

В. М. ШЕСТАКОВ

Гидрогеомеханика

УДК 624.131:551.49

ББК 26.326

Ш52

Шестаков В.М.

Ш52 Гидрогеомеханика. Учеб. пособ. – М.: Изд-во МГУ. 1998. - 72 с.

ISBN 5-211-03956-4

В учебном пособии дается систематическое изложение лекционной части курса «Гидрогеомеханика», читаемого для студентов специальности «гидрогеология» на геологическом факультете МГУ, как направления геомеханики, рассматривающего проблемы механики массивов водонасыщенных горных пород применительно к задачам гидрогеологии и инженерной геодинамики. С единых теоретических позиций даются представления о моделях упругого режима фильтрации и консолидации горных пород, изложены методы моделирования напряженно-деформированного состояния массивов горных пород, даются методы расчета устойчивости массивов горных пород с учетом воздействия фильтрационного потока. Некоторые из рассмотренных вопросов имеют оригинальное решение.

Для студентов и специалистов геологического и горного профилей.

УДК 624.131:551.49

ББК 26.326

ISBN 5-211-03956-4

© Шестаков В.М., 1998 г.

Предисловие

Гидрогеомеханикой называется наука, содержание которой составляет теория и методы исследований механических процессов (прочности и деформируемости) водонасыщенных массивов пород в земной коре [1]. Она представляет направление геомеханики, ориентированное на решение гидрогеологических задач.

Близкими гидрогеомеханике являются направления прикладной геомеханики в строительстве (механика грунтов) [2] и в горном деле (горная геомеханика) [3, 4], тесно связана гидрогеомеханика с механикой нефтегазоносных пластов (геофлюидомеханика) [5, 6].

Определенные связи прослеживаются также между гидрогеомеханикой и глобальной геомеханикой, рассматривающей количественные описания тектонофизических процессов планетарного масштаба [7].

В своих теоретических основах гидрогеомеханика, как и геомеханика в целом, представляет количественное описание процессов на основе их механических моделей, которые таким образом составляют инструмент геомеханических исследований, опирающийся на разработки механики пористых и трещиноватых сред [8]. Вместе с тем, геомеханику следует рассматривать как науку геологического цикла, поскольку ее предметом является массив горных пород земной коры, представляющий собой весьма своеобразную среду, строение которой обусловлено геологической историей. Отражение этого своеобразия должно проявляться и в постановке геомеханических задач, и, особенно, в геомеханической схематизации, предусматривающей идентификацию геологической среды и механической модели.

Настоящая работа написана по материалам курса, представляемого автором для студентов кафедры гидрогеологии МГУ. В подготовке этого курса принимал участие Э.В.Калинин, которым здесь написан §3 главы 2.

Литература

1. МIRONENKO В.А., Шестаков В.М. Основы гидрогеомеханики. 1974.
2. Цытович Н.А., Тер-Мартirosян З.Г. Основы прикладной геомеханики в строительстве. 1981.
3. Маньковский Г.И. О горной геомеханике. 1962.
4. Родионов В.Н., Сизов И.А., Цветков В.М. Основы геомеханики. 1986.
5. Желтов Ю.П. Механика нефтегазоносного пласта. 1975.
6. Механика горных пород применительно к проблемам разведки и добычи нефти. 1994.
7. Теркот Д., Шуберт Дж. Геодинамика. 1985.
8. Николаевский В.Н. Механика пористых и трещиноватых сред. 1984.

Обозначения

γ , ρ - объемный вес и плотность воды,

γ_s , γ_b , γ_n - объемный вес породы в сухом состоянии, взвешенной в воде, насыщенной водой,

σ , τ - эффективные нормальные и касательные напряжения,

σ_n - полное (тотальное) нормальное напряжение в породе,

P - давление в воде.

H - напор,

ε - относительная деформация,

E - модуль деформации,

ν - коэффициент Пуассона,

n , e - пористость, коэффициент пористости,

a_c - коэффициент сжимаемости (компрессии, уплотнения),

η - упругость породы,

μ - упругая емкость пласта,

k - коэффициент фильтрации,

ϕ и c - угол внутреннего трения и удельное сцепление.

Соотношение между единицами напряжений:

$1 \text{ МПа} = 10^3 \text{ кПа} = 10^6 \text{ Па} = 10 \text{ атм}, 1 \text{ psi} = 6,9 \cdot 10^{-3} \text{ МПа}.$

Глава 1. Основные представления о напряженно-деформированном состоянии горных пород

Напряженно деформированное состояние (НДС) горных пород рассматривается обычно с позиций механики однородной среды, когда породы представляются сплошным телом, в каждой точке которого динамические и кинематические характеристики считаются статистически осредненными. Это положение бесспорно применимо для раздельно зернистых пород и с некоторыми ограничениями применимо для равномерно трещиноватых пород.

§1. Виды напряжений в горных породах

Под воздействием активных поверхностных и объемных сил формируются внутренние силы, мерой которых являются величины напряжений.

В отличие от твердых тел напряжения в горных породах передаются лишь через точки соприкосновения отдельных частиц, образующих скелет породы. В этих условиях реальные напряжения на контактах частиц в пределах произвольно выделенной площадки δS неизбежно должны заменяться некоторыми фиктивными ("средними") напряжениями, распределенными по площадке δS сплошным образом, причем, равнодействующие обеих систем напряжений должны иметь одинаковые величины и направления, а при достаточно больших размерах элементарных площадок δS определенные таким образом фиктивные напряжения оказываются механически эквивалентными действительным. Таким образом, само определение напряжений в горной породе носит статистический характер и соответствует условиям применимости принципов механики сплошной среды.

В соответствии с общеизвестными представлениями механики сплошной среды полное напряжение, действующее на площадке δS , может быть разложено на нормальную и касательную составляющие. Совокупность нормальных и касательных напряжений, которые действуют по всему множеству площадок, проходящих через данную точку массива, характеризует напряженное состояние в этой точке. При этом, как известно [1, с.122], всегда существуют такие три взаимно перпендикулярные (главные) площадки, по которым касательные напряжения отсутствуют, а действуют лишь нормальные - главные- напряжения $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

Удобным способом графической интерпретации плоского напряженного состояния в точке является круг Мора [1, с.133]. Рассмотрим для простоты его построение в частном случае плоского напряженного состояния, зависящего только от двух пространственных координат. Выделим вблизи расчетной точки трехгранную призму ($abc - a'b'c'$) так, чтобы по ее взаимно перпендикулярным граням действовали главные напряжения (рис.1.1,а); расчетную плоскость считаем параллельной граням abc и $a'b'c'$. Будем пола-

гать, что главные напряжения σ_2 , нормальные к плоскостям abc и $a'b'c'$, взаимно уравновешены (так как напряженное состояние плоское). Составляя уравнение равновесия для треугольной призмы abc с длиной, равной единице, после несложных преобразований получим выражение для нормального σ и касательного τ напряжений по произвольной площадке

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha, \quad \tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha, \quad (1)$$

где α - угол наклона площадки ac к площадке действия наибольшего главного напряжения σ_1 .

Так как главные напряжения в данной точке постоянны, то σ и τ являются функциями только угла α , который в зависимости от положения площадки может принимать значения в интервале от $-\pi/2$ до $+\pi/2$. Графическое изображение формул (1) дается диаграммой Мора (рис. 1.1,б), которая отражает, таким образом, совокупность напряжений, действующих по различным площадкам в окрестности данной точки. Из диаграммы Мора, в частности, следует, что максимальные касательные напряжения действуют по площадкам, делящим пополам углы между главными площадками, причем $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2$.

Простейшим видом напряженного состояния является однородное, при котором в разных точках тела по параллельным площадкам действуют одинаковые по величине и направлению напряжения, т.е. круги Мора для всех точек одинаковы. Таково, например, напряженное состояние в средней части образца, испытываемого на одноосное сжатие или растяжение. В напряженном состоянии, близком к однородному, может находиться и глубоко залегающий пласт горных пород, перекрытый однороднослоистой толщей, при горизонтальном положении поверхностей напластования и дневной поверхности. В этом случае нормальные напряжения по горизонтальной площадке, расположенной в пределах пласта на глубине z_0 , будут определяться лишь собственным весом столба вышележащих пород высотой z_0 с объемным весом $\gamma_n(z)$:

$$\sigma_z = \int_0^{z_0} \gamma_n(z) dz. \quad (2)$$

Под действием гравитационных сил создаются два типа усилий гидростатического действия воды на горные породы: всестороннее гидростатическое обжатие и взвешивание. Всестороннее гидростатическое обжатие действует на каждую частицу или агрегат породы равномерно со всех сторон и вызывает сравнительно малые деформации породы, обуславливаемые незначительной сжимаемостью минеральных частиц. Поэтому напряжения всестороннего обжатия, соответствующие давлению в воде p , получили название нейтральных.

Влияние взвешивающего воздействия, определяемое архимедовой силой взвешивания, приводят к уменьшению реального объемного веса породы, который в этом случае будет иметь выражение [2, стр. 16]

$$\gamma_s = (\delta_n - \gamma)(1 - n), \quad (3)$$

где δ_n - удельный вес материала скелета породы, n - пористость.

Рассмотрим условия силового равновесия в водонасыщенном элементе породы (рис. 1.2), связывая вертикальное напряжение (давление) σ_n , передаваемое на горизонтальную площадку от действия веса вышележащей толщи породы, с напряжением (давлением) σ в скелете породы и нейтральным давлением воды p , причем для упрощения задачи, не изменяющего ее смысловой постановки, будем считать, что в плане (в каждой горизонтальной плоскости) распределение напряжений одинаково и, следовательно, эта система напряжений должна находиться в равновесии. Тогда можно записать, что

$$\sigma_n = \sigma + p. \quad (4)$$

Строго говоря, такое равенство справедливо при точечных контактах между частицами породы (рис. 1.2,а), поскольку, при плоских контактах (рис. 1.2,б) вода непосредственно действует только на часть рассматриваемой площадки. Однако, это компенсируется передачей воды на зерна породы, в результате чего давление воды на любую площадку передается полностью [3]. В противном случае следует использовать формулу [4, стр.41]:

$$\sigma = \sigma_n - \alpha p, \quad (5)$$

где коэффициент α отвечает отношению показателей сжимаемости минеральных зерен и горной породы.

Известны опыты, показавшие, например, что для плотных сцементированных песчаников при эффективном давлении порядка 700 кг/см^2 $\alpha \cong 0,8$ [2], однако, при ограниченных давлениях вполне допустимо считать $\alpha = 1$.

§2. Гравитационный потенциал и фильтрационная сила

Рассмотрим обоснование величины гравитационного потенциала, определяющего собой удельную энергию гравитационных сил в водном потоке, пренебрегая кинематической энергией потока, имеющей обычно незначительное влияние в связи с малыми скоростями фильтрационного потока. Исходя из представления фильтрации с позиции механики сплошной среды, рассмотрим условия равновесия элементарного столбика жидкости длиной ℓ и площадью ω (рис.1.3). На торцах этого столбика действуют силы давления $P_1 = p_1 \omega$ и $P_2 = p_2 \omega$ (p_1 и p_2 - давления в сечениях 1 и 2), направленные вдоль столбика; в объеме столбика $V = \omega \ell$ действует его сила тяжести $G = \gamma \omega \ell$ (γ - объемный вес воды), направленная по вертикали; этим силам противодействуют силы сопротивления θ , возникающие по поверхности столбика. Исходя из равенства проекций действующих сил на направление

этого столбика, запишем уравнение равновесия $P_1 - P_2 + G \sin \alpha = \theta$ или, имея в виду, что $\sin \alpha = (z_1 - z_2) / \ell$, получим $(p_1 - p_2) \omega + \gamma(z_1 - z_2) \omega = \theta$. Сгруппируем в левой части этого уравнения величины p и γz для каждого сечения, а в правой части заменим ω на V / ℓ :

$$(p_1 + \gamma z_1) - (p_2 + \gamma z_2) = \theta \ell / V. \quad (1)$$

Рассмотрим вопрос о существовании в таком потоке гравитационного потенциала (ϕ), который характеризует удельную энергию потока, причем по его определению разность потенциалов в двух точках равна разнице энергии в этих точках, отнесенной к единице объема потока. Поскольку разность энергии соответствует работе $\theta \ell$, затрачиваемой на преодоление сил сопротивления, то должно выполняться равенство

$$\phi_1 - \phi_2 = \theta \ell / V \quad (2)$$

Сопоставляя выражения (1) и (2), видно, что при $\gamma = \text{const}$ они совпадают, если положить

$$\phi = p + \gamma z \quad (3)$$

Таким образом, фильтрационный поток постоянной плотности обладает гравитационным потенциалом ϕ , однозначно характеризующим потенциальную энергию потока, несмотря на то, что ее составляющие - энергии давления (p) и положения (γz) - имеют различную направленность действия.

Обычно вместо потенциала ϕ удобнее использовать понятие гидростатического напора

$$H = \frac{\phi}{\gamma} = h_p + z, \quad h_p = \frac{p}{\gamma}, \quad (4)$$

имеющего размерность длины. Гидростатический напор характеризует уровень потенциальной энергии в данной точке потока. В соответствии с выражением (4), его величина складывается из высоты давления (пьезометрической высоты) $h_p = p/\gamma$, характеризующей собой энергию давления в данной точке, и ординаты точки относительно плоскости сравнения z , характеризующей энергию положения в данной точке.

Разделив выражение (2) на ℓ , получим

$$\frac{\phi_1 - \phi_2}{\ell} = J_\phi = \frac{\theta}{V}, \quad (5)$$

т.е. удельные силы сопротивления, действующие в водном потоке, определяются величиной градиента гравитационного потенциала J_ϕ .

Поскольку гидродинамические (фильтрационные) силы Φ равны силам сопротивления в водном потоке, то их величина в любом объеме V также будет

$$\Phi = J_\phi V = \gamma J V, \quad (6)$$

где J - средний градиент напора в пределах объема потока V .

Следовательно, гидродинамическое воздействие в фильтрационном потоке учитывается заданием объемных фильтрационных сил, величина кото-

рых в единице объема потока равна градиенту гравитационного потенциала и имеет одинаковое с ним направление. При этом взвешивающее воздействие воды учитывается заданием объемного веса породы, взвешенной в воде (с объемным весом γ_*).

§3. Деформации горных пород

Деформации любого тела имеют две основные формы: сжатия-растяжения, приводящее к изменению объема, и сдвига, приводящего к изменению формы.

Сжатие-растяжение характеризуется величиной относительной линейной деформации, которое в направлении ℓ будет $\varepsilon_\ell = \Delta \ell / \ell$, где $\Delta \ell$ - деформация элемента длиной ℓ . В системе декартовых координат (x, y, z) компоненты относительных деформаций, соответственно, будут $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$. Относительная объемная деформация (относительное изменение объема тела) ε_v при этом будет складываться из относительных линейных деформаций: $\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$.

В геомеханике основной моделью НДС является модель линейно деформируемой среды и в качестве основного закона деформаций используется линейный закон Гука, который для сжатия-растяжения записывается в виде

$$\varepsilon_v = \sigma_v / E_v, \quad (1)$$

где σ_v - суммарное эффективное напряжение, E_v - модуль общей (объемной) деформации.

При одномерном НДС, т.е. при действии сжимающих сил в одном (продольном) направлении, происходят также боковые (поперечные) деформации, причем отношение боковых и продольных деформаций (ε_b и $\varepsilon_{пр}$) представляет коэффициент Пуассона $\nu = \varepsilon_b / \varepsilon_{пр}$.

При невозможности боковой деформации (простое сжатие-растяжение) боковые напряжения и продольные (σ_b и $\sigma_{пр}$) связываются коэффициентом бокового давления $\xi = \sigma_b / \sigma_{пр}$, причем величина ξ характеризуется следующими значениями [5, 6]: для плотных глин $\xi = 0,4$, для пластичных глин $\xi = 0,6 - 0,8$, для песков $\xi = 0,25 - 0,37$. Соответственно суммарная деформация в направлении ℓ будет состояться из деформаций от продольного напряжения (σ_ℓ / E), и от поперечных (нормальных к направлению ℓ) напряжений $\nu \sigma_n / E$. Таким образом, в декартовых координатах для относительных деформаций имеем обобщенный закон Гука:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)], \quad (2a)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)], \quad (2б)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)], \quad (2в)$$

где E - модуль упругости (Юнга).

При этом объемная деформация

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z). \quad (3)$$

Поскольку объемная деформация равна изменению пористости $\Delta n = \Delta e / (1+e)$, то можно записать соотношение

$$\frac{\Delta e}{1+e} = \frac{1-2\nu}{E_v} \sigma_v, \quad \sigma_v = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z, \quad (4)$$

которое формулирует принцип гидроемкости (по Н.М. Герсеванову), согласно которому изменения пористости обуславливаются только суммой нормальных напряжений [3].

В частности, при одноосном сжатии, осуществляемом, например, в одометре, имеем $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$ и $\sigma_x = \sigma_y = \xi \sigma_z$, а подставив эти выражения в (2б) или в (2а), получим соотношения

$$\nu = \xi/(1 + \xi), \quad \xi = \nu/(1 - \nu). \quad (5)$$

В практических расчетах закон деформации нередко характеризуется компрессионным уравнением, связывающим коэффициент пористости e и эффективное напряжение σ в условиях простого сжатия, при невозможности бокового расширения, реализуемого в одометре [1]. В дифференциальной форме это уравнение записывается так

$$de = -a_c d\sigma, \quad (6)$$

где a_c - коэффициент сжимаемости (компрессии, уплотнения), который при небольшом диапазоне изменения может считаться постоянным параметром и тогда изменения коэффициента пористости Δe связываются с изменением эффективного напряжения σ линейным соотношением

$$\Delta e = -a_c \Delta \sigma. \quad (7)$$

Сопоставляя это уравнение сжимаемости с выражением (3), можно получить соотношение между коэффициентом сжимаемости a_c и модулем упругости:

$$a_c = \frac{(1-\xi)(1+2\xi)}{1+\xi} \frac{1+e}{E}. \quad (8)$$

Для несцементированных песчано-глинистых пород компрессионную характеристику рекомендуется описывать уравнением [6, 7]:

$$e = e_0 - c \lg \frac{\sigma + \sigma_0}{\sigma_0}, \quad (9)$$

где e_0 , σ_0 , c - параметры, определяемые экспериментально.

Для нормально уплотненных глинистых пород по данным компрессионных испытаний рекомендуется [14] в уравнении (8) принимать $e_0 = 1,1e_r$, c

$= 0,224e_t$, $\sigma_0 = 1$ кПа, где e_t - значение e на границе текучести. При этом, согласно (6), используя выражение (8), получим

$$a_c = -\frac{de}{d\sigma} = \frac{c}{2,3(\sigma + \sigma_0)} = \frac{0,1e_t}{\sigma + \sigma_0} \quad (10)$$

Характеристику компрессионных параметров можно получить по данным натурных замеров распределения пористости по глубине их залегания, полагая $\sigma = \gamma_n z_n$ при z_n и γ_n - глубине залегания и среднем удельном весе вышележащих пород. Приведенные в [13, стр. 86] обобщенные данные такого распределения аппроксимируются уравнением (9) при $e_0 = e_{10}$, $\sigma_0 = \gamma_n z_{10}$, $c = (0,4 \pm 0,04)e_0$, где e_{10} - коэффициент пористости на глубине $z_0 = 10$ м, так что при характерном значении $e_0 \approx 0,5$ получим $c = 0,2$. Соответственно,

$$a_c = \frac{0,4e_0}{2,3\gamma_n(z_n + z_{10})} = \frac{0,09}{\gamma_n(z_n + z_0)} \quad (11)$$

Из данных распределения пористости по глубине залегания различных глинистых пород получены значения $c = 0,2$ для кембрийских глин, $c = 0,44$ для майкопских глин, $c = 0,69$ для верхнеюрских глин; при этом по лабораторным данным получается близкое к этим значение $c = 0,5$ [10].

Для несцементированных песков, используя приведенные в [15] данные, которые удовлетворительно аппроксимируются прямолинейным соотношением, $n_2 = 1,12n_1$, где n_1 и n_2 - значения пористости, соответствующие эффективным напряжениям $\sigma_1 = 1,03$ МПа и $\sigma_2 = 24,1$ МПа, получим

$$c = \frac{e_1 - e_2}{\lg(\sigma_2 / \sigma_1)} = \frac{n_1 - n_2}{(1 - n_1)(1 - n_2)\lg(\sigma_2 / \sigma_1)} = \frac{0,088n_1}{(1 - n_1)(1 - 0,88n_1)} \quad (12)$$

что при характерных значениях $n_1 = 0,25-0,35$ дает $c = 0,04-0,07$.

Можно видеть, что по данным компрессионных испытаний параметр сжимаемости для песчаных пород в несколько раз ниже, чем для глинистых.

Для пород, обладающих цементными связями (сцепление упрочнения), компрессионная кривая меняет форму, резко увеличивая сжимаемость при превышении предела прочности цементных связей, характеризуемого величиной эффективного напряжения $\sigma_{ср}$ (кривая 1 на рис. 1.4 б).

Компрессионные процессы могут обладать значительным гистерезисом, так что разуплотнение, проходящее после начального уплотнения, оказывается существенно смещенным (типичные кривые разуплотнения 2 показаны на рис. 1.4 а, б); при этом изменяется также ход повторного нагружения (кривая 3 на рис. 1.4 а).

При замерзании воды в породах образуются деформации пучения, обусловленные увеличением объема воды при переходе ее в лед (\sim на 9 %). При оттаивании мерзлых пород к обычным деформациям уплотнения добавляются просадки, обусловленные ликвидацией льдоцементных связей и уменьшением объема льда, переходящего в воду. Характер происходящих при этом деформаций представлен на типичной для этого компрессионной

кривой (рис. 1.4 в). При прогнозах таких деформаций компрессия описывается уравнением вида

$$\Delta e = \Delta e_0 + a_c \sigma, \quad (13)$$

где Δe_0 - изменение коэффициента пористости за счет просадки при оттаивании. Для реальных пород зависимость Δe (σ) нелинейна, так что при использовании выражения (13) входящие в него параметры Δe_0 и a_c будут зависеть от σ [6].

Рассматривая выше деформации породы, мы предполагали, что они происходят сразу же после приложения усилий. Вместе с тем природа глинистых пород обуславливает проявление в них реологических деформаций, которые развиваются постепенно во времени из-за проявления вязкопластических связей между частицами, и тогда закон деформаций не дает однозначной зависимости между деформациями, а включает в себя также характеристики скорости изменения напряженно-деформируемого состояния породы (массива). Существует ряд теоретических моделей реологических процессов, реализующих такого рода зависимости [1].

В реологических процессах выделяются ползучесть - изменения деформации во времени при постоянной нагрузке, и релаксацию - изменение (уменьшение) напряжений при заданной деформации. Для геомеханических процессов наиболее характерно проявление ползучести, для описания которой целесообразно применять модель Кельвина (Кельвина - Фойгта). При описании процессов уплотнения в этой модели предполагается, что нормальные напряжения в скелете породы, воспринимаемые жесткими и пластическими связями ($\sigma_{ж}$ и $\sigma_{пл}$) пропорциональны соответственно величине и скорости деформации, т.е.

$$\sigma_{ж} = \frac{1}{a_c}(e_0 - e), \sigma_{пл} = -\frac{1}{a_n} \frac{de}{dt}, \quad (14)$$

где a_n - коэффициент пластической деформации, так что для общего эффективного напряжения (σ) в скелете породы имеем

$$\sigma = \frac{e_0 - e}{a_c} - \frac{1}{a_n} \frac{de}{dt}. \quad (15)$$

При постоянной величине σ можно получить решение этого уравнения, сделав замену, $e - e_0 + a_c \sigma = u$, и привести уравнение (15) к виду

$$u = -\frac{a_c}{a_n} \frac{du}{dt}, \quad (16)$$

в котором можно разделить переменные u и t , что после интегрирования дает $\ln u = -a_n t / a_c + c$. При начальном условии $e = e_0$ при $t = 0$ после небольших преобразований получим решение

$$e_0 - e = a_c \sigma [1 - \exp(-a_n t / a_c)]. \quad (17)$$

Для диагностики применимости модели Кельвина в опыте, проводимом при условии $\sigma = \text{const}$, можно, построив сначала по опытным данным кри-

вую зависимости $e(t)$, найти по ней значения $\dot{e}_t = de/dt$ на ряд моментов времени и затем построить график зависимости e от \dot{e}_t , на котором согласно (15) рассчитанные точки должны лечь на прямую, что и является диагностическим признаком правильности использования этой модели.

Проявления реологических свойств в сдвиговых деформациях описываются кривыми ползучести на графиках зависимости деформации от времени при различных нагрузках. Выделяются затухающая и незатухающая ползучести (рис. 1.5), причем в случае незатухающей ползучести выделяются 3 ее стадии: I - неустановившаяся, II - с постоянной скоростью, III - прогрессирующая.

В моделях сдвиговой ползучести связываются величины и скорости сдвиговых деформаций (θ и $\dot{\theta}_t = d\theta/dt$) с величинами и скоростями изменения касательных напряжений (τ и $\dot{\tau}_t = d\tau/dt$). Модели линейного упругопластического деформирования при ползучести представляются уравнением вида [4]

$$\tau - \tau_0 + t_r \dot{\tau}_t = G\theta + \eta \dot{\theta}_t \quad (18)$$

где τ_0 - предельное напряжение сдвига, t_r - период релаксации, G - модуль деформации сдвига, η - коэффициент вязкости.

Широко используется описание таких моделей в интегральной форме наследственной ползучести, представляемой для расчетного времени t_0 выражением [4]

$$\theta = \frac{1}{G} \left[\tau + \int_0^{t_0} K(t_0 - t) \tau dt \right], \quad (19)$$

первый член которого описывает мгновенную деформацию, а второй характеризует наследственную ползучесть, причем функция $K(t_0 - t)$ называется ядром ползучести и представляется различными эмпирическими уравнениями [4].

§4. Пространственная изменчивость геомеханических свойств горных пород

Изменчивость свойств горных пород, их неоднородное распределение в пространстве - одна из основных особенностей, свойственных любому геологическому объекту. На формирование геомеханических свойств пород и их пространственную изменчивость существенно влияют условия образования, переноса и разрушения горной породы, палеогеографические и тектонические особенности территории, физико-химические условия среды.

Различают два типа пространственной изменчивости свойств (неоднородности) горных пород: упорядоченную (закономерную) и хаотическую (незакономерную). Упорядоченная неоднородность может быть двух видов. В первом случае в пределах изучаемого массива горных пород выде-

ляется ряд зон значительных размеров, между которыми параметры существенно различаются. Этот вид неоднородности обусловлен наличием литолого-фациальных границ, тектонических нарушений, разной интенсивностью экзогенных процессов. Примером такого типа неоднородности является установленное во многих районах изменение фильтрационных свойств трещиноватых горных пород в долинах рек и на водоразделах. Второй вид упорядоченной неоднородности - постепенное (по какому-либо закону) изменение свойств горных пород в определенном направлении. Примером такого рода неоднородности является монотонное затухание трещиноватости с глубиной, изменение коэффициента фильтрации аллювиальных и пролювиальных отложений по направлению сноса материала.

В отличие от закономерной неоднородности при хаотической неоднородности не наблюдается какой-либо закономерности в распределении параметров внутри отдельных зон.

Г.К. Бондарик [8] предлагает выделять два основных типа изменчивости свойств горных пород: стационарный и нестационарный. Под стационарным понимается такой тип изменчивости, когда показатели варьируют около некоторого постоянного числа и изменение свойств не зависит от координат точек опробования. При нестационарном типе отмечаются закономерные изменения параметров в зависимости от координат точек опробования. Стационарный и нестационарный типы изменчивости по существу эквивалентны хаотической и закономерной неоднородности.

На практике изучение геомеханических параметров горных пород проводится лабораторными и полевыми методами. Ряд параметров (пористость, влажность, пластичность и др.), как правило, определяются лабораторными методами по результатам анализов проб, отобранных в различных точках исследуемого массива горных пород. Некоторые другие параметры (например, коэффициент фильтрации) определяются по данным опытно-фильтрационных исследований, в которых область возмущений может достигать существенных размеров. В этом случае в результате расчетов получаются значения параметров, усредненно характеризующие всю область опытного возмущения. Поэтому в конкретных условиях всегда наблюдается разброс значений геомеханических параметров, который определяется не только изменчивостью свойств горных пород, но также условиями отбора проб породы, характером размещения точек опробования, технологией и методикой анализа проб, методикой проведения и обработки данных опробований. Вместе с тем и само понятие "изменчивости" (неоднородности) при изучении некоторых параметров является относительным, поскольку в зависимости от соотношения размеров элементов неоднородности и области возмущения один и тот же участок может рассматриваться и как однородный (когда размеры элемента неоднородности больше размеров области возмущения), и как неоднородный (когда размеры элемента неоднородности меньше размеров области возмущения) [9]. В связи с этим при изучении

изменчивости свойств горных пород следует учитывать возможные методические и метрологические ошибки в определении гидромеханических параметров, проводя их оценку с помощью методов математической статистики, а также учитывать соотношение размеров элементов неоднородности и области возмущения (опробования).

При хаотическом (стационарном) виде изменчивости данные геомеханических опробований можно рассматривать как выборку случайных показателей параметров из генеральной совокупности. В этом варианте для оценки степени изменчивости может быть использован аппарат математической статистики случайных величин. Использование этого аппарата предполагает, что значение параметра, полученного в данной точке, условно распространяется на область, определяемую шагом опробования массива горных пород или водоносного горизонта. Как известно, статистическая совокупность характеризуется рядом числовых параметров, из которых для оценки меры рассеивания основными являются дисперсия, среднеквадратичное отклонение, коэффициент вариации [1, 8, 9]. Для определения некоторых из этих показателей, как и для установления величины среднего значения исследуемой случайной величины, необходимо знать закон распределения - соотношение, устанавливающее зависимость между значениями случайных величин и их вероятностями.

Важнейшим видом закона распределения является нормальный; функция, описывающая подобные кривые, была найдена Гауссом и носит его имя [1]. Нормальному закону подчиняются распределения тех показателей, при определении которых возникает очень большое число мелких неконтролируемых погрешностей, имеющих различный знак и малую дисперсию. Нередко на практике кривые распределения имеют асимметричный характер и могут быть аппроксимированы логнормальным законом распределения, когда в качестве случайной величины рассматривается не сам параметр, а его логарифм, что во многих случаях позволяет свести асимметричное распределение к симметричному. В математической статистике существует ряд критериев (Пирсона, Колмогорова) и графоаналитические методы [1], позволяющие устанавливать непротиворечивость опытных данных тому или иному закону распределения.

Если наблюдается нестационарный тип изменчивости, то следует использовать пространственно-статистическую модель, которая рассматривает значение показателя в каждой точке как сумму двух независимых составляющих - закономерной и случайной, т.е. для любого показателя Π можно записать выражение $\Pi = \Pi_{\text{зак}} + \Pi_{\text{сл}}$, где $\Pi_{\text{зак}}$ и $\Pi_{\text{сл}}$ - закономерная и случайная составляющие распределения показателя [1, 8, 9].

В статистике любая упорядоченная числовая последовательность, отличающаяся от случайной, рассматривается как имеющая тренд, так что изменения закономерной составляющей характеризуются ее трендом. Закономерная составляющая обычно принадлежит к классу кусочно-

непрерывных функций, т.е. таких, которые непрерывны везде, кроме поверхностей раздела (поверхности напластования, разрывные нарушения, трещины).

При описании случайного распределения показателей, характеризующих водно-физические свойства пород (объемный вес, коэффициент пористости, влажность, предел пластичности) для генетически и литологически однородных толщ горных пород со стационарным типом изменчивости обычно хорошо описываются нормальным законом распределения при большом объеме выработки (не менее 50 определений). Коэффициент сжимаемости пород α_c , как и коэффициент пористости, обычно подчиняется нормальному закону распределения; вместе с тем изменчивость модуля деформации, как правило, не противоречит логнормальному распределению. Непротиворечивость как нормальному, так и логнормальному закону наблюдается для параметров, характеризующих структурную прочность грунтов.

Результаты исследований распределений коэффициентов фильтрации водоносных пород показали, что распределение этих параметров чаще всего не противоречит логнормальному закону, хотя в ряде случаев наблюдается и нормальный закон распределения [2, 9], причем наиболее однородными являются пески, далее идут гравийно-галечниковые, мергельно-меловые отложения и, наконец, слаботрещиноватые карбонатные коллекторы. Несколько особое положение занимают известняки, в которых на общую фоновую мелкую трещиноватость в пределах отдельных участков накладываются процессы карстообразования, формирующие резкую изменчивость фильтрационных свойств.

На основе представлений о характеристике геомеханической неоднородности решаются два основных типа задач: описания и планирования эксперимента.

Задача описания, решение которой сводится к обоснованию зависимостей закономерной и случайной составляющих распределения геомеханических показателей. При решении этой задачи прежде всего должна быть проведена проверка гипотез распределения характеристик, включающая выявление тренда и закона распределения случайной составляющей. Далее сюда включается оценка геомеханических параметров с обоснованием их расчетных значений.

При оценке представительности данных определения параметров (особенно, лабораторных) следует оценивать их аддитивность, как сохранение для массива свойств, полученных на малом образце. Нарушение аддитивности обуславливается проявлением масштабных эффектов, причем выделяются масштабные эффекты первого, второго и третьего рода, представляющие зависимость от размера образца, соответственно, среднего значения, дисперсии и асимметрии распределения показателя. Учет масштабного эффекта имеет решающее значение для обоснования представительного

размера образца, причем гетерогенность горных пород приводит к тому, что лабораторные опыты, проводимые с образцами небольших размеров, нередко оказываются непредставительными.

Задачи планирования эксперимента включают обоснование размещения и вида экспериментов, обеспечивающих оптимальное (по организации и стоимости) проведение лабораторных и полевых опробований.

Сложность решения задач планирования эксперимента связана также с тем, что выбор расчетных параметров должен проводиться в связи с конкретной постановкой практических работ [2, 5].

Литература к главе I

1. Гольдштейн М.Н. Механические свойства грунтов. 1971.
2. Мироненко В.А., Шестаков В.М. Основы гидрогеомеханики. 1974.
3. Герсеванов Н.М., Польшин Д.Е. Теоретические основы механики грунтов. 1948.
4. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов. 1978.
5. Маслов Н.И. Основы инженерной геологии и механики грунтов. 1982.
6. Цытович Н.А. Механика грунтов. 1979.
7. Данико Р.Э. Механика горных пород. 1987.
8. Бондарик Г.К. Методика инженерно-геологических исследований. 1986.
9. Рац М.В. Структурные модели в инженерной геологии. 1973.
10. Мухин Ю.В. Процессы уплотнения глинистых пород. М., Недра, 1965.
11. Чепмен Р.Е. Геология и вода. М., Недра, 1983.
12. Шестаков В.М. Оценка параметров сжимаемости и упругоэластичности пород. Инженерная геология, №4, 1991.
13. Kovacs Y. Seepage hydraulics. Budapest, 1981.
14. Naguraj B.R., Srinivasa B., Murthy R. Rationalization of Scemtons compressibility equation. Geotechnique, №4, 1983.
15. Voigt H.D., Bamberg H.F. Hydrodynamische eigenschaften porosen medien. Zeitschrift für angewandte Geologie, №2, 1981.

Глава 2. Схематизация и моделирование напряженно-деформированного состояния (НДС) массивов горных пород

§1. Основы геомеханической схематизации НДС

Геомеханическая схематизация НДС осуществляет переход от качественного описания к количественным представлениям, опирающимся на определенную теоретическую (геомеханическую) модель рассматриваемого процесса.

Теоретические модели геомеханики, как правило, носят детерминистический характер и представляются в виде системы дифференциальных (или конечно-разностных) уравнений, отражающих различные физические стороны процессов. В общем случае теоретические модели НДС состоят из следующих дифференциальных уравнений:

- движения, связывающее скорости движения или деформации с энергетическими (силовыми) характеристиками;
- неразрывности (материального баланса) жидкой и твердой фазы;
- равновесия, связывающее между собой различные эффективные напряжения, (нормальные и касательные), а также поровое (нейтральное) давление;
- состояния, связывающее деформации жидкостей и твердой фазы с усилиями в твердой и жидкой фазе.

Уравнения движения и состояния устанавливаются эмпирически, а неразрывности и равновесия получаются логически.

Эта система уравнений рассматривается совместно с условиями однозначности, состоящими из начальных и граничных условий.

При геомеханической схематизации, НДС описывается в механико-математических терминах, причем в ней целесообразно выделять следующие этапы, которые для краткости будем обозначать следующими словами:

- “время” - установление того, является ли процесс нестационарным или может приниматься стационарным;
- “пространство” - обоснование пространственной структуры: пространственной, плоской (плановой или профильной), и линейной;
- “границы” - задание граничных контуров и задаваемых на них условий;
- “параметры” - принимается распределение параметров модели внутри рассматриваемой области, которое обычно задается детерминированным, а иногда и со стохастической частью.

По своей постановке выделяются прогнозные задачи, целью которых является прогноз изменения НДС при заданных факторах, эпигнозные задачи, направленные на идентификацию природных условий и расчетной схемы, разведочные задачи, выявляющие чувствительность влияния различных

параметров для обоснования рационального проведения полевых работ. Последнее время все большее распространение получает решение имитационных задач, используемых для анализа закономерностей изучаемых процессов на вычислительных машинах.

Решения задач НДС существенно различаются для процессов фильтрации подземных вод (геофильтрации), в которых ведущим является движение воды, и для процессов геодинамики, в которых ведущим является анализ напряжений и деформаций в твердой фазе. Поэтому рассмотрим методы моделирования для каждого из этих процессов.

§2. Моделирование геофильтрации

Для геофильтрации уравнение движения представляет собой закон фильтрации, связывающий расходы фильтрационного потока Q с потерями напора ΔH , как характеристикой энергии потока. Уравнение неразрывности потока выражает условие материального баланса водного потока для любого элемента потока.

Уравнения состояния учитывают деформации воды и скелета породы, приводящие к изменению количества воды в пласте, - за счет изменения плотности воды и объема порово-трещинного пространства в связи с изменениями в напряженном состоянии пласта. Учет таких деформаций при изучении геофильтрации приводит к представлениям об упругом режиме фильтрации; если же деформации пласта не учитываются, то режим фильтрации называется жестким.

Основной расчетной функцией в фильтрационном потоке обычно является напор H . Для графического представления потока используется сетка движения (гидродинамическая сетка), состоящая из линий равного напора и линий тока, - последние соответствуют направлению течения. В изотропном, однородном потоке сетка движения обладает свойствами ортогональности и конформности [1, с.61], а на границе двух сред происходит перелом линий тока [1, с.58].

Граничные условия имеют для напора различные типы: заданного напора $H = H_r$ на контуре водоема (ГУ I-го рода); нулевых градиентов напора по нормали к граничному контуру $I_r^{(n)} = (dH/dn)_r$ на непроницаемой границе (ГУ 2-го рода); линейной связи между напором на контуре и градиентом напора по нормали к контуру $H^0 - H_r = \chi J_r^{(n)}$, на контуре экранированного водоема, причем H^0 - уровень в водоеме, χ - параметр (коэффициент перетока) [1 с.53, 54].

Для моделирования геофильтрации используются методы математического моделирования - аналогового и численного.

Аналоговое моделирование основано на математическом подобии (аналогии) между различными физическими процессами, теоретические

(математические) модели которых тождественно переходят друг в друга простым изменением масштабов входящих в них величин. Основным для аналогового моделирования фильтрации является метод электродинамической аналогии, обоснование которого приведено в [1, с.72-74].

Развитием аналогового моделирования является переход от сплошных к сеточным моделям, основу которых при электрическом моделировании составляет сетка электрических сопротивлений. Для обоснования сеточных моделей предварительно составляется сеточная фильтрационная схема, получаемая разбивкой потока на отдельные блоки, относящиеся к узловым точкам (узлам сетки), задаваемым в области потока по определенной сетке. Фундаментальным понятием сеточной фильтрационной схемы является фильтрационное сопротивление Φ участка потока между узлами сетки. По смысловому определению фильтрационное сопротивление участка потока представляет отношение потерь напора ΔH к расходу потока между блоками Q :

$$\Phi = \frac{\Delta H}{Q}. \quad (1)$$

Для участка однородного потока длиной ℓ с постоянной в пределах участка площадью поперечного сечения ω согласно закону Дарси $Q = k\omega\Delta H/\ell$

$$\Phi = \frac{\ell}{k\omega}. \quad (2)$$

Аналогичная сеточная электрическая модель составляется из сетки электрических сопротивлений, соединяемых между собой так же, как и фильтрационные сопротивления; а величина электрических сопротивлений R задается пропорциональной соответствующим фильтрационным сопротивлениям:

$$R = \alpha_R \Phi \quad (3)$$

Сопоставляя (1) с выражением для электрического сопротивления, следующим из закона Ома:

$$R = \Delta U / I \quad (4)$$

где U - разность потенциалов (напряжение), I - сила тока, найдем основной критерий подобия для сеточной электрической модели:

$$\alpha_R = \alpha_Q / \alpha_H. \quad (5)$$

Масштаб электрических сопротивлений α_R выбирается так, чтобы получаемые из выражения (3) значения R хорошо укладывались в номиналы электрических сопротивлений, имеющихся в электроинтеграторе.

Существуют различные формы сеток, из которых для геофильтрационных расчетов наибольшее применение получили прямоугольные сетки, построенные в декартовых координатах [1, с.114].

Наибольшее распространение получает сейчас численное моделирование особенно с применением персональных компьютеров, при котором на

компьютерах осуществляется реализация системы конечно-разностных уравнений (КРУ), описывающих исходную математическую модель при сеточной разбивке потока.

Например, для профильного потока при жесткой фильтрации уравнение неразрывности для каждого блока I, j (рис.2.1) будет:

$$Q_{i-1,j} + Q_{i+1,j} + Q_{i,j-1} + Q_{i,j+1} = 0 \quad (6)$$

Выражая каждый из этих расходов через фильтрационные сопротивления согласно (1), получим КРУ вида

$$\frac{H_{i-1,j} - H_{i,j}}{\Phi_{i-1,j}} + \frac{H_{i+1,j} - H_{i,j}}{\Phi_{i+1,j}} + \frac{H_{i,j-1} - H_{i,j}}{\Phi_{i,j-1}} + \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j}}{\Phi_{i,j+1}} = 0 \quad (7)$$

Как видно, эти КРУ представляют собой алгебраические уравнения, содержащие напоры в расчетном блоке (узле) и во всех соседних блоках (узлах), причем число таких КРУ оказывается равным числу блоков (узлов), так что эти КРУ составляют замкнутую систему алгебраических уравнений порядка равного числу узловых точек. Для решения такой системы используются различные методы конечных разностей (МКР), реализуемые на компьютерах [2, 3].

Прямоугольные сетки хорошо реализуют области потока близкие к прямоугольным. При наличии криволинейных границ более удобными могут быть криволинейные ортогональные сетки, на которых реализуются КРУ вида (7), или треугольные сетки, на которых реализуется метод конечных элементов (МКЭ) [4].

§3. Теоретическая модель и методы математического моделирования НДС при геодинамических процессах

Напряженно-деформируемое состояние обычно медленно меняется во времени и поэтому НДС нередко может быть изучено в квазистационарной постановке, когда не постоянное по времени состояние массива пород представляется в виде серии сменяющих друг друга стационарных состояний. Исключение составляют задачи оценки НДС консолидирующего массива пород и особенно динамические задачи, возникающие при прохождении через массив сейсмических волн, когда возникает необходимость проследить происходящее при этом быстрое изменение напряжений и деформаций во времени.

При схематизации пространственной структуры массива пород, если существует направление, в котором не изменяются факторы, определяющие НДС массива пород, то его изучение может быть осуществлено только в одной перпендикулярной этому направлению плоскости. Например, оценка НДС массива пород склона, имеющего одинаковую конфигурацию и геологическое строение на значительном протяжении, может быть произведена в одном сечении, т.е. в силу неизменности причин, вызывающих напряжения, последние не будут изменяться от сечения к сечению. В редких случаях уда-

ется свести решение задачи о НДС массива пород к одномерной, - например, когда полупространство находится под нагрузкой от фундамента значительных размеров, то все направления, перпендикулярные подошве фундамента (исключая те, которые располагаются вблизи его контура), испытывают одинаковые деформации.

При детерминированном задании распределения расчетных параметров используются различные подходы: параметры могут быть заданы как функции координат рассматриваемой области, причем более распространенным является случай рассмотрения изучаемого массива пород кусочно однородным, когда свойства различных частей массива (слоев, линз, зон трещиноватости) различны, а в пределах каждой части являются одинаковыми.

Теоретическая модель напряженно-деформированного состояния пород массива пород включает: уравнения равновесия (движения), неразрывности и состояния, а также граничные и начальные условия.

Наиболее часто напряженно-деформированное состояние массива пород изучается в вертикальной плоскости x, y , которая является одним из равноправных сечений достаточно протяженной исследуемой области, расположенных перпендикулярно геологическим структурам, склону, горизонтальной горной выработке и т.п. В этом случае имеет место плоская деформация, когда перемещение всех точек происходит только в одной плоскости, а в направлении перпендикулярном этой плоскости деформации отсутствуют, т.е. $\epsilon_z = 0$. Из этого следует, что присутствует напряжение σ_z , препятствующее деформации сечения в направлении оси z .

Для вывода уравнений равновесия рассмотрим бесконечно малый прямоугольный элемент массива пород, лежащий в вертикальной плоскости xOy (рис. 2.2).

Этот элемент испытывает действие поверхностных и объемных сил. К сторонам элемента приложены нормальные и касательные компоненты напряжений (на рис. 2.2 приведены только проекции напряжений на ось y), причем каждая компонента получает на противоположной стороне прямоугольного элемента приращение, пропорциональное ее изменению и расстоянию между сторонами. Нормальные и касательные поверхностные силы, приложенные к сторонам элемента, равны произведению соответствующих напряжений, действующих на этой стороне, на ее длину. Объемная сила, действующая на элемент, задается вертикальной (Y) и горизонтальной (X) компонентами.

Для равновесия элемента необходимо, чтобы суммы проекций всех действующих на него сил на координатные оси и сумма моментов относительно точки O были равны нулю ($\sum X = 0$, $\sum Y = 0$, $\sum M_O = 0$). Тогда имеем:

$$(\sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy) dx - \sigma_y dx + (\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} dx) dy - \tau_{yx} dy + Y dx dy = 0,$$

откуда после сокращений получим первое уравнение равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + Y = 0. \quad (1)$$

Аналогично может быть получено второе уравнение равновесия из условия равенства нулю суммы проекций, действующих на выделенный элемент сил на ось X:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0. \quad (2)$$

Из равенства нулю моментов следует, что касательные напряжения на двух взаимно перпендикулярных сторонах прямоугольного элемента имеют противоположные направления и равны между собой

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}. \quad (3)$$

Уравнения равновесия получены для случая решения стационарной задачи. При решении динамической задачи правые части уравнений равновесия не равняются нулю, а согласно второму закону Ньютона равны произведениям массы элемента на соответствующую проекцию его ускорения, т.е. проекциям инерционной силы.

При изучении НДС массивов пород в качестве объемной силы, как правило, выступает сила тяжести, направленная вертикально вниз. Поэтому, если отсутствуют объемные силы другой природы (сейсмические, гидродинамические и др.), в уравнениях равновесия вертикальная компонента объемной силы будет равна объемному весу породы $Y = -\gamma = -\rho g$, а горизонтальная равна нулю $X = 0$.

Окончательно уравнения равновесия для случая решения плоской стационарной задачи и когда массив пород находится в поле тяготения примут вид:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} = \rho g. \quad (4)$$

При изучении НДС предполагается, что под действием приложенных внешних сил, деформация массива пород (до момента разрушения) протекает без нарушения его сплошности. Для того, чтобы это было возможно, необходимо наложить ограничения на величины компонент деформации. Эти ограничения выражаются в виде определенной связи между относительными деформациями сжатия-растяжения вдоль осей x и y (ϵ_x и ϵ_y) и сдвиговой деформацией γ_{xy} , составляющей уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}. \quad (5)$$

Уравнение неразрывности может быть выражено и через компоненты напряжений. Для случая, когда объемной силой является сила тяжести, оно примет вид:

$$\nabla(\sigma_x + \sigma_y) = 0, \quad \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (6)$$

Таким образом, уравнения равновесия и уравнения неразрывности образуют систему из трех уравнений с тремя неизвестными: σ_x , σ_y и τ_{xy} , позволяющую решать задачу о напряженном состоянии массива пород. Тот факт, что уравнения, устанавливающие распределение напряжений в плоской задаче, не содержат других постоянных, имеет важное практическое значение, т.к. дает возможность широко использовать моделирование при изучении НДС массивов пород.

Для определения деформаций могут быть использованы уравнения состояния, которые определяют связь между деформациями и напряжениями (гл. 1, §3). Для изотропного упругого тела в случае решения объемной задачи эта связь выражается обобщенным законом Гука (см. 2 в §3 гл.1). В случае плоской деформации, когда траектории перемещения всех точек рассматриваемого сечения строго находятся в плоскости самого сечения, деформация в направлении перпендикулярном сечению отсутствует. Полагая в (2 в §3 гл.1) $\epsilon_z = 0$, получим

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (7)$$

Соответственно уравнения состояния (2а, б §3 гл.1) для случая плоской деформации в массиве пород примут вид

$$\epsilon_x = \frac{1+\nu}{E} [\sigma_x + \nu(\sigma_x + \sigma_y)], \quad (8a)$$

$$\epsilon_y = \frac{1+\nu}{E} [\sigma_y + \nu(\sigma_x + \sigma_y)], \quad (8б)$$

а для деформации сдвига согласно имеем [5]

$$\delta_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}. \quad (9)$$

Систему уравнений (4б), включающей компоненты напряжений, можно заменить системой, содержащей только перемещения, которая также используется при решении задач численными методами. Перемещения через компоненты деформации выражаются с помощью уравнений Коши

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (10)$$

где u и v - перемещения рассматриваемой точки соответственно по осям x и y . Если в уравнениях состояния (8а, б, 9) напряжения выразить через деформации и с учетом (10) подставить в уравнения равновесия (4), то получим

$$(\lambda + G) \frac{\partial \theta}{\partial x} + G \nabla u = 0, \quad (\lambda + G) \frac{\partial \theta}{\partial y} + G \nabla v = \rho_n g, \quad (11)$$

где $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$, $G = 0.5E / (1+\nu)$ - модуль сдвига, $\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y$,

$$\nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Граничные условия могут быть заданы в напряжениях, приложенных к границе (статические граничные условия), в виде смещений точек границы (кинематические граничные условия) или одновременно в напряжениях и смещениях (смешанные граничные условия), как это, например, показано на рис.2.3. На горизонтальных участках верхней границы, совпадающей с поверхностью массива пород, если они свободны от внешних нагрузок $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = 0$, а на участках верхней границы, к которым приложены нагрузки, $\sigma_y = f(x)$, $\tau_{xy} = f(x)$.

На наклонных участках верхней границы, совпадающей с поверхностью массива пород и свободной от нагрузок, нормальная и касательная составляющие напряжений $\sigma_n = 0$, $\tau_n = 0$.

Из условия равновесия ($\Sigma X = 0$, $\Sigma Y = 0$) треугольного элемента (рис. 2.3) могут быть получены соотношения, связывающие компоненты приложенных к наклонной поверхности напряжений с компонентами напряжений, действующих внутри массива (σ_x , σ_y , τ_{xy})

$$\sigma_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha, \quad \tau_n = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha, \quad (12)$$

Нижняя граница изучаемой области, если она расположена на достаточном удалении от приложенных нагрузок, не испытывает деформаций и поэтому ее можно считать неподвижной или жестко закрепленной, а граничные условия на ней выражаются путем задания нулевых перемещений ($u = 0$, $v = 0$).

Наконец, боковые вертикальные границы также должны быть достаточно удалены от тех частей исследуемой области, где действуют факторы, влияние которых на НДС массива пород оценивается. Следовательно, в горизонтальном направлении точки боковой границы должны быть неподвижны ($u = 0$), а в вертикальном могут свободно перемещаться под действием собственного веса, что достигается заданием вдоль боковой поверхности нулевого касательного напряжения ($\tau_n = 0$).

В случае решения нестационарной задачи должны быть заданы и начальные условия.

Таким образом, уравнения равновесия, неразрывности и состояния и граничные условия представляют собой математическую модель, с помощью которой может быть изучено напряженно-деформационное состояние весомого, изотропного, упругого массива пород, когда рассматривается двумерная, стационарная задача.

Решение задачи о НДС массива пород в рамках предложенной математической модели может быть осуществлено аналитическими и численными методами.

Аналитическое решение поставленной задачи заключается в интегрировании дифференциальных уравнений или простом подборе решения. Например, как легко установить элементарной проверкой, гипотеза Динника о распределении напряжений в упругом изотропном горизонтально-слоистом массиве пород с горизонтальной поверхностью и представляемая выражениями

$$\sigma_y = \rho g y, \quad \sigma_x = \frac{\nu}{1-\nu} \rho g y, \quad \tau_{xy} = 0 \quad (13)$$

является решением уравнения равновесия и неразрывности искомой геометрической модели.

Задача изучения НДС массивов пород на основе сформированной математической модели может быть решена либо в напряжениях - в результате решения системы уравнений (4,6) с тремя неизвестными компонентами напряжений, либо в перемещениях - в результате решения системы уравнений (11) с двумя неизвестными компонентами перемещений с последующим определением деформаций и напряжений.

Для решения таких систем уравнений можно использовать метод конечных разностей, для реализации которого область непрерывного изменения аргумента заменяется сеточной схемой, состоящей из конечного (дискретного) множества точек (узлов). При этом каждая производная, входящая в дифференциальные уравнения, заменяется (аппроксимируется) разностным соотношением, содержащим значения сеточной функции в нескольких узлах сетки. В процессе такой аппроксимации дифференциальные уравнения заменяются системой алгебраических уравнений, которые решаются на компьютерах [3]. Однако применение разностных методов для решения поставленной задачи не всегда возможно, что обусловлено неудобством задания на границах исследуемой области смешанных граничных условий (в напряжениях и перемещениях) и трудностями аппроксимации производных разного порядка. Поэтому здесь чаще применяется другой путь решения поставленной задачи, основанный на вариационном принципе Лагранжа.

Сущность вариационного принципа состоит в следующем. Если рассмотреть условие равновесия механической системы, находящейся под действием внешних сил, то энергия упругого деформирования этой системы может определена как сумма произведений напряжений, действующих в системе, на соответствующие деформации, а работа внешних сил как сумма произведений проекций на координатные оси массовых и поверхностных сил на соответствующие проекции перемещений. Разность энергии упругого деформирования и работы внешних сил составит полную потенциальную энергию системы. Если рассмотреть все возможные перемещения данной

системы, то действительными, т.е. соответствующими условию равновесия и принципам неразрывности деформации в упругом теле, будут те перемещения, при которых полная потенциальная энергия будет минимальной.

Основываясь на вариационном принципе строится функционал, представляющий собой полную потенциальную энергию деформируемой области, а решение задачи получается из условия минимума полной потенциальной энергии деформируемого тела [4].

Путем построения сеточного аналога исходного функционала и дифференцирования его получается система алгебраических уравнений, которая представляет собой разностный аналог исходной системы дифференциальных уравнений.

Такой подход дает возможность исследовать НДС областей с произвольными границами, на которых заданы смешанные граничные условия, а получение конечно-разностных уравнений упрощается. В качестве элементов дискретизации среды в случае плоской задачи выбираются треугольники, параллелограммы, а в случае пространственной задачи - тетраэдры, прямоугольные параллелепипеды, причем узлы располагаются в их вершинах; возможно также применение сложных криволинейных элементов [7].

Для решения системы полученных алгебраических уравнений может быть применен метод последовательных приближений.

По вычисленным в результате применения итерационного процесса значениям узловых перемещений можно определить компоненты деформаций и напряжений, воспользовавшись разностными аналогами формул (10) и (11).

Конечно-разностные и вариационно-разностные методы требуют аппроксимации в пределах всей области. В противоположность им в методе граничных элементов [5], который в последнее время получает все большее распространение, разбиению на элементы подвергается только граница исследуемой области. Численное решение методом граничных элементов строится на основе полученных предварительно аналитических решений для простых задач так, чтобы удовлетворить приближенно заданным граничным условиям. В результате получается система алгебраических уравнений значительно меньшая, чем например, при использовании для решения той же задачи МКЭ, а применение аналитического решения делает его потенциально более точным. Метод граничных элементов незаменим при исследовании НДС областей с открытыми трещинами.

Применение численных методов позволило существенно расширить возможности математического моделирования НДС массивов горных пород. С помощью численного моделирования появилась возможность исследовать распределение напряжений в массивах пород, отличающихся неоднородным строением и имеющих сложные внешние и внутренние границы, анализировать напряженное состояние анизотропных массивов, а так же осложненных открытыми трещинами. Интересными и важными с практической точки зрения являются задачи о НДС двухфазных сред и массивов пород, прояв-

ляющих пластические свойства. Конечно, для решения перечисленных вопросов потребуются более сложные математические модели, чем приведенная выше, но с помощью численных методов и их реализация представляет собой вполне разрешимую задачу.

§4. Физическое моделирование НДС массивов

При изучении геодинамических процессов в массивах горных пород довольно широко используются различные методы физического моделирования. Физические модели НДС осуществляются из грунта или эквивалентных материалов и представляют собой натуральный массив в уменьшенном масштабе согласно выбранному линейному масштабу. При доказательстве физического подобия исходят из того, что база подобных процессов, включающая все безразмерные комбинации их характеристик, должна быть одинаковой для модели и натуры.

При обосновании безразмерных характеристик процесса исходя из теории размерностей, основу которой составляет π -теорема Букингема [6]. Согласно этой теореме зависимость между n размерными величинами может быть выражена в форме, связывающей $n - k$ безразмерных комбинаций размерных величин, где k - число независимых размерностей.

В частности, если число основных единиц измерения равно числу независимых параметров (a_1, a_2, \dots, a_n), определяющих искомую величину a , то на основании теории размерностей такая зависимость с точностью до постоянного множителя может быть представлена в виде

$$a = C a_1^{\xi_1} \cdot a_2^{\xi_2} \dots a_n^{\xi_n}, \quad (1)$$

причем безразмерный множитель C устанавливается либо теоретически, либо экспериментально, а показатели степеней $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ находятся из условий равенства размерностей правой и левой частей уравнения.

В физической системе единиц за основные обычно принимаются единицы длины, времени и массы, обозначаемые соответственно символами L , T и M . В дальнейшем для обозначения размерностей какой-либо величины x будем пользоваться введенным Маквеллом символом $[x]$ (например, размерность скорости $[x] = L \cdot T^{-1}$).

Можно показать [6], что формулы размерности всех физических величин имеют вид степенного многочлена вида $L^{\xi_1} T^{\xi_2} M^{\xi_3}$.

Центробежное моделирование. Этот метод обычно применяется для оценки напряженно-деформированного состояния массива горных пород, когда необходимо учитывать не только нагрузку от инженерного сооружения, но и собственный вес пород. Рассмотрим основы метода на примере линейно-деформируемой среды, подчиняющейся обобщенному закону Гука (см. §2 гл.1). Система определяющих параметров в этом случае такова: $E, \nu, \ell, \gamma = \rho g, P$, где E - обобщенный модуль Юнга (тс/м^2); ν - коэффициент Пуассона (безразмерный); ℓ - характер-

ный размер моделируемой системы (m); γ - объемный вес пород (тс/м^3); P - внешняя нагрузка от сооружения (тс). Число параметров с независимыми размерностями в этом случае равно двум, так что согласно π -теореме состояние данной расчетной системы полностью определяется тремя безразмерными параметрами, в качестве которых могут быть приняты ν , $E/\rho g \ell$, $P/E \ell^2$. Критерии подобия сводятся к равенству этих параметров в натуре и на модели. Если модель и расчетный массив выполнены из одного и того же материала, то для подобия необходимо

$$g \ell = \text{const.} \quad (2)$$

В обычных условиях $g = \text{const}$, значит, необходимо и требование $\ell = \text{const}$, т.е. модель должна совпадать с натурой, иначе говоря, при постоянном g моделирование невозможно.

Идея центробежного метода моделирования заключается в замене гравитационных сил другими объемными силами, величинами которых можно управлять и подбирать их в зависимости от масштаба модели и задачи эксперимента. Такими силами являются центробежные инерционные силы, создаваемые на модели в результате вращения ее на центрифуге и изменяемые в зависимости от угловой скорости вращения. В этом случае согласно равенству (2) размеры модели должны быть во столько раз меньше натуральных, во сколько раз создаваемые центрифугой объемные силы превышают силу тяжести.

Несмотря на значительные технические трудности, центробежное моделирование все же находит применение при решении различных практических и методических задач.

Метод эквивалентных материалов. Наиболее эффективным методом физического моделирования, позволяющим изучать напряженно-деформированное состояние неоднородного и трещиноватого массивов горных пород в зависимости от горно-геологических факторов, физико-механических свойств и строения массива, является метод моделирования с помощью эквивалентных материалов [6]. Основную зависимость между физико-механическими характеристиками модели и природы получают, исходя из второго закона Ньютона $P = Ma$, где P - сила, действующая на элемент (частицу) массива; M - масса выделенного элемента; a - его ускорение (в натуральных условиях).

Отношение сил, действующих на сходственные частицы в натуральных условиях и на модели, таково:

$$\frac{P}{P_m} = \frac{Ma}{M_m a_m}, \quad (3)$$

где M_m - масса, выделенного элемента на модели; a_m - его ускорение.

Учитывая, что массу тела можно выразить в виде произведения плотности на объем, а ускорение частицы - как отношение скорости ее (равноускоренного) движения ко времени, получим

$$\frac{P}{P_m} = \frac{\rho \ell^3 v t}{\rho_m \ell_m^3 v_m t_m}, \quad (4)$$

где ℓ и ℓ_m - линейные размеры натуры (элементов натуры) и модели (элементов модели); v и v_m - скорости движения частиц в натуральных условиях и на модели; t и t_m - время протекания процессов в натуральных условиях и на модели.

Учитывая также, что $\ell/t = v$ и $\ell_m/t_m = v_m$, получим закон динамического подобия Ньютона

$$\frac{P}{\rho \ell^2 v^2} = \frac{P_m}{\rho_m \ell_m^2 v_m^2} = \text{idem} \quad (5)$$

Заменяя массу частицы произведением ее плотности на объем и учитывая, что процессы деформирования в горных породах происходят главным образом под действием сил тяжести, получим основное выражение для подбора механических характеристик модели по методу эквивалентных материалов:

$$N_m = \frac{\ell_m}{\ell} \frac{\gamma_m}{\gamma} N \quad (6)$$

где $\gamma_m = \rho_m a_m = \rho_m g$ - объемный вес материала модели; $\gamma = \rho a = \rho g$ - объемный вес материала натуры; N_m - некоторый показатель механических свойств материала модели, отражающий его поведение в условиях изучаемого типа деформирования и имеющий размерность напряжения; N - то же для материала натуры; отношение ℓ/ℓ_m определяет геометрический масштаб модели.

При подборе эквивалентных материалов модели необходимо учитывать специфику поставленных задач соответственно принимать во внимание наиболее важные характеристики, играющие главную роль в изучаемом процессе. В частности, важнейшим требованием при моделировании процессов деформирования и разрушения слоистого горного массива является воспроизведение в заданном масштабе сцепления и трения по контактам слоев, а также средней частоты ослабленных контактов.

Метод эквивалентных материалов предназначен для исследования НДС неоднородных массивов горных пород (эквивалентные материалы подбираются по деформационным свойствам) и характера их разрушения (тогда материалы подбираются по прочностным свойствам). Для учета целенаправленного изменения прочностных и реологических характеристик материалов-эквивалентов рекомендуется использование моделей из термопластичных материалов с регулированием их прочностных и деформационных свойств посредством нагрева [8]. Если деформация и разрушение массива горных пород будет происходить в результате повышения влажности, вызывающем снижение их прочности и вязкости, то параметры, характеризующие прочностные свойства и вязкость пород, могут быть заданы как

функции влажности, для чего используются эквивалентные материалы, в которых зависимость прочностных свойств и вязкости от температуры выражаются теми же функциями, какими выражена зависимость прочности и вязкости пород от их влажности. К недостаткам моделей из эквивалентных материалов относятся громоздкость и длительность проведения эксперимента, трудности в подборе материалов-эквивалентов, вызванные малым диапазоном изменений их свойств.

§5. Методология моделирования геомеханических процессов

Осуществляемое моделированием количественных закономерностей геомеханических процессов требует обстоятельной и методологически выверенной проработки на всех этапах исследований. Общую методологическую схему моделирования представим, следуя, в основном, Н.Н.Моисееву [9].

Постановка моделирования начинается с составления сценария исследования, включающего выявление динамических воздействий на рассматриваемую систему (массив горной породы, поток подземных вод), и организующей программы, в которой формулируется целевая направленность и вопросы исследования. Параллельно выбирается (а при необходимости, совершенствуется и развивается) теоретическая (геомеханическая) модель процесса, причем, как правило, в детерминированной постановке. Для количественной характеристики природных условий и задания параметров теоретической модели на начальном этапе используются существующие (архивные и литературные) материалы, составляющие исходный («пассивный») банк данных. При этом очень важно установить не только рекомендуемые расчетные значения параметров, но и их пространственную изменчивость.

При формировании теоретической модели следует, исходя из полной («максимальной») модели, обосновать оптимальную («минимальную» по Н.Н.Моисееву или, точнее говоря, «минимаксную») модель, в которой исключаются те стороны процесса, которыми для решения поставленных задач можно пренебречь. Эта операция требует высококвалифицированного творческого решения, имея в виду, что успех в выборе расчетной модели в значительной мере зависит от интеллекта и интуиции специалиста. Кроме того, для решения отдельных вопросов целесообразно создавать упрощенные версии расчетных моделей (модели «быстрых алгоритмов»).

Особое внимание следует уделять обоснованию геомеханической (геофильтрационной и геодинамической) схематизации, связывающей формирование теоретической модели процесса. Как правило, целесообразно отрабатывать геомеханическую схему, проводя идентификацию модели с данными о натурном объекте.

При решении задач идентификации следует иметь в виду необходимость выполнения следующих условий [10]:

- управляемость, как требование такого выбора натуральных (входных) данных, чтобы в них отчетливо проявились особенности идентифицируемого объекта с позиции теоретической модели;
- наблюдаемость, как требование достаточной информации о входных данных;
- идентифицируемость, как возможность выбора критерия качества, отражающего влияние всех искомых параметров модели.

Очень важным для разумного решения задач идентификации является возможно более полное использование «субъективной» информации, дающей косвенную характеристику искомых параметров по каким-либо признакам. Прежде всего это относится к структурно-литологическим, а также геофизическим характеристикам массива горных пород, которые должны рассматриваться, – разумеется, при квалифицированном и тщательном анализе – как опорные для проведения геомеханической схематизации.

После идентификации натуры и модели (такую задачу называют также калибрацией модели) можно переходить к расчетным действиям, на основе которых производится принятие управляющих решений.

Для сколь-нибудь сложных объектов информация, содержащаяся в исходном («пассивном») банке данных, обычно оказывается недостаточной. В этом случае на основании разведочных расчетов производится обоснование проведения необходимых полевых работ (опробований и наблюдений) с позиции планирования эксперимента. Результаты этих работ должны дать возможность получения необходимой информации, составляющей «активный» банк данных, с использованием которого производится новый цикл расчетных действий, начиная с корректировки геомеханической схемы. Для крупных объектов такая цикличность может потребовать неоднократных действий, соответствуя этапности проведения разведочно-исследовательских работ.

Мощным средством модельных исследований являются численные или машинные эксперименты, которые лучше, по-видимому, называть модельными экспериментами («модэкс»). Модельные эксперименты проводятся в двух основных направлениях: во-первых, для оценки достоверности модельных решений конкретных задач и во-вторых, для обоснования упрощенных расчетных моделей и методов расчетов. Общий алгоритм модельного эксперимента включает следующие этапы: разработка математической модели, задание входных данных, выбор плана МЭ, анализ результатов.

На этапе задания входных данных производится обоснование изменчивости параметров системы (теоретической модели) и краевых условий, причем эта изменчивость может иметь дискретный и стохастический (всоятностный) характер. Исключительно важной на этом этапе является роль специалиста-естествоиспытателя, который должен предельно умело использовать банк данных и знания о природных закономерностях изменчивости свойств исследуемого натурального объекта.

Выбор плана модэкса содержит существенные формальные сложности в связи с тем, что обычно исследуемая система имеет большое количество меняющихся параметров, и совместный анализ их влияния требует проведения расчетов для значительного числа вариантов с повышенной емкостью обработки результатов расчетов.

На последнем этапе - анализе результатов - модэкс выходит на цель решаемой задачи. Вместе с тем, принципиальное значение имеет учет цели решаемой задачи и на всех предыдущих этапах модэкса, осуществляемый реализацией обратных связей каждого завершающего этапа с предыдущими этапами модэкса.

В заключении отметим, что поскольку геомеханические модели служат в конечном итоге для решения задач управления природотехническими системами, то моделирование должно быть органично связано с решением определенных прикладных задач. В связи с этим следует подчеркнуть необходимость возможно более четкой стыковки решения модельных задач с заданием конечных целей исследования (связка «модель - цель»), имея в виду необходимость возможно более четкого ограничения ставящихся целей.

Литература к главе 2

1. Шестаков В.М. Гидрогеодинамика, 1994.
2. Применение ЭВМ в практикуме по динамике подземных вод. 1987.
3. Самарский А.А. Введение в численные методы. 1982.
4. Зенкевич О. Методы конечных элементов в технике. 1975.
5. Крауч С., Старфильд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. 1987.
6. Розовский Л.Б., Зелинский И.П., Воскобойников В.М. Инженерно-геологические прогнозы и моделирование. 1987.
7. Опыт оценки устойчивости склонов сложного геологического строения методом конечных элементов и экспериментами на моделях. 1973.
8. Гулакян К.А., Оснюк В.А. Физическое моделирование в инженерной геологии. Гидрогеология, инженерная геология. Обзор МПГ «Геоинформмарк». 1993.
9. Моисеев Н.Н. Человек и ноосфера. 1990.
10. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. 1975.

Глава 3. Упругий режим фильтрации и консолидация в водоносных пластах

Упругий режим фильтрации представляет собой НДС, формируемое в водоносных породах за счет их деформаций (твердой и жидкой фазы) при изменении напряженного состояния. Наибольшее значение имеет упругий режим фильтрации для изучения нестационарной геофильтрации в напорных пластах.

Напряженное состояние пласта формируется под действием гидродинамических факторов, когда исходными являются изменения давления в воде (p), или геодинамических факторов, когда исходными являются изменения общего (тотального) напряжения в породе (σ_n), вызываемые изменениями внешней нагрузки на массив. Характерными гидродинамическими факторами являются изменения уровней воды в водотоках и водоемах, взаимодействующих с подземными водами, инфильтрация атмосферных осадков, искусственный водоотбор или закачка в скважинах. Характерными геодинамическими факторами являются неотектонические движения, включая землетрясения и особенно, изменения внешней нагрузки за счет инженерной деятельности человека (возведение сооружений, выемка карьеров).

По физической сущности полным аналогом упругого режима фильтрации является фильтрационная консолидация, которая рассматривается обычно, как нестационарное уплотнение пород (грунтов) при возведении инженерных сооружений.

§1. Упругая емкость водоносных пластов

Упругая емкость характеризует изменение емкости водоносных пластов, обусловленное их деформациями, возникающими при изменении напряженного состояния пласта вследствие действия гидродинамических факторов (изменений напора, водоотбора и т.п.).

При рассмотрении упругой емкости горных пород обычно исходят из принципов подземной гидростатики, предполагая условия одномерного напряженного состояния, так что для давления (нормального напряжения) σ_n , передаваемого на пласт справедливо соотношение (4) §1гл.1, в котором нормальные напряжения устанавливаются согласно схеме одномерного напряженного состояния. Это условие выполняется при предположении, что вышележащая толща подобна гибкой плите и не оказывает сопротивления деформированию. Такое предположение будет, очевидно, достаточно приемлемым, если площадные размеры плиты заметно превышают ее толщину (т.е. мощность перекрывающей толщи).

Для обоснования параметров упругой емкости рассмотрим деформации элемента водоносного пласта объемом V_n , под действием изменений давления в воде. Массовое количество воды в этом элементе будет $M = \rho n V_n$, а

его бесконечно малое измерение $dM = d(\rho n V_n)$. Вводя в это выражение вместо пористости коэффициент пористости e и учитывая соотношение $n = e / (1 + e)$, обратим внимание на то, что величина $V_n / (1 + e)$, представляет собой объем скелета породы в рассматриваемом элементе пласта. Поскольку скелет породы значительно прочнее самой породы, то при деформации пласта объем скелета породы можно считать неизменным. Тогда можно записать

$$dM = d(\rho n V_n) = d\left(\rho e \frac{V_n}{1+e}\right) = \frac{V_n}{1+e} d(\rho e) = \frac{V_n}{1+e} (e d\rho + \rho de). \quad (1)$$

Изменение плотности воды описывается законом Гука

$$\frac{d\rho}{\rho} = \beta dp \quad (2)$$

где β - коэффициент объемного сжатия воды, который представляет собой относительное изменение плотности воды при единичном изменении давления. Коэффициент сжимаемости воды зависит от ее газонасыщенности и минерализации, причем можно считать [10]

$$\beta = \beta_0 f_g f_c, \quad (2a)$$

где β_0 - коэффициент сжимаемости воды при нулевых значениях газо- и солесодержания ($\beta_0 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ МПа}^{-1}$), а f_g и f_c - поправки на газо- и солесодержание; используя приведенные в [10] данные можно составить эмпирические формулы

$$f_g = 1 + 0,047 g, \quad f_c = 1 - 2 \cdot 10^{-3} c + 3 \cdot 10^{-6} c^2, \quad (2б)$$

где g - газосодержание ($\text{м}^3 \text{ газа}/\text{м}^3 \text{ воды}$), c - минерализация (г/л).

Для деформации скелета породы в теории упругого режима фильтрации обычно используется уравнение компрессии вида (6а, §3 гл. 1), применение которого предполагает введение существенных допущений: среда считается гомогенной и не учитываются реологические свойства пород. Эффективное напряжение σ связывается с поровым давлением p , исходя из предположки одномерного НДС при $\sigma = \sigma_z$ (это серьезное допущение!), т.е. принимается $\sigma_n = \sigma + p$. Соответственно, при $\sigma_n = \text{const}$ здесь будет $d\sigma = -dp$. Подставляя в (1) уравнения состояния - (2) для воды и (6а, §3 гл. 1) для скелета породы - с учетом связи σ с p , получим

$$dM = \frac{\rho V_n}{1+e} (e\beta + a_c) dp. \quad (3)$$

В качестве удельной характеристики упругой емкости, проявляющейся при действии гидродинамических факторов, следуя В.Н. Щелкачеву, введем упругую емкость породы η^* , представляющую собой изменение объема воды, отнесенное к объему породы при единичном изменении напора.

Учитывая малую сжимаемость воды, можно сделать в (3) замены: $dM = \rho dV$, где V - объем воды в элементе породы V_n , и $dp = \gamma dH$. Тогда из (3) можно определить η^* , как

$$\eta^* = \frac{dV}{V_n dH} = \frac{gdM}{V_n dp} = \frac{\gamma}{1+e} (e\beta + a_c) \quad (4)$$

Из-за нелинейности уравнения компрессии величина η^* может существенно зависеть от глубины залегания водоносных пластов. При сравнительно неглубоком залегании пород (порядка десятков и сотен метров) основную роль в упругой емкости играет сжимаемость породы, так что при этом можно считать $\eta^* = \gamma a_c / (1+e)$. Выражая здесь a_c согласно (10 в §3 гл. 1) при $\sigma = \gamma_n z_n$ и $\sigma_0 = \gamma_n z_0$, где γ_n - объемный вес пород (с учетом взвешивания водой в водонасыщенной зоне), z_n - глубина залегания пород, z_0 - параметр (в частности, для глинистых пород согласно 9а $z_0 = 10$). Тогда для η^* получаем выражение

$$\eta^* = \frac{A}{z_n + z_0}, \quad A = \frac{0,45c\gamma}{\gamma_n(1+e)} \quad (5)$$

Анализ представительных данных опытных откачек показал [7], что для песчаных пород (включая песчаники) формула (5) может считаться достаточно универсальной до глубин порядка сотен метров при сравнительно небольшом диапазоне значений величины A от $5 \cdot 10^{-4}$ до $3 \cdot 10^{-3}$ при среднем значении $A = 10^{-3}$. Отсюда (при значениях $\gamma = 1 \text{ т/м}^3$, $\gamma_n = 1,7 \text{ т/м}^3$, $e = 0,5-0,6$) получаются соответствующие значения параметра $c \cong 5A = 3 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-2}$, которые оказываются в несколько раз меньшими, чем полученные по данным компрессионных испытаний (см. §3 гл. 1).

Для характеристики упругих свойств пласта используется параметр упругой емкости пласта μ^* , как отношение изменения объема воды в единичном элементе пласта (единичной площади в плане) к изменению напора, причем для однородного водоносного пласта мощностью m имеем

$$\mu^* = m\eta^* = \frac{\gamma m}{1+e} (e\beta + a_c). \quad (6)$$

Как уже отмечалось, в рассмотренной модели упругой емкости породы и пласта не учитывается гетерогенность среды и реологические свойства породы, влияние которых обуславливает проявление динамичности параметров упругой емкости.

Для учета гетерогенности среды в качестве простейшей модели используется модель гетерогенно-блоковой среды или среды с двойной емкостью, предложенная Г.И. Баренблаттом и Ю.П. Желтовым [1]. В такой модели порода представляется состоящей из квазиоднородной системы слабопроницаемых блоков, равномерно разделенных проницаемыми каналами (рис.3.1). При этом предполагается, что на изменения гидродинамической обстановки непосредственно реагирует только поток в каналах, а реакция блоков замедляется за счет влияния фильтрационного сопротивления блоков. В такой модели изменение объема воды dV^0 в единичном объеме породы складывается из изменений объема воды в каналах dV_k^0 и в блоках dV_6^0 ,

которые связываются с изменениями напоров в каналах и в блоках H и H_6 через соответствующие упругоёмкости каналов η_k^* и блоков η_6^* :

$$dV^0 = dV_k^0 + dV_6^0 = \eta_k^* dH + \eta_6^* dH_6 \quad (7)$$

Из выражения (7) можно видеть, что при переходе от гомогенной среды к гетерогенно-блоковой следует провести замену

$$\eta^* dH \rightarrow \eta_k^* dH + \eta_6^* dH_6 \quad (8)$$

Для формы связи напоров в каналах и блоках используется уравнение вида

$$\frac{\partial H_6}{\partial t} = \alpha_6 (H - H_6), \quad (9)$$

где α_6 - коэффициент внутриблокового водообмена.

Основной формой гетерогенности пластов является слоистость. В качестве простейшей модели для учета пластовой гетерогенности используется схема равномерно-слоистого пласта, представляющая собой квазиоднородную систему одинаковых проницаемых и слабопроницаемых слоев с описанием упругого режима фильтрации в слабопроницаемых слоях по изложенной выше модели гетерогенно-блоковой среды с средоточенной ёмкостью.

Для учета реологических свойств среды уравнение компрессии принимается согласно определенной модели упруго-пластических деформаций. Используя для этого модель Кельвина-Фойгта, описываемую уравнением (14) в §3 гл.1, можно показать [8], что в гомогенной среде процесс формально описывается моделью гетерогенно-блоковой среды, параметры которой связываются с параметрами модели Кельвина-Фойгта соотношениями

$$\eta_6^* = \frac{e\beta\gamma}{1+e}, \quad \eta_6^* = \frac{\gamma a_e}{1+e}, \quad \alpha_6 = \frac{a_n}{a_e} \quad (10)$$

Таким образом, модель гетерогенно-блоковой среды можно использовать и для учета реологических свойств среды, расширяя тем самым практическую область ее применения.

§2. Откачка из совершенной скважины в напорном пласте

Анализ нестационарного режима при откачке из совершенной скважины проводится на основе решения дифференциального уравнения плано-радиального потока в напорном пласте с постоянной проводимостью.

Для его вывода составим баланс потока в цилиндрическом элементе пласта бесконечно малой толщины dr (рис. 3.2) за бесконечно малое время dt . В этот элемент поступает объемный расход воды Q_r , который, проходя через элемент, получает бесконечно малое приращение $(\partial Q_r / \partial r)dr$. Кроме того, через кровлю и подошву пласта в элемент поступает расход потока перетекания dQ_n , который при скоростях фильтрации, соответственно, v_k и v_n будет $dQ_n = (v_k + v_n)2\pi r dr$. Разница поступающих и уходящих расходов

воды пойдет на изменение объема воды $dV = 2\pi r \frac{\partial V_0}{\partial t} dt dr$, где V_0 - объем воды в единичном элементе (единичной площади в плане) пласта. Тогда балансовое уравнение потока здесь будет

$$Q_r dt - \left(Q_r + \frac{\partial Q_r}{\partial r} dr \right) dt + 2\pi r (v_k + v_n) dr dt = 2\pi r \frac{\partial V_0}{\partial t} dr dt \quad (1)$$

или после сокращений

$$-\frac{\partial Q_r}{\partial r} + 2\pi r (v_k + v_n) = 2\pi r \frac{\partial V_0}{\partial t} \quad (2)$$

Выразим входящие в (2) характеристики потока через напоры. Из закона Дарси-Дюпюи [2] при площади поперечного сечения $\omega = 2\pi r m$ и градиенте напора $J_r = -\partial H / \partial r$ получим

$$Q_r = -2\pi r T \frac{\partial H}{\partial r}, \quad (3)$$

где $T = km$ - проводимость пласта.

Уравнение состояния можно получить из определения упругой емкости пласта:

$$\frac{\partial V_0}{\partial t} = \mu^* \frac{\partial H}{\partial t} \quad (4)$$

Величины v_k и v_n определяются условиями фильтрации в разделяющих пластах. Прежде всего рассмотрим условия изолированного пласта, у которого кровля и подошва считаются непроницаемыми и $v_k = v_n = 0$. В этом случае, подставляя (3) и (4) в (2), получим дифференциальное уравнение

$$\mu^* \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{T}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H}{\partial r} \right). \quad (5)$$

Вводя вместо напоров их понижения $S = H_0 - H$ относительно начальных (статических) напоров H_0 , которые предполагаются стационарными, запишем (5) в виде

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right), \quad (6)$$

где $a = T/\mu^*$ - пьезопроводность - обобщенный параметр, характеризующий скорость развития процесса фильтрации (чем больше a , тем быстрее идет процесс).

Фундаментальное решение этого уравнения при $a = \text{const}$ для условий откачки в однородном пласте с постоянным дебитом Q и без учета емкости скважины описывается уравнением Тейса [2, стр. 203]

$$S = \frac{Q}{4\pi T} W(u), \quad u = \frac{r^2}{4at}, \quad W(u) = \int_u^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx. \quad (7)$$

Согласно этому решению график временного прослеживания, строящийся в координатах $S, \lg t$, характеризуется наличием двух этапов (рис. 3.3): нестационарного и квазистационарного (криволинейная Ia и прямолинейная Ib части графика A).

На характер развития нестационарного процесса оказывает влияние гетерогенность породы (известняки, песчаники) и пласта, особенно существенно проявляющаяся при переслаивании в пласте хорошо- и слабопроницаемых слоев. Использование модели гетерогенно-блоковой среды (см. §1) приводит с учетом преобразования (8 из §1) в уравнение (6) с добавлением уравнения (9 из §1) к системе дифференциальных уравнений для понижений напора S и S_6 в каналах и блоках:

$$\bar{\mu}_k^* \frac{\partial S}{\partial t} + \bar{\mu}_6^* \frac{\partial S_6}{\partial t} = \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right), \quad \eta_6^* \frac{\partial S_6}{\partial t} = \chi_6 (S - S_6), \quad (8)$$

где $\bar{\mu}_k^* = \mu_k^* / \mu^*$, $\bar{\mu}_6^* = \mu_6^* / \mu^*$ - относительные упругие емкости каналов и блоков, $\mu^* = \mu_k^* + \mu_6^*$ - суммарная упругая емкость пласта, $\mu_k^* = m\eta_k^*$, $\mu_6^* = m\eta_6^*$ - упругие емкости каналов и блоков в пласте, $\chi_6 = \alpha_6 \eta_6^*$.

Результаты решения уравнения (8), подтверждаемые натурными данными, показывают что влияние гетерогенности приводит к проявлению характерных изломов на графике временного прослеживания (кривая Б на рис. 3.3).

Для учета внешнего перетекания следует дать обоснование выражений для v_k и v_n анализом потока в разделяющих пластах. Сложность и неопределенность теоретической модели фильтрации в глинистых породах (влияние гетерогенности и реологических свойств пород) обуславливает стремление к возможно большему ее упрощению. Поэтому для практических расчетов обычно используется наиболее простая модель жесткой фильтрации в разделяющих пластах, при которой

$$v_k = \chi_k (H_k - H), \quad v_n = \chi_n (H_n - H), \quad (9)$$

где χ_k и χ_n - коэффициенты перетока разделяющих пластов, равные отношению коэффициентов фильтрации к мощностям пластов; H_k и H_n - напоры в соседних водоносных пластах.

Подставляя выражения для v_k и v_n из (9) в балансовое уравнение (2), учитывая (3) и (4) и переходя к понижениям напора, получим дифференциальное уравнение для основной расчетной схемы перетекания - при неизменных напорах H_k и H_n в соседних пластах:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) - \frac{\chi}{\mu^*} S, \quad \chi = \chi_k + \chi_n. \quad (10)$$

Решение дифференциального уравнения (10) показывает [2, с.208, 209], что влияние перетекания приводит к постепенному уплаживанию кривой

временного прослеживания понижений напора, асимптотически стремящихся к стабильному положению (кривая В на рис. 3.3).

Объединяя модели перетекания через разделяющие пласты слабопроницаемых пород и гетерогенно-блоковой среды в водоносном пласте, получим дифференциальное уравнение

$$\bar{\mu}_k^* \frac{\partial S}{\partial t} + \bar{\mu}_c^* \frac{\partial S_c}{\partial t} = \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) - \frac{\chi}{\mu^*} S \quad (11)$$

а понижения S и S_c связываются вторым из уравнений (8).

Аналитические решения для нестационарных радиальных потоков с перетеканием эффективно образуются с применением решений в изображениях по Лапласу-Карсону [2].

Для интегрального преобразования \tilde{S} понижения S решение уравнения (10) для условий откачки из скважины в неограниченном пласте имеет вид

$$\tilde{S} = \frac{\tilde{Q}}{2\pi T} K_0(\tilde{r}), \quad \tilde{r} = r \sqrt{(p + \chi / \mu^*) / a}, \quad (12)$$

где \tilde{Q} - изображение расхода откачки, K_0 - модифицированная функция Бесселя, p - параметр преобразования [2].

Аналогичную форму имеет решение системы уравнений (11) и (8) с аргументом

$$\tilde{r} = r \sqrt{\left[(\bar{\mu}_k^* + \bar{\mu}_c^* \alpha_c (\alpha_c + p)^{-1}) p + \chi / \mu^* \right] a^{-1}}. \quad (13)$$

Расчеты изображений и обратный переход к оригиналам осуществляется численным путем по разработанным программам для персональных компьютеров.

Наблюдения показывают [2, с.253, 3], что в плотных глинистых породах могут возникать проявления вязко-пластического течения со значительными начальными градиентами напоров (до значений в несколько десятков), однако ясных теоретических моделей такого рода процессов пока не сформировано.

При откачках из напорного пласта в расположенных над ним разделяющих водоносных и покровных пластах иногда наблюдаются эффекты обратного («реверсивного») изменения уровней, когда в начале откачки происходят временные повышания, а сразу после остановки откачек - временные понижения уровней. Такие эффекты объясняются влиянием горизонтальных напряжений, обусловленных существенными проявлениями пространственного характера напряженно-деформированного состояния в процессе откачки и восстановления уровней.

§3. Консолидация пород и осадка массивов

Консолидация пород - это процесс их уплотнения в основании сооружений и в земляных сооружениях, рассматриваемый главным образом с целью оценки осадки сооружений. (Особо рассматривается учет влияния консолидации пород на устойчивость оснований и откосов).

Рассмотрим условия одномерной (вертикальной) консолидации, характерные для крупных сооружений, размеры которых в плане заметно превышают мощность консолидируемой толщи пород.

Математические модели консолидации. В вертикальном потоке уравнение неразрывности водного потока получится из баланса воды в бесконечно-малом элементе dz за время dt :

$$\rho v_z dt - \rho \left(v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \right) dt = \frac{\partial(\rho n)}{\partial t} dt dz,$$

где ρ - плотность воды, n - пористость породы, откуда после сокращений имеем (при $\rho = \text{const}$):

$$-\frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial n}{\partial t} \quad (1)$$

Закон фильтрации в деформируемой среде, строго говоря, должен записываться скоростью движения воды относительно скелета породы $v - ev^s$, где v^s - скорость перемещения скелета породы. Это выражается законом Дарси-Герсеванова, который для вертикального потока будет

$$v_x - ev_z^s = -k_z \frac{\partial H}{\partial z}, \quad (2)$$

Однако, как показано В.А. Флориным [3, 4], практически обычно можно пренебрегать величиной v_z^s .

Запишем также согласно закону компрессии (6 из §3 гл. 1)

$$dn = \frac{de}{1+e} = -\frac{a_c}{1+e} d\sigma = \frac{a_c}{1+e} (d\sigma_n - dp). \quad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получим обычно используемое дифференциальное уравнение одномерной фильтрационной консолидации:

$$\frac{a_c \gamma}{1+e} \cdot \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{a_c}{1+e} \cdot \sigma'_n = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial H}{\partial z} \right), \quad (4)$$

где $\sigma'_n = d\sigma_n/dt$ - скорость приложения внешней нагрузки.

Иногда - особенно при значительном содержании в воде растворенного воздуха - может существенно проявляться сжимаемость воды. Для ее учета составляется материальный баланс в бесконечно малом элементе, который вместо (1) дает уравнение неразрывности

$$-\rho \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial(\rho n)}{\partial t} = \rho \frac{\partial n}{\partial t} + n \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (5)$$

Вводя сюда уравнение (2) из §1 гл. 3 и (6) из §3 гл. 1, запишем уравнение (5) в виде

$$-\frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{1}{1+e} \left(-a_c \frac{\partial \sigma}{\partial t} + e\beta \frac{\partial p}{\partial t} \right). \quad (6)$$

Подставляя уравнение движения (2) при $v_z^s = 0$ и учитывая, что $d\sigma = d\sigma_n - dp$, получим дифференциальное уравнение фильтрационной консолидации с учетом сжимаемости воды

$$\eta^* \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{a_c}{1+e} \sigma'_n = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial H}{\partial z} \right). \quad (7)$$

Для учета сжимаемости воздуха величина β в упругоэластичности представляется выражением [3, стр. 159]

$$\beta = \beta_0 + \frac{\bar{n}_r + \mu_r}{p_0 + \gamma H}, \quad (8)$$

где \bar{n}_r - относительное объемное содержание заземленного воздуха, μ_r - коэффициент растворимости воздуха ($\mu_r = 0,0245$ при $t^\circ\text{C} = 0$), p_0 - начальная абсолютная величина давления в воде, β_0 - коэффициент сжимаемости воды.

Для учета гетерогенности пород используем схему среды с двойной емкостью, состоящей из проводящих каналов с пористостью (удельным содержанием пор) n_k и относительно слабопроницаемых блоков с пористостью n_6 , причем $n_k + n_6 = n$, где n - общая пористость породы. В этом случае

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial n_k}{\partial t} + \frac{\partial n_6}{\partial t} = \frac{1}{1+e_k} \frac{\partial e_k}{\partial t} + \frac{1}{1+e_6} \frac{\partial e_6}{\partial t}, \quad (9)$$

где $e_k = n_k / (1 - n_k)$ и $e_6 = n_6 / (1 - n_6)$ - расчетные коэффициенты пористости каналов и блоков. Свяжем e_k и e_6 с поровыми давлениями p и p_6 в каналах и блоках через уравнения компрессии

$$de_k = -a_c^k d\sigma_k = -a_c (d\sigma_n - dp), \quad de_6 = -a_c^6 d\sigma_6 = -a_c (d\sigma_n - dp_6),$$

где a_c^k и a_c^6 - коэффициенты сжимаемости породы в каналах и блоках.

Подставляя выражение $\partial n / \partial t$ с этими преобразованиями при $dp = \gamma dH$ и $dp_6 = \gamma dH_6$, получим дифференциальное уравнение фильтрационной консолидации в среде с двойной емкостью

$$\eta_k^* \frac{\partial H}{\partial t} + \eta_6^* \frac{\partial H_6}{\partial t} - \frac{a_c}{1+e} \sigma'_n = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial H}{\partial z} \right), \quad (10)$$

где

$$\eta_x^* = \frac{\gamma(a_c^k + e_k \beta)}{1 + e_k}, \quad \eta_0^* = \frac{\gamma(a_c^0 + e_0 \beta)}{1 + e_0}, \quad \frac{a_c}{1 + e} = \frac{a_c^k}{1 + e_k} + \frac{a_c^0}{1 + e_0}. \quad (11)$$

Уравнение (10) вместе с уравнением (9 в §1), связывающем напоры в каналах и блоках, составляют замкнутую систему.

В консолидации глинистых пород может существенно проявляться ползучесть пород, для учета которой следует использовать какую-либо теоретическую модель реологического тела. Как показывает теоретический анализ [8], применение реологической модели Кельвина (Кельвина-Фойгта), представляемую уравнением (14 в §3 гл.1), дает формально ту же систему дифференциальных уравнений, как и среда с двойной емкостью, если определить параметры в уравнениях (10) и (9 в §1) выражениями (10 в §1).

Решения дифференциальных уравнений консолидации. Дифференциальные уравнения консолидации в общем случае являются нелинейными из-за зависимости входящих в них параметров от деформаций (НДС) породы. Для коэффициентов фильтрации рекомендуется зависимость от коэффициента пористости:

$$k = k_0 \exp[-(e_0 - e)/a_k], \quad (12)$$

где k_0 - коэффициент фильтрации при $e = e_0$, a_k - безразмерный параметр [5, стр. 85], а для зависимости коэффициента сжимаемости от эффективного напряжения можно воспользоваться выражением (10 §3 гл. 1).

В общем случае такие дифференциальные уравнения решаются численными методами. Для оценочных расчетов используется решение линеаризованных по параметрам уравнений, в которых параметры осредняются по времени в пространстве. Такая линеаризация приводит уравнение (7) к виду

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\sigma'_n}{\gamma} = c_v \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}, \quad (13)$$

где $c_v = k(1+e)/(a_c \gamma)$ - параметр консолидации, который является частным случаем пьезопроводности (α) без учета сжимаемости воды ($\beta = 0$).

Решение уравнения (13) при начальном стационарном (гидростатическом) состоянии с нулевым напором $H(z, 0) = 0$, граничном условии на поверхности земли $H(m, t) = 0$ и при непроницаемой подошве пласта $\partial H / \partial z = 0$ при $z = 0$, постоянной скорости повышения общего напряжения ($\sigma'_n = \text{const}$) дает выражение для распространения избыточных напоров $H(z, t)$ вида

$$H = \frac{\sigma'_n m^2}{2\gamma c_v} F(\bar{z}, \tau), \quad \bar{z} = \frac{z}{m}, \quad \tau = \frac{c_v t}{m^2}, \quad (14)$$

$$F(\bar{z}, \tau) = 1 - \bar{z}^2 - \frac{32}{\pi^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3} \cos \frac{(2n+1)\pi \bar{z}}{2} \exp \left(-\frac{(2n+1)\pi^2 \tau}{4} \right). \quad (14a)$$

Если величина σ'_n меняется во времени, то решение можно получить из (14) методом сложения течений, разбивая расчетный период времени на участки с постоянными значениями $\sigma_{n,i}$ в пределах участка номера i . Например, если после периода времени $0 < t < t_1$ значение σ'_n меняется на $\sigma'_{n,1}$, то для первого участка (при $t < t_1$) применимо решение (14), для второго участка (при $t_1 < t$) к решению для первого участка добавляется решение для разницы значений $\sigma'_{n,1}$ и σ'_n со сдвигом во времени на t_1 , т.е.

$$H(z, t) = \frac{\sigma'_n m^2}{2\gamma c_v} F(\bar{z}, \tau) + \frac{(\sigma'_{n,1} - \sigma'_n) m^2}{2\gamma c_v} F(\bar{z}, \tau - \tau_1), \quad \tau_1 = \frac{c_v t_1}{n l^2}. \quad (15)$$

В частности, для случая, когда после периода t_1 приложения нагрузки дальнейшего ее приращения не происходит (т.е. $\sigma'_{n,1} = 0$) получаем

$$H(z, t) = \frac{\sigma'_n m^2}{2\gamma c_v} [F(\bar{z}, \tau) - F(\bar{z}, \tau - \tau_1)], \quad (16)$$

Эти же решения применимы и для решения линеаризованного по параметрам уравнения (7), в котором учитывается сжимаемость воды. При этом только c_v заменяется на пьезопроводность $a = k / \eta^*$, а в σ'_n вводится соотношение $a_c / (a_c + e\beta)$.

Для модели среды с двойной емкостью система дифференциальных уравнений (10) и (10 §1) эффективно решается с применением интегрального преобразования Лапласа-Карсона. Введение изображений \tilde{H} и \tilde{H}_δ напоров H и H_δ приводит эти уравнения к виду [2]

$$\bar{\eta}_k p \tilde{H} + \bar{\eta}_\delta p \tilde{H}_\delta - \alpha_n \tilde{\sigma}'_n = a \frac{d^2 \tilde{H}}{dz^2}, \quad \eta_\delta^* p \tilde{H}_\delta = \chi_\delta (\tilde{H} - \tilde{H}_\delta), \quad (17)$$

где

$$a = \frac{k}{\eta^*}, \quad \eta^* = \eta_k^* + \eta_\delta^*, \quad \bar{\eta}_k = \frac{\eta_k^*}{\eta^*}, \quad \bar{\eta}_\delta = \frac{\eta_\delta^*}{\eta^*}, \quad \alpha_n = \frac{a_c}{(1+e)\eta^*} = \frac{a_c}{a_c + e\beta}, \quad (17.a)$$

$\tilde{\sigma}'_n$ - интегральное изображение σ'_n , а a_c - общий коэффициент сжимаемости породы.

Исключая из уравнений (17) величину \tilde{H}_δ , после алгебраических преобразований получим

$$\bar{\eta}_k p \tilde{H} - \alpha_n \tilde{\sigma}'_n = a \frac{d^2 \tilde{H}}{dz^2}, \quad \bar{\eta}_k = \frac{\bar{\eta}_k \eta_\delta^* p + \chi_\delta}{\eta_\delta^* p + \chi_\delta}. \quad (18)$$

Общее решение уравнения (18) имеет вид

$$\tilde{H} - \frac{\alpha_n \tilde{\sigma}'_n}{\alpha p} = C_1 \operatorname{sh} \lambda_z + C_2 \operatorname{ch} \lambda_z, \quad \lambda_z = z \sqrt{\frac{\alpha p}{a}}. \quad (19)$$

Произвольные интегрирования находятся из граничных условий: $d\tilde{H}/dz = 0$ при $z = 0$, $\tilde{H} = 0$ при $z = m$, что дает $C_1 = 0$ и $C_2 = -\alpha_n \tilde{\sigma}'_n / (\alpha p \operatorname{ch} \lambda_m)$ при $\lambda_m = m \sqrt{\alpha p / a}$. Тогда

$$\tilde{H} = \frac{\alpha_n \tilde{\sigma}'_n}{\alpha p} \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \lambda_z}{\operatorname{ch} \lambda_m} \right). \quad (20)$$

Как отмечалось выше, это же решение может быть использовано для расчетов консолидации с учетом ползучести по модели Кельвина-Фойгта.

Расчеты осадки массива. Осадка Δm в пределах мощности массива пород m при одномерной деформации определяется выражением

$$\Delta m = - \int_0^m \varepsilon_z dz, \quad (21)$$

где ε_z - относительная вертикальная деформация. При расчетах предельной стационарной осадки под действием внешней нагрузки σ_n согласно уравнению компрессии (7 в §3 гл. 1) имеем

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta e}{1+e} = \frac{a_c \sigma_n}{1+e} \quad (22)$$

и для основания, состоящего из n слоев мощностью m_i каждого i -го слоя, интеграл (21) дает

$$\Delta m = \sigma_n \sum_{i=1}^n \frac{a_{c,i}}{1+e_i} m_i, \quad (23)$$

где $a_{c,i}, e_i$ - характеристики породы в i -ом слое.

Для оценки нестационарной осадки надо учитывать развитие фильтрационной консолидации водонасыщенных пород во времени, при которой уплотнение связано с изменением водонасыщенности пород.

При этом фильтрационная консолидация в гомогенной среде за время dt дает относительную деформацию $(\partial \varepsilon_z / \partial t) dt$, причем

$$\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial t} \left(a_c \frac{\sigma}{1+e} \right) = - \frac{\partial}{\partial t} \left[a_c \frac{(\sigma_n - \gamma H)}{1+e} \right]. \quad (24)$$

Соответственно, величина осадки с учетом ее изменения во времени будет

$$\Delta m = \int_0^m dz \int_0^t \frac{\partial}{\partial t} \left(a_c \frac{\sigma}{1+e} \right) dt = \int_0^m dz \int_0^t \frac{\partial}{\partial t} \left[a_c \frac{(\sigma_n - \gamma H)}{1+e} \right] dt, \quad (25)$$

причем

$$e = e_0 - \int_0^t a_c \sigma dt = e_0 - \int_0^t a_c (\sigma_n - \gamma H) dt. \quad (25a)$$

При расчетах осадки по выражению (25) значения величины H получаются из решения уравнения консолидации.

При осреднении величины $a_c / (1+e)$ выражение (25) можно представить в виде

$$\Delta m = \frac{a_c m \sigma^+}{1+e}, \sigma^+ = \frac{1}{m} \int_0^z \int_0^t \sigma dz dt = \frac{1}{m} \int_0^z \int_0^t (\sigma_n - \gamma H) dz dt. \quad (26)$$

Аналогичным путем могут проводиться расчеты осадки сооружения с учетом реальных размеров и характера нагружения на основание, но для этого необходимо воспользоваться решениями пространственных задач консолидации [4], что требует применения более мощной вычислительной техники.

К осадке поверхности земли приводят также деформации водоносного пласта, вызываемые водоотбором (откачками) из водоносных пластов. Если в этом случае исходить из одномерного НДС и считать, что осадка поверхности равна уменьшению мощности напорного пласта, то из условия постоянства объема скелета породы в единичном элементе пласта имеем соотношение

$$\frac{m_t}{1+e_t} = \frac{m}{1+e}, \quad (27)$$

где m_t и m - текущая и начальная мощности пласта, e_t и e - соответствующие значения коэффициента пористости. Отсюда изменение мощности будет $\Delta m = m - m_t = m(e - e_t) / (1+e)$. Выражая из уравнения компрессии $e - e_t = a_c \Delta \sigma$ и учитывая, что $\Delta p = -\gamma S$, получим формулу

$$\Delta m = \frac{\gamma a_c m}{1+e} S. \quad (28)$$

При многопластовом (многослойном) строении массива общая осадка получится сложением величин Δm , определяемых из (28) для каждого пласта (слоя).

Если водоносная толща представлена переслаиванием песчаных и глинистых пластов (слоев), то в формировании осадки этой толщи существенную роль играет нестационарный режим перетекания в глинистых пластах, при котором понижения напора будут непрерывно изменяться по глубине и во времени. Найдя величины S решением соответствующей задачи нестационарной фильтрации, следует определить осадку интегралом вида (25) при $\sigma_n = 0$ и $H = -S$.

Крупный водоотбор из мощных водоносных отложений (особенно, молодых, имеющих повышенную сжимаемость) приводит к значительным осадкам поверхности земли, достигающим иногда нескольких метров.

Крупными оседаниями поверхности земли характеризуются в США районы Калифорнии, Аризоны, Техаса, где площади оседания измеряются тысячами км², а величины оседания достигают нескольких метров; в Мексике - район г. Мехико, - где в отдельные годы скорости оседания достигали 0,4 м/год; в Японии - г. Токио, - где в отдельных местах скорость оседания составляла 0,1-0,2 м/год на площади 70 км² [9,11].

Заметим, что при крутых формах воронки депрессии, формирующейся вблизи водозаборной скважины, существенно нарушается предпосылка одномерного напряженнодеформированного состояния и для расчетов осадки поверхности земли при водоотборе необходимо решать задачу упругого режима фильтрации с учетом пространственно-деформируемого состояния массива.

Существуют предложения по оценке деформационных характеристик водоносной толщи по данным непосредственного измерения деформации (осадки и уклона) поверхности земли и наблюдательных скважин с применением прецизионного нивелирования и уклонометрии, которые целесообразно использовать при проведении мониторинга на водозаборах в напорных пластах.

Особый характер имеют деформации поверхности земли в зонах с резко меняющейся мощностью консолидируемых отложений, которые обычно имеют место на уступах коренных отложений и вдоль линии разломов. В таких условиях осадка пород может быть существенно неравномерной по площади и это приводит к образованию трещин на поверхности земли (рис. 3.4). Раскрытие этих трещин сначала имеет небольшие размеры (несколько сантиметров), а затем они расширяются за счет водной эрозии, образуя небольшие овраги. В плане эти зоны трещиноватости имеют длину до нескольких километров и дугообразную или полигональную формы [12].

При расчетах осадок мерзлых пород следует учитывать деформации пучения при замерзании и просадок при оттаивании пород. Для количественного описания эти процессов должна рассматриваться модель деформирования, обусловленного изменением объема воды при замерзании и оттаивании, совместно с моделью влагопереноса в ненасыщенной зоне под фронтом промерзания [6].

§4. Формирование упругого режима под действием геодинамических факторов

Геодинамические факторы проявляются в изменении внешней нагрузки на породу (пласт), выражаемого полным напряжением в породе σ_n . Рассмотрим дифференциальное уравнение упругого режима при изменении внешней нагрузки в условиях одномерного планового потока. В этом случае объем единичного элемента потока численно равен его мощности m , а изме-

нение массы воды в нем dM_0 согласно общему выражению (1 §1 гл. 3) в дифференциальной форме будет

$$dM_0 = \frac{\rho m}{1+e} \left[(a_c + e\beta) dp - a_c d\sigma_n \right]. \quad (1)$$

Вводя изменение объема воды в единичном элементе пласта $dV_0 = dM_0 / \rho$, получим

$$\frac{\partial V_0}{\partial t} = \frac{m}{1+e} \left[(a_c + e\beta) \frac{\partial p}{\partial t} - a_c \frac{\partial \sigma_n}{\partial t} \right]. \quad (2)$$

Вместе с тем, уравнение неразрывности планового потока с удельным расходом q будет

$$-\frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial V_0}{\partial t}. \quad (3)$$

Подставляя выражение (2) в (3) при $\partial p / \partial t = \gamma \partial H / \partial t$ и выражая q по закону Дарси, как

$$q = -T \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (4)$$

где $T = km$ - проводимость пласта, получим дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) = \mu^* \frac{\partial H}{\partial t} - w^*, \quad w^* = \frac{a_c m}{1+e} \sigma'_n, \quad \sigma'_n = \frac{d\sigma_n}{dt}, \quad (5)$$

т.е. в плановом потоке изменение внешней нагрузки на пласт выражается свободным членом w^* , формально аналогичным интенсивности инфильтрации в безнапорном потоке.

К наиболее интересным проявлениям геодинамическим факторов относится возникновение режима «псевдосвязи» напорных подземных вод с поверхностными водотоками, обусловливаемого изменением нагрузки на пласт за счет изменения столба воды в водотоке. Действительно, если под водотоком находится напорный пласт, гидравлически полностью изолированный от водотока, то при изменениях уровня воды в водотоке будет соответственно изменяться давление, передаваемое на пласт.

Максимальное изменение напряжения в пласте под водотоком $\Delta \sigma_n$ при изменении уровня в нем Δh_b равно $\gamma \Delta h_b$ - такое изменение проявится, если ширина реки значительно превышает глубину залегания напорного пласта и можно пренебречь боковым рассеиванием изменения этого давления по глубине.

В этом случае в уравнении (5) под рекой должна задаваться величина w^* , определяемая при $\sigma'_n = \gamma v_b$, где $v_b = dh_b / dt$ - скорость изменения уровня воды в реке.

Теоретический анализ на основе решения такого уравнения показывает [13], что заметные проявления режима псевдосвязи должны быть при времени меньшем величины $t_{пс}$, определяемой по формуле

$$t_{пс} = \frac{4N^2}{a}, \quad (6)$$

где N - ширина реки, a - пьезопроводность. Например, для характерного для водоносных пластов значения $a = 10^5 \text{ м}^2/\text{сут}$, по формуле (6) получим $t_{пс} = 10 \text{ сут}$ при $N = 500 \text{ м}$.

Одно из наиболее изученных проявлений геодинамических факторов упругого режима представляется зафиксированное многими наблюдениями наличие четкой синхронной связи между колебаниями уровней подземных вод и атмосферного давления [2]. Такая связь обосновывается передачей атмосферного давления на кровлю пласта, причем если предположить, что такая передача происходит без существенных потерь энергии, то изменение нагрузки на пласт $\Delta\sigma_n$ равно изменению атмосферного давления Δp_a . Учитывая, что при изменениях атмосферного давления количество воды в пласте не меняется, то, положив в выражении (1) $\Delta M_0 = 0$ и $\Delta\sigma_n = \Delta p_a$, получим для изменения давления в пласте соотношение

$$\Delta p = \frac{a_c}{a_c + e\beta} \cdot \Delta p_a. \quad (7)$$

Следует отметить, что в открытых скважинах, где уровень воды находится ниже устья скважины, изменения уровней имеют обратную связь с изменениями давления, т.е. повышению давления соответствуют понижения уровня воды в скважине и наоборот как это видно на примере, приведенном на рис. 3.5, где 1 - уровни в скважине, 2 - атмосферное давление. Для обоснования этого обстоятельства следует иметь в виду, что давление в пласте $p = p_a + \gamma h_c$, где h_c - глубина воды в скважине до пласта (рис. 3.5 б), так что $\Delta p = \Delta p_a + \gamma \Delta h_c$ и

$$\Delta h_c = \frac{\Delta p - \Delta p_a}{\gamma} = - \frac{e\beta}{a_c + e\beta} \cdot \frac{\Delta p_a}{\gamma}, \quad (8)$$

откуда следует пропорциональность и различие знаков величин Δh_c и Δp_a .

Нетрудно показать, что, учитывая неполноту передачи порового давления согласно (6 в §1 гл. 1), соотношения (7) и (8) принимают вид

$$\Delta p = \frac{a_c}{e\beta + \alpha a_c}, \quad \Delta h_c = \frac{(1 - \alpha)a_c - e\beta}{e\beta + \alpha a_c}. \quad (9)$$

Заметим, что при выводе приведенных соотношений, строго говоря, следовало бы учитывать сжимаемость воды в скважине, полагая

$\Delta p = \Delta p_a + \Delta(\gamma h_c)$, однако при малой сжимаемости воды это уточнение существенно только для скважин километровых глубин.

В глубоких водоносных горизонтах основными становятся эндогенные факторы упругого режима фильтрации, обусловленные проявлениями тектонических процессов. Формирование региональных тектонических процессов обуславливается геологической историей региона, включая изменения напряженного состояния при осадконакоплении, и неотектоническими движениями.

Неоднородность геологического поля приводит к формированию своеобразного «гидрогеодеформационного поля» [14], которое имеет мерцальный характер, чутко отражающий знакопеременную изменчивость режима тектонических процессов. Пространственная структура такого поля оказывается неупорядоченной с локализованными зонами растяжений, появляющихся и вырождающихся среди участков слабого сжатия, причем проявления растяжения и сжатия четко согласуются с режимом понижения и повышения уровней подземных вод. При землетрясениях гидрогеодеформационное поле становится более упорядоченным, а создаваемые при этом особые формы нестационарного режима уровней подземных вод используются в качестве гидродинамических предвестников землетрясения [15].

К проявлениям геодинамических факторов относятся также земные приливы и отливы - периодические деформации земной коры под действием лунно-солнечного притяжения [16]. Влияние лунного притяжения создает колебания уровней подземных вод с двумя полусуточными циклами, соответствующими верхнему и нижнему кульминационным положениям луны, с амплитудами порядка сантиметров, возрастающими с глубиной.

Литература к главе 3

1. Желтов Ю.П. Механика нефтегазоносного пласта. 1975.
2. Шестаков В.М. Гидрогеодинамика. 1994.
3. Мироненко В.А., Шестаков В.М. Основы гидрогеомеханики. 1974.
4. Флорин В.А. Основы механики грунтов. Т.2. 1961.
5. Зарецкий Ю.К. Вязко-пластичность грунтов и расчеты сооружений. 1988.
6. Гречищев С.Е. Чистотинов А.В. Шур Ю.Л. Криогенные физико-геологические процессы и их прогноз. 1980.
7. Шестаков В.М. Оценка параметров сжимаемости и упругоэластичности пород. Инженерная геология. № 4, 1991.
8. Шестаков В.М. Теоретическая модель упругого режима фильтрации с реологической моделью Кельвина-Фойгта. Инженерная геология, № 5, 1991.

9. Коноплянцев А.А., Ярцева-Попова Е.Н. Оседание поверхности земли в связи с понижением уровня подземных вод. Обзор ВИЭМС. Гидрогеология и инженерная геология. 1983.
10. Busch K.F., Luckner L., Tiemer K. Geohydraulik. 1993.
11. Land subsidence. IASH Publ. №151, 1986.
12. Anderson T.W. Summary of the southwest alluvial basins. U.S. Geol. Survey Prof. Paper, 1406-a, 1995.
13. Шестаков В.М. Задачи геофильтрации при взаимодействии поверхностных и подземных вод. Водные ресурсы, № 1, 1991.
14. Вартанян Г.С., Куликов Г.В. О глобальном гидродеформационном поле. Советская геология, № 5, 1983.
15. Киссин И.Г. Гидрогеологический метод в геофизике - новые возможности исследования подземной гидросферы. Роль подземной гидросферы в истории земли. 1990.
16. Волейшо В.О. Гидродинамическая реакция подземных вод на проявление внешних природных сил. Обзор ВИЭМС. Гидрогеология и инженерная геология. 1984.
17. Гуревич А.Е., Капченко Л.Н., Кругликов Н.М. Теоретические основы нефтяной гидрогеологии. 1972.

Глава 4. Устойчивость массивов горных пород

§1. Общие представления о прочности и устойчивости массивов горных пород

Основной формой нарушения прочности массивов горных пород является сдвиг по некоторой площадке под действием касательных напряжений. Многочисленные испытания образцов песчано-глинистых пород показали, что в статических условиях, т.е. без учета скорости деформирования, условие предельного равновесия хорошо описывается законом Кулона [6, стр. 47], который устанавливает линейную зависимость между касательными (τ) и эффективными нормальными (σ) напряжениями на плоскости скольжения

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c, \quad (1)$$

где φ и c - расчетные значения угла трения и удельного сцепления. Может также использоваться нелинейная зависимость $\tau(\sigma)$, в которой значения сдвиговых параметров (φ и c) оказываются зависящими от σ [6, стр. 50]. Эта же зависимость распространяется и на трещиноватые скальные породы - за исключением условий действия высоких напряжений [2, стр. 35]. В породах, обладающих цементационными связями, график сопротивления сдвигу может при малых напряжениях принимать криволинейный характер вследствие влияния набухания (пунктирная кривая на рис. 4.1).

В глинистых породах на характер сдвиговых деформаций существенно влияет проявление реологических свойств, обуславливающих сдвиговую ползучесть этих пород и вязко-пластические перемещения оползневых тел [4, 6, 7]. Явление ползучести объясняется, исходя из представлений о том, что скелет грунта обладает контактами двух типов: хрупко разрушающимися (сцепление упрочнения) и контактами, разрушение которых носит вязкий характер. По мере деформирования хрупкие контакты необратимо нарушаются, причем это нарушение происходит уже при сравнительно малых деформациях. Одновременно начинается нарушение вязких контактов, однако этот процесс идет гораздо медленнее и связан с большими масштабами деформации. Кроме того, параллельно с нарушением одних вязких контактов в породе образуются новые, а также происходит переориентировка глинистых частиц, принимающих более упорядоченное положение вдоль поверхности сдвига. При этом порода проходит две стадии деформирования: 1) стадию неустановившейся ползучести, на которой заканчивается переориентация частиц и полностью разрушаются хрупкие контакты, суммарная прочность новых вязких контактов возрастает, так что деформация постепенно замедляется, (участок I на кривой а, рис. 4.2); 2) стадию установившейся ползучести, на которой соотношение суммарных прочностей разрушающихся старых и вновь возникающих контактов остается примерно оди-

наковой, так что скорость деформации почти постоянна (участок II на кривой а, рис. 4.2).

Если общая площадь контактов (площадь сдвига) в результате деформирования на второй стадии не изменяется (например, при опытах на кручение образцов), то эта стадия деформирования может оказаться последней. Чаще же дальнейшее развитие деформаций протекает двояко: либо вследствие постепенного изменения свойств (уплотнение или «старение» пород в процессе ползучести) деформация прекращается (затухающая ползучесть), либо же в результате прогрессирующего убывания суммарной прочности ненарушенных старых и новых контактов ползучесть примет незатухающий (прогрессирующий) характер и приведет к разрушению (участок III на кривой а рис. 4.2). Время, протекающее до момента разрушения, уменьшается при прочих равных условиях с увеличением нагрузки. В этом смысле можно говорить о длительной прочности горной породы как о прочности, которая определяется временем действия нагрузки.

Нужно оговорить, что стадия установившейся ползучести может отмечаться лишь в определенном диапазоне напряжений, при превышении которого ползучесть носит незатухающий характер на всех этапах деформирования (кривая б, на рис. 4.2). Наоборот, при меньших напряжениях стадия неуставившейся ползучести заканчивается практически полным прекращением деформаций (кривая в, на рис. 4.2). Период установившейся ползучести обычно имеет большое значение для относительно слабых глинистых пород; наоборот, для сдвиговых деформаций плотных глин основное практическое значение имеет период неуставившейся ползучести.

Для количественного описания реологических процессов предложен ряд простейших моделей, по-разному сочетающих основные реологические свойства материала - упругость, пластичность и вязкость (см. уравнения 18, 19 в §3 гл. 1). Для учета реологических свойств пород при практических расчетах оснований сооружений используются технические теории ползучести, непосредственно связывающие сдвиговые деформации с касательными напряжениями и временем приложения нагрузки [12].

Следует отметить, что проблема сопротивления горных (особенно глинистых) пород сдвигу нуждается в дальнейшем совершенствовании. Даже если не принимать во внимание все сложности учета реологических свойств при сдвиге, следует признать, что как теоретические представления, так и практикуемые методы определения сдвиговой прочности пород не учитывают важных изменений состояния породы вблизи поверхности (зоны) сдвига. Между тем многочисленными исследованиями доказано, что сдвиг обычно сопровождается значительными изменениями пористости пород в области сдвига - в меньшую сторону для недоуплотненных пород и в большую для переуплотненных. Особенно сложно эти процессы протекают в водонасыщенных глинистых породах, где они связаны с перемещениями поровой влаги вблизи области сдвига. В частности, набухание («дилатансия») глини-

стых пород в процессе сдвига требует внесения существенных поправок как в теоретические представления, так и в методы испытания, ибо последнее оказываются весьма неопределенными с точки зрения состояния испытуемой породы при эксперименте [4, 6].

Наиболее ответственные операции при прогнозах устойчивости откосов и склонов является задание прочностных характеристик (параметров) пород откоса (склона) с учетом их изменения под действием различных факторов. В принципе, условия сдвиговых испытаний должны увязываться с ожидаемым характером НДС породы в массиве, - рекомендации по этому вопросу даны Н.Н. Масловым [4]. В частности, прочность пород может существенно ухудшаться за счет влияния обводненности откоса (склона), способного существенно ухудшать прочность пород. При этом следует внимательно выявлять пути «быстрого» поступления инфильтрации осадков с поверхности откоса (склона) на поверхность скольжения. Такие пути возникают обычно в зонах повышенной трещиноватости в верховой части оползневого тела или в области питания грунтового потока, подтапливающего оползневое тело.

Значительные особенности имеет задание прочностных параметров скальных массивов, требующее детального изучения систем трещиноватости, включая элементы залегания, протяженность, шероховатость стенок, раскрытие и состав заполнителя, частота и взаимное расположение трещин, определяющие форму и размер блоков. Прочность на сдвиг по трещинам определяется сопротивлением трения и сопротивлением за счет шероховатости, включающей высоту выступов на стенках трещин, их прочность и расстояния между ними.

§2. Оценка общей устойчивости откосов

При практической оценке общей устойчивости откосов предполагается, что ее нарушение происходит путем скольжения по некоторой поверхности скольжения, на которой при нарушении равновесия выполняется условие прочности, определяемые уравнением (1) Кулона.

2.1 Кругло-цилиндрическая поверхность скольжения

Для сравнительно однородного откоса обычно предполагается, что нарушение его устойчивости происходит путем сдвига по цилиндрической поверхности, контур которой является дугой окружности, описываемой из некоторой точки О - центра скольжения (рис. 4.3). Условия устойчивости при этом определяются коэффициентом устойчивости $K_{уст}$, как отношение моментов удерживающих и сдвигающих сил ($M_{уд}$ и $M_{сдв}$) относительно центра поверхности скольжения:

$$K_{уст} = \frac{\sum M_{уд}}{\sum M_{сдв}} \quad (2)$$

Основными действующими силами здесь являются объемные (гравитационные и фильтрационные) силы тяжести и гидродинамического воздействия.

Как следует из выражения (6) в §1 гл. 1, фильтрационные силы в единице объема равны градиенту гравитационного потенциала и совпадают с ним по направлению, так что в объеме потока V

$$\Phi = \int_V J_\varphi dV = \int_V \text{grad}\varphi dV = \int_V \text{grad}p dV + \bar{\gamma}V, \quad (3)$$

где $\bar{\gamma}$ - единичный вектор силы тяжести воды, равный ее объемному весу и направленный вертикально вниз.

Вместе с тем, для расчетов устойчивости при кругло-цилиндрической поверхности скольжения удобнее - по предложению Н.М. Герсеванова - использовать другой способ учета гидродинамических (фильтрационных) сил, основанной на теореме Гаусса-Остроградского, согласно которой входящий в выражение (3) объемный интеграл можно заменить интегралом по поверхности тела:

$$\int_V \text{grad}p dV = \int_S \bar{p}_n dS, \quad (3a)$$

где \bar{p}_n - вектор давления, прилагаемого по поверхности тела S, направленный по нормали к этой поверхности [3].

Фильтрационная сила Φ должна векторно накладываться на силу веса, задаваемую с учетом действия взвешивающей силы, так что сила веса будет $G_b = \bar{\gamma}_b V$, где $\bar{\gamma}_b$ - единичный вектор силы веса, численно равный объемному весу породы, взвешенной в воде. Сложение сил G_b и Φ приводит к векторной сумме

$$G_b + \Phi = \int_S \bar{p}_n dS + \bar{\gamma}_n V, \quad (4)$$

где $\bar{\gamma}_n = \bar{\gamma}_b + \bar{\gamma}$ - единичный вектор силы тяжести насыщенной водой породы.

Как видно, в таком приеме расчета суммарное действие гидродинамической (фильтрационной) и гравитационной сил может учитываться двумя операциями: заданием объемного веса породы, насыщенной водой, и приложением нормально к поверхности рассматриваемого тела потока силы давления на этой поверхности. При этом $p = 0$ на участках высачивания АВ и свободной поверхности ВС (без учета влияния капиллярной зоны), на участке поверхности скольжения CD действует нормальная к ней сила P_n , определяемая суммой сил давления на этом участке, а на затопленном участке откоса AD действует нормальная сила $P_0 = 0,5\gamma h_0^2 \text{ctg}\alpha_0$.

Тогда момент сдвигающих сил будет определяться силами веса G_n в насыщенной зоне (с объемным весом γ_n) и в сухой зоне G_c (с объемным весом γ_c):

$$M_{\text{сдв}} = G_n R_g^n + G_c R_g^c. \quad (5)$$

Удерживающие силы по поверхности скольжения T_{nc} определяются в соответствии с законом Кулона: $T_{nc} = (N_g^H + N_g^c - P) \operatorname{tg} \varphi + C$, где N_g^H и N_g^c - нормальные к поверхности скольжения составляющие сил веса G_H и G_c , C - сила сцепления на поверхности скольжения. Учитывая кроме того удерживающее действие силы P_0 , получим момент удерживающих сил

$$M_{уд} = T_{nc} + P_0 R_0 = [(N_g^H + N_g^c - P) \operatorname{tg} \varphi + C] R + P_0 R_0. \quad (5a)$$

Подставляя (5) и (5a) в (1), получим выражение для коэффициента устойчивости:

$$K_{уст} = \frac{(N_g^H + N_g^c - P) \operatorname{tg} \varphi + C + P_0 R_0 / R}{G_H R_g^H / R + G_c R_g^c / R}. \quad (6)$$

Величины N_g^H и N_g^c в первом приближении могут рассчитываться по проекциям сил G_H и G_c под точками их приложения (центрами тяжести зон): $N_g^H = G_H \cos \alpha_H$, $N_g^c = G_c \cos \alpha_c$ (см. рис. 4.3). При этом все геометрические размеры (площади зон потока и плечи действия сил) можно получать графическим путем.

В сейсмически активных районах следует также учитывать объемные сейсмические силы, которые считаются направленными в сторону или вдоль поверхности склона, поскольку эти направления наиболее опасны для устойчивости откоса (склона). В единице объема породы плотностью ρ_n сейсмическая сила равна $\rho_n g_c$, где $g_c = k_c g$, g - ускорение свободного падения, k_c - коэффициент сейсмичности, определяемый согласно [8] в зависимости от балльности территории следующими данными:

Расчетная сейсмичность в баллах	7	8	9
Значение коэффициента сейсмичности	0,025	0,05	0,1

При задании направления сейсмических сил вдоль поверхности склона они влияют только на момент сдвигающих сил, к которому добавляется величина $k_c G R_c$, где $G = G_H + G_c$, а R_c - радиус действия сейсмических сил, который можно с небольшим запасом считать равным радиусу поверхности скольжения R . Соответственно, при этом в знаменателе выражения (6) для коэффициента устойчивости добавится величина $k_c G$.

При переменных прочностных характеристиках, а также желании более точно определить нормальные составляющие сил веса используют способ деления области тела скольжения на вертикальные отсеки (один из таких отсеков заштрихован на рис. 4.3.). При этом удерживающая сила (трения и сцепления) по подошве отсека будет

$$T_i = \left[(\gamma_n h_{n,i} + \gamma_c h_{c,i}) \cos \alpha_i - p_i + c / \cos \alpha_i \right] \ell_i, \quad (7)$$

где ℓ_i - толщина отсека.

Расчет ведется при различных поверхностях скольжения, задаваемых положением центра скольжения O и радиуса окружности R , и находится минимальная величина коэффициента устойчивости, которая и характеризует степень устойчивости откоса.

2.2 Плоская и ломаная поверхности скольжения

Плоская поверхность скольжения характерна для условий падения слоев горных пород в сторону откоса, особенно, если среди этих слоев в теле откоса имеются глинистые слои, обладающие слабой прочностью и создающие вместе с тем барьер для разгружающегося фильтрационного потока. В этом случае может образоваться контактный оползень скольжения по ослабленному слою (ПС на рис. 4.4). Коэффициент устойчивости при этом определяется соотношением удерживающих сил $F_{уд}$, составляемых по закону Кулона из сил трения и сцепления, и сдвигающих сил $F_{сдв}$:

$$K_{уст} = \frac{F_{уд}}{F_{сдв}} = \frac{N \operatorname{tg} \varphi + c \ell_{пс}}{T}, \quad (8)$$

где N и T - нормальные и касательные проекции действующих сил на поверхность скольжения, c - удельное сцепление на поверхности скольжения, причем

$$N = G \cos \alpha - P + P_0 \cos(\alpha_0 - \alpha), \quad T = G \sin \alpha, \quad (9)$$

где G - вес пород тела скольжения (насыщенного водой под свободной поверхностью СП фильтрационного потока), P - сила давления воды на поверхности скольжения, P_0 - сила давления воды на поверхности откоса.

Существует ряд предложений по расчетам устойчивости откосов при задании ломаной поверхности скольжения (рис. 4.5), проводимой обычно по контакту тела скольжения с подстилающими его коренными породами. При этом все тело скольжения делится на блоки в пределах каждого участка с разным уклоном плоскости скольжения, а различные способы расчета обуславливаются разными путями учета силового взаимодействия блоков [3, стр. 290; 6, стр. 140; 13].

Ниже рассматривается один из вариантов такого расчета, в котором коэффициент устойчивости определяется по соотношению суммы проекций удерживающих и сдвигающих сил на генеральное направление поверхности скольжения (на рис. 4.5 она показана пунктиром). При этом выражение для коэффициента устойчивости будет

$$K_{уст} = \bar{F}_{сдв} / \bar{F}_{уд}, \quad (10)$$

где $\bar{F}_{сдв}$ и $\bar{F}_{уд}$ - сумма проекций сдвигающих и удерживающих сил на генеральное направление поверхности скольжения.

Запишем выражения для этих сил, учитывая влияние фильтрационных сил заданием давления воды по поверхности обводненной части тела скольжения, а также вводя сейсмическую силу, считая ее направленной вдоль поверхности откоса. Тогда выражение проекции сдвигающей силы на генеральную поверхность откоса будет

$$\bar{F}_{\text{сдв}} = G(\sin \alpha_0 + k_c) + \sum_{i=1}^n P_i \sin(\alpha_i - \alpha_0) - P_0 \sin \alpha_0^0, \quad (11)$$

где G - суммарный вес пород тела скольжения, определяемый с объемным весом γ_n в пределах насыщенной водой породы; k_c - коэффициент сейсмичности, P_i - силы давления воды на поверхности скольжения (в i -ом блоке), P_0 - сила давления воды на подтопленной части поверхности откоса. При небольших уклонах потока распределение давления воды можно считать гидростатическим, определяя его при глубине потока h , как $p = \gamma h$.

Выражения для проекций удерживающих сил в каждом блоке номера i найдем из условия достижения в каждом блоке предельного равновесия, определяемого уравнением Кулона (1), учитывая влияние фильтрационного потока заданием сил давления воды по поверхности скольжения:

$$\bar{F}_{\text{уд}} = \sum_{i=1}^n [(G_i \cos \alpha_i - P_i) \operatorname{tg} \varphi_i + c_i l_i] \cos(\alpha_i - \alpha_0), \quad (12)$$

где G_i - вес пород i -го блока, при расчетах которого в части блока под свободной поверхностью воды принимается объемный вес γ_n ; P_i - суммарная сила давления по поверхности скольжения i -го блока; причем в нижнем блоке, находящемся под уровнем воды, из силы давления P_i следует вычесть величину $P_0 \cos(\alpha_0^0 + \alpha_0 - \alpha_i)$; c_i удельное сцепление на i -ом участке поверхности скольжения длиной l_i .

Ломаная поверхность скольжения образуется также при формировании оползней выдавливания [7], в которых оползневое тело захватывает часть основания склона и сдвигается по ослабленным слоям, залегающим под оползневыми накоплениями, с выдавливанием нижней части оползневого тела (рис. 4.6). В этом случае генеральной поверхностью скольжения можно считать близкую к горизонтальной плоскость подошвы оползневых накоплений (III на рис. 4.6). Соответственно, для коэффициента устойчивости, учитывая фильтрационные силы, как объемные, используем выражение

$$K_{\text{уст}} = \frac{(G^0 - \Phi_b^0) \operatorname{tg} \varphi^0 + E^- + c^0 \ell^0}{E^+ + \Phi_r^0}, \quad (13)$$

где G^0 - вес низового блока оползневого тела (с учетом взвешивания породы в воде), φ^0 , c^0 - прочностные характеристики пород в подошве блока, Φ_b^0 и Φ_r^0 - вертикальная и горизонтальная проекции фильтрационных сил в низовом блоке, E^- - давление со стороны низового блока выдавливания, E^+ -

сдвигающая горизонтальная сила со стороны верхового блока, ℓ^0 - длина контура плоскости подошвы оползневого тела.

Величина E^+ определится как разница горизонтальных проекций сдвигающих и удерживающих сил в верховом блоке:

$$E^+ = G^+ \sin \alpha^+ \cos \alpha^+ + \Phi_r^+ - G^+ \cos \alpha^+ \operatorname{tg} \varphi^+ - c^+ \ell^+, \quad (14)$$

где G^+ - вес верховой части тела скольжения (с учетом взвешивания водой в области фильтрационного потока), Φ_r^+ - горизонтальная проекция фильтрационных сил в верховом блоке (определяемая в каждом единичном объеме по величине градиента фильтрационного потенциала), φ^+ и c^+ - прочностные характеристики пород на участке плоскости скольжения в верховом блоке длиной ℓ^+ . Таким же образом можно составить выражение для величины E^+ , задавая ломаную плоскость скольжения в пределах верхового блока.

Величина E^- может определяться как сила пассивного отпора для подпорной стенки высотой h_n [3, 7]:

$$E^- = 0,5 \gamma_n h_n^2 \operatorname{tg}^2 (45^\circ + \varphi_n / 2) + 2 c_n \operatorname{tg} (45^\circ + \varphi_n / 2), \quad (15)$$

где φ_n и c_n - прочностные параметры в зоне отпора.

Имеется ряд более сложных способов расчетов устойчивости откосов при ломаной плоскости скольжения, отличающихся различными способами учета сил взаимодействия между блоками тела скольжения [2, 3, 13].

2.3 Оползни-потоки

Оползни-потоки образуются в глинистых и обломочно-глинистых породах на склонах крутизной 12-15°. В оползни-потоки вовлекаются продукты выветривания, делювиальные накопления, отложения древних оползней, молодые слабо литифицированные глинистые осадки и другие образования. Обычно оползни-потоки заполняют эрозионные ложбины на склоне, в которых накапливаются обломочно-глинистые массы и куда стекают поверхностные и отчасти подземные воды. Оползни-потоки имеют большую протяженность, незначительную ширину и малую мощность. Основной причиной формирования оползней-потоков является избыточное увлажнение (до 50-60%) обломочно-глинистых пород поверхностными или подземными водами, что приводит к резкому снижению их прочности и переходу в текучее состояние.

Анализ механизмов оползней-потоков показал [12], что на разных стадиях их развития обломочно-глинистые массы могут быть рассмотрены в расчетных схемах как различные реологические тела: упругие - отвечающие начальной фазе развития оползня-потока, когда образуются трещины усадки и растяжения; вязко-пластические - отвечающие началу движения, когда существенно сказывается структурная прочность и начальное сопротивление сдвига; вязкие - в сформировавшихся движущихся оползнях-потоках, когда величиной начального сопротивления сдвигу можно пренебречь. В первых

двух случаях возможна оценка устойчивости неподвижного оползневого тела с некоторой долей условности с помощью широко известных традиционных расчетных способов. Для движущихся оползней-потоков определяются скорость их движения и дальность перемещения, исходя из модели оползневого тела, как вязко-пластической жидкости.

§3. Оценка местной фильтрационной устойчивости

Действие гидродинамических сил приводит также к формированию различных форм местного нарушения устойчивости, возникающих в небольших по размерам зонах. Рассмотрим вопросы оценки устойчивости пород для наиболее характерных видов таких нарушений.

3.1. Фильтрационный выпор

Фильтрационный выпор представляет собой взвешивание некоторой части породы под действием восходящего фильтрационного потока, - оно реально может проявляться в основаниях сооружений и горных выработок, особенно при наличии слабopоницаемого слоя, экранирующего выход фильтрационного потока.

Расчетную схему фильтрационного выпора представим, рассматривая условия равновесия столба породы единичной площади в плане и мощностью m_n в восходящем фильтрационном потоке с градиентом напора $J_v = \Delta H_v / m_n$, предполагая также наличие фильтрующей пригрузки мощностью m_n^0 (рис. 4.7, а).

Запишем уравнение равновесия из условия равенства силы веса породы с пригрузкой и фильтрационной силы, имея в виду, что удельные фильтрационные силы (в единице объема породы) определяются градиентом гидродинамического потенциала: $\gamma_v m_n + \gamma_v^0 m_n^0 = \gamma m_n J_{vзв}$, где γ_v и γ_v^0 - объемный вес породы и пригрузки с учетом взвешивания их водой, откуда получим выражение для взвешивающего градиента напора:

$$J_{vзв} = \frac{\gamma_v}{\gamma} + \frac{\gamma_v^0}{\gamma} \frac{m_n^0}{m_n}. \quad (16)$$

При отсутствии пригрузки, имея в виду, что $\gamma_v \cong \gamma$, имеем $J_{vзв} \cong 1$. Как показали лабораторные опыты, ощутимое разуплотнение начинается при восходящих градиентах 0,6-0,7 [5, с. 224], так что, вводя дополнительный запас, можно считать допустимыми градиенты восходящего потока 0,4-0,5. Вместе с тем, на характер фильтрационного взвешивания значительное влияние оказывает неоднородность массива пород, в связи с чем такие деформации проявляются обычно в форме грифонов, образующихся в ослабленных зонах. Это обстоятельство заставляет уменьшать нормативные допустимые взвешивающие градиенты напора в основаниях сооружений до 0,3.

Характерные условия локального фильтрационного выпора при горных работах возникают в основании горного штрека с экранирующим слабопроницаемым слоем, под которым имеется избыточный напор фильтрационного потока (рис. 4.7, б). В этом случае, имея в виду малую ширину штрека следует рассматривать взвешивание блока экранирующего слоя на ширину штрека со срезом его по боковым плоскостям. Учитывая в сопротивлении сразу только сцепление, запишем уравнение равновесия для блока шириной N и размером 1 м вдоль штрека в виде $\gamma_b m_n N + 2cm_n = \gamma J_{\text{взв}} m_n N$, откуда получим выражение для взвешивающего градиента:

$$J_{\text{взв}} = \frac{\gamma_b}{\gamma} + \frac{2c}{\gamma N}. \quad (17)$$

Проверку на фильтрационный выпор рекомендуется также проводить при выемке котлованов строящихся гидросооружений, поскольку наличие таких фильтрационных деформаций может отрицательно сказаться на прочностных свойствах оснований сооружений.

3.2. Гидродинамическое оплывание песчаного откоса

Под гидродинамическим оплыванием понимают нарушение устойчивости песчаного откоса в пределах участка высачивания за счет действия гидродинамических сил фильтрационного и стекающего по поверхности откоса потоков.

Учтем прежде только воздействие фильтрационных сил, исходя из анализа устойчивости единичного объема породы на поверхности откоса, на который действует кроме силы веса, численно равной объемному весу γ_b взвешенной в воде породы, еще фильтрационная сила, равная согласно (6 §2 гл. 1) γJ_b , где J_b - выходной градиент напора на участке высачивания. Рассмотрим условие устойчивости в точке высачивания (рис. 4.7, а), где градиент напора $J_b = \sin \alpha$ направлен вдоль откоса. Запишем условие предельной устойчивости как равенство проекций действующих активных сил силе трения: $\gamma_b \sin \alpha + \gamma \sin \alpha = \gamma_b \cos \alpha \operatorname{tg} \varphi$, что дает соотношение

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\gamma_b}{\gamma_b + \gamma} \operatorname{tg} \varphi \cong 0.5 \operatorname{tg} \varphi. \quad (18)$$

т.е. уклон устойчивого откоса в точке высачивания вдвое меньше естественного уклона песчаного откоса.

Влияние гидродинамических сил стекающей по откосу воды нередко приводит к значительному (в несколько раз) его выполаживанию, причем известны случаи, когда размеры «языка» оплывания $\ell_{\text{опл}}$ достигают нескольких десятков метров.

Для определения среднего уклона языка оплывания предложена формула [5, с. 209]:

$$J_{\text{отп}} = \chi \frac{\gamma_b}{\gamma_b + \gamma} \operatorname{tg} \varphi, \quad (19)$$

где величина χ , отражающая влияние стекающего по откосу потока, определяется в зависимости от удельного расхода фильтрационного потока q_0 и расчетного диаметра зерен песка d по следующим данным:

при $q_0 < 7 \text{ м}^2/\text{сут}$						
$\sqrt[3]{q_0} / d$	0	20	50	100	150	200
χ	1	0.75	0.49	0.3	0.21	0.16
при $q_0 > 7 \text{ м}^2/\text{сут}$						
$\sqrt{q_0} / (3d + 0,05)$	0	2	5	10	15	
χ	1	0.91	0.66	0.31	0.16	

Здесь $[q_0] = \text{м}^2/\text{сут}$, $[d] = \text{см}$, причем величина d определяется при среднем диаметре зерен d_{50} и показателе неоднородности d_{60}/d_{10} по формуле:

$$d = (d_{50} + 0.017) \sqrt[3]{d_{60}/d_{10}} - 0.017. \quad (20)$$

Величина участка высачивания h_b определяется по формуле

$$h_b = (m + 0.5)q_0/k, \quad (21)$$

причем с учетом оплывания откоса расчетное значение заложения откоса m представляется выражением

$$m = 5(3J_{\text{отп}} + \operatorname{tg} \varphi)^{-1}. \quad (22)$$

Оплывание откоса в пределах участка высачивания ведет к осыпанию сухой части откоса, которая при этом сдвигается на расстояние $\Delta \ell$, размер которой находится из баланса оплывшей и осыпавшейся песчаных масс; размер $\Delta \ell$ для откоса высотой h будет $\Delta \ell = 0,5m h_b^2 / h$ (рис. 4.8, б).

Если над песчаным пластом с языком оплывания располагаются глинистые породы, то над языком оплывания образуется «козырек» глинистых пород и это может стимулировать нарушение общей устойчивости всего откоса.

Процесс оплывания идет относительно равномерно лишь, когда перед откосом имеется площадка для размещения оплывающих масс песка. Если же водоупор подрезан так, что поверхность его кровли пересекает линию откоса в точке, лежащей выше основания уступа, то оплывание характеризуется резко выраженной неравномерностью и приводит к деформациям более сложного типа: процесс локализуется на отдельных участках, где он протекает весьма интенсивно (образуются промоины, а при устойчивых сводах - в песках, обладающих сцеплением, - пещеры), в то время как на остальной части откоса он выражен сравнительно слабо. Естественно, что в таких случаях какие-либо расчеты неприменимы и приходится ориентироваться лишь на данные наблюдений, а для проектируемых объектов принимать решение по данным аналогов.

Оплывание песчаных откосов предотвращается путем пригрузки их в пределах промежутка высачивания слоем крупнозернистого материала [5].

3.3 Механическая суффозия

В дисперсных породах под суффозией принято понимать вынос мелких частиц из порового пространства крупных частиц. Реально такие деформации могут проявляться только в разнородных песчано-гравийных породах с коэффициентом неоднородности $d_{60}/d_{10} > 10 - 20$. В таких породах для обеспечения суффозионной устойчивости - по экспериментальным данным В.С. Истоминной - допустимый градиент напора составляет 0,2 при $10 < d_{60}/d_{10} < 20$ и 0,1 при $d_{60}/d_{10} > 20$ [5, стр. 224].

Особая форма контактной суффозии может возникать по контакту мелко- и крупнозернистых пород, а также по контакту дисперсных пород с трещинами и с бетонным сооружением. Форма контактной суффозии и оценки возможностей их проявления рассмотрены В.Н. Жиленковым [9].

Своеобразные и довольно неприятные проявления суффозионных процессов наблюдаются в цементированных песчаных породах, где они протекают в форме эрозионного размыва трещин, который при прогрессирующем развитии приводит к образованию полостей и провальных воронок.

В скальных породах суффозия проявляется главным образом в форме эрозионного размыва заполнителя трещин фильтрационным потоком. Экспериментальные исследования этого процесса в одиночной трещине показывают [5, стр. 226], что условие суффозионной устойчивости (неразмываемости) заполнителя трещин зависит от прочности сцепления материала заполнителя, раскрытия трещины и скорости течения в трещине. Вместе с тем остается неясным возможность переноса оценок этого процесса в отдельных трещинах на систему трещин в реальном массиве скальных пород. Для натурных исследований предлагается проведение специальных опробований нагнетаниями и откачками воды в скважинах с замерами выноса заполнителя трещин [5, стр. 226], однако в таких опытах возникает неопределенность в установлении действующего в трещинах градиента напора в связи с радиальным характером потока вблизи скважин.

Следует отметить, что в растворимых породах (гипс, ангидрит, кальцит, мел и т.п.) суффозионные процессы связываются с выщелачиванием пород (химическая суффозия).

Неопределенность оценок суффозионных процессов привела Р.Р. Чугаева к предложению проверять фильтрационную прочность оснований гидросооружений по среднему (контролирующему) градиенту напора в основании, сопоставляя его с допустимыми значениями, которые устанавливаются по данным анализа состояния построенных сооружений [5, стр. 224].

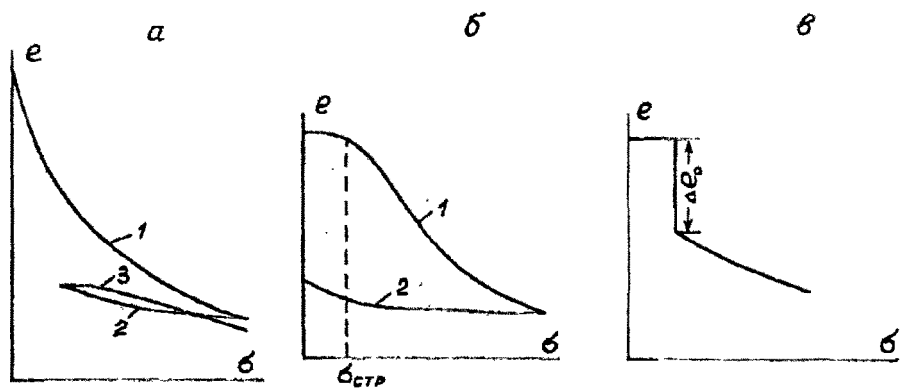
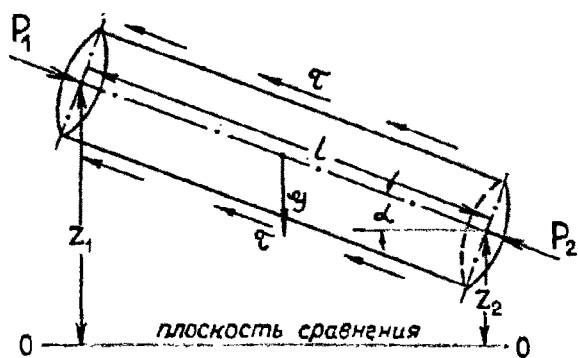
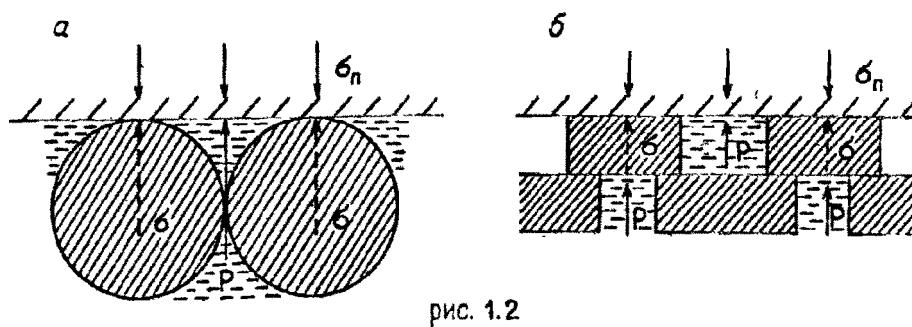
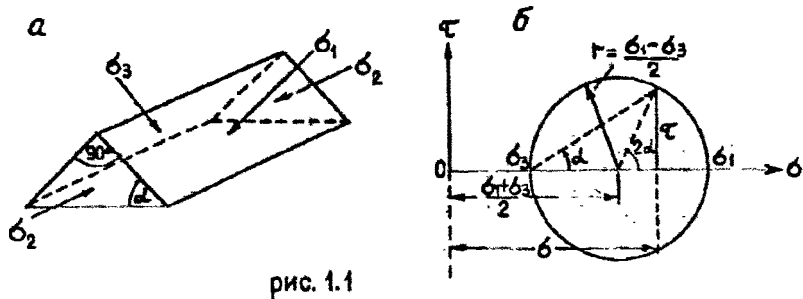
В закарстованных карбонатных породах при водоотборе проявляются карстово-суффозионные процессы, представляющие собой вынос заполни-

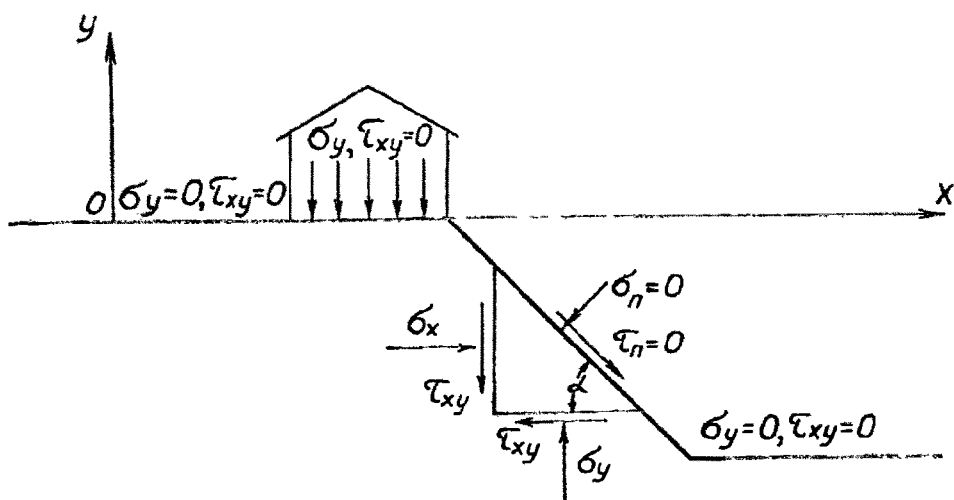
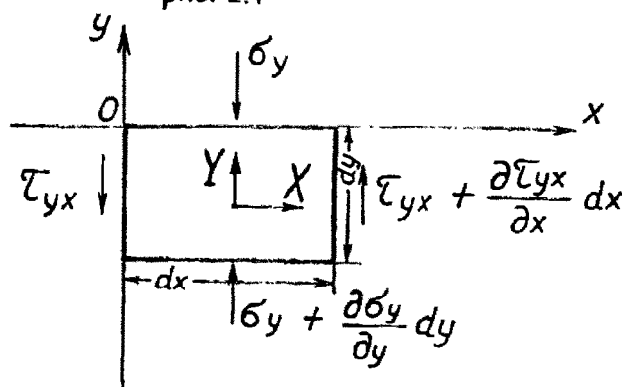
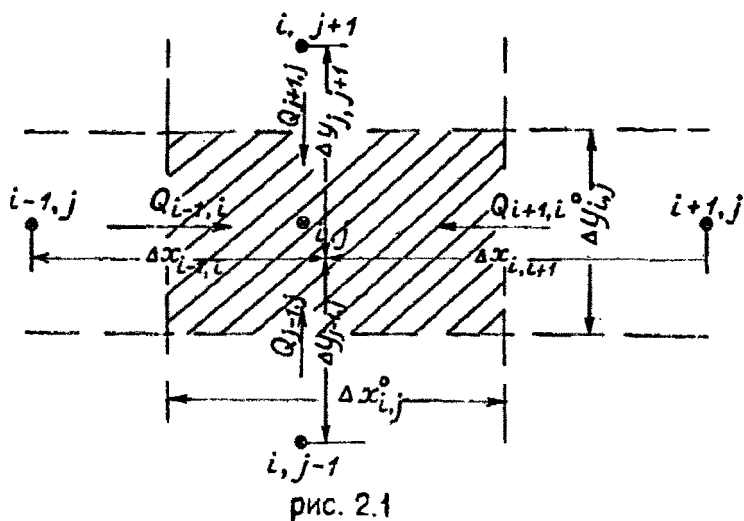
теля карстовых полостей под действием гидродинамических сил нисходящего фильтрационного потока и увеличения гравитационных сил при осушении этих полостей; различные формы таких процессов показаны в [10, 11], а на рис. 4.9 иллюстрируются возможные проявления карстово-суффозионных процессов под дном водохранилища.

Оценка карстово-суффозионных процессов может базироваться на расчетах равновесия заполнителя карстовых полостей под действием гидродинамических и гравитационных сил, которому сопротивляются силы трения и сцепления по стенкам полостей (см. например [11]). Однако реальные возможности такой оценки весьма ограничены из-за неясности структуры строения карстовых полостей, особенно в части, определяющей условия выноса заполнителя. Поэтому практическое изучение карстово-суффозионных процессов сводится к установлению (главным образом, геофизическими методами) наличия карстовых полостей с заполнителем с оценками возможных проявлений таких процессов по объектам-аналогам.

Литература к главе 4

1. Гольдштейн М.П. Механические свойства грунтов. 1971.
2. Дашко П.Э. Механика горных пород. 1987.
3. Иванов П.Д. Грунты и основания гидротехнических сооружений. 2-е изд., 1991.
4. Маслов Н.Н. Основы инженерной геологии и механики грунтов. 1982.
5. Мироненко В.А., Шестаков В.М. Основы гидрогеомеханики. 1974.
6. Цытович Н.А. Механика грунтов. 3-е изд., 1979.
7. Тихвинский И.О. Оценка и прогноз устойчивости оползневых склонов. 1988.
8. СНиП-II-7-81. Строительство в сейсмических условиях. 1982.
9. Жиленков В.И. Основы оценки водопроницаемости и фильтрационной прочности грунтов. 1988.
10. Печеркин А.И., Закоптелов В.Е. Карст и суффозия в берегах водохранилищ. 1982.
11. Кутепов В.М. Напряженное состояние массивов горных пород в карстовых районах. 1988.
12. Шадунц К.Ш. Оползни-потоки. 1983.
13. Федровский В.Г., Курилло С.В. Методы расчета устойчивости откосов и склонов. Геозкология, № 6, 1997.





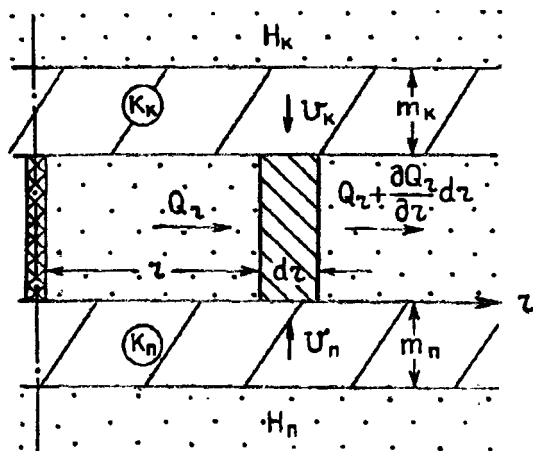
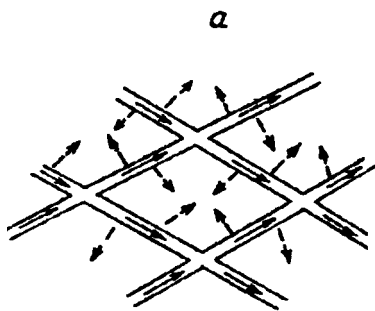


рис. 3.2

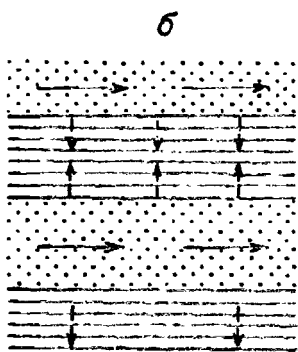


рис. 3.1

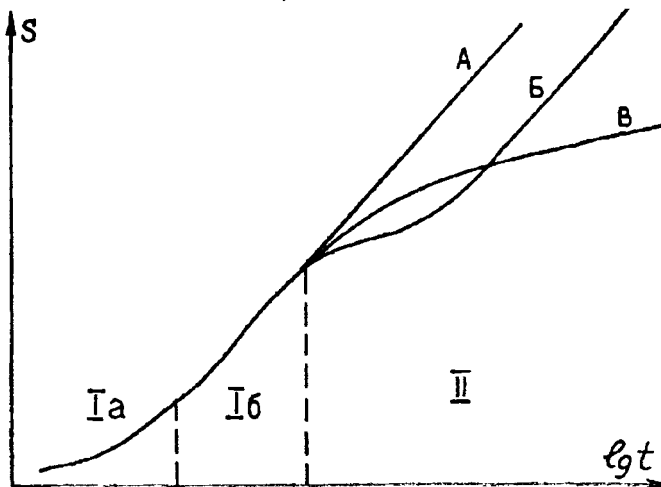
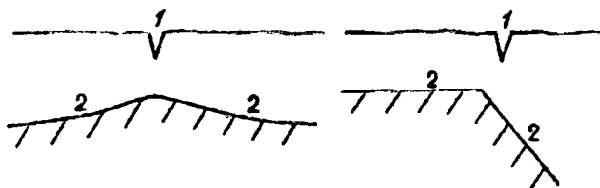
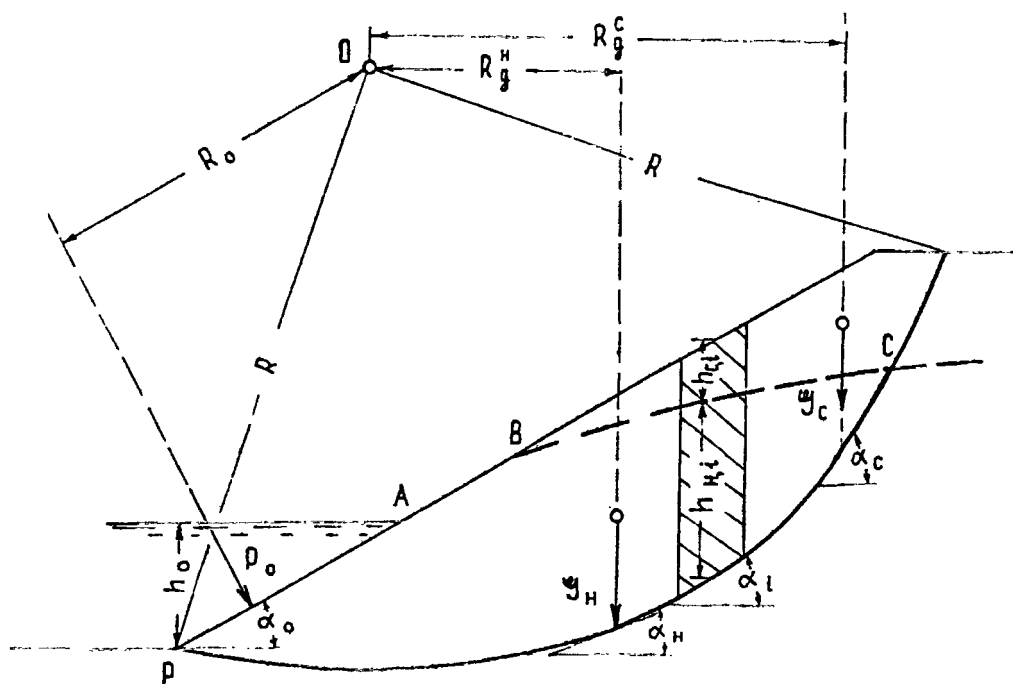
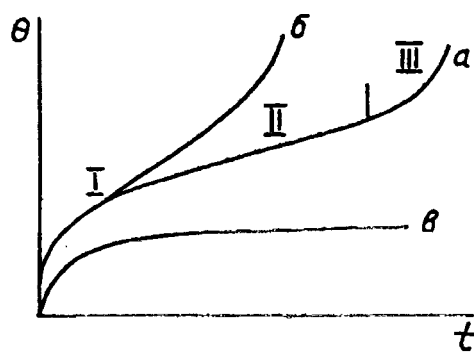
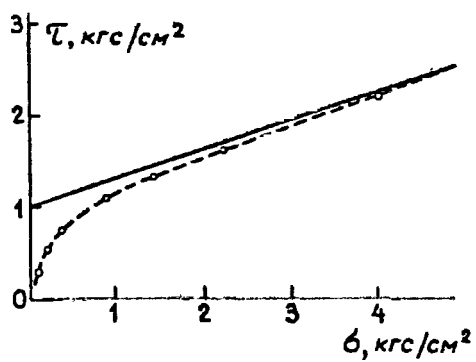


рис. 3.3



1- трещины 2- поверхность коренных пород

рис. 3.4



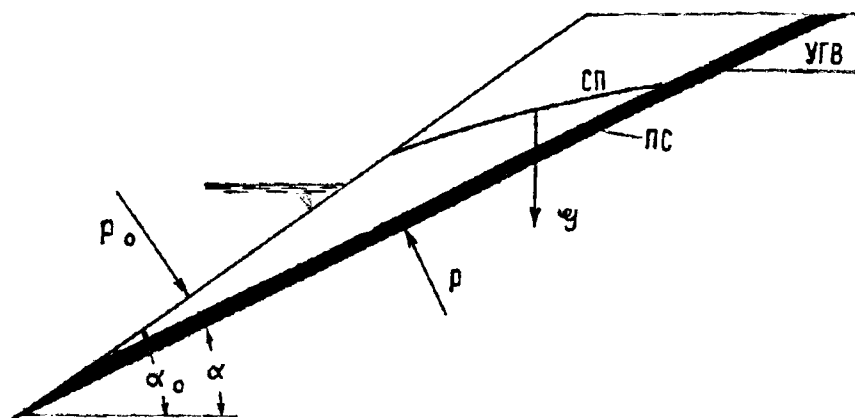


рис. 4.4

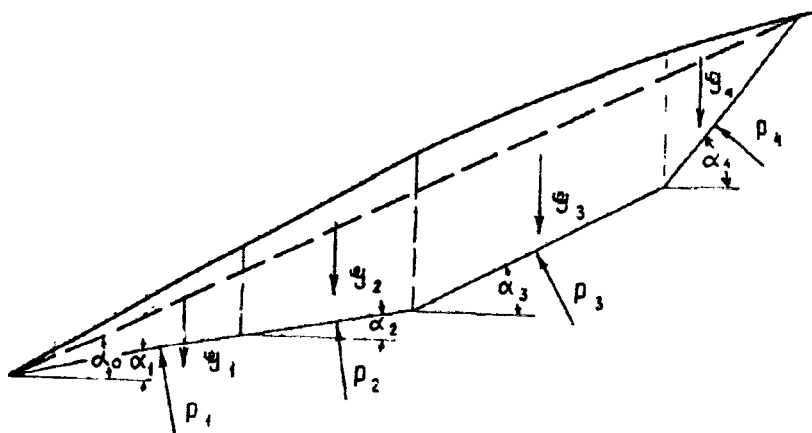


рис. 4.5

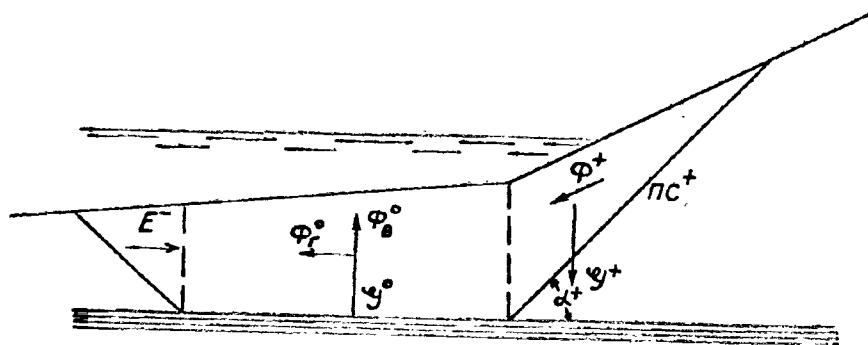


рис. 4.6

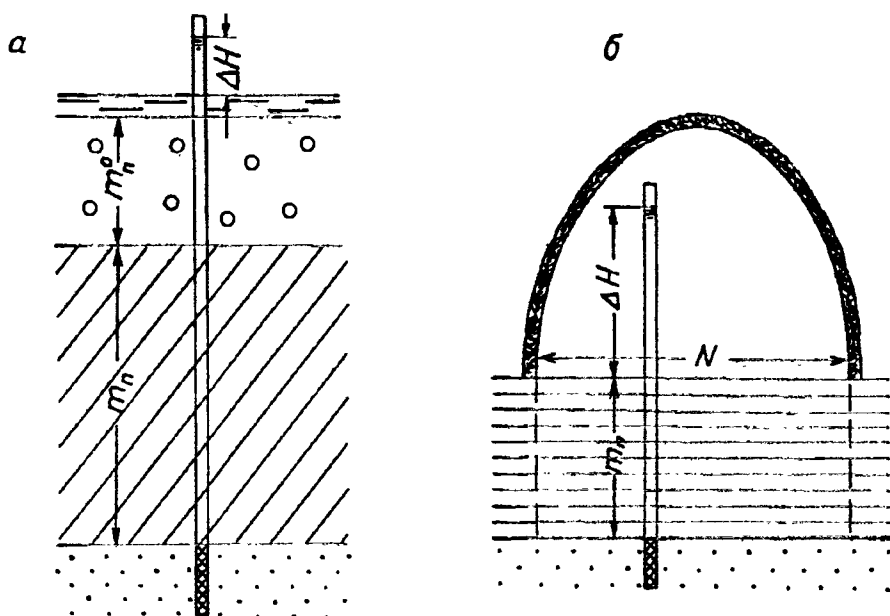


рис. 4.7

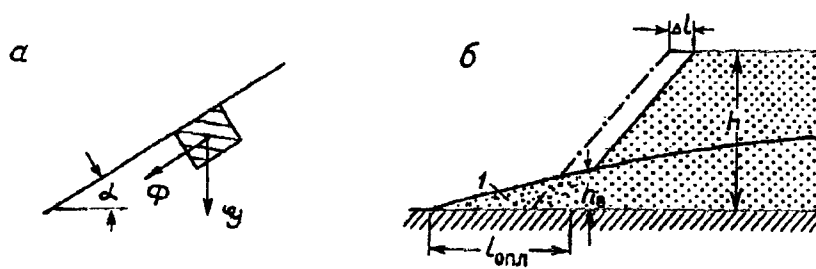


рис. 4.8

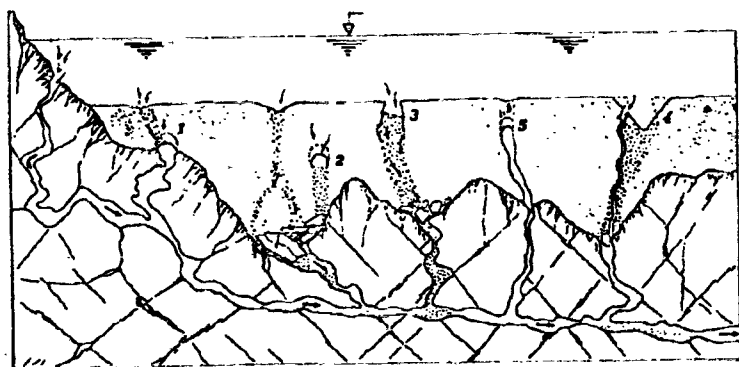


рис. 4.9

Оглавление

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ЛИТЕРАТУРА	3
ОБОЗНАЧЕНИЯ.....	4
ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О НАПРЯЖЕННО- ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ГОРНЫХ ПОРОД.....	5
§1. Виды напряжений в горных породах.....	5
§2. Гравитационный потенциал и фильтрационная сила	7
§3. Деформации горных пород.....	9
§4. Пространственная изменчивость геомеханических свойств горных пород.....	13
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ I.....	17
ГЛАВА 2. СХЕМАТИЗАЦИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО- ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ (НДС) МАССИВОВ ГОРНЫХ ПОРОД	18
§1. Основы геомеханической схематизации НДС.....	18
§2. Моделирование геофильтрации.....	19
§3. Теоретическая модель и методы математического моделирования НДС при геодинамических процессах.....	21
§4. Физическое моделирование НДС массивов	28
§5. Методология моделирования геомеханических процессов.....	31
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 2	33
ГЛАВА 3. УПРУГИЙ РЕЖИМ ФИЛЬТРАЦИИ И КОНСОЛИДАЦИЯ В ВОДОНОСНЫХ ПЛАСТАХ.....	34
§1. Упругая емкость водоносных пластов	34
§2. Откачка из совершенной скважины в напорном пласте	37
§3. Консолидация пород и осадка массивов	41
§4. Формирование упругого режима под действием геодинамических факторов.....	47
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 3	50
ГЛАВА 4. УСТОЙЧИВОСТЬ МАССИВОВ ГОРНЫХ ПОРОД.....	52
§1. Общие представления о прочности и устойчивости массивов горных пород.....	52
§2. Оценка общей устойчивости откосов.....	54
§3. Оценка местной фильтрационной устойчивости	60
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 4	64
РИСУНКИ	65

Учебное издание

Шестаков Всеволод Михайлович
ГИДРОГЕОМЕХАНИКА

Зав. редакцией *И.И. Шехура*
Редактор *Г.С. Савельева*

Изд.лиц. №040414 от 18.04.97

Подписано в печать 22.06.98. Формат 60х90/16. Бумага офсетная.
Гарнитура Таймс. Офсетная печать. Усл.печ.л. 4,5. Уч.-изд.л. 4,86.
Тираж 500 экз. Заказ № 1159 : Изд.№5664.

Ордена «Знак Почета» издательство Московского университета.
103009, ул. Б. Никитская, 5/7.
Типография ордена «Знак Почета» изд-ва МГУ.
119899, Москва, Воробьевы горы.