

Овчинников М.Н.

**ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ
ИССЛЕДОВАНИЙ ПЛАСТОВ
МЕТОДОМ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ
ВОЛН ДАВЛЕНИЯ**

Казань
ЗАО «Новое знание»
2003

УДК 532.546+622.32+622.276
ББК 22.253.3+33.36
О-35

Научный редактор
Профессор Ю.М. Молокович.

Овчинников М.Н.

О-35 Интерпретация результатов исследований пластов методом
фильтрационных волн давления. – Казань: ЗАО «Новое знание»,
2003. – 84 стр.

ISBN 5-89347-184-9

Рассматриваются вопросы интерпретации результатов исследований
фильтрационных параметров пластов нестационарными
гидродинамическими методами.

Показано, как с помощью метода фильтрационных волн давления,
можно разделить эффекты, вносимые в процесс нестационарной
фильтрации, релаксационными свойствами среды, неоднородностью
распределения параметров в ней, наличием предельного градиента
давления и пелиейными зависимостями параметров среды от давления.

Книга предназначена для специалистов, занимающихся
исследованиями в области нестационарной фильтрации, интерпретаторов
результатов гидродинамических экспериментов в скважинах.

УДК 532.546+622.32+622.276
ББК 22.253.3+33.36

ISBN 5-89347-184-9

© Овчинников М.Н., 2003.
© ЗАО «Новое знание»,
оформление, 2003.

Список обозначений

p	давление
p_c	амплитуда давления на забое возмущающей скважины
p_r	амплитуда давления на забое реагирующей скважины
q	дебит
q_c	амплитуда дебита на возмущающей скважине
r	расстояние от оси скважины, расстояние между скважинами
r_*	расстояние до удаленной точки
t	время
k	проницаемость
h	толщина пласта
ρ	плотность жидкости
μ	вязкость жидкости
χ	пьезопроводность
ϵ	гидропроводность
r_c	(приведенный) радиус скважины
g_0	предельный (начальный) градиент давления
w	скорость фильтрации
$\Delta\varphi$	разность фаз
τ_q	время релаксации по дебиту
τ_p	время релаксации по давлению
ω	круговая частота
$\omega t + \delta_q, \delta_q$	фаза гармоники дебита, сдвиг фазы гармоники дебита
$\omega t + \delta_c, \delta_c$	фаза гармоники давления на возмущающей скважине, сдвиг фазы гармоники давления на возмущающей скважине
$\omega t + \delta_r, \delta_r$	фаза давления на реагирующей скважине, сдвиг фазы давления на реагирующей скважине
$K_0(x)$	функция Бесселя мнимого аргумента второго рода нулевого порядка
$K_1(x)$	функция Бесселя мнимого аргумента второго рода первого порядка
$I_0(x)$	модифицированная функция Бесселя мнимого аргумента первого рода нулевого порядка
$Ei(x)$	интегральная показательная функция
$\theta(t)$	единичная функция Хевисайда
$\delta(t)$	функция Дирака
$\gamma - 1.781$	постоянная Уйлера
$\operatorname{ker}(x), \operatorname{kei}(x)$	функции Томсона

Введение

Эффективное управление разработкой нефтяных месторождений предполагает знание значений фильтрационных параметров пластов (ФПП) в околоскважинном и межскважинном пространстве. Речь идет, прежде всего, о гидропроводности и пьезопроводности. Конечно, эти параметры можно оценивать по данным геофизических исследований и лабораторных исследований кернов, однако достоверная информация о фильтрации в пласте может быть получена только по результатам гидродинамических экспериментов. И здесь весьма актуальным является вопрос корректной интерпретации получаемых промысловых данных.

Исследования пластов проводятся в условиях как стационарной, так и нестационарной фильтрации. В последнем случае достигается большая информативность при меньшем времени наблюдения. Подходы к исследованию фильтрационных параметров нестационарными гидродинамическими методами для случая однородного и изотропного пласта, в рамках модели классического упругого режима фильтрации по закону Дарси были разработаны в 50–60-е годы прошлого века [1-4, 23, 24]. Речь идет о методах фильтрационных (гармонических) волн давления (ФВД), кривых восстановления давления (КВД), взаимодействия скин-эффекта, задания гидродинамических импульсов. В данной работе рассматривается только метод фильтрационных волн давления.

Со временем стало ясно, однако, что далеко не всегда классическая модель упругого режима эффективно применима при интерпретации результатов исследований в реальных насыщенных пористых средах. В результате были созданы модели, учитывающие нелинейные эффекты [1, 6, 14], неоднородности распределения параметров, релаксационные процессы [9], предельный градиент давления [8] и т.д. Одновременно возникла необходимость адекватного выбора моделей и различения вкладов тех или иных механизмов при интерпретации результатов гидродинамических исследований.

В предлагаемой вниманию читателя работе рассматриваются вопросы исследования пластов волновыми, в гидродинамическом смысле, методами в рамках различных модельных подходов к описанию фильтрации; приводятся способы расчетов фильтрационных параметров пластов и тесты для выбора модели, реалистично описывающей процесс фильтрации в каждом конкретном случае.

ГЛАВА 1. Метод ФВД и примеры его использования

§ 1. Рассматриваемые модели фильтрации

В данном параграфе приводятся описания фильтрационных моделей, рассматриваемых в книге. Учитывая, что вопросам обоснования и выводов соответствующих уравнений посвящено большое количество работ [1,9,14,16,23,24,25], ограничимся кратким изложением. Из огромного количества модельных подходов, используемых для описания фильтрации жидкостей в пористых средах, рассмотрим лишь семь, наиболее распространенных и существенных, на наш взгляд, с точки зрения интерпретации результатов исследований пластов нестационарными гидродинамическими методами.

При решении задач в данной книге используются методы механики сплошных сред.

Фильтрация предполагается плоскорадиальной, одиночный пласт изотропным и переменное во времени давление зависит только от пространственной координаты r . Считается, что пласт горизонтальный и бесконечный с однородным распределением параметров по толщине и разбурен одиночной вертикальной скважиной. Толщина пласта и вязкость жидкости постоянны, так же, как и проницаемость, за исключением случая фильтрации в неоднородных средах.

Из семи, рассматриваемых ниже моделей пять – линейные и две нелинейные, среди линейных моделей одна – с неоднородным распределением проницаемости по пласту. Для каждой модели мы запишем закон фильтрации и соответствующее дифференциальное уравнение для давления.

Иногда для оценок бывает удобно использовать решения уравнений фильтрации для точечных источников – стоков в виде сверток функций произвольных дебитов с фундаментальными решениями уравнений для давления. В Приложении 1 приводятся необходимые для этого формулы.

Модель 1. Модель классического упругого режима фильтрации – модель В.П.Щелкачевса [25].

Закон фильтрации

$$w(r,t) = -\frac{k}{\mu} \nabla p(r,t), \quad (1.1)$$

уравнение для давления в случае плоскорадиальной фильтрации

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = \chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p(r,t)}{\partial r}. \quad (1.2)$$

Здесь $w(r, t)$ – скорость фильтрации, k – проницаемость, μ – вязкость, $p(r, t)$ – давление, t – время, χ – пьезопроводность, r – расстояние от скважины.

Модель 2. Фильтрация с конечной скоростью распространения возмущений – модель С.А.Христиановича [11,23]. Отличается от предыдущего случая тем, что описывается уравнением гиперболического типа с конечной скоростью распространения возмущений. Неравновесность закона фильтрации учитывается путем введения времени релаксации τ_q в закон фильтрации

$$w(r, t) + \tau_q \frac{\partial w(r, t)}{\partial t} = -\frac{k}{\mu} \nabla p(r, t), \quad (1.3)$$

а уравнение для давления в случае плоскорадиальной фильтрации записывается в виде

$$\tau_q \frac{\partial^2 p(r, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial p(r, t)}{\partial t} = \chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p(r, t)}{\partial r}. \quad (1.4)$$

Модель 3. Фильтрация в трещиновато-пористых средах – модель Г.И.Баренблатта [1,11] (в упрощенной постановке). Вводится постоянная времени, характеризующая переток жидкости между подсистемами – τ_p .

Закон фильтрации

$$w(r, t) = -\frac{k}{\mu} \nabla \left(p(r, t) + \tau_p \frac{\partial p(r, t)}{\partial t} \right), \quad (1.5)$$

уравнение для давления в случае плоскорадиальной фильтрации

$$\frac{\partial p(r, t)}{\partial t} = \chi \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \left(p(r, t) + \tau_p \frac{\partial p(r, t)}{\partial t} \right). \quad (1.6)$$

Модель 4. Двухрелаксационная модель Ю.М. Молоковича [9,11]. В [11] также подробно описана специфика задания начальных условий для релаксационных моделей. Неравновесные эффекты учитываются законом фильтрации вида

$$w(r, t) + \tau_q \frac{\partial w(r, t)}{\partial t} = -\frac{k}{\mu} \nabla \left(p(r, t) + \tau_p \frac{\partial p(r, t)}{\partial t} \right), \quad (1.7)$$

Для плоскорадиальной фильтрации приводит к дифференциальному уравнению для давления параболического типа с бесконечной скоростью распространения возмущений:

$$\tau_q \frac{\partial^2 p(r,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = \chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \left(p(r,t) + \tau_p \frac{\partial p(r,t)}{\partial t} \right). \quad (1.8)$$

Данную модель можно рассматривать в терминах расширенной необратимой термодинамики [20], представив (1.8) в виде

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial t} + \tau_q \frac{\partial^2 p(r,t)}{\partial t^2} = \chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} p(r,t) + l^2 \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} p(r,t), \quad (1.9)$$

где τ_q – параметр временной нелокальности фильтрационного релаксационного процесса, а $l = \sqrt{\chi \tau_p}$ – характерный масштаб пространственной нелокальности (корреляционная длина).

Модель 5. Фильтрация в неоднородных по проницаемости пластах: $k = k(r)$.

Для этого случая закон фильтрации запишется как

$$w(r,t) = -\frac{k(r)}{\mu} \nabla p(r,t). \quad (1.10)$$

За исключением некоторых частных случаев аналитически решить задачи фильтрации для уравнения (1.10) фильтрации в неоднородных пластах не представляется возможным и приходится использовать численные методы.

Модель 6. Модель фильтрации ньютоновской вязкопластичной жидкости в подходе А.Х. Мирзаджанзаде [8] с введением предельного начального градиента давления – g_0 .

Закон фильтрации

$$w(r,t) = -\frac{k}{\mu} \begin{cases} \nabla p(r,t) - g_0 \frac{\nabla p}{|\nabla p|}, & \nabla p > g_0 \\ 0, & \nabla p \leq g_0 \end{cases} \quad (1.11)$$

Модель 7. Нелинейные эффекты следует рассматривать, в частности, при описании фильтрации с учетом деформации коллекторов [1,6,15,16].

Закон фильтрации

$$w(r,t) = -\frac{k(p)}{\mu} \nabla p(r,t), \quad (1.12)$$

уравнение для давления в случае плоскорадиальной фильтрации

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r Z(p) \frac{\partial p(r,t)}{\partial r} \right]. \quad (1.13)$$

В данной работе рассматривается лишь вариант нелинейной фильтрации с экспоненциальной зависимостью проницаемости от давления

$$p = p_0 \exp(-b(p - p_0)). \quad (1.14)$$

Данный режим, следуя [1] можно назвать нелинейно-упругим режимом фильтрации.

§ 2. Примеры натуральных исследований пластов методом ФВД

В данном параграфе приводятся примеры натуральных исследований пластов методом фильтрационных волн давления (ФВД) и созданием одиночных гидродинамических импульсов. Приводимые ниже экспериментальные результаты основываются на работах, проведенных сотрудниками кафедры радиоэлектроники Казанского университета [9,17,27].

При исследовании скважин методом фильтрационных волн давления следует сказать о необходимости выделения частотных интервалов гидродинамических воздействий, в пределах которых можно говорить, собственно, о фильтрации жидкости. Действительно, при частотах изменения давления превышающих c_s/d , где c_s – характерная скорость распространения упругих колебаний, d – размер пор и межпоровых каналов, мы, очевидно, сталкиваемся с нарушением условий континуального перехода к описанию фильтрации в рамках сплошной среды и имеем дело с задачей распространения ультразвуковых волн в пористой среде с неоднородными границами. Также и изменения давления жидкости на границе жидкость–насыщенная жидкостью пористая среда в области звуковых частот 10^1 – 10^4 Гц, следует, очевидно, рассматривать в рамках подходов Био и Николаевского к распространению упругих колебаний в насыщенных пористых средах [14,26].

Таким образом, при проведении межскважинных исследований методами фильтрационных гармонических волн давления речи следует вести, как правило, о колебаниях с частотами менее 1 Гц. В скважинных условиях, обычно, имеют дело с воздействиями, периоды которых составляют минуты, а чаще часы и сутки, что соответствует частотам менее 10^{-2} Гц. Поэтому в данной работе мы и будем рассматривать колебания дебитов и давлений на частотах милли- и микрогерцового диапазона, имея в виду прежде всего фильтрационно–гидродинамические, а не упруго–акустические эффекты.

Заметим, что, математически, в решениях уравнений классического упругого режима фильтрации «обрезание» высоких частот осуществляется за счет экспоненциального затухания амплитуд колебаний давлений вида $\exp(-r\sqrt{\omega/\chi})$ (см. (12.19)).

Рассмотрим пример исследования межскважинных интервалов методом ФВД для случая однопластовой системы с терригенным коллектором [27].

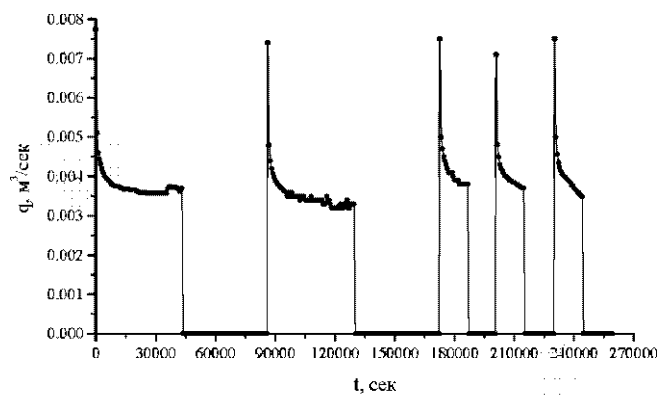


Рис.2.1а. Изменение дебита на возмущающей скважине.

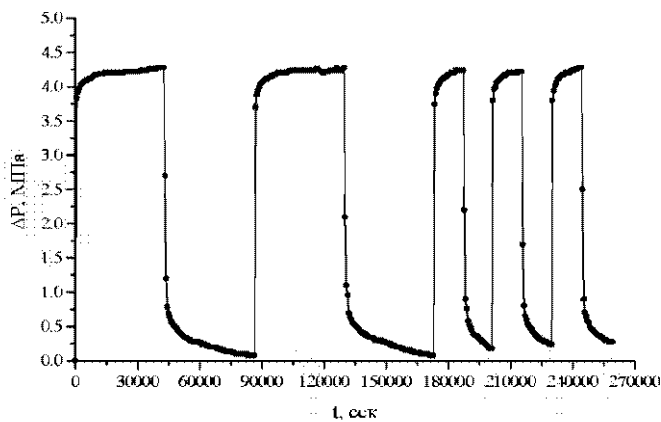


Рис.2.1б. Изменение давления на возмущающей скважине.

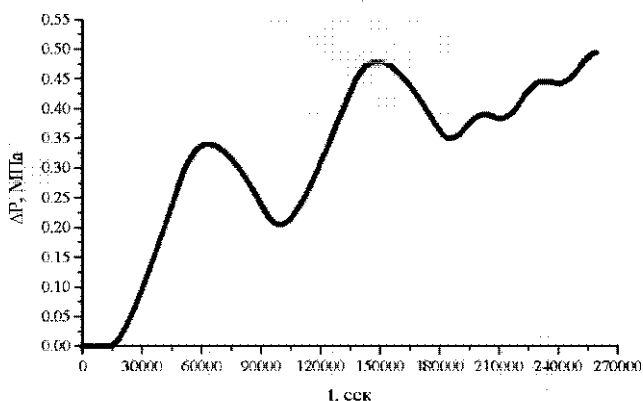


Рис.2.1в. Изменение давления на реагирующей скважине.

На рис.2.1а показано изменение дебита нагнетания на возмущающей скважине, на рис.2.1б — соответствующее изменение давления на возмущающей скважине, а на рис.2.1в — изменение давления на реагирующей скважине. Колебания дебита в режиме нагнетание—простой задавались сначала с периодами 24 часа (показано 2 периода), а затем 8 часов (показано 3 периода). Из этих рисунков нетрудно увидеть существование фазового сдвига между колебаниями дебита и давления на возмущающей скважине; уменьшение амплитуд сигналов, регистрируемых на принимающей скважине при увеличении частоты колебаний дебита. Анализ амплитуд и фаз гармоник Фурье — разложения полученных сигналов (кривых изменения дебита, давления на возмущающей скважине и давления на реагирующей скважине) позволяет рассчитать такие фильтрационные параметры пласта, как гидропроводность ϵ , преепроводность χ и приведенный радиус скважины r_c . Формулы приведены в Приложении 2.

В качестве самостоятельного вида исследования околоскважинного пространства пласта можно выделить метод самопрослушивания скважин, когда на исследуемой скважине задаются периодические изменения дебита и регистрируются возникающие изменения давления. По сдвигам фаз между соответствующими гармониками дебита и давления и по отношениям амплитуд определяются значения фильтрационных параметров гидропроводности ϵ и комплекса χ/r_c^2 вблизи скважины. Так, на рис.2а и рис.2б показана частотная зависимость (ω — угловая частота) сдвигов фаз $\Delta\varphi$ между давлением и дебитом для терригенного и

трещиновато-пористого коллектора [17] и варианты аппроксимации полученных наборов точек в рамках модели 1 и модели 3. Использование формулы (112.8) для первого случая не приводит к удовлетворительным результатам, для второго же случая, подход Г.И.Баренблатта вполне удовлетворительно описывает ситуацию.

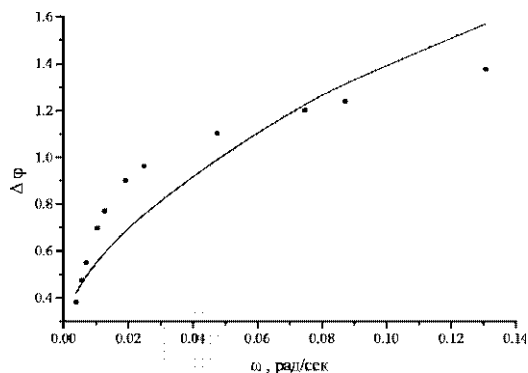


Рис.2.2а. Зависимость разности фаз между первыми гармониками Фурье – разложения дебита и давления от частоты. Случай терригенного коллектора.

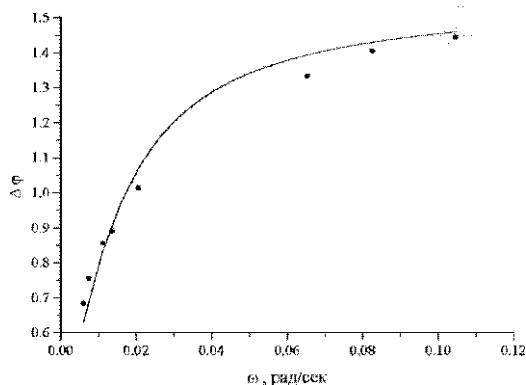


Рис.2.2б. Зависимость разности фаз между первыми гармониками Фурье–разложения дебита и давления от частоты. Случай трещиновато-пористого коллектора.

Другой способ расчета ФПП – задание одиночных импульсов дебитов и, соответственно, давлений на возмущающей скважине и исследование отклика по давлению на контрольной скважине. Пример показан на рис.2.3. Здесь изображен импульс давления на возмущающей скважине (кривая 1) и вид соответствующей реакции на него в контрольной скважине (кривая 2). Значения давлений для каждой из скважин нормированы, для удобства наблюдения, на свои максимальные значения. Аналитические выражения рассмотрены в §10. Аппроксимация кривой реагирования интегральными показательными функциями показана кривой 3.

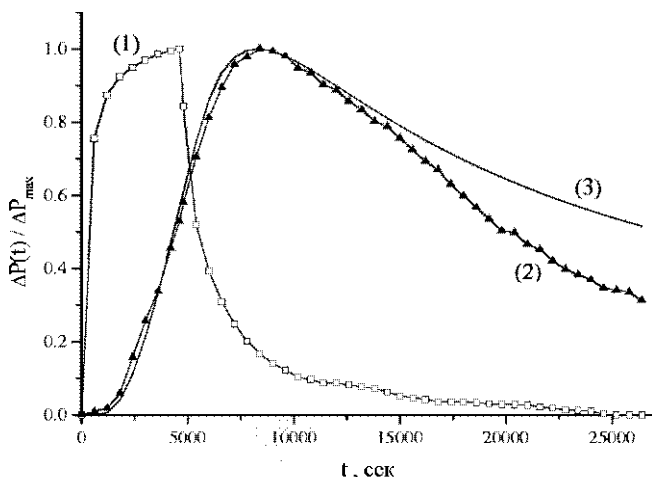


Рис.2.3. Изменение во времени давления на возмущающей скважине (полные квадратики), реагирующей скважине (треугольники) и аналитическая аппроксимация функции отклика на реагирующей скважине (кривая 3).

§ 3. Примеры численных решений уравнений нестационарной фильтрации

В данном разделе приводятся результаты численного моделирования фильтрационных волн давления в рамках различных моделей фильтрации. Напелой задачей было выявление особенностей в форме сигналов, а именно, кривых изменений давлений на возмущающей скважине и в удаленной от нее реагирующей скважине при задании на возмущающей скважине периодических изменений дебита. Количественные оценки рассмотрены в главе 3 и в Приложении 2. Численное моделирование [18] использовалось для того, чтобы рассмотреть возникающие особенности «в чистом виде», без суперпозиции различных эффектов, что неизбежно происходит в натуральных условиях.

В качестве базового варианта для расчетов была использована модель однородного и изотропного пласта толщиной $h=1\text{м}$ и проницаемостью k_0 1 дарси, насыщенного однородной жидкостью с вязкостью μ 1 мПа·с. Пласт разбурен одиночной скважиной, работающей с дебитом $q(t)$, изменяющимся с периодом T 24 часа. Дебит задается в виде последовательности импульсов прямоугольной формы в режиме отбор – простой. Начальное давление в пласте задавалось одинаковым для всех экспериментов. В результате, в пласте возникали периодические изменения давления, в том числе и на стенке возмущающей скважины. Точка наблюдения находится на расстоянии $r=219$ м. Для удобства сравнений все давления в пределах отдельного рисунка нормированы на максимальное значение.

Сравним виды кривых давления, получающиеся для модели 1 и модели 2. На рис.3.1а показано изменение давления на возмущающей скважине для случая $\tau_q = 0$ (модель 1) и $\tau_q = 10000$ с (модель 2), а на рис.3.1б – на контрольной скважине. Отличия в результатах слаборазличимы при $\omega\tau_q \ll 1$. При достаточно больших τ_q наблюдаются рост амплитуды колебаний давления на возмущающей скважине и увеличение сдвига фаз между соответствующими гармониками Фурье – разложения изменений давления на возмущающей и контрольной скважинах.

Физически это соответствует снижению влияния диффузионной компоненты в уравнении (П1.6) и приближению к волновому характеру распространения сигналов в системе, другими словами, в описании процесса осуществляется переход от параболического (П1.1) к гиперболическому (П1.4) типу уравнения фильтрации.

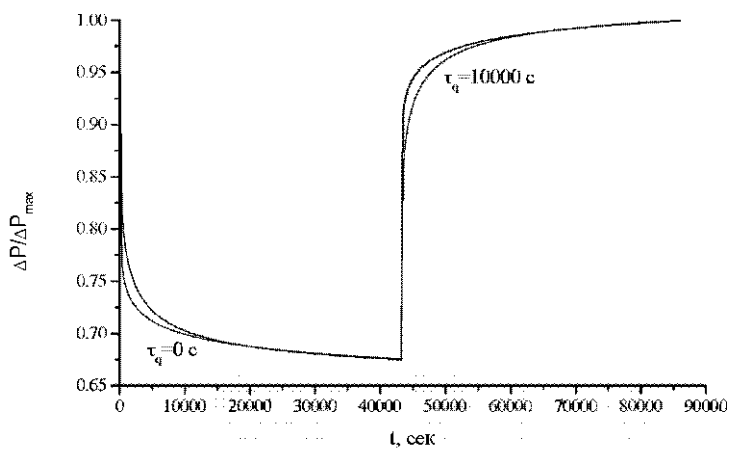


Рис.3.1а. Изменения давлений на возмущающей скважине для времен $\tau_q=0$ и $\tau_q=10000$ с.

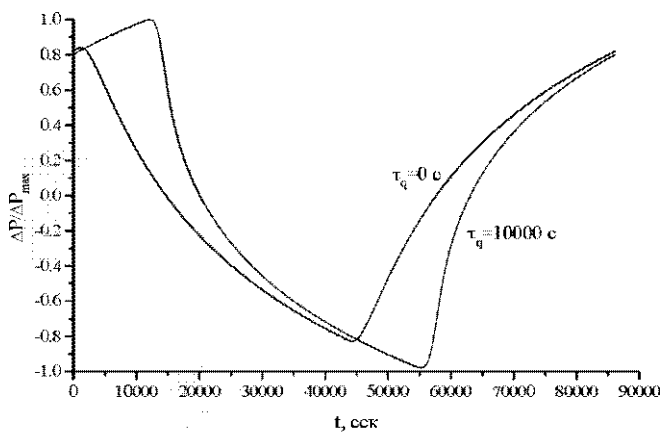


Рис.3.1б. Изменения давлений на контрольной скважине для времен $\tau_q=0$ и $\tau_q=10000$ с.

Рассмотрим теперь вид кривых давления, получающихся для модели 1 и модели 3. На рис.3.2а показано изменение давления на возмущающей скважине для случаев $\tau_p=0$ (модель 1) и $\tau_p=5$ с, $\tau_p=10$ с, $\tau_p=30$ с и $\tau_p=50$ с (модель 3), а на рис.3.2б – на контрольной скважине. Мы видим, что по мере роста τ_p вид сигнала существенно деформируется. На возмущающей скважине он приближается к пилообразному, что соответствует уменьшению роли нечетных гармоник Фурье – разложения. Существенно меняются и фазы соответствующих гармоник.

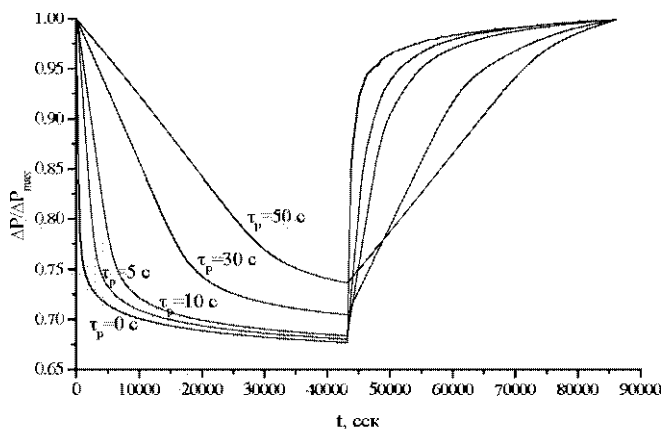


Рис.3.2а. Изменения давлений на возмущающей скважине для времен $\tau_p=0$, $\tau_p=5$ с, $\tau_p=10$ с, $\tau_p=30$ с и $\tau_p=50$ с.

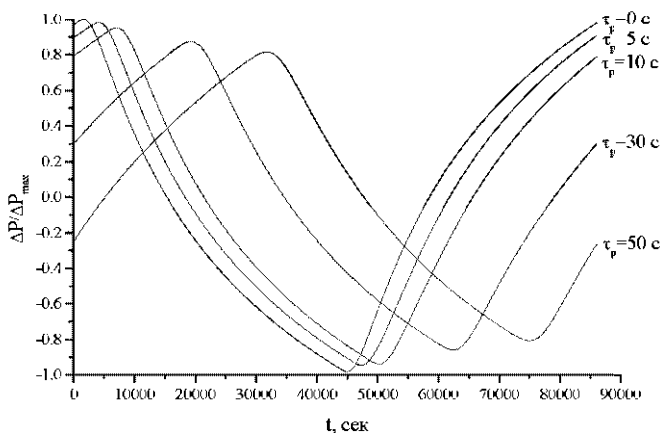


Рис.3.26. Изменения давлений на реагирующей скважине для времен $\tau_p=0$, $\tau_p=5$ с, $\tau_p=10$ с, $\tau_p=30$ с и $\tau_p=50$ с.

Рассмотрим теперь пример численного расчета распространения ФВД в неоднородных средах для предельно простой ситуации, когда в пласте имеется неоднородность по проницаемости, заданная в виде ступенчатой функции от расстояния от скважины:

$$k = \begin{cases} k_0, & r < r_a \\ \alpha k_0, & r > r_a \end{cases} \quad (3.1)$$

Такая ситуация может моделировать, например, неоднородность типа «призабойная зона – остальная часть пласта».

На рис.3.3 показаны изменения давления в контрольной скважине при различных расстояниях от скважины до местоположения скачка для проницаемости $r_a = 0.2, 10, 100$ м. Мы видим, что наблюдается как изменение амплитуд, так и фаз колебаний давления.

Аналитические решения для этой ситуации были впервые получены в [10]. Более сложные варианты задания неоднородностей предполагают численное решение уравнений фильтрации. Проблема заключается в том, что, обычно, мы не знаем этих распределений.

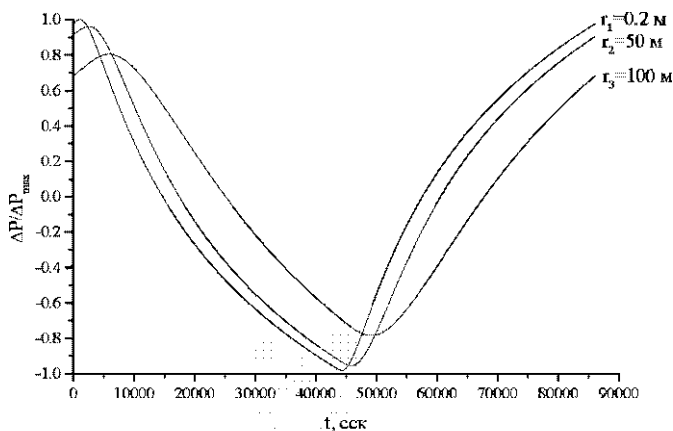


Рис.3.3. Изменения давлений на контрольной скважине для $r_\alpha = 0.2, 10, 100$ м.

Решения для волн давления в модели с предельным (начальным) градиентом давления при выполнении условия

$$\left| \frac{\partial p}{\partial r} \right| > g_0 \quad (3.2)$$

всюду по области фильтрации, получены в [9]. Зачастую, однако, реализуется ситуация, когда условие (3.2) не выполняется. Поэтому остается путь численного решения пеллпейного уравнения фильтрации.

В этом случае, для данной модели фильтрации наблюдается эффект трансформации сигналов в квазипрямоугольные, отмеченный в [1]. Это связано с обрезаем фильтрационных компонент с малыми градиентами давления. Действительно, такая ситуация наблюдается и на возмущающей скважине и на принимающей, что показано на рис.3.4а и рис.3.4б.

Отметим, что, начиная с некоторых предельных значений градиента давления $\left| \frac{\partial p}{\partial r} \right| = g_0$, фильтрация прекращается, и сигналы попросту не будут доходить до реагирующей скважины.

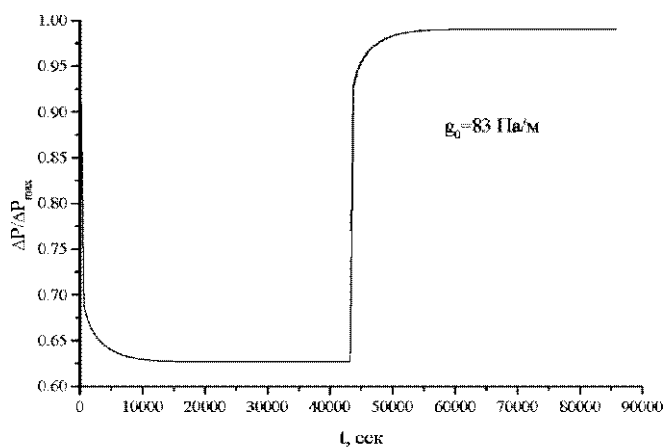


Рис.3.4а. Изменения давлений на возмущающей скважине для $g_0=0$ и 83 Па/м.

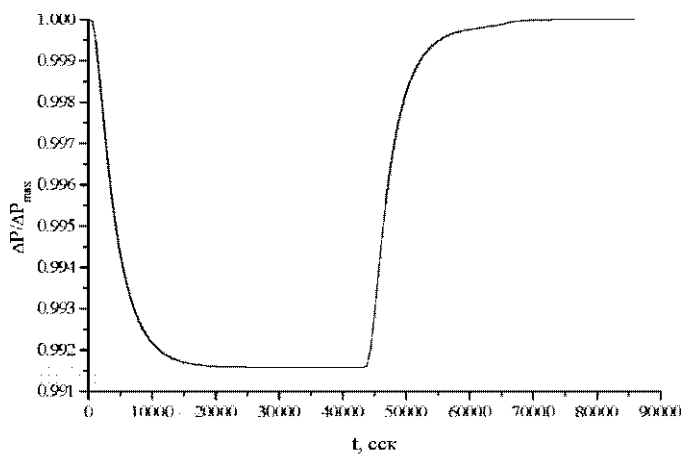


Рис.3.4б. Изменения давлений на контрольной скважине для $g_0=83 \text{ Па/м}$.

Для иллюстрации распространения ФВД в среде с нелинейной зависимостью проницаемости от давления будем использовать представление вида

$$k = k_0 e^{-b(p-p_0)} \quad (3.3)$$

Результаты численного расчета давления при значениях параметра b показаны на рис.3.5а и рис.3.5б. Одно из проявлений нелинейности заключается в том, что виды кривых изменений давления на возмущающей скважине на четных и нечетных полупериодах существенно отличаются друг от друга, что связано с различным временем пребывания системы в состояниях с пониженным значением проницаемости на протяжении этих полупериодов. Различие же в кривых изменения давления в удаленной точке – реагирующей скважине незначительно, поскольку существенным образом эффект нелинейности проявляется лишь вблизи скважины (в данной постановке экспериментов).

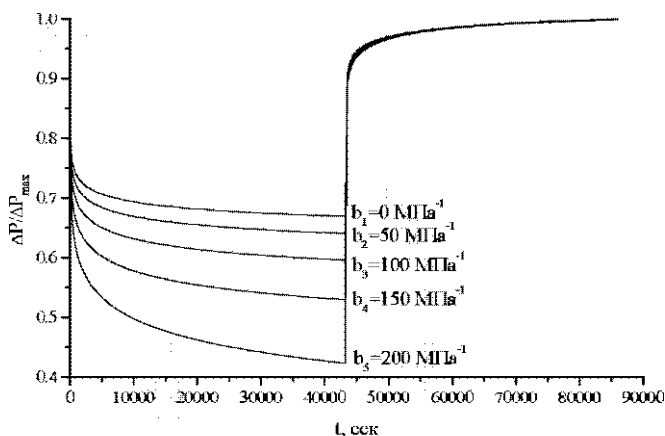


Рис.3.5а. Изменения давления на возмущающей скважине для $b = 0, 50, 100, 150$ и 200 MPa^{-1} .

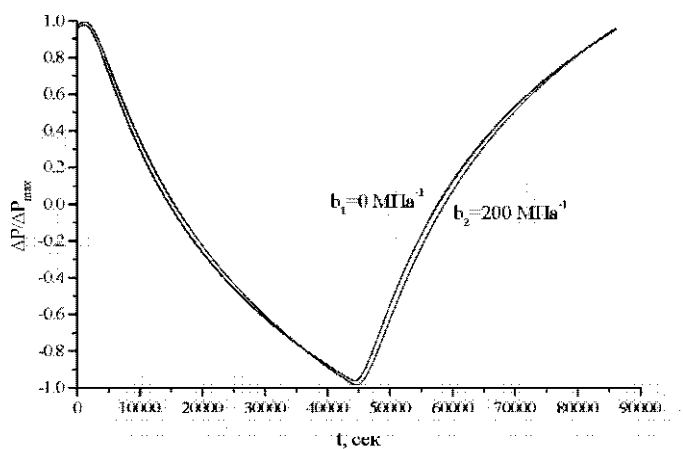


Рис.3.56. Изменения давлений на контрольной скважине для $b = 0$ и 200 МПа^{-1} .

ГЛАВА 2. Что следует учитывать при анализе результатов метода ФВД

§ 4. Вопросы обработки результатов исследований межскважинного пространства методом ФВД

Проведение исследований межскважинного пространства методом ФВД имеет ряд особенностей [2,4,9], поэтому следует сделать несколько замечаний в отношении интерпретации получаемых результатов.

Замечание 1. О форме сигналов.

Ниже мы будем называть формой сигнала вид зависимости дебита $q(t)$ или забойного давления $p_c(t)$ от времени. В теории метода ФВД обычно рассматриваются задачи, в которых колебания дебита скважины с периодом $T = 2\pi/\omega$ задаются либо гармоническими функциями вида

$$q(t) = q_0 \sin(\omega t), \quad (4.1)$$

$$q(t) = q_0 \cos(\omega t), \quad (4.2)$$

либо дебиты задаются в виде последовательности сигналов прямоугольной формы с суммарным за период дебитом равным нулю, когда закачка и отбор скомпенсированы

$$q(t) = q_0 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\pi} \frac{\sin((2n+1)\omega_0 t)}{(2n+1)} \right], \quad (4.3)$$

либо в виде не скомпенсированного по полупериодам дебита в режиме «нагнетание–простой»

$$q(t) = q_0 \left[\frac{1}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\pi} \frac{\sin((2n+1)\omega_0 t)}{(2n+1)} \right]. \quad (4.4)$$

Заметим, что в реальных условиях такая «математическая идеализация» труднодостижима, поэтому форма импульсов дебитов имеет вид искаженных прямоугольников при задании режимов работы скважины в виде «нагнетание–простой» или «отбор–простой», что видно из рис.2.1а.

Периодическая часть сигнала по дебиту, в результате, записывается в виде

$$q_{\text{пер}} = \sum_0^{\infty} q_n \cos(\omega_n t + \delta_n), \quad (4.5)$$

где $(\omega_n t + \delta_n)$ – фаза n -ой гармоники, при этом сдвиг фазы δ_n теперь не будет равным нулю, в отличие от идеализированных сигналов прямоугольной формы, описываемых формулами (4.3) и (4.4).

Замечание 2. О компенсации отбора и закачки при исследованиях методом ФВД.

На практике бывает затруднительно задавать колебания дебитов таким образом, чтобы объем закачанной (отобранной) жидкости в скважину за первые полпериода был бы равен объему отобранному (закачанному) из скважины за вторые полпериода. Обычно происходит смена режимов «закачка – простой», «отбор – простой» или их комбинации. При этом в пласте возникает и со временем нарастает нескомпенсированный объем закачанной или отобранной жидкости. В результате, наблюдается общее повышение (понижение) давления, что видно из рис.4.1. Здесь показано общее решение для изменения давления (кривая 1) в фиксированной точке наблюдения, которое представляет собой суперпозицию решения для собственно гармонических фильтрационных волн давления (кривая 2) и решения задачи о пуске скважины с постоянным дебитом (кривая 3). Для линейных систем при разделении вкладов этих двух процессов в общее решение должны получиться одни и те же значения параметров пластов. Этот факт может быть использован для контроля вычислений.

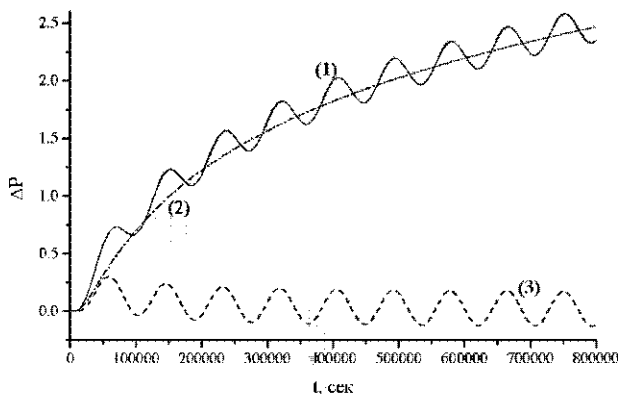


Рис.4.1. Пример расчета давления в контрольной точке при задании на возмущающей скважине дебита в виде суммы периодической и постоянной составляющих дебита.

Замечание 3. О применении Фурье – разложений.

К настоящему времени создано достаточно большое число методов количественного анализа сложных сигналов, хотя, главенствующим, остается метод Фурье.

По результатам измерений дебитов и давлений, полученных методом ФЭИ, обычно осуществляется Фурье – анализ сигналов (изменений во времени этих дебитов и давлений) и сравниваются амплитуды и фазы соответствующих гармоник разложения. Далее, по отношениям амплитуд и разностям фаз соответствующих гармоник вычисляются фильтрационные параметры пластов (ФПП). Нужно отметить, что подобный способ определения ФПП применим только для линейных систем, хотя, формально, для сравнения и выявления особенностей сигналов, можно произвести и Фурье – разложение для нелинейных систем.

Ниже представлены результаты расчетов амплитуд первых пяти гармоник для случаев реализации моделей 1 – 6 при задании дебита по закону (4.3).

Рс	$\tau_q=1c$	$\tau_q=1000c$
a1	1	1
a2	0.01	0
a3	0.31	0.31
a4	0.01	0
a5	0.18	0.18

Табл.1а

Pr	$\tau_q=1c$	$\tau_q=1000c$
a1	1	1
a2	0	0
a3	0.14	0.2
a4	0	0
a5	0.05	0.09

Табл.1б

Рс	$\tau_p=1c$	$\tau_p=1000c$
a1	1	1
a2	0.01	0.01
a3	0.31	0.04
a4	0.01	0
a5	0.17	0.03

Табл.2а

Pr	$\tau_p=1c$	$\tau_p=1000c$
a1	1	1
a2	0.01	0.01
a3	0.14	0.12
a4	0	0
a5	0.05	0.03

Табл.2б

Рс	$g=83 \text{ Па/м}$
a1	1
a2	0
a3	0.33
a4	0
a5	0.19

Табл.3а

Pr	$g=83 \text{ Па/м}$
a1	1
a2	0.01
a3	0.32
a4	0.01
a5	0.18

Табл.3б

В таблицах 1–3 приводятся значения амплитуд (a_i) первых 5 гармоник Фурье-разложения давлений на возмущающей (p_c) скважине и контрольной (p_r) скважине. За единичное значение принята амплитуда

первой гармоники. Мы видим, что в случае модели 2 с ростом времени релаксации происходит рост влияния нечетных гармоник на больших расстояниях, что соответствует восстановлению первоначальной формы сигнала. В случае же модели 3 сигналы на возмущающей скважине становятся пилообразными, что соответствует решениям модели 3. В случае же фильтрации по модели 6, сигналы становятся квазипрямоугольными по форме как на возмущающей, так и в контрольной скважине при фильтрации в условиях влияния начального градиента сдвига, что выражается в росте влияния нечетных гармоник, больших первой. Квазипрямоугольным становится также сигнал и на реагирующей скважине. Приведенное выше рассмотрение формы сигналов ФВД показывает возможности Фурье-анализа при идентификации моделей фильтрации, реализуемых в каждом конкретном случае.

Следует отметить, что в условиях квазистановившего режима ФВД, Фурье-анализ дает возможность определить фазу каждой гармоники с точностью до $2\pi n$, где n – целое. Этот факт следует иметь в виду при подсчетах разностей фаз, особенно для гармоник с большими номерами.

А какую предельную (максимальную) частоту мы можем анализировать в рамках метода гармонических фильтрационных волн давления при дискретном задании временных отсчетов с шагом Δt ? В соответствии с теоремой Шеннона–Котельникова такой частотой будет частота Найквиста

$$\omega_{кр} = \frac{\pi}{\Delta t} \quad (4.6)$$

поскольку понятно, что мы не можем анализировать высокочастотные компоненты сигналов при больших временных промежутках между отдельными актами изменений.

В масштабах временных можно ввести понятие критического периода, получаемого из (4.6)

$$T_{кр} = \frac{2\pi}{\omega_{кр}} = 2\Delta t \quad (4.7)$$

Возможно, следует развивать и иные методы для представления и анализа результатов нестационарных исследований скважин, например, вейвлет-анализ, позволяющий использовать не только шкалу времени, но и шкалу временного масштаба. Разложение сигнала при вейвлет-анализе осуществляется по базисам локализованных функций. В отличие от преобразования Фурье, в котором используется разложение по гармоническим функциям, что хорошо применимо к линейным системам с

постоянными параметрами, кейвлт-преобразования могут быть использованы и для анализа систем с переменными параметрами.

Замечание 4. О стабильности сигналов.

При исследовании скважин зачастую оказывается, что формы сигналов на протяжении отдельных периодов различаются друг от друга. Обычно эти различия незначительны, однако этот факт следует иметь в виду при анализе погрешностей определения фильтрационных параметров пластов. Так, для примера приведенного на рис.2.1а и 2.1б раздела 2, Фурье-анализ отдельных гармоник разложения сигналов дебита и давления показывает, что фазы соответствующих гармоник для различных периодов различаются друг от друга до 5 %, а амплитуды до 10%, в том числе для первых гармоник до 3 и 5 %.

Замечание 5. Начиная с какого момента можно считать режим колебаний квазистационарным.

При анализе данных, полученных в ходе экспериментов по ФВД, исходят из того, что режим волн давления является квазистационарным во всей области наблюдения. Здесь следует подчеркнуть, что это, обычно, справедливо для возмущающей скважины, начиная с 3-4 периодов колебаний [2,3]. Что же касается контрольной скважины, то момент установления квазистационарных колебаний давления будет определяться конкретными условиями задачи – значениями параметров пласта. Понятно, что гидродинамический эксперимент не может проводиться слишком долго в силу технико-экономических причин. В результате, обработку данных для контрольной скважины также начинают с 3-4 периодов колебаний, что может привести ошибку до единиц процентов в определении ФВД.

Приближенно эффект влияния начальных условий может быть записан в виде [2]

$$\frac{Ap(t)}{q_0} 2\pi e \approx \ker x \sin \omega t + keix \cos \omega t + \frac{\exp\left(-\frac{r^2}{2\omega t}\right)}{2\omega t} \quad (4.8)$$

при задании дебита по закону (4.1) и

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta p(t)}{q_0} 2\pi e \approx kcr x \sin \omega t - keix \cos \omega t + \\
+ \frac{\exp\left(-\frac{r^2}{4\omega t}\right)}{2\omega^2 t^2} \left(1 - \frac{r^2}{4\kappa t}\right) - \\
- 3! \frac{\exp\left(-\frac{r^2}{4\omega t}\right)}{2\omega^4 t^4} \left[1 - 3 \frac{r^2}{4\kappa t} + \frac{3}{2} \left(\frac{r^2}{4\kappa t}\right)^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{r^2}{4\kappa t}\right)^3 + \dots\right]
\end{aligned}
\quad (4.9)$$

при задании дебита в виде (4.2), где влияние начальных условий описывается негармоническими по времени членами, вклад которых уменьшается со временем.

Кроме того, мы видим, что имеется определенная неэквивалентность в задании дебитов на возмущающей скважине [1] по закону синуса (4.1) или по закону косинуса (4.2). Эта неэквивалентность связана с различными во времени значениями пескоменисированности объемов закачки и отбора. Так, на рис.4.2 показано применение формулы (11.3) при задании дебита скважины по закону (4.1) (кривая 1) и по закону (4.2) (кривая 2). Во втором случае процесс установления стационарного режима ФВД протекает быстрее, что нетрудно заметить, проанализировав приближенные выражения (4.8) и (4.9).

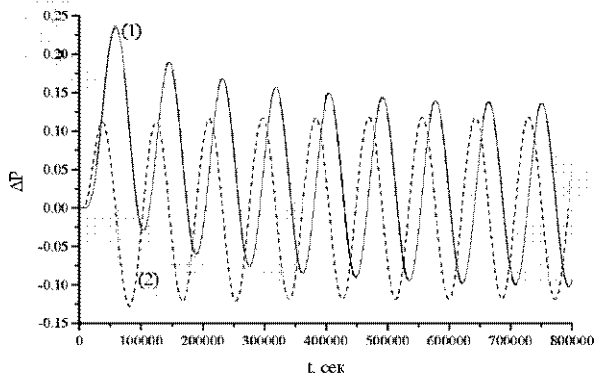


Рис.4.2. Значения изменения давлений в контрольной точке при задании дебита в виде (4.1) – кривая 1 и (4.2) – кривая 2.

Таким образом, время установления квазистационарного режима определяется параметрами исследуемой системы и условиями эксперимента. Отметим, что при интерпретации результатов гидродинамических экспериментов обычно приходится выделять фоновые изменения давления в точке наблюдения, связанные не с условиями проведения эксперимента, а с работой соседних скважин. При этом фоновое давление и непериодические по времени составляющие изменения давления аппроксимируются набором полиномов или экспонент, а для дальнейшего анализа оставляют лишь периодические составляющие. Что же касается последних, то в некоторых ситуациях, очевидно, следует принимать во внимание, что обработка результатов ФВД на ранних стадиях может привести к неточностям при определении параметров пластов. Одним из тестов для определения степени квазистационарности процесса могут служить исследования динамики разности фаз и отношений амплитуд 1 и 3, 1 и 5 гармоник.

Замечание 6. О дебите при самопрослушивании.

При проведении исследований методом самопрослушивания в определенных ситуациях, прежде всего при высоких частотах изменения дебита, требуется учет реального дебита жидкости, текущей в пласт или вытекающей из него, в условиях, когда дебитомер находится на устье скважины. Действительно, при перепаде давления в 10 МПа на режимах «нагнетание–простой» и при объеме пространства ствола скважины до 100 куб.м, речь может идти о несвоевременно учтенном объеме жидкости в размере до 1 куб.м.

Поправку можно рассчитать приближенно, учитывая следующие составляющие изменения давления в скважине: подъем уровня в трубах, подъем уровня в затрубье, сжатие жидкости в скважинном пространстве

$$S_{TP} \frac{\partial h_T(t)}{\partial t} \Big|_{t=T_T} \Rightarrow S_3 \frac{\partial h_3(t)}{\partial t} \Big|_{t=T_3} \Rightarrow V_{ске} \beta_{ж} \frac{\partial p_c(t)}{\partial t} \Big|_{t=T_3} \quad (4.10)$$

где S_{TP} – площадь трубок, S_3 – площадь затрубья, h_T – высота уровня в трубах, h_3 – высота уровня в затрубье, $V_{ске}$ – объем скважинного пространства, $\beta_{ж}$ – сжимаемость жидкости, T_P – время заполнения уровня трубок, T_3 – время заполнения уровня в затрубье.

Замечание 7. Имеет ли дебит знак?

Кому-то этот вопрос может показаться очевидным, однако именно с ним связаны, порой, ошибки при интерпретации данных ФВД на режиме самопрослушивания скважин.

Дело в том, что имеется произвол в выборе знака дебита при определении его через давление на стенке скважины.

Так в [1,3]

$$q = -2\pi e \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_c}, \quad (4.11)$$

а в [9,11]

$$q = 2\pi e \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_c}. \quad (4.12)$$

Допустим, мы задаем периодический режим изменения дебита на пагпетапельной скважине в режиме пагпетапель-простой. Очевидно, давление при этом будет увеличиваться, и уменьшаться, например, как показано на рис.2.1б.

А как будет выглядеть график для дебита? Теперь при определении (4.11) график изменения дебита будет выглядеть перевернутым, как показано на рис.4.3, кривая 1, а в рамках определения (4.12) этот же график будет выглядеть, как показано на рис.4.3, кривая 2. Соответствующие кривые первых гармоник Фурье-разложения показаны кривыми 3 и 4. Мы видим, что в зависимости от определения (1) или (2) возникнет или не возникнет дополнительный фазовый сдвиг, равный π .

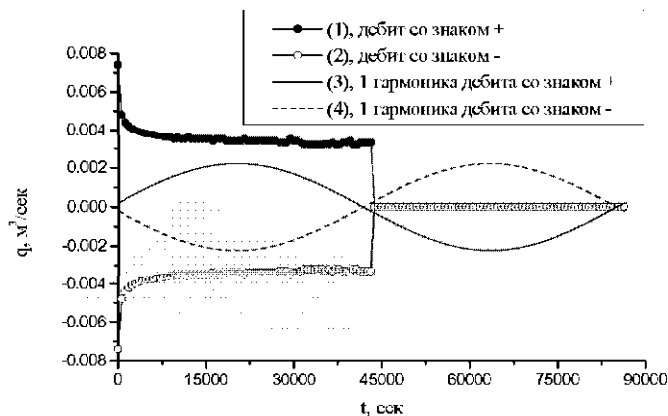


Рис.4.3. Изменения дебита на возмущающей скважине

Это различие в знаках дебитов весьма существенно при определении сдвига фаз между соответствующими гармониками Фурье – разложения при проведении самопрослушивания скважин. Так, если в первом случае разность фаз между гармониками дебита и давления составит $\Delta\varphi$, то для другого случая она составит $\pi + \Delta\varphi$.

К счастью, природа «не знает» наших определений, а в формулах для вычисления конкретных фильтрационных параметров (П2.12, П2.13, П2.14 и П2.16) стоят тригонометрические функции $\lg$ и $\sin$:

$$\frac{\chi}{r_c^2} = \frac{\gamma^2}{4} \exp \frac{\pi}{2 \lg(\Delta\varphi)}, \quad (4.13)$$

а, как известно

$$\lg \Delta\varphi = \lg(\pi + \Delta\varphi) \text{ и } |\sin \Delta\varphi| = |\sin(\pi + \Delta\varphi)|. \quad (4.14)$$

Поэтому некорректным для одной и той же скважины может оказаться анализ фазовых разностей, если интерпретатор неверно выбрал знак дебита, но не сами значения гидродинамических параметров χ/r_c^2 или ε .

§ 5. Оценка расчетных погрешностей определения фильтрационных параметров пластов, вносимых аппроксимациями.

Обычно при решении задач ФВД для определения ФПП используются приближения вида

$$|z| = r \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} \gg 1 \quad (5.1)$$

для модели 1 или

$$|z| = r \sqrt{\frac{\omega}{\kappa} \left[\frac{(1 + \omega^2 \tau_q^2)}{(1 + \omega^2 \tau_p^2)} \right]^{\frac{1}{4}}} \gg 1 \quad (5.2)$$

для модели 2,

$$|z_c| = r_c \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} \ll 1 \quad (5.3)$$

для модели 1 и

$$z_c = r_c \sqrt{\frac{\omega}{\kappa} \left[\frac{(1 + \omega^2 \tau_q^2)}{(1 + \omega^2 \tau_p^2)} \right]^{\frac{1}{4}}} \ll 1 \quad (5.4)$$

для модели 2, где r – расстояние между скважинами, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – частота периодических изменений дебита на возмущающей скважине, χ – шезонпроводность, r_c – приведенный радиус скважины, ниже γ – постоянная Эйлера. В этом случае оказывается возможным применение аппроксимаций вида

$$K_0(z) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2z}} \exp(-z), \text{ при } |z| \gg 1 \quad (5.5)$$

$$K_1(z_c) \approx \frac{1}{z_c}, \text{ при } |z_c| \gg 1 \quad (5.6)$$

$$K_0(z_c) \approx \ln \frac{2}{\gamma z_c} \text{ при } |z_c| \gg 1 \quad (5.7)$$

На практике, однако, соотношения (5.1) – (5.4) выполняются не всегда. Например, в монографиях [21,22] приводится пример интерпретации замеров ФВД при следующих значениях исследуемых параметров: $r = 265$ м, $T = 43200$ с, полученное значение пьезопроводности $\kappa = 1,66$ м²/с, что дает значение $|z| = 2.47$. Вопрос: можно ли считать $2.47 \gg 1$ и какова в этом случае погрешность определений χ и ε , если использовать аппроксимации (5.5–5.7)?

Вообще говоря, используя современные вычислительные средства можно и не решать обратную задачу непосредственно, а вычислить параметры χ и ε , минимизируя соответствующие функционалы. Однако такой подход не слишком удобен.

Другой подход заключается в использовании более высоких порядков разложений функций K_0 и K_1 . Так, например, приближение вида

$$K_0(z) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2z}} \exp(-z) \left(1 - \frac{0.09023}{z} \right) \quad (1.8)$$

даст ошибку не более 0.5% при $|z| \gg 1$, что видно из рис.5.1.

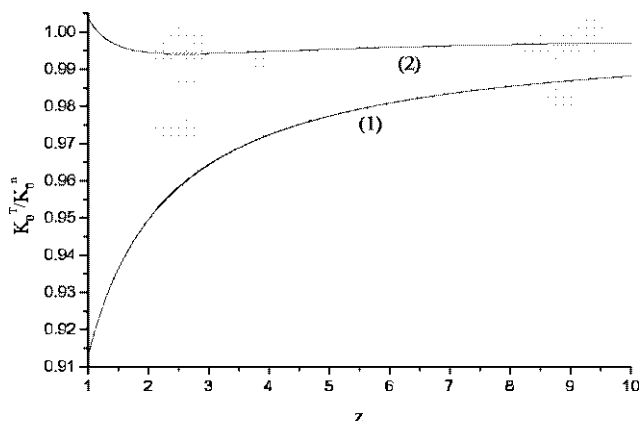


Рис.5.1. Отношение точного значения функции $K_0^T(z)$ к приближению (5.5) $K_0''(z)$ – кривая 1 и к приближению (5.8) – кривая 2.

Разложение же при малых значениях z вида

$$K_1(z) \approx \frac{1}{z(1+1.3181z^2)} \quad (5.9)$$

дает ошибку не более 0.5% при $|z| \gg 1$, что показано на рис.5.2.

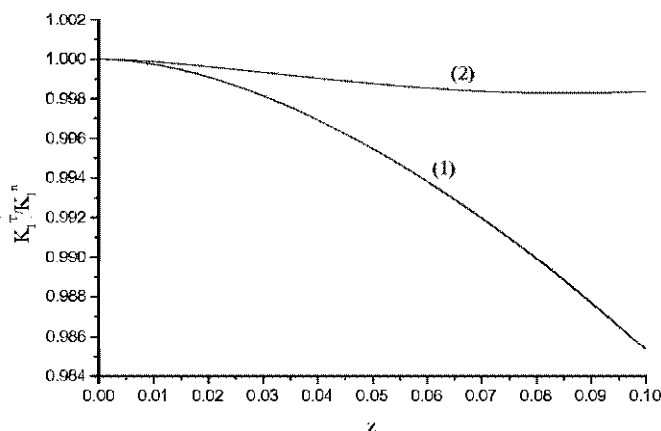


Рис.5.2. Отношение точного значения функции $K_1(z)$ к приближению (5.6) – кривая 1 и к приближению (5.9) – кривая 2.

Проведем еще оценки. Обычно $r \sim 300$ м, $r_e \sim 10^{-1}$, $\omega = 2\pi f \sim 10^{-1}$ рад/сек, $\chi \sim 1$ м²/с. Тогда $r\sqrt{\frac{\omega}{K^*}} \sim 3$, $r_e\sqrt{\frac{\omega}{K^*}} \sim 10^{-3}$.

Таким образом, соотношения (5.3–5.4) в значительной части ситуаций не выполняются, что и наблюдается на практике [9,12,24], соотношения же (5.1–5.2) обычно выполняются, если только речь не идет о весьма высоких частотах $\omega > 10^{-2}$ рад/с и малых значениях $\chi < 10^{-2}$ м²/с.

Так что, при $z < 5$ и $z > 10^{-2}$ целесообразнее использовать формулы (5.8) и (5.9), при вычислении ФНП. Разумеется, возможно использование и более высоких порядков разложений функций K_0 и K_1 .

Каким образом можно ввести соответствующие поправки?

Рассмотрим ФВД для одной из гармоник с частотой ω и запишем для нее значения дебита, изменения давления на стенке скважины и давления в точке пласта с координатой r в виде

$$q(t) = 2\pi c \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_c} = q(\omega) \cos(\omega t + \delta_q) \quad (5.10a)$$

$$\Delta p_c(t) = p_c(\omega) \cos(\omega t + \delta_c) \quad (5.11a)$$

$$\Delta p_r(r, t) = p_r(r) \cos(\omega t + \delta_r) \quad (5.12a)$$

Заметим, что система определений (5.10) соответствует принятой в [11], а в [9] используется иная система определений:

$$q(t) = 2\pi c \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_c} = q(\omega) \cos(\omega t + \delta_q) \quad (5.10б)$$

$$\Delta p_c(t) = p_c(\omega) \cos(\omega t + \delta_c) \quad (5.11б)$$

$$\Delta p_r(r, t) = p_r(r) \cos(\omega t + \delta_r) \quad (5.12б)$$

Разница в определениях 5.10а – 5.12а и 5.10б – 5.12б приводит к разнице при подсчете фазовых соотношений.

Для случая фильтрации по закону (П1.10), введем обозначения

$$f = \left[\frac{1 + \omega^2 \tau_q^2}{1 + \omega^2 \tau_p^2} \right] \quad (5.13)$$

$$A = \arctg \frac{\omega(\tau_q - \tau_p)}{1 + \omega^2 \tau_q \tau_p} \quad (5.14)$$

Далее примем во внимание, что для приближения (5.8) можно записать:

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\alpha}{ze^{i\varphi}}\right) &= \sqrt{1 - \frac{2\alpha}{z} \cos \varphi + \left(\frac{\alpha}{z}\right)^2} \exp\left(i \arctg \frac{\alpha \sin \varphi / z}{1 - \alpha \cos \varphi / z}\right) \approx \\ &\approx \left(1 - \frac{\alpha}{z} \cos \varphi\right) \exp\left(i \arctg \frac{\alpha \sin \varphi / z}{1 - \alpha \cos \varphi / z}\right) \end{aligned} \quad (5.15)$$

а для приближения (5.9)

$$\begin{aligned}
 & 1 + \beta r_c^2 \frac{\omega}{\chi} f^2 \exp \left[i \left(\Delta + \frac{\pi}{2} \right) \right] = \\
 & = 1 + \beta r_c^2 \frac{\omega}{\chi} f^2 \left[\cos \left(\Delta + \frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(\Delta + \frac{\pi}{2} \right) \right] \approx \\
 & \approx \left[1 + \beta r_c^2 \frac{\omega}{\chi} f^2 \cos \left(\Delta + \frac{\pi}{2} \right) \right] \times \\
 & \times \exp \left(i \left[\beta r_c^2 \frac{\omega}{\chi} f^2 \sin \left(\Delta + \frac{\pi}{2} \right) \right] \left[1 - \beta r_c^2 \frac{\omega}{\chi} f^2 \cos \left(\Delta + \frac{\pi}{2} \right) \right] \right)
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

Заметим, что значение комплексса r_c^2/χ обычно весьма мало и $\omega r_c^2/\chi \ll 1$. В результате, для фильтрации по закону (П.1) поправка (5.16) составит примерно $\exp \left(i \beta r_c^2 \frac{\omega}{\chi} \right)$. Этой величиной обычно можно пренебречь (случай $\omega r_c^2/\chi \gg 1$ рассмотрен в [11]). Поэтому ниже мы будем рассматривать только поправки для (5.8).

Для этого следует упростить выражение вида [9]

$$\operatorname{Re} \left\{ \exp \left(i \left(\frac{\Delta}{2} - \frac{\pi}{2} + \omega t - \delta \right) \right) \frac{K_0 \left(r_c \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} f^{\frac{1}{4}} \exp \left(i \frac{\Delta + \pi/2}{2} \right) \right)}{K_1 \left(r_c \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} f^{\frac{1}{4}} \exp \left(i \frac{\Delta + \pi/2}{2} \right) \right)} \right\}. \tag{5.17}$$

После упрощений можно записать для давления, регистрируемого на реагирующей скважине

$$p_r \cos(\omega t + \delta_r) = \frac{q_1}{2\pi v} f^{\frac{3}{8}} \sqrt{\frac{\pi}{2r}} \left(1 - \frac{\alpha \cos \frac{\Delta + \pi/2}{2}}{r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}}} \right) \left(\frac{\chi}{\omega_1} \right)^{\frac{1}{4}} \times \\ \times \exp \left(-r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} \cos \frac{\Delta + \pi/2}{2} \right) \cos \left(\omega_1 t + \delta_q + \frac{3\Delta}{4} - \frac{\pi}{8} - \right. \\ \left. - r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} \sin \frac{\Delta + \pi/2}{2} + \arctg \frac{\alpha \sin \frac{\Delta + \pi/2}{2} / r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}}}{1 - \frac{\alpha \cos \frac{\Delta + \pi/2}{2}}{r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}}}} \right), \quad (5.18)$$

где добавочными членами являются выражения

$$\left(1 - \frac{\alpha \cos \frac{\Delta + \pi/2}{2}}{r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}}} \right) \quad (5.19)$$

в амплитудной части и

$$\arctg \frac{\alpha \sin \frac{\Delta + \pi/2}{2} / r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}}}{1 - \frac{\alpha \cos \frac{\Delta + \pi/2}{2}}{r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}}}} \quad (5.20)$$

играет роль дополнительной фазы.

Тогда для амплитуды давления запишем

$$p_r = \frac{q_1}{2\pi c} \sqrt{\frac{r}{f}} \sqrt{\frac{\pi}{2r}} \left(1 - \frac{\alpha \cos \frac{\Delta + \pi/2}{2}}{r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}}} \right) \left(\frac{\chi}{\omega_1} \right)^{\frac{1}{4}} \times \exp \left(-r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} \cos \frac{\Delta + \pi/2}{2} \right) \quad (5.21)$$

а для разности фаз

$$\delta_q - \delta_r = -\frac{3\Delta}{4} + \frac{\pi}{8} + r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} \sin \frac{\Delta + \pi/2}{2} - \arctg \frac{\alpha \sin \frac{\Delta + \pi/2}{2} / r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}}}{1 - \frac{\alpha}{r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}}} \cos \frac{\Delta + \pi/2}{2}} \quad (5.22)$$

Отсюда по известным $\tau_q, \tau_p, \omega = \frac{2\pi}{T}, r, P_*, q_1, \delta_*, \delta_q, \alpha$ можно найти χ и ε для конкретной задачи.

Для фильтрации по закону (III.1)

$$\Delta = 0, \quad f = 1. \quad (5.23)$$

и

$$p_r = \frac{q_1}{2\pi c} \sqrt{\frac{\pi}{2r}} \left(1 - \frac{\alpha \sqrt{\frac{1}{\varepsilon/2}}}{r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}}} \right) \left(\frac{\chi}{\omega_1} \right)^{\frac{1}{4}} \exp \left(-r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} \right) \quad (5.24)$$

$$\delta_q - \delta_r = \frac{\pi}{8} + r \sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} - \operatorname{arctg} \frac{r \sqrt{\frac{2\omega}{\chi}}}{1 - \frac{\alpha}{r \sqrt{\frac{2\omega}{\chi}}}} - \beta r_c^2 \frac{\omega}{\chi} \quad (5.25)$$

Учитывая, что $r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} > 1$, а $\alpha = 0.09$ и $\operatorname{arctg} z \sim z$ при $z \ll 1$, получим

$$\delta_q - \delta_r - \frac{\pi}{8} \approx r \sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} - \frac{\alpha}{r \sqrt{\frac{2\omega}{\chi}}} \left/ \left(1 + \frac{\alpha}{r \sqrt{\frac{2\omega}{\chi}}} \right) \right. \quad (5.26)$$

$$\text{Обозначим } r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} = |z| \text{ и } \delta_q - \delta_r - \frac{\pi}{8} = \Delta\Phi. \quad (5.27)$$

Тогда для разложения (5.1) получим соотношение

$$\Delta\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} |z|, \quad (5.28)$$

а для разложения (5.8)

$$\Delta\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} |z| - \frac{\alpha}{\sqrt{2} |z| - \alpha} \quad (5.29)$$

После преобразований можно получить следующее соотношение для пьезопроводностей

$$\chi_c \approx \chi_0 \left\{ 1 - \frac{\alpha}{\Delta\Phi} + \frac{\alpha(\Delta\Phi - 1)}{(\Delta\Phi + \alpha/2)^2} \right\}, \quad (5.30)$$

где χ_c – скорректированное значение пьезопроводности, χ_0 – значение пьезопроводности, вычисленное по приближению (5.5).

Аналогично получим и для отклонения гидропроводностей:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_0 \left\{ 1 - \frac{\alpha}{\sqrt{2}|z|} \right\} = \varepsilon_0 \left\{ 1 - \frac{\alpha}{2\Delta\Phi} \right\}, \quad (5.31)$$

где ε_c – скорректированное значение гидропроводности, ε_0 – значение гидропроводности, вычисленное по приближению (5.5).

Таким образом, поправки могут составить несколько процентов и могут быть легко (приблизленно) вычислены по формулам (5.30) и (5.31).

В результате, неточности в определении параметров, вносимые использованием приближенных выражений (5.5) и (5.6) становятся менее 1% и, соответственно, менее или сравнимыми с экспериментальными погрешностями измерений.

ГЛАВА 3. Особенности распространения ФВД.

§ 6. ФВД в условиях релаксационной фильтрации.

В данном разделе мы будем сравнивать различия в решениях фильтрационных уравнений для моделей 1, 2 и 3. Мы уже видели, что наличие времен релаксации τ_q и τ_p приводит к изменению форм сигналов и амплитуд различных гармоник Фурье-разложения. Для выявления релаксационных компонент в уравнении фильтрации мы можем построить зависимости отношений амплитуд соответствующих гармоник давления и дебита на возмущающей скважине, например, в виде ([11], 11.2)

$$\frac{2\pi i P_c(\omega)}{q(\omega)} = f^2 \sqrt{\ln^2 \left(\frac{1}{2} \mathcal{H}_c \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^A \right) + \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\Delta}{2} \right)^2}, \quad (6.1)$$

зависимости фазовых разностей между гармониками дебита и давления на возмущающей скважине от частоты

$$\Delta\varphi = \delta_q - \delta_c \mp \pi = -\Delta - \arctg \frac{\frac{\pi}{4} + \frac{\Delta}{2}}{\ln \left(\frac{1}{2} \mathcal{H}_c \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^A \right)}. \quad (6.2)$$

Для случая $\chi=1 \text{ м}^2/\text{с}$, $r_c=0.1 \text{ м}$ ниже приведены рисунки 6.1 и 6.2 для модели 1 ($\tau_q=0, \tau_p=0$), модели 2 ($\tau_q=100\text{с}, \tau_p=0$), модели 3 ($\tau_q=0, \tau_p=100\text{с}$).

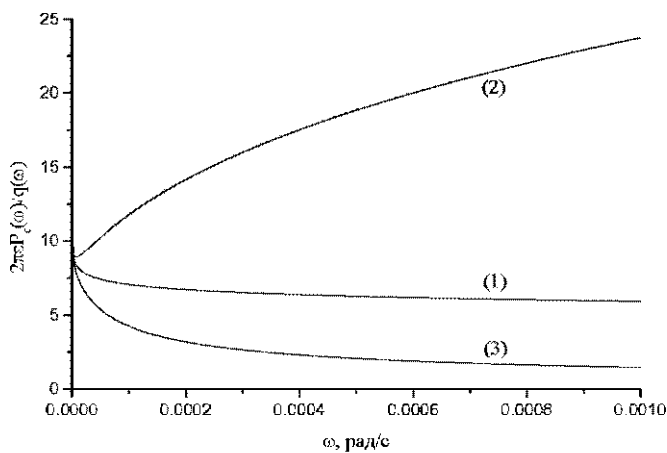


Рис.6.1. Зависимость от частоты параметра $2\pi P_c(\omega)/q(\omega)$.

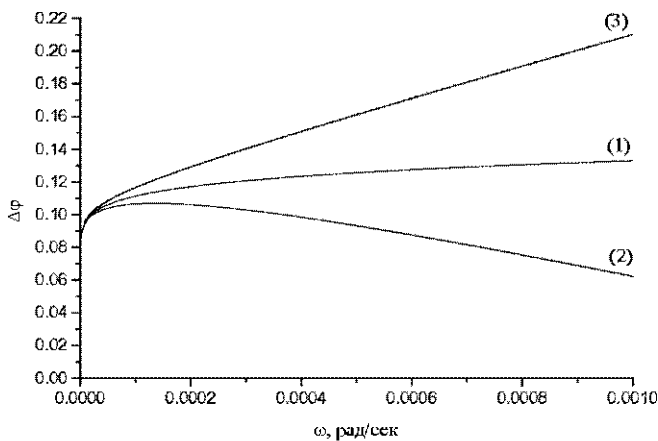


Рис.6.2. Зависимость от частоты сдвига фаз $\Delta\varphi$.

Аналогичные соотношения для реагирующей скважины можно записать в виде зависимости отношений амплитуд соответствующих

гармоник давления на реагирующей скважине и дебита на возмущающей скважине ($r = 300 \text{ м}$).

$$\frac{2\pi c P_r(\omega)}{q(\omega)} = \sqrt{\frac{\pi}{2r}} \left(\frac{\chi}{\omega} \right)^{\frac{1}{4}} f^{\frac{3}{8}} \exp \left(-r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} \cos \frac{\Delta + \pi/2}{2} \right) \quad (6.3)$$

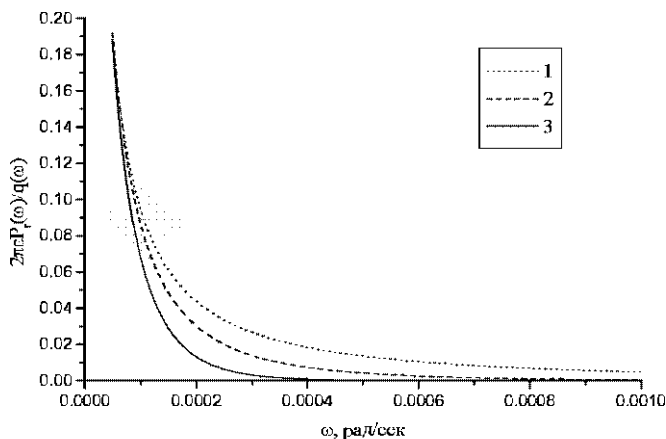


Рис.6.3. Зависимость от частоты величины $2\pi c P_r(\omega)/q(\omega)$.

и зависимости фазовых разностей между гармониками дебита на возмущающей скважине и давления на контрольной скважине от частоты

$$\Delta\varphi_r = \delta_q - \delta_r - \frac{\pi}{8} - \pi = -\frac{3}{4}\Delta + r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} \sin \frac{\Delta + \pi}{2}. \quad (6.4)$$

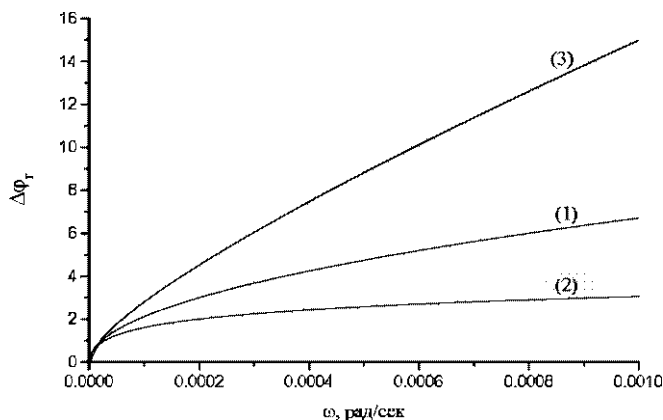


Рис.6.4. Зависимость от частоты сдвига фаз.

Мы видим, что по мере роста параметров $\omega\tau_q$ и $\omega\tau_p$, различия в реакциях систем, описываемых моделями 1, 2 и 3 становятся существенными.

Можно также при многочастотном зондировании межскважинных интервалов вычислить зависимость фазовой скорости ФБД от частоты

$$\Gamma_\phi = \frac{\sqrt{\omega\chi}}{f^4 \sin \frac{\Lambda + \frac{\pi}{2}}{2}} \quad (6.5)$$

В частности, для модели 2 соотношение (6.5) будет выглядеть как

$$\Gamma_\phi = \frac{\sqrt{\omega\kappa}}{(1 + \omega^2\tau_q^2)^{\frac{1}{4}}} \cos \left[\frac{1}{2} \arctg \left(\frac{1}{\omega\tau_q} \right) \right] \quad (6.6)$$

с конечным значением фазовой скорости при больших частотах ($\omega \rightarrow \infty$)

$$\Gamma_\phi = \sqrt{\frac{\kappa}{\tau_q}}, \quad (6.7)$$

а для модели 1 выражение (6.5) будет выглядеть весьма просто:

$$V_{\phi} = -1/2\omega\chi. \quad (6.8)$$

Заметим, что мы рассматриваем ФВЛ в режиме квазистационарных колебаний. Поэтому речь идет только о фазовой скорости, а не о групповой скорости, являющейся, собственно, скоростью распространения возмущений в среде. При этом выполняются соотношения (5.1, 5.3, 5.5 и 5.6.)

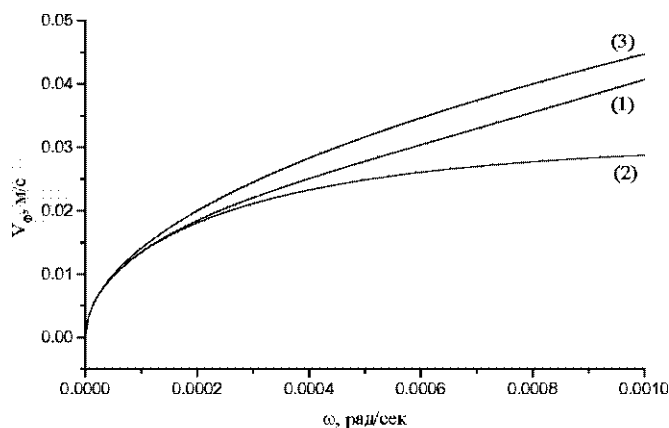


Рис.6.5. Зависимость фазовой скорости от частоты. Кривая 1 — модель 1, кривая 2- модель 2, кривая 3 — модель 3.

Для реального примера, рассмотренного в § 2, можно рассчитать фазовые скорости для различных гармоник и получить график зависимости фазовой скорости от корня частоты. Для модели 1 должна получиться прямая линия.

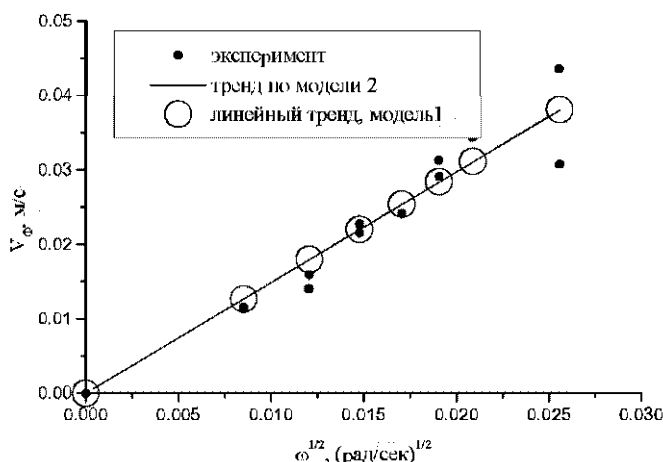


Рис.6.6. Зависимость фазовой скорости от корня от частоты. Экспериментальные данные и аппроксимации по моделям 1 и 2.

На рис.6.6 показаны сплошной линией – тренд аппроксимации для модели 2 и кружочками показаны значения линейного тренда для модели 1. Различие, как видно, незначительное. Полученное время релаксации весьма мало (менее 1 сек).

По данным графика 6 можно рассчитать пьезопроводность χ ($=1.04 \text{ м}^2/\text{с}$). Наблюдается прекрасное совпадение с расчетом среднего значения пьезопроводности (по формуле П2.28) для 1 и 3 гармоник: $\chi = 1.07 \text{ м}^2/\text{с}$.

Учитывая, что высокочастотные составляющие вычисляются менее точно, отклонения от тренда будут возрастать по мере роста частоты. Для рассмотренного случая приведенную зависимость можно считать близкой к прямой и применять модель 1 при интерпретации результатов ФВ/Л. В работах [9,12,13] приводятся другие ситуации, и расчетные времена релаксации меняются от секунд до часов.

§ 7. Волны давления в системах с предельным градиентом давления.

При определенных ситуациях, как было указано ранее [1,8], при анализе ФПД следует учитывать предельный градиент давления.

В [9] приводится вариант решения уравнения фильтрации с предельным градиентом давления при условии, что всюду в рассматриваемой области выполняется условие

$$\left| \frac{\partial p(r,t)}{\partial r} \right| > g_0. \quad (7.1)$$

В натуральных условиях, однако, такое условие оказывается трудно выполнимым. Действительно, в реальности мы имеем дело с неоднородным анизотропным пластом, влияние окружающих скважин приводит к дополнительной нестационарности по давлению, а кругового источника обильности q_0 (идеального контура питания или отбора) может не существовать вовсе.

Действительно, оценки значений градиента давлений, как на удалении, так и вблизи скважины в условиях проведения ФВД показывают, что градиент давления может принимать весьма малые значения.

Рассмотрим решение для давления методом ФВД в удаленной точке r_* при задании дебита на возмущающей скважине в виде последовательности прямоугольных импульсов.

$$p_r(t) = p_{c0} + g_0(r_0 - r_c) + \frac{q_0}{2\pi c} \ln \frac{r_*}{r_c} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{q_m}{2\pi c} \sqrt{\frac{\pi}{2r_*}} \left(\frac{\chi}{\omega_m} \right)^{\frac{1}{4}} \exp \left(-r_* \sqrt{\frac{\chi}{2\omega_m}} \right) \cos \left(\omega_m t + \varphi_m - r_* \sqrt{\frac{\omega_m}{2\chi}} \right), \quad (7.2)$$

где q_0 — постоянная составляющая дебита, q_1 — амплитуда его первой гармоники, φ_m — фаза.

Для того, чтобы переменная составляющая давления не привела к нарушению (7.1), необходимо, чтобы выполнялось условие

$$g_0 < \left| \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{q_0}{2\pi c} \ln \frac{r_*}{r_c} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{q_m}{2\pi c} \sqrt{\frac{\pi}{2r_*}} \left(\frac{\chi}{\omega_m} \right)^{\frac{1}{4}} \times \right. \\ \left. \times \exp \left(-r_* \sqrt{\frac{\chi}{2\omega_m}} \right) \cos \left(\varphi_m - r_* \sqrt{\frac{\omega_m}{2\chi}} \right) \right| \quad (7.3)$$

Учитывая, что $q_0 = (4/\pi)q_1$ и $r_c/\omega/\chi > 1$, можно получить оценку выполнения условия (7.1) (не принимая, для простоты, во внимание вклад гармоник, больших первой)

$$g_0 < \frac{q_0}{2\pi\alpha r_c} \quad (7.4)$$

Для достаточно больших расстояний r и малых дебитов q_0 производная от градиента давления будет принимать весьма малые значения и условие (7.1), очевидно, будет нарушаться, что может служить и тестом на наличие фильтрации с предельным градиентом давления. Действительно при $k = 1.0$ дарси, $h = 10$ м, $\mu = 1$ мПа·с, $\chi = 1$ м²/с, $q_0 = 100$ м³/сутки $\cong 0.001$ м³/сек, $r = 300$ м, значение градиента давления будет порядка 0.1 атм/км или 10 Па/м, что уже представляет собой весьма малую величину.

Аналогично, можно оценить и градиент давления вблизи возмущающей скважины, используя решение для первой гармоники давления в виде

$$p_{c1} = \frac{q_1}{2\pi c} \sqrt{\ln^2 \left(\frac{1}{2} r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} \right) + \left(\frac{1}{2} r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} \right)^2} \times \\ \times \cos \left\{ \omega t + \varphi - \arctg \frac{\pi}{4 \ln \left(r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} / 2 \right)} \right\} \quad (7.5)$$

при $r \rightarrow r_c$.

При этом амплитуда градиента давления первой гармоники будет порядка

$$A(p_{c1}) = \frac{q_1}{2\pi c r} \left\{ 1 - \frac{\pi^2}{32 \ln^2 \left(\frac{1}{2} r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} \right)} \right\} \approx \frac{q_1}{2\pi c r} \quad (7.6)$$

при малых $r \rightarrow r_c$. Учитывая теперь, что для импульсов дебита прямоугольной формы $q_0 = (4/\pi)q_1$ нетрудно оценить, что условие

$\left| \frac{\partial p(r,t)}{\partial r} \right| > g$ может парупаться и вблизи скважины, поскольку вследствие

смены знака переменная по времени части давления, значение градиента давления может становиться весьма близким к нулю (с учетом всех гармоник разложения). Факт значительного уменьшения градиента давления на режиме простоя при задании ФВД понятен и из рисунка 2.26, когда на заключительной стадии режима простоя давление на возмущающей скважине почти не изменяется.

Поэтому в реальных экспериментах, если реализуется модель с ненулевым начальным градиентом давления g_0 , то нужно решать нелинейное уравнение. В этом случае в контрольной точке должен наблюдаться эффект превращения сигнала в квазипрямоугольный [1], поскольку малоградиентные (по расстоянию) составляющие фильтрационной волны не распространяются и у нас возникает необходимость «накопления» достаточного градиента давления для преодоления барьера g_0 . Эта ситуация была показана в § 3. Теперь уменьшение дебита на возмущающей скважине должно привести к изменению формы сигнала, в виде роста вклада в него гармоник больших первой, что являет собой существенное отличие от моделей линейной фильтрации. Этот факт может быть положен в основу соответствующего теста.

§ 8. Фильтрация в неоднородных средах.

В реальных условиях пласт, в котором происходит фильтрация, неоднороден по проницаемости и по толщине, можно также говорить и о неоднородности по «вязкости» имея в виду многофазность фильтрации. Поэтому при проведении натурных экспериментов, в определенных случаях следует принимать во внимание зависимости вида $k=k(r)$, $\varepsilon=\varepsilon(r)$, $\chi=\chi(r)$.

Для плоско – радиальной фильтрации из формулы для стационарного потока можно получить выражение для определения средних значений проницаемости и гидропроводности в виде

$$\langle k \rangle = \frac{\int_{r_e}^{r_0} \frac{dr}{r}}{\int_{r_e}^{r_0} \frac{dr}{rk(r)}}, \quad (8.1)$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\int_{r_e}^{r_0} \frac{dr}{r}}{\int_{r_e}^{r_0} \frac{dr}{r\varepsilon(r)}} \quad (8.2)$$

Проблема, однако, заключается в том, что мы, как правило, не знаем функций $k=k(r)$, $\varepsilon=\varepsilon(r)$, $\chi=\chi(r)$. Поэтому нужны долгосрочные наблюдения за пластом и дополнительные геофизические данные о параметрах межскважинного пространства.

В частном случае наличия резкой границы значений параметров в пласте на расстоянии ρ от скважины, задача о распространении ФВД была решена в [10].

Просто ради, далее мы будем считать, что все неоднородности «спрятаны» в $k=k(r)$.

Пусть неоднородность задана в виде

$$\begin{cases} k=k_1, & r_e \leq r \leq \rho, & \varepsilon_1 = \frac{k_1 h}{\mu}, & \chi_1 = \frac{k_1}{\mu \beta_*} \\ k=k_2, & r_e \leq r \leq \rho, & \varepsilon_2 = \frac{k_2 h}{\mu}, & \chi_2 = \frac{k_2}{\mu \beta_*} \end{cases}, \quad (8.3)$$

Дебит на возмущающей скважине зададим в виде (5.10а – 5.12а):

$$q = q_0 \cos(\omega t + \delta_q), \quad p_c = p_{c0} \cos(\omega t + \delta_c), \quad p_r = p_{r0} \cos(\omega t + \delta_r).$$

Очевидно, получаемые решения будут отличаться от полученных в главе, поскольку в них должны входить не только параметры ε_1, χ_1 , но и ε_2, χ_2 , для второй среды и геометрический фактор ρ .

Изменения давления на скважине и в точке наблюдения для отдельной гармоники ω можно рассчитать, следуя подходу [10]. Для этого определим

$$p_c = \operatorname{Re}\{p_{1\omega} \exp(i(\omega t + \delta_c))\} \quad (8.4)$$

и

$$p_r = \operatorname{Re}\{p_{2\omega} \exp(i(\omega t + \delta_r))\}, \quad (8.5)$$

где

$$p_{1\omega} = AI_0 \left(r_c \sqrt{\frac{i\omega}{\chi_1}} \right) + BK_0 \left(r_c \sqrt{\frac{i\omega}{\chi_1}} \right), \quad (8.6)$$

$$p_{2\omega} = CK_0 \left(r_c \sqrt{\frac{i\omega}{\chi_2}} \right) \quad (8.7)$$

и коэффициенты A, B, C для фиксированного ρ находятся из решения системы трех уравнений:

$$\operatorname{Re} \left\{ \cos(\omega t + \delta_c) r_c \left[AI_1 \left(r_c \sqrt{\frac{i\omega}{\chi_1}} \right) - BK_1 \left(r_c \sqrt{\frac{i\omega}{\chi_1}} \right) \right] \right\} = q_0 \cos(\omega t + \delta_q) \quad (8.8)$$

$$AI_0 \left(\rho \sqrt{\frac{i\omega}{\chi_1}} \right) + BK_0 \left(\rho \sqrt{\frac{i\omega}{\chi_1}} \right) = CK_0 \left(\rho \sqrt{\frac{i\omega}{\chi_2}} \right) \quad (8.9)$$

$$\left[AI_1 \left(\rho \sqrt{\frac{i\omega}{\chi_1}} \right) - BK_1 \left(\rho \sqrt{\frac{i\omega}{\chi_1}} \right) \right] = -CK_1 \left(\rho \sqrt{\frac{i\omega}{\chi_2}} \right). \quad (8.10)$$

Для частного случая $\rho \sqrt{\frac{\omega}{\chi_2}} \gg 1$ можно получить решение для давления в точке наблюдения p_r в относительно простом виде

$$\begin{aligned}
p_r = & \sqrt{\frac{\pi}{2r}} \frac{2}{1 + \sqrt{\chi_1}} \frac{q_0}{2\pi c_1} \left(\frac{\chi_1}{\omega} \right)^{\frac{1}{4}} \exp \left(- \left[r + \rho \left(\sqrt{\chi_2} - 1 \right) \right] \sqrt{\frac{\omega}{2\chi_2}} \right) \times \\
& \times \cos \left\{ \omega t + \delta_q - r \sqrt{\frac{\omega}{2\chi_2}} - \rho \left(\sqrt{\frac{\omega}{2\chi_1}} - \sqrt{\frac{\omega}{2\chi_2}} \right) + \frac{\pi}{8} - \right. \\
& \left. - \operatorname{arctg} \frac{1 + \frac{\chi_1}{\chi_2}}{1 + \frac{\chi_1}{\chi_2} + \frac{\chi_1}{\chi_2} \left[\frac{1}{\rho \sqrt{\frac{2\omega}{\chi_2}}} - \frac{\chi_2}{\chi_1} \frac{1}{\rho \sqrt{\frac{2\omega}{\chi_1}}} \right]} \right\} \quad (8.11)
\end{aligned}$$

Заметим, что при $\chi_1 = \chi_2$, $\operatorname{arctg} 1 = \pi/4$ и (8.11) сводится к (11.19). Обозначим

$$\begin{aligned}
& - \rho \left(\sqrt{\frac{\omega}{2\chi_1}} - \sqrt{\frac{\omega}{2\chi_2}} \right) + \frac{\pi}{8} - \operatorname{arctg} \frac{1 + \frac{\chi_1}{\chi_2}}{1 + \frac{\chi_1}{\chi_2} + \frac{\chi_1}{\chi_2} \left[\frac{1}{\rho \sqrt{\frac{2\omega}{\chi_2}}} - \frac{\chi_2}{\chi_1} \frac{1}{\rho \sqrt{\frac{2\omega}{\chi_1}}} \right]} = \\
& = - \frac{\pi}{8} - \Delta\psi(\omega) \quad (8.12)
\end{aligned}$$

Тогда фазовое соотношение будет выглядеть как

$$\delta_r = \delta_q - \frac{\pi}{8} - r \sqrt{\frac{\omega}{2\chi_2}} - \Delta\psi(\omega) \quad (8.13)$$

Что отличается от (П2.20) дополнительным членом, связанным с неоднородностью коллектора $\Delta\psi(\omega)$. Если мы будем теперь рассчитывать пьезопроводность, игнорируя наличие неоднородности

распределения параметров в пласте, по прежней формуле для однородного пласта (11.2.28, безрелаксационный случай и без $-\pi$)

$$\chi = \frac{r^2 \omega}{2 \left(\delta_r - \delta_g - \frac{\pi}{8} \right)^2} \quad (8.14)$$

то для разных ω , будут получаться различные χ . Мы получим «псевдодисперсию» $\chi(\omega)$, и $\varepsilon(\omega)$. Таким образом, если при обработке результатов ФВД при различных частотах в рамках линейных фильтрационных моделей получаются монотонные зависимости $\chi(\omega)$ и $\varepsilon(\omega)$, это может указывать на неоднородность распределения фильтрационных параметров в пласте.

Рассмотрим пример распространения ФВД в условиях неоднородного пласта, в котором проницаемость зависит гармоническим образом от расстояния

$$k = k_0 \left[1 + c \sin \left(\frac{2\pi}{L} (r - r_c) \right) \right]. \quad (8.15)$$

Рассмотрим 3 случая: $1 - c = 0.5$, $2 - c = 0$, $3 - c = 0.5$. Наблюдения будем производить в точке $L = 200$ м, $\chi = 2.5$ м²/с. Такую задачу приходится решать численно. Ниже показаны результаты решений для 3 случаев, когда на возмущающей скважине задавался режим «нагнетание – простой».

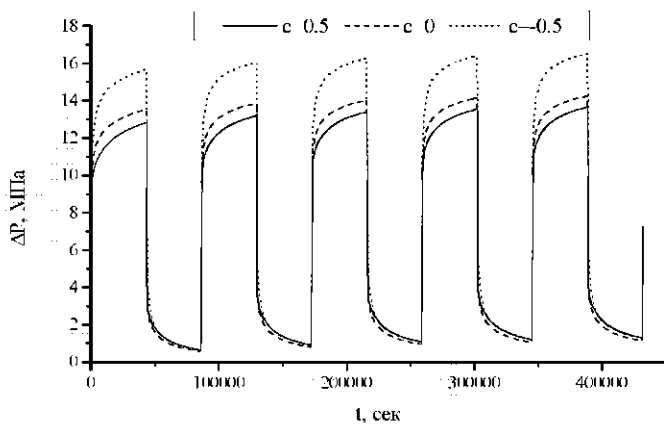


Рис.8.1. Давление на возмущающей скважине.

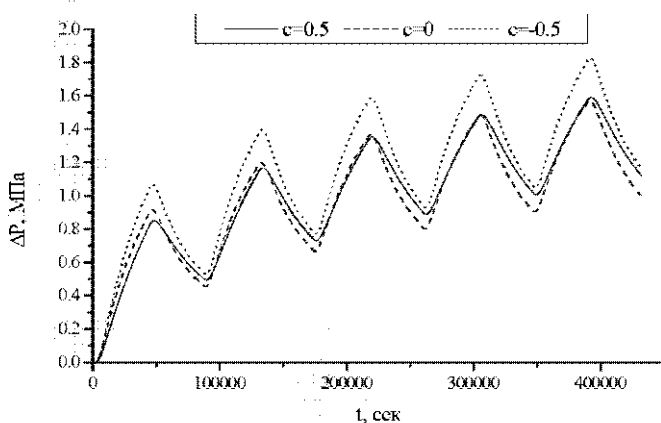


Рис.8.2. Давление на реагирующей скважине.

Мы видим, что качественно рисунки мало отличаются друг от друга. Рассчитаем теперь для третьего случая вязкопроводность по формуле (П2.28), думая, что неоднородности нет.

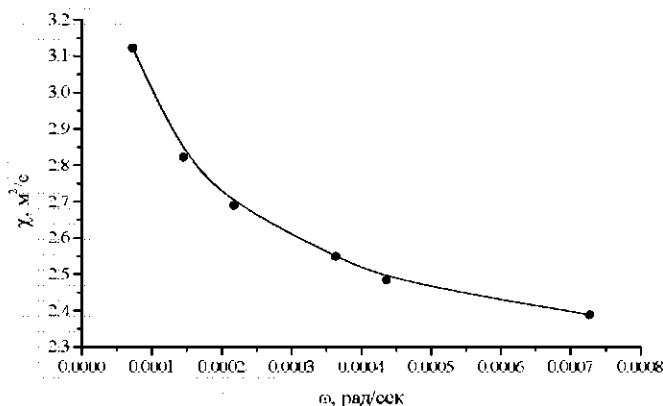


Рис.8.3. Формальная пьезопроводность, рассчитанная для 3 случая...

Мы получим, что теперь пьезопроводность начинает зависеть от частоты воздействия. Этот факт может служить указанием либо на то, что используемая при интерпретации модель не верна, либо на то, что вклад реально существующей неоднородности распределения параметров по пласу оказывает свое влияние.

Заметим также, что, если мы останемся в рамках модели 1, то и при наличии неоднородностей фазовая скорость ФВД будет зависеть от частоты по-прежнему корнем образом $V_{\phi} \sim \sqrt{\omega}$.

§ 9. Решения нелинейного уравнения фильтрации.

Как уже отмечалось ранее, в определенных ситуациях могут оказаться существенными нелинейные фильтрационные эффекты. Это относится, прежде всего, к описанию ФВД в трещиноватых и трещинопоровых пористых средах в условиях обратимых деформаций [6,15,16]. Одна из простейших моделей нелинейной фильтрации представляется в виде выражения (1.14). Разумеется, возможны и иные формы представления зависимости проницаемости и иных фильтрационных параметров от давления. В целом, в подобных случаях аналитические решения уравнения проницаемости получить невозможно и приходится анализировать численные решения.

Можно предположить, что основные эффекты, связанные с нелинейностью, будут происходить вблизи места с наибольшей амплитудой изменения давления в условиях ФВД – вблизи возмущающей скважины. Из этой области формальное разложение сигнала в рамках подхода Фурье покажет эффект нелинейного взаимодействия гармоник. В местах же достаточного удаления от возмущающей скважины, картина будет иметь вид такой же, как и для случая модели 1 в ситуации, когда «выживает» лишь первая гармоника Фурье – разложения сигнала.

Вид кривой изменения давления на возмущающей скважине показан на рис.3.5а. Нетрудно заметить, что наблюдается определенная неэквивалентность изменений давления на протяжении первого и второго полупериодов ФВД. Это связано с тем, что система разное время находится в условиях существенного влияния нелинейности на протяжении различных полупериодов в режимах «закачка – простой» или «отбор – простой».

Можно произвести количественную оценку этих различий [19]. Для этого построим кривые изменений давлений отдельно, взятые для четных и нечетных полупериодов, путем продолжения кривых соответствующих полупериодов с инверсией по полупериодам, начиная с моментов открытия и закрытия скважин, а затем произведем Фурье – анализ полученных кривых. Очевидно, что построенные подобным образом кривые в случае нелинейной зависимости проницаемости от давления будут различаться для отдельных полупериодов, так же как и амплитуды и фазы соответствующих гармоник Фурье – разложения.

Результаты варианта подобных вычислений показаны на рис.9.1. Для квазиустановившегося режима самопрослушивания здесь рассматриваются отклонения амплитуд первых гармоник (A_2/A_1) и разность фаз первых гармоник ($\Delta\varphi$) колебаний давлений для второго и первого полупериодов при различных значениях параметра нелинейности b (см. 1.14 или 3.3). Мы видим, что рост параметра нелинейности приводит к росту различий

между амплитудами и фазами первых гармоник, рассчитанных для отдельных полупериодов.

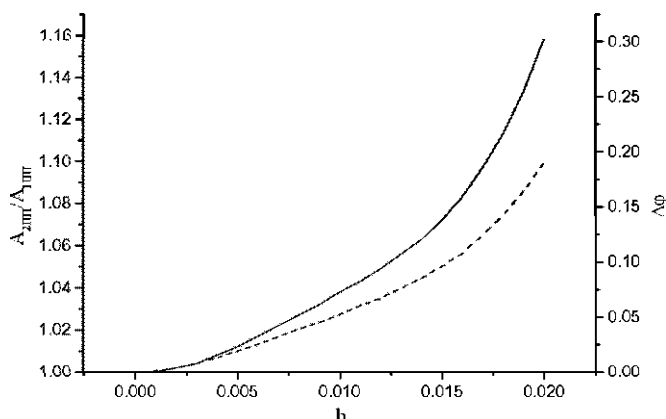


Рис.9.1. Отношения амплитуд и разности сдвигов фаз первых гармоник разложения Фурье при различных значениях параметра пелипейности.

Подобный подход может быть использован в качестве теста для оценки влияния нелинейности, поскольку для всех остальных линейных моделей в условиях установившегося режима ФВД разницы между изменениями давлений на протяжении четных и нечетных полупериодов наблюдаться не должно.

При этом, однако, следует учесть, насколько эквивалентны между собой четные и нечетные полупериоды по дебиту на возмущающей скважине. Так, если формально применить вышеописанную процедуру для кривых (2.20), можно показать (это видно и «на глаз»), что переквивалентность в динамике давления на возмущающей скважине имеет место. Однако введение коррекции, учитывающей отклонение реальной формы кривых изменения дебитов от чисто прямоугольной, например, в рамках приближенного подхода [11], когда обработка результатов ведется в параметрах $\Delta p/(q_0 - q^*(t))$, где функция $q^*(t)$ описывает отклонения от прямоугольной формы кривых изменения дебитов, приводит картину к симметричному для четных и нечетных полупериодов виду. Это показано на рис.9.2 а и 9.2б, где приводятся кривые изменения давления без учета (кривые 1) и с учетом (кривые 2) реальной формы кривой изменения дебита в течение четных и нечетных полупериодов рис.2.2б § 2.

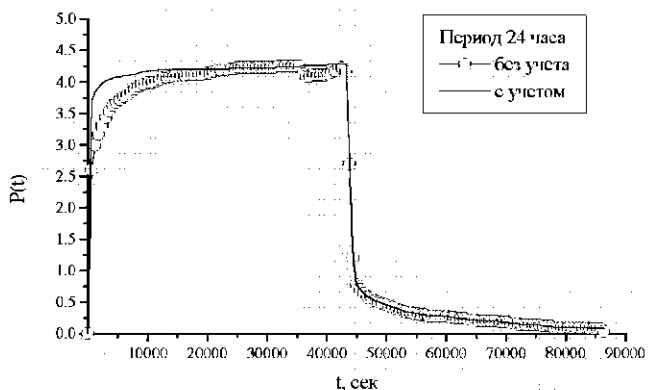


Рис.9.2а. Вид кривых изменения давления на возмущающей скважине без учета и с учетом отклонений от прямоугольного вида кривых изменений дебита для периода $T=24$ часа.

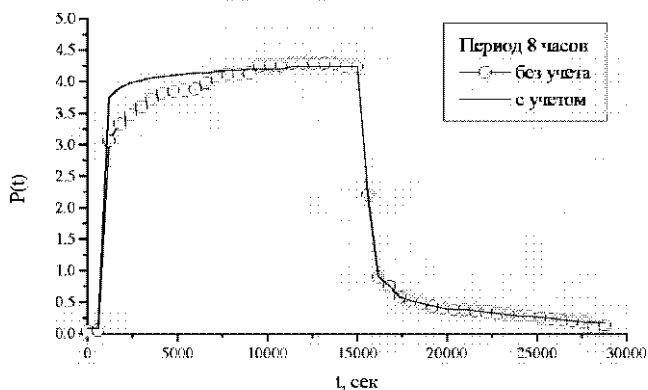


Рис.9.2б. Вид кривых изменения давления на возмущающей скважине без учета и с учетом отклонений от прямоугольного вида кривых изменений дебита для периода $T=8$ часов.

Рисунки 9.2а и 9.2б различаются тем, что первый рисунок относится к колебаниям с периодом $T = 24$ часа, а второй – с периодом 8 часов. Помимо восстановления соответствия в динамике давления на протяжении

разных полупериодов, нетрудно увидеть, что сами рисунки весьма схожи между собой, и, практически, совпадут, если изменить масштаб времени. Этот факт отражает общие свойства разложения Фурье при описании линейных систем и служит дополнительным обоснованием оценки качества информации, получаемой при проведении экспериментов по ФЭУД.

§ 10. Распространения одиночных импульсов давления в пластах.

В этом разделе мы рассмотрим распространение одиночных импульсов давления, вызванных кратковременным пуском (остановкой) скважины. Мы определим, в какой момент t и заданной точке r пласта, изменение давления $p(r, t)$ будет иметь максимум.

Как уже отмечалось в разделе 2, изменение давления $p(t)$ в произвольной точке пласта для точечного источника (стока) в любой момент времени при пуске скважины с произвольным дебитом $q(t)$ можно записать в виде

$$p(r, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_0^t q(t') G(t-t') dt', \quad (10.1)$$

где $G(t)$ является фундаментальным решением уравнения соответствующего уравнения фильтрации (см. Приложение 1).

В данном разделе рассмотрим различия в эволюции импульсов давления в рамках модели 1 и модели 2, для которых фундаментальные решения записываются, соответственно как

$$G_1(t) = \frac{\exp\left(-\frac{r^2}{4\chi t}\right)}{t}, \quad (10.2)$$

$$G_2(t) = \frac{2\exp\left(-\frac{t}{2\tau_q}\right)}{\sqrt{t^2 - r^2\tau_q}} \operatorname{ch}\left[\frac{\sqrt{t^2 - r^2\tau_q}}{2\tau_q}\right] \theta\left(t - r\sqrt{\tau_q}\right). \quad (10.3)$$

Будем считать, что дебит $q(t)$ задается в виде прямоугольного скачка длительностью T , т.е.

$$q(t) = q_0 [\theta(t) - \theta(t-T)]. \quad (10.4)$$

Пример задания дебита показан на рис.10.1, кривая 1.

Для решения поставленной задачи — нахождения местоположения максимума значения давления в заданный момент времени, продифференцируем (1) по t

$$\frac{\partial p(r, t)}{\partial t} = 0 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[q(r') G(t-r') \Big|_{r-t} + \int_0^t q(r') \frac{\partial G(t-r')}{\partial r'} dr' \right]. \quad (10.5)$$

Учитывая, что для (6.4)

$$\frac{\partial q(r')}{\partial r'} = q_0 [\delta(r') - \delta(r'-T)], \quad (10.6)$$

для модели 1 получим

$$\exp\left(-\frac{r^2}{4\chi t}\right) - \theta(t-T) \frac{\exp\left(-\frac{r^2}{4\chi(T-t)}\right)}{T-t} = 0. \quad (10.7)$$

Отсюда видно, что для любых точек r , максимум $p(r, t)$ появляется на временах $t_{\max} > T$, а для произвольного времени t , местоположения максимума $r_{\max}(t)$ дается выражением

$$r_{\max}(t) = \left\{ 4\chi t \left(\frac{t}{T} - 1 \right) \ln \left(\frac{t}{t-T} \right) \theta(t-T) \right\}^{1/2} \quad (10.8)$$

Аналогичное решение получено и в [3].

Рассмотрим теперь модель 2. В этом случае уравнения (10.5) и (10.6) приводят к соотношению

$$\begin{aligned} & \exp\left(-\frac{t}{2\tau_q}\right) \operatorname{erf} \left[\frac{\sqrt{t^2 - r^2 \tau_q}}{\chi} \right] \theta\left(t - r \sqrt{\frac{\tau_q}{\chi}}\right) = \\ & \exp\left(-\frac{(t-T)}{2\tau_q}\right) \operatorname{erf} \left[\frac{\sqrt{(t-T)^2 - r^2 \tau_q}}{\chi} \right] \theta\left(t - T - r \sqrt{\frac{\tau_q}{\chi}}\right). \end{aligned} \quad (10.9)$$

Теперь максимумы давления в точке r появятся только на временах $t > T + r \sqrt{\frac{\tau_q}{\chi}}$.

Здесь скорость $\sqrt{\chi/\tau_q}$ определяет запаздывание, связанное с конечностью скорости распространения возмущений в уравнении гиперболического типа.

На рис.10.1 показаны результаты вычислений отклика давления в пласте в точке $r = 200$ м при $\chi = 1$ м²/сек на задание импульса дебита в виде прямоугольника (кривая 1) для вариантов времен $\tau_q = 0$ (кривая 2), что соответствует модели 1, $\tau_q = 1000$ сек (кривая 3) и $\tau_q = 10000$ сек (кривая 4) для модели 2. Все кривые нормированы по своим максимальным значениям. Длительность импульса дебита составляла 12 часов = 43200 сек.

Мы видим, что увеличение времени релаксации при прочих неизменных параметрах приводит к тому, что сигнал становится менее размытым («восстанавливается» первичная «прямоугольность»), а максимум наступает позже.

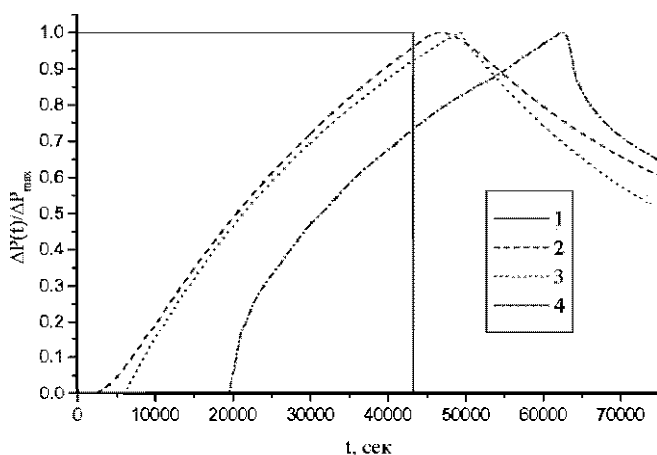


Рис.10.1. Дебит на возмущающей скважине – кривая 1, изменения давлений в точке $r=200$ м, нормированные на свои максимальные значения для вариантов времен $\tau_q = 0$ – кривая 2, $\tau_q = 1000$ сек – кривая 3 и $\tau_q = 10000$ сек – кривая 4.

На рис.10.2 показаны значения местоположений максимумов при различных временах наблюдения для $\chi=1 \text{ м}^2/\text{сек}$, рассчитанные на основе модели 1 (уравнение (6.8) – кривая 1 и модели 2 (уравнение (6.9) – кривая 2. Длительность импульса дебита T составляла 1000 сек.

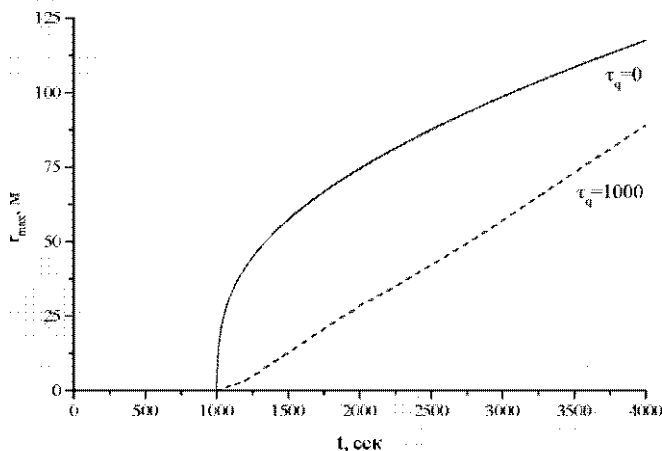


Рис.10.2. Местоположения r_{max} для модели 1 модели 2.

На основании анализа вышеприведенных графиков по уровню отклонения реальной кривой от модельной кривой, описывающей фильтрацию по модели 1 типа можно реализовать тест на отличие фильтрационной модели от классического варианта для функции линейного отклика по давлению.

ВМЕСТО ЗАКЛЮЧЕНИЯ.

§ 11. Набор тестов для идентификации моделей фильтрации и интерпретации результатов исследований пластов методом ФВД.

В данном параграфе приводится подборка различных тестов, которые, на наш взгляд, желательно проводить при интерпретации результатов ФВД и использовании метода ФВД для идентификации моделей фильтрации. Предполагается, что в процессе проведения экспериментов можно изменять как периоды колебаний дебитов или давлений на возмущающей скважине, так и их амплитуды. Разумеется, увеличение числа различных периодов задания ФВД и значений амплитуд дебитов на возмущающей скважине расширяет возможности дальнейшего анализа. Однако любой исследователь при проведении экспериментов сталкивается с временными и технологическими ограничениями. Поэтому в качестве сокращенного варианта измерений периодов ФВД можно предложить следующую последовательность: 4 периода с периодом T , 4 периода с периодом $T/2$ и еще 4 периода с периодом $T/3$. В результате, для основных гармоник Фурье-разложения (1-ой, 3-ей, 5-ой) мы получим 8 различных мод колебаний с периодами: T , $T/3$, $T/5$, $T/2$, $T/6$, $T/10$, $T/3$ (теперь это первая гармоника для периода $T/3$), $T/9$, $T/15$.

Сам период T обычно должен быть сравним по порядку величины с параметром r^2/χ . Возможности изменения величины дебитов определяются конкретными технологическими условиями и, если такие возможности имеются, то желательно обеспечить изменение его значений в разы. После проведения исследований производится Фурье – анализ полученных кривых: изменений во времени дебита и давления на возмущающей скважине и давления на реагирующей. В результате проведения вышеописанных процедур мы получаем наборы данных о значениях амплитуд и фаз гармоник дебитов и давлений на возмущающей скважине, амплитуд и фаз давлений на реагирующей скважине. После этого можно провести следующие тесты.

1. Тест стабильности сигналов.

Вычисляем амплитуды и фазы Фурье – гармоник кривых дебитов и давлений для каждого отдельного периода сигнала, находим среднее, среднеквадратичное отклонение. Прежде всего, в этом тесте нас интересуют кривые зависимостей забойного давления от времени на возмущающей скважине, выступающие в качестве задающих сигналов. Обычно, отличие текущих значений этих величин для отдельных периодов от средних не превышает единиц процентов. В случае если текущие значения амплитуд соответствующих гармоник отличаются от средних более чем на единицы процентов, очевидно, следует рассматривать и

рассчитывать значения параметров по отдельным периодам, соотносящимся по времени друг с другом. Для примера, рассмотренного в разделе 2 амплитуды 1-ой и 3-ей гармоник отличаются друг от друга не более чем на 0.5%, пятой – на 2%.

2. Тест «прямоугольника»

Тест на выявление влияния предельного градиента давления (см. §7). Если при уменьшении амплитуды сигнала и увеличении частоты, на контрольной скважине возникает эффект увеличения вклада четных гармоник, возможно, мы имеем дело с эффектом фильтрации с начальным градиентом сдвига. Аналогично, это касается и формы сигнала на возмущающей скважине. В случае, если такая ситуация реализуется, требуются дополнительные исследования для определения значения начального градиента давления g_0 и учета соответствующей поправки в общий процесс.

В случае же выполнения условия

$$\left| \frac{\partial p(r, t)}{\partial r} \right| > g_0 \quad (11.1)$$

по всей области фильтрации, для однородного пласта значение предельного градиента давления g_0 можно найти по формуле [9]

$$g_0 = \frac{P_r - P_c}{r_* - r_c} - \frac{q_0}{2\pi h(r_* - r_c)} \ln \frac{r_*}{r_c} \quad (11.2)$$

При этом тестом корректности определения g_0 может служить условие

$$Const = \frac{P_r^i - P_c^i}{r_* - r_c} - \frac{q_0^i}{2\pi h(r_* - r_c)} \ln \frac{r_*}{r_c} \quad (11.3)$$

для различных постоянных составляющих дебита на возмущающей скважине q_0^i , и, соответственно, для давлений P_c^i и P_r^i .

3. Тест третьей гармоники.

Гармоника с периодом $T/3$ при этом может служить контрольной для линейных моделей фильтрации, когда мы задаем сначала колебания дебита на возмущающей скважине с периодом T , а затем с периодом $T/3$. Например, если мы определяем проницаемость по формуле (П2.28) для первой гармоники в виде

$$\chi = \frac{r^2 \omega_1}{2(\Delta\varphi_1 - \pi_8 - \pi)^2}, \quad (11.4)$$

где $\Delta\varphi_1$ — соответствующая разность фаз, то для третьей гармоники должно выполняться

$$\Delta\varphi_3 = \sqrt{3}(\Delta\varphi_1 - \pi_8 - \pi) + \pi_8 + \pi. \quad (11.5)$$

4. Тест на нелинейность.

В соответствии с материалами, изложенными в § 9, производим Фурье — анализ раздельно для четных и нечетных полупериодов зависимостей давления на возмущающей скважине от времени. Неэквивалентность формы импульсов на возмущающей скважине для четных и нечетных полупериодов будет проявлением нелинейного фильтрационного процесса. При этом следует учесть эффекты отклонения кривых изменений дебита от сигналов прямоугольной формы, если они существенны. В случае реализации нелинейного случая следует производить дополнительные корректировки [1,15,16]. Заметим, что для многих ситуаций влияние нелинейных эффектов укладывается в погрешности измерений и каких-либо пересчетов производить не нужно.

5. Тест «фазовой скорости».

Вычисляем фазовую скорость ФВД (см. раздел 6). Для этого при расчетах можно использовать формулу

$$V_\phi(\omega) = \frac{2\pi r}{(\delta_r - \delta_c)\omega} = \frac{r\omega}{(\delta_r - \delta_c)}, \quad (11.6)$$

где расстояние между скважинами считается известным, фазовые углы — вычисленными, колебания ФВД установившимися.

В случае, если зависимость фазовой скорости от частоты пропорциональна $1/\omega$, мы имеем дело с моделью 1, при отклонении от закона «корня», возможно, следует использовать модели 2, 3 или их комбинации.

6. Тест на линейность и однородность околоскважинного пространства и межскважинных интервалов.

Увеличивая (уменьшая) величину дебита $q^i(\omega)$ возмущающей скважины, сравниваем получающиеся отношения амплитуд сигналов. Из формул 112.7 и 112.19 Приложения 2 имеем, что для линейных теорий при

продлении экспериментов на фиксированной частоте отношения амплитуд дебитов и давлений для одной и той же гармоники должны сохраняться величины:

$$\frac{q^i(\omega)}{P_c^i(\omega)} \text{ и } \frac{q^i(\omega)}{P_r^i(\omega)} \quad (11.7)$$

Значительные расхождения (более 10%) в значениях отношений (11.7) могут указывать на наличие нелинейности фильтрационного процесса или неоднородность пласта.

7. Тест 2 на однородность пласта по гидропроводности в ближней и дальней зонах.

Вычисляем значения гидропроводности по данным межскважинного зондирования и на возмущающей скважине из формул П2.13 и П2.25:

$$c = \frac{q(\omega)}{2\pi P_c(\omega)} f^2 \left(\frac{\pi + \Lambda}{4 + 2} \right) \frac{1}{|\sin(\delta_p - \delta_q - \Lambda)|} \quad (11.8)$$

$$c = \frac{q(\omega)}{2\pi P_r} \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} f^2 \left[\sin \left(\frac{\Lambda + \frac{\pi}{2}}{2} \right) \right]^2}{\left[\delta_q - \delta_r + \frac{3}{4} \Lambda - \frac{\pi}{8} - \pi \right]^{\frac{1}{2}}} \exp \left(- \frac{\delta_q - \delta_r + \frac{3}{4} \Lambda - \frac{\pi}{8} - \pi}{\operatorname{tg} \frac{\Lambda + \pi}{2}} \right) \quad (11.9)$$

На первом этапе вычислений можно ограничиться моделью 1 и положить $\Lambda = 0$, $f = 1$. Значительное несоответствие значений гидропроводности может говорить о неоднородности пласта (здесь можно использовать терминологию «ближней и дальней зон»).

На этом же этапе вычисляем проницаемость χ и приведенный радиус скважины r_c по формулам Приложения 2.

8. Тест на неоднородность и неравновесность.

Вычисляем зависимость от частоты отношений давлений и дебитов и сдвигов фаз на возмущающей и припимающей скважинах и проверяем, в какой степени эти зависимости аппроксимируются зависимостями вида

$$\frac{P_c(\omega)}{q(\omega)} = \frac{1}{2\pi c} f^{\frac{1}{2}} \sqrt{\ln^2 \left(\frac{1}{2} \mathcal{H}_c \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} \right) + \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\Delta}{2} \right)^2} \quad (11.10)$$

$$\delta_q - \delta_c + \pi = -\Delta - \arctg \frac{\frac{\pi}{4} + \frac{\Delta}{2}}{\ln \left(\frac{1}{2} \mathcal{H}_c \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} \right)} \quad (11.11)$$

для возмущающей скважины и

$$\frac{P_r(\omega)}{q(\omega)} = \frac{1}{2\pi \varepsilon} \sqrt{\frac{\pi}{2r}} \left(\frac{\chi}{\omega} \right)^{\frac{1}{4}} f^{\frac{3}{8}} \exp \left(-r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} \cos \frac{\Lambda + \pi}{2} \right) \quad (11.12)$$

$$\delta_r - \delta_q + \pi = \frac{3}{4} \Delta - \frac{\pi}{8} - r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} \sin \frac{\Lambda + \pi}{2} \quad (11.13)$$

для реагирующей скважины. Для квазиоднородных систем, с помощью фиттинга или минимизации соответствующих функционалов, теперь можно определить времена релаксации τ_p и τ_q . При расчетах зависимостей фаз от частоты следует учесть замечания § 4 и Приложения 2 о числе $\pm \pi$ в фазовых соотношениях.

9. Оценка параметров $r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}}$ или $r \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} \left\{ \frac{(1 + \omega^2 \tau_q^2)}{(1 + \omega^2 \tau_p^2)} \right\}^{1/4}$ для

релаксационных моделей. Если их значения меньше 5, вводим поправку при расчетах гидропроводности в соответствии с разделом 7. Для случая из раздела 2 этот параметр примерно равен 3.5. Поправка составит около 2%.

10. Оценка параметров $r_c \sqrt{\frac{\omega}{\chi}}$ или $r_c \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} \left\{ \frac{(1 + \omega^2 \tau_q^2)}{(1 + \omega^2 \tau_p^2)} \right\}^{1/4}$ для

релаксационных теорий. Если их значения больше 0.1, вводим поправку при расчетах гидропроводности в соответствии с разделом 7. (Для примера из § 2 это значение менее 0.01.)

Конечно, приведенный набор тестов может быть дополнен и уточнен. Методики разделения нелинейных эффектов и учета неоднородностей требуют дальнейших исследований. Вместе с тем, автор полагает, что использование вышеприведенной системы тестов позволит решить, по крайней мере, в первом приближении, задачи идентификации реализуемой модели фильтрации и интерпретации результатов метода ФВ/Д.

Приложение 1. Фундаментальные решения линейных уравнений фильтрации.

Модель 1 – модель В.Н.Щелкачева.

Уравнение для давления в случае плоскорадиальной фильтрации:

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = \chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p(r,t)}{\partial r}, \quad (П1.1)$$

фундаментальное решение уравнения (П1.1)

$$G = \frac{\exp\left(-\frac{r^2}{4\chi t}\right)}{t}. \quad (П1.2)$$

Для точечного стока (источника) решение для изменения давления в пласте, начиная с момента времени $t = 0$, при задании произвольного дебита $q(t)$ на длительно проставившей однопочной скважине запишется с использованием (П1.2) в виде свертки [5]:

$$\Delta p(r,t) = \frac{1}{4\pi\chi} \int_0^t q(t-t') \frac{\exp\left(-\frac{r^2}{4\chi t'}\right)}{t'} dt' \quad (П1.3)$$

Модель 2 – модель С.А.Христиановича.

Уравнение для давления в случае плоскорадиальной фильтрации

$$\tau_q \frac{\partial^2 p(r,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = \chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p(r,t)}{\partial r}, \quad (П1.4)$$

фундаментальное решение для (П1.4):

$$G_q = \frac{\exp\left(-\frac{t}{2\tau_q}\right)}{\sqrt{t^2 - \frac{r^2 \tau_q}{\chi}}} \cosh\left(\sqrt{t^2 - \frac{r^2 \tau_q}{\chi}} \frac{r}{2\tau_q}\right) \theta\left(t - r \sqrt{\frac{\tau_q}{\chi}}\right). \quad (П1.5)$$

Решение для давления в виде свертки с использованием (П1.5):

$$\Delta p(r, t) = \frac{1}{4\pi\chi} \int_0^t q(t-t') \frac{\exp\left(-\frac{t'}{2\tau_q}\right)}{\sqrt{r^2 - \frac{r^2 \tau_q}{\chi}}} 2 \cosh\left(\frac{\sqrt{t'^2 - r^2 \tau_q}}{2\tau_q} \chi\right) dt'. \quad (\text{П1.6})$$

Модель 3 – модель Баренблатта.

Уравнение для давления в случае плоскорадиальной фильтрации:

$$\frac{\partial p(r, t)}{\partial t} = \chi \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \left(p(r, t) + \tau_p \frac{\partial p(r, t)}{\partial t} \right), \quad (\text{П1.7})$$

фундаментальное решение уравнения (П1.7):

$$G_p = \frac{1}{t} \int_0^\infty J_1(z) \left[1 - \exp\left(-\frac{tz^2 \chi}{r^2 + z^2 \chi \tau_p}\right) \right] dz. \quad (\text{П1.8})$$

Решение для давления в виде свертки:

$$\Delta p(r, t) = \frac{1}{4\pi\chi} \int_0^t \frac{q(t-t')}{t'} \int_0^\infty J_1(z) \left[1 - \exp\left(-\frac{t' \chi z^2}{r^2 + z^2 \chi \tau_p}\right) \right] dz dt'. \quad (\text{П1.9})$$

Модель 4 – модель Ю.М.Молоковича.

Уравнение для давления в случае плоскорадиальной фильтрации:

$$\tau_q \frac{\partial^2 p(r, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial p(r, t)}{\partial t} = \chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \left(p(r, t) + \tau_p \frac{\partial p(r, t)}{\partial t} \right), \quad (\text{П1.10})$$

фундаментальное решение

$$G_{pq} = \frac{\exp\left(-\frac{\tau_q r^2}{\tau_p 4\chi t}\right)}{t} \left[1 - r \sqrt{\frac{\tau_p - \tau_q}{\tau_p^2 \chi}} \times \right. \\ \left. \times \int_0^{\infty} J_1\left(zr \sqrt{\frac{\tau_p - \tau_q}{\tau_p^2 \chi}}\right) \exp\left(-\frac{z^2}{\tau_p t} \left[\frac{t^2}{1+z^2} + \frac{r^2 \tau_q}{4\chi} \right]\right) dz \right] \quad (III.11)$$

Решение для давления в виде свертки:

$$\Delta p(r, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^t \frac{q(t-t')}{t'} \exp\left(-\frac{\tau_q r^2}{\tau_p 4\chi t'}\right) \\ \times \left[1 - r \sqrt{\frac{\tau_p - \tau_q}{\tau_p^2 \chi}} \int_0^{\infty} J_1\left(zr \sqrt{\frac{\tau_p - \tau_q}{\tau_p^2 \chi}}\right) \right. \\ \left. \times \exp\left(-\frac{z^2}{\tau_p t'} \left[\frac{t'^2}{1+z^2} + \frac{r^2 \tau_q}{4\chi} \right]\right) dz \right] dt' \quad (III.12)$$

Приложение 2.

Расчеты фильтрационных параметров пластов в линейных моделях фильтрации при проведении исследований методом ФВД.

Поскольку мы рассматриваем в данном Приложении только линейные модели, будем записывать уравнения фильтрации и их решения только для одной гармоники Фурье разложения с частотой ω . Обычно, это первая, третья или пятая гармоники. Общее же решение в подходе Фурье представляет собой суперпозицию вкладов отдельных гармоник.

Запишем значения одной из гармоник Фурье – разложения сигнала дебита – $q(t)$, давления на стенке скважины – $p_c(t)$ и давления в удаленной точке пласта с координатой $r_*(r_* \gg r) - p_r(r_*, t)$ в виде [11]

$$q(t) = 2\pi\epsilon \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_c} = q(\omega) \cos(\omega t + \delta_q) \quad (112.1)$$

$$p_c(t) = p_c(\omega) \cos(\omega t + \delta_c) \quad (112.2)$$

$$p_r(r_*, t) = p_r(\omega) \cos(\omega t + \delta_r) \quad (112.3)$$

Для случая фильтрации по закону

$$w + \tau_q \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla(p + \tau_q \frac{\partial p}{\partial t}) \quad (112.4)$$

введем обозначения

$$f = \left[\frac{1 + \omega^2 \tau_q^2}{1 + \omega^2 \tau_p^2} \right], \quad (112.5)$$

$$\Delta = \arctg \frac{\omega(\tau_q - \tau_p)}{1 + \omega^2 \tau_q \tau_p} \quad (112.6)$$

Тогда получим решения для отношений амплитуд

$$\epsilon = \frac{q(\omega)}{2\pi p_c(\omega)} f^{\frac{1}{2}} \sqrt{\ln^2 \left(\frac{1}{2} \gamma_c \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} f^{\frac{1}{4}} \right) + \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\Delta}{2} \right)^2} \quad (112.7)$$

и разности фаз

$$\delta_q - \delta_p = -\pi - \Delta - \arctg \frac{\frac{\pi}{4} + \frac{\Delta}{2}}{\ln \left(\frac{1}{2} \mathcal{H}_c \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} \right)}. \quad (112.8)$$

Заметим, что появление члена $-\pi$ в фазе в (112.8) связано с выбором знака дебита в виде (112.1). Этот член исчезает при выборе давления в виде

$$p_{c0}(t) = -p_{c0} \cos(\omega t + \delta_c), \quad (112.9)$$

как это сделано в [9] или при выборе знака дебита

$$q = -2\pi v \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_c}, \quad (112.10)$$

как в [1,3].

Отсюда находим, учитывая, что $\lg(\pm\pi + x) = \lg(x)$

$$\frac{1}{2} \mathcal{H}_c \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} = \exp \left(\frac{\frac{\pi}{4} + \frac{\Delta}{2}}{\lg(\delta_p - \delta_q - \Delta)} \right), \quad (112.11)$$

параметр (комплекс) $\frac{\chi}{r_c^2}$:

$$\frac{\chi}{r_c^2} = \frac{\gamma^2}{4} \omega f^{\frac{1}{2}} \exp \left(\frac{\frac{\pi}{2} + \Delta}{\lg(\delta_q - \delta_p + \Delta)} \right) \quad (112.12)$$

и, в другой записи, гидропроводность

$$G = \frac{q(\omega)}{2\pi l_c(\omega)} f^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\Delta}{2} \right) \left| \sin(\delta_p - \delta_q - \Delta) \right|. \quad (112.13)$$

Для модели 1 эти выражения запишутся просто:

$$\frac{\chi}{r_c^2} = \frac{\gamma^2}{4} \omega \exp\left(\frac{\pi}{2tg(\delta_q - \delta_p)}\right), \quad (11.2.14)$$

$$c = \frac{q(\omega)}{2\pi I_c^2(\omega)} \sqrt{\ln^2\left(\frac{1}{2} r_c \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}}\right) + \left(\frac{\pi}{4}\right)^2} \quad (11.2.15)$$

или

$$c = \frac{q(\omega)}{8P(\omega) |\sin(\delta_p - \delta_q)|}, \quad (11.2.16)$$

Для давления в удаленной точке r_* получим

$$\begin{aligned} p_r(\omega) \cos(\omega t + \delta_r) &= \frac{q(\omega)}{2\pi c} \sqrt{\frac{\pi}{2r_*}} \left(\frac{\kappa}{\omega}\right)^{\frac{1}{4}} f^{\frac{3}{8}} \times \\ &\times \exp\left(-r_* \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} f^{\frac{1}{4}} \cos\left[\frac{\Lambda + 0.5\pi}{2}\right]\right) \times \\ &\times \cos\left[\omega t + \delta_q + \frac{3}{4}\Delta - \frac{\pi}{8} - \pi - r_* \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} f^{\frac{1}{4}} \sin\left[\frac{\Lambda + \frac{\pi}{2}}{2}\right]\right] \end{aligned} \quad (11.2.17)$$

Заметим, что появление члена $-\pi$ в фазе в (11.2.17)

$$\omega t + \delta_q + \frac{3}{4}\Delta - \frac{\pi}{8} - \pi - r_* \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} f^{\frac{1}{4}} \sin\left[\frac{\Lambda + \frac{\pi}{2}}{2}\right] \quad (11.2.18)$$

и далее в (11.2.20, 11.2.21, 11.2.22, 11.2.24, 11.2.25, 11.2.26, 11.2.28, 11.2.29, 11.2.30) также связано с выбором знака дебита в виде (11.2.1). Этот член исчезает при выборе давления в виде (11.2.9) или выборе знака дебита в виде (11.2.10).

Психологически удобнее иметь дело именно с последней формой представления дебита (см. § 4).

Из соотношения (П2.17) можно получить формулы для расчетов ФПШ:

$$p_r = \frac{q(\omega)}{2\pi c} \sqrt{\frac{\pi}{2r_*}} \left(\frac{\kappa}{\omega} \right)^{\frac{1}{4}} f^{\frac{3}{8}} \exp \left(-r_* \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} f^{\frac{1}{4}} \cos \frac{\Delta + 0.5\pi}{2} \right). \quad (\text{П2.19})$$

$$\delta_r = \delta_q + \frac{3}{4} \Delta - \frac{\pi}{8} - \pi - r_* \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} \sin \frac{\Delta + \frac{\pi}{2}}{2}. \quad (\text{П2.20})$$

Отсюда определяем пьезопроводность χ в межскважинном интервале

$$r_* \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} \sin \frac{\Delta + \frac{\pi}{2}}{2} = \delta_q - \delta_r + \frac{3}{4} \Delta - \frac{\pi}{8} - \pi, \quad (\text{П2.21})$$

$$\chi = \frac{f^{\frac{1}{2}} r_*^2 \omega \sin^2 \frac{\Delta + \frac{\pi}{2}}{2}}{\left(\delta_q - \delta_r + \frac{3}{4} \Delta - \frac{\pi}{8} - \pi \right)^2} \quad (\text{П2.22})$$

и

$$c = \frac{q(\omega)}{2\pi p_r} \sqrt{\frac{\pi}{2r_*}} \left(\frac{\chi}{\omega} \right)^{\frac{1}{4}} f^{\frac{3}{8}} \exp \left(-r_* \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} \cos \frac{\Delta + \frac{\pi}{2}}{2} \right) \quad (\text{П2.23})$$

или, учитывая

$$r_* \sqrt{\frac{\omega}{\chi}} f^{\frac{1}{4}} = \frac{\delta_q - \delta_r + \frac{3}{4} \Delta - \frac{\pi}{8} - \pi}{\sin \frac{\Delta + \frac{\pi}{2}}{2}} \quad (\text{П2.24})$$

находим гидропроводность в межскважинном интервале

$$\varepsilon = \frac{q(\omega)}{2\pi P_r} \frac{\sqrt{\pi} f^{\frac{1}{2}} \left[\sin \left(\frac{\Lambda + \pi}{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}}{\left[\delta_q - \delta_r + \frac{3}{4} \Lambda - \frac{\pi}{8} - \pi \right]^2} \exp \left(- \frac{\delta_q - \delta_r + \frac{3}{4} \Lambda - \frac{\pi}{8} - \pi}{\operatorname{tg} \left(\frac{\Lambda + \pi}{2} \right)} \right) \quad (112.25)$$

и приведенный радиус скважины

$$r_c = \frac{2r_*}{\gamma} \frac{\left| \sin \left(\frac{\Lambda + \pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|}{\left(\delta_q - \delta_r + \frac{3}{4} \Lambda - \frac{\pi}{8} - \pi \right)} \exp \left(- \frac{\frac{\pi}{4} + \frac{\Lambda}{2}}{\operatorname{tg}(\delta_q - \delta_r + \Lambda)} \right) \quad (112.26)$$

или

$$r_c = \frac{2}{\gamma} \sqrt{\frac{\kappa}{\omega}} \frac{1}{f^{\frac{1}{4}}} \exp \left[\left(\frac{P_c}{P_r} \right)^2 \frac{\pi}{2r_*} \sqrt{\frac{\kappa}{\omega}} \frac{1}{f^{\frac{1}{4}}} \times \right. \\ \left. \times \exp \left(- 2r_* \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} f^{\frac{1}{4}} \cos \frac{\Lambda + 0.5\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\Lambda}{2} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (112.27)$$

Для модели 1 (безрелаксационного случая), получим простые выражения

$$\chi = \frac{r_*^2 \omega}{2 \left(\delta_q - \delta_r - \frac{\pi}{8} - \pi \right)^2}, \quad (112.28)$$

$$\varepsilon = \frac{q(\omega)}{2^{\frac{7}{4}} \sqrt{\pi} P_r} \frac{\exp \left(- \left(\delta_q - \delta_r - \frac{\pi}{8} - \pi \right) \right)}{\left(\delta_q - \delta_r - \frac{\pi}{8} - \pi \right)^{\frac{1}{2}}}, \quad (112.29)$$

$$r_c = \frac{r_* \sqrt{2}}{\gamma} \frac{\exp\left(-\frac{\pi}{4Ig(\delta_q - \delta_p)}\right)}{\left(\delta_q - \delta_p - \frac{\pi}{8} - \pi\right)} \quad (П2.30)$$

или, в другой записи,

$$r_c = \frac{2}{\gamma} \sqrt{\frac{\kappa}{\omega}} \exp\left[\left(-2r_* \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}}\right)^2 \frac{\pi}{2r_*} \sqrt{\frac{\kappa}{\omega}} \exp\left(-2r_* \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}}\right) - \left(\frac{\pi}{4}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}, \quad (П2.31)$$

что совпадает с известными выражениями [2,3].

Отметим, что фазовая скорость фильтрационных волн давления может быть вычислена как

$$V_\phi = \frac{\sqrt{\chi\omega}}{f^4 \sin\left(\frac{1}{2}\left(\Lambda + \frac{\pi}{2}\right)\right)} = \frac{\sqrt{\chi\omega}}{f^4 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\Lambda}{2}\right)} \quad (П2.32)$$

В частности, для модели 1 фазовая скорость будет выглядеть просто:

$$V_\phi = \sqrt{2\chi\omega}, \quad (П2.33)$$

для модели 2

$$V_\phi = \frac{\sqrt{\chi\omega}}{(1 + \omega^2 \tau_q^2)^{1/4} \cos\left(\frac{1}{2} \arctg \frac{1}{\omega \tau_q}\right)}, \quad (П2.34)$$

для модели 3

$$V_\phi = \frac{\sqrt{\chi\omega} (1 + \omega^2 \tau_p^2)^{1/4}}{\cos\left(\frac{1}{2} \arctg \frac{1}{\omega \tau_p}\right)}, \quad (П2.35)$$

для модели 4

$$I_{\phi} = \left(\frac{1 + \omega^2 \tau_q^2}{1 + \omega^2 \tau_p^2} \right)^{1/4} \sqrt{\chi \omega} \cos \left(\frac{1}{2} \arctg \left(\frac{1 + \omega^2 \tau_p \tau_q}{\omega (\tau_p - \tau_q)} \right) \right) \quad (\Pi 2.36)$$

Список литературы.

1. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М., Недра, 1984, 211с.
2. Бузинов С.П., Умрихин И.Д. Исследование пластов и скважин при упругом режиме фильтрации. М., Недра, 1964 - 273с.
3. Бузинов С.П., Умрихин И.Д. Гидродинамические методы исследования скважин и пластов. М., Недра, 1973, 248с.
4. Бузинов С.П., Умрихин И.Д. "Исследование нефтяных и газовых скважин и пластов. М., Недра, 1984, 265с.
5. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М. Наука, 1981, 512с.
6. Дияшев Р.П., Костерин А.В., Сковцов О.В. Фильтрация жидкости в деформируемых нефтяных пластах. Казань, изд-во Казанского математического общества, 1999, 238с.
7. Покисанов В.А. "Определение фильтрационных параметров пластов и реологических свойств дисперсных систем при разработке нефтяных месторождений". Москва, 2001. ОАО ВНИИОЭШ, 212 с.
8. Мирзаджанзаде А.Х. Огибалов П.М. Керимов З.Г. Термо-вязоупругость и пластичность в промышленной механике. М., Недра, 1973, 279с.
9. Молокович Ю.М., Педримеров П.Н., Пикужа В.Н., Птианин А.В. Релаксационная фильтрация. Казань, Изд - во Казанского университета, 1980, 136с.
10. Молокович Ю.М., Шкуро А.С. Использование волн давления для определения границы раздела двух сред, имеющих различные коэффициенты пьезопроводности. Сб. Вопросы усовершенствования разработки нефтяных месторождений Татарии. Казань, Изд-во КГУ, 1962, с. 17-38.
11. Молокович Ю.М., Марков А.П., Давлетшин А.А., Куптанова Г.Г. Пьезометрия окрестности скважин. Теоретические основы. Казань, издательство "ДАС", 2000, 203 с.

12. Пепримеров И.И. Трехмерный анализ нефтеотдачи охлажденных пластов. Изд-во КИ У, Казань, 1978, 216 с.
13. Пепримеров И.И. Влияние промышленного эксперимента на развитие теории фильтрации. Сб. Проблемы теории фильтрации и механика процессов вытеснения нефтеотдачи. М., Наука, 1987, с.153-162.
14. Николаевский В.Н., Басиев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А. Механика насыщенных пористых сред. М., Недра, 1970, 339с.
15. Николаевский В.И. Геомеханика и флюидодинамика. М., Недра, 1996, 447с.
16. Николаевский В.И. Механика насыщенных и трещиноватых сред. М., Недра, 1984.
17. Овчинников М.Н., Гаврилов А.Г., Штанин А.В., Гарипов Б.М. Экспериментальные исследования фильтрационных параметров пластов на режимах гидродинамического самопрослушивания и взаимодействия скважин. Труды международного форума по проблемам науки, техники и образования. М. Академия наук о Земле, 2001, т.3, с.151-152.
18. Овчинников М.И., Кушанова Г.Г. Программа для ЭВМ: «Программа моделирования нестационарных фильтрационных потоков в нефтяных пластах», СВИДЕТЕЛЬСТВО РОСАНО №990960, 27.12.1999г. Официальный Бюллетень РОСАНО (программы для ЭВМ, базы данных, топологии интегральных микросхем), №1(30), 2000, с. 171.
19. Овчинников М.Н. Об одном методе идентификации моделей фильтрации. Известия вузов. Нефть и газ, 2002, №4, с.22-25.
20. Соболев С.Л. Локально-неравновесные модели процессов переноса. Успехи физических наук, 1997, т.167, №10, с.1095-1106.
21. Фархуллин Р.Г. Комплекс промышленных исследований по контролю за выработкой запасов нефти. Казань, ТАТТЮЛИГРАФЪ, 2002, 304с.

22. Хисамов Р.С., Сулейманов Э.И., Фархуллин Р.Г., Никашев О.А., Губайдуллин А.А., Ишказев Р.К., Хусанов В.М. "Гидродинамические исследования скважин и методы обработки результатов измерений". Москва, ОАО "ВНИИОЭШ", 1999, 227с.
23. Христианович С.А. Механика сплошной среды. М., Наука, 1981.
24. Чернов Б.С. Жуков А.И. Базлов М.П. Гидродинамические методы исследования скважин и пластов. М., Гостотехиздат, 1960 - 319с.
25. Пелкачев В.Н. Основы и приложения теории неуставившейся фильтрации. М., Нефть и газ, 1995, ч.1-586с., ч.2-493с.
26. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solids. J.Acoustic.Soc.Amer., 1956, v.28, pp.168-186.
27. A.G.Gavrilov, M.N.Ovchinnikov, A.V.Shtanin. Geological structures recognition and evaluation of water saturation in oil fields by the hydrodynamical methods. Proc.Int.Conf. Geometrization of Physics IV. Kazan, October 4-8, 1999, pp.208-210.

Содержание

Список обозначений.	3
Введение.	4
Глава 1. Метод ФВД и примеры его использования.	
§ 1. Рассматриваемые модели фильтрации.	5
§ 2. Примеры натурных исследований пластов методом ФВД.	9
§ 3. Примеры численных решений уравнений нестационарной фильтрации.	14
Глава 2. Что следует учитывать при анализе результатов метода ФВД.	
§ 4. Вопросы обработки результатов исследований межскважинного пространства методом ФВД.	22
§ 5. Оценка погрешностей определения фильтрационных параметров пластов, вносимых аппроксимациями.	31
Глава 3. Особенности распространения ФВД.	
§ 6. ФВД в условиях релаксационной фильтрации.	40
§ 7. Волны давления в системах с предельным градиентом давления.	46
§ 8. Фильтрация в неоднородных пластах.	49
§ 9. Решения нелинейного уравнения фильтрации.	55
§ 10. Распространение одиночных импульсов давления в пластах.	59
Вместо заключения.	
§ 11. Набор тестов для идентификации моделей фильтрации и интерпретации результатов исследований пластов методом ФВД.	63
Приложение 1. Фундаментальные решения уравнений фильтрации.	69
Приложение 2. Расчеты фильтрационных параметров пластов.	72
Список литературы.	79