.1 | – предполагается вода в горных породах в виде одной жидкой фазы;   |
| 1.1.1.2.1 |  |
| 1.1.2.1.1 |  |
| 1.1.2.2.1 |  |
| 1.1.1.1.2 | – предполагается вода в виде двух или нескольких фаз;  |
| 1.1.1.2.2 |  |
| 1.1.2.1.2 |  |
| 1.1.2.2.2 |  |

- 1.1.1.1.1.1 — для установившегося во времени состояния;
- 1.1.1.1.2.1
- 1.1.1.2.1.1
- 1.1.1.2.2.1
- 1.1.2.1.1.1
- 1.1.2.1.2.1
- 1.1.2.2.1.1
- 1.1.2.2.2.1

Аналогичные шестизначные индексы, в которых последняя цифра 2 соответствует условиям не установившегося во времени состояния.

Левая часть схемы может быть далее значительно продолжена путем учета различных гипотез, положенных в основу составляемых уравнений или принимаемых граничных условий. Так, цифра 1 в следующем седьмом знаке может соответствовать условию, при котором движение воды в пластах имитируется двумерным уравнением, а цифра 2 в том же знаке, условию, при котором рассматривается движение во всем массиве и для которого принимается трехмерное уравнение.

Правая часть схемы

- 1.2 — на основе стохастических или кибернетических представлений о гидрогеологических процессах;
- 1.2.1 — эти процессы имитируются линейными соотношениями;
- 1.2.1.1 — предполагаются водоносные системы, лишенные "памяти";
- 1.2.1.2 — предполагается в этих системах наличие "памяти";
- 1.2.1.2.1 — используется математический аппарат динамических систем — "черный ящик";
- 1.2.1.2.2 — используется математический аппарат массового обслуживания, предполагаются статические емкостные запасы подземных вод или запасы в них растворенных веществ как своеобразные, динамически изменяющиеся очереди, возникающие под влиянием гидрогеологических процессов;
- 1.2.1.2.3 — используется математический аппарат случайного блуждания путем построения гомологических диаграмм вероятного движения воды в горных породах и вычисления на основе их функций Грина, определяющих вероятность попадания воды из одной точки в другую за заданный промежуток времени.

Возможен и третий путь, объединяющий модели группы А и Б.

Наиболее разработанными являются модели группы А. В то же время эти модели содержат в себе ряд существенных недостатков, среди которых основным является недостаточность наших знаний о процессах движения воды в горных породах. Имеются лишь приблизительные пред-

ставления о процессах движения воды в глинистых породах. Мы не уверены в эффекте появления "начального градиента", не знаем его связи с литологией и химическим составом подземных вод, в результате чего нельзя составить достаточно надежную модель системы этажно расположенных артезианских горизонтов.

Нясен вопрос о движении воды в трещиноватых породах и роли микротрещин в глинистых породах. Даже, казалось бы, хорошо изученный процесс фильтрации воды в пористых средах, описываемый законом Дарси, требует уточнения. Для такой фильтрации обычно принимается, что ее скорость пропорциональна силе, являющейся векторной суммой градиента давления и градиента силы тяжести. Однако уточненные термодинамические соображения показывают, что эта сила имеет значительно более сложный характер. В ней необходимо учитывать химические силы, пропорциональные градиенту логарифма активности воды, и градиенты поверхностных сил, пропорциональные градиентам концентраций растворенных в воде веществ. В главе 4 приводятся уточненные выражения для гидродинамических сил, под влиянием которых происходит фильтрация, и показывается, что в выражение для этих сил входит ряд параметров, определяемых литологическим составом пород и физико-химическими свойствами подземных вод.

В результате все модели группы А, основанные на гипотезах о процессах движения воды в горных породах, требуют надежного обоснования этих гипотез и их всесторонней экспериментальной проверки, что еще недостаточно выполнено.

В известной степени свободными от такого недостатка являются математические модели, основанные на стохастических закономерностях, устанавливаемых для данных артезианских систем. Некоторые теоретические соображения показывают, что такими моделями можно описать широкий круг процессов, происходящих в этих системах, и с их помощью оценить происходящий в них водообмен. Однако методика составления стохастических моделей для описания артезианских систем еще не разработана. Имеются лишь отдельные попытки применения их.

Для того чтобы иметь возможность выполнить расчеты, приходится схематизировать все граничные и временные условия в бассейне, схематизировать также все горно-геометрические поля, проводя контакты между различными породами по относительно простым поверхностям, поддающимся простому изображению на моделях или имеющим относительно простые аналитические выражения; приходится осреднять физические свойства горных пород в различных блоках, заменяя геологическое поле этих свойств некоторыми поддающимися расчетам схемами. Очевидно, что при этом возникают погрешности, обусловленные условиями схематизации (эти погрешности не следует смешивать с погрешностями, возникающими от работы самих механизмов, выполняющих расчеты). В силу наличия значительных погрешностей, обусловленных условиями схематизации, очень важно уметь их оценить. Схематизировать природные условия артезианского бассейна или других водоносных структур приходится не только потому, что необходимо их вогнать в тесное прокрустово ложе математических формул, по которым могут

производиться расчеты процессов водообмена, но и потому, что геолого-гидрогеологическая информация о бассейне не позволяет составить исчерпывающих их моделей. Но с точки зрения практики инженерных расчетов, а также для решения многих теоретических вопросов по условиям формирования и динамике подземных вод можно не стремиться к получению очень точной модели водоносных структур, а ограничиться составлением достаточно надежного ее варианта.

Надежная математическая модель должна позволять с достаточной для инженера точностью проводить расчеты состояния водоносной системы как на существующий момент времени, так и прогнозировать это состояние на будущее при различных режимах эксплуатации. Такая модель может быть получена путем последовательного приближения в ходе изыскательских работ. Для любого объема полученной фактической информации составляется своя приближенная модель, по которой оцениваются погрешности, возникающие при недостаточной информации о граничных, временных условиях и о гидрогеологических параметрах горных пород в бассейне (модель как бы проигрывается по всем граничным и временным условиям и по параметрам горных пород), и находится оптимальный путь для получения новой информации, наилучшим образом уточняющей модель. Далее выполняются изыскательские работы для получения недостающей информации и опять составляется новая, более уточненная модель. Модель считается достаточно надежной, когда проигрывание по всем граничным, временным условиям или по параметрам горных пород в пределах возможных их изменений даст допустимые погрешности в определяемых величинах.

Решение как прямых, так и обратных задач практически сильно осложняется недостаточностью информации о всех исходных величинах. Информация о любых величинах, характеризующих артезианский бассейн, собирается в результате геологических, гидрогеологических и геофизических исследований. При этом такими исследованиями изучаются относительно очень небольшие объемы горных пород в пределах бассейна артезианских вод. Например, информация о геологических и гидродинамических полях получается в основном путем гидрогеологического изучения буровых скважин (так называемых опытных работ) и лабораторных исследований кернов, полученных из этих скважин. Буровые же скважины являются лишь немногочисленными и неравномерно распределенными точками на площади всего бассейна артезианских вод; в результате перед исследователем возникает трудная задача — по информации, полученной в редких и неравномерно распределенных точках, воссоздать гидродинамические условия во всем артезианском бассейне.

Задача пространственного прогноза величин, измеренных в редких точках, на значительные области артезианских бассейнов была бы неразрешимой, если прогнозируемые поля не подчинялись некоторым достаточно строгим закономерностям. Так, если величина  $U$  была бы случайной, образующей случайные поля, то для ее пространственного прогноза потребовалось бы неизмеримо большее число точек наблюдений (скважин), чем те, которыми располагает гидрогеолог для изучения артезианских бассейнов. Теория случайных функций позволяет оценить



необходимое число таких точек (скважин) для изучения случайных величин и их пространственного прогноза с заданной вероятностью. Например, такие оценки для четвертичных толщ, залегающих в верхних частях разрезов многих артезианских бассейнов, приводят к результатам, что с вероятностью 90–95% пространственный прогноз (интерполяция между точками наблюдений и небольшая их экстраполяция за пределы этих точек) может быть выполнен только в том случае, если точки наблюдений (скважины) будут располагаться на расстояниях 100–300 м друг от друга. Если же это расстояние превосходит радиус корреляции порядка 500–1000 м, свойственной для многих четвертичных отложений, то интерполяция между точками наблюдения становится совершенно ненадежной. Однако четвертичные континентальные отложения, сильно изменяющиеся в пространстве, для которых геологические поля в значительной степени являются случайными с небольшим радиусом корреляции, развиты в артезианских бассейнах незначительно. Морские же, более древние отложения, в основном представленные в этих бассейнах, обладают более закономерными геологическими полями, что и позволяет пространственно прогнозировать их свойства по относительно немногочисленным скважинам. Кроме того, для такого прогноза широко могут привлекаться косвенные геофизические и геоморфологические данные. Использование геофизической информации при анализе гидрогеологических условий артезианских бассейнов может проводиться в следующих основных направлениях:

- 1) для изучения горно-геометрического поля – эта задача является классической с точки зрения применения геофизических методов разведки. При помощи геофизики могут определяться контакты между различными горными породами, условия залегания и геологические структуры горизонтов, их мощность, направление и углы падения слоев и многие другие горно-геометрические характеристики;
- 2) для изучения степени изменчивости пород – вычисления по геофизической информации как закономерных (фоновых) изменений, так и ее случайных изменений, характеризующих соответствующими корреляционными функциями;
- 3) для оценки по геофизической информации параметров горных пород (геологических полей), необходимых для расчетов гидродинамического поля;
- 4) для непосредственного определения некоторых гидродинамических и гидрохимических характеристик подземных вод (скоростей их фильтрации, пластового давления, общей минерализации воды и ее плотности).

Геоморфологическая информация при анализе гидрогеологических условий артезианских бассейнов привлекается в силу удивительного единства природы, благодаря которому одни и те же явления и процессы вызывают отклики в самых разнообразных полях. Так, небольшие геологические структуры часто связываются с повышением проницаемости пород и в то же время они отражаются на направлении речных долин, современном рельефе земной поверхности и других геоморфологических признаках. В результате относительная проницаемость пород

может оцениваться по геоморфологическим признакам. Точно так же, долины рек, с которыми связываются зоны выходов многих артезианских вод, обуславливаются рядом геолого-структурных и тектонических особенностей региона. И если раньше выдающийся климатолог А.И.Воейков говорил, что крупные реки являются "продуктом климата", то теперь еще в большей степени их считают "продуктом структур".

Используя геофизические методы, а также многочисленные связи между физическими свойствами горных пород и структурно-геологическими или геоморфологическими особенностями регионов, удастся со значительно большей точностью и надежностью определять геологические поля, необходимые для расчетов и оценок гидродинамического поля артезианских бассейнов. В дальнейшем мы более подробно остановимся на возможностях применения методов прикладной геофизики при анализе гидрогеологических условий артезианских бассейнов и на математических аспектах установления взаимосвязей между геологическими полями и различными геологическими явлениями и процессами.

Вполне очевидно, что гидрогеологические модели, включающие в себя масштабные, понятийные и математические, могут быть составлены только на основе имеющейся гидрогеологической информации. Эта информация должна быть подвергнута соответствующей обработке — интерпретации. Интерпретация может проводиться несколькими путями, которые могут быть разделены на два типа: формализованные и неформализованные.

При формализованной интерпретации проводится расчет различных коэффициентов или других показателей, характеризующих гидрогеологические условия изучаемой области пространства (коэффициентов фильтрации, пьезопроводности и т.д.); проводится количественная интерпретация результатов геофизических измерений; выполняются формализованные построения карт в изолиниях различных показателей, измеренных в скважинах (трендовый анализ); рассчитываются обобщенные показатели, характеризующие режим подземных вод, средние величины, дисперсии и др. Почти во всех случаях, чтобы провести формализованную обработку полученной информации, приходится исходить из соответствующих гипотез о гидрогеологических условиях изучаемой области пространства. Так, чтобы правильно вычислить коэффициент фильтрации по данным откачек, необходимо составить гипотезу о граничных условиях в районе откачиваемой скважины. Аналогично, чтобы проинтерпретировать данные электроразведочных работ, необходимо задать гипотезой о горно-геометрических полях, характеризующих данную область пространства (в первом приближении обычно принимается плоскопараллельное залегание пластов). Чтобы построить путем расчетов соответствующих полиномов карту изолиний кровли пласта, необходимо задаться гипотезой об отсутствии сбросов или других разрывных нарушений в пределах изучаемой области. Приведенные примеры могут быть распространены практически на любые виды формализованной обработки информации. Еще в большей степени зависимость интерпретации от принятых гидрогеологических гипотез распространяется на неформализованную интерпретацию.

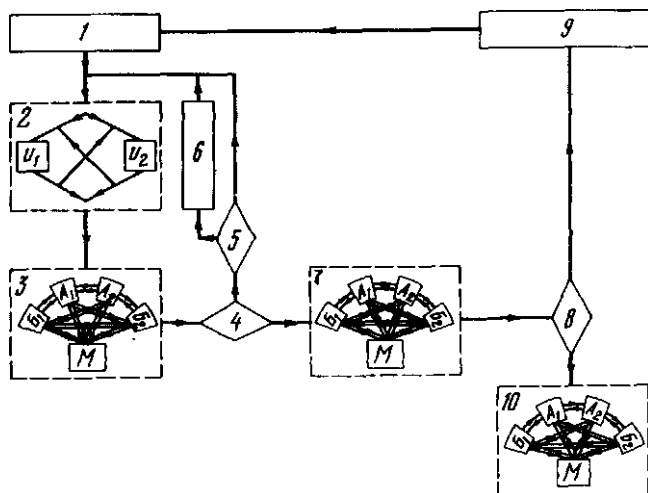


Рис. 4. Схема составления гидрогеологической модели

1 - имеющиеся информации о геологическом, гидрогеологическом, геофизическом строении недр, о процессах протекающих в них, и о их связях с другими естественными или искусственными факторами, 2 - аппарат интерпретации:

$H_1$  - формализованная,

$H_2$  - неформализованная;

3 - гидрогеологические модели "n-го" приближения; 4 - критерий непротиворечивости; 5 - критерий устойчивой противоречивости; 6 - выход на условие необходимости привлечения новых теоретических представлений или на проведение специальных исследований (полевых или лабораторных путей физического моделирования); 7 - гидрогеологические модели n+1-го порядка приближения; 8 - критерий единственности; 9 - выход на условие привлечения дополнительной информации и ее получение; 10 - окончательная, единственная, n-1-го приближения гидрогеологическая модель

При неформализованной интерпретации геолог или гидрогеолог на основе своих внутренних логических умозаключений, а во многих случаях чисто интуитивно строит соответствующие разрезы, отвечающие, по его мнению, принятой гидрогеологической модели (гипотезе), задается теми или другими граничными условиями для расчетов коэффициентов фильтрации, качественно описывает процессы фильтрации или смещения подземных вод и т.д. Очевидно, что формализованная и неформализованная интерпретации теснейшим образом переплетаются. Часто вначале делается неформализованное построение разрезов, затем проводятся формализованный расчет различных коэффициентов и интерпретация геофизических данных, затем опять уточняются разрезы и гипотетические гидрогеологические модели, после чего циклы обработки и составления моделей могут повторяться. Критерием при этом дол-

жна служить непротиворечивость выработанной модели всей полученной информации.

Итак, имеющаяся на данный момент времени информация (рис. 4) о гидрогеологических условиях изучаемой области пространства поступает на аппарат интерпретации, в результате чего составляются гидрогеологические модели  $n$ -го приближения. Далее эти модели оцениваются по своей непротиворечивости всей имеющейся информации, и в случае противоречивости модели хотя бы одному виду информации проводится повторная интерпретация с составлением новых моделей. Данный цикл может повторяться несколько раз, пока не получатся модели, непротиворечивые всей имеющейся информации. Критерий непротиворечивости должен оценивать как логическую непротиворечивость выработанных моделей имеющейся информации, так и проводить количественные сопоставления расчетных величин с фактически измеренными. Например, когда проводятся расчеты гидродинамического поля, необходимо сопоставлять рассчитанные величины с фактическими данными, полученными путем измерений в скважинах. Аналогично при расчете геотемпературного поля следует сопоставить рассчитанные величины температур с фактически измеренными в скважинах.

При наличии устойчивых противоречий делается заключение о недостаточности теоретических представлений для выработки приемлемых моделей, объясняющих всю имеющуюся информацию. В этом случае для составления моделей приходится либо привлекать новые теоретические разработки по физике, физической химии или термодинамике, либо проводить специальные лабораторные исследования – физическое моделирование различных процессов.

В результате привлечения новых теоретических представлений или выполненных экспериментальных работ, а в благоприятном случае и без них получают гидрогеологические модели, не противоречащие имеющейся фактической информации. При недостаточности информации таких моделей может оказаться несколько. Например, сейчас имеется несколько моделей – гипотез происхождения солености глубоких артезианских вод. Имеется также несколько гипотез об условиях движения этих вод и условиях их перетекания через слабопроницаемые пласты. Даже при составлении геологических разрезов (масштабных моделей горно-геометрических полей) в зависимости от теоретических представлений геолога иногда составляются разные разрезы<sup>1</sup>. В то же время

<sup>1</sup>В связи с этим автор хочет поделиться своими воспоминаниями о студенческих днях: полевую геологию у нас читал академик В.А.Обручев, ярый поклонник теории разрывных дислокаций и объяснявший сложные геологические разрезы наличием грабенов или горстов. Практические занятия проводил молодой еще тогда Н.С.Шатский, увлеченный в ту пору теорией шарьяжей. В результате студенты составляли два вида разрезов. Один несли В.А.Обручеву – молодые отложения в пределах развития древних палеозойских структур залегали в грабенах, а другой – на практические занятия у Н.С.Шатского, где те же молодые отложения соответствовали окнам в надвинутых палеозойских отложениях.

очевидно, что для одного объекта может быть составлена только одна истинная модель. Наличие нескольких моделей в первую очередь свидетельствует о недостаточности исходного фактического материала, в результате чего критерий единственности должен работать следующим путем: или выдавать окончательную модель, если она единственная, или отмечать недостаточность исходной информации и требовать дополнительного ее получения.

Приведенная общая схема (рис. 4) интерпретации фактической информации и составления гидрогеологических моделей на практике далеко не всегда выполняется. Очень часто за окончательную модель интуитивно принимается одна из полученных моделей  $n + 1$  приближения без проверки ее на единственность. Очевидно, что при этом нельзя гарантировать надежность различных прогнозов, выполненных по принятой модели. Еще хуже, когда для прогнозов принимается модель без ее проверки на непротиворечивость всей имеющейся информации, а с такими случаями в гидрогеологической или в геологической практике приходится встречаться очень часто. В силу этого особенно остро встает вопрос о формализации способов выяснения непротиворечивости, с тем чтобы этот процесс могла бы выполнять машина по наперед заданным алгоритмам.

Когда исходная информация представлена некоторыми величинами, количественно измеренными, оценка непротиворечивости сводится к расчетам по заданной математической модели и количественному сравнению рассчитанных величин с фактически измеренными. Обычно такой процесс выполняется в виде последовательных итераций, постепенным подгоном математической модели под фактические данные. Процесс такой итерации хорошо формализован соответствующими математическими приемами. Более сложно формализовать условие непротиворечивости, когда исходная информация представлена качественными или полуквантитативными данными (описанием разрезов скважин, общими закономерностями режима подземных вод и т.д.). Общие приемы формализации процессов установления непротиворечивости для качественных или полуквантитативных данных в гидрогеологии еще не выработаны, в то же время эти приемы, по-видимому, могут быть выработаны сравнительно легко, если использовать некоторые методы формальной логики. В качестве примера приведем способ оценки непротиворечивости ряда выдвинутых по качественным описаниям гипотез закономерностей режима минеральных источников Ходжа-Оби-Гарм в Таджикской ССР.

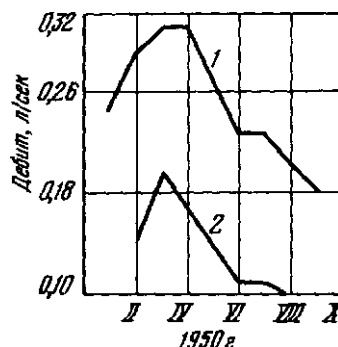
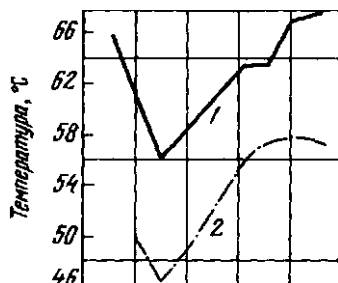
### **Формализация оценок правдоподобия гидрологических гипотез<sup>1</sup>**

При изучении минеральных вод Ходжа-Оби-Гарм в Таджикской ССР на основе режимных наблюдений за источниками были установлены следующие факты:

<sup>1</sup>Материалы этого параграфа были изложены автором в специальной статье (Огильви, 1968).

Рис. 5. График среднемесячных температур и дебитов термальных источников

Источники: 1 - 13; 2 - 8а



Ф (1) - температура воды в ряде источников испытывает сезонные колебания;

Ф (2) - вода является высоко-термальной, с температурой около  $100^{\circ}\text{C}$ ;

Ф (3) - наблюдается обратная зависимость между температурой и дебитом воды в источниках: при увеличении дебита температура уменьшается, а при его уменьшении она повышается (рис. 5).

Сезонные колебания температуры в источниках в достаточно общем случае могут быть объяснены тремя гипотезами:

Г (1) - вода, питающая источник, циркулирует на небольшой глубине в зоне переменных температур;

Г (2) - источники являются дериватными; вода, выйдя с больших глубин из коренных пород, растекается на небольшой глубине в зоне переменных температур, где она и подвергается температурным изменениям;

Г (3) - вода в источниках смешанная; при изменении пропорции смешения под влиянием сезонных факторов изменяется температура результирующей смеси. Кроме того, могут быть более сложные условия, образованные комбинацией приведенных трех гипотез. Например, вода может быть смешанной и дериватной, вода смешанная, причем одна из составляющих смеси циркулирует на небольшой глубине, т.е. она одновременно отвечает гипотезам Г (1) и Г (3). Наконец, возможен случай, что вода является смешанной Г (3) и дериватной Г (2) и одна из составляющих смеси циркулирует на небольшой глубине, т.е. параметры, характеризующие выходы вод, должны одновременно удовлетворять трем гипотезам: Г (1) и Г (2) и Г (3). Очевидно, невозможно, чтобы условия соответствовали одновременно гипотезам Г (1) и Г (2), поскольку вода в источнике не может быть одновременно дериватной и циркулировать на небольшой глубине, не будучи в то же время смешанной.

# Используя символику логических обозначений

Символ	Название	Истолкование
$\bar{Y}$	Отрицание	Не Y
$XY$	Логическое произведение	X и Y
$X + Y$	Логическая сумма	X или Y или и X и Y
$X \rightarrow Y$	Импликация	Если X, то Y

можно приведенные соотношения записать в виде следующей логической формулы:

$$\Phi(1) \rightarrow \Gamma(1) + \Gamma(2) + \Gamma(3) + \Gamma(1) \cdot \Gamma(3) + \Gamma(2) \cdot \Gamma(3) + \Gamma(1) \cdot \Gamma(2) \cdot \Gamma(3). \quad (1.1)$$

Поскольку гипотеза смешанной воды не определяет места смешения и только устанавливает данное высказывание, логическое произведение  $\Gamma(1) \cdot \Gamma(3)$  будет эквивалентно самой гипотезе  $\Gamma(3)$  (высказыванию), т.е.

$$\Gamma(1) \cdot \Gamma(3) = \Gamma(3), \quad (1.2)$$

точно так же

$$\Gamma(1) \cdot \Gamma(2) \cdot \Gamma(3) = \Gamma(2) \cdot \Gamma(3). \quad (1.3)$$

С учетом этих эквивалентностей можно формулу (1.1) переписать в виде

$$\Phi(1) \rightarrow \Gamma(1) + \Gamma(2) + \Gamma(3) + \Gamma(2) \cdot \Gamma(3). \quad (1.4)$$

Высказывание гипотез  $\Gamma(1)$ ,  $\Gamma(2)$ ,  $\Gamma(3)$  обусловлено нашими общими гидрогеологическими знаниями. Очевидно, что эти три гипотезы не исчерпывают всех мыслимых предположений; например, можно сказать, что изменение температуры обусловлено магматической деятельностью или какой-то не учтенной нами ролью электромагнитных полей или что-нибудь другое в том же роде. Однако сумма наших гидрогеологических знаний, а также геологических знаний о районе выходов минеральных источников Ходжа-Оби-Гарм не позволяет серьезно говорить об этих гипотезах так же, как и о гипотезе древних преданий, объяснявших температуру этих источников деятельностью специального духа. В связи с этим при высказывании гипотез следует приводить не все гипотезы, а только те, которые по совокупности гидрогеологических знаний наиболее вероятны. В нашем случае это приведенные три гипотезы, которые для объяснения установленного факта  $\Phi(1)$  дают четыре объяснения, из которых одно сложное, состоящее из логического произведения двух высказываний.

Установленный факт  $\Phi(2)$  может быть только в следующих случаях: если вода смешанная, причем одна из ее струй поднимается с больших глубин и обладает высокой температурой, если источники являются дериватными или если они смешанно-дериватные. Кроме того, очевид-

но, что этот факт возможен только при отрицании гипотезы Г (1). Таким образом, из факта Ф (2) следует, что

$$\Phi(2) \rightarrow \overline{Г(1)} + Г(2) + Г(3) + Г(2) \cdot Г(3). \quad (1.5)$$

Рассмотрим теперь наблюдаемый факт Ф (3), т.е. обратную зависимость между дебитом источника и его температурой. Очевидно, что такого соотношения между дебитом и температурой не может быть в дериватных источниках, струи воды которых проходят на небольших глубинах, где они могут только остывать, причем тем сильнее, чем меньше их дебит, т.е. для дериватных источников должна быть характерна прямая зависимость между дебитом и температурой, а не наблюдаемая обратная. В то же время гипотеза смешанного происхождения термальных источников очень хорошо объясняет наблюдаемый факт Ф (3). Таким образом,

$$\Phi(3) \rightarrow \overline{Г(2)} + Г(3). \quad (1.6)$$

Гипотеза Г (1) - циркуляция воды в зоне переменных температур - не позволяет однозначно определить Ф (3). Действительно, при наличии такой циркуляции в зависимости от ряда других факторов можно наблюдать как прямую, так и обратную зависимость дебита от температуры воды. Точно так же гипотеза Г (3) смешанной дериватной воды однозначно не объясняет факта Ф (3); в частности, если изменение температуры под влиянием смешения разных струй воды будет превалировать над процессами ее остывания при дериватном растекании в поверхностных отложениях, будет наблюдаться обратная зависимость между дебитом и температурой воды в источнике. В противном случае, когда процессы остывания в дериватном выходе превалируют над процессами смешения, может наблюдаться прямая зависимость между дебитом и температурой. Из приведенных рассуждений видно, что для объяснения каждого из наблюдаемых фактов могут быть составлены соответствующие логические формулы. Для большей ясности дальнейшего изложения повторю формулы (1.4) - (1.6), написав их одну под другой:

$$\Phi(1) \rightarrow Г(1) + Г(2) + Г(3) + Г(2) \cdot Г(3),$$

$$\Phi(2) \rightarrow \overline{Г(1)} + Г(2) + Г(3) + Г(2) \cdot Г(3),$$

$$\Phi(3) \rightarrow \overline{Г(2)} + Г(3).$$

Если предположить, что вода не является смешанной или дериватной, также, - что в этом случае она не может быть одновременно смешанной и дериватной, высказывание (1.4) будет оставаться истинным. В то же время высказывание (1.5) при такой замене гипотез Г (2) и Г (3) на их отрицание будет истинным только при условии отрицания гипотезы Г (1). Таким образом, гипотеза Г (1) не может одновременно удовлетворять фактам Ф (1) и Ф (2), следовательно, эту гипотезу следует отбросить. Точно так же, чтобы одновременно удовлетворить истинности наблюдаемых фактов Ф (1) и Ф (3), следует отбросить гипотезу Г (2). Однако гипотеза одновременного смешанного и дериватного происхождения термальных источников может удовлетворять фак-



там  $\Phi(1)$  и  $\Phi(3)$ , если рассматривать гипотезу  $\Gamma(2) \cdot \Gamma(3)$  как новую самостоятельную гипотезу. Итак, если одновременно наблюдаются три факта  $\Phi(1)$ ,  $\Phi(2)$  и  $\Phi(3)$ , то справедливыми могут быть гипотезы  $\Gamma(3)$  или  $\Gamma(2) \cdot \Gamma(3)$ , т.е.

$$\Phi(1) \cdot \Phi(2) \cdot \Phi(3) \rightarrow \Gamma(3) + \Gamma(2) \cdot \Gamma(3). \quad (1.7)$$

Чтобы однозначно решить вопрос о том, является ли вода, питающая минеральные источники, смешанной или смешанной и одновременно дериватной, необходимо привлечь новые факты, например получаемые в результате изучения условий выхода этих источников. Эти новые факты показывают, что некоторые источники верхней группы, выходящие непосредственно из трещин, в коренных породах являются только смешанными, а другие источники нижней группы, выходящие из рыхлых четвертичных отложений, являются одновременно смешанными и дериватными.

Обосновывая гипотезу формирования минеральных вод Ходжа-Оби-Гарм методами математической логики, мы лишь формализовали обычные гидрогеологические рассуждения и привели их к формам, которые могут быть решены по строгим математическим правилам. Однако математическая логика позволяет использовать не только метод индукции, т.е. на основе наблюденных фактов обосновывать гипотезы, но и метод дедукции, т.е. по этим гипотезам предсказывать новые, не наблюденные еще факты, качественные или количественные. Так, если для минеральных вод Ходжа-Оби-Гарм справедлива гипотеза  $\Gamma(3)$ , то количество тепла, выносимого источниками, должно равняться сумме количеств тепла, выносимых каждой составляющей смеси. В частности, если минеральная вода формируется в результате смешения двух вод, то между дебитом источника  $Q$  и его температурой  $T$  и дебитами составляющих смеси в источнике  $Q_1$  и  $Q_2$  и их температурами  $T_1$  и  $T_2$  должно выполняться следующее простое алгебраическое равенство:

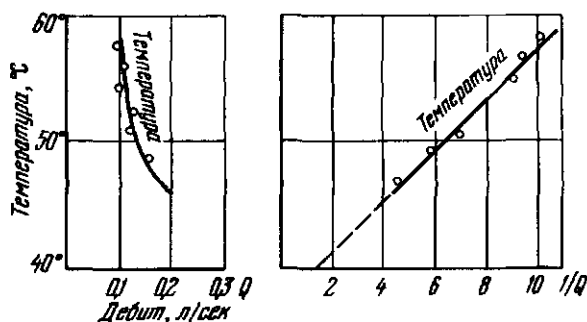
$$QT = Q_1T_1 + Q_2T_2, \quad (1.8)$$

откуда

$$T = \frac{Q_1(T_1 - T_2)}{Q} + T_2 \quad (1.9)$$

Можно предполагать, что температура каждой составляющей смеси постоянна, т.е.  $T_1$  и  $T_2 = \text{const}$ , а изменение температуры в источнике связано исключительно с изменением пропорции в смешивающихся водах. Среди этих составляющих дебит более глубокой составляющей будет испытывать значительно меньшие сезонные колебания, чем дебит менее глубокой составляющей. В первом приближении можно полагать, что дебит более глубокой составляющей постоянен, а изменение дебита и температуры источника обусловлено изменением дебита верхней составляющей. При таких предположениях, как следует из уравнения (1.9), температура воды в источнике должна быть обратно пропорциональна его дебиту, поэтому, если нанести на график температуру источника

Рис. 6. График зависимости температуры от дебита для источника № 8-а по среднемесячным величинам



как функцию обратной величины дебита, должна получиться прямая. Фактические данные хорошо оправдывают сделанный вывод (рис. 6). Путем экстраполяции прямой на рис. 6 можно также оценить температуру верхней составляющей, которая в нашем случае будет  $T_2 \approx 40^\circ\text{C}$ .

Приведенный пример с точки зрения логического анализа является элементарным, и выводы о смешанном характере минеральных вод Ходжа-Оби-Гарм могут быть получены без всякого применения формальных методов математической логики. Обычно гидрогеологи так и поступают и делают свои в общем правильные выводы не путем такого логического анализа, а на основе своей интуиции и знаний. Однако в некоторых случаях, когда имеется большое число конкурирующих гипотез и большое число наблюдаемых факторов, применение этих формальных методов позволяет значительно упростить выбор соответствующей гипотезы и более строго ее обосновать. Кроме того, формальные методы математической логики позволяют с одинаковым успехом анализировать как количественные данные, получаемые при гидрогеологических исследованиях, так и чисто качественные результаты этих исследований.

Общий алгоритм для выбора тех или других гипотез из конкурирующего их набора при гидрогеологических или вообще геологических исследованиях может быть сформулирован следующим образом.

1. На основе качественного рассмотрения материалов геолого-гидрогеологических или геофизических исследований геолог (гидрогеолог, геофизик) высказывает ряд конкурирующих гипотез, которые, по его мнению, могут объяснить все или некоторые наблюдаемые факты. При формулировке этих конкурирующих гипотез геолог пользуется своим опытом, интуицией и знанием, при этом им формулируются только те гипотезы, которые, по его мнению, соответствуют имеющейся геолого-гидрогеологической ситуации в изучаемом районе. Он качественно рассматривает также различные логические комбинации из высказанных гипотез, т.е. комбинации из гипотез  $\Gamma(1)$ ,  $\Gamma(2)$ ,  $\Gamma(3)$  ..., полученные путем применения между ними логических операций "и" или "или" (например, вода-смешанная и дериватная; подземная вода реликтовая или ее минерализация получена за счет непосредственного растворения солей из горных пород с дальнейшим метоморфизмом) и отбрасывает из

этих комбинаций те, которые, по его мнению, противоречат геолого-гидрогеологической ситуации. Весь набор конкурирующих гипотез, состоящий из самих гипотез и их комбинаций, для краткости обозначим символом НКГ.

2. Из каждой гипотезы в НКГ путем дедукции выводятся следствия  $C(1)$ ,  $C(2)$ , ...,  $C(K)$ , которые могут потенциальным образом наблюдаться или измеряться при изучении объекта исследований. Если вода в источнике смешанная, то в известных пределах между концентрациями компонентов ее состава должны наблюдаться линейные зависимости; если вода циркулирует на больших глубинах, то ее температура повышена и т.д.

При выводе следствий гипотез из НКГ используется тот или другой способ решения прямых задач гидрогеологии, геофизики или геологии. Такие следствия могут быть получены путем логических рассуждений, основанных на наших общих гидрогеологических (геологических) знаниях и опыте, или путем математического или физического моделирования. Поскольку из каждой гипотезы может быть получено несколько следствий, набор следствий (НС) может быть значительно большим, чем НКГ.

При выводе следствий может оказаться, что ряд из них для некоторых гипотез будет вполне определенным, в то же время для других гипотез эти же следствия окажутся неопределенными. Например, из гипотезы о том, что вода циркулирует на небольшой глубине в зоне переменных температур, нельзя вывести без дополнительных условий характер зависимости между дебитом источника и его температурой.

3. В зависимости от набора следствий на объекте исследований собираются факты  $F(K)$ , которые в пределах погрешностей наблюдений подтверждают или опровергают данные следствий. Например, из гипотез глубинного происхождения подземных вод следует вывод об их повышенной температуре. Факты, полученные при измерении температуры воды в источниках, могут подтвердить или опровергнуть указанные следствия. Точно так же, исходя из гипотетических разрезов, можно путем решения прямых задач геофизики рассчитать величины гравитационных, магнитных или электрических потенциалов в ряде фиксированных точек. Проводя далее измерения этих потенциалов в тех же фиксированных точках, можно получить факты, которые будут истинными при совпадении измеренных величин в пределах заданных погрешностей с вычисленными величинами и ложными в противоположном случае.

С учетом набора фактов (НФ), составляются логические уравнения, решение которых может привести к одному из следующих выводов.

1. В наилучшем варианте можно однозначно определить одну из предложенных гипотез, считая ее истинной до тех пор, пока не наберутся новые факты, противоречащие ей. Тогда должна быть высказана новая гипотеза, удовлетворяющая как всем ранее полученным фактам, так и вновь полученным.

2. Можно сократить число высказанных гипотез, оставив среди них только те, которые не противоречат полученному набору фактов. Логический анализ позволяет далее показать, какие факты необходимо дополнительно собрать, чтобы однозначно определить гипотезу. И в даль-

нейшем деле исследователя – принять решение на основе экономических или других соображений, надо ли собирать эти факты или достаточно ограничиться несколькими конкурирующими гипотезами.

3. В наиболее неблагоприятном случае может оказаться, что все гипотезы из высказанного набора противоречат полученному набору фактов. Тогда гидрогеолог (геолог, геофизик) обязан составить новый набор конкурирующих гипотез и затем его опять логически анализировать, исходя из полученного НФ.

Приведенный метод оценок правдоподобия гидрогеологических или геологических гипотез аналогичен развиваемому в настоящее время методу математической диагностики болезней. При этом методе творческие силы исследователя направляются уже не на обоснование правдоподобия сформулированных гипотез, что хорошо может сделать машина по заданным алгоритмам, а на высказывание новых гипотез, получение из них следствий и сбор фактических материалов, позволяющих определить правдоподобие высказанной гипотезы.

### Качественная геологическая информация

Наряду с количественной информацией, получаемой в результате тех или других измерений, геология, гидрогеология или любая другая наука, изучающая Землю (физическая география, геоморфология, геофизика и т.д.), связана с необходимостью анализировать большое число качественных признаков, описывающих те или другие геологические объекты. Под геологическими объектами понимаются любые объекты Земли, на которых собирается необходимая информация. К ним могут относиться различные регионы, урочища, геологические формации, структуры, обнажения, шурфы, скважины, гидрогеологические системы, водоносные горизонты, водопункты и т.д. В дальнейшем всю информацию, получаемую при изучении Земли, будем для краткости называть геологической.

Типичным примером качественной информации, получаемой при геологических исследованиях, является описание горных пород. При таком описании каждой горной породе приписывается определенное наименование (ее собственное имя), которое для знакомого с геологией человека синтезирует все ее свойства, по которым он может ее опознать в природной обстановке и мысленно составить себе суждение о гипотезе ее образования. Например, именуя горную породу песчаником, мы подразумеваем, что эта порода состоит из зерен-песчинок округлой и округло-угловатой формы, сцементированной тем или другим цементом (известковым, кремнистым), и мысленно представляем себе, что эта порода произошла путем разрушения других горных пород, переноса продуктов разрушения на различные расстояния в результате их транспортировки водой, льдом и ветром и последующей цементации. Таким образом, в характеристики горных пород вкладывается не только описание их материального состава, но те или другие гипотезы их происхождения, а также в ряде случаев взаимосвязи описываемой горной породы с окружающими породами или с особенностями окружающего ландшафта. Такой дуализм понятий и терминов, при котором в наименование вкладываются не только непосредственно наблюдаемые признаки (размеры зерен, их окатанность, цемент), но и определенные генетические гипотезы и взаимоотношения с окружающим пространством, свойствен не только описанию горных пород, но и большинству других геологических, гидрогеологических или физико-географических понятий или терминов. Часто этот дуализм вызывает неопределенности в связи

с проблематичностью тех или других гипотез, ожесточенные споры в отношении классификаций, которые в ряде случаев основываются именно на этих гипотезах, переоценку применяемых качественных характеристик и ряд других неудобств. В то же время практически не удается строго отделить при качественных описаниях тех или других геологических явлений или процессов только фактически наблюдаемые характеристики от гипотетических вопросов генезиса. Мы говорим "денудационный рельеф", вкладывая в это генетическое представление о рельефе земной поверхности ряд чисто морфологических, наблюдаемых ее характеристик. Точно так же мы употребляем термин "волноприбойные знаки", определяя эти знаки не по легко наблюдаемым внешним признакам, а по генетическим условиям их образования.

В силу исторически сложившейся терминологии и укоренившихся понятий сейчас не представляется возможным полностью избежать такой двойственности. В данной работе мы также не будем стремиться к этому и будем применять термины и понятия такими, какими они сложились к настоящему времени. При кодировании качественной информации наиболее целесообразно исходить из ее классификаций. Однако для этой классификации должны быть общепринятыми и, что самое главное, построенными по правильным логическим схемам. Классификации физико-географических, геологических и гидрогеологических понятий в значительном своем числе не удовлетворяют этим требованиям. Это особенно хорошо было показано Ю.А.Вороным на примерах ряда геологических классификаций (Воронин, Гольдина, 1964; "Геология и математика", 1967). Применяя тот же разработанный Ю.А.Вороным метод формального анализа классификаций, В.И.Гудзь во ВСЕГИНГЕО проверил ряд гидрогеологических классификаций, оказавшихся также построенными по неправильным логическим схемам (Гудзь, 1968).

Логическая неразработанность большинства физико-географических, геологических, гидрогеологических и других классификаций заставляет отказаться от их применения при кодировании геологической информации. В результате остается только метод кодирования показателей в виде "собственных имен", для которых могут быть присвоены специальные коды  $a_i$ . К собственным именам, в соответствии с определениями, приведенными в монографии А.Черча (1960), должны быть отнесены не только произвольно выбираемые наименования различных объектов, например название горных пород, минералов и т.д., но и имена, в той или другой степени отражающие происхождение или свойства изучаемого объекта или явления (денудационный рельеф, волноприбойные знаки, карстовые процессы и т.д.). Необходимо только, чтобы не было разночтения и чтобы каждое собственное имя строго обозначало то, чем именно оно является, т.е. чтобы любой изучивший геологию человек мог по имени определить соответствующий объект или явление, а также, изучая эти объекты или явления, он мог бы назвать их принятыми для них именами.

Число  $N$  (собственных имен), описание которых возможно на изучаемом геологическом объекте, может быть очень большим. Кроме того, что множество имен при дальнейшем развитии геологи-

ческих или географических наук может непрерывно пополняться, т.е. если на сегодня это множество состоит из  $N$  элементов, то уже вскоре, при дальнейшем развитии наук оно может состоять из  $N + 1$  элементов. Однако мы не предполагаем, что это множество бесконечно большое, поэтому, вероятно, число элементов в нем должно асимптотически приблизиться к некоторому пределу. Кроме того, между различными элементами  $a_i \in N$  и  $a_j \in N$  в силу единства природы могут иметься какие-то связи, что позволяет уменьшить число элементов в множестве  $N$ , сводя его к более простым подмножествам, содержащим меньшее число элементов. Однако даже с учетом некоторых наиболее хорошо известных сейчас связей, число элементов в множестве  $N$  оказывается очень большим. В этом, а также в возможности непрерывного пополнения множества  $N$  положительная сторона наук геологического или географического цикла, прогресс которых в значительной степени связан с описанием новых фактов, но в этом же заключается и отрицательная сторона этих наук, поскольку множество  $N$  не удается свести к легко обозримому небольшому подмножеству основных фундаментальных показателей, из которых путем дедукции можно выводить все остальные. Кроме того, вообще неизвестно, существуют ли такие фундаментальные показатели.

Итак, на современном этапе наук о Земле приходится иметь дело с множеством  $N$ , содержащим очень большое число неупорядоченных элементов. Практически описать и закодировать все эти элементы, относящиеся к разным областям знаний общей науки о Земле, оказывается невозможным, поэтому приходится в множестве  $N$  выделять конечные подмножества  $M_1, M_2, M_3, \dots$ , для которых возможны соответствующие описания и составление необходимых кодов. Мы не можем сейчас привести никакого объективного метода выделения конечных подмножеств  $M_i$ : из общего множества всех понятий  $N$  и здесь приходится надеяться на опыт и интуицию исследователей геологических или географических специальностей. Очевидно также, что лица разной специальности выделяют разные подмножества  $M_i$ : физико-географ обратит внимание на одни показатели и выделит их в своем подмножестве, геолог соответственно большее внимание уделит другим показателям, гидрогеолог — третьим и т.д. При этом часть показателей, выделяемых лицами различных специальностей, неминуемо окажется общей, таким образом подмножества  $M_i$  будут пересекающимися. Кроме того, эти подмножества будут состоять из неупорядоченных элементов.

Наряду с подмножествами  $M_i$  показателей, характеризующих различные геологические, гидрогеологические, физико-географические или другие условия, выделяется еще множество  $R$  — пространственных объектов, определяющих геометрическое положение изучаемого объекта на земном шаре.

Наиболее просто такое положение объекта определяется заданием географических координат какой-либо его характерной точки и размерами объекта по осям координат. Однако часто положение объекта задается описательным путем, например по административным границам (Московская область, Туркменская ССР и т.д.). В ряде случаев поло-

жение объекта задается его геологическими и гидрогеологическими границами: Московская синеклиза, Московский артезианский бассейн, толща горных пород девонской системы Московской синеклизы (сокращенно — девонская толща Московской синеклизы), гжельский водоносный горизонт Московской области (в административных границах) и т.д.

Множество  $R_j$  может быть легко упорядочено хотя бы по географическим координатам. Обычно геологи к такому упорядочению не прибегают, считая, что наименование объекта его полностью определяет и любой человек, знающий географию или общую геологию (гидрогеологию), сможет его легко выделить в объеме Земного шара.

При неупорядоченности элементов в подмножестве  $M_j$ , неупорядоченности самих этих подмножеств, а также при неизвестных алгоритмах для выделения этих подмножеств, которые выделяются чисто эвристическим путем, крайне сложно применить какие-либо вычислительные методы для анализа этих подмножеств и соответственно для анализа качественной информации, получаемой при физико-географических, геологических или гидрогеологических исследованиях. До настоящего времени такие вычислительные методы применялись в весьма ограниченном числе только для выяснения связей между двумя или несколькими качественными признаками.

### **Представление качественной или количественной геологической информации в виде терм**

Геологические или другие понятия (собственные имена), выделяемые в тех или других разделах общей науки о Земле и объединяемые в подмножество  $M_n$ , могут быть выражены некоторым алфавитом  $A_n$  графически различных букв:  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ .

Этот алфавит или соответственно подмножество собственных имен  $M_n$ , очевидно, не являются законченными предложениями, к которым может быть применен математический аппарат исчисления высказываний. Высказывание, как известно, определяется в математической логике как законченное предложение, о котором можно определенно сказать, что его содержание истинно или ложно. Отдельные собственные имена, такие, например, как известняк, печаник и т.д., не являются законченными предложениями, и, кроме того, не относя эти собственные имена к другим подмножествам понятий или к подмножествам геологических объектов, мы не можем о них сказать, являются ли они истинными или ложными.

Для составления законченных предложений необходимо, во-первых, определить наличие или отсутствие соответствующего геологического или другого понятия (собственного имени или буквы алфавита  $A_n$ ) и, во-вторых, отнести эти понятия к другим подмножествам  $M_m$  (или другим алфавитам  $A_m$ ).

Для определения наличия или отсутствия соответствующей буквы алфавита  $A_n$  может быть составлен специальный алфавит  $K$ , который в простейшем случае будет состоять из двух символов: 0 и 1. В этом



алфавите символ 0 будет соответствовать понятию отсутствия, а символ 1 – присутствия данного понятия (данной буквы алфавита  $A_n$ ).

Путем объединения алфавитов  $A_n$  и  $K$  получается новый алфавит  $x_i \in A_n K$ , в котором  $x_i$  – буква, принадлежащая объединению алфавитов  $A_n$  и  $K$  и называемая термом или булевой переменной. Термы также не являются законченными предложениями; они только выражают мысль, что данное понятие (соответственная буква алфавита  $A_n$ ) присутствует или отсутствует. Например, известняки встречаются (не встречаются); песчаники развиты (не развиты); саксаул произрастает (не произрастает); соленые воды принадлежат (не принадлежат) и т.д.

Применение только двух символов в алфавите  $K$  часто недостаточно хорошо описывает геологические или гидрогеологические ситуации. В ряде случаев геологи или гидрогеологи, описывая эти ситуации, применяют некоторые промежуточные понятия между определенным понятием "встречается" и его отрицанием "не встречается". Так, например, они говорят: мергеля с подчиненными глинами; слабо развитые пески; небольшие линзы; слабо распространенные песчаники и т.д. В силу этого для геологических описаний целесообразно применять алфавит  $K$ , состоящий из трех символов: 0, 1/2, 1. В этом алфавите символ 0 соответствует условию "не встречается"; символ 1/2 – промежуточному условию слабого развития; символ 1 – определенному условию наличия.

В дальнейшем алфавит  $K$ , состоящий из двух символов, будем обозначать через  $K_2$ , а тот же алфавит из трех символов – через  $K_3$ .

Графически каждый терм можно изобразить в виде ступенчатой линии. Если этот терм образован с применением алфавита  $K_2$ , то ступенчатая линия будет состоять из двух ступенек (рис. 7,а), отвечающих условиям  $x_1 = \begin{cases} = 1 \\ = 0 \end{cases}$ . Если же для образования соответствующих терм взят алфавит  $K_3$ , то ступенчатая линия будет состоять из трех ступенек (рис. 7,б).

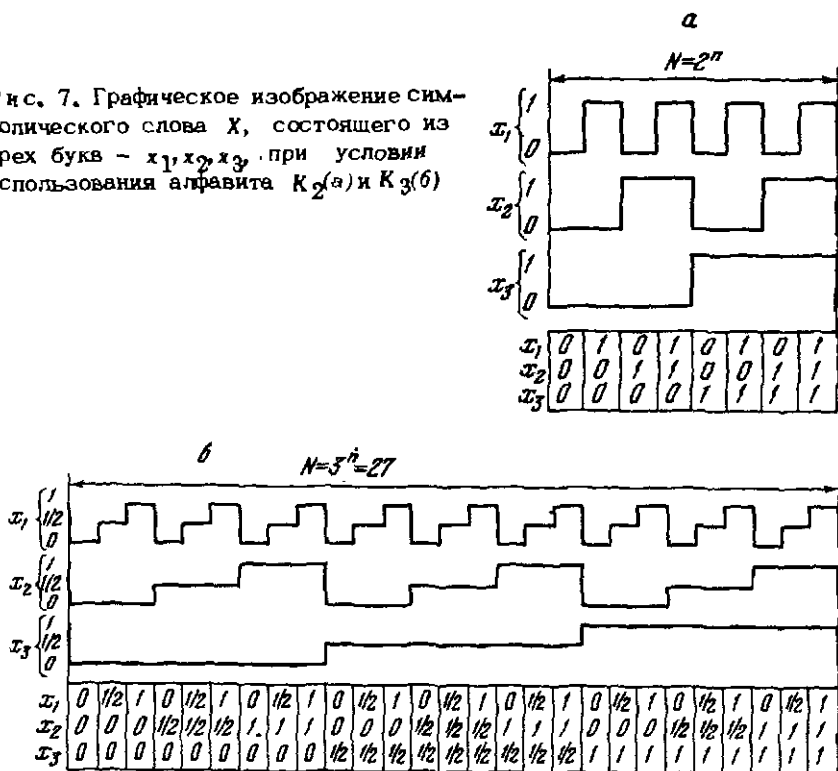
Для графического изображения многих терм, образованных из одного алфавита  $A_n$ , применяется параллельный ряд ступенчатых линий, причем длина ступенек каждый раз при переходе от  $x_i$  к  $x_{i+1}$  удваивается, если в основу образования терм положен  $K_2$ , и утраивается, когда в основу их образования положен  $K_3$ .

В дальнейшем понадобятся различные комбинации из трех терм, полученных из одного алфавита  $A_n$ .

Наибольшее число возможных комбинаций, которые можно получить из  $n$  терм, при использовании алфавита  $K_2$  будет  $N = 2^n$ . Число тех же комбинаций при использовании алфавита  $K_3$  соответственно будет  $N = 3^n$ . Чтобы иметь возможность графически изобразить все эти комбинации, общая длина графика терм (рис. 7,а), если считать по числу ступеней на первом терме  $x_i$ , должна соответствовать указанным величинам  $N$ .

Наряду с графическим изображением комбинаций из различных терм их можно записать кодовым словом  $X$ , состоящим из последовательности букв  $\langle x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \rangle$ , принадлежащих заданному объединению алфавитов  $A_n$  и  $K$ . При использовании алфавита  $K_2$  каждая буква  $x_i$

Рис. 7. Графическое изображение символического слова  $X$ , состоящего из трех букв -  $x_1, x_2, x_3$  при условии использования алфавита  $K_2(a)$  и  $K_3(b)$



в слово  $X$  может входить или непосредственно или в виде своего отрицания. Такое отрицание буквы принято изображать чертой сверху. При использовании алфавита  $K_3$  каждая буква может входить в слово в виде трех значений - своего прямого значения, промежуточного или неопределенного значения и, наконец, в виде своего отрицания. Условимся прямое значение буквы оставлять без всякого символа, ее промежуточное значение отмечать сверху двумя точками, а отрицание, как обычно, чертой сверху. При числовом написании кодового слова каждая буква в слове  $X$  при  $K_2$  пишется двумя символами 1 и 0 и соответственно при  $K_3$  тремя символами - 1, 1/2, 0 (в некоторых случаях употребляется другая символика - 2, 1, 0).

На рис. 7, а и б приведены слова  $X$ , отвечающие различным комбинациям из соответствующих терм. Слова эти записаны как числовым кодом, так и буквами  $x$  с условленными знаками над этими буквами. Из приведенных записей ясен способ составления таких кодовых слов.

Общее число слов, которое может быть составлено из  $n$  букв при  $K_2$ , как указывалось, будет  $2^n$ , и соответственно при  $K_3$  оно равно  $3^n$ . Однако это максимальное число возможных комбинаций из различных терм возможно только в случае, если все термы являются совершенно независимыми друг от друга. Если же между ними имеются те

или другие зависимости, то число возможных комбинаций начинает сильно сокращаться. Особенно легко устанавливать зависимости между различными термами и соответственно определять невозможные их комбинации в случае, если термы отображают некоторые количественные показатели. Например, для оценок глубин  $H$  до свободной поверхности грунтовых вод могут быть введены следующие градации:

$$H \leq 1 \text{ м}, H \leq 3 \text{ м}, H \leq 10 \text{ м} \text{ и } H > 10 \text{ м}.$$

Эти градации глубин до свободной поверхности грунтовых вод можно описать тремя термами, определяя их следующими соотношениями:

$$x_1 = \begin{cases} = 1, & \text{если } H \leq 1; \\ = 0, & \text{если } H > 1, \end{cases}$$

$$x_2 = \begin{cases} = 1, & \text{если } H \leq 3; \\ = 0, & \text{если } H > 3, \end{cases}$$

$$x_3 = \begin{cases} = 1, & \text{если } H \leq 10; \\ = 0, & \text{если } H > 10 \text{ м}. \end{cases}$$

В наиболее общем случае из трех терм можно образовать 8 различных комбинаций ( $N = 2^3 = 8$ ). Однако для данного случая только четыре из них, отвечающие условиям  $\bar{x}_1 x_2 x_3$ ,  $x_1 x_2 x_3$ ,  $\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$ ,  $\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$ , будут возможными. Остальные четыре комбинации  $x_1 \bar{x}_2 x_3$ ,  $x_1 x_2 \bar{x}_3$ ,  $\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$ ,  $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$  невозможны в силу наличия в них внутренних противоречий: глубина до воды не может быть меньше нижнего своего предела и в то же время быть больше своего верхнего предела. Выделение различных случаев возможных или невозможных комбинаций легче всего проводить, используя графическое представление терм.

Наличие невозможных случаев позволяет упрощать кодовое написание соответствующих слов. Так, в данном случае для написания всех выбранных градаций глубин залегания грунтовых вод достаточно алфавита только из двух букв вместо тех трех, которые использовались ранее. В таком упрощенном алфавите эти градации глубин изобразятся следующими словами:

Кодовое "слово"	Глубина $H$
$x$	
0 0	$H \leq 1$
0 1	$1 < H \leq 3$
1 0	$3 < H \leq 10$
1 1	$H > 10$

Аналогично, выделяя определенные градации для минерализации подземных или других естественных вод, можно для их представлений составить соответствующие кодовые слова и графики. По этому графику также легко выделить возможные и невозможные в силу внутренних противоречий случаи комбинаций терм и соответственно сократить применяемое кодовое слово.

Сложней проводить анализ различных комбинаций терм и выделять невозможные случаи таких комбинаций, когда термами изображается чисто качественная информация или когда ими изображается разнородный количественный материал. В ряде случаев, анализируя такой материал, нельзя сразу определить наличие функциональных зависимостей между различными изображаемыми в виде терм величинами или геологическими понятиями. Например, если бы задачей было бы одновременно изобразить глубины до грунтовых вод и их минерализацию, то, возможно, в некоторых районах наблюдалась бы достаточно строгая зависимость между этими величинами и соответственно некоторые комбинации из терм, изображающих эти величины, оказались бы невозможными, однако в общем случае таких зависимостей могло бы и не быть. Поэтому, когда нет уверенности в наличии функциональных или строго эмпирически установленных зависимостей между различными понятиями или величинами, приходится на первых шагах исследований считать, что все возможные комбинации из этих величин или понятий будут равновероятны.

### **Использование графиков терм для составления легенд синтетических гидрогеологических или других геологических карт**

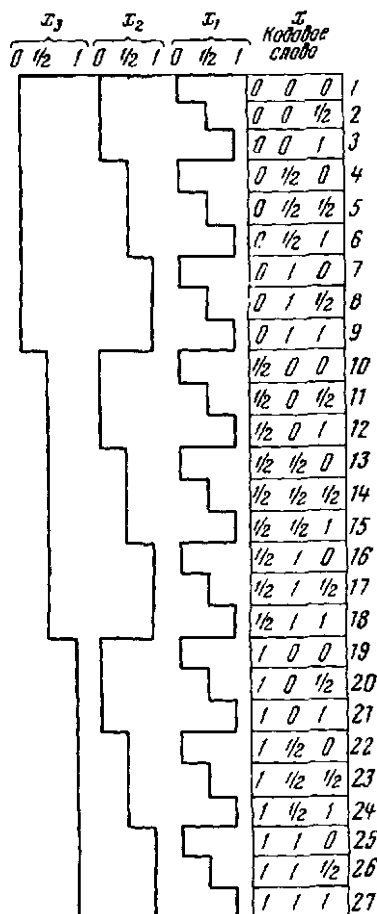
Приведенный способ изображения качественных или количественных понятий в виде терм широко может быть использован при составлении легенд синтетических гидрогеологических или других (инженерно-геологических, геоморфологических, литологических и т.д.) карт.

На синтетической карте условными обозначениями изображается ряд качественных или количественных показателей, необходимых для дальнейшего практического или научно-познавательного использования карты. Например, для использования гидрогеологической карты грунтовых вод при проектировании водоснабжения сельских районов целесообразно на этой карте выделить по определенным грациям районы с различными глубинами залегания этих вод, с различной их минерализацией и с различной производительностью стандартного колодца. Под этим колодцем понимается наиболее принятый в данном районе колодец, например копанный колодец сечения  $1,2 \times 1,2 \text{ м}^2$  и углубленный в водоносный горизонт на 1 м.

Если ввести определенные градации для глубин залегания грунтовых вод, для их минерализации и для производительности стандартного колодца, можно изобразить грунтовые воды в виде соответствующего графика терм, по которому необходимо выделить все возможные их комбинации. Обозначая различные возможные комбинации из указанных величин специальным условным знаком, получим легенду, по которой сразу можно на карте оценить глубину до воды, ее минерализацию и производительность колодца.

В качестве второго примера приведем легенду, которую можно предложить к карте литологического состава ледниковых отложений западных областей СССР. В соответствии с указаниями, помещенными в "Справочнике-определителе литологического состава поверхностных от-

Рис. 8. Легенда литологического состава ледниковых отложений западных областей СССР



Легенда составлена исходя из алфавитов:  $A(a_1, a_2, a_3)$  и  $K_3$ , где  $a_1$  - комплекс валунных суглинков;  $a_2$  - комплекс водно-ледниковых песков;  $a_3$  - комплекс озерно-ледниковых отложений. Под частичным развитием соответствующего комплекса (условие  $x_i = a_i$ ,  $K_3 = 1/2$ ) понимается, когда этот комплекс встречается в виде отдельных пятен или скоплений, на картируемых в масштабе карты. Районы: 1 - ледниковые отложения отсутствуют; 2 - частичное развитие  $a_1$ ; 3 - развитие  $a_2$ ; 4 - частичное развитие  $a_2$ ; 5 - частичное развитие  $a_2$  и  $a_1$ ; 6 - частичное развитие  $a_2$  и развитие  $a_1$ ; 7 - развитие  $a_2$ ; 8 - развитие  $a_2$  и частичное развитие  $a_1$ ; 9 - развитие  $a_2$  и  $a_1$ ; 10 - частичное развитие  $a_3$ ; 11 - частичное развитие  $a_3$  и  $a_1$ ; 12 - частичное развитие  $a_3$  и развитие  $a_1$ ; 13 - частичное развитие  $a_3$  и  $a_2$ ; 14 - частичное развитие  $a_3, a_2$  и  $a_1$ ; 15 - частичное развитие  $a_3$  и  $a_2$  и развитие  $a_1$ ; 16 - частичное развитие  $a_3$  и развитие  $a_2$ ; 17 - частичное развитие  $a_3$  и  $a_1$  и развитие  $a_2$ ; 18 - частичное развитие  $a_3$  и развитие  $a_2$  и  $a_1$ ; 19 - развитие  $a_3$ ; 20 - развитие  $a_3$  и частичное развитие  $a_1$ ; 21 - развитие  $a_3$  и  $a_1$ ; 22 - развитие  $a_3$  и частичное развитие  $a_2$ ; 23 - развитие  $a_3$  и частичное развитие  $a_2$  и  $a_1$ ; 24 - развитие  $a_3$  и  $a_1$  и частичное развитие  $a_2$ ; 25 - развитие  $a_3$  и  $a_2$ ; 26 - развитие  $a_3$  и  $a_2$  и частичное развитие  $a_1$ ; 27 - развитие  $a_3, a_2, a_1$ .

ложений и глубин залегания подземных вод" (1963), ледниковые отложения слагаются сравнительно немногими литологическими комплексами пород, хотя и обладающими значительным разнообразием в пределах каждого комплекса.

Наиболее характерным для этих отложений является комплекс валунных суглинков. Не менее характерен комплекс водно-ледниковых песков и комплекс озерно-ледниковых отложений, типичными представителями которых являются озерно-ледниковые ленточные глины. При относительно мелкомасштабном картировании в пределы одних и тех же районов могут попасть сочетания из различных комплексов, в силу чего целесообразно выработать легенду, позволяющую определить для каждого района, какое сочетание этих трех комплексов имеется, а также какие из комплексов имеют преимущественное распространение, а какие подчиненное. Для составления такой легенды для каждого комплекса введем соответствующие термы, причем для их образования возьмем алфавит  $K_3$ . В результате получим 27 возможных сочетаний различных комплексов моренных отложений, для каждого из которых может быть введено соответствующее условное обозначение (рис. 8).

Поскольку не имеется логических предпосылок для установления взаимосвязей между указанными тремя литологическими комплексами моренных отложений, все 27 возможных их сочетаний на первых порах исследований и составления литологической карты будут одинаково возможными. В дальнейшем, после составления такой карты может оказаться, что некоторые сочетания из указанных литологических комплексов вообще не встречаются в изучаемом районе, тогда эти не встречающиеся сочетания могут быть отброшены и соответственно упрощена легенда к литологической карте.

Сформулируем теперь общие правила для составления легенд синтетических гидрогеологических или других геологических карт.

1. Определяется конечное подмножество  $M_n$  тех понятий или тех показателей, по которым предполагается составить синтетическую карту, например литологических комплексов пород, геоморфологических форм рельефа, гидрогеологических показателей или других. Соответственно определяется алфавит  $A_n$ , который выписывается в заголовке легенды.

2. Выбирается наиболее подходящий для данных условий алфавит  $K_2$  или  $K_3$  и выписывается в заголовке легенды.

3. Образуются соответствующие термы  $x_j \in A_n K_j$  ( $j = 2$  или  $3$ ).

4. Полученные термы изображаются графически в виде ступенчатых линий на диаграмме с левой стороны легенды.

5. Устанавливаются возможные строго логические (детерминированные) связи между различными понятиями или показателями, входящими в подмножество  $M_n$  (между различными буквами алфавита  $A_n$ ). На основе этих связей отбрасываются все случаи невозможных комбинаций из соответствующих терм. Оставшиеся возможные комбинации из этих терм перечисляются порядковыми номерами, и для каждой из них вводятся специальные условные обозначения. Около этих условных обозначений можно выписать словесные формулировки соответствующих ком-

бинаций из терм, однако такое выплывание этих формулировок необязательно, поскольку очень легко при известных навыках однозначно их составить на основе графика терм.

Если предполагается для карты одновременно использовать цвет и условные черно-белые графические обозначения, то возможно составление карт по двум алфавитам. Например, можно цветом изобразить различные литологические комплексы в соответствии с принятым алфавитом для моренных отложений, для чего понадобится 27 различных оттенков цвета, а условными графическими обозначениями – гидрогеологические данные по глубинам до воды, ее минерализации и производительности стандартного колодца.

### Изображение разрезов скважин в виде ступенчатых кривых кодовых символов

Приведенный способ составления легенд синтетических карт на основе графиков терм применим также при составлении легенд для разрезов (колонок) скважин. В последнем случае использование терм позволяет изображать разрез скважины в виде непрерывной ступенчатой диаграммы кодовых символов  $X_k$  в зависимости от глубины скважины. Такой способ отображения разрезов скважин позволяет рассчитывать в дальнейшем ряд вероятностных оценок этих разрезов и проводить различные логико-математические и вероятностные сопоставления этих разрезов с каротажными кривыми.

Выше мы видели, что описать горную породу в любой точке можно, определяя присутствие или отсутствие соответствующего типа пород, собственные имена которых принадлежат некоторому конечному алфавиту  $A_n$ . Для такого описания необходимо, во-первых, строго установить алфавит  $A_n$  и затем выбрать наиболее подходящий для данных условий алфавит  $K_2$  или (в исключаящем смысле)  $K_1$ . Например, для описания песчано-глинистого разреза можно в ряде случаев ограничиться алфавитом  $A_n$  из четырех ( $n = 4$ ) следующих букв:

- $a_1$  – галька или гравий с размерами зерен от 2 до 10 мм,
- $a_2$  – песок или алевроит с размерами зерен от 0,05 до 2 мм,
- $a_3$  – пластичные глины с размерами зерен меньше 0,05 мм,
- $a_4$  – аргилиты (каменopodobные глины) с теми же размерами зерен, что и  $a_3$

Выбирая далее алфавит  $K_2$ , получим для описания песчано-глинистого разреза следующую легенду.

Кодовое слово	Его значение
0 0 0 0	Породы, не принадлежащие к алфавиту
0 0 0 1	Гравий
0 0 1 0	Песок
0 0 1 1	Песок и гравий
0 1 0 0	Пластичные глины
0 1 0 1	Пластичные глины и гравий

Кодовое слово	Его значение
0 1 1 0	Пластичные глины и песок
0 1 1 1	Пластичные глины, песок и гравий
1 0 0 0	Аргилиты
1 0 0 1	Аргилиты и гравий
1 0 1 0	Аргилиты и песок
1 0 1 1	Аргилиты, песок и гравий
1 1 0 0	Аргилиты и пластичные глины
1 1 0 1	Аргилиты, пластичные глины и гравий
1 1 1 0	Аргилиты, пластичные глины и песок
1 1 1 1	Аргилиты, пластичные глины, песок и гравий

Некоторые из комбинаций, приведенные в данной легенде, вероятно, окажутся невозможными, например комбинации из аргилита и гравия или пластичных глин. Такие невозможные комбинации для тех или других районов геолог легко может установить и соответственно вычеркнуть их из легенды. Для наших дальнейших рассуждений такое сокращение легенды является несущественным, поэтому примем, что все перечисленные комбинации равновероятны.

Символ, определяющий ту или другую комбинацию горных пород, будет меняться от точки к точке в геологическом пространстве, таким образом этот символ является функцией пространственных координат и соответственно образуется символическое поле.

Используя символику из терм для описания горных пород, можно разрезы буровых скважин (их колонки) изображать в виде непрерывных ступенчатых диаграмм.

Ступенчатая диаграмма, изображающая разрез скважин, является графическим представлением соответствия между кодовым символом породы  $X$  и глубиной скважины  $z$ , т.е. она изображает функцию  $X(z)$ . Кодовый символ породы  $X$  состоит из последовательности  $n$  булевых переменных  $x_i$ , каждое из которых при  $K_2$  может принимать только два значения — 0 и 1. Если в основу составления легенды положен алфавит  $K_3$ , то  $x_i$  может принимать три значения — 0, 1/2 и 1 (или 0, 1 и 2).

Кодовые символы задаются своей легендой  $X_k(l)$ . Описать горную породу — это значит сравнить ее кодовый символ с  $k$ -м символом легенды. Если горная порода в данной фиксированной точке  $z_i$  соответствует породе, характеризующейся  $k$ -м символом легенды, то имеется равенство  $X(z_i) = X_k(l)$ .

### **Использование терм для составления кодов векторных величин, получаемых в результате изучения материального состава горных пород**

Результаты многих анализов материального состава горных пород представляются в виде векторных величин. Таковыми, например, являются результаты гранулометрического и агрегатного анализа рыхлых или связанных пород, результаты их шлихового анализа, результаты химического анализа горных пород и т.д.



При гранулометрическом или агрегатном анализе определяется процентное содержание различных фракций, оставшихся после просеивания породы через наборы сит, строго аранжированных по своему диаметру или определенных методами отмучивания. Обозначая процентное содержание каждой фракции через  $q_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ;  $n$  — общее число фракций), можно результаты этих анализов выразить вектором-строкой ( $q_i$ ), удовлетворяющей, кроме того, очевидному, дополнительному условию

$$\sum_{i=1}^n q_i = 100\%.$$

При химическом анализе магматических горных пород определяется процентное содержание различных окислов:  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{TiO}_2$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,

$\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  $\text{FeO}$ ,  $\text{MnO}$ ,  $\text{CaO}$ ,  $\text{MgO}$ ,  $\text{Na}_2\text{O}$ ,  $\text{K}_2\text{O}$ ,  $\text{H}_2\text{O}^{+110}$ ,  $\text{H}_2\text{O}^{+180}$ ,  $\text{P}_2\text{O}_5$ . Располагая эти окислы в строго установленном порядке, например в том, в котором они перечислены выше, можно результаты химических анализов горных пород представить вектором-строкой ( $P_i$ ), где  $P_i$  — процентное содержание  $i$ -го окисла, аранжированного в установленном порядке;  $m$  — общее число определенных окислов при дополнительном условии

$$\sum_{i=1}^m P_i = 100\%$$

Для многих качественных или полукOLIчественных сопоставлений непосредственное использование цифровых векторных величин ( $a_i$ ) оказывается неудобным. В результате появляется необходимость по этим величинам определять некоторые классификационные признаки, на основе которых в дальнейшем проводить соответствующие качественные или полукOLIчественные сопоставления.

Первым шагом для составления таких классификаций является вычисление средней величины  $\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$ . Очевидно, если имеется дополнительное условие, что  $\sum_{i=1}^n a_i = 100\%$ , то  $\bar{a} = \frac{1}{n} \cdot 100\%$ .

Вторым шагом является определение булевых переменных (терм)  $x_i$ , исходя из следующих соотношений:

$$x_i = \begin{cases} = 1, & \text{если } a_i \geq \bar{a}; \\ = 0, & \text{если } a_i < \bar{a}. \end{cases}$$

В результате любая векторная величина ( $a_i$ ), содержащая  $n$  членов, может быть представлена в виде последовательного ряда цифровых знаков 1 и 0. Воспринимая эту последовательность цифровых знаков как двоичное число, можно далее перевести его в восьмеричное или десятичное число и таким путем получить очень простой числовой код для изображения заданной векторной величины ( $a_i$ ). Существую-

Таблица 1

Гранулометрический состав песков, %

Место отбора образцов	Размер фракций, мм						Код в двоичной системе
	> 0,5	0,5-0,25	0,25-0,1	0,1-0,05	0,05-0,01	< 0,01	
Скв. 533	21,08	46,79	27,60	4,05	0,24	0,24	111 000
Карьер	1,56	27,72	60,23	5,82	0,08	3,59	011 000

шие дополнительные условия несколько ограничивают возможные комбинации из  $n$  нулей и единиц. В частности, если сумма всех величин  $a_i$  должна равняться 100%, то последовательность из  $n$  нулей будет невозможной. В то же время последовательность из  $n$  единиц будет возможной и должна соответствовать условию:  $a_1 = a_2 = \dots = a_n = \bar{a}$ .

В качестве примера приведем код, составленный по результатам гранулометрического анализа двух образцов песка (табл. 1).

Приведенный код, составленный только на основе сопоставления заданных величин с их средним значением, является простейшим. Во многих случаях, как будет видно из дальнейшего, можно ограничиться таким простейшим кодом. Однако этот код дает сравнительно мало информации о выражаемой им векторе-строке ( $a_i$ ); в частности он не определяет соотношений между различными составляющими этого вектора. Чтобы учесть такие соотношения, можно усложнить код и давать его не в виде последовательности из одной булевой переменной ( $x_i$ ), а из последовательности двух или даже трех переменных.

При составлении кода в виде последовательности из двух переменных ( $x_i, y_i$ ) эти величины могут быть определены из следующих условий:

$$x_i = \begin{cases} = 1, & \text{если } a_i \geq \bar{a}; \\ = 0, & \text{если } a_i < \bar{a}, \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} = 1, & \text{если } a_{i+1} \geq a_i; \\ = 0, & \text{если } a_{i+1} < a_i. \end{cases}$$

Код, составленный из двух булевых переменных по указанному выше правилу, будет содержать  $2n-1$  знаков, где  $n$  — число членов в кодируемом векторе. Однако, чтобы придать этому коду более симметричный вид, полезно продолжить вектор ( $a_i$ ) на один член вправо, повторив после его последнего члена опять первый член. В результате код векторной величины ( $a_i$ ), содержащей  $n$  членов, будет состоять из  $2n$  знаков и заканчиваться переменной  $y_n$ , определяемой исходя из следующих соотношений:

$$y_n = \begin{cases} = 1, & \text{если } a_1 \geq a_n; \\ = 0, & \text{если } a_1 < a_n. \end{cases}$$

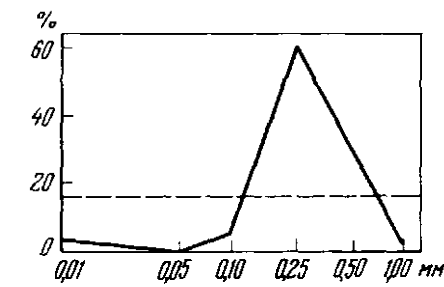


Рис. 9. Диаграмма гранулометрического состава песка, иллюстрирующая способ составления кодовых "слов" различной сложности

Кодовое "слово"  $X(x_i) = 0,0,0,1,1,0;$

$X(x_i, y_i) = 00,01,01,10,10,01,;$

$X(x_i, y_i, z_i) = 000,011,011,100,101,011.$

$i$	1	2	3	4	5	6
$x_i$	0	0	0	1	1	0
$y_i$	0	1	1	0	0	1
$z_i$	0	1	1	0	1	1

Еще более полно описывает векторную величину код, составленный из последовательности трех булевых переменных ( $x_i, y_i, z_i$ ), в котором переменные  $x_i$  и  $y_i$  определяются по ранее указанному правилу, а переменная  $z_i$  — исходя из следующего условия:

$$z_i = \begin{cases} = 1, & \text{если } a_{i-1} + a_{i+1} - 2a_i \geq 0; \\ = 0, & \text{если } a_{i-1} + a_{i+1} - 2a_i < 0. \end{cases}$$

При составлении такого кода, чтобы придать ему большую симметрию, можно в начале вектора-строки выписать его последний член, а в конце этой строки — его первый член. В результате  $z_i$  определится из условия

$$z_i = \begin{cases} = 1, & \text{если } a_n + a_2 - 2a_1 \geq 0; \\ = 0, & \text{если } a_n + a_2 - 2a_1 < 0 \end{cases}$$

и соответственно  $z_n$  — из условия

$$z_n = \begin{cases} = 1, & \text{если } a_{n-1} + a_1 - 2a_n \geq 0; \\ = 0, & \text{если } a_{n-1} + a_1 - 2a_n < 0. \end{cases}$$

Результаты определений материального состава горных пород, заданных своим вектором-строкой ( $a_i$ ), удобно изображать графически в виде специальных диаграмм. Для этого каждая компонента  $a_i$  откладывается по вертикальной оси и полученные точки соединяются отрезками прямых. В качестве примера на рис. 9 изображена диаграмма гранулометрического состава песка; анализы приведены в табл. 1. По таким диаграммам векторных величин легко составлять соответствующие коды, пользуясь следующими правилами.

В качестве величины  $x_i$  выписывается 1, если соответствующая точка на диаграмме расположена выше или на средней линии, и 0, если эта точка расположена ниже этой линии.

Вместо величины  $y_i$  выписывается 1, если отрезок прямой, соединяющий две последовательные точки на диаграмме, восходящий или горизонтальный, и 0 – если отрезок этот нисходящий.

В качестве величины  $z_i$  выписывается 1, если угол между двумя последовательными отрезками прямых на диаграмме открыт наверх или если два последовательных отрезка прямых укладываются на одну прямую. Та же величина приобретает значение 0, если угол между двумя последующими отрезками прямых на диаграмме направлен вниз.

Не все возможные комбинации из последовательно расположенных булевых переменных могут быть возможными для кодов вектора-строки ( $a_i$ ).

Если этот код составляется из двух переменных ( $x_i, y_i$ ), то из 8 комбинаций каждых трех последовательно расположенных переменных ( $x_i, y_i, x_{i+1}$ ) оказываются возможными только 6 комбинаций. Ниже приведены различные комбинации этих трех величин с указанием невозможных (т.е. содержащих внутренние противоречия) случаев.

$x_i$	$y_i$	$x_{i+1}$	
0	0	0	
0	0	1	Невозможный случай
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	Невозможный случай
1	1	1	

Внутренние противоречия, заключенные в невозможных случаях, легче всего выяснить, рассматривая диаграммы векторных величин. Так, противоречивым оказывается условие "001", при котором точка  $i$  должна располагаться ниже средней линии, точка  $i + 1$  – выше этой линии, а отрезок прямой, соединяющий эти точки, нисходящий. Точно так же противоречиво будет условие "110", при котором точка  $i$  расположена выше средней линии, точка  $i + 1$  – ниже этой линии, а отрезок прямой, соединяющий эти две точки, восходящий.

Аналогичные внутренние противоречия возникают и при кодировании векторной величины ( $a_i$ ) тремя переменными ( $x_i, y_i, z_i$ ).

Рассмотренный способ кодирования векторной величины применим также для кодирования различных кривых функциональных или эмпирических зависимостей  $y = f(x)$ .

### Кодовое изображение рельефа земной поверхности

Рассмотренные выше способы выражения векторных величин при помощи последовательности булевых переменных могут быть применены для краткого, формализованного описания рельефа земной поверхности или любых других структурных форм. Впервые этот способ для описания рельефа земной поверхности был применен В.Л.Грейсухом и

положен им на заседании Геоморфологической комиссии Московского филиала Географического общества СССР в феврале 1965 г. Позднее он был описан тем же автором в специальной статье (Грейсух, 1967).

С некоторыми дополнениями методики указанного автора способ формализованного описания мезо- или микроформ рельефа земной поверхности заключается в следующем.

Точка наблюдения  $O$  принимается за центр, вокруг которого по кругу заданного радиуса  $r$  расставляются последовательные точки  $O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6, O_7, O_8, \dots$ , образующие правильный многоугольник. Число вершин в этом многоугольнике определяется детальностью описания. Обычно оказывается достаточным описать рельеф по 6 или 8 точкам. В некоторых случаях может применяться более грубое описание по 4 точкам. Точка  $O_1$  всегда направляется на север относительно центральной точки  $O$ . Последовательность точек  $O_1, O_2, O_3, \dots$  идет по ходу часовой стрелки. Величина радиуса  $r$  выбирается в зависимости от того, какую форму рельефа предполагается описать. Если описывается микрорельеф, то этот радиус будет небольшим, порядка 10–20 м; при описании мезоформ рельефа радиус может быть увеличен до нескольких сотен метров.

Определяются превышение  $h_{i,0}$  точек  $O_i$ , расположенных по вершинам многоугольника относительно центральной точки  $O$ , а также превышение  $S_i$  вершины  $O_{i+1}$  относительно вершины  $O_i$ . Если описываются микроформы рельефа, то эти превышения находятся непосредственно в поле при помощи эклиметра; радиус круга при этом определяется дальномером (например, от фотоаппарата или на глаз), а направление от центральной точки к соответствующим вершинам многоугольника – по компасу. Если описания микроформ рельефа проводятся камеральным путем, то превышения между соответствующими точками находятся как разность высот в этих точках, определенных по горизонталям крупномасштабных карт. Когда кодируются мезо- или макроформы рельефа, то за высоты в центральной точке  $O$  и точках  $O_i$ , расположенных по вершинам многоугольника, целесообразно принимать средние величины высот по ряду точек, расположенных в пределах небольших площадей, окружающих рассматриваемые точки  $O$  и  $O_i$ . Величины площадей, по которым проводится осреднение высот, зависят от масштаба исследований. Можно рекомендовать принимать их равными 1–4 см<sup>2</sup> в масштабах тех карт, по которым проводится изучение мезо- или макроформ рельефа.

В результате проведенных операций получается вектор-строка величин  $(h_{i,0} S_i)$ , которые кодируются обычным путем последовательностью из двух булевых переменных  $x_i, y_i$ . Эти переменные определяются из следующих условий:

$$x_i = \begin{cases} = 1, & \text{если } h_i \geq 0, \\ = 0, & \text{если } h_i < 0, \end{cases} \quad y_i = \begin{cases} = 1, & \text{если } S_i \geq 0; \\ = 0, & \text{если } S_i < 0. \end{cases}$$

Если для описания и кодирования форм рельефа выбрать восьмилучевую систему, т.е. расположить точки  $0_i$  по вершинам правильного восьмиугольника, то код форм рельефа будет состоять из 16 символов, каждый из которых может принимать значение 0 или 1. По этому коду очень легко определить соответствующую форму рельефа, а также не представляет труда по устному определению этого рельефа составить его код.

Невозможными комбинациями будут:

а) когда все 16 символов будут нулями,

б) когда в последовательности из трех символов  $x_i, y_i, x_{i+1}$  два первых символа равны нулям, а третий равен единице, а также когда два первых символа будут единицами, а третий нулем.

Очевидно также, что циклический перенос символов в коде на две позиции вправо не изменяет наименование данной формы рельефа, а обуславливает лишь изменение ориентации этого рельефа с поворотом его по часовой стрелке на  $45^\circ$  (если в основу кодирования положен шестиугольник, то соответствующий поворот будет на  $60^\circ$ ). Например, символ 10 01 11 10 10 11 11 10 соответствует оврагу с руслом, направленным на северо-восток. Символ же 10 10 01 11 10 10 11 11, полученный из предыдущего путем переноса на две позиции направо, будет соответствовать такому же оврагу, но с руслом, направленным на восток.

В общем случае символ заданной формы рельефа можно представить словом  $X^{(k)} \equiv (x_i, y_i)$  с верхним индексом  $k$ , показывающим поворот оси этой формы по румбам (при  $k = 0$  ось не поворачивается, при  $k = 1$  она поворачивается по ходу часовой стрелки на  $45^\circ$ , соответственно при  $k = 4$  — на  $180^\circ$  и при  $k = 7$  — на  $315^\circ$ ). Кроме того, очевидно, что  $X^{(8)} \equiv X^{(0)}$ .

Если направление данной формы рельефа оказывается несущественным и нужно описать только его тип, то составляется новое слово путем логического сложения по всем румбам, т.е.

$$X = X^{(0)} + X^{(1)} + X^{(2)} + X^{(3)} + X^{(4)} + X^{(5)} + X^{(6)} + X^{(7)}$$

(знак + соответствует логическому сложению и эквивалентен знаку V, читаемому как "или").

Точно так же, когда не нужна особая точность в определении направления соответствующей формы рельефа, можно составлять новые слова с учетом возможных вариаций направлений этих форм. Например, слово

$$X \equiv X^{(7)} + X^{(0)} + X^{(1)}$$

будет соответствовать условию, что направление основной формы рельефа определяется в пределах угла в  $90^\circ$ .

Символы основного рельефа легко позволяют получить символы обращенного рельефа. Последние будут соответствовать условиям  $\bar{X}^{(k)} \equiv (\bar{x}_i, \bar{y}_i)$ . Для их получения необходимо в символах основного релье-

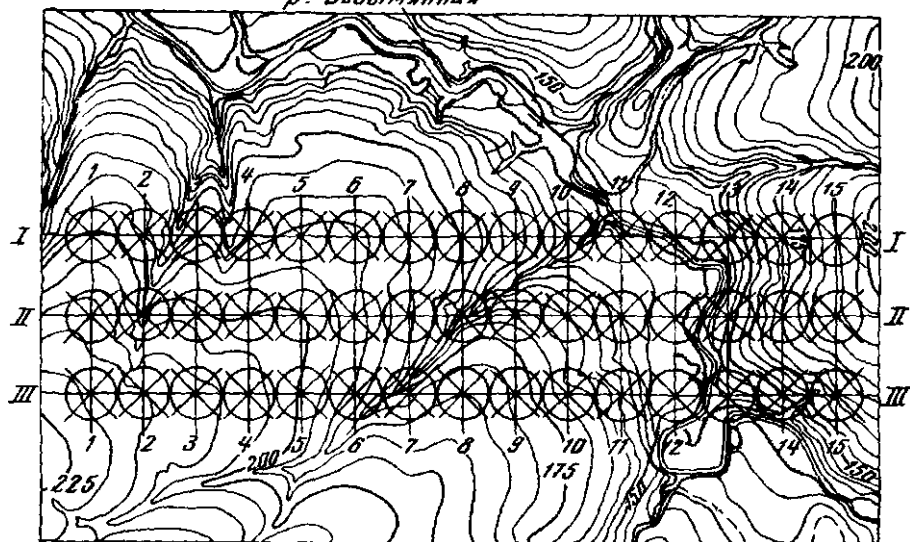


Рис. 10. Схема топографической карты местности в горизонталях, иллюстрирующая разбивку профилей для составления кодовых символов рельефа местности (кодвые символы для соответствующих точек приведены в табл. 2)

ефа заменить все нули на единицы и все единицы на нули. Например, для рассмотренного оврага с руслом, направленным на северо-восток, и представленного символом 10 01 11 10 10 11 11 10, обращенный рельеф будет изображаться символом 01 10 00 01 01 00 00 01 и будет соответствовать хребту, понижающемуся на юго-запад. Другими словами, в обращенном рельефе одновременно с изменением формы рельефа на противоположную (овраг на хребет) происходит изменение направления его основной оси на  $180^\circ$ .

Размещая точки наблюдений 0 по линиям профилей с определенным шагом  $h$  между точками, можно формально символическое слово  $X$ , описывающее рельеф в каждой точке, считать функцией расстояния, измеренного вдоль соответствующего профиля. В более общем случае это слово можно считать функцией координат точки, т.е. говорить о символических полях рельефа. На рис. 10 дается схема рельефа местности, заданной в виде горизонталей, на которой проведены три профиля с точками, символы рельефа в которых выписаны в табл. 2.

На рис. 10 и из табл. 2 ясен способ составления символических слов, описывающих рельеф местности. Аналогично можно составить символы для описания любых поверхностей, изображенных на картах в виде изолиний, например карт гидроизогилс, карт магнитных склонений и т.д. Возможность изображать одинаковыми символами различные поля позволяет сравнивать их между собой, устанавливая те или другие соответствия между различными картами в изолиниях. Для этого

Таблица 2

Символы рельефа в точках вдоль профилей на схеме, рис. 10

Номер точки	Символы		
	Профиль 1	Профиль 2	Профиль 3
1	01 01 11 11 10 10 00 01	00 01 01 11 11 10 00 00	01 01 01 01 11 11 10 10
2	10 00 01 01 11 10 10 10	01 01 11 10 10 11 10 10	01 01 01 01 11 10 10 00
3	00 01 01 11 10 10 00 01	00 01 01 11 11 10 10 00	01 01 01 01 11 11 10 00
4	01 01 11 11 10 10 00 01	01 01 11 11 10 10 00 00	00 01 01 01 01 11 10 10
5	01 01 01 10 10 00 00 01	00 01 01 01 11 10 10 00	10 00 01 01 11 11 10 10
6	00 01 01 01 11 10 10 00	00 00 01 01 01 11 10 10	10 00 00 01 01 11 11 10
7	00 01 01 01 01 11 10 10	10 00 01 01 01 11 10 10	10 01 01 10 10 10 11 10
8	00 01 01 01 11 11 10 10	10 01 11 10 10 11 11 10	01 01 01 11 10 10 00 01
9	00 00 01 01 01 11 10 10	01 01 01 11 11 10 00 00	00 01 01 01 01 11 01 10
10	00 00 01 01 01 11 10 10	00 01 01 11 11 10 10 00	00 01 01 11 11 10 10 10
11	00 00 01 11 10 10 00 00	00 00 01 01 11 11 10 10	00 00 01 01 11 11 10 10
12	11 10 10 01 11 10 10 11	10 10 00 01 01 11 10 10	10 10 01 00 01 01 10 10
13	11 11 10 10 00 01 01 11	01 11 10 10 10 00 00 01	11 10 10 00 00 00 01 01
14	11 11 10 10 00 01 01 01	01 11 10 10 00 00 01 01	11 10 01 00 01 01 01 11
15	11 11 10 10 10 00 01 01	11 10 10 10 00 01 01 01	10 10 10 10 00 00 01 11



необходимо на всех сопоставляемых картах провести одинаковые профили, разметить их соответствующими точками и для каждой такой точки написать ее символ. Далее сравниваются полученные символы. Например, ставится задача установить соответствие между рельефом местности и поверхностью грунтовых вод по двум картам – топографической в горизонталях и гидроизогипс. На обеих этих картах проводятся одинаковые профили и расставляются одинаковые точки, далее они кодируются. Пускай  $X_i$  – слово, описывающее рельеф в точке  $i$ , и  $Y_i$  – слово, описывающее поверхность грунтовых вод по карте гидроизогипс в той же точке. Для сравнения этих двух слов можно ввести оценочную величину  $\Theta_i$ , которая определяется условием

$$\Theta_i = \begin{cases} = 1, & \text{если } X_i = Y_i; \\ = 0, & \text{если } X_i \neq Y_i. \end{cases}$$

Наряду с таким жестким условием полного равенства двух слов можно поставить более мягкие требования, например условие

$$\Theta_i = \begin{cases} = 1, & \text{если } X_i^{(7)} + X_i^{(0)} + X_i^{(1)} = Y_i; \\ = 0, & \text{если } X_i^{(7)} + X_i^{(0)} + X_i^{(1)} \neq Y_i; \end{cases}$$

Иногда поверхность грунтовых вод как бы сдвигается в том или другом направлении по отношению к поверхности земли; опять-таки эту задачу легко решить предлагаемым методом, вводя условие

$$\Theta_i^{(k)} = \begin{cases} = 1, & \text{если } X_i = Y_{i+k}; \\ = 0, & \text{если } X_i \neq Y_{i+k}, \end{cases}$$

где  $k$  – сдвиг по профилю между точкой, в которой определен  $X$ , и точкой, в которой определен  $Y$ .

Анализируя соответствие между различными полями, часто приходится еще решать вопрос о соответствии одной поверхности другой, обращенной поверхности, например соответствие дневной поверхности обращенной поверхности палеозойского фундамента. При помощи оценочной величины  $\Theta$  эту задачу также легко решить, вводя условие

$$\Theta_i = \begin{cases} = 1, & \text{если } X_i = \bar{Y}_i; \\ = 0, & \text{если } X_i \neq \bar{Y}_i. \end{cases}$$

Итак, для установления соответствия между двумя полями, изображенными в виде двух карт в изолиниях, вначале устанавливается необходимое условие для определения оценочной величины  $\Theta$ , затем со-

ласно этим условиям в каждой точке  $i$  находится эта величина и составляется ее таблица, форма которой будет следующей:

Номер точки по профилю	Символ $X_i$ (слово)	Символ $Y_i$ (слово)	Оценочная величина $\Theta$ при условиях	
			$X_1=Y_i$	$X_i^{(7)} + X_i^{(o)} + X_i^{(1)} = Y_i$
				$X_i = \bar{Y}_i$ и т.д.

Если бы заданное соответствие между словами  $X_i$  и  $Y_i$  выполнялось во всех точках  $i$ , то в каждой из этих точек  $\Theta_i = 1$  и, следовательно, их арифметическая сумма по всем этим точкам равна порядковому номеру, т. е.

$$\sum_{i=1}^N \Theta_i = N.$$

Если бы не было закономерного соответствия между словами  $X_i$  и  $Y_i$ , то величина  $\Theta_i$  оказалась бы распределенной случайно по биномиальному закону с одинаковой вероятностью  $p = g = 1/2$  наступления событий:  $\Theta = 1$  или  $\Theta = 0$ . Среднее от такой случайной величины, распределенной по биномиальному закону, как известно, равно  $M\Theta = \frac{1}{2}N$ , а ее дисперсия  $D\Theta = \frac{1}{4}N$ .

Отсюда мы получаем простой метод проверки гипотезы о наличии заданного соответствия между словами  $X_i$  и  $Y_i$ . Для такой проверки необходимо последовательно подсчитывать нарастающую сумму величин  $\Theta$  и эту сумму откладывать на графике в зависимости от порядкового номера  $N$ . Если эта сумма, начиная с какой-то точки, пересечет прямую  $M\Theta = 1/2 N$ , то можно говорить о наличии соответствия между словами  $X_i$  и  $Y_i$ , причем обычными методами по критерию  $\chi^2$  можно оценить вероятность гипотезы о таком наличии. Ту же гипотезу можно проверить по дисперсии величин  $\Theta$ . Последняя, если оправдывается гипотеза о наличии данного соответствия между словами  $X_i$  и  $Y_i$ , должна заключаться в пределах от 0 (условие детерминированного соответствия) до  $D\Theta = 1/2 \sqrt{N}$  (условие чисто случайного совпадения).

Очевидно, что приведенный способ проверки гипотезы о наличии соответствий между словами  $X$  и  $Y$  общий. Он применим не только в тех случаях, когда этими словами шифруется рельеф местности или "рельеф" любых других поверхностей, изображенных в виде карт изолиний, но и во всех других случаях совершенно независимо от того, что вкладывается в эти слова. Например, можно проверить гипотезы о соответствии наименования горных пород (слово  $X$ ) и коэффициента фильтрации, зашифрованного словом  $Y$  по своим градиентам. Точно так же можно проверить гипотезу о наличии соответствия между гидрогеологическими условиями, зашифрованными словом  $X$ , и флорой, зашифрованной словом  $Y$ . Необходимо только, чтобы слова  $X$  и  $Y$  получались по большому числу точек наблюдений  $i$ , т.е. чтобы оправданы были статистические методы.

## Формализация метода «аналогий» при гидро-геологических или других геологических исследованиях

При оценках ресурсов подземных вод в различных геологических структурах, при прогнозах водопритоков к рудникам, при оценках условий строительства гражданских или инженерных сооружений в различных геологических условиях и во многих других случаях гидрогеологи и инженеры-геологи пользуются методом аналогий. Этот метод сводится к следующему. Сравниваются два района  $A$  и  $B$ . Устанавливается аналогичность этих районов в геологическом и гидрогеологическом отношении; далее если в районе  $A$  строительство данного сооружения уже выполнено или имеется рудник с известным водопритоком, то при прогнозах считается, что в районе  $B$ , который аналогичен району  $A$ , будут такие же условия строительства или такие же водопритоки, как и в районе  $A$ . Тот же метод аналогий применяется и геологами. Так, в Якутии, аналогичной по геологическим условиям районам месторождений алмазов в Южной Африке, были начаты поиски этого минерала, давшие, как известно, блестящие результаты.

Наибольшую сложность в методе аналогий представляет собой первая задача – установление аналогий между двумя районами  $A$  и  $B$ . Если просто сравнивать текстовые геологические и гидрогеологические описания этих районов, то при установлении аналогии появляется значительный произвол: одному гидрогеологу будет казаться, что эти районы аналогичны, другой же, учтя какие-то дополнительные факторы, скажет, что они совершенно непохожи. Чтобы иметь возможность более объективно устанавливать аналогию, необходимо ввести некоторый формализм, придерживаясь которого, любой гидрогеолог или геолог пришел бы к одинаковым выводам.

Исходя из ранее описанного способа составления легенд синтетических карт, такой формализм можно легко ввести. Для этого необходимо:

- а) строго установить то конечное подмножество геологических или гидрогеологических факторов, по которым должна устанавливаться аналогия между районами  $A$  и  $B$ ;
- б) выработать алфавит  $A_n$  ( $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ , пригодный для кодового описания этих природных факторов;
- в) выбрать наиболее подходящий для данных условий алфавит  $K_2$  или  $K_3$ ;
- г) с учетом алфавита  $A_n$  и выбранного алфавита  $K$  составить кодовое слово (кодový символ)  $X_A$ , описывающее геологические или гидрогеологические условия района  $A$ ;
- д) на основе тех же алфавитов составить кодовое слово  $X_B$ , описывающее условия района  $B$ ;
- е) сравнить кодовые слова  $X_A$  и  $X_B$ , в случае их полного равенства заключить, что районы  $A$  и  $B$  вполне аналогичны в пределах выбранного подмножества геологических и гидрогеологических факторов (т.е. в пределах принятого для описания алфавита  $A_n$ ).

Полное равенство двух слов будет в том случае, когда каждый символ  $X_i$  в слове  $X_A$  равен соответствующему символу  $x_i$  в слове  $X_B$ , другими словами, когда расстановка единиц и нулей в словах одинакова. При использовании трехпозиционного способа записи (т.е. при использовании алфавита  $K_3$ ) наряду с полным равенством двух кодовых слов можно говорить еще о приближенном их равенстве. Последнее будет в том случае, когда символ  $1/2$  в слове  $X_A$  соответствует в слове  $X_B$  символом 0 или 1. Например, если слово, описывающее геологические условия района А, будет изображаться в виде  $X_A = 1\ 1/2\ 0\ 1/2\ 1\ 0\ 0\ 1$ , то оно будет равно слову  $X_B$ , если это последнее слово точно состоит из тех же символов (т.е. когда  $X_B = 1\ 1/2\ 0\ 1/2\ 1\ 0\ 0\ 1$ ) и приближенно будет равно еще восьми словам, в которых символ  $1/2$  заменен либо на 0 либо на 1, т.е.

$$X_A \approx X_B \left\{ \begin{array}{l} = 1\ 1/2\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ = 1\ 1/2\ 0\ 1/2\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ = 1\ 1/2\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ = 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ = 1\ 0\ 0\ 1/2\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ = 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ = 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ = 1\ 1\ 0\ 1/2\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ = 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1 \end{array} \right. \text{точное равенство}$$

### **Применение теории конечных автоматов для выяснения взаимосвязей в геологических или гидрогеологических системах**

Любые процессы или состояния на нашей планете находятся в тесной взаимосвязи между собой. Хорошо известная сейчас взаимосвязь между геоморфологическими особенностями поверхности Земли и ее внутренним геологическим строением и климатическими условиями. В свое время русский климатолог А.И.Воейков считал, что крупные реки являются "продуктом климата". Сейчас установлено, что они в еще большей степени являются "продуктом геологических структур" (Рожdestвенский, Соколовский, 1970). Аналогичные связи мы находим между формами рельефа пустынных областей (барханов и др.) с геолого-структурными особенностями и с климатическими факторами (направлением господствующих ветров, их скоростью и др.). С крупными речными долинами тесно связываются области разгрузок подземных вод глубоких горизонтов, области повышенной водопроницаемости пород и многие другие гидрогеологические особенности регионов. С песчаными барханами в пустынях связываются линзы пресных вод и условия питания или расходования грунтовых вод. Итак, свойства и состояние подземных вод теснейшим образом связаны с геолого-структурными и климатическими условиями и соответственно с геоморфологическими и морфометрическими особенностями земной поверхности. В свою очередь с подземными водами и особенно с первым от поверхности водоносным

горизонтом связаны характер и состояние растительного покрова. На этих связях основывается известный геоботанический метод поисков подземных вод (Викторов, 1971; Востокова, 1961 и др.). С подземными водами связывается также характер многих физических полей, используемых при геофизической разведке.

Выше мы видели, что описать геолого-структурные условия, геоморфологическое строение района, рельеф поверхности земли, рельеф погребенных структур, литологический состав горных пород, гидрогеологические условия и многие другие естественные и искусственные факторы можно кодовыми словами, составленными из соответственно подобранных конечных алфавитов. Наличие взаимосвязей, существующих в природе, предопределяет, что между этими словами должно быть какое-то соответствие. Например, если геоботанические условия описаны словом  $X(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ , а гидрогеологические условия описаны словом  $Y(y_1, y_2, y_3, \dots, y_m)$ , то между словами  $X_i$  и  $Y_i$  должно быть соответствие  $X_i \rightarrow Y_i$ , позволяющее по слову  $X_i$ , определяющему геоботанические условия, судить о слове  $Y_i$ , характеризующем гидрогеологические условия. Аналогично по слову  $P(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p)$ , описывающему геоморфологические условия на основе своего алфавита, можно судить о слове  $Q(y_1, y_2, y_3, \dots, y_q)$ , описывающем геолого-структурное строение изучаемого участка.

Простейшей будет связь, когда непосредственно по слову  $X$  детерминированным путем определяется слово  $Y$ . Связь между этими словами может быть при этом задана в виде следующих соответствий для всех входных слов  $X$ :

$$X_1 \quad - \quad Y_{j1}$$

$$X_2 \quad - \quad Y_{j2}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$X_{kn} \quad - \quad Y_{jkn}$$

Здесь будет  $k^n$  строк по числу различных входных слов длины  $n$  в алфавите  $X$ , состоящем из  $k$  различных символов. Приведенные соответствия могут быть выполнены некоторым устройством. На вход этого устройства поступают слова  $X$ , составленные из своего алфавита  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$  (входного алфавита); на выходе образуются слова  $Y$ , составленные из своего выходного алфавита  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_m$ . Элементарный акт работы такого устройства состоит в том, что, когда на его вход поступает слово  $X_i$ , на выходе получается слово  $Y_j$  путем комбинации соответствующих символов. Такое простейшее устройство принято называть конечным автоматом без памяти или комбинационной схемой. Он работает по наиболее простым логическим алгоритмам дискретного типа. По существу такие автоматы кодируют слова  $X$ , составленные из своего алфавита ( $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ), на слова  $Y$ , выполняя своего рода подстрочный перевод. При этом декодирование

оказывается не всегда возможным. В целях анализа геологических или гидрогеологических явлений и процессов такие простейшие автоматы применимы лишь в ограниченном числе случаев для гомоморфных моделей естественных условий. Несмотря на это, теория таких автоматов необходима для построения более сложных автоматов, лучше приближающихся к реальным условиям взаимосвязей в природных условиях. Теория простейших автоматов в настоящее время достаточно хорошо разработана, и по ней имеется большое число соответствующих публикаций (Поспелов, 1964 и др.).

Анализируя многие взаимосвязанные процессы и явления в природе, можно обнаружить, что они обусловлены не только теми условиями, которые существуют в настоящее время, но и состоянием геологических или гидрогеологических систем, обусловленных предшествующими условиями. Например, проводя разведку одной из линз пресных вод в пустынях Средней Азии, установили, что контуры этой линзы, отраженные в зоне аэрации по степени ее засоленности и соответственно по электропроводности, оказались смещенными относительно существующих контуров самой линзы пресных вод. Такое смещение произошло оттого, что процессы диффузии солей в мощной толще зоны аэрации, которая в данном случае достигала 100 м, требуют значительного времени, в течение которого сама линза успела несколько сократиться. В результате выполненные электроразведочные работы с измерениями на небольших разностях, при которых электрический ток в основном распространялся по верхним слоям зоны аэрации, обнаружили большую площадь распространения линзы, чем те же измерения, но с большими разностями питающих электродов и соответственно с большей глубиной проникновения электрического тока. Таким образом, "слова"  $X$ , которые можно было составить по результатам электроразведочных работ, недостаточно характеризовали гидрогеологические условия, описываемые словами  $Y$ , и для полного определения этих выходных слов необходимо было знать предшествующую историю этой линзы.

Аналогично наличие и распространенность замерзших пород в криолитозоне определяются не только существующими климатическими условиями, но и предшествующим состоянием этой зоны. Поэтому для определения мерзлотных условий в криолитозоне недостаточно найти связь между современными климатическими условиями и мерзлотными явлениями, а необходимо еще знание состояния системы (криолитозоны), обусловленное предшествующими климатическими влияниями. С теми или другими реликтовыми явлениями геологи или гидрогеологи встречаются очень часто. Анализ таких геологических систем с учетом их состояний, обусловленных предшествующими влияниями, в геологии носит общее название — исторический метод.

Такой исторический подход требует создания автоматов более сложной природы. В них наряду со словами  $P_i$  и  $Q_i$  должно быть еще задано слово  $S = (s_1, s_2, s_3, \dots, s_g)$  определяющее внутреннее состояние, обусловленное предшествующей историей. Работа этого автомата должна заключаться в определении слов  $Q_i$  по словам  $P_i$  и по своему

внутреннему состоянию. Эта работа полностью определена, если заданы две матрицы (А и В).

A	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	...	S <sub>q</sub>	B	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	...	S <sub>q</sub>
P <sub>1</sub>	Q <sub>i<sub>1</sub></sub>	Q <sub>i<sub>2</sub></sub>	...	Q <sub>i<sub>q</sub></sub>	P <sub>1</sub>	S <sub>i<sub>1</sub></sub>	S <sub>i<sub>2</sub></sub>	...	S <sub>i<sub>q</sub></sub>
P <sub>2</sub>	Q <sub>i<sub>q+1</sub></sub>	Q <sub>i<sub>q+2</sub></sub>	...	Q <sub>i<sub>2q</sub></sub>	P <sub>2</sub>	S <sub>i<sub>q+1</sub></sub>	S <sub>i<sub>q+2</sub></sub>	...	S <sub>i<sub>2q</sub></sub>
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
P <sub>k<sup>n</sup></sub>	...	...	...	Q <sub>j<sub>k<sup>n</sup>q</sub></sub>	P <sub>k<sup>n</sup></sub>	...	...	...	S <sub>i<sub>k<sup>n</sup>q</sub></sub>

А определяет выходное слово, соответствующее паре слов P<sub>j</sub> и S, а В определяет внутреннее состояние в следующий такт. Например, А может определять состояние криолитозоны в зависимости от современных климатических условий для следующего такта их изменений.

Устройства, обеспечивающие работу в соответствии с матрицами А и В, называются конечными автоматами с глубиной памяти q

Теория таких автоматов с памятью менее разработана, хотя и имеются некоторые отдельные публикации по этому поводу. Дальнейшим обобщением детерминированных автоматов являются стохастические автоматы как с памятью, так и без нее. В этих автоматах вместо однозначного соответствия

$$P_i \rightarrow Q_j$$

или

$$(P_i, S_i) \rightarrow (Q_j, S_{i+1})$$

дается лишь вероятность наличия таких соответствий. Для геологии или гидрогеологии такие стохастические автоматы, и особенно автоматы с памятью, будут иметь основное значение, однако их теория еще недостаточно разработана.

### Горная порода как термодинамическая система

Изучить воду или, точнее, водные растворы в горных породах, понять процессы переноса как самой воды, так и всех растворенных в ней примесей, выяснить взаимодействие воды и скелета пород невозможно, не разобрав предварительно свойства самой горной породы, которую следует рассматривать как единую термодинамическую систему. Для определения понятия горной породы предложено много формулировок; остановимся на некоторых из них.

В "Геологическом словаре" (1955) имеется следующее определение этого поднятия. "Горная порода (Г.п.) – плотные или рыхлые агрегаты, слагающие земную кору, состоящие из однородных или различных минералов либо минералов и обломков других Г.п., – образуется в результате геологических процессов в определенной обстановке внутри земной коры или на ее поверхности. С геохимической точки зрения Г.п. – естественные агрегаты минералов, состоящих преимущественно из петрогенных элементов. Некоторые породы кроме минералов содержат стекло. По своему происхождению Г.п. делятся на осадочные, магматические (изверженные) и метаморфические".

Приведенное определение не отражает необходимого для наших построений условия, что г.п. является термодинамической системой и что она состоит не только из твердых минералов, но также из различных флюидов, пропитывающих поровое пространство в скелете г.п. В силу этого дадим несколько измененное определение рассматриваемого понятия.

Горная порода – гетерогенная открытая система, находящаяся в естественных условиях ниже поверхности Земли или на этой поверхности, состоящая из скелета, сложенного различными кристаллическими минералами или стеклами, и порового пространства в этом скелете, заполненного флюидом (водой, нефтью, газами). Каждая г.п. характеризуется некоторой вероятностной совокупностью качественных или количественных признаков, по которым имеющий геологические знания человек может ее выделять, называя г.п. своими собственными именами, и проводить границу между г.п. различного наименования. С формальной точки зрения г.п. является Объектом нашего изучения или соответственного моделирования; для нее определяются Свойства Объектов и Множеств Объектов. Объект – г.п. может принадлежать к любому



числу множеств (осадочные, изверженные, метаморфические породы или другие множества), и, кроме того, сам Объект – г.п. может вмещать в себя любое число Множеств (множество минералов, множество флюидов и т.д.).

### Множества, включаемые в состав горных пород

Каждая г.п. состоит из множества  $A$  различных компонентов с их общим числом  $N$ . Это множество может быть разбито на следующие два основных подмножества.

1. Подмножество  $A_1$  твердых компонентов, образующих скелет г.п.

2. Подмножество  $A_2$  флюидов, заполняющих поровое пространство в скелете г.п. и находящихся в жидком или газообразном состоянии в термодинамических условиях нахождения г.п. в земной коре.

Компонентами подмножества  $A_1$  – скелета г.п. – являются отдельные минералы с их общим числом  $N_1$ . Каждый из этих минералов может быть задан своим наименованием и вероятным содержанием в данной г.п. Перечисление всех  $N_1$  минералов для задания подмножества твердых компонентов скелета г.п. в условиях тех или других задач делается иногда излишним, и это подмножество может быть упрощенно задано некоторыми группами минералов. В частности, в задачах энерго– массопереноса минералы, образующие скелет г.п., могут быть объединены в следующие группы:

$A_{1,1}$  – минералы, практически нерастворимые во флюидах в заданных интервалах изменения термодинамических условий и не могущие в этих интервалах изменять своего фазового состояния.

$A_{1,2}$  – минералы, изменяющие свое фазовое состояние в рассматриваемых диапазонах изменения термодинамических условий (в основном подразумевается лед),

$A_{1,3}$  – минералы, относительно легко растворимые в флюидах,

$A_{1,4}$  – глинистые минералы.

Эти последние минералы нами выделяются отдельно, поскольку их роль во всех процессах энерго– массопереноса исключительно велика.

В некоторых случаях, рассматривая процессы энерго– массопереноса крайне упрощенно, можно не разделять подмножество  $A_1$ , воспринимая его как один компонент – скелет г.п. К такому упрощению будем сравнительно часто прибегать в дальнейшем, обозначая при этом неразделенное подмножество  $A_1$  индексом 1 от начальной буквы слова *litos*.

Подмножество флюидов  $A_2$  в свою очередь можно разделить на следующие подмножества более низких порядков:

2.1 –  $A_{21}$ , подземные воды или, более точно, подземные или горные водные растворы (г.р.);

2.2 –  $A_{22}$ , неуглеводородные газы, заключенные в г.п., – “горные газы” (г.г.);

2.3 -  $A_{23}$ , нефти,

2.4 -  $A_{24}$ , углеводородные газы.

В дальнейшем будем рассматривать только такие г.п., в которых отсутствуют подмножества  $A_{23}$  и  $A_{24}$ .

Компонентами подмножества  $A_{21}$  - горные растворы (г.р.) - являются сама вода и растворенные в ней вещества, включая различные растворенные газы. Общее число этих компонентов будет  $N_w$ .

В ряде задач по динамике подземных вод подмножество  $A_{21}$  (г.р.) не разделяется на отдельные компоненты, а воспринимается как один объект. В этих случаях мы будем обозначать это подмножество индексом  $w$ .

### Свойства Объектов

Каждое из указанных выше подмножеств  $A_{nk}$ , входящих в состав г.п., может быть охарактеризовано рядом своих физических или химических свойств. Эти свойства не являются постоянными для данного подмножества  $A_{nk}$ , а претерпевают изменения в зависимости от термодинамических условий, в которых находится г.п. Кроме того, в зависимости от сочетаний различных подмножеств  $A_{nk}$ , входящих в состав г.п., свойства каждого из этих подмножеств могут несколько изменяться. В силу этого целесообразнее иногда описывать не свойства каждого подмножества  $A_{nk}$  в отдельности, а свойства всей горной породы в целом.

Полный учет изменений свойств г.п. в целом и ее подмножеств  $A_{nk}$  в зависимости от термодинамических условий приводит к сложным соотношениям. Поэтому в целях упрощения задач расчета различных полей обычно принимается, что свойства подмножеств  $A_{nk}$  остаются постоянными в пределах небольших изменений термодинамических условий, т.е., другими словами, непрерывный процесс изменения этих свойств аппроксимируется кусочно-постоянными функциями. Наряду с таким представлением свойств подмножеств  $A_{nk}$  используется иногда и их представление в виде непрерывных функций от термодинамических условий (давления и температуры).

Описание всех свойств г.п. и различных подмножеств  $A_{nk}$ , входящих в их состав, трудновыполнимо, поэтому остановимся только на некоторых их характеристиках в соответствии с теми общими представлениями о г.п. как о термодинамической системе; при этом будем рассматривать только метрические свойства, т.е. такие свойства, которые могут быть измерены и выражены числами.

В соответствии с термодинамическими представлениями метрические свойства г.п. могут быть разделены на две категории: экстенсивные и интенсивные.

Масса горной породы  $M^*$  является суммой масс всех ее компонентов, т.е.

$$M^* = \sum_{k=1}^N M_k \quad (k = 1, 2, 3, \dots). \quad (3.1)$$

При увеличении массы каждого компонента в  $n$  раз во столько же раз увеличится масса всей г.п. в целом.

Аналогично общий объем г.п. при неизменной ее структуре увеличивается во столько же раз, во сколько раз возрастает масса всех ее компонентов. Величины, которые зависят от количества вещества в системе г.п. и изменяются пропорционально изменениям этого количества, называются, как известно, экстенсивными.

Рассматриваемые нами процессы массопереноса в г.п. требуют определения ряда экстенсивных величин, обозначаемых в общем случае через  $Z$ .

Экстенсивные величины могут определяться как для всего рассматриваемого объекта — горной породы — в целом, так и для отдельных подмножеств, входящих в его состав. Условимся в дальнейшем экстенсивные величины, определенные для всего Объекта в целом, обозначать прописными буквами, отмеченными сверху звездочкой, те же величины, относящиеся к тем или другим подмножествам, отмечать подстрочным индексом этих подмножеств и оставлять без верхнего индекса.

Среди этих индексов основными будут:  $i$  — для обозначения подмножества твердых минералов скелета г.п.;  $\pi$  — для обозначения порового пространства независимо от того, чем оно выполнено;  $w$  — для обозначения подземного водного раствора.

Среди экстенсивных величин основное значение будут иметь следующие:

$M^*$ ,  $M_i$ ,  $M_w$  — масса всей г.п. в целом, ее скелета и подземного водного раствора, кг;

$M_i$  — масса компонента  $i$ -го входящего в состав г.п., кг;

$V$  — с аналогичными индексами объем г.п., скелета подземного водного раствора,  $m^3$ ;

$V_\pi$  — объем порового пространства,  $m^3$ ;

$\Theta_\pi$  — суммарная поверхность порового пространства в г.п. (определяется только для г.п. в целом и поэтому не имеет верхнего индекса),  $m^2$ ;

$C$  — теплоемкость (индексы те же),  $m^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{сек}^{-2} \cdot \text{град}^{-1}$ ;

$F$  — свободная энергия Гельмгольца,  $m^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{сек}^{-2}$ ;

$G$  — свободная энергия Гиббса (свободная энтальпия),  $m^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{сек}^{-2}$ ;

$H$  — энтальпия,  $m^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{сек}^{-2} \cdot \text{град}^{-1}$ ;

$S$  — энтропия,  $m^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{сек}^{-2} \cdot \text{град}^{-1}$ .

К интенсивным величинам отнесены объем порового пространства и его суммарная поверхность. И та и другая величина зависят от массы: для 10 кг породы они будут в 10 раз большими, чем для 1 кг той же породы.

Любые физико-химические изменения, происходящие в г.п., могут быть использованы как источники энергии; например, в качестве таких

источников может быть использована способность пород всасывать жидкости или поглощать те или другие вещества.

В принципе от любых систем, в том числе и от г.п., можно получать работу обратимым путем; это позволяет рассчитывать эту работу. Когда выполняется такой расчет работы, всегда оказывается, что в окончательный ответ вкладывается работа от суммарного изменения объема системы, происходящей против внешнего давления. В зависимости от того, как учитывается этот вклад работы от изменения объема, различается свободная энергия Гельмгольца и Гиббса. В первой предполагается, что система не изменяет своего объема, во второй, — что работа от системы получается при постоянных давлениях. Эти давления могут быть различными для различных частей системы; в частности, для г.п. они могут отличаться для скелета г.п. и для флюидов, находящихся в ее порах, но должны сохранять свои постоянные значения в процессе получения работы от системы.

Свободная энергия Гельмгольца в условиях, когда система находится в состоянии физико-химического равновесия при постоянных температуре и объеме достигает своего минимума. Свободная энергия Гиббса в условиях того же равновесия при постоянных температуре и давлении достигнет своего максимума.

Указанные экстремальные свойства свободных энергий позволяют использовать их для определения условий физико-химических равновесий в горных породах. В частности, эти свободные энергии можно использовать как целевые функции при математическом программировании.

Определяя экстенсивные величины в горных породах, всегда приходится оговариваться, что эти величины определяются при неизменных структурных и текстурных свойствах г.п. Действительно, любая из рассматриваемых экстенсивных величин зависит не только от массы различных компонентов, но также от геометрического положения этих масс в г.п. и размеров различных агрегатов, образованных этими массами. Например, объем песка и особенно объем его порового пространства зависят от характера упаковки зерен песка и их размеров. Особенно сильно зависят от структурных и текстурных особенностей г.п. суммарная поверхность порового пространства и его объем.

Те же структурные факторы оказывают значительное влияние и на внутреннюю энергию пород.

Внутреннюю энергию можно определить энтальпией  $H$ . Для чистого вещества энтальпия зависит от химической природы вещества, его количества, фазового состояния, температуры и приложенного давления.

Для горных пород, представляющих собой дискретные смеси, энтальпия зависит еще от состава смеси, геометрических размеров частиц, входящих в эту смесь, и их взаимного расположения, определяющего структуру породы. Кроме того, давление в различных компонентах состава породы может быть различным; в частности, для скелета породы оно определяется тензором напряженного состояния, энергетически эквивалентного горному давлению  $P$ ; для воды, находящейся в порах

породы, — давлением  $p$ ; для газов в тех же порах — давлением  $p_r$ , в общем случае отличным от давления  $p$ .

Зависимость энтальпии или других термодинамических функций от структуры горных пород и необходимость определять эти функции только в среднем, относя их к сравнительно большим объемам породы, значительно превосходящим объемы различных агрегатов, входящих в ее состав, сильно выделяют эти функции от аналогичных функций для однородных веществ или для гомогенных растворов.

В силу дискретности любого вещества, и особенно горной породы, ее внутреннюю энергию можно подразделить по величинам (уровням), на которые разбивается это вещество. Для горных пород, в частности, можно выделить следующие уровни внутренней энергии:

внутриядерная энергии, освобождающаяся только при радиоактивном распаде веществ;

молекулярно-кинетическая энергия, соответствующая уровню разбиения вещества на отдельные молекулы или атомы;

поверхностная энергия, тесно связанная также с молекулярно-кинетическими процессами, но отвечающая уровню разбиения горных пород на отдельные агрегаты (глинистые частицы, песчинки и т.д.).

Вероятно, в породе могут быть выделены еще более крупные подразделения, например, на отдельные блоки или массивы пород со специфическими условиями напряженного состояния, в результате которых в них появляются запасы внутренней энергии, свойственные только этим блокам.

Вопрос о внутренней энергии в отдельных блоках требует специального рассмотрения, но вряд ли она оказывает существенное влияние на процессы переноса масс в горных породах, в силу чего сейчас эту энергию мы не будем учитывать. Точно так же мы не будем учитывать внутриядерную энергию, появляющуюся только при радиоактивных распадах, условно считая горные породы нерадиоактивными.

Если внутреннюю энергию горной породы рассматривать в среднем, относя ее к объемам этих пород, значительно превосходящим объемы отдельных агрегатов (галец, песчинок, глинистых частиц), то можно объединить внутреннюю энергию на молекулярном уровне с поверхностной энергией на выделяемых агрегатах. В дальнейшем термодинамические функции, относящиеся ко всей горной породе в целом и определенные в среднем по ее значительным объемам, будем отмечать сверху звездочкой.

Зависимость любой экстенсивной величины  $Z$  от структуры и текстуры горных пород, а также зависимость этих величин от нескольких давлений, свойственных различным подмножествам, входящим в состав породы, значительно осложняют термодинамические расчеты в системах "горная порода". В наиболее общем случае для всех экстенсивных величин можно написать соотношение

$$Z = Z(M_1, M_2, \dots, M_N, P, p_w, p_r, T, St), \quad (3.2)$$

где  $M_1, M_2, \dots, M_N$  — массы различных компонент, входящих в состав породы;  $P$  — горное давление, энергетически эквивалентное тен-

зору напряженного состояния скелета породы;  $P_w$  — давление водного раствора в порах породы;  $p_r$  — давление газов в тех же порах;  $T$  — температура;  $St$  — объединенный символ структурных и текстурных особенностей породы.

Наряду с экстенсивными величинами для характеристики г.п. или отдельных подмножеств, входящих в ее состав, широко применяются различные интенсивные величины, т.е. величины, независимые от массы всей г.п. в целом или от масс соответствующих подмножеств.

Среди таких интенсивных величин наиболее часто встречаются следующие.

1. Массовые доли различных компонент или подмножеств. Массовые доли могут определяться для всей г.п. в целом, а также для отдельных подмножеств, входящих в ее состав, а именно:

$y_i^* = \frac{M_i}{M^*}$  — массовая доля компонента  $i$  по отношению к массе всей г.п. в целом;

$y_{w,i} = \frac{M_i}{M_w}$  — массовая доля компонента  $i$  по отношению к массе подземного водного раствора, та же величина, выраженная в процентах и обычно обозначаемая через  $\gamma$ , соответствует весовым процентам — числу граммов растворенного вещества в 100 г раствора;

$y_0^*$  — выраженная в процентах величина будет соответствовать весовой влажности пород по отношению к весу всей г.п. в целом;

$y_{1,0}$  — весовая влажность по отношению к весу скелета г.п.

2. Наряду с массовыми долями широко используются также различные удельные величины. Для непрерывных сред удельные величины определяются как

$$z = \lim_{M \rightarrow 0} \frac{Z}{M} \quad (3.3)$$

т.е. как предел отношения соответствующей экстенсивной величины к общей массе всей системы или отдельных ее подмножеств, когда эта масса стремится к нулю.

Для г.п. такое определение мало подходит в силу ее значительной неоднородности и наличия конечного числа микро- и макроразрывов в величинах  $z$ . Однако, любая удельная величина может быть суммирована или интегрируема по Лебегу для любой конечной массы г.п., т.е. для этих пород всегда можно написать равенство

$$Z = \int_{M^*} z dM. \quad (3.4)$$

Удельные величины принято обозначать строчными буквами латинского алфавита, соответствующим прописным буквам экстенсивных величин. Индексы при удельных величинах остаются такими же, например:  $v^*$  — удельный объем г.п.;  $v_1^*$  — удельный объем скелета г.п.

по отношению к массе всей г.п. в целом;  $v_l$  – то же по отношению к массе одного скелета;  $v_w^*$  – удельный объем подземного водного раствора по отношению к массе всей г.п. в целом;  $v_w$  – то же по отношению к массе самого этого раствора.

3. Наряду с удельными величинами могут быть определены плотностные характеристики. Для непрерывных сред эти характеристики определяются как

$$\kappa = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{Z}{V} \quad (3.5)$$

(плотностные величины обычно обозначаются строчными буквами греческого алфавита).

Так же как для удельных величин, такое определение плотностных характеристик для г.п. мало подходит. Соответственно плотностные величины для г.п. (разрывных гетерогенных сред) можно определить как интеграл по Лебегу для любого конечного объема этих пород, т.е. как

$$Z = \int_{V^*} \kappa dV. \quad (3.6)$$

Например, исходя из плотности г.п.  $\gamma^*$ , можно определить всю ее массу очевидным равенством

$$M^* = \int_{V^*} \gamma^* dV. \quad (3.7)$$

Среди плотностных величин в гидрогеологии и инженерной геологии наиболее часто используются следующие (в  $\text{м}^3 \cdot \text{кг}$ );

$\gamma^*$  – плотность г.п. в целом;  $\gamma_l^*$  – плотность скелета пород по отношению к объему всей г.п. в целом;  $\gamma_l$  – плотность скелета по отношению к его объему;  $\gamma_k$  – минералогическая плотность компонента  $k$ ;  $\gamma_w^*$  – плотность подземного водного раствора по отношению к объему всей г.п. в целом;  $\gamma_w$  – то же по отношению к объему, занимаемому этим раствором;  $\pi$  – (нулевой размерности) – пористость (отношение объема пор к общему объему г.п.);  $S_w, S_g$  – степень насыщенности порового пространства водными растворами и газами, соответственно

$$S_w = \frac{V_w}{V_\pi}; \quad S_g = \frac{V_g}{V_\pi}. \quad (3.8)$$

Между приведенными величинами очевидны соотношения

$$\gamma_k^* = \frac{\gamma_k}{\gamma^*}; \quad \sum_{k=1}^N \gamma_k^* = 1; \quad S_w + S_g = 1. \quad (3.9)$$

Последнее равенство соответствует условию отсутствия нефти в составе флюида.

Приближенно для г.п. выполняются также равенства

$$\pi S_w \gamma_w + \pi S_r \gamma_r + (1-\pi) \gamma_l = \gamma^*, \quad (3.10)$$

$$\text{а при } S_w = 1, \pi \gamma_w + (1-\pi) \gamma_l = \gamma^*; \quad (3.11)$$

$$\gamma_w^* = \pi \gamma^*; \gamma_l^* = (1-\pi) \gamma^*. \quad (3.12)$$

Соотношения (3.10)–(3.12) будут точными, если г.п. является просто аддитивной смесью различных компонент. Они достаточно хорошо оправдываются для чистых песков и трещиноватых скальных горных пород. В глинах и глинистых породах, в которых происходит изменение объемов при увлажнении, эти соотношения являются лишь приближенными.

Исходя из принципа аддитивности, т.е. пренебрегая возможными кон-трациями раствора, плотность подземного водного раствора можно рассчитать по следующей формуле:

$$\frac{1}{\gamma_w} = \sum_{k=1}^{N_w} \frac{y_k}{\gamma_{wk}}. \quad (3.13)$$

### Парциальные величины

В термодинамике растворов (Льюис, Рендалл, 1936; Кириллин, Шейн-длин, 1956 и др.) широко используются парциально весовые или парциально молярные величины для характеристики соответствующего влияния изменения масс различных компонент на те или другие экстенсивные величины (общий объем раствора, его теплосодержание, его внутренняя энергия и т.д.).

Для характеристики горных пород такие парциальные величины, насколько известно автору, еще не вводились, хотя их применение значительно упрощает расчеты как в области механики грунтов, так и при различных гидрогеологических исследованиях.

Парциальные величины определяют скорость изменения соответствующей экстенсивной величины  $Z^*$  при изменении массы данной компоненты  $M_k$  или суммарной массы подмножества  $A_{пк}$  при постоянных значениях масс всех остальных компонент (или масс всех остальных подмножеств, входящих в состав г.п.), а также при постоянных давлениях, температуре в различных подмножествах системы (г.п.), и ее структурных особенностях. Последнее условие специфичное для г.п., сильно изменяющее свои экстенсивные величины для различных струк-



турных факторов. Для других термодинамических систем, таких, например, как растворы, постоянство структурных факторов в определении парциальных величин обычно не вводится<sup>1</sup>.

Итак, парциальные величины, которые мы в дальнейшем будем обозначать через строчную букву, соответствующую данной экстенсивной величине  $Z$ , а также звездочкой в случае, если парциальные величины определяются для всей г.п. в целом, являются частной производной данной экстенсивной величины  $Z$  по массе данного компонента  $k$  при постоянных значениях давлений в различных подмножествах  $A_{pk}$ , входящих в состав г.п., их температур, масс всех остальных компонент  $j$ , состава пород и неизменных структур и текстурных особенностей породы. Кроме того, предполагается также, что эти частные производные определяются при постоянных значениях напряженности всех физических полей (силы тяжести, электрического, магнитного и т.д.).

Согласно этому определению имеем

$$\hat{Z}_k^* = \left( \frac{\partial Z^*}{\partial M_k} \right)_{P, p, T, St, M_j \neq k} \quad (3.14)$$

В дальнейшем парциальные величины будем рассматривать на примере парциально массовых или парциально весовых объемов г.п.

Выразим общий объем г.п.  $V^*$  при постоянных давлениях (напряжениях), температурах и структурных факторах в виде функции масс всех компонент, входящих в ее состав, т.е.

$$(V^*)_{P, p, T, St} = V^*(M_1, M_2, \dots, M_{n^*}). \quad (3.15)$$

Функция (3.15) является однородной первой степени, поэтому согласно теореме Эйлера для нее справедливо следующее соотношение:

$$V_{P, p, T, St}^* = M_1 \frac{\partial V^*}{\partial M_1} + M_2 \frac{\partial V^*}{\partial M_2} + \dots + M_{n^*} \frac{\partial V^*}{\partial M_{n^*}}, \quad (3.16)$$

где частные производные берутся при постоянных значениях  $P, p, T, St$  и масс всех остальных компонент.

<sup>1</sup> Для водных растворов, в которых структура воды может несколько отличаться при изменении масс различных компонент, вероятно, следовало бы постоянство структурного фактора также ввести в определение парциальных величин.

Согласно принятым обозначениям имеем

$$\hat{v}_1^* = \frac{\partial V^*}{\partial M_1}; \quad \hat{v}_2^* = \frac{\partial V^*}{\partial M_2}; \quad \dots; \quad \hat{v}_n^* = \frac{\partial V^*}{\partial M_n}, \quad (3.17)$$

дела далее равенство (3.16) на общую массу г.п.  $M^* = \sum_1^{N^*} M_k$ , легко прийти к основному соотношению для парциальных объемов

$$v^* = y_1^* \hat{v}_1^* + y_2^* \hat{v}_2^* + \dots + y_n^* \hat{v}_n^*. \quad (3.18)$$

В частности, для полностью водонасыщенных пород, когда  $S_w = 1$  и  $S_g = 0$ , имеем

$$v^* = y_l^* \hat{v}_l^* + y_w^* \hat{v}_w^*. \quad (3.19)$$

Для не полностью водонасыщенных пород, в которых  $S_w + S_g = 1$ , имеем

$$v^* = y_l^* \hat{v}_l^* + y_w^* \hat{v}_w^* + y_g^* \hat{v}_g^*. \quad (3.20)$$

Однако, поскольку массовая доля газа  $y_g^*$  в г.п. очень незначительная, приближенно для определения удельного объема г.п. можно использовать уравнение (3.19) для полностью водонасыщенных пород.

Для подземных водных растворов (г.р.) парциальные объемы, рассчитанные по отношению к массе только тех компонент, которые входят в состав этих растворов, будут соответствовать парциальным объемам этих компонент в растворах того же состава, но взятых изолированного от скелета пород. Очевидно также, что для компоненты  $k$ ; входящей в состав г.р., в общем случае

$$\hat{v}_k^* \neq \hat{v}_k, \quad (3.21)$$

так как  $\hat{v}_k^*$  определяет скорость изменения общего объема г.п. при изменении массы компоненты  $k$ , а  $\hat{v}_k$  дает скорость изменения объема только одного подземного водного раствора.

Парциально массовые или иначе парциально весовые объемы различных компонент растворов, рассматриваемых изолированно от г.п., приводятся в различной справочной физико-химической литературе; там же даются способы их вычисления и многие весьма полезные соотношения между этими величинами.

Для горных пород свойства этих величин можно выяснить на следующих абстрактных примерах фиктивного песка и фиктивной сплошной глины.

Фиктивный песок представлен в виде жестких несжимаемых шариков, упакованных по той или другой пространственной решетке воды (находящейся в порах между шариками, причем по всей своей массе являющейся однофазной и не подверженной никаким поверхностным силам), и пустого пространства, оставшегося в порах, не заполненных водой. От естественного песка помимо механических свойств песчинок и их формы фиктивный песок отличается отсутствием любого поверхностного взаимодействия между водой и скелетом и отсутствием воздуха и паров воды в порах, не заполненных водой.

В области неполного водонасыщения общий объем фиктивного песка не будет зависеть от количества находящейся в нем воды при условии, что пространственная упаковка зерен песка не изменяется при изменении этого количества, следовательно

$$\hat{v}_w^* = 0. \quad (3.22)$$

В этой же области прибавление дополнительных зерен песка, находящихся в той же пространственной упаковке, что и основная масса песка, вызовет изменение его объема пропорционально удельному объему скелета, т.е.

$$\hat{v}_I^* = v_I^* = \frac{1}{\gamma_I^*}. \quad (3.23)$$

В области полного водонасыщения прибавление дополнительных порций воды к фиктивному песку возможно только при изменении общего объема системы. Такое изменение объема этой системы будет происходить или путем внедрения воды в поры и соответственно их раздвигания или в результате того, что вода займет новый дополнительный объем. Очевидно, что в этих условиях парциально массовый объем воды будет иметь вид

$$\hat{v}_O^* = v_O^* = \frac{1}{\gamma_O^*}, \quad (3.24)$$

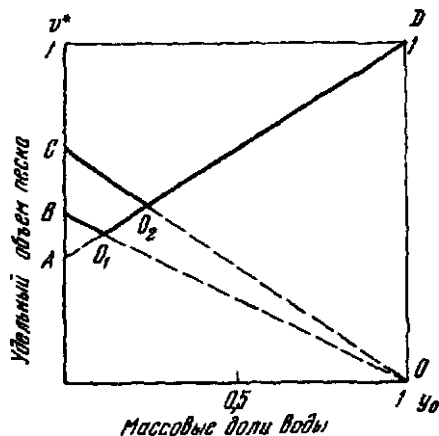
где  $v_O^*$  — удельный объем воды.

В той же области полного водонасыщения парциально массовый объем скелета г.п. будет равен удельному объему минералов этого скелета, т.е.

$$\hat{v}_I^* = v_I^* = \frac{1}{\gamma_I^*} \quad (3.25)$$

Соотношения (3.22)–(3.25), полученные нами путем рассуждений, легко также получить из диаграммы состояния фиктивного песка методом отрезков на осях координат (Льюис, Рендалл, 1936). Строя диаграмму состояния для фиктивного песка, т.е. диаграмму зависимости его удельного объема  $v^*$  от массовой доли воды  $y_O$  при условии, что

Рис., 11. Диаграмма зависимости удельного объема фиктивного песка от массовой доли воды (диаграмма состояния)



$y_0 + y_1 = 1$ , легко убедиться, что эта диаграмма изобразится в виде пересекающихся прямых (рис. 11). На диаграмме точка  $A$  соответствует удельному объему минералов песка, рассчитанному исходя из его минералогической плотности  $\gamma_1 = 2,75 \text{ г/см}^3$ . Точка  $B$  соответствует удельному объему скелета песка при его максимально плотной упаковке с пористостью  $\pi = 25,7\%$ . Точка  $C$  отвечает удельному объему скелета песка при его рыхлой упаковке по кубической решетке с пористостью  $\pi = 46,5\%$ . Точка  $D$  соответствует удельному объему чистой воды  $v_0 = 1 \text{ см}^3/\text{г}$ . Выделенная на диаграмме трапеция  $O_1 B C O_2$  соответствует области неполного водонасыщения при различных плотностях скелета песка (т.е. при различных упаковках его зерен). При неизменной упаковке этого скелета удельный объем песка при увеличении массовой доли воды будет уменьшаться по прямой, продолжение которой пересечет ординату, восстановленную при  $y_0 = 1$  в точке  $v = 0$ , т.е. в соответствии с правилом отрезков сразу получаем соотношение (3.22). Продолжение этой прямой в обратную сторону до пересечения с ординатой, восстановленной при  $y_1 = 1$  т.е.  $y_2 = 0$ , определяет парциальный объем скелета песка (соотношение 3.23).

В области полного водонасыщения удельный объем песка однозначно определяется массовой долей воды и будет изменяться по прямой  $O_1 O_2$ . На этой прямой точка  $O_1$  соответствует удельному объему песка при его наиболее плотной упаковке и при полном водонасыщении. Точка  $O_2$  соответствует тем же условиям полного водонасыщения при наиболее рыхлой упаковке зерен песка. Продолжение прямой  $O_1 O_2$  до пересечения с ограничивающими ординатами дает значения парциально массовых объемов воды и скелета песка в условиях его полного водонасыщения, т.е. дает условия, записанные нами в виде соотношений (3.24) и (3.25).

Для реальных песков диаграмма состояния получается очень близкой к рассмотренной диаграмме для фиктивных песков. Поэтому приведем

Таблица 3

Расчет плотности кристалла монтмориллонита

Число поглощенных молекул воды, $n$	Относительный вес поглощенных молекул воды, $M_{H_2O}$	Относительный и абсолютный вес элементарной кристаллической ячейки монтмориллонита				Массовая доля воды в монтмориллоните	
		I		II		I	II
		$M$	$г \cdot 10^{24}$	$M$	$г \cdot 10^{24}$		
2	36	396	663	432	721	0,091	0,0835
8	144	504	844	540	904	0,286	0,267
14	252	612	1050	648	1085	0,412	0,389
20	360	720	1204	756	1265	0,500	0,477
26	468	828	1385	864	1445	0,565	0,544

ные соотношения (3.22)–(3.25) могут со значительной точностью применяться и для реальных песков. Кроме того, они применимы для скальных трещиноватых г.п. с неизменяющимся скелетом.

Наряду с парциально массовыми объемами самой воды и скелета для расчетов массопереноса большое значение имеют парциально массовые объемы различных компонентов растворенных г.р.

При помощи аналогичных рассуждений можно показать, что для фиктивного песка в области неполного водонасыщения

$$\hat{v}_k^* = 0, \quad (3.26)$$

а в области полного водонасыщения

$$\hat{v}_k^* = \hat{v}_k, \quad (3.27)$$

где  $\hat{v}_k$  – парциально массовый объем компоненты  $k$  в растворе того же состава, что и г.р.

Условия, записанные в виде соотношений (3.26) и (3.27), с очень малыми погрешностями могут применяться для реальных песков и для скальных трещиноватых г.п.

Иначе ведут себя диаграммы состояния для глин и суглинков. Теоретически можно рассчитать удельный объем кристалла монтмориллонита на основе строения его элементарной ячейки и кристаллографических размеров при разных количествах воды и межплоскостном пространстве.

Размер элементарной кристаллической ячейки по оси с	Объем элементарной кристаллической ячейки, $\text{см}^3 \cdot 10^{24}$	Плотность $\gamma$ ( $\text{г}/\text{см}^3$ ) и удельный объем $v$ ( $\text{см}^3/\text{г}$ ) монтмориллонита			
		I		II	
		$\gamma$	$v$	$\gamma$	$v$
9,8	444	1,49	0,670	1,625	0,615
12,4	574	1,47	0,680	1,570	0,636
15,4	712	1,475	0,677	1,525	0,655
18,4	850	1,415	0,706	1,485	0,673
21,4	988	1,40	0,714	1,485	0,683

В табл. 3 приведены в результате такого расчета.

Расчет выполнен в двух вариантах. Первый I — исходя из химической формулы монтмориллонита  $\text{Al}_2(\text{OH})_6 \text{Si}_4\text{O}_{10}$  и  $\text{H}_2\text{O}$  по Гофману, Энделю и Вильму и второй (II) — исходя из формулы  $\text{Al}_2(\text{OH})_6 \text{Si}_4\text{O}_{8n}$  и  $\text{H}_2\text{O}$  по Эдельману и Файвес. Объем кристалла вычислялся по размерам элементарной кристаллографической ячейки, определенной рентгеноструктурным анализом, которые по осям  $a$  и  $b$  соответственно равны  $a = 5,17 \text{ \AA}$  и  $b = 8,94 \text{ \AA}$  и не изменялись при поглощении молекул воды; размеры по оси  $c$ , изменявшиеся при поглощении воды, приведены в табл. 3. Абсолютный вес элементарной ячейки рассчитывали, исходя из приведенных выше формул, принимая массу атома водорода равной  $1,673 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ .

Полученные в результате расчета величины удельного объема кристалла монтмориллонита отложены на диаграмме состояния (рис. 12) как функция массовой доли воды в этом кристалле. По рассчитанным точкам диаграмма может быть доведена только до  $\text{u}_{\text{H}_2\text{O}}^0 0,565$  (соответственно для расчета по второму варианту — до  $\text{u}_{\text{H}_2\text{O}}^0 0,544$ ). Вода в большем количестве, видимо, уже не может входить внутрь кристаллографической решетки, т.е. она будет занимать отдельный объем, в результате чего можно диаграмму состояния продолжить пунктиром до удельного объема, равного удельному объему чистой воды. Из диаграммы видно, что касательные к различным точкам кривой пересе-

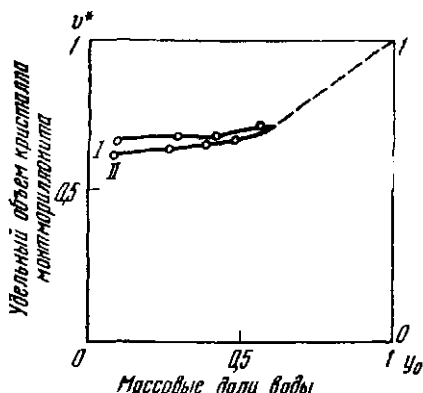


Рис. 12. Теоретически рассчитанная диаграмма состояния для кристалла монтмориллонита

I — диаграмма состояния при расчете по химической формуле монтмориллонита по Гофману, Энделю и Вильму; II — то же при расчете по формуле, предложенной Эдельманом и Файвес

кают ординату при  $U_{H_2O} = 1$  в точках, сильно отличающихся от единицы; другими словами, парциально массовый объем воды в кристалле монтмориллонита очень сильно отличается от ее удельного объема.

Приведенная диаграмма состояния для кристалла чистого монтмориллонита, очевидно, не может быть перенесена на естественные глинистые г.п. Она показывает только, что в них вполне возможны случаи, когда в условиях полного водонасыщения парциально весовой объем воды оказывается неравным ее удельному объему; факт очень важный, как будет видно из дальнейшего, для теории фильтрации воды через глинистые породы.

В глинистых горных породах парциально весовой объем воды должен определяться экспериментально. В настоящее время еще не выработана хорошая методика определения указанной величины в этих породах (методика должна предусматривать определение плотности или удельного объема г.п. при разном содержании воды и при постоянных значениях давления, температуры и структурных особенностей породы). Не располагая такими достаточно совершенными определениями  $\hat{v}_{H_2O}^*$  в глинистых породах, автор счел возможным для приближенной характеристики этой величины использовать результаты экспериментального определения плотностей глинистых паст различного минералогического состава, выполненных в геофизической лаборатории ВСЕГИНГЕО Т.В.Поляковой.

Пасты готовились путем замешивания порошка воздушно-сухой глины с разным количеством воды и затем уплотнялись путем трамбования в специальной "ступе". Очевидно, что при этом не выдерживается одно из основных условий — постоянство структурных особенностей образцов.

И действительно, на диаграммах состояния, построенных по этим экспериментальным данным (рис. 13, а, б, в, г) видно, что при неполном водонасыщении вместо одной непрерывной кривой изменения удельного объема в зависимости от содержания воды имеется

целая область различных значений удельного объема полученных образцов в зависимости от степени их уплотнения (числа ударов при трамбовании).

Наличия же с точки, где глинистая паста оказывается полностью насыщенной водой, экспериментальные точки на диаграммах ложатся на одну кривую, соответствующую условию практически неизменной структуры при условии полного водонасыщения.

По своему характеру диаграммы состояния для глинистых паст, приготовленных из глин различного минералогического состава (табл. 4), отличаются друг от друга.

Для глин из карьера "Прилуки" (рис. 13,а) диаграмма состояния приближается к диаграмме состояния для идеального песка: начиная с точки полного водонасыщения, экспериментальные точки на диаграмме точно ложатся на одну прямую, продолжение которой пересекает левую ограничивающую ординату при  $u_{H_2O}$  в точке, где  $v_0 = 1$ . Следовательно, парциально весовой объем воды в пасте, полученной из указанной глины в условиях ее полного водонасыщения, равен удельному объему воды.

Для пасты, полученной из глины в карьере "Лысянка" (рис. 13,б), диаграмма состояния уже значительно отличается от такой же диаграммы для идеального песка. Из рис. 13,б видно, что, начиная с точки полного водонасыщения, экспериментальные точки обрисовывают изгибающую кривую, касательная к которой при разных влажностях пересекает левую ограничивающую ординату, в разных точках сильно отличающуюся от единицы. В частности, касательная при влажности (массовой доле воды) около 40% пересечет эту ординату в точке, лежащей выше единицы, а касательная при влажности около 50% пересечет эту ординату в точке, лежащей ниже единицы. Другими словами, парциально весовой объем воды в пасте из указанной глины может быть то больше, то меньше удельного объема воды в зависимости от влажности глины.

Аналогичные условия имеются для паст, полученных из глин "Часов-Яр" (карьеры им. Леваневского (рис. 13,в) и им. XXX-летия ВЛКСМ (рис. 13,г)).

Приведенные общие закономерности для парциально весовых объемов воды в г.п. справедливы и для всех остальных парциальных величин.

Эти величины в идеальном песке могут быть найдены из условий полной аддитивности составных частей — как в чистой механической смеси. К глинистым породам условие аддитивности уже неприменимо. Поэтому, например, удельную теплоемкость песков можно определять по удельным теплоемкостям скелета и воды, взятым отдельно; для глинистых же пород такое определение будет неверным и следует пользоваться более сложным выражением, в которое войдут парциальные величины теплоемкости скелета и воды в этих породах.



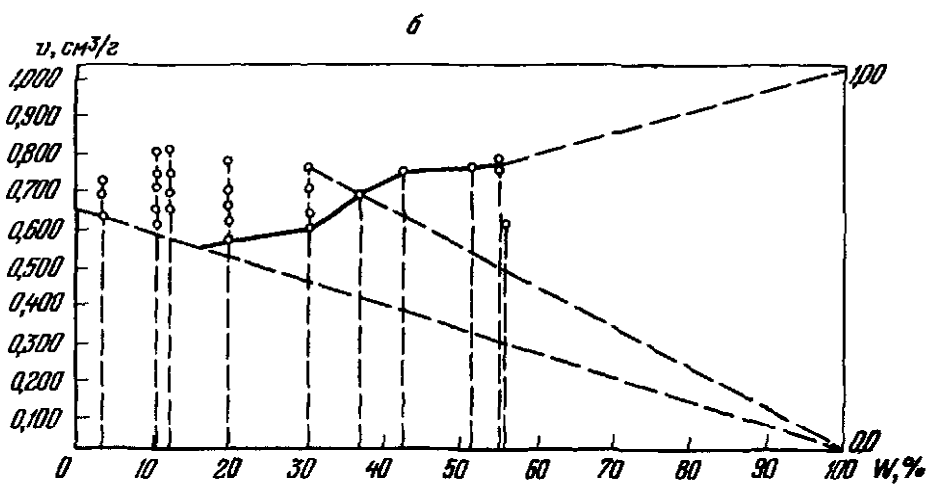
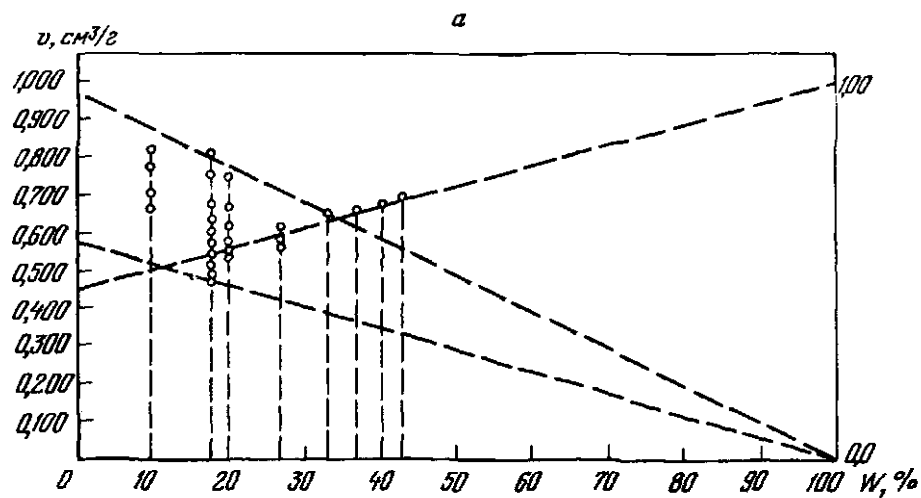
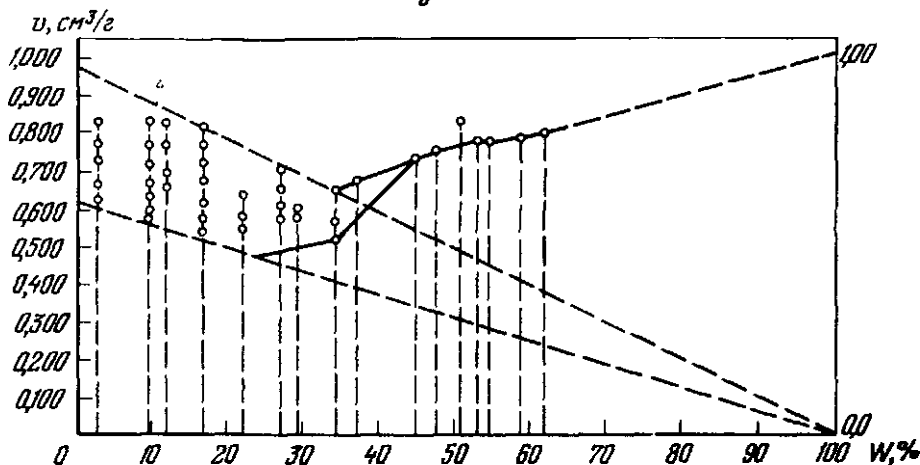
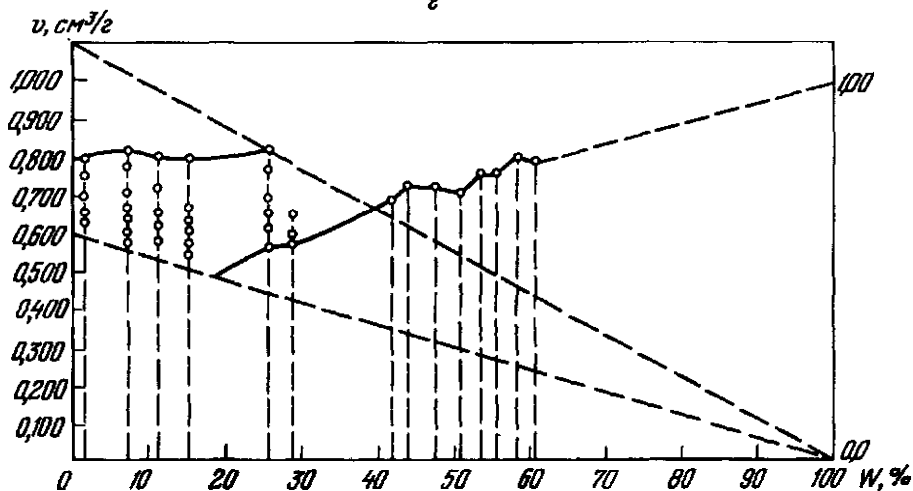


Рис. 13. Экспериментальные диаграммы состояния для пасты из глин месторождений

б



в



а - "Прилуки"; б - Лысянка; в - Часов-Яр, карьер им. Леваневского; г - Часов-Яр, карьер им. 30-летия ВЛКСМ

Таблица 4

Минералогическая и водо-физическая характеристика глин

Участок, карьер	Минералогический состав глины (в порядке убывания)	Объемный вес, г/см <sup>3</sup>	Удельный вес, г/см <sup>3</sup>	Влажность, %		Нижний предел пластичности		Верхний предел пластичности		Число пластичности (по W)	Дисперсность	
				W	W*	W	W*	W	W*		фракция, мм	%
Часов-Яр, Карьер им. Лева-невского	Монотермит, кварц, примесь полевых шпатов, кальцита	2,0	2,68	25,6	20,1	27,8	21,4	64,2	39,0	36,4	0,010	85
											0,005	94
											0,001	90
Часов-Яр, Карьер им. XXX-летия ВЛКСМ	Монотермит, следы монтмориллонита, кварц, полевые шпаты, кальций	2,0	2,67	25,0	20,0	27,0	21,2	57,6	36,6	30,6	0,010	94,5
											0,005	94
											0,001	89
Карьер "Лысянка"	Монтмориллонит, примесь палыгорскита, много кварца, примесь кальцита	2,0	2,67	31,0	23,8	29,9	23,6	94,6	48,5	64,7	0,010	91
											0,005	90
											0,001	84
Карьер "Прилуки"	Гидрослюда, монтмориллонит, каолинит, кварц	2,0	2,85	19,4	16,3	23,0	18,7	56,0	35,9	33		
Карьер "Латная"	Каолинит, монтмориллонит, кварц, галлуазит	2,1	2,66	27,0	21,2	28,0	21,6	61,0	47,9	33	0,001	90

#### Химический потенциал веществ в горных породах

Любая термодинамическая система, в том числе, очевидно, и горная порода, обладает основным термодинамическим свойством – свободной энергией.

Для чистых веществ эта энергия зависит (Эверет, 1963) от следующего:

- химической природы вещества;
- количества вещества в образце;
- фазового состояния вещества (твердое, жидкое, газообразное);
- температуры;
- приложенного давления.

Для гетерогенных сложных систем, каковой является г.п., свободная энергия будет еще зависеть от:

- А) гранулометрического и агрегатного состава ее составных частей;
- Б) взаимного расположения этих составных частей в породе;
- В) условий взаимодействия между ними.

Гранулометрический и агрегатный состав различных компонент или подмножеств  $A_{пк}$ , входящих в состав породы, а также взаимное их расположение определяют в ряде случаев условия взаимодействия между этими компонентами или подмножествами. В частности, они определяют поверхностную энергию связи между скелетом породы и подземным водным раствором, находящимся в порах г.п. Очевидно, что в глинистых породах факторы А, Б и В приобретают наибольшее значение. В чистых песках или скальных породах эти факторы имеют уже подчиненное значение.

Как уже указывалось, свободная энергия является экстенсивным свойством, зависящим от массы как всей г.п., так и масс отдельных ее составных частей.

Интенсивным свойством, определяющим свободную энергию в г.п., будут парциальные величины

$$\hat{g}_i^* = \left( \frac{\partial G^*}{\partial M_i} \right)_{P, P, T, St, M_{j \neq i}} \quad (3.28)$$

В зависимости от того, в чем выражается масса вещества  $M_i$  (в граммах или в молях), различают парциально весовые (точней парциально массовые) или парциально молярные величины. В химической термодинамике в основном используются парциально молярные величины, однако для горных пород с неопределенным химическим составом такое выражение парциальных величин оказывается неудобным, и проще их выражать в виде парциально весовых величин.

Парциально весовые значения  $\hat{g}_k^*$  свободной энергии для компоненты  $k$  в горной породе позволяют вычислить всю экстенсивную величину свободной энергии  $G^*$  для породы в целом при постоянных значениях давления в различных подмножествах породы, температуры, структурных и текстурных особенностях породы.

В химической термодинамике парциально молярные величины свободной энергии принято определять как химический потенциал, соответствующий компоненте  $k$ ; и обозначать греческой буквой  $\mu$ . То же понятие вполне приемлемо и для сложных термодинамических систем, которыми являются горные породы. Следует помнить только, что  $\mu_k^*$  определяются для всей породы в целом (что обозначается звездочкой) и, кроме того, рассчитываются на массу вещества  $k$ , выраженную не в молях, а в граммах.

Химический потенциал веществ в горных породах связан не только с чисто химическими энергиями, но и с энергиями, возникающими на поверхностях раздела между скелетом г.п. и подземным водным раствором (в общем случае любого флюида), а также энергиями между этим водным раствором и горными газами.

Для воды, которая в горных породах может присутствовать в разных состояниях (связанном, полусвязанном, свободном), химический потенциал может быть вычислен для каждого такого состояния. Однако проще его определять в среднем по отношению ко всей массе воды, заключенной в породе. Такое определение мы и примем в дальнейшем. Итак, под  $\mu_{\text{H}_2\text{O}}^* = \mu_{\text{H}_2\text{O}}^*$  будем понимать химический потенциал чистой во-

ды в горных породах, находящейся в жидкой фазе, но независимо от ее состояния (связанной или свободной).

Если соприкасаются две термодинамические системы между собой, то, как известно, условие химического равновесия между ними определяется равенством химических потенциалов всех компонент, входящих в состав этих систем.

Условие такого равновесия позволяет сравнительно легко определять химический потенциал чистой воды, а также растворенных в ней веществ в горных породах. Для такого определения необходимо изучаемую горную породу соединить с пробным телом, в котором эти потенциалы легко установить, в результате чего в условиях равновесия химический потенциал вещества  $k$  в пробном теле окажется равным химическому потенциалу этого вещества в изучаемой горной породе, т.е. в условиях статического равновесия пробное тело оказывается изопотенциальным по отношению к изучаемой горной породе. Такое со-

отношение оказывается справедливым не только для глин, на что ранее указывал автор (Огильви, 1956), но и для любой другой горной породы.

В качестве пробного тела для определения химического потенциала воды в горной породе может быть взята чистая вода, налитая в специальный сосуд и соприкасающаяся с изучаемой породой через пластинку пористого стекла. В этом случае химический потенциал воды в породе определяется ее поровым давлением. Аналогично для определения химического потенциала веществ, растворенных в подземном водном растворе (горном растворе), может быть взят раствор, налитый в такой же сосуд с пористой пластинкой, причем в самом сосуде химический потенциал вещества определяется каким либо физико-химическим методом (например, по электродным потенциалам). Таким путем можно сравнительно просто определять химический потенциал иона хлора, натрия и некоторых других элементов. Очевидно, что способ определения химического потенциала растворенных в горном растворе веществ, а также самой воды с использованием пробного тела будет справедлив только в условиях полного физико-химического равновесия этого пробного тела с изучаемой породой. Это равновесие наступает далеко не сразу (особенно для глинистых пород), что и вызывает основные погрешности в определении химического потенциала веществ в горных породах.

### **Некоторые физико-химические особенности глинистых пород**

Рассматривая термодинамические свойства горных пород, приходилось отмечать особую роль глинистых пород и глинистых фракций, содержащихся в породе.

Под глиной будем понимать осадочную горную породу, состоящую из тонкодисперсных глинистых минералов (с преобладанием фракций  $D < 0,005$  мм), минеральных примесей в виде песчаных или пылеватых частиц, воды и различных солей, растворенных в глине.

Мы особенно отмечаем содержание воды в глине, без которой она немыслима как горная порода. Глина, полностью лишенная воды, — сухая глина — не является уже естественным геологическим телом, и ее свойства оказываются резко отличными от свойств естественных влажных глин (даже при небольшой их влажности порядка нескольких процентов).

В перечислении веществ, входящих в состав глины, указаны соли, растворенные в глине. На первый взгляд кажется такая формулировка неверной и правильнее говорить о солях, растворенных в воде, заключенной в глине.

Однако из дальнейшего будет видно, что вода в глине в той или другой степени химически связана с глинистыми минералами, в результате чего ее свойства сильно отличаются от свойств чистой свободной воды.

Таким образом, говоря о растворе солей в глине, мы подчеркиваем тим, что процесс растворения происходит в измененной связанной воде. Кроме того, ионы растворенных солей входят в обменные реакции

с частицами глинистых минералов, что еще усиливает взаимосвязь глины с солями.

В первом приближении все вещества, входящие в состав глины, можно разделить на относительно подвижные и относительно неподвижные вещества.

К первым будем относить вещества, которые легко перемещаются в глинe под влиянием внешних физических полей. Среди этих веществ первыми будут вода и растворенные вещества, находящиеся в ионной или молекулярной форме.

К относительно неподвижным веществам относятся кристаллические частицы глинистых минералов (как электрически заряженные, так и нейтральные) и минеральные примеси к глинe (песчаные и пылеватые частицы).

Приведенное деление составных частей глины на две группы в известной степени является условным, поскольку, с одной стороны, ряд подвижных веществ может быть достаточно прочно связан с неподвижными составными частями глины, а с другой — электрически заряженные кристаллические частицы глинистых минералов (глинистые анионы) могут немного перемещаться в электрических полях.

Однако, несмотря на известную условность приведенного деления составных частей глины на две группы, оно удобно в том отношении, что наряду с характеристикой веществ по их подвижности оно в известной степени определяется и генезисом глины.

Происхождение кристаллических, относительно неподвижных веществ в глинe связано в основном с процессами осадконакопления и другими процессами литогенеза глины и, таким образом, является геологическим процессом, который в основной своей стадии заканчивается при формировании глины.

Подвижные же вещества в глинe, хотя в начальной стадии формирования глины также могут быть связаны с процессами осадконакопления, в дальнейшем же сравнительно быстро могут трансформироваться при изменении физико-химических условий и термодинамического состояния среды, в которой находится глина. Таким образом, подвижные вещества в глинe в основном определяются физико-химическими равновесиями глины с окружающей средой, и в меньшей степени на них влияет геологическая история глины, поскольку скорость установления физико-химических равновесий в глинe, даже в условиях наиболее замедленной диффузии, обычно больше скоростей геологических процессов.

По минералогическому составу глинистых фракций различают глины мономинеральные или близкие к ним (каолинитовые, монтмориллонитовые и др.) и полиминеральные. В дальнейшем, чтобы не усложнять вопрос на первых стадиях исследования, мы будем в основном рассматривать мономинеральные чистые глины.

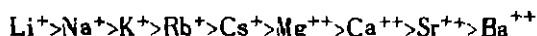
В чистых (идеальных) глинах мы не имеем непрерывного твердого скелета породы, а каждая коллоидная или субколлоидная минеральная частица глины окружена водной оболочкой, отделяющей ее от соседних частиц. В естественных глинистых породах наблюдается большая или меньшая цементация отдельных частиц глинистых минералов в те или

другие агрегаты. Таким образом, появляется ряд переходных типов от чистых идеальных глин, в которых минеральные частицы не имеют жестких связей между собой, до скальных пород, в которых все минералы жестко связаны в один общий скелет породы.

Вода, входящая в глину, не только обволакивает отдельные частицы минералов, но и входит внутрь их кристаллической решетки в виде слабосвязанной воды, вызывая внутрикристаллическое набухание. Таким образом, по существу образуются гидратные соединения глинистых минералов с водой с небольшой энергией связи.

Характерная особенность глинистых минералов, и особенно минералов группы монтмориллонита, — резко выраженная их способность обменивать катионы с растворами, в которые помещаются глины. Предполагается, что обменные катионы дополняют кристаллическую решетку глинистых минералов, закрепляясь на плоскости (001).

Обмен катионов определяется рядом



В этом ряду прочность связи катиона с кристаллической решеткой возрастает слева направо.

Способность обменивать катионы связана с определенной химической структурой элементарных кристаллических ячеек. Подтверждением этого может служить потеря монтмориллонитом способности к обмену катионов после его продолжительного (около 500 часов) растирания, т.е. тогда, когда разрушалась его кристаллическая структура.

С химической точки зрения, глинистые минералы следует рассматривать как соли алюмокремниевых кислот. В водной среде они диссоциируют на крупные кристаллические анионы (коллоидные мицеллы) и на катионы. Степень диссоциации глинистых минералов возрастает в указанном ряду обменных катионов справа налево.

Диссоциация глинистых минералов в водной среде подтверждается рядом физико-химических данных.

Например, для Н-глины, диссоциирующей в своих растворах на Н-ион и глинистый анион, в справочной литературе приводятся следующие величины рН в зависимости от концентрации глины в растворе (суспензии):

Относительное содержание глины	рН
100,0	4,47
50,0	4,72
33,3	4,93
18,2	5,20
9,7	5,31
0 (ультрафильтрат)	5,64

Аналогичные изменения концентрации иона натрия должны наблюдаться в растворах Na-глины и иона кальция в растворах Ca-глины.

Диссоциация глинистых минералов происходит по-разному.

Минералы группы каолинов диссоциируют в одну ступень, т.е. ведут себя как соли одноосновных кислот, минералы же группы монтмориллонитов диссоциируют в две, а в некоторых условиях – и в три ступени. Характер диссоциации глинистых минералов наиболее четко устанавливается по кривым потенциометрического титрования Н-глин.

В полном соответствии с теорией растворения и диссоциации глинистых минералов находятся термические эффекты, возникающие при смачивании глины водой.

Как известно, при смачивании водой тонкодисперсных порошков происходит выделение тепла. Это тепло выделяется за счет того, что свободная энергия воды, попадающей в сферу действия поверхностных молекулярных сил, изменяется. При увеличении дисперсности и, следовательно, общей поверхности, смачиваемой водой, тепло, выделяемое при смачивании, увеличивается. Однако, как бы сильно мы ни диспергировали химически инертные по отношению к воде вещества, мы никогда не получим столь больших термических эффектов, как при смачивании глины.

Ниже приведены некоторые значения теплоты смачивания сухого грунта, заимствованные из справочника Landolt Bömstein (1931).

Грунт	Теплота смачивания, кал/г
Чистый кварцевый песок	0
Кварцевые зерна 2–10 мк	1,0
Кварцевые зерна 2–3 мк	1,5
Каолин	2,2
Na-бентонит	18,1
Ca-бентонит	22,0

Из приведенных данных видно, что теплота смачивания Na- и Ca-бентонита значительно больше теплоты смачивания мелкодисперсного кварца или химически слабоактивного по отношению к воде каолина.

Теплоты смачивания Na- и Ca-бентонита можно сопоставить с теплотой растворения различных солей.

Теплота растворения электролитов в воде складывается из теплоты гидратации и теплоты диссоциации. В теплоте смачивания глины также играют роль оба эти фактора.

Предполагая, что в теплоте смачивания глины значительную роль играет теплота диссоциации, логично пересчитывать эти теплоты на эквиваленты или моли диссоциирующих веществ.

Исходя из среднего значения емкости обмена для бентонита в 120 мг-экв на 100 г сухого грунта, находим по цифрам, приведенным выше, что теплота смачивания Na-бентонита будет 13,4 ккал/экв или 13,4 ккал/моль, а теплота смачивания Ca-бентонита после такого пересчета равна 18,3 ккал/экв или 36,6 ккал/моль.

Для сравнения укажем, что теплота растворения хлористого магния 36 ккал/моль, сульфата магния 20,3 ккал/моль, сернокислого натрия 0,55 ккал/моль и хлористого натрия – 1,28 ккал/моль.



Если, действительно, в теплоте смачивания глин значительную роль играет теплота их диссоциации, то при смачивании глины растворами, содержащими общий с глиной катион, должно наблюдаться уменьшение величины  $Q$ . Высказанное предположение пока еще не проверялось экспериментально.

Ряд доказательств теории химического растворения глин приводит В.С. Шаров. Этот исследователь, в частности, считает, что набухание глин — по существу их растворение. Поэтому в растворах, содержащих общий катион с глиной, набухание происходит слабее, чем в чистой воде.

Исходя из всего сказанного, видно, что глины можно считать нормальными ионогенными веществами, содержащими способные к обмену относительно слабосвязанные катионы в определенных местах кристаллической решетки. В суспензиях глин, как в растворах нормальных электролитов, эти катионы диссоциируют. В известной степени эти катионы диссоциируют и в твердых глинах с небольшой влажностью, что обуславливает, например, электропроводность таких глин.

Естественные глины представляют собой смеси различных глинистых минералов, содержащих различные обменные катионы, те или другие примеси более крупных минеральных частиц, воды и растворенных в глине веществ.

Малые размеры минеральных частиц глины, их обособленное, несвязанное положение в общей массе, химическая связь глинистых минералов с водой, а также рассмотренные выше процессы диссоциации минералов глин позволяют с макроскопической точки зрения рассматривать глины как сложные однофазные молекулярно-коллоидные растворы.

Для обобщенного термодинамического описания глин и для вывода зависимостей между осредненными величинами, их характеризующими (удельного объема, теплоемкости, концентраций различных веществ и др.), и средними величинами температуры, давления (напряжения) и других потенциалов, относящихся ко всей массе глины, можно глины считать однофазными системами вне зависимости от имеющихся физико-химических представлений об их внутреннем строении.

Многофазность глин надо учитывать только в том случае, когда изучаются их микростроение, а измеряемые величины температуры, давления, электрических и других потенциалов относятся к отдельным частицам глинистых минералов или к их водным оболочкам.

### Задачи изучения процессов водообмена

Как отмечалось в предисловии, основным приложением учения о полях в гидрогеологии является выяснение и прогноз процессов водообмена в горных породах. Теория же водообмена в горных породах помимо научно-познавательного значения важна для оценок ресурсов и запасов этих вод; таких же оценок запасов различных веществ, добываемых из воды; оценок энергетических ресурсов земных недр при использовании геотермического тепла; выяснения возможностей захоронения в глубокие водоносные горизонты промышленных отходов; выяснения роли подземных вод в различных геологических процессах, происходящих в литосфере (образование и разрушение рудных и нефтяных залежей, химическая денудация и т.д.).

Правильные оценки водообмена в глубоких слоях литосферы на основе хорошо разработанной теории позволяют, кроме того, значительно уточнить тепловой и вообще весь энергетический баланс земной коры. Они дадут возможность выяснить наличие и оценить интенсивность поступления различных веществ из верхней мантии, которое, вероятно, происходит одновременно с поступлением из нее тепла.

Несмотря на все значение теории водообмена, мы должны признать, что она еще недостаточно развита. Нет многих экспериментальных данных, и часто даже неизвестны пути для их получения. Не разработаны способы непосредственного измерения скоростей движения воды в глубоких слоях земной коры; нет хороших способов оценки проницаемости пород *in situ*; недостаточно изучены процессы движения воды в глинистых породах, и в частности неясна роль так называемого начального градиента; очень мало известно о закономерностях развития трещин и условий движения воды в них; вопросы же движения воды на больших глубинах при повышенных температурах и высоких давлениях, а также вопросы о движении воды в породах, залегающих на дне океанов и морей, являются *terra incognita*.

Правильные представления о процессах водообмена в горных породах можно получить только в случае, если для этого процесса будет составлена достаточно надежная математическая модель. Такая модель должна позволять количественно рассчитывать процесс водообмена, сравнивая результаты расчетов с фактически наблюдаемыми величинами, его характеризующими. Модель должна позволять также прогнози-

ровать процесс водообмена, приписывая результатам прогноза априорное значение истинности, не противоречащее принятым гипотезам, положенным в основу модели.

Математические модели процессов водообмена в горных породах, которыми до настоящего времени пользовались гидрогеологи, исходили из условий (см. гл. 1, рис. 3):

1.1 - детерминированного представления об этих процессах на основе некоторых физических предположений;

1.1.1 - предположения, что плотности потоков подземных вод в горных породах линейно зависят от сил, их вызывающих;

1.1.1.1 - что движение подземных вод (точней, подземных водных растворов) происходит под влиянием только одной силы, его вызывающей, и пренебрегает всеми другими взаимосвязанными процессами переноса, происходящими в породах.

Кроме того, в математическую модель вкладывалось представление, что сила, под влиянием которой происходит фильтрация воды, зависит только от градиента давления и ускорения силы тяжести.

Математические модели, полученные на основе указанных представлений 1.1.1.1, видимо, достаточно хорошо оправдывались при изучении подземных вод в верхних зонах активного водообмена: расчеты по ним давали достаточно хорошее совпадение с результатами фактических наблюдений. По этим же моделям выполнялись прогнозы, в некоторых случаях на длительные сроки вперед, однако проверок этих прогнозов еще нет. В то же время гидродинамическое поле в земной коре неотделимо от ряда других физических полей, также неотделимы процессы водообмена от других процессов энерго-массопереноса, происходящих в ней. Поэтому модель на основе представлений 1.1.1.1 - лишь первое приближение. К этому приближению можно прибегать лишь при относительно грубых инженерных расчетах процессов водообмена в верхней активной зоне, и, вероятно, оно окажется неверным при анализе движения воды в глубоких артезианских структурах, в которых даже сам вопрос о том, двигается ли вода или не двигается, или в какую сторону происходит это движение, не решается однозначно.

Итак, возникает проблема составления более точной модели второго приближения с учетом взаимосвязанных процессов переноса и ряда действующих сил, т.е. модели с символом 1.1.1.2 (см. гл. 1).

Вероятно, если этой проблемой займется большой коллектив физиков, физикохимиков, гидрогеологов и математиков, она будет решена. Сейчас же приходится лишь высказывать некоторые соображения в основном постановочного характера, которые окажутся полезными в дальнейшем при более детальных исследованиях.

Но, прежде чем рассматривать модели взаимосвязанных потоков, напомним коротко основные физические предпосылки для моделей первого приближения 1.1.1.1.

## Уравнение Дарси, как исходная гипотеза для моделей первого приближения

В качестве основной гипотезы о процессах фильтрации флюидов (воды, нефти, газов) в горных породах принимается известное соотношение Дарси. Это соотношение, именуемое обычно законом Дарси, было им эмпирически установлено еще в 1856 г. Для однородных пористых сред с изотропной проницаемостью указанное соотношение записывается в следующей дифференциальной форме<sup>1</sup>:

$$\vec{W} = -\frac{k}{\eta} (\text{grad } p - \gamma \vec{g}), \quad (4.1.1)$$

где  $\vec{W}$  — вектор скорости фильтрации<sup>1</sup>, м·сек<sup>-1</sup>;  $k$  — коэффициент проницаемости, м<sup>2</sup>;  $\eta$  — коэффициент динамической вязкости флюида, м<sup>-1</sup>·кг·сек<sup>-1</sup>;  $p$  — давление, м<sup>-1</sup>·кг·сек<sup>-2</sup>;  $\gamma$  — плотность флюида, м<sup>-3</sup> кг;  $\vec{g}$  — вектор ускорения силы тяжести, м·сек<sup>-2</sup>.

В анизотропно-проницаемых средах вектор скорости фильтрации может уже не совпадать с векторной суммой градиента давления и силы тяжести, а связан с этой суммой аффинорным соотношением

$$\vec{W}R = -(\text{grad } p - \gamma \vec{g}), \quad (4.2)$$

где  $R$  — аффинор гидравлического сопротивления среды.

В дальнейшем, чтобы не усложнять задачи, к таким аффинорным соотношениям мы не будем прибегать, условно считая, что фильтрующая среда является изотропно-проницаемой.

Если в правой части уравнения (4.1) вынести величину плотности флюида за скобки и ввести потенциал силы тяжести  $U$  (м<sup>2</sup>·сек<sup>-2</sup>), а также символ наблы (для сокращения записи), то это уравнение может быть записано в следующем виде:

$$\vec{W} = -\frac{k\gamma}{\eta} (v_w \nabla p - \nabla U), \quad (4.3)$$

где  $v_w$  — удельный объем флюида, м<sup>3</sup>·кг<sup>-1</sup>.

<sup>1</sup>Такая или близкая форма записи уравнения Дарси встречается в работах: Лейбензон, 1947; Маскет, 1949; Шейдеггер, 1960; Бочевер, Гармонов, Лебедев, Шестаков, 1968; Y.Emsellem, P.Prudhomme 1967; Jacquard et al., 1967; Landolt, 1931; Prudhomme, Souquet, 1964; Teissier, 1964.

<sup>2</sup>Использована форма записи уравнения Дарси, приведенная А.Э. Шейдеггером (1960), при условии, что вектор  $\vec{g}$  направлен вниз, а координата  $z$  растет вверх.

В правой части уравнения (4.3) перед скобками стоит выражение, зависящее как от свойства среды, в которой происходит фильтрация (ее коэффициента проницаемости), так и от свойств флюида (его вязкости и плотности). Это выражение можно обозначить одним коэффициентом  $K$ , т.е.

$$K = \frac{k\gamma}{\eta}. \quad (4.4)$$

Этот коэффициент аналогичен обычно применяемому коэффициенту фильтрации  $K_f$ , но отличается от него своей размерностью. Размерность  $K$  - время, в системе МКС оно выражается в секундах. Размерность  $K_f$  - м.сек<sup>-1</sup>. Связь между этими коэффициентами определяется следующим простым равенством:

$$K_f = K g. \quad (4.5)$$

Величина, стоящая в скобках правой части выражения (4.3), может быть интерпретирована как гидродинамическая сила, действующая на единицу массы флюида. Полагая

$$\vec{X}_w = -(\nu \nabla p - \nabla U), \quad (4.6)$$

можно уравнение (4.3) переписать в виде

$$\vec{W} = K \vec{X}_w. \quad (4.7)$$

Если умножить уравнение (4.7) на плотность флюида  $\gamma_w$ , то получится выражение для плотности его потока

$$\vec{J}_w = \gamma_w K \vec{X}_w \quad \text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{сек}^{-1}. \quad (4.8)$$

### Взаимосвязанные процессы переноса

В горных породах нет химически чистой воды, всегда она содержит в себе те или другие растворенные вещества. Поэтому подземную воду более точно следовало бы назвать подземным или горным раствором (г.р.).

Свойства г.р. не вполне точно описываются свойствами растворов, выделенных из горных пород. Особенно это относится к свойствам подземных водных растворов, заключенных в глинистых породах. Действительно, в этих породах значительные доли г.р. приходится на так называемую связанную или полусвязанную воду, находящуюся в поле электрических сил от ионов, закрепленных в кристаллической решетке глинистых частиц. В результате состав г.р. в глинах может совершенно не соответствовать составу водного раствора, выделенного тем или



лом  $n$ ,  $m^{-2} \cdot \text{кг} \cdot \text{сек}^{-1}$ ;  $\bar{X}_i$  — силы, действующие на соответствующие вещества ( $m \cdot \text{сек}^{-2}$ );  $a_{ij}$  — феноменологические коэффициенты, определяющие степень воздействия соответствующих сил ( $m^{-3} \cdot \text{кг} \cdot \text{сек}$ ).

Система уравнений (4.9) не полностью отражает процессы переноса, происходящие в горных породах, где наряду с потоками масс должны еще быть потоки электрических зарядов, связанных с этими массами и обуславливающие электрический ток, а также потоки тепла и энтропии, появляющиеся в процессах переходов энергии или переносов масс. К более полной системе уравнений, учитывающих указанные энергетические процессы, мы вернемся в дальнейшем, сейчас же, абстрагировавшись от них, составим приближенную модель массопереноса.

Со значительным приближением можно считать, что движение подземного водного раствора происходит как одно целое, не распадаясь на самостоятельные движения различных составных частей этого раствора. Такое приближение, видимо, справедливо для г.р., обладающих не слишком большой минерализацией, и при их фильтрации в относительно хорошо водопроницаемых породах (песчаниках, песках, трещиноватых породах). Однако это приближение может быть неверным при движении воды в сильноглинистых породах, а также при движении высококонцентрированных растворов.

На основе такого приближенного представления можно для плотностей потоков любого растворенного в воде компонента написать соотношение

$$\bar{J}_k = \frac{y_k}{y_0} \bar{J}_0 \quad (k = 1, 2, \dots, n), \quad (4.10)$$

где  $y_k$  — массовая доля растворенного компонента  $k$ ;  $y_0$  — массовая доля воды в г.р.

Соотношение (4.10), которое может быть выписано для любого растворенного компонента, сводит всю систему уравнений (4.9) к двум уравнениям

$$\bar{J}_1 = b_{11} \bar{X}_1 + b_{10} \bar{X}_0, \quad \bar{J}_0 = b_{01} \bar{X}_1 + b_{00} \bar{X}_0 \quad (4.11)$$

и соответствующим уравнениям (4.10).

Очевидно также, что система из двух уравнений (4.11) будет и в том случае, если рассматривается фильтрация чистой воды.

В уравнениях (4.11) входят перемещения скелета горных пород, которые могут быть связаны неотектоническими движениями с перемещениями отдельных блоков горных пород, просадочными явлениями, оползневыми процессами и т.д. Обычно эти перемещения протекают очень медленно, со скоростями порядка десятых или даже сотых долей сантиметра в год, хотя наблюдаются и более быстрые движения, достигающие нескольких сантиметров в год. Но даже очень медленные движения горных пород оказываются соизмеримыми со скоростями движения воды в артезианских бассейнах, что заставляет их учитывать

при анализе гидродинамического поля. При перемещении скелета горных пород он частично увлекает за собой воду, находящуюся в его порах. Кроме того, двигающаяся вода увлекает с собой скелет пород, обуславливая этим появление сил реакции.

Перемещение скелета горных пород происходит под влиянием сил  $\bar{X}_I$ , действующих на него. В первом приближении эти силы можно считать пропорциональными градиенту напряженного состояния горных пород (градиенту тензора напряжений) и градиенту потенциала силы тяжести. Для реальных пород, обладающих некоторыми магнитными и электрическими свойствами, в формировании этих сил примут участие градиенты магнитных и электрических потенциалов. Очевидно также, что градиенты температур скажутся на силах  $\bar{X}_I$ . Таким образом, эти силы имеют очень сложный характер, и непосредственное их определение сейчас вряд ли возможно.

Система уравнений (4.8), а также сокращенная система (4.11) аналогичны системам уравнений для феноменологического описания взаимосвязанных потоков в термодинамике необратимых процессов. При медленных движениях подземных вод и скелета горных пород система "горная порода" только незначительно выходит из термодинамического равновесия. Это позволяет для таких медленных движений использовать принцип взаимности Онзаигера и принять

$$b_{0I} = b_{I0} \equiv a \quad (4.12)$$

Поскольку система является чисто механической, безразлично, что движется, вода относительно скелета пород или скелет пород относительно воды. Поэтому и сопротивление этому движению должно быть одинаковым, т.е.

$$b_{II} = b_{00} \equiv c. \quad (4.13)$$

Используя соотношения (4.12) и (4.13), можно исключить из системы уравнений (4.11) силу  $\bar{X}_I$ , которая нам практически никогда не бывает известной, и написать выражение

$$J_0 = \frac{c^2 - a^2}{c} \bar{X}_0 + \frac{a}{c} J_I. \quad (4.14)$$

Коэффициент  $a$  можно назвать коэффициентом увлечения; он показывает, насколько вода увлекается движущимся скелетом пород или насколько этот скелет увлекается водой. Этот коэффициент не может быть больше коэффициента  $c$ . При  $a=c$  не может быть раздельного движения воды от скелета пород, что и наблюдается в истинных плывунах.

Отношение  $a = a/c$  может быть названо относительным коэффициентом увлечения. Этот коэффициент находится в пределах  $0 \leq a \leq 1$ .

Если ввести новую величину, обозначенную  $k^*$  и равную

$$k^* = \frac{c\eta}{\gamma_0}, \quad (4.15)$$



то можно на основе приведенных выводов о взаимосвязанных потоках воды и скелета пород<sup>1</sup> написать для скорости фильтрации выражение

$$\vec{w} = \frac{\gamma_0 k^*}{\eta} (1 - a^2) \vec{X}_0 + a \frac{\gamma_l}{\gamma_0} \vec{V}_l, \quad (4.16)$$

где  $\gamma_0$  и  $\gamma_l$  — плотности воды и скелета пород;  $\vec{V}_l$  — скорость движения скелета пород.

При  $\vec{V}_l = 0$  полученное выражение (4.16) оказывается аналогичным уравнению Дарси (4.7), отличаясь от него лишь в двух отношениях:

а) коэффициент проницаемости  $k$  заменяется на более сложное выражение

$$k = k^* (1 - a^2), \quad (4.17)$$

б) сравнительно мало определенная сила  $\vec{X}_w$ , действующая на горный раствор, заменяется силой  $\vec{X}_0$ , действующей в этом растворе на чистую воду.

Поскольку при выводе уравнения (4.11) была положена в основу гипотеза, что растворенные вещества в горном растворе не имеют независимого движения и что они полностью увлекаются потоком воды, уравнение (4.16) и его применение для расчета фильтрации г.р. являются приближенными. Оно позволяет рассчитывать скорость фильтрации таких растворов с погрешностью, не большей, чем процентное содержание растворенных веществ, а это значит, что для всех пресных и соленых вод с минерализацией не больше 50 г на 1 кг раствора погрешность расчета будет меньше 5%. Для высококонцентрированных растворов погрешности расчетов по уравнению (4.16) могут оказаться уже значительно выше, поэтому для таких растворов следует исходить из полной системы уравнений (4.9), что, однако, потребует определения большого числа феноменологических коэффициентов, характеризующих проницаемость пород для соответствующих веществ, а также соответствующих сил  $\vec{X}_k$ .

Необходимость определения большого числа коэффициентов для феноменологического описания процессов фильтрации и переноса растворенных в подземной воде веществ, а также процессов переноса тепла — основное препятствие для применения полной системы уравнений переноса. В силу этого приходится прибегать к различным приближениям.

Первое приближение, как указывалось, можно получить, если исходить из гипотезы, что весь подземный раствор движется как одно целое. Это приближение дает возможность достаточно точно рассчитывать скорость фильтрации по уравнению (4.16) или плотность потоков

<sup>1</sup> В сокращенном виде выводы о взаимосвязанных потоках воды и скелета пород, а также приведенное уравнение (4.16) публиковались автором (Сгильви, 1972).

воды по уравнению (4.14) и с значительно меньшей точностью рассчитывать плотности потоков растворенных веществ по уравнениям (4.10).

Второе приближение получается, если для плотностей потоков растворенных веществ учитывать не только их конвективный перенос с потоком движущейся воды, но и диффузионное движение под влиянием сил  $\bar{X}_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ), обусловленных градиентами концентраций этих веществ. Кроме того, во втором приближении следует учитывать плотность потока тепла  $J_T$ , обусловленную конвективным переносом и молекулярной теплопроводностью под влиянием "тепловых сил"  $\bar{X}_T = -\text{grad} T/T$ . В то же время во втором приближении пренебрегается увлечением воды с независимо движущимися в ней растворенными веществами, а также увлечением воды под влиянием тепловых сил. Итак, во втором приближении учитывается прямое воздействие движущейся воды на потоки растворенных веществ и потоки тепла и пренебрегается обратным влиянием потоков этих веществ и тепла на движение воды.

Следующее приближение получается при учете обратного влияния потоков растворенных веществ и потока тепла на поток воды.

### Некоторые уточнения для коэффициента проницаемости

Приведенные выводы показывают, что коэффициент проницаемости  $k$  — сложная величина, уравнение (4.17). Он зависит от коэффициента  $k^*$ , который, по-видимому, может быть достаточно точно определен из геометрических соображений о характере порового пространства и относительного коэффициента увлечения  $\alpha$ . Этот последний коэффициент обуславливается всей сложной физико-химической природой связи воды и скелета пород; возможно, что он будет пропорционален отношению количества связанной воды к ее общему количеству, содержащемуся в единице объема горных пород. Используя результаты экспериментальных определений коэффициента проницаемости с разными фильтрующимися жидкостями и газами и предполагая, что при движении газов увлечение практически отсутствует (т.е.  $\alpha = 0$ ), можно рассчитывать эту величину для других фильтрующихся жидкостей.

Такие расчеты нами выполнены по величинам проницаемости, определенным М. Маскетом (1949); исходные цифры при этом заимствованы из сборника Г.К. Антоненко и В.М. Гольдберга (1969). Результаты этих расчетов сведены в виде табл. 5.

Из приведенных в табл. 5 данных видно, что:

1) для чистых песчаников с проницаемостью по воздуху от 2640 до 10900 мд коэффициент относительного увлечения при фильтрации пресной воды изменяется от 0,67 до 0,96;

2) при фильтрации соленой воды в тех же песчаниках  $\alpha$  изменяется от 0,66 до 0,92 и во всех случаях он меньше, чем при фильтрации пресной воды. Отношение  $\alpha_c/\alpha_n$  сравнительно устойчиво и в среднем равно 0,93;

3) при фильтрации в глинистых песчаниках с проницаемостью по воздуху от 2260 до 7760 мд  $\alpha$  для пресной воды изменяется от 0,978 до

Таблица 5

Проницаемости  $k$  (мд) по М.Маскету (1949) и рассчитанные по ним относительные коэффициенты увлечения  $\alpha$

Номер образца	Воздух <i>k</i>	Соленая вода		Пресная вода	
		<i>k</i>	<i>α</i>	<i>k</i>	<i>α</i>
Чистые песчаники					
1	3970	635	0,916	217	0,961
2	4780	2020	0,761	1650	0,810
3	4490	965	0,884	313	0,965
4	2640	734	0,849	520	0,898
5	4810	2670	0,682	2340	0,716
6	5280	2400	0,740	1980	0,788
7	5730	2270	0,788	1400	0,879
8	10900	4660	0,755	1740	0,917
9	6600	3250	0,712	2680	0,773
10	5270	2995	0,665	2830	0,676
Глинистые песчаники					
11	5650	2210	0,780	7,4	0,9986
12	7760	2640	0,788	10	0,9994
13	2430	1190	0,710	2,6	0,9985
14	4070	1290	0,826	7,5	0,9991
15	2260	1070	0,726	90	0,9778

0,999 (практически вся пресная вода увлекается скелетом и соответственно проницаемость для пресной воды очень невелика - 2,6 мд);

4) при фильтрации соленой воды в тех же глинистых песчаниках  $\alpha$  изменяется от 0,71 до 0,83.

Таким образом, отмечаются увеличение относительной роли коэффициента увлечения в глинистых песчаниках и возрастание этого коэффициента при переходе от соленой воды к пресной и соответственно сильное уменьшение проницаемости песчаников.

Глинистые песчаники, как видно из табл. 5, оказались для пресной воды почти непроницаемыми, в то время как для соленой воды они обладают заметной проницаемостью. Отношение  $\alpha/c$  для глинистых песчаников достигает 98,9%, в результате чего любые тектонические или другие перемещения этих песчаников должны вызвать практически такие же перемещения заключенной в них пресной воды. Если же в песчаниках заключена соленая вода, то тектонические перемещения на ней скажутся на 10-20% слабее.

Приведенные выводы о роли глинистости пород на их проницаемость для водных растворов с различной минерализацией получили свое даль-

нейшее подтверждение в экспериментальных работах, выполненных Л.И. Кульчицким во ВСЕГИНГЕО и приведенных В.М. Гольдбергом в 1972 г.

Экспериментальные исследования проводили, определяя коэффициент фильтрации на приборе УИПК-1м песка с преобладающими фракциями 0,5-0,25 мм при различных добавках к нему глины четырех типов (Na- и Ca-монтмориллонита, Na<sup>+</sup> и Ca-гидрослюистой глины). Через полученные смеси песка с глинистыми добавками фильтровались дистиллированная вода и растворы NaCl и CaCl<sub>2</sub> различной концентрации. В результате таких исследований В.М. Гольдберг приходит к следующим выводам: "На проницаемость песчано-глинистых пород сильно влияет содержание в них монтмориллонитовых глин, и особенно Na-монтмориллонита. При содержании 0,5-1,0% этих глин проницаемость песков уменьшается в 2-4 раза, а при содержании глины около 2% - в 8-10 раз по сравнению с проницаемостью чистых песков". Далее им отмечается, что "влияние минерализации воды на проницаемость песков особенно заметно при содержании Na-монтмориллонита свыше 0,5-1,0%" (табл. 6).

Таблица 6

Значения  $K_f$  (в м/сутки) для песков с различной добавкой Na-монтмориллонита, определенные при фильтрации растворов NaCl различной концентрации (по В.М. Гольдбергу)

Концентрация NaCl, %	Содержание глинистой добавки, %									
	2,6	2,0	1,5	1,3	1,0	0,7	0,4	0,2	0,1	0,0
0	0,1	0,2	0,4	0,5	0,8	4,3	6,7	13	15,6	17,3
1	0,6	0,8	2,4	2,8	3,8	5,3	7,4	14,7	16,4	17,3
3	0,8	1,8	3,3	3,6	4,5	5,7	7,4	14,7	16,4	17,3
6	1,3	2,2	3,5	4,1	4,8	6,0	7,4	14,7	16,4	17,3

Как указывается тем же автором, изменение проницаемости песков с добавками Ca-монтмориллонита при изменении концентраций растворов происходит значительно медленнее, чем в случае добавок к песку Na-монтмориллонита. Далее им указывается, что фильтрационные свойства образцов глинистых песков при изменении концентрации растворов наиболее сильно меняются при фильтрации растворов NaCl<sup>+</sup> (проницаемость меняется в 5-10 раз). При фильтрации же растворов CaCl<sub>2</sub> проницаемость меняется всего в 1,5-3 раза.

Очевидно, что при содержании в песках глинистого вещества в количествах 0,7-2,6% изменение объема этого вещества при его гидратации скажется на пористости песка очень незначительно. Соответственно изменение проницаемости песка под влиянием изменения пористости будет очень невелико, поэтому практически все наблюдаемое

изменение проницаемости песков следует приписать изменению физико-химических связей между водой и скелетом породы, отражающихся на коэффициенте  $\alpha$ , а не на основном коэффициенте  $k^*$ .

Аналогично на увеличение концентрации раствора влияет повышение температуры воды. При повышении температуры связь между водой и глинистыми частицами уменьшается и, следовательно, уменьшается величина  $\alpha$ , причем уменьшение этого коэффициента должно наиболее сильно сказываться в глинистых песчаниках или песках. Экспериментально эти зависимости проверялись З.А. Водоватой (1972). Объектом ее изучения явились образцы горных пород среднемиоценового возраста, отобранные из горизонтов термальных вод южного Дагестана. Образцы были представлены кварцевыми песчаниками различной степени глинистости от 1 до 36%. Минералогический состав глин каолинитовый и иллитовый. Определение проницаемости выполнялось на приборе высокого давления УИПК-1 м, помещенном в специальный термостат, позволяющий регулировать температуру от 20 до 90°C. Коэффициент проницаемости  $k$  определялся при фильтрации растворов  $\text{NaCl}$  двух концентраций: 0,1 и 1N. Определение  $k$  выполнялось при постоянных градиентах напора жидкости и эффективном напоре  $F_{\text{г}} - P_{\text{пл}}$  соответствующем условиям естественного залегания пород. Результаты исследований сведены в табл. 7.

Проведенные исследования позволили З.А. Водоватой прийти к следующим выводам. Для неглинистых песчаников коэффициент проницаемости с ростом температуры от 20 до 80°C практически не изменяется. В песчаниках, глинистость которых более 10%, при насыщении их электролитом 0,1N  $\text{NaCl}$  повышение температуры приводит к увеличению проницаемости. При этом величина отношения  $\frac{k_{80^{\circ}}}{k_{20^{\circ}}}$  в за-

висимости от глинистости образца возрастает в 2 - 3,5 раза. При содержании в его порах раствора 1N  $\text{NaCl}$  коэффициент проницаемости с ростом температуры повышается незначительно.

Сложный характер коэффициента проницаемости горных пород, его резко выраженная зависимость от минералогического состава и количества глинистых фракций в породе, от химического состава г.р. и их температуры показывает, что точное определение  $k$  может быть проведено только *in situ* при существующих в пласте термодинамических условиях и при существующем в нем химическом составе подземных водных растворов. Если же определение  $k$  делается косвенным путем по параметрам, измеренным методом прикладной геофизики, то необходимо исходить из следующих условий.

1.  $k$  должно определяться как минимум по двум независимым параметрам: одному, наиболее четко реагирующему на геометрический характер пористости пород, и второму, наиболее связанному с глинистой фракцией пород.

2. При составлении корреляционных связей  $k$  с этими параметрами необходимо учитывать химический состав подземного водного раствора и его температуру.

Таблица 7

Результаты определения коэффициента проницаемости  $k$  (в мд)  
(по З.А. Водоватовой)

Номер образ-ца	Порис-тость, %	Глини-стость, %	Р <sub>г</sub> , ат	Р <sub>пл</sub> , ат	Прони-цае-мость по азо-ту	Проницаемость в водном растворе NaCl при темпера-туре, °C			$\frac{k_{80^\circ}}{k_{20^\circ}}$
						20	50	80	
Раствор 0,1N NaCl									
2	26,05	0	300	100	434	93	100	99	1,06
12	25	0	300	60	387	31,8	33,0	41,8	1,3
5	16,06	0	300	120	35,0	0,43	0,55	0,5	1,16
8	-	17	200	50	11,2	1,1	1,7	2,2	2,0
3	11,92	13	200	50	14,7	1,03	1,2	1,7	1,62
7	-	23	150	80	85,0	-	0,11	0,18	-
10	-	19	150	80	78,0	0,08	0,14	0,17	2,1
4	8	36	300	150	50,0	0,04	0,08	0,16	4,0
9	10,08	27	300	150	25,8	0,09	0,19	0,26	2,9
Раствор 1N NaCl									
7	-	23	150	80	85,0	1,83	1,93	2,2	1,2
3	11,92	13	200	50	14,7	2,2	2,36	2,47	1,1

Примечание. Пористость дана по лабораторным определениям при атмосферном давлении;  $P_r$  - давление обжата образца, соответствующее горному давлению по глубине его залегания;  $P_{пл}$  - давление воды, соответствующее давлению пластовых вод.

В качестве геофизического параметра, достаточно четко связанного с геометрическим характером пористости пород (общей величиной пористости, извилистостью поровых каналов и др.), может быть использовано относительное электрическое сопротивление, определенное в условиях насыщения горной породы подземным водным раствором с повышенной концентрацией растворенных веществ (для глинистых пород не меньше чем 10-20 г/л), т.е. с такой концентрацией, при которой поверхностная проводимость оказывает слабое влияние на электрическое сопротивление пород.

В геофизической практике относительное сопротивление  $R = \frac{\rho_l}{\rho_w} (\rho_l -$  удельное электрическое сопротивление горных пород;  $\rho_w$  - удельное электрическое сопротивление подземных вод, насыщающих эти породы)

связывается с коэффициентом проницаемости известной формулой

$$k = AR^m, \quad (4.18)$$

где  $A$  и  $m$  — эмпирические коэффициенты.

Формула (4.18) приближенная; она может распространяться только на однородные породы, что и вполне понятно, поскольку коэффициент  $k$  связан не только с геометрическим характером порового пространства в породе, но в еще большей степени со всеми сложными физико-химическими условиями связи воды и скелета пород.

Со значительно большим основанием можно применить формулу (4.18) для оценок модернизированного коэффициента проницаемости  $k^*$ , который, по нашим представлениям, не должен зависеть уже от физико-химических условий связи воды и скелета пород. Итак, принимается, что

$$k^* = A_1 R^m. \quad (4.19)$$

Коэффициент  $a$ , который в противоположность коэффициенту  $k^*$  зависит от условий физико-химической связи воды и скелета пород, должен определяться по геофизическим параметрам, связанным с сорбционными способностями горной породы. В качестве такого параметра может быть взята гамма-активность пород при условии, что она определяется сорбционными процессами радиоактивных веществ на глинистых фракциях.

Условия, когда гамма-активность пород определяется сорбцией радиоактивных веществ, обуславливают, что активность глин  $\gamma_{\text{гл}}$  значительно больше активности чистых песков  $\gamma_{\text{пес}}$  (не содержащих глинистых фракций). Эти условия в основном хорошо выполняются на значительных территориях, удаленных от мест непосредственного размыва и сноса кристаллических пород. Условие  $\gamma_{\text{гл}} \gg \gamma_{\text{пес}}$  не выполняется для некоторых межгорных артезианских бассейнов (например, Ферганского), а также в районах, прилегающих к массивам кристаллических пород (в некоторых районах, прилегающих к Горному Алтаю; в районах, прилегающих к Дзерульскому массиву в Грузии и др.).

Исходя из гамма-активности горных пород при условии, что  $\gamma_{\text{гл}} \gg \gamma_{\text{пес}}$ , глинистость пород  $\Gamma$  (вернее, сорбционную способность пород) в долях единицы определяем отношением

$$\Gamma = \frac{\gamma_{\text{г.п}} - \gamma_{\text{пес}}}{\gamma_{\text{гл}} - \gamma_{\text{пес}}}, \quad (4.20)$$

где гамма-активности горных пород  $\gamma_{\text{г.п}}$ , песков  $\gamma_{\text{пес}}$  и глин  $\gamma_{\text{гл}}$  должны определяться в скважинах, принадлежащих к одному району, и приводиться к стандартным условиям (постоянному диаметру скважины, заданным обсадным трубам и др.).

Увеличение концентрации г.р. до определенных пределов увеличивает коэффициент проницаемости. Вероятно, такое увеличение происходит по экспоненциальному закону и связано с соответствующим уменьшением количества связанной воды. В том же направлении действует и

повышение температуры (см. эксперименты, выполненные З.А. Водоватой). Анализируя результаты всех проведенных экспериментальных работ, можно предложить следующую эмпирическую формулу для коэффициента проницаемости:

$$\lg k = A + M_1 \lg R - M_2 \lg(1 + aI') - \Gamma \frac{C_M - C}{C_M} \cdot \frac{T_M - T}{T_M}, \quad (4.21)$$

где  $A, a, M_1$  и  $M_2$  — эмпирические коэффициенты;  $C_M$  и  $T_M$  — концентрация раствора и его температура, при которых практически вся вода переходит в свободное состояние (вероятно,  $C_M \approx 1$  моль/л,  $T_M = 120 \div 150^\circ\text{C}$ );  $C$  и  $T$  — концентрация и температура воды в пласте (если  $C > C_M$  или  $T > T_M$ , то соответствующие множители принимаются в выражении (4.21) равными нулю);  $a$  — коэффициент, определяемый путем лабораторных исследований. Этот коэффициент должен зависеть от минералогического состава глины и от состава раствора; вероятно, для раствора хлористого натрия он будет максимальным.

Наряду с параметрами относительного сопротивления и гамма-активности пород определение коэффициента проницаемости может быть выполнено и по другим параметрам, определяемым методами прикладной геофизики (по электрическому сопротивлению и поляризуемости пород, по скоростям распространения упругих волн, в сочетании с электрическими параметрами и др.).

Рассмотрение всех различных способов определения коэффициента проницаемости по геофизическим параметрам должно явиться темой специального исследования; в данной же работе ограничимся сказанным и перейдем к теории определения сил  $X_p$ , под влиянием которых происходит перенос веществ.

### **Силы, обуславливающие перенос веществ в горных породах**

Подвижные компоненты, входящие в состав горных пород (вода, нефть, газы, растворенные в воде или нефти вещества), не могут двигаться в скелете породы по инерции. Из-за очень большого сопротивления движение должно полностью затухнуть на очень коротких путях, исчисляемых несколькими миллиметрами, за исключением, возможно, некоторых особых случаев движения в зияющих трещинах или карстовых подземных водотоках.

При практической невозможности сохранения инерционного движения подвижных компонентов в горных породах для того, чтобы их движение все же происходило, необходимо в каждом элементе объема горных пород затрачивать некоторую работу  $A$ . Очевидно также, что затрата работы является необходимым, но еще недостаточным условием для осуществления движения. Действительно, если во всех точках пространства, занятого горными породами, совершится одна и та же работа, то движение еще не возникнет; движение может возникнуть толь-



ко при наличии градиента в работе  $A$  и происходит в сторону от мест, где затрачивается большая работа, к месту, где такой работы необходимо затратить меньше.

Работа может совершаться только в результате процессов перехода энергии из одного своего вида в другой. Следовательно, для осуществления движения подвижных компонентов в горных породах необходимо, чтобы в каждом элементе их объема происходил процесс перехода энергии и чтобы был градиент величин, характеризующих интенсивность этого процесса.

Энергия в любой материи, в том числе и в горных породах, может быть подразделена на два своих основных вида:

а) потенциальная (п.э.), обусловленная местом положения материи во внешних физических полях (гравитационном, электрическом, магнитном);

б) внутренняя энергия самой материи (в данном случае горной породы).

Между этими двумя видами энергии и должен происходить переход, чтобы осуществлялось движение.

Внутреннюю энергию можно определить энтальпией  $H$ . Для чистого вещества энтальпия зависит от химической природы вещества, его количества, фазового состояния, температуры и приложенного давления. Для горных пород, представляющих из себя дискретные смеси, энтальпия зависит еще от состава смеси, от геометрических размеров частиц, входящих в эту смесь, и от их взаимного расположения, определяющего структуру породы (см. гл. 3).

При переходе потенциальной энергии внешних физических полей во внутреннюю энергию горной породы полезную работу (в нашем случае движение флюидов) совершает не вся перешедшая энергия, а только ее часть, обуславливающая изменение свободной энтальпии (свободной энергии Гиббса). Свободная энтальпия связана с энтальпией  $H$  и энтропией известным соотношением

$$G = H - ST. \quad (4.22)$$

Для горных пород это соотношение, очевидно, можно перенести в виде

$$G^* = H^* - S^*T. \quad (4.23)$$

И соответственно для парциально массовых (весовых) величин

$$\hat{g}^* = \hat{h}^* - \hat{s}^*T. \quad (4.24)$$

Итак, движение в горных породах может осуществляться только при наличии градиента от разности  $G^* - \mathcal{E}$ , где  $\mathcal{E}$  — потенциальная энергия внешних физических полей. При этом, очевидно, что при движении флюида с массой  $M_i$  затрачивается только некоторая порция этой разности, приходящаяся на данное вещество. Таким образом, для силы  $X_i$ , действующей на вещество  $i$ , можно написать выражение

$$\vec{X}_i = - \text{grad} \frac{\partial}{\partial M_i} (G^* - \mathcal{E}), \quad (4.25)$$

В выражении (4.25) частная производная по массе вещества  $i$  должна браться при постоянных значениях тензора напряжений на скелет породы, давлений флюидов  $p, p_r$ , температуры  $T$ , масс всех остальных компонентов состава пород  $M_j (j \neq i)$  и структуры породы  $St$ . Как известно, такая частная производная от свободной энтальпии является ее парциально весовой величиной  $\hat{g}_i^*$ , носящей название изобарно-изотермического потенциала<sup>1</sup>.

Для растворов или других сложных, но гомогенных веществ парциально молярная величина свободной энтальпии определяет химический потенциал соответствующего вещества в этом растворе или смеси. То же понятие химического потенциала можно перенести и на вещества, входящие в состав горной породы, только помня при этом, что потенциал определяется не только химической природой рассматриваемого вещества, но и поверхностной энергией между этим веществом и скелетом породы.

Частная производная потенциальной энергии  $\mathcal{E}$  по массе любого вещества будет равна потенциалу внешних физических полей. В случае если среди этих полей рассматривать только одно гравитационное поле<sup>2</sup>, то

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial M_i} = U, \quad (4.26)$$

где  $U$  — потенциал гравитационного поля.

Итак, полагая

$$\hat{g}_i^* = \left( \frac{\partial G^*}{\partial M_i} \right)_{p, p_r, T, M_j (j \neq i), St}, \quad (4.27)$$

<sup>1</sup> В русской литературе изобарно-изотермическим потенциалом часто называют не парциальную величину  $\hat{g}_i$ , а самую величину свободной энтальпии  $G$ , однако относить понятие потенциала к экстенсивной величине  $G$  автору кажется неудобным, в силу чего он для этой величины сохраняет наименование свободной энтальпии или свободной энергии Гиббса.

<sup>2</sup> Любой вид энергии можно представить в виде произведения из двух сомножителей: одного — пропорционального массе тела (экстенсивный фактор) и второго — не зависящего от этой массы (интенсивный фактор). Например, для потенциальной энергии в поле силы тяжести  $\mathcal{E}$  можно написать выражение  $\mathcal{E} = MU$ , где  $M$  — масса тела;  $U$  — гравитационный потенциал (интенсивный фактор). Соответственно для смесей, состоящих из  $n$  веществ, имеем  $\mathcal{E} = U \sum_k M_k (k = 1, 2, \dots, n)$ , откуда непосредственно вытекает произведенное в тексте уравнение (4.26).

можно выражение для обобщенных сил, обуславливающих переносы веществ в горных породах, написать в виде

$$\bar{X}_i = - \text{grad} (\hat{g}_i^* - U), \quad (4.28)$$

где  $i$  – индекс любого вещества, входящего в состав горной породы ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ).

Покажем, что полученное выражение (4.28) для обобщенных сил в определенных условиях полностью соответствует силам для фильтрации по закону Дарси.

Действительно, изобарно-изотермический потенциал  $\hat{g}_i$  может быть выражен через парциально весовой объем  $\hat{v}_i$  соответствующего вещества, давление, которому оно подвергается, и его химическую активность. При наличии же еще поверхностных сил в величинах  $\hat{g}_i$  должны быть учтены поверхностное натяжение  $\delta$  и активная поверхность  $\omega$ .

Из термодинамики известно, что при отсутствии поверхностных сил и при стандартной температуре ( $T = 298,1^\circ \text{K}$ ) изобарно-изотермический потенциал  $\hat{g}_i$  в растворе может быть выражен соотношением

$$\hat{g}_i = \hat{v}_i P + RT' \ln a_i, \quad (4.29)$$

Для воды (индекс 0) в горной породе при той же стандартной температуре и с учетом поверхностных сил выражение (4.29) можно переписать в виде

$$\hat{g}_0^* = \hat{v}_0^* P + \frac{RT'}{18} \ln a_0^* + \omega \delta, \quad (4.30)$$

где  $\hat{v}_0^*$  – парциально весовой (точнее, массовый) объем воды в горной породе,  $\text{м}^3 \cdot \text{кг}^{-1}$ ;  $p$  – давление,  $\text{дж} \cdot \text{м}^{-3}$ ;  $R = 8,31 \cdot 10^3$  – универсальная газовая постоянная,  $\text{дж} / \text{кмоль} \cdot \text{град}$ ; величина 18 соответствует числу килограммов в 1 кмоль воды,  $\text{кг} \cdot \text{кмоль}^{-1}$ ;  $a_0^*$  – активность воды в горной породе (для чистой воды  $a_0 = 1$ );  $\omega$  – активная поверхность порового пространства, приходящаяся на 1 кг воды, заключенной в породе,  $\text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$ ;  $\delta$  – поверхностное натяжение (энергия поверхностных связей),  $\text{дж} \cdot \text{м}^{-2}$ .

При температуре горных пород  $T$ , отличающейся от стандартной  $T'$ , величина  $\hat{g}_0^*$  может быть найдена, если известны кривые изменения энтальпии и энтропии горных пород в зависимости от температуры (в интервалах ее изменения от  $T'$  до  $T$ ). В ряде случаев эти кривые могут иметь очень сложный характер, особенно если в этом интервале температур происходят фазовые изменения различных веществ, входящих в состав породы (воды, кристаллогидратных форм и т.д.). Кроме того, на кривых могут сказаться тепловые эффекты, появляющиеся при изменениях относительного количества связанной и свободной воды в породе, что особенно характерно для глинистых пород.

Кривые  $H(T)$  и  $S(T)$  для большинства пород практически неизвестны, так же как неизвестны многие другие параметры, определяющие величину изобарно-изотермического потенциала воды в горных породах. Поэтому сейчас, чтобы не усложнять задачи, мы не будем рассматривать способов расчета величин  $\hat{g}_O^*$  при различных температурах, тем более что эти расчеты не имеют для нас особого значения<sup>1</sup>.

Исходя из выражений (4.28) и (4.30) и учитывая, что градиенты от величин, характеризующих свойства горных пород или подземных вод, не могут обусловить силы (см. определение геологических полей), можно для обобщенной термодинамической силы, действующей на воду в горных породах в изотермических условиях написать выражение

$$\bar{X}_O = - (\hat{v}_O^* \nabla p + \frac{PT'}{18} \nabla \ln a_O^* + \omega \nabla \sigma - \nabla U). \quad (4.31)$$

Это выражение для обобщенной силы  $\bar{X}_O$  отличается от выражения (4.6) для силы  $\bar{X}_w$ , обычно принимаемой для описания процессов фильтрации по закону Дарси, следующим.

1. В качестве коэффициента при градиенте давления вместо удельного объема подземных вод поставлен парциально массовый объем воды в горных породах.

2. Учтены химические силы, пропорциональные градиенту логарифма активности воды в горных породах.

3. Учтены также поверхностные силы, развивающиеся при наличии градиента величин поверхностного натяжения.

В изотермических условиях градиент поверхностного натяжения может возникнуть при наличии градиента концентраций растворенных в воде веществ.

Б.И. Шишковский для раствора поверхностно-активных веществ нашел следующую зависимость поверхностного натяжения от концентрации:

$$\sigma - \sigma_0 = b \ln (1 + aC), \quad (4.32)$$

где  $\sigma$  и  $\sigma_0$  — поверхностное натяжение раствора концентрации  $C$  и чистого растворителя;  $a$  и  $b$  — постоянные.

П.А. Ребиндер показал, что формула (4.32) пригодна и для поверхностно-неактивных веществ до самых высоких концентраций, если в ней под  $C$  понимать концентрацию воды в растворе, т.е. считать воду поверхностно-активным растворенным веществом. Учитывая эти выводы П.А. Ребиндера и формулу Б.И. Шишковского, приведенную в монографии А.И. Бродского (1948), можно написать для поверхностных сил следующее соотношение:

$$\bar{X}_{\text{пов}} = - \omega \frac{ab}{1 + aC_O} \text{grad } C_O, \quad (4.33)$$

<sup>1</sup> В дальнейшем будет показано, что определение обобщенных сил  $\bar{X}_O$  может быть выполнено без проведения непосредственного расчета изобарно-изотермического потенциала воды в горной породе.

где  $C_0$  — концентрация воды в растворе, которая может быть найдена из концентраций растворенных веществ и плотности раствора.

Наряду с градиентом концентрации растворенных в подземной воде веществ на поверхностных силах в неизотермических условиях может сказываться еще градиент температуры. Кроме того, поскольку поверхностные силы наибольшее значение имеют в глинистых породах, а в чистых песках или в скальных трещиноватых породах они имеют исчезающее малое значение, на поверхностных силах могут сказываться градиент изменения глинистости пород, а также градиент изменений минералогического состава глин.

Капиллярные силы, возникающие в неводонасыщенных породах по существу очень близки к поверхностным силам и, вероятно, могут быть выражены формулой, аналогичной формуле (4.31), в которой, однако, под  $C_0$  следует понимать массовую долю воды в горной породе и учесть соответствующий коэффициент размерности.

Химические силы, очевидно, в изотермических условиях возникают тоже только при наличии градиента концентраций растворенных в подземной воде веществ. Кроме того, эти силы могут возникнуть при наличии градиента глинистости пород в силу того, что активность воды в глинистых породах определяется не только растворенными в подземном водном растворе веществами, а также содержанием и минералогическим составом глин. В чистых песках при неизменном составе подземной воды химические силы равны нулю.

Итак, в горных породах в изотермических условиях и при неизменном составе подземного водного раствора в неизменном составе скелета пород (в основном в отношении глинистых частиц) сила  $\bar{X}_0$  отличается от силы  $\bar{X}_w$  только коэффициентом, стоящим перед градиентом давления. Для силы  $\bar{X}_0$  в качестве этого коэффициента принимается парциально массовый объем воды в горной породе (см. гл. 3), а для силы  $\bar{X}_w$  — удельный объем подземного водного раствора.

Парциальный массовый объем характеризует флюид (воду, нефть, газ) непосредственно в тех породах, в которых он находится. В дальнейшем, чтобы не усложнять задачи, будем рассматривать парциальные массовые объемы только для воды, считая, что нефть и газ отсутствуют. Очевидно, что при прибавлении воды к ненасыщенным породам их общий объем практически не изменится, вода войдет внутрь пор, объемом же вытесненного воздуха можно пренебречь. Следовательно, для ненасыщенных пород парциальный массовый объем равен нулю.

В полностью водонасыщенных песках всякое новое прибавление воды вызовет соответствующее увеличение общего объема горной породы (понимаем под горной породой ее скелет и всю ту воду, которая содержится в породе). При этом это увеличение общего объема горной породы будет равно увеличению объема воды. В результате для полностью водонасыщенных песков парциальный массовый объем чистой воды равен ее удельному объему.

Если же в песках или трещиноватых скальных породах заключен раствор, то парциальный массовый объем воды в этих породах будет

равен парциальному массовому (весовому) объему воды в данном растворе, т.е.

$$\hat{v}_0^* = \hat{v}_0, \quad (4.34)$$

где  $\hat{v}_0^*$  — парциальный массовый объем воды в горных породах;  $\hat{v}_0$  — парциальный массовый (весовой) объем воды в подземном растворе, выделенном из горной породы.

Для чистой воды, очевидно,  $\hat{v}_0 = v_0$  ( $v_0$  — удельный объем воды). В глинистых породах за счет связи воды на поверхности глинистых частиц может происходить ее контракция, а также сами глинистые частицы могут разбухать, в результате чего парциальный массовый объем воды в глинистых породах может быть как больше, так и меньше ее удельного объема.

Приведенные зависимости парциально массового объема воды в горных породах показывают, что для песков, полностью насыщенных чистой водой, сила  $\bar{X}_0$ , обуславливающая ее движение и рассчитанная на основе энергетических представлений, уравнение (4.31), полностью совпадает с силой  $\bar{X}_w$ , уравнение (4.8), обычно принимаемой для модели этого движения по закону Дарси.

Для ненасыщенных пород, когда  $\hat{v}_0^* \neq 0$ , влияние градиента давления уже не сказывается на силе  $\bar{X}_0$ , что обычно и принимается при расчетах фильтрации в водоненасыщенной зоне аэрации. Таким путем благодаря уточненным энергетическим представлениям о силе фильтрации воды в породах возможно одним уравнением обобщить как случаи движения воды в полностью водонасыщенной зоне, так и ее движение в ненасыщенных породах.

В глинистых породах, а также при фильтрации подземных водных растворов, когда  $\hat{v}_0 \neq v_0$ , градиенты давлений могут сказываться по-разному на силе  $\bar{X}_0$ . Если  $\hat{v}_0^* > v_0$ , то эти градиенты обуславят появление больших сил фильтрации по сравнению с силами, которые возникли бы в чистых песках, и меньших сил — в противоположном случае, при  $\hat{v}_0^* < v_0$ .

Величины парциально массовых объемов воды в полностью водонасыщенных глинистых породах являются функцией их влажности. Кроме того, для многих глинистых пород характерно, что кривая  $v_0(y^*)$  ( $y^*$  — массовая доля воды в породе) имеет ряд точек перегиба, причем при разных влажностях величины  $\hat{v}_0^*$  могут становиться то больше, то меньше удельного объема воды. В результате таких соотношений при выжимании воды из илистых отложений на дне акватории одни и те же градиенты давления могут более сильно выжимать воду при одних значениях влажности и менее сильно — при других ее значениях. Таким путем появляется пространственно-периодический характер процесса выжимания, который, вероятно, может привести к образованию слоев в илистых или глинистых отложениях.

## Потенциал обобщенных термодинамических сил

Ранее было показано, что обобщенные термодинамические силы  $\bar{X}_j$ , под влиянием которых происходит перенос вещества  $j$  в горных породах, имеют очень сложный вид. В них следует учитывать химическую активность соответствующих веществ в горных породах, их парциально массовые объемы, поверхностную энергию на границах этого вещества с твердым скелетом породы, а также многочисленные внешние физические поля. Наиболее неприятным является определение многочисленных параметров пород и подземных вод, необходимых для определения этих сил. Экспериментально такие определения являются очень сложной задачей, и они вряд ли выполнимы сейчас в своем полном объеме. Поэтому встает задача отыскания обобщающей функции, феноменологически определяющей эти силы независимо от сложности их представления и в скрытом виде включающей в себя все многочисленные физико-химические параметры горных пород.

При определении такой обобщающей феноменологической функции будем исходить из гипотезы, что все физико-химические параметры, входящие в выражение для обобщенных сил, являются функциями точки, другими словами, мы предполагаем, что все свойства горных пород и подземных вод полностью определяются местом их нахождения в эклидовом пространстве. Предполагая силы функциями точки, мы предполагаем также, что они не зависят от путей, приведших к образованию этих сил.

Для неустановившегося состояния, когда силы  $\bar{X}_j$  изменяются во времени, параметры могут быть функциями точки и времени. Временные зависимости этих параметров сильно осложняют все дальнейшие рассуждения и требуют специального рассмотрения.

Предполагая обобщенные термодинамические силы функциями точки, мы предполагаем также, что они не обладают "памятью" (о пути, который прошла горная порода или подземная вода до этой точки), т.е. если мы мысленно переместим горную породу или подземную воду по замкнутому пути, то силы в исходной точке приобретут первоначальное значение. Очевидно, что физически это возможно только при условии, когда перемещение протекает очень медленно, так что все физико-химические процессы успевают заканчиваться в каждой точке пути, а также когда все эти физико-химические процессы лишь немного выводят систему горная порода – подземная вода из термодинамического равновесия. При указанных условиях можно определить потенциалы для соответствующих сил на основе следующего соотношения:

$$\bar{X}_j = - \nabla \phi_j(r), \quad (4.35)$$

где  $(r) = (x, y, z) = (x_1, x_2, x_3)$  – координаты точки в трехмерном эвклидовом пространстве или  $(r) = (x, y) = (x_1, x_2)$  – в двумерном эвклидовом пространстве.

Совершенно аналогично, предполагая плотности потоков подземных вод или любого другого вещества  $J_j$  функциями точки, а также, что

эти плотности не обладают "памятью" о пройденном пути, можно определить потенциал  $\psi_j(r)$  этих плотностей следующим путем:

$$\vec{J}_j = - \nabla \psi_j(r) \quad (4.36)$$

Представление сил, а также плотностей потоков как градиентов от некоторых потенциальных функций сильно упрощает все расчеты гидродинамического поля, позволяя применять к нему всю хорошо разработанную теорию потенциальных функций. Однако такое представление является лишь определенной гипотезой, которая, видимо, достаточно хорошо оправдывается в водонасыщенной области земной коры и требует очень осторожного подхода в неводонасыщенной зоне аэрации, а также во всех тех подобластях, где можно предполагать одновременное присутствие различных фаз воды. Действительно, в неводонасыщенной зоне силы сильно зависят от влажности пород; последняя в силу явлений гистерезиса может быть различной в зависимости от того, как достигнуто данное состояние пород, путем ли увеличения влажности или путем ее уменьшения. В результате силы как бы обладают памятью о предшествующих событиях и в одной и той же точке они могут быть разными в зависимости от пути достижения этой точки. Таким образом, не выполняется основная предпосылка для определения потенциала обобщенных сил. Точно так же при наличии нескольких фаз воды в горных породах часто оказывается совсем безразлично, как достигнуто данное состояние, путем ли конденсации пара или путем испарения воды и аналогично путем таяния льда или путем замерзания воды.

Наряду с рассмотренными ограничениями функция  $\psi_j(r)$  ограничивается еще самым характером движения воды или другого флюида. Для турбулентного потока, когда мгновенные скорости движения в каждой точке претерпевают беспорядочные изменения, очевидно, их потенциал не может быть определен. В то же время для осредненных скоростей за большой промежуток времени в силу того, что осредненные величины скоростей со значительной вероятностью являются устойчивыми в каждой точке пространства, можно приближенно определить потенциал скорости и соответственно потенциал плотностей потоков воды или других веществ. В дальнейшем мы будем почти исключительно рассматривать потенциальное течение подземных вод, т.е. такое их движение, когда могут быть определены функции  $\Phi_0(\chi)$  и  $\psi_0(r)$ .

Потенциал  $\Phi_0$  определяет ту работу, которую необходимо затратить, чтобы выделить 1 кг чистой воды из реальных горных пород, находящихся в условиях естественного залегания при соответствующих термодинамических условиях, и перенести этот килограмм в бесконечность, где отсутствуют все физические поля. Однако шкала потенциала с нулем, помещенным в бесконечность, оказывается неудобной, и этот нуль переносится в ту или другую условную точку. В частности, за нуль потенциала  $\Phi_0$  целесообразно принимать потенциал 1 кг чистой воды, находящейся на уровне океана.

Из выражения (4.28) очевидно, что потенциал обобщенных сил  $\vec{X}_j$  непосредственно связан с парциально массовой величиной свободной



энтальпии  $\hat{g}_j^*$  горных пород и потенциалом внешних физических полей  $U$ . Связь эта выражается простым равенством

$$\phi_j = \hat{g}_j^* - U. \quad (4.37)$$

Поскольку потенциал внешних физических полей во всех случаях является функцией точки, необходимо и достаточно, чтобы свободная энтальпия горных пород также являлась однозначной функцией точки.

Из термодинамики известно, что для статистического равновесия между двумя соприкасающимися термодинамическими системами системой I и системой II необходимо и достаточно, чтобы:

а) изобарно-изотермический потенциал любого вещества, входящего в состав системы I, равнялся бы соответствующему потенциалу того же вещества в системе II;

б) чтобы системы I и II находились в одинаковых условиях относительно внешних физических полей, т.е. чтобы в них были бы одинаковые величины потенциалов этих полей. Это условие приводит к равенству гравитационных, электрических или магнитных полей;

в) имелось равенство температур в системах I и II.

Для статистического равновесия между двумя соприкасающимися горными породами на основе приведенных общих термодинамических условий равновесия необходимо, чтобы:

а) парциально массовая величина свободной энтальпии (изобарно-изотермический потенциал) для соответствующего вещества  $j$  в одной из соприкасающихся пород равнялся бы этому потенциалу для того же вещества в другой породе;

б) величины  $\hat{g}_j^*$  определялись в точках соприкосновения, в которых, очевидно, должна быть одна величина потенциалов внешних физических полей. Это условие для горных пород можно выполнить только приближенно, поскольку изобарно-изотермический потенциал для них определяется только в среднем, по относительно большим объемам породы, и его отнесение к определенным геометрическим точкам в значительной степени условно;

в) температуры соприкасающихся пород были одинаковыми.

На основе условий, сформулированных в пунктах а и б, очевидно, что для точек соприкосновения двух пород при статическом равновесии должны выполняться равенства

$$\phi_j^{(I)} = \phi_j^{(II)}, \quad (4.38)$$

где  $\phi_j^{(I)}$  и  $\phi_j^{(II)}$  — потенциалы обобщенных сил для вещества  $j$  в I-й и во II-й породе.

Равенство потенциалов на контактах двух пород несколько не определяет равенства давлений флюидов на этих контактах. Наоборот, эти давления могут быть различными и претерпевать скачки на контакте в результате разных поверхностных энергий в породах; изменение давлений как бы компенсирует скачки изменений поверхностного натяжения в различных породах.

При соприкосновении горной породы с водным раствором солей, качественно таким же, как и горный раствор, заключенный в породе, для статического равновесия необходимо, чтобы изобарно-изотермический потенциал  $\hat{g}_j^*$  каждого вещества в породе равнялся соответствующему изобарно-изотермическому потенциалу того же вещества в гомогенном водном растворе. Равенство этих потенциалов не определяет равенства их концентраций, а также равенства давлений. Действительно, в горных породах величина  $\hat{g}_j^*$  связана не только с химической природой самого горного раствора, но еще в большей степени с энергией поверхностных связей между этим раствором в порах горной породы и скелетом породы. В соприкасающемся гомогенном водном растворе поверхностные силы уже отсутствуют и изобарно-изотермический потенциал  $\hat{g}_j$  определяется только химической природой раствора, давлением и температурой. Для растворов изобарно-изотермический потенциал  $\hat{g}_j$ , пересчитанный на 1 моль вещества  $j$ , как известно, определяет химический потенциал  $\mu_j$  этого вещества в растворе. Следовательно, для статического равновесия между породой и водным раствором необходимо, чтобы для каждого вещества, входящего в состав раствора, соблюдались условия

$$\hat{g}_j^* = A \mu_j \quad (4.39)$$

где  $A$  — коэффициент размерности, появляющийся в силу того, что  $\mu$  обычно дается в эргах/моль; нам же надо вычислить эти величины в Джоулях на килограмм.

Условия статического равновесия между горной породой и водным раствором солей позволяет сравнительно просто определять потенциалы  $\phi_j$  любого подвижного вещества в породах. Для этого необходимо в горные породы, находящиеся *in situ*, поместить "пробное тело" — сосуд с пористыми стенками, в котором помещен гомогенный раствор, — и по достижении статического равновесия определить в этом сосуде давление, температуру и химическую активность как самого растворителя (воды), так и всех растворенных веществ.

Среди потенциалов  $\phi_j$  обобщенных сил наибольшее значение для расчетов водообмена имеет потенциал  $\phi_0$  чистой воды. Его определение может быть проведено на основе измерений пьезометров воды в наблюдательных скважинах. Действительно, фильтр этой скважины можно рассматривать как "пробное тело", в результате чего потенциал обобщенных сил для воды в горных породах  $\phi_0$  может быть определен по давлению в скважине (в ее фильтре)  $p_{\text{фил}}$ , температуре  $T_{\text{фил}}$  и химической активности воды  $a_0$  в самом фильтре скважины. В случае, когда скважина заполнена чистой водой, абсолютная высота установившегося уровня воды в ней, выраженная в метрах и умноженная на ускорение силы тяжести в данном районе, дает численное выражение для  $\phi_0$ ,  $\text{м}^2 \cdot \text{сек}^{-2}$ .

Приведенные соотношения между потенциалами воды в пластах и пьезотермическим уровнем воды в скважине строго справедливы для условий статического равновесия. В условиях динамического равновесия

это соотношение строго уже не выполняется и его можно принимать лишь приближенно с известными погрешностями. Эти погрешности при очень малых относительных скоростях движения воды в скважине и пласте возрастают пропорционально этим относительным скоростям. Далее они могут возрастать пропорционально квадратам этих относительных скоростей. В силу сказанного, следует очень строго следить, чтобы при измерениях пьезометрического уровня воды в скважинах по ее стволу не было бы циркуляции воды, чтобы трубы были бы герметичны, чтобы не происходило перелива воды из горизонта в горизонт и т.д. Влиянием же самой скорости движения воды в пластах на измерения пьезометрических напоров, видимо, можно полностью пренебрегать (в силу очень малой величины этих скоростей).

Если в скважине находится не чистая вода, а тот или другой раствор солей, то потенциал воды в скважине должен определяться с учетом изменений плотностей этого раствора, а также изменений активностей и парциально молекулярных объемов воды в этом растворе.

Другими словами, чтобы определить потенциал воды в пласте, необходимо привести пьезометрический уровень, измеренный в скважине с минерализованной водой, к уровню, измеренному в скважине с чистой водой.

Способы такого применения основываются на следующем. Принимается, что потенциал воды в пласте, непосредственно соприкасающемся с фильтром скважины, равен ее потенциалу в этом фильтре, т.е.

$$\Phi_o^* = \Phi_{o \text{ фил.}} \quad (4.40)$$

Потенциал воды в фильтре скважины находится как

$$\Phi_{o \text{ фил.}} = \mu_o - eZ_{\text{фил.}}, \quad (4.41)$$

где  $Z_{\text{фил.}}$  — абсолютная высота горизонта фильтра (в зависимости от условий выбирается его верх, низ или середина);  $\mu_o$  — химический потенциал воды в фильтре скважины, зависящий от давления в нем  $p_{\text{фил.}}$ , температуры  $T_{\text{фил.}}$  и химического состава раствора, заполняющего этот фильтр.

Химический потенциал воды в фильтре скважины находится по формуле

$$\mu_o = \hat{v}_o p_{\text{фил.}} + \frac{RT_{\text{фил.}}}{18} \ln a_o, \quad (4.42)$$

где парциально весовой объем воды  $\hat{v}_o$  и ее активность  $a_o$  должны вычисляться при температуре в фильтре скважины.

Активность воды в растворах определяется рядом экспериментальных методов (по понижениям температуры замерзания раствора, по повышению температуры его кипения, по давлению пара воды над раствором и др.), хорошо описанных во многих работах по химической термодинамике (Кириллин и Шейндлин, 1956; Карапетянц, 1953; Эверет,

1963; Льюис, Рендалл, 1936, и др.). В тех же работах по химической термодинамике растворов приводится много полезных формул, позволяющих рассчитывать активность воды в растворах различного состава и при различных температурах. Кроме того, при стандартной температуре (25 °C) активность воды в бинарных растворах приводится во многих справочниках ("Справочник химика", 1964; т. III, стр. 599). Для более сложных растворов табличные данные встречаются реже и в основном находятся в статьях по физической химии растворов.

Если температура в скважине (в ее фильтре) отличается от стандартной, то активность воды пересчитывается на  $T_{\text{фил}}$ . Пересчет выполняется, исходя из следующего уравнения (Льюис, Рендалл, 1936):

$$\ln a_0 - \ln a'_0 = - \int_{T'}^T \frac{\hat{h}_2 - \hat{h}'_2}{RT^2} dT, \quad (4.43)$$

где  $a_0$  – активность воды при заданной температуре  $T_{\text{фил}}$ ;  $a'_0$  – активность воды при стандартной температуре;  $\hat{h}_0$  – парциально молярное теплосодержание воды в растворе при температуре  $T$ ;  $\hat{h}'_0$  – то же при стандартной температуре. Величина изменений теплосодержания обычно принимается равной изменению парциально молярных теплоемкостей воды в растворе, т.е.

$$\hat{h}_0 - \hat{h}'_0 = \hat{c}_0 - \hat{c}'_0, \quad (4.44)$$

и далее считают, что теплоемкость раствора является линейной функцией температуры, что позволяет довольно точно вычислить интеграл (4.43) (интегрирование должно проводиться при постоянном составе раствора).

Для расчета активности воды при различных температурах можно использовать также табличные данные о коэффициентах активности растворенных солей, вычисляя их по ионной силе раствора на основе теории Дебая-Хюккеля или беря непосредственно по табличным данным ("Справочник химика", 1964). Если дан коэффициент активности растворенного вещества  $A$ , то активность воды (растворителя) определяется по известной формуле (Льюис, Рендалл, 1936; Кириллин, Шейндлин, 1956)

$$\log \frac{a_0}{N_0} = - \int_0^{N_0} \frac{N_A}{N_0} d \log \frac{a_A}{N_A}, \quad (4.45)$$

где  $N_0$  и  $N_A$  – молярные доли воды и растворенного вещества  $A$ ;  $a_A$  – активность растворенного вещества. Расчет выполняется графическим путем (см. указ. работы).

Парциально весовой объем в бинарном растворе легко определяется методом Льюиса и Рендалла по плотности раствора  $\gamma$  и его весовой концентрации  $g\%$ .

Расчет выполняется по формуле

$$\hat{v}_0 = \frac{1}{\gamma} \left( 1 + \frac{r}{\gamma} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial r} \right). \quad (4.46)$$

Частная производная изменения плотности раствора с его концентрацией при постоянных значениях давления и температуры может быть найдена по эмпирическим таблицам зависимости плотности от концентрации. Кроме того, последние работы И.Х. Хайбуллина и Н.М. Борисова (1970) показали, что для большинства солей изменение плотности с концентрацией можно рассматривать как реакцию первого порядка, т.е.

$$\left( \frac{\partial \gamma}{\partial r} \right)_{p, T} = \beta \gamma. \quad (4.47)$$

Таблица 8

Зависимость коэффициента  $\beta$  в уравнении (4.47) от температуры для различных растворов солей по И.Х. Хайбуллину и Н.М. Борисову

Соль	Температура, °C					
	20	100	150	200	250	300
KNO <sub>3</sub>	0,00637	0,00650	0,00660	0,00718	0,00826	0,01045
KCl	0,00620	0,00650	0,00701	0,00786	0,00954	0,01253
NaCl	0,00685	0,00706	0,00744	0,00853	0,01031	0,01390
K <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	0,00862	0,00888	0,00939	0,01041	0,01178	0,01425
h <sub>2</sub> (CrO <sub>4</sub> )	0,00796	0,00853	0,00898	0,00962	0,01067	0,01275
ZnCl	0,00496	0,00634	0,00736	0,00994	0,01420	—
Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	0,00898	0,00937	0,00980	0,01055	0,01200	0,01500

Коэффициент  $\beta$  (табл. 8) сравнительно слабо зависит от типа солей и более сильно связан с температурой раствора.

Используя зависимость (4.47), можно парциально весовой объем воды в бинарном растворе определять по следующему простому соотношению:

$$\hat{v}_0 = \frac{1}{\gamma} (1 + r\beta). \quad (4.48)$$

Получив значения парциально весового объема воды в растворе, заполняющем фильтр скважины, и определив активность воды в этом растворе либо по таблицам, как для бинарного раствора, либо вычисляя

ее по ионному составу раствора на основе теории Дебая-Гюккеля (по коэффициентам активности ионов), можно, исходя из давления в фильтре скважины и температуры в нем, определить химический потенциал воды.

Давление в фильтре скважины непосредственно определяется погруженным манометром. Кроме того, это давление можно рассчитать, если известно изменение плотности солевого или глинистого раствора по стволу скважины, т.е. известно  $\gamma_{\text{СКВ}}(Z)$ . Расчет выполняется приближенным интегрированием в пределах от  $Z_{\text{СКВ}}$  - абсолютной высоты места установки фильтра в скважине до  $Z_{\text{Фил}}$  - абсолютной высоты установившегося пьезометра раствора в скважине:

$$P_{\text{Фил}} = \int_{Z_{\text{Фил}}}^{Z_{\text{СКВ}}} \gamma_{\text{СКВ}}(Z) dZ. \quad (4.49)$$

Изменение плотности раствора  $\gamma_{\text{СКВ}}(Z)$  по стволу скважины может быть связано с изменением его состава, оседанием глинистых частиц (что особенно характерно для глинистых растворов), газовыми факторами, изменением температуры и т.д. Все эти факторы трудно учитываемые, поэтому функцию  $\gamma_{\text{СКВ}}(Z)$  следует определять экспериментально.

Итак, чтобы определить потенциал чистой воды  $\Phi_0$  в подземном водном растворе, достаточно в условиях статического равновесия определить его в растворе, заполняющем скважину для точек, где этот последний раствор непосредственно соприкасается с подземным раствором. Потенциал чистой воды в растворе, заполняющем скважину, определяется тем или другим термодинамическим методом.

Следует отметить очень большое влияние на потенциал чистой воды в горных породах химического состава подземных вод. В результате такого влияния при одинаковом потенциале воды в пресных и соленых водах пьезометры, и особенно приведенные пьезометры в соленых водах, расположатся значительно выше, чем в пресных водах. Только при таких условиях будет равновесие между пресными и солеными водами (условия равенства потенциалов). Отсюда, в частности, следует, что нельзя оценивать условия водообмена только на основе приведенных пьезометров. Приведенные пьезометры в соленых водах могут быть значительно выше, чем в пресных, но водообмена между пресными и солеными водами может при этом не происходить, и, наоборот, если приведенные пьезометры одинаковы, то потенциал воды в соленых водах будет значительно меньше, чем ее потенциал в пресных водах, соленые воды будут неустойчивы и в них могут внедриться пресные воды.

Рассмотренные закономерности особенно четко проявляются при расчете потенциала чистой воды в соленых водах морей. В качестве примера приведем расчет этого потенциала для воды Черного моря.

В.М. Куканов (1968), по материалам Черноморской экспериментальной научно-исследовательской станции Института океанологии АН СССР, приводит данные о физических свойствах воды Черного моря (табл. 9).

Таблица 9

Физические свойства воды Черного моря в юго-восточной его части (центральный район) на 26. VIII 1956 г.

Глубина, м	Температура, °C	Соленость, ‰	Плотность, г/см <sup>3</sup>
0	24,8	18,55	1,01108
10	24,81	18,55	1,01108
25	9,99	18,55	1,01419
50	6,91	18,69	1,01467
75	7,47	19,56	1 01530
100	7,96	20,28	1,01579
150	8,48	21,11	1,01638
200	8,68	21,55	1,01670
300	8,83	21,89	1,01694
500	8,82	22,16	1,01716
750	8,90	22,30	1,01726
1000	8,96	22,38	1,01729
1500	8,92	22,38	1,01731
2000	9,06	22,43	1,01732
Среднее	8,86	22,07	1,01708

На основе данных о плотностях морской воды рассчитаны давления на глубине  $h_j$ . Расчеты выполнены по формуле (4.49), преобразований в следующий рекуррентный вид:

$$P_j = P_{j-1} + g(1/2)(\gamma_j + \gamma_{j-1})(h_j - h_{j-1}). \quad (4.50)$$

По солености воды и принимая постоянное значение коэффициента  $\beta = 0,00685$  в формуле (4.46), как для бинарного раствора хлористого натрия, рассчитаны парциально весовые объемы воды в морской воде. Очевидно, что эти расчеты являются приближенными, однако погрешность их незначительна, что видно из сопоставления цифр, приведенных в табл. 8.

Потенциал  $\Phi_0$  чистой воды при постоянной температуре можно разбить на два слагаемых:

$$\Phi_0 = \Phi'_0 + \Phi''_0, \quad (4.51)$$

где  $\Phi'_0$  зависит от давления и местоположения в гравитационном поле Земли;  $\Phi''_0$  — связан только с химическими свойствами подземной или морской воды.

Очевидно, что

$$\Phi'_0 = \hat{v}_p - hg. \quad (4.52)$$

Таблица 10

Давление и потенциалы воды на различных глубинах Черного моря (рассчитано по физическим свойствам морской воды, приведенным в табл. 9)

Глубина, м	Давление, дж/м <sup>3</sup>	$\Phi'_0$ , дж/кг	$\Phi$ , град	$\Phi''_0$ , дж/кг	$\Phi_0 = \Phi'_0 + \Phi''_0$ , дж/кг
0	0	0	-0,995	-1327	-1327
10	99,19	1,2	-0,995	-1327	-1326
25	248,20	2,6	-0,995	-1261	-1258
50	496,98	5,6	-1,003	-1257	-1253
75	745,91	8,8	-1,017	-1277	-1268
100	994,97	12,1	-1,076	-1354	-1342
150	1493,36	19,0	-1,080	-1361	-1342
200	1991,98	26,2	-1,159	-1462	-1436
300	2989,48	40,8	-1,178	-1487	-1446
500	4984,93	70,2	-1,192	-1504	-1434
750	7479,64	107,5	-1,200	-1515	-1408
1000	9974,50	145,2	-1,204	-1520	-1375
1500	14964,36	220,2	-1,205	-1521	-1301
2000	19954,29	295,9	-1,208	-1526	-1230

Величину  $\Phi'_0$ , деленную на ускорение силы тяжести  $g$ , обычно в практике гидрогеологических исследований принимают как "приведенный пьезометр" и на основе его делают заключения о направлении движения подземных вод. Понятие "приведенного пьезометра" для оценок водообмена в соленых подземных водах было введено в отечественную гидрогеологическую практику А.И. Силиным-Бекчуриным (1941); затем тот же способ с очень небольшими изменениями рекомендован в ряде последующих работ (Бочевер и др., 1969; "Изыскания и оценка...", 1971; "Гидрогеология...", 1971, и др.).

В море (табл. 10) гравитационная часть потенциала и, следовательно, "приведенный пьезометр" непрерывно и закономерно увеличиваются с глубиной. Таким образом, если подходить к оценкам процессов водообмена в море на основе существующих в настоящее время в гидрогеологии способов, то придется признать, что в море происходит непрерывный ток воды снизу вверх. Ошибочность этого заключения обусловлена тем, что при расчетах потенциала воды использованы только его гравитационные составляющие. В действительности необходимо учитывать обе составляющие этого потенциала - гравитационную и химическую (в более общем случае три составляющие - гравитационную, химическую и температурную).

Для расчета химической части потенциала  $\Phi''_0$  необходимо знать активность чистой воды ( $H_2O$ ) в морской воде. Эту активность можно оп-



ределить по температуре замерзания морской воды. В монографии Р.Хорна (1972) приведена таблица температур замерзания морской воды  $\theta$  в зависимости от солёности. При солёности  $18\text{‰}$  температура замерзания понижается на  $0,856^\circ$ , при солёности  $20\text{‰}$  на  $1,074^\circ$  и при солёности  $24\text{‰}$  на  $1,294^\circ$ . Солёность воды Чёрного моря изменяется от  $18,55$  до  $22,43\text{‰}$ . Применяя простую линейную интерполяцию, что вполне законно, поскольку понижение температуры замерзания почти пропорционально солёности воды, находим соответствующие величины понижения температуры замерзания воды Чёрного моря на его различных глубинах (см. табл. 10).

Исходя из величин  $\theta$ , активность воды при температуре замерзания определяем по формуле (Льюис и Рендалл, 1936)

$$\ln a_0 = -0,009696 \theta - 0,0000051 \theta^2. \quad (4.53)$$

Поправка на температуру очень невелика, и в нашем случае для моря с почти постоянной температурой  $\theta^\circ\text{C}$  ее не имеет смысла вводить. Аналогично при расчетах можно пренебречь вторым квадратическим членом в формуле (4.53), тогда химическая часть потенциала определится формулой

$$\Phi_0'' = \frac{RT}{18} \ln a_0 = -\frac{RT}{18} 0,009696 \theta. \quad (4.54)$$

При расчетах химической части потенциала воды для моря температура  $T = 273,1 + t$  принята изменяющейся в зависимости от глубины (в соответствии с табл. 9).

Результаты расчетов потенциала чистой воды в море сведены в табл. 10 и представлены в виде кривой на рис. 14. Как видим, до глубины 200 м величина  $\Phi_0$  испытывает значительные колебания и ее кривая имеет ряд максимумов и минимумов, обусловленных различными течениями в поверхностной зоне моря. На глубинах от 200 до 300 м располагается слой с минимальными значениями потенциала чистой воды. Основной минимум этой величины располагается на глубине 300 м и соответствует  $-1446$  дж/кг.

Начиная с глубины 300 м, потенциал  $\Phi$  монотонно возрастает от  $-1446$  до  $-1230$  дж/кг на глубине 2000 м. Возрастание потенциала с глубиной свидетельствует, что вода в Чёрном море на рассматриваемой вертикали не отвечает условию статического равновесия, при котором гравитационное изменение потенциала полностью компенсируется изменением его химической части, связанной с соответствующим возрастанием солёности воды с глубиной. В данном случае солёность воды возрастает с глубиной незначительно от  $21,89\text{‰}$  на глубине 300 м до  $22,43\text{‰}$  — на глубине 2000 м. Для полной же компенсации гравитационной составляющей потенциала необходимо, чтобы при заданной солёности на глубине 300 м солёность на глубине 2000 м достигала величины  $28,1\text{‰}$ . Такое равновесное возрастание солёности представлено на рис. 14 пунктирной линией. Отсутствие статического равновесия в толще воды Чёрного моря может быть объяснено различным образом. Можно предположить, что существует донное течение,

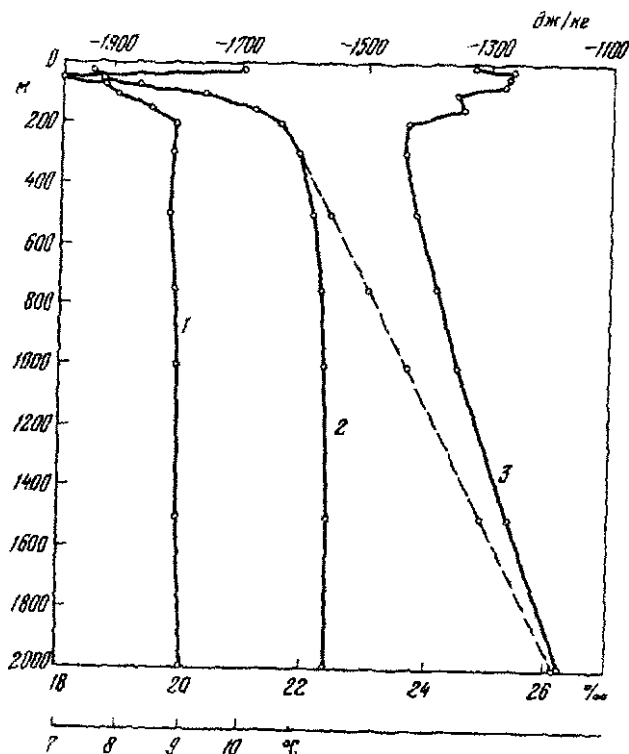


Рис. 14. Кривые изменения температуры (1), солёности (2) и потенциала чистой воды (3) с глубиной в Черном море на станции 323. Пунктиром показано изменение солёности в равновесных условиях

которое подымает вдоль материкового склона более минерализованные воды с морского ложа на глубины, соответствующие изобатам 200–300 м. Наряду с таким объяснением наблюдаемого факта отсутствия равновесия может быть предложена и другая гипотеза – выходов на дне моря пресных вод. При наличии такой разгрузки пресных вод на морском ложе по приведенным данным можно приближенно оценить относительное количество пресных вод в морской воде. Действительно, если наблюдаемая солёность морской воды на глубине 2000 м  $22,43^0/_{\infty}$ , равновесная солёность на той же глубине будет  $26,1^0/_{\infty}$  и солёность разгружающихся пресных вод около  $2^0/_{\infty}$ , то относительное содержание пресных вод в морской воде на дне моря будет

$$\frac{26,1-22,43}{22,43-2} = 0,18.$$

Другими словами, при этой гипотезе около 18% пресных вод должно присутствовать в морской воде на морском ложе.

Очевидно, анализируя материалы изменения солености морской воды только по одной вертикали и не сопоставляя его с геологическими, гидрогеологическими, океаническими и другими исследованиями, нельзя отдавать предпочтение той или другой гипотезе, но региональное рассмотрение материалов для Черного моря и не входило в круг задач автора, для которого приведенные расчеты являлись только иллюстрацией возможностей анализа потенциала чистой воды при различных гидрогеологических, возможно, и океанологических исследованиях.

При расчетах потенциалов чистой воды в водных растворах, заполняющих скважины, приходится пользоваться более приближенными способами, поскольку активность воды в сложных растворах обычно неизвестна, а также недостаточно точно известно изменение плотности раствора по оси скважины. Только в некоторых частных случаях, когда вся скважина заполнена бинарным водным раствором постоянной концентрации, потенциал воды в фильтре может быть определен с достаточной точностью. Для этого необходимо знать высоту установившегося уровня соленой воды в скважине  $Z_1$ , горизонт фильтра  $Z_0$ , концентрацию бинарного раствора  $r\%$ , активность воды в растворе по справочным данным и коэффициент, определяющий парциально весовой объем воды в растворе. Например, если  $Z_1 = +10$  м,  $Z_0 = -1000$  м,  $r = 20\%$ ,  $\beta = 0,00685$  (см. табл. 8), то гравитационная часть потенциала будет

$$\Phi'_0 = \frac{g}{\gamma} (1 + r\beta) \gamma \cdot 1010 - g \cdot 1000 = 148,37g = 1460 \text{ дж/кг}$$

(коэффициент при  $g$  148,37 соответствует приведенному пьезометру).

Химическая часть потенциала при активности воды в растворе  $a_0 = 0,83$  (см. "Справочник химика", 1964) и при температуре  $299^\circ\text{K}$  ( $25^\circ\text{C}$ ) соответственно будет

$$\Phi''_0 = \frac{RT}{18} \ln a_0 = -25700.$$

Общий потенциал чистой воды в растворе на глубине будет

$$\Phi_0 = \Phi'_0 + \Phi''_0 = -24240 \text{ дж/кг.}$$

Из приведенных расчетов видно, что предлагаемый способ приведения пьезометров, основанный на условиях: а) равенства потенциалов воды в пласте ее потенциалу в фильтре скважины и б) представления с потенциале воды в фильтре скважины в виде суммы гравитационного и химического потенциалов сильно отличается от бытующих в гидрогеологической практике способов приведения. Последние основываются только на учете изменений давлений. По-видимому, приведение пьезометров по предлагаемому способу, основанному на физико-химической теории потенциалов, даст для артезианских структур значительно более реальные величины, чем приведение только на основе учета давления воды. В частности, трудно объяснимые явления увеличения давления в центральных частях бассейнов артезианских вод, видимо, окажут-

ся ошибочными и связанными с результатами недостаточно обоснованного способа приведения с учетом только давления воды.

Определяя потенциал  $\Phi_0$  в ряде скважин, пройденных на один и тот же водоносный горизонт, можно по полученным значениям этого потенциала провести некоторую поверхность  $\Phi_0(r)$ , где  $(r)$  – двумерные (плановые) координаты точки. Эта потенциальная поверхность является обычно очень гладкой и на ней могут быть особые точки только в местах сосредоточенных источников. Кроме того, особенности на этой поверхности могут появиться, если ошибочно сопоставлены скважины, пройденные на разные водоносные горизонты, или если при определении пьезометра воды в скважине не соблюдены условия статического равновесия. Потенциальная поверхность для пресных грунтовых вод совпадает со свободной поверхностью их уровня; для пресных напорных вод она соответствует их пьезометрической поверхности.

Благодаря своей гладкости поверхность  $\Phi_0(r)$  хорошо поддается аппроксимации различными аналитическими выражениями. В целях упрощения дальнейших расчетов целесообразно эти поверхности аппроксимировать двойными рядами из ортогональных функций.

Аппроксимация  $\Phi_0(r)$  на сравнительно небольших участках, на которых незаметен общий тренд, хорошо выполняется двойными рядами, составленными из многочленов Лежандра, т.е. представляется как

$$\Phi_0(r) = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^n A_{i,k} P_i(x) P_k(y), \quad (4.55)$$

где  $P_i(x)$ ,  $P_k(y)$  – многочлены Лежандра;  $A_{i,k}$  – коэффициенты, определяемые по экспериментальным данным (приложение I).

Если на изучаемом участке заметна известная периодичность в расположении оврагов, балок или рек и можно предполагать такую же периодичность в потенциальной поверхности, то целесообразно эту поверхность аппроксимировать двойными тригонометрическими рядами. В ряде случаев такая периодичность заметна только в одном направлении, скажем по оси  $x$ , по оси же  $y$  ее обнаружить нельзя, тогда для аппроксимации может быть применена следующая смешанная формула:

$$\Phi(r) = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^n A_{i,k} \cos(2\pi i \frac{x}{l}) P_k(y), \quad (4.56)$$

где  $x$  изменяется в интервале от 0 до  $l$ , а  $y$  – в интервале от  $-1$  до  $+1$ .

Рассматривая потенциальные поверхности на больших территориях, скажем всего артезианского бассейна, часто замечаем их постепенное выравнивание в одном направлении по оси  $x$  и их асимптотическое приближение к уровню моря или другой постоянной величине. Такие условия, например, наблюдаются в Терско-Кумском артезианском бассейне, в котором все пьезометры понижаются с запада на восток и асимптотически приближаются к уровню Каспийского моря. Для аппроксимации  $\Phi_0(r)$  при наличии такого четко выраженного тренда в одном направлении может быть предложена следующая смешанная форма:

$$\Phi(r) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} A_{i,k} e^{-\frac{r}{2}} L_i(x) P_k(y), \quad (4.57)$$

где  $L_i(x)$  – многочлены Лагерра, причем  $x$  изменяется в интервале от 0 до  $\infty$ , а  $y$  – в интервале от  $-1$  до  $+1$ .

Итак, используя двойные ряды с комбинацией различных ортогональных функций с соответствующими нормирующими множителями, можно достаточно точно аппроксимировать потенциальные поверхности, учтя в них как хорошо выраженные тренды, так и периодичность. Значительную погрешность такая аппроксимация дает только в особых точках, где располагаются сосредоточенные источники или стоки. В связи с этим эти особые точки приходится окружать небольшими областями, в программу вычисления по аппроксимирующим поверхностям вводить распознавание этих областей и в них задавать особые условия.

### Обобщенные уравнения переноса

В наиболее общем случае наряду с потоками различных масс в горных породах необходимо учитывать еще поток тепла  $\bar{J}_T$  и поток электрической энергии  $J_\phi$ . С учетом этих потоков систему уравнений переноса можно записать в следующем виде:

$$(\bar{J}_i) = \{a_{ij}\}(\bar{X})_j, \quad (4.58)$$

где  $(\bar{J}_i)$  – вектор столбец плотностей потоков соответствующих масс, тепла и энергий;  $(\bar{X}_j)$  – вектор столбец обобщенных термодинамических сил, вызывающих эти потоки;  $\{a_{ij}\}$  – матрица феноменологических коэффициентов;  $i, j = 1, 0, 1, 2, \dots$ ;  $T, \phi$  – соответствующие индексы, в которых индекс 1 присвоен скелету породы, индекс 0 – чистой воде, индексы 1, 2, ...,  $n$  – растворенным в воде примесям, индекс  $T$  – теплу и индекс  $\phi$  – электрической энергии.

Поскольку сила  $\bar{X}_1$ , действующая на скелет породы, нам неизвестна, полезно ее исключить из системы уравнений (4.58). Такое исключение можно выполнить, если известна плотность потока этого скелета. В случае, когда скелет породы неподвижен, сила  $\bar{X}_1$  будет соответствовать силе реакции, оказываемой скелетом породы на все процессы переноса, происходящие в породах.

Очевидно, что при  $\bar{J}_1 = 0$ , исходя из первого уравнения в системе (4.58), можно определить силу  $\bar{X}_1$  следующим равенством:

$$\bar{X}_1 = - \left( \frac{a_{10}}{a_{11}} \bar{X}_0 + \frac{a_{11}}{a_{11}} \bar{X}_1 + \dots + \frac{a_{1n}}{a_{11}} \bar{X}_n + \frac{a_{1T}}{a_{11}} \bar{X}_T + \frac{a_{1\phi}}{a_{11}} \bar{X}_\phi \right). \quad (4.59)$$

Вводя обозначение

$$\alpha_j = \frac{a_{1j}}{a_{11}}, \quad (4.60)$$

можно уравнение (4.58) переписать в более компактном виде

$$\bar{X}_1 = - \sum_{j=0}^{\phi} \alpha_j \bar{X}_j. \quad (4.61)$$

При суммировании следует обратить внимание на переопределение индекса  $j$ : в нем исключается первый член, соответствующий скелету породы.

Подставляя выражение (4.61) в систему уравнений (4.58), получим новую систему уравнений

$$(I_j) = \{b_{ij}\} (X_j) \quad (4.62)$$

с переопределенными индексами  $i, j = 0, 1, 2, \dots, n, T, \phi$  и коэффициентами  $b_{ij}$ , связанными с ранее использованными коэффициентами выражениями

$$b_{ij} = a_{ij} - a_{11} \alpha_j. \quad (4.63)$$

Рассмотрим систему уравнений (4.62) на примере фильтрации чистой воды при наличии потока тепла и электричества. В этом случае система уравнений переноса сведется к трем уравнениям

$$\begin{aligned} I_0 &= b_{00} X_0 + b_{0T} X_T + b_{0\phi} X_\phi, \\ I_T &= b_{T0} X_0 + b_{TT} X_T + b_{T\phi} X_\phi, \\ I_\phi &= b_{\phi 0} X_0 + b_{\phi T} X_T + b_{\phi\phi} X_\phi. \end{aligned} \quad (4.64)$$

Реализовать такие условия переноса можно в приборе, позволяющем определять совместно коэффициент проницаемости, коэффициент теплопроводности и удельную электропроводность образца пород. Прибор состоит из цилиндра с тепло- и электроизолирующими стенками, в который помещен образец пород, на торцах которого находятся фильтры из хорошего тепло- и электропроводного материала. Через образец пород можно пропустить поток чистой воды путем создания соответствующей разности напоров, поток электричества и поток тепла для создания соответствующей разности температур между торцами.

Осуществляя такие потоки на приборе, можно на нем определять коэффициент фильтрации  $K$ , коэффициент теплопроводности  $\lambda$  и удельную электропроводность  $\sigma$ . Каждая из этих величин может определяться в четырех различных условиях в зависимости от наличия или отсутствия других взаимосвязанных потоков. Эти условия можно символизировать специальными индексами и свести к следующей схеме:

Определяемый коэффициент	Условия определения	
	для плотностей взаимосвязанных потоков	для сил
1	2	3
$K_{00}$	$J_0 \neq 0; J_T = 0; J_\phi = 0$	$X_0$ - задается опытом; $X_T$ и $X_\phi$ - возникают как силы реакции
$K_{01}$	$J_0 \neq 0; J_T = 0; J_\phi \neq 0$ - возникает как свободный электрический ток под влиянием циркуляции воды	$X_0$ - задается опытом; $X_T$ - возникает как сила реакции; $X_\phi = 0$
$K_{10}$	$J_0 \neq 0; J_T \neq 0$ - возникает в результате циркуляции воды; $J_\phi = 0$ .	$X_0$ - задается опытом; $X_T = 0$ ; $X_\phi \neq 0$ - возникает в результате циркуляции воды
$K_{11}$	$J_0 \neq 0; J_T \neq 0$ ; и $J_\phi \neq 0$ - возникают как свободный поток тепла и электричества под влиянием фильтрации воды	$X_0$ - задается опытом; $X_T = 0$ ; $X_\phi = 0$
$\lambda_{00}$	$J_0 = 0; J_T \neq 0; J_l = 0$	$X_0$ - возникает под влиянием тепловой силы; $X_T$ - задается опытом; $X_\phi$ - возникает под влиянием тепловой силы
$\lambda_{01}$	$J_0 = 0; J_T \neq 0; J_\phi \neq 0$ - возникает в результате теплового потока	$X_0$ - возникает под влиянием тепловой силы; $X_T$ - задается опытом; $X_\phi = 0$
$\lambda_{10}$	$J_0 \neq 0$ - возникает как свободная конвекция под влиянием тепловых сил; $J_T \neq 0; J_\phi = 0$	$X_0 = 0$ ; $X_T$ - задается опытом; $X_\phi$ - возникает под влиянием тепловых сил
$\lambda_{11}$	$J_0 \neq 0$ - возникает как свободная конвекция; $J_T \neq 0$ ; $J_\phi \neq 0$ - возникает как электрический ток, обусловленный тепловым потоком	$X_0 = 0$ ; $X_T$ - задается опытом; $X_\phi = 0$

1	2	3
$\sigma_{00}$	$J_0 = 0; J_T = 0; J_\phi \neq 0$	$X_0$ и $X_T$ - возникают как силы реакции; $X_\phi$ - задается опытом
$\sigma_{01}$	$J_0 = 0; J_T \neq 0$ - возникает под влиянием электрического тока; $J_\phi \neq 0$	$X_0$ - возникает как сила реакции; $X_T = 0$ ; $X_\phi$ - задается опытом
$\sigma_{10}$	$J_0 \neq 0$ - возникает как фильтрационный поток под влиянием электрического тока; $J_T = 0; J_\phi \neq 0$	$X_0 = 0$ ; $X_T$ - возникает в результате электрического тока; $X_\phi$ - задается опытом
$\sigma_{11}$	$J_0 \neq 0, J_T \neq 0$ - возникают как свободная циркуляция воды и тепла под влиянием электрического тока; $J_\phi \neq 0$	$X_0 = 0; X_T = 0; X_\phi \neq 0$ - задается опытом

Рассмотрим несколько подробнее, в чем заключаются отличия коэффициентов с различными индексами. Предположим, что на приборе определяется коэффициент теплопроводности, для чего между торцами прибора создается разность температур, обуславливающая появление тепловых сил  $X_T$ . Если электрический контакт между торцами отсутствует, то между этими торцами возникнет разность электрических потенциалов. Точно так же, если прервать свободный ток воды путем закрытия крана в соединяющей трубке, то под влиянием разностей температур возникнет разность давлений, т.е. появятся силы  $X_0$ . Итак, создавая условия  $J_0 = 0$  и  $J_\phi = 0$ , можно определить коэффициент  $\lambda_{00}$ , а также силы  $X_0$  и  $X_\phi$ , возникающие под влиянием приложенной разности температур. Из уравнений (4.64) в этих условиях находим

$$J_T = \frac{b_{TT}}{1 + \frac{b_{00}b_{T\phi}^2 + b_{\phi\phi}b_{0T}^2 - 2b_{0T}b_{0\phi}b_{T\phi}}{D}} \bar{X}_T, \quad (4.65)$$

где  $D$  - детерминант, образованный из коэффициентов в уравнениях (4.64), т.е.

$$D = \begin{vmatrix} b_{00} & b_{0T} & b_{0\phi} \\ b_{T0} & b_{TT} & b_{T\phi} \\ b_{\phi 0} & b_{\phi T} & b_{\phi\phi} \end{vmatrix} \quad (4.66)$$



Если полностью открыть кран на трубке, соединяющей верхнюю и нижнюю напорные камеры прибора, то в приборе и трубке установится ток воды, обусловленный тепловой конвекцией. Очевидно, что при этом всякий градиент давлений исчезнет и соответственно  $X_0 = 0$ . Точно так же, если электрически соединить верхний и нижний фильтры в приборе, по проводнику потечет электрический ток, обусловленный тепловой силой, сама же сила  $X_\phi = 0$ .

При условии, что  $X_0 = X_\phi = 0$ , исходя из системы уравнений (4.64), находим

$$I_T = b_{TT} X_T. \quad (4.67)$$

Из этой же системы уравнений можно определить поток воды, обусловленный тепловой конвекцией, и плотность электрического тока, связанного с тепловой силой.

Промежуточные условия наблюдаются в тех случаях, когда имеется тепловая конвекция воды, но отсутствует электрический ток (индекс 10 отвечает условию проведения опыта при открытом кране и разомкнутой электрической цепи) или когда отсутствует тепловая конвекция (закрытый кран) и имеется электрический ток, вызванный тепловым потоком (замкнутая электрическая цепь).

Итак, варьируя условия проведения опыта, можно на приборе определить четыре отличающихся друг от друга коэффициента теплопроводности. Очевидно, что  $\lambda_{00}$  будет соответствовать сложному выражению, стоящему в виде коэффициента при  $X_T$  в уравнении (4.65) и деленному на температуру. В то же время коэффициент  $\lambda_{11}$  просто определяется через коэффициент  $b_{TT}$  и равен

$$\lambda_{11} = b_{TT} / T. \quad (4.68)$$

Необходимость деления на температуру обусловлена тем, что в качестве величины тепловой силы принимается  $X_T = - \frac{\sigma \text{grad } T}{T}$ ; при расчете коэффициента теплопроводности по закону Фурье тепловой поток пропорционален градиенту температуры.

Вполне аналогично, варьируя условия теплопередачи и электрического тока, можно получить четыре различных коэффициента фильтрации  $K_{00}$ ,  $K_{01}$ ,  $K_{10}$  и  $K_{11}$ . Среди этих коэффициентов  $K_{11} = b_{00}$ ; остальные же коэффициенты определяются сравнительно сложными выражениями из различных феноменологических коэффициентов. Такой полный учет взаимосвязанных потоков при определениях коэффициентов проницаемости, теплопроводности и удельной электропроводности горных пород, видимо, еще не выполнялся (во всяком случае, автору неизвестна литература, в которой фигурировали бы сравнительные цифры этих коэффициентов, определенных в различных условиях). Обычно определяемые коэффициенты проницаемости пород на фильтрационных приборах ближе всего должны соответствовать коэффициенту  $K_{11}$  (прибор металлический,

осуществляющий полный тепло- и электрообмен). Если же тот же коэффициент определяется в пластмассовом или стеклянном приборе, то, вероятно, он ближе всего подходит к коэффициенту  $K_{10}$ .

По всей вероятности, тепловые силы обуславливают сравнительно небольшую разницу в коэффициенте проницаемости. Электрические силы могут привести к значительной разнице этих коэффициентов.

Вполне аналогично коэффициенту проницаемости для коэффициента теплопроводности горных пород в справочной литературе не указывается, для каких условий он определен. Вероятно, когда этот коэффициент определяется для водонасыщенных пород, на приборе, в котором торцы столбика породы плотно зажаты металлическими пластинками, а стенки столбика породы изолированы, определяются  $\lambda_{00}$  (отсутствие свободной конвекции воды) или  $\lambda_{01}$  в зависимости от того, электрически соединены или не соединены между собой термостаты, обуславливающие разность температур на концах столбика породы. Отсутствие цифровых данных в справочной и другой литературе по коэффициентам переноса, определенным при различных условиях, не позволяет автору проверить применимость уравнений (4.64) для взаимосвязанных потоков в горных породах, а также количественно оценить степень влияния различных факторов на эти процессы.

#### **Расчет процессов водообмена на основе принципа наименьшего действия**

Любые естественные процессы протекают в природе таким путем, чтобы на их осуществление затрачивалось минимум энергии. Это позволяет сформулировать всеобъемлющий принцип наименьшего действия, о котором рассказывает Р.Фейнман в своих известных лекциях по физике (Фейнман, Лейтон, Сендс, 1967). Им показывается, что закон Ньютона можно сформулировать не в классическом виде  $F = ma$  ( $F$  — сила,  $m$  — масса,  $a$  — ускорение), а утверждая, что "средняя кинетическая энергия минус средняя потенциальная энергия достигает своего самого наименьшего значения на той траектории, по которой предмет движется в действительности от одного места к другому".

Принцип наименьшего действия применим в квантовой механике в теории электрического поля, при прохождении электрического тока через проводящие среды и во многих других случаях. В тех же лекциях для электрического тока, протекающего в проводящих средах, утверждается, что "если сделать так, чтобы токи протекали через массу вещества, удовлетворяющего закону Ома, то токи распределятся в этой массе так, чтобы скорость, с какой генерируется в ней тепло, была наименьшей".

Очевидно, что всеобъемлющий принцип наименьшего действия может быть хорошо применен и к процессам фильтрации подземных вод. Эти воды всегда выберут себе в горных породах такой путь, где им легче всего пройти, т.е. где затрачивается минимум энергии на процессы фильтрации. Энергия, затрачиваемая на процессы фильтрации, в

конечном счете должна перейти в тепло. Еще в 1843 г. Дж.Джоль (Joule, 1843) использовал эффект нагрева от фильтрации для определения механического эквивалента тепла. Свои определения Дж. Джоль выполнял, двигая вверх и вниз в цилиндрическом калориметре, наполненном водой, поршень, через который проходило множество капилляров, и измеряя затрачиваемую механическую работу и нагревание калориметра.

Исходя из условия эквивалентности энергии, затрачиваемой на фильтрацию жидкости, количеству выделенного в них тепла, можно принцип наименьшего действия в гидрогеологии сформулировать почти в тех же словах, что и для прохождение электрического тока в проводящих средах, а именно утверждая, что потоки масс фильтрующейся жидкости распределяется в горных породах таким путем, чтобы скорость генерации тепла под влиянием фильтрации в них минус скорость изменения потенциальной энергии достигала бы своего самого наименьшего значения.

Математически этот принцип можно записать формулой

$$\min \dot{E} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2, \quad (4.69)$$

где  $\dot{E}$  — скорость изменения общей энергии в выделенном объеме горной породы;  $\dot{E}_1$  — скорость, с какой генерируется тепло под влиянием фильтрации воды в том же объеме пород;  $\dot{E}_2$  — скорость изменения потенциальной энергии пород.

В изотермических условиях, когда потоки тепла равны нулю, а также когда потоки всех остальных масс, кроме потока чистой воды, равны нулю, скорость генерации тепла можно определить по потоку чистой воды  $\vec{J}_0$  и силе  $\vec{X}_0$ , под влиянием которой происходит фильтрация. Очевидно, что

$$\dot{E}_1 = \int_V \vec{J}_0 \vec{X}_0 dV, \quad (4.70)$$

где  $V$  — объем горных пород, в котором происходит фильтрация.

Используя соотношение (4.14) для скорости фильтрации и определяя на основе этой скорости плотность потока, можно уравнение (4.70) представить в виде

$$\dot{E}_1 = \int_V \gamma_0 K (\vec{X}_0)^2 dV + \int_V \alpha \vec{J}_1 \vec{X}_0 dV. \quad (4.71)$$

Если скелет горной породы неподвижен ( $\vec{J}_1 = 0$ ), то соответственно в уравнении (4.71) исчезает второй интеграл; такие случаи мы и будем в основном рассматривать в данной работе.

Подставляя силу  $\vec{X}_0$  как градиент от потенциала  $\Phi_0$ , можно уравнение (4.71) переписать еще в виде

$$\dot{E}_1 = \int_V \gamma_0 K (\nabla \Phi_0)^2 dV. \quad (4.72)$$

То же уравнение, очевидно, может быть представлено в виде

$$\dot{E}_1 = \int \nabla \Psi_0 \nabla \Phi_0 dV. \quad (4.73)$$

Как было указано выше, потенциальная энергия во всех случаях определяется как произведение из двух множителей: одного экстенсивного фактора, пропорционального массе вещества, и второго интенсивного фактора, не зависящего от этой массы. Поэтому скорость изменения потенциальной энергии должна состоять из двух частей: скорости изменения массы вещества и скорости изменения потенциала внешних физических полей и внутренней энергии. В условиях установившегося движения потенциал как внешних физических полей, так и потенциал внутренних сил не меняется во времени. Если рассматривать процессы фильтрации чистой воды, то масса горной породы может изменяться только при наличии источников воды в этой породе. Следовательно,

$$\dot{E}_2 = 2 \int q \Phi_0 dV, \quad (4.74)$$

где  $q$  — распределенные источники в объеме горных пород,  $\text{м}^{-3} \cdot \text{кг} \cdot \text{сек}^{-1}$

Распределенные источники или стоки воды в объеме горных пород могут быть связаны с условиями сжатия или расширения воды и скелета пород, с различными химическими реакциями, с переходом связанной воды в свободное состояние или с другими аналогичными процессами. Однако все эти процессы будут характеризовать только неустановившееся состояние; в установившемся состоянии источники или стоки воды в объеме горной породы не могут появиться. Совершенно другие условия будут на поверхностях, ограничивающих выделенный объем горных пород. На этих поверхностях появляются те или другие источники или стоки, распределенные по ним и определяющие в конечном счете условия движения подземных вод. Кроме того, при рассмотрении движения воды в пластах, когда гидродинамическое поле в них имитируется плоским потоком, приходится вводить фиктивные источники или стоки воды, распределенные по почве или кровле пласта, имитируя ими условия перетекания воды из пласта в пласт.

Объединяя уравнения (4.72) и (4.74), можно скорость изменения общей энергии выразить следующим функционалом:

$$\dot{E} = \int_V \gamma_0 K (\nabla \Phi_0)^2 dV - 2 \int_V q \Phi_0 dV. \quad (4.75)$$

На основе рассмотренного принципа наименьшего действия можно утверждать, что потоки чистой воды в горной породе в изотермических условиях распределяются таким образом, чтобы функционал (4.75) достигал бы своего наименьшего значения.

Методами вариационного исчисления (Фейнман, Лейтон, Сендс, 1967; Морс, Фешбах, 1958; "Основные формулы физики", 1957) легко показать, что минимум  $\dot{E}$  будет в том случае, когда подынтегральное выражение удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению в частных производных:

$$\nabla(\gamma_0 K \nabla \Phi_0) = -q. \quad (4.76)$$

Действительно, пускай внутри области  $V$  взято не точное значение величины  $\Phi_0$ , обращающее в минимум функционал (4.75), а некоторое измененное значение  $\Phi_0 + f$ , причем  $f$  по условию может отличаться от нуля внутри области  $V$  и должно быть равным нулю на поверхности этой области, где задается величина  $\Phi_0$ .

Подставляя  $\Phi_0 + f$  в функционал (4.75), получим:

$$\dot{E} + \delta E = \int_V \gamma_0 K [(\nabla \Phi_0)^2 + 2 \nabla \Phi_0 \nabla f + (\nabla f)^2] dV - 2 \int_V q(\Phi_0 + f) dV. \quad (4.77)$$

Условие минимума функционала (4.77) требует, чтобы линейная часть приращения  $\delta \dot{E}$  обращалась в нуль, т.е. чтобы выполнялось равенство

$$\delta \dot{E} = 0 = 2 \int_V \gamma_0 K \nabla \Phi_0 \nabla f dV - 2 \int_V q f dV. \quad (4.78)$$

Используя равенство

$$\nabla(f \nabla X) = \nabla f \nabla X + f \nabla^2 X, \quad (4.79)$$

можно, проинтегрировав правую часть уравнения (4.78) по частям, прийти к следующим результатам:

$$\int_V \nabla(\gamma_0 K f \nabla \Phi_0) dV - \int_V [f(\nabla(\gamma_0 K \nabla \Phi_0) + q)] dV = 0. \quad (4.80)$$

Первый интеграл в выражении (4.80) от дивергенции по объему может быть заменен на интеграл по поверхности, т.е.

$$\int_V \nabla(\gamma_0 K f \nabla \Phi_0) dV = \int_S \gamma_0 K \overline{\nabla \Phi_0} \bar{n} dS. \quad (4.81)$$

По условию на поверхности, окружающей выделенный объем,  $f$  должно равняться нулю, откуда следует, что и второй интеграл по объему в выражении (4.80) должен равняться нулю, а при произвольном значении  $f$  внутри объема это может быть только в случае, когда подынтегральное выражение удовлетворяет условию (4.76).

Итак, задать условие минимума функционала (4.75), выражающего скорость генерации тепла и скорость изменения потенциальной энергии горных пород при фильтрации в них жидкости для модели, учитывающей воздействие только одной силы фильтрации, равносильно тому, что задать дифференциальное уравнение в частных производных, имитирующих это движение.

Условие минимума функционала (4.75) может быть применено для приближенных расчетов гидродинамического поля фильтрации подземных вод (приложение II и III).

Все приведенные расчеты на основе принципа наименьшего действия базировались на гипотезе, что движение воды в пластах подчиняется

закону Дарси или может быть имитировано аналогичной линейной формулой (4.14) (формула, в которой более строго учтена реакция скелета пород и действующая сила). Однако тот же принцип наименьшего действия может быть применен и для расчетов в значительно более общем случае, когда имеется ряд взаимосвязанных потоков различных масс, тепла и энергий (электрической, магнитной и др.).

Энергия, переходящая в тепло при движении масс, вызывает приращение энтропии системы; такое же приращение энтропии вызывают и поток тепла, а также потоки различных видов энергий (электрической, магнитной и др.). В термодинамике необратимых процессов (Хаазе, 1967) показывается, что скорость приращения энтропии системы в случае, когда взаимосвязанные процессы переноса в ней выражаются системой линейных уравнений, можно оценить диссипативной функцией  $\Omega$ , связанной с производством энтропии в единице объема системы.

Эта связь выражается уравнением

$$\Omega = T \frac{d_i S}{dt}, \quad (4.82)$$

где  $\Omega$  — диссипативная функция;  $T$  — температура;  $\frac{d_i S}{dt}$  — скорость производства энтропии, которая всегда больше нуля и становится равной нулю только в обратимом предельном случае.

Диссипативную функцию для взаимосвязанных потоков можно определить как сумму скалярных произведений векторов плотностей потоков на вектора соответствующих сил, т.е.

$$\Omega = \int_V \left( \sum_j \bar{J}_j \bar{X}_j \right) dV. \quad (4.83)$$

Для таких взаимосвязанных потоков принцип наименьшего действия формулируется в виде условия, что для любых естественно протекающих процессов переноса, удовлетворяющих системам линейных уравнений, потоки масс, энергии и тепла распределяются в проводящей среде таким путем, чтобы скорость образования энтропии была наименьшей, другими словами, чтобы диссипативная функция достигала бы своего минимума. Очевидно, что ранее рассмотренные условия минимума скорости генерации тепла при фильтрации подземных вод являются частным случаем этого общего принципа о минимуме диссипативной функции. Таким же частным случаем является условие, сформулированное в Фейнмановских лекциях по физике для электрического тока.

На основе минимума диссипативной функции можно получить ряд хороших приближений для расчета взаимосвязанных потоков. То же условие минимума функции  $\Omega$  может быть применено для установления взаимосвязи между различными феноменологическими коэффициентами, характеризующими проводящую среду (горную породу).

В работе сделана попытка рассмотреть некоторые вопросы теоретической гидрогеологии. Среди этих вопросов основное внимание уделялось теории физических и геологических полей, способам составления

гидрогеологических моделей и некоторым термодинамическим аспектам процессов водообмена в горных породах. Очевидно, что рассмотренные вопросы далеко не исчерпывают сложную проблему учения о подземных водах, их связи с поверхностными водами, связи этих вод с подкоровым веществом, а так же учения о подземных водоносных или водообменных системах. Можно надеяться, что эти и другие теоретические вопросы гидрогеологии вскоре значительно разовьются и позволят оформить гидрогеологию в специальный теоретический раздел общей науки о Земле.

## Аппроксимация полей непрерывными функциями координат

---

Физические поля, такие, например, как поля температур, давлений флюидов, их потенциалов, пьезометрических напоров воды или альтитуд свободной поверхности грунтовых вод, обычно являются очень гладкими функциями координат. В тех случаях, когда эти поля рассматриваются в относительно однородных пластах горных пород, они могут аппроксимироваться функциями  $Z(x, y)$  двух плановых координат. При этом предполагается, что как сама функция  $Z$ , так и ее первая и вторая производные по координатам непрерывны в плоскости пласта. Для моделей горизонтальных слоев, отвечающих наиболее распространенному типу залегания осадочных толщ, для каждого слоя  $k$  составляется своя функция  $Z_k(x, y)$ . В некоторых случаях прибегают к более сложной пространственной аппроксимации в виде функций трех координат, ставя условие разрывности производных функции  $Z_k(x, y, z)$  на контактах различных горных пород, сама же функция  $Z_k$  должна быть на этих контактах непрерывной.

Менее обоснована бывает аппроксимация непрерывными функциями координат геологических полей свойств горных пород. Эти свойства часто изменяются случайно, образуя случайные поля. Кроме того, геологические поля во всех случаях характеризуются большим числом микро- и макроразрывов (например, разрывы свойств песчинок и цемента в песчаниках или разрывы в свойствах пород на их контактах). Случайный характер геологических полей и наличие в них большого числа разрывов послужили основанием для ряда авторов не прибегать к рассматриваемому способу аппроксимации непрерывными функциями, а изыскивать другие статистические приемы для их характеристик (Матерон, 1968 и др.).

В то же время некоторые авторы для характеристики геологических полей и для выяснения в них ряда закономерностей широко используют методы их аппроксимации непрерывными функциями координат (Бандарик, 1971; Боровко, 1971; Гриффитс, 1971 и др.). Особенно применяется этот метод в практике геофизических исследований для анализа изменений плотности горных пород с глубиной ("Физические свойства осадочного покрова территории СССР", 1967, и др.). В наиболее общем случае пространственное изменение величины  $\gamma$ , под которой можно понимать любые величины, образующие метрические поля, как геологические, так и физические, связано со следующими факторами.



1. Закономерное изменение этой величины (трендового) под влиянием внешних физических полей или в результате постепенного фациального изменения отложений (уплотнения пород под влиянием веса лежащих выше отложений, изменений свойств пород в геотемпературном поле, изменения тех же свойств при постепенном изменении минерализации подземных вод, фациальные изменения гранулометрического состава пород и т.д.).

2. Пространственно периодическое изменение свойств пород или некоторых величин физических полей, связанных с циклическостью процессов осадка накоплений (например, с циклическостью отложений во флишевых толщах или циклическостью смен песка и глины в мощных песчано-глинистых толщах).

3. Неаддитивное влияние закономерного тренда на циклические изменения; например, постепенное сглаживание различий между некоторыми свойствами песчаных и глинистых отложений при их уплотнении под влиянием веса лежащих выше отложений.

4. Случайное, некоррелируемое с пространственными координатами изменение величины  $Y$  и случайные погрешности в ее определении.

5. Неаддитивное влияние тренда и периодических составляющих на случайную величину; например, больший разброс свойств песчаников по сравнению с таким же разбросом в глинах или уменьшение разброса электрического сопротивления пород при увеличении минерализации подземных вод.

Итак, величина  $Y(X, y, z)$ , образующая метрические поля, может состоять из следующих слагаемых:

$$Y = Y_1 + Y_2 + A_1 Y_1 Y_2 + Y_3 + A_2 (Y_1 + Y_2) Y_3, \quad (1.1)$$

где  $Y_1$  – трендовая часть поля;  $Y_2$  – периодическая часть поля;  $A_1$  – оператор, в общем случае нелинейный, определяющий влияние тренда на периодическую часть поля;  $Y_3$  – случайная составляющая часть поля;  $A_2$  – оператор, определяющий влияние тренда и периодической составляющей на случайную часть поля.

Поясним сказанное примером.

Предположим, рассматривается свободная поверхность грунтовых вод на территории, включающей в себя возвышенную (горную) часть и прилегающую к ней равнину. Альтитуды этой свободной поверхности образуют метрическое поле. Эти альтитуды закономерно при переходе от возвышенных участков к равнине будут уменьшаться, образуя таким образом трендовую часть поля. Наличие оврагов или балок, в среднем расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга, образует периодическую составляющую поля альтитуд свободной поверхности грунтовых вод. При общем понижении местности глубина эрозионного вреза в балках и оврагах уменьшается, в результате чего общий тренд начинает влиять на периодическую часть поля. Случайные отклонения альтитуд свободной поверхности грунтовых вод, связанные, например, с различными неровностями рельефа или с изменяющимися условиями питания грунтовых вод, также будут уменьшаться при переходе от возвышенностей к равнине.

Очевидно, что полный анализ пространственной переменной  $Y(x, y, z)$  с выделением всех указанных выше слагаемых является сложной математической задачей и, кроме того, этот анализ выполним только при наличии большой информации о величинах  $Y$ . Когда же величина  $Y$  известна только в относительно редко расположенных точках, такой анализ делается практически невозможным. Поэтому часто прибегают к более упрощенной модели, представляя себе величину  $Y$  как сумму, состоящую только из двух составляющих

$$Y = Y_1 + Y_2, \quad (1.2)$$

где  $Y_1$  — закономерная трендовая часть поля величины  $Y$ ;  $Y_2$  — случайная, некоррелируемая с координатами часть этого поля.

В такой упрощенной модели длиннопериодные гармоники периодической составляющей поля относятся к его трендовой части, а короткопериодные гармоники относятся к случайным помехам, причем граница частот для разделения периодических составляющих на трендовую и случайную части специально не устанавливается и в дальнейшем не анализируется. Кроме того, в упрощенной модели полностью пренебрегается неаддитивным влиянием тренда на периодическую часть поля и на случайные помехи.

Несмотря однако на ряд существенных недостатков упрощенной модели поля в виде двух слагаемых, ею очень часто с успехом пользуются. Особенно широкое распространение она получила в Соединенных Штатах Америки, где такая упрощенная модель с выделением закономерной и случайной частей поля получила название трендового анализа.

Литература по трендовому анализу в настоящее время весьма обширна. Большая сводка иностранной литературы имеется в переведенной монографии У. Крамбеин и Ф. Грейбилл (1969). Русская литература достаточно полно представлена в книгах Г. К. Бондарика (1971), Н. Н. Боровко (1971) и др.

Закономерная часть геологических полей (трендовая) обусловлена изменением в пространстве свойств или состояния горных пород в связи с изменением фациальных условий отложения, с их возрастом, степенью метаморфизма, диагенеза, выветривания и т. д.

Закономерная часть геологических или физических полей обычно обуславливает общий геологический фон, поэтому эта часть может называться также фоновой. В зависимости от характера геологических исследований в задачи может входить изучение общего фона или выделение на нем отдельных флуктуаций (аномалий), обусловленных естественными геологическими причинами, но не погрешностями измерений. Та часть полей, которая наиболее интересует в данное время исследователя, по удачному определению Д. В. Рамма (1968), может называться информантой. Таким образом, под информантой в зависимости от характера исследований могут пониматься как фоновая часть поля, так и его аномальные части.

Для наглядного представления любых геологических или физических полей во всех геологических дисциплинах широко применяется составление соответствующих карт (масштабных моделей, см. гл. 1). Такие

карты могут строиться как по качественным признакам, так и по количественным величинам, характеризующим изучаемые поля.

Для изображения какой-либо величины  $Y(x,y)$  обычно создается карта изолиний этой величины. Эти карты особенно хорошо составляет топограф, который непосредственно видит изображаемый им рельеф или проводит горизонтали на основе непрерывных стереоскопических аэрофотограмм. В значительно худших условиях оказываются геологи и работники родственных с ними специальностей, для которых изображаемый рельеф скрыт от непосредственных наблюдений (погребенные рельефы), или они должны проводить изолинии воображаемых поверхностей, отвечающих различным геологическим или физическим полям. При этом информация о величинах  $Y(x,y)$ , для которых составляется соответствующая карта, обычно имеется лишь в отдельных, сравнительно немногочисленных и неравномерно распределенных точках наблюдений: разведочных выработках, буровых скважинах, естественных обнажениях, геофизических точках и т.д. Сбор информации о полях  $Y(x,y)$  между этими точками наблюдений основан на методе индукции, т.е. от частных наблюдений в отдельных точках может быть сделан переход к общим закономерностям, свойственным изучаемой территории.

Такой переход может совершаться несколькими путями.

Во-первых, можно на основе теоретически установленных закономерностей в строении недр или на основе более строгих физических или математических соотношений прогнозировать данные, полученные в отдельных точках, на всю изучаемую площадь. Например, исходя из гипотезы, что уровень подземных вод описывается уравнением Лапласа, можно путем вычислений или моделирования построить всю их поверхность. Такой метод использовал Н.И. Дружинин (1956, 1957) для составления карты гидроизогипс больших территорий. Аналогичным образом могут быть построены карты изотерм для геотемпературного поля. Наряду с методом моделирования для построения карт физических полей, удовлетворяющих уравнению Лапласа, широко применим также метод расчетов по сеткам. Алгоритмы для таких расчетов были составлены А.Р. Зайделем (Зайдель, 1963; Зайдель и др., 1967) и применены при построении карт изотерм. Аналогичные расчеты могут быть выполнены, исходя из принципа наименьшего действия (приложение II).

Во-вторых, при обобщении между точками наблюдений широко применяется индикационный метод. Он основан на тесной взаимосвязи между различными элементами в строении недр, а также между строением недр и растительным покровом и на взаимосвязях различных физических и геологических полей, т.е. индикационный метод по существу основывается на единстве природы. При индикационном методе в отдельных точках наблюдений устанавливаются взаимосвязи между изучаемой величиной физического или геологического поля и легко наблюдаемыми элементами других полей или отдельными легко распознаваемыми признаками, могущими служить в качестве индикаторов изучаемых величин: рельефом земной поверхности, сообществами растений, геоморфологическими элементами и т.д. Затем по этим же индикаторам распространяется на всю территорию информация об изучаемой величине физического или геологического полей.

Примеров применения индикационного метода при обобщении материалов исследований на большие площади можно привести много из самых разнообразных разделов геологических работ. Так, установив взаимосвязи между геологическим строением и геоморфологическими элементами местности, можно затем по этим геоморфологическим элементам, как по индикаторам, судить о геологическом строении.

Почти все геоботанические исследования недр также основываются на индикационном методе, т.е. по сообществам растений, как по индикаторам, судят о глубинах залегания подземных вод, их минерализации, составе почвогрунтов, наличии рудных проявлений и т.д.

Индикационный метод широко применяется и при геофизических исследованиях. Можно сказать, что почти все косвенные методы геофизической разведки являются индикационными. Выполняя, например, электрическое профилирование методом сопротивлений, мы по величинам этого сопротивления, как по индикатору, судим о минерализации подземных вод или литологическом составе горных пород.

Применение индикационных методов возможно лишь при наличии следующих условий:

- а) достаточно тесной связи между изучаемой величиной и качественными или количественными характеристиками, выбираемыми в качестве индикаторов;
  - б) большой плотности индикационных характеристик, значительно большей, чем плотность точек непосредственных определений величин  $Y$ ;
  - в) легкости и дешевизны получения индикационных характеристик.
- Наряду с чисто визуальным способом использования информации об индикаторах для составления карт величин  $Y(x, y)$  эта информация может быть использована и для уточнения этих карт путем соответствующих расчетов на ЭЦВМ (Огильви, 1970).

Широко применяется также метод непосредственной аппроксимации измеренных в отдельных точках наблюдений величин  $Y$  на всю изучаемую площадь. Одним из распространенных методов такой аппроксимации является построение карт изолиний путем линейной интерполяции между точками наблюдений. К недостаткам этого метода относятся: а) только графическое выражение изучаемых поверхностей, не могущее служить без дальнейшего преобразования числовыми величинами для различных расчетов; б) резко различная величина погрешностей аппроксимации в отдельных местах изучаемой территории, обусловленная неравномерностью точек наблюдений; в) проведение поверхности точно по измеренным значениям  $Y$  в каждой точке наблюдений, без всякого учета возможных погрешностей измерений и естественных флуктуаций этих величин. При значительной флуктуации изучаемого параметра карта в изолиниях, построенная методом графического интерполирования, не будет выделять закономерную часть поля (трендовую) от его случайной части. Кроме того, метод интерполяции очень трудоемок. В то же время достоинством этого обычно применяемого метода графической интерполяции является возможность эвристического учета различных дополнительных факторов, влияющих на изучаемую поверхность; опытный геолог никогда не проведет горизонтали пласта через сброс, точно так

же гидрогеолог не проведет гидроизогипсы между скважинами, если между ними проходит река, дренирующая подземные воды.

Перечисленные недостатки метода графического интерполирования между точками наблюдений при аппроксимации величин  $Y$  на всю площадь исследований заставили прибегнуть к различным вычислительным способам при помощи электронно-цифровых вычислительных машин (ЭЦВМ).

Эти вычислительные способы основаны на упрощенной модели, в которой пространственная переменная  $Y(x, y)$  представляется в виде суммы двух слагаемых, уравнение (1.2). Далее предполагается, что функция  $Y_1$  непрерывна в изучаемой области пространства (или на изучаемой части пласта) и что она зависит от ряда пока что еще неизвестных коэффициентов  $C_k (k=0, 1, 2, \dots)$ . Кроме того, полагается, что функция  $Y_2 = e$  является случайной величиной, независимой от координат. Обозначив

$$U = Y_1 = U(C_0, C_1, \dots, C_n, x, y), \quad (1.3)$$

можно пространственную переменную  $Y$  выразить равенством

$$I = U + e. \quad (1.4)$$

Если функция  $Y$  известна по экспериментальным измерениям в ряде точек  $j$ , то стандартным способом для нахождения неизвестных коэффициентов  $C_k$  является метод наименьших квадратов. Для этого функция  $U$  представляется в виде линейной относительно коэффициентов модели

$$U = \sum_{k=0}^n C_k \phi_k, \quad (1.5)$$

где  $\phi_k$  — линейно-независимые функции координат.

Исходя из условий минимума квадратического остатка  $R$ , выражаемого равенством

$$R = \sum_{j=1}^N [Y_j - \sum_{k=0}^n C_k \phi_k(x_j, y_j)]^2, \quad (1.6)$$

составляем систему линейных уравнений, позволяющих определить все коэффициенты. Эта система уравнений в матричной форме запишется в виде

$$||a_{ik}|| (C_k) = (B_k), \quad (1.7)$$

где  $||a_{ik}||$  — симметричная матрица величин  $a_{ik}$ , определяемых как следующие суммы по всем экспериментальным точкам:

$$a_{ik} = \sum_{j=1}^N \phi_i(x_j, y_j) \phi_k(x_j, y_j), \quad (1.8)$$

где  $(C_k)$  — вектор столбец коэффициентов;  $(B_k)$  — вектор столбец величин, определяемых как суммы

$$B_k = \sum_{j=1}^N Y_j \phi_k(x_j, y_j). \quad (1.9)$$

Если погрешности определения величин  $Y$  в различных точках неодинаковы или если имеются какие-либо учетные факторы, влияющие на точность определения этих величин в различных точках, то минимизировать приходится уже несколько другую величину  $R_\omega$ , задаваемую равенством

$$R_\omega = \sum_{j=1}^N \omega_j [Y_j - \sum_{k=0}^n C_k \phi_k(x_j, y_j)]^2, \quad (1.10)$$

где  $\omega_j$  — погрешность измерения величины  $Y_j$  в каждой экспериментальной точке.

В качестве функций  $\phi_k$  могут применяться различные их классы. Часто они представляются в виде степенных функций  $\phi_k = x^l y^m$ , причем соответствие между индексом  $k$  и показателями степени задаются таблицей. Аппроксимация степенными функциями не позволяет выполнять экстраполяцию величин  $Y$  за пределы хорошо изученной части пласта (за этими пределами функция часто обращается в минус или плюс бесконечность). В ряде случаев целесообразно для аппроксимации применять ортогональные многочлены Лежандра, Чебышева или др. Возможно аппроксимацию проводить тригонометрическими функциями или функциями, удовлетворяющими в то же время уравнению Лапласа (например, функциями  $\phi_k$ , состоящими из произведений гиперболической функции для одного из переменных и тригонометрической функции для другого переменного). Выбор тех или других функций для аппроксимации зависит от конкретных условий.

При аппроксимации пространственной переменной  $Y$  рядами (1.5) встает вопрос о достаточном и необходимом числе членов этого ряда. Д.Худсон (1967) рекомендует для функций одной переменной оценивать это число членов на основе проверки статистической гипотезы, что величины погрешностей  $e$  должны быть не коррелируемыми с координатами. Тот же принцип может быть положен и для аппроксимации рядами из функций  $\phi_k$  двух переменных. Однако при этом следует учитывать, что в расположении экспериментальных точек  $j$  может наблюдаться известная упорядоченность, обуславливающая корреляцию между их координатами  $x$  и  $y$  (Огильви, Семендяева, 1970). Поэтому приходится вычислять коэффициент множественной корреляции по формуле

$$r_{xy}(e) = \frac{r_{xy} - r_{xe}r_{ye}}{\sqrt{(1 - r_{xe}^2)(1 - r_{ye}^2)}}, \quad (1.11)$$

где  $e$  — разность между измеренным значением  $Y$  и его вычисленным значением;  $r_{xy}$ ,  $r_{xe}$ ,  $r_{ye}$  — соответствующие парные коэффициенты корреляции. Очевидно, что, когда коэффициенты парной корреляции  $r_{xe}$  и  $r_{ye}$  стремятся к нулю, коэффициент множественной корреляции  $r_{xy}(e)$  приближается к коэффициенту парной корреляции между координатами. Это позволяет, задавшись определенным статистическим критерием, основанным на числе точек наблюдений, проверять статистическую гипотезу о независимости погрешностей  $e$  от координат.

При аппроксимации полиномами непосредственное вычисление коэффициентов  $C_k$  из условия (I.6) или (I.10) приводит к необходимости решения большой системы линейных уравнений. Поэтому, чтобы упростить вычислительные операции, обычно прибегают к предварительной ортогонализации функций, применяя метод Грамма и Шмидта (Шилов, 1961; Худсон, 1967).

Алгоритм и программы для вычисления методом наименьших квадратов при помощи ортогональных функций были разработаны во многих местах. Имеется ряд публикаций этих программ в США на алгоритмических языках ФОРТРАН и БАЛГОЛ. В СССР этот алгоритм и программы в адресах различных машин были разработаны в ряде институтов. На универсальном языке АЛГОЛ-60 составлена программа во ВСЕГИНГЕО Л.В. Павлычевой (1968) и в АН СССР А.Э. Конторовичем, П.К. Леоновым и С.П. Цвелихом.

## Расчет полей давлений или потенциалов подземных вод, исходя из принципа наименьшего действия

---

### Задача 1.

В изучаемой двумерной области фильтрации задано: а) геологическое поле водопроницаемости  $T(T = K_{\phi} h$  — произведение из коэффициента фильтрации пород на мощность пласта). Поле водопроницаемости может задаваться в виде дискретных значений  $T_r$  в узлах  $r$ , той или другой сетки, разбивающей область фильтрации, или в виде непрерывных функций координат (в основном полиномов), аппроксимирующих это поле; б) условие, что в пределах рассматриваемой области фильтрации  $q \neq 0$ , где  $q$  — распределенные источники по кровле или почве пласта (инфильтрация или перетекание); в) экспериментально определенные значения пьезометров в ряде точек  $j$ -скважинах.

Требуется найти функцию  $Z(x, y)$ , наилучшим образом аппроксимирующую пьезометрическую поверхность.

Для двумерного потока при  $q = 0$  функционал скорости диссипации энергии запишется в виде

$$\dot{E} = \int_{\Omega} T (\nabla Z)^2 dS, \quad (II.1)$$

где интегрирование должно проводиться по всей выделенной области фильтрации  $\Omega$ .

Функция  $Z(x, y)$  кроме того, что должна обращать в минимум функционал II.1, должна еще давать минимум отклонений вычисленных значений пьезометров от фактически измеренных в точках  $j$ .

Наилучшее согласование вычисленных значений  $Z$  с фактически измеренными их значениями в точках  $j$  будет при условии минимума суммы квадратов отклонений, т.е. когда выражение

$$I = \sum_{j=1}^N (Z - Z_j^{\text{эк}})^2 \quad (II.2)$$

стремится к минимуму.

Поскольку  $\dot{E}$  и  $I$  существенно положительные величины, возможно объединить выражения (II.1) и (II.2) и определить  $Z(x, y)$ , исходя из условия минимума более сложного функционала  $F$ , заданного равенством

$$F = \dot{E} + \lambda I, \quad (II.3)$$



где  $\lambda$  – фактор размерности переводящей величины  $f$  в единицы, в которых выражено  $E$ .

Если  $Z$  дано в метрах, а уклоны депрессионной поверхности безразмерны, то  $\lambda$  должна иметь ту же размерность, что и  $T$ . Кроме того, с формальной точки зрения  $\lambda$  определяет степень доверия к экспериментальным данным, обуславливающим минимум функционала  $f$  по сравнению с теоретическими расчетами гидродинамического поля по функционалу  $E$ . Очевидно, что в пластах с малой водопроницаемостью экспериментальные определения пьезометров подвержены большим случайным колебаниям, чем в пластах с большей водопроницаемостью. Другими словами, доверие к экспериментальным измерениям пьезометров пропорционально водопроницаемости пласта. Условие размерности и условие доверия будут выполнены, если положить  $\lambda$ , равным среднему значению водопроницаемости.

В случае, когда водопроницаемость пласта подвержена сильным изменениям, доверие к измерениям, проведенным в различных точках (скважинах), будет различно. Такой дифференциальный подход к каждому измерению опишется функционалом

$$F = \dot{E} + \sum_j^N T_j (Z - Z_j^{\text{экс}})^2, \quad (\text{II.4})$$

где  $T_j$  – значения водопроницаемости в каждой точке  $j$ .

Наконец, если измерения пьезометров в точках проведены с различной точностью (например: одних случаях даны по непосредственным измерениям в скважинах, а в других – приведены по косвенным геофизическим данным) – или если имеются подозрения, что в некоторых скважинах пьезометры не полностью установились и можно оценить относительную погрешность каждого измерения  $\omega_j$ , то минимизируемый функционал погрешности преобразуется:

$$F = \dot{E} + \sum_j^N \omega_j T_j (Z - Z_j^{\text{экс}})^2. \quad (\text{II.5})$$

Дальнейшее решение задачи проводится по следующей схеме. Функция  $Z(x, y)$  аппроксимируется рядом

$$Z(x, y) = \sum_k C_k \phi_k, \quad (\text{II.6})$$

где  $C_k$  – неизвестные, подлежащие определению коэффициенты;  $\phi_k$  – заданные функции координат, в качестве которых обычно принимаются степенные  $\phi_k = x^l y^m$  или произведения из многочленов Лежандра  $\phi_k = P_l(x) P_m(y)$ . Коэффициенты  $C_k$  находятся решая систему линейных уравнений:

$$\{ \|a_{ik}\| + \|b_{ik}\| \} (C_k) = (B_k), \quad (\text{II.7})$$

где  $\{ \|a_{ik}\| \}$  – симметричная матрица величин, определяемых как суммы по всем экспериментальным точкам

$$a_{ik} = \sum_j^N \omega_j T_j \phi_i(x_j, y_j) \phi_k(x_j, y_j); \quad (\text{II.8})$$

$\|b_{ik}\|$  - симметричная матрица величин, определяемых как определенные интегралы по всей выделенной области фильтрации

$$b_{ik} = \int_{\Omega} T \nabla \phi_i \nabla \phi_k dS; \quad (\text{II.9})$$

$(C_k)$  - вектор столбец коэффициентов;

$(B_k)$  - вектор столбец величин, определяемых как суммы по всем экспериментальным точкам

$$B_k = \sum_j^N \omega_j T_j Z_j^{\text{экс}} \phi_k(x_j, y_j). \quad (\text{II.10})$$

### Задача 2.

В пределах  $0 \leq x \leq x_1$ ;  $0 \leq y \leq y_1$  задано:

а) геологическое поле водопроницаемости пласта  $T(x, y)$ , аппроксимированное соответствующим полиномом;

б) условие, что  $q = 0$ ;

в) граничные условия по сторонам прямоугольника,

Необходимо найти функцию, аппроксимирующую после пьезометров и позволяющую их приближение рассчитывать.

В наиболее общем случае граничные условия можно записать в виде соотношения

$$l \left( \frac{\partial Z}{\partial n} \right) + A(M)Z = B(M), \quad (\text{II.11})$$

где  $A(M)$  и  $B(M)$  - заданные кусочно-непрерывные функции точки  $M$  границы. Функции  $l$ ,  $A$  и  $B$  не являются вполне произвольными, а должны удовлетворять неравенству

$$\frac{\partial Z}{\partial(\partial Z / \partial \bar{n})} > 0. \quad (\text{II.12})$$

Если в уравнение (II.11) вместо точного значения гармонической функции  $Z$  подставить ее приближенное значение, то граничные условия окажутся не вполне выполненными, в результате по контуру  $\Gamma$  появятся погрешности, являющиеся функцией точки  $M$ , т.е.

$$B(M) - l \left( \frac{\partial Z}{\partial n} \right) - A(M)Z = \epsilon(M). \quad (\text{II.13})$$

Можно потребовать, чтобы по всему ограничивающему контуру квадрат этих погрешностей достигал своего самого наименьшего значения, т.е. чтобы функционал  $I$ , определяемый равенством

$$I = \oint_{\Gamma} \epsilon^2 dS, \quad (\text{II.14})$$

был минимален.

Чтобы одновременно удовлетворить условие минимума функционала для  $E$  (уравнение (II.1)) и функционала наилучшего согласования функции  $Z(x, y)$  с граничными условиями (уравнение (II.13)), необходимо, так же как и в предыдущем случае, ввести некоторые факторы размерности. Размерность погрешностей  $\Delta(M)$  соответствует размерности  $Z$ , т.е. в нашем случае размерности длины. Это особенно четко видно для граничных условий первого рода, когда по контуру просто задаются значения пьезометров. Условие размерности будет соблюдено, если в качестве  $I$  взять не выражение (II.14), а несколько измененное следующее равенство:

$$I = \frac{1}{\Gamma} \oint_{\Gamma} T_{\Gamma} \epsilon^2 dS, \quad (\text{II.15})$$

где  $\Gamma$  — периметр выделенной площади; в частности, если рассматривается прямоугольная площадь, то

$$\Gamma = 2x_1 + 2y_1. \quad (\text{II.16})$$

Итак, при согласовании с граничными условиями минимизируется некоторая удельная величина погрешностей, приходящихся на единицу длины общего контура, причем особое значение придается тем частям этого контура, где имеется повышение водопроницаемости пласта. Там же, где эта водопроницаемость мала, согласование проводится менее точно.

В результате, чтобы аппроксимировать гармоническую функцию при заданных граничных условиях, необходимо минимизировать следующий функционал:

$$F = \int_0^{x_1} \int_0^{y_1} T(VZ)^2 dx dy + \frac{1}{\Gamma} \oint_{\Gamma} T_{\Gamma} [B(M) - I(\frac{\partial Z}{\partial n}) - A(M)Z]^2 dS. \quad (\text{II.17})$$

Решение задачи проводится обычным путем.

Функция  $Z(x, y)$ , аппроксимирующая гармоническую функцию, представляется в виде полинома с неизвестными коэффициентами, которые находятся из системы линейных уравнений, получаемых, если приравнять к нулю частные производные функционала  $F$  по соответствующему коэффициенту.

Приведенный способ аппроксимации позволяет получать хорошие инженерные решения при расчетах задач по фильтрации воды в обход сооружения или под сооружением или по притоку воды к различным водозаборам. Причем такой способ не уступает по точности методам моделирования и более прост, чем находить решения в замкнутой форме для сложных граничных условий.

## Расчет поля водопроводимости с учетом теоретических представлений о процессах фильтрации

---

В пределах квадрата  $-1 \leq x \leq 1$ ,  $-1 \leq y \leq 1$  задано:

1) физическое поле потенциалов сил фильтрации, представленное картой пьезометров  $Z(x, y)$ , аппроксимированной соответствующими полиномами или другими математическими выражениями с непрерывными значениями  $Z$  и ее первой и второй производных;

2) экспериментально полученные значения водопроводимости  $T_j$  в ряде точек  $j$ ;

3) условие, что на выделенной части пласта в пределах рассматриваемого квадрата инфильтрация или перетекание отсутствуют, т.е.  $q = 0$ .

Ищется геологическое поле водопроводимости  $T(x, y)$ , наилучшим образом удовлетворяющее как экспериментальным данным, так и теоретическим представлениям о процессах фильтрации.

Представим  $T(x, y)$  разложенным в виде ряда по ортогональным функциям двух переменных  $\phi_k$ , т.е.

$$T(x, y) = \sum_{k=0}^n T_k \phi_k, \quad (\text{III.1})$$

где  $T_k$  — коэффициенты ряда;  $\phi_k = \phi_k(x, y)$  — ортогональные функции, удовлетворяющие условию

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \phi_k \phi_i dx dy = \begin{cases} M_k & \text{при } k = i; \\ 0 & \text{при } k \neq i, \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

где  $M_k$  — соответствующие числа.

В качестве ортогональных функций двух переменных могут быть взяты произведения из тригонометрических функций синус или косинус или произведения, составленные из многочленов Лежандра, а также смешанные произведения: тригонометрические функции для одного переменного и многочлены Лежандра — для другого переменного. Такие смешанные произведения целесообразно применять, если предполагается известная периодичность в величинах  $T$  по одной из осей (например, вдоль одного из направлений периодически встречаются овраги, балки или долины рек и предполагается, что величина  $T$  как-то связана с этими геоморфологическими формами).

Очевидно, что в силу ортогональности функций  $\phi_k$  на площади квадрата в четыре единицы среднее значение  $T$  и ее дисперсия определяются равенствами

$$\bar{T} = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 T dx dy = \frac{1}{4} T_0, \quad (III.3)$$

$$1) T = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (T - \bar{T})^2 dx dy = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^n T_k^2 M_k. \quad (III.4)$$

Математическая модель процессов фильтрации при отсутствии источников описывается известным уравнением в частных производных

$$\Delta (T \setminus Z) = 0 \quad (III.5)$$

Если в уравнение (III.5) подставить не точное значение водопроводимости, а ее приближенное значение, аппроксимированное рядом (III.1), то в результате получим некоторые погрешности, являющиеся функцией точки, т.е.

$$\sum_{k=0}^n T_k \Delta (\phi_k \setminus Z) = e(x, y), \quad (III.6)$$

где  $e(x, y)$  — погрешности.

Если ввести обозначения

$$U_k \equiv \Delta (\phi_k \setminus Z) = \phi_k^2 Z + \Delta \phi_k \setminus Z, \quad (III.7)$$

то уравнение (III.6) можно записать и в более сокращенном виде

$$\sum_{k=0}^n T_k U_k = e. \quad (III.8)$$

Зная  $Z(x, y)$ , аппроксимированным соответствующим математическим выражением не представляет особого труда рассчитать величины  $U_k$ .

Геологическое поле водопроводимости  $T(x, y)$ , аппроксимированное рядом (III.1), будет наилучшим образом согласовано с математической моделью процессов фильтрации, уравнение (III.5), в случае, когда интеграл по всей выделенной площади от квадратов погрешностей достигнет своего самого наименьшего значения, т.е. когда следующий функционал стремится к своему минимуму:

$$I_1 = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 e^2 dx dy. \quad (III.9)$$

Одновременно с согласованием геологического поля водопроводимости с математической моделью процессов фильтрации необходимо еще согласовать это поле с результатами фактических определений водопроводимости в ряде экспериментальных точек. Для согласования с

фактическими данными необходимо минимизировать сумму квадратов отклонений, т.е.

$$I_2 = \sum_{j=1}^N (T - T_j^{\text{экс}})^2. \quad (\text{III.10})$$

Чтобы одновременно удовлетворить условие минимума функционалов (III.9) и (III.10), необходимо ввести некоторые множители размерности, определяющие в то же время степень доверия к экспериментальным данным по сравнению с теоретической математической моделью. Легко видеть, что размерность  $e$  будет м/сек и, следовательно, размерность  $I$  соответственно будет м<sup>4</sup>/сек<sup>2</sup>. Ту же размерность имеет и  $I_2$ ; таким образом, с точки зрения размерности необходимость в таком множителе отпадает и можно сразу находить минимум более сложного функционала

$$F = I_1 + I_2 \quad (\text{III.11})$$

Однако из физических соображений очевидно, что водопроницаемость пласта в тех местах, где уклоны грунтовых или напорных вод малы, будет очень немного сказываться на всем гидродинамическом поле  $Z(x, y)$  (на карте гидроизогипс или гидроизопьез). В местах значительных уклонов подземных вод всякое небольшое изменение водопроницаемости сильно отразится на этих картах. Поэтому доверие к экспериментальным данным при одинаковой точности их определения должно возрастать в местах больших уклонов подземных вод.

В результате, исходя из указанных соображений, для функционала, подлежащего минимизации, при определении геологического поля водопроницаемости можно предложить ряд формул

$$F_1 = \int_{-1}^1 e^2 dx dy + \sum_j (T - T_j^{\text{экс}})^2, \quad (\text{III.12a})$$

$$F_2 = \int_{-1}^1 e^2 dx dy + \sum_j |\nabla Z|_j (T - T_j^{\text{экс}})^2, \quad (\text{III.12б})$$

$$F_3 = \int_{-1}^1 e^2 dx dy + \sum_j (\nabla Z)_j^2 (T - T_j^{\text{экс}})^2, \quad (\text{III.12в})$$

где  $|\nabla Z|_j$  — модуль градиента  $Z$  в экспериментальной точке  $j$ , определяемый равенством

$$|\nabla Z| \equiv \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)^2}, \quad (\text{III.13})$$

где  $(\nabla Z)^2$  — квадрат этого модуля.

Формулы (III.12a), (III.12б), (III.12в) для расчета поля водопроницаемости лишены раз подчеркивают известную неопределенность решения обратных задач гидрогеологии. Эта неопределенность наиболее рельефно выступает для крайнего случая в областях, где движение воды практически отсутствует, т.е. когда  $\nabla Z$  близко к нулю и

где соответственно величины  $T$  могут быть любыми, совершенно не связанными с величиной  $Z$ . Поэтому при анализе гидрогеологических условий, когда отдается предпочтение физическим измерениям водопроводимости в экспериментальных точках, следует пользоваться формулой (III.12а), — когда, наоборот, наибольшее значение отдается хорошему согласованию поля водопроводимости с полем пьезометров, следует применять формулу (III.12в). Формула (III.12б) занимает некоторое промежуточное положение.

Из условий минимума любого из приведенных трех функционалов  $F_1$ ,  $F_2$  или  $F_3$  коэффициенты ряда (III.1), аппроксимирующего поля водопроводимости, находятся решением систем линейных уравнений, которые в матричной форме могут быть записаны в виде

$$\{ \|a_{ik}\| + \|b_{ik}\| \} (T_k) = (B_k), \quad (III.14a)$$

$$\{ \|a_{ik}\| + \|b_{ik}^*\| \} (T_k) = (B_k^*), \quad (III.14б)$$

$$\{ \|a_{ik}\| + \|b_{ik}^{**}\| \} (T_k) = (B_k^{**}), \quad (III.14в)$$

где  $\|a_{ik}\|$  — симметричная матрица величин  $a_{ik}$ , наводимых путем вычисления интегралов

$$a_{ik} = \int_{-1}^1 U_i U_k dx dy; \quad (III.15)$$

$\|b_{ik}\|$  — симметричная матрица величин, определяемых как суммы

$$b_{ik} = \sum_j \phi_i(x_j, y_j) \phi_k(x_j, y_j); \quad (III.16a)$$

соответственно

$$b_{ik}^* = \sum_j |\nabla Z|_j \phi_i \phi_k; \quad (III.16б)$$

$$b_{ik}^{**} = \sum_j (\nabla Z)^2_j \phi_i \phi_k; \quad (III.16в)$$

$(T_k)$  — вектор столбец коэффициентов;  $(B_k)$  — вектор столбец величин, определяемых как суммы

$$B_k = \sum_j T_j^{\text{ЭКС}} \phi_k(x_j, y_j); \quad (III.17a)$$

соответственно

$$B_k^* = \sum_j |\nabla Z|_j T_j^{\text{ЭКС}} \phi_k; \quad (III.17б)$$

$$B_k^{**} = \sum_j (\nabla Z)^2_j T_j^{\text{ЭКС}} \phi_k. \quad (III.17в)$$

При подсчете поля водопроводимости только по фактическим измерениям в экспериментальных точках или при его небольшом согласо-

вании с математической моделью процессов фильтрации, формулы типа (III.12a), (III.14a), целесообразно наряду с фактическими измерениями учитывать также некоторые статистические характеристики этого поля. Например, в ряде случаев можно предполагать, что фильтрация происходит в относительно однородных пластах. Условие такой однородности можно определить как минимум дисперсии водопроницаемости. Соответственно с этим при наличии гипотезы об однородности фильтрационных свойств пласта следует минимизировать функционал:

$$F = \int_{-1}^1 e^2 dx dy + \sum_j (T - T_j^{\text{экс}})^2 + DT, \quad (\text{III.18})$$

Исходя из условий, записанных в виде уравнения (III.4), обычным путем составляет систему уравнений

$$||a_{ik}|| + ||b_{ik}|| + ||M_k \delta_{ik}|| (T_k) = (B_k), \quad (\text{III.19})$$

где  $M_k$  — соответствующие числа, причем  $M_0 = 0$ ;  $\delta_{ik}$  — символ Кронекера,

$$\delta_{ik} = \begin{cases} = 1 & \text{при } i = k; \\ = 0 & \text{при } i \neq k. \end{cases}$$

В некоторых случаях гипотеза об однородности пласта не подходит, зато известна величина депрессии водопроницаемости.

Тогда задача сводится к минимизации функционала  $F_1$ , уравнение (III.12a), при ограничении, налагаемом заданной величиной дисперсии.

Обычным путем, используя метод Лагранжа, составляем систему уравнений

$$||a_{ik}|| + ||b_{ik}|| + \lambda ||M_k \delta_{ik}|| (T_k) = (B_k),$$

$$\sum_{k=1}^n T_k^2 M_k = 4DT, \quad (\text{III.20})$$

где  $\lambda$  — дополнительное неизвестное, введенное по методу Лагранжа.

Дисперсия водопроницаемости может оцениваться по:

а) результатам непосредственных определений водопроницаемости при их достаточном числе;

б) результатам геофизических исследований, приравнивая дисперсию  $T^2$  дисперсии тех или других показателей, получаемых методами прикладной геофизики (в основном по электроразведочным данным).

При использовании электроразведочных данных дисперсия относительной водопроницаемости  $D(\frac{T}{T})$  полагается равной дисперсии некоторой вспомогательной функции  $i$ , вычисляемой по поперечному электрическому сопротивлению  $T_2$  и продольной проводимости пласта  $S(T_2 = \rho h)$  — произведение из мощности пласта на удельное сопротивление слагающих его пород; продольная проводимость  $S \equiv \frac{n}{\rho}$ . Вспомогательная функция  $i$  вычисляется по формуле



$$t = \sqrt{\left(\frac{\bar{T}_3}{T_3}\right)^{1+m} \left(\frac{\bar{S}}{S}\right)^{1-m}}, \quad (\text{III.21})$$

где  $\bar{T}_3$  и  $\bar{S}$  – средние значения поперечного сопротивления и продольной проводимости на всей выделенной части изучаемого пласта;  $m$  – параметр, обычно лежащий в пределах от 0,5 до 1 (например, для верхнего напорного горизонта Сырдарьинского артезианского бассейна в песчаной толще верхнего мела и низов палеогена этот параметр близок к 0,8 – Огильви, Семендяева, 1972).

## Литература

- Антоненко Г.К., Гольдберг В.М. Фильтрационные свойства пород и вязкость растворов глубоких водоносных горизонтов. М., ВСЕГИНГЕО, 1969.
- Арабаджи М.С., Васильев Ю.М., Мильничук В.С., Чарыгин М.М. Опыт применения математических методов в геологии. М., изд-во "Недра", 1969.
- Арлей Н., Рандер Бух К. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. Перев. с англ. М., ИЛ, 1951.
- Бабинец А.Е., Лялько В.И., Митняк М.М. Возможные пути решения некоторых вопросов формирования термальных вод артезианских бассейнов с использованием термогидродинамических расчетов и изотопных соотношений. Докл. XXIII Международн. геолог. конгресса, том 17, Прага, 1968.
- Бабушкин В.Д., Лосев Ф.И., Покровский А.П., Сенотрусова Г.А. Электромоделирование перетекания через глинистые породы с учетом начального напорного градиента. - Сб. "Применение вычислительной техники при гидрогеологических исследованиях". М., изд-во "Недра", 1969.
- Бондарик Г.К. Основы теории изменчивости инженерно-геологических свойств горных пород. М., изд-во "Недра", 1971.
- Боровко Н.Н. Статистический анализ пространственных геологических закономерностей. Л., изд-во "Недра", 1971.
- Бочевер Ф.М. Расчеты эксплуатационных запасов подземных вод. М., изд-во "Недра", 1968.
- Бочевер Ф.М., Гармонов И.В., Лебедев А.В., Шестаков В.М. Основы гидрогеологических расчетов. М., изд-во "Недра", 1969.
- Бродский А.И. Физическая химия. М.-Л., Госхимиздат, 1948.
- Бурбаки Н. Теория множеств. Перев. с франц. М., изд-во "Мир", 1965.
- Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. М., изд-во "Мир", 1971.
- Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1962.
- Викторов С.В. Пути использования учения о ландшафте в гидрогеологии и инженерной геологии. - Сб. "Вопросы гидрогеологии и инженерной геологии", в. 21. М., изд-во "Недра", 1971.
- Викторов С.В., Востокова Е.А., Вышивкин Д.Д. Введение в индикационную геоботанику. Изд-во МГУ, 1962.
- Водоватова З.А. Водопроницаемость и электропроводность песчано-глинистых пород в естественных термодинамических условиях. В сб. "Вопросы оценки взаимосвязи поверхностных и подземных вод и качества воды". Изд-во МГУ, 1972.
- Воронин Ю.А., Гольдина Н.А. Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики. Новосибирск, изд-во "Наука", 1964.

- Востокова Е.А. Геоботанические методы поисков подземных вод в засушливых областях СССР. М., Гостеолихиздат, 1961.
- Востокова Е.А., Шавырина А.В., Ларичева С.Г. Справочник по растениям-индикаторам грунтовых вод и почвогрунтов для южных пустынь СССР М., Гостеолихиздат, 1962.
- Гавич И.К. Оценка гидрогеологических особенностей района путем моделирования. - Сб. "Применение вычислительной техники при гидрогеологических исследованиях". М., изд-во "Недра", 1969.
- Геологический словарь, т. 1, ст. 187. М., Гостолтехиздат, 1955.
- Геология и математика. Под ред. Э.Фотиадис. Новосибирск, изд-во "Наука", 1967.
- Гидрогеология, гидрохимия, геотермия геологических структур. Минск, изд-во "Наука и техника", 1971.
- Гиринский Н.К. Некоторые вопросы динамики подземных вод. - Сб. "Вопросы гидрогеологии и инженерной геологии", № 9, М., Гостеолихиздат, 1947.
- Гольдберг В.М. Гидрогеологические основы прогноза качества подземных вод при водоотборе и захоронении промышленных стоков. Автореф. докт. дисс. М., Изд. ВНИИГИ, 1972.
- Гриффицс Дж. Научные методы исследования осадочных пород. Перев. с англ. М., изд-во "Мир", 1971.
- Грейдсх В.Л. Образное представление геоморфологической информации. - Сб. "Рельеф Земли и математика". М., изд-во "Мысль", 1967.
- Грим Р.Е. Минералогия глини. Перев. с англ. М., ИЛ, 1959.
- Гудзь В.И. К вопросу о формализации гидрогеологических классификаций. - Сб. "Применение математических методов при гидрогеологических и инженерно-геологических исследованиях", вып. 8, М., ВСЕГИНГЕО, 1968.
- Гудстейн Р.Л. Математическая логика. Перев. с англ. М., ИЛ, 1961.
- Гусейн-Заде М.А. Особенности движения жидкости в неоднородном пласте. М., изд-во "Недра", 1965.
- Дружинин Н.И. Развитие метода электрогидродинамических аналогий в применении к исследованиям фильтрации на больших территориях. Автореф. докт. дисс. М.-Л., 1956.
- Дружинин Н.И. Применение метода ЭГДА при исследовании фильтрации на больших территориях. М., Изд. ВИНТИ, 1957.
- Жерарден Л. Бионика. Перев. с франц. М., изд-во "Мир", 1971.
- Заидель А.Р. Построение карт изотерм на основе решения уравнения теплопроводности. - Труды Нилнефтегаз, вып. 10, М., Гостолтехиздат, 1963.
- Изъскания и оценка запасов промышленных подземных вод (Методическое пособие). Под ред. С.С. Бондаренко, Н.В. Ефремочкина. М., изд-во "Недра", 1971.
- Каменский Г.Н. Основы динамики подземных вод. М., Гостеолихиздат, 1943.
- Каменский Г.Н. Поиски и разведка подземных вод. М., Гостеолихиздат, 1947.
- Каменский Г.Н., Гавич И.К., Семенова С.М. Гидродинамическая характеристика различных видов потоков подземных вод. - Изв. вузов, серия "Геология и разведка", 1980, № 10.
- Карапетьянц М.Х. Химическая термодинамика. М.-Л., Госхимиздат, 1953.
- Кемени Дж., Снелл Дж., Томсон Дж. Введение в конечную математику. Перев. с англ. М., ИЛ, 1963.
- Кириллин В.А., Шейдидли А.Е. Термодинамика растворов. М.-Л., Госэнергоиздат, 1956.
- Крамбейн У., Грейбилл Ф. Статистические модели в геологии. Перев. с англ. М., изд-во "Мир", 1969.
- Куканов В.М. Процессы формирования сероводородных вод типа Мацесты. М., изд-во "Наука", 1988.

- Лейбензон Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М.-Л., ОГИЗ, Гостоптехиздат, 1947.
- Льюис Г., Рендалл М. Химическая термодинамика. Перев. с англ. Л., ОНТИ-ХИМТЕОРЕТ, 1936.
- Лялько В.И. Тепло- и массоперенос в подземных водах юго-запада русской платформы и сопредельных регионов. Автореф. докт. дисс. Киев, Ин-т геологических наук АН УССР, 1971.
- Лялько В.И., Митник М.М. О методе оценки скорости вертикальной фильтрации флюидов в слоистых системах и ее влияние на определения теплового потока. - Сб. "Вулканизм, гидротермы и глубины Земли". Материалы к III Всесоюзному вулкан. совещанию, Петропавловск-Камчатский, Дальневосточное книжное изд-во, 1968.
- Лялько В.И., Миткин М.М. Оценка величины вертикального перетока подземных вод и коэффициента слабopоницаемых пород с помощью геотермических методов. - Сб. "Применение геофизических методов при гидрогеологических и инженерно-геологических исследованиях". М., Изд-во ВИЭМС, 1970.
- Маскет М. Течение однородной жидкости в пористой среде. Перев. с англ. М.-Л., Гостоптехиздат, 1949.
- Математическая логика и ее применения. Сборник статей под ред. Э.Нагеля, П.Салпса и А.Тарского. Перев. с англ. М., изд-во "Мир", 1965.
- Матерон Ж. Основы прикладной геостатистики. Перев. с франц. М., изд-во "Мир", 1968.
- Миллер Р., Кан Дж. Статистический анализ в геологических науках. Перев. с англ. М., изд-во "Мир", 1965.
- Мирчик М.Ф. Нефтепромысловая геология. М., Гостоптехиздат, 1946.
- Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. М., ИЛ, 1958.
- Огильви Н.А. Сжимаемость глин и их равновесный состав в свете теории растворов. - Труды совещания по инженерно-геологическим свойствам горных пород и методам их изучения, т. I. Отделение геолого-геогр. наук. М., Изд-во АН СССР, 1956.
- Огильви Н.А. Вопросы теории геотемпературных полей в приложении к геотермическим методам разведки подземных вод. - Сб. "Проблемы геотермии и практического использования тепла Земли", т. I. М., Изд-во АН СССР, 1959.
- Огильви Н.А. Формализация оценок правдоподобия гидрогеологических гипотез. - Сб. "Применение математических методов при гидрогеологических и инженерно-геологических исследованиях", вып. 6. М., ВСЕГИНГЕО, 1968.
- Огильви Н.А. Математические модели карт физических или геологических полей. - Сб. "Применение геофизических методов при гидрогеологических и инженерно-геологических исследованиях". М., изд. ВИЭМС, 1970.
- Огильви Н.А., Востокова Е.А. Географические и геофизические методы поисков пресных подземных вод в пустынях. - Сб. "Гидрогеология аридных зон". М., изд-во "Недра", 1964.
- Огильви Н.А., Семендяева Л.В. Вычислительные методы интерпретации гидрохимической информации при поисках полезных ископаемых. - Сб. "Применение математических методов при гидрогеологических и инженерно-геологических исследованиях", вып. 34. М., ВСЕГИНГЕО, 1970.
- Огильви Н.А., Семендяева Л.В. Гидрогеологическая модель системы артезианских водоносных горизонтов по геофизической информации. - Сб. "Подземный сток и методы его исследования". М., изд-во "Наука", 1972.
- Огильви Н.А. О закономерностях движения воды в пористых средах. - Сб. "Вопросы оценки взаимосвязи поверхностных и подземных вод и качества воды". Изд-во МГУ, 1972.

- Основные формулы физики. Под ред. Д. Мензеля. М., ИЛ, 1957.
- Павловский Н.Н. Гидравлика, ч. 1. Л., Изд. Управления водного хозяйства Средней Азии и Государственного научно-мелиоративного института, 1928.
- Павлычева Л.В. Программы построения поверхностей различных гидрогеологических параметров алгебраическими многочленами по экспериментальным точкам. - Сб. "Применение математических методов при гидрогеологических и инженерно-геологических исследованиях", вып. 6. М., Изд. ВСЕГИНГЕО, 1968.
- Полубаринова-Кочина И.Я. Теория движения грунтовых вод. М., Гостехиздат, 1952.
- Поспелов Д.А. Логические методы анализа и синтеза схем. М., изд-во "Энергия", 1964.
- Рамм Д.В. Постановка задач аппроксимации зависимостей по экспериментальным данным в приложении к математическим задачам геологии, в частности к гидрохимическим методам разведки. - Сб. "Применение математических методов при гидрогеологических и инженерно-геологических исследованиях", вып. 6. М., ВСЕГИНГЕО, 1968.
- Рождественский А.П., Соколовский И.Л. Применение геоморфологических методов в структурно-геологических исследованиях, гл. 5. М., изд-во "Недра", 1970.
- Силин-Бекчурин А.И. Метод построения гидродинамических сетей для случая переменного удельного веса подземных вод по данным гидрогеологических наблюдений при бурении. - Сб. "Гидрогеология и инженерная геология", вып. 8. М., Изд. МГУ им. М.В. Ломоносова, 1941.
- Силин-Бекчурин А.И. К вопросу построения гидродинамических профилей пластовых соленых вод с переменной плотностью. - Вестник МГУ, геология, 1967, № 1.
- Справочник-определитель литологического состава поверхностных отложений и глубин залегания подземных вод. Под ред. Н.Г. Варецкого и Е.А. Востоковой. М., Сельхозгиз, 1963.
- Справочник химика, т. III. М.-Л., изд-во "Химия", 1964.
- Справочное руководство гидрогеолога, т. I. М.-Л., изд-во "Недра", 1967.
- Трайбус М. Термостатика и термодинамика. Перев. с англ. М., изд-во "Энергия", 1970.
- Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. М., изд-во "Мир", 1967.
- Физические свойства осадочного покрова территории СССР. Под ред. М.Л. Озерской, Н.В. Подобы. М., изд-во "Недра", 1967.
- Френкель А.А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. Перев. с англ. М., изд-во "Мир", 1966.
- Хаазе Р. Термодинамика необратимых процессов. М., изд-во "Мир", 1967.
- Хайбуллин И.Х., Борисов Н.М. Применение метода сравнительного расчета солей при высоких параметрах. Термодинамические и термохимические константы. М., изд-во "Наука", 1970.
- Хорн Р. Морская химия. Перев. с англ. М., изд-во "Мир", 1972.
- Худсон Д. Статистика для физиков. Перев. с англ. М., изд-во "Мир", 1967.
- Черч А. Введение в математическую логику. Перев. с англ. М., ИЛ, 1960.
- Шаров В.С. Механизм размокания и набухания глин. - Грозненский нефтяник, 1935, № 9-10.
- Шаров В.С. Глина как поверхностный (коллоидный) электролит и ее электролиз. - Докл. АН СССР, 1948, т. 60, № 5.
- Шейдеггер А.Э. Физика течения жидкостей через пористые среды. Перев. с англ. М., Гостоптехиздат, 1960.

- Шестаков В.М. О фильтрации в напорных горизонтах при выемке котлованов и карьеров. — Изв. АН СССР. ОTH, 1982, № 2.
- Шестаков В.М. О влиянии упругого режима фильтрации в разделяющих слоях на взаимодействие водонесных горизонтов. — Изв. вузов, серия "Геология и разведка", 1983, № 10.
- Шиллов Г.Е. Математический анализ. Изд. 2. М., Физматгиз, 1981.
- Шиханович Ю.А. Введение в современную математику. М., изд-во "Наука", 1965.
- Шелкачев В.Н. Упругий режим пластовых водонапорных систем. М., Гостоптехиздат, 1948.
- Шелкачев В.Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. М., Гостоптехиздат, 1959.
- Эверет Д. Введение в химическую термодинамику. Перев. с англ., М., ИЛ, 1963.
- Emseillem Y., Prudhomme P. Traitement des mesures hydrogéologiques à l'aide de modèles. — Ann. mines, 1967, N 1.
- Jacquard P., Lanchon M., Lanvergeres J., Saint-Yves M. Modèle numérique général à trois dimensions, de simulation de gisement contenant trois fluides. IIIème Congrès Mondial Pétrole. Mexico, 1967.
- Joule J. Philos. Mag., 1843 (3), 38, 23.
- Landolt Börnstein. Physikalisch-chemische Tabellen. Erster Teil. Berlin, 1931.
- Prudhomme P. Représentativité des simulateurs utilisés pour l'étude de la recharge artificielle des nappes. — Sympos. Haifa, 1967, publ. N 72, A.I.H.S.
- Prudhomme P., Souquet G. Principe de l'analogie électrique et utilisation pratique des modèles électriques. — Chronique hydrogéol., 1964, N 4.
- Teissier J. Exemples de problèmes hydrogéologiques résolus par analogie électrique. — Chronique hydrogéol., 1964, N 4.

# Оглавление

---

Предисловие . . . . .	3
Глава 1. ПОЛЯ И ВОПРОСЫ МЕТОДОЛОГИИ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ . . . . .	7
Определение понятия полей . . . . .	7
Физические поля . . . . .	8
Геологические поля . . . . .	9
Горно-геометрические поля . . . . .	9
Неметрические поля . . . . .	10
Взаимосвязь между полями . . . . .	10
Методы гидрогеологических исследований . . . . .	11
Модели в гидрогеологии . . . . .	16
Формализации оценок правдоподобия гидрогеологических ги- потез . . . . .	28
Глава 2. АНАЛИЗ И КОДИРОВАНИЕ КАЧЕСТВЕННОЙ ГИДРОГЕОЛО- ГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ . . . . .	36
Качественная геологическая информация . . . . .	36
Представление качественной или количественной геологичес- кой информации в виде терм . . . . .	39
Использование графиков терм для составления легенд синте- тических гидрогеологических или других геологических карт . . . . .	43
Изображение разрезов скважин в виде ступенчатых кривых кодowych символов . . . . .	46
Использование терм для составления кодов векторных величин, получаемых в результате изучения материального состава горных пород . . . . .	47
Кодовое изображение рельефа земной поверхности . . . . .	51
Формализация методов "аналогий" при гидрогеологических или других геологических исследованиях . . . . .	58
Применение теории конечных автоматов для выяснения взаи- мосвязей в геологических или гидрогеологических системах . . . . .	59
Глава 3. ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ ПОЛЯ . . . . .	63
Горная порода как термодинамическая система . . . . .	63
Множества, включаемые в состав горных пород . . . . .	64
Свойства Объектов . . . . .	65
Парциальные величины . . . . .	71
Химический потенциал веществ в горных породах . . . . .	82
Некоторые физико-химические особенности глинистых пород . . . . .	85

Глава 4. ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ВОДООБМЕНА В ГОРНЫХ ПОРОДАХ	90
Задачи изучения процессов водообмена	90
Уравнение Дарси, как исходная гипотеза для моделей первого приближения	92
Взаимосвязанные процессы переноса	93
Некоторые уточнения для коэффициента проницаемости	98
Силы, обуславливающие перенос веществ в горных породах	104
Потенциал обобщенных термодинамических сил	111
Обобщенные уравнения переноса	125
Расчет процессов водообмена на основе принципа наименьшего действия	130
Приложение I. Аппроксимация полей непрерывными функциями координат	136
Приложение II. Расчет полей давлений или потенциалов подземных вод, исходя из принципа наименьшего действия	144
Приложение III. Расчет поля водопроницаемости с учетом теоретических представлений о процессах фильтрации	148
Литература	154

НИКОЛАЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ ОГИЛЬВИ

# ФИЗИЧЕСКИЕ И ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ ПОЛЯ В ГИДРОГЕОЛОГИИ

Утверждено к печати Институтом водных проблем Академии наук СССР

Редактор И.Н. Николаева. Обложка художника С.Б. Ганкина. Художественный редактор А.Н. Жданов. Технический редактор Е.К. Полухарова.

Подписано к печати 6/IX - 74 г. Т - 13168. Усл. печ. л. 10,0. Уч.-изд. л. 10,7  
Формат 60 x 90 1/16. Бумага офсетная № 1. Тираж 1250 экз. Тип. зак. 1216  
Цена 1 р. 07 к.

Книга издана офсетным способом

Издательство "Наука", 103717 ГСП, Москва, К-82, Подсосенский пер., 21  
1-я типография издательства "Наука". 199034, Ленинград, В-34, 9-я линия, 12