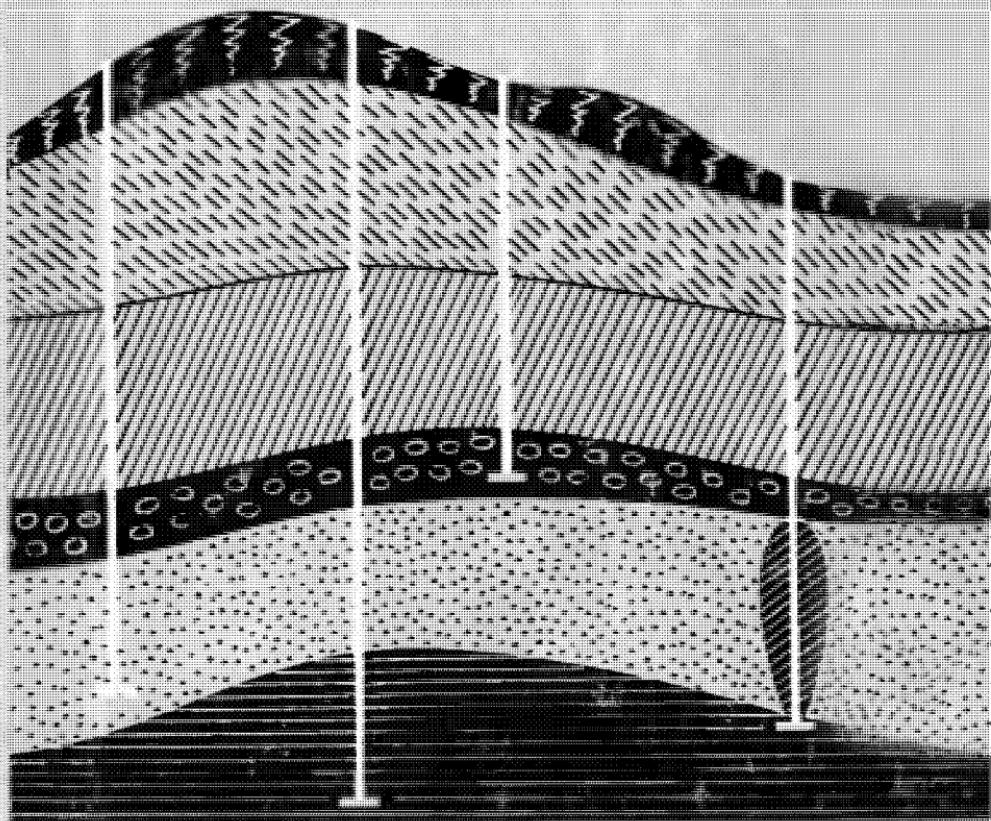


М. В. РАЦ

СТРУКТУРНЫЕ МОДЕЛИ В ИНЖЕНЕРНОЙ ГЕОЛОГИИ



М. В. РАЦ

СТРУКТУРНЫЕ
МОДЕЛИ
В ИНЖЕНЕРНОЙ
ГЕОЛОГИИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «Н Е Д Р А»
Москва, 1973

Рац М. В. Структурные модели в инженерной геологии. М., «Недра», 1973. 216 с. с ил.

В работе рассмотрены два основных круга задач, основанных на использовании структурных моделей в инженерной геологии: исследование и описание неоднородности массивов горных пород и вопросы теории разведки и опробования. Исследование неоднородности осуществлено эмпирически на большом фактическом материале, охватывающем разнообразные свойства горных пород в различных геологических условиях.

При рассмотрении задач разведки и опробования ставилась цель построить алгоритмы, имитирующие действия опытного инженера-геолога. Предлагаемая для этого статистическая теория охватывает задачи оптимизации выбора и комплексирования методов исследования, а также задачи оптимального размещения точек опробования и соотношения числа выработок и числа проб в слоистых разрезах. В работе приведены теоретические решения, результаты моделирования процесса опробования на ЭВМ и примеры использования полуценных решений на геологическом материале.

Книга предназначена для инженеров-геологов и может быть полезна геологам других специальностей, занимающимся детальными исследованиями, разведкой и опробованием отдельных участков, а также всем специалистам, интересующимся решением геологических задач математическими методами.

Таблиц 25, иллюстраций 52, список литературы — 258 назв.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

l	— показатель свойства породы, определенный на элементе микронеоднородности	μ_k и $\hat{\mu}_k$	— момент распределения порядка k и его выборочная оценка
L	— показатель свойства породы, определенный на пробе	ρ и r	— коэффициент корреляции и его выборочная оценка
$F(\lambda) = P(L < \lambda)$	— функция распределения вероятностей показателя свойства породы L	Sk	— асимметрия распределения
$f(\lambda)$	— плотность распределения вероятностей показателя свойства породы L	m	— радиус корреляции
n	— число элементов микронеоднородности в объеме определяющей области эксперимента	V	— коэффициент вариации
a	— размер элемента неоднородности	Φ	— функция нормального распределения
v	— размер определяющей области эксперимента	Γ	— гамма-функция
Ω	— размер определяющей области сооружения	ε	— среднеквадратичное отклонение выборочного среднего
N	— число экспериментов	Δ_α	— уровень значимости
τ	— шаг опробования	Δ_α	— ширина доверительного интервала математического ожидания при уровне значимости α
x, y, z	— координаты физического пространства (x — направление наиболее низкочастотной изменчивости в плане, z — глубина от поверхности Земли)	γ	— число степеней свободы
ML и \bar{L}	— математическое ожидание случайной величины L и его выборочная оценка	p	— плоскость симметрии
D и S^2	— дисперсия и ее выборочная оценка	L_i	— ось симметрии i -го порядка
aL и SL	— среднеквадратичное отклонение показателя L и его выборочная оценка	ω	— частота
		t	— время
		M	— мощность слоя
		Γ	— густота трещин
		Π	— пористость
		w	— влажность
		R	— прочность
		q	— удельное водопоглощение
		K_F	— коэффициент фильтрации
		E	— модуль деформации
		K_m, K_k	— сцепление в массиве и в куске
		C	— стоимость

ВВЕДЕНИЕ

Обширные области инженерной деятельности человека находятся в прямой зависимости от геологических факторов. Важнейшими из этих областей являются добыча полезных ископаемых, строительство сооружений и хозяйственное освоение новых территорий. В рамках геологии исторически сложились специальные отрасли производственной деятельности и соответствующие им отрасли геологической науки, непосредственно обслуживающие указанные области технологии. К числу наиболее развитых из таких геологических дисциплин относятся геологоразведочное дело, нефтепромысловая геология, инженерная геология и горное дело. Как известно и как будет доказано ниже, принципиальная постановка задач, некоторые конкретные задачи и методы их решения являются общими для указанных областей геологии. Благодаря этой общности отрасли геологии, непосредственно обслуживающие инженерную деятельность человека, иногда объединяют под названием технической геологии (Сидоренко, 1967).

Дисциплины, входящие в техническую геологию, различаются прежде всего по тому, какую именно отрасль технологии они обслуживают. При этом инженерная геология выступает как «отрасль геологии, трактующая вопросы приложения геологии к инженерному **строительному** (выделено мною — M. P.) делу» (Саваренский, 1939, стр. 7).

При решении задач технической геологии вообще и инженерной геологии в частности приходится делать те или иные упрощающие допущения о свойствах геологических объектов. В результате этих допущений бесконечно сложный природный объект заменяется той или иной схематизированной моделью, отражающей лишь те черты реального объекта, которые важны для решения поставленной задачи. Для решения широкого круга задач технической геологии требуется в частности схематизация пространственной изменчивости, неоднородности свойств горных пород. Используемые при этом модели называются структурными. Их применяют при решении задач: 1) описания неоднородности горных пород и массивов; 2) геологической разведки и опробования; 3) учета неоднородности горных пород в инженерных расчетах (системы разработки месторождений, осадки инженерных сооружений и т. д.).

Применению структурных моделей при решении этих задач и посвящена настоящая работа. При этом основное внимание уделяется описанию неоднородности и теории опробования как относящимся непосредственно к компетенции геолога. Учет неоднородности в инженерных расчетах, выполняемых обычно проектировщиками, затрагивается лишь в той мере, в какой это необходимо для решения собственно геологических задач.

Исследование неоднородности в работе носит преимущественно эмпирический характер. Оно основано на анализе результатов изучения свойств горных пород, выполнявшегося как специально, так и в ходе изысканий на конкретных строительных объектах.

Задачи разведки и опробования неоднородных массивов ставились и изучались теоретически, а также с помощью численного моделирования на ЭВМ. Полученные результаты иллюстрируются примерами из практики изысканий.

Поскольку структура реальных массивов горных пород всегда сложнее теоретических схем и априорная информация об изучаемых массивах мала, теоретические результаты решения задач разведки и опробования имеют ограниченную область применения. Существенное расширение этой области и доведение теоретических результатов до состояния рабочих методов возможно с использованием так называемого адаптивного подхода. Этот подход позволяет строить систему опробования с одновременным учетом как теоретических разработок, так и непрерывно поступающей информации о структуре изучаемого массива. При этом с единой точки зрения (а именно с точки зрения условий работы проектируемого сооружения) рассматриваются задачи о выборе методики опробования и о своевременном прекращении исследований после испытания минимально необходимого числа проб.

Как известно, традицией советской инженерной геологии, отличающей ее от формальных «геотехнических» школ, является трактовка инженерно-геологических условий строительства как результата сложных процессов геологического прошлого. Вместе с тем познание геологической истории и генезиса в инженерной геологии является не самоцелью, а средством достижения практических результатов, в данном случае более глубокого познания неоднородности горных пород, непосредственно влияющей на их поведение в массиве, образующем основание сооружения, и на методику изучения этого основания.

Инженерные задачи, решаемые по результатам инженерно-геологических изысканий в ходе проектирования объектов строительства, могут быть разделены на две группы: интегральные задачи, при решении которых неоднородность горных пород так или иначе осредняется, и экстремальные задачи, решение которых зависит от локальных аномалий свойств пород. Примерами интегральных задач могут служить расчеты осадок и фильтрационных расходов, примерами экстремальных — расчеты супфазионной устойчивости оснований, устойчивости скальных откосов и т. п. Хотя решение

обеих групп задач существенно связано со структурными моделями, подход к исследованию и описанию неоднородности и особенно к задачам разведки и опробования разный (в зависимости от характера инженерной задачи). В данной работе мы ограничиваемся исследованиями, связанными с решением интегральных инженерных задач. Несмотря на это, круг обсуждаемых вопросов остается весьма широким и не исчерпывает всех возможных подходов к исследованиям для решения интегральных задач. О возможности совершенно иного подхода к сходным задачам применительно к региональной инженерной геологии свидетельствует работа Г. К. Бондарика (1971).

В настоящей работе рассматриваются следующие вопросы:

1. Постановка проблемы (глава I).
2. Применение структурных моделей при исследовании и описании неоднородности горных пород и основных форм ее проявления на микроскопическом (глава II) и макроскопическом (глава III) уровнях.

3. Применение структурных моделей при решении задач инженерно-геологической разведки и опробования (глава IV).

В основу работы положены исследования, проводившиеся автором первоначально в институте Гидропроект (1958—1964 гг.), а затем в Производственном и научно-исследовательском институте по инженерным изысканиям в строительстве (ПНИИИС) Госстроя СССР (1965—1969 гг.). Кроме того, использованы обширные материалы Гидропроекта и ПНИИИСа. На протяжении многих лет автору помогали Е. М. Сергеев, Г. А. Голодковская и В. Н. Тутубалин (МГУ). Сбор и обработка материала проводились при непосредственном участии Л. А. Ароновой, М. И. Погребисского, Н. М. Хайме, С. Н. Чернышева (ПНИИИС). Программы для ЭВМ БЭСМ-4 составлялись А. М. Комаровым, Е. П. Емельянова, Н. В. Коломенский, И. С. Комаров, И. В. Попов и Д. А. Родионов прочли рукопись и сделали ряд полезных замечаний. Всем перечисленным лицам автор выражает искреннюю признательность. Автор особенно благодарен научному редактору книги А. С. Девдариани.

ГЛАВА I

О СТРУКТУРНЫХ МОДЕЛЯХ В ИНЖЕНЕРНОЙ ГЕОЛОГИИ

§ 1. Постановка проблемы

Для описания геологического строения местности, в частности участков, выбранных для строительства, геолог располагает богатейшими возможностями: наряду со словесным описанием он может использовать карты, разрезы, всякого рода таблицы и т. п. Неизмеримо беднее возможности инженера, который хочет использовать данные о геологическом строении местности при решении тех или иных инженерных задач, в частности при расчете инженерных сооружений. Расчетной схемой инженерной задачи учитывается лишь ограниченное число показателей свойств горных пород. Те или иные формы и особенности залегания горных пород могут быть учтены в расчете сооружения лишь постольку, поскольку они отражаются на пространственном распределении тех свойств пород основания, которые учитываются расчетной схемой.

В природе наряду с закономерными изменениями свойств пород в пространстве, имеющими четкую геологическую интерпретацию, обычно наблюдаются хаотические колебания результатов испытаний вокруг некоторых средних значений. При этом возникает очень сложная картина нерегулярной изменчивости свойств пород основания. Чтобы ввести в расчет информацию, содержащуюся в многочисленных результатах испытаний свойств пород, приходится прибегать к различным упрощающим предположениям о пространственном распределении свойств.

Аналогичная ситуация возникает и при научной разработке задач теории и методики разведки. Методика разведки зависит от возможностей учета ее результатов в расчете сооружения. После объективного выяснения геологического строения участка инженерно-геологическая разведка должна выявить, следовательно, все те элементы неоднородности основания сооружения, которые могут быть учтены в расчете, и дать материал для их количественной характеристики тем более точной, чем сильнее влияет исследуемый элемент на решение инженерной задачи. Отсюда вытекает, что теория разведки и опробования должна строиться в соответствии

с теми же моделями, которые используются в расчете сооружений.

Таким образом, мы приходим к выводу, что в проектно-строительном деле, как и в любой целенаправленной деятельности человека, полезно различать два уровня: уровень объектов и уровень моделей. Объектами инженерной деятельности человека в данном случае являются инженерное сооружение и тот участок земли, где оно должно быть возведено. Соответственно моделями являются проект сооружения и совокупность сведений о природных условиях строительства, служащих обоснованием проекта. Эту совокупность сведений о природных (и в том числе инженерно-геологических) условиях строительства мы будем называть моделью природных условий (и в том числе моделью естественного основания сооружения).

Соотношения между указанными реальными объектами и их моделями могут быть представлены в виде схемы. Связи, указанные на схеме нечетными числами, очевидны: 1 — извлечение информации о природных условиях строительства — собственно изыскания; 3 — учет изыскательских данных в проекте (в том числе в расчете) сооружения; 5 — строительство сооружения по разработанному проекту; 7 — воздействие сооружения на природные условия местности. Обратные связи, направленные против часовой стрелки, указаны четными номерами. Смысл связи 6 состоит в том, что природные условия воздействуют на сооружение (например, напряжения, возникающие в строительных конструкциях в результате неравномерной осадки и т. п.). Связь 4 отражает изменения в проекте, возникающие в ходе строительства, а иногда и эксплуатации сооружения. Связь 2 особенно важна для нас — она указывает на то, что модель природных условий должна даваться применительно к проекту конкретного сооружения (это положение Н. В. Коломенский считает «основным принципом инженерной геологии»). Иными словами, модель природных условий должна строиться для решения конкретных задач, а не «вообще» («Геология и математика», 1967).



Таким образом, природные условия, изыскания, проектирование и строительство суть элементы, которые образуют замкнутую в некотором смысле систему, показанную на схеме. На уровне материальных объектов система «природные условия — инженерное сооружение» может нормально функционировать в довольно широком диапазоне условий. Современные методы проектирования и строительства в принципе позволяют возводить сооружения практически в любых природных условиях. Однако положение в корне меняется, если поставить условие минимизации суммарных капиталовложений в проектно-изыскательские и строительные работы. Оптимальное функционирование этой системы возможно лишь в узком диапазоне условий, при изучении которых возникают, в частности, задачи, связанные со структурными моделями и охарактеризованные выше.

Кардинальным является вопрос о выборе типа структурных моделей. Здесь прежде всего необходимо выбирать между детерминированными и статистическими моделями. Имея в виду, что целесообразность использования тех или иных моделей определяется характером решаемой задачи и исходного материала, заметим все же, что в технической геологии статистические модели часто обладают существенными преимуществами перед моделями детерминированными. Плодотворность применения статистических методов в технической геологии определяется рядом обстоятельств. Укажем важнейшие из них.

а) Свойство горных пород, с которыми имеет дело техническая геология (пористость, проницаемость, деформируемость, содержание тех или иных компонентов в породе и т. д.), оценивается с помощью экспериментов, проводимых в различных физических точках массива горных пород. Результат эксперимента по определению показателя исследуемого свойства удобно представлять в виде некоторой статистики от поля этого свойства в пределах области, охватываемой экспериментом: чаще всего в виде средней величины, в виде минимума и т. п. (подробнее см. гл. II). Поскольку ни размер, ни положение области, охватываемой экспериментом, не могут быть зафиксированы совершенно точно, значение свойства, определенное экспериментально, оказывается случайной величиной. Это положение остается в силе, даже если представить себе, что нам априори известны свойства изучаемого массива с любой степенью детальности и точности! В этом заключается, так сказать, «статистическая природа» свойств пород *.

б) Обычно размеры области экспериментов малы по сравнению с характерными размерами в решаемой задаче. Вследствие существования неоднородности разных уровней изменчивость таких усредненных «в малом» характеристик оказывается весьма нерегулярной. Из двух возможных способов описания такой изменчивости —

* Как видно из сказанного, эта «природа» есть следствие определенных модельных представлений

детерминистического и статистического — последний гораздо экономнее.

в) Дискретный (в подавляющем большинстве случаев) характер геологических наблюдений делает детерминистическое описание объекта очень чувствительным к расположению и числу точек наблюдения. Наоборот, статистическое описание оказывается относительно устойчивым и в меньшей степени зависимым от принятой системы наблюдений.

В связи с изложенными обстоятельствами предпочтение отдается статистическим методам исследования. В геологии обычно применяют статистические модели независимых случайных величин или модели, использующие теорию случайных функций. Каждая из этих моделей имеет свои преимущества и свои недостатки.

В инженерно-геологических приложениях из-за относительно небольшого фактического материала и нестационарности полей свойств пород в зоне гипергенеза методы теории случайных функций во многих случаях пока неприменимы. Кроме того, точность инженерных расчетов и точность экспериментальной оценки параметров физических моделей горных пород (параметров деформируемости, прочности, проницаемости) в ряде случаев столь невелики, что использование сложных структурных моделей себя не оправдывает (Белый, 1957). Поэтому в инженерной геологии, больше чем в других отраслях технической геологии, нужно использовать все возможности, предоставляемые относительно простыми приемами математической статистики.

Статистические задачи, возникающие при специальном изучении неоднородности горных пород и при инженерно-геологическом изучении неоднородных массивов в основаниях инженерных сооружений, разделяются в основном на четыре типа. Поскольку в ходе дальнейшего изложения эти задачи будут постоянно возникать и решаться, рассмотрим их общую постановку.

Задачи проверки гипотез. Различные предположения о структуре и свойствах изучаемых объектов, возникающие непосредственно при анализе фактического материала или вытекающие из геологических представлений, в переводе на язык модели во многих случаях удобно формулировать как статистические гипотезы. При этом возникает задача проверки непротиворечивости сформулированной гипотезы фактическому материалу.

Например, в гл. II формулируется гипотеза о влиянии размера проб на разброс результатов испытаний. Объектом исследования является серия результатов испытаний, проведенных на пробах разной величины v , а моделью служит совокупность независимых случайных величин. Соответственно степень разброса результатов испытаний на модели отображается величиной дисперсии D (стандартного отклонения или коэффициента вариации). Проверяемая гипотеза H_0 может быть представлена в следующем виде: $H_0: DL_{v_1} = DL_{v_2}$, при альтернативе $H_1: DL_{v_1} \neq DL_{v_2}$, где индексы v_1 и v_2

обозначают совокупность результатов экспериментов, проведенных на пробах с размерами v_1 и v_2 (причем $v_1 \neq v_2$). Принятие или не-принятие гипотезы H_0 определяется путем вычисления критерия Фишера F .

Задачи проверки гипотез весьма разнообразны. Помимо приведенного примера проверяются гипотезы о законе распределения случайной величины, о наличии тренда (систематического изменения среднего значения случайной величины в пространстве), о наличии корреляционных связей между разными случайными величинами, о равенстве средних значений и т. д.

Задачи описания тесно связаны с задачами проверки гипотез и отличаются от них тем, что требуют ответа на вопрос «как», тогда как первые — лишь «да» или «нет». Например, убедившись, что размер проб существенно влияет на разброс результатов испытаний, правомерно поставить вопрос: «как влияет?» Ответ можно получить не только путем обработки экспериментальных данных, но в ряде случаев и теоретически. Выясняется, что характер этого влияния некоторым образом зависит от изучаемых свойств пород, которые тоже можно описать с помощью различных моделей (см. гл. II).

Другой пример. Убедившись путем проверки соответствующей гипотезы в наличии тренда (допустим систематического изменения водопроницаемости горных пород с глубиной), правомерно поставить вопрос, по какому закону изменяется водопроницаемость. Ответ оказывается (в отличие от предыдущего примера) в известной степени произвольным: ввиду отсутствия подходящей теории можно подобрать различные функции, удовлетворительно описывающие это изменение.

Некоторая произвольность решения описательных задач (при отсутствии теории) является их существенной отличительной чертой по сравнению с задачами проверки гипотез или оценки параметров (см. ниже). При решении последних всегда (по крайней мере теоретически) можно указать определенный способ действий. Способ же описания может быть различным, лишь бы он удовлетворял некоторым общим требованиям (обычным требованиям метода наименьших квадратов).

Задачи описания часто трактуют как некую «статистическую обработку результатов наблюдений», забывая, что всякая «обработка» такого рода неизбежно связана с теми или иными модельными представлениями. Последнее обстоятельство имеет принципиальный характер, поскольку один и тот же материал наблюдений можно обработать по-разному и получить разные результаты в зависимости от принятой модели. Ниже задачи описания будут решаться как при наличии теории (см. гл. II), так и чисто эмпирически (см. гл. III).

Задачи оценки параметров. В ходе решения описательных задач обычно возникает необходимость оценки тех или иных параметров, определяющих вид используемых для описания функций. Например, убедившись, что размер проб существенно влияет на разброс

результатов испытаний (задача проверки гипотезы), и выяснив вид этой зависимости (задача описания), которая оказывается, например, гиперболической, естественно далее поставить вопрос о величинах параметров гиперболы, обеспечивающих наилучшее (в каком-либо смысле) приближение ее к экспериментальным точкам. В данной работе мы будем пользоваться оценками максимума правдоподобия или оценками метода наименьших квадратов, которые в большинстве случаев оказываются состоятельными и несмещенными.

Задачи планирования экспериментов в технической геологии представляют особый интерес, поскольку к ним сводятся обычно задачи планирования разведки и опробования. При решении задач планирования экспериментов необходимо отчетливо представлять три момента: 1) цель экспериментов, 2) цель планирования экспериментов, 3) условия проведения экспериментов. Поясним сказанное на примере. Требуется изучить водопроницаемость горных пород в основании плотины. Для этой цели инженеру-геологу отпущена сумма денег, достаточная для бурения скважин и проведения ста определений водопроницаемости. Спрашивается, как лучше расположить по глубине сто намеченных экспериментов.

Ответ на этот вопрос зависит от того, с какой целью изучается водопроницаемость: чтобы выяснить опасность суффозии, оценить величину взвешивающего давления или величину фильтрационных потерь из водохранилища и т. п. Что значит «лучше» расположить интервалы опробования: лучше в смысле удобства проведения опытов, сокращения сроков изысканий или еще в каком-нибудь смысле. Наконец, что известно (по геологическим соображениям или по результатам предыдущих исследований) об изменчивости водопроницаемости исследуемого основания: увеличивается она с глубиной, убывает или остается в среднем постоянной.

Если дополнительno указать цель экспериментов (например, оценка фильтрационного расхода под основанием плотины), цель планирования экспериментов (например, минимизация дисперсии результатов расчета среднего фильтрационного расхода при фиксированном числе опытов) и условия их проведения (например, двухслойная толща, причем верхний слой менее проницаем, чем нижний), то окажется возможным построить такой план опробования, который наилучшим способом обеспечит решение поставленной задачи в данных условиях.

Задачи оценки параметров и планирования экспериментов рассматриваются в гл. IV, задачи проверки гипотез и описания — в гл. II и III, где они служат для познания природы и основных форм проявления неоднородности горных пород.

Вследствие упоминавшейся произвольности решения задач описания требуется особенно отчетливое представление о последовательности решения геологических задач с использованием математических методов. Эта последовательность такова: 1) формулировка геологической задачи; 2) выбор или построение подходящей математической модели объекта; 3) формулировка задачи в тер-

мииах модели (т. е. перевод задачи с языка геологии на язык математики; 4) решение задачи на модели математическими методами; 5) обратный перевод решения на язык геологии (геологическая интерпретация).

В методических работах, посвященных решению геологических задач математическими методами, перечисленные этапы решения рассматриваются весьма подробно. В настоящей работе, целью которой является геологическое изучение неоднородности горных пород и в которой используются в основном достаточно простые и широко известные математические методы, основное внимание будет уделяться первому и последнему этапам, т. е. геологической задаче и геологическому смыслу полученного решения.

§ 2. Основные понятия и классификации, связанные с использованием структурных моделей в инженерной геологии

Ряд фундаментальных понятий, используемых в механике и материаловедении, теряет свою однозначность в приложении к более сложным геологическим объектам. В то же время некоторые понятия, известные в инженерной геологии, оказываются недостаточно четко определенными для использования их в связи с задачами количественного анализа неоднородности и расчета сооружений. Отсюда возникла задача построения системы понятий, на которой могло бы базироваться данное исследование. Напомним, что в работах Ю. А. Косыгина и др. (1964, 1965) было обращено внимание на неудовлетворительное состояние «понятийной базы» геологии и предпринята попытка разработать формализованную систему понятий. Вслед за ними такая работа была предпринята А. С. Девдариани (1968) и С. В. Гольдиным*. Н. В. Коломенским (1968) была построена неформализованная система понятий, положенная им в основу разработки методики инженерно-геологических исследований.

В отличие от Ю. А. Воронина, вслед за А. С. Девдариани, мы полагаем, что качественные представления современной геологии, которые основаны на опыте многих поколений геологов, верно отражают природу вещей (Девдариани, 1968а). Поэтому представляется естественным при разработке новых систем понятий по возможности использовать уже существующие. Учет существующих понятий и представлений особенно важен в технической и в том числе в инженерной геологии, которая тесно связана не только с собственно геологией, но и со строительной механикой. Поэтому в инженерной геологии нельзя строить самостоятельные системы понятий, ибо это грозит отрывом от геологии и (или) от инженерно-строительного дела.

Не пытаясь разработать какую-либо универсальную (хотя бы в рамках инженерной геологии) систему понятий, мы ограничи-

* Доклад на II Сибирском совещании по применению математики в геологии (Новосибирск, 1967)

ваемся определением тех основных понятий, которые понадобятся в данной работе. При этом новых по существу понятий не вводится: почти все обсуждаемые ниже понятия известны либо в инженерной геологии, либо в материаловедении и механике. Задачами данного раздела являются явное определение основных понятий, установление их взаимосвязей (см. схему) и фиксация соответствующей терминологии. Попутно будут рассмотрены также основные классификации неоднородности горных пород.

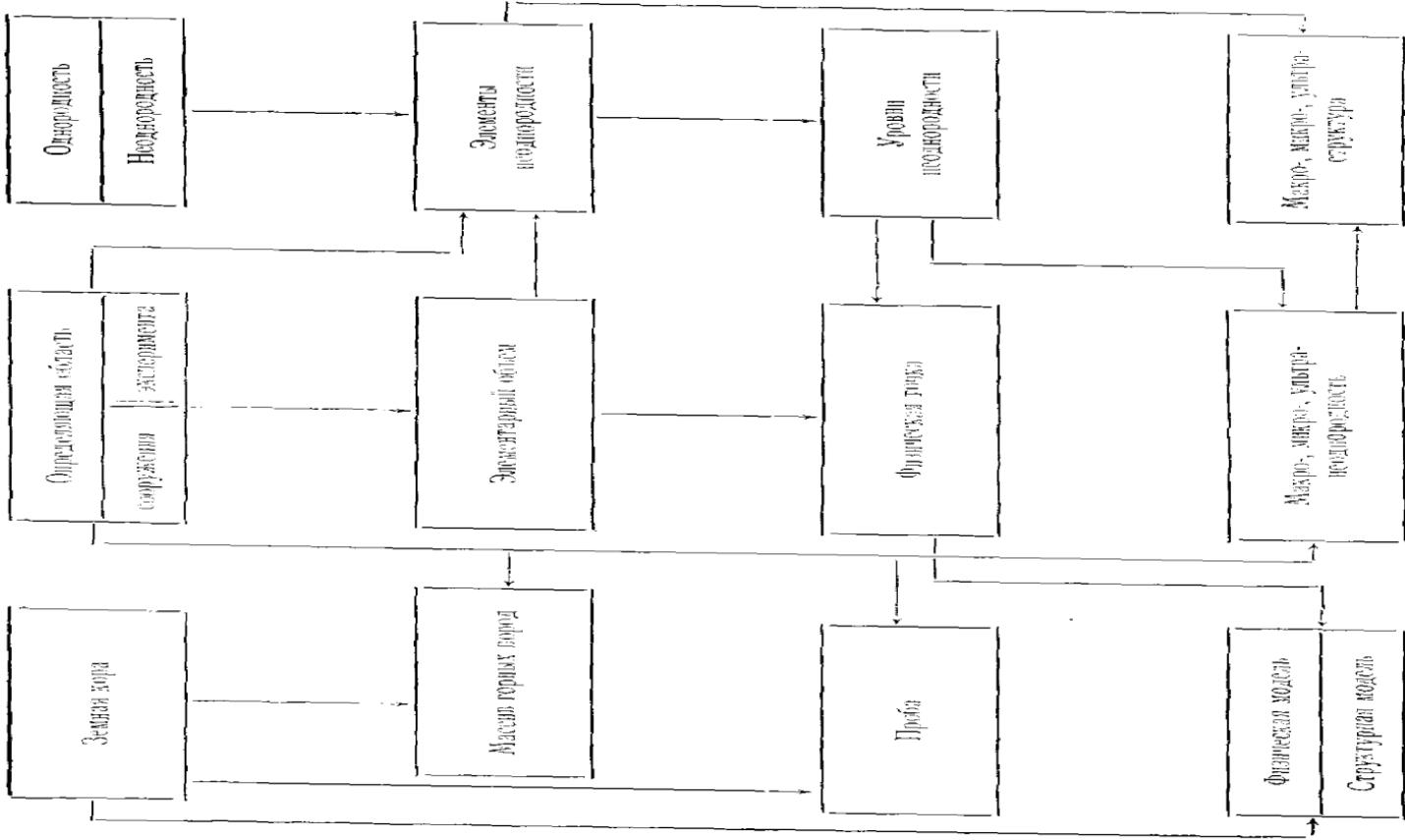
Имея в виду, что «земную кору, включая в ее состав вещества в твердом, жидким и газообразном состояниях, можно представить как сплошную среду, т. е. как множество материальных точек, которое в фиксированный момент времени находится во взаимно-однозначном соответствии с подпространством трехмерного евклидова пространства» (Девдариани, 1968, стр. 22), в дальнейшем все построения мы проводим применительно к одно-, двух- или трехмерному евклидову пространству (E_n , $n = 1, 2, 3$ в зависимости от характера задачи), не напоминая об этом специально. Напротив, использование многомерных математических пространств всегда специально оговаривается.

В качестве исходных используем три понятия: 1) «земная кора», 2) «неоднородность», 3) «определяющая область».

Понятие земная кора мы не будем обсуждать, полагая его известным, тем более что тонкости в его определении не влияют на дальнейшие построения.

Понятие об однородности или неоднородности объекта, вообще говоря, не может быть введено логически корректно без указания задачи, для решения которой необходима та или иная квалификация объекта. Однако, учитывая необходимость геологического изучения неоднородности применительно к более или менее широкому классу интегральных задач, используем принятное в физике определение (Степанов, 1950). Под однородностью объекта по признаку L будем понимать независимость L в пределах объекта от координат пространства. Наоборот, неоднородным по признаку L будем считать объект, в пределах которого L зависит от координат.

Наконец, определяющей областью в задаче будем называть часть земной коры, свойства которой определяют результат решения этой задачи. Единственным свойством определяющей области является ее характерный размер в трех-, двух- или одномерном евклидовом пространстве в зависимости от характера решаемой задачи. При этом понятие «характерный размер» определяющей области будет совпадать, очевидно, с понятием характерного размера в решаемой задаче, широко используемым в механике. Определяющей областью могут быть: часть земной коры, в которой ведется поиск полезного ископаемого; часть земной коры, включающая рудное тело при его разведке; часть площади шлифа или линия в плоскости шлифа при количественно-минералогическом анализе породы, образец горной породы раздавливаемый на



прессе для определения прочности, и т. д. Специальный интерес в данной работе представляют два вида определяющих областей: определяющая область инженерного сооружения и определяющая область эксперимента. В соответствии со сказанным ранее под определяющей областью инженерного сооружения в данной задаче будем понимать часть земной коры, в пределах которой локализуются процессы взаимодействия инженерного сооружения с земной корой. Очевидно, что определяющую область инженерного сооружения можно выделить, лишь четко поставив задачу исследования. Так, при оценке возможной осадки плотины определяющая область будет

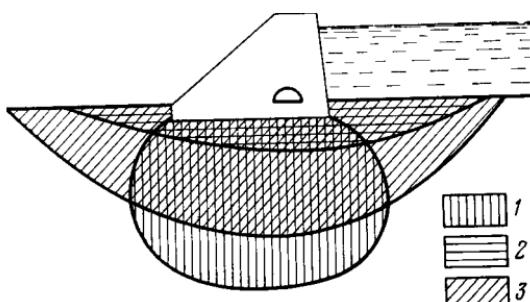


Рис. 1 Определяющие области в основании плотины

1 — при оценке деформаций освоивания, 2 — при оценке сопротивления сдвигу, 3 — при оценке фильтрационного расхода

одна, при оценке ее устойчивости на сдвиг — другая, при оценке фильтрации под основанием плотины — третья и т. д. (рис. 1).

Определяющей областью эксперимента в данной задаче будем называть часть земной коры или составляющего ее вещества, в пределах которой локализуются процессы взаимодействия экспериментальной установки с земной корой или составляющим ее веществом (чаще всего — горной породой). Экспериментальная установка при этом понимается предельно широко: это может быть глаз человека, вооруженный микроскопом; прессиометр; штамп, нагружаемый для оценки деформируемости горных пород в естественном залегании; пресс, на котором сжимается образец породы, и т. д. Во многих случаях, особенно при изучении физических свойств горных пород, определяющая область эксперимента совпадает с пробой горной породы (определение понятия «проба» будет дано ниже).

Далеко не всегда определяющую область в задаче легко указать. Напротив, в ряде случаев ее оконтурирование является одной из основных задач инженерно-геологических изысканий (например, при проектировании противофильтрационных завес). Однако в принципе с той или иной степенью точности этот вопрос всегда

может быть решен. Причем принципиальная возможность оконтурить такую область возникает только после четкой постановки конкретной инженерной задачи.

Следующим понятием является элементарный объем. Это мысленно выделяемая в пределах определяющей области связная подобласть, существенно (допустим, что не менее чем на один порядок по линейным размерам) меньшая, чем определяющая область. Единственным свойством элементарного объема является его мерность в пространстве E_n ($n = 1, 2, 3$ в зависимости от мерности определяющей области).

Дальнейшие понятия делятся на две группы: связанные с неоднородностью и связанные с методикой исследований.

Понятия, связанные с неоднородностью. Классификации типов неоднородности. Понятие «неоднородность» является необходимым, но недостаточным для описания геологических объектов. Дело в том, что в отличие от конструкционных материалов в горных породах часто наблюдается изменение среднего значения показателей свойств \bar{L} в пространстве. В связи с этим Н. В. Коломенским и И. С. Комаровым (Коломенский, 1956, стр. 259) было введено понятие о выдержанности свойств пород*. Под выдержанностью при этом понималась «степень устойчивости средних значений показателей» свойств пород в пространстве. Г. К. Бондарик (1971), по-видимому, для обозначения этого же понятия использует весьма удобный термин «изменчивость». Зависимость или независимость средних значений признаков от координат положена Д. А. Родионовым (1968) в основу его определения неоднородности или однородности геологических объектов. Мы будем далее считать объект макроскопически однородным по признаку L тогда, когда среднее значение этого признака на некотором произвольном элементарном объеме v не зависит от положения (координат) этого объема в пространстве. В противном случае объект будет считаться макроскопически неоднородным **. Сохраним также в качестве термина свободного пользования термин «изменчивость», используя его преимущественно для описания суммарного проявления микронеоднородности.

Далее необходимо, вслед за Д. А. Родионовым, дать статистическую трактовку понятия «зависимости», фигурирующего в определении однородности. А именно, зависимость естественно считать значимой или незначимой в статистическом смысле. Эта часть вопроса детально рассмотрена Д. А. Родионовым, и подробнее мы на ней останавливаться не будем. Обратимся к другой части вопроса. Очевидно, что степень усреднения, а стало быть, и результат, т. е. квалификация объекта как макроскопически однородного или

* Л. И. Четвериков (1968а), по-видимому, независимо от Н. В. Коломенского предложил использовать это понятие в геологоразведочном деле.

** Фактически именно так понималась неоднородность \bar{L} Мюллером (Müller, 1958, 1963), П. Н. Панюковым (1962), М. В. Рацем (1968а).

неоднородного, зависит от размера элементарного объема, на который наложено единственное ограничение: он должен быть существенно меньше определяющей области в задаче. Разбивая определяющую область на элементарные объемы, мы можем затем проверить гипотезу об ее однородности и, если область окажется неоднородной, провести ее разграничение на однородные подобласти. Мы не будем рассматривать здесь теории и методики разграничения, которые являются предметом монографии Д. А. Родионова (1968). Заметим только, что в принципе разграничение («элементаризацию», по Ю. А. Косыгину и Ю. А. Вороину) можно выполнить всегда, и результат его в общем случае будет зависеть от величины элементарных объемов: чем мельче элементарные объемы, тем детальнее разграничение *.

Однородные связные подобласти определяющей области, выделяемые в результате разграничения при фиксированном размере элементарных объемов, назовем элементами неоднородности. Непрерывно изменяя (например, увеличивая) размер элементарного объема, можно получить последовательность элементов неоднородности, упорядоченную по величине их среднего размера.

Представим себе, что определяющая область весьма велика и благодаря этому размер элементарного объема может варьировать в широких пределах: от размеров порядка периода кристаллической решетки до размеров порядка сотен километров. Будем считать, что при непрерывном изменении размера элементарных объемов детальность разграничения будет меняться скачками. Иными словами, предполагается, что распределение средних размеров элементов неоднородности в земной коре многогранно, или, что то же самое, в земной коре существуют определенные «уровни организации вещества» (Драгунов, 1965) или уровни «элементов структурных форм» (Машанов, 1949). Представляется естественным называть эти уровни уровнями неоднородности. Выделение таких уровней является традиционным в геологии: например, макро-, мезо- и микротекстура горных пород у М. С. Швецова (1958, 1961) или глинистых пород у П. А. Замятченского, М. М. Филатова, Е. М. Сергеева, А. К. Ларионова, макро- и микронеоднородность пород-коллекторов у Е. И. Семина, Л. Ф. Дементьева и др. Наиболее четко такого рода уровни выделяются в механике при исследовании собственных остаточных напряжений в неоднородных телах (Давиденков, 1936).

В прикладной геологии для практических целей удобно выделять следующие уровни, или порядки неоднородности:

Неоднородность уровня IV — установленная в физике твердого тела неоднородность реальных кристаллов, наличие дефектов кристаллической решетки, дислокаций, вакансий, межузельных атомов.

* Процедура разграничения может считаться разумной только тогда, когда она дает минимальное число границ, а размер выделяемых при этом однородных подобластей оказывается максимальным при заданных ошибках первого и второго рода.

Неоднородность уровня III — установленная в геохимии и петрографии неоднородность состава и структуры горной породы: различие в химическом и минеральном составе, форме и размере зерен (кристаллов), неоднородность распределения цемента и пор, различный характер контактов между зернами, наличие микротрещин.

Неоднородность уровня II — неоднородность структуры и состава горных пород в пределах пачки, ритма, слоя: переслаивание пород разного состава, наличие макротрещиноватости, мелких тектонических дислокаций.

Неоднородность уровня I — неоднородность массива пород: наличие различных по составу, структуре и текстуре горизонтов, различная степень литификации, тектонические разрывы, зоны гидротермальной переработки, выветривания, разгрузки и т. п. Комплекс неоднородности I порядка — не что иное как геологическое строение массива. На выявление и изучение неоднородности I порядка обычно нацелена геологическая разведка.

Наконец, неоднородность уровня 0 обычно описывается под названием региональной изменчивости, обусловленной фациальными и формационными различиями горных пород и т. п. В инженерной геологии региональная неоднородность является предметом исследования специальной отрасли — региональной инженерной геологии.

Элементы неоднородности уровня I представляют собой инженерно-геологические элементы в понимании Н. В. Коломенского и И. С. Комарова (Коломенский, 1956). Учитывая, что элементы неоднородности этого уровня представляют особый интерес, поскольку они соизмеримы с определяющей областью большинства сооружений, для них целесообразно сохранить термин «инженерно-геологические элементы». Заметим также, что понятие «элемент неоднородности» на том или ином фиксированном уровне совпадает с понятием «простого тела», введенным Ю. А. Косыгиным с соавторами (1964). Существенное различие заключается в том, что, по мнению Ю. А. Косыгина и др. (1965), выделение «простых тел» разного порядка (по-нашему, элементов неоднородности разных уровней) должно производиться по различным свойствам, в то время как мы предлагаем выделять их, пользуясь исследованиями разного уровня и разного масштаба, но по одному и тому же списку свойств.

Приведенная схема охватывает диапазон линейных размеров элементов неоднородности от 10^{-6} до 10^6 см, что позволяет считать ее достаточной для анализа всех структурных особенностей, представляющих интерес для задач технической геологии.

Несмотря на упоминавшуюся традиционность выделения в геологии различных «уровней» (неоднородности, организации вещества, структурных форм и т. п.), а может быть именно поэтому, мы не располагаем доказательствами их объективного существования. Вместе с тем для настоящей работы вопрос об объективном существовании таких уровней не является решающим. Если угодно,

выделение дискретных уровней неоднородности можно считать условным, преследующим цели удобства описания (хотя, по-видимому, эти уровни все-таки существуют!).

Вернемся к вопросу об относительном характере неоднородности. Материаловеды (Ясинский, 1897; Фридман, 1956), специалисты по механике горных пород (Матвеев, 1955; Руппенейт, 1956) и инженерной геологии (Попов, 1959; Müller, 1958, 1963) неоднократно подчеркивали, что принятие однородной или неоднородной модели объекта зависит от масштаба рассмотрения. Идея относительности

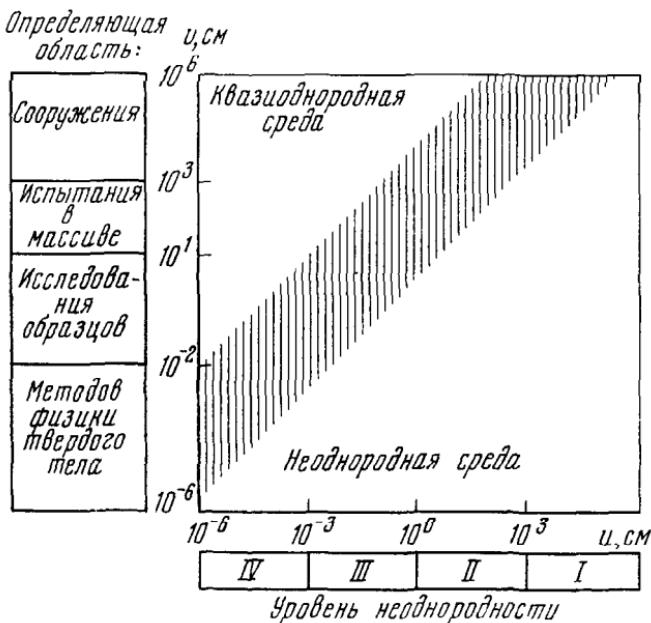


Рис. 2 Диаграмма неоднородности горных пород в массиве

неоднородности наиболее четко была разработана Я. Б. Фридманом и применительно к процессу разрушения металлов иллюстрирована диаграммой структурной неоднородности. Автором (Рац, 1966а) было предложено обобщение, позволяющее рассматривать эту диаграмму применительно к массивам горных пород и с равным успехом при анализе любых свойств (прочности, деформируемости и т. п.). По оси абсцисс диаграммы (рис. 2) откладывается линейный размер u элементов неоднородности, по оси ординат — линейный размер v определяющей области экспериментов: размер образца, размер зоны гидродинамического воздействия при опробовании скважин и т. п. Заштрихованная полоса на диаграмме разграничивает две площади: верхнюю, отвечающую однородной среде, и нижнюю, отвечающую неоднородной среде. Для верхней площади характерно соотношение $v \gg u$, для нижней, наоборот,

$v \ll u$. В верхней области ($v \gg u$) неоднородность статистически осредняется. Иными словами, для этой области можно предложить некую эквивалентную микроскопически однородную среду, обладающую в среднем теми же свойствами, что реальная микроскопически неоднородная среда, имеющая элементы неоднородности размером $u \ll v$. Нижней области ($v \ll u$) соответствуют макроскопически неоднородные объекты: их свойства будут систематически меняться при переходе от одного элемента неоднородности к другому. Заштрихованное поле на диаграмме отвечает соотношению $u < v$. При характерном в этом случае небольшом числе элементов неоднородности в определяющей области их свойства не осредняются в достаточной степени, и объект отличается сильным «разбросом» свойств. Понятно, что три выделенных поля характеризуются постепенными переходами и резкие границы на диаграмме могут быть проведены лишь условно *. Таким образом, по величине отношения размеров элементов неоднородности к размерам определяющей области эксперимента в каждой конкретной задаче выделяются:

1. Ультранеоднородность (неоднородность высшего порядка), выступающая в форме свойств эквивалентной однородной среды. Например, неоднородность уровня IV (дефекты кристаллической решетки) при испытаниях в массиве: нагрузках на штампы, гидродинамическом опробовании скважин и т. п.

2. Микронеоднородность (эффективная неоднородность), обуславливающая разброс значений результатов испытаний (заштрихованное поле на диаграмме). Размер элементов этой неоднородности на порядок-два меньше размера области воздействия ($u < v$). Это, например, неоднородность уровня III (петрографическая) при исследовании образцов породы, неоднородность уровня II (трещиноватость) при испытаниях в массиве. Наличие микронеоднородности практически при любых видах испытаний делает неизбежным применение методов математической статистики и теории вероятностей.

3. Макронеоднородность (неоднородность низшего порядка), размер элементов которой больше размеров области воздействия или примерно равен ему. Статистическая природа этой неоднородности часто вуалируется: она выступает как макроскопическая, феноменологическая особенность структуры. Такова, например, неоднородность II порядка (наличие слабых прослоев) при исследовании образцов горных пород; неоднородность I порядка (геологическое строение массива и его элементы) при производстве специальных исследований в массиве: опытно-фильтрационных работ, изучении горного давления.

* В частности, границу между полями однородных и неоднородных объектов Я. Б. Фридман (1956) и вслед за ним автор (Рац, 1966) предлагали провести по отношению $v : u = 10$

Выделенные классы неоднородности первоначально (Рац, 1966а, 1968а) получили наименования, приведенные в скобках (высшего порядка, эффективная и низшего порядка). Однако такая терминология оказалась громоздкой и неудобной. Вместе с тем было замечено, что широко используемые в естествознании и технике понятия микро-, макро- и т. д. неоднородности и структуры (о понятии структуры см. ниже) используются в сущности в том же смысле. Однако, определяя эти понятия, исследователи зачастую придают им «абсолютное» значение, кладя в основу деления разрешающую способность зрения. Но разрешающая способность человеческого глаза вряд ли может служить началом отсчета, имеющим абсолютное значение, тем более, что все шире используются инструментальные методы исследования. В действительности абсолютного начала отсчета масштабов явлений не существует (по крайней мере, оно пока неизвестно). Можно предложить лишь те или иные условные, относительные начала отсчета. Пока основным инструментом исследования в естествознании служил глаз человека, в качестве начала отсчета естественно было использовать разрешающую способность зрения. Сейчас столь же естественным представляется рассматривать визуальный метод исследования в качестве одного из множества других и соответственно различать масштабы явлений по соотношению этих масштабов с разрешающей способностью используемого метода исследования. При этом шкала масштабов (макро-, микро-, ультра-) получается скользящей, а начало отсчета (условно — граница между макро- и микроявлениями) варьирует в зависимости от принятого метода исследования.

Итак, ультранеоднородность не препятствует рассмотрению горных пород как однородной среды, микroneоднородность осложняет это рассмотрение, вводя в него элемент случайности и оставляя возможность лишь статистического анализа. Наконец, макroneоднородность при дискретной разведочной сети частично усиливает разброс результатов испытаний, частично же обуславливает «систематическое» изменение свойств пород в пространстве.

В центре проблемы различия свойств пород в образце и в массиве находится задача учета микро- и макroneоднородности. Отсюда понятна тенденция к увеличению размеров определяющей области экспериментов при инженерно-геологических испытаниях: чем больше определяющая область, тем большая часть неоднородности переходит через разряд микро- в разряд ультранеоднородности. Вместе с тем, как подчеркивалось на VIII Международном конгрессе по большим плотинам в Эдинбурге, особенно в докладе де Ж. Талобра (*Transactions...*, 1964), тенденция к увеличению определяющей области неэффективна, так как исключает возможность массовых испытаний. Разумеется, если бы определяющую область экспериментов можно было увеличить до размеров определяющей области сооружения, замечание Талобра потеряло бы смысл, однако такая перспектива кажется мало реальной.

Основное внимание при исследовании неоднородности горных пород уделяется макронеоднородности. При этом принято (Зенков, 1955; Каллистов, 1956; Марголин, 1965; Четвериков, 1968 и др.) различать «случайную», «хаотическую» неоднородность (содержаний, свойств пород и т. д.) и «закономерную» или «пространственно коррелированную» изменчивость *. «Хаотическая» неоднородность включает микронеоднородность и частично макронеоднородность по приведенной выше классификации. П. Л. Каллистов (1956) показал, что при фиксированном размере элементов неоднородности закономерность в их размещении выявляется лишь в случаях, когда шаг опробования (среднее расстояние между пробами) меньше размеров элементов неоднородности. Это положение можно иллюстрировать диаграммой макронеоднородности. На горизонтальной оси диаграммы следует отложить размер элементов макронеоднородности, на вертикальной — расстояние между точками опробования (скважинами, точками отбора образцов и т. д.). Диагональ на такой диаграмме будет разграничивать две области. В верхней области, где шаг опробования больше размеров элементов неоднородности, последняя представляется «случайной», «хаотической». В нижней, где шаг опробования меньше размера элементов неоднородности, неоднородность проявляется как «закономерная». Таким образом, принятие «закономерной» или «случайной» модели неоднородности зависит от масштаба исследования. При фиксированном шаге опробования мы, очевидно, в состоянии выделить все те элементы макронеоднородности, размер которых больше принятого шага.

Эти элементы макронеоднородности могут быть в свою очередь разделены по размерам или по обратной размерам величине частоты. Частотная интерпретация изменчивости свойств пород связана с представлением результатов наблюдений как суммы ординат нескольких синусоид. Разложение фактических результатов ряда наблюдений на сумму гармонических составляющих позволяет выделить гармоники разных порядков, отвечающие тем уровням неоднородности, с которых мы начали рассматривать классификации неоднородности. При этом обычно говорят об относительно высокочастотных и низкочастотных составляющих спектра неоднородности.

Если представить себе результаты непрерывного опробования с бесконечно малой определяющей областью эксперимента, то разложение на составляющие подобной «идеальной кривой» неоднородности должно дать полный спектр рассмотренных выше уровней неоднородности от IV вниз до уровня, отвечающего длине опробованного интервала. Результаты реального непрерывного опробования с определяющей областью эксперимента конечной величины

* «Случайная», «хаотическая» и т. д. мы пишем в кавычках, поскольку они отражают не только (и не столько) свойства природных объектов, сколько модельные представления авторов классификаций

дадут уже слаженную кривую, а спектр уровней неоднородности — урезанный сверху в соответствии с размерами определяющей области экспериментов: микронеоднородность будет осреднена уже в ходе опробования. Наконец, при дискретном опробовании спектр уровней неоднородности еще сильнее урежется сверху в связи с увеличением хаотического компонента, включающего все частоты, более высокие, чем частота опробования.

Таким образом, мы рассмотрели четыре классификации неоднородности горных пород:

1) по абсолютному размеру элементов неоднородности (неоднородность порядков IV—0);

2) по отношению размера элемента неоднородности к размеру определяющей области эксперимента (макро-, микро- и ультранеоднородность);

3) по отношению размеров элементов макронеоднородности к величине шага опробования («хаотическая» и «пространственно коррелированная» неоднородность);

4) по относительному размеру элементов макронеоднородности (низкочастотная и высокочастотная составляющие спектра неоднородности).

На этом заканчивается рассмотрение классификаций неоднородности. Мы не рассматриваем классификаций по «степени неоднородности», т. е. по величине какой-либо ее меры, поскольку все такие классификации совершенно произвольны.

Еще одним фундаментальным понятием, связанным с неоднородностью, является понятие «структура». Тот или иной участок земной коры будем считать обладающим макроструктурой только тогда, когда он макронеоднороден по отношению к принятому в исследовании размеру определяющей области экспериментов. Элементы макронеоднородности образуют при этом множество элементов, на котором заданы некоторые отношения, т. е. систему в смысле С. Клини (1957). Совокупность же этих отношений образует структуру (макроструктуру) рассматриваемого участка. Соответственно под макроструктурой горных пород мы будем подразумевать совокупность отношений, определенных на множестве элементов макронеоднородности, а под ультраструктурой — совокупность отношений, определенных на множестве элементов ультранеоднородности.

Приведенная трактовка понятия «структура» (Рац, 1967) совпадает с трактовкой, принятой в математике (Бурбаки, 1960), структурной лингвистике (Л. Ельмслев, И. И. Ревзин), а также с определением структуры в геологии, предложенным Ю. А. Косягиным и Ю. А. Ворониным с соавторами (1966, 1967). Существенно, что принятые нами определения и, что важнее, стоящие за ними идеи, хорошо вписываются в общую теорию систем. Наиболее близкий к изложенным соображениям подход в общей теории систем содержится в статье М. Тода и Э. Шуфорда (1969).

Итак, массив горных пород макроскопически может быть как

структурным, так и бесструктурным, если он макроскопически однороден. Однако вследствие своей микронеоднородности он всегда будет обладать микро- и ультраструктурой.

Весьма ценной для практических целей является предложенная Ю. А. Косыгиным с соавторами классификация структур по числу элементов. При этом важно, что «...в структурах с небольшим количеством элементов может быть описан каждый структурный элемент и отношения всех элементов, структуры же с большим количеством элементов могут описываться лишь в среднем» (т. е. статистически — *M. P.*) (Косыгин и др., 1966, стр. 22). Это положение неоднократно будет использоваться ниже. Ясно, что микро- и ультраструктуры практически могут описываться только на языке статистических моделей. Что же касается макроструктур, то здесь возможны различные способы описания.

Понятия, связанные с неоднородностью массивов горных пород, могут иметь две различные трактовки. Однородность или неоднородность объекта, его структуру и т. п. можно определять либо по какому-то одному свойству (цвету, прочности, проницаемости), либо по фиксированному списку свойств, как это делает, например, Д. А. Родионов (1968) в задаче разграничения. Второй способ, как справедливо подчеркивает Ю. А. Воронин,* имеет формальный смысл только при фиксированном списке свойств, в отличие от традиционных геологических описаний, где список свойств обычно не фиксирован. Мы будем пользоваться исключительно первым способом, поскольку при решении конкретных инженерных задач чаще приходится иметь дело с каким-либо одним показателем. Соответственно будем говорить о фильтрационной, деформационной структуре массивов и т. д. В связи с этим отметим, что встречающееся в инженерно-геологической литературе разграничение понятий «свойство породы» и «показатель свойства» не всегда оправдывается необходимостью. Вполне отдавая себе отчет в его полезности при обсуждении, например, методов изучения свойств пород в физической точке, в данной работе мы такого различия подчеркивать не будем.

Понятия, связанные с методикой исследований. Определим основные объекты исследования технической, в том числе инженерной, геологии. К ним относятся массив горных пород и проба. Концепцию массива горных пород как основного объекта инженерно-геологических исследований выдвинул П. Н. Панюков (1959). Поддерживая и разделяя взгляды П. Н. Панюкова в целом, мы будем иначе трактовать понятие массива горных пород. Ясно, что в определении массива горных пород должны фигурировать по меньшей мере требования топологической связности (едва ли разумно именовать массивом пространственно разобщенные части земной коры) и ограниченности размеров (вряд ли целесообразно именовать массивом Русскую платформу или образец горной породы).

* Геология и математика «Наука», 1967.

Таким образом, мы определим массив горных пород как связную область земной коры, по размерам сопоставимую с определяющей областью большинства инженерных сооружений. Последнее ограничение можно уточнить, учитывая, что характерные размеры определяющей области инженерных сооружений обычно имеют порядок $10^4 \div 10^6$ см, т. е. от 100 м до 10 км.

Проба — это мысленно или физически выделяемая в пределах определяющей области задачи часть вещества земной коры, по размеру существенно меньшая, чем сама определяющая область, и служащая для оценки каких-либо свойств земной коры или образующего земную кору вещества. Таким образом, понятие «проба» весьма близко к понятию «элементарный объем» и отличается от последнего в основном отсутствием требования связности: проба может состоять из частей, пространственно разрозненных в естественном залегании. Приведенное определение предполагает допустимость различных манипуляций с веществом пробы: квартования, химической, механической обработки и т. д. Пробу или ее часть, изъятую из естественного залегания, принято называть образцом. Таким образом, пробой мы будем называть образец горной породы, раздавливаемый на прессе, фильтрующую область вокруг скважины при опытной откачке, шлиф при количественно-минералогическом анализе под микроскопом.

Важную роль в дальнейших построениях будет играть понятие «физическая точка». Это понятие, введенное в науку еще Лоренцом в конце прошлого века, будем употреблять в общепринятом смысле, имея в виду один нюанс: поскольку земная кора построена иерархически и обладает неоднородностью разных уровней, при использовании понятия «физическая точка» необходимо указывать, по сравнению с каким уровнем неоднородности достаточно велик размер физической точки. Таким образом, в принятых здесь терминах физическую точку можно определить как элементарный объем (т. е. объем, достаточно малый по сравнению с размерами определяющей области в данной задаче), по своим размерам превосходящий элементы неоднородности фиксированного уровня.

Теперь, наконец, можно сформулировать понятие о структурной модели. Среди моделей, используемых в инженерных расчетах, необходимо различать два класса моделей: физические (механические) и структурные (геометрические)*.

Назначение физической модели состоит в описании свойств горных пород (главным образом механических свойств) в физической точке. Примерами физических моделей могут служить винклеровская модель, линейно-упругое тело, среда с линейным законом сопротивления фильтрации и т. д. Приняв ту или иную физическую

* Ю. А. Воронин и др. (1967, стр. 121) отмечали, что вообще все объективно измеряемые свойства и характеристики горных пород относятся либо к «вещественным», либо к «геометрическим»

модель горной породы, мы должны характеризовать ее свойства соответствующими выбранной модели параметрами. В приведенных примерах это будут коэффициент постели, модуль упругости, коэффициент фильтрации и т. д.

Назначение структурной модели состоит в так или иначе схематизированном описании естественной изменчивости параметров физической модели между физическими точками массива горных пород. Примерами структурных моделей могут служить слоистые модели, в которых каждый слой горных пород наделяется свойствами, отличными от свойств смежных слоев, или градиентные модели, в которых свойства непрерывно меняются, например с глубиной, по тому или иному закону. Приняв ту или иную структурную модель массива горных пород, мы должны характеризовать ее соответствующим выбранный модели способом. Так, для слоистой модели необходимо указать число и последовательность слоев, их мощности и физические параметры; для градиентной модели — закон изменения физических параметров в пространстве.

Как физические, так и структурные модели могут быть одномерными или многомерными в указанном ранее смысле. Кроме того, структурные модели полезно различать по их мерности в физическом пространстве, выделяя объемные, плоские и линейные модели.

ВЫВОДЫ

1. Проектно-изыскательские работы, строительство и эксплуатацию инженерных сооружений полезно рассматривать как систему, подлежащую управлению. Задачи научного управления и оптимизации (в экономическом смысле) проектно-изыскательских работ делают необходимым широкое применение в технической геологии структурных моделей. С использованием структурных моделей теснейшим образом связаны три основные задачи: 1) исследование неоднородности горных пород; 2) учет неоднородности в ходе разведки и опробования; 3) учет неоднородности в расчете инженерных сооружений. Первые две из этих задач, относящиеся к компетенции технической геологии, являются предметом настоящей работы.

2. В инженерно-геологических приложениях наиболее целесообразно использовать статистические структурные модели. Это обусловлено «статистической природой» свойств горных пород, определяемых в относительно мелкомасштабных экспериментах, нерегулярной изменчивостью усредненных в малом характеристик и дискретным характером геологических наблюдений. Содержательные (в геологическом смысле) задачи исследования и учета неоднородности сводятся на статистических моделях к формальным задачам проверки статистических гипотез, описания, оценки параметров и планирования экспериментов. Мерой неоднородности свойств пород в принятой модели является дисперсия.

3. Положение рассматриваемых задач на стыке разных наук требует построения системы понятий и классификаций неоднородности горных пород, пригодной и для геологии, и для механики. Учитывая сложность построения формальной системы такого рода, мы предлагаем неформализованную систему понятий, удобную для задач, решаемых в данной работе, но не претендующую на универсальность. Все определяемые в этой системе понятия основываются на трех исходных, основных понятиях: земная кора, неоднородность и определяющая область в задаче. Большинство используемых понятий известны либо в геологии, либо в материаловедении и механике.

4. Классификации неоднородности, разработанные для решения указанных в п. 1 задач, основаны на том, что неоднородность массива горных пород может быть расчленена на несколько порядков (уровней) по размеру элементов неоднородности. По отношению к размеру проб (размеру определяющей области экспериментов) в массиве выделяются: элементы ультранеоднородности, размер которых во много раз меньше размера пробы, а число очень велико; элементы микронеоднородности, число которых в объеме пробы сравнительно невелико; элементы макронеоднородности, размер которых превосходит размер пробы. Ультранеоднородность не препятствует рассмотрению горных пород как однородного материала. Микронеоднородность обусловливает статистический разброс характеристик и свойств горной породы. Наконец, макронеоднородность вызывает закономерную изменчивость свойств пород от одной точки массива к другой.

ГЛАВА II

СТРУКТУРНЫЕ МОДЕЛИ МИКРОНЕОДНОРОДНОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД И МАСШТАБНЫЕ ЭФФЕКТЫ

§ 3. Математическая модель объекта и постановка задачи исследования

Для научно обоснованного решения ряда практических задач, связанных с оценкой результатов наблюдений и планированием опробования неоднородных массивов горных пород, необходимы сведения о микронеоднородности горных пород и локальных распределениях показателей их физических свойств. Простейшим и эффективным способом изучения микронеоднородности и локальных распределении является анализ влияния размера определяющей области экспериментов (размера проб) на распределение результатов опробования. Для простоты ограничимся одномерной линейной моделью. Представим себе последовательность значений $l(x_i)$ исследуемого признака горной породы по ряду элементов микронеоднородности, центры которых имеют координаты $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$

Процесс дискретного опробования на такой модели будет представлять выделение на последовательности $l(x_i)$ некоторых так или иначе выбранных конечных участков — подпоследовательностей. Длина этих участков (или, что то же, число n элементов микронеоднородности) будет отражать на модели размер определяющей области эксперимента, число экспериментов — число N участков. Определяющая область эксперимента на модели будет представлять собой конечный набор величин l_1, l_2, \dots, l_n , отвечающих значениям исследуемого свойства породы на первом, втором, ..., \dots, n -ом элементах микронеоднородности. Результат индивидуального эксперимента естественно тогда представить как некоторую функцию L совокупности значений признака на всех n элементах микронеоднородности, входящих в его определяющую область: $L(l_1, l_2, \dots, l_n)$. Подчеркнем сразу фундаментальное значение вида функции $L(l)$, который отражает на модели важнейшие особенности физической природы исследуемых свойств горных пород (далее мы еще вернемся к этому вопросу).

Точные значения l_i исследователю неизвестны, но на фиксированном участке они вполне детерминированы. В этой ситуации удобно представить себе последовательность l_i как реализацию случайной последовательности. Располагая результатами ряда экспериментов, выполненных в пределах макроскопически однородного массива (инженерно-геологического элемента), будем считать, что определяющие области этих экспериментов могут рассматриваться как различные реализации одной и той же случайной последовательности *. Соответственно будем считать величины l_i случайными, не вводя для этого новых обозначений. Вместе с тем величина $L(l)$ не может быть предсказана априори, и, следовательно, ее также нужно рассматривать как случайную величину. При этом полная информация о величине L дается законом ее распределения $F(\lambda) = P(L < \lambda)$.

Можно сразу сделать два важных утверждения о законе $F(\lambda)$, вытекающих из принятой модели: 1) закон $F(\lambda)$ определяется двумя факторами: видом функции $L(l)$ и распределением исходной случайной величины l ; 2) поскольку распределение l может меняться в пространстве, закон $F(\lambda)$ является условным законом распределения, зависящим от положения и от длины n участка реализации $l(x_i)$, на котором определяется функция $L(l)$.

Ограничиваюсь для простоты одномерным случаем, запишем:

$$F_{n, x}(\lambda) = P(L < \lambda | n = n_0, \bar{x} = x_0), \quad (3.1)$$

где n_0 и x_0 — произвольные постоянные. Знак осреднения над x означает, что положение участка фиксируется лишь с точностью до инженерно-геологического элемента. Знак $|$ здесь следует понимать как обозначение условий проведения эксперимента. Вид функции $L(l)$ и распределение l пока будем считать заданными.

Распределение (1) можно интерпретировать как распределение изучаемого свойства породы в заданной ($n = n_0, x = x_0$) физической точке, соответствующее представлению об ансамбле, содержащемся в принятой модели изменчивости этого свойства. Практически, однако, поскольку геолог имеет дело с единственным реальным массивом горных пород, а не с ансамблем однородных массивов, распределение (1) следует трактовать как распределение изучаемого свойства породы в заданном инженерно-геологическом элементе. Это распределение называется локальным.

Варьируя условия экспериментов, записанные в выражении (1), можно получить, в частности, множество локальных распределений, отличающихся вследствие различия размеров определяющей области, а также нелокальное («обобщенное») распределение, характеризующее изменчивость исследуемого признака во всем макроскопически неоднородном массиве.

В настоящей главе рассматривается влияние размера проб (определяющей области экспериментов) на локальные распределения.

* Предполагается, что последовательность $\{ l_i \}$ стационарная и эргодическая.

ния. Третья глава, наоборот, посвящена некоторым свойствам обобщенных распределений. При исследовании локальных распределений основное внимание уделяется первому из сделанных выше утверждений о распределении $F(\lambda)$ — роли вида функции $L(l)$ и распределения l в формировании распределения $F(\lambda)$. Такой подход обеспечивает познание механизма влияния микронеоднородности на физические свойства горных пород, что является основной задачей этой главы.

Для практических целей удобно описывать локальные законы распределения с помощью моментов распределения. При этом надо иметь в виду два обстоятельства:

1. Все теоретические распределения, которые до сих пор были получены (или использованы) в геологии, имеют моменты, хотя и не все они однозначно определяются своими моментами*. Во всяком случае, если вид распределения предполагается известным, то первые три-четыре момента дают о нем информацию, достаточную для решения подавляющего большинства практических задач**.

2. Во многих случаях теоретический вид локальных распределений (1) не установлен. Для выбора подходящей аппроксимации также достаточно первых трех-четырех моментов. Более того, при относительно небольших выборках, с которыми обычно имеет дело геолог, вычисление моментов выше третьего или четвертого порядка просто бессмысленно. Наибольший практический интерес представляют первый начальный, второй и третий центральные моменты.

Для упрощения поставленной задачи используем понятие «масштабного эффекта», известное из статистической теории хрупкого разрушения. В этой теории масштабным эффектом (или фактором) называют изменение среднего значения прочности в зависимости от размера испытываемых образцов. Вместе с тем, известно, что при испытаниях на прочность (Болотин, 1965), а также при изучении химико-минералогического состава пород (Чейз, 1963) и полезных ископаемых (Четвериков, 1968 и др.) от размера определяющей области экспериментов зависит и разброс их результатов. До последнего времени эти явления изучались в геологии независимо друг от друга. Между тем только рассмотрение их с единой точки зрения позволяет понять механизм влияния микронеоднородности на макроскопические свойства горных пород. Поэтому влияние размеров определяющей области экспериментов на различные статистические характеристики результатов испытаний будем рассматривать как проявления масштабных эффектов различного рода. Масштабным эффектом I рода будем называть изменение математического ожидания величины L в зависимости

* В частности, неоднозначно определяется своими моментами логарифмически-нормальное распределение, которым мы будем широко пользоваться.

** Подробнее см. у Кендалла и Стьюарта (1966, стр. 126).

от числа n элементов микронеоднородности в пределах определяющей области экспериментов, масштабным эффектом II рода — изменение дисперсии L в зависимости от n , масштабным эффектом III рода — изменение асимметрии распределения L в зависимости от n и т. д. в соответствии с изменением k -ых моментов распределений (1). С помощью масштабных эффектов можно получить довольно полное (хотя и не всегда исчерпывающее) представление о законах распределения (1): оно дается с помощью описания распределений их моментами при различных значениях n .

В действительности мы не можем указать точных значений моментов распределения исследуемого свойства породы (на модели — моментов распределений (1)), равно как и точных значений величины определяющей области экспериментов, выраженной числом элементов микронеоднородности (на модели — величины n). Экспериментальным путем можно получить лишь статистические

оценки моментов $\hat{\mu}_k$ и указать некоторые величины, пропорциональные числу n . Такой величиной, например, будет характерный размер определяющей области эксперимента v . Изучая зависимости $\hat{\mu}_k(v)$, мы будем получать некоторые статистические оценки масштабных эффектов. Поскольку для μ_k , по крайней мере при $k=1, 2, 3$, известны состоятельные, несмешанные и эффективные оценки, а $v \propto n$, можно полагать, что оценки $\hat{\mu}_k(v)$ масштабных эффектов должны давать неплохую в смысле сходимости с излагаемой ниже теорией картину зависимостей $\mu_k(n)$. Однако, прежде чем переходить к изложению теории, следует на экспериментальном материале убедиться в существовании масштабных эффектов.

Известно довольно много работ, где приводятся данные об изменении моментов распределения различных свойств пород (или просто об изменении конфигурации гистограмм) в зависимости от изменения размера определяющей области эксперимента. Однако ни в одной из известных автору публикаций не ставился вопрос о проверке статистической значимости наблюдаемых изменений моментов. В соответствии со схемой проверки статистических гипотез, изложенной в § 2, надлежит по результатам исследований свойств пород сериями экспериментов с различной величиной определяющей области v проверить гипотезы H_0^j , $j=1, 2, 3, \dots$:

$$H_0^1 : ML_{v_1} = ML_{v_2} \text{ при альтернативе } H_1^1 : ML_{v_1} \neq ML_{v_2};$$

$$H_0^2 : DL_{v_1} = DL_{v_2} \text{ при альтернативе } H_1^2 : DL_{v_1} \neq DL_{v_2};$$

$$H_0^3 : SkL_{v_1} = SkL_{v_2} \text{ при альтернативе } H_1^3 : SkL_{v_1} \neq SkL_{v_2},$$

причем $v_1 \neq v_2$.

В соответствии с ранее изложенным ограничиваемся числом $j=3$.

Гипотезы H_0^1 и H_0^2 могут быть проверены с помощью известных критериев Стьюдента и Фишера. Для приближенной проверки ги-

потезы H_0^3 используем выражение для ошибки оценки Sk по выборочным данным.

Проверим H_0^1 на примере серии определений хрупкой прочности, H_0^2 — деформируемости и H_0^3 — водопроницаемости пород.

В табл. 1 приведены результаты изучения сопротивления однократному сжатию R гумусового полублестящего угля пласта 1^б гидрорудника «Пионер» (Донбасс). Определения прочности выполнены на образцах v_1 и v_2 (данные С. Е. Чиркова). Выборочные оценки дисперсии равны соответственно $S_1^2 = 3990$, $S_2^2 = 4972$ и не

Таблица 1

Результаты определения прочности угля

$v_1 = 3,0 \text{ см}^3$	$v_2 = 25 \text{ см}^3$	$v_1 = 3,0 \text{ см}^3$	$v_2 = 25 \text{ см}^3$
409	268	320	329
547	253	370	206
346	293	385	190
284	264	370	
312	382	350	
372	182	442	
405	284	316	
284	185	441	
352	276	384	
374	261	318	
		ΣR_i	7 376
		\bar{R}	369
		$\Sigma (R_i - \bar{R})^2$	79 806
		S^2	3 990
			3 380
			260
			64 639
			4 972

отличаются значимо друг от друга. Для проверки гипотезы H_0^1 используется критерий Стьюдента

$$t = \frac{|\bar{R}_1 - \bar{R}_2|}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}}, \quad (3.2)$$

где

$$S_{1,2}^2 = \frac{\sum (R_i - \bar{R}_{1,2})}{N_{1,2} - 1}. \quad (3.3)$$

Расчеты дают $t = 4,5$, что превосходит табличное значение $t = 3,65$ при 0,1% уровне значимости. Иными словами, есть основание полагать, что существуют случаи (в том числе и рассмотренный), когда H_0 противоречит фактическому материалу, и размер определяющей области эксперимента существенно влияет на среднее значение исследуемого свойства породы.

В табл. 2 приведены результаты расчетов дисперсии деформируемости, т. е. величины, обратной модулю упругости, известняков со створа Папанского гидроузла в Тянь-Шане (эксперименты выполнены В. И. Коптевым, Гидропроект).

Таблица 2

Дисперсии S^2 деформируемости известняков по результатам исследования образцов разного размера

Средний размер образцов v , см	Число образцов N	Дисперсия деформируемости, $S^2 \cdot 10^{16}$
12,5	89	462
32,5	49	260

Так как величина деформируемости имеет порядок 10^{-6} см²/кгс и значения дисперсий выражаются очень малыми дробями, в таблице они умножены на 10^{16} .

Для проверки гипотезы H_0^2 используем критерий Фишера:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}, \quad (3.4)$$

который в данном случае равен 1,78, что превосходит табличное значение 1,55 при 5%-ном уровне значимости. Иными словами, есть основания полагать, что существуют случаи (в том числе и рассмотренный), когда H_0 противоречит фактическому материалу, и размер определяющей области эксперимента существенно влияет на дисперсию показателя исследуемого свойства породы.

Гипотеза H_0^3 проверялась на примере выполненных Л. А. Ароновой определений водопроницаемости торфа. Были проведены две серии экспериментов с размерами определяющей области, различающимися в 600 раз. По результатам 100 опытов в каждой серии оценки асимметрии оказались равными 3,27 при величине определяющей области v_1 и 2,30 при $v_2 = 600v_1$. Среднеквадратичное отклонение коэффициента асимметрии

$$S_{\hat{s}_k} = \sqrt{\frac{6(N-1)}{(N+3)(N+1)}} \quad (3.5)$$

в данном случае имеет величину 0,24. Следовательно, значения асимметрии для двух рассматриваемых серий экспериментов различаются на величину $3,27 - 2,30 = 0,97$, превосходящую четырехкратное среднеквадратичное отклонение. Учитывая сравнительно большой объем выборок, можно полагать, что различие в величине их асимметрии является неслучайным. Таким образом, видимо, существуют ситуации (в том числе и рассмотренная), когда H_0^3 не противоречит фактическому материалу, и размер определяющей области эксперимента существенно влияет на асимметрию распределения исследуемого свойства породы.

§ 4. Теоретическое исследование микронеоднородности и масштабных эффектов

Из принятой модели следует, что вид распределения (3.1) зависит от вида функции $L(l)$. Вид функции $L(l)$ должен определяться из физических соображений о природе исследуемых свойств пород. Так, он, по-видимому, будет разным для интегральных характеристик (плотности, влажности, содержания тех или иных компонентов в породе) и для свойств, зависящих от «слабого звена в цепи», например, хрупкой прочности. Для интегральных характеристик, к которым относится подавляющее большинство свойств горных пород, функцию $L(l)$ можно определить простейшим образом в виде (Рац, 1968а)

$$L_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i, \quad (4.1)$$

или

$$L_2 = \sum_{i=1}^n l_i. \quad (4.2)$$

Тогда вопрос о законе распределения (3.1) сводится на модели к вопросу о распределении суммы случайных величин, что приводит к известной в теории вероятностей группе так называемых «центральных предельных теорем» (см., например, Вентцель, 1962). Рассмотрим возникающий при таком определении $L(l)$ масштабный эффект II рода *. Из предположения о стационарности последовательности l_i вытекает, что ML_1 не зависит от n , а $ML_2 \sim n$. Подсчитаем дисперсию величины L . Как известно, дисперсия суммы случайных величин равна сумме их дисперсий плюс удвоенная сумма корреляционных моментов:

$$DL_2 = \sum_{i=1}^n DL_i + 2 \sum_{i < j} k_{ij}. \quad (4.3)$$

Из физических соображений следует, что все дисперсии конечны. В силу предположения о стационарности последовательности l_i

$$DL_1 = DL_2 = \dots = DL_n, \quad (4.4)$$

откуда следует

$$DL_2 = n \cdot DL_i + 2 \sum_{i < j} k_{ij} \quad (4.5)$$

и

$$DL_1 = \frac{DL_i}{n} + \frac{2}{n^2} \sum_{i < j} k_{ij}. \quad (4.6)$$

* Последовательность изучения масштабных эффектов по соображениям удобства изложения принята такой: масштабный эффект II рода, затем I рода, затем III рода.

В частном случае, когда все l_i статистически независимы, вторые члены в (5) и (6) обращаются в нуль:

$$\sum_{i < j} k_{ij} = 0, \quad (4.7)$$

и вместо (6) можно записать для коэффициента вариации V

$$V \propto \frac{1}{\sqrt{n}}. \quad (4.8)$$

Выражение (8) представляет собой известное в статистической физике «правило \sqrt{n} ». Масштабный эффект III рода в этом случае отсутствует, $SkL = 0$.

Условия (1), (4) и (7) в совокупности близки к условиям центральной предельной теоремы. При достаточно больших n условия справедливости правила \sqrt{n} и центральной предельной теоремы различаются только за счет так называемого условия Линнеберга. В рассматриваемых приложениях практически можно считать, что при достаточно больших n и фиксированном среднем значении правило \sqrt{n} описывает масштабный эффект II рода величины $L(l)$, подчиняющейся нормальному закону распределения *.

Обратимся к важному частному случаю. Рассмотрим следующую модель пласта осадочной породы. Пласт состоит из n тонких элементарных слоев. Каждый i -ый элементарный слой претерпевает случайные колебания мощности l_i по площади. Колебания мощностей разных элементарных слоев практически взаимонезависимы **. Будем исследовать изменчивость мощности $L_2 = \sum_{i=1}^n l_i$ устроенного таким образом пласта.

Пусть

$$Ml_i = h, \quad Dl_i = \sigma^2. \quad (4.9)$$

Тогда, поскольку все l_i равноправны и независимы,

$$\left. \begin{aligned} ML_2 &= \sum_{i=1}^n Ml_i = nh, \\ DL_2 &= \sum_{i=1}^n Dl_i = n\sigma^2, \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

* При достаточно малых n правилу \sqrt{n} будут подчиняться свойства, распределенные, например, по биномциальному и гипергеометрическому законам, однако с ростом n эти распределения, как известно, сходятся к нормальному.

** В действительности мощности непосредственно залегающих друг на друге элементарных слоев, разумеется, зависят. Однако, как показал С. Л. Афанасьев (1967), компенсация неровностей на поверхности напластования происходит очень быстро, так что уже при небольших суммарных мощностях (порядка метра) допущение о независимости правомерно (см. § 5).

т. е. и средняя мощность пласта, и дисперсия мощности пропорциональны числу элементарных слоев. Основываясь на (10), можем записать для коэффициента вариации мощности пласта:

$$V = \frac{\sqrt{DL_2}}{ML_2} = \frac{\sigma \sqrt{n}}{nh} = \frac{\sigma}{h \sqrt{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \propto \frac{\sigma}{\sqrt{ML}}, \quad (4.11)$$

где $\sigma = \frac{\sigma}{h}$.

Соотношение (11) является модификацией правила \sqrt{n} применительно к рассмотренной модели пласта осадочной породы.

Более общим является случай, когда

$$\sum k_{ij} \neq 0. \quad (4.12)$$

Естественной моделью для распределения величины (2) при этом оказывается распределение суммы m -зависимых случайных величин. Последовательность случайных величин l_1, l_2, \dots называется последовательностью m -зависимых случайных величин, если величины l_1, l_2, \dots, l_g и l_k, l_{k+1}, \dots, l_n независимы при всех целых g, k, n таких, что $1 \leq g < k \leq n$ и $k - g > m$ (m — целое неотрицательное число). В частном случае при $m=0$ случайные величины становятся независимыми (Петров, 1960). При некоторых несущественных здесь ограничениях распределение суммы m -зависимых случайных величин сходится к нормальному. В. В. Петров получил верхнюю оценку для скорости сходимости кциальному закону при условиях: 1) $M(l_j)^{2+\delta} \leq a > 0$; $j=1, 2, \dots$; $0 < \delta \leq 1$; M — операция математического ожидания; 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{D_n}{n} > 0$, где D_n — дисперсия; \lim — обозначение нижнего предела.

Скорость сходимости для всех l в пределах $-\infty < l < \infty$ оказалась равной

$$|F_n(l) - \Phi(l)| \leq b \cdot n^{-\frac{\delta}{2(3\delta+4)}}, \quad (4.13)$$

где $\Phi(l)$ — функция распределения нормальной случайной величины; b — положительная константа, не зависящая от n и l . При этом, согласно В. В. Петрову, $b \leq dm^2$, где d не зависит от m . Таким образом, скорость сходимости к нормальному закону тем больше, чем меньше радиус корреляции m .

Рассмотрим величину (1), заменив условие 2 В. В. Петрова условием 2': $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{D_n}{n} > 0$. От этой замены верхняя оценка скорости сходимости (13) не изменится. Естественно ожидать, что с ростом n масштабный эффект II рода для величины (1) будет сводиться к правилу \sqrt{n} , поскольку распределение величины (1) стремится к нормальному. Результаты В. В. Петрова позволяют оценить скорость этого процесса. Действительно, из условия 2' следует, что

$\sum k_{ij}$, растет не быстрее n . Тогда величина $\frac{2\sum k_{ij}}{n^2}$, отличающая

(6) от (8), стремится к нулю не быстрее, чем $b \cdot n^{-\alpha}$, где $\alpha \geq 1$.

Рассмотрим частный случай модели (1) при условиях (4) и (12). Как известно, при исследовании химического состава и в том числе содержаний полезных компонентов в породе на анализ обычно поступает не вся проба, а навеска стандартной величины (обычно 100–200 г), получаемая из исходной пробы путем квартования. Понятно, что структура горной породы (руды) при этом полностью разрушается, и коэффициент вариации содержаний должен зависеть от величины навески по правилу \sqrt{n} . Но вес навески фиксирован, меняется же вес исходной пробы. В терминах избранной модели процедура квартования и оценки свойства L по навеске есть не что иное, как случайная выборка l_{ik} из последовательности l_i ($i = 1, 2, \dots, n; 0 < k < n$) и оценка L по выборке l_{ik} . При этом, поскольку выбор l_{ik} из l_i случаен, то

$$DL_k = DL \cdot \frac{n}{k}, \quad (4.14)$$

где DL_k — дисперсия оценки L по выборке l_{ik} ; DL определяется согласно (6); n — число элементов микронеоднородности в исходной пробе; k — то же, в навеске.

Подставляя (6) в (14), получим

$$DL_k = \frac{2}{k} \left(a + \frac{\sum_{i < j} k_{ij}}{n} \right) = d + \frac{d}{a} \frac{\sum_{i < j} k_{ij}}{n}, \quad (4.15)$$

где $d = \frac{Dl_i}{k}; \quad a = \frac{Dl_i}{2}$.

Учитывая, что k пропорционально весу навески v_n , а n — весу исходной пробы v_n , можем переписать (15) в виде

$$DL_k = \frac{2}{v_n} \left(a + \frac{\sum_{i < j} k_{ij}}{v_n} \right) = d \left(1 + \frac{\sum_{i < j} k_{ij}}{an} \right). \quad (4.16)$$

Поскольку, как указывалось ранее, с ростом n растет и $\sum k_{ij}$, то DL_k изменяется в зависимости от n в (15) существенно медленнее, чем DL в (6), и уж тем более медленнее, чем по правилу \sqrt{n} .

Если $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum k_{ij}}{n} = 0$, то $\lim_{n \rightarrow \infty} DL_k = d$,

т. е. с ростом величины пробы дисперсия L_k , оцененная по данным анализа навески, стремится к некоторой константе. Величина этой константы прямо пропорциональна истинной дисперсии Dl_i , содержания элемента в породе и обратно пропорциональна размеру навески. Если исходная пробы бесструктурна, т. е. $\sum k_{ij} = 0$, то второй член в (16) обращается в нуль, и дисперсия содержаний в навеске

становится независимой от размера исходной пробы. Операция квартования в этом случае теряет смысл.

В практических задачах геолог обычно имеет дело с суммарным эффектом неоднородности разных уровней. В частности, при отборе проб из разных точек массива, обладающего макронеоднородностью, приходится сталкиваться с влиянием макронеоднородности на распределение исследуемого свойства и масштабные эффекты. При исследовании законов распределения тех или иных свойств обычно стараются отбирать пробы в пределах квазиоднородных участков (инженерно-геологических элементов или элементов макронеоднородности). Однако выделение элементов макронеоднородности само по себе требует весьма детальных исследований. Поэтому полностью исключить влияние макронеоднородности таким путем трудно. Возникает задача исследования влияния макронеоднородности на масштабные эффекты и законы распределения свойств горных пород.

В общем виде эта задача представляет значительные трудности. Поэтому мы рассмотрим лишь частный случай: исследуем масштабный эффект II рода, полагая, что вдоль оси x изменяется только среднее значение l . Тогда моделью для результатов единичных наблюдений вместо (1) будет

$$L_j = \varphi(x_j) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{ji}, \quad (4.17)$$

где j — номер пробы объема n ; δ_{ji} — случайная величина, не зависящая от x_j , с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией σ^2 .

Дисперсия наблюдений в этом случае

$$DL_j = D\varphi(x_j) + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n D\delta_{ji} = D\varphi(x_j) + \frac{\sigma^2}{n}. \quad (4.18)$$

Рассмотрим простейший случай, когда $\varphi(x_j) = a + bx_j$, а пробы располагаются вдоль оси x случайно в пределах отрезка длиной d . Тогда значения $\varphi(x_j)$ могут рассматриваться как значения некоторой равномерно распределенной случайной величины с дисперсией (Вентцель, 1962)

$$D\varphi(x_j) = \frac{b^2 d^2}{12}. \quad (4.19)$$

Подставляя (19) в (18), получим для дисперсии результатов наблюдений выражение

$$DL_j = \frac{\sigma^2}{n} + \frac{b^2 d^2}{12}. \quad (4.20)$$

Величина σ^2 представляет собой константу, зависящую от степени микронеоднородности материала. Обозначим ее через A . Второй член в (20) тоже константа, величина которой определяется

силой тренда (макронаоднородностью) и размером d исследуемого участка; обозначим ее через B . Тогда (20) можно переписать в виде

$$DL_j = \frac{A}{n} + B. \quad (4.20-a)$$

Очевидно, что полученный результат не изменится, если Ml будет линейно изменяться не только вдоль оси x , но и в любом направлении трехмерного пространства. В случае нелинейной изменчивости, если частота колебаний $Ml(x, y, z)$ не будет слишком велика, полученный результат можно использовать как приближенный, что равносильно аппроксимации поля $Ml(x, y, z)$ кусками плоскостей. Аппроксимация будет тем точнее, чем ниже частота колебаний $Ml(x, y, z)$.

Формула (20-А) была без вывода опубликована Висманом (Wisman, 1962) и проверена им с помощью экспериментов с дробью, более или менее равномерно рассыпанной по специальной сетке.

Проведенный анализ показывает, что макронаоднородность существенно влияет на проявления масштабного эффекта II рода. Расчленение общей дисперсии по формуле (20) позволяет оценить степень этого влияния. Сложнее обстоит дело с влиянием макронаоднородности на форму кривой распределения. Если распределение, обусловленное микронаоднородностью, устойчиво для данного свойства пород и обладает ясным физическим смыслом, то искажения формы распределения, вносимые макронаоднородностью, могут быть какими угодно и определяются структурой исследуемого массива горных пород. В связи с аналогичной ситуацией в геохимии А. Б. Вистелиус (Vistelius, 1960) предложил различать «локальное» — в небольшом объеме породы и «обобщенное» — в целом массиве распределения содержаний. По-видимому, эти термины приобретут большую определенность, если подразумевать под «локальным» распределение, обусловленное микронаоднородностью, а под «обобщенным» — распределение, искаженное макронаоднородностью. Так же целесообразно различать масштабные эффекты в чистом виде (обусловленные микронаоднородностью) и «обобщенные» масштабные эффекты, в частности рассмотренный выше обобщенный масштабный эффект II рода, обусловленные суммарным действием микро- и макронаоднородности.

Обратимся к ситуациям, когда имеет место масштабный эффект I рода. Как указывалось, при определении $L(l)$ в виде (1) ML не зависит от n , т. е. масштабный эффект I рода отсутствует. Рассмотрим другое определение $L(l)$. Пусть вместо (1)

$$L_3 = \min_{1 \leq i \leq n} l_i, \quad (4.21)$$

причем сохраняют силу условия (4) и (7), т. е.

$$Dl_1 = Dl_2 = \dots = Dl_n \text{ и } \sum k_{ij} = 0.$$

Такая постановка вопроса приводит к статистической теории хрупкого разрушения, предложенной Вейбуллом (Weibull, 1939),

Т. А. Конторовой и Л. И. Френкелем (1940, 1941) специально для объяснения масштабного эффекта I рода при хрупком разрушении. Статистическая теория хрупкого разрушения, развитая в последние годы В. В. Болотиным (1965), С. Д. Волковым, Б. Б. Чечулиным (1963) и другими представляет собой, как видно из (21), одно из важных приложений так называемой «статистики экстремальных значений». Действительно, в рамках статистической теории хрупкого разрушения задача о прочности тела сводится к отысканию функции распределения величины L_3 , определенной согласно (21).

Пусть величина l_i имеет распределение $P(l_i < \lambda) = F(\lambda)$.* Чтобы выполнялось неравенство

$$L_3 \geq \lambda, . \quad (4.22)$$

должны одновременно соблюдаться неравенства

$$l_1 \geq \lambda, l_2 \geq \lambda, \dots, l_n \geq \lambda. \quad (4.23)$$

Вероятность выполнения каждого из неравенств (23) может быть записана в следующем виде:

$$P(l_i \geq \lambda) = 1 - P(l_i < \lambda) = 1 - F(\lambda). \quad (4.24)$$

Вероятность выполнения всех неравенств (23) одновременно по теореме умножения вероятностей (существенно, что $\sum k_{i,j} = 0$) определяется тогда как

$$P(L_3 \geq \lambda) = P(l_1 \geq \lambda, l_2 \geq \lambda, \dots, l_n \geq \lambda) = [1 - F(\lambda)]^n, \quad (4.25)$$

откуда вытекает искомая вероятность **

$$P(L_3 < \lambda) = 1 - [1 - F(\lambda)]^n. \quad (4.26)$$

Далее, следуя В. В. Болотину (1965), заменим (26) более простым асимптотическим представлением и, имея в виду, что величина L_3 ограничена снизу, получим выражение для математического ожидания свойства L_3 тела любого объема, $v (\infty n)$:

$$L_3 = L_0 + L_c \left(\frac{v_0}{v} \right)^{1/a} \Gamma \left(1 + \frac{1}{a} \right), \quad (4.27)$$

где L_0 — минимальное значение свойства (в частности $L \rightarrow 0$); L_c — константа; v_0 — объем эталонного образца; a — постоянная материала, определяющая степень проявления масштабного эффекта I рода ***; Γ — гамма-функция.

* Далее мы увидим, что вид функции $F(\lambda)$ не существен. результат предопределен условием (21).

** Для аппроксимации эмпирических рядов распределения L_3 , в частности прочности, часто пользуются нормальным распределением. Согласно Боржу (Borges, 1960), это неправомерно, так как, если распределение L_3 для образцов размером v_1 нормально, то для образцов другого размера v_2 оно уже не может быть нормальным.

*** Как отмечает Б. Б. Чечулин (1963), показатель масштабного эффекта (в данном случае a) есть не что иное, как мера степени однородности материала. У абсолютно однородного материала $a \rightarrow \infty$, и масштабного эффекта не будет.

При $v \rightarrow \infty$ L_3 стремится к минимальной величине L_0 . «Другой предельный случай ($v \rightarrow 0$) рассматриваться не должен, так как при достаточно малых объемах теряют смысл предпосылки, положенные в основу теории» (Болотин, 1965, стр. 73).

В. В. Болотиным получено также выражение, связывающее масштабные эффекты I и II родов в рассматриваемой ситуации. Для однородного напряженного состояния

$$V = \frac{L_c \left(\frac{v_0}{v} \right)^{1/a} \sqrt{\Gamma \left(1 + \frac{2}{a} \right) - \Gamma \left(1 + \frac{1}{a} \right)}}{L_0 + L_c \left(\frac{v_0}{v} \right)^{1/a} \Gamma \left(1 + \frac{1}{a} \right)}, \quad (4.28)$$

где V — коэффициент вариации L_3 , остальные обозначения прежние. Из формулы (28) следует, что с ростом величины определяющей области эксперимента коэффициент вариации уменьшается. При $L_0=0$ коэффициент вариации уже не зависит от величины определяющей области и оказывается функцией одного аргумента — показателя масштабного эффекта I рода a . При этом чем неоднороднее материал, тем резче проявляется масштабный эффект I рода, тем больше и коэффициент вариации.

Теорию наблюдаемого в ряде геологических ситуаций масштабного эффекта III рода в настоящее время дать трудно. Это связано с трудностью более общего характера: до сих пор не удалось (за исключением некоторых специальных случаев) построить математическую модель для левоасимметричных локальных распределений*. А именно для этих распределений характерно проявление масштабного эффекта III рода. Ниже излагаются некоторые физические соображения, которые, вероятно, могут оказаться полезными при построении математической теории.

Н. К. Разумовский (1940) высказал предположение, что причиной возникновения логнормального распределения является пространственная взаимосвязь содержаний компонентов в породе. Гипотеза Н. К. Разумовского основана на экспериментальных данных и в общем случае не может быть обоснована математически. Кроме того, и это важнее, не существует априорных оснований для утверждения о важной роли в геологии именно логнормального распределения. Из опыта известно только, что в геологии часто встречаются левоасимметричные распределения, которые во многих случаях удается неплохо (в смысле критерия χ^2) аппроксимировать логнормальной моделью.

Можно думать, что взаимосвязь содержаний компонентов в породе и левоасимметричное распределение содержаний (или взаимосвязь и асимметрия распределения показателей каких-либо других свойств пород) являются следствием некоторой общей причины, которая заключается в существовании неоднородности разных уровней. Поясним сказанное. Допустим, что путем исследова-

* Обзор результатов по этому вопросу имеется в работе Миддлтона (1968).

ния на более глубоком уровне удалось изучить некоторое свойство l горной породы на смежных элементах ультранеоднородности, например оценить число атомов какого-нибудь химического элемента в соседних физических точках образца породы. Рассмотрим последовательность этих оценок вдоль произвольной линии, пересекающей образец. Очевидно, что если исследуемый химический элемент сконцентрирован в каком-либо минерале, то его содержания l могут испытывать вдоль рассматриваемой линии колебания на трех уровнях: наиболее мелкие, связанные с неравномерным расположением атомов внутри кристаллической решетки минерала; промежуточные, связанные с колебаниями средних содержаний при переходе от одного минерала к другому; и, наконец, крупные, связанные с неравномерным размещением кристаллитов минерала-концентратора в породе. В результате последовательности содержаний l_i ($i=1, 2, \dots$) исследуемого химического элемента вдоль намеченной линии, если ее рассматривать как последовательность случайных величин, будет иметь меняющееся математическое ожидание. Даже если случайные величины на отдельных отрезках нашей линии, в пределах которых $Ml = \text{const}$, статистически независимы, то их последовательность с переменным математическим ожиданием будет обладать существенной автокорреляцией (Вистелиус, 1968). Действительно, положим в простейшем случае, что Ml_i — кусочно-постоянная последовательность. Тогда последовательность l_i будет суммой кусочно-постоянной последовательности и независимой от Ml_i случайной величины δ_i . Такая последовательность (непрерывным аналогом ее будет, очевидно, сумма импульсного процесса и шума) обладает, как известно, существенной автокорреляцией.

Вместе с тем, наличие неоднородности разных уровней может привести и к возникновению левоасимметричного распределения. Для иллюстрации этого явления мысленно проведем следующий эксперимент. Рассмотрим распределение плотности смеси песка с дробью по результатам опробования пробами разного размера $v_1 < v_2 < \dots < v_g$. Проведем kg групп экспериментов. В первой ($k=1$) серии изучим распределение плотности смеси песка с дробью диаметром d_1 , равномерно распределенной в песке, по результатам опробования группами проб разного размера (v_1, v_2, \dots, v_g). Во второй ($k=2$) серии изучим распределение плотности смеси песка с дробью двух диаметров: d_1 и $d_2 > d_1$, причем более крупную дробь распределим в песке реже, чем мелкую. Опробование снова проведем пробами разного размера (v_1, v_2, \dots, v_g). В третьей ($k=3$) серии введем в смесь еще меньшее количество еще более крупной дроби ($d_3 > d_2$) и т. д.

Если v_1 достаточно мала, в первой выборке ($i=1, k=1$) получим пуассоновское распределение плотности. Во второй выборке ($i=2, k=1$) среднее число дробинок в пробе $v_2 > v_1$ возрастет и пуассоновское распределение станет более симметричным. В i -й выборке среднее число дробинок в пробе окажется достаточно

большим, чтобы аппроксимировать пуассоновское распределение нормальным

Во второй серии экспериментов ($k=2$), поскольку крупная ($d_2 > d_1$) дробь встречается в смеси реже мелкой, но оказывает более сильное влияние на плотность смеси, симметризация распределения плотности будет происходить медленнее. Только в $i+j_1$ -ой выборке ($j_1 \geq 1$) распределение окажется симметричным и пригодным для аппроксимации нормальным законом. В третьей ($k=3$) серии экспериментов (с дробью трех размеров) тот же эффект будет достигнут еще позже, в $i+j_2$ -й выборке ($j_2 > j_1$) и т.д.

Таким образом, если диапазон диаметров дроби достаточно велик, можно получить устойчивое левоасимметричное распределение, не переходящее в нормальное даже при значительном увеличении размеров проб. Наоборот, если диапазон диаметров дроби ограничен, то с ростом размеров проб будет наблюдаться масштабный эффект III рода, и левоасимметричное распределение плотности при достаточно больших n станет симметричным.

В терминах последовательности случайных величин l_i , полученные результаты можно интерпретировать следующим образом. Пусть подпоследовательности с двумя различными, но фиксированными Ml имеют различную, но малую по сравнению с n длину и следуют друг за другом случайным образом. Пусть также вероятность встречи последовательности с большим значением Ml убывает

с ростом ее длины. Тогда распределение $L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i$ будет лево-

асимметричным, причем с ростом n асимметрия его будет убывать до нуля или оставаться больше нуля в зависимости от положения относительно n верхней границы длины подпоследовательностей с большим значением Ml . Другая возможная интерпретация, не меняющая результатов, связана с рассмотрением последовательности l_i , в которой вариация длины подпоследовательностей заменяется вариацией величины Ml , причем с ростом Ml убывает вероятность появления подпоследовательности. Аналогичные соображения по вопросу о природе левоасимметричных распределений в геологии развивает А. В. Нагаев.

§ 5. Экспериментальное исследование микронеоднородности и масштабных эффектов

Рассмотрим примеры влияния размеров определяющей области эксперимента на статистики распределения вероятностей свойств горных пород. Примеры будем излагать в той же последовательности, в какой излагались теоретические соображения в § 4. Итак, начнем с результатов экспериментального исследования масштабного эффекта II рода.

Вариация мощности пластов представляет значительный интерес как при корреляции разрезов осадочных толщ, так и при реше-

нии ряда задач прикладной геологии (особенно для характеристики неоднородности пластов-коллекторов нефти).

С. Л. Афанасьевым (1961) изучена изменчивость мощностей слоев, ритмов и пачек флишевых отложений верхнего мела вдоль Новороссийского прогиба. Не задаваясь какой-либо теоретической моделью, С. Л. Афанасьев методом наименьших квадратов нашел зависимость среднеквадратичного отклонения мощности слоев и пачек от их средней мощности в виде

$$\lg S = 0,507 \lg \bar{M} - 0,204,$$

причем точность оценки коэффициента при $\lg \bar{M}$ составляет $\pm 0,011$. Из приведенного выражения легко получить

$$V = \frac{6,25}{\sqrt{\bar{M}}}, \quad (5.1)$$

что с точностью до постоянного множителя отвечает теоретически выведенному соотношению (4.11).

З. И. Мурадимовым (1965) приводятся данные о вариации суммарных эффективных мощностей, т. е. мощностей пластов-коллекторов ряда нефтяных месторождений Куйбышевской области, где продуктивной является терригенная пачка нижнего карбона от подошвы реперного пласта N до кровли турне. Проведенная автором обработка указанных данных показала, что изменчивость суммарных эффективных мощностей может быть аппроксимирована выражением

$$V = \frac{136,4}{\sqrt{\bar{M}}}, \quad (5.2)$$

также отвечающим формуле (4.11).

Аналогичным образом были обработаны данные об эффективных мощностях горизонта D_1 (Максимов, 1965; Дементьев и др., 1965) и пластов B_1 , B_2 и B_3 Пермской области (Дементьев и др., 1965) *. Изменчивость мощностей может быть соответственно выражена соотношениями

$$V = \frac{156,8}{\sqrt{\bar{M}}}, \quad (5.3)$$

$$V = \frac{213}{\sqrt{\bar{M}}}. \quad (5.4)$$

Необходимо подчеркнуть, что рассматриваемая закономерность отнюдь не является универсальной и действует только в том случае, когда мощности слоев формируются в соответствии с приведенной

* Данные по пласту B_0 , приведенные в работе Л. Ф. Дементьева, были исключены из рассмотрения, так как пласт B_0 имеет ограниченное распространение на юге области.

в § 4 моделью. На рис. 3 приведены графики, наглядно показывающие различие между изменчивостью флишевых отложений вдоль прогиба и терригенных коллекторов Поволжья, обусловленные особенностями генезиса тех и других пород. В случае существенных отклонений от условий рассмотренной модели изменчивость мощностей не подчиняется соотношению (4.11). Примером могут служить данные по терригенной пачке C_1 куйбышевских месторождений в целом (Мурадимов, 1965).

Приведенный фактический материал позволяет считать, что мощности пластов флиша и терригенных пластов-коллекторов нефтяных месторождений формируются в соответствии с условиями

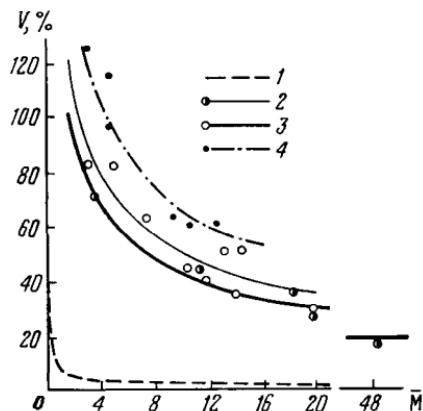


Рис. 3. Зависимость коэффициента вариации мощностей пластов V от их средней мощности M

1 — мощности флишевых отложений верхнего мела Новороссийского прогиба (вдоль прогиба), по С. Л. Афанасьеву (1961); 2 — суммарные эффективные мощности терригенной пачки нижнего карбона (от подошвы репера N до кровли турне) нефтяных месторождений Куйбышевской области, по данным З. И. Мурадимова (1965); 3 — эффективные мощности пласта D_1 , по данным М. И. Максимова (1965, табл. 28) и Л. Ф. Дементьева и др. (1965); 4 — эффективные мощности пластов B_1 , B_2 и B_3 Пермской области, по данным Л. Ф. Дементьева и др. (1965)

рассмотренной модели, причем изменчивость мощностей пластов-коллекторов в 20—30 раз превышает изменчивость мощностей во флише (вдоль прогиба). Это отражает различия в условиях седиментации терригенных коллекторов, формировавшихся в мелководном бассейне с крайне непостоянным режимом осадконакопления, и флишевых отложений, накапливавшихся в глубоком (более 200 м) узком прогибе при господстве продольных течений, разносивших материал вдоль прогиба (Афанасьев, 1961).

Обратимся к физическим свойствам горных пород. Рассмотрим такую важнейшую характеристику, как распределение размеров пор. Исследование передвижения в пористой среде радиоактивного индикатора позволяет установить распределение эквивалентных размеров водопроводящих путей трубчатой модели среды (Чураев, Ильин, 1961). Один водопроводящий канал модели при этом соответствует некоторому множеству реальных пор. Можно предположить, что в этом случае размер водопроводящих путей модели связан с размером пор реальной среды условием (4.1), а изменчивость размеров водопроводящих путей модели должна подчиняться правилу \sqrt{n} .

В работе Н. В. Чураева и Н. И. Ильина приведены графики распределения размеров водопроводящих каналов, полученные

в опытах с песком фракции 0,10—0,25 мм на образцах разной величины. Количество пор песка, т. е. количество элементов неоднородности n , пропорционально размеру образцов. Проведенная автором обработка данных Чураева и Ильина показала, что изменчивость размеров водопроводящих путей модели в зависимости от величины образцов может быть аппроксимирована формулой

$$V = \frac{22,8}{\sqrt{v}}, \quad (5.5)$$

где v — линейный размер образцов в см (рис. 4).

Полученный результат тем интереснее, что при рассмотрении фильтрации как конвективной диффузии коэффициент конвективной диффузии D_k интерпретируется как дисперсия размеров водопроводящих путей трубчатой модели среды.

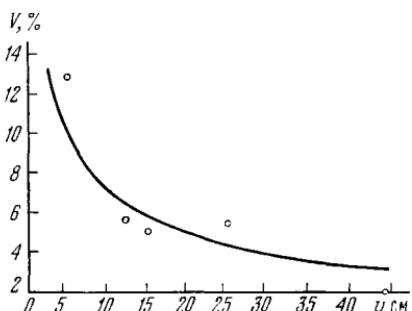


Рис. 4. Зависимость коэффициента вариации размеров пор V от величины исследуемого образца v

Нетрудно установить, что определению (4.1), условиям (4.4) и (4.7) будут удовлетворять такие свойства горных пород, как пористость, плотность, влажность, если в породе не содержится какого-либо компонента, резко аномального по указанным свойствам (например, очень тяжелый минерал). На рис. 5 приведена в качестве примера зависимость коэффициента вариации объемного веса моренных суглинков от объема образцов (экспериментальные данные С. П. Абрамова). Расположение экспериментальных точек на правой, пологой ветви кривой свидетельствует, что образцы данных размеров содержат большое количество n разнородных по плотности компонентов, вследствие чего вариация плотности мала. Действительно, исследованные суглинки однородны, а содержащиеся в них включения малы по размерам (не крупнее гравия).

На том же рисунке приведена аналогичная зависимость для хвалынских суглинков района Махачкалы. Эти суглинки еще однороднее, чем моренные. Несмотря на отчетливую микрослоистость (пересланывание более песчаного и более глинистого материала), заметная вариация плотности наблюдается лишь при размере проб менее 10 см^3 . Коэффициенты в выражении правила \sqrt{n} для моренных и хвалынских суглинков равны соответственно 18,2 и 6,7.

На рис. 6 показана зависимость вариации естественной влажности хвальинских суглинков от размера проб (экспериментальный материал И. Л. Ревелиса). По влажности эти суглинки несколько более неоднородны, чем по плотности (коэффициент равен 10,0), что объясняется упомянутой микрослоистостью. Заключение о большей неоднородности по влажности, чем по плотности, не тривиально: при обычных методах исследования влажность и плотность изучаются на образцах разного размера, так что сравнение их вариаций в этом случае не имело бы физического смысла.

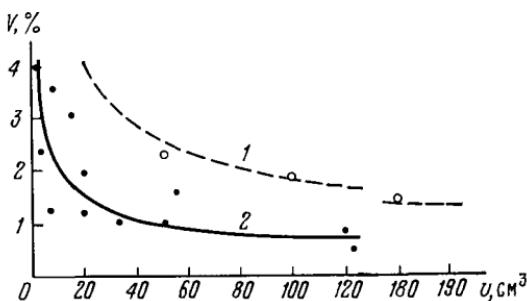


Рис. 5. Зависимость коэффициента вариации объемного веса суглинков V от объема образцов v

1 — моренные суглинки Подмосковья, 2 — хвальинские суглинки района Махачкалы

ших n должны быть распределены по нормальному закону. Фактический материал не противоречит этому выводу. Кривые распределения суммарных эффективных мощностей (Максимов, 1965), размеров пор (Чураев, Ильин, 1961), объемного веса и влажности суглинков (Ревелис, Кучеренко, 1969) близки к нормальным.

Таким образом, в соответствии с теорией неоднородность свойств горных пород, моделью которых могут служить равенства (4.1) и (4.2) при условиях (4.4) и (4.7), при достаточно больших n подчиняется следующим правилам:

- 1) изменчивость этих свойств «в малом» описывается нормальным законом распределения вероятностей;
- 2) при изменении размеров определяющей области отсутствуют масштабные эффекты I и III родов;
- 3) масштабный эффект II рода описывается правилом \sqrt{n} .

С формальной точки зрения в охарактеризованных условиях (при отсутствии тренда) число и размер проб при оценке среднего равноправны. Точность оценки среднего зависит только от суммарного, валового веса или объема исследованных проб. Поэтому зависимость дисперсии свойств пород от размера проб и зависимость

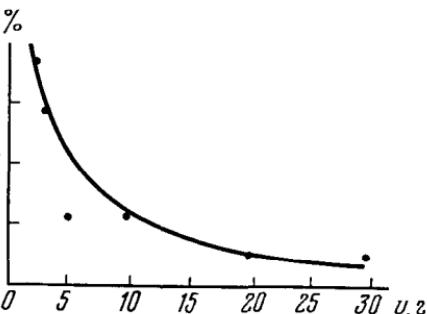


Рис. 6. Зависимость коэффициента вариации влажности V хвальинских суглинков от веса образцов v

дисперсии среднего от числа проб описываются в этом частном случае одним и тем же правилом \sqrt{n} *.

Обратимся к примеру более общего характера. Рассмотрим зависимость оценки изменчивости минерального состава гранитов от площади изученного в шлифе участка и зернистости породы. В работе Чейза (1963, табл. 9) приводятся данные о средней изменчивости содержаний основных пордообразующих минералов (кварц, калиевый полевой шпат, плагиоклаз) в трех образцах гранитов по результатам количественно-минералогического анализа различных по величине участков шлифов. В качестве меры изменчивости содержаний Чейзом принят корень квадратный из средней дисперсии процентных содержаний каждого из пордообразующих минералов $\sqrt{V_p}$, меры грубости гранитной структуры — количество контактов между зернами пордообразующих минералов на протяжении 25 мм произвольного сечения шлифа. Эту величину он называет числом смен однородности и обозначает через СО. Исходные данные (округленно) приведены в табл. 3.

Таблица 3

**Изменчивость содержаний пордообразующих элементов
в гранитах (по Чейзу)**

Место отбора образца	СО	$\sqrt{V_p}$ для указанной площади измерений, мм^2			
		160	320	480	960
Уэстерли . . .	87,8	0,283	0,299	0,158	0,176
Маунт-Дезерт . .	46,0	0,553	0,418	0,530	0,380
Кернменеллис . .	20,8	1,003	0,693	0,710	0,619

Количество элементов неоднородности в каждом анализе может быть грубо оценено как

$$n = (\text{CO})^2 \cdot F, \quad (5.6)$$

где СО — количество смен однородности на 1 мм сечения;

F — площадь участка шлифа, на которой проводились измерения.

Более прозрачную картину дает изменчивость «натурального» содержания пордообразующих минералов, а не изменчивость процентного содержания, которая охарактеризована в табл. 3 числами $\sqrt{V_p}$. В данном случае мерой натурального содержания является площадь в мм^2 , занимаемая данным минералом в шлифе.

* В этом смысле кривые масштабного эффекта II рода сходны с графиками зависимости среднего значения свойств пород от числа проб (Коломенский, 1968, стр. 210).

Оценкой среднеквадратичного отклонения натуральных содержаний служит

$$S_{\text{мм}} = \frac{S_{\%} \cdot F}{100}. \quad (5.7)$$

Данные табл. 3, пересчитанные по формулам (6) и (7), служат материалом для изучения масштабного эффекта II рода. Как

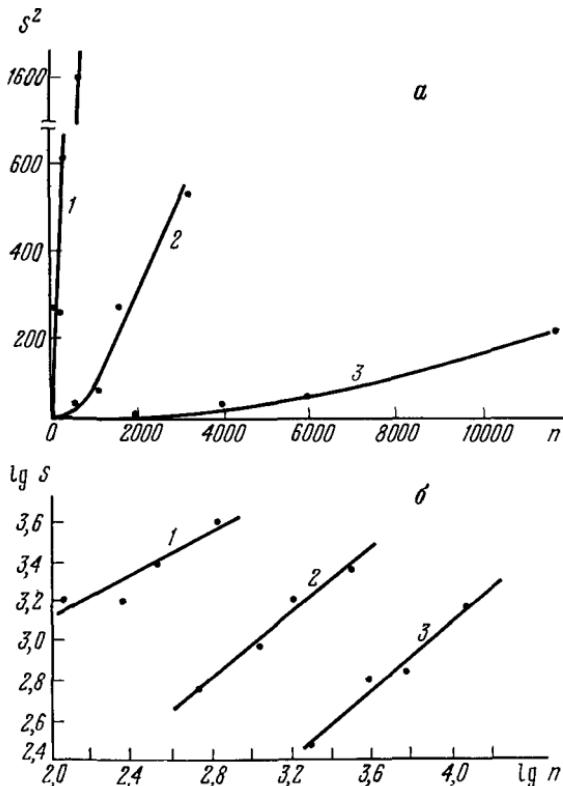


Рис. 7. Масштабный эффект II рода в гранитах
(по данным Ф. Чейза):

а — зависимость дисперсии S^2 содержаний породообразующих минералов в гранитах от числа n элементов неоднородности; *б* — зависимость логарифма среднеквадратичного отклонения содержаний от логарифма n

1 — Керименеллис, 2 — Маут-Дезерт, 3 — Узтерли

естественно предположить и как показал А. Б. Вистелиус (1966), нахождение того или иного минерала в граните рядом с заданным не является полностью случайным. Иными словами, существует некая взаимосвязь между наличием минералов в соседних точках породы. Тогда естественной моделью содержаний будет равенство (4.2) при условиях (4.4) и (4.12), и масштабный эффект II рода должен проявляться в форме (4.5). Действительно, как видно на

рис. 7, оценка дисперсии S^2 натуральных содержаний растет для гранитов Уэстерли и Маунт-Дезерт не пропорционально n , а быстрее. Для гранитов Кернменеллис заметных отклонений от линейности нет. К сожалению, в этом примере мы вынуждены удовлетвориться качественным согласием опытных данных с моделью: аппроксимировать зависимость $S^2=f(n)$ уравнением вида (4.5) невозможно, так как входящая в соотношение (4.5) сумма корреляционных моментов сама зависит от n^* .

Для количественного описания масштабного эффекта II рода можно воспользоваться аппроксимацией Чейза и искать линейную связь между логарифмами среднеквадратичного отклонения и логарифмами числа элементов неоднородности. Тогда легко получить зависимости (рис. 7, б):

$$\begin{array}{ll} \text{Уэстерли} & \lg S = 0,832 \quad \lg n = -2,240, \\ \text{Маунт-Дезерт} & \lg S = 0,811 \quad \lg n = -1,460, \\ \text{Кернменеллис} & \lg S = 0,534 \quad \lg n = +0,053. \end{array} \quad (5.8)$$

Таким образом, для гранитов Кернменеллис не наблюдается существенного отклонения от правила \sqrt{n} . Для гранитов Уэстерли и Маунт-Дезерт среднеквадратичное отклонение растет быстрее, чем следовало бы по правилу \sqrt{n} , и почти догоняет по темпам роста среднее содержание, которое пропорционально n . Вследствие этого коэффициент вариации содержаний уменьшается с ростом n медленнее, чем по правилу \sqrt{n} . Так, для гранитов Уэстерли $V_{\infty} n^{-0,168}$ (вместо $n^{-0,5}$). Величина показателя степени при n может меняться от $-0,5$ (чисто случайная изменчивость) до 0 (отсутствие случайности). Возможно, что более детальное исследование позволит найти связь показателя степени при n с коэффициентом корреляции значений исследуемого свойства в соседних точках породы.

Приведенная интерпретация хорошо увязывается с результатами Д. А. Родионова (1964, стр. 46). На примере гранодиоритов массива Огутсау (Бет-Пак-Дала) Д. А. Родионов показал, что распределение содержаний пордообразующих минералов (в том числе калиевого полевого шпата и плагиоклаза), представленных одной генерацией, в пределах штуфа породы хорошо согласуется с логнормальной моделью.

Таким образом, распределение свойств пород, не противоречащее условиям (4.1), (4.4) и (4.12), асимметрично и часто не противоречит логнормальной модели. При изменении размеров области воздействия коэффициент вариации меняется медленнее, чем по правилу \sqrt{n} . Кроме того, в этих условиях проявляется масштабный эффект III рода (изменение асимметрии), подробно рассматриваемый ниже. В связи с этим форма кривой распределения зависит от размера проб.

* Кривые нанесены на рис. 7, а для наглядности.

Рассмотрим примеры, связанные с изучением трещиноватости горных пород. В качестве меры частоты трещин можно использовать расстояние между соседними трещинами системы, как это было предложено автором. При изучении трещинных коллекторов нефти во ВНИГРИ пользуются обратной величиной — густотой трещин Γ , выражаемой числом трещин на один погонный метр нормали к их плоскостям.

Изменчивость величины Γ зависит от длины интервалов, на которых подсчитываются трещины, или, точнее, от числа подсчитанных трещин. Зависимость коэффициента вариации густоты трещин

Γ от количества подсчитанных трещин была изучена на примере системы субгоризонтальных контракционных трещин в средней, однородной части Толстомысской трапповой интрузии на р. Ангаре. Результаты исследования густоты 185 трещин со средним числом трещин в интервале от 2,3 до 37 хорошо ложатся на кривую (рис. 8, кривая 2), аппроксимируемую выражением

$$S^2 = \frac{1,25}{n}, \quad (5.9)$$

Рис 8 Зависимость дисперсии S^2 густоты трещин от числа n трещин в интервале подсчета

1 — «систематические» трещины Ходжсона,
2 — контракционные трещины в трапах,
3 — приразрывные трещины

штабный эффект II рода для густоты трещин удовлетворительно описывается правилом \sqrt{n}^* .

Во многих случаях для трещин характерно систематическое изменение густоты от точки к точке (макроеноднородность сети трещин). В нижеследующих примерах систематически изменяется лишь средняя густота трещин, дисперсия же густоты остается примерно постоянной. В этих условиях естественно предположить, что дисперсия густоты состоит из двух слагаемых: дисперсии, обусловленной микроненоднородностью и зависящей от длины интервала подсчета Γ , и дисперсии, обусловленной макроеноднородностью, зависящей не от длины интервала, а от градиента изменения средней густоты. Таким образом, мы приходим к аппроксимации фактического материала зависимостями вида (4.20).

* Это является свидетельством в пользу отсутствия автокорреляции расстояний между соседними парами трещин (Рац, Чернышев, 1970).

Разложение дисперсии густоты трещин по формуле (4.20) проведено для замеров густоты приразрывных трещин на северном крыле разрыва Калудалкал в створе Чиркейской ГЭС на р. Сулак в известняковом Дагестане по данным автора и густоты «систематических» трещин в песчаниках плато Колорадо, по данным Ходжсона (Hodgson, 1961). Результаты представлены на рис. 8. Для приразрывных трещин $A=2,2$, $B=0,07$, для «систематических» трещин $A=0,11$, $B=0,04$.

Обратимся к исследованиям деформируемости горных пород. Исследование масштабного эффекта II рода было проведено автором на материале ультразвукового просвечивания образцов известняка со створа Папанской ГЭС на р. Ак-Бура в Тянь-Шане. Экспериментальный материал предоставлен В. И. Коптевым (Гидропроект). В данном случае мы имеем дело с результатами опробования крупного неоднородного массива горных пород. Естественно предположить, что дисперсия деформируемости в этих условиях состоит из двух частей, обусловленных микро- и макро-неоднородностью.

Деформируемость образца, по-прежнему, полагаем средней из величин деформируемости множества элементов микронеоднородности, составляющих образец (соотношение (4.1)). Допуская, что модель деформируемой среды удовлетворяет условиям (4.4) и (4.7), снова приходим к необходимости разложения дисперсии по формуле (4.20). Аппроксимация определений деформируемости 299 образцов известняка размером от 7,5 до 80,0 см соотношением (4.20) дает значение констант $A=4,11 \cdot 10^{-13}$ и $B=-0,133 \cdot 10^{-13}$. Соответствующий график в пересчете на коэффициент вариации приведен на рис. 9. Как видно из графика, опытные данные хорошо ложатся на аппроксимирующую кривую.

Расчленение дисперсии результатов наблюдений по формуле (4.20) выполнялось также при исследовании физических свойств глинистых пород Дагестана.

Рассмотрим примеры, связанные с прочностью горных пород. В этом вопросе изложенная в § 4 теория (статистическая теория хрупкого разрушения) основывается на следующих предпосылках. В реальных твердых телах всегда имеется множество дефектов, начиная от дефектов кристаллической решетки до микротрещин (Griffith, 1921). Дефекты предполагаются равномерно распределенными в объеме тела, т. е. количество дефектов в элементарном объеме пропорционально величине объема и не зависит от его положения в пределах тела. Предполагается далее, что разрушение

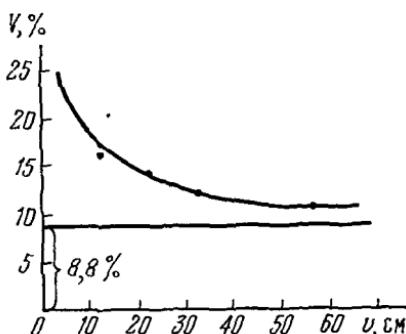


Рис. 9. Зависимость коэффициента вариации деформируемости V от размера образцов известняка u

тела наступает путем разрастания трещины на месте наиболее опасного дефекта, независимо от остальных. Таким образом, прочность образца определяется наличием одного, наиболее опасного дефекта и не зависит от всех остальных дефектов. Решающую роль наиболее опасного дефекта можно с равной вероятностью приписать любому из имеющихся в теле дефектов. Такая трактовка прочности лучше всего отвечает механизму хрупкого разрушения при растяжении. С некоторым приближением результаты статистической теории могут быть использованы и в других случаях.

При решении инженерно-геологических задач аппарат статистической теории хрупкого разрушения использован К. В. Руппенейтом и др. (1964) в варианте Седракяна и С. Е. Чирковым (Протодьяконов, Чирков, 1964) в варианте Вейбулла (Weibull, 1939). При этом получено удовлетворительное совпадение расчетных данных с фактической прочностью целиков угля размером от $0,7 \times 0,5$ до 2×2 м. Поскольку нас интересует связь масштабных эффектов I и II родов, воспользуемся вариантом теории в разработке В. В. Болотина (см. § 4). Оценим масштабные эффекты прочности угля по данным экспериментов С. Е. Чиркова. Экспериментально определялось сопротивление одноосному сжатию R кларенового угля пласта XI четвертой пачки шахты III Томь-Усинская (Кузбасс) и гумусового полублестящего угля пласта l^b гидрорудника «Пионер» (Донбасс). Результаты обработки экспериментальных данных приведены в табл. 4 и на рис. 10. Для сравнительно слабо трещиноватого кузнецкого угля $R_0 \approx 100$ кгс/см² и масштабный эффект I рода описывается уравнением

$$\frac{R}{R_0} = 0,4 + 0,6 \left(\frac{v_0}{v} \right)^{0,15}. \quad (5.10)$$

Таблица 4

Результаты статистической обработки определений прочности образцов угля разного размера

Объем образца, см ³	R , кгс/см ²		Коэффициент вариации, %	
	Опыт	Теория	Опыт	Теория
0,72	250	—	22	12
25,2	188	188	17	10
239	156	158	13	8

Кузнецкий уголь

0,72	250	—	22	12
25,2	188	188	17	10
239	156	158	13	8

Донецкий уголь

3,0	369	—	17	19
25	260	248	23	
50	220	214	23	
500	118	139	06	

Коэффициент вариации прочности в соответствии с теорией заметно убывает с ростом величины образцов. Теоретические значения прочности хорошо совпадают с опытными, фактические же значения коэффициентов вариации заметно больше расчетных. Это отклонение обусловлено, по-видимому, макронеоднородностью (образцы угля на испытание отбирают из разных точек пласта).

Для сильно трещиноватого донецкого угля $R_0 \rightarrow 0$, и масштабный эффект I рода описывается уравнением

$$\frac{R}{R_0} = \left(\frac{v_0}{v} \right)^{0,19}. \quad (5.11)$$

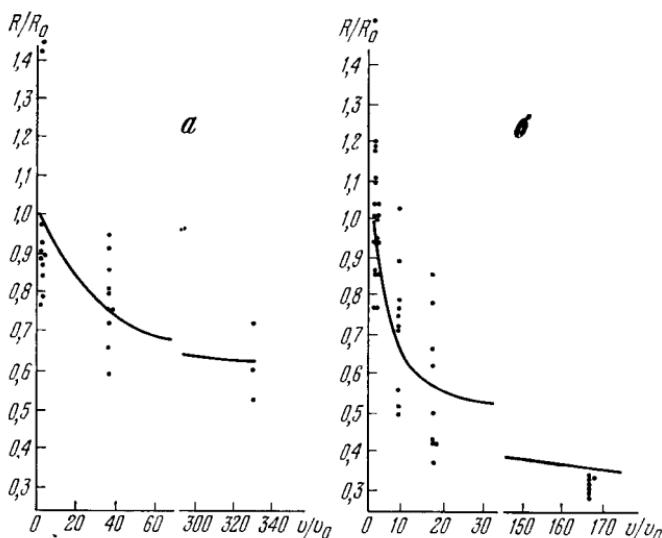


Рис. 10. Зависимость прочности образцов угля, отнесенной к прочности образца стандартного размера, R/R_0 от размера образцов, отнесенного к размеру стандартного образца, v/v_0
а — кузнецкий уголь; б — донецкий уголь

При этом согласно теории коэффициент вариации прочности не претерпевает закономерных изменений, связанных с размером образцов. И фактические значения прочности, и среднее значение коэффициента вариации в этом примере хорошо совпадают с расчетными.

Мы рассмотрели примеры проявления масштабного эффекта I рода при разрушении образцов горных пород в условиях одностороннего растяжения и сжатия. Для инженерно-геологических целей не меньший интерес представляет сопротивление горных пород сдвигирующему усилию. Как указывает Э. Шульц (1960), при опытах на сдвиг образцов гравия и песка угол внутреннего трения уменьшается с увеличением размера образцов, причем это проявляется

тем слабее, чем мельче размер зерен, т. е. чем больше число элементов неоднородности. Э. Шульц, проводивший испытания на сдвиг бурого угля, отметил постоянство угла внутреннего трения, но заметное уменьшение сцепления. Это явление, по-видимому, наиболее характерно для твердых горных пород. Так, М. И. Койфман и др. (1964) и Е. И. Ильницкая (1963) приводят экспериментальный материал, свидетельствующий о влиянии размера образцов на сцепление твердых горных пород.

Г. Л. Фисенко (1959) исследовал сцепление в массивах путем сдвига крупных призм трещиноватой породы. При этом выяснилось, что сцепление породы в массиве уменьшается с ростом числа трещин в объеме призмы обрушения. Он подобрал к экспериментальным данным эмпирическую формулу

$$\frac{K_m}{K_k} = \frac{1}{1 + 10 \ln \frac{H}{b}},$$

где $\frac{K_m}{K_k}$ — отношение сцепления в массиве к сцеплению в куске; $\frac{H}{b}$ — отношение высоты призмы обрушения к размеру блоков породы.

Представляется, что результаты Г. Л. Фисенко выражают масштабный эффект I рода. Действительно, отношение высоты призмы обрушения H к размеру блоков b — не что иное как число элементов неоднородности; отношение сцепления в массиве K_m к сцеплению в куске K_k (так называемый «коэффициент ослабления») — безразмерный показатель прочности. В первом приближении данные Г. Л. Фисенко могут быть аппроксимированы согласно (4.27) выражением (рис. 11)

$$\frac{K_m}{K_k} = 0,08 + 0,92 \left(\frac{H}{b} \right)^{-1,2}. \quad (5.12)$$

Результаты Г. Л. Фисенко были проверены на лабораторной модели Д. Н. Кимом (1963), который утверждает, что с ростом отношения $\frac{H}{b}$ коэффициент ослабления K_m/K_k не меняется. Статистическая обработка данных Кима показывает, однако, что тенденция к уменьшению K_m/K_k с ростом величины $\frac{H}{b}$ существенна и оценивается величиной коэффициента корреляции $r = 0,6$. Полученное по данным девяти опытов значение r может быть признано случайным отклонением от нуля лишь с вероятностью 0,1. Таким образом, имеется девять шансов против одного, что Д. Н. Ким ошибается в интерпретации своих опытов, и с ростом $\frac{H}{b}$ величина K_m/K_k в действительности уменьшается.

Экспериментальные данные по масштабному эффекту I рода для испытаний образцов (Э. Шульц, Е. И. Ильницкая) и для испытаний в массиве (Г. Л. Фисенко, Д. Н. Ким) позволяют сделать важные выводы о возможностях оценки прочностных свойств массива путем экстраполяции результатов лабораторных исследований. Как видно из приведенных примеров и теории, масштабный эффект I рода быстро затухает с ростом величины образцов. Однако по мере дальнейшего роста определяющей области с переходом от лабораторных испытаний к натурным все начинается снова. Причина этого кроется в элементах макронаоднородности (в данном случае

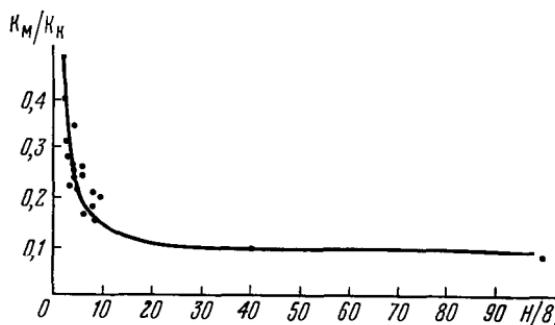


Рис. 11. Зависимость относительного сцепления пород в массиве K_m/K_k от числа блоков, разделенных трещинами по высоте призмы обрушения $\left(\frac{H}{b}\right)$

макротрециноватости), которые с ростом определяющей области переходят в разряд микронаоднородности. Аналогичная «ступенчатость» должна характеризовать и кривые масштабного эффекта II рода, однако соответствующий экспериментальный материал автору не известен.

Из сказанного понятно, что прямая экстраполяция кривых масштабных эффектов возможна лишь в таких пределах размеров определяющей области, в которых не меняется природа микронаоднородности. Экстраполяция же с образца на массив неправомерна. Оценка свойств пород в массиве обязательно связана с учетом его макроструктуры и особенно макротрециноватости.

Задача усложняется еще и тем, что разрушение далеко не всегда носит хрупкий характер. Борж (Borges, 1960) показал, что если разрушение не хрупкое, масштабные эффекты проявляются совершенно иначе, чем в рассмотренных примерах. Так, при вязком разрушении, когда имеется одна плоскость течения, увеличение размера образца практически не влияет на прочность. При наличии нескольких плоскостей течения с увеличением размеров тела прочность его возрастает. Если считать, что тело разрушается, когда относительная линейная деформация достигает определенной величины, то средняя величина прочности оказывается независимой

от размера тела, а дисперсия — обратно пропорциональной объему тела. Иными словами, Борж предполагает схему, описываемую выражениями (4.1), (4.4) и (4.7).

Результаты Боржа в значительной мере объясняют то многообразие проявлений масштабных эффектов при разрушении горных пород, которое отмечается экспериментаторами (Койфман, 1962 и др.). С. Е. Чирков (Протодьяконов, Чирков, 1964, стр. 61) приводит фактический материал, свидетельствующий о том, что масштабный эффект I рода резче проявляется в хрупких углях и слабее в вязких. Становится понятней противоречивость данных о масштабном эффекте при сдвиге глинистых пород. Здесь по условиям опыта плоскость сдвига фиксирована, что, согласно Боржу, исключает заметное проявление масштабного эффекта I рода при вязком разрушении.

Перейдем к проявлениям масштабного эффекта III рода. Характерное изменение асимметрии и дисперсии распределения с ростом величины определяющей области экспериментов наблюдается при исследовании проницаемости горных пород (Баишев, 1960; Лейбин, 1962; Семин, 1965 и др.). Это приводит к некоторой неопределенности при сопоставлении оценок водопроницаемости, полученных в лаборатории и по результатам геофизического или гидродинамического опробования. Ориентировочное сопоставление объемов, захватываемых при различных методах опробования, проведено М. Н. Кочетовым и др. (1962) и показано в табл. 5.

Таблица 5

Сравнительная оценка величины определяющей области экспериментов по определению проницаемости

Метод	Диаметр исследованной зоны пласта, м	Объем исследованной части пласта при эффективной мощности 1 м, м ³
Лабораторные определения на образцах из керна	0,1	0,008 44,2
Электрокаротаж скважин	7,5	
Гидродинамическое исследование скважин	300	70 650,0

Указанная неопределенность приводит к необходимости различного рассмотрения «локальной» и «интегральной» информации о водопроницаемости (Kollis, 1961; Швидлер, 1963).

Как впервые показал Лоу (Low, 1944), а затем Янс (Jahns, 1961) и другие, распределение поровой проницаемости керна подчиняется логнормальному закону распределения. Б. Т. Баишев (1960), а вслед за ним Э. Л. Лейбин (1962) и Е. И. Семин (1962) на большом фактическом материале показали, что с ростом фильтрующих объемов, т. е. с ростом размеров определяющей области,

дисперсия и асимметрия распределения проницаемости уменьшаются таким образом, что результаты гидродинамического и геофизического опробования скважин можно описать уже не логнормальным распределением, а более симметричным распределением Максвелла (рис. 12).

Вместе с тем при гидродинамическом исследовании проницаемости трещиноватых пород Валтон и Нейл (Walton, Neill, 1963), а затем С. Н. Чернышев и автор (Чернышев, 1965; Рац, Чернышев, 1967) получили такое же резко асимметричное распределение, какое было ранее получено Лоу, Янсом и другими исследователями для поровой проницаемости керна. Оказалось, что распределение трещинной проницаемости также часто не противоречит логнормальной модели. Результаты проверки гипотезы о логнормальном распределении величины удельного водопоглощения в трещиноватых породах, по материалам Гидропроекта, приведены в табл. 6.

Эти данные не являются доказательными, поскольку эксперименты проводились либо разными методами, либо в разных геологических условиях. Поэтому для проверки гипотезы о существовании масштабного эффекта III рода были выполнены специальные эксперименты, результаты которых приводились ранее.

Изложенные факты наводят на мысль, что зависимость дисперсии и асимметрии распределения водопроницаемости от величины фильтрующего объема является лишь косвенным выражением какой-то более глубокой связи. Действительно, в работах Лоу и Янса на кернах и в работах Валтона и Нейла, С. Н. Чернышева и автора при гидродинамическом опробовании скважин получены одинаковые логнормальные распределения, хотя объемы опробования отличаются в 10^8 раз (табл. 6). Во столько же раз отличается средний объем песчаника (10^{-3} см 3) от объема блока трещиноватой породы (10^3 — 10^6 см 3). Следовательно, фильтрующие объемы в обоих случаях содержали примерно одинаковое количество каналов фильтрации. Мы приходим, таким образом, к мысли, сформулированной автором и С. Н. Чернышевым (1965), о том, что форма распределения проницаемости зависит от количества каналов фильтрации, пронизывающих фильтрующий объем. Чем больше каналов фильтрации захвачено в опыте, тем меньше дисперсия и

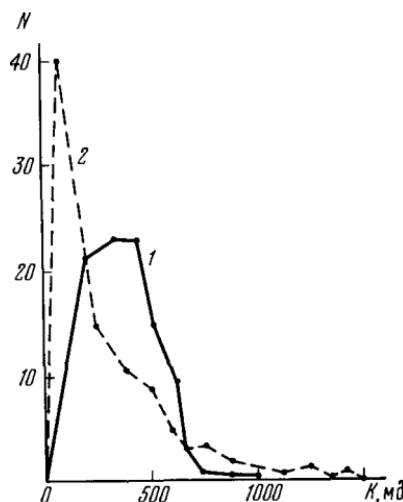


Рис. 12. Кривые распределения проницаемости K , мд пласта D_1 Туймазинского месторождения

1 — геофизические данные; 2 — керни, по Е. И. Семину (1965)

Таблица 6

Результаты проверки гипотезы о логнормальном распределении трещинной водопроницаемости

Опробованные породы	Интервал опробования h , м	Выборочные данные		Общее число определений, n	Число разрядов	Критерий согласия К. Пирсона, χ^2	Число степеней свободы v	Вероятность P случайного расхождения
		среднее значение $\lg q$, л/мин	дисперсия $D \lg q$					
Гранит в русле р. Днепра (Кременчугская ГЭС)	10—30	—2,47	0,67	38	4	0,10	1	0,85
Траппы на правом берегу р. Ангары (Братская ГЭС)	20—90	—3,14	0,28	82	4	0,62	1	0,43
Тонкое переслаивание алевролитов, аргиллитов, песчаников (индейский горизонт ордовика) на левом берегу р. Ангары (Братская ГЭС)	25—55	0,49	1,14	109	8	1,05	5	0,96
То же	5—25	Условно 1,66	0,85	105	8	4,84	5	0,44
Граниты в русле р. Селенги (Хилокская ГЭС)	5—60	—1,10	0,53	53	6	2,01	3	0,56

Таблица 7

Результаты проверки гипотез о распределении водопроницаемости различных пород

Опробованные породы	Число выборок	Проверяемая гипотеза о законе распределения	Суммарный объем выборок ΣN	Σx^2	Σv	Вероятность случайного расхождения P
Трещиноватые осадочные и изверженные породы	6	Логнормальное	422	8,76	16	0,92
Слабо разложившийся торф	4	То же	344	14,41	24	0,93
Базальный горизонт аллювия Волги	1	„	96	3,31	4	0,51
Пляжевые пески аллювия Волги	2	Нормальное	113	2,68	5	0,75

асимметрия распределения проницаемости. При очень большом количестве каналов фильтрации закон распределения проницаемости будет близок к нормальному закону с небольшой дисперсией.

Однако реализация нормального распределения на опыте сталкивается с некоторыми трудностями: при увеличении размеров определяющей области в нее попадают фильтрационные неоднородности более низкого порядка, осложняющие картину. На рис. 13 ориентировочно показаны границы действия названных законов распределения.

При анализе неоднородности горных пород по проницаемости применяются различные трубчатые модели коллекторов. В модели Ю. П. Борисова (1959) коллектор заменяется серией параллельных

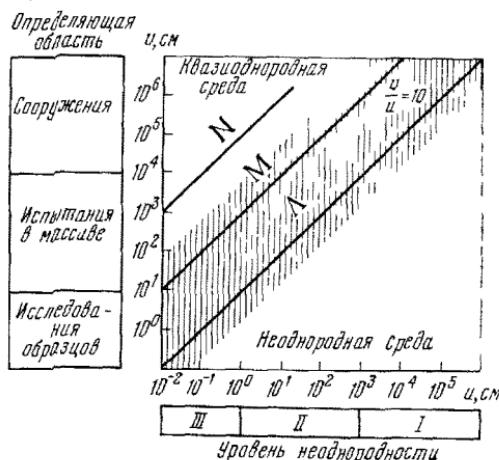


Рис. 13 Области действия различных законов распределения проницаемости в зависимости от соотношения размеров элементов фильтрационной неоднородности и размеров определяющей области экспериментов:

Л — логарифмически-нормальное распределение, М — распределение Максвелла, Н — нормальное распределение

трубок с различной проницаемостью. Для выяснения физического смысла масштабных эффектов проницаемости II и III родов в эту модель следует ввести гидравлические связи между отдельными трубками тока, как это сделано, например, в работе Н. В. Чураева и Н. И. Ильина (1961) для объяснения капиллярных явлений.

Рассмотрим на этой модели зависимость формы кривой распределения от количества путей фильтрации или (при фиксированной густоте каналов) от величины фильтрующего объема*. При фильтрации в малом объеме небольшое число водопроводящих путей оказывается тесно взаимосвязанным: количество жидкости, протекшей через одну трубку, зависит от количества жидкости, протекшей через соседние. По мере увеличения фильтрующего объема и количества заключенных в нем водопроводящих путей

* На модели, описанной в § 4, величина l_1 , соответствует, таким образом, фильтрационному расходу через одну пору (трещину) в породе

связь между удаленными друг от друга трубками тока ослабевает, и в пределе количество жидкости, протекшей через какую-нибудь трубку, уже не зависит от расхода в другой, весьма удаленной трубке. При фильтрации через очень большие объемы, содержащие множество каналов фильтрации, будут приближенно удовлетворяться условия (4.1), (4.4), (4.7), и распределение проницаемости окажется нормальным. По мере уменьшения числа трубок тока связь между трубками в любой произвольно выбранной паре будет возрастать, и условие (4.7) придется заменить условием (4.12). Нормальное распределение проницаемости приобретет асимметрию, и в ряде случаев его можно будет аппроксимировать логнормальной моделью.

Если высказанные соображения справедливы, то серия экспериментов с одинаковой определяющей областью, проведенные в тонкопористых, грубопористых и трещиноватых породах, должны давать различные по степени асимметрии распределения проницаемости. Соответствующий фактический материал приведен в табл. 7, составленной по данным табл. 6, Ш. Г. Милихикера (1967), Е. С. Дзекцера и Н. И. Ильина (1969) и Л. А. Ароновой (1969 г.). Эксперименты проводились путем опытных откачек из скважин. Размеры определяющей области таких экспериментов зависят от величины коэффициента фильтрации и продолжительности опытов, и надежную количественную оценку для них получить трудно. Можно, однако, полагать, что порядок размеров определяющей области в рассматриваемых экспериментах остается примерно постоянным. Тем не менее результаты, сведенные в табл. 7, по-видимому, являются веским аргументом в пользу изложенных соображений.

Основываясь на этих соображениях, было бы весьма заманчиво произвести классификацию горных пород по величине дисперсии локальных распределений. Автором, С. Н. Чернышевым и Л. С. Язвиным (1970) проанализированы с этой точки зрения материалы исследований водопроницаемости горных пород. Поскольку в подавляющем большинстве случаев водопроницаемость распределена по закону, неотличимому от логнормального, в качестве меры локальной неоднородности использовалось среднеквадратичное отклонение логарифмов показателей проницаемости (коэффициентов фильтрации, водопроводимости, удельных водопоглощений). Было проанализировано 82 выборки результатов определений водопроницаемости различных пород. Выборки охватывают 1967 экспериментов. Примерно половина данных — материалы разведки водозаборов, в которых не выявлено сколько-нибудь заметных трендов. Другая половина — материалы изысканий для строительства гидроэлектростанций, где тренды специально исследовались и исключались.

Оказалось, что исследованные породы по степени фильтрационной неоднородности могут быть разбиты на три группы, характеристика которых дана в табл. 8.

Таблица 8

Классификация горных пород по степени фильтрационной неоднородности

№ п/п	Типы пород	Число проанали- зирован- ных выборок	Стандарт логарифмов водопроницаемости (K_F , КМ или q)		Степень неодно- родности
			сред- нее значе- ние	инте- рвал преобладаю- щих значений	
1	Пески, песчано-гравий- ные отложения	10	0,15	0,05—0,20	Весьма однород- ные
2	Гравийно-галечные от- ложения, торф, мергель- но-меловые толщи . . .	32	0,3	0,2—0,4	Однородные
3	Трещинные и трещин- но-кавернозные коллек- торы вне зоны гиперге- неза	15	0,5	0,3—0,7	Неоднородные
3-а	То же, в зоне раз- грузки и выветривания	25	0,75	0,5—1,0	Весьма неоди- родные

Трещиноватые породы зоны гипергенеза не выделены в самостоятельную группу, поскольку фильтрационное опробование, на основании которого выписаны характеристики в строке 3-а таблицы, проведено по несколько иной методике, чем опробование пород, составляющих три основные группы. Действительно, при гидротехнических изысканиях, материалы которых легли в основу характеристики пород зоны гипергенеза, выполняются в основном не откачки, а нагнетания, причем опыты производятся в 5—10-метровых интервалах, а исследуемые породы относительно слабо проницают. В результате величина определяющей области эксперимента в этих опытах, по-видимому, существенно меньше, чем при разведке водозаборов. Поэтому относительно большая дисперсия проницаемости в строке 3-а может быть связана не только с большой фильтрационной неоднородностью трещиноватых коллекторов в зоне гипергенеза, но и с указанными особенностями методики их опробования.

Данные табл. 8 свидетельствуют, что дисперсия проницаемости, как и тип ее распределения, зависит от числа каналов фильтрации, попадающих в определяющую область эксперимента: тонкопористые коллекторы однороднее, чем грубоупористые и тем более трещинные.

Как видно из табл. 8, с ростом средней величины стандартного отклонения проницаемости $S \lg K_F$ увеличивается и интервал колебаний значений $S \lg K_F$. Колебания значений стандарта могут быть

объяснены ограниченным объемом выборок. Действительно, стандарт стандарта выборок из нормальной совокупности определяется выражением $S_s = \frac{S}{\sqrt{2N}}$. Нами учитывались выборки объемом $N \geq 10$.

10. Колебания значений стандарта, связанные с ограниченностью размеров выборок, практически лежат в пределах $\bar{S} \pm 2S_s$, т. е. в нашем случае $\pm 0,4\bar{S}$, что хорошо совпадает с цифрами, приведенными в табл. 8. Это является известным подтверждением правильности выполненной группировки коллекторов: если бы выделенные группы были разнородными по величине $S \lg K_f$, то интервал фактических колебаний значений стандарта оказался бы большим.

Приведенный материал может быть использован при оценке возможной точности значений расчетных параметров водопроницаемости и планировании фильтрационного опробования на ранних стадиях изысканий (см. гл. IV). Для решения на практике задач оптимизации разведки и опробования весьма полезно было бы произвести классификацию горных пород по степени локальной неоднородности и по другим свойствам: физическим и механическим. Следовательно, приведенная классификация по фильтрационной неоднородности должна рассматриваться лишь как первый шаг в этом новом направлении исследований.

ВЫВОДЫ

1. При изучении микронеоднородности в качестве математической модели изменения показателя свойства породы l при переходе от одного элемента микронеоднородности к другому рассматривается реализация случайной последовательности $l(x_i)$, где x_i — координаты элемента неоднородности. Тогда процесс опробования массива горных пород представляет собой осреднение значений $l(x_i)$ по произвольно выбранным конечным интервалам или в случае опробования на прочность — поиски нижней границы $L_3 = \inf l(x)$ по тем же интервалам. Размер пробы отвечает на модели длине интервала осреднения, количество проб — числу интервалов. Моделью распределения большинства свойств горных пород может служить распределение суммы независимых или m -зависимых случайных величин.

2. При исследовании микронеоднородности теоретически показано и подтверждено фактическим материалом, что вид распределения, которому подчиняется то или иное свойство породы, зависит от того, как влияют элементы микронеоднородности на данное свойство. Схемой влияния микронеоднородности обусловлены также масштабные эффекты, т. е. характер и степень влияния размера проб на параметры распределения исследуемого свойства. Для горных пород характерны следующие основные схемы влияния неоднородности и соответствующие им распределения свойств и масштабные эффекты:

а) схема аддитивности — независимости — равноправности. Закон распределения нормальный. Масштабный эффект II рода, подчиняющийся правилу $\sqrt{n}(V \sim \frac{1}{\sqrt{n}})$. Масштабные эффекты I и II родов отсутствуют: среднее значение и асимметрия распределения не зависят от размера проб. Эта схема применима для мощности слоев, объемного веса пород (без примесей аномальной плотности), влажности, размера пор, густоты трещин;

б) схема аддитивности — взаимозависимости — равноправности. Распределение логарифмически нормальное. Масштабные эффекты II и III родов: коэффициент вариации меняется медленнее, чем по правилу \sqrt{n} ; с ростом величины пробы уменьшается асимметрия. При неограниченном возрастании размера пробы эта схема приближается к предыдущей. Схема взаимозависимости применима для содержаний минералов в изверженных породах, содержаний элементов в породах, если элементы сосредоточены в одном минерале; водопроницаемости горных пород,

в) схема избирательности — независимости. Распределение Вейбулла. Масштабный эффект I рода: уменьшение среднего значения с ростом величины пробы. Масштабный эффект II рода, степень проявления которого зависит от интенсивности масштабного эффекта I рода. Эта схема характерна для хрупкой прочности горных пород и других материалов.

3. Макронеоднородность существенно усложняет картину распределения свойств горных пород и проявления масштабных эффектов. В частности, при увеличении определяющей области эксперимента дисперсия, уменьшаясь, стремится к некоторой константе. Поэтому целесообразно помимо распределений и масштабных эффектов, обусловленных микронеоднородностью, выделять обобщенные распределения и масштабные эффекты, учитывающие влияние макронеоднородности

4. Выводы, касающиеся локальных распределений свойств пород и масштабных эффектов, полученные теоретически, не противоречат фактическому материалу. Поэтому есть основания считать, что принятая модель достаточно хорошо отражает природу. Результаты, полученные при изучении микронеоднородности и масштабных эффектов, позволяют установить зависимость между микроструктурой вещества и его макроскопическими свойствами. Эти результаты, например классификация горных пород по степени их фильтрационной неоднородности, имеют и прикладное значение при оценке свойств массива пород и решении задач опробования.

ГЛАВА III

СТРУКТУРНЫЕ МОДЕЛИ МАКРОНЕОДНОРОДНОСТИ

§ 6. Геологические предпосылки исследования макронеоднородности

Неоднородность изначально присуща любой горной породе и исчезает лишь с исчезновением самой породы. Однако в ходе геологической истории характер неоднородности претерпевает существенные изменения. История каждого конкретного массива горных пород настолько своеобразна, а значение различных этапов этой истории в формировании физических свойств пород настолько плохо известно, что рассмотреть эту проблему в общем чрезвычайно трудно. Здесь неизбежна крайняя схематизация. Мы пойдем по пути, намеченному В. А. Приклонским (1956), и кратко рассмотрим значение стадий петрогенеза *, приведенных в некую идеальную последовательность. Необходимо иметь в виду, что, во-первых, эта последовательность может нарушаться за счет выпадения некоторых стадий и перестановки некоторых из них, а во-вторых, стадии петрогенеза даже в самом широком их понимании лишь обобщенно отражают события и процессы, составляющие геологическую историю массива горных пород.

Процессы петрогенеза в целом представляют собой реакцию горной породы как системы на изменение внешних условий ее существования: давления, температуры, химизма вмещающей среды. Любое изменение условий существования горной породы так или иначе сказывается на ее составе и строении. Обобщая определения диагенеза, данные Л. В. Пустоваловым (1940) и Н. М. Страховым (1960), и основываясь на результатах А. В. Копелиовича (1965) и Д. С. Соколова (1962), можно определить процессы петрогенеза как процессы физико-химического и механического уравновешивания многокомпонентной системы — горной породы в постоянно меняющихся внешних условиях ее существования. Тогда со

* Под петрогенезом мы, вслед за В. А. Приклонским, будем понимать все стадии образования и преобразования горных пород (в том числе и изверженных). При этом процессы петрогенеза будем понимать предельно широко, как геологические процессы, рассматриваемые с точки зрения их влияния на свойства горных пород.

всей отчетливостью выступает зависимость хода петрогенетических процессов от геологической истории массива горных пород, особенно подчеркивавшаяся А. В. Копелиовичем и Д. С. Соколовым. В такой трактовке основные стадии петрогенеза (диагенез, эпигенез, метаморфизм и т. д.) выступают как комплексы процессов и явлений физико-химического уравновешивания горных пород в новых условиях существования, обобщенные для наиболее характерных в геологической истории ситуаций.

Значение основных стадий петрогенеза осадочных пород с точки зрения их роли в формировании неоднородности и анизотропности горных пород и их физических свойств схематично показано в табл. 9. Мы не будем специально рассматривать начальные стадии образования и преобразования магматических пород, поскольку большая часть конкретных примеров, изучаемых в дальнейшем, относится к осадочным породам. Рассмотрение изверженных пород, выполненное по просьбе автора С. П. Кориковским (см. Рац, 1968а, стр. 15), приводит в основном к тем же выводам.

Уже на стадии формирования осадков неоднородность является их характерной чертой, причем довольно отчетливо проявляется неоднородность разных уровней. В силу осадочной дифференциации вещества, фациальной изменчивости условий осадконакопления и изменения режима осадконакопления во времени формируется неоднородность уровней 0 и I. Относительно высокочастотная смена во времени режима осадконакопления наряду с влиянием силы тяжести приводит к формированию слоистости, часто к чередованию слоев разного состава и мощности. В этом проявляется неоднородность уровня II. Указанные типы неоднородности будут рассмотрены на конкретных примерах в § 8.

Макроскопические флуктуации условий осадконакопления и свойств осадка внутри той или иной фации не исчerpывают всех проявлений неоднородности осадка. Одна и та же порода, даже макроскопически однородная, оказывается неоднородной при более детальном, микроскопическом исследовании, что связано с флуктуациями скоростей взвесенесущих потоков, неоднородностью поступающего в седиментационный бассейн материала и т. д.

Процесс осадконакопления завершается формированием на дне бассейна неоднородной толщи вещества, отдельные компоненты которого находятся в неравновесном состоянии. За счет исходных неравновесных компонентов осадка образуются устойчивые в новых условиях аутигенные минералы и происходит химическая дифференциация вещества. В результате «...равномерное распределение аутигенных минералов постепенно сменяется резко выраженным неравномерным, возникают неопределенных очертаний пятна, линзы, конкреции, пластиобразные стяжения и т. д.» (Страхов, 1960, т. 1, стр. 80). Таким образом, появляются новые элементы неоднородности, отсутствовавшие в «свежем» осадке. В целом в результате процессов диагенеза масса вещества остается преимущественно рыхлой. Унаследованность развития неоднородности при

Таблица 9

Роль стадий петрогенеза в формировании физических свойств пород в массиве

Стадии петрогенеза	Основные процессы	Роль данной стадии в формировании физических свойств пород
Осадкоакопление	Формирование состава и мощности слоев, текстуры и структуры	Возникновение первичной неоднородности и анизотропии
Диагенез	Частичное изменение состава, уплотнение, потеря влажности, частичная литификация, изменение мощностей слоев	Уменьшение пористости, уплотнение и спорадическая литификация Первичное растрескивание
Эпигенез	Дальнейшее изменение состава и мощности слоев, полная литификация, возникновение своеобразных структур растворения	Уменьшение степени неоднородности пород. Формирование «скальных» пород с высокой прочностью
Дислокации и динамометаморфизм	Складкообразование Разрывы. Образование тектонической трещиноватости, рассланцевание	Дифференциация и усложнение форм залегания Резкое увеличение неоднородности и изменение характера анизотропии (вторичная неоднородность и анизотропность)
Региональный чётаморфизм	Уплотнение Изменение вещественного состава, структуры и текстуры	Уменьшение степени неоднородности. Изменение характера анизотропности
Контактовый метаморфизм и гидротермальная переработка	Изменение вещественного состава, иногда структуры и текстуры	Возникновение локальных зон с резко аномальными физическими свойствами
Разгрузка	Раздвигание блоков породы, разделенных трещинами. Снятие естественного напряжения Возможное формирование новых трещин	Формирование и распространение от дневной поверхности в глубину зоны повышенной сжимаемости и проницаемости
Выветривание	Изменение состава и всех свойств породы Обычно разрушение структурных связей	Формирование и распространение от дневной поверхности зоны разрушенных пород Проницаемость сперва возрастает, затем падает Показатели прочностных и деформационных свойств снижаются
Инженерная деятельность человека	Цементация, дробление, высушивание, обводнение, замораживание, оттаивание	Целенаправленное или побочное изменение любых свойств пород

диагенезе наиболее ярко проявляется в различии степени и характера изменении первично неодинаковых по составу осадков: карбонатные и кремнистые осадки окаменевают, глины уплотняются, но сохраняют пластичность, пески существенно не изменяются.

В отличие от диагенеза основными факторами эпигенетических процессов являются совершенно новые термодинамические условия существования горных пород, в том числе давление вышележащих толщ и температура. В результате сложных физико-химических процессов, глубоко изученных А. В. Копелиовичем (1965 и ранее), происходит полная перестройка структуры породы и сплошное окаменение. Несмотря на это, отчетливо прослеживается унаследованность в развитии неоднородности. Даже в одном и том же разрезе породы различного состава переходят от диагенеза к эпигенезу в разное время. Раньше всего эпигенетические преобразования начинаются в карбонатах, затем в глинах и лишь после этого в песках. При этом песчано-алевритовые породы преобразуются при эпигенезе значительно сильнее, чем глинистые и карбонатные, что объясняется резкими различиями в давлениях на контактах зерен и на свободных поверхностях. Представление об избирательном характере эпигенеза позволяет подойти к объяснению генезиса таких «странных» толщ, как верхнемеловой флиш Новороссийского прогиба, где кварц-глауконитовые песчаники, имеющие прочность от 1600 до 3280 кгс/см², переслаиваются с пластичными глинами (данные С. Л. Афанасьева и Ч. Б. Борукаева).

В целом процессы глубинного эпигенеза, протекающие в «почти закрытой» системе вода—порода, все же несколько снижают степень неоднородности горных пород. Однако процессы регрессивного эпигенеза, обусловленные большей подвижностью подземных вод, резко нарушают эту картину, приводя к каолинизации, карбонатизации и частичному растворению с возникновением вторичной пористости.

Важно, что процессы диагенеза, эпигенеза и регионального метаморфизма (см. ниже) протекают в значительной мере под действием давления вышележащих толщ. Вследствие этого возникает своеобразная вертикальная зональность свойств пород (подробнее рассматривается в § 9).

Совершенно новые формы неоднородности и анизотропности образуются в ходе тектонических деформаций. Характерной особенностью тектонических деформаций является их неравномерное распределение в пространстве. Эта неравномерность для складок (собственно деформации в механическом смысле) и разрывов (разрушение в механическом смысле) имеет разную природу. Неравномерность пространственного распределения складчатости обусловлена прежде всего неоднородностью строения земной коры, неоднородностью тектонических полей напряжений (Панюков, 1959) и различиями в свойствах деформируемых пород. Иными словами, неравномерность пространственного распределения складчатости

зависит от геологических причин. Что же касается разрывов, то неравномерность их пространственного распределения определяется, кроме того, и в первую очередь неоднородностью самого процесса разрушения. Неоднородность разрушения, выражающаяся в его локальном характере (Фридман, 1956), приводит к дискретному распределению в массиве горных пород разрывов и трещин. При этом распределение зон разрушения даже в однородной среде оказывается неоднородным. Следовательно, разрывы и трещины вносят в массив дополнительную неоднородность двояким образом: а) самим фактом своего существования, б) своим неравномерным распределением в пространстве.

Избирательный характер тектонических деформаций, который можно рассматривать как своеобразную унаследованность, проявляется в специфической взаимосвязи тектонических форм с составом и строением деформируемых массивов. Этот вопрос обсуждался многими геологами в работах описательного, экспериментального и теоретического характера и будет иллюстрирован конкретными примерами в § 8.

Таким образом, тектонические дислокации представляют собой наряду со слоистостью второй важнейший фактор, обуславливающий макронеоднородность горных пород. В ходе тектонических деформаций важные изменения претерпевает микроструктура пород. Эти изменения отчетливо прослеживаются на двух уровнях: микроскопическом — неоднородность уровня III (возникновение структур дифференциального скольжения, описанных А. В. Копелиовичем и И. М. Симановичем, развитие микротрециноватости) и субмикроскопическом — неоднородность уровня IV (генерация, перемещение и накопление дислокаций в кристаллах, формирование зародышей микротреций). В результате этих процессов даже первоначально однородная порода стала бы неоднородной. Преобразование макро-неоднородности в ходе тектонических дислокаций тесно связано с явлениями метаморфизма.

Процессы регионального метаморфизма, протекающие длительное время в постоянных условиях, в целом приводят к выравниванию свойств пород в больших объемах. Например, толща переслаивающихся кварцитов и кристаллических сланцев, несомненно, однороднее толщи переслаивающихся глин и песчаников. Однако эти процессы, как и процессы глубинного эпигенеза, носят избирательный характер. Так, Рид (Reed, 1962) на примере вулканогенно-осадочных толщ Новой Зеландии показал, что при региональном метаморфизме степень измененности макроструктуры пород убывает от вулканических аргиллитов к осадочным аргиллитам, грауваккам и яшмам. По степени преобразований состава породы выстраиваются в другой ряд: вулканогенные аргиллиты, яшмы и роговики, аргиллиты, лавы и граувакки. Так же избирательно развиваются в породах и складки волочения. Прослеживание характера измененности пород от зоны незначительного метаморфизма в районе Веллингтона к зоне кристаллических сланцев Оtago показывает,

что степень избирательности регионального метаморфизма падает с ростом его интенсивности.

Избирательность регионального метаморфизма на примере флишевых отложений Нуратинского хребта была показана А. А. Арутюновым (1952), отметившим, что изменения аргиллитов интенсивнее изменений алевролитов, причем метаморфизацией последних выражается главным образом в изменении их глинистой составляющей. А. П. Феофилова (1952), изучавшая влияние метаморфизма на пористость угленосных пород среднего карбона Донбасса, пришла к выводу, что, несмотря на общее уменьшение пористости, «метаморфизм не затушевывает дифференциации по пористости, обусловленной первичными факторами, а в ряде случаев даже подчеркивает ее».

Существенно иную роль в рассматриваемом аспекте играют локальные процессы метаморфизма (контактовый, гидротермальный), которые приводят к формированию в массивах горных пород локальных зон сильно измененных пород, свойства которых зачастую ничем не напоминают материнскую породу. Эти процессы носят избирательный характер, так что зоны локального метаморфизма внутренне также неоднородны. Так, И. А. Кензин (1956) отмечает, что гидротермальные изменения известняков затухают вблизи контактов с глинистыми прослойками. А. А. Арутюнов в цитированной работе указывает, что в противоположность процессам регионального метаморфизма при контактовом метаморфизме наибольшие изменения претерпевают алевролиты и песчаники, наименьшие — сланцы, что объясняется большей проницаемостью первых для гидротермальных растворов.

В ходе процессов петrogenеза важную роль играют метасоматические процессы. Конечным продуктом метасоматоза должны быть мономинеральные породы, т. е. этот процесс, казалось бы, должен приводить к уменьшению неоднородности горных пород. Однако в действительности в разных точках пространства процесс достигает разных стадий и возникает метасоматическая зональность (Коржинский, 1953). Помимо этого, существует ряд факторов, вызывающих отклонения процессов метасоматоза от идеальной схемы и приводящих к возникновению новой и преобразованию существующей неоднородности. К числу таких факторов относятся (Коржинский, 1953, Соколов, 1962): 1) изменение температуры и давления раствора по направлению его движения, приводящее к изменению интенсивности и характера метасоматических процессов; 2) неравномерность распределения в пространстве пор и трещин, обуславливающая неравномерную проницаемость пород; 3) локальная изменчивость растворимости пород, связанная с размером частиц, наличием химически активных примесей, разницей давлений в различных точках породы, ориентировкой граней кристаллов; 4) фильтрационный эффект в растворах (Коржинский, 1947), выражющийся в отставании растворенного вещества от растворителя при фильтрации в слабо проницаемой среде.

С последними тремя факторами связаны явления унаследованности в процессах растворения, кристаллизации, метасоматоза. Так, поскольку крупные кристаллы растворяются хуже мелких, то в одно и то же время может происходить рост крупных кристаллов за счет растворения мелких (Коржинский, 1953), усугубляющий ранее существовавшую неоднородность их размеров. Фильтрационный эффект, проявляющийся тем лучше, чем меньше проницаемость среды, усугубляет первичную неоднородность в распределении пор, «так как узкие поры отложением вещества будут еще более сужаться, а растворение вещества в грубопористых участках приведет к еще большему расширению здесь пор» (Коржинский, 1947, стр. 47).

Важнейшую роль для инженерной геологии играет неоднородность, формирующаяся в массивах горных пород в ходе процессов гипергенеза. Эти явления будут подробно рассмотрены в § 10 на конкретных примерах.

На основании изложенного можно сформулировать следующие закономерности развития и преобразования неоднородности горных пород во времени и пространстве.

A. Временные закономерности

1. В ходе геологической истории на разных этапах петрогенеза меняется геологическая природа неоднородности. Примером могут служить различия в природе фильтрационной неоднородности чередующихся песков и глин, с одной стороны, и трещиноватых песчаников и сланцев, с другой.

2. Степень локальной неоднородности горных пород не остается постоянной и в пределах каждого этапа петрогенеза зависит от степени гармонии, достигнутой к данному моменту времени между породой и условиями ее существования. Это утверждение вытекает уже из определения процессов петрогенеза как процессов уравновешивания и в сущности является выражением второго начала термодинамики. Сказанным объясняется, в частности, относительно высокая неоднородность скальных пород, выведенных в зону гипергенеза.

3. Для развития неоднородности характерны явления избирательности или, что то же, унаследованности, хорошо знакомые геологам и неоднократно изучавшиеся применительно к процессам эпигенеза, метаморфизма и выветривания. Унаследованность в развитии неоднородности столь сильна, что в ряде случаев удается проследить седиментационные структуры даже в глубоко метаморфизованных толщах.

Б. Пространственные закономерности

Чтобы выяснить основные пространственные закономерности распределения свойств горных пород в массиве, разделим процессы петрогенеза на три группы: 1) процессы образования и преобразо-

вания пород, связанные с действием геофизических полей и, в первую очередь силы тяжести, и приводящие к вертикальной зональности свойств пород; 2) процессы, формирующие неоднородность свойств пород в горизонтальном направлении и связанные с осадочной дифференциацией и фациальной изменчивостью; 3) наложенные процессы, связанные в большинстве случаев с действием более или менее четко локализованных в пространстве «источников возмущений» (дневная поверхность, контакты интрузий с вмещающими породами и т. п.).

Каждая из выделенных групп процессов обладает специфической симметрией. Это обстоятельство имеет фундаментальное значение для дальнейших построений. Рассмотрим его подробнее. В основу анализа положим так называемый принцип Пьера Кюри, который гласит: «когда несколько различных явлений природы накладываются друг на друга, образуя одну систему, диссимметрии их складываются. В результате остаются лишь те элементы симметрии, которые являются общими для каждого явления, взятого отдельно» (Шубников, 1956).

В соответствии с этим принципом процессы, обусловленные действием силы тяжести, формируют вертикальную зональность свойств горных пород, обладающую симметрией конуса: $L_{\infty}^{**\infty p}$ (Шафрановский, 1968). В геологических приложениях симметрия $L_{\infty}^{\infty p}$ играет особую роль еще и потому, что в нормальном разрезе горных пород по вертикали меняется геологический возраст, также существенно влияющий на свойства пород. Вертикальное измерение пространства является в геологии вместе с тем и мерой геологического времени, отличаясь от последнего масштабом и точкой начала отсчета. Таким образом, при изучении результатов действия процессов первой группы можно ограничиться изучением изменчивости свойств пород в вертикальном направлении.

Вторая группа процессов связана с осадочной дифференциацией вещества при его поступательном движении в горизонтальном направлении. Следовательно, формирующаяся в ходе этих процессов неоднородность будет обладать симметрией p (Шафрановский, 1968). При этом предполагается, что направление поступательного движения фиксировано. В этом случае изменчивость свойств пород будет прослеживаться соответственно по вертикали и в направлении переноса вещества.

Симметрия изменчивости свойств пород, возникающей под действием процессов третьей группы, определяется характером и ориентировкой локализованных «источников возмущений». Простейшей и вместе с тем имеющей геологический смысл схемой источника будет плоский источник, ориентировка которого в пространстве

* Под диссимметрией здесь понимается совокупность отсутствующих у явления элементов симметрии

** В этом разделе буквой L обозначается симметрия

может быть различной. Поле свойств пород, сформированное под действием плоского источника, будет опять иметь симметрию конуса $L_{\infty} \propto r$. Если учитывать совместное действие гравитации, поступательного движения материала и произвольно ориентированного плоского источника, результирующая симметрия поля свойства породы окажется в общем случае весьма сложной. Наиболее простым частным случаем является горизонтальная ориентировка плоского источника. Симметрия поля такого источника будет совпадать (с точностью до зеркального отражения) с симметрией гравитационного поля. Эта ситуация характерна для изменчивости свойств пород в зоне гипергенеза (вблизи горизонтальной поверхности Земли).

Для упрощения задачи будем изучать поля свойств пород, образовавшиеся под действием процессов каждой из трех групп в отдельности. При изучении полей свойств, обусловленных процессами первой группы, это не представляет трудностей. При изучении полей, обусловленных процессами второй группы, будем рассматривать толщу пород относительно небольшой мощности, сформировавшуюся за относительно короткое время, что позволит избежать необходимости учета вертикальной изменчивости. Поле свойств такой толщи будет обладать симметрией $L_{\infty} \propto r$. В третьем случае будем изучать поля свойств, обусловленные относительно мелкими источниками возмущений, масштабы действия которых меньше, чем масштабы изменчивости, вызванной процессами первых двух групп.

Особенности симметрии полей свойств пород позволяют при раздельном изучении изменчивости, связанной с процессами каждой из выделенных групп, ограничиваться исследованием изменчивости пород в каком-либо одном направлении. Реализуя далее этот подход, мы будем в первом приближении считать, что изменчивость свойств пород в направлениях, нормальных к исследуемому, является случайной. Это позволяет существенно упростить формальный аппарат, рассматривая вместо трехмерного поля $L(x, y, z)$ одномерное $L(x)$.

Основываясь на изложенных соображениях, рассмотрим конкретные примеры закономерностей развития неоднородности горных пород в пространстве (§§ 7—10) и во времени (§ 11).

§ 7. Математическая модель пространственной изменчивости свойств пород (модель тренда)

В этом и следующих параграфах настоящей главы мы сосредоточим внимание на изучении закономерностей, проявляющихся в масштабах определяющей области сооружений. Иными словами, будем изучать изменчивость свойств пород в пределах массивов, поперечник которых не превышает нескольких километров. В отличие от предыдущей главы, где исследовались локальные распределения свойств пород в связи с изменением размера проб, здесь

нас будет интересовать обобщенное (см. § 4) распределение, а размер проб будем считать фиксированным.

Выше было показано, что при изучении основных закономерностей пространственной изменчивости свойств пород можно, пользуясь соображениями симметрии, ограничиться исследованием одномерных полей $L(x)$. Систему координат необходимо выбирать из геологических соображений, как было указано ранее.

На основании материалов инженерно-геологических изысканий в общем случае об изменении свойств пород L в пространстве известно только то, что это изменение имеет нерегулярный характер. Однако в большинстве случаев можно считать, что функция $L(x)$ ограничена, однозначна и обладает лишь конечным числом конечных разрывов. При этих условиях функция $L(x)$ представима в виде ряда или интеграла Фурье.

Вследствие дискретности (в подавляющем большинстве случаев) геологических наблюдений обычно есть сведения о значениях функции $L(x)$ лишь в конечном числе точек опробования: x_1, x_2, \dots, x_N . Поэтому в соответствии с известной в теории информации теоремой отсчетов (теоремой В. А. Котельникова) мы будем располагать сведениями о колебаниях $L(x)$, имеющих частоту

$$\omega < \omega_1 = \frac{2\pi}{2\tau}. \quad (7.1)$$

Колебания с частотами $\omega < \omega_1$ будут сливаться в шум.

Вместе с тем конечность реальных последовательностей наблюдений ограничивает полосу частот снизу величиной

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{N\tau},$$

где N — общее число наблюдений в последовательности. Таким образом, мы располагаем возможностью по результатам наблюдений, сделанных с шагом τ , исследовать структуру функции $L(x)$ в полосе частот

$$\frac{2\pi}{N\tau} < \omega < \frac{2\pi}{2\tau}. \quad (7.2)$$

О колебаниях $L(x)$ с частотами $\omega > \frac{2\pi}{2\tau}$ и $\omega < \frac{2\pi}{N\tau}$ можно что-либо предполагать, лишь привлекая информацию, не зависимую от имеющегося ряда наблюдений.

Из теории связи известно (см., например, Пирс, 1967), что количество информации, получаемой по ряду из N наблюдений, сделанных с шагом τ , пропорционально ширине полосы частот (2), т. е. пропорционально длине ряда наблюдений.

Поскольку при инженерно-геологических изысканиях длина рядов наблюдений обычно невелика (как правило, не более 20—30 наблюдений по каждой скважине), возможности изучения тонкой структуры функции $L(x)$ оказываются ограниченными. Все утверж-

дения, которые мы можем сделать о функции $L(x)$ на основании дискретного ряда наблюдений, относятся лишь к интервалу частот (2), причем, как известно из математической статистики, наибольшего доверия заслуживают выводы, касающиеся наиболее низкочастотной составляющей $L(x)$.

Учитывая изложенные выше соображения о симметрии, ориентируем ось x вдоль направления наиболее низкочастотной изменчивости поля $L(x, y, z)$, т. е., например, по нормали к плоскости «источника возмущений», к древней береговой линии бассейна осадконакопления и т. п. Тогда, если самая низкая частота колебаний функции $L(x, y, z)$ вдоль осей y и z хотя бы на порядок превышает частоту колебаний вдоль оси x , то изменчивость вдоль осей y и z практически можно считать случайной. Все ряды наблюдений, полученные при различных, но фиксированных значениях y и z , в этом случае оказываются равноправными, и задача сводится к изучению зависимости L от x по совокупности этих рядов наблюдений.

Поскольку основной интерес представляют наиболее низкочастотные составляющие изменчивости $L(x)$, мы приходим к следующей математической модели результатов наблюдений:

$$L = \varphi(x) + \delta, \quad (7.3)$$

где δ — суммарная ошибка, обусловленная случайными колебаниями L вдоль осей y и z и неточностью экспериментов;

$\varphi(x)$ — функция, описывающая неслучайные изменения величины L вдоль оси x .

Поскольку о виде функции $\varphi(x)$ не существует априорных соображений, естественно воспользоваться для нее полиномиальным представлением, которое, как известно, позволяет сколь угодно точно аппроксимировать непрерывную функцию любого вида.

Итак, будем считать, что

$$\varphi(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_kx^k. \quad (7.4)$$

Тогда задача обработки наблюдений для выявления интересующих нас закономерностей сводится на модели к оценке коэффициентов a_0, a_1, \dots, a_k и дисперсии σ^2 ошибки δ . Полагая распределение ошибки нормальным с параметрами $(0, \sigma^2)$, приходим к обычной задаче сглаживания наблюдений, суть которой вкратце состоит в следующем (см., например, Тутубалин, 1968).

Оценки $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_k$ коэффициентов a_0, a_1, \dots, a_k полинома (4) ищут в этом случае по методу наименьших квадратов, исходя из требования

$$\sum_{t=1}^N \left(L_t - \hat{a}_0 - \hat{a}_1x_t - \dots - \hat{a}_kx_t^k \right)^2 = \min. \quad (7.5)$$

Следовательно, оценки \hat{a}_i являются решением системы уравнений, линейных относительно \hat{a}_i ,

$$\sum_{i=1}^N \left(L_i - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 x_i - \dots - \hat{a}_k x_i^k \right) x_i^j = 0, \quad j = 0, 1, \dots, k \quad (7.6)$$

Величина

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^N \left(L_i - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 x_i - \dots - \hat{a}_k x_i^k \right)^2, \quad (7.7)$$

называемая кажущейся ошибкой, имеет распределение χ^2 с числом степеней свободы $v = N - k - 1$, умноженное на σ^2 , т.е. $\sigma^2 \chi^2_{N-k-1}$

Это позволяет указать оценку для дисперсии σ^2 ошибки δ

$$M\delta^2 = M\sigma^2 \chi^2_{N-k-1} = \sigma^2_{(N-k-1)}, \quad (7.8)$$

откуда следует выражение для несмешенной оценки σ^2

$$\sigma^2 = \frac{\delta^2}{N - k - 1}. \quad (7.9)$$

Величина σ^2 представляет собой оценку условной дисперсии L при фиксированном x , т.е. $\sigma^2(L|x=\text{const})$. Эта величина интересна как в прикладном отношении (например, определяет точность оценки ML при фиксированном числе наблюдений), так и непосредственно в рамках задачи настоящей главы. Действительно, отношение безусловной дисперсии $\sigma^2 L$ к условной, т.е. отношение

$$F = \frac{\sigma^2 L}{\sigma^2(L|x=\text{const})} \quad (7.10)$$

является в сущности мерой силы интересующих нас пространственных закономерностей. Величина F имеет распределение Фишера с числом степеней свободы $v_1 = N$, $v_2 = N - k$. Следовательно, можно считать, что гипотеза H_0 о наличии закономерной составляющей изменчивости не противоречит фактам, если величина F превышает соответствующее табличное значение

Величина, обратная (10), т.е.

$$\frac{\sigma^2(L|x=C)}{\sigma^2 L},$$

представляет собой оценку доли случайной составляющей общего разброса результатов наблюдений при заданной аппроксимации неслучайной составляющей. Оговорка «при заданной аппроксимации» имеет принципиальное значение безусловно, разделить случайную и неслучайную компоненты изменчивости невозможно

Рассмотрим вопрос о выборе степени k полинома $\varphi(x)$. Интуитивно ясно, что чем меньше k , тем более статистически надежными являются результаты исследования. В нашем случае и потребности практики, и экспериментальные возможности позволяют выбирать

маленькие значения k . Имеется полезный статистический критерий, дающий оценку разумного наибольшего значения k . Пусть даны две аппроксимации зависимости $L(x)$ многочленами $\varphi_k(x)$ и $\varphi_{k+1}(x)$, где индексы обозначают степени многочлена. Если полагать, что зависимость $L(x)$ гладкая, то описание ее полиномом $\varphi_{k+1}(x)$ можно считать более точным по сравнению с описанием полиномом $\varphi_k(x)$. Очевидно, что $\delta_k^2 > \delta_{k+1}^2$. Вопрос сводится к тому, достаточно ли сильно убывает величина ошибки при переходе от полинома $\varphi_k(x)$ к $\varphi_{k+1}(x)$, чтобы повышение степени полинома оправдывало себя. Если верна гипотеза H_0 , состоящая в том, что достаточно ограничиться полиномом $\varphi_k(x)$, то разность кажущихся ошибок $\delta_k^2 - \delta_{k+1}^2$ имеет распределение $\sigma^2 \chi^2_1$. В то же время δ_{k+1}^2 распределена как $\sigma^2 \chi^2_{N-k}$. Следовательно, если верна гипотеза H_0 , то отношение

$$\frac{\delta_k^2 - \delta_{k+1}^2}{\frac{1}{N-k} \delta_{k+1}^2} \quad (7.11)$$

имеет распределение F Фишера с числом степеней свободы $v_1 = 1$ и $v_2 = N - k$. Значит, увеличение степени полинома может оказаться полезным только тогда, когда критерий (11) превысит соответствующее табличное значение распределения Фишера.

Во многих случаях удается ограничиться линейным приближением

$$\varphi(x) = a_0 + a_1 x. \quad (7.12)$$

Тогда оценки коэффициентов a_0 и a_1 находят из простых соотношений

$$\begin{aligned} \hat{a}_0 &= \bar{L}_n, \\ \hat{a}_1 &= \frac{\sum_{t=1}^N (L_t - \bar{L})(x_t - \bar{x})}{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2}, \end{aligned} \quad (7.13)$$

и уравнение (12) удобно записать в виде

$$L_t - \bar{L} = a_1(x_t - \bar{x}). \quad (7.14)$$

В качестве меры силы линейного тренда можно использовать широко известную величину выборочного коэффициента корреляции:

$$r = \frac{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})(L_t - \bar{L})}{\sqrt{\sum_{t=1}^N (L_t - \bar{L})^2 \sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2}}, \quad (7.15)$$

который связан с условной и безусловной дисперсиями соотношением

$$\sigma^2(L|x=\text{const}) = \sigma^2 L (1 - r^2), \quad (7.16)$$

справедливым, если условное распределение L нормально.

Итак, приняв модель результатов наблюдений в виде (3), мы оказываемся в состоянии разделить дисперсию обобщенного распределения $F(\lambda) = P(L < \lambda)$ на две составляющие: условную дисперсию $\sigma_1^2(L|x=\text{const})$, характеризующую условное (локальное) распределение L , и дисперсию $\sigma_2^2 L = \sigma^2 L - \sigma_1^2(L|x=\text{const})$, связанную с неслучайной составляющей общего разброса результатов наблюдений. Эти составляющие общего разброса данных связаны с дисперсиями микронеоднородности $\sigma_{\text{мик}}^2$ и макронеоднородности $\sigma_{\text{мак}}^2$ неравенствами

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1^2 \geq \sigma_{\text{мик}}^2 \\ \sigma_2^2 \leq \sigma_{\text{мак}}^2 \end{array} \right\}, \quad (7.17)$$

которые следуют из соображений, изложенных в § 2.

Равенство в (17) практически никогда не достигается, и, следовательно, из нашего анализа выпадают некоторые промежуточные частоты изменчивости. Исследование их требует весьма плотной сети наблюдений и учета взаимосвязи свойств пород в соседних точках массива. Для этого вместо модели (3) обычно вводят модель в виде реализации случайного поля. Однако получаемые при этом результаты с трудом поддаются содержательной геологической интерпретации, и мы не будем здесь обращаться к этой модели.

Наряду с изменением в пространстве средних значений свойств пород при решении задач опробования большой практический интерес представляет изменение дисперсии σ_1^2 локального распределения. Для изучения изменчивости вдоль оси x дисперсии σ_1^2 естественно воспользоваться так называемыми скедастическими кривыми, рассматривая дисперсию σ_1^2 как функцию от x . При вычислении указанных ранее характеристик в этом случае приходится вводить поправки (Айвазян, 1968), полагая, что σ_1^2 пропорциональна некоторой известной функции от x , т. е.

$$\sigma_1^2(L|x=\text{const}) = \sigma^2 L \cdot \psi(x). \quad (7.18)$$

Величина этих поправок незначительна, и изменение дисперсии σ_1^2 вдоль оси x практически не меняет результатов вычислений по приведенным ранее формулам.

Наряду с моделью (3) мы используем также в § 8 несколько иной подход, суть которого состоит в следующем. В ряде случаев геологические закономерности изменчивости горных пород и их парагенезов достаточно хорошо изучены. Наиболее характерным

примером являются флишевые формации. Однако для них обычно имеются сведения не о свойствах пород, интересующих инженера-геолога (трещиноватости, проницаемости, деформируемости и т. д.), а о свойствах, исследуемых литологами (мощностях слоев, их вещественном составе). Возникает вопрос, нельзя ли воспользоваться известными геологическими закономерностями изменчивости, чтобы прогнозировать картину изменения в пространстве свойств пород, интересующих инженера-геолога. Для этого, очевидно, необходимо исследовать зависимости между параметрами трещиноватости, проницаемости и т. п., с одной стороны, и мощностями слоев, их составом и т. п. — с другой.

В такой постановке задачи модель (3) сохраняется для результатов наблюдений L_i^u над литологическими особенностями пород. Для показателей инженерно-геологических свойств L_i^u естественно ввести другую модель

$$L_i^u = \psi(L_i^u) + \delta'_i, \quad (7.19)$$

где δ'_i — суммарная ошибка, обусловленная случайными, зависящими от неконтролируемых факторов колебаниями L_i^u при фиксированном значении L_i^u и неточностью экспериментов;

$\psi(L_i^u)$ — функция, описывающая неслучайные изменения L_i^u в зависимости от L_i^u .

Отличие модели (19) от модели (3) состоит в том, что независимая переменная L_i^u в (19) рассматривается как случайная величина, в то время как независимая переменная в (3) неслучайна.

Подставляя значения L_i^u из (3) в (19), получим выражение для прогнозируемого значения L_i^u в точке пространства

$$L_i^u = \psi[\varphi(x_i) + \delta_i] + \delta'_i. \quad (7.20)$$

Дисперсия L_i^u зависит, таким образом, от дисперсий ошибок δ_i и δ'_i и от конкретного вида функции ψ . Поскольку в геологической практике дисперсии δ_i и δ'_i бывают довольно значительными, можно сразу сказать, что точность прогноза по формуле (20) будет весьма невелика. По существу это качественный прогноз.

§ 8. Изменчивость свойств пород, обусловленная процессами осадконакопления (на примере флиша)

Рассмотрим изменчивость свойств пород, возникающую в результате процессов осадконакопления и проявляющуюся как в вертикальном, так и в горизонтальном направлениях. Рассмотрим с этой точки зрения толщи обломочных пород с мутационной слоистостью, привлекая в качестве основных литологических характеристик гранулометрический состав и мощности слоев

Мутационной, по предложению Н. Б. Вассоевича (1948б, 1949), называют слоистость, образующуюся в результате одновременной смены режима осадконакопления по всей площади седиментационного бассейна. В противоположность мутационной, миграционная слоистость возникает по схеме Головкинского—Вальтера, т. е. в результате перемещения (миграции) береговой линии бассейна и соответственно всего ряда фаций. Стратиграфические границы при миграционном типе слоистости не совпадают с литологическими.

Обратимся к наиболее детально изученной слоистости терригенного флиша. Толщи терригенного флиша, широко развитые в отложениях геосинклинальных бассейнов, состоят, как известно (Вассоевич, 1948а, 1949, и др.), из ритмов, образуемых чередующимися слоями зернистых пород (первый элемент ритма или 1 эр) и пелитов (второй элемент ритма, или 2 эр). При этом для флиша и ряда других осадков характерно закономерное уменьшение размера зерен от подошвы к кровле 1 эр, так называемая градационная, или фракционированная, слоистость (*graded bedding*).

Согласно представлениям Н. Б. Вассоевича (1948, 1951), подтвержденным более поздними исследованиями, по мере удаления от области сноса (кордильеры) к середине флишевого прогиба уменьшаются размер зерен 1 эр и мощности слоев 1 эр и возрастает относительная роль в разрезе слоев 2 эр (рис. 14, а). При этом вдоль прогиба флишевые отложения отличаются удивительной выдержанностью (Афанасьев, 1961; см. также рис. 3, а). Последнее обстоятельство дает основание считать в данном случае вполне правомерными соображения симметрии, высказанные в § 6, и рассматривать изменчивость флишевых отложений только как функцию расстояния до кордильеры.

Совместное уменьшение по мере удаления от кордильеры размера зерен и мощностей слоев 1 эр, обусловленное процессами осадочной дифференциации, приводит к возникновению прямой зависимости между гранулометрическим составом и мощностью слоев 1 эр. Эта зависимость должна была бы отчетливо выявляться при прослеживании каждого слоя 1 эр вкрест простирания прогиба. Однако вследствие сильной изменчивости отложений в этом направлении до сих пор никому не удавалось выполнить такое исследование. Вместе с тем давно замечено (Вассоевич, 1948; Fiege, 1937; Kingma, 1958), что в разрезах флиша и сходных с ним осадков наблюдается та же закономерность: более грубозернистые слои 1 эр обладают, как правило, большей мощностью. В общем случае из факта существования связи между мощностью слоев 1 эр и размером зерен внутри одного слоя, рассматриваемого в латеральном направлении, вовсе не вытекает существование такой связи для серий слоев, рассматриваемых в одном разрезе. Для выяснения этого вопроса необходимо проанализировать влияние на мощности слоев времени их формирования.

По роли времени в формировании слоев выделяются два основных

типа осадков (Рац, 1963а): 1) осадки, слои которых формируются практически мгновенно в результате различного рода катаклизмов и которые можно поэтому назвать ахроногенными (пирокласты, осадки супензационных течений и т. п.); 2) осадки, слои которых формируются в течение более или менее длительных отрезков

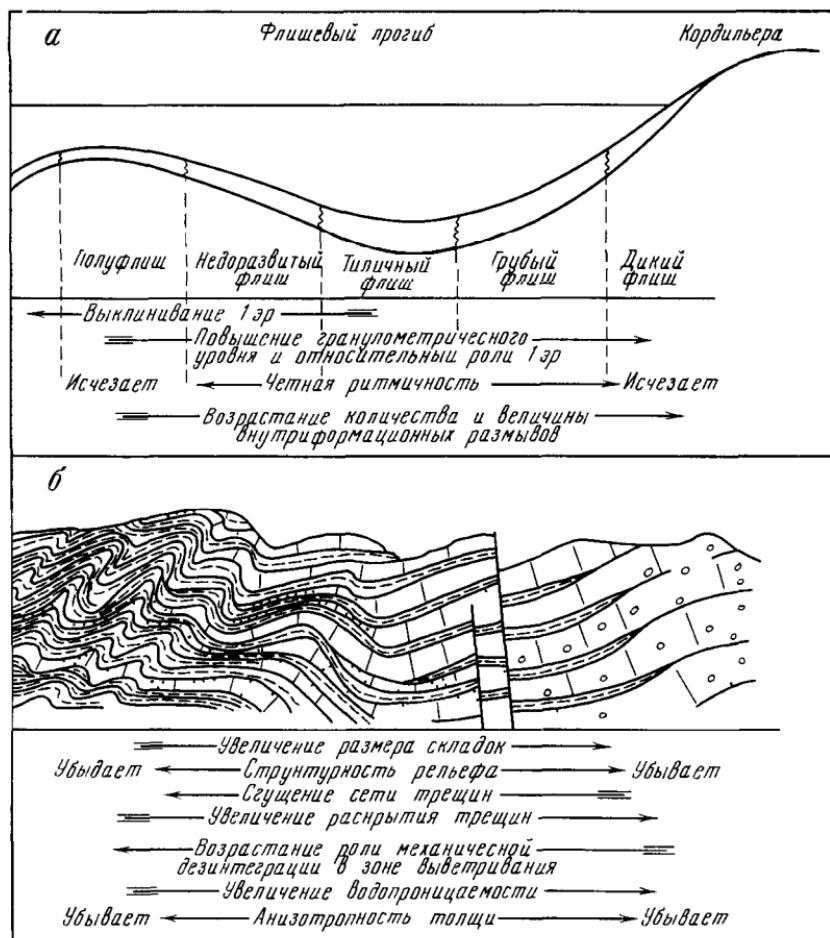


Рис 14 Строение флишевого прогиба и дислоцированной толщи флиша
а — схема строения флишевого прогиба и литологические особенности флиша (по Н. Б. Вассоевичу, упрощенно), б — схема строения дислоцированной флишевой толщи

времени и которые можно назвать хроногенными. Частным случаем хроногенных будут изохроногенные осадки, слои которых формируются за примерно одинаковые промежутки времени. Характерным примером последних являются осадки с сезонной слоистостью, например ленточные глины

Связь между составом и мощностью слоев в разрезе может прослеживаться только для ахроногенных осадков (в частности,

турбидитов) и изохроногенных осадков. Выявление такой связи будет, по-видимому, свидетельствовать о том, что изучаемые слои относятся к одному из этих двух классов.

Автором (Рац, 1962а, 1963а) и Дж. Миддлтоном (Middleton, 1962) одновременно и независимо была установлена логарифмическая линейная связь гранулометрического состава и мощностей слоев 1 эр. Автором было показано также, что эта зависимость свойственна и другим осадкам (лессам, пирокластам). Дальнейшими исследованиями (Potter, Scheidegger, 1966) было установлено существование такой связи для ряда осадков с градационной слоистостью, которые обычно интерпретируются как осадки супензионных течений (турбидиты).

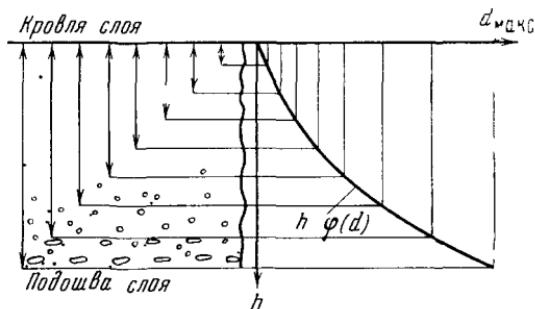


Рис. 15 Строение пласта песчаника 1 эр с фракционированной слоистостью

d_{\max} — максимальный размер частиц на расстоянии h от кровли слоя

Для объяснения природы этой зависимости была детально рассмотрена структура градационной слоистости и сформулировано следующее правило (Рац, 1963а): расстояние h , от некоторой точки внутри слоя 1 эр до кровли слоя есть функция среднего размера частиц \bar{d} в горизонтальном сечении, проведенном через взятую точку; мощность слоя M есть функция размера (наиболее крупных) частиц, залегающих в его подошве (рис. 15). Если условия формирования серии слоев 1 эр в разрезе одинаковы, то для такой серии слоев возникает связь $M = \Phi(d_{\max})$, отражающая связь $h, (\bar{d})$, характерную для каждого слоя в отдельности. Аналогичные соображения Поттер и Шайдегер (Potter, Scheidegger, 1966) положили в основу теоретического объяснения связи $M = \Phi(\bar{d})$.

Из приведенных данных следует, что связь между гранулометрическим составом и мощностью слоев прослеживается как в разрезе серии слоев, так и вдоль одного слоя. Можно предположить, что в пределах одной формации вид и параметры этой зависимости будут оставаться в среднем постоянными независимо от положения изучаемой толщи в разрезе и в плане. Для проверки этой гипотезы

зависимость $M = \varphi(\bar{d})$ была изучена для двух участков разреза терригенного флиша селетинской формации ордовика Центрального Казахстана. Изученные участки отстояли друг от друга на 4 км

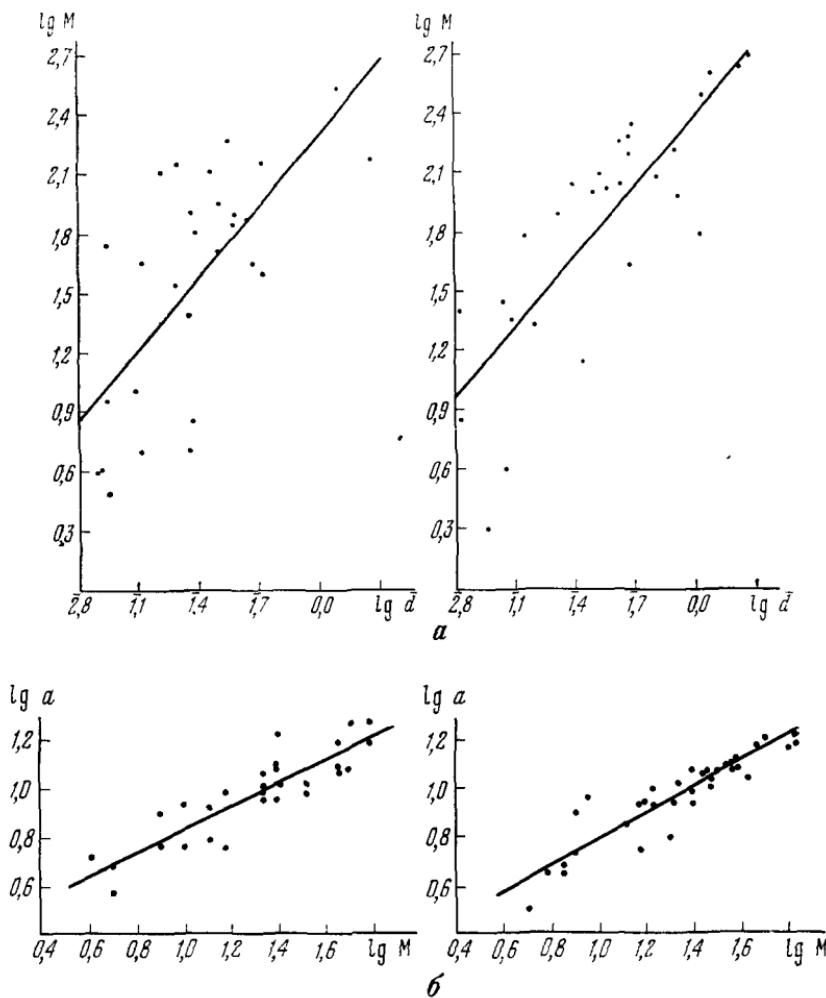


Рис. 16 Корреляционные зависимости

a — логарифм мощности M слоев песчаников 1 эр от логарифма среднего размера песчинок, *б* — логарифм расстояния между соседними трещинами a от мощности слоев песчаников M для двух разных участков

в плане и на несколько сотен метров в разрезе. Графики (рис. 16) свидетельствуют о том, что фактический материал не противоречит высказанному предположению: графики очень похожи друг на друга; ниже будут приведены результаты проверки соответствующей статистической гипотезы.

Выявленное сходство закономерностей строения флишевой толщи по разрезу и простиранию напоминает правило фаций Иностранцева — Вальтера: «только такие фации налегают друг на друга, которые встречаются рядом друг с другом». Было бы весьма заманчиво располагать такого рода правилом при изучении сложно построенных, особенно дислоцированных осадочных толщ. Однако применимость правила фаций ограничена по крайней мере в двух отношениях. Во-первых, как писал Н. Б. Вассоевич (1948б; 1950, стр. 114), геолог, применяя правило фаций, «рассматривает процесс слоеобразования не как прерывисто-непрерывный, а как неизменный во времени и непрерывный в пространстве». Вследствие этого оно оказывается неприменимым к осадкам с мутационной слоистостью. Во-вторых, правило фаций неприменимо в случаях коренной перестройки осадочного процесса во времени или пространстве, т. е. на границах формаций в понимании Н. С. Шатского. Иными словами, реальные осадочные толщи часто более неоднородны, чем им надлежало бы быть согласно правилу фаций. Эта большая неоднородность вызывается, в частности, прерывностью осадочного процесса и возможностью соседства по вертикали слоев совершенно различного состава и генезиса, непосредственные фациальные переходы между которыми невозможны, т. е. мутационной слоистостью.

Автором была предпринята попытка распространить правило фаций на осадки с мутационной слоистостью таким образом, чтобы учесть прерывистый характер осадконакопления (Рац, 1963а). Расширенное правило фаций предъявляет к осадочным толщам меньшие требования, чем классическое, и формулируется так: в разрезе осадочной толщи происходят лишь такие изменения внутренней структуры и состава слоев (ритмов) данного генезиса, которые наблюдаются в форме латеральной изменчивости этих слоев (ритмов).

Смысл расширенного правила фаций заключается в следующем. В разрезе осадочной толщи могут присутствовать слои разного состава и разного генезиса (мутационная слоистость), как, например, пирокласты и межэксплозивные накопления в вулканогенно-осадочных толщах, грубые осадки супензионных течений и накапливающийся в промежутках между ними более тонкий материал. Расширенное правило фаций утверждает, что если мысленно извлечь из разреза серию слоев одинакового происхождения (например, только пирокласты или только осадки супензионных течений), то изменчивость их по вертикали будет подчиняться законам латеральной изменчивости. При этом законы изменчивости, вообще говоря, разные для осадков различного генезиса. Для ритмично построенных толщ это правило справедливо не только для слоев, но и для ритмов. структура ритмов (мощности слоев разного состава и их соотношения) меняется в разрезе по тем же законам, как и по простиранию. Заметим в скобках, что в работе Волтона

(Walton, 1967) отмечается сходство латеральной и вертикальной последовательностей текстур в турбидитах.

К аналогичным результатам можно было бы прийти, анализируя и другие зависимости между свойствами горных пород. Так, для флиша помимо рассмотренной зависимости размера зерен и мощностей слоев 1 эр установлена зависимость между мощностью ритма в целом и составом входящих в него слоев (Афанасьев, 1961), средним размером песчинок и их сортировкой (Middleton, 1962), средней мощностью слоев, ритмов, пачек и изменчивостью мощностей по простирации (Афанасьев, 1961). Связь мощности слоев с их гранулометрическим составом характерна и для ряда других осадочных образований (Рац, 1963а). То же относится к связи сортировки с размером зерен (Рухин, 1947; Ипперт, 1949). Аллен (Allen, 1962) приводит данные о взаимосвязях между размером зерен, окатанностью, содержанием обломков, глинистого материала т. д. для красных песчаников Шропшира (Англия). Связь между изменчивостью мощностей и средними мощностями была рассмотрена в гл. II.

Подытожим сказанное применительно к флишу. В результате детальных литологических исследований выяснены основные закономерности изменчивости флишевых отложений вкрест простирации флишевого прогиба и установлено, что наблюдаемые в разрезе зависимости между различными свойствами пород могут быть использованы (на основе расширенного правила фаций) для описания изменчивости флишевых отложений в латеральном направлении. Следовательно, если бы были известны зависимости инженерно-геологических свойств флишевой толщи от состава и строения ритмов, мы смогли бы дать качественный прогноз характера изменения инженерно-геологических особенностей флиша вкрест простирации прогиба. Заметим, что исследовать изменения инженерно-геологических свойств пород в разрезе флишевой толщи значительно легче, чем непосредственно прослеживать их на больших расстояниях от кордильеры в глубь прогиба. Можно было бы, в частности, изучив указанные зависимости на участке детальных изысканий, дать прогноз изменчивости свойств пород на гораздо большей площади.

Такой прогноз осложняется тем, что рассмотренные выше закономерности обусловлены процессами осадконакопления и относятся к материалу осадка, в то время как инженерно-геологические свойства флиша в значительной мере обусловливаются процессами диагенеза, эпигенеза, складкообразования. Действительно, когда перечисленные процессы развиваются независимо от седиментационных особенностей строения толщи горных пород, рассматриваемый подход теряет смысл, и эпигенетические (в широком смысле) преобразования горных пород должны рассматриваться отдельно и на равных правах с особенностями седиментационного происхождения (Попов, 1959). Такая ситуация особенно типична для участков приконтактовых изменений осадочных пород, зон влияния раз-

рывов и т. п. Однако проявления эпигенетических процессов, носящих региональный характер, в сильной степени контролируются первичным строением и составом осадочной толщи.

При крупномасштабных исследованиях в бассейне р. Селеты (Центральный Казахстан), проводившихся автором в 1958—1961 гг., были изучены инженерно-геологические особенности селетинской терригенно-флишевой формации ордовика. Сравнение инженерно-геологических условий строительства на р. Селете с условиями строительства ряда плотин на флише (Теребля-Рикская в СССР, гидроузел им. В. И. Ленина в Румынии, плотина Бен-Метир в Тунисе) показывает, что флишевые формации характеризуются рядом общих закономерностей в пространственном распределении свойств пород.

Различие свойств 1 и 2 эр является главнейшей особенностью флиша, свойственной всем флишевым формациям. Первые элементы ритмов терригенного флиша всегда представлены прочными, «скальными» песчаниками с временным сопротивлением раздавливанию от нескольких сотен до 3 тыс. кгс/см². Высокая прочность флишевых песчаников в большинстве случаев обусловлена своеобразными эпигенетическими структурами растворения и взаимопроникновения обломочных частиц. В алевропелитах 2 эр эти структуры не отмечались. Свойства алевропелитовых слоев 2 эр широко варьируют в зависимости от возраста флиша. Так, для большинства флишевых толщ альпийских геосинклинальных областей (Карпаты, Кавказ) характерны 2 эр, сложенные «полускальными» и даже пластичными алевропелитами и глинами. Степень литификации пород 2 эр определяется их первоначальным составом: пластичными оказываются, как правило, чистые пелиты, а примеси алевритового, кремнистого и карбонатного материала резко превышают степень окаменения породы (устное сообщение С. Л. Афанасьева). Для герцинских и более древних флишевых толщ более типичны «скальные» 2 эр, которые, как правило, рассланцованны. В песчаниках 1 эр сланцеватость не встречается, а наоборот, преобладают «ооциты» (по В. В. Белоусову) трещины, перпендикулярные слоистости.

Процессы выветривания (Рац, 1963б) также по-разному влияют на породы 1 и 2 эр. В Казахстане, в частности, это проявляется в том, что в алевропелитах 2 эр механическое разрушение опережает химическое выветривание, в песчаниках же 1 эр наблюдается обратная картина. В результате физико-механические свойства песчаников в зоне выветривания варьируют значительно сильнее, чем свойства алевропелитов. Такое соотношение отмечается не только во флише, но во многих других терригенных толщах палеозоя Центрального Казахстана.

Для флиша характерна сложная дислоцированность отложений независимо от их возраста, что связано с приуроченностью флишевых формаций к предорогенной стадии развития геосинклиналей. Наконец, имеющиеся материалы позволяют предполагать, что для

большинства флишевых формаций характерна, хотя и незначительная, но крайне неравномерная водопроницаемость.

Породы 1 и 2 эр образуют закономерные сочетания — ритмы флиша. По разрезу и простиранию отмечаются значительные изменения состава и строения ритмов. Именно благодаря этой изменчивости наблюдаются отчетливые корреляционные связи строения и состава флишевых ритмов со степенью дислоцированности и анизотропности толщи, с характером рельефа местности и выветривания, с особенностями и интенсивностью трещиноватости, с водопроницаемостью. Рассмотрим эти связи подробнее.

Как известно, тонкослоистые толщи легче поддаются изгибу, чем толстослоистые, а глины деформируются легче, чем песчаники. Совместное действие этих двух факторов особенно ярко проявляется в районах, сложенных флишем. Так, наблюдения в Казахстане показали, что мощные пачки «дикого» флиша с мощностью слоев песчаника более метра и общей мощностью пачек порядка нескольких сотен метров смяты в крупные, сравнительно пологие (углы падения до 40—55°) складки с длиной полуволны порядка 3—5 км. Пачки флиша со слоями песчаников мощностью до 1 м образуют складки с длиной полуволны 200—500 м и с углами падения до 70°. Пачки типичного флиша со слоями песчаников мощностью порядка 10 см и примерно равным содержанием в разрезе песчаников и аргиллитов образуют складки с длиной полуволны 3—20 м, часто опрокинутые. Наконец, пачки субфлиша, в разрезе которых резко преобладают аргиллиты, а мощности прослоев песчаников не превышают 3—7 см, смяты в мелкие (часто меньше метра в поперечнике) складки сложных очертаний.

Только складки первых двух порядков, как правило, линейны и имеют общее простижение. Более мелкие складки обладают самыми различными формами и простирациями и часто как бы беспорядочно нагромождены друг на друга. В качественном согласии с этими наблюдениями находятся результаты экспериментов Карри и др. (Currie a. oth., 1962). На опытах с резиовыми пластинками в желатине эти авторы показали, что между длиной волн складки и мощностью жесткого слоя существует линейная связь.

Связь строения и состава флишевых ритмов с особенностями складчатости влияет на характер анизотропности толщи. Очень сложно дислоцированная тонкослоистая толща «работает» как неслоистая, изотропная. В то же время недислоцированная флишевая толща характеризуется очень высокой анизотропностью. Таким образом, степень анизотропности флишевой толщи посредством складчатости оказывается связанный с составом и строением флишевых ритмов. А именно, массивы грубого флиша оказываются более анизотропными, чем массивы тонкого флиша, причем это в равной мере относится как к первичной анизотропности, обусловленной слоистой текстурой, так и к вторичной, связанной с трещиноватостью пород: с усложнением складчатых структур резко воз-

растает изменчивость ориентировки и густоты трещин, что уменьшает анизотропность массива.

В свете изложенных соображений об анизотропности флиша обращает на себя внимание связь между выраженностю структур в рельефе, их размером и «грубостью» флиша. Выраженность структур в рельефе больше для грубого флиша, смятого в относительно крупные складки. Чем тоньше флиш, чем мельче и сложнее складки, тем хуже выражаются они в рельефе. Для очень тонкого флиша, смятого в мелкие дисгармоничные складки, структурность рельефа падает до нуля: чем более изотропен массив, тем ниже структурность рельефа.

В связи с указанными выше особенностями выветривания в более грубом флише будет прежде проявляться химическое выветривание, постепенно приводящее к разрушению массива, а в более тонком — механическое разрушение с последующим химическим выветриванием обломочного материала.

Связь строения и состава флишевых ритмов с трещиноватостью и водопроницаемостью рассматривалась автором в специальных работах (Рац, 1963б и др.), где было показано, что более грубый флиш характеризуется более редкой сетью общих трещин, обладающих большей шириной и более значительной водопроницаемостью. По данным Л. А. Молокова (1959), в карпатском флише наблюдается обратное соотношение: большей проницаемостью обладает более тонкий флиш. Однако изменение (то или иное) водопроницаемости в зависимости от строения ритмов свойственно, по-видимому, всем флишевым формациям.

Чтобы использовать перечисленные связи на практике, необходимо убедиться в том, что параметры уравнений регрессии и коэффициенты корреляции устойчивы, т. е. существенно не меняются в пределах хотя бы ограниченной площади. С этой точки зрения были изучены изображенные на рис. 16 зависимости мощности M слоев 1 эр от среднего диаметра \bar{d} зерен $M = \varphi(\bar{d})$ и расстояния между «общими» трещинами a от мощности M слоев 1 эр $a = \varphi(M)$. Оценки параметров регрессии, полученные для двух разных участков, приведены в табл. 10.

Таблица 10

Корреляционные зависимости между некоторыми свойствами песчаников селетинской терригенно-флишевой формации для двух участков

Зависимости	Створ Селетинской плотины	Пос. Гоголевка
$M = \varphi(\bar{d})$	$\lg M = 1,17 \lg \bar{d} + 2,30$ $r = 0,82$	$\lg M = 1,21 \lg \bar{d} + 2,30$ $r = 0,69$
$a = \varphi(M)$	$\lg a = 0,53 \lg M + 0,25$ $r = 0,92$	$\lg a = 0,46 \lg M + 0,37$ $r = 0,87$

Статистическое сравнение оценок параметров уравнений регрессии и коэффициентов корреляции выполнено по методике, изложенной в книге С. А. Айвазяна (1968). Согласно этой методике проведено последовательно сравнение условных дисперсий, угловых коэффициентов, свободных членов и коэффициентов корреляции одноименных регрессий по разным участкам. Гипотеза о равенстве условных дисперсий не отвергается, так как выборочное дисперсионное отношение V^2 лежит внутри интервала критических значений $V^2_{\frac{\alpha}{2}} \leq V^2_1 - \frac{\alpha}{2}$ (табл. 14-а в книге С. А. Айвазяна). Также не отвергаются и остальные гипотезы: специально вычисленные статистики

$(\hat{b}_1 - \hat{b}_2)$ при сравнении угловых коэффициентов, $b - b'$ при сравнении свободных членов, d при сравнении коэффициентов корреляции) во всех случаях оказались меньше соответствующих критических значений (kr). Результаты расчетов приведены в табл. 11.

Таким образом, имеющийся материал не противоречит гипотезе об устойчивости полученных корреляционных зависимостей.

Перечисленные связи выявлены в основном при анализе разреза флишевой толщи, в котором чередуются пачки тонкого и грубого флиша. Основываясь на расширенном правиле фаций, можно «развернуть» выявленные закономерности на площадь развития флишевой формации. Как указывалось выше, от древней береговой линии в глубь флишевого трога материал утоньшается, уменьшаются мощности слоев 1 эр и в связи с этим увеличивается относительная роль 2 эр. В этом направлении соответственно будут уменьшаться размеры и усложняться формы складок, что вызовет убывание анизотропности флишевой толщи и выраженности структур в рельфе, а также изменение характера выветривания, увеличение густоты и уменьшение ширины трещин, изменение водопроницаемости (рис. 14, б).

В заключение отметим, что как рассмотренные выше литологические закономерности, так и связи между инженерно-геологическими особенностями массивов горных пород, с одной стороны, и составом и строением слагающих их горных пород, с другой, вовсе не являются специфической особенностью флишевых толщ, хотя проявляются в них особенно ярко. Можно сослаться на ряд исследований, где аналогичные связи были выявлены в иных по генезису толщах. Так, В. Л. Комаров (1961), изучавший терригенные коллектора нефти Поволжья, указывает на связь мощностей слоев с проницаемостью, К. В. Руппенейт (1956) — на связь деформируемости и прочности песчаников Московского бассейна с гранулометрическим составом, Н. В. Разин (1948) — на связь сопротивления сдвигу поперек слоистости с процентным содержанием аргиллитов в толще переслаивающихся песчаников и аргиллитов. Число таких примеров можно умножить.

Это заставляет еще раз подчеркнуть сделанный ранее (Рац. 1962б) вывод о целесообразности использования наряду с принятым

Таблица 11

Сравнение эмпирических регрессионных зависимостей, приведенных в табл. 10

а) по величине условных дисперсий S_1^2 и S_2^2

Сравниваемые зависимости	Условная дисперсия S_1 и S_2	Дисперсионное отношение $V^2 = \frac{S_1^2}{S_2^2}$	$V^2 \frac{\sigma}{2} (\cdot)$	$V^2 \frac{1-\sigma}{2} (\cdot)$
$M = \varphi(\bar{d})$	0,210 0,154	1,35	1,94	0,51
$a = \varphi(M)$	0,0054 0,0080	1,48	1,87	0,53

б) по величине угловых коэффициентов \hat{b}_1 и \hat{b}_2

Сравниваемые зависимости	Угловой коэффициент \hat{b}	$ \hat{b}_1 - \hat{b}_2 $	kr при $P = 0,95$
$M = \varphi(\bar{d})$	1,17 1,21	0,04	0,48
$a = \varphi(M)$	0,58 0,46	0,07	1,02

в) по величине свободных членов a_1 и a_2

Сравниваемые зависимости	Сводная оценка общего углового коэффициента b	Оценка b при условии равенства свободных членов b'	$ b - b' $	kr при $P = 0,95$
$M = \varphi(\bar{d})$	1,18	1,17	0,01	0,91
$a = \varphi(M)$	0,50	5,44	4,94	116

г) по величине коэффициентов корреляции r_1 и r_2

Сравниваемые зависимости	Коэффициенты корреляции r	$Z = \frac{1}{2} \lg \frac{1-r}{1+r}$	$d = \sqrt{\frac{Z_1 - Z_2}{\frac{1}{N_1-3} + \frac{1}{N_2-3}}}$	kr при $P = 0,95$
$M = \varphi(\bar{d})$	0,82 0,69	1,15 0,83	1,14	1,96
$a = \varphi(M)$	0,92 0,87	1,59 1,30	1,11	1,96

в региональной инженерной геологии формационным подходом внутриинформационного анализа неоднородности горных пород и их парагенезов в пределах формации Региональный подход опирается на внутреннее единство, на «однородность неоднородности» формаций. При мелкомасштабном картировании и районировании, в которых используется представление о формациях как о макроскопически однородных телах, основное значение имеют осредненные для данной формации характеристики Для средне- и крупномасштабных исследований большее значение приобретают закономерности внутренней изменчивости свойств пород в пределах формаций * Таким образом, внутриинформационный анализ неоднородности наряду со ставшим уже традиционным региональным подходом позволяет подвести единую методическую основу под исследования разного масштаба (Белый, 1964) К сходным взглядам пришел, по-видимому, в последние годы и Н В Коломенский, усматривающий в закономерностях изменчивости свойств пород в пределах конкретных формаций основу для применения формационного анализа в инженерной геологии вообще

§ 9. Уплотнение горных пород с глубиной

Закономерные изменения физических свойств горных пород в вертикальном направлении, за исключением зоны гипергенеза, которую мы будем рассматривать особо, в большинстве случаев обусловлены двумя факторами: действием геофизических полей (главным образом гравитационного, в меньшей степени теплового) и изменением литологического состава пород по разрезу. Важную роль играет и возраст пород, определяющий, в частности, длительность воздействия на породы тех или иных агентов В результате возникает более или менее сложная картина изменчивости свойств пород по глубине, отражающая конкретную геологическую историю исследуемого массива.

Изменчивость, связанная с литологическим составом пород, полностью определяется особенностями исследуемых разрезов в настоящее время здесь едва ли возможны обобщения. Напротив, изменения свойств пород, обусловленные действием геофизических полей, носят более регулярный характер Типичным примером может служить гравитационное уплотнение пород, особенно глинистых, с глубиной (Вассоевич, 1955, 1960, Авчян и Озерская, 1968) Однако в реальных условиях на распределение значений физических свойств пород по разрезу влияют одновременно разные факторы Следовательно, в зависимости от местных условий эмпирически выявляемая изменчивость может варьировать от очень слож-

* Уже после сдачи рукописи этой книги в издательство автор познакомился с чрезвычайно интересной работой А И Юдкевича по четвертичным ледниково-морским отложениям севера европейской части СССР являющейся еще одним ярким примером плодотворности внутриинформационного анализа изменчивости инженерно-геологических свойств пород

ной или даже хаотической при литологически пестром разрезе до сравнительно простой в однородных мощных глинистых толщах.

Нас будет интересовать непосредственно наблюдаемая изменчивость свойств пород по разрезу. Попытаемся на конкретных примерах выяснить, в каких пределах варьирует доля случайной составляющей в общем разбросе результатов определений плотности горных пород, насколько существенны могут быть закономерные составляющие изменчивости.

Анализ результатов исследований, выполненных ранее, а также фактического материала, приведенного в работах О. А. Шванка (1948), М. С. Закашанского (1959), Е. И. Стетюхи (1964), свидетельствует, что, как правило, плотность горных пород с глубиной возрастает и соответственно уменьшается пористость, возрастают прочность и модуль деформации. При этом градиент изменения плотности с глубиной уменьшается (рис. 17).

В литературе неоднократно обсуждался вопрос о том, связано ли наблюдаемое изменение физических свойств пород непосредственно с глубиной залегания или опосредовано через глубину с возрастом пород. Рядом исследователей (Стетюха, 1964 и др.) высказана мысль, что физические свойства пород определяются главным образом (или даже исключительно) глубиной залегания. Соглашаясь в целом с этим утверждением, следует, по-видимому, уточнить его, имея в виду роль геологической истории изучаемых толщ. Породы, находящиеся в настоящее время вблизи поверхности земли, в геологическом прошлом могли погружаться на более или менее значительные глубины. При этом чем древнее породы, тем больше вероятность того, что они побывали на больших глубинах. Отсюда вытекает существование прямой корреляции между возрастом породы и ее плотностью при одинаковой современной глубине залегания.

На рис. 18 приведены результаты обработки автором данных О. А. Шванка (1948) о плотности глинистых пород плиоцена Грозненского района. Из рис. 18 видно, что плотность пород существенно зависит от глубины залегания лишь для наиболее молодых отложений (апшеронских, акчагыльских, в меньшей степени мэотических). Более древние породы (сарматские, майкопские) сохраняют в среднем стабильную плотность независимо от глубины залегания. Сопоставляя эти данные с рис. 17, легко представить себе,

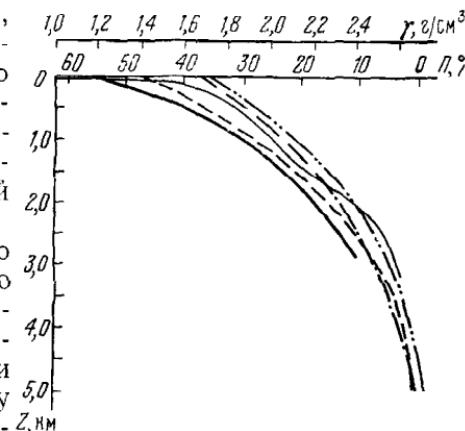


Рис. 17 Изменение с глубиной средних значений плотности γ и пористости P глинистых пород, по Г. М. Авчяну и Л. М. Озерской (1968)

что майкопские отложения в свое время погружались на более значительные глубины, чем апшеронские и акчагыльские. Если «сложить» из них нормальный разрез, то обобщенная для всего разреза кривая плотности будет близка к кривым, приведенным на рис. 17.

Показанная на рис. 17 зависимость плотности от глубины возникает, по-видимому, в случае преобладающей роли гравитационного уплотнения. Именно этот наиболее сильный и общий фактор проявляется и при осреднении данных по большим территориям, как это сделано в работах Е. И. Стетюхи, М. С. Закашанского и др. Такое осреднение, представляющее несомненный интерес для нефтяной геологии и геофизики, чрезмерно генерализует картину

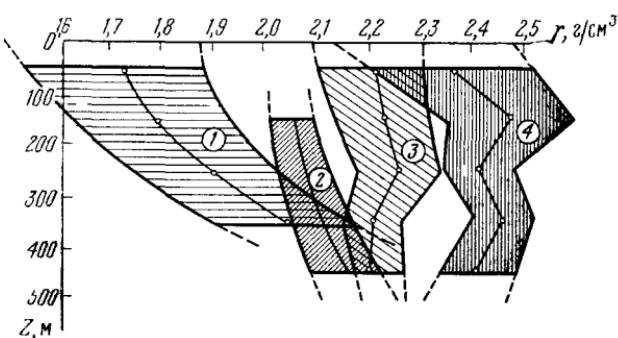


Рис. 18 Изменение с глубиной z плотности γ глинистых пород Предкавказья, по данным
О А. Шванка (1948)

1 — апшерон, акчагыл, апт, 2 — мэотис, сармат; 3 — сармат, конкский ярус, караган, чокрак, 4 — майкоп
Заштрихованы поля, содержащие 68% точек наблюдений

с точки зрения инженерной геологии. Инженера-геолога скорее интересует зависимость плотности пород от глубины залегания на ограниченных участках, где проектируются инженерные сооружения.

Идеальным объектом для исследования таких локальных зависимостей являются опорные скважины. Нами обработаны материалы по определению объемного веса терригенных пород (глин и песчаников раздельно), вскрытых глубокими скважинами в восточной части Предкавказского краевого прогиба, а именно: 1) в юго-западной части Азово-Кубанской впадины (скважины Калужская, Тимашевская, Крымская, Анастасьевская), возраст глин от мэотиса (N_1^2) до эоцена (Pg_2); 2) в северо-западной части Азово-Кубанской впадины (скважина Ново-Минская), возраст глин и песчаников от пояса (N_2^1) до верхнего мела (Cr_2); 3) на Ставропольском поднятии (скважина Ипатовская), возраст глин и песчаников от майкопа (N_2^{2+1}) до нижнего мела (Cr_1)*.

* Материалы предоставлены М. Л. Озерской (ВНИИГеофизика)

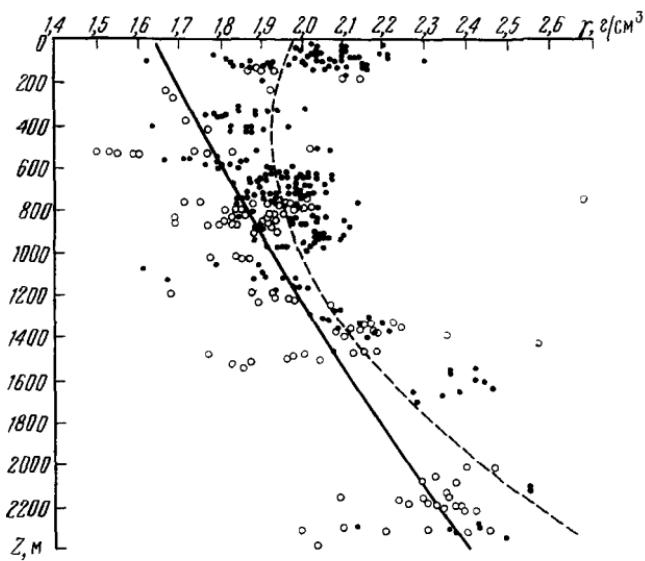


Рис 19 Изменения плотности γ глин (черные точки и пунктир) и песчаников (кружки и сплошная линия) с глубиной z по Ново-Минской скважине

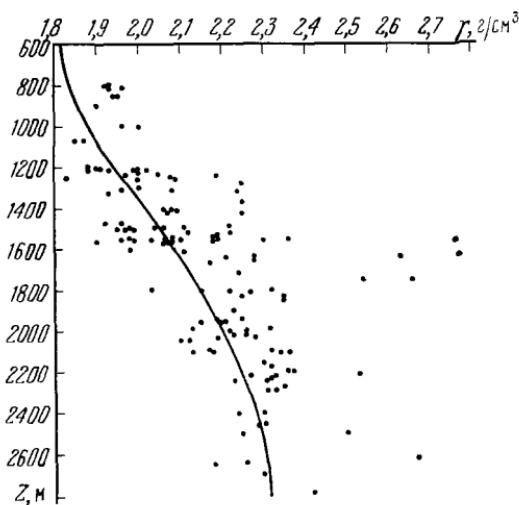


Рис 20 Изменения плотности γ глин с глубиной z по Анастасиевской скважине

Таблица 2

Изменение плотности пород с глубиной по оторвым скважинам Восточного Приморья

Номер скважины и отрывка	Номер скважины	Геологический возраст	Глубина забоя	Изменение плотности	Значение коэффициента $\frac{S_0(z=0)}{S_0} \cdot 10^3$
Батискаф Батискаф Батискаф	N ₁ -P _{S₂}	190-240	$z = 5,2 \cdot 10^{-2}$	$1 - 1,11 \cdot 10^{-2} z$	76
	N ₂ ⁽¹⁾ -P _{S₃} ⁽¹⁾	30-240	$z = 1,9 \cdot 10^{-2}$	$1 - 1,9 \cdot 10^{-2} z$	57
	N ₂ ⁽²⁾ -C ₁	0-180	$z = 1,9 \cdot 10^{-2}$	$1 - 1,9 \cdot 10^{-2} z$	89
Ангкор Ангкор Ангкор	N ₂ -N ₁	800-2800	$z = 1,56 \cdot 10^{-2}$	$1 - 1,56 \cdot 10^{-2} z$	51
	N ₂ ⁽²⁾ -C ₁	10-240	$z = 1,5 \cdot 10^{-2}$	$1 - 1,5 \cdot 10^{-2} z$	46
	N ₁ -P _{S₃}	0-1300	$z = 1,64 + 0,0002z$	$1 - 1,64 + 0,0002z +$ $+ 1,3 \cdot 10^{-2} z^2$	63
Мадагаскар Мадагаскар	N ₁ -P _{S₃}	0-1300	$z = 1,8 - 0,0001z$	$1 - 1,8 - 0,0001z +$ $+ 3,2 \cdot 10^{-2} z^2$	43
	P _{S₃} ⁽¹⁾ -C ₁	180-2000	$z = 2,30 - 0,0001z$	$1 - 2,30 - 0,0001z -$ $- 5,2 \cdot 10^{-2} z^2$	73

Зависимости плотности глин и песчаников от глубины по каждой скважине обрабатывались на ЭВМ по программе тренд-анализа, описанного в § 7. Наиболее характерные зависимости приведены на рис. 19—20. Из этих рисунков видно, что в отдельных разрезах наблюдаются более или менее существенные отличия от генерализованной зависимости, показанной на рис. 17, что подчеркивалось ранее С. П. Абрамовым (1961) на другом материале. Градиент изменения плотности глин достигает максимума то в низах разреза (Ново-Минская скважина), то в его средней части (Анастасиевская). При этом даже в одной и той же скважине зависимость оказывается существенно разной для глин и песчаников. Напомним, что, по данным Е. И. Стетюхи (1964), для глинистых пород, песчаников, мергелей и известняков Северо-Восточного Предкавказья также характерен различный вид зависимости физических свойств от глубины.

Вместе с тем выявленные зависимости в целом довольно просты и хорошо аппроксимируются кривыми второго порядка (табл. 12). Однако в отдельных интервалах глубин (например, 1600—1800 м в Анастасиевской, 1000—1200 м в Ново-Минской скважине) наблюдаются выбросы значений плотности, связанные, очевидно, с влиянием литологии. Довольно разнообразны и значения оценок тесноты связи (доли случайной составляющей), приведенные в табл. 12. Доля случайной составляющей колеблется от 25 до 95%. Условная дисперсия плотности, по имеющимся данным, может считаться независимой от глубины.

Наибольшее значение уплотнение горных пород с глубиной может иметь для шахт, глубоких карьеров и подобных им сооружений, вертикальная протяженность которых измеряется километрами. Учет же ее может оказаться полезным при вертикальной протяженности сооружений порядка десятков и первых сотен метров. На интервалах глубин, не превышающих примерно 500 м, рассмотренные зависимости в большинстве случаев могут считаться линейными.

§ 10. «Источники возмущения» в земной коре и их влияние на пространственное распределение свойств горных пород

Как показывает анализ обширного фактического материала, наиболее заметное влияние на свойства горных пород в верхней части земной коры оказывают процессы, локализующиеся вблизи а) тектонических разрывов; б) контактов изверженных и осадочных пород; в) поверхности Земли, в зоне гипергенеза. Согласно § 6, мы идеализируем перечисленные источники возмущения, полагая их плоскими. Таким образом, задача сводится к анализу зависимости свойств пород от расстояния до поверхности источника возмущения.

Влияние тектонических разрывов. Зона разрыва представляет собой в общем случае чрезвычайно сложную структуру, часто

изменчивую по простианию и падению сместителя. Изменчивость состава и свойств пород вблизи разрыва обусловлена рядом процессов, локализующихся здесь. По характеру проявления этих процессов выделяются собственно разрыв, зона дробления, зона повышенной трещиноватости, зона гидротермальной переработки (табл. 13). Кроме того, с крупными разрывами бывают связаны проявления магматизма, не нашедшие отражения в табл. 13. Проявления указанных зон зависят от типа разрывов (табл. 13).

Собственно разрыв характеризуется наличием трещины (сместителя) и, как правило, смещением по ней. Геометрически, как известно из структурной геологии, разрыв может быть описан ориентировкой сместителя, длиной его следа на поверхности земли, амплитудой и направлением смещения и т. д. Амплитуда не остается постоянной по длине разрыва, а меняется от максимума (обычно в средней части разрыва) до нуля на его концах. Параметры разрыва зачастую взаимосвязаны. Так, выявлена связь между длиной сколовых разрывов и амплитудой (Cailleaux, 1958; Рац, Чернышев, 1970), между амплитудой и величиной раскрытия главной трещины сколовых разрывов (Упир, 1958). Для Челябинского угольного бассейна, согласно А. Т. Упиру, раскрытие главной трещины в аргиллитах, алевролитах и углях имеет порядок в среднем $\frac{1}{100}$ амплитуды. В песчаниках эта зависимость не прослеживается.

Характер зоны дробления определяется типом и величиной разрыва, особенностями вмещающих пород и проявления гидротермальной и магматической деятельности, геологической историей разрыва. Для данного типа разрывов в пределах развития той или иной формации существует корреляционная связь мощности зоны дробления с амплитудой смещения и длиной разрывов (рис. 21). Проявления магматизма меняют характер зоны дробления и могут приводить к полному залечиванию ее. Вместе с тем внедрение интрузий усложняет строение массива, увеличивает его неоднородность.

Зоной влияния разрыва мы называем, по предложению А. В. Количко, зону аномального развития трещин, опережающих и оперяющих разрыв. Для зоны влияния характерно закономерное изменение параметров трещиноватости в зависимости от расстояния до разрыва. При этом в непосредственной близости от разрыва распределение расстояний между трещинами a может стать многосерийным (рис. 22). Затухание трещиноватости по мере удаления от разрывов исследовалось автором совместно с М. И. Погребисским и С. Н. Чернышевым на ряде тектонических разрывов Таджикской депрессии. Анализ графиков $a = \varphi(x)$ (рис. 23) подтвердил тенденцию к сгущению трещин у разрыва и показал, что эта

Особенности массивов горных пород вблизи тектонических разрывов

Элементы структуры зоны разрыва	Основные черты элемента	Особенности элемента структуры, обусловленные характером смещения по разрыву		
		сброс	сдвиг	надвиг, взброс
Собственно разрыв	Поверхность ослабления, резкая неоднородность массива в результате соприкосновения разных комплексов пород	Сместитель волнистый в плане и ровный по падению Приспособлен для движений по падению	Сместитель ровный по простиранию Приспособлен для горизонтальных движений по простиранию	Сместитель волнистый в плане и ровный по падению Приспособлен для движений по восстанию
Зона дробления и милонитизации	Локальная зона понижшей прочности, повышенной деформации, аномальной пропицаемости	Тектоническая брекчия, зияющие трещины, крупные полости	Милолит, глиника трещин, перемятые породы, трещины сомкнуты	Тектоническая брекчия, глиника трещин, трещины сомкнуты
Зона повышенной трещиноватости (зона влияния разрыва)	Сгущение трещин, часто возникновение нескольких новых систем трещин	Оперяющие трещины имеют то же простижение, что и разрыв	Оперяющие трещины, субвертикальные с различным простиранием	Оперяющие трещины имеют то же простижение, что и разрыв
Зона гидротермальной перегородки пород	Резкие аномалии физико механических свойств пород, обычно снижение пропицаемости	Нет данных		

Таблица 14

Зависимость расстояния между опорами разрывными трещинами от расстояния до разрыва
(район среднего и верхнего генезиса р. Вахш)

Район	Местоположение измерения	Состав и возраст пород	Установка скважины	Доля скважин с остатком максимального расстояния
Вахшский	В районе Гулакской Горы в долине р. Оси реки р. Вахш	Промежуточные V_{f_1}	$d=35,0-37,0$ $\frac{t}{\sqrt{10}}$	0,55
Лунгентский	Близ алювиальной западни в левобер. р. Оси Шар	Песчаники Кундук- Кубы; ар- шур	$d=11,0-10,0$ $\frac{t}{\sqrt{10}}$	0,45
Небоходский	Сай Гурга	Песчаники Кундук- Кубы	$d=24,3-17,5$ $\frac{t}{\sqrt{10}}$	0,45
Небоходский разрыв в участке Кундук- Кубы	Окрестности г. Нукус, левый берег р. Вахш	Песчаники Кундук- Кубы	$d=38,0-25,0$ $\frac{t}{\sqrt{10}}$	0,30

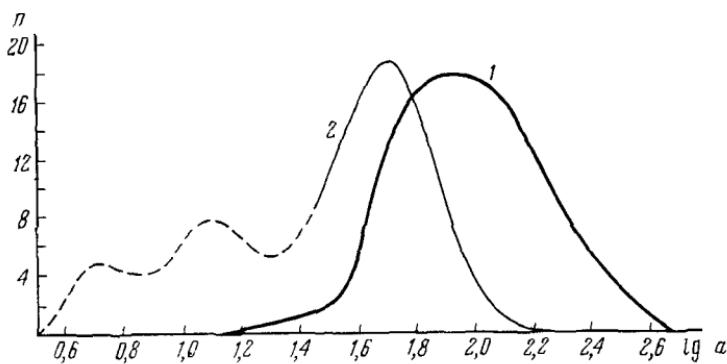


Рис. 22 Распределение расстояний между трещинами
1 — вдали и 2 — вблизи от разрыва

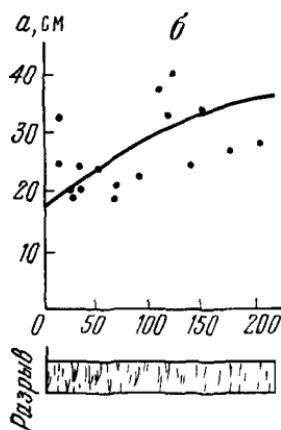
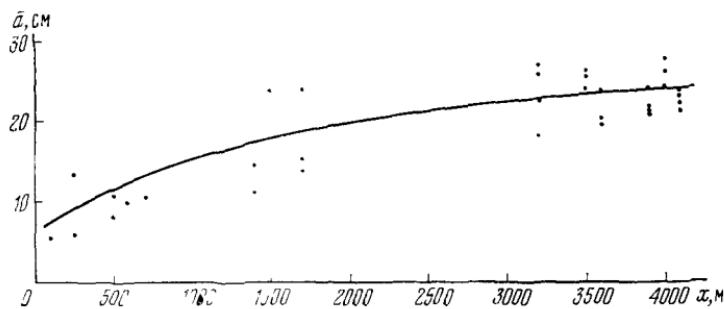


Рис. 23 Изменение средних расстояний a между соседними трещинами по мере удаления на расстояние x от разрывов

a — в гранитах у Вахшского разрыва (кишлак Тагико-Чар), 6 — в нижнемеловых песчаниках у г. Нурак

зависимость может неплохо аппроксимироваться функциями вида

$$a = b - ce^{-\frac{x}{k}},$$

где b , c и k — параметры, оцениваемые из опыта.

Им может быть придан следующий геологический смысл: b — среднее расстояние между трещинами вне зоны влияния тектонического разрыва, т. е. региональный фон, $b - c$ — среднее расстояние между трещинами в непосредственной близости от нарушения, имеющее смысл «предельной» густоты, при которой происходит слияние трещин и возникновение разрыва; k — параметр, характеризующий ширину зоны влияния разрыва.

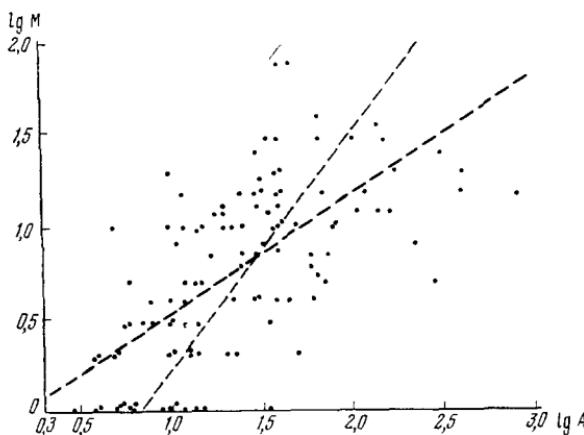


Рис. 21. Зависимость логарифма мощности M зоны дробления сбросов от амплитуды A смещения разрывов в известняках Ларошели, по Кайе (1960) с добавлениями. Показаны линии регрессии $M(A)$ и $A(M)$

Параметры b , $b - c$ и k меняются даже в пределах одного региона. Особенно это относится к параметру k , который в первую очередь определяется порядком тектонического разрыва. Величина $b - c$ является наиболее устойчивой.

Зависимость $a = \varphi(x)$ была исследована на разрывах различного размера (от мелких до региональных) в меловых отложениях и верхнепалеозойских гранитоидах восточной части Таджикской депрессии. Результаты приведены в табл. 14. Анализ фактического материала позволяет оценить уровень регионального фона, который составляет 20—50 см, а также минимальное расстояние между трещинами $b - c$, которое на различных участках колеблется в пределах 5—13 см, составляя 20—30% от регионального фона. Если договориться считать границей зоны влияния 10%-ное отклонение

густоты трещин от регионального фона, то оказывается, что мощность зоны влияния изученных разрывов варьирует от 50 до 1500 м. При этом чем крупнее разрыв, тем больше зона его влияния.

С изменением густоты трещин вблизи разрывов меняются и другие свойства пород в массиве. Так, при изучении фильтрационной неоднородности участков створов Саяно-Шушенской и Токтогульской ГЭС удалось установить закономерное уменьшение водопроницаемости по мере удаления от разрывов.

Деятельность гидротермальных вод в зонах дробления и влияния разрывов может коренным образом изменить инженерно-геологические свойства пород, приводя к залечиванию зон дробления, например, в ряде древних зон дробления на створе Токтогульской ГЭС, которые полностью залечены кальцитом, либо, наоборот, к усугублению ее аномальных свойств при каолинизации тектонической брекции и вмещающих пород. Такую картину Д. П. Прочухан отмечает в зонах разрывов на створах Усть-Каменогорской ГЭС на р. Иртыше, плотины Абитиби (Канада) и др. На рис. 24 показано влияние различных процессов гидротермальной переработки на эффективную пористость сланцев, которые в неизмененном состоянии имеют среднюю эффективную пористость 1,46% (по В. А. Королеву и др., 1968). Как видно из рис. 24, процессы карбонатизации и, возможно, окварцевания снижают эффективную пористость, в то время как процессы эпидотизации, хлоритизации и особенно альбитизации приводят к ее заметному возрастанию.

Изменение свойств горных пород под влиянием гидротермальных процессов развивается в пространстве неравномерно. В довольно обычных случаях, когда каналы фильтрации гидротермальных растворов локализованы, наблюдается отчетливое затухание влияния гидротерм по мере удаления от «источника». Возникающее при этом распределение физических свойств пород весьма напоминает распределение приразрывных трещин. Так, на рис. 25 показаны зависимости плотности и эффективной пористости гранитов Бегара (Таджикистан), подвергшихся гидротермальной переработке, от расстояния до рудоподводящего разрыва (график построен по данным Ю. А. Розанова).

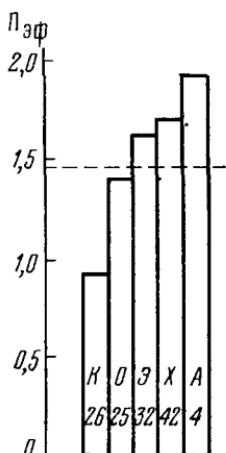


Рис. 24 Изменение эффективной пористости $\Pi_{\text{эф}}$ сланцев под действием различных гидротермальных процессов, по А. В. Королеву и др. (1968)

К — карбонатизация, О — окварцевание, Э — эпидотизация, Х — хлоритизация, А — альбитизация. Числа внизу — количество исследованных проб. Пунктир — среднее значение эффективной пористости для неизмененных сланцев

Зависимости эффективной пористости $\Pi_{\text{эф}}$ и плотности γ от расстояния x до разрыва неплохо аппроксимируются экспонентами (табл. 15).

Таблица 15

Зависимости эффективной пористости $\Pi_{\text{эф}}$ и плотности γ гранитов, подвергшихся гидротермальной переработке, от расстояния x до подводящего канала

Показатели	Крыло разрыва	Уравнение регрессии	Поля случайной составляющей разброса данных
Эффективная пористость	Северное	$\Pi_{\text{эф}} = 1,0 + 1,3e^{-0,025x}$	0,67
	Южное	$\Pi_{\text{эф}} = 1,0 + 1,3e^{-0,06x}$	0,75
Плотность	Северное	$\gamma = 2,64 - 0,07e^{-0,008x}$	0,83
	Южное	$\gamma = 2,64 - 0,07e^{-0,041x}$	0,52

Свободные члены и коэффициенты при e^x подогнаны так, чтобы была возможна четкая геологическая интерпретация результатов.

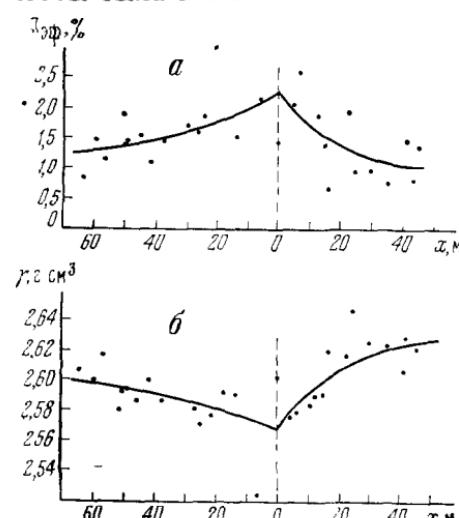


Рис. 25. Изменение эффективной пористости $\Pi_{\text{эф}}$ (а) и плотности γ (б) гранитов Бегара в зоне гидротермальной переработки, по данным Ю. А. Розанова. Прерывистая линия — положение рудоподводящего разрыва

Мощность зоны влияния и зоны дробления разрывов обычно уменьшается вместе с затуханием амплитуды смещения от средней части разрыва к его концам. Таким образом, в целом для зон

искусственно полученное попарное равенство свободных членов и коэффициентов позволяет трактовать их так: 2,64 и 1,0 — средняя плотность и эффективная пористость гранитов, не затронутых гидротермальной переработкой; 2,64 — $-0,07 = 2,57$ и $1,0 + 1,3 = 2,3$ — средняя плотность и пористость максимально переработанных гранитов.

В результате гидротермальной переработки вместе с физическими характеристиками изменяются механические свойства пород. Так, по данным Ю. А. Розанова (1968), серпентинизация и альбитизация снижают модуль упругости, а скарнирование и лиственитизация повышают его, что объясняется минеральными новообразованиями.

разрывов характерно направленное изменение свойств пород от сместителя к периферии и от средней части разрыва к его краям по простиранию и падению сместителя.

Влияние контактов изверженных и осадочных пород. В этом отношении наиболее характерные результаты получены при исследованиях участка строительства Усть-Илимской ГЭС (Чернышев, 1963; Rats, Chernayshov, 1967). Толстомысовская трапповая интрузия, слагающая основание гидроузла, представляет собой гипабиссальное пластовое тело, залегающее в толще перемежающихся песчаников, алевролитов и аргиллитов континентальной угленосной формации карбона. Осадочные породы залегают почти горизонтально. Интрузия вскрыта и частично срезана эрозией в долине Ангары. Дифференциация траппов в теле интрузии незначительна и не оказывает существенного влияния на свойства пород в массиве. Зато характер и интенсивность контракционной трещиноватости претерпевают значительные изменения в пространстве, что заметно сказывается и на проницаемости траппов.

Пространственная изменчивость параметров контракционных трещин определяется условиями застывания магмы при активном механическом взаимодействии с вмещающими породами («рамой», по А. А. Полканову). Если бы растрескивание происходило под действием одних внутренних сил растяжения, возникающих в раскристаллизованной интрузии по мере ее остывания вне каких-либо внешних силовых полей, то возникли бы более или менее изометричные блоки, разделенные трещинами. Наложение на этот процесс силы тяжести приводит к возникновению шестиугранной столбчатой отдельности (изометричной в плане), свойственной эффузивам. В рассматриваемом случае действуют еще и горизонтальные силы от давления вмещающих пород (рамы). Возникают четырехгранные в плане, близкие к параллелепипедальной форме отдельности, расчлененные сетью из трех ортогональных систем трещин. Такая картина наблюдается в центральной части тела интрузии. Ближе к контактам, где остывание шло быстрее и неравномернее (образовывались микрокристаллические долериты с порфировой структурой) и сопровождалось динамическим воздействием со стороны еще подвижной массы внутренней части интрузии, ортогональность нарушается, трещины располагаются гуще и беспорядочнее. Сходным образом характер трещиноватости изменяется при переходе от участка с повышенной мощностью интрузии к местам выклинивания силла, где мощность его снижается.

Логично предположить, что в этих же направлениях будет изменяться и трещинная проницаемость траппов. Эта гипотеза была проверена путем обработки материалов опробования откачками и нагнетаниями в скважины более 500 десятиметровых интервалов. На рис. 26 по вертикальной оси отложено расстояние от контакта интрузии (внизу) с вмещающими осадочными породами (наверху), а по горизонтальной оси — логарифм коэффициента фильтрации. Как видно из графика, водопроницаемость имеет максимальное

значение у контакта и постепенно уменьшается в обе стороны от него до значений, свойственных не измененным приконтактовыми процессами осадочным и изверженным породам. В приконтактовой зоне водопроницаемость характеризуется средним значением $K = 0,8$ м/сутки. В сторону осадочных пород она уменьшается на протяжении 20 м до значений порядка $K = 0,1$ м/сутки и далее остается постоянной. В сторону изверженных пород водопроницаемость уменьшается на протяжении 15—20 м почти до нуля, причем одновременно убывает дисперсия проницаемости.

По оценкам С. Н. Чернышева, доля случайной составляющей изменчивости достигает 74% в экзо- и 28% в эндоконтакте.

Геометрически подобная картина наблюдается в эфузивных и туфогенных толщах. Например, при разработке артикских туфов в качестве строительного камня выявлено закономерное уменьшение прочности с удалением от подошвы и кровли слоя (рис. 27). Это, вероятно, связано со скоплением здесь в период остывания породы летучих компонентов, увеличивающих пористость.

Изменчивость свойств горных пород в зоне гипергенеза. Большинство задач технической геологии связано с исследованиями свойств пород на относительно небольших глубинах. Это особенно характерно

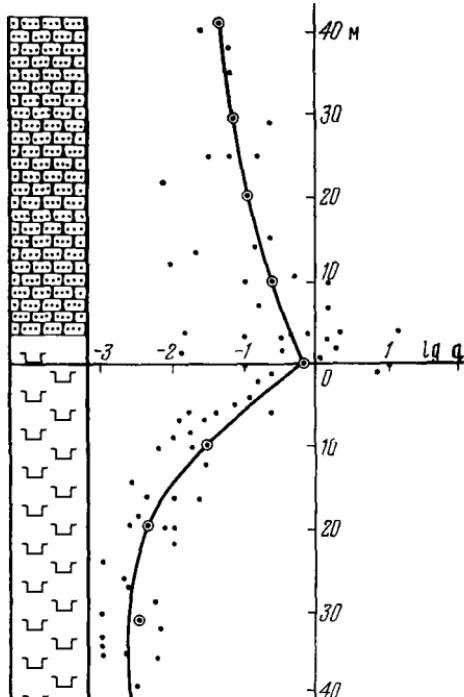


Рис. 26 Распределение логарифмов удельных водопоглощений q в трапах и вмещающих породах вблизи их контакта на участке створа плотины Усть Илимской ГЭС, по С. Н. Чернышеву (упрощенно)

для инженерной геологии, где изучаются свойства пород и условия возведения инженерных сооружений на глубинах, редко превышающих сотни метров, а чаще не выходящих за пределы десятков метров. На таких глубинах особое значение приобретает неоднородность свойств пород, обусловленная близостью дневной поверхности. Толщи горных пород на указанных глубинах образуют своего рода переходный слой у внешней границы литосферы, обладающий весьма своеобразными свойствами.

Специфическая роль поверхности Земли в формировании литосферы обусловлена тем, что вблизи поверхности локализуются важнейшие процессы образования и преобразования минеральных

масс: литогенез осадочных пород и гипергенез. Вклад литогенеза в формирование неоднородности был рассмотрен в § 8 и 9. Здесь мы остановимся на влиянии процессов гипергенеза, т. е. в основном процессов, связанных с аномальным полем естественных напряжений вблизи дневной поверхности и с выветриванием.

Особенности поля напряжений вблизи поверхности Земли обсуждаются довольно давно, особенно в связи с так называемыми «трещинами разгрузки» или «отпора». Некоторые исследователи

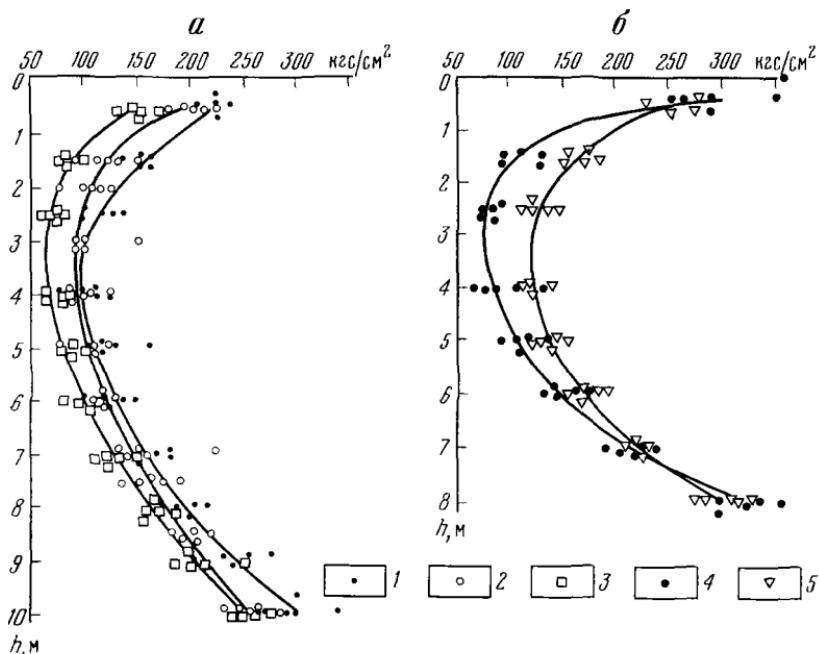


Рис. 27. Изменение прочности R арктических туфов по глубине пластов h , по Ф. А. Амбарцумяну (1967)

1 — карьер 11; 2 — карьер 1, 3 — карьер 6, 4 — карьер 13,
5 — карьер 12

склонны объяснить возникновение трещин разгрузки снятием давления вышележащих толщ, срезаемых процессами эрозии и денудации. Действительно, известно, что при снятии напряжений в теле за счет высвобождения накопленной ранее упругой энергии могут образоваться трещины.

Рассмотрим, могут ли образоваться трещины разгрузки за счет высвобождения упругой энергии, накопленной в массиве горных пород в период его нахождения на значительных глубинах или в период имевших место в геологическом прошлом интенсивных тектонических деформаций. Время релаксации напряжений в литифицированных горных породах составляет величину порядка сотен и тысяч лет (Гутенберг, 1963; Магницкий, 1966). Время же, необхо-

димое для удаления более или менее значительной толщи горных пород с поверхности Земли процессами эрозии и денудации, зарядомо больше даже в условиях активного воздымания территории. Поэтому трудно ожидать, чтобы запас упругой энергии в массивах горных пород, выведенных на дневную поверхность со значительных глубин, мог быть сколько-нибудь велик.

Это обстоятельство дает основание полагать, что так называемые трещины разгрузки своим возникновением обязаны скорее

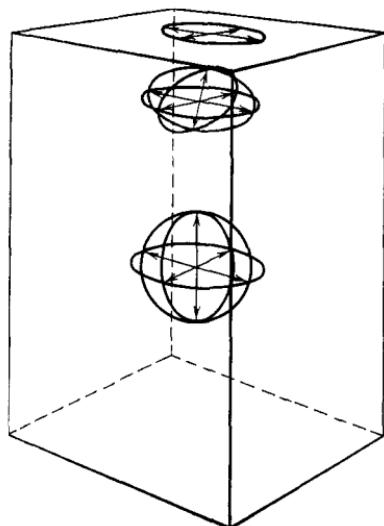


Рис. 28. Изменение поля напряжений в массиве горных пород у дневной поверхности, по Кислингеру (Kislingger, 1958)

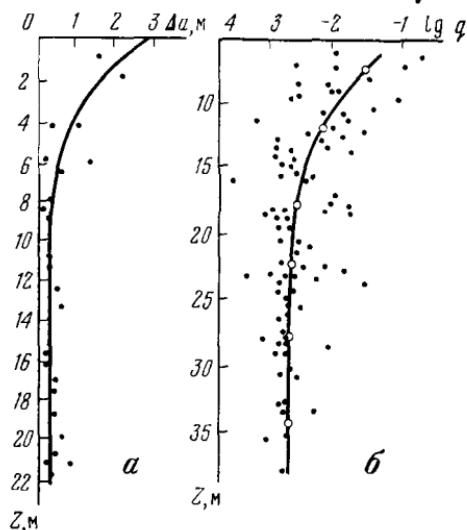


Рис. 29 Изменение свойств горных пород с глубиной в зоне гипергенеза под действием процессов разгрузки
— средняя ширина D трещин в песчаниках и алевролитах ордовика Центрального Казахстана, β — логарифм удельного водопоглощения q гранитов в основании Печарского гидроузла, по С. Н. Чернышеву

потере устойчивости массива под действием современных параллельных свободной поверхности сжимающих напряжений, показанных на рис. 28, чем процессу разгрузки, который является скорее «катализатором» возникновения разрыхленной зоны вблизи дневной поверхности.

Аналогичная картина наблюдается вблизи крутых бортов речных долин и вблизи горных выработок, отличаясь в последнем случае меньшим масштабом. Выделяемая вокруг горных выработок зона повышенных напряжений, известная в горном деле под названием «несущего кольца», возникает благодаря тому, что в тыловой части потерявшего устойчивость слоя должны повыситься сжимающие напряжения.

Таким образом, в результате изменений поля напряжения вблизи свободной поверхности могут формироваться новые

трещины и интенсивно преобразуются (главным образом приоткрываются) ранее существовавшие. С глубиной анизотропия поля напряжений снижается, затухают и процессы разгрузки. Это естественно приводит к закономерному изменению свойств пород по глубине (рис. 29). По оценкам С. Н. Чернышева (1965) и Л. А. Ароновой (1970), специально изучавших пространственное распределение водопроницаемости трещиноватых пород в зоне гипергенеза, доля случайной составляющей общего разброса данных колеблется от 50 до 100% в зависимости от конкретных геологических условий, достигая максимума на участках с наиболее интенсивными тектоническими дислокациями.

Своеобразно влияние дневной поверхности на свойства вулканогенных пород. Так, в артикских туфах Армении наблюдается (рис. 30) явственное затухание трещиноватости от кровли к подошве слоя, объясняемое более быстрым остыванием и соответственно более интенсивным растрескиванием у дневной поверхности (Амбарцумян, 1967).

Геометрически аналогично проявляются и процессы выветривания, выражющиеся в растрескивании и разрушении породы с резким возрастанием удельной поверхности, а также в комплексе

физико-химических процессов, преобразующих вещественный состав породы и ее свойства как материала (рис. 31). Выветривание обладает резко выраженной избирательностью, поэтому описанная схема проявляется по-разному в зависимости от состава и структуры исходных пород, их первичной трещиноватости и т. д. Более сложное распределение свойств пород по глубине, показанное на рис. 32, можно интерпретировать как результат совместного действия процессов разгрузки и выветривания. Характерно, что эти процессы быстро затухают с глубиной.

В зоне гипергенеза ярко проявляется уже отмеченная зависимость степени неоднородности от степени гармонии, достигнутой к данному моменту между породой и условиями ее существования. И материнская порода, и элювий относительно однородны. Наибольшая неоднородность свойственна переходным разностям. В ряде случаев это выражается в росте дисперсии свойств с уменьшением глубины залегания (табл. 16). Статистическая значимость различия дисперсии проверялась с помощью критерия Фишера: гипотеза $H_0: S_1^2 = S_2^2$ во всех случаях была отвергнута на 5%-ном уровне значимости.

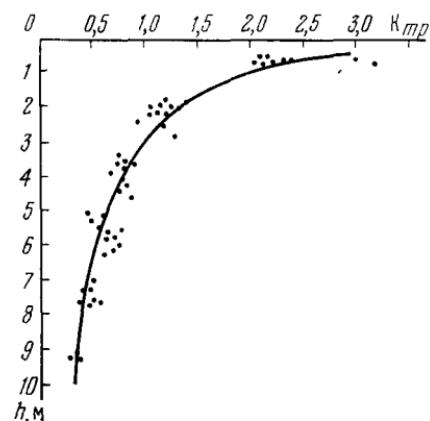
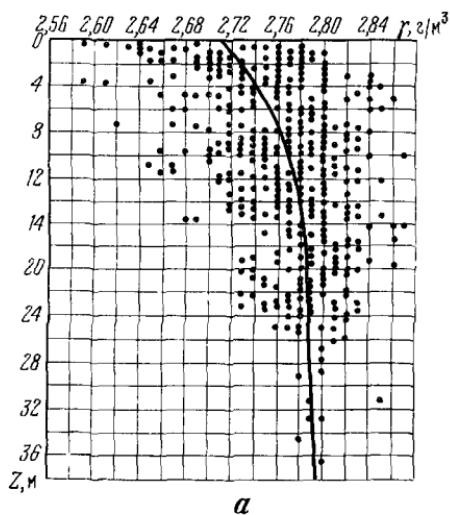
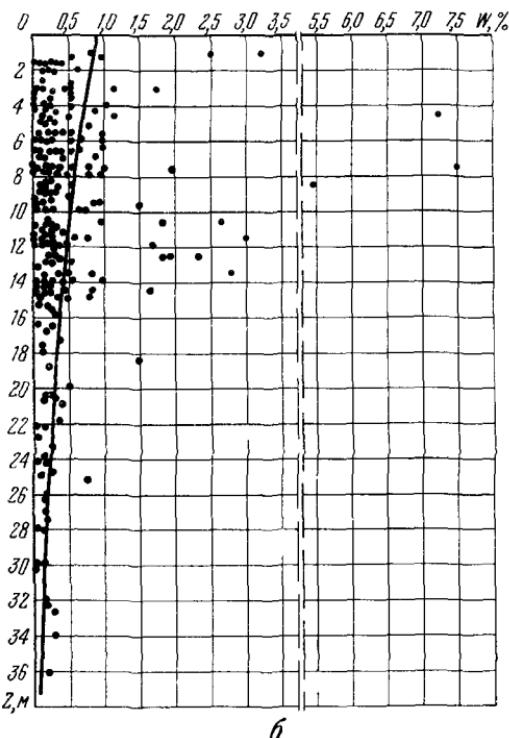


Рис. 30. Изменение относительной густоты трещин K_{tr} по глубине h пласта артикских туфов, по Ф. А. Амбарцумяну (1967)



a



b

Рис. 31. Изменение свойств горных пород с глубиной Z под действием процессов выветривания в образцах ордовикских песчаников Центрального Казахстана

a — плотность γ , *б* — свободное водопоглощение W

Иная картина складывается в областях развития мощных древних кор выветривания, например в Казахстане. Толща элювия, слагающего кору выветривания, находится в равновесном состоянии, поэтому направленное изменение свойств пород по глубине здесь может отсутствовать. Однако в подошве коры выветривания все же имеется переходная область, где должны проявляться намеченные выше закономерности.

В отличие от процессов, обусловленных анизотропией поля напряжений вблизи дневной поверхности, процессы выветривания ин-

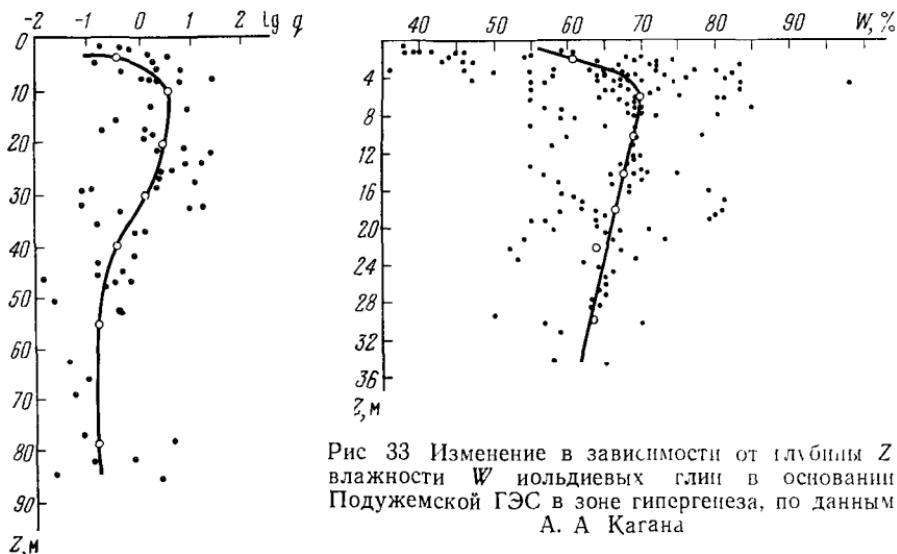


Рис 33 Изменение в зависимости от глубины Z влажности W ильдиевых глин в основании Подужемской ГЭС в зоне гипергенеза, по данным А. А. Кагана

Рис 32 Изменение по глубине Z логарифма удельного водопоглощения q каменноугольных песчаников и алевролитов на участке створа Усть-Илимской ГЭС как пример совместного действия процессов разгрузки и выветривания, по С. Н. Чернышеву

тенсивно проявляются и в нелитифицированных горных породах, особенно глинистых, где также возникает закономерное изменение свойств с глубиной. При этом в ряде случаев вместе с изменением средних значений свойств пород изменяется также их дисперсия, примером чего может служить рис. 33, на котором разброс точек с глубиной убывает.

Существенное влияние на распределение свойств горных пород вблизи поверхности Земли оказывает уровень подземных вод. Это особенно заметно в глинистых породах и в зоне интенсивного химического выветривания скальных пород. Показательный пример приводят Раддок (Ruddock, 1967), изучавший гранулометрический состав элювия филлитов и гранитов в Гане. Суммарное содержание фракций $<0,2$ и $<0,002$ мм уменьшается с глубиной одинаково и в элювии гранитов, и в элювии филлитов вплоть до зеркала подземных вод, ниже которого обнаруживается четкое различие

Таблица 16

Изменение дисперсии свойств пород по глубине в ордовикских песчаниках Центрального Казахстана

а) Водопоглощение W , %

Интервал глубин, м	Число определений n	Оценка среднего \bar{W}	Оценка дисперсии S^2	Проверка гипотезы H_0	
				$F = \frac{\bar{S}_1^2}{\bar{S}_2^2}$	$F_{0,05}(\nu_1, \nu_2)$
0—10	108	0,59	1,29	2,8	1,30
10—20	74	0,52	0,46	23	1,55
20—38	29	0,16	0,02		

б) Объемный вес γ , г/см³

Интервал глубин, м	Число определений n	Оценка среднего $\bar{\gamma}$	Оценка дисперсии	Проверка гипотезы H_0	
				$F = \frac{\bar{S}_1^2}{\bar{S}_2^2}$	$F_{0,05}(\nu_1, \nu_2)$
0—10	195	2,75	0,003	1,5	1,0
10—20	141	2,78	0,002	3,3	1,4
20—46	68	2,78	0,0006		

элювия гранитов и филлитов по этому признаку (рис. 34). Это различие, несомненно, объясняется особенностями выветривания пород разного состава в зоне аэрации и ниже уровня подземных вод.

Весьма своеобразная картина пространственного распределения свойств пород возникает в бортах речных долин. Это связано как с влиянием рассмотренных выше процессов разгрузки, так и с воздействием на породы фильтрационного потока подземных вод. Последний фактор особенно ярко проявляется в растворимых породах. Рассмотрим примеры изменчивости водопроницаемости в карстующихся породах.

Основные закономерности развития карста выявлены фундаментальными трудами Д. С. Соколова (1962 и ранее). Согласно Д. С. Соколову, процессы карстообразования вблизи речных долин интенсифицируются в зонах сезонного колебания уровня подземных вод и полного насыщения в сфере дренирующего влияния реки. Результаты статистической обработки результатов опытно-фильтрационных работ по участку створа Зубцовского гидроузла на р. Вазузе не противоречит этой точке зрения («Закономерности...», 1969). Как видно из рис. 35, наряду с увеличением проницаемости у поверхности Земли, здесь вблизи долины наблюдается повышенная проницаемость в интервале глубин на абс. отм. 140—155 м, охватывающем зоны колебания уровней и полного насыщения. Статистическая гипотеза о равенстве средней проницаемости

по интервалам глубин на абс. отм. 169—174, 155—169, 140—155 и 132—140 м проверялась с помощью критерия Стьюдента и была отвергнута на 5% -ном уровне значимости. Не противоречит факт-

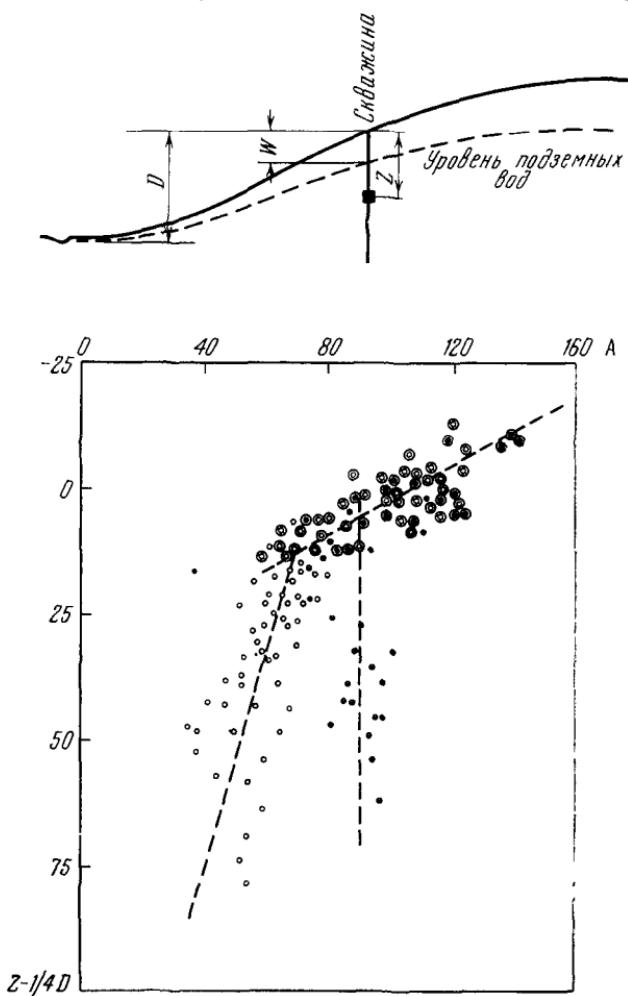


Рис. 34. Изменение содержания мелкозема А (суммарного содержания фракций $< 0,2$ и $< 0,002$ мм) в элювии фyllитов (точки) и гранитов (кружки) по глубине ниже уровня подземных вод. Двойные кружки — то же в зоне аэрации, по Раддоку

там также затухание проницаемости с удалением от реки (рис. 35), причем зона повышенной проницаемости с удалением от реки выклинивается.

Закономерности пространственного распределения проницаемости известняков на участке Зубцовского гидроузла хорошо объяс-

няются геологическими факторами: по мере приближения к поверхности Земли и к долине реки проницаемость возрастает в связи с действием процессов разгрузки и увеличением скорости фильтрации подземных вод, интенсивно растворяющих трещиноватые известняки.

Сходная картина наблюдается и на участке развития массивных известняков в районе строительства Чарвакской ГЭС на р. Чирчик.

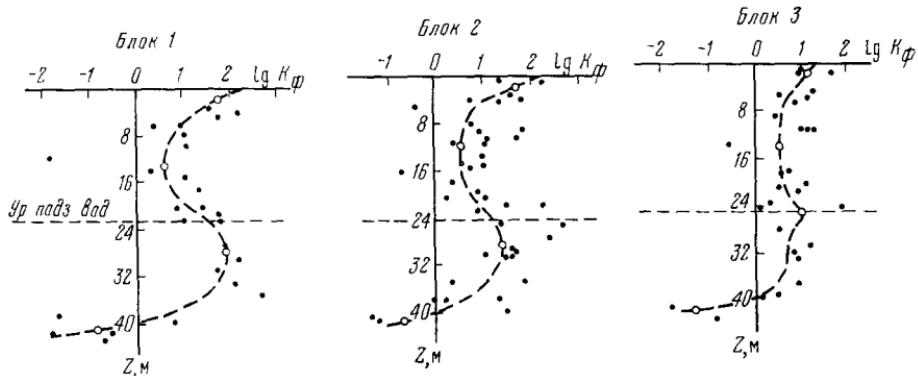


Рис. 35. Изменение логарифма коэффициента фильтрации K_ϕ по глубине в толще растворимых известняково-мергелистых пород каширского горизонта

(C_2^{ks}) на участке Зубцовского гидроузла

Графики характеризуют интервалы расстояния от реки: блок 1 — 0—125 м, блок 2 — 125—250 м, блок 3 — 250—350 м

Но в отличие от предыдущего примера интервал глубин с аномально высокой водопроницаемостью прослеживается здесь лишь в верхней части зоны полного насыщения, что объясняется, по-видимому, быстрым врезанием долины реки, опережающим процессы карстообразования.

§ 11. Развитие неоднородности при изменении условий существования горной породы

Чтобы объяснить проанализированные в § 8—10 закономерности пространственного распределения свойств пород, было бы желательно в дополнение к качественному анализу, проведенному в § 6, количественно характеризовать процессы формирования неоднородности горных пород в ходе геологической истории. Сложность и многообразие возникающих при этом задач таковы, что в настоящее время можно в лучшем случае наметить некоторые подходы к их решению. Рассмотрим с этой точки зрения вопрос о преобразовании неоднородности горной породы по какому-либо свойству на одном из этапов петрогенеза. Было бы очень интересно, учитывая своеобразие этой закономерности и ее практическое значение, выяснить, в частности, чем обусловлено изменение дисперсии пород по разрезу. Следовательно, нас будет

интересовать изменение степени локальной неоднородности горной породы*.

Необходимо сразу подчеркнуть, что решение даже такой относительно узкой задачи немыслимо выполнить в полном объеме, отправляясь от тех тончайших физико-химических процессов, которые сопровождают изменение свойств горных пород. Более того, привлечение физико-химических соображений попросту исключает возможность постановки такой задачи: природа различных свойств горных пород различна; процессы, характерные для разных этапов петрогенеза, тоже различны. Следовательно, если ставить вопрос об изменении степени неоднородности свойств пород в течение одного (все равно какого) этапа петрогенеза, то необходимо сразу отказаться от попыток построить модель, отражающую физико-химическое существование рассматриваемых процессов. Более того, мы вынуждены отказаться вообще от учета какой бы то ни было специфики конкретных свойств пород и стадий петрогенеза. Таким образом, наша задача будет сводиться к довольно абстрактной схеме, суть которой состоит в следующем.

Наиболее общая геологическая закономерность изменения степени неоднородности свойств породы в пределах одного этапа петрогенеза заключается в том, что степень неоднородности отражает степень соответствия свойств и состояния породы, с одной стороны, и условий ее существования — с другой (см. § 6). При этом мы рассматриваем горную породу не как застывший, неподвижный атрибут «мертвой» природы, а как живой, изменчивый, развивающийся. Тогда, основываясь на втором начале термодинамики, можно утверждать, что, находясь длительное (геологически длительное!) время в неизменных условиях, порода будет становиться более однородной. Наоборот, при резком изменении внешних условий вместе с соответствующим изменением свойств породы будет увеличиваться и степень ее неоднородности.

Итак, представим себе следующую ситуацию: длительно существующие условия резко изменились и относительно однородная порода, устойчивая в прежних условиях, начала изменять свое строение и свойства, приспосабливаясь к новым условиям существования. Если вновь возникшие условия будут сохраняться достаточно долго, порода перейдет в новую модификацию, устойчивую в этих новых условиях. Наиболее ярким и практически важным — с точки зрения рассматриваемых приложений — примером такой эволюции может служить переход, осуществляющийся в зоне выветривания от материнской породы к элювию, что иллюстрировалось выше конкретными примерами (табл. 16).

Таким образом, мы хотим построить математическую модель эволюций некоторого свойства породы L , которое в начальный мо-

* В инженерной геологии задача такого рода рассматривалась (Е. Н. Коломенский, 1968). Результатом явилась модель процесса уплотнения осадка (породы), приводившая к неограниченному росту дисперсии плотности.

мент времени t_1 характеризуется средним значением \bar{L}_1 и дисперсией σ_1^2 , а в конечный момент времени t_2 — средним \bar{L}_2 и дисперсией σ_2^2 . Предполагается, что переход от \bar{L}_1 к \bar{L}_2 осуществляется монотонно и непрерывно, причем дисперсия L сначала возрастает от σ_1^2 до σ_{\max}^2 , а затем убывает до σ_2^2 . В каждый фиксированный момент времени t_k свойство породы L_k полностью характеризуется условной функцией распределения $P(L_k < \lambda_k | t = t_k)$, или соответствующей плотностью вероятности

$$f(\lambda_k) = f(\lambda / t = t_k). \quad (11.1)$$

Тогда поставленная задача сводится на модели к изучению многомерной плотности вероятности

$$f(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{g-1}, \lambda_g), \quad (11.2)$$

где индексы 1, 2, ..., $g - 1$, g — последовательные моменты времени, или к изучению случайного процесса $L(t)$. Для простоты ограничим класс рассматриваемых случайных процессов. Допустим, что процесс $L(t)$ относится к классу марковских процессов*. По определению марковского процесса имеем

$$f(\lambda_k | \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{k-1}) = f(\lambda_k | \lambda_{k-1}). \quad (11.3)$$

Это значит, что в принятой модели распределение случайной величины L в любой момент времени t_k зависит только от величины L в предыдущий момент времени t_{k-1} и не зависит от предшествовавшей истории.

Из определения (3) вытекает, что марковский процесс полностью характеризуется двумерным распределением $f(\lambda_{k-1}, \lambda_k)$, заданным для любых моментов времени t_{k-1} и t_k . При этом обычно полагают, что условная двумерная плотность вероятности $f(t_{k-1}, \lambda_{k-1}, t_k, \lambda_k)$ удовлетворяет некоторым дифференциальным уравнениям. В частности, при достаточно общих условиях плотность $f(t_{k-1}, \lambda_{k-1}, t_k, \lambda_k)$ удовлетворяет известному уравнению Колмогорова. Чтобы в явном виде найти функцию распределения $P(L_k < \lambda_k)$, пользуясь уравнением Колмогорова, необходимо задать математическое ожидание L и его дисперсию как функции времени, а также начальные и граничные условия.

Так как в настоящее время мы не можем выполнить эти требования (для этого следует экспериментально изучить процессы петрогенеза), вряд ли целесообразно стремиться к аналитическому решению, и мы ограничимся численным решением задачи на ЭВМ. В основе расчетов лежит следующая разработанная автором урновая схема процесса. Опишем ее, полагая ради краткости исходную породу идеально однородной. Представим себе ряд урн,

* Общие сведения о марковских процессах имеются в работе Феллера (1964). В геологии модели марковских процессов использовались неоднократно

имеющих номера $0, 1, 2, \dots, k, \dots, g$. Введем соответствие между номером урны и величиной показателя исследуемого свойства горной породы. Для этого весь интервал возможных значений L от L_0 , отвечающего материнской породе, до L_g , отвечающего конечному состоянию породы, которое предполагается известным, разобьем на g отрезков. Каждому отрезку оси L в интервале $(L_0 - L_g)$ поставим в соответствие урну с номером, отвечающим номеру отрезка. Представим себе далее, что в начальный момент времени t_0 все перенумерованные шары находятся в урне с номером 0. Имеется, кроме того, отдельная урна с билетами, на которых написаны номера шаров. Вытащив наугад билет из этой урны, перемещаем шар с соответствующим номером на одну урну вправо, т. е. из нулевой урны в первую. Билет с номером шара возвращаем на место. Перемешав билеты, извлекаем следующий, и соответствующий шар перемещаем на одну урну вправо. Билет возвращаем и возобновляем процедуру.

Интуиция подсказывает, что после достаточно большого числа повторений этих операций шары, перемещаясь слева направо, заполнят ряд урн. Когда основная масса шаров передвинется вправо, число урн с шарами начнет сокращаться: вынимая билет с номером шара, находящегося в последней урне, мы уже не будем перемещать его. Чем больше шаров окажется в последней урне, тем больше времени понадобится, чтобы переместить в нее еще хотя бы один шар (большая часть вынимаемых билетов будет иметь номер шара, уже находящегося в последней урне). Таким образом, в отличие от начальной фазы процесса, затухать он будет замедленно.

Реализация такой процедуры даст ряд гистограмм распределения шаров по урнам, или распределения свойства породы L по отрезкам, для последовательных моментов времени. Рассматривая этот ряд, мы можем получить достаточно полное представление об интересующем нас процессе.

Изложенная процедура реализована на БЭСМ-4М с помощью программы, составленной А. М. Комаровым. Моделировалось изменение плотности горных пород в зоне разгрузки и выветривания при различных условиях. Рассмотрим полученные результаты.

На рис. 36 приведены результаты моделирования изменения во времени плотности γ первоначально идеально однородной породы: $L_0 = \gamma_0 = 2,80 \text{ г}/\text{см}^3$; $\sigma_0^2 = 0$. В качестве конечного продукта процесса принята также идеально однородная порода: $L_g = \gamma_g = 2,20 \text{ г}/\text{см}^3$; $\sigma_g^2 = 0$. Промежуточные состояния породы моделировались набором из 59 урн с номерами от 279 до 221. Начальному и конечному состоянию отвечали соответственно урны с номерами 280 и 220. На рис. 36 представлены вычисленные в соответствии с описанным выше алгоритмом 14 последовательных «мгновенных снимков» процесса, сделанных через равные промежутки времени. Между каждым «снимком» происходило 300 перемещений шаров.

Как видно из рис. 36, среднее значение плотности γ (средний номер урны из числа урн с шарами) убывает от 2,80 до 2,20 г/см³ сначала линейно, а в конце процесса замедленно. Среднеквадратичное отклонение плотности σ быстро возрастает в начальной фазе процесса, затем растет квазилинейно и, достигнув максимума ($\sigma_{\max} = 0,21$ г/см³ при $\bar{L} = 2,35$ г/см³), ускоренно убывает до нуля при $\bar{L} = 2,20$ г/см³. При этом, естественно, возникает тесная зависимость между дисперсией и средним значением плотности, пока занная на рис. 36.

На рис. 37 приведены результаты моделирования более сложной задачи, когда материал исходной породы выветривается с разной скоростью. Моделировалась двухкомпонентная порода, допустим олигомиктовый кварц-полевошпатовый песчаник, причем вероятности перехода каждого из компонентов в последующее состояние отличались вдвое.

Как видно из рис. 37, общая картина процесса сохраняется. Однако появляется характерное двухвершинное распределение плотности промежуточных продуктов выветривания.

Варьируя условия задачи число урн, число шаров, вероятность переходов, можно получить весьма разнообразные картины процесса в целом и в отдельных деталях. Однако такое исследование без экспериментального подтверждения едва ли целесообразно. Что же касается сопоставления результатов моделирования с фактическим материалом, то здесь возникает существенная трудность принципиального характера (Шварцахер, 1968). Дело в том, что в большинстве случаев геолог изучает не процесс петrogenеза, в частности выветривания, а его результат, запечатленный в геологическом разрезе. При этом в разрезе фиксируется закономерная смена результатов процесса, дошедшего на разных глубинах до разной стадии. Таким образом, вместо процесса $L(t)$ наблюдается некая функция $L(z)$, причем преобразование, переводящее $L(t)$ в $L(z)$, неизвестно.

Надо полагать, что это преобразование существенно нелинейное. Например, в зоне гипергенеза образовавшиеся на поверхности Земли элюй предохраняет нижележащие породы от агентов выветривания, меняя дальнейшее протекание процесса не только количественно, но и качественно (Коломенский, 1952). Однако можно думать, что в простейшем случае преобразование $L(t)$ в $L(z)$ не прерывно и монотонно. Для небольших, сравнительно с общей продолжительностью процесса, интервалов времени и соответственно небольших изменений \bar{L} преобразование масштабов можно считать линейным. Тогда оказывается возможным сопоставлять результаты моделирования с материалом геологических наблюдений. При этом, как видно из § 10, фактические распределения свойств пород в пространстве (рис. 31, табл. 16) качественно близки к приведенным результатам моделирования.

Существует возможность прямого наблюдения изменений свойств пород во времени вследствие выветривания. Это относится главным образом к быстро выветривающимся глинисто-алевритовым породам. Наконец, следует указать на возможность экспериментального воспроизведения физико-химических процессов в неоднородных средах. Сочетание физического и математического моделирования процессов петрогенеза представляется особенно замечательным.

ВЫВОДЫ

1. Исследование макронеоднородности (изменчивости) пород проведено на основе геологического анализа процессов петрогенеза. В результате анализа петрогенетических процессов установлены основные особенности развития неоднородности горных пород во времени и пространстве. В частности, установлено, что:

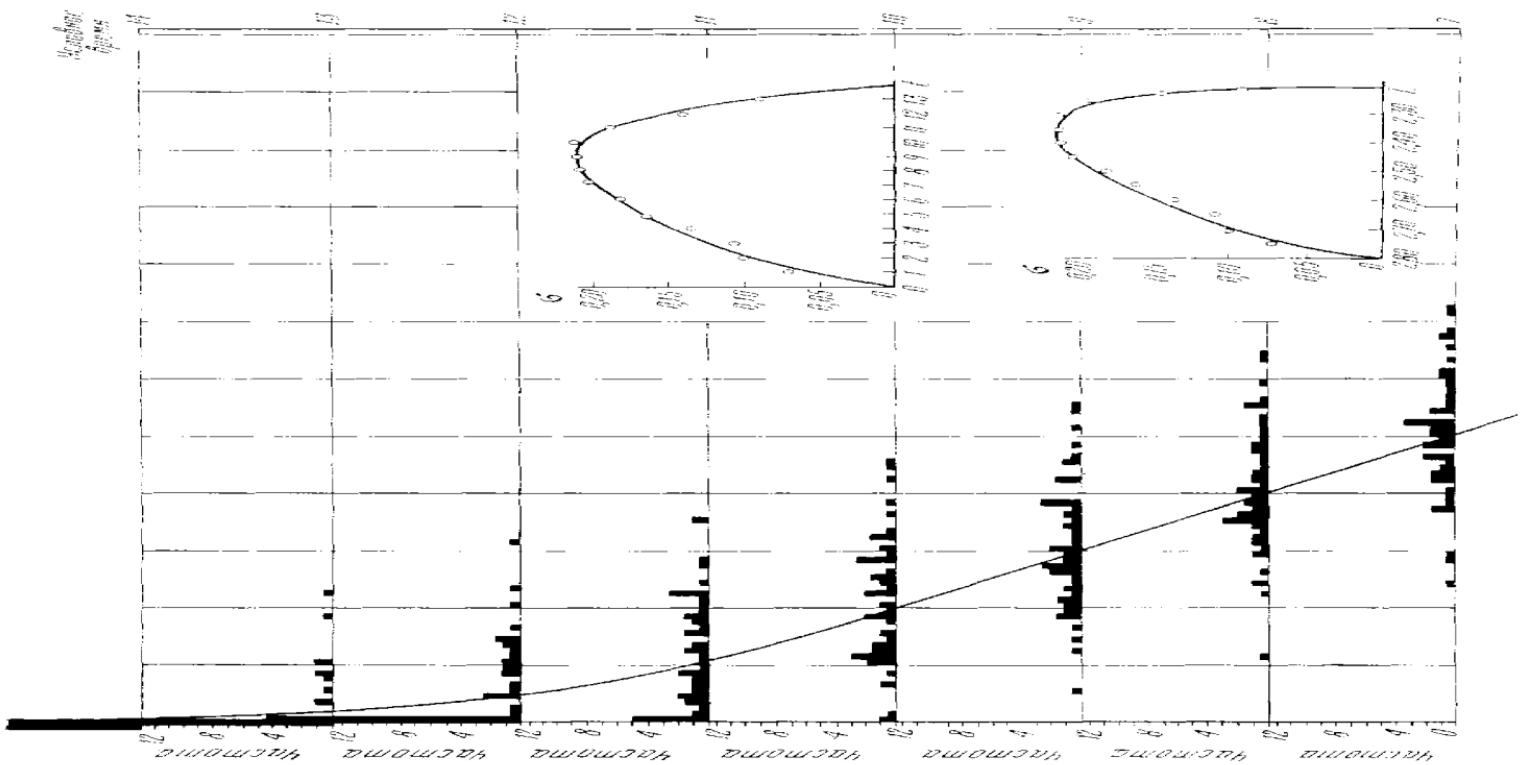
а) от одного этапа петрогенеза к другому меняется не только степень неоднородности горных пород, но часто и геологическая природа неоднородности;

б) при изменении условий существования горной породы происходит приспособление ее к новым условиям. В результате средние значения свойств изменяются монотонно, а степень неоднородности сначала возрастает до некоторого максимума, а затем убывает порода переходит в новое состояние, отвечающее новым условиям;

в) в ходе процессов петрогенеза отчетливо прослеживается избирательность, или, что в сущности то же, унаследованность развития неоднородности,

г) закономерности пространственного изменения свойств пород в масштабах, соизмеримых с масштабами инженерных сооружений, определяются особенностями симметрии процессов петрогенеза. В соответствии с этими особенностями выделены три основные группы процессов и соответствующие им типы изменчивости свойств пород. Первая группа включает процессы, непосредственно связанные с действием силы тяжести, и соответственно вертикальную изменчивость свойств пород, обусловленную главным образом процессам уплотнения и преобразования пород под нагрузкой вышележащих толщ. Вторая группа включает процессы осадконакопления и соответственно изменчивость свойств пород в латеральном направлении. Третья группа включает процессы, связанные с действием «источников возмущения» (земная поверхность, разломы, контакты интрузий с вмещающими породами и т. п.), и соответственно изменчивость свойств пород по нормали к поверхности источников.

2. В силу дискретности опробования результаты исследований свойств пород в массиве могут рассматриваться в большинстве задач инженерной геологии как независимые случайные величины. При этом часто наблюдается закономерное изменение параметров условного распределения свойства L в пространстве. Поэтому в качестве модели результатов дискретного опробования массива гор-



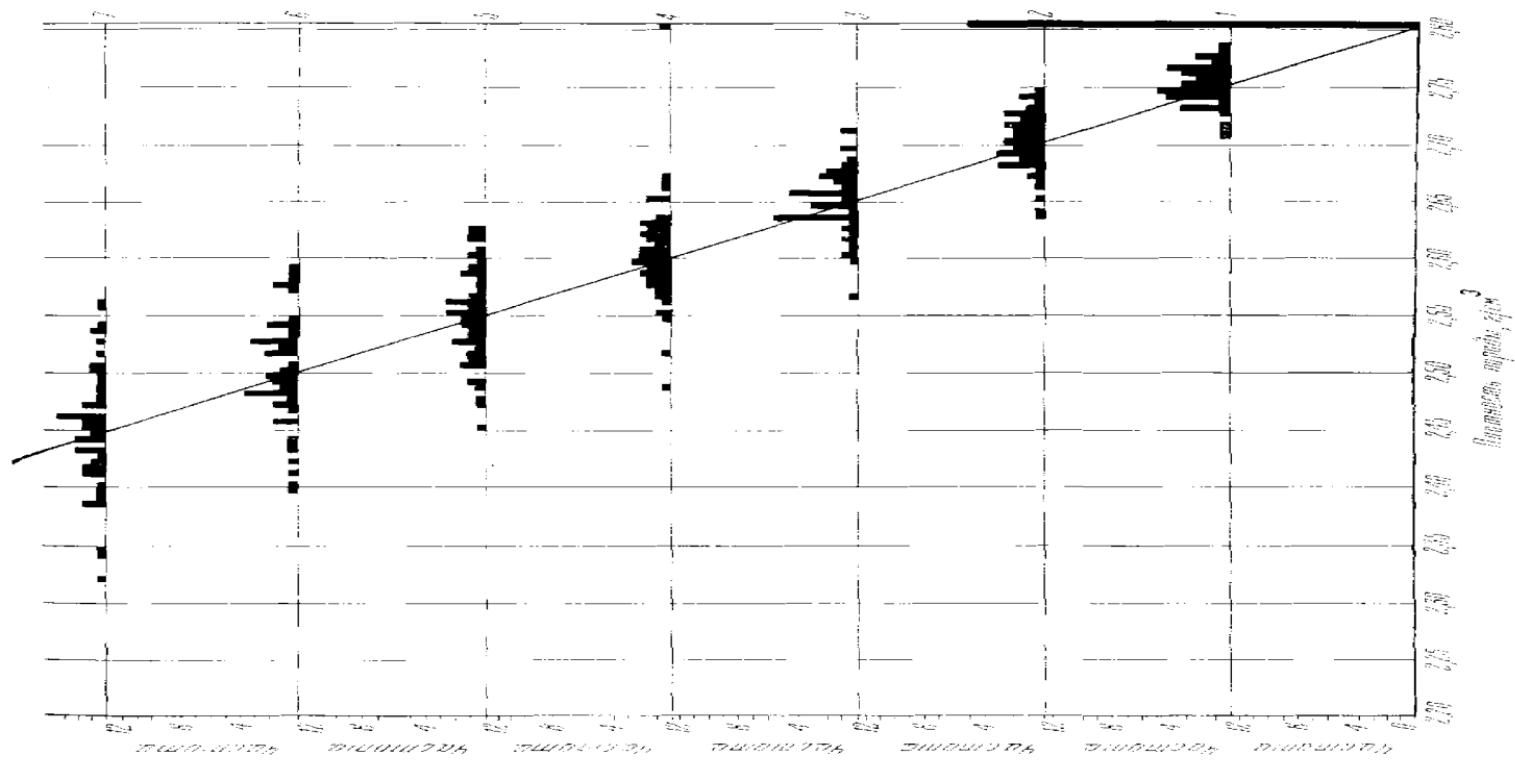
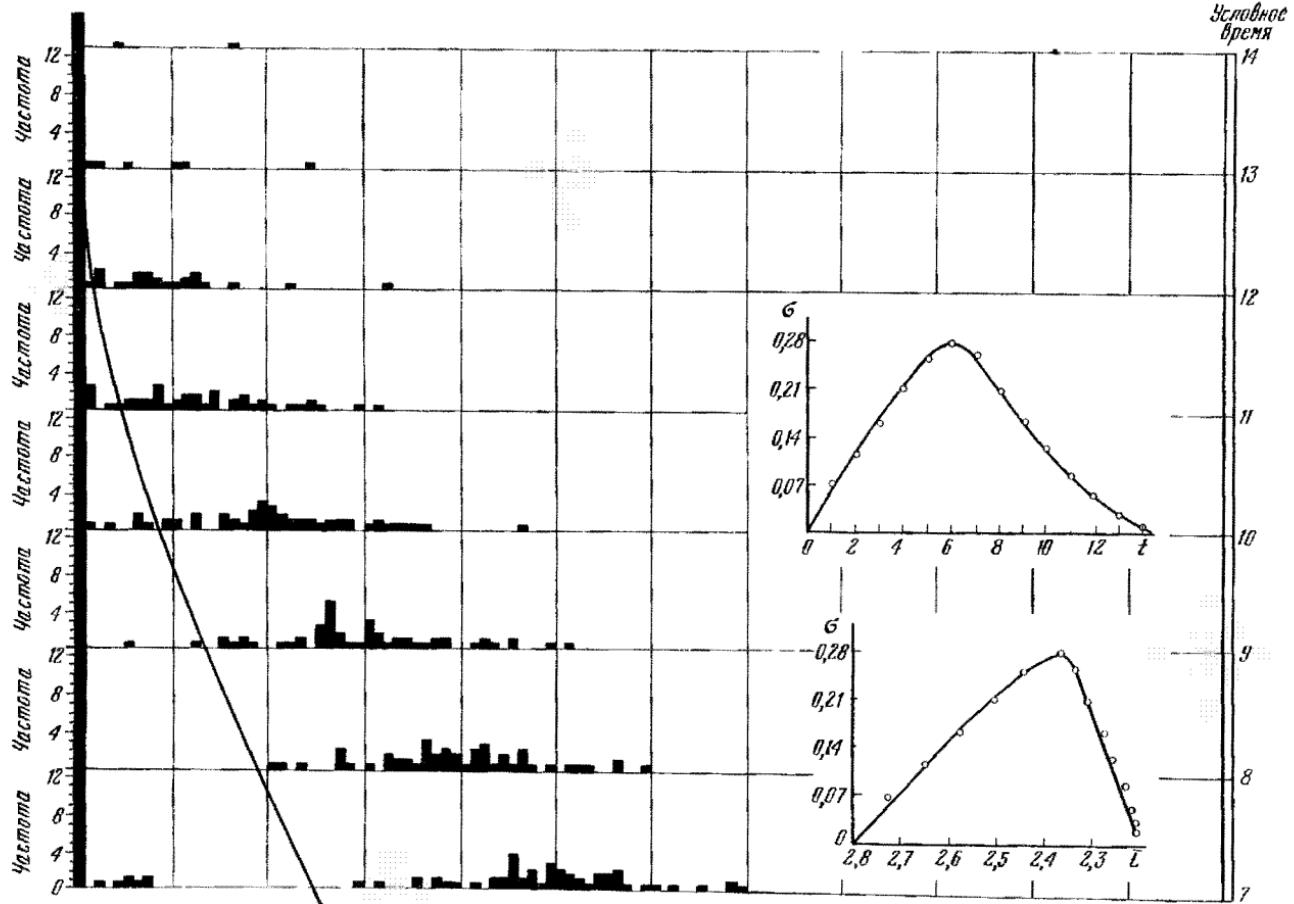


Рис. 3б. Результат моделирования по ЭВА динамики распределения плотности первоначально однородной горной породы в процессе выветривания



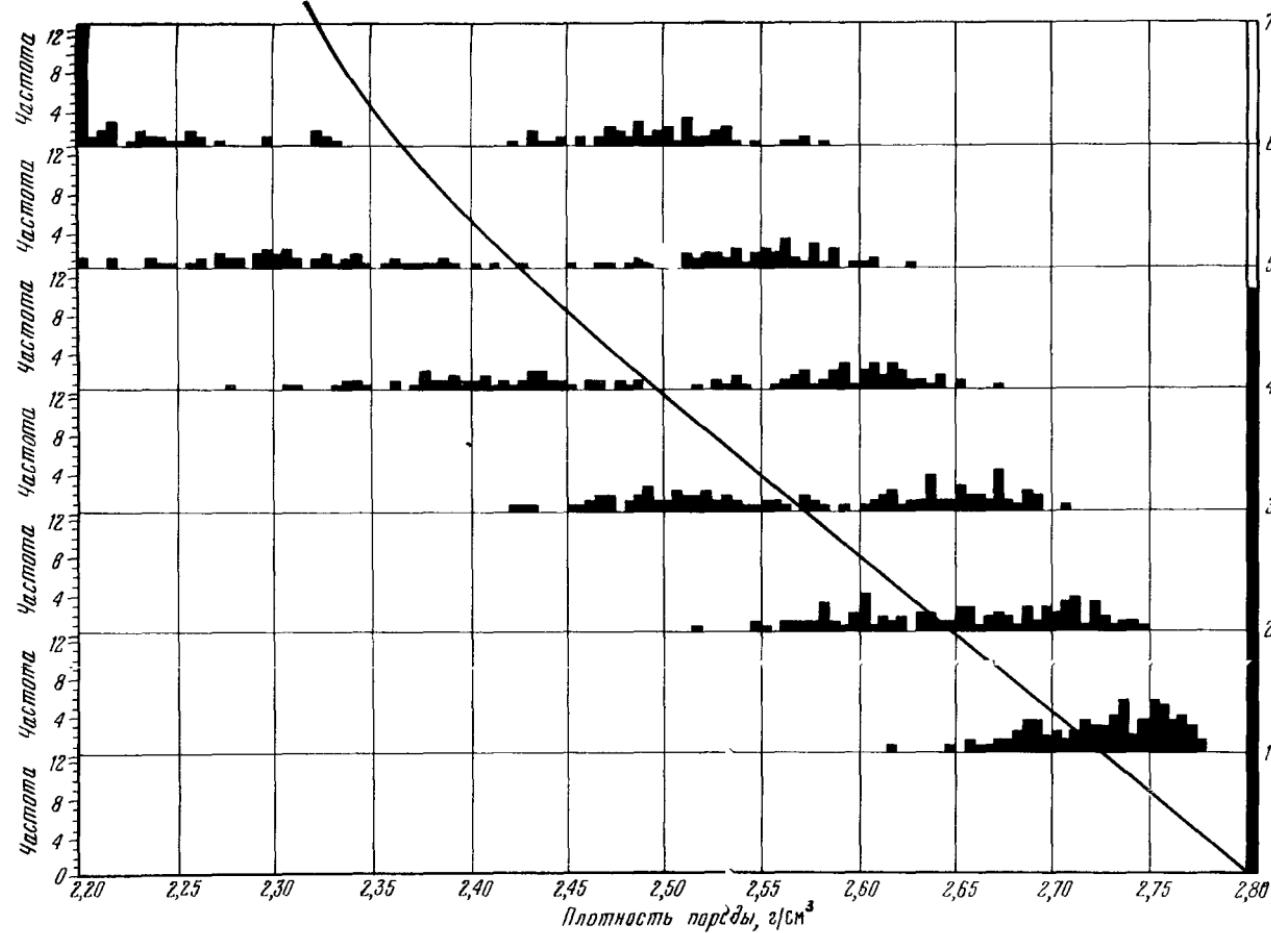


Рис. 37 Результаты моделирования на ЭВМ динамики распределения плотности двухкомпонентной породы в процессе избирательного выветривания

ных пород принятая модель тренда (регрессии), в соответствии с которой результаты наблюдений представляются в виде суммы двух компонент: закономерной, являющейся функцией координат, и случайной. Указанные в п. 1 г особенности симметрии полей свойств пород позволяют при раздельном изучении изменчивости каждой из выделенных там трех групп процессов ограничиваться исследованием тренда в каком-либо одном направлении. Для изменчивости первой группы таким направлением будет вертикальное, для второй — латеральное, для третьей — нормальное к поверхности источника возмущения. В первом приближении можно считать, что изменчивость свойств пород в направлениях, нормальных к указанным, случайная. В результате исследования изменчивости свойств различных пород в разнообразных геологических условиях выяснено, что в подавляющем большинстве случаев доля регулярной составляющей общего разброса данных обычно не превышает 50%, а величина кажущейся ошибки соответственно составляет более половины общего разброса. Этот вывод относится только к низкочастотным составляющим изменчивости, имеющим отчетливую геологическую интерпретацию.

3. В ходе изучения макронеоднородности свойств пород получен ряд частных геологических результатов:

а) изучена зависимость мощности слоев терригенных осадков от их гранулометрического состава и указаны условия проявления этой зависимости в разрезе осадочных толщ;

б) сформулировано обобщенное правило фаций, устанавливающее взаимосвязь изменчивости свойств пород в вертикальном и горизонтальном направлении при любом типе слоистости.

в) на примере терригенного флиша показана связь изменчивости свойств пород с их формационной принадлежностью;

г) выявлены закономерности изменчивости свойств пород вблизи источников возмущения различной природы: дневной поверхности, тектонических разрывов, зон гидротермальной переработки пород. Эти закономерности заключаются в затухании влияния источника с расстоянием по закону, обычно близкому к экспоненте, и в уменьшении в ряде случаев условной дисперсии свойств пород.

4. Для объяснения наблюденных пространственных закономерностей предложена феноменологическая модель, отражающая количественную сторону сложных процессов петрогенеза, качественная суть которых еще не всегда ясна. Процесс изменения во времени t некоторого свойства L горной породы после однократного изменения внешних условий представляется в виде марковского процесса $L(t)$. Для исследования процессов развития неоднородности на этой модели разработана урновая схема, позволяющая моделировать на ЭВМ изменение среднего значения свойств породы, возрастание и убывание во времени дисперсии, а также некоторые особенности избирательных процессов петрогенеза. Результаты моделирования качественно подобны результатам исследований свойств пород, например в разрезе зоны гипергенеза.

ГЛАВА IV

СТРУКТУРНЫЕ МОДЕЛИ В ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ ИНЖЕНЕРНОЙ ГЕОЛОГИИ

§ 12. Учет неоднородности горных пород в расчете крупных инженерных сооружений

Мы ограничимся рассмотрением лишь таких задач, которые возникают в ходе инженерно-геологических изысканий для проектирования строительных объектов. Задачи, решаемые проектировщиками по результатам изысканий, будем называть инженерными задачами. Примерами инженерных задач могут служить: вычисление осадки сооружения, напряжений в его конструкциях и т. п. Формулирование задач разведки и опробования имеет смысл, строго говоря, только тогда, когда указана инженерная задача, которая будет решаться по результатам опробования.

В данной главе мы будем рассматривать задачи, возникающие главным образом при изысканиях для проектирования и строительства крупных сооружений. Только в этих случаях, по-видимому, целесообразно стремиться к учету неоднородности путем усложнения расчетных моделей взаимодействия массива горных пород с инженерным сооружением. Только в этих случаях инженер-геолог располагает достаточно большим фактическим материалом и реальными возможностями для использования излагаемых ниже результатов теории опробования.

Прежде чем переходить к задачам инженерно-геологической разведки и опробования, необходимо разобраться, какие структурные модели используются сейчас в расчете инженерных сооружений. Использование структурных моделей в расчетах, т. е. учет природной неоднородности горных пород при решении инженерных задач, является предметом специальных исследований в механике горных пород (грунтов), подземной гидродинамике и инженерной геологии. Как всегда в таких случаях, трудно провести четкую границу между исследованиями, выполняемыми в рамках этих смежных наук. В данной работе мы рассмотрим, естественно, лишь некоторые стороны этого широкого круга задач, а именно: способы задания неоднородности в расчетной модели естественного осно-

вания, т. е. виды структурных моделей оснований, способы оценки расчетных параметров по экспериментальным данным и способы планирования экспериментов по изучению инженерно-геологических свойств пород. Таким образом, мы лишь коснемся сложной и обширной области расчетов сооружений на неоднородных основаниях, ни в коей мере не претендуя ни на какой-либо вклад в эту область прикладной механики, ни даже на исчерпывающий обзор полученных к настоящему времени результатов. Совсем избежать рассмотрения этого сложного и специфического круга вопросов мы, к сожалению, не можем, если хотим выяснить, какими возможностями располагает инженер для учета в расчетах сооружений выявленных выше видов неоднородности и как надлежит производить опробование неоднородных горных пород при инженерно-геологических изысканиях.

Результаты инженерно-геологических исследований свойств пород обычно представляют собой набор значений изучаемого свойства (или свойств) в некотором числе физических точек массива. В дальнейшем будем предполагать, что, как это бывает обычно, число таких точек достаточно велико, но объем массива пород в определяющей области сооружения исследован далеко не полностью, так что суммарный объем определяющих областей экспериментов не превышает 10% объема определяющей области сооружения. Значения свойств пород, полученные экспериментально, изменяются от одной точки основания к другой весьма нерегулярным образом. Ввести в расчет сооружения непосредственно результаты экспериментальных исследований оказывается в такой ситуации затруднительным. Для облегчения задачи и исключения случайных погрешностей производится та или иная регуляризация результатов опробования, позволяющая учитывать неоднородность свойств пород в расчете сооружения. В принципе тут могут быть два подхода. Первый состоит в замене реального неоднородного массива горных пород фиктивной однородной средой, которая взаимодействует с проектируемым сооружением, как и реальный неоднородный массив. Второй подход состоит в построении структурной модели основания, так или иначе учитывающей его неоднородность и вводимой далее в инженерные расчеты. Оба эти подхода реализуются на практике.

Первый из них представляет собой в сущности некое априорное, проводимое до расчета сооружения осреднение свойств массива горных пород. При этом свойства фиктивного однородного основания должны быть во всяком случае не лучше (с точки зрения условий работы сооружения), чем свойства реального неоднородного массива. Это требование является несколько неопределенным. Действительно, если считать, что эффективное значение прочности, проницаемости и т. п. реального неоднородного массива равно математическому ожиданию соответствующего свойства, определяемого экспериментально в некотором числе физических точек, то это требование приводит к обычной процедуре оценок расчетных параметров

с помощью доверительных интервалов. Однако во многих случаях эффективное значение свойств массива вовсе не совпадает с их математическим ожиданием. Такое несовпадение характерно для экстремальных задач, решение которых определяется локальными аномалиями свойств пород, «слабым звеном в цепи». Но оно встречается и при решении интегральных задач. Давно известно, например, что эффективная проницаемость толщи поперек слоистости не совпадает со средней арифметической проницаемости разных слоев (Каменский, 1943). Осадка сооружения на неоднородном основании не может быть вычислена по среднему значению модуля деформации (Шейнин, 1965). Априорное в указанном ранее смысле осреднение оказывается неправомерным в тех случаях, когда изучаемое свойство породы входит в расчет сооружения нелинейно. Действительно, известное в теории вероятностей соотношение

$$M[f(L)] = f[M(L)]$$

справедливо только для линейных функций. В остальных случаях оно может использоваться как приближенное при малых дисперсиях аргумента. Поэтому, если проницаемость, угол внутреннего трения или любое другое свойство породы входят в расчет нелинейно и характеризуются значительной дисперсией, априорное осреднение приводит к ошибкам тем большим, чем больше дисперсия свойства.

Наконец, в ряде случаев сама идея осреднения, независимо от способа и этапа расчета, оказывается неприменимой. Это имеет место, когда рассчитываемый эффект зависит от характера неоднородности. Пусть, например, требуется рассчитать балку, лежащую на винклеровском основании, коэффициент постели которого закономерно убывает (или возрастает) от середины балки к концам. Осреднение коэффициента постели (как и осреднение решений, выполненных при различных, но фиксированных его значениях) даст неверное представление о напряженном состоянии балки. Именно к этому случаю относится, по-видимому, «общий закон», сформулированный Жинью и Барбье (1961, стр. 168—169): «... зона основания с неоднородной структурой в принципе всегда менее благоприятна, чем однородная порода. Можно даже сказать, что однородная коренная порода даже посредственного качества (с точки зрения прочности или водонепроницаемости) часто оказывается предпочтительнее, чем основание, в котором указанные посредственные породы чередуются с пластами породы лучшего качества...».

Из приведенных соображений следует, что замена реального неоднородного массива фиктивной однородной средой представляет собой, строго говоря, лишь частный способ решения инженерных задач, который по степени своей общности с точки зрения теории никак не может сопоставляться с использованием структурных моделей. На практике, однако, дело обстоит иначе. Из-за трудностей как теоретического, так и вычислительного характера большинство сооружений рассчитывается путем введения модели ос-

нования в виде фиктивной однородной среды. Простота этого приема, пригодного в качестве первого приближения в большом числе случаев, обеспечит ему, по-видимому, широкое распространение еще на протяжении длительного времени.

Тем не менее потребности практики приводят ко все более широкому использованию структурных моделей. В этом направлении ведутся активные научные исследования. Рассмотрим основные типы структурных моделей. Могут существовать (и фактически существуют) два типа структурных моделей по способу задания неоднородности: детерминированные и статистические. В детерминированных моделях каждая физическая точка массива горных пород наделяется вполне определенным значением исследуемого свойства, причем эти значения в разных точках могут быть разными. Наоборот, в статистических моделях задается лишь вероятность того, что в данной физической точке массив будет обладать тем или иным значением свойства, т. е. задается закон распределения исследуемого свойства, причем обычно во всех точках массива этот закон предполагается одинаковым.

Детерминированные модели, в свою очередь, могут быть разделены на две группы. К первой группе мы относим модели, в которых свойство породы задается как кусочно-постоянная функция координат. Такие модели естественно называть кусочно-однородными. Наиболее распространенным видом кусочно-однородных моделей являются модели слоистых сред, используемые как при расчете деформаций естественных оснований (Флорин, 1959; Цытович, 1963; Раппопорт и Туроверов, 1967), так и (особенно широко) в фильтрационных расчетах (Каменский, 1943; Мятиев, 1947; Гиринский, 1947; Аравин, Нумеров, 1953; Верегин и Шестаков, 1954; Бочевер, 1968 и др.).

Кусочно-однородная модель должна характеризоваться путем задания границ между однородными частями массива и указанием свойств каждой из выделенных частей. В случае горизонтальнослойстой среды сведения о границах исчерпываются заданием глубин (или абсолютных отметок) поверхностей напластования или указанием мощностей слоев. Таким образом, при использовании кусочно-однородных моделей гамма природной неоднородности свойств пород сводится к различию между выделенными частями массива (слоями), каждая из которых предполагается внутренне однородной (рис. 38).

Вторую группу детерминированных моделей составляют такие, в которых свойство породы L задается как непрерывная функция координат x, y, z . Эти модели будем называть градиентными. Градиент поля $L(x, y, z)$ принимается обычно нулевым в двух направлениях и отличным от нуля лишь в одном. Следует различать градиентные модели, которыми учитывается изменчивость свойств пород вдоль потока (в фильтрационных расчетах) или в направлении приложенного усилия (в расчетах деформаций), и градиентные модели, которыми учитывается изменчивость свойств пород

в направлении, перпендикулярном фильтрации или приложенным усилиям.

Если рассматривать, как это обычно делается, горизонтальную фильтрацию и нагружение массива пород по вертикали, можно различать градиентные модели, в которых учитывается изменчивость свойств пород по вертикали, и модели, учитывающие плановую изменчивость. И те, и другие еще не нашли широкого применения в практике, однако возможности их использования закладываются решением соответствующих задач.

Так, в работах Г. К. Клейна (1956), К. Гаффарова (1967), И. В. Баклашова (1965), Гибсона (Gibson, 1967), Ямагучи и Ки-

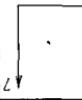
Типичные геологические условия	Характер изменчивости свойств пород	Расчетная схема (модель) изменчивости	Наименование моделей и основные допущения	Расчетные характеристики
Геологически однородный массив			Однородная $D_L \theta$	$ML \bar{C}$
Контакты различных пород			Кусочно однородная $D_{L_1} \theta$ $D_{L_2} \theta$ $D_{L_3} \theta$	$h_1 ML_1 \bar{C}_1$ $h_2 ML_2 \bar{C}_2$ $h_3 ML_3 \bar{C}_3$
Зона гипергенеза			градиентная $D(L)x \bar{C} \theta$	$ML f(x)$
Геологически однородный массив			Статистическая $K_i(x') K_i(t, x')$ $M_i \bar{C}$	$ML \bar{C}$ $K_i(x') M_i\{L(x) ML(x)\}/\{L(x') ML(x')\}$

Рис 38 Основные типы структурных моделей массивов горных пород, используемых в инженерных расчетах, и их характеристики

мура (Ymaguchi, Kimura, 1967), Редди и Бхаргава (Reddy, Bhargava, 1966) и др. рассматриваются задачи расчета сооружений, располагающихся в массивах горных пород, свойства которых (деформируемость, сопротивление сдвигу, прочность) изменяются в вертикальном направлении линейно, экспоненциально, по степенному закону. Точно так же в работах М. Т. Абасова и С. И. Александрова (1964), Н. Б. Ильинского (1964), И. К. Браматкиной и Н. Б. Ильинского (1967), Н. П. Гоголевой и Ю. В. Пономаренко (1967), В. А. Ионата (1962), Л. В. Боревского (1966), Л. И. Малышева (1966), Ялина (Jalin, 1954), Шима Сакиаки (Shima Sukeyuki, 1956) и др. рассматриваются задачи фильтрации под плотинами, водопритока к горизонтальным дренам, вертикальным откосам и скважинам в условиях, когда коэффициент фильтрации меняется с глубиной по линейному, степенному, экспоненциальному и логарифмическому законам.

Учет плановой неоднородности в градиентных моделях привлек большее, по-видимому, внимание специалистов по механике, чем специалистов по гидродинамике. Вопросам расчета сооружений на неоднородных в плане основаниях посвящен ряд исследований (Дидов, 1951; Барсов, 1957; Лишак, 1963; Соболев, 1963; Клепиков, 1965; Соболев, 1965; Снитко, 1967; Фаянс, 1967 и др.). Взаимодействие конструкций с основанием, неоднородным в плане, за исключением некоторых частных случаев не поддается в настоящее время решению в рамках точных постановок задач для неоднородной линейно-деформируемой среды. Поэтому здесь используются модификации винклеровского основания с переменным по контакту основания и конструкции коэффициентом жесткости (постели). Указанные исследования посвящены в основном расчету балок и плит, лежащих на неоднородных основаниях, коэффициент постели которых меняется в плане линейно, по параболическому закону и т. д.

Градиентная модель полностью характеризуется видом и параметрами функций $L(x, y, z)$. Однако ясно, что в действительности по относительно простому закону может меняться в плане или в разрезе лишь среднее значение свойства L (см. гл. III). Таким образом, в качестве расчетной функции $L(x, y, z)$ практически приходится использовать уравнение тренда. Следовательно, как и для кусочно-однородных моделей, не удается полностью избежать осреднения. Мы избегаем его лишь частично, вводя в расчет информацию о низкочастотной составляющей неоднородности.

Во многих случаях, когда вид функции $L(x, y, z)$ сложен, выяснение подробностей поведения свойств пород в различных точках основания не оправдывает себя и фактически не повышает точности расчетов. В таких случаях естественнее исходить из статистического описания неоднородности, что приводит к принципиально новому типу структурных моделей. В статистических моделях свойства пород (коэффициенты постели, коэффициенты фильтрации, прочность) задаются как случайные функции координат. Применительно к расчету конструкций такой подход был предложен Д. Н. Соболевым (1965) и В. В. Болотиным (1965), которые сформулировали задачу расчета конструкций на неоднородном основании как задачу вычисления статистических характеристик напряжений в конструкции по определенным экспериментально статистическим характеристикам неоднородности пород. Д. Н. Соболев рассмотрел задачи о балке конечной длины и о штампе, взаимодействующих с основанием, жесткость которого задана в виде реализации стационарной случайной функции на отрезке, и вычислил дисперсии моментов в балке, контактных усилий и осадок штампа. Аналогичную задачу о бесконечно длинном стержне решил В. В. Болотин, впервые использовав в задаче такого рода приближенный метод, с помощью которого позже были решены задачи о напряженном состоянии бесконечной плиты, лежащей на статистически неоднородном основании (Фаянс, 1967), и о взаимодействии обделки напорного гидroteхнического тоннеля с неоднородным

горным массивом (Шейнин и Руппенейт, 1969, см. также более ранние работы В. И. Шейнина). Статистическое исследование деформационных и прочностных свойств горных пород применительно к рассматриваемым задачам было выполнено в работах Е. П. Кудрявцева и др. (1967) и В. И. Шейнина (1968).

Несколько годами ранее, чем в расчете строительных конструкций, статистические методы начали применяться в расчетах фильтрационных течений (Швидлер, 1963, 1966 и др.; Скворцов, 1970 и ранее и др.). Здесь ставится задача вычисления статистических характеристик фильтрационного потока (расходов, напоров) по известным статистическим характеристикам пласта. Математически эта задача сводится к решению стохастических дифференциальных уравнений, которые решаются в большинстве случаев приближенно методами теории возмущений (Швидлер) или численно — методом Монте-Карло (Скворцов). До последнего времени решения такого рода не нашли применения в инженерной гидрогеологии. Все полученные результаты принадлежат нефтяникам. Ими решен ряд одномерных и плоских задач фильтрации однородной жидкости, найдены первые и вторые моменты дебитов течений, распределений давления. Указан способ вычисления эффективной проницаемости неоднородных сред.

При использовании статистических моделей обычно приходится допускать, что случайное поле $L(x, y, z)$ однородно и изотропно. При этом статистическая модель характеризуется постоянным математическим ожиданием ML и корреляционной функцией $K(\tau)$ рассматриваемого свойства L . Поэтому при использовании статистических моделей оказывается затруднительным учесть наиболее низкочастотные составляющие общей неоднородности. Учет последних, как мы видели, может осуществляться с помощью детерминированных моделей.

Основные особенности рассмотренных типов моделей показаны на рис. 38. Как видим, несмотря на усилия большого числа исследователей, проблема расчета инженерных сооружений на неоднородных основаниях в целом весьма далека от своего разрешения. Надо еще учитывать, что большинство решений получено применительно к простейшей механической модели основания (модель Винклера). Что же касается решений фильтрационных задач, то большая их часть получена в простейших предположениях о режиме и геометрии потока, граничных и начальных условиях.

Наш анализ был бы неполным, если бы мы не рассмотрели аналоговых структурных моделей, особенно перспективных при решении фильтрационных задач. Аналоговое моделирование широко и успешно используется при проектировании крупных инженерных сооружений, особенно гидротехнических (Зеленский, 1961; Rapsini, 1962; Oberti, 1963; Гришин и др., 1967) и подземных (Кузнецов и др., 1959), а также при решении фильтрационных задач (Шестаков, 1963; Нумеров, 1966; Жернов, 1966; Гавич, 1969). При этом основную задачу аналогового моделирования крупных сооружений со-

ставляет моделирование именно взаимодействия сооружений с неоднородными основаниями. Отражение на аналоговых устройствах геологического строения массивов горных пород привлекает в последнее время особое внимание и специалистов-фильтрационников (Малышев, 1966; Бабушкин и др., 1966; Теплов, 1968). Воссоздать на модели из эквивалентных материалов или на большинстве аналоговых вычислительных машин полную гамму неоднородности горных пород по техническим причинам оказывается невозможным. Обычно производится осреднение высокочастотной составляющей неоднородности. Таким образом, в интересующем нас отношении физические модели представляют интерес в основном для исследования все той же низкочастотной составляющей неоднородности. При этом физические модели имеют определенные преимущества перед аналитическими методами в смысле возможности решения более сложных задач. Однако расширение возможностей учета геологического строения оснований в расчете и проектировании инженерных сооружений следует, видимо, связывать не только и не столько с развитием техники аналогового моделирования, сколько с использованием возможностей ЭВМ и комбинирования ЭВМ с аналоговыми устройствами. Дело в том, что, даже воспроизведя, допустим, на сеточном интеграторе относительно высокочастотную неоднородность горных пород, мы получаем решение только применительно к фиксированной структуре поля водопроницаемости. Остается неизвестным, насколько чувствительны полученные результаты к тем или иным колебаниям значений водопроницаемости в различных точках. Выяснение именно этого обстоятельства представляют наибольший интерес с точки зрения назначения расчетных параметров моделей, их оценки по экспериментальным данным и планирования экспериментов. Решение указанных задач может быть получено путем исследования на ЭВМ принятой модели в широком диапазоне варьирования значений свойств пород в различных точках массива.

Из проведенного анализа очевидна тенденция ко все более широкому использованию структурных моделей в инженерных расчетах. К сожалению, в практике проектирования в настоящее время используются только детерминированные модели, причем почти исключительно однородные и кусочно-однородные. Таким образом, на практике расчет сооружений связан, как правило, с тем или иным осреднением нерегулярно меняющихся в пространстве свойств пород. Это в значительной мере определяет и наш подход к задачам разведки и опробования: в первую очередь нас будут интересовать способы оценки средних значений свойств пород *. Такие оценки и соответствующие методы планирования экспериментов,

* Напомним еще раз, в этой работе мы не рассматриваем экстремальные инженерные задачи и соответственно задач инженерно-геологического поиска, возникающих при необходимости отыскания слабых звеньев, определяющих решение экстремальных задач (слабых прослоев, локальных путей фильтрации и т. д.)

если бы их удалось построить, могли бы быть полезны для практики изысканий. Что же касается задач оценки параметров и планирования экспериментов, связанных с градиентными и статистическими моделями, то они представляют интерес с точки зрения дальнейших перспектив и будут рассмотрены лишь в порядке постановки.

§ 13. Основные положения статистической теории опробования

Для построения теории опробования необходимо а) принять ту или иную модель результатов наблюдений за свойствами пород в пределах определяющей области инженерной задачи, б) сформулировать в терминах принятой модели расчетную схему инженерной задачи, в) выбрать так называемые параметры оптимизации, т.е. указать, какие величины, зависящие от принятого способа опробования, мы хотим по возможности увеличить или уменьшить, г) выбрать параметры управления, т.е. указать, какими величинами, определяющими способ опробования, мы можем манипулировать для достижения поставленной цели.

В качестве модели для результатов опробования можно выбирать, вообще говоря, рассматривать реализацию случайного поля. Тогда решение инженерной задачи оказывается некоторым функционалом от этого поля, оценку которого и надлежит получить по результатам опробования. Однако в такой постановке подавляющее большинство инженерных задач пока не решено. Поэтому мы сохраним основную модель для результатов наблюдений, использованную в гл. II и III, и будем считать, что шаг опробования превышает радиус корреляции. Это позволяет ограничиться аппаратом статистики независимых случайных величин и рассматривать решение инженерной задачи как функцию от случайных аргументов — показателей свойств пород. Поскольку результаты определений свойств пород всегда испытывают тот или иной разброс, соответствующий разброс будет испытывать и результат решения инженерной задачи. Он может быть охарактеризован средним значением и дисперсией. Однако в § 12 было сказано, что в настоящее время в практике инженерных расчетов используются почти исключительно однородные и кусочно-однородные модели, в которых реальное неоднородное основание целиком или по частям заменяется фиктивной однородной средой. При этом сам инженерный расчет носит чисто детерминистический характер, а разброс результатов инженерно-геологического опробования интерпретируется либо как результат ошибок наблюдений, либо как свойство некоторого ансамбля естественных оснований, каждое из которых сопоставляется с одним из результатов опробования и считается вполне однородным. Разброс результатов при втором способе интерпретации связывается с различием свойств разных оснований, образующих ансамбль.

Не вдаваясь в спорные детали этой интерпретации (по этому поводу см. книгу В. В. Болотина, 1965), но учитывая разброс ре-

зультатов решения инженерной задачи, естественно стремиться к максимально точной оценке среднего результата решения, на котором так или иначе основываются все инженерные рекомендации. Поэтому именно дисперсию среднего значения решения инженерной задачи следует выбрать в качестве одного из параметров оптимизации. Чтобы учесть экономические факторы, в качестве второго параметра оптимизации можно выбрать стоимость исследования.

Выбор параметров управления определяется постановкой конкретной задачи. В качестве параметров управления могут выступать, например, размер проб, их размещение в пространстве, точность методов их исследования и т. п.

Как ни странно с первого взгляда, изложенный абстрактный подход к задачам инженерно-геологического исследования приводит к принципам, интуитивно ясным для опытного геолога и даже нашедшим в известной мере отражение в литературе. Однако в литературе интересующие нас принципы формулируются недостаточно четко и, если даже как-то группируются, то их изложение перемежается другими, второстепенными данными.

Первый из принципов — будем называть его принципом обратной связи — впервые, по-видимому, был использован И. В. Поповым (1941, стр. 120) при обсуждении неоднородности «грунтовой залежи» в основании сооружения. Во главу решения вопроса о необходимости выделения в виде самостоятельного структурного элемента той или иной части макроскопически неоднородного основания И. В. Попов положил важность (или неважность) того влияния, которое оказывает выделяемый элемент на результаты расчета проектируемого сооружения.

В работах автора (Рац, 1968в, 1970) были даны решения конкретных задач, базирующиеся на этом принципе, хотя он и не был сформулирован в общей форме. В этих работах количество и размещение точек опробования предполагалось намечать, основываясь на результатах решения инженерной задачи и пользуясь последовательными приближениями.

Второй принцип — принцип экономии средств — наиболее часто обсуждался в литературе, хотя ни разу не был сформулирован точно. В количественной форме он выражался известной из курса статистики формулой минимально необходимого числа проб для оценки среднего с заданной точностью и надежностью. В инженерную геологию эта формула была введена Н. Н. Масловым (1955), Н. В. Коломенским (1956) и И. С. Комаровым (1956). В геологоразведочном деле эта формула не нашла широкого применения. Что же касается принципа экономии средств, то он излагался в ряде случаев, но довольно неудачно. Так, в известном учебнике В. М. Крейтера, выдержавшем ряд изданий, говорится (см., например, Крейтер, 1964) о принципе наименьших затрат средств и времени при геологической разведке, хотя ясно, что ускорение и удешевление разведки — во многих случаях диаметрально

противоречивые тенденции, «примирение» которых представляется далеко не простой задачей.

Наконец, третий принцип — принцип последовательных приближений — формулировался в литературе достаточно четко (Рыжов, 1952; Белый, 1957; Крейтер, 1964), иногда под несколько громоздким названием «принципа наименьших работ с построением рабочих гипотез». Согласно этому принципу в ходе геологической разведки надлежит проводить непрерывную коррекцию планов по мере поступления информации о структуре объекта разведки. Н. В. Коломенский (1968) предложил для оценки необходимого числа наблюдений «приближенно-статистический» метод, который можно рассматривать как первую попытку алгоритмизации «принципа наименьших работ». Суть приближенно-статистического метода состоит в том, что для оценки необходимого числа проб строится график зависимости выборочного среднего от числа испытаний. Затухание резких колебаний графика интерпретируется как сигнал о возможности прекратить испытания. Пользуясь этим методом, Н. В. Коломенский вывел, что для глинистых пород при отсутствии тренда число необходимых испытаний составляет 20—30.

Перейдем к последовательному рассмотрению этих основных принципов. Широко известный принцип обратной связи, лежащий в основе кибернетики, по справедливому замечанию Бира (1964), принадлежит к тем хорошо известным вещам, смысл и значение которых по неясным причинам нам трудно бывает понять и оценить. «Если бы это утверждение не соответствовало истине, наши системы управления были бы гораздо более эффективными, чем они являются на самом деле», — пишет Ст. Бир (1964, стр. 47), и это как нельзя более точно отражает положение в инженерной геологии.

Следует, впрочем, признать, что существует объективная причина, затрудняющая понимание и использование принципа обратной связи в инженерной геологии. Заключается она в определенном разрыве и в практике, и в науке между геологами, изучающими природу, и проектировщиками, использующими результаты геологических исследований для решения инженерных задач. Из-за этого разрыва складывается превратное мнение, что геологи призваны выдавать некие «расчетные параметры», проектировщики же их получать и использовать в расчетах. При этом естественная связь вещей разрывается, и возникает почва для спекуляций и суетерий (Шрейдер, 1969). На месте этого разрыва в действительности проходит граница между геологическим и техническим циклами наук, между естествознанием и техникой. Однако ни природа, ни экономика хозяйства не знают об этой границе, что может являться причиной серьезных недоразумений.

По-видимому, принцип обратной связи в рассматриваемых приложениях легче всего понять на примере задач о размещении точек опробования, которые подробно рассматриваются ниже. Пока же ограничимся его формулировкой. Принцип обратной связи

требует строить решение геологической задачи на основе результатов решения соответствующей инженерной задачи.

Особенно важными в этой формулировке являются слова о результатах решения инженерной задачи. Дело в том, что учет необходимости решения той или иной инженерной задачи на базе геологического исследования настолько очевиден, что имеет не больше смысла, чем требование достижения поставленной цели. Учет же результатов решения инженерной задачи при планировании и геологических исследованиях позволяет ставить и решать конкретные задачи.

Само по себе желание в том или ином смысле наилучшим образом решить инженерную задачу приводило бы при последовательной реализации в ходе инженерно-геологических исследований к абсурду, если бы не существовало факторов, естественным образом ограничивающих возможности увеличения объемов исследований. Основным регулятором здесь является экономическая сторона дела. Однако формулировка соответствующего принципа как принципа экономии средств при геологических исследованиях вряд ли удачна. Дело в том, что экономия на геологических исследованиях при решении инженерных задач далеко не всегда оправдана: выиграв немного на исследованиях, мы можем потерять миллионы при неудачной реализации соответствующих инженерных мероприятий (например, при аварии строительных объектов). Следовательно, разумная постановка вопроса состоит в обосновании целесообразных затрат на геологические исследования, зависящих прежде всего от «стоимости риска». Такая постановка вопроса находит в последние годы признание в различных областях технической геологии и ее приложений (подробнее об этом см. § 17).

Несмотря на существенные трудности технико-экономического характера, встающие на пути реализации такого подхода, в принципе может быть вычислена оптимальная (минимизирующая капиталовложения в целом по отрасли) величина затрат на геологические исследования. Тогда возникает задача наилучшего в каком-либо смысле расходования выделенных средств. Подчеркнем, что такая ситуация возникает в практике повседневно и тогда, когда затраты на геологические исследования определяются волевым путем.

Исходя из сказанного, естественно требовать получения максимума информации, обеспечивающей решение поставленной инженерной задачи, при любых фиксированных затратах. Можно показать, что эквивалентной будет формулировка этого принципа как принципа минимизации затрат для получения любого заданного количества информации*.

* Количество информации понимается здесь совсем необязательно в смысле Шеннона.

Несмотря на кажущееся сходство второй формулировки этого принципа с обычно выдвигавшимся требованием экономии средств, между ними имеется принципиальное различие, заключающееся в положении о заданном количестве информации. Фактически обычно задается стоимость исследований, но, как отмечалось, это равносильно заданию необходимого объема информации.

Требование получения максимума информации вызывает иногда недоразумение, состоящее в том, что требуется-де обязательное расходование всех средств, отпущеных на изыскания, независимо от их реальной необходимости. Разумеется, это не так: речь идет лишь о том, чтобы наилучшим в определенном смысле образом расходовать отпускаемые средства. Зафиксировать же величину расходов (или количество информации при второй формулировке принципа) можно на любом уровне: на результатах решения рассматриваемого класса задач оптимизации это не сказывается. (Строго говоря, вопрос об объеме изысканий вообще выходит за рамки обсуждаемой концепции). Сказанное можно пояснить простым примером: если при разведке слоистого массива оптимальным является распределение точек опробования между двумя слоями в пропорции 1:3, то это соотношение не зависит от общего числа точек опробования.

В совокупности принцип обратной связи и принцип максимума информации требуют наилучшей затраты средств, выделенных на геологические исследования, причем наилучшим считается получение максимума сведений, необходимых конкретно для решения поставленной инженерной задачи. Двух этих принципов достаточно для теоретического (на той или иной математической модели) решения задач оптимального управления геологическим исследованием.

Однако теоретические решения такого рода, как и любые результаты, связанные с теорией статистических решений, включают в качестве параметров неизвестные характеристики исследуемых объектов. Складывается некий порочный круг, когда план геологического исследования зависит от его будущих результатов. Ясно, что выход из этого положения следует искать в том или ином использовании последовательных приближений, или, точнее, идея адаптивного подхода.

Суть принципа адаптации состоит, как указывалось, в многошаговой коррекции плана геологических исследований в ходе их выполнения по мере поступления информации о структуре изучаемого объекта. При этом план исследований, по необходимости грубый на первом этапе, в ходе изысканий постепенно уточняется таким образом, что на завершающих этапах он может оказаться близким к теоретически оптимальным планам.

В ряде случаев многошаговая коррекция планов в ходе разведки и опробования может прийти в противоречие со сложившейся стадийностью изысканий и проектирования. К счастью, число шагов

коррекции несущественно. Как показал М. Т. Ойзерман (1971), уже двухшаговое планирование позволяет реализовать идею адаптации.

Естественно, что эффективность такого подхода в целом в значительной мере зависит от того, насколько удачно составляется план опробования на начальных стадиях. Заметим, что здесь кроется возможность широкого практического использования ранее накопленных сведений о закономерностях проявления неоднородности горных пород. Такого рода материал, по-видимому, может оказаться особенно полезным при построении планов исследований на ранних стадиях проектирования и разведки.

Изложенные положения не дают никаких рецептов по методике разведки и опробования. Для получения конкретных рекомендаций требуется решение конкретных задач разведки и опробования применительно к различным инженерным задачам и различным геологическим ситуациям. Таким образом, мы можем здесь с полным основанием повторить Ф. П. Саваренского (1939, стр. 265): «Количество и наименование анализов и испытаний грунтов нельзя регламентировать. В каждом отдельном случае это зависит от здравого смысла и возможности. Геологу-исследователю следует только иметь в виду, что анализ и эксперимент хороши тогда, когда отвечают на конкретно поставленный вопрос».

Наша задача — показать на примерах, как именно зависят методика и объем инженерно-геологических исследований свойств горных пород от «конкретно поставленного вопроса», с одной стороны, и от характера и степени неоднородности горных пород,— с другой.

§ 14. Оценка параметров и решений инженерных задач по экспериментальным данным

Для случая замены в расчете реального статистически неоднородного основания фиктивной однородной средой вопросы оценки параметров этой однородной среды рассматривались впервые Н. Н. Масловым (1955), Н. В. Коломенским (1956), И. С. Комаровым (1956). Полагая результаты экспериментальных определений свойств пород статистически независимыми случайными величинами, подчиняющимися нормальному закону распределения, эти авторы предложили использовать в качестве подходящей оценки для свойств фиктивного однородного основания оценку неизвестного математического ожидания, которая вычислялась, естественно, как средняя арифметическая из наблюденных значений L_i . Как известно, точность оценки, получаемой таким образом, определяется выражением

$$\bar{L} - t_{\alpha} \frac{\sigma L}{\sqrt{N}} < ML < \bar{L} + t_{\alpha} \frac{\sigma L}{\sqrt{N}}, \quad (14.1)$$

где t_{α} находится по таблицам в зависимости от доверительной вероятности α и числа наблюдений N .

Вычисляя нижнюю (или верхнюю — вообще «худшую») границу доверительного интервала (1), получали так называемое «гарантированное» значение показателя

$$L_r = \bar{L} \pm t_\alpha \frac{\sigma_L}{\sqrt{N}}, \quad (14.1-a)$$

которое и предлагалось использовать в расчетах. Величины L , \bar{L} и L_r , по предложению Е. И. Медкова, получили в этой схеме названия соответственно частных, обобщенных и расчетных показателей. Величину доверительной вероятности α предлагалось назначать, учитывая класс капитальности сооружения, стадию проектирования, тип и конструкцию сооружения, общие инженерно-геологические условия возведения и работы сооружения (Коломенский, 1956, 1968). Такой подход удобен при изучении кусочно-однородных массивов.

Однако для реальных массивов горных пород часто характерно постепенное изменение средних значений показателей свойств в пространстве (тренд). Разделяя массив основания на отдельные части, мы можем довести дробность деления до такой степени, когда в пределах каждой из выделенных частей трендом можно пренебречь. Чтобы не действовать каждый раз методом проб и ошибок, хотелось бы иметь достаточно общий подход к задаче разграничения в указанном смысле, позволяющий по известным характеристикам тренда указать необходимую и достаточную дробность разграничения. Эта задача была поставлена Е. Н. Коломенским.

Рассмотрим одно из возможных ее решений в простейших предположениях. Будем считать, что имеется одномерный линейный тренд $L(x)$ (например, свойства породы линейно меняются с глубиной), и пробы располагаются вдоль оси x более или менее равномерно. Условное распределение $L|x=C$ нормальное. Пусть B_x — длина отрезка оси x , на котором надо произвести разграничение; $B_{\bar{L}}$ — соответствующий интервал значений \bar{L} ; $b_x < B_x$ и $b_{\bar{L}} < B_{\bar{L}}$ — соответственно длина отрезка и интервал значений \bar{L} , которые обеспечивают возможность пренебрежения трендом в пределах b_x .

Для оценки искомой длины участка b_x , или числа участков

$$d = \frac{B_x}{b_x},$$

достаточно иметь оценку силы тренда, например в виде коэффициента корреляции r . Действительно, с одной стороны, как известно из курса математической статистики,

$$b_{\bar{L}} = b_x \cdot r \frac{\sigma_L}{\sigma_x}, \quad (14.2)$$

с другой,— из предположения о равномерности распределения точек опробования x на отрезке b_x — следует

$$\sigma_x = \frac{B_x}{2\sqrt{3}}. \quad (14.3)$$

Подставляя (3) в (2), получим

$$b_{\bar{L}} = \frac{2\sqrt{3} \cdot r \cdot b_x \cdot \sigma L}{B_x}. \quad (14.4)$$

Вместе с тем для среднеквадратичного отклонения условного распределения $L | x=C$ можем записать

$$\sigma(L | x=C) = \sigma L \sqrt{1-r^2}. \quad (14.5)$$

Разделив (4) на это выражение, получим

$$G = \frac{b_{\bar{L}}}{\sigma(L | x=C)} = \frac{2\sqrt{3} \cdot r}{d\sqrt{1-r^2}}. \quad (14.6)$$

Учитывая, что искомое число d участков, на которое надо разделить отрезок B_x , должно быть целым, из (6) находим

$$d = \left[\frac{2\sqrt{3} \cdot r}{G\sqrt{1-r^2}} \right] + 1, \quad (14.7)$$

где надлежит брать наибольшее целое число, не превышающее выражения в скобках.

Соотношение (7) дает решение поставленной задачи. Поясним смысл величины G , вошедшей в решение. Согласно (6), величина G есть отношение интервала изменения \bar{L} в пределах искомого участка к условному стандарту исследуемого свойства L . Чем больше G , тем существеннее тренд на искомом участке. Полагая $d=1$, получим из (6) соотношения, приведенные в табл. 17.

Таблица 17

Коэффициенты корреляции и доли случайного разброса данных в пределах выделяемых инженерно-геологических элементов при различных G

G	r	$\frac{\sigma^2(L x=C)}{\sigma^2 L}$
0,5	0,14	0,98
1,0	0,30	0,90
2,0	0,50	0,75

Таким образом, меняя величину G , мы можем регулировать допустимую силу тренда в выделяемых инженерно-геологических элементах. На рис. 39 приведен график для оценки необходимого числа разграничений при значениях $G=0,5; 1,0; 2,0$ в зависимости от величины коэффициента корреляции исходного тренда r . По-видимому, в большинстве случаев удобно брать $G=1,0$, что обеспечивает величину ошибки при оценке доверительного интервала не более 5% и оценке необходимого числа проб не более 10%. Заметим, что, если локальное распределение L нормальное, то при $G=$

$=1,0$ обобщенное распределение в пределах выделенных элементов также будет неотличимо от нормального (Егоркин, 1966).

Если инженерно-геологические элементы внутри определяющей области сооружения тем или иным способом выделены, для каждого из них могут быть вычислены оценки (1) и (1-а).

Используемый в практике инженерной геологии способ оценки среднего при помощи формул (1) и (1-а) и при наличии тренда даст гарантированные значения, но оценка оказывается неэффективной. Для получения более эффективных оценок необходимо как-то учитывать информацию о тренде.

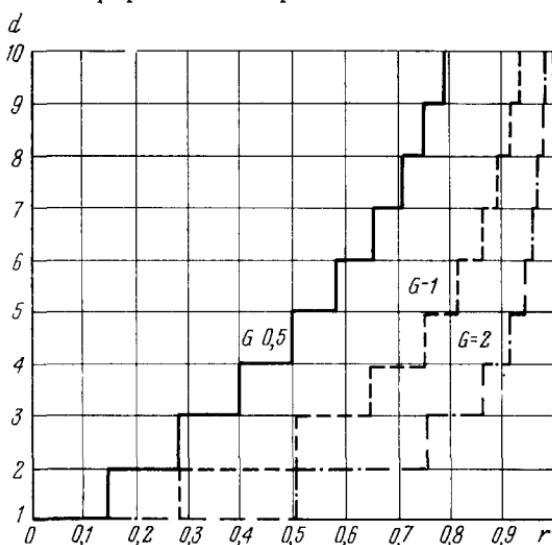


Рис. 39 Зависимость числа d необходимых разграничений при линейном тренде от коэффициента корреляции r

Рассмотрим метод получения оценок, основанный на построении доверительной зоны для линии регрессии. Вспомним модель для результатов наблюдений при наличии тренда

$$L(x) = \varphi(x) + \delta.$$

Доверительной зоной для неизвестной истинной линии регрессии $L(x)$ на отрезке $[X_1, X_2]$ называется такая наименьшая часть плоскости (L, x) , попадание в которую рассматриваемой регрессионной кривой гарантировалось бы с заданной вероятностью P . Согласно С. А. Айвазяну (1968), искомая доверительная зона определяется двумя кривыми

$$\left. \begin{aligned} L_{\max}(x) &= L(x) + U_{N-2}(P, \lambda) \frac{S}{\sqrt{N}} C_1(x), \\ L_{\min}(x) &= L(x) - U_{N-2}(P, \lambda) \frac{S}{\sqrt{N}} C_1(x), \end{aligned} \right\} \quad (14.8)$$

где $C_1(x) = 1 + \frac{(x - \bar{x})^2}{S_x^2}$; S_x^2 — дисперсия индивидуальных значений x ; $L(x)$ — оценка уравнения линейной регрессии,

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [L_i - L(x_i)]^2}{N-1}};$$

L_i — экспериментальные данные;

$L(x_i)$ — данные, вычисленные по уравнению регрессии.

Величина $U_{N-2}(P, \lambda)$ табулирована в работе С. А. Айвазяна (1968) в зависимости от числа степеней свободы $N-2$ и входных параметров P и λ .

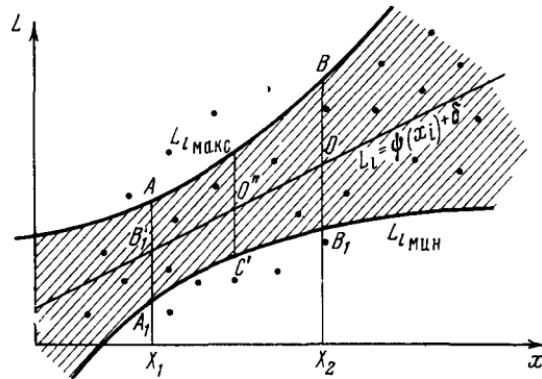


Рис. 40 Доверительная зона для неизвестной линии регрессии

Математическая задача оценки дисперсии среднего на интервале $[X_1, X_2]$ сводится к определению ширины доверительной зоны регрессии, т. е. величины $C'O''$ (рис. 40). Оценка среднего значения есть

$$\bar{L} = \frac{1}{X_2 - X_1} \int_{X_1}^{X_2} L(x) dx. \quad (14.9)$$

Оценка дисперсии среднего, как следует из геометрических соображений (см. рис. 40), приводит к интегралу

$$\sigma_{\bar{L}} = \frac{\int_{X_1}^{X_2} [L_{\max}(x) - L_{\min}(x)] dx}{2(X_2 - X_1)}. \quad (14.10)$$

Путем вычислений получаем, что оценки математического ожидания и дисперсии среднего в данном случае имеют следующий вид:

$$\bar{L} = b + \frac{a}{2}(X_1 + X_2), \quad (14.11)$$

$$\sigma_{\bar{L}} = \frac{U_{N-2}(P, \lambda) \cdot S}{\sqrt{N}} \left\{ 1 + \frac{1}{3S_x^2(X_2 - X_1)} [(X_2 - \bar{x})^3 - (X_1 - \bar{x})^3] \right\}. \quad (14.12)$$

Предлагаемые оценки можно вывести только для линейного тренда, так как методы построения доверительных зон для линий регрессии более сложного вида не разработаны.

Значение $\sigma_{\bar{L}}$, вычисленное с учетом тренда, часто существенно меньше, чем вычисленное без его учета. Это объясняется тем, что

полученная оценка ML является максимально эффективной оценкой неизвестного математического ожидания при наличии тренда. Однако надо иметь в виду, что использование модели тренда для результатов наблюдений в задачах оценки неизвестного математического ожидания требует существенно большей осторожности, чем использование этой модели в задачах описания.

Действительно, представление результатов наблюдений в виде $L(x) = \varphi(x_i) + \delta$, позволяет выделить лишь относительно низкочастотную составляющую изменчивости. Более универсальный характер носило бы представление результатов наблюдений в виде

$$L(x_i) = \varphi(x_i) + g(x_i) + \delta_i, \quad (14.13)$$

где $g(x_i)$ — быстро флюкутирующая функция, вид и параметры которой практически невозможно оценить по результатам выборочного опробования.

Если $g(x)$ не равна нулю во всех точках, то полученная выше оценка $\sigma\bar{L}$ является чрезмерно оптимистичной.

Существует способ убедиться в том влиянии, которое функция $g(x)$ оказывает на результаты наблюдений (Вистелиус, 1968), но в рамках статистики независимых случайных величин не существует способа выделения функции $g(x)$ в чистом виде. Также невозможно проверить или предсказать влияние $g(x)$ на результаты дальнейших наблюдений.

Можно рекомендовать способ, позволяющий получить оценку для дисперсии среднего, вычисляемого по формуле (11), с учетом возможного влияния функции $g(x)$. В качестве такой оценки предлагается статистика

$$\sigma^2\bar{L} = \frac{\sum_{i=1}^N [L_i - L(x_i)]^2}{N(N-1)} \quad (14.14)$$

для всех N , принадлежащих $[X_1, X_2]$. Эта оценка применима при любом разбиении массива основания. Когда на участке $[X_1, X_2]$ тренд не существует, предлагаемая оценка $\sigma^2\bar{L}$ приблизится к оценке, полученной первым способом, но ни в коем случае не превысит ее. Эффективность предложенной оценки возрастает с увеличением интервала $[X_1, X_2]$, а также с ростом силы тренда, приближаясь к оценке (12), когда связь между свойством L и координатой пространства приближается к функциональной.

Сравним выведенные оценки на конкретном геологическом материале.

Пример 1. Оценка средней проницаемости по интервалам глубин на участке строительства Нурекской ГЭС. Участок створа Нурекской ГЭС расположен на северном крыле Кизойской (Фаркоджуруджской) синклиналии в восточной части Таджикской депрессии. Исследованный в ходе детальных изысканий Среднеазиатским отделением Гидропроекта массив горных пород в основании гидроузла сложен красноцветной толщей переслаивающихся песчаников и алевролитов нижнего мела. Трещиноватость их детально описана автором (Рац, 1966). Трещин-

ная водопроницаемость изучалась путем поинтервальных опытных нагнетаний в скважины и заметно убывает с глубиной

На рис. 41 показано изменение с глубиной логарифмов удельного водопоглощения, оцененного по результатам опытных нагнетаний в разведочные скважины. В табл. 18 приведены оценки дисперсии среднего значения логарифмов удельного водопоглощения при наличии тренда, вычисленные различными способами. Оценка по формуле (14.12) слишком оптимистична и едва ли может быть рекомендована для практического использования. В то же время оценка дисперсии по формуле (14.14) дает систематический небольшой выигрыш в точности для каждого интервала глубин. Величина выигрыша тем больше, чем ниже доля случайного разброса данных, что видно из табл. 18.

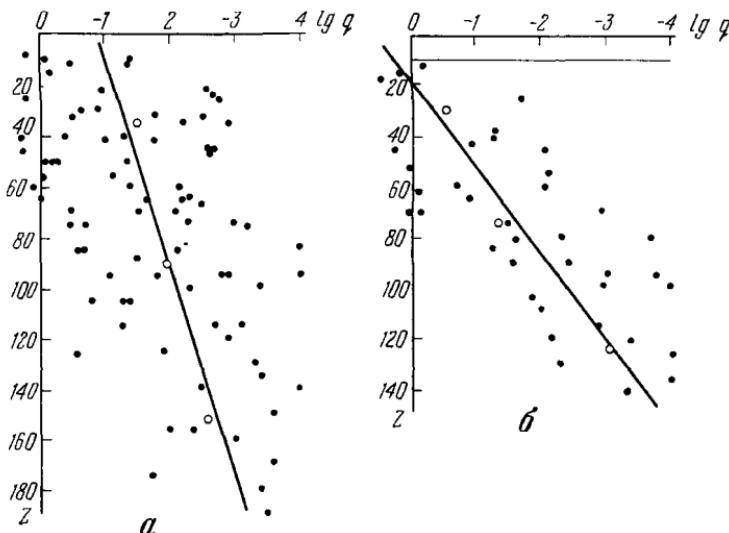


Рис. 41 Изменение логарифмов удельного водопоглощения q с глубиной Z

a — в песчаниках; *b* — в алевролитах на участке створа плотины Нурекской ГЭС

Таблица 18

Оценки дисперсии среднего логарифма удельного водопоглощения горных пород в основании Нурекской ГЭС

Опробованные породы и доля случайного разброса данных	Интервал глубин [Z_1 ... Z_2], м	Оценка дисперсии среднего по формуле		
		$\frac{\sigma^2 L_t}{N}$	(14.14)	(14.12)
Песчаники, 0,78	0—60	1,19	1,12	0,65
	60—120	1,21	1,01	0,60
	120—180	0,92	0,74	0,65
Алевролиты, 0,62	0—50	0,96	0,72	
	50—100	1,83	1,20	
	100—150	0,72	0,46	

Обычно инженерно-геологическое обоснование проекта требует одновременного изучения некоторого набора свойств пород, например плотности и угла внутреннего трения при проектировании подпорных стенок, прочности, деформируемости и проницаемости при проектировании плотин. Часто исследуемые свойства пород коррелированы. Если эксперименты по их оценке выполняются в одних и тех же точках, например на одних и тех же образцах и в примерно одинаковом количестве, коррелиированность свойств не вносит ничего нового в методику оценки средних значений и планирования экспериментов. Правильно оцененные средние значения должны удовлетворять уравнениям корреляционных связей и только.

Однако положение существенно меняется, если эксперименты по оценке коррелированных свойств выполняются в различных точках массива, как это имеет место, например, при использовании полевых методов исследования: в одних скважинах оценивается водопроницаемость, в других — деформируемость и т. д. Если при этом по результатам ранее проведенных экспериментов удается установить связи между изучаемыми свойствами: коэффициенты корреляции и параметры уравнений регрессии, то возникает реальная возможность уточнить искомые оценки средних или сократить число экспериментов. Аналогично обстоит дело и в случае параллельных (выполняемых в одних и тех же точках) определений, если число их существенно различно. Чтобы реализовать эти возможности, необходимо прежде всего иметь эффективные оценки средних и дисперсий исследуемых свойств пород, учитывающие дополнительную информацию, получаемую за счет корреляционных связей с другими свойствами, оценки которых определяются независимо.

Математическая постановка задачи такова. Требуется найти максимально эффективную, т. е. обладающую наименьшей дисперсией, оценку ML_1 , располагая независимыми рядами наблюдений свойств $L_2, L_3, \dots, L_j, \dots, L_k$. Свойства L_1 и L_j связаны линейными корреляционными зависимостями

$$L_j = a_j L_1 + b_j + \delta_j, \quad (14.15)$$

причем параметры a_j и b_j предполагаются известными, как и дисперсия ошибки $\sigma^2 \delta_j$. Значения свойства L_1 и ошибок $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_j, \dots, \delta_k$ предполагаются независимыми случайными величинами, причем $M\delta_j = 0$. Известна также дисперсия величины $L_1 = \sigma_1^2$.

Для строгого решения поставленной задачи предположим, как обычно, что система случайных величин $L_1, \dots, L_j, \dots, L_k$ подчиняется k -мерному нормальному закону распределения. В соответствии с (15) плотность вероятности для i -го наблюдения j -го свойства будет иметь вид

$$L_j^{(i)} \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi(a_j^2\sigma_1^2 + \sigma^2 \delta_j)}} \exp \left[-\frac{(L_j^{(i)} - a_j M L_1 - b_j)^2}{2(a_j^2\sigma_1^2 + \sigma^2 \delta_j)} \right], \quad (14.16)$$

а так называемая логарифмическая функция правдоподобия для всех наблюдений будет

$$L = C - \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} \frac{(L_j^{(i)} - a_j M L_1 - b_j)^2}{2(a_j^2 \sigma_1^2 + \sigma^2 \delta_j)}, \quad (14.17)$$

где C не зависит от определяемого параметра $M L_1$.

Для нахождения искомой оценки определим максимум функции правдоподобия, для чего продифференцируем ее по $M L_1$ и приравняем производную нулю:

$$\frac{\partial L}{\partial (M L_1)} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} \frac{L_j^{(i)} - a_j M L_1 - b_j}{a_j^2 \sigma_1^2 + \sigma^2 \delta_j} \cdot a_j = 0. \quad (14.18)$$

Решая полученное уравнение относительно $M L_1$, получим

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} \frac{(L_j^{(i)} - b_j)}{(a_j^2 \sigma_1^2 + \sigma^2 \delta_j)} \cdot a_j = \widehat{M L}_1 \sum_{j=1}^k \frac{a_j^2 N_j}{a_j^2 \sigma_1^2 + \sigma^2 \delta_j},$$

откуда

$$\widehat{M L}_1 = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} \frac{L_j^{(i)} - b_j}{a_j^2 \sigma_1^2 + \sigma^2 \delta_j} \cdot a_j}{\sum_{j=1}^k \frac{a_j^2 N_j}{a_j^2 \sigma_1^2 + \sigma^2 \delta_j}}. \quad (14.19)$$

Заметим, что знаменатели обеих дробей, входящих в (19) под знаком сумм, представляют собой дисперсии индивидуальных значений $L_j^{(i)}$. Учитывая это, а также известное соотношение между коэффициентами корреляции и регрессии

$$a = r_{12} \frac{\sigma_2}{\sigma_1},$$

полученное выражение можно упростить. После соответствующих выкладок окончательно получаем

$$\widehat{M L}_1 = \frac{\sum_{j=1}^k \bar{L}_1^{(j)} N_j r_{L_1 L_j}^2}{\sum_{j=1}^k N_j r_{L_1 L_j}^2}, \quad (14.20)$$

где $\bar{L}_1^{(j)}$ — оценка $M L_1$, получаемая из N_j наблюдений свойства L_j , по уравнению регрессии с коэффициентом корреляции $r_{L_1 L_j}$.

Дисперсия этой оценки, как можно убедиться путем прямого вычисления, будет

$$\sigma^2(\widehat{ML}_1) = \frac{\sigma_1^2}{\sum_{j=1}^k N_j r_{L,L_j}^2}. \quad (14.21)$$

Можно показать, что в случае, когда $a_j = 1$ и $b_j = 0$, т.е. когда вместо (15) имеется модель прямых наблюдений L_1 с различной дисперсией

$$L_j = L_1 + \delta_j, \quad (14.22)$$

полученные оценки \widehat{ML}_1 и $\sigma^2(\widehat{ML}_1)$ переходят в известные оценки

$$\left. \begin{aligned} \widehat{ML}_1 &= \frac{\sum_{j=1}^k \bar{L}_1^{(j)} \frac{N_j}{\sigma^2 \delta_j}}{\sum_{j=1}^k \frac{N_j}{\sigma^2 \delta_j}}, \\ \sigma^2(\widehat{ML}_1) &= \frac{1}{\sum_{j=1}^k \frac{N_j}{\sigma^2 \delta_j}}, \end{aligned} \right\} \quad (14.23)$$

введенные, в частности, В. В. Ивановым и Д. А. Родионовым (1967) в геохимию.

Полученные результаты дают непосредственное решение задачи оценки среднего значения механических свойств пород по ограниченному числу определений с учетом большего числа определений физических свойств, если те и другие изучаются в разных точках массива. При этом, как видно из (21), точность оценки механических свойств может существенно возрасти. Действительно, пусть мы располагаем N_{12} совместными определениями сжимаемости L_1 и плотности L_2 глин и N_2 определениями только плотности. По этим данным получены оценки дисперсии σ_1^2 сжимаемости и параметров связи сжимаемости и плотности, в том числе коэффициента корреляции r_{12} . При вычислении средней сжимаемости только по прямым данным дисперсия оценки \widehat{ML}_1 будет

$$\sigma^2(\widehat{ML}_1) = \frac{\sigma_1^2}{N_{12}}. \quad (14.24)$$

Если вычислять среднюю сжимаемость по уравнению регрессии, как предлагает А. А. Каган (1968), то

$$\sigma^2(\widehat{ML}_1) = \frac{\sigma_1^2}{(N_2 + N_{12}) r_{12}^2}. \quad (14.25)$$

Заметим, что вторая оценка может оказаться как более, так и менее точной, чем первая, в зависимости от соотношения величин N_2 и r_{12} .

Согласно выведенным выше формулам

$$\sigma^2 \left(\widehat{ML}_1 \right) = \frac{\sigma_1^2}{N_{12} + N_2 \cdot r_{12}^2}, \quad (14.26)$$

то точность оценки среднего возрастает в

$$1 + r_{12}^2 \cdot \frac{N_2}{N_{12}}$$

раз по сравнению с оценкой (24) и в

$$1 + \frac{1 - r^2}{r^2 \left(1 + \frac{N_2}{N_{12}} \right)}$$

раз по сравнению с оценкой (25). Если точность оценки повышать не нужно, то в соответствующее число раз можно сократить количество планируемых наблюдений

Полученные оценки являются точными, если известны истинные значения дисперсий и коэффициентов корреляции, входящие в формулы. В большинстве случаев мы располагаем лишь статистическими оценками, полученными по ограниченному числу наблюдений. Поэтому на практике формулы (20) и (21) приобретают приближенный характер. Рассмотрим примеры их использования.

Примеры 2, 3. Оценка средних значений показателей свойств пород по комплексу прямых и косвенных определений Территория строящегося в Рязанской области филиала завода ЗИЛ изучена изыскателями инженерно-геологического отдела ПНИИСа. Объект расположен на правом берегу р. Оки, на водораздельной равнине с абсолютными отметками 100—150 м, расчлененной неглубокой овражно балочной сетью. Район входит в пределы южного крыла Московской синеклизы и характеризуется развитием отложений каменноугольного возраста (известняки, известняки с прослоями доломитов, мергелей и глин), перекрывающихся верхнеюрскими глинами и песками общей мощностью от 25 до 60 м и нижнемеловыми песчаниками и песками с прослоями глин общей мощностью 35 м. Четвертичные отложения представлены мореной и флювиогляциальными суглинками gl, fg1 Q_{II}^D; покровными и лессовидными суглинками с прослоями погребенных почв d — al, d, d — eolQ_{II}^m, K, ost. аллювиальными и аллювиально делювиальными суглинками, супесями и песками надпойменных террас al, al — dQ_{II + III}^{m, s ost}, аллювиальными суглинками, песками и гравелистыми отложениями пойм современных рек и балок al, d — alQ_{IV}. Подземные воды приурочены к нижнемеловым, реже четвертичным отложениям, локально распространена верховодка.

Посмотрим, какой эффект может быть получен в результате дополнительного использования косвенных характеристик грунта при вычислении максимально эффективной оценки такого важного показателя, как модуль сжимаемости при ограниченном числе имеющихся определений путем полевых испытаний штампами (E_{шт}). Результаты, полученные для моренных суглинков Рязани, приведены в табл. 19.

В табл. 19 использованы следующие обозначения ε — коэффициент пористости, Е_{компр} — модуль деформации по лабораторным данным, χ — приведенное число ударов при динамической пенетрации.

Как видим, во всех трех случаях получено значительное уточнение оценки среднего модуля сжимаемости. Выведенные формулы позволяют учесть информацию о величине модуля сжимаемости, содержащуюся как в прямых, так и во всех косвенных определениях (ε, Е_{компр}, χ) одновременно. При этом вычисления дают Е_{шт} = 410 ± 20 кг/см².

Таблица 19

**Оценки корреляционных связей и средних значений модуля деформации
моренных суглинков**

Уравнение регрессии	Коэффициент корреляции	Количество параллельных определений	Оценка $E_{шт}$ по прямым определениям	Количество дополнительных косвенных определений	Оценка $E_{шт}$ по комплексу прямых и косвенных определений
$E_{шт} = 1702,2 - 1825 \cdot 9 \cdot e$	0,62	17	386 ± 73	35	335 ± 55
$E_{шт} = 7,2E_{компр} - 35,5$	0,94	13	443 ± 87	55	383 ± 37
$E_{шт} = 52,0 + 129,6 \cdot z$	0,96	8	591 ± 143	50	499 ± 63

Нижне-Днестровский и Дунай-Днестровский массивы орошения, также изученные изыскателями ПНИИИСа, расположены на водораздельной равнине с абсолютными отметками от 20—30 до 90 м Территория изысканий составляет соответственно 20 и 36 тыс га Пологоволнистая поверхность равнинны расчленена до глубины 50—60 м густой овражно-балочной сетью Днища балок прорезают промоины, по склонам развиты оползни

Коренные породы представлены глинями мэотиса N_1^m , перекрываемыми известняками, песками и глинами понта N_1^{pp} . Выше залегают красно-бурые глины верхнего плиоцена N_2^3 мощностью 3—5 м Толща четвертичных отложений мощностью до 30—32 м представлена лессовыми породами эолово-делювиального происхождения (суглинки легкие, средние и тяжелые, чередующиеся с горизонтами погребенных почв), делювиально-аллювиальными накоплениями балок (суглинки и глины), аллювиально лиманно-морскими отложениями IV террасы (суглинки, супеси, глины, пески)

Подземные воды приурочены к эолово-делювиальным, делювиально аллювиальным и аллювиально-морским отложениям четвертичного возраста, к известнякам и пескам понга, иногда к опесчаненным прослоям глин верхнего плиоцена Воды в лессовом толще соленые, обладают сульфатной и магнезиальной агрессивностью к бетону, реже пресные, неагрессивные Воды коренных отложенийсолонаватые и пресные

Для лессов Дунай-Днестровского и Нижне-Днестровского массивов столь тесных взаимосвязей между модулем сжимаемости ($E_{шт}$) и косвенными показателями, такими, как коэффициент пористости, верхний предел пластичности, а также модуль сжимаемости, полученный на компрессионном приборе в лаборатории ($E_{компр}$), установить не удалось ($r=0,33-0,39$) Это объясняется определяющим влиянием структуры пород Однако использование косвенных характеристик для нахождения максимально эффективной оценки модуля деформации и здесь оказалось возможным Результаты исследования приведены в табл 20 Через $E_{шт}$ в табл 20 обозначен модуль упругости по данным сейсмоакустических исследований, остальные обозначения прежние

Таким образом, и для лессов оценка средних значений модуля деформации по комплексу прямых и косвенных определений оказалась более эффективной хотя набор информативных показателей здесь иной, чем в море

С точки зрения инженера, разумеется, было бы полезнее получать не гарантированные значения расчетных показателей свойств пород, а гарантированные результаты решения задачи о величине предполагаемой осадки сооружения, фильтрационного расхода и т п В случае линейных расчетных схем нетрудно перейти от Оценки точности показателей свойств пород (1) к оценке точности

Таблица 20

Оценки корреляционных связей и средних значений модуля деформации лёссов

Уравнение регрессии	Коэффициент корреляции	Число параллельных определений	Оценка $E_{шт}$ по прямым определениям	Число дополнительных косвенных определений	Оценка $E_{шт}$ по комплексу прямых и косвенных определений
$E_{шт} = 43,4 \kappa + 10,9$	0,87	26	242 ± 24	32	260 ± 18
$E_{шт} = 0,04 E_{шт} + 70$	0,76	22	236 ± 18	18	230 ± 10

результатов решения инженерной задачи. Пусть расчетная схема имеет вид

$$M\varphi(L) = \varphi(ML) = aML + b, \quad (14.27)$$

где φ — величина рассчитываемого эффекта; a и b — некоторые постоянные.

К такому виду часто сводятся расчетные схемы суммарной пропускности, фильтрационного расхода, осадки сооружений (подробнее об этом см. ниже). Пусть, далее, неизвестная величина ML оценена согласно (1) с точностью

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{\sigma L_t}{\sqrt{N}}.$$

Тогда стандарт оценки $\varphi(ML)$ будет

$$\sigma\varphi = a\varepsilon. \quad (14.28)$$

Таким образом, имеет место следующее правило: при линейной схеме инженерной задачи стандарт результата расчетов пропорционален стандарту среднего значения показателя свойства породы. Закон распределения линейной функции (в данном случае результата расчетов) с точностью до параметров совпадает с законом распределения аргумента (в данном случае показателя свойства породы). Поэтому, если мы можем построить доверительный интервал (1) для математического ожидания аргумента, то мы можем построить его и для рассчитываемого эффекта (результатов расчета). Действительно, из (1) и (28) вытекает следующее выражение для доверительного интервала результатов расчета:

$$\varphi(\bar{L}) - t_a \cdot a\varepsilon < M\varphi < \varphi(\bar{L}) + t_a \cdot a\varepsilon. \quad (14.29)$$

Теперь по аналогии с гарантированным значением показателя свойства породы L_g можно говорить о гарантированной величине осадки, давления, фильтрационного расхода и т. п., выражаемой формулой

$$\varphi_r = \varphi(\bar{L}) \pm t_a \cdot a\varepsilon. \quad (14.30)$$

Формулы (28), (29), (30) легко распространяются на случаи, когда φ является функцией нескольких аргументов (свойств пород).

Такие процедуры оценки оказываются вполне корректными при условии допустимости осреднения L_i и линейности относительно \bar{L} соответствующей расчетной схемы. При нелинейных расчетных схемах, исследовавшихся автором совместно с М. Т. Ойзерманом, процедура получения оценки (1), да и само понятие «расчетного показателя», с ростом дисперсии свойств пород может потерять смысл. Несмотря на это, предлагаемый нами подход остается в принципе приемлемым, однако выражения (28) и (29) могут стать неверными. Вычисление дисперсии решения для каждого вида нелинейной расчетной схемы должно производиться особо. При этом получить аналитические решения часто оказывается затруднительным, и для вычисления дисперсии следует рекомендовать приближенные методы. Необходимо различать два случая.

При относительно небольших дисперсиях L_i , когда $\sigma^2 L_i$ меньше некоторой $\sigma_{kp}^2 L_i$, различной для разных расчетных схем, дисперсия решения $\sigma^2 \varphi$ может быть вычислена с помощью линеаризации расчетной схемы и использования известной формулы теории ошибок

$$\sigma^2 \varphi \approx \sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial \varphi}{\partial L_i} \right)^2 \sigma^2 L_i + 2 \sum_{i < j} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial L_i} \right) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial L_j} \right) r_{ij} \sigma^2 L_i \sigma^2 L_j. \quad (14.31)$$

При этом допускают, что

$$M\varphi \approx \varphi(ML_1, \dots, ML_j, \dots, ML_k), \quad (14.32)$$

где индексы i, j относятся к различным свойствам породы, если решение зависит от нескольких свойств, например от угла внутреннего трения и от сцепления.

При больших значениях дисперсии L_i формулы (31) и (32) нельзя использовать даже в качестве приближенных. Критическая величина дисперсии σ_{kp}^2 — своя для каждой расчетной схемы. В этих условиях простейший способ расчета состоит в осреднении множества решений, полученных для каждого индивидуального значения L_i . При мало-мальски сложной расчетной схеме такой метод следует реализовать на ЭВМ.

Известный опыт использования линеаризации уже накоплен в расчетах дисперсии решений ряда гидрогеологических и инженерно-геологических задач (Перцовский, 1967; Костюков, 1967; «Оценка точности ...», 1971), при оценке влияния ошибок измерений на результаты лабораторных исследований свойств пород (Ревелис, 1969).

Наиболее распространенной нелинейной схемой является схема расчета давления P на подпорную стенку, которая в простейшем случае имеет вид

$$P = \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right), \quad (14.33)$$

где H — высота слоя грунта; φ — угол внутреннего трения.

В. Д. Костюков (1967), пользуясь методом линеаризации, в предположении, что φ и γ некоррелированы, нашел среднеквадратичное отклонение величины P

$$\sigma_P = \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \sqrt{\frac{\sigma^2 \gamma}{\gamma^2} + \frac{4\sigma^2 \varphi}{\cos^2 \varphi}}. \quad (14.34)$$

Из формулы (34) видно, что разброс значений плотности грунта практически не влияет на дисперсию решения.

Чтобы убедиться, что метод линеаризации не дает существенных ошибок при обычных значениях дисперсии переменных, был использован метод Монте-Карло (это можно было бы сделать и аналитически, но метод Монте-Карло проще). На ЭВМ моделировались выборки случайных величин, имитирующих результаты единичных определений γ и φ . Обе величины предполагались распределенными нормально со средними значениями $M_\varphi = 0,525$ рад (30°), $M_\gamma = 1,6$ т/м³ и различными дисперсиями. В табл. 21 приведены результаты вычислений среднеквадратичного отклонения решения по формуле (34) и с помощью метода Монте-Карло.

Таблица 21

**Вариация давления на подпорную стенку,
расчитанная разными методами**

σ_{γ^2}	σ_P , кгс/см ²	
	по методу линеаризации	по методу Монте-Карло
0,5	0,136	0,126
1,0	0,271	0,266
2,0	0,542	0,537
4,0	1,080	1,100
7,0	1,993	2,010

Из табл. 22 видно, что величины среднеквадратичного отклонения решения σ_P , вычисленные методом линеаризации, практически совпадают с величинами, полученными методом Монте-Карло. Таким образом, первый метод может использоваться при всех практически встречающихся значениях σ_P .

Доверительный интервал для математического ожидания решения при нелинейных расчетных схемах не может быть построен так же просто, как это делалось для линейных схем. Дело в том, что при нелинейной схеме закон распределения решения должен специально вычисляться на основании известного закона распределения аргументов (см., например, Вентцель, 1962), причем эта задача далеко не всегда имеет простое решение.

Если основание сооружения является кусочно-однородным, например слоистым, то на каждый из выделяемых инженерно-геологических элементов могут быть распространены оценки (1) и (1-а). К основанию в целом вполне применим развитый выше подход,

использующий теорию функций от случайных аргументов. Действительно, пусть

$$\varphi = \sum_{i=1}^k a_i M L_i + b, \quad (14.35)$$

где i — номер инженерно-геологического элемента.

Тогда, полагая, что свойства породы различных инженерно-геологических элементов независимы, можем записать

$$\sigma^2 \varphi = \sum_{i=1}^k a_i^2 \varepsilon_i^2, \quad (14.36)$$

$$\begin{aligned} \varphi(\bar{L}_1, \bar{L}_2, \dots, \bar{L}_k) - t_a \sqrt{\sum_{i=1}^k a_i^2 \varepsilon_i^2} &\leq M\varphi < \varphi(\bar{L}_1, \bar{L}_2, \dots, \bar{L}_k) + \\ &+ t_a \sqrt{\sum_{i=1}^k a_i^2 \varepsilon_i^2}, \end{aligned} \quad (14.37)$$

$$\varphi_t = \varphi(\bar{L}_1, \bar{L}_2, \dots, \bar{L}_k) \pm t_a \sqrt{\sum_{i=1}^k a_i^2 \varepsilon_i^2}. \quad (14.37-a)$$

В случае нелинейной относительно \bar{L} расчетной схемы справедливы соображения, изложенные ранее применительно к однородной модели. Однако при использовании кусочно-однородных моделей нелинейные расчетные схемы встречаются чаще. Перейдем к конкретным задачам такого рода. Фильтрационный расход Q под основанием плотины при двухслойном разрезе и слабо проницаемом верхнем слое оценивается обычно исходя из гипотезы перетекания Мятниева—Гиринского. При условии, что водопроницаемость K_Φ нижнего слоя по крайней мере на порядок превышает проницаемость K_Φ верхнего ($K_\Phi \ll K_{\Phi_2}$), предполагают, что через верхний слой происходит только перетекание, в горизонтальном же направлении фильтрация отсутствует. С привлечением этой гипотезы фильтрационный расход оценивается по формуле (Каменский, 1943)

$$Q = \frac{bH}{\frac{d}{h_2 K_{\Phi_2}} + 2 \sqrt{\frac{h_1}{K_{\Phi_1} K_\Phi h_2}}}, \quad (14.38)$$

где h_1 и h_2 — соответственно мощности верхнего и нижнего слоев; м; b — длина участка плотины, для которого ведется расчет, м; d — ширина плотины по основанию, м.

Допустим, что геометрические параметры модели h_1 и h_2 , d , b , H не случайны, а значения K_{Φ_1} и K_{Φ_2} представляют собой независимые величины с параметрами MK_{Φ_1} , DK_{Φ_1} , MK_{Φ_2} , DK_{Φ_2} . Тогда дисперсия оценки фильтрационного расхода может быть найдена методом линеаризации. Согласно формуле (1.31) можно записать

$$\begin{aligned} \sigma \bar{Q} = & \sqrt{\frac{\partial Q}{\partial K_{\Phi_1}} \sigma^2 \bar{K}_{\Phi_1} + \frac{\partial Q}{\partial K_{\Phi_2}} \sigma^2 \bar{K}_{\Phi_2}} = \frac{bH}{4} \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \times \\ & \times \frac{1}{\frac{d}{2\sqrt{h_1 h_2}} + \sqrt{\frac{\bar{K}_{\Phi_2}}{\bar{K}_{\Phi_1}}}} \times \\ & \times \sqrt{\left(\frac{\bar{K}_{\Phi_2}}{\bar{K}_{\Phi_1}}\right)^3 \sigma^2 \bar{K}_{\Phi_1} + \left(\frac{d}{\sqrt{h_1 h_2}} + \sqrt{\frac{\bar{K}_{\Phi_2}}{\bar{K}_{\Phi_1}}}\right)^2 \sigma^2 \bar{K}_{\Phi_2}}. \quad (14.39) \end{aligned}$$

Рассматриваемая схема основания плотины характерна для аллювиальных отложений, проницаемость которых часто распределена по нормальному закону с коэффициентом вариации, не превышающим 30—35 %. Проверка полученной формулы методом Монте-Карло показала, что смещение оценки дисперсии решения в указанных пределах вариации K_{Φ_1} и K_{Φ_2} не наблюдается. Следовательно, критическое значение коэффициента вариации превышает 35 %, и при расчете фильтрации в относительно однородных аллювиальных отложениях формулу (39) использовать можно. Мы вернемся к ней при изучении вопросов опробования.

Другим характерным примером нелинейной схемы при использовании кусочно-однородной модели может служить расчетная схема притока к колодезному водозабору, когда коэффициент фильтрации меняется в радиальном направлении. В. Н. Щелкачевым (1959) рассмотрена задача о водопритоке к вертикальной скважине, вскрывающей напорный водоносный горизонт в указанных условиях. При достаточно большом сроке эксплуатации, полагая фильтрацию во внутренней зоне пласта установившейся, имеем для понижения s

$$s = \frac{Q}{2\pi} \left(\frac{1}{K_1 h_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{1}{K_2 h_2} \ln \frac{1.5 \sqrt{\frac{K_2 h_2 t}{\mu}}}{r_1} \right), \quad (14.40)$$

где Q — дебит водоразбора, $\text{м}^3/\text{сутки}$; $K_1 h_1$; $K_2 h_2$ — водопроводимости соответственно внутренней и внешней частей пласта, $\text{м}^2/\text{сутки}$, r_1 — радиус внутренней части пласта, м; r_0 — радиус скважины, м, t — время, сутки; μ — коэффициент упругой водоотдачи.

Полагая, как и ранее, геометрические характеристики пласта h_1 , h_2 , r_1 , а также r_0 фиксированными, а значения K_{Φ_1} и K_{Φ_2} независи-

мыми случайными величинами и пользуясь методом линеаризации, найдем дисперсию среднего понижения

$$\begin{aligned} \sigma^2 \bar{s} = & \frac{Q^2}{4\pi^2 \bar{K}_{\phi_1}^4 h_1^2} \ln^2 \frac{r_1}{r_0} \sigma^2 \bar{K}_{\phi_1} + \frac{Q^2}{4\pi^2 \bar{K}_{\phi_2}^4 h_2^2} \times \\ & \times \left(-\ln \frac{1,5 \sqrt{\frac{h_2 \bar{K}_{\phi_2} t}{\mu}}}{r_1} + \frac{1}{2} \right)^2 \sigma^2 \bar{K}_{\phi_2}. \end{aligned} \quad (14.41)$$

Эта формула, как и (39), может быть использована для оценки точности гидрогеологических прогнозов, а также при решении задач опробования, к которым мы обратимся в дальнейшем.

Приведем еще результаты решения задачи о фильтрации попереек слоистости. В отличие от расчетной схемы (35), характеризующей фильтрацию вдоль слоистости, в этом случае коэффициент фильтрации для двухслойной среды оценивается по формуле (Каменский, 1943)

$$K_{\phi} = \frac{h_1 + h_2}{\frac{h_1}{K_{\phi_1}} + \frac{h_2}{K_{\phi_2}}} = \frac{(h_1 + h_2) K_{\phi_1} K_{\phi_2}}{h_1 K_{\phi_2} + h_2 K_{\phi_1}}. \quad (14.42)$$

Такого рода ситуация типична для задач самоподтопления, фильтрации из водохранилищ, хвостохранилищ и отстойников, а также мелиоративной гидрологии (задачи орошения, осушения).

Дисперсия решения в этой задаче имеет вид

$$D\bar{K}_{\phi} = \frac{(h_1 + h_2)^2}{(h_1 \bar{K}_{\phi_1} + h_2 \bar{K}_{\phi_2})^4} \{ h_1^2 \bar{K}_{\phi_1}^4 \sigma^2 \bar{K}_{\phi_1} + h_2^2 \bar{K}_{\phi_2}^4 \sigma^2 \bar{K}_{\phi_2} \}. \quad (14.43)$$

§ 15. Задачи оптимизации методики опробования

Чтобы планировать опробование, нужно наряду с четким указанием задачи исследования располагать информацией о характере и степени неоднородности исследуемого массива горных пород. Это не является особенностью нашего подхода к задаче. Не имея сведений об объекте разведке, в принципе можно получить только верхнюю оценку стоимости изысканий (см. § 17). Чем большей информацией мы располагаем, тем более содержательные рекомендации по опробованию могут быть выработаны.

Предположим пока, что что-то об объекте разведки мы знаем. Обычно этим «что-то» является дисперсия. Кроме того, в случаях, когда придется оперировать с регрессионными зависимостями, будем считать, что параметры этих зависимостей устойчивы хотя бы локально, в пределах исследуемых участков.

В такой постановке простейшие задачи оптимизации опробования поддаются аналитическому решению. Однако на практике информация о дисперсиях, коэффициентах корреляции и т. п. накапливается в ходе изысканий одновременно с оценкой средних значе-

ний свойств пород. Возникает естественное желание выяснить, насколько полезными при этом могут оказаться решения, полученные в предположении, что дисперсии известны. Пути решения задач такого рода обсуждаются в следующем параграфе.

Здесь мы рассмотрим три группы задач оптимизации опробования: о выборе метода исследования свойств горных пород, о комплексировании разных методов и о расположении точек опробования в пространстве в пределах кусочно-однородной определяющей области.

Интуитивная постановка задач первой группы состоит в следующем. Пусть требуется оценить свойство породы L так, чтобы дисперсия среднего значения не превышала фиксированной величины ε . Заданная точность может быть достигнута путем исследования некоторого числа проб, тем большего, чем больше неоднородность породы, измеряемая величиной DL . Если в распоряжении исследователя имеется набор методов оценки величины L , по каждой пробе, то придется анализировать тем меньшее число проб, чем точнее принятый метод исследования. На последнем утверждении основано стремление к повышению точности определений. Между тем, известно вообще (Налимов, 1960 и др.) и показано применительно к задачам инженерной геологии Б. М. Ребриком и С. Н. Чернышевым (1968), что в случае относительно высокой неоднородности объекта повышение точности метода исследования оказывается мало эффективным. Это следует уже из простой записи правила \sqrt{N} применительно к рассматриваемой ситуации

$$\varepsilon = \frac{DL + D\vartheta}{N}, \quad (15.1)$$

где $D\vartheta$ — дисперсия эксперимента, или квадрат ошибки воспроизводимости, характеризующий точность метода исследования*. Действительно, если $DL \gg D\vartheta$, то даже значительное уменьшение $D\vartheta$ (увеличение точности исследования) никак не влияет на необходимое число проб, равное

$$N = \frac{DL + D\vartheta}{\varepsilon}.$$

Если же DL и $D\vartheta$ соизмеримы или $D\vartheta > DL$, то повышение точности оценки L , может существенно сократить число проб. Это утверждение представляет собой в сущности другое выражение известного правила, сформулированного Терцаги и Пеком в 1948 г «С увеличением сложности грунтового профиля целесообразность тщательных исследований грунта быстро уменьшается», причем

* На методике оценки дисперсий эксперимента мы не останавливаемся, так как эта методика неоднократно описывалась, в том числе и применительно к задачам инженерной геологии (Налимов, 1960, Крендлев и др., 1965; Ревелис, 1969).

в особо сложных случаях «усилия следует сконцентрировать не на получении точных данных, касающихся физических свойств отдельных проб грунта, а на получении надежной картины строения основания» (Терцаги и Пек, 1958, стр 328) Действительно, из (1) следует, что чем неоднороднее массив горных пород, тем меньше оптимальная точность индивидуальных определений и тем больше оптимальное число проб, обеспечивающее общую «карту строения основания». Таким образом, чем сложнее и неоднороднее массив горных пород, тем выгоднее заменять бурение зондированием (там же, стр 351) и вообще точные методы исследования — экспресс-методами Наиболее эффективными поэтому должны быть экспресс-методы оценки свойств скальных трещиноватых пород, неоднородность которых особенно велика Возникает задача выяснить, какая точность оценки L , (точность метода исследования) обеспечивает достижение требуемого результата $D\bar{L} \leq \varepsilon$ при минимуме затрат C . Или, наоборот, если фиксирована стоимость C ис следований, какая точность оценки L , обеспечивает минимальную ошибку оценки \bar{L} , $D\bar{L} = \text{const}$ Можно показать, что эти две постановки задачи приводят к одному результату Рассмотрим задачу во второй постановке При этом не будем разделять дисперсию на составляющие D_L и $D\bar{L}$, учитывая, что на практике геолог не всегда располагает точными сведениями о дисперсии эксперимента, а для решения задачи достаточно знать общую дисперсию наблюдений

Итак, пусть в пределах фиксированных затрат C надлежит оценить среднее значение показателя некоторого свойства породы, используя один из двух конкурирующих методов точный и дорогой либо грубый, но дешевый В качестве модели результатов наблюдений будем по-прежнему рассматривать совокупность независимых случайных величин Из этого следует, что количество экспериментов, выполняемых ι -методом, определяется равенством

$$N_\iota = \frac{\sigma_\iota^2}{\varepsilon_\iota}, \quad (15.2)$$

где σ_ι^2 — дисперсия результатов экспериментов,

ε_ι — дисперсия соответствующей оценки среднего значения

Вместе с тем из условия фиксированной стоимости исследования вытекает, что

$$C_1 N_1 = C_2 N_2$$

где C_1 и C_2 — стоимости единичных экспериментов, выполняемых первым и вторым методом соответственно

Требуя одинаковой точности результирующей оценки среднего, т. е. $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, получаем следующий довольно общий критерий из конкурирующих методов исследования необходимо выбирать тот, который характеризуется минимальной величиной произведения дис-

персии результатов на стоимость единичных экспериментов *. Таким образом, величину

$$\theta_i = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{C_i}} \quad (15.3)$$

резонно назвать эффективностью i -го метода исследования, а сформулированный критерий — критерием максимума эффективности (КМЭ). Следовательно, теоретическое решение вопроса о выборе одного из двух конкурирующих методов может быть сведено к проверке выполнения неравенств

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \geq \frac{C_2}{C_1}. \quad (15.4)$$

КМЭ может быть использован при широко практикующейся в инженерной геологии оценке прямых показателей по косвенным с применением методов корреляционного анализа. При этом может быть решен вопрос о целесообразности косвенных определений. Обратимся к простейшей задаче такого рода. Пусть есть прямой способ оценки свойства L_1 горных пород (обладающих по-прежнему дисперсией D_{L_1}) с дисперсией $D\Theta$ и стоимостью индивидуального определения C_1 . Пусть также известно, что между свойством L_1 и некоторым другим свойством L_2 имеется линейная корреляционная зависимость с коэффициентом корреляции r . Допустим, что свойство L_2 само по себе не представляет интереса, но оценки его сравнительно дешевы ($C_2 \ll C_1$), и поэтому возникает мысль, используя корреляционную связь между свойствами, заменить дорогостоящие прямые определения L_1 оценками L_1 по известным значениям L_2 .

Примем следующую математическую модель результатов наблюдений.

при прямых определениях

$$\hat{L}_{1,n} = L_1 + \delta_1, \quad (15.5)$$

где $\hat{L}_{1,n}$ — наблюденные в результате прямых экспериментов значения исследуемого свойства породы,

L_1 — соответствующие истинные (неизвестные) значения свойства,

δ_1 — ошибка эксперимента, имеющая дисперсию $D\Theta$,
при косвенных определениях

$$\hat{L}_{1,k} = \varphi(\hat{L}_2) + \delta_2, \quad (15.6)$$

где $\hat{L}_{1,k}$ — оценка исследуемого свойства породы косвенным способом,

* Аналогичный критерий в аналитической химии был предложен С. М. Райским (1965).

- \widehat{L}_2 — наблюденные значения косвенного признака;
 $\varphi(\widehat{L}_2)$ — правая часть уравнения регрессии $\widehat{L}_{1,\text{п}} = \varphi(\widehat{L}_2)$ наблюденных значений исследуемого свойства породы по значениям косвенного признака;
 δ_2 — ошибка, возникающая в результате разброса точек около линии регрессии.

Имея в виду, что $\widehat{L}_{1,\text{п}} = \varphi(\widehat{L}_2)$ и $\widehat{L}_{1,\text{п}} = L_1 + \delta_1$, из (6) получаем

$$\widehat{L}_{1,\text{к}} = \widehat{L}_{1,\text{п}} + \delta_2 = L_1 + \delta_1 + \delta_2.$$

Как отмечалось, $D\delta_1 = D\varTheta$. Вычислим дисперсию δ_2 . Если двумерное распределение $(\widehat{L}_{1,\text{к}}, \widehat{L}_2)$ нормально, можно записать

$$D\delta_2 = D(\widehat{L}_{1,\text{к}} | \widehat{L}_2 = c) = D\widehat{L}_{1,\text{к}}(1 - r^2).$$

Итак, дисперсия наблюденных значений исследуемого свойства породы будет:

при прямых определениях

$$D\widehat{L}_{1,\text{п}} = DL_1 + D\varTheta.$$

при косвенных оценках

$$D\widehat{L}_{1,\text{к}} = DL_1 + D\varTheta + D\widehat{L}_{1,\text{к}}(1 - r^2) = \frac{DL_1 + D\varTheta}{r^2}.$$

Если целью исследования, как часто бывает на практике, является оценка математического ожидания наблюденных значений исследуемого свойства породы $M\widehat{L}_1$, естественно потребовать, чтобы точность этой оценки была одинаковой в обоих случаях. Полагая, как и раньше, результаты испытаний статистически независимыми, это условие можно записать в виде

$$\frac{D\widehat{L}_{1,\text{п}}}{N_1} = \frac{D\widehat{L}_{1,\text{к}}}{N_2}, \quad (15.7)$$

где N_1 и N_2 — число экспериментов при прямом и косвенном способе соответственно. Подставляя в это условие полученные ранее значения дисперсий, получим

$$\frac{DL_1 + D\varTheta}{N_1} = \frac{DL_1 + D\varTheta}{r^2 N_2},$$

откуда следует

$$N_2 = \frac{N_1}{r^2}. \quad (15.8)$$

Число экспериментов N_2 , удовлетворяющее соотношению (8), при косвенном методе обеспечивает ту же точность оценки среднего, что и число N_1 прямых определений.

Считая, по-прежнему, что стоимость исследований пропорциональна числу экспериментов, условие экономической целесообразности пользования косвенными оценками можно записать в виде

$$N_2 C_2 < N_1 C_1, \quad (15.9)$$

откуда с учетом (8) окончательно получаем критерий целесообразности использования косвенной оценки

$$r^2 > \frac{C_2}{C_1}. \quad (15.10)$$

Пример 4. Выбор метода исследования. Попробуем определить, основываясь на вычисленных выше коэффициентах корреляции $E_{шт}$ и $E_{компр}$ для суглинков Рязани и лёссов Дунай-Днестровского массива (см. примеры 2 и 3), какой из способов определения модуля сжимаемости будет выгоден на дальнейших стадиях исследований при соблюдении равной точности оценки среднего для интересующего нас показателя

Стоимость единичного испытания грунта штампом площадью 5000 см ² в шурфе нагрузкой до 5 кгс составляет 440 р.	Стоимость единичного компрессионного испытания — 29 р. Отбор монолита — 7 р. Проходка шурфа — 330 р.
Проходка шурфа до 5 м — 330 р.	
Итого	Итого
770 р.	366 р.
	$\frac{C_1}{C_2} = \frac{366}{770} = 0,475.$

Нижняя 95%-ая доверительная граница коэффициента корреляции для суглинков Рязани $r_{95\%} = 0,76$ ($r = 0,93, N = 13$). Имеем
 $0,76^2 = 0,58 > 0,475$.

Для лёссов Дунай-Днестровского массива получен довольно маленький коэффициент корреляции: $r = 0,33$ при $N = 48$. Осторожнее будет использовать его верхнюю доверительную границу $r_{95\%} = 0,56$. Имеем

$$0,56^2 = 0,31 < 0,475.$$

Таким образом, для суглинков Рязани связь достаточно сильна, чтобы для определения модуля сжимаемости выгодно было пользоваться компрессионными испытаниями, вычисляя затем $E_{шт}$ по уравнению регрессии. Для лёссов же штамповье испытания обязательны, определение модуля деформации на компрессионном приборе не имеет смысла.

Аналогичным образом проверим, целесообразны ли дальнейшие испытания штампом при корреляции $E_{шт}$ и показателя динамического зондирования (стоимость единичного определения 21 руб.). Отношение стоимостей этих испытаний

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{21}{770} = 0,028.$$

В данном случае динамическое зондирование предпочтительно даже и при не очень тесной связи. Производя вычисления, аналогичные вышеприведенным, можно показать, что и в Рязани, и на Дунай-Днестровском массиве орошения в дальнейшем предпочтительно пользоваться динамической пенетрацией.

* «Сборник цен на проектные и изыскательские работы для строительства», ч. 1. М., 1967, табл. 187, § 5; табл. 220, § 7 а, табл. 186, § 1.

Чтобы избежать несложных, но часто повторяющихся вычислений доверительных границ коэффициентов корреляции при использовании КМЭ, составлены номограммы для уровней значимости $\alpha = 0,05$ и $\alpha = 0,01$ (рис. 42). Номограммы позволяют принять решение о выборе метода по критерию $r^2 \geq \frac{C_1}{C_2}$ при $10 \leq N_{\text{пп}} \leq 100$.

Пусть, например, по результатам 30 параллельных определений

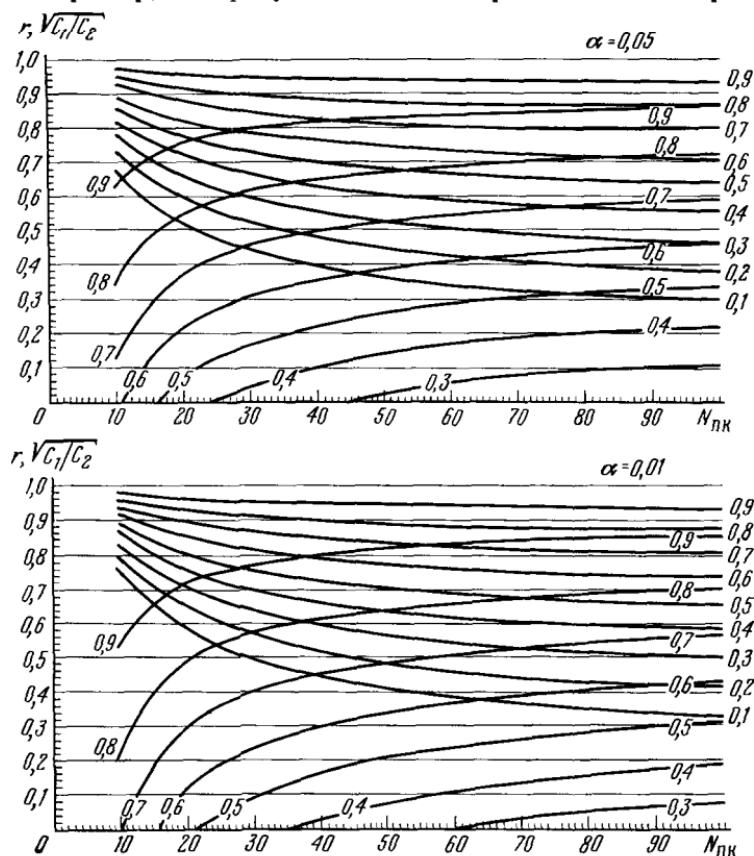


Рис. 42. Номограммы для выбора метода исследования

требуется принять решение при $\hat{r} = 0,8$ и $\frac{C_1}{C_2} = 0,5$. Примем $\alpha = 0,05$. В точке $N = 30$ оси абсцисс номограммы восставляем перпендикуляр до пересечения с кривыми 0,8. Получаем верхнюю и нижнюю доверительные границы для ρ , равные соответственно 0,90 и 0,62. Нижняя доверительная граница находится выше горизонтальной линии с ординатой $\frac{C_1}{C_2} = 0,5$. Следовательно, косвенный метод предпочтительнее.

До сих пор мы полагали, что корреляционная зависимость $\widehat{L}_1 = \varphi(\widehat{L}_2)$ заранее известна исследователю. Во многих случаях, однако, ее оценки получаются по результатам специальных параллельных определений $\widehat{L}_{1,\text{п}}$ и \widehat{L}_2 . Учтем эти совместные определения. Пусть их сделано $N_{1,2}$. Тогда условие равенства дисперсий средних значений \widehat{L}_1 запишем в виде

$$\frac{DL_1 + D\vartheta}{N_1 + N_{1,2}} = \frac{DL_1 + D\vartheta}{r^2(N_2 + N_{1,2})},$$

откуда вместо (15.8) следует

$$N_2 = \frac{N_1 + N_{1,2}}{r^2} - N_{1,2}. \quad (15.11)$$

Так как корреляционную зависимость надо изучить до принятия решения о выборе метода дальнейших исследований, условие (9) остается в силе. Подставляя значение N_2 из (11) в (9), получим критерий целесообразности пользования косвенной оценкой

$$r^2 > \frac{(N_1 + N_{1,2}) C_2}{N_1 C_1 + N_{1,2} C_2}. \quad (15.12)$$

Входящее в (12) число N_1 прямых определений можно оценить, пользуясь результатами параллельных определений $N_{1,2}$.

Сходная задача о выборе метода исследования возникает в случаях, когда косвенная оценка получается не с помощью эмпирически устанавливаемой корреляции, а какой-либо теоретический зависимости $L_1 = \varphi(L_2)$, связывающей истинные значения L_1 и L_2 . В этом случае модель для результатов прямых экспериментов (5) остается без изменений, но вместо модели (6) результатов косвенных определений мы должны принять

$$\widehat{L}_{1,\text{k}} = \varphi(\widehat{L}_2) = \varphi(L_2 + \delta_2), \quad (15.13)$$

где L_2 — истинные неизвестные значения косвенного признака;
 δ_2 — ошибка эксперимента при определении косвенного признака;

φ — функция, предлагаемая теорией.

Для обоснованного выбора метода исследования нужно иметь оценки дисперсий $D\widehat{L}_{1,\text{п}}$ и $D\widehat{L}_{1,\text{k}}$. Располагая этими оценками и рассуждая как в предыдущей задаче, получим критерий целесообразности использования косвенного метода в виде

$$C_2 < \frac{C_1 D\widehat{L}_{1,\text{п}}}{D\widehat{L}_{1,\text{k}}}, \quad (15.14)$$

где C_1 и C_2 — стоимости прямого и косвенного определений соответственно.

Следующая задача касается выбора размера проб или в принятой нами терминологии выбора размера определяющей области эксперимента. Интуитивно ясно, что чем больше величина проб, тем меньшее число их необходимо для получения заданной точности оценки среднего. В простейшем случае, когда испытания независимы, масштабный эффект II рода подчиняется правилу \sqrt{n} , а масштабные эффекты I и III родов отсутствуют, количество и размер проб влияют на точность оценки среднего одинаково.

Действительно, в этом случае дисперсия \bar{L} и по отдельно взятой пробе, и по серии проб подчиняется правилу \sqrt{n} , и относительно дисперсии \bar{L} можно записать

$$\epsilon_1 = D\bar{L} = \frac{A}{v_1 N_1}, \quad (15.15)$$

где N_1 — число проб объемом v_1 .

Вместе с тем, учитывая соотношение эквивалентности расходов $N_1 C_1 = N_2 C_2$, для проб размером v_2 можем записать

$$\epsilon_2 = \frac{A}{v_2 N_2} = \frac{A}{v_1 N_1} \cdot \frac{v_1 C_2}{v_2 C_1}. \quad (15.16)$$

Выбирать первый или второй из способов опробования следует в зависимости от того, справедливо ли неравенство

$$\frac{C_1}{C_2} < \frac{v_1}{v_2} \quad (15.17)$$

или обратное. Полученный результат количественно выражает следующее: чем слабее влияние размера проб на стоимость исследования, тем крупнее следует брать пробы и тем меньшее количество их можно исследовать. Разумеется, это верно лишь при указанных выше допущениях.

Заметим, что все полученные результаты, начиная с (10), могут быть выведены непосредственно из критерия максимума эффективности, а последний выводится из рассматриваемой ниже задачи комплексирования. Между прочим, КМЭ снимает вопрос о комплексировании независимых методов оценки единичного свойства породы: любое такое комплексирование хуже, чем использование одного максимально эффективного метода *.

Задачи комплексирования методов исследования, к которым мы переходим, возникают, когда одновременно оценивается несколько свойств пород или когда эксперименты выполняются в одних и тех же точках массива и результаты их статистически зависимы. Вторая из этих ситуаций должна рассматриваться в рамках теории многомерной регрессии. Обратимся к анализу первой, имеющей, как

* Разумеется, это не относится к методам, дающим систематическую ошибку. Не исключено, что исследование моделей наблюдений с систематическими ошибками покажет эффективность комплексирования в рассматриваемом случае.

легко видеть, прямое отношение к вопросам, рассматривавшимся выше.

Пусть целью исследований является оценка средних значений некоторого конечного набора свойств пород L_p ($p=1, 2, \dots, s$), причем дисперсии оценок средних не должны превышать соответственно величин ε_p . Для достижения поставленной цели могут производиться и прямые определения индивидуальных значений L_p в различных точках массива, и косвенные оценки других (вообще говоря, не интересующих нас) свойств L_j с последующей оценкой \bar{L}_p при помощи парных регрессионных связей $L_p = f(L_j)$. Последние предполагаются известными из ранее проведенных параллельных определений. Если выполняются условия, указанные в § 14, то оценки $\hat{M}\bar{L}_p$ и ε_p получаются по формулам (14.20) и (14.21). Возникает задача: выбрать такой набор определений L_p и L_j , чтобы обеспечить получение заданной точности ε_p с минимальными затратами.

Требование обеспечить заданную точность запишем в виде

$$\frac{\sigma^2 L_p}{\sum_{j=1}^k N_{pj} r_{L_p L_j}^2} \leq \varepsilon_p \quad (15.18)$$

или, что равносильно,

$$\sum_{j=1}^k N_{pj} r_{L_p L_j}^2 \geq \frac{\sigma^2 L_p}{\varepsilon_p}, \quad (15.18-a)$$

где k — число возможных оценок при определении \bar{L}_p .

Ясно, что при использовании прямых определений $r_{L_p L_j} = 1$.

Требование минимизации общих затрат запишем так:

$$\sum_{p=1}^s \sum_{j=1}^k N_{pj} C_{pj} = \min, \quad (15.19)$$

где s — число свойств, средние значения которых мы хотим определить.

Кроме того, следует поставить условие неотрицательности числа экспериментов при любом способе оценки любого из S интересующих нас свойств

$$N_{pj} \geq 0. \quad (15.20)$$

Таким образом, мы пришли к задаче минимизации линейной относительно неизвестных N_{pj} функции (19) при линейных же ограничениях (18-а) и (20). Это типичная задача линейного программирования — так называемая «задача о диете», решаемая на ЭВМ с помощью стандартных программ.

В этой задаче мы не учитывали регрессионных связей между свойствами L_p , хотя и не предполагали их независимости. Дело в том, что учет этих связей привел бы к необходимости оценивать лишь одно из свойств — некое «сверхсвойство», зная которое можно было бы оценить и все остальные. Хотя математически такую задачу решать можно, геологическое содержание ее пока неясно.

Рассмотрим некоторые частные случаи задачи комплексирования. Пусть требуется с заранее заданной точностью ε_j оценить средние значения различных свойств $L_1, L_2, \dots, L_j, \dots, L_k$ горных пород в массиве, причем по результатам предыдущих исследований изве-

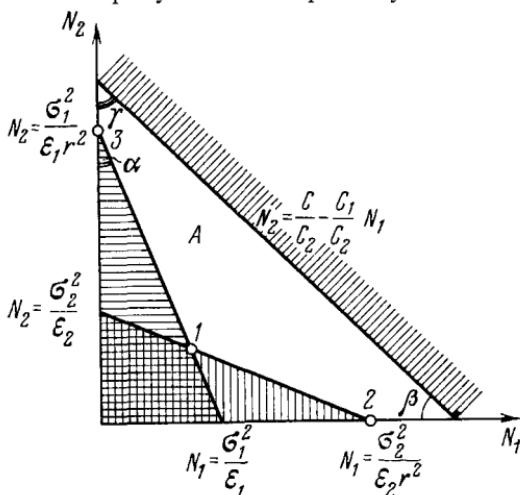


Рис. 43 Графическая интерпретация задачи о комплексировании двух независимых методов исследования линейно коррелированных свойств пород

A — многоугольник допустимых планов при фиксированных избыточных затратах C , руб

$$\operatorname{tg} \alpha = r^2, \quad \operatorname{tg} \beta = \left(\frac{C_1}{C_2} \right), \quad \operatorname{tg} \gamma = \frac{C_2}{C_1}$$

стны оценки их дисперсий $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_j^2, \dots, \sigma_k^2$ и коэффициентов парной корреляции $r_{12}, r_{13}, \dots, r_{1j}, \dots, r_{jk}$. Систему случайных величин $(L_1, L_2, \dots, L_j, \dots, L_k)$ будем, как всегда, считать подчиняющейся многомерному нормальному распределению. Дальнейшие определения L_j предполагается выполнять в различных точках массива, т. е. индивидуальные значения $L_j^{(i)}$ будут статистически независимы. Возникает вопрос: сколько определений следует выполнять по каждому из исследуемых свойств.

Для двух свойств породы L_1 и L_2 решение этой задачи сводится к минимизации суммарных затрат $N_1 C_1 + N_2 C_2 = C = \text{const}$ при ограничениях

$$\frac{\sigma_1^2}{N_1 + N_2 r^2} \leq \varepsilon_1; \quad \frac{\sigma_2^2}{N_2 + N_1 r^2} \leq \varepsilon_2; \quad N_i \geq 0. \quad (15.21)$$

В теории линейного программирования планы, удовлетворяющие ограничительным неравенствам, но не минимизирующие целевую функцию, называются допустимыми. При этом известно, что допустимые планы отвечают в пространстве всех возможных планов вершинам некоторого выпуклого многогранника. В рассматриваемой двумерной задаче все возможные планы опробования отвечают точкам первого квадранта плоскости N_1N_2 (рис. 43). Если фиксировать некоторые заведомо избыточные затраты на опробование в размере С руб., получим многоугольник допустимых планов (см. рис. 43), каждой вершине которого отвечает один из допустимых планов опробования.

В рассматриваемой задаче легко показать, что, если выполняется условие

$$r^2 < \frac{C_2}{C_1}, \quad C_2 < C_1,$$

оптимальным будет план, отмеченный на рис. 43 цифрой 1 и задаваемый формулами

$$N_1^* = \frac{\varepsilon_1 \sigma_1^2 - \varepsilon_1 \sigma_2^2 r^2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 (1 - r^4)}; \quad N_2^* = \frac{\varepsilon_1 \sigma_2^2 - \varepsilon_2 \sigma_1^2 r^2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 (1 - r^4)}. \quad (15.22)$$

В частном случае при $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ и $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$ имеем

$$N_1^* = N_2^* = \frac{\sigma^2}{\varepsilon (1 + r^2)}. \quad (15.23)$$

Если, напротив,

$$r^2 > \frac{C_2}{C_1}, \quad (*)$$

то оптимальным будет план, отмеченный на рис. 43 цифрой 2 и определяемый выражениями

$$\left. \begin{array}{l} N_2^* = 0, \\ N_1^* = \frac{\sigma_2^2}{\varepsilon_2 r^2}, \end{array} \right\} \quad (15.24)$$

или план

$$\left. \begin{array}{l} N_1^* = 0, \\ N_2^* = \frac{\sigma_1^2}{\varepsilon_1 r^2}, \end{array} \right\} \quad (15.24-a)$$

показанный на рис. 43 цифрой 3.

Условие (*) не случайно совпадает с условием (10): в этом проявляется внутренняя общность рассматриваемых задач.

^x Здесь и далее звездочками обозначено оптимальное в том или ином смысле число проб

При одновременном исследовании трех свойств пород допустимые планы опробования выражаются формулами

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{\sigma_1^2 \epsilon_2 \epsilon_3 (r_{23}^4 - 1) + \sigma_2^2 \epsilon_1 \epsilon_3 (r_{12}^2 - r_{13}^2 r_{23}^2) + \sigma_3^2 \epsilon_1 \epsilon_2 (r_{13}^2 - r_{12}^2 r_{23}^2)}{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 (r_{12}^4 + r_{13}^4 + r_{23}^4 - 2r_{12}^2 r_{13}^2 r_{23}^2 - 1)}, \\ N_2 &= \frac{\sigma_2^2 \epsilon_1 \epsilon_3 (r_{13}^4 - 1) + \sigma_1^2 \epsilon_2 \epsilon_3 (r_{12}^2 - r_{13}^2 r_{23}^2) + \sigma_3^2 \epsilon_1 \epsilon_2 (r_{23}^2 - r_{12}^2 r_{13}^2)}{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 (r_{12}^4 + r_{13}^4 + r_{23}^4 - 2r_{12}^2 r_{13}^2 r_{23}^2 - 1)}, \\ N_3 &= \frac{\sigma_3^2 \epsilon_1 \epsilon_2 (r_{12}^4 - 1) + \sigma_1^2 \epsilon_2 \epsilon_3 (r_{13}^2 - r_{12}^2 r_{23}^2) + \sigma_2^2 \epsilon_1 \epsilon_3 (r_{23}^2 - r_{12}^2 r_{13}^2)}{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 (r_{12}^4 + r_{13}^4 + r_{23}^4 - 2r_{12}^2 r_{13}^2 r_{23}^2 - 1)}. \end{aligned} \right\} \quad (15.25)$$

Чтобы оценить возможную экономию за счет учета корреляции, положим

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma^2, \quad \epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon, \quad r_{12} = r_{13} = r_{23} = r.$$

Тогда

$$N_1 = N_2 = N_3 = \frac{1}{1 + 2r^2} \cdot \frac{\sigma^2}{\epsilon}. \quad (15.26)$$

Вообще при исследовании k свойств пород по указанной схеме средняя экономия составляет

$$\frac{100(k-1) \cdot r^2}{1 + (k-1) \cdot r^2} \% . \quad (15.27)$$

Так, при $r=0,5$ в двумерном случае потребуется 80% от числа проб, необходимого для получения заданной точности без учета корреляционной связи, в трехмерном — уже только 67%. При $r=0,7$ эти цифры снижаются до 67 и 50% соответственно.

На практике часто приходится ограничивать объем исследований, укладываясь в отпущенные средства. К такой ситуации, в частности, приводит решение сформулированных в § 17 задач оптимизации объемов изысканий. Тогда становится невозможна достигнуть некоей произвольно заданной точности оценки средних, и рассматриваемые задачи формулируются несколько иначе.

Пусть надлежит оценить средние значения свойств пород $L_1, L_2, \dots, L_j, \dots, L_k$, причем стоимость индивидуальных определений составляет соответственно $C_1, C_2, \dots, C_j, \dots, C_k$ рублей. По результатам предыдущих исследований получены оценки дисперсий $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_j^2, \dots, \sigma_k^2$ и коэффициентов парной корреляции $r_{12}, \dots, r_{1j}, \dots, r_{2j}$. Схема проведения планируемых экспериментов такая же, как и ранее, однако их общая стоимость $C = C_1 N_1 + C_2 N_2 + \dots + C_j N_j + \dots + C_k N_k$ фиксирована. Очевидно, что в этом случае мы можем произвольно назначить лишь относительную точность оценки средних, т. е. фиксировать величины $\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = K_1, \frac{\epsilon_1}{\epsilon_3} = K_2, \dots, \frac{\epsilon_1}{\epsilon_k} = K_{k-1}$.

Опять возникает вопрос: как распределить объемы опробования по изучению различных свойств пород.

Решение задачи сводится к решению системы k уравнений, одно из которых есть уравнение общей стоимости, а остальные $k-1$ образуются подстановкой в отношение дисперсий средних $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_j} = K_{j-1}$ соответствующих оценок вида (14.21). В двумерном случае решение дается формулами

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{C(\sigma_1^2 - Kr^2\sigma_2^2)}{C_1(\sigma_1^2 - Kr^2\sigma_2^2) + C_2(K\sigma_2^2 - r^2\sigma_1^2)}, \\ N_2 &= \frac{C(K\sigma_2^2 - r^2\sigma_1^2)}{C_1(\sigma_1^2 - Kr^2\sigma_2^2) + C_2(K\sigma_2^2 - r^2\sigma_1^2)}. \end{aligned} \right\} \quad (15.28)$$

При $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $C_1 = C_2$ полученное решение приводит к делению средств на две равные части независимо от величины r . При $r=0$ распределение средств по-прежнему зависит от величин σ_j^2 , ε_j и C_j ,

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{C\sigma_1^2}{C_1\sigma_1^2 + KC_2\sigma_2^2}, \\ N_2 &= \frac{CK\sigma_2^2}{C_1\sigma_1^2 + KC_2\sigma_2^2}. \end{aligned} \right\} \quad (15.29)$$

Перейдем к задачам о распределении точек опробования в пространстве. То или иное распределение точек опробования в пределах исследуемого массива горных пород разумно выбирать с учетом цели исследования и имеющейся информации о характере пространственной изменчивости изучаемых свойств. Рассмотрим прежде всего случай планирования экспериментов, когда опробование преследует цель проверки тех или иных статистических гипотез о распределении свойств пород.

Пусть в изученном массиве выделяются две разновидности пород или два слоя, относительно которых мы хотим проверить гипотезу о существенном (в статистическом смысле) различии средних значений некоторого свойства L . Пусть по результатам предыдущих исследований первый слой характеризуется дисперсией σ_1^2 , второй — σ_2^2 , а стоимость единичных экспериментов по оценке L составляет соответственно C_1 и C_2 руб. Сравнение средних предполагается проводить исходя из нормального закона, основываясь на величине разности ($\bar{L}_1 - \bar{L}_2$). Возникает задача, не выходя за рамки отпущенных средств C , так спланировать дальнейшее опробование, чтобы наиболее надежно установить различие средних, \bar{L}_1 и \bar{L}_2 , если они действительно различаются.

Для решения этой задачи надлежит минимизировать дисперсию разности средних значений \bar{L}_1 и \bar{L}_2 , т. е. потребовать, чтобы

$$\sigma^2(\bar{L}_1 - \bar{L}_2) = \min \quad (15.30)$$

при условии, что

$$C_1 N_1 + C_2 N_2 = C, \quad (15.31)$$

где N_1 и N_2 — количества проб, которые предполагается отобрать из первого и второго слоев соответственно.

Учитывая соотношение (31), перепишем (30) в виде

$$\sigma^2(\bar{L}_1 - \bar{L}_2) = \frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2} = \frac{C_1 \sigma_1^2}{C_1 N_1} + \frac{C_2 \sigma_2^2}{C_2 N_2} = \frac{C_1 \sigma_1^2}{C_1 N_1} + \frac{C_2 \sigma_2^2}{C - C_1 N_1} = \min. \quad (15.32)$$

Дифференцируя (32) по $C_1 N_1$, после элементарных преобразований находим

$$\left. \begin{aligned} C_1 N_1^* &= \frac{\sigma_1 C}{\sigma_2 \sqrt{\frac{C_2}{C_1} + \sigma_1}}, \\ C_2 N_2^* &= \frac{\sigma_2 C}{\sigma_1 \sqrt{\frac{C_2}{C_1} + \sigma_2}} \end{aligned} \right\} \quad (15.33)$$

или, в терминах эффективности (стр. 158),

$$\left. \begin{aligned} C_1 N_1^* &= \frac{C \theta_2}{\theta_1 + \theta_2}, \\ C_2 N_2^* &= \frac{C \theta_1}{\theta_1 + \theta_2}. \end{aligned} \right\} \quad (15.33-a)$$

При $\theta_1 = \theta_2$ слои следует опробовать одинаково.

Больший практический интерес представляют задачи о распределении точек наблюдения в пространстве, когда целью опробования является решение той или иной инженерной задачи. Начнем рассмотрение этих задач с важнейшего случая, когда инженерная расчетная схема линейна относительно показателей исследуемых свойств горных пород. С формальных позиций расчет среднего результата решения инженерной задачи при этом эквивалентен вычислению среднего взвешенного значения показателя. К такой схеме (в предположении, что геометрия разреза известна) приводятся, в частности, задачи об оценке суммарной просадочности горизонтальнослойстой толщи, об осадке сооружения при расчете по методу послойного суммирования, о фильтрационном расходе вдоль слоистости.

Экономически оптимальная методика разведки и опробования слоистой толщи в этих условиях сводится к тому, чтобы в рамках

фиксированных затрат на исследования обеспечить максимально возможную точность среднего значения решения инженерной задачи, т. е. оценки просадочности, осадки, фильтрационного расхода и т. п. Эквивалентной будет постановка задачи, требующая минимизации затрат для получения заданной точности среднего результата решения инженерной задачи.

Если метод оценки исследуемых свойств фиксирован, то параметрами управления в данной задаче будут число и глубина выработок (обычно буровых скважин) и число проб, отбираемых из каждой выработки в пределах того или иного слоя. Изменяя эти параметры, геолог может влиять на точность среднего решения инженерной задачи, которая (точность) является в данном случае параметром оптимизации. Выбор той или иной величины параметров управления определяется геометрией исследуемого разреза (мощность и число слоев), стоимостными соотношениями (стоимость исследования на разных глубинах, соотношение стоимости бурения и опробования) и неоднородностью изучаемых пород.

В качестве модели для результатов наблюдений за показателем свойства L породы в пределах данного слоя примем, как обычно, совокупность независимых случайных величин. Пусть разрез, составленный из I слоев, разведывается J скважинами (рис. 44). Скважины могут иметь разную глубину, но для простоты будем считать, что все они заканчиваются на границах слоев.

Разрез i -го слоя ($i=1, 2, \dots, I$) j -й скважиной ($j=1, 2, \dots, J$) назовем сечением ij . Будем считать, что опробование является единственной целью проходки скважин. Тогда наша задача решена, если мы сможем заполнить следующую матрицу:

$$\left. \begin{array}{cccccc} N_{1,1} & N_{1,2} & \dots & N_{1,J} & \dots & N_{1,J}, \\ N_{2,1} & N_{2,2} & \dots & N_{2,J} & \dots & N_{2,J}, \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{I,1} & N_{I,2} & \dots & N_{I,J} & \dots & N_{I,J}, \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{I,1} & N_{I,2} & \dots & N_{I,J} & \dots & N_{I,J}, \end{array} \right\} \quad (15.34)$$

Рис. 44 Схема разведки горизонтально-слоистого массива

обычно, совокупность независимых случайных величин. Пусть разрез, составленный из I слоев, разведывается J скважинами (рис. 44). Скважины могут иметь разную глубину, но для простоты будем считать, что все они заканчиваются на границах слоев.

Разрез i -го слоя ($i=1, 2, \dots, I$) j -й скважиной ($j=1, 2, \dots, J$) назовем сечением ij . Будем считать, что опробование является единственной целью проходки скважин. Тогда наша задача решена, если мы сможем заполнить следующую матрицу:

где N_{ij} — число проб, отбираемых в сечении ij . Значения N_{ij} должны назначаться так, чтобы при фиксированных затратах миними-

зировать дисперсию линейной функции ψ от средних значений показателя свойства породы L по всем исследуемым слоям.

$$D\psi(\bar{L}_i) = \sum_{i=1}^I a_i^2 D\bar{L}_i = \min, \quad (15.35)$$

где a_i — весовые коэффициенты, вычисляемые в зависимости от содержания инженерной задачи*.

Для решения задачи необходимо указать, как зависят стоимость исследования и дисперсия (35) от способа опробования, т. е. от значения компонентов матрицы. В данном случае естественно принять для результатов наблюдений в i -м слое обычную модель дисперсионного анализа, которая позволяет учесть концентрацию проб в выработках,

$$L_{ijk} = ML_i + \hat{L}_{ij} + \hat{L}_{ijk}, \quad (15.36)$$

где k — номер пробы, отбираемой в сечении ij ; ML_i — математическое ожидание показателя свойства L пробы в i -м слое; \hat{L}_{ij} — флуктуации средних по сечениям значений показателя L ; \hat{L}_{ijk} — флуктуации результатов индивидуальных определений L .

В модели (36) выполняются соотношения

$$\left. \begin{aligned} M\hat{L}_{ij} &= M\hat{L}_{jik} = 0, \\ D\hat{L}_{ij} &= \sigma_{1, i}^2, \quad D\hat{L}_{ijk} = \sigma_{2, i}^2, \\ \bar{L}_i &= \frac{\sum_{j=1}^{J_i} \left(\sum_{k=1}^{N_{ij}} L_{ijk} \right)}{\sum_{j=1}^{J_i} N_{ij}} \end{aligned} \right\} \quad (15.37)$$

где J_i — число скважин, пересекающих i -й слой.

На основании (36) и (37) можем вычислить дисперсию \bar{L}_i

$$\begin{aligned} D\bar{L}_i &= D \left\{ \frac{\sum_{j=1}^{J_i} \hat{L}_{ij} N_{ij} + \sum_{j=1}^{J_i} \left(\sum_{k=1}^{N_{ij}} \hat{L}_{ijk} \right)}{\sum_{j=1}^{J_i} N_{ij}} \right\} = \\ &= \frac{\sigma_{1, i}^2 \sum_{j=1}^{J_i} N_{ij}^2}{\left(\sum_{j=1}^{J_i} N_{ij} \right)^2} + \frac{\sigma_{2, i}^2}{\sum_{j=1}^{J_i} N_{ij}} = \frac{\sigma_{1, i}^2}{J_i} + \frac{\sigma_{2, i}^2}{\sum_{j=1}^{J_i} N_{ij}}. \end{aligned} \quad (15.38)$$

* Например в случае расчета фильтрационного расхода a_i , пропорционально мощности слоев, вдоль которых происходит фильтрация

Подставляя (38) в (35), окончательно получим

$$D_{ij}^*(\bar{L}_i) = \sum_{i=1}^I a_i^2 \left(\frac{\sigma_{1,i}^2}{J_i} + \frac{\sigma_{2,i}^2}{\sum_{j=1}^{J_i} N_{ij}} \right) = \min. \quad (15.39)$$

Подсчитаем теперь, как влияет способ опробования на стоимость исследования. Обозначим через $C_0 = \text{const}$ стоимость отбора и испытания одной пробы и через C_{ij} стоимость проходки скважины через слой с номером i . Тогда стоимость G_{ij} исследования одного сечения ij , включая проходку скважины, отбор и исследование проб, выразится как

$$G_{ij} = C_{ij} + C_0 \cdot N_{ij}, \quad (15.40)$$

а общая стоимость разведки и опробования, которую мы хотим зафиксировать, как

$$\sum_{j=1}^J \left(\sum_{i=1}^{I_j} C_{ij} \right) = \sum_{j=1}^J \left(\sum_{i=1}^{I_j} C_{ij} \right) + C_0 \sum_{j=1}^J \left(\sum_{i=1}^{I_j} N_{ij} \right) = \text{const}, \quad (15.41)$$

где I_j — номер самого глубокого слоя, пройденного j -й скважиной
Добавляя к условию (7) естественное ограничение

$$N_{ij} \geq 0, \quad (15.42)$$

получаем законченную формулировку задачи: указать такие значения N_{ij} , которые, удовлетворяя условиям (41) и (42), обращали бы в минимум выражение (39).

Поставленная задача решается только путем прямого перебора. Алгоритм и примеры решения приводятся М. Т. Ойзерманом и М. В. Рацем (1971) Ш. Ш. Загиров заметил, что, если не задаваться целью определить оптимальное число проб в каждом сечении, а ограничиться поиском оптимального числа проб в i -м слое, то задача о разведке слоистого массива поддается аналитическому решению. Согласно Ш. Ш. Загирову в этом случае оптимальное число скважин J_i^* , пересекающих i -й слой, и оптимальное число проб N_i^* , которое следует отобрать в этом слое, могут быть определены из выражений

$$\left. \begin{aligned} J_i^* &= \frac{a_i \sigma_{1,i}}{\sum_{i=1}^I a_i (\sigma_{1,i} \sqrt{C_i} + \sigma_{2,i} \sqrt{C_0})} \cdot \frac{C_{\text{общ}}}{V C_i}, \\ N_i^* &= \frac{a_i \sigma_{2,i}}{\sum_{i=1}^I a_i (\sigma_{1,i} \sqrt{C_i} + \sigma_{2,i} \sqrt{C_0})} \cdot \frac{C_{\text{общ}}}{V C_i}. \end{aligned} \right\} \quad (15.43)$$

Задача о разведке слоистого массива имеет два важных частных случаев. Первый возникает, когда концентрацию точек опробования

в скважинах можно не учитывать, т. е. заменить модель (36) более простой моделью

$$L_{ijk} = ML_i + \hat{L}_{ijk}, \quad (15.44)$$

полагая $D\hat{L}_{ij} = \sigma_{j,i}^2 = 0$. Формально этому равносильна разведка разреза одной скважиной. Итак, пусть $J=1$. Тогда вместо (39) и (41) будем иметь соответственно

$$\left. \begin{aligned} D\psi(\bar{L}_i) &= \sum_{i=1}^I a_i^2 \frac{\sigma_{2,i}^2}{N_i} = \min, \\ \sum_{i=1}^I C_i &= C_0 \sum_{i=1}^I N_i + C_1 = \text{const}, \end{aligned} \right\} \quad (15.45)$$

где C_1 — стоимость проходки скважины. Условие (42) остается без изменений, и мы получаем так называемую задачу Неймана (Neyman, 1934), решение которой выражается формулой

$$N_i^* = \frac{a_i \sigma_{2,i}}{\sum_{i=1}^I \frac{a_i \sigma_{2,i}}{\sqrt{C_i}}} \cdot \frac{N}{\sqrt{C_i}}, \quad (15.46)$$

где C_i — стоимость отбора и исследования одной пробы из i -го слоя.

Если задана не суммарная стоимость опробования, а суммарное число проб, решение приобретает вид

$$N_i^* = \frac{a_i \sigma_{2,i}}{\sum_{i=1}^I a_i \sigma_{2,i}} \cdot N. \quad (15.46-a)$$

На рис. 45 приведена графическая интерпретация этого решения для варианта разведки двуслойной толщи.

Второй частный случай отвечает разведке однослойного основания. Тогда задача сводится к определению оптимального соотношения числа выработок J и числа проб N_J . Математически задача формулируется так: найти значения J и N_J , которые обращали бы в минимум дисперсию среднего значения показателя

$$D\bar{L} = \frac{\sigma_1^2}{J} + \frac{\sigma_2^2}{J N_J} = \min \quad (15.47)$$

при фиксированных затратах на разведку и опробование

$$C_{\text{общ}} = J \cdot C_J + J N_J \cdot C_0 = \text{const}. \quad (15.48)$$

Решение этой задачи, известное в математической статистике (Хальд, 1956), дается формулами

$$N_J^* = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \sqrt{\frac{C_J}{C_0}}, \quad J^* = \frac{C_{\text{общ}}}{C_0 + N_J^* C_0}. \quad (15.49)$$

Из формул (49) следует, между прочим, что оптимальное число проб в скважине не зависит от общей суммы ассигнований на изыскания, а определяется лишь геологической структурой исследуемого массива и соотношением стоимостей бурения и опробования.

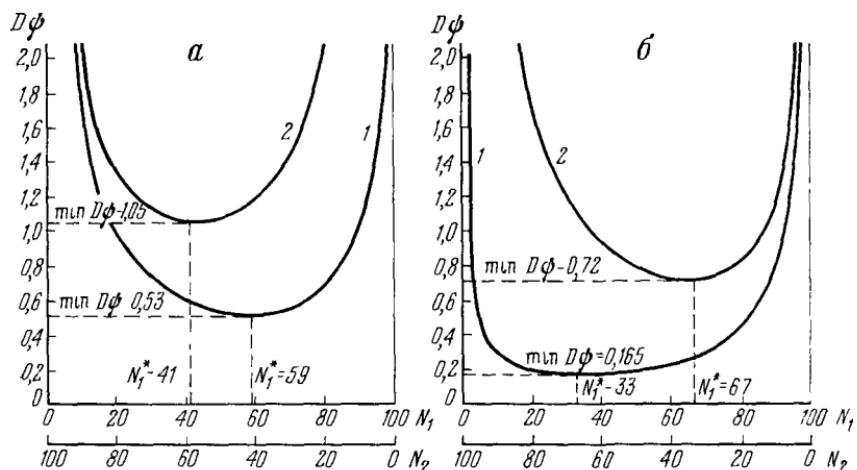


Рис. 45 Графическая интерпретация решения задачи Неймана зависимость дисперсии среднего решения линейной инженерной задачи от размещения точек опробования в двухслойной толще

$$a - a_1 = a_2 = 3, \quad 1 - DL_1 = 2, \quad DL_1 = 1, \quad 2 - DL_1 = 2, \quad DL_2 = 4, \quad 6 - DL_1 = DL_2 = 2, \quad 1 - a_1 = 1, \\ a_2 = 2, \quad 2 - a_1 = 4, \quad a_2 = 2$$

Пример 5. Распределение точек опробования между слоями (задача Неймана). Оптимальное размещение выборки при послойном опробовании проиллюстрируем на лессах и лессовидных макропористых суглиниках Дунай-Днестровского массива орошения (см. пример 3). В рассматриваемом примере интересующий нас эффект — суммарная просадка толщи S_{np} — может быть представлен как линейная функция средних значений относительной просадочности по некоторым выделенным слоям*:

$$S_{np} = \sum_{i=1}^k \delta_{np} \cdot i \cdot h_i \cdot m_i,$$

где δ_{np} — средняя относительная просадочность i го слоя;

h_i — мощность того же слоя;

m_i — коэффициент условий работы основания.

Задача состоит в размещении проб таким образом, чтобы дисперсия среднего результата была минимальной (задача Неймана). Для расчета выбраны два горизонта лессов бугский (bs Q_{III}^{bg}) и витачевский (ped Q_{III}^v), для которых по каталогу скважин подсчитаны средние мощности: $a_1 = 29$ м; $a_2 = 28$ м

По результатам компрессионных испытаний для каждого горизонта выписаны коэффициенты относительной просадочности при нагрузке 3 кгс/см² (25 определений по горизонту ls Q_{III}^{bg} и 28 определений по горизонту ped Q_{III}^v). Изменчивость мощностей (от 1 до 5 м) несизмеримо мала по сравнению с изменчивостью величины относительной просадочности последняя колеблется от десятых до тысячных долей единицы. На этом основании в решении задачи средние мощности слоев принятые неслучайными. Оценки среднеквадратичных отклонений

* «Рекомендации по проведению инженерно-геологических изысканий в районах распространения лессов и лессовидных пород» М., 1968.

нений относительной просадочности составляют 0,032 и 0,033 соответственно для первого и второго горизонтов

Если полагать, что стоимость опробования каждого из горизонтов одинакова и коэффициенты условий работы также равны, то, пользуясь формулой (15.46), можно убедиться, что приблизительно равномерное опробование бугского и витачевского горизонтов является оптимальным. Однако если учесть, что опробование верхнего горизонта дешевле, а коэффициент условий работы для него часто принимают равным двум, тогда как для подстилающего слоя — единице, то окажется, что оптимальным является более детальное опробование верхнего горизонта. Так, только при учете влияния коэффициента m из 53 фактически исследованных проб 35 следовало бы отобрать из бугского горизонта. Учет стоимостных соотношений еще более усугубляет «неравноправие» исследованных горизонтов.

Иногда интересующий инженера-геолога эффект $\varphi(\bar{L}_i)$ не может быть представлен как линейная комбинация от \bar{L}_i . В таких случаях каждое представление $\varphi(\bar{L}_i)$ требует самостоятельного решения, причем точно вычислить дисперсию $\varphi(\bar{L}_i)$ оказывается затруднительно. Вследствие большого практического значения таких задач М. Т. Ойзерманом и автором была разработана процедура их приближенного решения. При относительно малых коэффициентах вариации \bar{L}_i предлагается производить линеаризацию $\varphi(\bar{L}_i)$ и пользоваться известными соотношениями теории ошибок (14.31). При относительно больших коэффициентах вариации L_i дисперсия $\varphi(L_i)$ вычисляется методом Монте-Карло и минимизируется путем прямого перебора вариантов на ЭВМ.

Рассмотрим конкретные задачи такого рода. Первая задача состоит в размещении точек фильтрационного опробования в двухслойном основании плотины. Мы хотим выяснить, как лучше распределить точки опробования между первым и вторым слоями, чтобы минимизировать дисперсию решения. В отличие от рассмотренной выше линейной расчетной схемы в данном случае интуиция, по-видимому, бессильна дать даже качественные рекомендации об оптимальном размещении проб. Действительно, решение этой задачи приводит, как будет показано, к довольно неожиданным результатам.

Заменим в формуле (14.39) $\sigma^2 \bar{K}_{\Phi_1}$ эквивалентным выражением $\frac{\sigma^2 K_{\Phi_1}}{N_1}$, а $\sigma^2 \bar{K}_{\Phi_2}$ соответственно выражением $\frac{\sigma^2 K_{\Phi_2}}{N - N_1}$, где N — по-прежнему общее число экспериментов, которое надо распределить между слоями. Дифференцируя σQ по N_1 и приравнивая производную нулю, после алгебраических преобразований получаем

$$\frac{N_1^*}{N - N_1^*} = \frac{\sigma K_{\Phi_1}}{\sigma K_{\Phi_2}} \cdot \frac{\frac{\bar{K}_{\Phi_2}}{\bar{K}_{\Phi_1}} \sqrt{\frac{\bar{K}_{\Phi_2}}{\bar{K}_{\Phi_1}}}}{\frac{d}{\sqrt{h_1 h_2}} + \sqrt{\frac{\bar{K}_{\Phi_2}}{\bar{K}_{\Phi_1}}}}, \quad (15.50)$$

где $N_2^* = N - N_1^*$.

При мощной толще аллювия и коротком пути фильтрации первым членом суммы в знаменателе (50) можно пренебречь (напомним, что $\frac{K_{\Phi_2}}{K_{\Phi_1}} \geq 10$), и формула приобретает вид

$$\frac{N_1^*}{N_2^*} = \frac{\sigma K_{\Phi_1}}{\sigma K_{\Phi_2}} \cdot \frac{\bar{K}_{\Phi_2}}{\bar{K}_{\Phi_1}}. \quad (15.50-a)$$

Формула (50-а) совпадает по своей структуре с формулой Неймана, справедливой для линейных расчетных схем, но в качестве весовых коэффициентов в ней фигурируют гидравлические сопротивления $\frac{K_{\Phi_2}}{K_{\Phi_1}} = \frac{1/K_{\Phi_1}}{1/K_{\Phi_2}}$. Таким образом, в данном случае имеет место

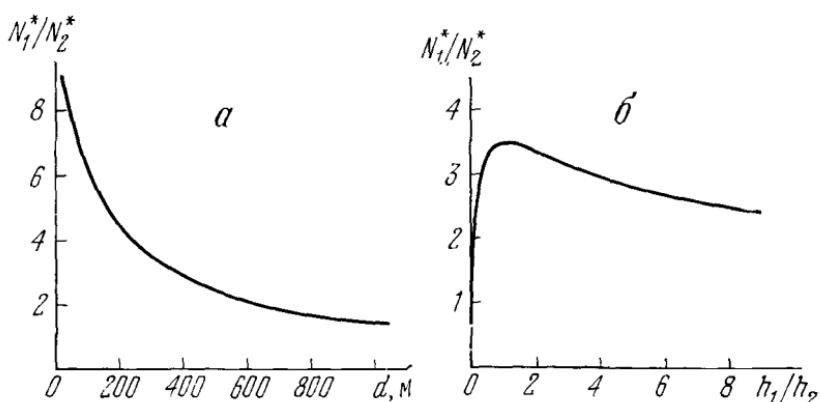


Рис. 46 Зависимость оптимального размещения экспериментов в двухслойном основании плотины

а — от длины пути фильтрации d , *б* — от отношения мощностей слоев h_1/h_2

следующее утверждение: чем более проницаем нижний пласт, тем детальнее надо изучать верхний; чем более проницаем верхний пласт, тем детальнее надо изучать нижний. Этот вывод кажется парадоксальным только с первого взгляда. В действительности он вполне объясним: ведь верхний пласт в принятых предположениях является как бы «заслонкой», через которую вода перетекает в нижний. Естественно, что чем более проницаем нижний пласт, тем точнее надо выяснить эффективность «заслонки», и наоборот, чем менее эффективна «заслонка», тем точнее надо знать проницаемость нижнего пласта.

В общем случае, когда членом $\frac{d}{Vh_1 \cdot h_2}$ в (50-а) нельзя пренебречь, оптимальное размещение экспериментов в рассматриваемой схеме приобретает и другие своеобразные черты. Так, оптимальная детальность опробования верхнего слоя снижается с увеличением длины пути фильтрации (рис. 46, *а*). В зависимости

от отношения мощностей слоев оптимальное размещение проб меняется не монотонно, имея экстремум при равных мощностях (рис. 46, б).

Аналогичным образом можно подойти и к решению задачи о расположении точек опробования (скважин) при разведке водозабора, располагаемого в кусочно-неоднородном пласте. Для этой цели воспользуемся формулой (14.41). Заменим в этой формуле $\sigma^2 \bar{K}_{\Phi_1}$, эквивалентным выражением $\frac{\sigma^2 K_{\Phi_1}}{N_1}$, а $\sigma^2 \bar{K}_{\Phi_2}$ соответственно выражением $\frac{\sigma^2 K_{\Phi_2}}{N - N_1}$, где N — общее число экспериментов, которое надо разделить между внутренней и внешней частями пласта, а N_1 — число экспериментов во внутренней части пласта (см. § 14).

Дифференцируя $\sigma^2 s$ по N_1 и приравнивая производную нулю, после соответствующих преобразований получаем

$$\frac{N_1^*}{N - N_1^*} = \frac{\ln \frac{r_1}{r_0}}{\left| -\ln \frac{1.5 \sqrt{K_2 h_2 t} \mu}{r_1} + \frac{1}{2} \right|} \cdot \frac{K_{\Phi_2}^2}{K_{\Phi_1}^2} \cdot \frac{h_2}{h_1} \cdot \frac{\sigma K_{\Phi_1}}{\sigma K_{\Phi_2}}. \quad (15.51)$$

Как и в предыдущем случае, результаты, получаемые по формуле (51), далеко не всегда очевидны интуитивно. В частности, эффект заслонки проявляется в этой задаче более резко, чем в задаче о фильтрации под плотиной. Это видно уже из формулы (51), содержащей квадраты коэффициентов фильтрации.

Наконец, применяя изложенный метод в задаче о фильтрации поперек слоистости и пользуясь полученной в § 14 оценкой дисперсии решения, находим, что минимум этой дисперсии достигается при следующем распределении точек опробования:

$$\frac{N_1^*}{N_2^*} = \frac{\sigma K_{\Phi_1}}{\sigma K_{\Phi_2}} \cdot \frac{h_1 K_{\Phi_2}^2}{h_2 K_{\Phi_1}^2}, \quad (15.52)$$

причем $N_1^* + N_2^* = \text{const.}$

Пример 6. Распределение точек опробования при разведке водозабора. Участок одного из водозаборов в Прибалтике, по данным Л. С. Язвина, расположена на территории Польско-Литовского артезианского бассейна. Эксплуатирующий водоносный горизонт залегает на глубине 200—250 м и перекрывается мощной (150—170 м), регионально выдержанной толщей мезозойских глин. Водовмещающими породами являются иерархометрически известняки пермского возраста мощностью 40—50 м.

Водозаборные скважины расположены в пределах локального тектонического поднятия радиусом 5—6 км, где известняки обладают повышенной трещиноватостью. По результатам поисковых работ величина водопроводимости при планировании разведочных работ может быть принята 1500 м²/сутки для внутренней части определяющей области водозабора и 100 м²/сутки для внешней.

Вопрос заключается в том, какую долю от общего числа опытных откачек для определения водопроводимости следует провести в пределах поднятия, а какую — за его пределами, на периферии определяющей области.

Теоретическое решение задачи (15.51) зависит помимо геометрических характеристик от величин водопроницаемости и ее среднеквадратичного отклонения в пределах и за пределами поднятия. Для ориентировочного подсчета примем по аналогии с ранее разведенными участками коэффициент фильтрации известняков в пределах поднятия 30 м/сутки, а за его пределами — 2 м/сутки. Стандарт логарифма проницаемости, согласно табл. 13, равен 0,5. Соответствующие грубые оценки стандартов натуральных значений коэффициентов фильтрации составляют 70 м/сутки для внутренней и 5 м/сутки для периферийной зоны определяющей области.

Полагая, как обычно, расчетное время $t=10^4$ суток и ориентировочно $r_0=500$ м, получим по формуле (51) $N_1^*/N_2^* \approx 0,08$. Учитывая ориентировочный характер расчета, ограничим выводы утверждением, что большую часть опытных работ надлежит провести за пределами поднятия на периферии определяющей области. Даже качественный вывод такого рода является далеко не тривиальным. Действительно, при фактической разведке рассмотренного водозабора все 15 разведочных скважин были пробурены в пределах поднятия. Поэтому первоначальная оценка эксплуатационных запасов была проведена с большим завышением, которого можно было бы избежать при правильной разведке.

§ 16. Многошаговые процедуры планирования экспериментов

Из материала, изложенного в предыдущем параграфе, видно, что то или иное решение задач опробования зависит от исследуемых свойств породы. Во всех рассмотренных задачах решение определяется в числе прочих параметров статистиками распределения показателей изучаемых свойств: дисперсиями, коэффициентами корреляции и т. п. Но эти статистики оцениваются, как правило, в ходе опробования, которое надлежит планировать. Возникает своего рода порочный круг, когда пути исследования определяются его неизвестными результатами. Это никак не связано ни со спецификой принятой нами модели результатов наблюдений, ни с особенностями рассмотренных задач. В частности, переход к модели в виде реализации случайного поля только усугубил бы эту трудность.

На практике план опробования обычно вырабатывается в два-три этапа при составлении программ изысканий по стадиям проектно-изыскательских работ. Учитывая это, можно, хотя и с известной долей условности, выделить две стадии опробования: первую, когда опробование планируется и производится исходя из самых приближенных сведений об объекте разведки и ее конечной задаче, и вторую, когда задача опробования может быть сформулирована точно и накоплена значительная информация о структуре объекта разведки.

На второй стадии опробования полученные выше решения могут использоваться непосредственно как приближенные. При этом неизвестные значения дисперсий, коэффициентов корреляции и т. д. надлежит заменять их статистическими оценками, получаемыми по результатам опробования на первой стадии. Обобщением такого решения является охарактеризованный в § 13 адаптивный подход.

Адаптивный подход в процессе инженерно-геологических исследований для решения конкретных инженерных задач моделиро-

вался нами на ЭВМ с использованием метода статистических испытаний (Монте-Карло). Использование ЭВМ в этих задачах имеет не техническое, а принципиальное значение. Дело в том, что можно было бы ниже следующие примеры рассмотреть и на материале реального опробования на конкретных объектах изысканий. Однако при этом мы не располагали бы сведениями об истинных значениях параметров распределений изучаемых показателей. Результаты экспериментов были бы не контролируемы, а потому не доказательны. В отличие от этого при моделировании результатов наблюдений на ЭВМ имеется возможность не только имитировать практически любые свойства реальных распределений, но и получать выборки любого объема из генеральных совокупностей с наперед заданными свойствами*.

С многошаговыми процедурами опробования связаны также возможности подхода к приближенной оценке необходимого с некоторой точки зрения числа проб при инженерно-геологической разведке. Этот подход в известной мере близок упоминавшемуся приближенно-статистическому методу оценки числа проб Н. В. Коломенского и отличается от него в двух отношениях. Во-первых, мы не даем никаких общих численных рецептов о необходимом числе проб, а рекомендуем только способ оценки этого числа в каждом конкретном случае. Во-вторых, в качестве критерия «достаточности» числа проб предлагается использовать не достижение относительной устойчивости оценок средних и дисперсий показателей исследуемого свойства породы, а достижение устойчивости, т. е. слабой зависимости от N , среднего решения инженерной задачи. При этом критерием для окончания процесса исследования служит достижение определенной величины оценкой дисперсии среднего решения.

По этой схеме исследовался ряд задач. Ниже приводятся результаты для линейной задачи (задача Неймана) и ряда нелинейных задач: о давлении на подпорную стенку, о фильтрации под плотиной и поперек напластования.

Задача Неймана

В простейшем случае для двуслойного разреза и без учета разницы в стоимостях опробования верхнего и нижнего слоев в за-

* Некоторые исследователи для придания большей убедительности своим выводам иллюстрируют их, принимая реальную большую выборку результатов определений того или иного показателя за «условно генеральную совокупность» и делая из нее множество малых выборок, имитирующих результаты опробования. Из-за недостаточно большого объема исходной совокупности выборки формируются по схеме «возвращения с перемешиванием», вследствие чего одни и те же значения показателя многократно используются в статистической обработке. Тем самым нарушается основное требование, предъявляемое к результатам наблюдений математической статистикой: их взаимная независимость. Поэтому такой прием недопустим даже в иллюстративных целях.

даче Неймана минимум дисперсии среднего решения достигается при условии

$$K = \frac{N_1^*}{N_2^*} = \frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{\sigma L_1}{\sigma L_2}.$$

На ЭВМ имитировалась следующая ситуация. Задавались весовые коэффициенты $a_1=20$ и $a_2=10$ и распределение некоторого свойства породы в двух «слоях» со следующими параметрами. $\sigma L_1=2$ и $\sigma L_2=1$. Из каждого слоя первоначально отбиралось по 10 «проб». По результатам выборочного опробования оценивались дисперсии распределений исследуемого свойства породы в каждом из слоев, вычислялось среднее решение инженерной задачи и его дисперсия. Далее «опробование» велось с использованием двух стратегий: а) пробы распределялись между слоями на каждом следующем шаге оптимальным образом — в соответствии с решением задачи Неймана и полученными на предыдущем шаге оценками дисперсий; б) пробы распределялись между слоями поровну — без учета накопленной информации. На каждом шаге вычислялись оценки среднего решения и его дисперсии при обоих вариантах размещения проб. Общее число проб в обоих слоях $N=N_1^*+N_2^*=100$.

Можно подсчитать, что генеральное значение среднего решения

равно 60, а оптимальное отношение $\frac{N_1^*}{N_2^*}=4$.

На первом шаге отбиралось в каждом «слое» по 10 проб, определялась величина выборочного среднего решения, выборочное

отношение $\frac{N_1^*}{N_2^*}$ и выборочная дисперсия среднего решения. На каждом следующем шаге отбиралось 5 проб, которые распределялись между «слоями» в соответствии с полученной на предыдущем шаге

оценкой $\frac{N_1^*}{N_2^*}$. Опять вычислялось среднее решение и его дисперсия, а также $\frac{N_1^*}{N_2^*}$ и т. д.

На рис. 47, а нанесены результаты изменения среднего решения на каждом шаге и теоретические значения 95%-го доверительного интервала для среднего решения, вычисленные по генеральным параметрам, «неизвестным» машине.

Обращает на себя внимание, что эмпирическая реализация лежит целиком выше «неизвестного» машине математического ожидания решения. Это обстоятельство имеет фундаментальное значение. Здесь мы сталкиваемся с явлением, известным в теории вероятно-

стей и математической статистике под названием «задачи о смене лидерства», или «баллотировочной задачи» (ballot problem, по Феллеру, 1964). Не вдаваясь в подробности, отметим, что интуитивное представление, позволяющее предположить, что выборочная оценка среднего должна колебаться вокруг истинного значения с постепенно уменьшающейся амплитудой, совершенно не верна.

В книге Феллера это иллюстрируется результатами игры в «орлянку»: в каждой конкретной серии (реализации) бросаний монеты 90% времени в выигрыше находится один из партнеров. Этот вывод достаточно неожидан и не очевиден. Однако, если рассмотреть несколько реализаций, то мы получаем картину симметричного распределения оценок вокруг математического ожидания.

В результате «единичного» моделирования должны почти всегда получаться значения выборочных оценок решения, целиком лежащие выше или ниже истинного значения (к сожалению, проверить это в природе трудно, так как мы практически никогда не знаем истинных значений решения). Поэтому для иллюстрации результатов моделирования будем давать «пучок» реализаций.

В результате опробования того или иного объекта мы можем получить только одну реализацию, на основании которой и должны оценить среднее и дисперсию и решить вопрос о прекращении или продолжении опробования. Из приведенных выше соображений следует, что затухание колебаний среднего решения не является достаточным критерием для остановки опробования. Вопрос о прекращении исследования может ставиться двояко: исследование прекратить, как только будет получено среднее решение с заданной точностью, или оценить точность полученного решения после того, как использованы все ресурсы, отпущенные на исследования.

Решение о прекращении испытаний по достижении заданной точности должно приниматься проектировщиком. При этом он может руководствоваться тем, что колебания среднего решения в пределах достигнутой ширины доверительного интервала уже не ска-

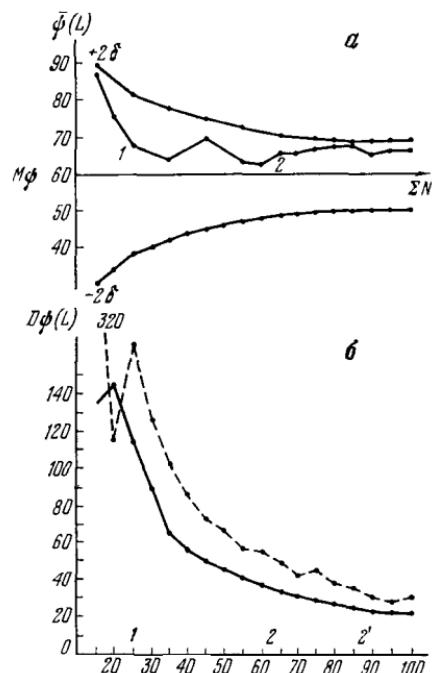


Рис. 47. Линейная расчетная схема инженерной задачи

Зависимости a — среднего решения $\bar{\phi}(L)$ и b — дисперсии среднего решения $D\bar{\phi}$ от общего числа наблюдений ΣN . Пунктир — при равномерном распределении наблюдений между слоями, сплошная линия — при оптимальном распределении наблюдений

зываются существенным образом на конструкции и (или) компоновке сооружения. Приступая к исследованию, мы, как правило, не располагаем достаточной информацией для суждения о возможной величине среднего решения. Не зная же среднего решения, проектировщик не может указать допустимых его колебаний, не влияющих на конструктивное решение. Поэтому необходимый объем исследований, как указывал еще Ф. П. Саваренский (1939), не может быть разумным образом назначен заранее. Как и стратегия опробования, он определяется в ходе исследования.

Допустим, что в нашем примере проектировщик на основании 25 проб (см. рис. 47, точка 1) получил оценку среднего решения по оптимальной стратегии $\bar{\Phi} = 66 \pm 22$ усл. единиц с доверительной вероятностью 95 %. Такие колебания среднего решения могут существенно повлиять на конструкцию сооружения, поэтому исследование необходимо продолжить. Вместе с тем оценка $\bar{\Phi} = 66 \pm 22$ достаточно для утверждения, что сужение доверительного интервала, допустим, до величины ± 12 уже не изменит конструктивных решений. Следовательно, опробование можно остановить, когда среднеквадратическое отклонение среднего решения будет равно $\sigma_{\bar{\Phi}} = 6$. Из рис. 47, б видно, что такая точность при оптимальном размещении проб достигается при отборе 62 проб (точка 2), а при равномерном опробовании — 87 проб (точка 2'). Выборочная оценка среднего решения по 62 пробам 64 ± 12 .

Что касается величины доверительной вероятности, определяющей момент прекращения испытания, то вопрос об ее оценке выходит за рамки анализа многошаговых процессов, и решение его не влияет на наши результаты. Заметим все же, что величину доверительной вероятности следует назначать, исходя из соотношения стоимости изысканий и стоимости риска, на который идет инженер, беря на себя ответственность за судьбу сооружения (см. § 17). Легко видеть (см. рис. 47, точки 2 и 2'), что последовательная оптимизация стратегии опробования дает заметный экономический эффект (табл. 22).

Таблица 22

Количество проб, необходимое для получения одной и той же точности среднего решения в задаче Неймана

$$\text{при } \frac{N_1^*}{N_2^*} = 4$$

При оптимальном распределении проб	При равномерном распределении проб	Выигрыш, %
20	30	33
35	50	30
52	70	26
70	100	30

Средний выигрыш в этих условиях составляет 30%.

Прекращение опробования по исчерпанию денежных ресурсов, очевидно, не требует специального обсуждения.

Задача о давлении на подпорную стенку (схема Кулона)

Пусть требуется оценить величину давления P , кгс/см² на подпорную стенку по экспериментальным данным (14.33). В результате полевых исследований на практике определяются плотность γ , г/см³ и угол внутреннего трения ϕ° засыпки. На ЭВМ генерировалось нормальное распределение угла внутреннего трения засыпки

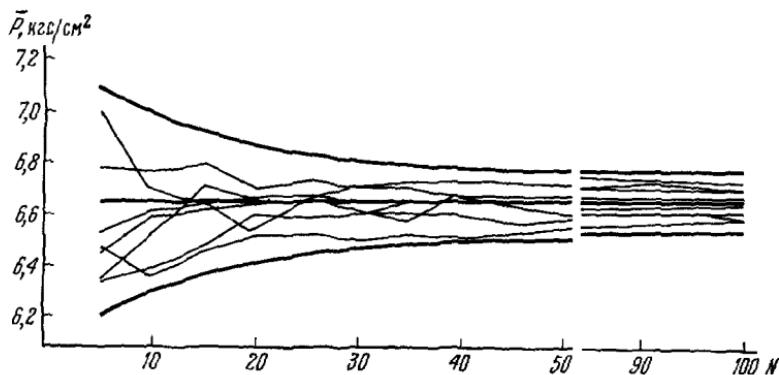


Рис. 48. Зависимость среднего результата решения \bar{P} задачи о давлении на подпорную стенку от числа определений N угла внутреннего трения засыпки. Жирные линии — «неизвестное» машине математическое ожидание решения и его 95%-й доверительный интервал

с параметрами $M\phi = 30^\circ$, $\sigma\phi = 2^\circ$. Плотность засыпки $\gamma = 1,6$ г/см³ считалась постоянной, так как ее изменения практически не влияют на величину $\sigma\bar{P}$.

Моделировалась многошаговая процедура опробования. На каждом шаге отбиралось 5 проб, и по совокупности результатов испытаний этих и предыдущих проб вычислялось среднее давление \bar{P} на подпорную стенку. Результаты нескольких реализаций такой процедуры приведены на рис. 48. Там же показан 95%-й доверительный интервал для среднего решения, вычисленный на основании «неизвестной» машине генеральной дисперсии в предположении нормальности распределения P , а также теоретическое решение MP , вычисленное по «неизвестному» машине значению $M\phi$.

Как и в предыдущем случае, если инженер-проектировщик может указать такие пределы колебаний решения, которые не отражаются на конструктивных особенностях проектируемого сооруже-

ния, процедура опробования может быть остановлена тогда, когда наблюдаемые отклонения укладываются в заданные пределы.

Из рис. 48 видно, что несмотря на то, что каждая отдельная реализация смещена относительно математического ожидания, средние результаты моделирования достаточно четко совпадают с теоретическими.

Задача о фильтрации под плотиной

Фильтрационный расход Q под основанием плотины при двухслойном разрезе и слабопроницаемом верхнем слое оценивается обычно с использованием гипотезы Мятиева—Гиринского (14.38).

Напомним, что минимум дисперсии среднего решения в этой задаче достигается при условии (15.50). На рис. 49 приведены результаты моделирования на ЭВМ задачи с параметрами: $MK_{\phi_1} = 2$ м/сутки, $\sigma K_{\phi_1} = 0,5$ м/сутки, $MK_{\phi_2} = 50$ м/сутки, $\sigma K_{\phi_2} = 1$ м/сутки, $d = 200$ м, $h_1 = 20$ м, $h_2 = 45$ м, $b = 1$ м, $H = 100$ м, $N_{\text{общ}} = 100$. Фильтрационный расход под плотиной (теоретическое значение, вычисленное по формуле (14.38)) составляет 450 м³/сутки,

$$\frac{N_1^*}{N_2^*} = 5,35.$$

На рис. 49, а приведены результаты семи реализаций расчета среднего решения при равномерном и оптимальном размещении проб в соответствии с (15.50); на рис. 49, б — значения дисперсии среднего решения (пунктиром при равномерном размещении проб, сплошными линиями — при оптимальном). Жирными линиями на рис. 49, б выделены средние по семи реализациям.

Результаты эксперимента наглядно подтверждают преимущество аддитивной оптимизации. При равномерном опробовании вариации среднего решения затухают значительно медленнее, чем при оптимальном, что дает возможность с помощью оптимальной методики получать более узкие доверительные границы. В табл. 23 приведено несколько цифровых соотношений, иллюстрирующих величину экономии, возникающей благодаря оптимальному размещению проб.

Таблица 23

Количество испытаний, необходимое для получения одной

$$\text{и той же точности среднего решения при } \frac{N_1^*}{N_2^*} = 5,35$$

При оптимальной стратегии	При равномерном опробовании	Выигрыш, %
21	30	30
32	50	36
47	70	33

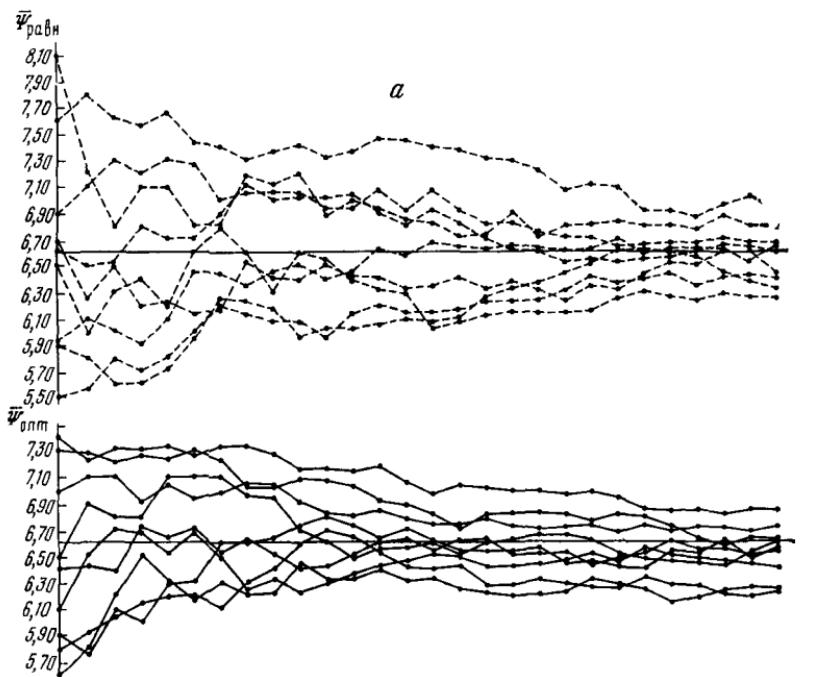
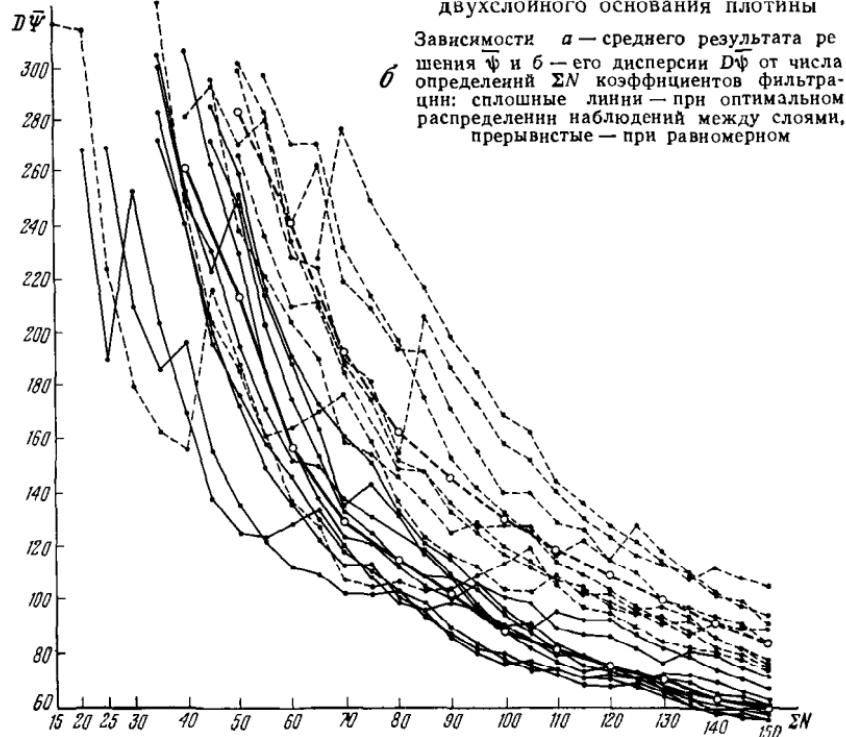


Рис. 49. Опробование фильтрующего двухслойного основания плотины



Зависимости *a* — среднего результата решения $\bar{\Phi}$ и *б* — его дисперсии $D\bar{\Phi}$ от числа определений ΣN коэффициентов фильтрации: сплошные линии — при оптимальном распределении наблюдений между слоями, прерывистые — при равномерном

При заданном соотношении $\frac{N_2^*}{N_1^*}$ оптимизация позволяет получить выигрыш около 33%.

Задача о фильтрации поперек слоистости

При моделировании этой задачи использовались формулы (14.43) и (15.49). На рис. 52 приведены результаты моделирования на ЭВМ этой расчетной схемы с параметрами $MK_{\phi_1} = 1$ м/сутки, $\sigma K_{\phi_1} = 0,2$ м/сутки, $MK_{\phi_2} = 10$ м/сутки, $\sigma K_{\phi_2} = 6$ м/сутки, $h_1 = 3$ м, $h_2 = 50$ м, теоретическое значение $MK_{\phi} = 6,625$ м/сутки, $\frac{N_2^*}{N_1^*} = 5$, $N_1^* + N_2^* = 150$. Эти результаты наглядно подтверждают целесообразность применения вышеизложенной методики. Действительно, затухание вариаций среднего решения при оптимальной стратегии происходит значительно быстрее, чем при равномерном опробовании. В табл. 24 приведено несколько числовых соотношений, позволяющих приблизенно оценить получаемую экономию.

Таблица 24

Количество испытаний, необходимое для получения одиой
и той же точности среднего решения при $\frac{N_2^*}{N_1^*} = 5$

При оптимальной стратегии	При равномерном опробовании	Выигрыш, %
40	55	27
56	75	26
70	100	30
90	125	28
105	150	30

При заданном соотношении $\frac{N_2^*}{N_1^*}$ оптимизация позволяет получить выигрыш около 28%.

Анализ приведенных решений задач об оптимальном распределении точек наблюдения в пространстве, а также результатов моделирования на ЭВМ показывает решающую роль отношения оптимальных объемов опробования для оценки эффективности

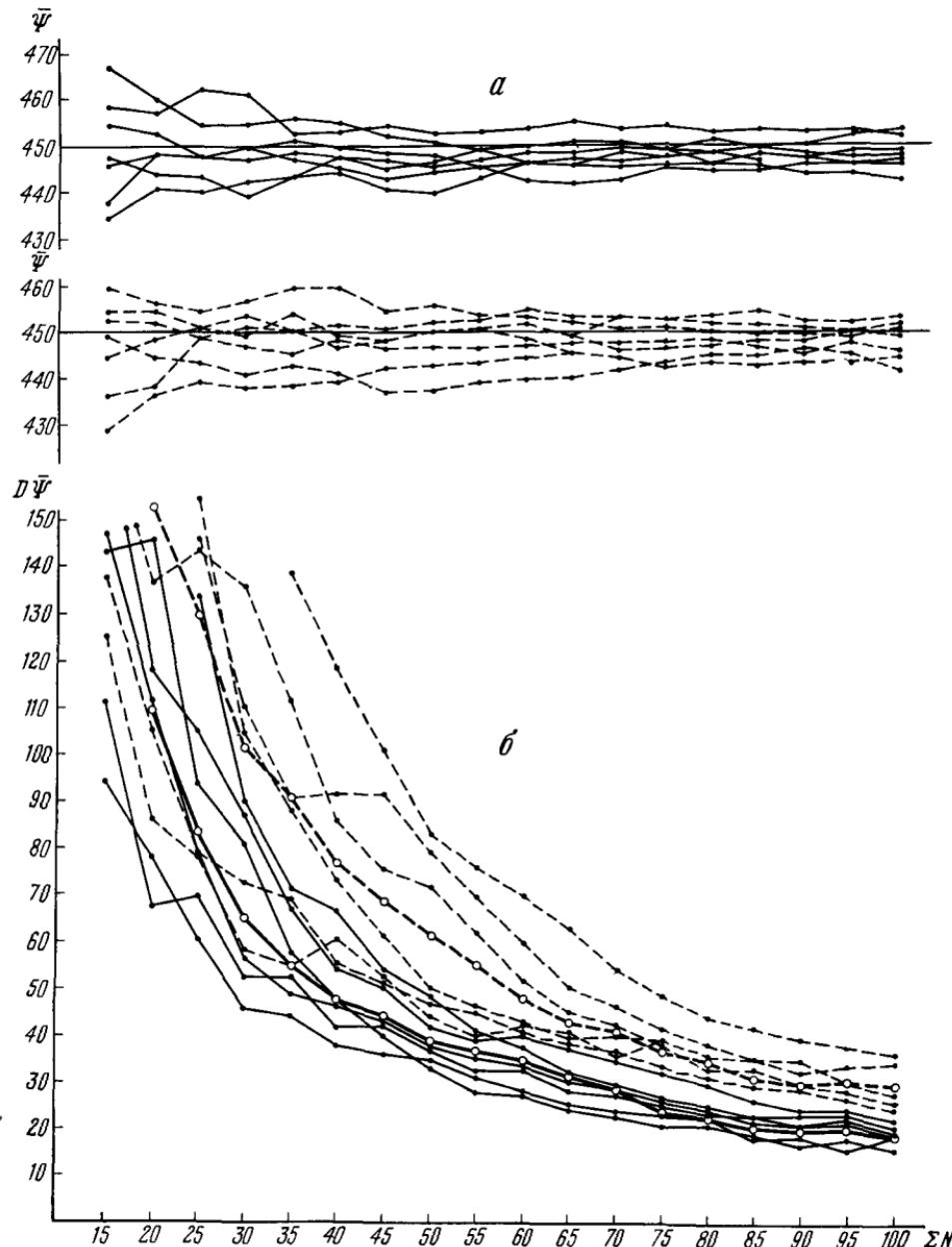


Рис. 50. Опробование при фильтрации жидкости поперек слоистости

Зависимости: *a* — среднего результата решения $\bar{\psi}$ и *б* — его дисперсии $D\bar{\psi}$ от числа определений ΣN коэффициента фильтрации. Сплошные линии — при оптимальном распределении наблюдений между слоями, прерывистые — при равномерном

оптимизации. Теоретические оптимальные отношения числа проб $K = \frac{N_1^*}{N_2^*}$ назовем коэффициентами контрастности, договорившись обозначать N_1^* и N_2^* так, чтобы K всегда было больше единицы или равно ей. Очевидно, что чем больше коэффициент контрастности, чем сильнее оптимальное разбиение отличается от равномерного, тем больше выигрыш за счет оптимизации.

Судя по результатам моделирования, можно с уверенностью сказать, что при $K \leq 2$ оптимизация не дает ощутимого выигрыша, хотя адаптивная процедура опробования необходима и в этом случае, хотя бы на первом этапе, для предварительной оценки K , если, конечно, это невозможно сделать по материалам ранее выполненных исследований. При $K \approx 5$ выигрыш от использования оптимальной стратегии составляет около 30% от общего числа проб по сравнению с равномерным опробованием, возрастаю до 40—50% при $K \approx 10$.

Следует обратить внимание на то, что в выражении для коэффициентов контрастности входят и случайные, и не случайные величины, которые могут оказаться известными (например, мощности слоев или другие геометрические параметры в ряде случаев можно получить буквально по одной или двум скважинам). Существуют ситуации, в которых основное влияние на величину коэффициента контрастности оказывают именно геометрические параметры, а это позволяет с самого начала планировать опробование несколько точнее. Каждый опытный геолог, без сомнения, почти всегда кое-какие выводы о плане опробования делает на основе геометрических соображений. Однако часто (например, в задаче с плотиной) геометрических соображений недостаточно.

Одно из основных преимуществ моделирования процессов исследования на ЭВМ состоит как раз в возможности исследования используемых схем в широком диапазоне варьирования основных факторов. При этом могут быть не только выявлены области преимущественного влияния геометрических факторов, но и вообще очертены области эффективности использования различных теоретических решений задач оптимизации.

Предлагаемый нами подход, включающий многошаговые процедуры планирования и моделирование этих процедур на ЭВМ, в некотором смысле формализует действия опытного инженера-геолога и позволяет объединить в единой методике оценку необходимого числа испытаний и выбор оптимальной стратегии опробования (комплексирование и выбор методов, размещение проб в пространстве и пр.).

Разумеется, в этом направлении необходимо провести еще значительный объем исследований по определению области эффективности различных решений, их сочетанию друг с другом, алгоритмизации и т. п. Однако уже сейчас развивающийся подход может быть использован в практике изысканий.

§ 17. Некоторые направления дальнейших исследований в области разведки и опробования

В настоящем параграфе мы кратко охарактеризуем некоторые новые направления исследований, по которым либо уже получены обнадеживающие результаты, либо ведутся активные разработки. Рассмотрим прежде всего различные обобщения изложенных выше результатов и возможности применения разработанного подхода к решению новых задач.

Изложенные в § 15 задачи об оптимальном размещении точек опробования естественным образом обобщаются на случай площадных исследований. Посмотрим, например, как реализуется в конкретной задаче известный «принцип равноточности» при исследованиях кусочно-неоднородных площадей, допустим, для планировки и застройки городской территории. Представим себе, что подлежащая исследованию площадь составлена I кусками, отличающимися друг от друга средними значениями признака \bar{L}_i , дисперсиями σ_i^2 , стоимостями исследования каждой пробы C_i и площадями F_i . Пусть известны значения σ_i^2 , C_i и F_i . Требуется при фиксированных общих затратах так разместить точки наблюдения по площади, чтобы дисперсии выборочных оценок \bar{L}_i были одинаковы, т. е.

$$\left. \begin{aligned} \sigma^2 \bar{L}_1 = \sigma^2 \bar{L}_2 = \dots = \sigma^2 \bar{L}_i = \dots = \sigma^2 \bar{L}_I, \\ C_1 N_1 + C_2 N_2 + \dots + C_i N_i + \dots + C_I N_I = \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad (17.1)$$

Чтобы приблизить задачу к практике площадных изысканий и съемок, основанной на пропорциональности числа наблюдений размеру исследуемых площадей, можно потребовать равенства взвешенных дисперсий

$$F_i^2 \sigma^2 \bar{L}_i = \frac{F_i^2 \sigma_i^2}{N_i}. \quad (17.2)$$

Решение этой задачи тривиально:

$$N_i = \left(\frac{F_i \sigma_i}{\sqrt{C_i}} : \sum_{i=1}^I \frac{F_i \sigma_i}{\sqrt{C_i}} \right) \cdot N. \quad (17.3)$$

Покажем, что принцип «равноточности» в действительности дает некоторую оптимальную стратегию опробования. Сформулируем задачу так: пусть при всех прежних условиях не нужно стремиться к равенству дисперсий, но требуется минимизировать максимальную из них. Рассмотрим для простоты площадь, состоящую всего из двух частей. Пусть для определенности

$$\sigma^2 \bar{L}_1 = \frac{\sigma_1^2}{N_1} > \sigma^2 \bar{L}_2 = \frac{\sigma_2^2}{N_2}.$$

Тогда, чтобы уменьшить $\sigma^2 \bar{L}_1$, необходимо часть точек опробования

со второго участка перенести на первый. Ясно, что в соответствии с требованием минимизации максимальной дисперсии такое перераспределение точек опробования приведет к выравниванию дисперсий! Остается заметить, что планы экспериментов, минимизирующие максимальные дисперсии оценок, называются *D*-оптимальными (Налимов, 1969). Методы *D*-оптимального планирования позволяют решать различные задачи оптимизации площадных и линейных изысканий. И. П. Кречетовой (1971) рассмотрены задачи о том, как наилучшим образом разместить по площади скважины при разведке слоистого массива с негоризонтальными и непараллельными границами слоев. Свойства пород предполагаются в разных слоях различными, но характеризуются в пределах каждого слоя постоянным средним и дисперсией. Наилучшим считается такое размещение скважин, которое обеспечивает минимум максимальной дисперсии среднего решения инженерной задачи по площади.

Практическая реализация полученных решений требует по-прежнему применения аддитивных процедур либо наличия априорной информации. Так, в рассмотренном простейшем примере для построения оптимального плана разведки нужна информация о неоднородности σ^2 пород, распространенных на исследуемой территории, и занимаемых ими площадях F_i . Поскольку площадные изыскания и тем более инженерно-геологическая съемка чаще проводятся в один этап, особую важность приобретает априорная информация. В этом смысле весьма актуальной является дальнейшая разработка классификаций горных пород по степени их неоднородности наподобие табл. 8.

Интересные задачи возникают также при попытке распространить развитый подход к решению задач опробования на случай использования в расчете сооружений более сложных структурных моделей. Как следует из приведенного в § 12 материала (см. рис. 38), характеристики поля свойств пород, непосредственно вводимые в инженерные расчеты, различны для разных структурных моделей. Естественно поэтому, что в зависимости от принятой модели будут меняться способы регуляризации исходных данных, оценки параметров и требования к исходной информации. Рассмотрим эти вопросы применительно к градиентным и статистическим моделям.

Регуляризация фактического материала при использовании градиентных моделей состоит, как указывалось в § 12, в расчете поверхности (или линии) тренда, вид которой предусмотрен данной расчетной схемой. В качестве расчетных параметров выступают, следовательно, параметры кривой (или поверхности) заданного вида: прямой, параболы, экспоненты и т. п. Как известно из математической статистики, оценки точности параметров различных кривых зависят от типа кривых и, следовательно, различны для параболы, экспоненты и т. п. Для примера приведем доверительные интервалы оценок параметров, входящих в уравнения линейной регрессии (Айвазян, 1968).

В случае линейной регрессии вида $L(x) = \hat{a} + \hat{b}(x - \bar{x})$ оценки \hat{a} и \hat{b} , удовлетворяющие требованию метода наименьших квадратов, находятся по формулам (7.13)

$$\begin{aligned}\hat{a} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_i, \\ \hat{b} &= \frac{\sum_{i=1}^N (L_i - \bar{L})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}.\end{aligned}$$

Истинные значения параметров a и b с вероятностью $P = 1 - \alpha$ заключены в интервалах

$$\left. \begin{aligned}\hat{a} - t_{\alpha/2}(N-2) \frac{S}{\sqrt{N}} &< a < \hat{a} + t_{\alpha/2}(N-2) \frac{S}{\sqrt{N}}, \\ \hat{b} - t_{\alpha/2}(N-2) \frac{S}{\sqrt{N} \cdot S_x} &< b < \hat{b} + t_{\alpha/2}(N-2) \frac{S}{\sqrt{N} \cdot S_x},\end{aligned}\right\} \quad (17.4)$$

где t находится из таблицы распределения Стьюдента при $N - 2$ степенях свободы;

S_x — стандарт аргумента;

S — стандарт наблюдений относительно линии регрессии.

Соответственно гарантированные значения расчетных параметров a_r и b_r будут

$$\left. \begin{aligned}a_r &= \hat{a} \pm t_{\alpha}(N-2) \frac{S}{\sqrt{N}}, \\ b_r &= \hat{b} \pm t_{\alpha}(N-2) \frac{S}{\sqrt{N} \cdot S_x}.\end{aligned}\right\} \quad (17.4-a)$$

Пользуясь уже знакомым приемом, можно далее указать количество проб, необходимое для оценки этих параметров с заранее заданной точностью и надежностью. Действительно, из (17.4-а) следует

$$\left. \begin{aligned}N_a &= t_{\alpha}^2 \frac{S^2}{\Delta^2}, \\ N_b &= t_{\alpha}^2 \frac{S^2}{\Delta^2 S_x^2},\end{aligned}\right\} \quad (17.5)$$

где N_a и N_b — количества проб, обеспечивающие точность Δ оценки параметров a и b соответственно.

Далее, хотелось бы, как и прежде, планировать опробование, задавая ту или иную точность не расчетных параметров модели, а результатов решения задачи. Для этого необходимо учитывать, как входят в расчетную схему параметры линий (поверхностей) тренда.

При использовании статистических моделей в расчет вводятся, как следует из рис. 38, оценки математического ожидания показателя исследуемого свойства и корреляционной функции

$$\left. \begin{aligned} \bar{L} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_i, \\ \hat{K}_L(\tau) &= M \{ [L(x) - \bar{L}(x)] [L(x') - \bar{L}(x')] \}. \end{aligned} \right\} \quad (17.6)$$

При этом поле $L(x)$ считается однородным и изотропным, так что корреляционная функция зависит только от шага опробования $\tau = x' - x$.

Использование статистических моделей требует весьма плотной сети опробования. При этом результаты определений свойства L_i на соседних пробах не могут считаться независимыми. Дисперсии оценок зависят в этом случае от свойств случайной функции, с реализацией которой сопоставляется эмпирический ряд наблюдений L_i ($i = 1, 2, \dots, N$). Обычно предполагают, что ряд наблюдений представляет собой реализацию гауссовского случайного процесса с экспоненциальной или косинус-экспоненциальной корреляционной функцией

$$\left. \begin{aligned} K(\tau) &= \sigma^2 \cdot e^{-\alpha\tau}, \\ K(\tau) &= \sigma^2 \cdot e^{-\alpha\tau} \cdot \cos \beta\tau. \end{aligned} \right\} \quad (17.7)$$

Второе предположение часто дает удовлетворительную аппроксимацию эмпирических функций и является вполне приемлемым в задачах, где не требуется производить дифференцирование случайного процесса.

При сделанных предположениях имеют место следующие соотношения для дисперсий оценок (6):

$$S^2(\hat{K}) = \frac{S^4 L_i [2 + (\beta/\alpha)^2]}{2\pi N (\beta/\alpha + \alpha/\beta)} \left(1 - e^{-\frac{4\pi N \alpha}{\beta}} \right), \quad (17.8)$$

$$S^2(\bar{L}) = \frac{S^2 L_i}{N} \cdot \frac{1+r}{1-r}, \quad (17.9)$$

где r — коэффициент автокорреляции между значениями L_i и L_{i+1} по соседним пробам. Формула (8) верна при малых значениях β/α , которые наблюдаются обычно на практике.

Оставаясь в рамках обсуждаемого подхода, можно было бы, основываясь на формулах типа (8) и (9), наметить число проб, необходимое для оценки с заранее заданной точностью математического ожидания и корреляционной функции поля $L(x, y, z)$. Однако построение расчетных схем строительных конструкций, использующих статистические модели оснований, открывает возможности иного подхода к задачам опробования. Идея этого подхода состоит в следующем.

Рассмотрим систему «конструкция+основание» с точки зрения возможных деформаций конструкции, обусловленных плановой неоднородностью основания (рис. 51). Деформируемость L пород основания может быть представлена в общем случае как некая весьма нерегулярная функция координат $L(x)$, содержащая гармоники различных частот. Если бы конструкция, допустим балка, обладала такой же жесткостью, как и основание, то изгибы балки в точности повторяли бы изгибы кривой $L(x)$. Однако в действительности жесткость балки, как правило, больше жесткости основания, и балка не может изогнуться, копируя мелкие изгибы кривой $L(x)$, т. е. отражая все неоднородности основания. Балка изгибается более плавно, как бы осредняя мелкие неоднородности. Таким образом,

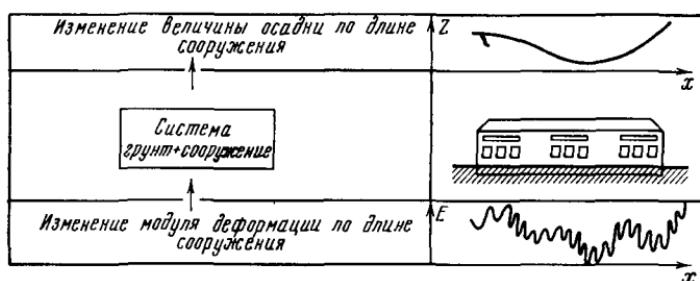


Рис. 51. Фильтрация деформационной неоднородности основания сооружением

происходит, как говорят в теории случайных процессов, фильтрация процесса $L(x)$. Функция, описывающая деформации балки по длине, представляет собой результат более или менее сильного сглаживания функции $L(x)$, причем степень сглаживания определяется отношением жесткостей балки и основания: чем больше это отношение, тем сильнее сглаживание. При этом существует некая критическая длина волны функции $L(x)$ и соответствующая ей частота v_{kr} такая, что более высокочастотные неоднородности полностью осредняются и уже не могут повлиять на деформации балки. Таким образом, с точки зрения прогноза возможных деформаций сооружения интерес представляют не любые неоднородности основания, а только наиболее крупные из них. Исходя из этого, используя теорему В. А. Котельникова (см. § 7), можно вычислить величину шага опробования, необходимую и достаточную для расчета строительной конструкции. Решение этой задачи пока не получено.

В данной работе мы почти не рассматривали задач, связанных с многомерностью реальных инженерно-геологических наблюдений. К настоящему времени получен ряд обобщений такого рода. Приведем для примера многомерный аналог задачи Неймана (Загиров, 1972).

Пусть решение инженерной задачи может быть представлено в следующем виде:

$$\psi(\bar{L}_{ij}) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij} \bar{L}_{ij}, \quad (17.10)$$

где \bar{L}_{ij} — значения показателя j -го свойства в i -м слое. Требуется так распределить объемы исследования между слоями и свойствами, чтобы минимизировать дисперсию $\psi(L_{ij})$ при фиксированных затратах

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J C_{ij} N_{ij} = \text{const.} \quad (17.11)$$

Решение для независимых друг от друга свойств имеет вид

$$N_{ij}^* = \frac{a_{ij} \sigma_{ij}}{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{a_{ij} \sigma_{ij}}{\sqrt{C_{ij}}}} \cdot \frac{N}{\sqrt{C_{ij}}}. \quad (17.12)$$

При обобщении теории на многомерный случай возникает ряд задач, интересных не только с формальных позиций, но и с геологической точки зрения. Так, при обобщении задачи Хальда наряду с межскважинной и внутрискважинной дисперсией возникает понятие о межскважинной и внутрискважинной корреляции, т. е о корреляции средних по скважинам результатов и корреляции результатов индивидуальных наблюдений внутри скважин.

Помимо изложенных новых направлений оптимизации методики разведки и опробования, получен ряд результатов и в задачах об оценке объемов изыскательских работ. Здесь исследования развиваются в двух направлениях. Во-первых, предприняты попытки формализовать правила остановки опробования в ходе адаптивных процедур, во-вторых, в общем виде рассмотрена задача оптимизации (в экономическом смысле) объемов инженерно-геологических изысканий.

Первое из этих направлений основано на применении методов последовательного оценивания при определении средних значений показателей свойств пород (Столпаков и др., 1971) или — с учетом принципа обратной связи — средних результатов решения инженерной задачи (Столпаков, Рац, 1971). Недостаток построенных алгоритмов состоит в необходимости задавать желаемую точность и надежность средних результатов решения инженерной задачи или непосредственно результатов опробования, для чего, как известно, пока не существует научно обоснованных и приемлемых для инженера критериев.

Построение таких критериев связано со вторым направлением исследований — оценкой оптимального объема изысканий (Рац, 1970; Гречишев, 1970). Проблема оптимизации объемов исследований выходит за рамки инженерной геологии и может решаться лишь

комплексно, с привлечением весьма разнообразной информации (и соответствующих специалистов) технико-экономического характера. В силу необходимости мы ограничимся здесь лишь принципиальной постановкой задачи. Эта постановка в известной мере развивает соображения, изложенные в § 1.

Прежде всего заметим, что ставшее традиционным в инженерной геологии рассмотрение задачи о поиске минимального числа проб, которое тем не менее что-то (обычно точность и надежность средних) гарантирует, разумно, если считать априори известным, что именно необходимо гарантировать. Однако требование «гарантировать» точность и надежность «расчетных показателей» или даже точность и надежность результатов решения инженерной задачи вовсе не является таким естественным, как кажется с первого взгляда.

Более общая постановка задачи в скрытом виде содержитя также в ставших традиционными утверждениях, что чем крупнее проектируемое сооружение, чем опаснее авария, тем большим должен быть объем изысканий. К. Терцаги и Г. Пэк (1958) пишут по этому поводу, что при изысканиях для малых сооружений «недостаточная подробность данных о грунтовых условиях должна компенсироваться при проектировании увеличенным запасом прочности. С другой стороны, если при аналогичных грунтовых условиях предстоят строительные работы такого же типа, но большего масштаба, расходы на детальные и сложные исследования основания являются обычно небольшими по сравнению с той экономией, которая может быть благодаря этим исследованиям достигнута при проектировании и строительстве, или по сравнению с расходами, которые возникли бы в результате аварии, вызванной ошибочными данными изысканий» (стр. 318).

Это рассуждение может быть кратко выражено в одном вопросе: сколько нам будут стоить гарантии и чем мы рискуем, если данные нами гарантии окажутся нарушенными. Не случайно такая постановка задачи активно обсуждается в последние годы зарубежными специалистами по механике грунтов (Lazard, 1961; Langejan, 1965; Kazagrande, 1965; Wu Tien Hsing, Kraft, 1967); проникла она и в геологоразведочное дело (Matheron, Forney, 1963; Bandemer, 1967).

Общая постановка такой задачи, известная из теории исследования операций, состоит в минимизации суммы двух слагаемых. Одно из них представляет собой стоимость исследуемого мероприятия (геологической разведки у Бандемера, строительства откоса у Лангежана и т. п.), а второе — стоимость возможных потерь от плохо проведенной разведки, строительства и т. п. Второе слагаемое удобно рассматривать как произведение величины (стоимости) потерь на их вероятность. Таким образом, применительно к задачам инженерной геологии можно записать

$$C_u + C_p \cdot P = \min, \quad (17.13)$$

где C_i — стоимость изысканий;

C_p — стоимость потерь от чрезмерно дешевых изысканий *;

P — вероятность потерь.

Функции вида (13) обычно называют функциями риска, или целевые функциями. Второй член в (13) иногда называют величиной «штрафа».

Естественно считать, что и стоимость изысканий, и величина штрафа являются функцией объема исследований. Для простоты примем в качестве меры объема инженерно-геологических исследований число изученных проб N . Если бы мы знали конкретный вид зависимостей слагаемых в (13) от N , решение задачи о назначении оптимального объема изысканий могло бы представлять уже только технические трудности. В действительности, мы этого не знаем, и поэтому дальнейшие построения носят абстрактный характер.

Обычно при отсутствии необходимой информации зависимость стоимости исследований от их физического объема выражают линейно в виде

$$C_i = d + C_1 \cdot N, \quad (17.14)$$

где d — стоимость организации исследований (в нашем случае стоимость базы изыскателей и т. п.);

C_1 — стоимость исследования одной пробы.

Вслед за Ланжеканом будем считать, что стоимость потерь фиксирована (именно так обстоит дело, если в качестве потерь рассматривать аварию сооружения), а от объема изысканий зависит только вероятность P этих потерь. Простейший способ оценки величины P , использованный, в частности, Ланжеканом, состоит в отождествлении вероятности аварии $P(A)$ с вероятностью P события B , состоящего в том, что расчетное значение показателя окажется «хуже» (меньше или больше) его действительного, неизвестного значения. К величине P в нашем случае предъявляются два требования. Первое, вытекающее из математического определения вероятности, состоит в том, чтобы выполнялось неравенство

$$0 \leq P \leq 1.$$

Второе, вытекающее из физического смысла задачи, заключается в том, что $P(N)$ должна быть невозрастающей функцией своего аргумента. Смысл второго требования состоит в том, что с увеличением объема изысканий вероятность аварии не может возрастать. Очевидно, что простейшим выражением для величины штрафа с учетом сформулированных требований будет

$$C_{ш} = C_p \cdot P = C_p \cdot e^{-bN}, \quad (17.15)$$

где b — некоторая константа, определяющая эффективность изысканий: чем больше b , тем меньше (при том же объеме изысканий) вероятность аварии проектируемого сооружения.

* «Порок» дешевых изысканий — увеличение строительных затрат» (Ермаков, 1967, стр. 49).

Подставляя (14) и (15) в (13), получим простейшее выражение для целевой функции $\psi(N)$

$$\psi(N) = d + C_1 N + C_{\pi} \cdot e^{-bN} = \min. \quad (17.16)$$

В терминах интуитивной постановки задачи $\psi(N)$ представляет собой сумму гарантий, которые изыскатель дает строителю, и стоимости риска, что эти гарантии окажутся нарушенными. Величина объема изысканий N^* , обеспечивающая минимум $\psi(N)$, будет, как указывалось, оптимальной.

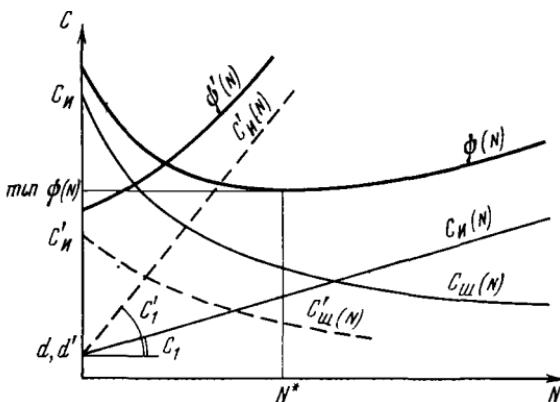


Рис. 52. Поиск оптимального объема изысканий Сплошные линии отвечают оптимальному числу проб N^* , прерывистые — случаю, когда изыскания проводить нецелесообразно

Дифференцируя (16) по N и приравнивая производную нулю, после элементарных преобразований находим

$$N^* = - \frac{\ln \frac{C_1}{C_{\pi} \cdot b}}{b}. \quad (17.17)$$

Графическая интерпретация этого результата дана на рис. 52. Поскольку все входящие в (17) переменные существенно положительны, из (17) формально следует, что оптимальное число проб будет больше нуля лишь при условии

$$C_1 < C_{\pi} \cdot b. \quad (17.18)$$

Иными словами, если стоимость исследования одной пробы равна или превышает величину $b \cdot C_{\pi}$, проводить инженерно-геологические изыскания экономически невыгодно. «Критическая стоимость пробы» $b \cdot C_{\pi}$ представляет собой произведение стоимости возможных потерь на величину эффективности изысканий b .

Таким образом, неравенство (18), полученное как следствие нашего решения, приводит к вполне разумным результатам, позволяя в принципе решить вопрос о целесообразности проведения изысканий. В полном согласии со здравым смыслом (см. выше цитату

из книги К. Терцаги и Пэка) из (18) вытекает, что изыскания тем более целесообразны, чем выше стоимость возможных потерь.

При этом число случаев, когда изыскания оправдывают себя экономически, растет с ростом их эффективности. В табл. 25 приведены численные примеры, свидетельствующие о том, что формулы (17) и (18) дают качественно приемлемые результаты.

Таблица 25

Численные примеры оптимизации объема опробования по формуле (17.17)

C_i , руб.	C_{pi} , руб.	b	N^*	$C_i^{kp} = b \cdot C_{pi}$, руб.	Примечания
1	10 000	0,10	69	1000	—
10	10 000	0,05	78	500	—
50	10 000	0,10	20	1000	—
100	10 000	0,01	0	100	Изыскания экономически не оправданы

В ряде случаев не имеет смысла рассматривать вероятность аварии сооружения из-за недостаточной обоснованности проекта геологическим материалом: чрезмерно «дешевые» изыскания могут привести к удорожанию и затягиванию проектирования и строительства, не грозя непосредственно аварией строящемуся сооружению. В этом случае сомножителем, входящим в выражение (15) стоимости штрафа, может быть придан следующий смысл:

C_{pi} — удорожание проектирования и строительства сооружения из-за полного отсутствия инженерно-геологических изысканий,

e^{-bN} — член, отражающий удешевление проектирования и строительства за счет проведения изысканий объема N .

Важно, что такая интерпретация не меняет приведенного выше решения и не отражается на смысле величины b , по-прежнему играющей роль меры эффективности изысканий.

Представляется, что при всей дискуссионности и сложности поднятого вопроса рассмотренная задача позволяет сделать некоторые, как нам кажется, бесспорные выводы:

1. Решение вопроса об экономической целесообразности проведения изысканий и (в случае положительного ответа) оценка оптимального объема изысканий могут быть даны лишь с привлечением сведений проектно-строительного характера.

2. В качестве меры эффективности изысканий следует рассматривать степень снижения стоимости проектно-строительных работ на единицу объема изысканий.

3. Для решения указанных в п. 1 вопросов необходима постановка специальных комплексных технико-экономических исследований.

Оценив оптимальные (в указанном смысле) затраты на изыскания, необходимо далее решить вопрос о распределении намеченных средств по отдельным задачам, стоящим перед изыскателем. Например, в рамках инженерно-геологических изысканий следует решить вопрос, какую долю средств израсходовать на изучение, допустим, деформационных свойств основания, а какую на изучение устойчивости проектируемых откосов и т. д.

Рассмотрим возможный подход к выработке оптимального решения по этим вопросам. В общем виде рассматриваемая задача может быть сведена к минимизации суммарных потерь за счет каждого из требующих изучения факторов при фиксированной величине суммарных затрат на исследования.

Действительно, пусть, например, мы хотим найти оптимальное число экспериментов N_1^* и N_2^* , направленных на решение указанных выше задач оценки деформируемости и устойчивости, в рамках фиксированных затрат C . Пусть стоимость единичных экспериментов по оценке деформируемости и устойчивости составляет соответственно C_1 и C_2 руб., грозящие потери при отсутствии информации оцениваются соответственно величинами $C_n^{(1)}$ и $C_n^{(2)}$ руб., а эффективность исследований равна b_1 в первом случае и b_2 во втором.

Тогда можем записать

$$\left. \begin{array}{l} \psi_1(N_1) = d + C_1 N_1 + C_n^{(1)} e^{-b_1 N_1}, \\ \psi_2(N_2) = d + C_2 N_2 + C_n^{(2)} \cdot e^{-b_2 N_2}, \end{array} \right\} \quad (17.19)$$

и задача формулируется так. Найти N_1^* и N_2^* из условий

$$\left. \begin{array}{l} \psi_1(N_1) + \psi_2(N_2) = \min, \\ C_1 N_1 + C_2 N_2 = C, \\ N_i \geq 0. \end{array} \right\} \quad (17.20)$$

Решение сформулированной задачи, как и предыдущей, имеет чисто символический характер: мы не умеем пока оценивать ни величины грозящих потерь, ни эффективности инженерно-геологических исследований. Пока решения поставленных вопросов получаются волевым путем на основе инженерного опыта и интуиции. Не следует недооценивать этот опыт и интуицию. Поэтому вряд ли можно ожидать, что научное решение поставленных вопросов коренным образом изменит наши представления о целесообразности изысканий и их объемах. Однако более или менее существенная корректировка этих представлений, несомненно, произойдет. При этом наибольший народнохозяйственный эффект следует ожидать не от экономии за счет изысканий, а наоборот, от экономии за счет более полного использования материалов изысканий в проектировании и строительстве.

ВЫВОДЫ

1. В настоящее время существуют два типа структурных моделей естественных оснований сооружений: детерминированные и статистические. Среди детерминированных моделей выделяются кусочно-однородные и градиентные. В этих моделях свойства пород основания задаются как неслучайные функции координат, кусочно-постоянные в первом случае и непрерывные во втором. В статистических моделях свойства пород задаются как случайные функции координат.

Указанным набором моделей исчерпываются возможности учета геологической структуры естественных оснований в расчете инженерных сооружений. Даны сводка расчетных характеристик всех видов моделей и детально рассмотрены задачи опробования и оценки параметров применительно к кусочно-однородным моделям, обычно использующимся в практике проектных расчетов.

2. Решение конкретных задач опробования и оценки параметров основано на рассмотрении результатов решения инженерной задачи как функции независимых случайных аргументов—показателей свойств пород. При этом находят математическое выражение три основных принципа инженерно-геологической разведки и опробования. Принцип обратной связи находит выражение в том, что мы рассматриваем точность и надежность решения инженерной задачи, а не оценки свойств пород. Принцип максимума информации при фиксированных затратах находит выражение в постановке и решении конкретных задач оптимизации методики опробования. Принцип наименьших работ с построением рабочих гипотез выражается в так называемом адаптивном подходе к задачам опробования.

3. Рассмотрены различные варианты оценки неизвестного математического ожидания показателя свойства породы при наличии тенденции к его изменению в пространстве, а также при совместном использовании результатов прямых и косвенных наблюдений. Показано, что в ряде случаев целесообразнее рассматривать не точность оценки показателей свойств пород, а точность решения инженерной задачи. Иногда такой подход является единственным возможным. Рассмотрены особенности оценки точности решения инженерной задачи при линейных и нелинейных расчетных схемах.

4. Поставлены и решены три группы задач оптимизации опробования: 1) о выборе максимально эффективного метода исследования из множества конкурирующих методов, различающихся по точности и стоимости. Показано, что наиболее эффективным является метод, обладающий минимальной величиной произведения дисперсии результатов на стоимость единичных наблюдений; 2) о планировании независимых экспериментов по определению линейно коррелированных показателей свойств пород. Показано, что задача о комплексировании такого рода экспериментов может быть сведена к стандартной задаче линейного программирования. В частности, получены неравенства, регламентирующие экономическую

целесообразность косвенных методов исследования; 3) о размещении точек опробования в кусочно-неоднородных средах при различных расчетных схемах инженерной задачи. В случае линейной расчетной схемы эта задача сводится к известной задаче Ю. В. Неймана. Рассмотрены конкретные примеры использования полученных решений на практике.

5. Для выработки оптимальной стратегии опробования в процессе изысканий при отсутствии априорной информации предложено использовать адаптивный подход, при котором план дальнейшего опробования вырабатывается и корректируется непрерывно по ходу поступления результатов уже выполненных экспериментов. Разработаны специальные программы, с помощью которых на ЭВМ моделировались многошаговые процедуры опробования. На этих моделях показано, что адаптивный подход позволяет одновременно вырабатывать оптимальный план опробования и прекращать опробование, когда накопленная информация оказывается достаточной с точки зрения оценки условий работы сооружения.

6. Рассмотрены перспективы дальнейших исследований. Помимо указанного в п. 5 приближенного решения задачи о необходимом числе проб, рассмотрен общий подход к проблеме оптимального объема изысканий, минимизирующего суммарные капиталовложения в изыскания и строительство. Показано, что реализация такого подхода требует специальных технико-экономических исследований, далеко выходящих за рамки инженерной геологии. Есть основания считать, что пока более реалистичной будет разработка приближенного подхода, указанного в п. 5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Абасов М Т, Алекперов С И Автомодельные решения отдельных задач по вытеснению одной жидкости другой в неоднородном по проницаемости упругом пласте — В кн Вопросы разработки газоконденсатных и нефтяных месторождений Баку, Изд АН АзССР, 1964

Абрамов С П Факторы, определяющие уплотнение глинистых осадков в процессе диагенеза — Acta Universitatis Carolinae, Geologica Supplementum 1, Praha, 1961

Авчян Г М, Озерская М Л Закономерность уплотнения осадочных пород с глубиной — Изв АН СССР, сер геол, 1968, № 2

Айвазян С А Статистическое изучение зависимостей М, Металлургиздат, 1968

Амбарцумян Ф А Влияние естественной трещиноватости на выход пильного камня — Сб научных работ аспирантов НИИКС, вып III Ереван, Изд «Митк», 1967

Аравин В И, Нумеров С Н Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде М, Гостехтеориздат, 1953

Арутюнов А А О дифференциальном метаморфизме флишевых формаций — Докл АН УзбССР, 1952, № 6

Афанасьев С Л К вопросу об изменчивости мощности слоев во флишевых отложениях — Вестн МГУ, сер геол, 1961, № 2

Башев Б Т Функция распределения проницаемости и учет неоднородности пласта при проектировании разработки нефтяных месторождений — Труды ВНИИ, вып XXVIII М, Гостоптехиздат, 1960.

Баклашов И В К расчету нагрузки на крепь горизонтальных выработок в условиях сводообразования — «Шахтное строительство», 1965, № 3

Барсов В А Теория расчета балок переменного поперечного сечения, лежащих на упругом основании с переменным коэффициентом постели — Труды ВЗЭИ, вып 12, Механика, 1957

Белый Л Д Основные вопросы теории и практики инженерной геологии в гидроэнергостроительстве М, Госэнергоиздат, 1957

Белый Л Д Теоретические основы инженерно геологического картирования М, «Наука», 1964

Бир Ст Кибернетика и управление производством М, Изд во иностр лнт, 1964

Болотин В В Статистические методы в строительной механике М, Госстройиздат, 1965

Бондарик Г К Основы теории изменчивости инженерно геологических свойств пород М, «Недра», 1971

Боревский Л В Определение расчетных гидрогеологических параметров водоносных горизонтов зоны выветривания — «Разведка и охрана недр», 1966, № 3

Борисов Ю П Учет неоднородности пласта при проектировании разработки нефтяных залежей — Труды ВНИИ, вып 21, 1959

Бочевер Ф М Расчет эксплуатационных запасов подземных вод М, «Недра», 1968

Браматкина И К, Ильинский Н Б Расчет фильтрации под плотиной в неоднородном грунте — Тр семинара по краевым задачам Казанский ун т, вып 4, 1966 (1967)

Бурбаки Н Архитектура математики «Математическое просвещение», 1960, № 5

Вассоевич Н Б Флиш и методика его изучения М, Гостоптехиздат, 1948 а

Вассоевич Н Б Эволюция представления о геологических фациях — Литоб сл 1 М, Гостоптехиздат, 1948 б

Вассоевич Н Б Слоистость и фации — Изв АН СССР, сер геол, 1949, № 2

Вассоевич Н Б Слоистость в свете учения об осадочной дифференциации — Изв АН СССР, сер геол, 1950, № 5

Вассоевич Н Б Опыт построения типовой кривой гравитационного уплотнения глинистых осадков — «Новости нефтяной техники», 1960, № 4

Вентцель Е С Теория вероятностей М, Физматгиз, 1962

Веригин Н Н, Шестаков В М Методы расчета движения грунтовых вод в двухслойной среде М, Госстройиздат, 1954

Вистелиус А Б Об образовании гранодиоритов горы Белой на Камчатке (опыт стохастического моделирования) — Докл АН СССР, т 167, 1966, № 5

Вистелиус А Б Теоретические предпосылки стохастических моделей и их проверка в конкретных геологических условиях — В кн Математические методы в геологии, докл сов геол к XXIII сес МГК М, «Наука», 1968

Гаффаров К Расчет глубоко заложенной фундаментной стенки с учетом перемениности модуля деформации грунта в основании — «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1967, № 6

Геология и математика Под ред Э Э Фотиади Новосибирск, «Наука», 1967

Геологическая структура Опыт формализованного определения и описания Статьи 1 и 2 — Геол и геофиз, 1966, № 11, 1967, № 8 Авт Ю А Косягин, Ю А Воронин, Ч Б Борукаев, Л М Парфенов, В А Соловьев

Гиринский Н К Некоторые вопросы динамики подземных вод — Вопр гидрогеол и ниж геол, сб № 9 М, Госгеолиздат, 1947

Гоголева Н П, Пономаренко Ю В Особенности фильтрации в трехслойных породах — Тр XI Всесоюз координац совещ по гидротехнике М, «Энергия», 1969

Гречишев С Е Оценка экономической полезности и некоторые проблемы использования инженерно геологической съемки М, ВИЭМС, 1970

Гутенберг Б Физика земных недр М, Изд во иностр лит, 1963

Давиденков Н Н Об остаточных напряжениях — В кн Рентгенография в применении к исслед материалов М, ОНТИ, 1936

Девдарiani A C Формальная постановка задач инженерной геологии — В кн Математ методы в инж геол Изд МГУ, 1968

Дементьев Л Ф, Хитров Е А, Орлов А И Характеристика макрооднородности продуктивных пластов яснополянского надгоризонта Пермской области — Труды Пермского филиала Гипровостокнефти, вып 1 Пермь, 1965.

Дидов Б В О расчете балок, лежащих на упругом основании переменной жесткости — Труды МЭМИИТ, вып 60 М, 1951

Драгунов В И Геология и изучение элементов структуры и уровней организации вещества — Матер к совещ «Общие закономерности геол явлений», вып 1 Л, 1965

Егоркин А В Применение методов математической статистики скоростных параметров по годографам отраженных волн — Изв АН СССР, Физика Земли, 1966, № 12

Ермаков И Г О рациональной схеме инженерно геологических исследований при железнодорожных изысканиях — Труды НИИЖГТ, вып 63 Новосибирск, 1967

Жернов И Е Некоторые выводы из опыта исследования неустановившейся фильтрации — Труды координац совещ по гидротехн, № 25 М, 1966

Жинью М, Барбье Р Геология плотин гидротехнических сооружений М, Госстройиздат, 1961

Загиров Ш Ш Обобщение задачи Неймана на многомерный случай — Инж изыскания в строит, Реф сб, 6 (14) ЦНИИС Госстроя СССР М, 1972

Закашанский М С О плотности мезо-кайнозойских отложений За падно-Сибирской низменности — Прикладная геофизика, 1959, вып 23

Закономерности пространственной изменчивости водопроницаемости трещиноватых оснований гидротехнических сооружений — Труды Всес координац совещ по гидротехн, вып 48 Л, «Энергия», 1969 Авт Л А Аронова, Л Д Белый, С П Раевский, М В Рац, С Н Чернышев

Зеленский Б Д Основные направления исследований деформации скальных пород как оснований бетонных плотин — В кн Пробл инж геол в строительстве М, Госстройиздат, 1961

Зенков Д А Четыре типа изменчивости рудных тел — «Разведка недр», 1955, № 6

Иванов В В Родионов Д А Статистические оценки средних содержаний по совокупности наблюдений разной представительности — «Геохимия», 1967, № 1

Изучение проявления горного давления на моделях М, Госгортехиздат, 1959 Авт Г Н Кузнецова, М Н Будько, А А Филиппова, М Ф Шкляревский

Ильин Н И, Дзекцер Е С Об определении коэффициента фильтрации торфяной почвы — «Почвоведение», 1971, № 4

Ильинский Н Б Фильтрация под плоским флютбетом в неоднородном грунте — Итоговая науч конф Каз унта за 1963 г, сер математ Казань, 1964

Ильинская Е И Влияние размера образцов горных пород на их механические свойства при срезе — В кн Механич свойства горных пород М, Изд АН СССР, 1963

Инженерно геологические свойства пород и вопросы литогенеза М, «Недра», 1965

Ионат В А Расчет горизонтального дренажа в неоднородных грунтах Таллин, 1962

Исследование работы скважин на электроинтеграторе ЭГДА 9/60 в случае вероятностной модели прерывистого нефтяного пласта — Труды ТатНИИ вып 10 Л, «Недра», 1967 Авт В Д Лысенко, Э Д Мухарский, В Н Соловьева, Р Г Хамзин

Каллистов П Л Изменчивость оруденения и плотность наблюдений при разведке и опробований — «Советская геология», сб 53 М, Госгеолтехиздат, 1956

Каменский Г Н Основы динамики подземных вод М, Госгеолиздат, 1943

Кендалл М, Стьюарт А Теории распределений М, Физматгиз, 1966

Кензин И. А. Факторы локального развития зон внутриинформационного дробления в известняках—«Разведка и охрана недр», 1956, № 9

Ким Д. Н. Исследование структурного ослабления трещиноватых пород моделированием прочностных свойств в лабораторных условиях—В кн. «Вопросы исслед. горного давления и сдвижения пород». Свердловск, 1963.

Клейн Г. К. Учет неоднородности, разрывности деформаций и других механических свойств грунта при расчете сооружений на упругом основании—Труды МИСИ, сб. 14 М, 1956

Клини С. Введение в метаматематику М, Изд во иностр лит, 1957

Клепиков С. Н. Расчет балок на упругом основании при переменном коэффициенте постели—«Основания, фундаменты и механика грунтов», 1965, № 5

Койфман М. И. О влиянии размеров на прочность образцов горных пород—В кн. «Исслед. физ. механических свойств горных пород применительно к задачам управления горным давлением» М, Изд АН СССР, 1962

Койфман М. И., Ильинская Е. И., Карпов В. И. Прочность горных пород в объемном напряженном состоянии М, «Наука», 1964

Коломенский Н. В. Методические указания по изучению процессов выветривания горных пород для инженерно геологических целей М, Госгеолиздат, 1952

Коломенский Н. В. Инженерная геология Ч 2 М, Госгеолтехиздат, 1956

Комаров А. М., Ойзерман М. Т., Рац М. В. Решение задач оценки параметров и опробования при нелинейных расчетных схемах—Инженерные изыскания в строительстве Реф. сб 1(4) М, ЦНИС Госстроя СССР, 1970

Коломенский Н. В. Общая методика инженерно геологических исследований М, «Недра», 1968

Комаров В. Л. Статистическая оценка коллекторских параметров песчаных пластов—Труды УФНИИ, вып 8, 1961

Комаров И. С. О применимости статистических методов при инженерно-геологическом изучении горных пород—Труды МГРИ, т. XXIX, 1956

Конторова Т. А. Статистическая теория прочности—ЖТФ, т. 10, 1940, № 11

Конторова Т. А., Френкель Я. И. Статистическая теория хрупкой прочности реальных кристаллов—ЖТФ, т. 11, 1941, № 3

Копелиович А. В. Эпигенез древних толщ юго-запада Русской платформы М, «Наука», 1965

Коржинский Д. С. Фильтрационный эффект в растворах и его значение в геологии—Изв АН СССР, сер. геол, 1947, № 2

Коржинский Д. С. Очерк метасоматических процессов—В кн. «Основные проблемы в учении о магматогенных рудных месторождениях» М, Изд АН СССР, 1953

Коржинский Д. С. Проблемы петрографии магматических пород, связанных со сквозьмагматическими растворами и гранитизацией В кн. «Магматизм и связь с ним полезных ископаемых» М, Изд АН СССР, 1955

Королев А. В. Структуры рудных полей и месторождений Ташкент, 1962

Королев А. В., Фатхуллаев Ш. Д., Овчинин В. В. Изменение некоторых физических свойств пород Актюбинского района в зависимости от геологоструктурных факторов—В кн. «Физико-механические свойства горных пород верхней части земной коры» «Наука», 1968

Костюков В. Д. Определение бокового давления на подпорные стенки с учетом разброса значений физико-механических характеристик засыпки—Гидротехн. строит, 1967, № 9

Косыгин Ю. А., Воронин Ю. А., Соловьев В. А. Опыт формализации некоторых тектонических понятий—Геол и геофиз, 1964, № 1

Косыгин Ю А, Воронин Ю А, Борукаев Ч Б Геологическое пространство как основа структурных построений — Геол и геофиз, 1965, № 11

Кочетов М Н, Щербаков Г В, Филиппов А И К вопросу определения средних величин параметров пласта различными методами — Труды ВНИИ, вып XXXVI М, Гостоптехиздат, 1962

Кречетова И П Обобщение статистической теории опробования на случай площадных исследований — Инж изыскания в строит Ред сб З (11) М, ЦНИС Госстроя СССР, 1971

Крейтер В М Поиски и разведка месторождений полезных ископаемых М, Госгеолтехиздат, 1964

Крендлев В П, Минаков В М, Орепьев В А К методике оценки погрешности различных способов опробования и разведки месторождений — «Разведка и охрана недр», 1965, № 7

Кудрявцев Е П, Новожилов А П Судакова Н И Статистическое исследование деформационных свойств песчаных оснований — «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1967, № 6

Лейбин Э Л Изучение распределений геолога физических параметров продуктивных пластов — Труды ВНИИ, вып XXXIV М, Гостоптехиздат, 1962

Лицак В И Некоторые вопросы расчета конструкций крупнопанельных зданий на неравномерные осадки основания — В кн Работа конструкций жилых зданий из крупноразмерных элементов М, Госстройиздат, 1963

Магницкий В А Внутреннее строение и физика земли М, «Недра», 1965

Максимов М И Геологические основы разработки нефтяных месторождений М, «Недра», 1965

Малышев Л И О расчете горизонтального дренажа в неоднородном грунте при неустановившейся фильтрации — Труды координац совещ по гидротехн, вып 5 М, «Энергия», 1966

Маргolin A M Характеристика изменчивости залежей нефти и газа и оценка погрешностей результатов их разведки В кн Оценка точности определения параметров залежей нефти и газа М, «Недра», 1965

Маслов Н Н Условия устойчивости склонов и откосов в гидроэнергетическом строительстве М, Госэнергоиздат, 1955

Матвеев Б В О зависимости результатов механических испытаний горных пород от размеров их образцов В кн Вопр разрушения и давления горных пород М, Углехиздат, 1955

Машанов А Ж Элементарные частицы структурных форм — Изв АН КазССР, сер геол, 1949, № 11

Миддлтон Г В Возникновение логнормального распределения частот в осадках — В кн Вопр математ геол Л, «Наука», 1968

Миличикер Ш Г Функции распределения водопроницаемости аллювиальных песков — Матер науч техн конф ПНИИИСа, М, 1967

Молоков Л А Теребля Рикская плотина на реке Теребле — В кн Геология и плотины, т 1 М, Госэнергоиздат, 1959

Муратимов З И О статистическом законе распределения общей и суммарной эффективных мощностей продуктивных пластов — Труды Гипровосток нефти, вып 9 М, «Недра», 1965

Мятиев А Н Напорный комплекс подземных вод и колодцы — Изв АН СССР, ОТН, 1947, № 9

Налимов В В Применение математической статистики при анализе вещества М, Физматгиз, 1960

Новые идеи в планировании эксперимента Под ред В В Налимова М, Физматгиз, 1969

Никифоров Н А, Розанов Ю А О роли физических и механических свойств горных пород в локализации ртутно-сурьмяного оруденения Южной Ферганы — «Геология и разведка месторождений», 1963, № 3

Нумеров С Н Методы математического моделирования плановой неустановившейся фильтрации грунтовых вод — Труды координац совещ по гидротехн, вып 25 М, Госэнергоиздат, 1966

Огноченко В П Инженерно-геологическая макроструктура как объект инженерно-геологической разведки — Вопр методики инж-геол исслед, вып 2 Томск, 1967

Озерская М Л О влиянии структурных факторов на плотность и упругие свойства осадочных горных пород — Изв АН СССР, Физика Земли, 1965, № 1

Ойзерман М Т К вопросу о реализации адаптивного подхода в двухэтапном планировании экспериментов — Инж изыскания в строит Реч сб 3 (11) М, ЦНИИС Госстроя СССР, 1971

Ойзерман М Т, Рац М В К статистической теории опробования макрослоистых массивов горных пород — Инж изыскания в строит Реч сб 3 (11), 1971

Основы гидрологических расчетов М, «Недра», 1965 Авт Ф М Бочевер, И В Гармоинов, А В Лебедев, В М Шестаков

Оценка точности определений водопроницаемости горных пород М, «Наука», 1971 Авт Н И Ильин, С Н Чернышев, Е С Дзекцер, В С. Зильберг

Панюков П Н Массив горных пород — основной объект инженерно-геологических исследований — Науч труды МГИ, сб 28 М, 1959

Панюков П Н Инженерная геология М, Госгортехиздат, 1962

Перцовский В В К вопросу о точности гидрогеологических расчетов — «Изв вузов, сер геол и разв», 1967, № 12

Петров В В О центральной предельной теореме для t зависимых величин — Труды Всес совещ по теории вероятностей и мат статистике Ереван Изд АН АрмССР, 1960

Попов И В Основы инженерно-геологического грунтоведения, ч I М, Госгеолиздат, 1941

Попов И В Инженерная геология Изд МГУ, 1959

Приклонский В А Петрогенез и формирование инженерно-геологических свойств горных пород — Труды совещ по инж-геол свойствам горных пород, т 1 М, Изд АН СССР, 1956

Протодьяконов М М, Чирков С Е Трещиноватость и прочность горных пород в массиве М, «Наука», 1964

Пустовалов Л В Петрография осадочных пород М, Гостоптехиздат, 1940

Разин Н В О сопротивлении сдвигу бетонных плотин на скальном основании — «Гидротехн строит», 1948, № 5

Разумовский Н К Характер распределения содержаний металлов в рудных месторождениях — Докл АН СССР, 1940, т 28, № 9

Раппопорт Р М, Туроверов К К Исследование влияния слабых прослоек на напряжения и деформации скального массива — Изв ВНИИГа, 1967, № 85

Рац М В Статистический анализ слоистости терригенного флиша (автoref докл) — Бюлл МОИП, отд геол, 1962а, № 4

Рац М В К вопросу о зависимости густоты трещин от мощности слоев — Докл АН СССР, 1962б, т 144, № 3

Рац М В Опыт аналитического исследования осадконакопления в геосинклинальных бассейнах на примере седиментации терригенного флиша — Изв вузов, сер геол и разв», 1963а, № 6

Рац М В Выветривание и физико-механические свойства пород терригенно-флиша — В кн Вопр региональной инж геол. М, ВСЕГИНГЕО, 1963б

- Рац М В Диаграмма структурной неоднородности горных пород в массиве — Матер науч-техн конф ПНИИИСа М, 1966а
- Рац М В К трещинной тектонике района строительства Нурекской ГЭС — Труды Гидропроекта, вып 14, 1966б
- Рац М В Структурный подход в прикладной геологии — В кн Методологич вопр системно структурного исслед Изд МГУ, 1967?
- Рац М В Неоднородность горных пород и их физических свойств М, «Наука», 1968а
- Рац М В Неоднородность горных пород, расчетные схемы оснований сооружений и вопросы инженерно-геологического опробования — Матер науч-техн конф ПНИИИСа М, 1968б
- Рац М В Результаты исследований по проблеме неоднородности горных пород в инженерной геологии — Матер науч техн конф ПНИИИСа М, 1969
- Рац М В Некоторые задачи статистической теории опробования — Инж изыскания в строит Реф сб 1 (4) М, ЦНИИС Госстроя СССР, 1970
- Рац М В, Чернышев С Н Трещиноватость и свойства трещиноватых горных пород М, «Недра», 1970
- Рац М В, Чернышев С Н, Язвин Л С О фильтрационной неоднородности горных пород — Инж изыскания в строит Реф сб 1 (4) М, ЦНИИС Госстроя СССР, 1970
- Ребрик Б М, Чернышев С Н Соотношение точности измерений с неоднородностью среды и требованиями расчетной схемы — В кн Математ методы в инж геол М, 1968
- Ревелис И Л О точности определения некоторых физических характеристик горных пород — Инж изыскания в строит. Реф сб. I М, ЦНИИС Госстроя СССР, 1969
- Ревелис И Л, Кучеренко И В Инженерно геологический очерк территории города Махачкалы Махачкала, Даг книжн изд, 1969
- Родионов Д А Функции распределения содержаний элементов и минералов в изверженных горных породах М, «Наука», 1964
- Родионов Д А Статистические методы разграничения геологических объектов по комплексу признаков М, «Недра», 1968
- Розанов Ю А Пористость горных пород и ее роль в локализации эндогенного оруденения — «Геология и разведка месторождений», 1961, № 2.
- Розанов Ю А Роль физико механических свойств горных пород в формировании структур месторождений и локализации оруденения В кн Физ-механич свойства горных пород верхней части земной коры М, «Наука», 1968
- Розанов Ю А, Тимченко И П Изменение упругих свойств горных пород под влиянием постмагматических процессов — «Геология и разведка месторождений», 1965, № 6
- Руппенейт К В Механические свойства горных пород М, Углехимиздат, 1956
- Руппенейт К В, Долгих М А, Матвиенко В В Вероятностные методы оценки прочности и деформируемости горных пород М., Госстройиздат, 1964
- Рухин Л Б Гранулометрический метод анализа песков Изд ЛГУ, 1947
- Саваренский Ф П Инженерная геология М-Л, ОНТИ, 1939
- Сажин В С Определение области неупругих деформаций с учетом изменения сцепления породы — «Физико-техн пробл разработки полезн ископ», 1967, № 6
- Семин Е И Геологическая неоднородность продуктивных пластов и некоторые способы ее изучения — Труды ВНИИ, вып XXIV М, Гостоптехиздат, 1962

Семин Е И Об учете неоднородности нефтяных пластов по проницаемости при проектировании разработки нефтяных залежей — Труды ВНИИ, вып XLII. М, Гостоптехиздат, 1965

Сергеев Е М Грунтоведение Изд МГУ, 1959

Сидоренко А В Человек, техника, земля М, «Недра», 1967

Скворцов В В Математический эксперимент при разработке нефтяных месторождений М, «Наука», 1970

Снитко И К Расчет балок на упругом основании при переменном коэффициенте оседания — Вестн инж и техн «Физико-техн пробл разработки полезн ископ», 1967, № 4

Соболев Д Н Практический метод определения расчетных усилий в крупнопанельных зданиях на неоднородном основании В кн Статические расчеты крупнопанельных зданий М, Госстройиздат, 1963

Соболев Д Н К расчету конструкций, лежащих на статистически неоднородном основании —«Строительная механика и расчет сооружений», 1965, № 1

Соколов Д С Основные условия развития карста М, Госгеолтехиздат, 1962

Степанов А В Причины особенностей разрушения упруго анизотропных тел —«Изв АН СССР, сер физич» т 14, 1950, № 11

Стетюха Е И Уравнения корреляционных связей между физическими свойствами горных пород и глубиной их залегания М, «Недра», 1964

Столпаков Б В, Рац М В, Ойзерман М Т Методы последовательного оценивания в задачах планирования инженерно-геологических экспериментов — Инж изыскания в строит Реф сб 3(11) М, ЦНИИС Госстроя СССР, 1971

Столпаков Б В, Рац М В О задачах последовательного оценивания в статистической теории опробования — Инж изыскания в строит Реф сб 3 (11) М, ЦНИИС Госстроя СССР, 1971

Страхов Н М Основы теории литогенеза, т 1 М, Изд АН СССР, 1960

Теплов В Ф Фильтрационные исследования гидроузлов на разнородно-проницаемых основаниях методом ЭГДА — Тезисы докл к XI координац совещ по гидротехн Л, «Энергия», 1968

Терцаги К, Пэк Р Механика грунтов в инженерной практике М, Госстройиздат, 1958

Тода М, Шуфорд Э Х Логика систем введение в формальную теорию структуры — В кн Исслед по общей теории систем М, «Прогресс», 1969

Тутубалин В Н Элементы математической статистики Изд МГУ, 1968

Упир А Т Опыт геометризации месторождений Челябинского буюргольского бассейна — Труды Всесоюзн совещ по маркшейдер делу М, Углетеиздат, 1958

Фаянс Б Л Расчет прямоугольных плит на неодиородном основании — «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1967, № 2

Феллер В Введение в теорию вероятностей и ее приложения М, «Мир», 1964

Феофилова А П К вопросу о причинах изменения пористости угленосных пород среднего карбона Донбасса — В кн Памяти акад П И Степанова М, Изд АН СССР, 1952

Фисенко Г Л Прочностные характеристики массива горных пород — В кн Механика горных пород и маркшейдер дело М, Углетеиздат, 1959

Флорин В А Основы механики грунтов М, Госстройиздат, т 1, 1959, т 2, 1961

Фотиади Э Э Плотность и пористость пород осадочного покрова — «Геол нефти», 1957, № 4

Фридман Я Б Диаграмма структурной неоднородности.—«Докл АН СССР», т 106, 1956, № 2

Хальд А Математическая статистика с техническими приложениями М, Изд во иностр лит, 1956

Цытович Н А Механика грунтов Госстройиздат, М, 1963

Чейз Ф Количественно минералогический анализ шлифов под микроско пом М, Изд во иностр лит, 1963

Чернышев С Н Ориентировка трещин в траппах (по материалам изысканий для Усть-Илимской ГЭС) — Автореф докл «Бюлл МОИП, отд геол», 1963, № 5

Чернышев С Н О водопроницаемости трещиноватых пород в зоне разгрузки и выветривания — Автореф докл «Бюлл МОИП, отд геол», 1965а, № 4

Чернышев С Н Экзогенные деформации траппов в долине р Ангары — Изв вузов, сер геол и разв», 1965б, № 12

Чернышев С Н Функция распределения параметров водопроницаемости трещиноватых горных пород в массиве — Матер науч-техн конф ПНИИИСа, М, 1966

Чернышев С Н Точность определения фильтрационных свойств горных пород при инженерно геологических изысканиях и пути ее повышения — Матер науч техн конф ПНИИИСа, М, 1969

Чернышев С Н, Аронова Л А Статистическое исследование водопроницаемости трещиноватых массивов — В кн Математич методы в геот Докл сов геологов к XXIII сес МГК М, «Наука», 1968

Четвериков Л И Количественная оценка изменчивости содержания по лезного ископаемого, наблюдаемой по данным опробования —«Изв вузов, сер геол и разв», 1968а, № 3

Четвериков Л И Теоретические основы моделирования тел твердых по лезных ископаемых Изд Воронежского ун та, 1968б

Чечулин Б Б Масштабный фактор и статистическая природа прочности кристаллов М, Металлургиздат, 1963

Чураев Н В, Ильин Н И Влияние структуры на процессы передвижения воды в капиллярно пористых телах —ИНЖ, 1961, т 4, № 11

Шафрановский И И Симметрия в природе Л, «Недра», 1968

Шванк О А Некоторые результаты определения плотности горных пород на Кавказе —«Прикладная геофиз», вып 4 М, Гостоптехиздат, 1948

Шварцахер В Вертикальные и площадные изменения каменноугольных известняков вблизи Слиго (Ирландия) — В кн «Вопр математ геол» Л, «Наука», 1968

Швецов М С Петрография осадочных пород М, Госгеолтехиздат, 1958

Швецов М С Опыт систематизации текстур осадочных пород —«Изв вузов, сер геол и разв», 1961, № 12

Швидлер М И Фильтрационные течения в неоднородных средах М, Гостоптехиздат, 1963

Швидлер М И О решении типа источника в задаче о нестационарной фильтрации жидкости в среде со случайной неоднородностью Изв АН СССР, МЖГ, 1966, № 4

Шейнин В И Обобщение вероятностного подхода к оценке механических свойств горного массива —«Физико техн пробл разработки полезн ископ», 1965, № 3

Шейнин В И Выделение различных составляющих разброса данных механических испытаний горных пород — В кн Математ методы в инж геол М, 1968

Шейнин В И, Руппенейт К В Некоторые статистические задачи расчета подземных сооружений М, «Недра», 1969

Шестаков В М Теоретические основы оценки подпора, водопонижения и дренажа Изд МГУ, 1963

Шрейдер Ю А Наука — источник знаний и суеверий —«Новый мир», 1969, № 9

Шубников А В О работах Пьера Кюри в области симметрии УФН, 1956, т 59, № 4

Шульц Э Опыты на сдвиг на образцах большого размера —«Пробл инж геол», сб 2 М, 1960

Экспериментальные исследования влияния неоднородности скального основания на напряжения в бетонных плотинах —Докл к первому междунар конгр по механике скальных пород М, Госстройиздат, 1967 Авт М М Гришин, В Г Орехов, В И Пыстогов, Г И Шимельмич

Ясинский Ф С Теория упругости СПб, 1897

Allen J R Petrology, origin and deposition of the highest Lower Old Red Sandstone of Shropshire, England — J Sed Petrol, 32, 1962, N 6

Bandemer H Zur optimierung der Erkundung einer lagerstatte — Z an gew geol, 13, 1967, N 5

Borges F Statistical theories of structural similitude — Bull RILEM, 1960, N 7

Caillaux A Etude quantitative de failles — Rev geom dynam, 9, 1958, N 9—10

Caillaux A Etude quantitative des petites failles au Nord de la Rochelle (Ch-N) — Rev geom dynam, 11, 1960, N 7, 8, 9

Currie J B, Patnode H W, Trump R P Development of folds in sedimentary strata (abstract) — Geol Soc Amer Spec Paper, 1962, N 68

Fiege K Untersuchungen über zyklische sedimentation geosynklinaler und epicontinentale Raume — Preuss geol Landesstalt Abh, 177, 1937, pp 29—36

Gibson R E Some results concerning displacements and stresses in a non homogenous elastic half space — Geotechnique, 17, 1967, N 1

Griffith A The phenomena of rapture and flow solids — Philos Trans Roy Soc, A221, 1921

Hast N The state of tresses in the upper part of the earth's crust — Engng Geol, 2, 1967, N 1

Hodgson R A Regional study of jointing in Comb ridge—Navajo Mountains Area, Arizona and Utah — J Amer Assoc Petr Geol 45, 1961, N 1

Hooper J A, Butler F G Some numerical results concerning the shear strength of London clay — Geotechnique, 1966, v 16, N 4

Inman D Sorting sediments in the light of fluid mechanics — J Sed Petr, 19, 1949, pp 51—70

Kazagrande A Role of the “calculated risk” in earth work and foundation engineering — J of soil mech and found, div, 1965, v 91, N SM 4 Discussion, 1966, v 92, N 2

Kingma J T The Fongoporutuan sedimentation in central Hawke's Bay N—Z — J geol, 1958, v 1, pp 1—30

Kislanger A Restspannung und Entspannung in Gesteine Geol und Bauwesen, Jg 24, 1958, Hf 2

Kollis Wl. Wplys metody wyznaczania Współczynnika przepuszczalności na dokładność Wyników w warunkach aluwialowdeunnych Wisły — Arch hydrotechn, 8, 1961, N 2, pp 179—246

Kujundžić B Behaviour of rock masses as structural foundations General report of theare 8 — Trans of the 1-st Internat congr on rock mech Lisboa, 1966

- Langejan A Some aspects of the safety factor in soil mechanics, considered as a problem of probability—Proc 6th Internat Conf Soil mech and found Engng, 1965, v 2, Div 3—6, Toronto Univ Press, 1965
- Law J A statistical approach to the interstitial heterogeneity of sand reservoirs—Trans Amer Inst Mining and Metallurg Engrs, 155, 202, 1944
- Lazard A In Discussion Proc 5th Internat Conf on soil mech and found Paris, 1961, v 3, p 325
- Matheron G Traité de géostatistique appliquée, v 1—2 Paris, Eds Techniq, 1962—1963
- Matheron G, Formery Ph Recherche d'optima dans la reconnaissance et la mise en exploitation des gisements miniers—Ann des Mines, 1963
- McIntire D S, Tanner C B Anormally distribution soil physical measurements and nonparametric statistic—Soil Sci, 1959, v 88, N 3
- Middleton J V Size and sphericity of quartz grains in two turbidite formations—J Sediment Petrol, 32, 1962, N 4
- Müller L Beispiele für den Einfluss der Gebirgs—anisotropie auf Talsperrengrundungen Geol und Bauwesen, Jg 24, 1958, Hf 2
- Müller L Der Felsbau Bd 1 Stuttgart, Verlage, Enke, 1963
- Jahns H Die statistische Auswertung von Porositäts und Permeabilitätsmessungen—Erdöl und Kohle, 14, 1961, N 2
- Jalın S Über die Sicherströmung in einem stetig heterogenen Raum—Istanbul tekn univ bul, 1954
- Neyman J On the two different aspects of the representative method the method of stratified sampling and the method of purposive selection—J Roy Stat Soc, 1934, v 97, pp 558—625
- Oberty G Geomechanical models for testing the statical behaviour of dams resting on highly deformable rock foundations—Felsmechanik und Ingenieurgeol, 1963, N 1/2
- Pancini M Results of the first of tests performed on a model reproducing the actual structure of the abutment rock of Vajont dam—Geol und Bauwesen, Jg 27, 1962, Hf 3—4
- Panjukov P N Structure—mechanische Charakteristiken von Gesteinsmassiven als Grundlage für die Voraussage der Standsicherheit von Tagebauböschungen Freiburger Forschungshefte, A337, 1966
- Potter P E, Scheidegger A E Bed thickness and grain size graded beds Sedimentology, 7, 1966, pp 233—260
- Ratz M V, Chernyashov S N Statistical aspect of the problem on the permeability on the jointed rocks—Proc Sympos hydrology of fractured Rocks Dubrovnik, 7—14 October, 1965 Brussel, 1967
- Reddy A S, Bhargava S R Bearing capacity factors for shallow rough strip footings—J Inst Engrs (India) Civil Engrg Div, 47, 1966, N 1—2, Part 1—2
- Reed J J The importance of lithology in determining response to metamorphism and tectonic forces N—Z J Geol and Geophys, 5, N 1, 1962
- Rickard T A The sampling and estimation of ore in mine N—Y, 1907
- Ruddock E C Residual soils of the Humasi district in Ghana—Geotechnique, 17, 1967, N 4
- Scheidegger A E, Potter P E Textural studies of graded bedding—Observation and theory Sedimentology, 5, 1965, N 4
- Shima Sukeyuki On the application of variation principle to seepage flow under neat dams—Proc 5th Japan Nat Congr Appl Mech, 1955 Tokyo, 1956

ОГЛАВЛЕНИЕ

Основные обозначения	3
Введение	4
Г л а в а I. О структурных моделях в инженерной геологии	7
§ 1. Постановка проблемы	7
§ 2. Основные понятия и классификации, связанные с использованием структурных моделей в инженерной геологии	13
Г л а в а II. Структурные модели микронеоднородности горных пород и масштабные эффекты	29
§ 3. Математическая модель объекта и постановка задачи исследования	29
§ 4. Теоретическое исследование микронеоднородности и масштабных эффектов	35
§ 5. Экспериментальное исследование микронеоднородности и масштабных эффектов	44
Г л а в а III. Структурные модели макронеоднородности	66
§ 6. Геологические предпосылки исследования макронеоднородности	66
§ 7. Математическая модель пространственной изменчивости свойств пород (модель тренда)	74
§ 8. Изменчивость свойств пород, обусловленная процессами осадкоакопления (на примере флиша)	80
§ 9. Уплотнение горных пород с глубиной	92
§ 10. «Источники возмущения» в земной коре и их влияние на пространственное распределение свойств горных пород	97
§ 11. Развитие неоднородности при изменении условий существования горной породы	114
Г л а в а IV. Структурные модели в прикладных задачах инженерной геологии	125
§ 12. Учет неоднородности горных пород в расчете крупных инженерных сооружений	125
§ 13. Основные положения статистической теории опробования	133
§ 14. Оценка параметров и решений инженерных задач по экспериментальным данным	138
§ 15. Задачи оптимизации методики опробования	155
§ 16. Многошаговые процедуры планирования экспериментов	178
§ 17. Некоторые направления дальнейших исследований в области разведки и опробования	189
Список литературы	202

Марк Владимирович Рац

СТРУКТУРНЫЕ МОДЕЛИ
В ИНЖЕНЕРНОЙ ГЕОЛОГИИ

Редактор издательства Г Ф Неманова

Технический редактор З А Болдырева

Переплет художника С А Смирновой

Корректор А П Стальнова

Сдано в набор 15/I 1973 г Подписано в печать
20/VII 1973 г Т 09961 Формат 60×90¹/₁₆ Бумага № 1
Печ л 13,5 Уч изд л 14,39 Тираж 3700 экз.
Заказ № 74/4097 2 Цена 1 р 55 к

Издательство «Недра» 103633, Москва, К 12,
Третьяковский проезд, 1/19
Ленинградская типография № 8
«Союзполиграфпрома» при Государственном
комитете Совета Министров СССР по делам
издательств полиграфии и книжной торговли
190000 Ленинград, Прачечный пер., 6