Л.А.Сена

ЕДИНИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН И ИХ РАЗМЕРНОСТИ

Л.А. Сена

Единицы физических величин и их размерности

Л.А.Сена

ЕДИНИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН И ИХ РАЗМЕРНОСТИ

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 5

Глава 1. Общие понятия о системах основных и производных единиц 9

§ 1.1. Физические величины и единицы их измерения 9

§ 1.2. Прямые и косвенные измерения 14

§ 1.3. Основные и производные единицы 16

§ 1.4. Построеине систем единиц 23

§ 1.5. Выбор основных единиц 33

§ 1.6. Внесистемные единицы 40

Глава 2. Перевод единиц и формулы размерности 42

§ 2.1. Формулы размерности 42

§ 2.2. Перевод размерностей при различном выборе основных единиц 47

§ 2.3. Перевод размерностей при различных определяющих соотиошениях 48

§ 2.4. Определеине связи между единицами разных систем 52

§ 2.5. Составлеине переводных таблиц 59

§ 2.6. О так называемом «смысле» формул размерности 60

§ 2.7. Краткие выводы по главам первой и второй 62

Глава 3. Понятие об анализе размерностей 66

§ 3.1. Определеине функциональных связей путем сравнения размерностей 66

§ 3.2, П-теорема и метод подобия 74

Глава 4. Единицы геометрических и механических величин 81

§ 4.1. Введеине 81

§ 4.2. Геометрические единицы 82

§ 4.3. Кинематические единицы 93

§ 4.4. Статические и динамические единицы 99

§ 4.5. Единицы измерения механических и молекулярных свойств вещества 113

Глава 5. Тепловые единицы 126

§ 5.1. Температура 126

§ 5.2. Температурные шкалы 133

§ 5.3. Опорные температурные точки 135

§ 5.4. Прочие тепловые единицы 136

§ 5.5. Единицы измерения тепловых свойств вещества 141

Глава 6. Акустические единицы 148

§ 6.1. Объективные характеристики механических волновых процессов 148

§ 6.2. Субъективные характеристики звука 153

§ 6.3. Некоторые величины, связанные с акустикой помещений 157

Глава 7. Электрические и магнитные единицы 160

§ 7.1. Введеине 160

§ 7.2. Возможные способы построения систем электрических и магнитных единиц 161

§ 7.3. Электрические и магнитные единицы системы СГС 177

§ 7.4. Электрические и магнитные единицы Международной системы единиц 191

§ 7.5. О так называемом «волновом сопротивлении 206

вакуума»
§ 7.6. Международные единицы 208
Глава 8. Единицы излучения 211
§ 8.1. Шкала электромагнитных волн 211
§ 8.2. Энергетические характеристики излучения 212
§ 8.3. Светотехнические единицы 218
§ 8.4. Связь между субъективными и объективными характеристиками света 222
§ 8.5. Единицы измерения параметров оптических приборов 225
§ 8.6. Единицы измерения оптических свойств вещества 228
Глава 9. Некоторые единицы атомной физики 230
§ 9.1. Введеине 230
§ 9.2. Основные свойства атомных и элементарных частиц 230
§ 9.3. Эффективные сечения взаимодействия 236
§ 9.4. Единицы энергии атомной физики 238
§ 9.5. Единицы измерения ионизирующих излучений 242
§ 9.6. Единицы радиоактивности 244
§ 9.7. Коэффициенты ионизации, рекомбинации, подвижности 246
§ 9.8. Естественные системы единиц 248
Приложеине 1. Логарифмические единицы 251
Приложеине 2. Измереине плотности жидкости ареометром 254
Приложеине 3. Водородный показатель 255
Приложеине 4. Константы 255
Приложеине 5. Таблицы 259
Лнтература 296
Алфавнтный указатель 298

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Абсолютное значеине относнтельного количества 11
Абсолютно черное тело 217
Абсолютный нуль 129
Аком 151, 288
Акр 84, 288
Акустическая проницаемость перегородки 157
Акустический импеданц 151
Акустический ом 151
Акустическое сопротивлеине 150
Ампер 37
— на метр 201, 204
Ампер-внток 203
Ампер-час 193
Амплитуда 112
Анализ размерностей 66
Английская паровая лошадь 107
Английские единицы 288
Ангстрем 82
Апостильб 222
Ар 84
Ареометр 254
Архивный метр 34
Аршин 83
Астрономическая единица длины 83
Атмосфера нормальная 102
— техническая 102
Атомная единица массы 230
— — — физическая 231
— — — химическая 231
Бар 103
Баррель 288
Безразмерные комбинации 74
Бел 152, 252
Био 288
Бнт 253
Боровский радиус 233
Бушель 288
Бэр 244

Предисловие

Тридцать лет назад мною была написана небольшая книжка «Единицы измерения физических величин». В 1948 г. она вышла вновь в полностью переработанном виде и затем с небольшими исправлениями и уточнениями переиздавалась в 1949 г. и 1951 г.

Не считая брошюры О. Д. Хвольсона, вышедшей в 1887 г., эта была, пожалуй, первая попытка систематического изложения различных систем единиц и способов перехода от одних единиц к другим. Потребность в такого рода учебном пособии (а книга была написана именно как учебное пособие для студентов) была в то время весьма велика. Студенты вынуждены были изучать системы СГС, техническую (ныне обозначаемую МКГСС), МТС, МКС, да кроме того, в учении об электричестве и магнетизме разбираться в «противоречивой» системе размерностей и единиц СГСЭ и СГСМ. К этому добавлялось большое число разнообразных внесистемных единиц.

Положение существенным образом изменилось после введения Международной системы единиц, обозначаемой символом СИ (SI), которая согласно ГОСТ 9867—61, «должна применяться как предпочтительная во всех областях науки, техники и народного хозяйства, а также при преподавании». В связи с введением Международной системы можно было бы переиздать упомянутую книгу, внеся в нее необходимые изменения и дополнения. Однако предлагаемая книга коренным образом отличается от «Единиц измерения физических величин» и преследует другие цели, о которых речь будет идти ниже.

Бесспорно, создание системы, охватывающей все области измерений и включающей в себя большое число единиц, применяемых на практике, следует рассматривать как прогрессивный шаг, однако, по моему убеждению, здесь не следует впадать в крайность. Если наличие большого разнообразия систем единиц создает значительные неудобства, то попытка уложить все измерения в прокрустово ложе одной системы вряд ли сможет всех удовлетворить. Между тем главным, если не единственным требованием, которое следует предъявлять ко всякой системе единиц, — это ее удобство.

Я полностью разделяю мнение академика М. А. Леонтовича (Вестник АН СССР, № 6, 1964) о том, что система СГС должна быть сохранена, причем не как «допущенная к употреблению», а как совершенно полноправная система.

Для ряда целей должны сохраниться и другие, в частности, некоторые внесистемные единицы и опять-таки по одной единственной причине — из-за практического удобства в данной конкретной области.

Если бы речь шла только о вопросе внедрения системы СИ и сохранения или несохранения других систем (в частности, системы СГС), то написание этой книги вряд ли было бы оправдано и можно было бы ограничиться небольшой журнальной статьей. Это тем более можно было бы сделать, что в настоящее время имеется ряд справочников, в которых собраны единицы практически всех систем и большое число внесистемных единиц*). Основная задача этой книги — другая, и она отражена в ее заглавии, о котором следует сказать особо. Внесение в заглавие книги слова «размерности» подчеркивает то обстоятельство, что наряду с вопросом о системах единиц большое внимание уделено системам размерностей. При этом с самого начала считаю нужным подчеркнуть, что слово «размерности» следует связывать только со словом «единицы», а не со словом «величины». Как мне кажется, в книге достаточно убедительно показано, что понятие «размерность физической величины» лишено всякого смысла и может применяться только

*) Можно рекомендовать весьма подробный справочник «Единицы измерений и обозначения физико-технических величин», составленный коллективом авторов под руководством Н. В. Калашникова и Л. Р. Стоцкого (Изд-во «Недра», Москва, 1966).

как разговорное сокращение понятия «размерность единицы данной физической величины, в рамках данной системы единиц». Хотя в книге для краткости повсеместно применяется это разговорное сокращение (учитывая, кроме краткости, его широкое распространение), его истинный смысл необходимо иметь в виду.

Для того чтобы формулы размерности не оставались абстрактными, в книге даются краткие сведения о применении этих формул, в частности в анализе размерностей и методе подобия. Это представляется мне тем более полезным, что указанные методы находят все более широкое применение, а литература по этому вопросу крайне скудна и не всегда достаточно доступна.

Особенно большое внимание в книге уделено общим принципам построения систем единиц и методам перевода единиц из одной системы в другую. При рассмотрении образования отдельных единиц я счел весьма целесообразным давать не столько формальное определение единицы, сколько объяснение существа измеряемой физической величины и того, на основе какого измерения устанавливается данная единица.

При подготовке рукописи к печати возникла своеобразная трудность в выборе обозначений для различных величин и единиц. Существующие стандарты и рекомендации дают для одних и тех же величин разные обозначения, в зависимости от того, к каким областям науки и техники эти величины относятся.

В книге, охватывающей все разделы физики, приходится иметь дело с весьма большим числом величин. Поэтому выбор обозначений из числа содержащихся в разных рекомендациях, быть может, имеет несколько произвольный характер. Этот выбор определяется в основном тем, какие обозначения в наибольшей степени приняты в учебной физической литературе. Так, в отличие от обозначения плотности тока δ, принятой в электротехнической литературе, в книге, как и в большинстве учебников по физике, принято обозначение j. Поскольку, согласно существующим ГОСТ и рекомендациям, допускается взаимная замена прописных и строчных букв, я выбрал те из них, которые представлялись более удобными.

Наконец, особо следует упомянуть «вольность», которую я допустил в названии и обозначении технической единицы массы. Как и в предыдущей моей книге, я вместо обозначения т. е. м. или определяемого формулой размерности обозначения *кгс · сек*^{2}*/м* пользуюсь рекомендованным проф. М. Ф. Маликовым названием «инерта» и сокращенным обозначением «*и*». Если, как это предполагается, техническая система единиц (МКГСС) будет со временем полностью ликвидирована, вопрос об обозначении единицы массы в этой системе сам собой отпадет. Но пока система не вышла из обихода, мне представляется более удобным иметь специальное наименование для единицы такой важной величины, как масса.

Не ставя перед собой задачи создания справочника по единицам, я все же включил довольно большой табличный материал, который может оказаться полезным при практической работе.

В какой мере мне удалось разрешить все те задачи, которые я поставил перед собой при написании этой книги, смогут судить читатели.

О всех замечаниях и недостатках прошу сообщить в Главную редакцию физико-математической литературы издательства «Наука» по адресу: Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

Глава I

Общие понятия о системах основных и производных единиц

§ 1.1. Физические величины и единицы их измерения

Повседневно нам приходится иметь дело со всевозможными измерениями. Измерения таких величин, как длина, площадь, объем, время, вес встречаются на каждом шагу и известны человеку с незапамятных времен. Без них невозможны были бы торговля, строительство зданий, раздел земли и т. п.

Особенно велико значение измерений в технике и научном исследовании. Такие науки, как математика, механика, физика, стали называться точными именно потому, что благодаря измерениям они получили возможность устанавливать точные количественные соотношения, выражающие объективные законы природы.

Нередко результат измерений, произведенных в том или ином научном опыте, давал решающий ответ на принципиальный вопрос, поставленный наукой, позволял сделать выбор между двумя теориями, а подчас даже приводил к возникновению новой теории или даже новой отрасли науки. Так, измерение скорости распространения света в различных средах способствовало утверждению волновой теории света, попытка измерения скорости абсолютного движения земли привела к возникновению теории относительности, измерение распределения энергии в спектре абсолютно черного тела послужило причиной зарождения квантовой теории.

Ни одна отрасль техники, начиная от строительной механики и до сложных химических производств, от радиотехники и до ядерной энергетики, не могла бы существовать без развернутой системы измерений, определяющей размеры и свойства выпускаемой продукции, устанавливающей условия контроля над механизмами и процессами.

Особенно возросла роль измерений в связи с развитием автоматического управления, так как автоматические системы и счетно-решающие устройства должны получать в качестве исходных данных информацию о различных величинах, определяющих ход регулируемого процесса: температуре, давлении газа, скорости потока жидкости и т. д.

Огромное разнообразие явлений, с которыми приходится встречаться в технике и научном исследовании, делает соответственно весьма широким и круг величин, подлежащих измерению. Напряжение в электрической сети, вязкость смазочного масла, упругость стали, показатель преломления стекла, мощность двигателя, сила света лампы, длина электромагнитной волны радиостанции, — вот лишь некоторые из бесчисленного множества величин, подвергающихся измерению в науке и технике.

Чрезвычайно разнообразны также и методы измерений. Простые мерительные линейки и сложные оптические приборы служат для измерения длины, магнитоэлектрические, электромагнитные и тепловые приборы измеряют напряжение и силу тока, манометры различных типов измеряют давление и т. д. Однако независимо от применяемого способа всякое измерение любой физической величины сводится к сравнению данной величины с другой подобной, принятой за единицу. Так, например, измеряя длину стола, мы сравниваем эту длину с длиной другого тела, принятой нами за единицу длины (например, метровой линейки); взвешивая кусок хлеба, узнаем, во сколько раз его вес больше или меньше веса другого тела — определенной единичной гири, «килограмма» или «грамма».

Измерить какую-либо величину — это значит, следовательно, найти отношение данной величины к соответствующей единице измерения. Это отношение и является, очевидно, мерой интересующей нас величины.

Так как самое понятие «больше — меньше» применимо лишь к однородным величинам, очевидно, что и сравнивать можно только однородные величины. Можно сравнивать высоту здания с расстоянием между городами, силу натяжения пружины с весом (т. е. силой тяжести) гири, но бессмысленно ставить вопрос о том, превышает ли скорость поезда длину карандаша, или объем стакана — вес чернильницы. Столь же нелепо, разумеется, пытаться измерить скорость единицей массы или площадь — единицей силы.

Для того чтобы измерение имело однозначный характер, необходимо, чтобы отношение двух однородных величин не зависело от того, какой единицей измерены эти величины. Подавляющее большинство физических величин удовлетворяет этому условию, которое обычно называют условием *абсолютного значения относительного количества*. Это условие может быть соблюдено при наличии по крайней мере принципиальной возможности такого количественного сравнения двух однородных величин, в результате которого получается число, выражающее отношение этих величин.

Встречаются, однако, подчас такие свойства, которые не удается охарактеризовать величиной, удовлетворяющей указанному требованию. В этих случаях вводят некоторые условные числовые характеристики, которые уже нельзя рассматривать как единицы измерения. С развитием измерительной техники иногда возникает возможность замены таких условных характеристик настоящими единицами измерения. Так, например, для определения скорости ветра раньше служила условная шкала «силы ветра» Бофорта, которую затем заменили измерением скорости ветра в метрах в секунду. В настоящее время каждому баллу шкалы Бофорта приведен в соответствие определенный интервал скорости ветра. К числу таких условных величин относится и твердость материалов, для сравнения которой существуют различные шкалы, между которыми, кстати сказать, нет даже вполне однозначного соответствия. Хотя эти условные численные характеристики физических свойств и не являются единицами измерения, мы для удобства читателя наиболее употребительные из них включили в настоящую книгу.

Вопрос о том, как определить единицу измеряемой величины, вообще говоря, может быть решен произвольно. И действительно, история материальной культуры знает громадное число разнообразных единиц, в особенности для измерения длины, площади, объема и веса. Это разнообразие единиц сохранилось в некоторой степени и до нашего времени.

Наличие большого числа разнообразных единиц создавало, естественно, затруднения в международных торговых отношениях, обмене результатами научных исследований и т. п. Вследствие этого ученые разных стран пытались установить общие единицы измерений, которые действовали бы во всех странах. При этом, разумеется, не ставилась задача для каждой величины устанавливать одну-единственную единицу. Поскольку на практике приходится встречаться с большими и малыми значениями измеряемых величин, целесообразно было иметь соответственно единицы различного размера — крупные и мелкие, с тем, однако, условием, чтобы переход от одних единиц к другим осуществлялся возможно более просто. Такими единицами стали единицы метрической системы мер, созданной в эпоху Французской революции, системы, которая по мысли ее авторов должна была служить «на все времена, для всех народов» («á tous les temps, á tous les peuples»).

С середины XIX в. метрическая система стала широко распространяться, была узаконена почти во всех странах и легла в основу построения единиц, служащих для измерения различных величин в физике и смежных науках. Отличительным свойством метрической, или, как ее иногда называют, десятичной системы мер, является то, что разные единицы одной и той же величины относятся друг к другу как целые (положительные или отрицательные) степени десяти.

Несмотря на явные преимущества и удобства метрической системы, наряду с ней в ряде стран применяются свои, местные единицы, а в Англии, США и некоторых других странах до настоящего времени метрическая система не является государственной и используется, и то не всегда, лишь в научных работах.

То обстоятельство, что для измерения одной и той же величины применяется несколько единиц, требует умения переходить от одних единиц к другим. Иначе говоря, нужно уметь определять число, измеряющее данную величину одной единицей, если известно число, измеряющее ее другой. Если данная величина A, будучи измерена единицей α_1, дает число a_1, то можно написать

$$\frac{A}{\alpha_1} = a_1.$$

Если при измерении той же величины A единицей α_2 мы получим число a_2, то соответственно

$$\frac{A}{\alpha_2} = a_2$$

или же

$$A = a_1\alpha_1 = a_2\alpha_2.$$

Сравнивая эти выражения, можем написать

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}. \tag{1.1}$$

Эта формула выражает хорошо известное положение, что численное значение физической величины и единица ее измерения находятся в обратном отношении, т. е. во сколько раз крупнее единица, измеряющая данную величину, во столько раз меньше число, которым эта величина выражается. Так, например, если рост человека, измеренный в сантиметрах, выражается числом 175, то тот же рост, измеренный в дециметрах, будет выражаться числом 17,5. Это простое положение многие забывают, когда речь идет о более сложных и менее знакомых величинах.

Для того чтобы не забывать это обстоятельство, необходимо твердо усвоить, что символы, стоящие в формуле, представляют собой не сами величины, а числа, которыми эти величины выражены при измерении той или иной единицей. Чтобы формулы имели общий смысл, рядом с символом числа, выражающего данную величину, ставят символ единицы, которой эта величина измерена. Так, например, мы пишем: «рост человека равен 17,5 *дм*», или же «рост человека равен 175 *см*». Выражения 17,5 *дм* и 175 *см* представляют собой равноценные обозначения одной и той же длины. Поэтому можно написать

$$17{,}5\ \textit{дм} = 175\ \textit{см}.$$

§ 1.2. Прямые и косвенные измерения

Как мы уже говорили, всякое измерение заключается в сравнении данной величины с другой, однородной величиной, принятой за единицу. Однако далеко не всегда такое сравнение производится непосредственно. В большинстве случаев измеряется не сама интересующая нас величина, а другие величины, связанные с нею теми или иными соотношениями и закономерностями. Нередко для измерения данной величины приходится предварительно измерить несколько других, по значению которых вычислением определяется значение искомой величины. Так, для определения удельного веса измеряют объем тела и его вес, для определения скорости — пройденный путь и время и т. д.

В соответствии со сказанным все измерения делят на прямые и косвенные. Обычно при этом к прямым относят такие, при которых численное значение измеряемой величины получается в результате одного наблюдения или отсчета (например, по шкале измерительного прибора). Однако, по существу, в большинстве таких случаев также имеет место не прямое измерение, а косвенное. Действительно, различные измерительные приборы (вольтметры, амперметры, термометры, манометры и т. д.) дают показания в делениях шкалы, так что мы непосредственно измеряем лишь линейные или угловые отклонения стрелки, указывающие нам значение измеряемой величины, через посредство ряда промежуточных соотношений, связывающих отклонение стрелки с измеряемой величиной. Так, например, в магнитоэлектрическом амперметре магнитное поле, определяемое формой и размерами рамки и протекающим по ней током (который и подлежит измерению), взаимодействуя с магнитным полем магнита, создает вращающий момент; последнему противодействует момент пружины, зависящий от ее механических свойств, и рамка поворачивается на угол, при котором оба момента уравновешиваются. Таким образом, измерение электрической величины — силы тока через ряд промежуточных звеньев сводится к угловому или линейному измерению *).

Характерно при этом, что сведение измерения разнообразных величин к линейным и угловым измерениям имеет место в подавляющем большинстве измерительных приборов. Это не случайно, поскольку наиболее развитым из наших чувств является зрение, наиболее наглядны и удобны для нас сравнения величин, которые мы непосредственно воспринимаем зрением. Такими, естественно, являются пространственные величины, в первую очередь длины и углы. Обычно там, где не требуется особо высокой точности, и за исключением очень малых и очень больших длин, линейные измерения производятся прямым сравнением измеряемой длины с той или иной меркой; при этом определяется, сколько раз эта мерка уложится в данной длине. Точно так же измерение угла может быть произведено наложением подходящей угловой мерки.

Однако длины и углы отнюдь не являются единственными величинами, которые можно измерять непосредственно. Измерение площади может быть произведено наложением на измеряемую площадь соответствующим образом выбранной единицы площади, например в виде квадрата или треугольника. Для измерения объема жидкости можно воспользоваться каким-либо сосудом, объем которого принят за единицу. Промежутки времени могут быть измерены прямым счетом числа периодов какого-либо периодически чередующегося процесса (например, качания маятника или смены дня и ночи).

Однако и для измерения указанных величин часто применяют косвенные методы — измерения площадей и объемов сводят к линейным измерениям, время

*) Наличие шунта вводит дополнительное промежуточное звено между подлежащим измерению током и непосредственно измеряемым отклонением стрелки.

отсчитывают по циферблату часов (опять-таки линейные или угловые меры!) и т. д. Если же обратиться к другим величинам, то можно без труда обнаружить, что для большинства из них мы в настоящее время и не располагаем методами прямого непосредственного измерения, а пользуемся либо специальными приборами, которые изменения данной величины переводят в изменение других величин (в подавляющем большинстве случаев длин и углов), либо рядом промежуточных измерений, из которых искомая величина получается путем вычислений.

Из того факта, что практически все измерения могут быть сведены к линейным, отнюдь не следует, что сами измеряемые величины утрачивают свою качественную особенность и сводятся к длине. В действительности, это лишь означает, что поскольку все наблюдаемые в природе явления протекают в пространстве, каждое из них может быть отражено соответствующим пространственным перемещением (расширение ртути термометра, поворот рамки электроизмерительного прибора, отклонение пучка электронов в осциллографе и т. д.).

§ 1.3. Основные и производные единицы

Большинство прежних единиц устанавливалось, как правило, совершенно независимо друг от друга. Исключение в ряде случаев составляли лишь единицы длины, площади и объема. Наоборот, основной особенностью современных единиц является то, что между единицами разных величин устанавливаются зависимости, определяемые теми законами или определениями, которыми связаны между собой измеряемые величины. Таким образом, из нескольких условно выбираемых так называемых основных единиц строятся производные единицы.

Поскольку при косвенных измерениях значение искомой величины определяется по значениям других, связанных с ней величин, существует возможность установить соответствующую связь и между единицами измерения. Те соотношения и закономерности, которые определяют условия косвенного измерения, могут, очевидно, служить и для установления связи между основными и производными единицами.

Для того чтобы показать, каким образом это осуществляется, остановимся прежде всего на вопросе о том, какой смысл следует придавать формулам, выражающим связь между различными физическими величинами. Любое соотношение между величинами, будь то закон природы или определение новой величины, показывает, как изменяется данная величина при изменении других, с которыми она связана. Возьмем для примера связь между площадями геометрических фигур и их линейными размерами, устанавливаемую теоремой «отношение площадей геометрически подобных фигур равно второй степени отношения их соответственных линейных размеров». Эта связь может быть записана в следующем виде:

$$\frac{s_1}{s_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2. \tag{1.2}$$

Если под символами s_1, s_2, l_1 и l_2 понимать соответствующие **величины**, то конкретный физический смысл будут иметь лишь отношения s_1/s_2 и l_1/l_2. Формально (1.2) можно переписать в виде

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{l_1^2}{l_2^2}, \tag{1.2a}$$

но при этом формула утрачивает смысл, содержащийся в (1.2). Действительно, если вторая степень числа l_1/l_2, представляющего отношение длин l_1 и l_2, является также определенным числом, то вторая степень длины, т. е. произведение длины на длину, не имеет никакого смысла.

Иначе обстоит дело, если считать, что символы, входящие в формулу (1.2), обозначают не сами величины, а **числа**, которыми эти величины выражаются при том или ином выборе единиц измерения соответствующих величин, в данном случае длины и площади. В этом случае каждый символ уже сам по существу представляет собой отношение данной величины к другой однородной величине, принятой за единицу. При таком понимании символов, входящих в выражение любой физической закономерности, к ним можно применить операции умножения, деления, возведения в степень и т. д., а сами формулы могут быть подвергнуты различным преобразованиям. В частности, формулу (1.2) можно представить в другом виде, например

$$\frac{s_1}{l_1^2}=\frac{s_2}{l_2^2}. \tag{1.2б}$$

Поэтому всегда при математической формулировке и при изложении различных физических явлений и законов, которым эти явления подчиняются, и их теоретическом анализе под символами физических величин понимают числа, которыми эти величины выражаются при принятых единицах измерения. В дальнейшем мы также всегда будем придерживаться такого понимания символов.

С этой точки зрения формулу (1.2б) можно выразить словами следующим образом: «для геометрически подобных фигур отношение числа, выражающего площадь фигуры, ко второй степени числа, выражающего соответствующий линейный размер фигуры, есть величина постоянная». Обозначая эту постоянную K, можно вместо (1.2б) написать

$$s=Kl^2, \tag{1.3}$$

где коэффициент K зависит, с одной стороны, от формы измеряемой геометрической фигуры, а с другой — от выбора единиц длины и площади *).

Как было сказано, в принципе эти единицы можно выбрать совершенно независимо друг от друга. Однако наличие зависимости размера площади от линейных размеров фигуры позволяет связать единицы площади с единицами длины, т. е. сделать единицу площади производной от единицы длины. Для этого следует условиться принимать в качестве единицы площади площадь определенной фигуры, линейный размер которой

*) Здесь и в дальнейшем мы будем использовать символ K для общего обозначения коэффициента пропорциональности в формулах физических законов и определений независимо от его конкретного значения. В отдельных случаях, когда это представится целесообразным, коэффициент K будет снабжаться тем или иным индексом.

равен некоторому условно принятому числу единиц длины. Обычно в геометрии это делается следующим образом: взяв за основу какую-либо единицу длины, например метр, принимают за единицу площади площадь квадрата, сторона которого равна выбранной единице длины, в данном случае метру. Эта единица площади, как известно, называется «квадратный метр» (*кв. м*). Полагая в формуле (1.3) $l = 1$ *м*, можем написать:

$$1\ \textit{кв. м} = K\,(1\ \textit{м})^2, \tag{1.3а}$$

откуда

$$K = 1\ \textit{кв. м}/\textit{м}^2,$$

и соответственно формулу (1.3) можно представить в виде

$$s\ \textit{кв. м} = \left(1\ \frac{\textit{кв. м}}{\textit{м}^2}\right)(l\ \textit{м})^2. \tag{1.3б}$$

Если, не меняя единиц длины и площади, аналогичным образом переписать формулу (1.3) для круга, то получим

$$s\ \textit{кв. м} = \left(\frac{\pi}{4}\ \frac{\textit{кв. м}}{\textit{м}^2}\right)(l\ \textit{м})^2 \tag{1.3в}$$

(где l — диаметр круга), так как в этом случае коэффициент K будет равен $\pi/4$ *кв.м*/*м*^{2}.

Разумеется, принятая связь единицы площади с единицей длины может быть сохранена и при любой другой единице длины. При этом формулу (1.3) можно переписать для квадрата в виде

$$s = l^2, \tag{1.4}$$

и для круга

$$s = \frac{\pi}{4}\,l^2. \tag{1.4а}$$

Формулы (1.4) и (1.4а) можно выразить словами следующим образом: «если за единицу площади принять площадь квадрата, сторона которого равна единице длины, то число, выражающее площадь любого квадрата, будет равно второй степени числа, выражающего длину его стороны, а число, выражающее площадь любого круга, будет равно умноженной на $\pi/4$ второй степени числа, измеряющего его диаметр».

Разумеется, такого рода формулировки чрезвычайно громоздки, а потому их заменяют более краткими: «площадь квадрата равна второй степени его стороны» и «площадь круга равна умноженной на $\pi/4$ второй степени его диаметра», молчаливо предполагая, что речь идет о числах, которыми выражаются соответствующие величины при надлежащем выборе единиц измерения.

Рассмотренный пример наглядно показывает способ, с помощью которого устанавливается производная единица. Для этого следует:

1) выбрать величины, единицы которых принимаются в качестве основных;

2) установить размер основных единиц;

3) выбрать определяющее соотношение, связывающее величины, измеряемые основными единицами, с величиной, для которой устанавливается производная единица;

4) приравнять единице (или другому постоянному числу) коэффициент пропорциональности, входящий в определяющее соотношение.

Разумеется, символы всех величин, входящих в определяющее соотношение, должны обозначать не сами величины, а их численные значения.

В дальнейшем мы будем условно называть основными величины, измеряемые основными единицами, а производными — измеряемые производными единицами. Следует особо подчеркнуть, что эти общепринятые наименования — «основные величины» и «производные величины» — ни в коем случае не следует понимать в том смысле, что первые имеют какие-то принципиальные привилегии или преимущества перед вторыми. Величины, которые при одном выборе приняты за основные, при другом могут быть производными и наоборот.

Определяющие соотношения, с помощью которых устанавливаются производные единицы, удобно записывать в виде явной функциональной зависимости производной величины от основных.

Установленные описанным выше образом производные единицы могут быть далее использованы для введения новых производных единиц. Поэтому в определяющие соотношения, наряду с основными величинами, могут входить производные, единицы которых были установлены ранее.

Поясним сказанное примерами. Для установления единицы скорости можно воспользоваться соотношением между путем и временем, которое можно записать в виде

$$v = K\frac{dl}{dt}. \tag{1.5}$$

Для частного случая равномерного движения вместо (1.5) можно написать

$$v = K\frac{l}{t}, \tag{1.5a}$$

где, как и раньше, K — коэффициент, зависящий от выбора единиц длины, времени и скорости. Как и в примере с установлением единицы площади, единица скорости может быть выбрана независимо от единиц длины и времени. Однако на практике единица скорости определяется как производная этих единиц, принимаемых в качестве основных. При этом коэффициент K полагается равным единице, так что единица скорости определяется как скорость такого равномерного движения, при котором за единицу времени проходится путь, равный единице длины. Подобным же образом может быть установлена единица ускорения с помощью формулы, определяющей ускорение

$$a = K\frac{dv}{dt}, \tag{1.6}$$

которую для равномерно ускоренного движения можно переписать в виде

$$a = K\frac{v_2 - v_1}{t}. \tag{1.6a}$$

Здесь разность $v_2—v_1$ обозначает изменение скорости за время t. Полагая, как и раньше, $K = 1$, получим производную единицу ускорения, определяемую как ускорение такого равномерно ускоренного движения, при котором в единицу времени скорость возрастает на единицу. В этом определении наряду с основной единицей (времени) используется ранее установленная производная единица (скорости).

Рассмотрим еще один пример — установление единицы силы. Как единицы любых других величин, единица силы может быть установлена независимо от других и даже принята в качестве основной. Однако чаще всего единица силы определяется как производная на основании второго закона Ньютона. Записывая этот закон в виде

$$f = Kma \tag{1.7}$$

(где m — масса материальной точки) и полагая K равным единице, получим определение единицы силы как такой силы, которая материальной точке с массой, равной единице массы (принимаемой в качестве основной), сообщает ускорение, равное единице ускорения (определенной ранее в качестве производной единицы).

Если, например, в качестве единицы длины принять метр (*м*), единицы времени — секунду (*сек*) и единицы массы — килограмм (*кг*), то в качестве производных единиц скорости и ускорения будем иметь метр в секунду и метр в секунду за секунду. При этом за единицу силы принимается ньютон — сила, сообщающая массе в один килограмм ускорение один метр в секунду за секунду. В этом случае, очевидно, коэффициент K имеет значение

$$K = 1\,\frac{н \cdot сек \cdot сек}{кг \cdot м},$$

и второй закон Ньютона можно записать в виде

$$f_{н} = \left(1\,\frac{н \cdot сек \cdot сек}{кг \cdot м}\right)(m\;кг)\left(a\,\frac{м}{сек \cdot сек}\right). \tag{1.7а}$$

Если в качестве единицы длины принять сантиметр (*см*), массы — грамм (*г*), сохранив в качестве единицы времени секунду, то соответствующая единица силы — дина (*дин*) определится как сила, сообщающая массе один грамм ускорение один сантиметр в секунду за секунду. В этом случае коэффициент пропорциональности равен

$$K = 1\,\frac{дин \cdot сек \cdot сек}{г \cdot см}$$

и второй закон Ньютона запишется в виде

$$f_{дин} = \left(1\,\frac{дин \cdot сек \cdot сек}{г \cdot см}\right)(m\;г)\left(a\,\frac{см}{сек \cdot сек}\right). \tag{1.7б}$$

Обычно при записи формул физических соотношений опускается подобное обозначение коэффициента, содержащее по существу определение производной единицы, так что, например, второй закон Ньютона приобретает вид

$$f = ma. \tag{1.7в}$$

Следует однако иметь в виду, что в действительности в каждой такой формуле коэффициент пропорциональности «незримо» присутствует. Забвение этого обстоятельства нередко приводит к недоразумениям и серьезным ошибкам.

Способ установления производной единицы отражается и в ее обозначении, которое строится путем группирования по обычным алгебраическим правилам единиц, на которых основано ее определение. Так образуются единицы площади $м^2$ (квадратный метр), ускорения $м/сек^2$ (метр на секунду в квадрате или метр в секунду за секунду) и т. д.

Исключение составляют единицы, которым присвоены собственные наименования — *дина*, *ньютон* и т. д. Условные обозначения этих наименований, так же как и обозначения основных единиц, могут входить в сложное обозначение производной единицы. В качестве примера укажем единицу давления $н/м^2$ (ньютон на квадратный метр).

§ 1.4. Построение систем единиц

Совокупность основных и производных единиц образует с и с т е м у е д и н и ц. Для построения системы единиц следует, очевидно, выбрав несколько основных единиц, установить с помощью определяющих соотношений производные единицы всех остальных интересующих нас величин. Определяющие соотношения могут быть двух типов: одни по существу представляют собой определение новой величины — таковыми, например, являются формула ускорения (1.6) или формула работы

$$dA = Kf \cdot dl \cos(\widehat{f, dl}), \tag{1.8}$$

другие выражают обнаруженную экспериментально или теоретически связь между исследуемыми величинами. К закономерностям этого типа относятся: закон всемирного тяготения, закон Кулона о взаимодействии электрических зарядов и др. Впрочем, такое деление соотношений на «определения» и «законы» не является абсолютным и зависит от подхода к данному конкретному вопросу. Это, однако, не играет существенной роли в определении новых единиц, поскольку в обоих случаях закономерности представляются в виде формул, связывающих данную величину с другими, для которых единицы установлены ранее.

В связи с изложенной выше программой образования производных единиц и построения системы единиц встает естественный вопрос: в какой мере мы свободны в выборе основных величин (в частности, их числа), определяющих соотношений и коэффициентов пропорциональности. Вряд ли вызывает сомнение вопрос о произвольности выбора размера основных единиц. Существование систем, в которых принимаются в качестве основных разные единицы длины (метр и сантиметр) и разные единицы массы (килограмм и грамм), наглядно иллюстрируют наличие в принципе полного произвола в таком выборе.

Легко далее показать, что полный произвол имеется и в выборе коэффициентов пропорциональности в определяющих соотношениях. С этой целью вернемся к рассмотренному выше примеру с установлением единицы площади. Выбрав в качестве единицы длины метр, мы в качестве единицы площади приняли квадратный метр — площадь квадрата, сторона которого равна метру. Однако такой способ установления производной единицы площади, хотя и имеет определенные практические преимущества, отнюдь не является обязательным. Можно, например, за единицу площади принять площадь круга, диаметр которого равен одному метру. Назовем эту единицу площади «круглый метр» — (*кр.м*). Такой способ установления единицы площади равносилен замене коэффициента в формуле (1.3в) с $\pi/4$ *кв.м/м*^{2} на *кр.м/м*^{2}, а в формуле (1.3б) с 1 *кв.м/м*^{2} на $4/\pi$ *кр.м/м*^{2}.

Соответственно формулы (1.4) и (1.4а) примут вид

$$s=\frac{4}{\pi}l^2 \quad \text{(площадь квадрата)} \qquad (1.9)$$

и

$$s=l^2 \quad \text{(площадь круга).} \qquad (1.9а)$$

Следует заметить, что измерение площади не в квадратных, а в круглых метрах не является чем-то неестественным или, тем более, противозаконным. Речь здесь может идти только о практических преимуществах той или иной единицы *). Разумеется, если бы в качестве единицы площади вместо квадратного метра был принят круглый метр, то формулы, выражающие площади различных геометрических фигур, изменили бы свой вид. Так, например, площадь равностороннего треугольника выражалась бы формулой

$$s=\frac{\sqrt{3}}{\pi}l^2. \qquad (1.9б)$$

При этом, независимо от того, как определена единица площади: как квадратный метр или как круглый метр, ее обозначение будет $м^2$. Это показывает, что символ производной единицы, включающий в себя обозначения основных единиц, сам по себе ничего не говорит о размере этой производной единицы. Уместно здесь же отметить, что общепринятость квадратных единиц площади и соответственно кубических единиц объема определила и названия второй и третьей степени чисел («квадрат числа» и «куб числа»).

В рассмотренном примере различные определяющие соотношения (площадь круга и площадь квадрата) привели лишь к изменению численных коэффициентов в формулах, так как по сути дела нами была использована одна и та же геометрическая закономерность, связывающая площади подобных фигур с их линейными размерами.

Возможность выбора существенно различных определяющих соотношений для установления производной

*) Заметим кстати, что в США круглые единицы площади применяются для измерения площадей труб, балок круглого сечения и т. д.

единицы одной величины мы покажем на примере установления единицы силы. Как мы уже говорили, обычно для этой цели используется второй закон Ньютона, который математически может быть представлен в виде

$$f = Kma. \tag{1.7}$$

Коэффициент пропорциональности K в формуле (1.7), зависящий от выбора единиц для входящих в формулу величин, назовем инерционной постоянной; будем обозначать его K_i. Во всех применяемых на практике системах единиц инерционную постоянную полагают равной единице, вследствие чего и становится возможной общепринятая сокращенная формулировка второго закона Ньютона: «сила равна произведению массы на ускорение».

Однако оставляя в качестве основных единицы длины, массы и времени, мы для определения единицы силы не ограничены только вторым законом Ньютона. В нашем распоряжении имеется закон всемирного тяготения, согласно которому любые две материальные точки притягиваются друг к другу с силою, прямо пропорциональной массам этих точек и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними. Этот закон можно записать в виде

$$f = K_g \frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{1.10}$$

где r — расстояние между тяготеющими точками, а K_g — так называемая гравитационная постоянная*), численное значение которой зависит от выбора единиц. Опыт показал, что если в качестве основных единиц принять килограмм, метр и секунду, а производную единицу силы — ньютон определить из второго закона Ньютона, то гравитационная постоянная K_g оказывается равной $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ *н* · *м*²/*кг*².

Однако при тех же основных единицах длины, массы и времени (*м*, *кг*, *сек*) мы можем в качестве определяю-

*) Общепринятое обозначение гравитационной постоянной G. Здесь мы сохраняем символ K, чтобы подчеркнуть принадлежность гравитационной постоянной к категории коэффициентов пропорциональности в выражениях физических закономерностей.

щего соотношения взять формулу (1.10) и, положив $K_g = 1$, определить единицу силы как силу взаимного тяготения двух материальных точек, массы которых равны единице, при расстоянии между этими точками, равном единице длины. Очевидно, что если мы пойдем по этому пути, то будем вынуждены сохранить в выражении второго закона Ньютона инерционную постоянную, отличную от единицы. Легко видеть, что новая «гравитационная» единица силы будет равна $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ *н*, а инерционная постоянная примет значение $K_i = 1{,}5 \times \times 10^{10}$ *грав. ед. силы · сек²/(кг · м)*.

Хотя изложенный гравитационный способ установления единицы встречается весьма редко (главным образом в астрономии), однако от этого он не становится менее законным, чем обычный «инерционный». В дальнейшем, при рассмотрении единиц электрических и магнитных величин, мы познакомимся с тем, как выбор различных определяющих соотношений для установления единицы одной и той же величины привел в свое время к построению различных, но вполне равноправных систем единиц.

Мы видим, таким образом, что в выборе определяющих соотношений, как и в выборе размера основных единиц и численных коэффициентов в определяющих соотношениях, не существует жестких ограничений. Вопрос, который в наибольшей степени является предметом спора и который должен быть рассмотрен более детально, это вопрос о числе основных единиц. По этому вопросу существует два диаметрально противоположных мнения.

Согласно одному из них число основных единиц задано нам природой и определяется характером тех явлений, которые подлежат рассмотрению. В качестве обоснования такого взгляда приводятся даже «философские» соображения о том, что каждое новое качество должно характеризоваться и измеряться новой основной единицей. При этом утверждается, что для описания всех явлений из области механики необходимо и достаточно иметь три основные единицы. При исследовании же других физических явлений необходимо, кроме трех основных единиц, вводить для каждой области физики по крайней мере одну дополнительную единицу измерения специфической для данной области величины. Так, например, в учении о теплоте такой величиной может являться температура, в учении об электричестве — электрический заряд (количество электричества) или сила тока и т. п.

Сторонники противоположной точки зрения, к числу которых принадлежит и автор этой книги, считают вышеприведенную аргументацию несостоятельной по следующим соображениям. Качества материального мира бесконечно многообразны, и если считать, что каждое качество характеризуется величиной, единица которой должна быть основной, то число таких единиц будет также бесконечно большим. Действительно, понятие площади не может быть получено из понятия линейной протяженности, а следовательно, единица площади должна быть основной. То же, разумеется, относится и к единице объема. В таком случае независимыми, основными должны быть и единицы заряда, и индукции магнитного поля, и единицы силы, и энергии, да, впрочем, и любой другой физической величины. С другой стороны, возможно также якобы «философское» обоснование того, чтобы основной была только одна единица, поскольку существует взаимная связь всех явлений природы, отражающая единство материи. Таким образом, попытки обосновать число основных единиц, исходя из «общих философских соображений», приводят к двум диаметрально противоположным выводам: число основных единиц должно быть бесконечно велико или, наоборот, должна быть только одна основная единица.

Оба эти вывода являются ошибочными. Дело в том, что в то время, как физические величины, отражающие реальные свойства окружающего нас мира, действительно бесконечно разнообразны и несводимы друг к другу, единицы измерений сами по себе не являются объектами природы, а представляют собой лишь вспомогательный аппарат для ее изучения. Законы природы никак не изменят своего объективного характера при замене одних единиц другими, подобно тому, как не изменятся никакие математические закономерности при замене десятичной системы счисления на двоичную.

Поэтому основное требование, которое должно быть предъявлено к системе единиц, заключается в том, что система должна быть возможно более удобной для практических расчетов.

Полагая, что число основных единиц в принципе вполне произвольно, и может быть как увеличено, так и уменьшено, мы, разумеется, отнюдь не предполагаем, что качественно различные физические явления могут быть сведены друг к другу, в частности к чисто механическим явлениям. Однако измерения разных физических величин могут быть сведены к измерению механических или даже геометрических величин, и, следовательно, имеется возможность сделать соответствующие единицы производными.

Для того чтобы наглядно показать произвольность числа основных единиц, обратимся к разобранному выше примеру с установлением единицы силы. Мы видели, что в качестве определяющего соотношения при этом могут быть с равным правом использованы второй закон Ньютона и закон всемирного тяготения. Однако имеется еще и третья возможность; объединив оба закона, использовать в качестве определяющего соотношения уравнение, выражающее полученный таким образом объединенный закон. Этот последний можно представить в виде

$$a = K\frac{m}{r^2}, \tag{1.11}$$

смысл которого заключается в том, что ускорение, приобретаемое любой материальной точкой под влиянием тяготения к другой неподвижной материальной точке массою m и отстоящей от первой на расстоянии r, пропорционально массе m и обратно пропорционально квадрату расстояния r. Коэффициент пропорциональности K в формуле (1.11) представляет собой по существу отношение гравитационной постоянной к инерционной. Соединение второго закона Ньютона с законом всемирного тяготения в один закон отнюдь не является искусственным, как это может показаться с первого взгляда. Легко видеть, что формула (1.11) равнозначна третьему закону Кеплера (являющемуся опытным законом природы и, заметим кстати, открытому раньше законов Ньютона). Действительно, предполагая для простоты, что движение планет происходит по окружности с постоянной угловой скоростью ω или периодом обращения T, заменяя центростремительное ускорение его выражением

$$a = \omega^2 r, \tag{1.12}$$

мы из (1.11) без труда получим, что квадраты времен полного обращения планет вокруг Солнца пропорциональны кубу радиуса их орбит. Более общее рассмотрение, учитывающее движение планет по эллипсу, приводит к тому же выражению, с той лишь разницей, что вместо квадрата радиуса входит квадрат среднего расстояния планеты от Солнца. Однако закон Кеплера справедлив не только для движения планет вокруг Солнца, но и для движения спутников вокруг планет. Таким образом, этот закон можно записать в виде

$$T^2 = KR^3, \tag{1.13}$$

где коэффициент K одинаков для всех планет, движущихся вокруг Солнца; одинаков, но имеет другое значение для всех спутников Юпитера, одинаков, но опять-таки имеет отличное значение для спутников Сатурна, одинаков и также имеет отличное значение для Луны и искусственных спутников Земли и т. д. Иначе говоря, коэффициент одинаков для любых тел, вращающихся вокруг одного общего центра, но различен для разных небесных тел, являющихся центром вращения. Нетрудно видеть, что этот коэффициент обратно пропорционален массе тела, находящегося в центре данной системы (в приведенных примерах соответственно Солнца, Юпитера, Сатурна, Земли). Выделяя массу из коэффициента K, можно закон Кеплера переписать в виде

$$T^2 = \frac{K'}{m} R^3, \tag{1.14}$$

где K' является уже универсальным коэффициентом, зависящим только от выбора единиц.

Формула (1.14) может служить в качестве определяющего соотношения для установления единицы массы как производной единицы, если положить $K' = 1$.

Построенная таким образом система единиц будет иметь в качестве основных не три, а только две единицы — длины и времени. Весьма важным является то, что при этом оказываются равными единице как инерционная, так и гравитационная постоянные. Это, разумеется, не случайно. Если вглядеться в то, каким образом нам удалось сократить число основных единиц, то легко видеть, что это и было достигнуто тем, что мы приравняли единице обе постоянные.

Таким образом, оказывается, что число основных единиц тесно связано с числом коэффициентов, стоящих в выражениях физических законов и определений. Эти коэффициенты пропорциональности, подобные гравитационной и инерционной постоянной и определяемые выбором основных единиц и определяющих соотношений, получили название универсальных или мировых постоянных или констант. В этом их отличие от так называемых специфических постоянных, характеризующих различные свойства отдельных веществ (молекулярный вес, критическая температура, диэлектрическая проницаемость и т. п.).

В принципе универсальные постоянные фигурируют в выражениях всех физических законов и определений, но подходящим выбором единиц мы можем то или иное их число приравнять единице (или любому другому постоянному числу). Следовательно, чем больше основных единиц принято для построения системы, тем больше универсальных постоянных будет стоять в формулах. Сокращение числа основных единиц обязательно сопровождается сокращением числа универсальных постоянных. Естественно спросить, возможно ли, таким образом, дальнейшее сокращение числа основных единиц до одной (или даже до нуля!)?

Ниже, при рассмотрении способов построения единиц электрических и магнитных величин, мы покажем, что без труда возможно довести число основных единиц до одной. Более того, одно из уравнений атомной физики, определяющее так называемую постоянную тонкой структуры, позволяет построить систему, полностью лишенную основных единиц. На первый взгляд это представляется парадоксальным. Однако, как мы увидим

(§ 9.8), такая возможность действительно имеется. Оказывается, что если приравнять единице некоторые константы, то тем самым будут жестко зафиксированы размеры единиц всех физических величин.

Проанализировав основные принципы построения систем едииниц, мы убедились в том, что существует почти неограниченный произвол в выборе способов построения системы.

Однако этот произвол является таковым лишь теоретически. Поскольку система единиц представляет собой своего рода аппарат, предназначенный для облегчения расчетов в науке и технике, она должна удовлетворять ряду практических требований. С этой точки зрения способы построения системы единиц и, в частности, число основных единиц не безразличны и в известной степени ограничены.

Слишком большое число основных единиц неизбежно связано с большим числом универсальных постоянных в физических формулах, что затрудняет их запоминание и удлиняет вычисления. Кроме того, потребовалась бы огромная работа по установлению эталонов всех основных единиц. Точность, с которой устанавливались бы эти эталоны, была бы различной, вследствие чего отличались бы по точности и универсальные постоянные в формулах физических законов и определений. С другой стороны, слишком малое число основных единиц в такой степени ограничивает возможности построения производных единиц, что значительная часть последних неизбежно окажется либо слишком большими, либо слишком малыми, а потому неудобными для практики *). Имеются еще и другие, также практические со-

*) Заметим, впрочем, что в настоящее время выражение «размер единиц, удобный для практики» стало несколько расплывчатым вследствие того, что диапазон размеров величин, встречающихся в науке и технике, чрезвычайно широк. Так, например, в ядерной физике приходится иметь дело с длинами порядка 10^{-15} *м*, а в астрономии порядка 10^{22}—10^{26} *м*. Мощности электростанций превышают 10^9 *вт*, а мощность сигнала, воспринимаемого радиолокационной станцией, достигает значений, меньших чем 10^{-16} *вт*. В научных исследованиях диапазон давлений простирается от значений, лежащих ниже, чем 10^{-15} *атм*, и до давлений, достигающих десятков и сотен тысяч атмосфер.

ображения, которые делают мало пригодными системы со слишком малым числом единиц. О некоторых из них будет сказано в дальнейшем при изложении основных понятий анализа размерностей.

Исходя из этих соображений, оказывается целесообразным строить системы, в которых число основных единиц было бы порядка трех-шести.

§ 1.5. Выбор основных единиц

В качестве основных величин целесообразно выбрать такие величины, которые отражают наиболее общие свойства материи. Поскольку формой существования материи является пространство и время, естественно включить в число основных единицы протяженности (длины) и времени. Так как одной из наиболее общих характеристик материи является масса, то в большинстве систем в качестве третьей основной единицы принимают единицу массы. Подобная система, построенная на этих трех единицах (длины, массы и времени), впервые была предложена Гауссом и названа им абсолютной системой.

Позднее это понятие постепенно потеряло однозначность. Иногда под абсолютными понимали системы, построенные на вполне определенных единицах длины, массы и времени (сантиметр, грамм и секунда), иногда, наоборот, придавали этому названию более широкий смысл, считая абсолютной любую систему, имеющую некоторое ограниченное число основных единиц и включающую в себя в качестве производных все остальные единицы из области геометрии, механики, электричества и электромагнетизма. В настоящее время все реже пользуются названием «абсолютная система», тем более, что, как мы видели, нет никакого критерия, который позволил бы, исходя из принципиальных соображений, отдать предпочтение какой-либо определенной системе и присвоить ей столь обязывающее название.

Среди существующих систем единиц наибольшее распространение получили системы, в основу которых положены единицы указанных трех величин, причем некоторые системы ограничивают число основных единиц только этими единицами. В так называемой технической системе, охватывающей лишь геометрические и механические измерения, также устанавливаются три основные единицы, однако в качестве третьей принимается единица не массы, а силы. Решениями X и XI Генеральных конференций по мерам и весам введена Международная система единиц, обозначаемая СИ (SI) *), охватывающая измерения всех механических, электрических, тепловых и световых величин. В этой системе в качестве основных величин установлены: длина, время, масса, сила электрического тока, температура и сила света. Согласно ГОСТ 9867—61 Международная система введена как предпочтительная во всех областях науки, техники и народного хозяйства, а также при преподавании. Однако наряду с Международной системой допускается применение некоторых других систем, а также ряда единиц, не входящих ни в какие системы.

При установлении основных единиц весьма важной является возможность сохранения постоянства единицы, ее проверки, воспроизведения, а в случае утраты — и восстановления. Поэтому возникло стремление связать основные единицы с величинами, встречающимися в природе.

В эпоху Великой Французской революции специальная комиссия в составе крупнейших французских ученых конца XVIII в. (Борда, Кондорсе, Лаплас и Монж), созданная в мае 1790 г. по постановлению Национального собрания, предложила принять в качестве единицы длины одну десятимиллионную долю четверти земного меридиана. 30 марта 1791 г. предложение комиссии было утверждено, и она приступила к определению принятой единицы. В результате работы комиссии в 1799 г. во Франции был введен «Mètre vrai et difinitif» («метр подлинный и окончательный»), послуживший основой метрической системы. Прототипом метра явилась специально изготовленная линейка — платиновый стержень, хранящийся в настоящее время в Национальном архиве Франции («архивный метр»).

---

*) В дальнейшем все условные обозначения систем и названий единиц будем давать в русской транскрипции. Международные обозначения приведены в соответствующих таблицах в конце книги.

Одновременно с метром была введена единица веса — килограмм, определенная вначале как вес кубического дециметра воды при 4° С. Подобно тому как для сохранения метра была изготовлена образцовая линейка, так и для сохранения килограмма была изготовлена образцовая гиря — прототип килограмма.

В качестве единицы времени была узаконена секунда, определенная как 1/86 400 средних солнечных суток.

Повышение точности измерений, связанное с развитием измерительной техники, позволило, однако, обнаружить, что между выбранными единицами и изготовленными для них прототипами существует хотя и небольшое, но вполне измеримое расхождение. Исключение составила лишь секунда, которая благодаря высокой точности астрономических измерений оставалась практически неизменной и требовала лишь уточнения самой формулировки.

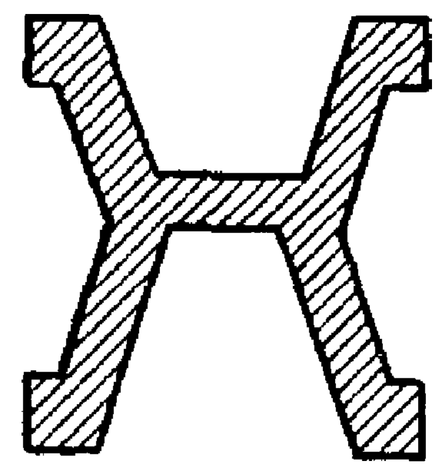

Рис. 1.

В связи с этим встал вопрос о том, изготовить ли новые прототипы или примириться с имеющимся расхождением и принять в качестве законных единиц меры, определяемые существующими прототипами.

Помимо того, что изменение последних само по себе представило бы огромные затруднения и неудобства, не было бы гарантии, что новое уточнение не потребует их нового изменения. Поэтому ученые пришли к мысли о необходимости зафиксировать прототипы как основные законные эталоны единиц измерений.

Таким образом, были установлены следующие единицы, которые и были приняты в качестве основных:

единица длины — метр (*м*), определяемая как расстояние между осями штрихов, нанесенных на платино-иридиевой линейке при 0° С. Сплав платины и иридия был выбран как обладающий очень малым коэффициентом теплового расширения, а форма поперечного сечения линейки (рис. 1) отвечала требованию возможно меньшего прогиба;

единица массы — килограмм (или килограмм-масса) (*кг*) — масса платино-иридиевой гири;

единица силы — килограмм-сила (*кгс*) *) — вес той же гири в месте ее хранения в Международной палате мер и весов в Севре (вблизи Парижа);

единица времени — секунда, определяемая, как и ранее, как 1/86 400 часть средних солнечных суток. В астрономии и смежных с ней областях принималась звездная секунда, определяемая как 1/86 400 часть звездных суток. Так как благодаря движению Земли вокруг Солнца за один год проходит звездных суток на единицу больше, чем солнечных, то звездная секунда составляла 0,99726957 солнечной секунды.

На основе перечисленных единиц и их дольных десятичных частей были построены следующие системы:

система СГС; в качестве основных единиц были приняты единица длины — сантиметр (*см*), равный одной сотой метра, единица массы — грамм (*г*), равный одной тысячной килограмма, и единица времени — секунда (*сек*);

система техническая (МКГСС); в качестве основных единиц были приняты единица длины — метр (*м*); единица силы — килограмм-сила (*кгс*, *кг**, *кГ*), единица времени — секунда (*сек*).

Система МКГСС включила в себя только геометрические и механические единицы, система же СГС распространялась и на электрические и магнитные измерения. При этом произошло разделение системы на две самостоятельные системы, в одной из которых за основу принимались электростатические, а в другой — электромагнитные взаимодействия. Соответственно первая получила название электростатической системы (СГСЭ), а вторая — электромагнитной (СГСМ). Однако единицы как той, так и другой оказались мало удобными для практики, вследствие чего были установлены вспомогательные практические единицы для измерения величин, связанных с процессом прохождения тока (силы тока, разности потенциалов и электродвижущей силы, сопротивления, работы, мощности и т. п.).

---

*) Применяются также обозначения *кГ* и *кг**. Для этой единицы предлагается ряд других названий — килограв, килопаунд и т. п., но ни одно из них не получило сколько-нибудь широкого распространения.

Вначале эти единицы не образовывали стройной системы и даже не могли быть применены для решения электростатических и электромагнитных задач. В 1902 г. итальянский инженер Джорджи предложил таким образом расширить систему практических единиц, чтобы ее можно было сделать столь же универсальной, как и система СГС, т. е. охватывающей все измерения в области механики, электричества и электромагнетизма. Однако, поскольку в эту систему следовало включить уже распространенные практические единицы, то сохранение последних оказалось возможным лишь при условии введения по крайней мере одной дополнительной универсальной постоянной, что равносильно включению одной из этих единиц в число основных. В качестве таковой предлагалось принять единицу одной из следующих величин: количество электричества, сила тока, разность потенциалов, сопротивление, электроемкость, индуктивность, магнитный поток, магнитная проницаемость *).

После ряда дискуссий, исходя из метрологических соображений удобства и надежности воспроизведения единицы, приняли решение в качестве четвертой основной единицы принять единицу силы тока — ампер. Определение ампера по своему характеру существенно отличается от определения других основных единиц — метра, килограмма и секунды. Дело в том, что вначале ампер был введен как одна десятая производной единицы силы тока в системе СГСМ. Поэтому, хотя ампер возведен в ранг основных единиц, он по существу определяется как производная единица. Согласно принятому определению «ампер есть сила неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 метра один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ ньютона на каждый метр длины». Это определение мы рассмотрим более подробно и разъясним в главе, посвященной единицам измерения электрических и магнитных величин.

---

*) Для единицы магнитной проницаемости даже предлагалось специальное название «магн».

В связи с определением метра и килограмма не как естественных величин, а по прототипам утратилось одно из преимуществ метрической системы — ее сохранность и возможность точного воспроизведения. Дальнейшее повышение точности измерений позволило частично вернуться к установлению основных единиц по измерению естественных величин. При этом для единицы массы — килограмма сохранилось его определение по международному прототипу, а длину метра оказалось возможным и наиболее целесообразным связать с длиной волны определенной спектральной линии. В качестве таковой была принята оранжевая линия криптона. Так как естественный криптон содержит шесть изотопов, спектральные линии которых хотя и в малой степени, но отличаются друг от друга, то определение метра через длину волны уточняется указанием на то, что в качестве источника берется изотоп криптона с массовым числом 86 ($_{36}Kr^{86}$). Принятая спектральная линия соответствует переходу электрона в атоме криптона между квантовыми состояниями, которые в спектроскопии обозначаются символами $2p_{10}$ и $5d_5$. По определению метр содержит 1 650 763,73 длины волны в вакууме этой спектральной линии.

Определение секунды также несколько уточнилось, так как повышение точности измерения времени позволило установить некоторое непостоянство средних суток. В основу нового определения секунды был принят так называемый тропический год — промежуток времени между двумя весенними равноденствиями. Согласно новому определению секунда есть 1/31 556 925,9747 часть тропического года, начавшегося в 12 час. дня 31 декабря 1899 г. *). Указание на определенный год имеет целью учесть тот факт, что сам тропический год уменьшается примерно на 0,5 секунды за столетие.

Развитие молекулярной и атомной радиоспектроскопии позволило установить достаточно точную связь единицы времени с периодом колебаний, соответствующим какой-либо определенной спектральной линии. Поэтому

---

*) По астрономическому счету времени полдень 31 декабря 1899 г. обозначается «12 часов 0 января 1900 г.».

решением XIII Генеральной конференции по мерам и весам (1967 г.) было дано новое определение секунды, согласно которому секунда есть продолжительность 9 192 631 770 периодов излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома $_{55}Cs^{133}$ (изотопа цезия с массовым числом 133).

Заметим при этом, что и единицу массы в принципе можно было бы определить не массой эталонной гири, а связать ее с массой какой-либо атомной частицы (например, нейтрона). К сожалению, в настоящее время точность определения атомных масс уступает точности измерения массы путем взвешивания.

Что касается системы СГС, то, будучи построенной на трех основных единицах (длины, массы и времени), она в полной мере охватила все геометрические, механические, электрические и магнитные измерения. При этом оказался наиболее удобным такой вариант системы, при котором электростатические величины измеряются единицами СГСЭ, а магнитные — единицами СГСМ. Эта система получила название симметричной или гауссовой системы и обозначается СГС. В принципе система СГС могла бы, разумеется, быть применена и для любых других, в частности тепловых и световых, измерений, для чего следовало связать определяющими соотношениями соответствующие величины. Однако чрезвычайно широкое распространение, которое имеет в науке, технике и повседневной жизни температура, делает практически целесообразным выделение ее в число основных величин. В светотехнике существенными являются величины, характеризующие субъективное восприятие света (сила света, освещенность, яркость). Поэтому использование при определении этих величин только энергетических параметров лишит их важнейшего качества — характеристики воздействия на наше зрение. Таким образом, при применении системы СГС ко всем физическим явлениям следует считать основными не три, а пять ее единиц измерения.

Как сказано было выше, в настоящее время в качестве наиболее предпочтительной узаконена Международная система (СИ). Эта система представляет собой развитие практической системы электрических единиц, в которой к основным единицам метру, килограмму, секунде и амперу добавлены еще две единицы — градус, измеряющий термодинамическую температуру, и свеча, измеряющая силу света. Определение этих единиц будет дано далее при рассмотрении единиц, относящихся к соответствующей области физики.

В 1919 г. во Франции была принята система МТС, в которой за единицу массы принималась тонна (1000 килограммов). Одно время эта система усиленно пропагандировалась и даже была узаконена соответствующими стандартами. Однако распространения она не получила и в настоящее время практически полностью вышла из употребления, за исключением некоторых ее единиц, применяемых уже вне связи с системой.

§ 1.6. Внесистемные единицы

Несмотря на определенные преимущества, которые дает применение единиц измерения, определяемых той или иной системой, до настоящего времени широко распространены различные единицы, не укладывающиеся ни в одну из систем. От многих из них нельзя отказаться ввиду удобства их применения в определенных областях, другие сохранились в силу исторических традиций.

В дореволюционной России существовала старая русская система мер, которая в 1924 г. была заменена метрической. Названия единиц этой системы сохранились в настоящее время только в поговорках и пословицах («мерить на свой аршин», «мал золотник, да дорог», «косая сажень в плечах» и т. п.) и лишь единица *пуд* встречается иногда в сообщениях о производстве сельскохозяйственных продуктов. В Англии и США и сейчас консервативно сохраняются единицы, неудобство которых состоит не только в том, что они построены не по десятичной системе, но и в том, что нередко под одним названием скрываются разные единицы (несколько миль, галлонов, не вполне точно совпадающие дюймы и т. п.).

Среди внесистемных единиц в первую группу должны быть выделены десятичные кратные и дольные единицы. Наименование этих единиц образуется с помощью соответствующих приставок (деци-, санти-, милли-, дека-, гекто-, кило- и т. п.). Перечень этих приставок и соответствующие обозначения даны в табл. 52.

Вторую группу внесистемных единиц образуют единицы, построенные из единиц системы не по десятичному принципу. К таким в первую очередь относятся единицы времени: минута, час.

Наконец, в третью группу входят единицы, не имеющие связи с единицами установленных систем. К числу таких единиц, в частности, относятся единица длины — дюйм, единица количества тепла — калория, единицы давления — нормальная атмосфера и миллиметр ртутного столба и т. д.

В дальнейшем, рассматривая единицы той или иной величины, мы наряду с единицами, входящими в системы СГС, СИ или МКГСС, будем давать и наиболее распространенные внесистемные единицы и покажем их связь с системными единицами.

Глава 2

Перевод единиц и формулы размерности

§ 2.1. Формулы размерности

Наличие различных систем ставит задачу перевода одних единиц в другие. Очевидно, изменение основных единиц должно приводить и к изменению производных. Так, например, если вместо метра за единицу пути возьмем километр, то получим единицу скорости «километр в секунду», в 1000 раз большую, чем «метр в секунду». Взяв в качестве единицы времени час и сохранив в качестве единицы пути метр, получим единицу скорости «метр в час», в 3600 раз меньшую, чем «метр в секунду». Наконец, можно получить единицу скорости «километр в час», равную $1000/3600 \approx 0{,}278$ *м/сек*, если в качестве единицы длины взять километр, а в качестве единицы времени — час. Мы видим, что всякое изменение основных единиц изменяет соответственно производную единицу.

Очевидно, желательно найти такое соотношение, которое позволило бы определить, как с изменением каждой из основных единиц изменится производная единица интересующей нас величины. Такое соотношение носит название ф о р м у л ы р а з м е р н о с т и е д и н и ц ы д а н н о й в е л и ч и н ы.

Для того чтобы познакомиться с построением формул размерности и их применением для взаимного перевода единиц, рассмотрим вначале случай, когда системы имеют одни и те же основные величины и используют одни и те же определяющие соотношения. Такими системами, например, для механических измерений являются системы СГС и СИ, так как при этом из обеих систем используются лишь три основные единицы: длины, массы и времени, и системы отличаются друг от друга только размером основных единиц.

Отметим, что если с изменением единицы длины в n раз производная единица изменяется в n^p раз, то говорят, что данная производная единица обладает размерностью p относительно единицы длины. Точно так же, если производная единица изменяется пропорционально степени q изменения единицы массы и степени r изменения единицы времени, то говорят, что производная единица обладает размерностью q относительно единицы массы и r относительно единицы времени. Если единица некоторой величины A обладает размерностью p, q и r относительно единиц длины, массы и времени, то символически это записывают в виде

$$[A] = L^p M^q T^r, \tag{2.1}$$

где квадратные скобки, в которые поставлен символ величины A, означают, что речь идет о размерности единицы этой величины, а символы L, M и T представляют собой обобщенные обозначения единиц длины, времени и массы без указания конкретного размера единиц.

Формулу (2.1) можно трактовать в том смысле, что если отношения единиц длины, массы и времени в двух системах равны соответственно L, M и T, то отношения производных единиц будут равны $L^p M^q T^r$.

Формула (2.1) называется *формулой размерности единицы данной величины* или, как часто для краткости говорят, *размерностью данной величины*. Легко видеть, что формула размерности может быть написана только для таких величин, количественная характеристика которых удовлетворяет условию абсолютного значения относительного количества. При этом оказывается, что при любом выборе основных единиц формула размерности производной единицы представляет собой одночлен, составленный из произведения символов основных единиц в некоторых степенях, причем степени эти могут быть положительными и отрицательными, целыми и дробными *).

При образовании формул размерности производных единиц мы будем пользоваться следующими теоремами:

1. Если численное значение величины C равно произведению численных значений величин A и B, то размерность C равна произведению размерностей A и B:

$$[C]=[A]\cdot[B], \tag{2.2}$$

иначе говоря, если

$$[A]=L^{p_a}M^{q_a}T^{r_a}$$

и

$$[B]=L^{p_b}M^{q_b}T^{r_b},$$

то

$$[C]=L^{p_a+p_b}M^{q_a+q_b}T^{r_a+r_b}. \tag{2.3}$$

2. Если численное значение величины C равно отношению численных значений величин A и B, то размерность C равна отношению размерностей A и B:

$$[C]=\left[\frac{A}{B}\right]=\frac{[A]}{[B]} \tag{2.4}$$

или

$$[C]=L^{p_a-p_b}M^{q_a-q_b}T^{r_a-r_b}. \tag{2.5}$$

3. Если численное значение величины C равно степени n численного значения величины A, то размерность C равна степени n размерности A:

$$[C]=[A^n]=[A]^n. \tag{2.6}$$

В этом случае, если

$$[A]=L^pM^qT^r,$$

то

$$[C]=L^{pn}M^{qn}T^{rn}. \tag{2.7}$$

Доказательства всех этих теорем очень просты, вследствие чего мы ограничимся лишь тем, что докажем первую из них.

*) Простое доказательство этого положения желающие могут найти в книге: П. В. Бриджмэн, Анализ размерностей, ОНТИ ГТТИ, 1934.

Если численное значение величины C равно произведению численных значений величин A и B, то это значит, что при измерении этих величин единицами c_1, a_1 и b_1 мы будем иметь

$$C_1 = A_1 B_1, \tag{2.8}$$

где

$$C_1 = \frac{C}{c_1}, \quad A_1 = \frac{A}{a_1}, \quad B_1 = \frac{B}{b_1}. \tag{2.9}$$

Соответственно при измерении тех же величин единицами c_2, a_2 и b_2

$$C_2 = A_2 B_2, \tag{2.10}$$

где

$$C_2 = \frac{C}{c_2}, \quad A_2 = \frac{A}{a_2}, \quad B_2 = \frac{B}{b_2}. \tag{2.11}$$

Беря отношение (2.8) и (2.10) и принимая во внимание (2.9) и (2.10), получим

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{b_2}{b_1}. \tag{2.12}$$

Если

$$\frac{a_2}{a_1} = L^{p_a} M^{q_a} T^{r_a} \tag{2.13}$$

и

$$\frac{b_2}{b_1} = L^{p_b} M^{q_b} T^{r_b}, \tag{2.14}$$

то

$$\frac{c_2}{c_1} = L^{p_a + p_b} M^{q_a + q_b} T^{r_a + r_b}. \tag{2.15}$$

что и требовалось доказать. Очевидно, что таким же путем легко могут быть доказаны и остальные теоремы.

Важно отметить следующее обстоятельство. Так как способ построения производной единицы включает в себя приравнивание единице (или иному произвольному постоянному числу, не зависящему от размера основных единиц) коэффициента пропорциональности в определяющем соотношении, то это означает, что мы условливаемся считать этот коэффициент нулевой размерности, или, как говорят, безразмерным. Разумеется, кроме того, и любой постоянный числовой коэффициент, полученный при каких-либо математических операциях, также следует считать безразмерным.

Поясним сказанное примерами.

1. Размерность площади квадрата

$$[s_{\text{кв}}] = [l]^2 = L^2M^0T^0 \tag{2.16}$$

или, опуская здесь, как и в дальнейшем, символы основных единиц, стоящие в нулевой размерности,

$$[s_{\text{кв}}] = L^2. \tag{2.17}$$

2. Размерность площади круга

$$[s_{\text{кр}}] = \left[\frac{\pi}{4}\right][D]^2 = L^2, \tag{2.18}$$

поскольку коэффициент $\pi/4$ является постоянным коэффициентом, не зависящим от размера основных единиц, а потому безразмерным. Поэтому размерность площади любой геометрической фигуры, независимо от ее формы будет

$$[s] = L^2. \tag{2.19}$$

3. Размерность скорости можно определить из формулы скорости равномерного движения:

$$[v] = \frac{[l]}{[t]} = LT^{-1}. \tag{2.20}$$

4. Размерность ускорения определяется из формулы ускорения равномерно ускоренного движения:

$$[a] = \frac{[v_2 - v_1]}{[t]} = LT^{-2}. \tag{2.21}$$

Для наглядности воспользуемся последней формулой для того, чтобы определить, как изменится единица ускорения, если от измерения длины в метрах и времени в секундах перейти к измерению длины в километрах и времени в минутах. При таком переходе единица длины увеличивается в 1000 раз, а единица времени в 60 раз. Согласно формуле (2.21) единица ускорения изменится в $1000/60^2 = 10/36$ раза, т. е. новая единица ускорения будет равна 0,278 старой.

5. Размерность кинетической энергии, определяемой формулой

$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}, \tag{2.22}$$

будет, очевидно, равна (в системах СИ и СГС)

$$W_к = L^2MT^{-2}. \tag{2.23}$$

Из последней формулы, в частности, вытекает, что если перейти при измерениях длины от сантиметров к метрам, а при измерении массы от граммов к килограммам и сохранить единицу времени секунду, то единица кинетической энергии увеличивается в $(100)^2 \cdot 1000 = 10^7$ раз.

6. Второй закон Ньютона, записанный в форме

$$ft = mv_2 - mv_1, \tag{2.24}$$

где произведение ft называется импульсом силы, а mv — количеством движения *), определяет размерность силы

$$[f] = LMT^{-2}. \tag{2.25}$$

В дальнейшем, исследуя единицы измерения производных величин, мы всегда будем обращаться к формулам размерности.

Формула размерности производной единицы часто определяет и ее название, и ее символическое обозначение. Например, единица скорости «метр в секунду» обозначается *м/сек*, единица площади «квадратный метр» — *м*^{2} и т. д.

§ 2.2. Перевод размерности при различном выборе основных единиц

Если, не меняя определяющих соотношений, изменить подбор величин, единицы которых приняты за основные, то соответственно изменится и вид формул размерности, например при переходе от системы СИ или СГС к системе МКГСС, в которой в числе основных величин вместо массы принята сила. Переход от одной системы к другой может быть в этом случае произведен, если в формулах размерности заменить размерность

*) Термин «количество движения» применяется в настоящее время преимущественно в теоретической механике. В теории относительности, квантовой механике, атомной и ядерной физике обычно пользуются термином «импульс».

соответствующей основной единицы ее размерностью, выраженной в другой системе. Обозначая размерность силы в технической системе символом F, можем из формулы (2.25) получить размерность массы в системе МКГСС

$$M = [m] = L^{-1}FT^2. \tag{2.26}$$

Подставляя из этой формулы размерность M в формулы размерностей различных величин в системах СИ и СГС, получим размерности этих величин в системе МКГСС. Так, например, соответствующая размерность кинетической энергии

$$[W_к] = LF. \tag{2.27}$$

В качестве примера обратного перевода можно привести размерность давления и механического напряжения, которая в системе МКГСС будет

$$[p] = L^{-2}F \tag{2.28}$$

и соответственно в системах СИ и СГС

$$[p] = L^{-1}MT^{-2}. \tag{2.29}$$

§ 2.3. Перевод размерностей при различных определяющих соотношениях

При установлении производной единицы с помощью определяющего соотношения, т. е. математической формулировки определения или закона, связывающего данную величину с величинами, принятыми за основные или ранее определенными, полагают равным единице или другому постоянному числу стоящий в соотношении коэффициент пропорциональности.

С точки зрения построения формул размерности это значит, что мы лишаем его размерности относительно основных единиц, или, что то же, придаем ему нулевую размерность. Иначе говоря, мы договариваемся считать коэффициент неизменным при любом изменении основных единиц при условии, что остается неизменным определяющее соотношение. Если же это условие не соблюдается, и мы для определения производной единицы используем другое определяющее соотношение, то соответственно может измениться и коэффициент пропорциональности. Так, например, если для определения единицы площади пользоваться не площадью квадрата, а площадью круга, то, как мы видели (см. § 1.4), коэффициент пропорциональности в формуле площади квадрата становится равным не единице, а $4/\pi$, поскольку коэффициент пропорциональности принимается равным единице в новом определяющем соотношении (формула площади круга). Переход от квадратных к круглым единицам площади заставляет соответственно изменить коэффициенты пропорциональности во всех формулах, относящихся к измерению площадей. При этом, однако, размерность площади

$$[s] = L^2$$

останется неизменной, поскольку мы и в этом случае используем по сути дела ту же теорему о связи площади геометрических фигур с их линейными размерами и считаем коэффициент пропорциональности в частном выражении этой теоремы (формула площади круга) равным единице.

Разобранный пример можно, впрочем, рассматривать даже не как переход от одного определяющего соотношения к другому, а как замену в формуле площади квадрата коэффициента пропорциональности, принятого раньше за единицу, на $4/\pi$.

Возможно, однако, такое изменение определяющего соотношения, которое сделает коэффициент пропорциональности размерным, т. е. зависящим от размера основных единиц. Наиболее наглядно это можно видеть на примере установления единицы силы как производной единицы в системах, в которых основными величинами являются длина, масса и время. При обычном определении единицы силы с помощью второго закона Ньютона мы получили размерность силы (см. формулу (2.25))

$$[f] = LMT^{-2}.$$

Если подставить эту размерность в выражение закона всемирного тяготения (1.10), то для гравитационной постоянной получится размерность

$$[G] = L^3M^{-1}T^{-2}\ *). \qquad (2.30)$$

Наличие размерности у гравитационной постоянной означает, что ее численное значение зависит от выбора основных единиц. Для определения этой зависимости следует вспомнить, что формула размерности показывает, как изменяется производная единица при изменении основных единиц. Поэтому, вводя условно «единицу измерения гравитационной постоянной», можем на основании (2.30) сказать, что эта «единица» изменяется пропорционально кубу единицы длины, обратно пропорционально единице массы и обратно пропорционально квадрату единицы времени. Поскольку численное значение величины при изменении единиц, ее измеряющих, меняется в обратном отношении (см. (1.1)), то, следовательно, численное значение гравитационной постоянной будет обратно пропорционально кубу единицы длины и прямо пропорционально единице массы и квадрату единицы времени. Так, если при основных единицах — метре, килограмме и секунде — гравитационная постоянная численно равна $6{,}67 \cdot 10^{-11}$, то при переходе к основным единицам — сантиметру, грамму и секунде — она примет значение $6{,}67 \cdot 10^{-8}$.

Если для определения единицы силы использовать не второй закон Ньютона, а закон всемирного тяготения, то при этом мы сделаем гравитационную постоянную безразмерной, т. е. не зависящей от основных единиц, а равной какому-нибудь постоянному числу, например единице. При таком определении размерность силы станет равной

$$[f] = L^{-2}M^2, \qquad (2.31)$$

и инерционная постоянная, которая ранее принималась равной единице и лишенной размерности, приобретет размерность

$$[K_i] = L^{-3}MT^2. \qquad (2.32)$$

*) Здесь и далее мы будем употреблять для гравитационной постоянной ее общепринятое обозначение G.

Изменение размерности силы и появление размерной инерционной постоянной при одновременном исчезновении размерной гравитационной постоянной приведет, разумеется, к иному математическому выражению законов и определений в области механики и к изменению формул размерности. Так, например, размерность работы, определяемой, как и раньше, произведением силы на путь и на косинус угла между их направлениями, будет уже не

$$[A] = L^2MT^{-2},$$

а

$$[A] = [F][L] = L^{-2}M^2 \cdot L = L^{-1}M^2. \qquad (2.33)$$

Эту же размерность работы можно получить и иным путем. Если последовательно в новой системе вывести связь между работой и изменением живой силы *), то эта связь примет вид

$$A = K_i\left(\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}\right). \qquad (2.34)$$

Подставляя в правую часть размерности массы, скорости и инерционной постоянной, получим

$$[A] = L^{-3}MT \cdot M \cdot (LT^{-1})^2 = L^{-1}M^2. \qquad (2.35)$$

Таким образом, в тех случаях, когда разные системы отличаются друг от друга выбором определяющих соотношений, необходимо учитывать, что коэффициенты пропорциональности, которые в одной системе считаются безразмерными (и обычно равными единице), в другой системе приобретают размерность. При переходе от одной системы к другой следует для определения размерности заменить безразмерный коэффициент размерным или наоборот.

Если сократить число основных единиц, как это, например, можно сделать, объединяя второй закон Ньютона и закон всемирного тяготения в общий закон, аналогичный третьему закону Кеплера, то в этом случае

---

*) Мы применяем здесь сознательно для выражения $mv^2/2$ термин «живая сила», а не кинетическая энергия, поскольку выражение для последней должно быть $K_i\, mv^2/2$.

становятся равными единице, а следовательно, безразмерными и гравитационная и инерционная постоянные, а в формулах размерности сохраняются лишь размерности длины и времени. Перевод размерности от систем с тремя к системе с двумя основными единицами может быть при этом произведен, если в соответствующих формулах размерности заменить размерность массы ее выражением, полученным из формулы, объединяющей второй закон Ньютона и закон всемирного тяготения. Записав эту формулу в виде

$$a = K\frac{m}{r^2} \tag{2.36}$$

и считая K безразмерным (например, равным единице), получим для единицы массы формулу размерности

$$[M] = L^3T^{-2}. \tag{2.37}$$

Если это выражение подставить в любую из формул размерности силы, выведенную как из второго закона, так и из закона всемирного тяготения, получатся, разумеется, одинаковые размерности. Действительно,

$$[F] = LMT^{-2} = L^4T^{-4}, \tag{2.38}$$

$$[F] = L^{-2}M^2 = L^4T^{-4}. \tag{2.38a}$$

То же относится и к размерности единиц остальных величин, относящихся к механике. Приведем для иллюстрации некоторые из них. Размерность работы и энергии

$$[A] = L^5T^{-4}.$$

Размерность импульса силы и количества движения

$$[ft] = [mv] = L^4T^{-3}.$$

§ 2.4. Определение связи между единицами разных систем

Перевод единиц из одной системы в другую осуществляется наиболее просто в том случае, когда обе системы построены на одних и тех же определяющих соотношениях и на одних и тех же основных величинах, так что основные единицы отличаются только размером. Из сказанного выше вытекает, что так как в этом случае формула размерности производной единицы в обоих случаях одна и та же, то достаточно в эту формулу подставить отношения размеров основных единиц, которые должны быть заданы либо определением, либо опытным путем, например сравнением эталонов соответствующих единиц. В дополнение к приведенным выше примерам установим соотношение двух единиц силы, определенных на основании второго закона Ньютона при следующих основных единицах: сантиметр, грамм, секунда и фут, фунт *), минута. Соотношения основных единиц следующие: 1 фут = 30,48 *см* (сравнение эталонов), 1 фунт — 409,5 грамма (сравнение эталонов), 1 минута = 60 секунд (определение). На основе формулы размерности

$$[F] = LMT^{-2}$$

определяем соотношение единиц силы

$$\frac{\text{единица системы фут, фунт, минута}}{\text{единица системы сантиметр, грамм, секунда}} = \frac{30{,}48 \cdot 409{,}5}{(60)^2} = 3{,}467.$$

Сложнее обстоит дело в том случае, когда при одних и тех же определяющих соотношениях в качестве основных приняты единицы разных величин, как это, например, имеет место в системах СИ и МКГСС.

Поскольку по крайней мере одна из величин, которая в одной системе принята за основную, является производной в другой системе и наоборот, следует установить связь между соответствующими единицами. Очевидно, эта связь может быть установлена только с помощью эксперимента. В случае определения соотношений между единицами систем СИ и МКГСС, в качестве такого эксперимента может быть принято свободное падение тел. При этом мы используем тот факт, что единица силы в системе МКГСС есть вес (т. е. сила притяжения к земле), а в системе СИ — масса одного и того же тела — эталонной гири — килограмма. Как известно, при

*) Имеются в виду единицы старой русской системы мер.

свободном падении всякое тело (в частности, эталонная гиря) под действием своего веса приобретает ускорение, которое в каждой данной точке земного шара одинаково для всех тел, но в различных точках земного шара различно, возрастая от значения 9,7805 *м/сек*^{2} на экваторе до 9,8322 *м/сек*^{2} на полюсе. Измерение ускорения силы тяжести в месте хранения эталона килограмма (Севр), дало величину 9,80665 *м/сек*^{2} (нормальное ускорение) или, более грубо, 9,81 *м/сек*^{2} *). В тех случаях, когда точность измерений или расчетов допускает погрешность более 0,3%, можно во всех точках земной поверхности считать вес одного килограмма равным утвержденной технической единице силы — *кгс*.

Таким образом, результат эксперимента, заключающегося в измерении ускорения свободного падения тела (в нашем случае эталонной гири в 1 *кг*), может быть сформулирован следующим образом: «сила 1 *кгс* сообщает массе 1 *кг* ускорение 9,81 *м/сек*^{2}».

Установим теперь единицу силы в системе СИ и единицу массы в системе МКГСС, используя в обоих случаях второй закон Ньютона. Очевидно, единица силы в системе СИ есть сила, которая массе 1 *кг* сообщает ускорение 1 *м/сек*^{2}. Эта единица силы, как известно (см. § 1.3), называется ньютон (*н*). В системе МКГСС за единицу массы должна быть принята масса, которая под действием силы 1 *кгс* приобретает ускорение 1 *м/сек*^{2}. Эта единица массы не получила специального наименования, утвержденного каким-либо ГОСТом. Иногда ее называют *«техническая единица массы»* и сокращенно обозначают т. е. м. По ГОСТ 7664—61 эта единица обозначается, согласно ее размерности, *кгс*·*сек*^{2}/*м*. В свое время профессор М. В. Маликов предложил назвать эту единицу *инерта* (*и*). Хотя это название не только нигде не узаконено, но даже не получило распространения, мы будем употреблять его при дальнейшем изложении ввиду его краткости и удобства обозначения.

---

*) В дальнейшем мы везде для ускорения силы тяжести будем принимать приближенное значение 9,81 *м/сек*^{2}. Заметим здесь же, что нормальное ускорение 9,80665 *м/сек*^{2} зафиксировано как не подлежащая уточнению постоянная величина.

Напишем теперь рядом следующие три равенства:

$$1\ \textit{кгс} = 1\ \textit{и} \cdot 1\ \textit{м/сек}^2, \tag{2.39}$$

$$1\ \textit{кгс} = 1\ \textit{кг} \cdot 9{,}81\ \textit{м/сек}^2, \tag{2.40}$$

$$1\ \textit{н} = 1\ \textit{кг} \cdot 1\ \textit{м/сек}^2. \tag{2.41}$$

Первое равенство выражает определение технической единицы массы — инерты; третье — определение ньютона, а второе — результат описанного выше эксперимента. В первых двух равенствах одинаковые силы сообщают разным массам разные ускорения. Так как приобретаемые ускорения обратно пропорциональны массам, то, как следствие, получаем

$$1\ \textit{и} = 9{,}81\ \textit{кг}, \tag{2.42}$$

или же

$$1\ \textit{кг} = \frac{1}{9{,}81}\ \textit{и} = 0{,}102\ \textit{и}. \tag{2.42a}$$

Во втором и третьем равенствах разные силы сообщают одинаковым массам разные ускорения. В этом случае, так как действующие силы пропорциональны сообщаемым ускорениям, то

$$1\ \textit{кгс} = 9{,}81\ \textit{н}, \tag{2.43}$$

или же

$$1\ \textit{н} = \frac{1}{9{,}81}\ \textit{кгс} = 0{,}102\ \textit{кгс}. \tag{2.43a}$$

Усвоение этих соотношений поможет избавиться от многочисленных ошибок, возникающих в первое время при решении задач по механике.

Имея теперь соотношения между единицами массы и силы в системах СИ и МКГСС, мы без труда можем установить соотношения между любыми производными единицами обеих систем, пользуясь формулами размерности. Почти столь же легко будет определить соотношения и между единицами систем СГС и МКГСС, поскольку первые весьма просто связываются с единицами системы СИ. Для иллюстрации приведем два примера.

1. Найти соотношение единиц давления в системах МКГСС и СГС. Воспользуемся формулой размерности единицы давления в системе СГС

$$[p] = L^{-1}MT^{-2}. \tag{2.29}$$

Так как единица длины в системе МКГСС (метр) в 100 раз больше единицы длины в системе СГС (сантиметра), единица массы в системе МКГСС (инерта) в $9{,}81 \times 1000 = 9810$ раз больше единицы массы в системе СГС (грамма), а единица времени (секунда) одинакова в обеих системах, то, согласно формуле размерности, единица давления в системе МКГСС будет в $100^{-1} \cdot 9810 = 98{,}1$ раза больше единицы давления в системе СГС. Тот же результат может быть получен, если воспользоваться формулой размерности единицы давления в системе МКГСС

$$[p] = L^{-2}F. \tag{2.28}$$

Отношение единиц длины здесь, как и раньше, равно 100, а отношение единиц силы, как легко может рассчитать сам читатель, равно $9{,}81 \cdot 10^5$. Соответственно отношение единиц давлений будет $100^{-2} \cdot 9{,}81 \cdot 10^5 = 98{,}1$, что совпадает с полученным выше результатом.

2. Найти отношение единиц мощности в системах МКГСС и СГС. Размерность единицы мощности в системе СГС

$$[p] = L^2MT^{-3}. \tag{2.44}$$

Используя известные отношения единиц длины и массы, найдем искомое отношение

$$100^2 \cdot 9810 = 9{,}81 \cdot 10^7.$$

Точно так же при использовании формулы размерности мощности в системе МКГСС

$$[p] = LFT^{-1} \tag{2.45}$$

отношение единиц будет равно

$$100 \cdot 9{,}81 \cdot 10^5 = 9{,}81 \cdot 10^7.$$

Перейдем теперь к рассмотрению перевода единиц в том наиболее сложном случае, когда в разных системах для определения производной единицы используются разные определяющие соотношения. При этом мы ограничимся лишь тем представляющим наибольший интерес случаем, когда основные величины в обеих системах одни и те же.

Пусть мы имеем некоторую величину A, единицы измерения которой a_1 и a_2 в двух разных системах (основанных на разных законах) имеют размерности

$$[A]_1 = L^{p_1}M^{q_1}T^{r_1}, \qquad [A]_2 = L^{p_2}M^{q_2}T^{r_2},$$

причем числа A_1 и A_2, выражающие величину A в этих единицах, находятся в следующем соотношении:

$$A_1 = KA_2. \tag{2.46}$$

Здесь K — коэффициент пропорциональности, являющийся величиной уже не отвлеченной, а зависящей от выбора основных единиц. Единица, которой «измеряется» K, имеет, очевидно, размерность

$$[K] = \frac{[A]_1}{[A]_2} = L^{p_1-p_2}M^{q_1-q_2}T^{r_1-r_2}. \tag{2.47}$$

Так как числа, измеряющие некоторую величину в разных единицах, и эти единицы измерения находятся в обратном отношении, то можно написать

$$a_1 = \frac{1}{K}a_2. \tag{2.48}$$

Отношение размерностей величины A в первой и второй системе дает размерность коэффициента K. Таким образом, знание численного значения этого коэффициента в какой-либо системе единиц позволит определить его численное значение в любой другой системе и тем самым определить соотношение между соответствующими единицами измерения данной величины A. Поясним все вышесказанное на разобранном нами примере силы. При измерении силы инерционной единицей закон всемирного тяготения имеет вид

$$f = G\frac{m_1m_2}{r^2}.$$

Если основные единицы в обеих системах одинаковы, то стоящее в правой части выражение m_1m_2/r^2 представляет собой ту же силу взаимного тяготения, но измеренную в гравитационных единицах *). Следовательно,

---

*) Гравитационную единицу силы иногда называют астрономической.

обозначая число, измеряющее силу в инерционной системе, через f_i, а в гравитационной — через f_g, мы можем написать:

$$f_i = Gf_g. \tag{2.49}$$

С изменением основных единиц числа f_i и f_g будут изменяться, но не в одинаковой степени. Поэтому коэффициент G будет изменять свое численное значение. Для того чтобы определить характер этого изменения, обратимся к формулам размерности

$$[f]_i = LMT^{-2}, \qquad [f]_g = L^{-2}M^2,$$

откуда

$$[G] = \frac{[f]_i}{[f]_g} = L^3M^{-1}T^{-2}. \tag{2.50}$$

Как мы уже видели (см. § 2.3), численное значение гравитационной постоянной обратно пропорционально кубу единицы длины и прямо пропорционально единице массы и квадрату единицы времени.

Напомним, что при основных единицах метре, килограмме и секунде $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$, а при основных единицах сантиметре, грамме и секунде $G = 6{,}67 \cdot 10^{-8}$. Так как инерционная и гравитационная единицы силы (обозначим их φ_i и φ_g) находятся в соотношении

$$\varphi_i = \frac{1}{G}\varphi_g, \tag{2.51}$$

то при измерении массы в килограммах и расстояния в метрах

$$\varphi_i = \frac{1}{6{,}67 \cdot 10^{-11}}\varphi_g = 1{,}5 \cdot 10^{10}\varphi_g, \tag{2.51а}$$

а при измерении массы в граммах и расстояния в сантиметрах соответственно

$$\varphi_i = \frac{1}{6{,}67 \cdot 10^{-8}}\varphi_g = 1{,}5 \cdot 10^{-7}\varphi_g. \tag{2.51б}$$

Вводя обозначения единиц силы, можем вместо (2.51а) и (2.51б) написать:

$$1\ \textit{н} = 1{,}5 \cdot 10^{10} \text{ единиц } \textit{кг}^2/\textit{см}^2, \tag{2.51в}$$

$$1\ \textit{дин} = 1{,}5 \cdot 10^{7} \text{ единиц } \textit{г}^2/\textit{см}^2. \tag{2.51г}$$

Без большого труда может, очевидно, быть определено соотношение единиц и в том случае, если в обеих системах размер основных единиц различен. Наиболее просто и наглядно это можно сделать, если предварительно перевести одну из единиц в систему с теми же основными величинами, но с размерами основных единиц такими, как во второй системе.

Само собой разумеется, что все подобные переводы могут быть осуществлены лишь при том условии, что в той системе, в которой присутствует размерный коэффициент пропорциональности, численное значение последнего известно либо непосредственно, либо может быть получено переводом из другой системы с такими же определяющими соотношениями.

§ 2.5. Составление переводных таблиц

Для того чтобы не переводить при каждом расчете одни единицы в другие, целесообразно составить таблицы, с помощью которых можно величину, измеренную одной единицей, выразить через любую другую единицу той же величины. При этом для каждой величины потребуется специальная таблица перевода.

Слева в такой таблице располагаются единицы, которые нужно выразить в других единицах, а вверху — те единицы, через которые они должны быть выражены.

Возьмем для примера единицы длины. Соответствующая таблица приведена в Приложении 5 в конце книги (табл. 2). Число 39,4, стоящее на пересечении строки «1 *м* = » и столбца «дюймов», показывает, что в 1 *м* содержится 39,4 дюйма.

При составлении переводных таблиц используются либо соотношения, основанные прямо или косвенно на эксперименте (как, например, 1 *кгс* = 9,81 *н*), либо определения (например, 1 *м* = 100 *см*), либо сравнения эталонов, либо, наконец, расчеты, подобные приведенным выше и основанные на применении формул размерности.

Подобные таблицы перевода, составленные для важнейших рассматриваемых величин и приведенные в конце книги, могут оказаться полезными при решении самых различных задач. В эти таблицы, наряду с единицами разных систем, включен ряд наиболее употребительных внесистемных единиц.

§ 2.6. О так называемом «смысле» формул размерности

Разобранные в предыдущих параграфах примеры показывают, что формула размерности единицы одной и той же величины может принимать различный вид в зависимости от того, каким определяющим соотношением устанавливается данная единица. Это положение мы считаем весьма существенным, так как нередко в литературе можно встретить попытки отыскания какого-то «сокровенного смысла» в формулах размерности. Более того, распространенное и применявшееся выше сокращенное выражение «размерность величины» нередко понимается в буквальном смысле как некое неизменное свойство, присущее данной физической величине. Возможность построения разных формул размерности при различном выборе определяющих соотношений наглядно свидетельствует об ошибочности такого взгляда.

Уместно в связи с этим привести слова М. Планка: «...ясно, что размерность какой-либо физической величины не есть свойство, связанное с существом ее, но представляет просто некоторую условность, определяемую выбором системы измерений. Если бы на эту сторону вопроса достаточно обращали внимание, то физическая литература, в особенности касающаяся системы электромагнитных измерений, освободилась бы от массы бесплодных разногласий» (Макс Планк, Введение в теоретическую физику, ч. 1, Общая механика, § 28, М. — Л., ГТТИ, 1932) и «...то обстоятельство, что какая-либо физическая величина имеет в двух различных системах единиц не только разные числовые значения, но даже и различные размерности, часто истолковывалось как некоторое логическое противоречие, требующее себе объяснения и, между прочим, подало повод к постановке вопроса об «истинной» размерности физических величин... нет никакой особой необходимости доказывать, что подобный вопрос имеет не более смысла, чем вопрос об «истинном» названии какого-либо предмета» (там же, ч. III. Электричество и магнетизм, § 7, М. — Л., ГТТИ, 1933).

Разумеется, если оставаться в рамках определенной системы, то для единицы каждой величины будет сохраняться определенная размерность. При этом в некоторых простейших случаях формула размерности дает представление о том, каким образом производная единица построена из основных. Это естественно, поскольку, как мы уже говорили, сам принцип построения производных единиц отражает возможность определения значения физической величины путем косвенного измерения. Так, например, размерность скорости LT^{-1} показывает, что для определения скорости следует измерить путь и время и поделить друг на друга соответствующие численные значения. Ниже будет показано, что размерность электроемкости в системе СГС совпадает с размерностью длины. Это можно рассматривать как отражение того факта, что электроемкость изолированных проводников одинаковой формы пропорциональна их линейным размерам. Однако подобных примеров можно привести немного, и в большинстве случаев формула размерности не дает наглядного представления о связи данной физической величины с другими величинами, в частности с принятыми за основные.

Действительно, если взять для примера формулу размерности такой статической величины, как давление или механическое напряжение, которая в системах СИ и СГС имеет вид

$$[p] = L^{-1}MT^{-2},$$

то вряд ли можно отыскать какой-либо физический смысл в стоящих в знаменателе единице длины и квадрате единицы времени. И уж, конечно, никаких конкретных представлений не вызывают формулы размерности электрических единиц в системе СГС, в которых символы размерности основных единиц стоят в дробных степенях.

О весьма ограниченном содержании формул размерности говорит и то, что в некоторых случаях единицы разных величин обладают одинаковой размерностью. Это, конечно, ни в коем случае не следует толковать в том смысле, что эти величины имеют общую физическую природу. Более того, в числе рассматриваемых величин мы будем встречать и такие, единицы которых в определенной системе окажутся безразмерными, т. е. не зависящими от выбора основных единиц. Типичным примером таких величин является угол, единицы измерения которого хотя и могут быть различными (градусы, минуты, доли окружности, радианы), но все они не изменяются при изменении основных единиц.

Наряду с использованием формул размерности для перевода единиц из одной системы в другую и установления соотношения между единицами их применяют для проверки правильности формул, полученных в результате того или иного теоретического вывода. Неизменность формулы размерности в рамках данной системы требует, чтобы размерности в левой и правой части любого равенства, связывающего различные физические величины (или, точнее, числа, которыми эти величины измеряются), были одинаковы. В противном случае при переходе от одних единиц к другим равенство бы нарушалось. Поэтому, получив в результате вывода или решения задачи формулу, выражающую зависимость интересующей нас величины от других, следует проверить совпадение размерностей левой и правой частей. Если эти размерности не совпадают, то можно утверждать, что при выводе допущена ошибка и равенство является неверным. Разумеется, совпадение размерностей еще не является гарантией того, что полученное уравнение верно.

§ 2.7. Краткие выводы по главам первой и второй

В предыдущих параграфах были изложены принципы построения систем основных и производных единиц и формул размерностей, а также методы перехода от одной системы к другой.

Для удобства читателей дается краткая сводка содержания этих параграфов, которая может быть сформулирована в виде следующих выводов:

1) Измерение представляет собой сравнение данной величины с другой однородной величиной, принятой за единицу.

2) Условием объективного измерения и установления единиц измерения является возможность получения абсолютного значения относительных количеств.

3) В принципе единицы измерения всех величин могут выбираться независимо друг от друга. Однако наличие наряду с прямыми косвенных измерений позволяет единицы измерения разных величин связывать друг с другом.

4) При построении систем взаимно связанных единиц единицы нескольких величин выбираются независимыми от остальных и друг от друга. Такие единицы условно называются основными.

5) Для всех остальных величин устанавливаются так называемые производные единицы, которые связываются либо с основными единицами, либо друг с другом с помощью определяющих соотношений, представляющих собой математическое выражение физических законов и определений физических величин.

6) Символы физических величин, стоящих в математических выражениях физических закономерностей и определений, представляют собой не сами величины, а численные значения, которыми эти величины выражаются при соответствующем выборе единиц измерения.

7) Зависимость производной единицы от основных определяется формулой размерности (или, кратко, размерностью), представляющей собой одночлен, образованный произведением обобщенного обозначения основных единиц в различных степенях.

8) Математическое равенство, выражающее связь между различными физическими величинами, должно обладать размерной однородностью (формулы размерности левой и правой частей должны быть одинаковыми). При этом в равенстве может присутствовать размерный коэффициент пропорциональности, т. е. такой, численное значение которого изменяется при изменении основных единиц.

9) Совокупность основных и производных единиц образует систему единиц. Система единиц строится следующим образом:

а) выбираются величины, единицы которых принимаются за основные (такие величины условно называются основными);

б) устанавливаются размеры основных единиц;

в) выбирается определяющее соотношение для установления производной единицы;

г) приравнивается единице (или другому постоянному числу), и следовательно, полагается безразмерным коэффициент пропорциональности в определяющем соотношении.

10) Построение системы в принципе вполне произвольно. Произвольными являются число и самый подбор основных величин, размер основных единиц и выбор определяющих соотношений.

11) Число основных единиц связано с числом размерных коэффициентов в математических выражениях физических закономерностей. Чем больше основных единиц, тем больше число таких коэффициентов.

12) При различном выборе определяющих соотношений формула размерности единицы одной и той же величины может иметь различный вид. Следовательно, размерность не является некоторым неизменным свойством данной физической величины, а зависит от способа построения системы единиц.

13) Перевод единиц из одной системы в другую осуществляется с помощью формул размерности, для чего необходимо иметь связь между основными единицами, которая устанавливается в зависимости от способа построения систем, а именно:

а) если обе системы построены на одних и тех же основных величинах и одних и тех же определяющих соотношениях, то связь между основными единицами определяется либо сравнением эталонов, либо условным определением соотношения единиц (например, единица одной из систем определяется как кратная или дольная единицы другой системы);

б) если определяющие соотношения в обеих системах одинаковы, а основные величины различны, то следует экспериментальным путем установить связь между единицами величины, которая в одной системе является основной, а в другой — производной;

в) если производные единицы построены с помощью разных определяющих соотношений, то следует предварительно в одном из этих соотношений, записанном в той системе, в которой оно не является определяющим, установить размерность коэффициента пропорциональности, определить экспериментально его значение при каких-то известных размерах основных единиц и затем, пользуясь формулой размерности, вычислить его значение при размерах основных единиц, соответствующих данной системе.

14) При наличии теоретической возможности произвольным способом строить системы единиц практические соображения накладывают ряд ограничений на число основных единиц, выбор основных величин и определяющих соотношений. В частности, целесообразно число основных величин иметь не слишком малым и не слишком большим.

Глава 3

Понятие об анализе размерностей

§ 3.1. Определение функциональных связей путем сравнения размерностей

Применение формул размерностей не исчерпывается переводом единиц и проверкой правильности формул. В ряде случаев, если предварительно известно, какие физические величины участвуют в исследуемом процессе, можно путем сопоставления размерностей установить характер зависимости, которая связывает данные величины. Во многих областях физики и смежных наук — теплотехнике, гидромеханике и др. — такой метод, получивший название анализа размерностей, нашел широкое распространение. Особенно плодотворным он оказывается в тех случаях, когда нахождение искомой закономерности прямым путем либо встречает значительные математические трудности, либо требует знания таких деталей процесса, которые заранее неизвестны. По сути дела анализ размерностей основывается на том же требовании независимости связи между физическими величинами от выбора единиц, что равносильно требованию совпадения размерностей в обеих частях уравнений. Позволяя в ряде случаев быстро установить характер искомой закономерности, анализ размерностей отнюдь не является всемогущим методом, и подчас его возможности оказываются весьма ограниченными.

В задачу настоящей книги не входит подробное изложение методов и применений анализа размерностей, которому посвящены специальные книги. Помимо упомянутой книги П. В. Бриджмэна, здесь можно рекомендовать книгу Л. И. Седова «Методы подобия и размерности в механике» (изд. 6-е, «Наука», М., 1967). Мы ограничимся лишь кратким ознакомлением того, как с помощью формул размерности можно решать практические задачи, для чего рассмотрим несколько простейших характерных примеров.

1. На пружине подвешен груз массой m (рис. 2). При удлинении пружины на h возникает упругая сила, равная (по абсолютной величине) f, стремящаяся вернуть пружину в исходное положение. Кроме силы f, на груз никакие другие силы не действуют. Определить время t возвращения груза в исходное положение.

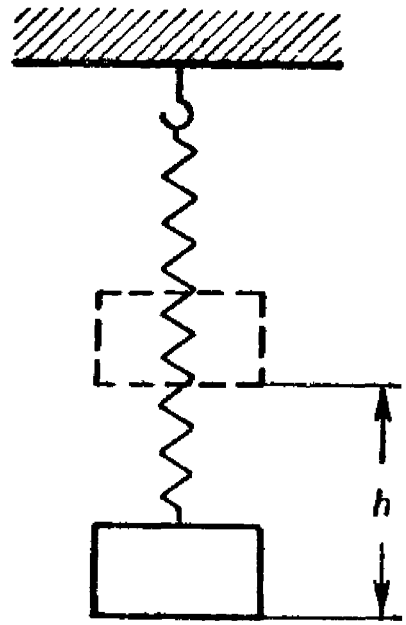

Рис. 2.

Для решения задачи необходимо представить время как некоторую функцию известных величин m, h и f. Хотя в принципе эта функция может иметь различный вид, по поводу нее можно высказать некоторые определенные соображения. Предположим, что в состав этой функции входят какие-либо тригонометрические, показательные или другие неалгебраические функции. Очевидно, аргументом этих последних могут быть только безразмерные величины. Легко видеть, что в системе единиц L, M, T из величин m, h и f, размерности которых равны соответственно M, L и LMT^{-2}, невозможно составить никакой безразмерной комбинации, так как T входит только в размерность силы, поэтому в такую комбинацию сила войти не может, а h и m, разумеется, не могут дать безразмерного сочетания. Таким образом, единственно возможным видом связи между t и h, m и f является алгебраическая функция. Представляется естественным искать эту функцию в виде

$$t = Cf^p h^q m^r, \tag{3.1}$$

где C — неизвестный безразмерный коэффициент пропорциональности, а p, q и r — неизвестные показатели степени. Приравняем формулы размерности левой и правой частей уравнения (3.1):

$$T = L^p M^p T^{-2p} L^q M^r. \tag{3.2}$$

Уравнение (3.2) будет инвариантным по отношению к размеру основных единиц (т. е. сохранится при увеличении или уменьшении размера основных единиц), если показатели степени при соответствующих символах размерности основных единиц в левой и правой части будут равны. Исходя из этого условия, получаем следующие уравнения для показателей степени:

$$0 = p + q, \quad 0 = p + r, \quad 1 = -2p, \tag{3.3}$$

откуда

$$p = -\frac{1}{2}, \quad q = \frac{1}{2}, \quad r = \frac{1}{2}. \tag{3.4}$$

Соответственно

$$t = C\sqrt{\frac{mh}{f}}. \tag{3.5}$$

Разумеется, проведенный анализ не позволяет ничего сказать о величине коэффициента C. Если сила f пропорциональна h (как это имеет место при упругих силах), то, обозначая

$$f = kh, \tag{3.6}$$

можем написать

$$t = C\sqrt{\frac{m}{k}}. \tag{3.7}$$

Здесь k — коэффициент упругости пружины, так что время оказывается не зависящим от удлинения h. Точное решение задачи, основанное на применении законов механики, приводит к тому же уравнению (3.7), но с определенным коэффициентом, равным $\pi/2$ *).

2. В цилиндрическом сосуде площадью сечения s_1 до уровня, расположенного на высоте h от дна, налита

*) Легко видеть, что в случае силы тяжести (сила пропорциональна массе $f = mg$) формула (3.5) превращается в формулу для времени свободного падения $C\sqrt{h/g}$, где C — безразмерный коэффициент, численное значение которого, как известно, равно $\sqrt{2}$.

идеальная (не обладающая вязкостью) жидкость плотностью ρ (рис. 3). В дне сосуда имеется отверстие площадью сечения s_2. Определить время вытекания жидкости t.

Поскольку вытекание происходит под действием силы тяжести, естественно предположить, что в числе величин, определяющих процесс, должно присутствовать ускорение силы тяжести. В данном случае в принципе возможно присутствие в искомой связи трансцендентной функции, включающей в аргумент величины h, s_1 и s_2 (ρ и g по приведенным выше соображениям в этот аргумент входить не могут). Тем не менее попытаемся и здесь представить искомое время в виде степенного одночлена вида

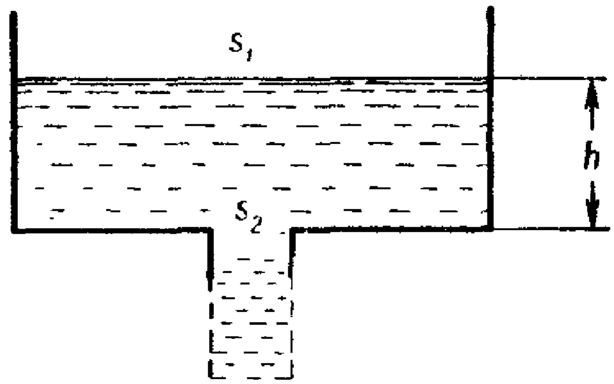

Рис. 3.

$$t = C\rho^p g^q h^r s_1^k s_2^l, \tag{3.8}$$

где, как и выше, C — безразмерный и неопределяемый коэффициент пропорциональности, а p, q, r, k, l — подлежащие определению показатели степени. Составим уравнение размерностей

$$T = M^p L^{-3p} L^q T^{-2q} L^r L^{2k} L^{2l}, \tag{3.9}$$

откуда, приравнивая показатели степени левой и правой частей, получим систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} 0 &= -3p + q + r + 2(k + l), \\ 0 &= p, \\ 1 &= -2q. \end{aligned}\right\} \tag{3.10}$$

Для определения пяти показателей степени мы имеем только три уравнения. Правда, два показателя определяются непосредственно:

$$p = 0, \qquad q = -\frac{1}{2}. \tag{3.11}$$

Это уже представляет определенный интерес, так как показывает, что время вытекания не зависит от плотности жидкости и обратно пропорционально корню квадратному из ускорения силы тяжести. Для определения остальных показателей степени требуется либо иметь дополнительные данные, либо сделать какие-то предположения, основанные на нашем представлении о ходе процесса. Мы предположим, что абсолютная скорость жидкости в отверстии не зависит от его сечения. В этом случае время вытекания должно быть обратно пропорционально s_2. Вместе с тем время вытекания при одинаковом начальном уровне h должно быть пропорционально общему количеству жидкости, а следовательно, сечению s_1. Это дает для показателей степени k и l значения 1 и —1. При таком предположении сразу определяется показатель $r = 1/2$, и для времени вытекания получается выражение

$$t = C\sqrt{\frac{h}{g}}\,\frac{s_1}{s_2}. \tag{3.12}$$

Что касается коэффициента C, то, как и в предыдущем примере, анализ размерности не дает возможности его определить. Расчет показывает, что этот коэффициент равен $\sqrt{2}$.

Определение показателя степени r возможно также другим путем. Поскольку в условии задачи ничего не говорится о форме отверстия и форме сечения сосуда, можно единицу площади отнести к числу основных, не связывая ее с единицей длины. В этом случае вместо уравнения (3.9) следует написать

$$T = M^pL^{-3p}L^qT^{-2q}L^rS^kS^l, \tag{3.13}$$

где S — условное обозначение размерности площади.

Из этого уравнения дополнительно к условиям $p = 0$ и $q = -1/2$ получим

$$k = -l, \qquad r = \frac{1}{2}. \tag{3.14}$$

Таким образом, в качестве решения задачи мы имеем

$$t = C\sqrt{\frac{h}{g}}\,\varphi\left(\frac{s_2}{s_1}\right), \tag{3.15}$$

где, правда, в отличие от (3.12) $\varphi(s_2/s_1)$ является неизвестной функцией отношения s_2/s_1.

Легко видеть, что по сравнению с первоначальным положением, когда требовались специальные предположения, нам удалось добиться большей определенности решения задачи благодаря введению дополнительной основной единицы.

3. На тело массой m действует постоянная сила f на пути h. Определить скорость, которую приобретет тело в конце пути.

Аналогично предыдущим примерам запишем скорость в виде

$$v = Cf^p m^q h^r \tag{3.16}$$

с неизвестным коэффициентом C и показателями степени p, q и r.

Уравнение размерности будет иметь вид

$$LT^{-1} = L^p M^p T^{-2p} M^q L^r. \tag{3.17}$$

Сопоставляя показатели степени, легко получим

$$p = \frac{1}{2}, \quad q = -\frac{1}{2}, \quad r = \frac{1}{2}, \tag{3.18}$$

откуда

$$v = C\sqrt{\frac{fh}{m}}. \tag{3.19}$$

Решение этой задачи на основе закона сохранения энергии дает, как известно,

$$v = \sqrt{\frac{2fh}{m}}, \tag{3.19a}$$

т. е. $C = \sqrt{2}$.

Рассмотрим ту же задачу несколько иначе. Попробуем найти искомую скорость с помощью того же анализа размерностей, но в такой системе единиц, в которой единица силы определяется не вторым законом Ньютона, а законом всемирного тяготения. В этой системе размерность силы

$$[f] = L^{-2}M^2. \tag{3.20}$$

Уравнение размерности, построенное на основании (3.16), будет

$$LT^{-1}=L^{-2p}M^{2p}M^{q}L^{r}. \tag{3.21}$$

Мы пришли к абсурдному, противоречивому результату. В левой части размерность времени входит в степени —1, в то время как в правой части время вообще отсутствует. Какова же причина этого противоречия? Рассматривая существо задачи, мы видим, что основной закон, определяющий данный процесс — ускорение под действием внешней силы — т. е. второй закон Ньютона, выпал из рассмотрения. Это существенно в том отношении, что в принятой нами системе единиц в выражении для второго закона Ньютона должна стоять инерционная постоянная, размерность которой

$$[K_i]=L^{-3}MT^{2}.$$

Введя в уравнение размерностей размерность инерционной постоянной, мы получим совместные уравнения, однако для определения четырех степеней мы будем иметь только три уравнения. Действительно, написав вместо (3.16)

$$v=Cf^{p}m^{q}h^{r}K_i^{k}. \tag{3.22}$$

получим систему

$$\left.\begin{aligned} 1&=-2p+r-3k,\\ 0&=2p+q+k,\\ -1&=2k, \end{aligned}\right\} \tag{3.23}$$

из которой непосредственно определяется только $k=-1/2$, так что в искомой зависимости какой-нибудь один показатель степени остается неизвестным, и ее можно записать, например, в следующем виде:

$$v=Cf^{p}\left(\frac{h}{m}\right)^{2p-\frac{1}{2}}K_i^{-\frac{1}{2}}=C\left(\frac{fh^2}{m^2}\right)^{p}\left(\frac{K_i h}{m}\right)^{-\frac{1}{2}}. \tag{3.24}$$

Задачу можно сделать полностью определенной, если ввести еще одну основную единицу. В качестве таковой примем единицу силы. Обозначив ее размерность, как и раньше, F, получим для размерности инерционной постоянной

$$[K_i]=L^{-1}M^{-1}T^2F. \tag{3.25}$$

Записав теперь искомую зависимость в виде

$$v=Cf^pm^qh^rK_i^k, \tag{3.26}$$

получим для показателей степени систему

$$\left.\begin{aligned} 1&=r-k,\\ 0&=q-k,\\ -1&=2k,\\ 0&=p+k, \end{aligned}\right\} \tag{3.27}$$

откуда легко определяются все показатели степени

$$p=r=\frac{1}{2}, \quad q=k=-\frac{1}{2},$$

и, следовательно,

$$v=C\sqrt{\frac{fh}{mK_i}}. \tag{3.28}$$

Легко видеть, что если, наоборот, уменьшить число основных единиц, приняв для решения задачи систему с двумя основными единицами длины и времени, в которой размерности силы и массы

$$[f]=L^4T^{-4}, \tag{3.29}$$

$$[M]=L^3T^{-2}, \tag{3.30}$$

то задача станет также неопределенной. Действительно, написав уравнение размерностей в виде

$$LT^{-1}=L^{4p}T^{-4p}L^{3q}T^{-2q}L^r, \tag{3.31}$$

мы получим для нахождения степеней только два уравнения

$$\left.\begin{aligned} 1&=4p+3q+r,\\ -1&=4p-2q. \end{aligned}\right\} \tag{3.32}$$

Решение задачи вновь требует дополнительных предположений, не вполне очевидных, несмотря на простоту самой задачи. Уравнения (3.32) совместны и удовлетворяются, если подставить значения показателей из (3.18).

§ 3.2. П-теорема и метод подобия

Рассматривая приведенные примеры, мы приходим к выводу, что анализ размерностей не может являться универсальным методом, позволяющим автоматически находить интересующие нас зависимости между физическими величинами, участвующими в том или ином процессе. Применение анализа размерностей требует во многих случаях удачного выбора системы единиц, учета размерных постоянных, которые могут входить в выражения для законов, управляющих данным процессом, или в определения физических величин. Нередко требуются такие дополнительные предположения, которые приходится принимать интуитивно, и т. д.

Приведенные примеры показывают, кроме того, что чем меньше основных величин и чем больше параметров, участвующих в процессе (включая размерные постоянные), тем более неполной является система уравнений, которую можно составить для нахождения показателей степени при символах величин, входящих в искомую зависимость. В то же время возможны и такие случаи, когда уравнения размерностей приводят к несовместной системе уравнений для показателей степеней в формулах размерности. Это, как мы видели, свидетельствует о том, что какая-то из величин, существенных для решения задачи, оказалась неучтенной. В числе таких величин может быть и размерная постоянная.

Существенную помощь при анализе размерностей оказывает так называемая П-теорема, доказательство которой можно найти в упомянутых книгах Бриджмэна и Седова. Согласно этой теореме, если функциональная связь между n физическими величинами удовлетворяет условию инвариантности относительно размера основных единиц, а число основных единиц равно k, то можно составить $n-k$ безразмерных комбинаций величин, Чем меньше эта разность, тем определеннее будет решение задачи. При $n - k = 1$ задача становится наиболее определенной и, как правило, однозначиой *). Выделяя из общего числа величин ту, зависимость которой от остальных мы хотим определить, мы сможем выразить искомую зависимость в виде явной функции.

Проиллюстрируем сказанное примерами, для чего воспользуемся теми задачами, которые были рассмотрены в предыдущем параграфе.

В первой задаче (возвращение в положение равновесия груза оттянутой пружиной) связываются четыре величины: масса груза, сила натяжения пружины, ее удлинение и время возвращения. Согласно П-теореме, при трех основных величинах — длине, массе и времени — возможно из четырех велнчин образовать одну безразмерную комбинацию. Соответственно связь между этими величинами можно записать в виде функции вида

$$\varphi(f^p h^q m^r t^k) = \mathrm{const}, \tag{3.33}$$

где аргумент функции безразмерный и стоящая справа постоянная величина также не имеет размерности. В аргументе все показатели степени можно, сохраняя его безразмерность, изменить в одинаковое число раз, в результате чего один из показателей может быть сделан равным единице. Наиболее удобно это сделать, очевидно, для искомой величины, в данном случае времени, так что, приравняв показатель k единице, получим

$$[f^p h^q m^r t] = 1. \tag{3.34}$$

Уравнение (3.34) равносильно уравнению (3.2), с той только разницей, что все показатели имеют обратные знаки.

Ввиду того, что выбор основных единиц произведен, в качестве таковых могут быть приняты комбинированные единицы при условии, что их размерности будут независимыми. Поэтому в формулировке П-теоремы вместо числа основных единиц можно принимать число

*) Некоторая неоднозначность решения сохраняется лишь в том случае, если в числе величин, входящих в задачу, имеется несколько однородных.

величин, размерности которых взаимно независимы. Это положение можно проиллюстрировать на примере второй задачи (о вытекании жидкости из цилиндрического сосуда). В этой задаче мы искали связь между следующими величинами: время вытекания t, плотность жидкости ρ, ускорение силы тяжести g, высота уровня h, сечения s_1 и s_2. Среди размерностей этих величин T, $L^{-3}M$, LT^{-2}, L, L^2 и L^2 независимыми являются три: T, $L^{-3}M$ и L. Таким образом, из перечисленных величин могут быть составлены три безразмерные комбинации:

$$\frac{h}{gt^2}, \quad \rho^0, \quad \frac{s_2}{s_1}. \tag{3.35}$$

Выделяя из комбинации h/gt^2 время t, можно представить его в следующем виде:

$$t = \sqrt{\frac{h}{g}}\,\varphi\left(\frac{s_2}{s_1}\right), \tag{3.36}$$

как это и было получено нами раньше.

Рассмотрим еще один пример. Пусть требуется определить скорость v, с которой падает шарик в вязкой жидкости. Даны диаметр шарика d, его плотность ρ_1, плотность жидкости ρ_2 и ее вязкость μ. Разумеется, в число величин, определяющих процесс, входит ускорение силы тяжести. Для решения задачи мы имеем, таким образом, шесть величин при трех основных единицах, что позволяет составить три безразмерные комбинации. Как мы уже видели, задача становится тем более определенной, чем меньше разность между числом определяющих явление величин и числом основных единиц. В данном случае задачу можно сделать более определенной, если ввести еще хотя бы одну дополнительную основную единицу. В качестве таковой представляется целесообразным принять единицу силы. Размерности входящих в задачу величин будут при этом следующие:

$$[v] = LT^{-1}, \quad [d] = L, \quad [\rho_1] = [\rho_2] = L^{-3}M,$$
$$[\mu] = L^{-2}TF, \quad [g] = FM^{-1}.$$

Теперь мы можем составить уже лишь две безразмерные комбинации. В качестве одной из них, по аналогии с ранее рассмотренными примерами, напрашивается отношение ρ_2/ρ_1. Составляя уравнения для показателей степеней остальных величин, мы легко получим вторую комбинацию, включающую, в частности, любую из плотностей, например ρ_1:$v\mu\rho_1^{-1}d^{-2}g^{-1}$. Отсюда для искомой скорости падения мы найдем

$$v = C\frac{d^2\rho_1 g}{\mu}\varphi\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right). \tag{3.37}$$

Функция $\varphi(\rho_2/\rho_1)$ данными задачи не определяется. Разумеется, задача была бы еще более неопределенной, если бы мы сохранили лишь три основные единицы. Интересно заметить, что почти такая же задача о скорости всплывания в жидкости воздушного пузырька (плотностью которого можно пренебречь) становится вполне определенной, так как число входящих величин при этом уменьшается на единицу. Легко показать, что в этом случае безразмерная комбинация имеет вид

$$\frac{v\mu}{d^2\rho_2 g},$$

откуда скорость всплывания пузырька

$$v = Cd^2\mu^{-1}\rho_2 g. \tag{3.38}$$

Сопоставляя (3.38) и (3.37), можно заключить, что функция $\varphi(\rho_2/\rho_1)$ имеет вид

$$\varphi\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = 1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}, \tag{3.39}$$

так что (3.37) превращается в

$$v = C\frac{d^2 g}{\mu}(\rho_1 - \rho_2). \tag{3.40}$$

Теоретический расчет дает для C значение 1/18.

Легко видеть, что формула (3.40) описывает все случаи движения шарика в вязкой жидкости как при $\rho_1 > \rho_2$, так и при $\rho_1 < \rho_2$, вплоть до $\rho_1 = 0$, поскольку v может принимать как положительное, так и отрицательное значение.

Приведенные примеры еще раз показывают, что при применении анализа размерности, наряду с достаточно очевидными приемами, приходится вооружаться интуицией не только при определении величин, существенных для данной конкретной задачи, но и при подборе основных единиц и даже записи размерностей. Так, в последней задаче не очевидно было, что размерность ускорения силы тяжести следовало записать не LT^{-2}, а FM^{-1} *).

При этом можно отметить, что сама по себе П-теорема ничего нового не добавляет к изложенному выше способу применения анализа размерностей, хотя, впрочем, в ряде случаев она позволяет проводить анализ в более удобном виде и представлять результат анализа в разных формах в зависимости от того, какие параметры нас интересуют. Основное ее значение, однако, состоит в том, что с ее помощью удобно вводить так называемые безразмерные критерии подобия.

Такими критериями в принципе могут быть любые из безразмерных комбинаций величин, определяющих исследуемое явление. Если в такой комбинации изменить значения образующих ее величин таким образом, чтобы сама комбинация не изменилась, ее численное значение останется неизменным даже при изменении размера основных единиц. Следовательно, при сохранении остальных величин останется неизменной и искомая величина. Так, например, в задаче о времени вытекания жидкости последнее является функцией размерного отношения h/g, безразмерного отношения s_2/s_1 и, можно также сказать, безразмерной величины ρ^0. Последнее попросту означает, что время вытекания не зависит от плотности жидкости. В качестве критерия подобия в данном случае следует считать отношение s_2/s_1. Если в одинаковое число раз изменить площадь сечения сосуда s_1 и сечения отверстия s_2, то при постоянном h (и, разумеется, постоянном g) время вытекания не изменится.

Введение критериев подобия оказывается особенно удобным в тех случаях, когда сведения для полного описания явления недостаточны или строгое решение задачи представляет большие математические трудности.

---

*) Причина этого, как нетрудно видеть, заключается в том, что в первом случае мы вынуждены были бы ввести еще одну размерную величину — инерционную постоянную. Записав размерность ускорения в виде FM^{-1}, мы сохраняем запись второго закона Ньютона $f=ma$.

Первый критерий, с помощью которого были получены важные теоретические результаты, относящиеся к течению реальной (вязкой) жидкости, был введен О. Рейнольдсом и носит его имя. Критерий, или число Рейнольдса Re, равен

$$\mathrm{Re} = \frac{vD\rho}{\mu}, \tag{3.41}$$

где v — скорость течения жидкости, D — диаметр трубы, ρ — плотность жидкости и μ — ее вязкость. Последняя, как будет показано ниже, имеет размерность $L^{-1}MT^{-1}$, и, следовательно, Re действительно является безразмерной величиной. При данном значении Re характер течения разных жидкостей в разных трубах с разными скоростями оказывается одинаковым; одинаково распределение давлений, скоростей и т. д. Опытным путем было найдено, что при достижении Re значения, равного 2200 (так называемое критическое число Рейнольдса), упорядоченное струйчатое, или ламинарное, течение жидкости становится беспорядочным — турбулентным.

Введение критериев подобия оказалось весьма плодотворным при решении разнообразных задач аэро- и гидромеханики, теплопередачи и др. Особенно важным является то, что с помощью метода подобия можно изучать различные явления на моделях. Так, например, критерий Рейнольдса (который применим не только к течению жидкостей в трубах, но и к обтеканию жидкостью погруженных в нее тел) позволяет изучать сопротивление, испытываемое телами в потоке жидкости, если заменить тела геометрически подобными моделями меньших размеров и соответственно увеличить скорость потока.

Критерии подобия в том виде, как они образованы, являются безразмерными только при определенном выборе определяющих соотношений. Если же эти соотношения изменить, то изменятся размерности единиц, входящих в выражение данного критерия, и он приобретет определенную размерность. Так, например, можно показать, что при замене инерционной единицы силы на гравитационную критерий Рейнольдса приобретет размерность

$$[\mathrm{Re}] = L^3 M^{-1} T^{-2}. \tag{3.42}$$

Легко видеть, что критерий может быть вновь сделан безразмерным, если в него ввести инерционную постоянную, размерность которой, как мы знаем, равна

$$L^{-3} M T^2.$$

В заключение заметим, что составление безразмерных комбинаций бывает полезным и в том случае, когда задача без больших затруднений решается обычным путем. Преобразовав решение таким образом, чтобы определяемая величина была представлена как функция от ряда величин, из которых хотя бы часть может быть собрана в безразмерные комбинации, можно получить выражение, удобное для анализа и обобщений.

Глава 4

Единицы геометрических и механических величин

§ 4.1. Введение

Для построения единиц геометрических величин из всех основных единиц требуется лишь единица длины — в системах СИ и МКГСС — метр, в системе СГС — сантиметр. В кинематике к единице длины добавляется вторая основная единица — единица времени секунда, одинаковая во всех системах. Наконец, при изложении динамики вводится третья основная единица — в системах СИ и СГС — единица массы соответственно килограмм и грамм, а в системе МКГСС — единица силы килограмм-сила. Все эти единицы были даны ранее, и на них мы останавливаться не будем.

В последующих параграфах этой главы будут рассмотрены все важнейшие геометрические и механические единицы, их образование, определение и формулы размерности в системах СИ и СГС (т. е. по отношению к единицам L, M, T). Формулы размерности в МКГСС (L, F, T) приводятся в общей таблице (Приложение 5, табл. 1), в которую сведены геометрические и механические единицы, относящиеся к системе СИ, СГС и МКГСС. Для каждой величины в таблице приводится ее название, символ, формула, с помощью которой она определяется, размерность в системах СИ и СГС, размерность в системе МКГСС, даются русские обозначения соответствующих единиц во всех трех системах. Единицы, выделенные жирным шрифтом, являются для данной системы основными.

Ниже будут приведены также некоторые, наиболее распространенные внесистемные единицы соответствующих величин.

§ 4.2. Геометрические единицы

Кроме основных системных единиц метра и сантиметра, применяется ряд десятичных кратных и дольных единиц. Наиболее широко распространены следующие единицы:

Километр: 1 *км* = 1000 *м* = 10^5 *см*
Дециметр: 1 *дм* = 0,1 *м* = 10 *см*
Миллиметр: 1 *мм* = 10^{-3} *м* = 0,1 *см*
Микрон: 1 *мк* = 10^{-6} *м* = 10^{-4} *см* = 10^{-3} *мм*
Нанометр: 1 *нм* = 10^{-9} *м* = 10^{-7} *см* = 10^{-6} *мм* = 10^{-3} *мк*
Ангстрем: 1 Å = 10^{-10} *м* = 10^{-8} *см* = 10^{-7} *мм* = 10^{-4} *мк*

Две из этих единиц нуждаются в дополнительных замечаниях. Микрон обычно обозначался, как написано выше, *мк*. Иногда при русском обозначении остальных величин микрон обозначался греческой буквой μ (мю), которая входит в совокупность международных (как правило, латинских) обозначений. В связи с введением Международной системы предложено назвать его микрометр и обозначить *мкм*. Единица, равная 10^{-9} *м* (нанометр), раньше называлась миллимикрон и обозначалась *ммк*.

В рентгеновской спектроскопии и рентгеноструктурном анализе применяется единица длины, обозначаемая X (и соответственно называемая X-единица). Вначале X-единица была введена как 10^{-3} Å (или 10^{-11} *см*), вследствие чего она отождествлялась с миллиангстремом. Однако тщательное сопоставление обнаружило некоторое расхождение между X-единицей, определяемой с высокой точностью в рентгеновской спектроскопии, и миллиангстремом. Так как на протяжении ряда лет все длины волн и постоянные решетки в рентгеноструктурном анализе измерялись X-единицами и эти единицы использованы в многочисленных таблицах, оказалось целесообразным сохранить X-единицу как самостоятельную единицу длины

$$1X = 1{,}00206 \cdot 10^{-3}\text{Å}.$$

Число единиц длины неметрического происхождения чрезвычайно велико и, пожалуй, не поддается учету, так как в каждой стране в разное время вводились различные единицы, подчас никак не связанные друг с другом, причем под одним названием существовали единицы разного размера. Ниже мы приведем лишь несколько единиц длины, выбор которых определяется либо тем, что эти единицы имеют более или менее широкое распространение, либо тем, что их упоминание нередко встречается в литературе.

В технике, преимущественно в машиностроении, до настоящего времени широко применяется *дюйм*

$$1'' = 2{,}54\ см = 0{,}254\ м.$$

В мореходной практике применяется *морская миля*, равная длине одной угловой минуты (см. ниже) меридиана, что составляет 1852 *м*. Одна десятая морской мили (185,2 *м*) называется *кабельтов*.

В астрономии пользуются специальными единицами длины:

парсек (*пс*) — расстояние, с которого полудиаметр земной орбиты виден под углом в одну угловую секунду (см. ниже). Один парсек равен $3{,}084 \cdot 10^{13}$ *км*; наряду с парсеком применяются его кратные единицы — *мегапарсек* (*мпс*) и *килопарсек* (*кпс*);

астрономическая единица длины (а. е. д. или *AU*), равная среднему расстоянию от Земли до Солнца: $1{,}496 \cdot 10^8$ *км* (наиболее точное значение $1{,}495993 \cdot 10^8$ *км*);

световой год (встречается преимущественно в научно-популярной литературе) — расстояние, которое свет проходит за один год: $9{,}4605 \cdot 10^{12}$ *км*.

В связи с тем, что в русской литературе до введения метрических мер (1924 г.) употреблялись старые русские единицы длины, приведем их значения:

Верста: 1,0668 *км* (для пересчета верст в километры пользовались раньше приближенным значением — одна верста = 15/14 *км*)

Сажень: 1/500 версты = 2,134 *м*

Аршин: 1/3 сажени = 0,7112 *м*

Вершок: 1/16 аршина = 4,45 *см*

Фут: 1/7 сажени = 0,3048 *м* (фут делился на 12 дюймов, определение дюйма дано выше)

Из большого числа английских единиц длины назовем только *ярд*: 0,9144 *м* и тысячную часть дюйма — *мил*: 2,54 *мк*.

Площадь. Во всех системах за единицу площади принимается площадь квадрата, сторона которого равна единице длины. Из формулы

$$S = l^2 \tag{4.1}$$

получаем размерность

$$[S] = L^2. \tag{4.2}$$

Системные единицы площади — в системах СИ и МКГСС — *квадратный метр*, в системе СГС — *квадратный сантиметр*:

$$1\ м^2 = 10^4\ см^2.$$

На основе приведенных единиц длины по формуле (4.1) строятся внесистемные единицы площади, из которых наиболее употребительны 1 $км^2 = 10^6\ м^2$, 1 $дм^2 = 10^{-2}\ м^2 = 100\ см^2$,

$$1\ мм^2 = 10^{-2}\ см^2, \quad 1\ \text{кв. дюйм} = 6{,}4516\ см^2.$$

Единица площади в 100 $м^2$ называется *ар*, в сто раз большая единица — *гектар* (*га*) — общепринятая единица измерения земельной площади

$$1\ га = 10^2\ ар = 10^4\ м^2 = 10^{-2}\ км^2.$$

В дореволюционной России мерой земельной площади была *десятина*, равная 2400 кв. саженей

$$1\ \text{десятина} = 1{,}0925\ га.$$

Основная английская единица земельной площади — 1 *акр* составляет 4046,86 $м^2$.

Объем. Единица объема во всех системах — объем куба с ребром, равным единице длины

$$V = l^3. \tag{4.3}$$

Соответственно размерность

$$[V] = L^3. \tag{4.4}$$

В системах СИ и МКГСС единица объема — *кубический метр* ($м^3$), а в системе СГС — *кубический сантиметр* ($см^3$):

$$1\ см^3 = 10^{-6}\ м^3.$$

Из остальных единиц назовем

$$1\ дм^3 = 10^{-3}\ м^3 = 10^3\ см^3$$

и

$$1\ \text{куб. дюйм} = 16{,}384\ см^3.$$

Литр (*л*), который часто называют «единицей вместимости», ранее определяли как объем, занимаемый одним килограммом воды при 4° С. Этот объем составляет 1,000028 $дм^3$.

В 1964 г. литр приравнен одному кубическому дециметру: 1 *л* = 1 $дм^3$.

Угол. Во всех системах единиц угол определяется как отношение длины дуги к ее радиусу. Сообразно с этим определением за единицу угла принимается угол, длина дуги которого равна единице длины при радиусе, равном также единице длины. Так как, согласно этому определению, угол

$$\varphi = \frac{l}{r}, \tag{4.5}$$

где l — длина дуги, а r — радиус, то, как нетрудно видеть, угол является величиной нулевой размерности относительно всех основных величин, иначе говоря, его единица не зависит от размера основных единиц. Эта универсальная единица угла носит название *радиан* (*рад*).

То обстоятельство, что единица угла во всех трех системах не имеет размерности, нередко совершенно ошибочно трактуют в том смысле, что угол является отвлеченной величиной. В действительности же угол — полноправная геометрическая величина. Его можно подвергать прямому измерению с помощью произвольной угловой мерки — единицы угла, которая иногда даже принимается в качестве основной единицы с собственной размерностью (обозначение Ω). Безразмерность угла в системах СИ, СГС и МКГСС означает лишь то, что при определяющем соотношении (4.5) принятая в этих системах единица угла оказывается одной и той же независимо от размера основных единиц. Это позволяет легко ввести и независимые внесистемные единицы угла: оборот (*об*), равный 2π радианов, градус ($1°$), составляющий 1/360 часть оборота; градус делится на 60 *мин*:

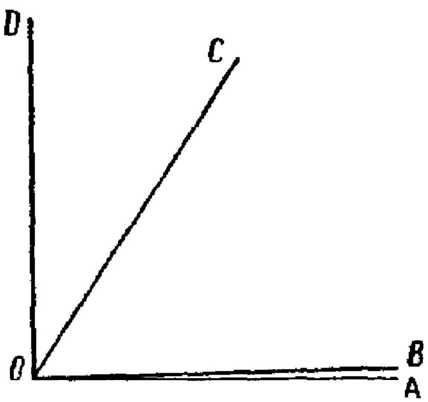

Рис. 4.

$$1° = 60',$$

минута делится на 60 *сек*:

$$1' = 60''.$$

Кроме того, применяется прямой угол (обозначается $1d$ или $1^{\llcorner}$), равный $90°$ или $\pi/2$ *рад*, или $^1/_4$ *об*. Прямой угол делится на 100 частей, называемых *град* или *гон* (1^g):

$$1^g = 0{,}01^{\llcorner} = 0{,}9° = 0{,}0157 \text{ рад}.$$

Один гон составляет 100 метрических минут (1^c) и 10^4 метрических секунд (1^{cc}):

$$1^g = 10^{2c} = 10^{4cc}.$$

Из сказанного вытекает, что

$$1 \text{ рад} = 57°17'45'' = 57{,}296°$$

или

$$1° = 0{,}017453 \text{ рад}.$$

На рис. 4 изображены углы $1°$ (AOB), 1 *рад* (AOC) и $^{\pi}/_2$ (AOD). Для наглядности укажем, что отрезок длиной в 1 *мм* виден под углом $1'$ с расстояния 3,44 *м*, а под углом $1''$ — с расстояния 206 *м*.

Телесный угол. Прежде чем определить единицу телесного угла, остановимся несколько подробнее на самом понятии телесного угла, поскольку оно часто оказывается недостаточно хорошо известным. Представим себе сферу, на которой обрисована некоторая замкнутая линия (рис. 5). Если все точки этой линии соединить с центром, то образуется конус *), охватывающий некоторую часть пространства. Конус будет тем шире, или, как говорят, раствор или расхождение его будет тем больше, чем большую долю поверхности сферы охватывает взятая нами замкнутая линия. Если теперь из

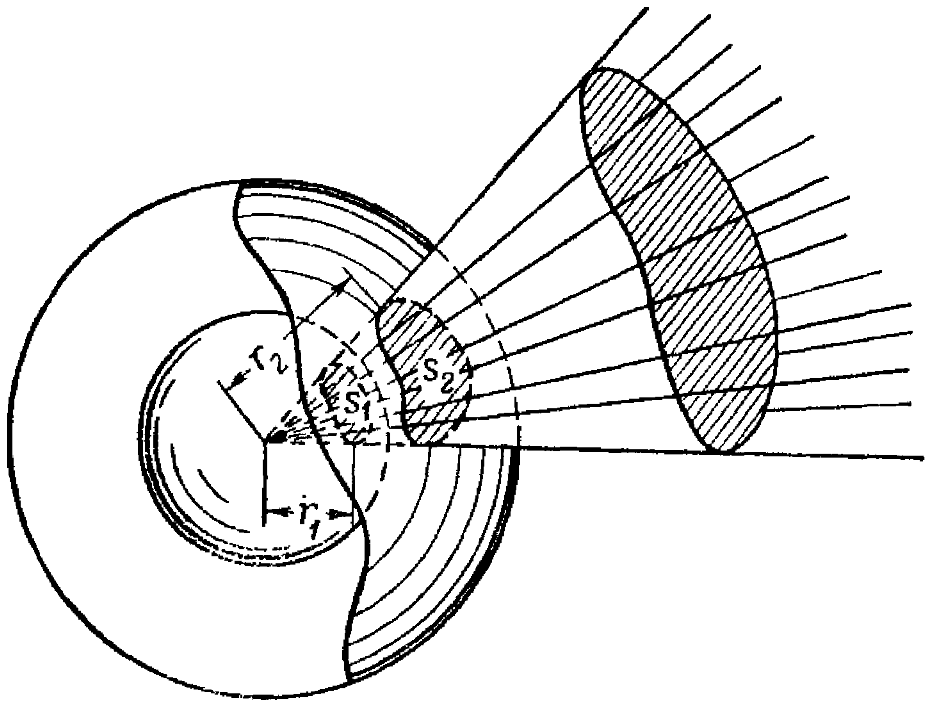

Рис. 5.

того же центра провести ряд сфер различного радиуса, то полученный нами конус вырежет на них участки, подобные тому, с помощью которого был построен конус. Площади этих участков будут, как это ясно из простых геометрических соображений, пропорциональны квадратам радиусов сфер, из которых эти участки вырезаны. Поэтому отношение площадей каждой из них к квадрату соответствующего радиуса будет оставаться постоянным независимо от радиуса сферы и будет тем больше, чем больше раствор конуса. Это отношение вырезанной конусом на сфере площади к квадрату радиуса сферы принимается во всех трех системах (СИ, СГС и МКГСС),

*) Конусом в широком смысле этого слова называется всякая фигура, образованная движением прямой в том случае, если одна ее точка закреплена, а какая-либо другая точка движется по замкнутой линии.

в качестве меры телесного угла. Таким образом, телесный угол τ определяется формулой

$$\tau = \frac{s}{r^2}. \tag{4.6}$$

Полная сфера образует телесный угол, равный $\tau = 4\pi r^2/r^2 = 4\pi$.

Так как при пересечении тремя взаимно перпендикулярными плоскостями пространство сферы делится на восемь прямых углов (рис. 6), то величина каждого прямого угла будет $4\pi/8 = \pi/2$, так же как и для прямого угла на плоскости.

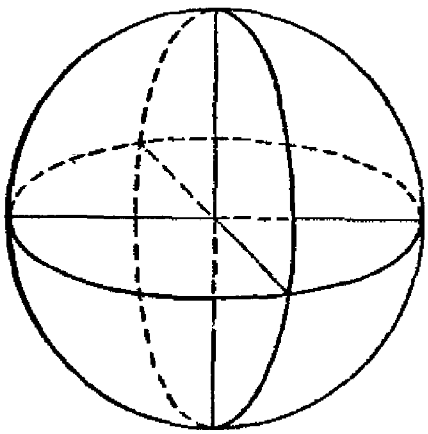

Рис. 6.

Из определения вытекает, что телесный угол, так же как и угол на плоскости, является величиной, не имеющей размерности. Поэтому за единицу телесного угла во всех системах принят *стерадиан (стер)*, такой телесный угол, который вырезает на поверхности сферы площадку, равную квадрату радиуса этой сферы.

В астрономии применяется единица телесного угла — *квадратный градус* ($\square^\circ$) — телесный угол, конус которого представляет собой четырехгранную пирамиду с углами между ребрами, равными 1°:

$$1\square^\circ = 3{,}046 \cdot 10^{-4}\ \textit{стер} = 2{,}424 \cdot 10^{-5} \text{ телесного угла полной сферы.}$$

Замечание о возможности введения самостоятельной внесистемной единицы угла на плоскости в равной мере относится и к измерению телесного угла, с той лишь разницей, что в последнем случае в качестве такой единицы практически применяется только прямой угол (за исключением астрономической единицы — квадратного градуса).

В связи со сказанным представляется целесообразным сделать следующее замечание. В ГОСТ 9867—61, определяющем построение Международной системы СИ, единицы угла и телесного угла — радиан и стерадиан — выделены в особую группу «дополнительных единиц». Нам кажется, что такое выделение совершенно необосновано и может привести к недоразумению, в частности заставит нас считать эти единицы находящимися вне какой бы то ни было системы. В действительности же, как сказано выше, то обстоятельство, что радиан и стерадиан не имеют размерности по отношению к основным единицам системы, отнюдь не означает, что они являются внесистемными единицами. Уравнения (4.5) и (4.6), дающие определения угла и телесного угла, представляют собой типичные определяющие соотношения, в которых коэффициент пропорциональности, как обычно, полагается равным единице и лишенным размерности. Таким образом, следует считать, что единицы угла и телесного угла — радиан и стерадиан — являются полноправными производными единицами, с той лишь особенностью, что эти единицы оказываются одинаковыми во всех системах.

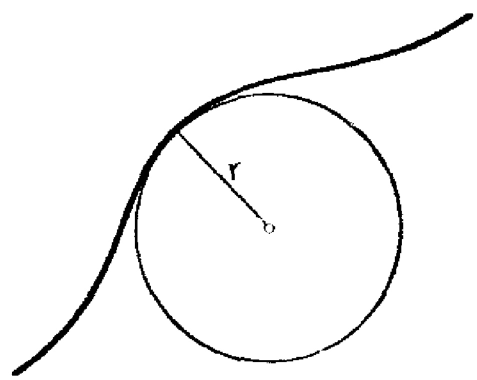

Рис. 7.

Если считать, что безразмерные единицы следует выделять в какую-то особую группу «дополнительных единиц» — не основных и не производных, то в эту группу должны быть включены и такие величины, относящиеся к теории колебаний (см. ниже), как фаза, добротность и, разумеется, любые безразмерные комбинации величин, в частности упоминавшиеся выше критерии подобия.

Кривизна. Всякая кривая линия в каждой своей точке имеет определенную кривизну. Элемент кривой, примыкающей к данной точке, можно представить частью окружности некоторого радиуса r (рис. 7). Величина, обратная r,

$$\rho = \frac{1}{r} \tag{4.7}$$

и служит мерой кривизны кривой в данной точке, а сам радиус r называется радиусом кривизны. Таким образом, единица кривизны определяется как кривизна в такой точке, в которой радиус кривизны этой кривой равен единице длины.

Кривизна поверхности. Когда мы имеем дело с поверхностью, понятие кривизны становится более сложным. Если в какой-либо точке поверхности провести

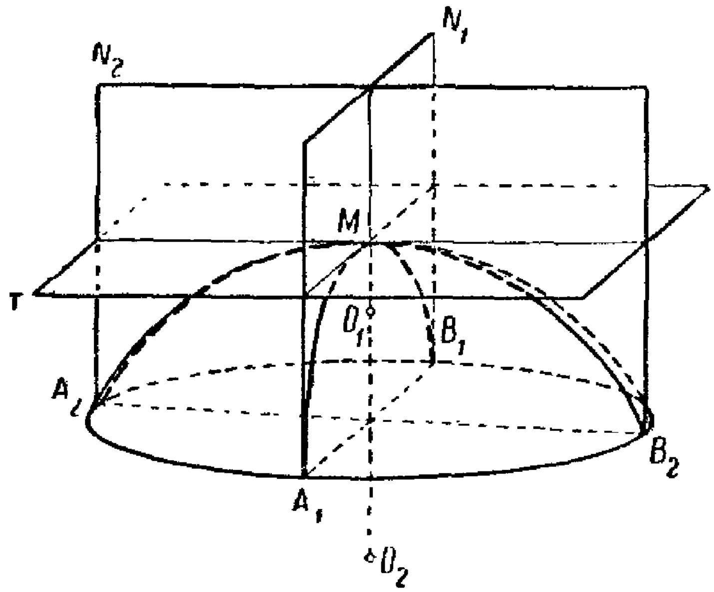

Рис. 8.

перпендикулярно касательной плоскости N_1 и N_2 (рис. 8), то пересечение поверхности с этими плоскостями даст две кривые линии A_1MB_1 и A_2MB_2, которые могут быть охарактеризованы соответствующими радиусами кривизны $r_1 = O_1M$ и $r_2 = O_2M$ и кривизнами $\rho_1 = 1/r_1$ и $\rho_2 = 1/r_2$.

В дифференциальной геометрии доказывается, что, как бы ни были проведены эти две секущие плоскости, сумма

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \tag{4.8}$$

будет оставаться постоянной. Эта сумма носит название средней кривизны в данной точке поверхности. Иногда средней кривизной называют величину, вдвое меньшую:

$$\rho' = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right). \tag{4.8a}$$

Очевидно, что для сферы средняя кривизна будет

$$\rho = \frac{2}{r} \tag{4.9}$$

или

$$\rho' = \frac{1}{r}, \tag{4.9a}$$

где r — радиус сферы.

Кроме средней кривизны, поверхность иногда характеризуют *гауссовой кривизной*, которая определяется выражением

$$K = \frac{1}{r_1 r_2}, \tag{4.10}$$

где r_1 и r_2 имеют то же значение, что и в формуле (4.8).

Для сферы

$$K = \frac{1}{r^2}. \tag{4.11}$$

Размерность как кривизны кривой линии, так и средней кривизны поверхности

$$[\rho] = [\rho'] = L^{-1}. \tag{4.12}$$

Размерность гауссовой кривизны

$$[K] = L^{-2}. \tag{4.13}$$

Единицей кривизны кривой в системах СИ и МКГСС является *обратный метр* — кривизна кривой, радиус кривизны которой в данной точке равен одному метру. В системе СГС соответственно единица кривизны — *обратный сантиметр*. Единицами средней кривизны поверхности также являются обратный метр и обратный сантиметр, причем ρ равняется единице для сферы радиусом два метра (в системах СИ и МКСА), два сантиметра (в системе СГС) или же для цилиндра радиусом один метр и один сантиметр. Соответственно ρ' равняется единице для сфер с радиусом один метр и один сантиметр или для цилиндров с радиусом 0,5 метра и 0,5 сантиметра. Единицами гауссовой кривизны ($1/м^2$) и ($1/см^2$) являются гауссовы кривизны сфер с радиусами один метр и один сантиметр. Очевидно, $м^{-1} = 10^{-2}\,см^{-1}$ и $м^{-2} = 10^{-4}\,см^{-4}$.

Моменты плоских фигур. В сопротивлении материалов широко используются специальные геометрические характеристики плоских фигур, представляющих собой, например, сечения различных элементов конструкций.

Эти характеристики имеют и соответствующие единицы измерения.

Статический момент относительно оси представляет собой величину, определяемую как

$$S_z = \int_s r\,ds, \tag{4.14}$$

где ds — элемент площади, а r — расстояние от этого элемента до оси, относительно которой момент определяется (рис. 9). Интегрирование производится по всей площади фигуры. Размерность статического момента

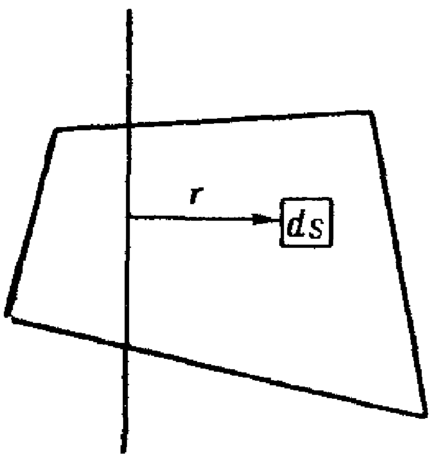

Рис. 9.

$$[S_z] = L^3 \tag{4.15}$$

и единицы $м^3$ и $см^3$.

Размерность и обозначения единиц статического момента совпадают с размерностью и обозначением единиц объема, хотя между обеими величинами нет ничего общего. Это может служить наглядной иллюстрацией того, что совпадение размерностей отнюдь не означает совпадения физической (или в данном случае геометрической) сущности величин.

Согласно формуле (4.14) статический момент прямоугольника со сторонами a и b относительно стороны b равен

$$S_b = \frac{a^2 b}{2}. \tag{4.16}$$

Поэтому за единицу статического момента можно принять статический момент прямоугольника со сторонами 1 *м* и 2 *м* (или соответственно 1 *см* и 2 *см*) относительно стороны длиной 2 *м* или 2 *см*.

Согласно размерности статического момента

$$1\ м^3 = 10^6\ см^3.$$

Осевой (экваториальный) момент инерции определяется (см. рис. 9) как

$$J_z = \int_s r^2\,ds. \tag{4.17}$$

Размерность осевого момента инерции

$$[J_z] = L^4 \tag{4.18}$$

и единицы $м^4$ и $см^4$:

$$1\ м^4 = 10^8\ см^4.$$

Для прямоугольника со сторонами a и b относительно стороны b осевой момент инерции равен

$$J_b = \frac{a^3 b}{3} \tag{4.18a}$$

и соответственно единицей может являться момент инерции прямоугольника со сторонами один и три метра (сантиметра) относительно второй из этих сторон.

Полярный момент инерции вычисляется таким же образом, как и осевой момент инерции, с той лишь разницей, что расстояние берется не до оси, а до некоторой определенной точки (рис. 10):

$$I_0 = \int_s r^2\, ds. \tag{4.19}$$

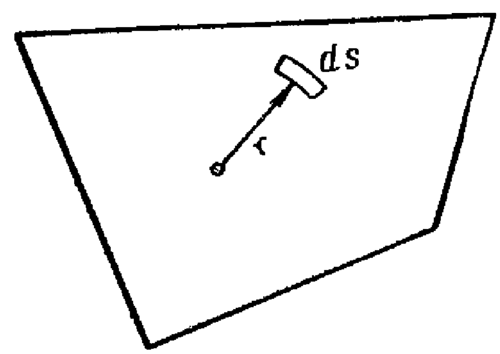

Рис. 10.

Разумеется, размерность и единицы полярного момента инерции и осевого момента инерции совпадают. Из формулы (4.19) легко определяется полярный момент инерции круга:

$$I_0 = \frac{\pi r^4}{2}. \tag{4.20}$$

Поэтому в качестве единицы полярного момента инерции можно взять полярный момент инерции круга, радиус которого равен $\sqrt[4]{2/\pi} = 0{,}89$ *метра* или *сантиметра*.

§ 4.3. Кинематические единицы

Время. Поскольку в кинематике рассматриваются процессы движения, требуется единица времени. Во всех системах такой единицей является секунда, определенная выше в качестве одной из основных единиц. Более крупные внесистемные единицы времени: *минута* — 1 *мин* = 60 *сек*; *час* — 1 *ч* = 60 *мин* = 3600 *сек*. Дольные единицы времени строятся по десятичному принципу — *миллисекунда* (*мсек*), *микросекунда* (*мксек*), *наносекунда* (*нсек*).

Скорость. Для определения единицы скорости используется формула равномерного прямолинейного движения

$$v = \frac{l}{t}. \tag{4.21}$$

Согласно этой формуле за единицу скорости принимается скорость такого равномерного прямолинейного движения, при котором в единицу времени точка перемещается на единицу длины. Формула равномерного движения определяет и размерность скорости

$$[v] = LT^{-1}. \tag{4.22}$$

В системах СИ и МКГСС единица скорости — *метр в секунду* (*м/сек*), в системе СГС — *сантиметр в секунду* (*см/сек*).

Отметим, что 1 *м/сек* иногда называют *мес* *). Из внесистемных единиц скорости наиболее широко распространена в повседневной жизни единица скорости *километр в час*, 1 *км/час* = 0,278 *м/сек*.

В мореходстве применяется *узел* = *миля/час* = = 1,852 *км/час*.

Ускорение. Единица ускорения устанавливается на основе формулы равномерно ускоренного движения:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}. \tag{4.23}$$

Здесь v_1 — начальная скорость, v_2 — конечная скорость, t — время, a — ускорение.

Ускорение может быть определено как приращение скорости в единицу времени. Соответственно за единицу ускорения принимается ускорение такого равномерно ускоренного прямолинейного движения, при котором приращение скорости в единицу времени равно единице

---

*) Название *мес* не узаконено.

скорости. Формула (4.23) дает для размериости ускорения

$$[a] = LT^{-2}. \tag{4.24}$$

Единицей ускорения в системах СИ и МКГСС является *метр в секунду за секунду* (*«метр на секунду в квадрате»*): *м/сек*^{2} — ускорение такого равномерно ускоренного движения, при котором скорость в каждую секунду возрастает на 1 *м/сек*. В системе СГС единица ускорения соответственно *сантиметр в секунду за секунду* (*сантиметр на секунду в квадрате*): *см/сек*^{2}. Эту единицу иногда (преимущественно в геофизике при измерении ускорения силы тяжести) называют *гал* (в честь Галилея) *). Соотношение между единицами ускорения

$$1 \ м/сек^2 = 10^2 \ см/сек^2.$$

Широкое применение в авиации и астронавтике приобрела единица ускорения, равная нормальному ускорению силы тяжести: 9,81 *см/сек*^{2}. Обозначается эта единица g. Ускорение, измеренное единицами g, часто называют перегрузкой, поскольку оно показывает, во сколько раз вес тела, движущегося с данным ускорением, больше веса того же тела, покоящегося или движущегося равномерно вблизи поверхности Земли.

Угловая скорость. Угловая скорость при равномерном вращении равна отношению угла поворота тела к тому времени, в течение которого произошел этот поворот:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}. \tag{4.25}$$

Размерность угловой скорости

$$[\omega] = T^{-1}. \tag{4.26}$$

За единицу угловой скорости приията угловая скорость равномерного вращения, при котором в единицу времени тело поворачивается на один радиан (*рад/сек*).

Угловое ускорение. Угловое ускорение определяется как приращение угловой скорости в единицу времени:

$$\varepsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}, \tag{4.27}$$

*) Название *гал* не узаконено.

За единицу углового ускорения принято угловое ускорение такого равномерно ускоренного вращения, при котором угловая скорость возрастает в единицу времени на единицу угловой скорости (на один радиан в секунду).

Так как во всех системах за единицу времени принята секунда, то единицы угловой скорости и углового ускорения будут одинаковы для всех систем. Размерности их определяются формулами

$$[\omega] = T^{-1}, \tag{4.28}$$

$$[\varepsilon] = T^{-2}. \tag{4.29}$$

Внесистемные единицы угла определяют и соответствующие единицы угловой скорости и углового ускорения 1 *об/сек*, 1°/*сек*, 1′/*сек*, 1″/*сек* и 1 *об/сек*^{2}, 1°/*сек*^{2}, 1′/*сек*^{2}, 1″/*сек*^{2}. Соотношения между этими единицами такие же, как и между соответствующими единицами угла.

В качестве примера укажем, что минутная стрелка часов движется с угловой скоростью

$$0{,}1°/\text{сек} = 6'/\text{сек}.$$

Период. Всякий периодический процесс слагается из ряда циклов. Под циклом мы понимаем полную совокупность повторяющихся значений периодически изменяющейся величины. Промежуток времени, необходимый для завершения одного полного цикла, называется периодом. Размерность периода

$$\tau = T, \tag{4.30}$$

а единица *секунда* (*сек*).

Частота. Число циклов, укладывающихся в единицу времени, называется частотой (ν). Очевидно, что

$$\nu = \frac{1}{\tau}. \tag{4.31}$$

Размерность

$$\nu = T^{-1}. \tag{4.32}$$

За единицу частоты во всех системах принимается *герц* (*гц*) — частота, равная одному циклу в секунду. Иначе говоря, герц есть частота такого периодического процесса, который повторяется каждую секунду. В радиотехнике применяются кратные единицы — *килогерц* (*кгц*) и *мегагерц* (*Мгц*).

В случае равномерного вращения может быть установлена связь между частотой и угловой скоростью, которая дается соотношением

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{\tau}. \qquad (4.33)$$

Понятие угловой скорости оказывается, однако, весьма полезным и в применении к другим периодическим процессам (например, к прямолинейным колебаниям). В этих случаях угловую скорость или, как ее иначе называют, угловую частоту определяют непосредственно с помощью уравнения (4.33).

Фаза. Мгновенное состояние всякого колебательного процесса характеризуется фазой, которая представляет собой аргумент тригонометрической функции, описывающей процесс. Так, например, при гармоническом колебательном движении отклонение от положения равновесия x выражается уравнением

$$x = A \sin \Phi. \qquad (4.34)$$

Здесь A — амплитуда, т. е. максимальное отклонение от положения равновесия, а Φ — фаза. При угловой частоте ω в момент t от начала регистрации колебаний

$$\Phi = \omega t + \varphi, \qquad (4.35)$$

где φ — начальная фаза, т. е. фаза в начальный момент. Разумеется, фаза является величиной нулевой размерности.

В электротехнике фазу и разность фаз иногда измеряют единицей «электрический градус», которому соответствует промежуток времени, соответствующий 1/360 периода переменного тока. Поскольку частота переменного тока во всех электрических сетях СССР составляет 50 *гц*, то «электрическому градусу» соответствует промежуток времени 55,6 *мксек*.

Объемный расход. Объем жидкости или газа, протекающий через поперечное сечение в единицу времени, называется объемным расходом (Q_v). Размерность

$$[Q_v] = L^3T^{-1} \tag{4.36}$$

и единицы *м³/сек* и *см³/сек*.

Плотность объемного расхода (q_v) представляет собой расход, отнесенный к единице сечения

$$q_v = \frac{Q_v}{s}.$$

Размерность

$$[q_v] = LT^{-1} \tag{4.37}$$

совпадает с размерностью скорости. Этого и следовало ожидать, так как плотность объемного расхода есть не что иное, как линейная скорость потока.

Градиент скорости. В случае, когда течение жидкости или газа происходит таким образом, что разные слои движутся с разной скоростью, вводят особую величину — градиент скорости

$$\mathrm{grad}\, v = \frac{dv}{dl}, \tag{4.38}$$

представляющий собой изменение величины скорости при переходе от одного слоя к другому, рассчитанное на единицу расстояния между слоями. Размерность градиента скорости

$$[\mathrm{grad}\, v] = \left[\frac{dv}{dl}\right] = T^{-1}, \tag{4.39}$$

а единицы *м/(сек·м)* и *см/(сек·см)* во всех системах совпадают и могут быть представлены как *сек*$^{-1}$.

О градиенте скорости можно говорить и в случае криволинейного движения твердого тела. Так, например, при равномерном вращении диска линейная скорость его точек возрастает от центра к периферии. Если угловая скорость диска равна ω, то на расстоянии r от центра линейная скорость v равна ωr. Отсюда

$$\mathrm{grad}\, v = \frac{dv}{dr} = \omega. \tag{4.40}$$

Таким образом, в этом случае градиент скорости равен угловой скорости вращения диска и, следовательно, одинаков для всех точек диска.

§ 4.4. Статические и динамические единицы

Масса. Выше мы уже определяли основные единицы массы в системах СИ (*килограмм*) и СГС (*грамм*), а также техническую единицу массы (или, как мы условились называть ее в этой книге, *инерту*), являющуюся производной единицей в системе МКГСС. Напомним лишь, что последняя имеет размерность

$$[m] = L^{-1}FT^2 \tag{4.41}$$

и, согласно ГОСТ, обозначается *кгс·сек²/м*.

Среди единиц массы, построенных из основных по десятичному принципу, наибольшее распространение получили: *тонна* (*т*), равная 10^3 *кг* и являвшаяся основной единицей в системе МТС (метр, тонна, секунда), *центнер*, или *квинтал* (*ц*), равный 100 *кг*, миллиграмм (*мг*), равный 10^{-3} *г*, и микрограмм (*мкг*), равный 10^{-6} *г*. В немецкой и английской технической литературе для последнего иногда применяется название гамма (обозначение γ). Массу драгоценных камней принято измерять специальной единицей, носящей название *карат* и равной $2 \cdot 10^{-4}$ *кг* или 0,2 *г*. Хотя старая русская система мер отменена еще в 1924 г., одна из единиц этой системы — *пуд* — встречается при сообщениях о производстве сельскохозяйственной продукции (главным образом зерна). Один пуд равен 16,3805 *кг*, одна сороковая пуда — *фунт* равен 409,5 *г*.

В ряде случаев полезно иметь единицу массы, содержащую определенное число молекул. Разумеется, подобная единица массы будет различна для различных веществ. В качестве такой единицы принята *килограмм-молекула*, или *киломоль* — количество вещества, содержащее столько килограммов, сколько единиц в молекулярном весе данного вещества. Единица, в 1000 раз меньшая, называется *грамм-молекула* или *моль*. Киломоль каждого вещества содержит число молекул (число Авогадро), равное, согласно многочисленным исследованиям, $(6{,}0249 \pm 0{,}0002) \cdot 10^{26}$; *моль* — соответственно $(6{,}0249 \pm 0{,}0002) \cdot 10^{23}$. В округленных числах моль водорода содержит 2 грамма, кислорода 32 грамма, воды 18 граммов и т. д.

Сила. Напомним, что производные единицы силы в системах СИ и СГС, определяемые на основании второго закона Ньютона, имеют размерность

$$[f] = LMT^{-2} \tag{4.42}$$

и носят название *ньютон* (*н*) и *дина* (*дин*). Ньютон определяется как сила, сообщающая массе 1 *кг* ускорение 1 *м/сек*^{2}, дина — как сила, сообщающая массе 1 *г* ускорение 1 *см/сек*^{2}. Поэтому можно написать

$$1\ н = 1\ кг \cdot м/сек^2,$$

$$1\ дин = 1\ г \cdot см/сек^2$$

и

$$1\ н = 10^5\ дин.$$

В литературе иногда встречается единица силы упраздненной системы МТС. Эта единица силы *стен* (*сн*) определяется как сила, сообщающая массе в 1 *т* ускорение 1 *м/сек*^{2}:

$$1\ сн = 1\ т \cdot м/сек^2.$$

Очевидно, что $1\ сн = 10^3\ н$.

Единица силы в системе МКГСС — *кгс* *), являющаяся в этой системе основной, определяется эталоном

$$1\ кгс = 9{,}81\ н = 9{,}81 \cdot 10^5\ дин.$$

На практике применяются также иногда тонна-сила (10^3 *кгс*) и грамм-сила (10^{-3} *кгс*).

Импульс силы. Импульс силы измеряется произведением силы на время ее действия ft. За единицу импульса принимается импульс силы, равной единице и действующей в течение единицы времени. Соответственно единицы импульса в системах

$$\text{СИ: } 1\ н \cdot сек = 1\ кг \cdot м/сек,$$

$$\text{СГС: } 1\ дин \cdot сек = 1\ г \cdot см/сек,$$

$$\text{МКГСС: } 1\ кгс \cdot сек.$$

---

*) Согласно стандартному определению, килограмм-сила (*кгс*) есть сила, сообщающая массе 1 *кг* нормальное ускорение 9,80665 *м/сек*^{2}.

Количество движения (импульс). Количество движения определяется как произведение массы тела на его скорость (mv). За единицу количества движения принимается количество движения тела, обладающего единицей массы и скорость которого равна единице.

Мы уже указывали (см. § 2.1), что в настоящее время в физической литературе вместо термина «количество движения» часто применяется термин «импульс». Из формулы

$$ft = mv_2 - mv_1 \tag{4.43}$$

(импульс силы равен изменению количества движения) следует, что размерности импульса силы и количества движения должны совпадать. Действительно,

$$[ft] = LMT^{-2}T = LMT^{-1}, \tag{4.44}$$

$$[mv] = MLT^{-1} = LMT^{-1}. \tag{4.45}$$

Единицы количества движения, разумеется, те же, что и для импульса силы. В системе СИ — *кг · м/сек*, в системе СГС — *г · см/сек*, в системе МКГСС единица количества движения может быть представлена в виде *и · м/сек*, что, конечно, равняется *кгс · сек*:

$$1\ кг \cdot м/сек = 10^5\ г \cdot см/сек,$$

$$1\ кгс \cdot сек = 9{,}81\ кг \cdot м/сек.$$

Давление. Давление при равномерно распределенной нагрузке определяется силой, приходящейся на единицу поверхности,

$$p = \frac{f}{s}. \tag{4.46}$$

За единицу давления принимается такое равномерно распределенное давление, при котором на единицу поверхности приходится единица силы. Размерность давления

$$[p] = L^{-1}MT^{-2}. \tag{4.47}$$

Единица давления в системе СИ — *ньютон на квадратный метр* *) (*н/м²*), в системе СГС — *дина на*

*) Имеется предложение назвать эту единицу *паскаль* (*па*).

квадратный сантиметр (*дин*/*см*^{2}). Размерность давления устанавливает соотношение между единицами *н*/*м*^{2} и *дин*/*см*^{2}:

$$1\ н/м^2 = 10\ дин/см^2.$$

В системе МКГСС единица давления *кгс*/*м*^{2}, равная, очевидно, 9,81 *н*/*м*^{2} = 98,1 *дин*/*см*^{2}. Давление 1 *кгс*/*м*^{2} с большой степенью точности равно давлению водяного столба высотой в 1 *мм*. Действительно, слой воды площадью в 1 *м*^{2} и толщиной 1 *мм* занимает объем, равный 1 *куб. дм*, а следовательно, его вес с большой точностью равен 1 *кгс*. Поэтому в технике единицу давления *кгс*/*м*^{2} часто называют миллиметром водяного столба (*мм* вод. ст.). Это особенно удобно в тех случаях, когда пользуются водяными манометрами (например, при измерении скорости газа в трубопроводах).

Единицу давления системы СГС — *дин*/*см*^{2} в физической литературе раньше называли *бар*. В метеорологии под этим названием понимается единица в 10^6 раз большая, равная соответственно 10^5 *н*/*м*^{2}. Такое значение имеет бар в ГОСТ 7664—55 на внесистемные механические единицы; применение этого названия по отношению к *дин*/*см*^{2} не рекомендуется.

Наряду с указанными единицами в физике и технике широко пользуются рядом внесистемных единиц давления. Из них весьма распространенной единицей является нормальная атмосфера — давление воздуха, уравновешивающее ртутный столб высотой в 76 *см* при плотности ртути 13,595 *г*/*см*^{3} при нормальном ускорении силы тяжести. На каждый квадратный сантиметр такой столб оказывает давление, равное его весу. Точное значение

$$1\ атм = 76\ см \cdot 13{,}595\ г/см^3 \cdot 980{,}665\ см/сек^2 = \\ = 1{,}01325 \cdot 10^6\ дин/см^2 = 1{,}01325 \cdot 10^5\ н/м^2.$$

Так как это давление равно приблизительно 1,033 *кгс*/*см*^{2}, вместо него часто пользуются *технической атмосферой* (*ат*), равной точно 1 *кгс*/*см*^{2}. Очевидно, 1 *ат* = 10^4 *кгс*/*м*^{2} = 9,81 · 10^4 *н*/*м*^{2}. В системе МТС существовала единица давления пьеза (*пз*), равная давлению одного стена на квадратный метр. Очевидно,

$$1\ пз = 10^3\ н/м^2 = 10^4\ дин/см^2 = 0{,}01\ бар$$

(здесь подразумевается бар в том значении, которое принято в метеорологии, т. е. 10^6 *дин/см*).

Весьма часто давление измеряют непосредственно в миллиметрах ртутного столба (*мм* рт. ст. или *торах* (в честь Торричелли). Последнее название в русской литературе применяется сравнительно редко.

Очевидно, 1 *мм* рт. ст. $= 10^{-3}\ м \cdot 13{,}595 \cdot 10^3\ кг/м^3 \times \times 9{,}80665\ м/сек^2 = 133{,}3\ н/м^2 = 1333\ дин/см^2$.

В системных и соответствующих кратных и дольных единицах давления измеряется также всякое механическое напряжение.

Градиент давления. Движение жидкостей и газов по каналам и трубам определяется перепадом давления на единицу длины потока. В случае постоянного сечения потока эта величина может быть представлена в виде

$$\frac{p_1 - p_2}{l_2 - l_1}, \tag{4.48}$$

где l — расстояние вдоль потока, отсчитываемое от его начала. При неоднородном сечении потока вместо (4.48) следует писать $-\frac{dp}{dl}$.

Величина

$$\frac{dp}{dl} = \operatorname{grad} p \tag{4.49}$$

называется градиентом давления.

Размерность градиента давления, как легко убедиться,

$$[\operatorname{grad} p] = L^{-2}MT^{-2}, \tag{4.50}$$

причем grad p измеряется в единицах давления, отнесенных к единице длины

$$\frac{н}{м^2 \cdot м} = \frac{н}{м^3} = \frac{кг}{м^2 \cdot сек^2}, \quad \frac{дин}{см^2 \cdot см} = \frac{дин}{см^3} = \frac{г}{см^2 \cdot сек^2},$$

$$\frac{кгс}{м^2 \cdot м} = \frac{кгс}{м^3}$$

и внесистемные

$$\frac{атм}{м}, \quad \frac{тор}{см}$$

и т. д.

Размерность градиента давления определяет соотношение между единицами

$$1\ н/м^3 = 0{,}1\ дин/см^3, \quad 1 кгс/м^3 = 9{,}81\ н/м^3.$$

Работа и энергия. Работа под действием постоянной силы определяется как произведение силы на путь и на косинус угла между их направлениями

$$A = fl \cos(\widehat{f, l}). \tag{4.51}$$

За единицу работы принимается работа, произведенная единицей силы на пути, равном единице длины, в случае, когда сила и путь совпадают по направлению. Размерность работы определяется из ее формулы

$$[A] = [f][l] = L^2MT^{-2}. \tag{4.52}$$

В системе СИ единицей работы является *джоуль* — работа одного ньютона на пути в 1 *м*:

$$1\ дж = 1\ н \cdot м.$$

В системе СГС единица работы — *эрг* — работа одной дины на пути в 1 *см*:

$$1\ эрг = 1\ дин \cdot см.$$

В системе МКГСС единица работы — *килограммометр* — работа килограмм-силы на пути в 1 *м* (1 *кгс · м*). Соотношения этих единиц работы получаются из (4.52)

$$1\ кгс \cdot м = 9{,}81\ дж, \quad 1\ дж = 10^7\ эрг.$$

До введения Международной системы единиц при всех тепловых расчетах применялись специальные тепловые единицы работы — единицы количества тепла — *калория* (*кал*) и *килокалория* (*ккал*). Первую из них можно приближенно определить как количество тепла, необходимое для нагревания 1 *г* воды на 1° С; 1 *ккал* = = 1000 *кал*. Более подробно эти единицы будут рассмотрены вместе с другими тепловыми единицами. В связи с введением Международной системы единиц рекомендуется вместо калории и килокалории пользоваться общими единицами работы — джоулем и его кратными и дольными производными. Для перехода от калорий к джоулям установлено соотношение (иногда называемое механическим эквивалентом тепла)

$$1 \text{ }кал = 4{,}1868 \text{ }дж.$$

При измерении работы, совершаемой при различных процессах изменения состояния газа, иногда пользуются единицей, которая определяется по работе расширения газа при постоянном давлении

$$A = p\Delta V, \tag{4.53}$$

где p — давление газа, ΔV — изменение его объема. Если $p = 1$ *атм*, а $\Delta V = 1$ *л*, то соответствующая работа может быть названа *литро-атмосферой* (*л · атм*):

$$1 \text{ }л \cdot атм = 10^{-3} \text{ }м^3 \cdot 1{,}01325 \cdot 10^5 \text{ }н/м^2 = 1{,}01325 \cdot 10^2 \text{ }дж.$$

В тех же единицах, что и работа, измеряется энергия как потенциальная П, иначе называемая «энергией покоя», так и кинетическая E, или энергия движения. Сумма обеих энергий дает полную энергию системы

$$W = E + \Pi. \tag{4.54}$$

Плотность энергии. Иногда энергия оказывается запасенной в некотором объеме. Так, например, сжатый газ обладает определенным запасом энергии, распределенной равномерно в его объеме. Энергия, приходящаяся на единицу объема, называется плотностью энергии w:

$$w = \frac{W}{V}. \tag{4.55}$$

Ее размерность

$$[w] = L^{-1}MT^{-2} \tag{4.56}$$

и единицы: *дж/м*^{3}, *эрг/см*^{3}, *кгс · м/м*^{3}, или *кгс/м*^{2}.

Так как размерность плотности энергии совпадает с размерностью давления, то соответственно одинаковыми будут соотношения единиц

$$1 \text{ }кгс/м^2 = 9{,}81 \text{ }дж/м^3; \quad 1 \text{ }дж/м^3 = 10 \text{ }эрг/см^3.$$

Мощность, или эффект, есть быстрота совершения работы. Мощность равномерно работающей системы, например машины, механизма и т. п., равна работе, совершаемой в единицу времени:

$$P = \frac{A}{t}. \tag{4.57}$$

За единицу мощности принимается мощность такой равномерно работающей системы, которая в единицу времени совершает единицу работы. Размерность мощности

$$[P] = L^2MT^{-3}. \tag{4.58}$$

Единицами мощности являются в системе СИ — *ватт*, или *джоуль в секунду* (*вт* = *дж*/*сек*); в системе СГС — *эрг в секунду*; в системе МКГСС — *килограммометр в секунду* (*кгс* · *м*/*сек*). Так как единицей времени во всех системах является секунда, то соотношения между единицами мощности такие же, как и между единицами работы.

Широко распространены более крупные и более мелкие десятичные кратные и дольные единицы мощности: *киловатт* (*квт*), *мегаватт* (*Мвт*), *милливатт* (*мвт*), *микроватт* (*мквт*). Реже применяется *гектоватт*. Ватт и его десятичные производные используются для образования единиц энергии, применяющихся почти исключительно для измерения электрической энергии. Эти единицы: *ватт-час* (*вт* · *ч*), *гектоватт-час* (*гвт* · *ч*), *киловатт-час* (*квт* · *ч*), *мегаватт-час* (*Мвт* · *ч*) — представляют собой работу при соответствующей мощности в течение одного часа. Из этого определения следует, что 1 *вт* · *ч* = = 3600 *дж*, 1 *гвт* · *ч* = $3{,}6 \cdot 10^5$ *дж* = 360 *кдж*, 1 *квт* · *ч* = = $3{,}6 \cdot 10^6$ *дж* = 3,6 *Мдж*, 1 *Мвт* · *ч* = 3600 *Мдж*.

Тепловые единицы работы, отнесенные к единице времени, дают соответствующие единицы мощности. Из них наиболее употребительны *калория в час* (*кал*/*час*) и *килокалория в час* (*ккал*/*час*). Соотношение между килокалорией и ваттом:

1 *ккал*/*час* = 1,163 *вт*.

До настоящего времени весьма широко распространена единица мощности с нелепым названием «*лошади-*

ная сила» (обозначаемая *л. с.*, *HP* или *HP*), равная 75 *кгс · м/сек*:

$$1 \text{ л. с.} = 736 \text{ вт}.$$

В Англии применяется близкая к ней «английская паровая лошадь» или «лошадиная сила Уатта» (обозначается *PS*), равная 746 *вт*.

Коэффициент трения. При движении тела вдоль какой-либо поверхности возникает тормозящая сила — сила трения. Величина этой силы $f_{\text{тр}}$ зависит от природы соприкасающихся поверхностей и пропорциональна нормальной силе давления $f_{\text{н}}$, прижимающей тело к поверхности,

$$f_{\text{тр}} = \mu f_{\text{н}}. \tag{4.59}$$

Коэффициент μ называется коэффициентом трения и, согласно определению, является безразмерной величиной, одинаковой во всех системах.

Коэффициенты сопротивления. Если движение тела происходит в какой-либо вязкой среде (газе, жидкости), то возникает сила сопротивления, зависящая от скорости. При относительно малых скоростях эта сила пропорциональна скорости

$$f = rv. \tag{4.60}$$

Коэффициент r, называемый коэффициентом сопротивления, зависит от свойств среды, размеров и формы тела. Его размерность

$$[r] = MT^{-1} \tag{4.61}$$

и единицы

$$\text{н} \cdot \text{сек/м} = \text{кг/сек}, \quad \text{дин} \cdot \text{сек/см} = \text{г/сек}, \quad \text{кгс} \cdot \text{сек/м}.$$

Соотношения между единицами те же, что и между единицами массы

$$1 \text{ н} \cdot \text{сек/м} = 10^3 \text{ дин} \cdot \text{сек/см}, \ 1 \text{ кгс} \cdot \text{сек/м} = 9{,}81 \text{ м} \cdot \text{сек/м}.$$

Гибкость. Если внешняя сила приложена к упругой системе, то последняя деформируется, причем в случае применимости закона Гука линейная деформация пропорциональна приложенной силе

$$\Delta x = kf. \tag{4.62}$$

Коэффициент k называется гибкостью системы. Формула (4.62) определяет размерность гибкости

$$[k] = M^{-1}T^2 \tag{4.63}$$

и ее единицы: *м/н*, *см/дин* и *м/кгс*.

Согласно (4.63)

$$1\ м/н = 10^{-3}\ см/дин, \quad 1\ м/кгс = 1/9{,}81\ м/н = 0{,}102\ м/н.$$

Момент силы. Момент силы относительно некоторой точки или оси измеряется произведением силы на плечо, т. е. на расстояние между направлением силы и той точкой, относительно которой взят момент силы. Поэтому за единицу момента силы можно взять момент силы, равной единице, при плече, равном единице длины. Из формулы момента силы

$$M = fh, \tag{4.64}$$

где M — момент силы, f — сила, h — плечо, следует, что размерность момента силы

$$[M] = L^2MT^{-2}. \tag{4.65}$$

Мы видим, что размерность момента силы совпадает с размерностью работы и энергии. Нужно, однако, отметить, что величины эти совершенно различной природы. В то время как работа и энергия не имеют направления — являются величинами скалярными, момент силы обладает направлением, т. е. представляет собой векторную величину.

Единицы момента силы образуются так же, как и единицы работы, но названия эрг, джоуль и т. п. по отношению к единицам момента силы не применяются. Таким образом, для момента силы мы имеем единицы *н · м*, *дин · см*, *кгс · м*.

Момент инерции тела (динамический момент). В механике, особенно при рассмотрении вращательного движения тела, весьма удобной является особая величина — момент инерции тела, который вычисляется относительно некоторой оси.

Для наглядности определим сначала момент инерции одной материальной точки относительно оси. Он равен

$$J = mr^2, \tag{4.66}$$

где m — масса материальной точки, а r — ее расстояние до оси, относительно которой определяется момент инерции.

Для системы жестко связанных материальных точек или для твердого тела момент инерции можно определить как сумму произведений масс отдельных материальных точек, из которых построена система или на которые можно разбить тело, на квадраты соответствующих радиусов — расстояний до оси вращения (рис. 11):

$$J = \Sigma mr^2 \text{ для системы точек,} \tag{4.67}$$

$$J = \int_V r^2\, dm \text{ для сплошного тела.} \tag{4.68}$$

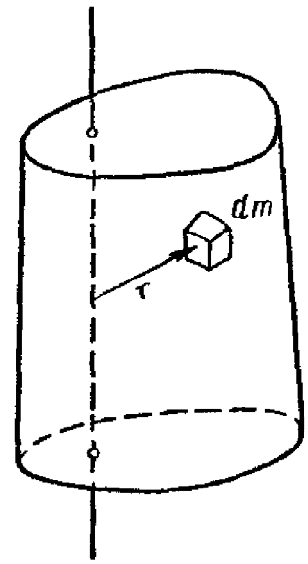

Рис. 11.

В процессе изучения вопросов, связанных с вращением тел, выясняется сущность и роль момента инерции. Оказывается, что все формулы, описывающие вращательное движение твердого тела, имеют вид, аналогичный соответствующим формулам для поступательного движения, если в последних заменить линейные величины (скорость, ускорение) соответствующими угловыми величинами (угловая скорость, угловое ускорение), а массу — моментом инерции относительно оси вращения. Из определения момента инерции вытекает его единица. За единицу момента инерции можно принять момент инерции материальной точки, обладающей массой, равной единице, с расстоянием до оси, равным единице длины. Размерность момента инерции соответственно

$$[J] = L^2M \tag{4.69}$$

и единицы: *кг* · *м*^{2}, *г* · *см*^{2} и *и* · *м*^{2} (*и* · *м*^{2} = *кгс* · *м* · *сек*^{2}). Соотношения между ними

1 *кг* · *м*^{2} = 10^7 *г* · *см*^{2}, 1 *кгс* · *м* · *сек*^{2} = 9,81 *кг* · *м*^{2}.

Импульс момента силы. Импульсом момента силы относительно некоторой оси называется произведение момента силы относительно данной оси на время действия силы

$$Mt = fht. \qquad (4.70)$$

Формула, определяющая импульс момента силы, дает для его размерности

$$[Mt] = L^2MT^{-1}. \qquad (4.71)$$

Момент количества движения. Моментом количества движения материальной точки, вращающейся вокруг некоторой оси, называется произведение количества движения этой точки на расстояние до оси вращения

$$\mathscr{L} = mvr. \qquad (4.72)$$

Так как линейная скорость при вращении может быть выражена через угловую скорость по формуле

$$v = \omega r,$$

то момент количества движения может быть представлен в виде

$$\mathscr{L} = J\omega. \qquad (4.73)$$

Мы видим, таким образом, что момент количества движения равен произведению момента инерции вращающейся точки относительно оси вращения на угловую скорость. Из формул (4.72) и (4.73) вытекает, что размерность момента количества движения, так же как и импульса момента силы, равна

$$[\mathscr{L}] = L^2MT^{-1}. \qquad (4.74)$$

Равенство размерностей импульса момента силы и момента количества движения, естественно, вытекает из закона «импульс момента силы относительно оси вращения равен изменению момента количества движения»:

$$Mt = \mathscr{L}_2 - \mathscr{L}_1. \qquad (4.75)$$

Точно так же совпадают и единицы импульса момента силы и момента количества движения, которые можно определить как импульс момента силы, равного единице за единицу времени, или как момент количества движения тела, обладающего моментом инерции, равным единице, и вращающегося с угловой скоростью, равной единице. Эти единицы:

$$н \cdot м \cdot сек = кг \cdot м \cdot м/сек = кг \cdot м^2/сек,$$

$$дин \cdot см \cdot сек = г \cdot см \cdot см/сек = г \cdot см^2/сек,$$

$$кгс \cdot м \cdot сек = и \cdot м \cdot м/сек = и \cdot м^2/сек.$$

Соотношения между ними такие же, как и между соответствующими единицами работы или единицами момента инерции, поскольку единица времени во всех системах одна и та же.

Действие. В аналитической и квантовой механике и в ряде других областей физики играет существенную роль величина, называемая действием и имеющая размерность произведения энергии на время. Не останавливаясь на ее физической сущности, заметим, что размерность действия совпадает с размерностью момента количества движения или импульса момента силы и соответственно измеряется такими же единицами.

Массовый расход. При исследовании процесса течения жидкостей и газов, наряду с рассмотренным выше объемным расходом, применяется величина, называемая массовым расходом или расходом массы (Q_m). Размерность расхода массы

$$[Q_m] = MT^{-1} \tag{4.76}$$

и соответственно единицы: *кг/сек*, *г/сек*, *и/сек* (*кгс·сек/м*). Соотношения между ними, очевидно, те же, что и между единицами массы.

Массовая скорость потока. Аналогично плотности объемного расхода определяется и массовая скорость потока или плотность расхода массы q_m как расход массы, отнесенный к единице площади поперечного сечения потока. Соответственно размерность q_m

$$[q_m] = L^{-2}MT^{-1} \tag{4.77}$$

и единицы: *кг/(сек · м²)*, *г/(сек · см²)* и *и/(сек · м²)*.

Динамические характеристики колебательного движения. Наряду с кинематическими величинами: частотой, периодом, фазой, амплитудой, колебательная система характеризуется рядом динамических величин, среди которых кинетическая и потенциальная энергия и их

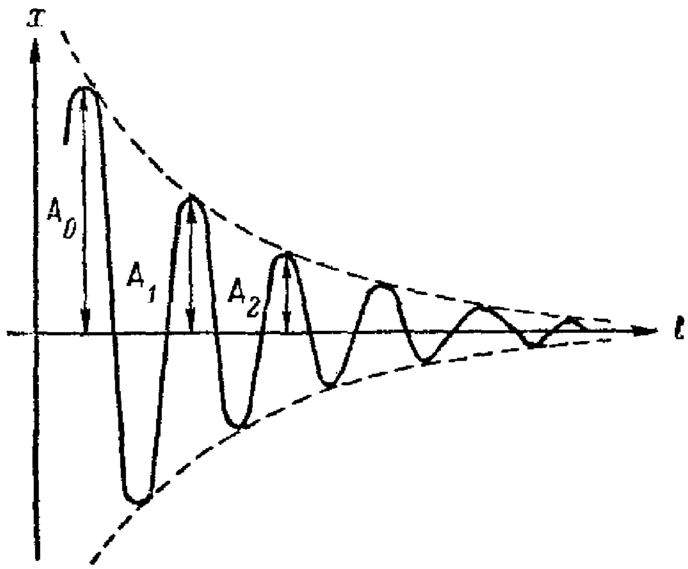

Рис. 12.

единицы, рассмотренные выше. Важное значение имеют величины, характеризующие свойства реальной колебательной системы. Поскольку каждая такая система обладает затуханием, ее движение при отсутствии внешней силы может быть представлено в виде (рис. 12)

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi). \tag{4.78}$$

Здесь x — отклонение от положения равновесия, A_0 — начальная амплитуда, ω — угловая частота, φ — начальная фаза, β — коэффициент затухания. Размерность β

$$[\beta] = T^{-1} \tag{4.79}$$

определяет его единицу *сек*$^{-1}$. Обычно затухание принято также характеризовать логарифмическим декрементом затухания δ, который равен

$$\delta = \beta\tau, \tag{4.80}$$

где τ — период колебания. Из определения (4.80) видно, что δ — величина безразмерная. Из формул (4.78) и (4.80) можно легко показать, что логарифмический декремент затухания равен натуральному логарифму отношения двух последовательных амплитуд. Второй важной характеристикой колебательной системы является ее добротность, определяемая формулой

$$Q = 2\pi \frac{W_k}{W_п}. \tag{4.81}$$

Здесь W_k — полная энергия системы при резонансе, а $W_п$ — потеря энергии за один период. Очевидно, что Q — величина безразмерная. Можно показать, что

$$Q = \frac{1}{2\beta \sqrt{km}}, \tag{4.82}$$

где k — гибкость системы (см. (4.62)).

§ 4.5. Единицы измерения механических и молекулярных свойств вещества

Как в научных исследованиях, так и в широкой практике мы пользуемся самыми разнообразными свойствами тех материалов, с которыми нам приходится иметь дело. Эти свойства, как правило, характеризуются определенными величинами и могут быть так или иначе количественно измерены. Различные материалы обладают различной механической прочностью, различной упругостью и т. д.

Кроме того, вещество обладает и рядом молекулярных характеристик, связанных либо с его строением, либо с теми процессами, в которых проявляется его молекулярная природа. В настоящем параграфе рассматриваются главным образом единицы измерения тех механических и молекулярных свойств вещества, с которыми приходится иметь дело в физике и смежных дисциплинах.

Плотность. Плотность определяется как отношение массы однородного тела к его объему

$$\rho = \frac{m}{V}. \tag{4.83}$$

За единицу плотности принимается плотность такого однородного вещества, которое в единице объема содержится в количестве, равном единице массы. В системе СИ единицей плотности является *кг/м*^{3}, в системе СГС — *г/см*^{3} и в системе МКГСС — *н/м*^{3} или *кгс·сек*^{2}*/м*^{4}. Часто, в особенности когда речь идет о газе, плотность измеряют в *г/л*. Плотность, выраженная в *г/л*, совпадает с выражением плотности в *кг/м*^{3}. Размерность единицы плотности

$$[\rho] = L^{-3}M \tag{4.84}$$

позволяет легко установить связь между различными ее единицами *).

Удельный объем. Величина, обратная плотности, называется удельным объемом:

$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{V}{m}. \tag{4.85}$$

Все единицы удельного объема являются обратными соответствующим единицам плотности. Точно так же и размерность

$$[v] = L^3M^{-1}, \tag{4.85а}$$

Удельный вес представляет собой отношение веса тела к его объему

$$\gamma = \frac{f}{V}.$$

Так как вес тела и его масса связаны соотношением

$$f = mg, \tag{4.86}$$

где g — ускорение силы тяжести, то связь между плотностью ρ и удельным весом γ имеет вид

$$\gamma = \rho g. \tag{4.87}$$

За единицу удельного веса должен быть принят удельный вес такого однородного вещества, единица объема которого притягивается к Земле с силой, равной единице силы. Соответственным образом мы получим единицы измерения: *н/м*^{3}, *дин/см*^{3} и *кгс/м*^{3}. Так, например, удельный вес воды в системе СГС будет равен

*) При измерении плотности жидкости ареометром ранее применялись различные условные шкалы (см. Приложение 2).

981 *дин/см*^{3}. Часто встречается измерение удельного веса в *гс/см*^{3} и в *кгс/л*. Обе эти величины совпадают и практически равны удельному весу воды при 4° С. Численное значение удельного веса, выраженного в *гс/см*^{3} или *кгс/л*, совпадает с численным значением плотности, выраженной в *г/см*^{3} или *кг/л*.

Молекулярный вес (молекулярная масса, относительная молекулярная масса) — отношение массы молекулы данного вещества к так называемой атомной единице массы. В качестве последней в химии ранее принимали одну шестнадцатую массы атома элемента кислорода (средней из масс трех изотопов и кислорода с учетом их процентного содержания). В 1961 г. за атомную единицу массы принята одна двенадцатая часть массы изотопа углерода с массовым числом 12 (т. е. содержащего в ядре шесть протонов и шесть нейтронов). Более подробно об атомных единицах массы см. в § 9.2.

Как было сказано выше (§ 4.4), масса вещества, содержащая столько килограммов или граммов, сколько единиц в молекулярном весе данного вещества, называется киломоль и соответственно моль.

Молекулярный объем — объем, который занимает один киломоль или моль вещества. Молекулярный объем при нормальных условиях, т. е. при 0° С и давлении 1 *атм*, называется нормальным молекулярным объемом. Он равен 22,42 *м*^{3} для киломоля и 22,420 *см*^{3} (22,42 *л*) для моля.

Число киломолей (или молей), содержащихся в данной массе вещества, может быть определено как отношение этой массы к массе одного киломоля или моля. Определяя последнюю как количество килограммов на киломоль или граммов на моль и обозначая ее так же, как молекулярный вес, можем определить число киломолей или молей из выражения

$$Z = \frac{m}{M}. \tag{4.88}$$

Коэффициенты растяжения и модули упругости и сдвига. Если твердый образец подвергнуть одностороннему растяжению или сжатию, он деформируется (растягивается или сжимается), причем его деформация подчиняется в известных пределах закону Гука

$$\Delta l = \alpha \frac{lf}{s}. \tag{4.89}$$

В этой формуле Δl — деформация, l — первоначальная длина, f — нагрузка, s — площадь поперечного сечения. Коэффициент α носит название коэффициента растяжения материала. Он представляет собой ту деформацию, которую приобретает образец, имеющий длину, равную единице, и площадь поперечного сечения, равную единице, при деформирующей силе, равной единице. Размерность коэффициента растяжения

$$[\alpha] = LM^{-1}T^2, \tag{4.90}$$

единица его измерения в системе СИ — *м²/н*, в системе СГС — *см²/дин*, в системе МКГСС — *м²/кгс*. Обычно в сопротивлении материалов пользуются величиной, обратной

$$E = \frac{1}{\alpha}, \tag{4.91}$$

которая носит название модуля упругости или модуля Юнга. Единицы модуля Юнга являются обратными единицам коэффициента растяжения: в системе СИ — *н/м²*, в системе СГС — *дин/см²*, в системе МКГСС — *кгс/м²*. В технике часто модуль Юнга измеряют в *кгс/см²* и *кгс/мм²*. Модуль Юнга представляет собой ту нагрузку, которую необходимо было бы приложить к образцу с площадью поперечного сечения, равного 1 *м²*, 1 *см²* или 1 *мм²*, для того чтобы его длина увеличилась вдвое (если бы при этом все время сохранялся закон Гука и образец не разрушался).

Аналогично коэффициенту растяжения и модулю Юнга могут быть определены *коэффициент и модуль сдвига*. Соотношения между единицами модуля Юнга или модуля сдвига те же, что и между единицами давления.

Коэффициент всестороннего сжатия. Если образец подвергается всестороннему сжатию под некоторым давлением p, то объем его уменьшается на величину ΔV, определяемую формулой

$$\Delta V = kpV, \tag{4.92}$$

где k — коэффициент всестороннего сжатия. Очевидно, единица и размерность коэффициента всестороннего сжатия совпадают с единицей и размерностью коэффициента растяжения. В отличие от последнего понятие коэффициента всестороннего сжатия применимо не только для твердых тел, но и для жидкостей и газов. В этом случае его обычно называют коэффициентом сжимаемости. Для газов, учитывая их относительно большую сжимаемость, коэффициент сжимаемости удобнее записать в виде

$$k = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dp}. \tag{4.93}$$

Знак минус показывает, что увеличению давления соответствует уменьшение объема.

Твердость. Сопротивление тел разрушению или образованию остаточной деформации при воздействии на их поверхность достаточно больших деформирующих сил характеризуется твердостью. Так как при различном характере воздействия на поверхность тела оно ведет себя различным образом, трудно указать достаточно объективную и однозначную характеристику твердости. При разрушении твердого тела можно пытаться оценивать твердость работой разрушения, отнесенной к единице площади вновь образованной поверхности (учитывая, что при разрушении происходит увеличение поверхности тела). При таком определении твердость должна измеряться теми же единицами, что и коэффициент поверхностного натяжения (см. ниже), определяемый по свободной энергии, приходящейся на единицу поверхности. Следует, однако, отметить, что истинная работа разрушения значительно больше увеличения свободной энергии поверхности, так как подавляющая часть затрачиваемой работы рассеивается в виде тепла. Существенно также и то, что при различных способах обработки фактически затрачиваемая работа может быть весьма различной. Поэтому в технической практике получили распространение различные условные методы оценки твердости материалов.

В минералогии применяются шкалы твердости, в которых числами в возрастающем порядке обозначены материалы, расположенные таким образом, что каждый последующий способен оставлять царапину на предыдущем. Крайними в этих шкалах являются *тальк* и *алмаз*. Расположение минералов в шкалах твердости Моса и Брейтгаупта дано в табл. 49.

В технике применяются методы определения твердости, основанные на измерении размеров лунок, получаемых при вдавливании в поверхность испытуемого материала стальных шариков, алмазных конусов или призм (твердость по Бринеллю, по Роквеллу, по Виккерсу). Соответственно для иллюстрации приведем метод определения твердости по Бринеллю, в котором определение твердости производится вдавливанием закаленного стального шарика в поверхность испытуемого тела под действием определенной нагрузки. При этом измеряется диаметр образованной лунки d. Если диаметр шарика D, а нагрузка P, то мерой твердости служит величина $H_{\text{В}}$, определяемая формулой

$$H_{\text{В}} = \frac{2P}{\pi D\left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)}, \tag{4.94}$$

причем P измеряется в *кгс*, D и d — в *мм*. Соответственно $H_{\text{В}}$ измеряется в *кгс/м*^{2}.

Ударная вязкость. Наряду с твердостью сопротивление материала разрушению характеризуется ударной вязкостью, которая измеряется работой, расходуемой для ударного излома образца, отнесенной к единице площади его поперечного сечения в месте излома. Единицы ударной вязкости

$$\text{дж/м}^2, \qquad \text{эрг/см}^2, \qquad \text{кгс}\cdot\text{м/м}^2.$$

Соотношения между ними

$$1\ \text{дж/м}^2 = 10^3\ \text{эрг/см}^2, \qquad 1\ \text{кгс}\cdot\text{м/м}^2 = 9{,}8\ \text{дж/м}^2.$$

Вязкость (коэффициент внутреннего трения). Если в жидкости или газе происходит ламинарное (струйчатое) течение отдельных слоев друг относительно друга, то между слоями возникает сила, направленная касательно к поверхности этих слоев. Наличие вязкости приводит также к возникновению силы, действующей на каждое тело, движущееся в жидкости или газе или же обтекаемое потоком жидкости или газа. Эта сила, называемая силой внутреннего трения, выражается формулой *)

$$f = -\mu \frac{dv}{dl} s, \tag{4.95}$$

где dv/dl — градиент скорости, s — площадь, на которую действует сила f, μ — вязкость. Из формулы (4.95) явствует как определение, так и размерность единицы вязкости. Последняя измеряется силой, которую испытывает единица поверхности одного из взаимодействующих слоев со стороны другого слоя, если расстояние между слоями равно единице длины и слои движутся друг относительно друга со скоростью, равной единице скорости. Размерность вязкости

$$[\mu] = L^{-1}MT^{-1}. \tag{4.96}$$

В системе СИ единица вязкости не имеет особого наименования и обозначается *н · сек/м²*. В системе СГС единица вязкости называется *пуаз* (*пз*) и определяется как вязкость такой жидкости, в которой при градиенте скорости 1 *см/сек* на *см* на каждый квадратный сантиметр текущего слоя действует сила трения, равная одной дине. Из формулы размерности вязкости или ее обозначения в системе СИ можно легко получить, что

$$1\ н \cdot сек/м^2 = 10\ пз.$$

Точно так же можно показать, что техническая единица вязкости (*кгс/м²*) в системе МКГСС составляет 9,81 *н · сек/м²* или 98,1 *пз*.

Вязкость воды при 20,5° С довольно точно равна 0,01 *пз*, т. е. 1 сантипуаз (*спз*). При понижении температуры вязкость жидкости растет. В частности, вязкость

*) Знак минус показывает, что сила направлена навстречу слою, движущемуся с большей скоростью.

воды при 0° С составляет 1,79 *спз*. Отношение вязкости жидкости к вязкости воды при той же температуре называется относительной вязкостью. Отношение вязкости жидкости к вязкости воды при 0° С называется удельной вязкостью. Разумеется, как относительная, так и удельная вязкости размерности не имеют.

Для практического определения вязкости предложено большое число разнообразных приборов, носящих общее название вискозиметров. Некоторые из них позволяют определять вязкость в любой из приведенных выше единиц. Однако наряду с ними применяются и вискозиметры, которые дают значение вязкости в условных единицах. Среди таких вискозиметров в СССР получил распространение (в особенности для измерения вязкости нефтепродуктов) вискозиметр Энглера, в котором непосредственно измеряется время вытекания 200 *г* жидкости. Это время служит мерой вязкости в так называемых *секундах Энглера*. Отношение этого времени ко времени вытекания того же объема воды при температуре +20° С определяет вязкость жидкости в *градусах Энглера* (°E). Отношение между градусами Энглера и пуазами дается приближенной формулой

$$\mu = \left(0{,}0731\,{}^\circ\mathrm{E} - \frac{0{,}0631}{{}^\circ\mathrm{E}}\right)\rho. \tag{4.97}$$

Здесь μ — вязкость в *пуазах*, °E — вязкость в градусах Энглера, ρ — плотность жидкости в *г/см*^{3}.

Текучесть. Величина, обратная вязкости, называется текучестью:

$$\varphi = \frac{1}{\mu}. \tag{4.98}$$

Размерность текучести

$$[\varphi] = LM^{-1}T. \tag{4.99}$$

Единица текучести в системе СИ измеряется в *м*^{2}*/н · сек*, в системах СГС текучесть измеряется в обратных пуазах. Иногда эта единица называется и обозначается *ре*.

Кинематическая вязкость. Кроме разобранной выше вязкости, которую часто называют динамической вязкостью, в гидродинамике широко пользуются кинематической вязкостью, которая определяется как отношение динамической вязкости к плотности жидкости

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \tag{4.100}$$

Размерность кинематической вязкости

$$[\nu] = L^2T^{-1} \tag{4.101}$$

совпадает с размерностью коэффициента диффузии (см. ниже). В соответствии с размерностью единица вязкости в системе СИ обозначается *м²/сек*. Такова же единица вязкости и в системе МКГСС. Единица вязкости в системе СГС *см²/сек*, равная 10^{-4} *м²/сек*, называется *стокс* (*ст*).

Коэффициент поверхностного натяжения жидкости определяется силой, которую испытывает каждая единица длины границы жидкой пленки. Коэффициент поверхностного натяжения можно также определить как свободную энергию *) единицы поверхности жидкой пленки. Из обоих этих определений вытекает формула размерности коэффициента поверхностного натяжения

$$[\sigma] = \frac{[f]}{[l]} = \frac{[F]}{[s]} = MT^{-2}. \tag{4.102}$$

Единица коэффициента поверхностного натяжения определяется как коэффициент поверхностного натяжения такой жидкой пленки, каждая единица длины границы которой испытывает силу, равную единице, или же каждая единица поверхности которой обладает свободной энергией, равной единице.

Определение коэффициента поверхностного натяжения и его единицы как свободной энергии единицы поверхности позволяет распространить понятие коэффициента поверхностного натяжения и на твердое тело, поскольку молекулы, находящиеся в поверхностном

---

*) Свободная энергия приближенно определяется как та часть энергии системы, которая может быть превращена в работу. Более строгое определение дается в курсе термодинамики.

слое тела, обладают повышенной потенциальной энергией по сравнению с молекулами, находящимися внутри тела.

Единица коэффициента поверхностного натяжения в системе СИ *н/м* или *дж/м*^{2}, в системе СГС *дин/см* или *эрг/см*^{2} и в системе МКГСС *кгс/м* или *кгс·м/м*^{2}. В таблицах иногда фигурирует коэффициент поверхностного натяжения, выраженный в миллиграмм-силах на миллиметр (*мгс/мм*). Легко сосчитать, что 1 *мгс/мм* = = 9,81 *дин/см*.

Размерность «частица». В молекулярной и атомной физике, наряду с макроскопическими величинами (плотность, вязкость и т. п.), приходится иметь дело с величинами, характеризующими свойства отдельных частиц — молекул, атомов, электронов, ионов и т. д. Такие величины, как энергия молекул, масса атома, заряд электрона, должны выражаться единицами энергии, массы, количества электричества, отнесенными «на штуку», т. е. на отдельную частицу. Хотя размерность «частица» обычно не вводится в обозначения соответствующих единиц, но в скрытом виде она присутствует в измерении ряда величин. Очевидно, первой такой величиной является просто общее число частиц в некотором объеме или некоторой массе.

Концентрация. Отнеся число частиц к единице объема, мы получим величину, носящую название **концентрации**. Размерность концентрации

$$[n] = L^{-3}, \qquad (4.103)$$

ее единицы *м*$^{-3}$ и *см*$^{-3}$. Вводя упомянутую выше размерность «частица», можно записать

$$1 \text{ частица}/м^3 = 10^{-6} \text{ частица}/см^3.$$

В химии концентрацию измеряют не числом частиц, а числом киломолей или молей на единицу объема. Зная концентрацию в киломолях на кубический метр или в молях на кубический сантиметр, можно определить концентрацию частиц, если помножить эти концентрации на число Авогадро, выраженное в первом случае числом частиц на киломоль, а во втором — числом частиц на моль. При этом чаще всего измеряют концентрацию в молях на литр. Концентрация 1 *моль/л* называется нормальной концентрацией.

Коэффициент диффузии. При неравномерной плотности или концентрации жидкость, газ или растворенное вещество будут диффундировать в направлении, противоположном градиенту плотности или концентрации, причем количество вещества Δm, диффундирующее за время Δt, определяется формулой

$$\Delta m = -D\frac{d\rho}{dl}s\,\Delta t. \tag{4.104}$$

Здесь $d\rho/dl$ — градиент плотности, s — поверхность, через которую происходит диффузия, D — коэффициент диффузии.

То же уравнение можно написать и в виде

$$\Delta N = -D\frac{dn}{dl}s\,\Delta t, \tag{4.105}$$

где ΔN — число продиффундированных молекул, а dn/dl — градиент концентрации.

Обе формулы идентичны, так как первую из них можно получить из второй умножением обеих частей на массу молекулы. Каждая из этих формул может служить для определения коэффициента диффузии. Он измеряется массой или числом молекул, которое продиффундирует в единицу времени через площадку, равную единице при градиенте плотности или концентрации, равном единице. Любая из формул (4.104) и (4.105) дает одинаковую размерность коэффициента диффузии

$$[D] = \frac{[m]\,[l]}{[\rho]\,[s]\,[t]} = L^2T^{-1} \tag{4.106}$$

или же

$$[D] = \frac{[N]\,[l]}{[n]\,[s]\,[t]} = L^2T^{-1}, \tag{4.107}$$

что, как мы указывали, совпадает с кинематической вязкостью. В системах СИ и МКГСС единицей коэффициента диффузии является $м^2/сек$, в системе СГС — $см^2/сек$.

Функции распределения. Статистический характер молекулярных процессов проявляется в том, что величины, характеризующие поведение молекул и других атомных частиц, не являются одинаковыми для всех частиц, входящих в данную систему, а имеют самые различные значения, распределенные по определенному закону. В качестве примера на рис. 13 показано максвелловское распределение молекул по скоростям. Заштрихованная площадка под кривой между значениями скорости молекул v_1 и v_2 представляет собой число молекул, скорости которых больше чем v_1 и меньше чем v_2.

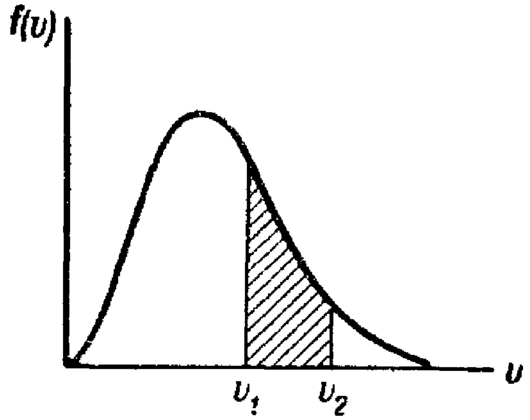

Рис. 13.

В малом интервале между скоростями v и $v + dv$ заключено число молекул

$$dN = F(v)\,dv, \qquad (4.108)$$

где $F(v)$, являющаяся ординатой кривой, называется функцией распределения молекул по скоростям. Согласно определению

$$F(v) = \frac{dN}{dv}. \qquad (4.109)$$

Размерность функции распределения по скоростям

$$[F(v)] = (\text{част.})\,L^{-1}T. \qquad (4.110)$$

Подобно функции распределения по скоростям могут быть определены функции распределения по любой другой статистической характеристике — энергии, длине свободного пробега и т. д.

Легко видеть, что все эти функции распределения имеют размерность, представляющую собой отношение размерности «частица» к размерности той величины, распределение по которой характеризуется данной функцией.

В ряде случаев функцию распределения относят к общему числу частиц. Определенная таким образом функция распределения называется «нормированной на единицу». Обозначая нормированную на единицу функцию распределения по скоростям $f(v)$, можно написать

$$f(v) = \frac{1}{N} F(v), \tag{4.111}$$

где N — общее число частиц. Очевидно,

$$\int_0^\infty f(v)\,dv = 1. \tag{4.112}$$

Легко видеть, что размерность нормированной функции распределения просто обратна размерности той величины, распределение по которой определяется данной функцией.

Глава 5

Тепловые единицы

§ 5.1. Температура

Основной величиной в учении о теплоте является температура. Понятие температуры известно каждому человеку с детства. Более того, оно «знакомо» всякому живому существу и даже каждому растению. Несмотря на это, а, впрочем, может быть именно поэтому, дать определение температуры оказывается весьма сложным. В элементарных учебниках температура иногда определяется как «степень нагретости тела», иногда как «причина ощущения тепла и холода». Эти определения при известной наглядности не дают, разумеется, количественной характеристики температуры. Такому требованию могут удовлетворить строгие определения, связывающие температуру с другими термодинамическими функциями. Однако они страдают другим недостатком: они менее наглядны и требуют предварительного знакомства с более сложными и абстрактными понятиями. Поэтому в связи с задачами настоящей книги мы поступим следующим образом: будем считать понятие температуры качественно знакомым читателю и поставим вопрос о способе или способах измерения температуры. Не приходится доказывать, что каждому знакомы понятия «холодное», «теплое», «горячее», знакомы и способы измерения температуры обычным жидкостным термометром.

Легко, однако, видеть, что при этих измерениях нельзя поставить вопрос о том, во сколько раз одна температура больше или меньше другой. Ведь по принятой в обычной жизни стоградусной шкале мы имеем и положительные и отрицательные температуры, так что отношение двух температур может быть и положительным, и отрицательным, и даже равным бесконечности.

Довольно широко известна введенная У. Кельвином «абсолютная шкала температур» (обозначаемая °К), в которой все температуры положительны, и приведенное сомнение как будто отпадает. Тем не менее остается вопрос о том, в какой мере температура, измеренная по абсолютной шкале, является действительно «абсолютной» и каков критерий того, что при этом 600° К вдвое больше, чем 300° К, или что интервал от 1000° К до 1500° К в пять раз больше, чем интервал от 400° К до 500° К. Дело в том, что хотя мы обладаем способностью воспринимать температуру (термическое осязание) и качественно сравнивать температуры в доступной нам области, мы не располагаем никакими методами прямого измерения температуры. Для того же, чтобы иметь косвенный метод, иам необходимо связать температуру с другими величинами, измерение которых нам доступно.

Прежде всего здесь следует обратиться к таким свойствам окружающих нас тел, которые по нашим наблюдениям изменяются с изменением температуры. Естественно при этом использовать расширение тел при нагревании. Так родились термометры, измеряющие температуру по изменению объема жидкости. При более тщательном исследовании оказалось, что в этом способе скрывалась существенная неоднозначность, которую можно наглядно проиллюстрировать. Представим себе, что изготовлено несколько термометров, заполненных разными жидкостями. Отметим на них одинаковые «опорные точки», например температуры плавления каких-либо двух веществ. Разделим на всех термометрах шкалу между этими точками на одинаковое число равноотстоящих частей. Если теперь все термометры поместить в среду, обладающую какой-то промежуточной температурой, то, как это покажет опыт, показания разных термометров будут различными. Особенно курьезно вел бы себя при этом термометр, который мы решили бы заполнить водой. При температуре несколько более высокой, чем точка плавления льда, его столбик стоял бы не выше, а ниже этой точки.

Таким образом, разный закон изменения объема разных жидкостей (вплоть до изменения знака закона) как будто лишает нас возможности дать однозначный способ измерения температуры. Положение существенно улучшилось, когда Гей-Люссаком было обнаружено, что газы при повышении температуры расширяются практически одинаково. Вместе с опытным законом Бойля—Мариотта этот также опытный закон одинакового расширения газов (закон Гей-Люссака) Менделееву и Клапейрону удалось объединить в общий закон, выражающий зависимость объема газа от давления и температуры. Приняв, что объем газа при постоянном давлении, или, более общо, произведение объема данной массы газа на его давление, является линейной характеристикой температуры, можно было объединенный закон представить в следующем виде:

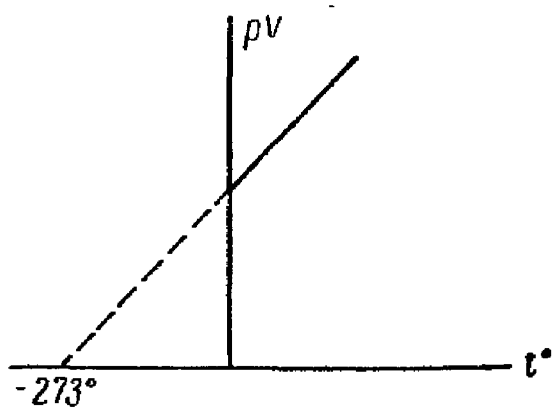

Рис. 14.

$$pV = C(1 + \alpha t), \tag{5.1}$$

где p — давление газа, V — его объем, t — температура, отсчитываемая от любой начальной точки, α — постоянный коэффициент, зависящий от выбора начальной температурной точки и масштаба измерения температуры, C — коэффициент, зависящий от массы данного газа, единиц измерения p и V и от масштаба измерения температуры. Графически (5.1) может быть изображена прямой линией (рис. 14), пересекающей ось ординат. Представилось целесообразным экстраполировать прямую до пересечения с осью абсцисс и выбрать точку пересечения за начало отсчета температур. Таким образом и было введено понятие об «абсолютной температуре». Что касается масштаба измерения этой температуры, то он, разумеется, мог быть вполне произвольным. Его выбрали таким, чтобы интервал между точкой таяния льда и кипением воды был разделен на 100 частей — градусов. При таком масштабе точка пересечения прямой с осью абсцисс на рис. 14 оказывается отстоящей примерно на 273 градуса. Эта точка, как известно, была названа «абсолютным нулем». Соответственно была преобразована формула (5.1), которая приняла вид

$$pV = \frac{m}{M} RT, \tag{5.2}$$

где T — абсолютная температура, m — масса газа, M — масса киломоля или моля, R — так называемая универсальная газовая постоянная, численное значение которой зависит от выбора единиц величин, входящих в формулу. В такой форме наряду с законами Бойля—Мариотта и Гей-Люссака уравнение (5.2) включает и закон Авогадро. Это уравнение, по существу, можно трактовать как определение температуры в качестве величины, пропорциональной произведению давления на объем одного моля газа.

Уравнение (5.2) позволяет производить измерение концентрации газа так называемым «приведенным давлением». Если уравнение переписать в виде

$$\frac{m}{MV} = \frac{p}{RT}, \tag{5.2a}$$

то стоящее в левой части выражение будет иметь смысл числа молей или киломолей в единице объема, т. е. молярной концентрации. Очевидно, такая же концентрация будет и в том случае, если при температуре $T_0 = 273°$ K давление газа будет равно

$$p_0 = \frac{p}{T} T_0. \tag{5.2б}$$

Давление p_0 называется приведенным давлением и оно однозначно определяет молярную концентрацию, а следовательно, и концентрацию молекул газа, находящегося при давлении p и температуре T. Соответствующая связь может быть легко найдена, если учесть, что 1 *кмоль* газа при нормальных условиях занимает объем 22,42 $м^3$. Таким образом, при приведенном давлении, равном одной атмосфере, молярная концентрация газа равна 0,044616 *кмоль/м*^{3}.

Учитывая, что в одном киломоле содержится $6{,}023 \cdot 10^{26}$ молекул, найдем, что при такой концентрации содержится $2{,}687 \cdot 10^{25}$ *молекул/м*^{3}. Значения молярной концентрации и концентрации молекул при приведенном давлении, выраженном в различных единицах, приведены в табл. 18.

Развитие кинетической теории идеальных газов позволило вывести уравнение (5.2) при ряде упрощающих допущений и при предположении, что абсолютная температура пропорциональна средней кинетической энергии поступательного движения молекул. Эта зависимость может быть выражена формулой Больцмана

$$\bar{w} = \frac{\overline{mv^2}}{2} = KT, \tag{5.3}$$

где K — универсальная постоянная (не зависящая от газа).

В общепринятой форме уравнение (5.3) записывается в виде

$$\bar{w} = \frac{\overline{mv^2}}{2} = \frac{3}{2}kT; \tag{5.3а}$$

постоянная k в этом уравнении носит название постоянной Больцмана.

Уравнение (5.3) позволяет придать температуре определенный физический смысл как величине, пропорциональной средней кинетической энергии молекул. Оказывается, однако, что таким определением не исчерпываются возможные связи температуры с другими физическими величинами. Рассмотрим некоторые из этих связей.

Представим себе замкнутую оболочку, изолированную от окружающего пространства и находящуюся при постоянной температуре, причем внутри оболочки — идеальный вакуум. Несмотря на это, она не будет совершенно «пустой». Ограниченная оболочкой полость будет заполнена электромагнитным излучением, объемная плотность энергии которого w_r, согласно закону

Стефана—Больцмана, пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры оболочки

$$w_r = \sigma T^4, \tag{5.4}$$

где σ — постоянная, зависящая от выбора единиц.

Излучение внутри полости имеет распределение по длинам волн, представленное на рис. 15 для трех разных температур. Как установил Вин, максимум энергии в этом распределении приходится на длину волны λ_m, обратно пропорциональную температуре,

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \tag{5.5}$$

где b — постоянная, также зависящая от выбора единиц.

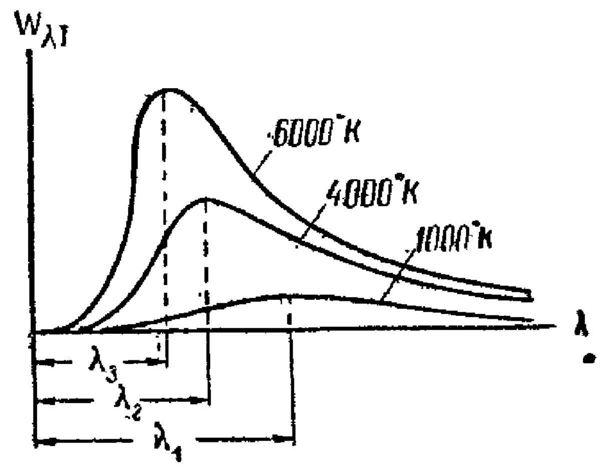

Рис. 15.

Обе формулы (5.4) и (5.5) могут быть использованы для измерения и определения температуры в такой же мере как и (5.2) и (5.3). Такое определение температуры по формулам излучения является даже более общим, поскольку оно пригодно как для пространства, заполненного веществом, так и для вакуума. Поэтому распространенное определение температуры как величины, пропорциональной средней кинетической энергии поступательного движения молекул, следует рассматривать как частное определение температуры, а именно температуры тела, состоящего из молекул, атомов и электронов. Квантовая механика, однако, ограничивает даже это определение, делая его непригодным при низких температурах. В то же время формула (5.4) оказывается справедливой при любых условиях.

Согласно второму началу термодинамики никакая, самая идеальная тепловая машина, работающая без трения и потерь тепла наружу, не может иметь коэффициента полезного действия *), равного единице, так как

---

*) Коэффициент полезного действия η (к. п. д.) — отношение полезной работы ко всей энергии, полученной системой.

часть тепла обязательно должна переходить от источника тепла (нагревателя) к холодильнику. Если температура нагревателя T_1, а температура холодильника T_2, то максимальный коэффициент полезного действия машины (практически, разумеется, недостижимый) равен

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \tag{5.6}$$

Определяя абсолютный нуль как такую температуру, которой должен был бы обладать холодильник*), чтобы идеальный к. п. д. равнялся единице, мы можем, правда теоретически, использовать формулу (5.6) для установления температурной шкалы.

В термодинамике доказывается, что все приведенные выше формулы определяют одну и ту же температуру, которая поэтому получила название термодинамической температуры. Любой из стоящих в формулах (5.2), (5.3а), (5.4) и (5.5) коэффициентов R, k, σ и b можно было бы при желании сделать равным единице, что определило бы разные размерности температуры L^2MT^{-2}, $L^{-1/4}M^{1/4}T^{-1/2}$, L^{-1}. Более того, можно было бы даже изменить самое определение температуры, сделав ее пропорциональной не средней кинетической энергии поступательного движения молекул, а плотности энергии излучения в замкнутой оболочке. Соответственно изменились бы все формулы, в которые входит температура. При этом, например, произведение объема на давление газа и средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул были бы пропорциональны корню четвертой степени из определенной таким образом температуры. Разумеется, такой шаг создал бы весьма существенные неудобства. Неудобно также заменять температуру какой-либо пропорциональной ей величиной, например произведением pV одного киломоля или моля идеального газа или кинетической энергией одной молекулы и т. д.

Исключительно важное место, которое занимает температура в современной физике, определяя в макроско-

---

*) Заметим, что абсолютный нуль принципиально недостижим, но к нему можно подойти весьма близко.

нической системе (т. е. системе, содержащей большое число молекул и других частиц) большинство ее свойств и протекающих в ней явлений (плотность, электропроводность, скорости химических реакций, фазовые превращения и т. д.), делает целесообразным выделение температуры в разряд величин с собственной размерностью единиц и соответственно единицу измерения температуры желательно включить в число основных. Обозначение размерности температуры θ.

Согласно Международной системе единиц абсолютная температура определяется как термодинамическая температура, причем градус этой температуры устанавливается таким образом, чтобы тройная точка воды имела температуру точно 273,16° К. Тройной точкой называется такая точка, при которой находятся в равновесии все три фазы воды: лед, жидкая вода и насыщенный пар. В то время как равновесие между двумя фазами (вода — пар, лед — вода, лед — пар) может быть при разных температурах, равновесие всех трех фаз возможно лишь при вполне определенной температуре, которая и называется *тройной точкой*. По обычной шкале температур тройная точка воды довольно точно равна +0,01° С, так что нулевая точка обычной стоградусной шкалы, соответствующая температуре таяния льда при давлении 1 *атм*, равна 273,15° К.

§ 5.2. Температурные шкалы

Абсолютная термодинамическая шкала температур (шкала Кельвина) применяется в научных исследованиях при установлении связи между температурой и другими физическими величинами. В обиходе, в технической и даже в лабораторной практике пользуются так называемой стоградусной шкалой, впервые введенной Цельсием. Температура, измеренная по шкале Цельсия, обозначается °С. Для температурных интервалов, измеренных в градусах Цельсия или Кельвина, применяется обозначение *град*, которое входит также в обозначения комбинированных наименований производных единиц.

В некоторых странах сохранилась шкала Реомюра (°R), в которой интервал между точкой таяния льда и точкой кипения воды при давлении 1 *атм* разделен на 80 частей. В шкале Фаренгейта (°F), применяемой в Англии и США, точке таяния льда присвоена температура 32° F, а точке кипения воды 212° F, так что этот температурный интервал делится на 180 частей*).

Мы можем теперь легко установить связь между различными температурными шкалами. Действительно, обозначив температурный интервал между точками таяния льда и кипения воды через θ, получим для градусов абсолютных (°K), Цельсия (°C), Реомюра (°R) и Фаренгейта (°F) следующие значения:

$$°K = °C = \frac{\theta}{100}, \quad °R = \frac{\theta}{80}, \quad °F = \frac{\theta}{180}, \tag{5.7}$$

а следовательно, любой другой интервал Δt будет выражаться числами

$$\left.\begin{aligned} \Delta t\,°K &= \Delta t\,°C = \frac{\Delta t}{\theta}\,100, \\ \Delta t\,°R &= \frac{\Delta t}{\theta}\,80, \\ \Delta t\,°F &= \frac{\Delta t}{\theta}\,180, \end{aligned}\right\} \tag{5.8}$$

откуда

$$\frac{\Delta t\,°K}{100} = \frac{\Delta t\,°C}{100} = \frac{\Delta t\,°R}{80} = \frac{\Delta t\,°F}{180}, \tag{5.9}$$

или же

$$\frac{\Delta t\,°K}{5} = \frac{\Delta t\,°C}{5} = \frac{\Delta t\,°R}{4} = \frac{\Delta t\,°F}{9}. \tag{5.9a}$$

Подчеркиваем, что символы Δt °K, Δt °C, Δt °R и Δt °F представляют собой числа, измеряющие один и тот же температурный интервал в различных градусах — единицах температурного интервала. Эти числа можно представить как разность между температурами границ

*) Шкала, в которой размер градуса равен градусу шкалы Фаренгейта, но отсчет ведется от абсолютного нуля, называется шкалой Ренкина. По этой шкале нуль Фаренгейта соответствует температуре 459,67°, точка замерзания воды 491,67° и точка кипения воды 671,67°.

выбранного интервала, измеренную по соответствующей шкале, иначе говоря,

$$\Delta t°K = t°K - t_0°K, \qquad \Delta t°C = t°C - t_0°C,$$

$$\Delta t°R = t°R - t_0°R, \qquad \Delta t°F = t°F - t_0°F.$$

Приняв $t_0°C = 0$, а следовательно,

$$t_0° = 273°K\ ^{*}), \qquad t_0°R = 0°R, \ t_0°F = 32°F,$$

получим

$$\frac{(t-273)°K}{5} = \frac{t°C}{5} = \frac{t°R}{4} = \frac{(t-32)°F}{9}. \tag{5.10}$$

Последнее выражение позволяет весьма просто переводить температуру из одной шкалы в другую.

§ 5.3. Опорные температурные точки

Термодинамическая шкала температур определяет температуры как измеряемую физическую величину и устанавливает ее единицу измерения. Эта единица принимается в качестве основной и определяется следующим образом: «градус Кельвина — единица измерения температуры по термодинамической шкале, в которой для температуры тройной точки воды установлено значение 273,16° К (точно)». Последнее слово «точно» обозначает, что эта точка фиксируется как неизменная.

На практике непосредственные измерения в термодинамической шкале оказываются слишком сложными, вследствие чего желательно иметь возможность сравнивать различные приборы, служащие для измерения температур в относительно узких температурных интервалах, сохраняя при этом достаточно высокую точность. Для этой цели можно было бы применить газовый термометр, предпочтительно водородный или гелиевый, поскольку эти газы по сравнению с другими в наибольшей степени подчиняются законам идеальных газов. Однако пользование газовым термометром представляет большие практические неудобства, поэтому было выбрано

*) Здесь 0° С приближенно приравнивается 273° К.

несколько постоянных опорных точек, воспроизведение которых в лабораторных условиях не составляет большого труда. Одна из этих точек задается самим определением термодинамической шкалы — это тройная точка воды, которой приписана неизменная температура 273,16° К. Остальные точки установлены на основе возможно более тщательных измерений. Все эти точки представляют собой температуры фазовых переходов при нормальном давлении 1 *атм*. Точки эти следующие:

Точка кипения кислорода	− 182,97° С
Точка кипения воды	100° С
Точка затвердевания цинка	419,505° С
Точка кипения серы	444,6° С
Точка затвердевания серебра . . .	960,8° С
Точка затвердевания золота	1063° С

§ 5.4. Прочие тепловые единицы

Количество тепла. Говоря о единицах измерения количества тепла, необходимо прежде всего отметить, что количество тепла по существу является мерой тепловой работы, а не энергии, как это часто считают. Действительно, если мы будем изотермически расширять газ, близкий по своим свойствам к идеальному, то при этом нам придется сообщить ему некоторое количество тепла, которое отнюдь не пойдет на увеличение его «тепловой» энергии, а целиком будет израсходовано на совершение внешней работы. Мы поставили слово «тепловой» в кавычки, так как на самом деле никакой специфической тепловой энергии как особого вида энергии не существует.

Иногда, по нашему мнению неудачно, термин «тепловая энергия» применяют по отношению к кинетической энергии молекул вещества. Однако подведенное тепло может переходить в той или иной степени во внутреннюю энергию системы даже при постоянной температуре, если при этом происходят какие-либо изменения во внутренней структуре системы, например имеет место фазовый переход. Наиболее известным примером может служить плавление тел, требующее при постоянной температуре подвода тепла, которое некогда называли «скрытой теплотой».

Первое начало термодинамики позволяет установить меру количества тепла согласно известному соотношению

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A, \tag{5.11}$$

где ΔQ — количество тепла, подведенного к системе, ΔU — изменение внутренней энергии системы, ΔA — совершенная системой внешняя работа; ΔU может включать в себя различные виды энергии — и увеличение кинетической энергии различного характера движения молекул (поступательного, вращательного, колебательного), и изменение энергии связи между отдельными молекулами. Сюда же может входить и энергия диссоциации, ионизации и т. д. Уравнение (5.11) показывает, что количество тепла может измеряться в тех же единицах, в которых измеряется любая энергия и любой вид работы, в частности механической. Поэтому размерность количества тепла

$$[Q] = L^2MT^{-2} \tag{5.12}$$

та же, что и размерность работы, и такими же, как и для измерения работы, должны быть и единицы измерения количества тепла. Соответственно в системе СИ количество тепла измеряется единицей работы и энергии — джоулем.

Однако весьма распространенными являются специальные единицы количества тепла, упомянутые выше (§ 4.4) — калория и килокалория. Эти единицы были установлены в связи с калориметрическими измерениями количества тепла по процессу теплообмена. Поскольку основным веществом, применявшимся при сравнении количества тепла, была вода, то соответственно была и установлена единица как количество тепла, необходимого для нагревания одного грамма воды на 1° С, и более крупные единицы — килокалория, равная 1000 калорий, и *термия*, равная 10^6 калорий. Однако точные измерения показали, что эти количества тепла не являются постоянными и зависят от того, в каком температурном интервале происходит нагревание. Поэтому была введена средняя калория, которая определяется как одна сотая того количества тепла, которое необходимо сообщить одному грамму воды для того, чтобы нагреть ее от точки плавления до точки кипения. (Эта калория соответствует нагреванию воды от 14,5 до 15,5° С.)

Когда была установлена эквивалентность теплоты и работы, были проведены специальные опыты с целью установления связи между единицами количества тепла и работы. Этими опытами был определен так называемый «механический эквивалент тепла» — соотношение, согласно которому одна килокалория равна 427 *кгс-м*.

Учитывая, что между значениями калории или килокалории, определенными различными способами (калориметрическим, термохимическим), существует заметное расхождение, что приводило к необходимости введения поправок при точных расчетах, решили отказаться от определения единиц количества тепла теми или иными тепловыми измерениями и установить неизменное соотношение между этими единицами и единицами работы, которое было принято следующим:

$$1\ кал = 4{,}1868\ дж.$$

При этом предполагается, что измерение количества тепла калориями и ее кратными и дольными единицами сохраняется как временная мера и в будущем должно быть заменено измерением единицей работы Международной системы — джоулем.

В заключение укажем, что в холодильной технике пользуются понятием «количество холода», которое представляет собой по существу количество тепла, могущее быть отнятым холодильной установкой от окружающей среды. За единицу «количества холода» принимают *фригорию*, которая численно равна одной килокалории, но по смыслу имеет обратный знак. Можно говорить, что одна фригория равна минус одной килокалории.

Температурный градиент. Аналогично введенным ранее градиенту давления и градиенту скорости можно ввести температурный градиент

$$\operatorname{grad} T = \frac{dT}{dl}, \tag{5.13}$$

который в случае равномерного распределения температуры может быть представлен в виде

$$\frac{T_2 - T_1}{l_2 - l_1}.$$

Размерность

$$[\mathrm{grad}\, T] = L^{-1}\theta, \tag{5.14}$$

а единицы его измерения *град/м* и *град/см*, если температура измерена по термодинамической или стоградусной шкале.

Тепловой поток определяется как количество тепла, проходящее в единицу времени в направлении падения температуры:

$$\Phi = \frac{dQ}{dt}. \tag{5.15}$$

Размерность

$$[\Phi] = \left[\frac{dQ}{dt}\right] = L^2MT^{-3} \tag{5.16}$$

совпадает с размерностью мощности.

В зависимости от единиц измерения количества тепла тепловой поток измеряется в ваттах, киловаттах, мегаваттах и т. п. или калориях и килокалориях в секунду, минуту или час. Соотношение между всеми этими единицами приведено в табл. 13.

Поверхностная плотность теплового потока (удельный тепловой поток) представляет собой отношение теплового потока к площади поперечного сечения потока, т. е. поток, приходящийся на единицу площади сечения, перпендикулярного к направлению потока. Согласно определению

$$q = \frac{d\Phi}{ds} \tag{5.17}$$

и размерность

$$[q] = MT^{-3}. \tag{5.18}$$

Соответственно, единицы равны единицам потока, отнесенным к квадратному метру или квадратному сантиметру.

Энтропия. Термодинамика разделяет процессы на обратимые и необратимые. К числу обратимых относятся изотермическое и адиабатическое изменения состояния идеального газа. Однако идеально обратимые процессы на практике неосуществимы. Все процессы, сопровождающиеся трением, теплообменом, диффузией и т. п., не могут быть полностью проведены в обратном направлении. Статистическая физика связывает эту необратимость с переходом системы от менее вероятного к более вероятному распределению элементов, образующих систему. В качестве примера можно рассмотреть процесс смешения двух газов, разделенных вначале в некотором сосуде перегородкой, после того как перегородка будет удалена. Другим примером может служить выравнивание температур нескольких соприкасающихся тел, имевших вначале различные температуры.

Установлена количественная мера, позволяющая судить о степени необратимости того или иного процесса. Эта величина носит название *энтропии* S. Если система переходит из состояния, которое мы отметим индексом «1», в состояние, отмеченное индексом «2», то, согласно определению энтропии, ее изменение при этом процессе равно

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \qquad (5.19)$$

В термодинамике доказывается, что

$$dS = \frac{dQ}{T} \qquad (5.20)$$

представляет собой полный дифференциал, так что интеграл от dS по замкнутому контуру равен нулю. Это значит, что энтропия является функцией состояния. Для частной неизолированной системы изменение энтропии может иметь любое как положительное, так и отрицательное значение и, в частности, равняться нулю. Однако, как следует из второго начала термодинамики, в замкнутой системе

$$\Delta S \geqslant 0. \qquad (5.21)$$

Величина ΔS характеризует при этом степень необратимости протекающих в этой системе процессов.

Уравнение (5.19) определяет размерность энтропии

$$[S] = L^2MT^{-2}\theta^{-1}, \qquad (5.22)$$

и ее единицы: *дж/град, эрг/град, кгс-м/град, кал/град* и т. д.

§ 5.5. Единицы измерения тепловых свойств вещества

Теплоемкость. Теплоемкость измеряется количеством тепла, которое надо сообщить телу для того, чтобы нагреть его на 1°. Различают удельную теплоемкость (количество тепла, необходимое для нагревания одного грамма) и молекулярную или молярную теплоемкость (количество тепла, необходимое для нагревания одного моля или киломоля). Теплоемкость определяется формулой

$$c = \frac{1}{m}\frac{dQ}{dT}, \qquad (5.23)$$

где m — масса тела, c — удельная теплоемкость, Q — количество тепла, T — температура.

Размерность удельной теплоемкости

$$[c_{\text{уд}}] = \frac{[Q]}{[m]\,[T]} = L^2T^{-2}\theta^{-1}. \qquad (5.24)$$

Связь между удельной и молекулярной теплоемкостями определяется простым соотношением

$$c_{\text{мол}} = c_{\text{уд}}M. \qquad (5.25)$$

Часто применяется понятие объемной теплоемкости, представляющей собой количество тепла, необходимое для нагревания единицы объема данного вещества на 1°. Объемная и удельная теплоемкости связаны формулой

$$c_{\text{об}} = c_{\text{уд}}\rho, \qquad (5.26)$$

где ρ — плотность вещества.

Размерность объемной теплоемкости

$$L^{-1}MT^{-2}\theta^{-1}. \qquad (5.27)$$

Единицы измерения удельной теплоемкости:

дж/(кг · град), эрг/(г · град), кал/(г · град), ккал/(кг · град).

Очевидно,

$$1\ \textit{дж}/(\textit{кг}\cdot\textit{град}) = 10^4\ \textit{эрг}/(\textit{г}\cdot\textit{град});\ 1\ \textit{кал}/(\textit{г}\cdot\textit{град}) = 1\ \textit{ккал}/(\textit{кг}\cdot\textit{град}) = 4{,}19\ \textit{дж}/(\textit{кг}\cdot\textit{град}).$$

Единицы измерения молекулярной теплоемкости:

дж/(*кмоль* · *град*), *эрг*/(*моль* · *град*), *кал*/(*моль* · *град*), *ккал*/(*кмоль* · *град*).

Соотношение между этими единицами то же, что и между соответствующими единицами удельной теплоемкости.

Единицы измерения объемной теплоемкости:

дж/($\textit{м}^3$ · *град*), *эрг*/($\textit{см}^3$ · *град*), *кал*/($\textit{см}^3$ · *град*), *ккал*/(*л* · *град*).

Соотношение между ними:

$$1\ \textit{дж}/(\textit{м}^3\cdot\textit{град}) = 10\ \textit{эрг}/(\textit{см}^3\cdot\textit{град});\ 1\ \textit{кал}/(\textit{см}^3\cdot\textit{град}) = 1\ \textit{ккал}/(\textit{л}\cdot\textit{град}) = 4{,}19\ \textit{дж}/(\textit{кг}\cdot\textit{град}).$$

Теплота перехода. При переходе вещества из одного агрегатного состояния в другое требуется при неизменной температуре затратить некоторое количество тепла, называемое теплотой перехода. Теплоту перехода, как и теплоемкость, можно относить к единице массы, к молю или киломолю или к единице объема. Соответствующие размерности отличаются от размерностей теплоемкости отсутствием символа размерности температуры. Точно так же единицы, измеряющие теплоту перехода, отличаются от единиц теплоемкости отсутствием в знаменателе символа единицы температурного интервала — *град*.

Теплотворная способность. Всякое топливо характеризуется теплотворной способностью, т. е. тем количеством тепла, которое при сгорании может дать определенное количество данного вещества. Теплотворную способность можно относить, как и теплоемкость и теплоту перехода, к единице массы, молю или киломолю, и к единице объема. Объемная теплотворная способность применяется исключительно для горючих газов, причем ее при этом обычно относят к объему газа, взятого при нормальных условиях ($t^\circ = 0^\circ$ C и $p = 1$ *атм*). Единицы измерения теплотворной способности те же, что и теплоты перехода.

Коэффициент теплопроводности. При наличии разности температур в некоторой среде от слоя с более высокой температурой к слою с более низкой температурой устанавливается тепловой поток, который можно для стационарного одномерного случая выразить формулой

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda \frac{dT}{dl} s, \tag{5.28}$$

где dQ/dt — тепловой поток, dT/dl — температурный градиент, s — площадь поперечного сечения потока, λ — коэффициент теплопроводности среды.

За единицу коэффициента теплопроводности следует принять коэффициент теплопроводности такой среды, в которой сквозь единицу поверхности, перпендикулярную направлению потока, при температурном градиенте, равном единице температуры на единицу длины, устанавливается тепловой поток, равный единице количества тепла в единицу времени. Это определение и формула (5.28) дают размерность и единицы коэффициента теплопроводности

$$[\lambda] = LMT^{-3}\theta^{-1}. \tag{5.29}$$

Единицы коэффициента теплопроводности:

вт/(м · град), эрг/(см · сек · град), кал/(см · сек · град),

ккал/(м · ч · град).

Соотношения между ними:

1 *вт/(м · град)* = 10^5 *эрг/(см · сек · град)*,

1 *ккал/(м · ч · град)* = 1/360 *кал/(см · сек · град)*.

Коэффициенты теплопередачи. При наличии температурного скачка ΔT на границе раздела двух тел сквозь эту границу установится тепловой поток, определяемый формулой

$$\frac{dQ}{dt} = K\,\Delta T s. \tag{5.30}$$

Коэффициент K называется *коэффициентом теплопередачи*. Он зависит от условий на границе раздела, в частности, на границе соприкосновения твердого тела с жидкостью (или газом), от скорости потока жидкости. Коэффициент теплопередачи можно определить как тепловой поток через единицу площади границы при температурном скачке 1°.

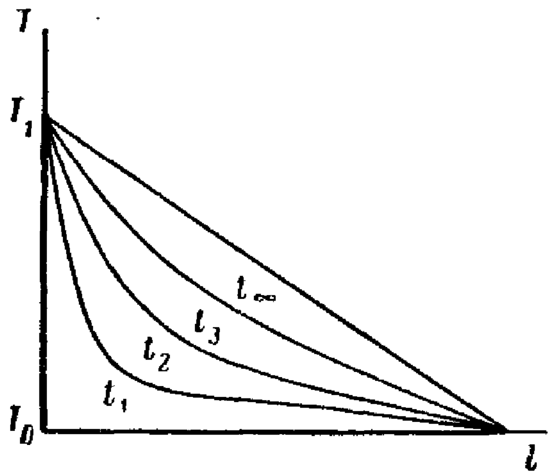

Рис. 16.

Размерность

$$[K] = MT^{-3}\theta^{-1}. \quad (5.31)$$

Единицы коэффициента теплопередачи:

вт/(*м*^{2} · *град*),
эрг/(*см*^{2} · *сек*/*град*),
кал/(*см*^{2} · *сек* · *град*),
ккал/(*м*^{2} · *ч* · *град*).

Соотношения между ними:

$$1\ \textit{вт}/(\textit{м}^2 \cdot \textit{град}) = 10^3\ \textit{эрг}/(\textit{см}^2 \cdot \textit{сек} \cdot \textit{град}),$$

$$1\ \textit{ккал}/(\textit{м}^2 \cdot \textit{ч} \cdot \textit{град}) = 1/3{,}6 \cdot 10^4\ \textit{эрг}/(\textit{см}^2 \cdot \textit{сек} \cdot \textit{град}).$$

Коэффициент температуропроводности. Так как понятие температуропроводности является подчас недостаточно хорошо знакомым, мы остановимся на нем несколько подробнее. Представим себе однородный стержень, боковые стенки которого идеально теплоизолированы, т. е. не обмениваются теплом с окружающей средой. Пусть вначале все точки стержня обладают одинаковой температурой T_0. Если теперь один из концов стержня привести в соприкосновение со средой, имеющей температуру T_1 (пусть для определенности $T_1 > T_0$), то вдоль стержня установится тепловой поток, причем температура всех точек стержня начнет повышаться (рис. 16); кривые $t_0, t_1, \ldots, t_\infty$ соответствуют разным последовательным моментам времени.

Часть теплового потока, проходящего сквозь стержень, будет расходоваться на повышение температуры различных точек стержня, и вдоль последнего начнет устанавливаться температурный градиент. Этот процесс установления температурного градиента и носит название *температуропроводности*. Очевидно, процесс температуропроводности является нестационарным, ибо при стационарном тепловом потоке сквозь стержень температурный градиент во всех точках стержня должен быть постоянным, не меняющимся во времени. Быстрота изменения температуры в каждой точке стержня в описанном случае (который носит название линейного или одномерного случая) определяется уравнением

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\,\frac{\partial^2 T}{\partial l^2} = a\,\frac{\partial \operatorname{grad} T}{\partial l}, \tag{5.32}$$

ибо

$$\frac{\partial^2 T}{\partial l^2} = \frac{\partial \operatorname{grad} T}{\partial l},$$

т. е. производная градиента по оси представляет собой изменение градиента на единицу длины стержня. Коэффициент a носит название коэффициента температуропроводности и, как показывает теория, связывается с теплоемкостью c, коэффициентом теплопроводности λ и плотностью ρ соотношением

$$a = \frac{\lambda}{c\rho} = \frac{\lambda}{c_{об}}. \tag{5.33}$$

Формула (5.32) определяет коэффициент температуропроводности как повышение температуры в единицу времени в случае, если изменение градиента на единицу длины равно единице. Более простое определение дает формула (5.33), согласно которой коэффициент температуропроводности равен тому повышению температуры, которое произойдет у единицы объема данного вещества, если ему сообщить количество тепла, численно равное его коэффициенту теплопроводности.

Размерность коэффициента температуропроводности

$$[a] = \frac{[\lambda]}{[c]\,[\rho]} = \frac{LMT^{-3}\theta^{-1}}{L^2T^{-2}\theta^{-1}\cdot L^{-3}M} = L^2T^{-1} \tag{5.34}$$

совпадает с размерностью коэффициента диффузии (см. формулу (4.106)). Это совпадение не случайно. Для газа даже численные значения обоих коэффициентов довольно близки. Это можно понять, если учесть, что кинетическая теория газов дает следующую приближенную связь между коэффициентами теплопроводности и диффузии

$$\lambda = D\rho c_v, \tag{5.35}$$

откуда

$$D = \frac{\lambda}{\rho c_v},$$

т. е., по существу, формулу (5.33). Более строгая теория дает в формуле (5.35) коэффициент, несколько отличный от единицы.

Температурные коэффициенты. Большинство физических свойств вещества зависит от его температуры. Если при некоторой температуре T_0 интересующее нас свойство имеет значение A_0, то при другой температуре T это свойство будет иметь значение A, которое можно выразить в виде ряда

$$A = A_0(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + \ldots), \tag{5.36}$$

где $t = T - T_0$.

Коэффициенты α_1, α_2, $\alpha_3 \ldots$ и т. д. могут иметь самые различные значения, как положительные, так и отрицательные, и зависят от выбора начальной температуры T_0.

Абсолютные значения этих коэффициентов часто удовлетворяют условию

$$1 > |\alpha_1| > |\alpha_2| > |\alpha_3| > \ldots$$

В ряде случаев можно считать α_2, α_3 и т. д. настолько малыми, что

$$A = A_0(1 + \alpha_1 t). \tag{5.37}$$

В частности, для объема газа это дает уравнение Гей-Люссака, причем, если $T_0 = 273°\,К = 0°\,С$, то, как известно, $\alpha_1 = 1/273$. Так как произведение $\alpha_1 t$ есть величина отвлеченная, то α_1 измеряется в единицах *град*$^{-1}$.

Последующие коэффициенты измеряются, естественно, единицами *град*$^{-2}$, *град*$^{-3}$ и т. д.

Коэффициенты уравнения Ван-дер-Ваальса. Уравнение состояния реального газа по Ван-дер-Ваальсу имеет вид

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = \frac{m}{M}RT. \tag{5.38}$$

Здесь p — давление газа, V — занимаемый им объем (объем сосуда), m — масса, T — абсолютная температура, M — молекулярный вес, R — универсальная газовая постоянная (см. § 5.1).

Величины a и b — постоянные для данной массы данного газа, введены для учета сил сцепления между молекулами и объема самих молекул. Величина

$$\frac{a}{V^2} = p_i, \tag{5.39}$$

обусловленная силами молекулярного сцепления, имеет размерность давления, почему ее часто (хотя и неудачно) называют внутренним давлением.

Единицами, измеряющими давление и объем, определяется и единица измерения a. Так как

$$V = \frac{m}{\rho},$$

а при $\rho = \text{const}$ $p_i = \text{const}$, то

$$a = V^2 p_i = \frac{p_i}{\rho^2} m^2, \tag{5.40}$$

т. е. a пропорционально квадрату массы.

Если константу для киломоля или моля обозначить через a_0, то можно написать

$$a = a_0 \left(\frac{m}{M}\right)^2. \tag{5.41}$$

Константа b, пропорциональная полному объему всех молекул, должна быть пропорциональна массе газа, т. е.

$$b = b_0 \left(\frac{m}{M}\right), \tag{5.42}$$

где b_0 — значение константы для одного киломоля или моля. Размерность a из формулы (5.40)

$$[a] = L^5 M T^{-2}. \tag{5.43}$$

Размерность b равна, разумеется, размерности объема

$$[b] = L^3. \tag{5.44}$$

Размерности a, a_0, b и b_0 определяют их единицы. На практике часто измеряют a в *атм/л²* и b — в литрах.

Глава 6

Акустические единицы

§ 6.1. Объективные характеристики механических волновых процессов

Механические деформации в средах, обладающих упругостью, распространяются со скоростью, зависящей от упругих свойств и плотности среды. Если деформация является периодической, то в среде распространяются волны, длина которых связана с частотой колебаний ν и скоростью распространения c соотношением

$$\lambda = \frac{c}{\nu}. \tag{6.1}$$

Согласно сказанному выше частоты колебаний измеряются герцами (*гц*), а длины волн единицами длины — метрами, сантиметрами и т. п.

Колебания, частоты которых лежат в пределах от 16 *гц* до 15—20 *кгц*, воспринимаются слуховым аппаратом человека и называются звуковыми или акустическими колебаниями. Колебания меньших частот называются инфразвуковыми или инфраакустическими, а бо́льших частот — ультразвуковыми или ультраакустическими.

Характеристики колебаний, связанные с особенностью их психофизиологического восприятия, описаны в следующем параграфе; здесь же мы рассмотрим те величины, которые имеют объективный характер и определяются соответствующими, уже известными нам общемеханическими величинами. Хотя Международная система единиц рекомендуется для употребления во всех областях науки и техники, в акустике наибольшее распространение сохранила система СГС. Практически совсем не применяется система МКГСС. Ниже мы перечислим важнейшие величины и единицы их измерения в системах СИ и СГС.

Звуковое давление. Возникновение звуковых колебаний в газе или жидкости сопровождается колебаниями давления среды. Таким образом, давление в данной точке в каждый данный момент можно представить как сумму давления в невозмущенной среде, т. е. в отсутствие колебаний и переменного дополнительного давления, которое носит название *звукового* или *акустического* давления. Звуковое давление в течение периода колебаний изменяет свою величину и знак между положительными и отрицательными амплитудными значениями.

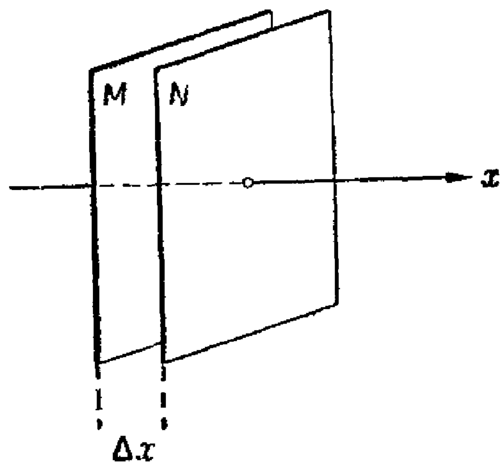

Рис. 17.

Звуковое давление, как и всякое другое, измеряется в *н/м*^{2} и *дин/см*^{2}. Последнее в акустике принято было называть баром. Однако, поскольку название бар установлено для давления 10^6 *дин/см*^{2}, применять его для давления 1 *дин/см*^{2} не рекомендуется.

Объемная скорость. В звуковой волне частицы среды совершают колебания со скоростью, зависящей от амплитуды колебаний, частоты и фазы. Представим себе распространяющуюся вдоль оси x (рис. 17) плоскую продольную волну (именно продольными и являются звуковые волны). Пусть в некоторой плоскости M частицы среды в данный момент имеют скорость v. Проведем на малом расстоянии Δx от M плоскость N. За время $\Delta t = \Delta x/v$ все частицы, заключенные между M и N, пройдут сквозь N. Если на плоскости N выбрать площадку размером s, то сквозь нее за время Δt пройдет объем $\Delta xs = v\Delta ts$, а за единицу времени vs. Эта величина и носит название объемной скорости. Легко видеть, что ее размерность и единицы измерения те же, что и для объемного расхода, т. е. *м*^{3}*/сек* и *см*^{3}*/сек*.

Звуковая энергия. Любой объем среды, в которой распространяются волны, обладает энергией, складывающейся из кинетической энергии колеблющихся частиц и потенциальной энергии упругой деформации. Звуковая энергия, как и любая другая энергия, измеряется в джоулях и эргах.

Плотность звуковой энергии. Звуковая энергия, отнесенная к единице объема среды, называется плотностью звуковой энергии и соответственно измеряется в *дж*/*м*^{3} и *эрг*/*см*^{3}.

Поток звуковой энергии. Волны, распространяющиеся в среде, несут с собой поток энергии. Энергия, переносимая в единицу времени через данную площадку, перпендикулярную к направлению распространения, измеряет величину этого потока. Очевидно, размерность и единицы потока звуковой энергии совпадают с размерностью и единицами мощности — *вт* и *эрг*/*сек*.

Интенсивность звука (сила звука) — плотность потока звуковой энергии, т. е. поток энергии, отнесенный к единице поверхности, перпендикулярной направлению потока. Размерность интенсивности звука

$$[I] = MT^{-3}. \tag{6.2}$$

Соответствующие единицы: *вт*/*м*^{2} и *эрг*/(*см*^{2} · *сек*). Соотношение между ними:

$$1\ вт/м^2 = 10^3\ эрг/(см^2 \cdot сек).$$

Акустическое сопротивление. Амплитуда колебаний, а соответственно и скорость колеблющихся точек зависят от механического напряжения, возникающего в среде, а в случае волн в газе или жидкости — от акустического давления. Мгновенное значение скорости определяется соотношением

$$v = \frac{p}{\rho c}, \tag{6.3}$$

где p — акустическое давление, ρ — плотность среды.

Если левую и правую части уравнения (6.3) помножить на площадь потока (например, на сечение трубы), то можно написать

$$vs = \frac{p}{\rho c/s}. \tag{6.4}$$

Стоящая слева величина представляет собой объемную скорость колебаний. Отношение давления к объемной скорости называется акустическим сопротивлением, поскольку формула (6.4) внешне напоминает закон Ома, если звуковое давление уподобить разности потенциалов, а объемную скорость — силе тока.

В общем случае переменное звуковое давление и переменная объемная скорость могут по фазе не совпадать, поэтому в таких случаях по аналогии с полным сопротивлением переменному току (импедансцем) вводят понятие комплексного акустического сопротивления или акустического импеданца.

Согласно определению акустического сопротивления его размерность

$$[R_a] = L^{-4}MT^{-1}. \qquad (6.5)$$

Единицы акустического сопротивления: *н · сек/м*^{5} и *дин · сек/см*^{5}. Согласно размерности

$$1\ н \cdot сек/м^5 = 10^{-5}\ дин \cdot сек/см^5.$$

Для единицы *дин · сек/см*^{5} существует распространенное, но не рекомендуемое ГОСТ название *акустический ом* или *аком*.

Акустическое сопротивление единицы поверхности называется *удельным акустическим сопротивлением* и является характеристикой данной среды. Из формулы (6.4) вытекает, что удельное акустическое сопротивление равно произведению плотности среды на скорость распространения колебаний

$$\eta = \rho c. \qquad (6.6)$$

Размерность удельного акустического сопротивления

$$[\eta] = L^{-2}MT^{-1}. \qquad (6.7)$$

Удельные акустические сопротивления некоторых сред приведены в табл. 7.

Механическое сопротивление. Кроме акустического сопротивления, в акустике приходится иметь дело с так называемым *механическим сопротивлением*, которое определяется как отношение периодической силы к колебательной скорости. Согласно определению

$$R_{м} = \frac{ps}{v}, \tag{6.8}$$

размерность

$$[R_{м}] = MT^{-1}. \tag{6.9}$$

Единицы механического сопротивления *н·сек/м* и *дин·сек/см*. Последнюю единицу иногда называют *механический ом* или *мехом*.

Формула (6.9) определяет соотношение

$$1\ н \cdot сек/м = 10^3\ дин \cdot сек/см.$$

Уровни интенсивности звука и звукового давления. Для характеристики величин, определяющих восприятие звука, существенными являются не столько абсолютные значения интенсивности звука и звукового давления, сколько их отношения к некоторым пороговым значениям. Поэтому введены понятия относительных уровней интенсивности и звукового давления. Если интенсивности двух звуковых волн равны I_2 и I_1, то разностью уровней этих интенсивностей называется логарифм отношения I_2/I_1:

$$L_I = \lg \frac{I_2}{I_1}. \tag{6.10}$$

За единицу разности уровней принимается *бел* (*б*), определяемый как разность уровней двух интенсивностей, отношение которых равно десяти, и соответственно десятичный логарифм отношения равен единице. Десятая часть бела, соответствующая логарифму отношения, равному 0,1, называется *децибел* (*дб*). При разности уровней 1 *дб* отношение

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^{0,1} = 1,259. \tag{6.11}$$

Измеренная в децибелах разность уровней интенсивности определяется формулой

$$L(дб) = 10 \lg \frac{I_2}{I_1}. \tag{6.12}$$

Так же как и разность уровней интенсивностей, может измеряться и разность уровней потока звуковой энергии (звуковой мощности).

Между интенсивностью звука и звуковым давлением существует соотношение

$$I = \frac{p^2}{\rho c} = \frac{p^2}{\eta}. \tag{6.13}$$

Поэтому

$$\lg \frac{I_2}{I_1} = 2 \lg \frac{p_2}{p_1}. \tag{6.14}$$

Способ измерения разности уровней звуковых давлений устанавливается таким образом, чтобы эта разность совпадала с разностью уровней интенсивностей тех же колебаний. Соответственно измеренную в децибелах разность уровней звуковых давлений можно определить по формуле

$$L_p = 20 \lg \frac{p_2}{p_1}. \tag{6.15}$$

Наряду с измерением разности уровней в белах и децибелах применяется измерение разности уровней в *неперах* (*неп*). Разность уровней интенсивности в один непер соответствует отношению интенсивностей, равному основанию натуральных логарифмов. Из этого определения вытекает, что

$$1\ б = 2{,}303\ неп. \tag{6.16}$$

Часто уровень интенсивности звука и звукового давления относят к условному порогу, соответствующему звуковому давлению $2 \cdot 10^{-5}$ *н/м*^{2} или $2 \cdot 10^{-4}$ *дин/см*^{2} *).

§ 6.2. Субъективные характеристики звука

Субъективное восприятие звука характеризуется рядом величин, которые могут быть в той или иной степени сопоставлены с некоторыми из объективных величин, рассмотренных выше.

Высота звука. Основная качественная характеристика звука определяется его частотой. Разные звуки

*) Подробнее о логарифмических единицах см. Приложение I.

воспринимаются нами как равноотстоящие по высоте, если равны отношения их частот. Таким образом, мы вводим понятие *интервала высоты*, определяемого отношением крайних частот соответствующих звуков. Так, например, интервал, ограниченный частотами 200 и 500 *кц*, равен интервалу с граничными частотами 100 и 250 *гц*.

Для измерения интервала высоты применяется ряд единиц, построенных по логарифмическому принципу. В музыке основным является интервал, ограниченный частотами, отношение которых равно двум — *октава*. Октаву делят на 1000 миллиоктав или 1200 *центов*. Другая единица интервала — *савар* (*сав*) определяется как интервал, для которого десятичный логарифм отношения крайних частот равен 0,001. Величина интервала, измеренного в саварах, выражается формулой

$$\Delta = 1000 \lg \frac{\nu_2}{\nu_1}. \tag{6.17}$$

Соотношения между интервалами высоты и соответствующие этим интервалам отношения крайних частот приведены в табл. 22.

Последовательность тонов, из которых первый и последний образуют интервал в одну октаву, называется *гаммой*. Для получения гармонических музыкальных созвучий требуется, чтобы отдельные промежуточные ступени гаммы — тоны — обладали частотами, относящимися друг к другу как последовательные небольшие целые числа. Гамма, тоны которой удовлетворяют этому условию, называется *чистой* или *натуральной* гаммой.

Однако для перехода из одной тональности в другую необходимо, чтобы, начиная с любого тона, можно было образовать новую гамму с такими же отношениями частот последовательных ступеней, как и в основной гамме. Согласовать оба требования в рамках обычных музыкальных инструментов и обычной нотной записи представляется совершенно невозможным. Поэтому была установлена темперированная гамма, в которой интервал в одну октаву разделен на 12 полутонов с равными интервалами между ними. Согласно сказанному выше интервал между соседними полутонами равен 100 центам.

В табл. 23 приведены музыкальные интервалы, образующие чистую и темперированную гаммы. На рис. 18 представлена часть клавиатуры рояля, охватывающая одну октаву, с обозначениями промежуточных ступеней.

Тембр звука. Различные звуки даже одной высоты отличаются друг от друга окраской или тембром. Тембр звука зависит от наличия относительной интенсивности дополнительных колебаний обычно более высоких частот, чем основная частота, определяющая высоту звука. Непосредственных количественных параметров, которые служили бы однозначной характеристикой тембра, не существует. При анализе музыкальных звуков измеряют относительную интенсивность отдельных составляющих. Иначе можно сказать, что тембр определяется видом функции распределения интенсивности звука по частотам.

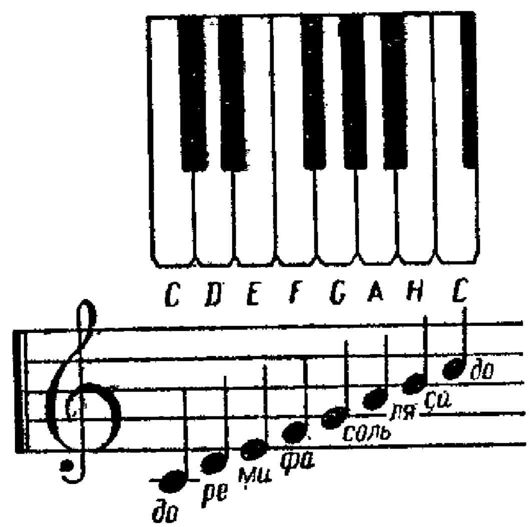

Рис. 18.

Громкость звука. Хотя восприятие звука зависит от его интенсивности, однако связь эта не является простой и однозначной. Прежде всего здесь следует указать на то, что чувствительность человеческого уха к звукам различной частоты различна. На рис. 19 нижняя кривая изображает так называемый порог слышимости — ту минимальную интенсивность звуков разной частоты, которую нормальный слух способен воспринимать. Шкалы на этом рисунке как по оси абсцисс, так и по оси ординат даны в логарифмическом масштабе. На шкале ординат слева указаны интенсивности в *эрг/сек* $\cdot$ *см*^{2} и уровни интенсивности в децибелах, причем за нулевой принят уровень звука минимально воспринимаемой интенсивности при частоте 1000 *гц*. На правой шкале указаны соответствующие звуковые давления в *дин/см*^{2}.

Верхняя кривая соответствует возникновению механического осязания, переходящего в болевое ощущение. При увеличении интенсивности звука данной определенной частоты ощущение громкости звука возрастает. Кривые, представленные на рис. 19, построены таким образом, что каждой кривой соответствует одинаковая громкость воспринимаемых звуков разной высоты.

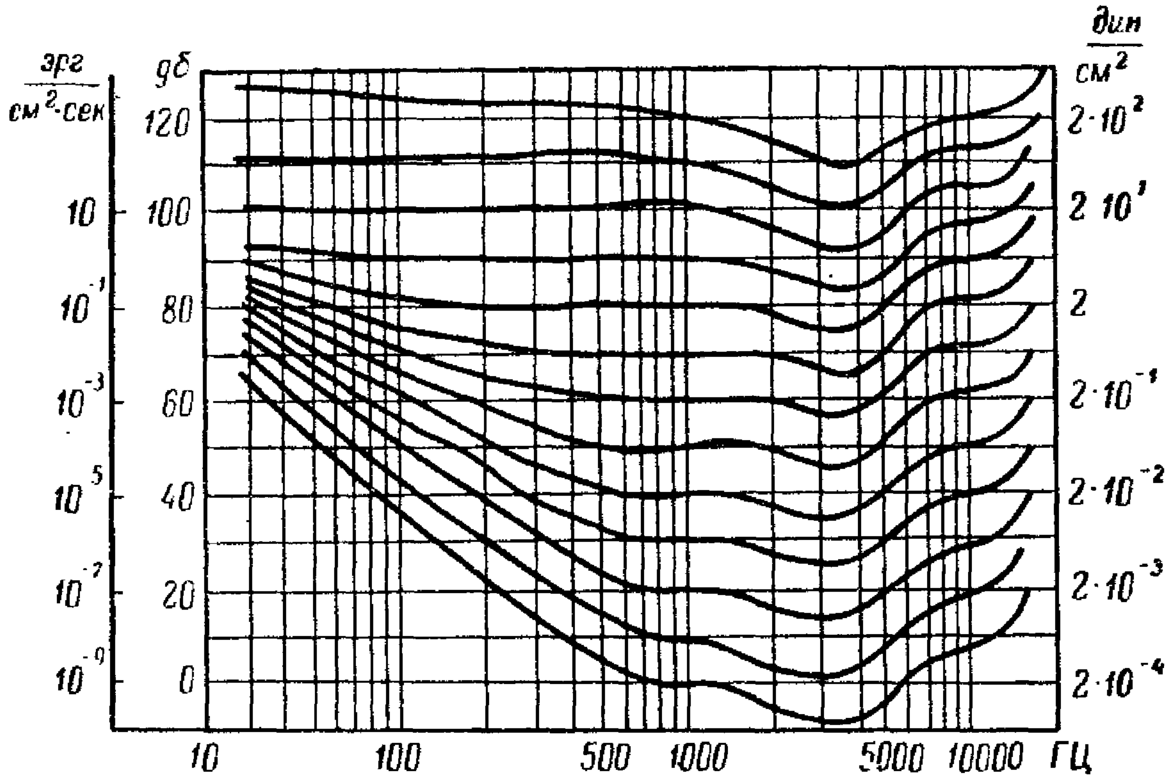

Рис. 19.

Таким образом, звукам равной громкости, но отличающимся по частоте, соответствуют разные уровни интенсивности. Кривые на рис. 19 проведены таким образом, что при частоте 1000 *гц* они сдвинуты друг относительно друга на 10 *дб*. При других частотах разность уровней соседних кривых различна.

Звуки считаются равноотстоящими по громкости, если разности уровней звуков таких же громкостей, но обладающих частотой 1000 *гц*, равны 10 *дб*. Поскольку равным интервалам уровня громкости соответствуют разные интервалы уровня интенсивности, для характеристики уровня громкости введена специальная единица — *фон*. Фон определяется как разность уровней громкости двух звуков данной частоты, равногромкие которым звуки с частотой 1000 *гц* отличаются по интенсивности на 10 *дб*. Принимая уровень, соответствующий пределу слышимости, за нулевой, мы можем непосредственно измерять уровень громкости звука в фонах как разность между уровнем громкости данного звука и нулевым.

Все приведенные выше единицы, построенные на логарифмической основе, являются, разумеется, безразмерными.

§ 6.3. Некоторые величины, связанные с акустикой помещений

При падении звуковой волны на какую-либо поверхность часть звуковой энергии отражается и часть поглощается. Соответственно вводят акустические коэффициенты отражения и поглощения. *Акустический коэффициент отражения* ρ есть отношение количества звуковой энергии, отраженной в сторону падения, к количеству энергии, падающей за тот же промежуток времени. *Акустический коэффициент поглощения* α равен разности между единицей и акустическим коэффициентом отражения

$$\alpha = 1 - \rho. \tag{6.18}$$

Акустическая проницаемость перегородки d есть отношение количества проходящей через перегородку энергии к количеству энергии, падающей за тот же промежуток времени.

Все три величины (ρ, α, d) являются величинами безразмерными. Акустическая проницаемость перегородки определяется наложением процессов поглощения в веществе, из которого изготовлена перегородка, многократного отражения от передней и задней ее поверхностей и частичного прохождения через эти поверхности. При этом приходится учитывать и явления интерференции волн, налагающихся друг на друга в различных фазах. Чистое поглощение наблюдается в том случае, если толщина слоя настолько велика, что интенсивностью волны, отраженной от задней стенки, можно пренебречь. Если при этом на слой падает плоская волна, интенсивность которой после вхождения в слой равна I_0, то на некотором расстоянии x от границы слоя интенсивность будет

$$I = I_0 e^{-\delta x}. \tag{6.19}$$

Коэффициент δ называется *линейным показателем поглощения*. Размерность его

$$[\delta] = L^{-1}, \tag{6.20}$$

единицы измерения *м*$^{-1}$ и *см*$^{-1}$.

Для характеристики поглощающей способности отдельных тел вводится понятие *общего звукового поглощения* тела, которое определяется произведением площади тела на его коэффициент поглощения. Измеряется общее поглощение площадью абсолютно поглощающего тела, имеющего такое же поглощение, как и данное. За единицу общего поглощения принимают *квадратный метр открытого окна*, так как отверстие в стене практически не отражает звука.

Реверберация. При производстве звука в помещении возбужденные волны многократно отражаются от стен, пола, потолка и всех предметов, заполняющих помещение. При каждом отражении часть звуковой энергии поглощается, так что после прекращения излучения колебаний источником плотность звуковой энергии во всех точках постепенно убывает. Если в момент прекращения излучения плотность звуковой энергии равна w_0, то спустя промежуток времени t она становится равной

$$w = w_0 e^{-t/\tau}. \tag{6.21}$$

Процесс воспроизведения звука с последующим его затуханием называется реверберацией. Характерная постоянная времени τ, как показал Сэбин, равна

$$\tau = \frac{4V}{c \sum as}, \tag{6.22}$$

где V — объем помещения; Σas — сумма общих звуковых поглощений всех тел, находящихся в помещении, включая стены, пол, потолок, мебель, людей и т. д.

Время τ представляет собой то время, в течение которого плотность звуковой энергии падает в e раз. На практике применяют другую величину T, называемую временем стандартной реверберации и определяемую как время, в течение которого плотность звуковой энергии уменьшается на 60 *дб*, т. е. в 10^6 раз. Написав

$$10^{-6} = e^{-\frac{c\sum \alpha s T}{4V}},$$

получим

$$T = 2{,}3 \cdot 6\tau = 55{,}2\,\frac{V}{c\sum \alpha s}. \qquad (6.23)$$

Время реверберации определяет акустические свойства помещения. Если это время слишком мало, звуки получаются глухими, «тусклыми». При слишком большом времени реверберации звуки налагаются друг на друга и речь становится неразборчивой. Оптимальные времена реверберации зависят от назначений помещений и лежат в пределах от нескольких десятых секунды до 1—3 *сек*.

Глава 7

Электрические и магнитные единицы

§ 7.1. Введение

Системы электрических и магнитных единиц прошли сложный и до некоторой степени противоречивый путь своего образования, обусловленный особенностями развития наших знаний об электрических и магнитных явлениях. До открытия Эрстедом в 1820 г. магнитного действия электрического тока электрические и магнитные явления изучались независимо друг от друга, хотя ими занимались одновременно одни и те же ученые (Гильберт, Кулон). Существенную роль в истории развития наших знаний о магнитных явлениях сыграло то обстоятельство, что человек впервые познакомился с ними еще в глубокой древности благодаря открытию магнитных свойств железа.

Когда наступила пора количественного изучения электрических и магнитных явлений, то, используя внешнее сходство между взаимодействием постоянных магнитов и взаимодействием электрических зарядов, для описания этих взаимодействий стали применять одинаковую терминологию, которая сохранилась и до настоящего времени, хотя она и не соответствует нашим современным представлениям. Немало ученых, основываясь на указанном сходстве, безуспешно пытались найти общую природу электрических и магнитных явлений. Хотя после открытия Эрстеда и последующих исследований стало ясно, что электростатические и электромагнитные явления имеют существенно различный характер, описание этих явлений в курсах физики строилось до сравнительно недавнего времени в следующем порядке: вначале излагалась электростатика, затем магнитостатика, т. е. учение о взаимодействии постоянных магнитов и их полях, затем законы постоянного тока и лишь в конце появлялись магнитные действия электрического тока. На основе магнитостатики были построены и единицы магнитных величин, из которых затем образовывались единицы величин, характерных для магнитных действий электрического тока, электромагнитной индукции и т. п. Такой порядок изложения создавал трудности для понимания существа явлений, приводил к путанице основных понятий.

В настоящее время в большинстве курсов физики приняты другие способы изложения электромагнетизма, в которых в качестве основного магнитного явления принимается то или другое магнитное действие тока. На этой же основе вводится и единица силы тока системы СИ — ампер, которая в рамках этой системы условно считается основной.

Однако и в этом направлении нет единого, общепризнанного метода изложения, да, пожалуй, указать такой метод вряд ли представляется возможным. Поэтому в следующем параграфе мы рассмотрим различные виды электрических и магнитных взаимодействий и покажем, как на их основе могут быть построены различные системы единиц.

§ 7.2. Возможные способы построения систем электрических и магнитных единиц

В зависимости от того, какие взаимодействия и в каком виде принимаются для определения физических величин, служащих для описания электрических и магнитных явлений, устанавливается совокупность определяющих соотношений, с помощью которых вводятся соответствующие производные единицы. Ниже в математических выражениях, описывающих количественную сторону взаимодействий, мы, как и раньше, коэффициент пропорциональности будем в обобщенном виде обозначать символом K, независимо от конкретного его численного значения, и лишь в необходимых случаях будем снабжать его тем или иным индексом.

Электростатические взаимодействия. Два электрически заряженных тела взаимно притягиваются или отталкиваются с силой, зависящей от знаков, величины и распределения зарядов на этих телах, их взаимного расположения, природы среды, в которой происходит взаимодействие. В общем случае, если на одном или обоих телах присутствуют заряды разных знаков, кроме равнодействующей силы, возможно наличие вращающего момента. Наиболее просто выглядит взаимодействие в том случае, если тела малы по сравнению с расстоянием между ними и соответственно можно считать заряды точечными. В этом случае, предполагая, что взаимодействие происходит в пустоте, силу взаимодействия можно записать в виде формулы закона Кулона

$$f = K\frac{q_1 q_2}{r^2}. \tag{7.1}$$

Принимая в формуле (7.1) $f = 1$, $r = 1$ и $q_1 = q_2$ и, как обычно, полагая, что $K = 1$ и имеет нулевую размерность, мы получим производную единицу заряда (количество электричества), с помощью которой можем построить единицы всех величин, описывающих свойства электрического поля, проводников и диэлектриков. Первая из этих величин — векторная характеристика электрического поля — *напряженность поля* E измеряется силой, которую испытывает в данном поле положительный заряд, равный единице. Используя это определение и записывая его сразу без коэффициента пропорциональности в виде

$$E = \frac{f}{q}, \tag{7.2}$$

можем определить единицу напряженности электрического поля как напряженность такого поля, в котором единичный заряд испытывает силу, равную едичице. Далее, используя соответствующие определения, можно установить единицы других величин: потенциала, емкости, поляризуемости и т. д. Введенная единица заряда позволяет установить и единицу силы тока по формуле

$$I = \frac{q}{t}, \tag{7.3}$$

согласно которой сила неизменяющегося тока определяется как количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника в единицу времени. Строго говоря, и в формуле (7.3) следовало бы поставить коэффициент пропорциональности, поскольку электрический ток представляет собой новое явление и его регистрация и измерение могут не быть связанными с измерением электрического заряда. Однако так как во всех системах формула (7.3) рассматривается как определение силы тока, мы этот коэффициент опустили*). Воспользовавшись законом Ома, мы можем далее определить единицу сопротивления и таким образом построить электростатическую систему единиц. Приняв в качестве основных единицы длины — сантиметр, массы — грамм и времени — секунду, мы получим систему, которая получила название абсолютной электростатической системы и обозначение СГСЭ, в котором буква Э не является символом дополнительной основной единицы, а служит лишь для указания того, что в основу системы положены электростатические взаимодействия.

Взаимодействие постоянных магнитов. Исследуя взаимодействие магнитов, Кулон установил, что если длинные прямолинейные магниты расположены так, что расстояние между их полюсами много меньше их длины, то сила взаимодействия между полюсами обратно пропорциональна r^2. Проводя аналогию с установленным им же законом взаимодействия электрических зарядов, он ввел понятие *магнитного заряда, количества магнетизма* или *магнитной массы* m, которое должно быть аналогичным электрическому заряду. Записывая закон Кулона для взаимодействия магнитов в виде, сходном с формулой (7.1)

$$f = K\frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{7.4}$$

можно было установить единицу магнитной массы подобно тому, как была установлена электростатическая единица количества электричества. По аналогии

*) Заметим, впрочем, что Абрагамом была предложена система единиц, в которой в правой части формулы (7.3) стоял отличный от единицы размерный коэффициент.

с напряженностью электрического поля было введено понятие также векторной величины напряженности магнитного поля H, определяемое той силой, которую в данном поле испытывает единичный магнитный полюс, т. е. такой полюс, «магнитная масса» которого равна единице

$$H = \frac{f}{m}. \tag{7.5}$$

Выше мы указывали, что аналогия между электростатическими и магнитными взаимодействиями имеет чисто внешний характер, не отвечая существу явлений. Это, в частности, проявилось и в том, что, как мы увидим дальше, совпадение названий «напряженность поля» для векторов E и H не соответствует той роли, которую эти векторы играют.

Так же как в электростатике была введена единица напряженности электрического поля, в магнитостатике ввели единицу напряженности магнитного поля как напряженность такого поля, в котором полюс, магнитная масса которого равна единице, испытывает силу, равную единице.

Хотя само понятие магнитной массы оказалось совершенно фиктивным, с его помощью удалось установить определение всех величин, описывающих магнитное поле и магнитные свойства вещества, и на основе этих определений построить систему магнитных единиц. Эта система, в которой в качестве основных единиц были также приняты сантиметр, грамм и секунда, получила название *абсолютной электромагнитной* системы единиц и обозначение СГСМ *). Здесь буква М, так же как в обозначении системы СГСЭ буква Э, служит для обозначения происхождения системы — в данном случае на основе магнитных взаимодействий.

Электромагнитные взаимодействия. Для демонстрации магнитного поля электрического тока могут быть использованы внешне различные опыты, хотя и имеющие общую природу. Первым опытом такого рода было

*) Система названа электромагнитной, так как она включает в себя единицы величин, характеризующих магнитные свойства тока, и на ее основе построены также единицы всех электрических величин.

наблюденное Эрстедом отклонение магнитной стрелки под действием электрического тока. Зная, какое магнитное поле постоянного магнита вызывает такое же отклонение стрелки, можно было установить закон, определяющий магнитное поле тока. Соответствующие опыты были проведены Био и Саваром. Сложность получения на основе этих опытов общего закона заключалась в том, что, в то время как взаимодействие электрических зарядов можно было изучать на весьма малых заряженных телах, которые вели себя как точечные, создать «точечный ток» принципиально невозможно, так как всякий ток должен протекать по замкнутому контуру. Эту трудность обошел Лаплас, который предложил формулу, представляющую магнитное поле любого замкнутого контура как геометрическую сумму полей, созданных отдельными элементами, на которые можно мысленно разбить данный контур. Формула Лапласа (закон Био, Савара и Лапласа) для элемента тока имеет вид

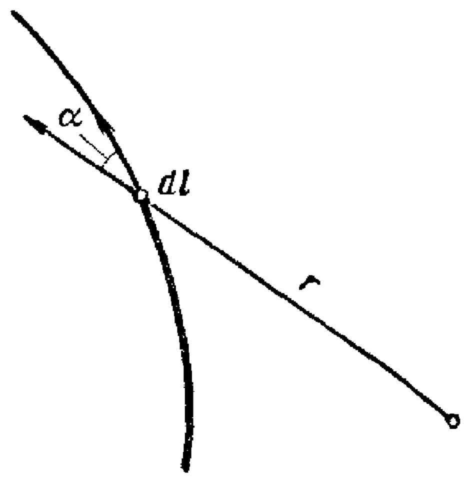

Рис. 20.

$$dH = K \frac{I\,dl \sin \alpha}{r^2}. \tag{7.6}$$

Здесь dl — длина элемента контура, r — расстояние между этим элементом и той точкой, в которой определяется напряженность поля, α — угол между r и dl (рис. 20). Направление вектора dH, совпадающее с направлением силы, действующей на северный полюс магнитной стрелки, определяется одним из известных мнемонических правил, например правилом буравчика.

Для определения магнитного поля замкнутого контура произвольной формы следует проинтегрировать (7.7) по всему контуру

$$H = K \oint \frac{I\,dl \sin \alpha}{r^2} \tag{7.6a}$$

(символ $\oint$ обозначает интеграл по замкнутому контуру).

Формула (7.6) в отношении единиц ставит нас перед несколькими возможностями. Если мы приравняем единице K и будем измерять силу тока в электростатических единицах, то нам придется ввести новую единицу для напряженности магнитного поля, которую мы должны будем назвать абсолютной электростатической единицей магнитного поля. Соответственно изменятся и все остальные единицы, характеризующие магнитные явления. Вторая возможность, также при K, равном единице, состоит в том, чтобы, измеряя напряженность магнитного поля абсолютной электромагнитной единицей, установить новую электромагнитную единицу силы тока.

Наконец, мы можем сохранить абсолютную электростатическую единицу силы тока и абсолютную электромагнитную единицу напряженности магнитного поля и опытным или теоретическим путем определить численное значение (и соответственно размерность) коэффициента K. Такой путь ведет нас к построению так называемой симметричной или гауссовой системы единиц, которая в настоящее время приобрела наибольшее распространение среди физиков. Подчеркнем здесь же, что все перечисленные системы являются СГС-системами, так как построены на одних и тех же основных единицах — сантиметре, грамме и секунде. В отличие от систем СГСЭ и СГСМ гауссова система обозначается СГС.

Необходимо также обратить внимание на следующее весьма важное обстоятельство. Если мы примем систему СГСЭ как для электрических, так и для магнитных величин, то в уравнениях магнетизма появится размерный коэффициент пропорциональности. Его мы сразу обнаружим, обратившись к магнитному закону Кулона (7.4). Поскольку единицы силы и расстояния установлены, а единица напряженности магнитного поля, определенная формулой (7.6), задает нам, согласно (7.5), единицу магнитной массы, отличную от введенной выше, то формула (7.4) может сохраниться только в том случае, если K окажется отличным от единицы и, как можно легко убедиться, имеющим определенную размерность. При установлении электромагнитной единицы для силы тока и, согласно (7.3), для электрического заряда, мы должны будем ввести размерный, отличный от единицы, коэффициент в формулу (7.1). О численных значениях и размерностях коэффициентов будет сказано ниже.

Легко видеть, что перечисленными способами не исчерпываются все возможности построения систем электрических и магнитных единиц, даже если оставаться в рамках тех же трех основных единиц (*см*, *г*, *сек*). Мы могли бы вводить коэффициенты в любую из формул (7.2), (7.3), (7.5). Возможно, например, такое построение единиц, при котором мы, исходя из каких-либо практических соображений, установим эталон одной из электрических или магнитных единиц и построим систему, основанную не на трех, а на четырех основных единицах.

Электромагнитное явление, обратное действию тока на магнитную стрелку, — действие поля постоянного тока на электрический ток дает такие же возможности для построения систем электрических и магнитных единиц, как и перечисленные выше. Можно либо, имея единицу напряженности магнитного поля, определить электромагнитную единицу силы тока, либо, имея единицу силы тока, определить электростатическую единицу напряженности магнитного поля. В обоих случаях мы воспользуемся формулой Ампера для силы, действующей на элемент тока, расположенный в магнитном поле:

$$df = KHI\,dl\sin(\widehat{H, dl}). \qquad (7.7)$$

Если взять прямолинейный проводник, расположенный в магнитном поле перпендикулярно направлению силовых линий поля, и принять $K = 1$, то каждый участок этого проводника с длиной, равной единице, будет испытывать силу, равную единице, если: а) напряженность поля равна единице в системе СГСМ и сила тока равна электромагнитной единице тока или б) сила тока равна СГСЭ единице и напряженность поля равна электростатической единице напряженности. Если же силу тока измерять в СГСЭ единицах, а напряженность магнитного поля в СГСМ единицах, то тем самым мы вынуждены будем ввести размерный, отличный от единицы коэффициент K.

Несколько отличный путь установления единиц появится, если отказаться от использования взаимодействия магнитов или магнита и тока и обратиться к взаимодействию двух токов. Имеется достаточно физических оснований для того, чтобы именно такой путь принять в качестве основного. Взаимодействие токов с полным правом можно отнести к числу фундаментальных явлений природы, таких, как всемирное тяготение, взаимодействие электрических зарядов. В то же время магнитные свойства железа и других ферромагнитных веществ присущи только этим веществам и отражают особенности их структуры. Ферромагнетизм принадлежит к числу наиболее сложных явлений, и его объяснение стало возможно только на основе квантово-механического рассмотрения взаимодействия электронов.

Принимая для построения систем электрических и магнитных единиц взаимодействие токов, мы можем это взаимодействие записать различным образом в зависимости от конфигурации и взаимного расположения токов. Можно, например, рассматривать взаимодействие весьма длинных прямолинейных проводников малых плоских контуров на расстоянии, большом по сравнению с их линейными размерами и т. д.

Мы воспользуемся выражением для механического момента, испытываемого малым плоским контуром в поле любого произвольного контура. Это выражение может быть получено из формулы Ампера, если рассмотреть силы, действующие на отдельные элементы замкнутого контура, расположенного произвольным образом в однородном магнитном поле. Для того чтобы поле, создаваемое произвольным контуром, можно было считать однородным, мы и выбираем «пробный» контур малым. В этом случае для испытываемого им момента можно написать

$$M = K \oint \frac{I_1\, dl \sin \alpha}{r^2} I_2 s \cos \varphi. \tag{7.8}$$

Здесь I_2 — ток малого контура, s — его площадь, I_1 — ток в произвольном контуре, являющемся источником поля, внешнего по отношению к малому. Угол φ — угол между направлением нормали к площади малого контура в данном положении и в положении, в котором момент максимален.

До сих пор мы оставляли в стороне вопрос о роли среды, включая параметр, характеризующий свойства среды, в коэффициент K либо предполагая, что все взаимодействия происходят в вакууме. Запишем теперь закон Кулона и формулу (7.8) таким образом, чтобы свойства среды, в которой происходит взаимодействие, были представлены в явном виде. Для различения поставим также порядковые индексы у коэффициентов пропорциональности

$$f = K_1 \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}, \tag{7.9}$$

$$M = K_2 \mu \oint \frac{I_1\, dl \sin\alpha}{r^2} I_2 s \cos\varphi. \tag{7.10}$$

Характеристики среды ε и μ носят, как известно, название диэлектрической и магнитной проницаемостей.

Поскольку для описания электрических и магнитных явлений вводятся понятия напряженности электрического поля E, электрического смещения (индукции) D, магнитной индукции B и напряженности магнитного поля H, уравнения (7.9) и (7.8) можно заменить следующей совокупностью уравнений.

Электростатические взаимодействия		Электромагнитные взаимодействия	
$f = K_3 E q_2,$	(7.11)	$M = K_4 B I_2 s \cos\varphi,$	(7.12)
$D = K_5 \frac{q_1}{r^2},$	(7.13)	$H = K_6 \oint \frac{I_1\, dl \sin\alpha}{r^2},$	(7.14)
$E = K_7 \frac{D}{\varepsilon},$	(7.15)	$B = K_8 \mu H.$	(7.16)

Порядок выписанных нами уравнений не случаен. Уравнения (7.11) и (7.12) представляют собой то механическое действие (силу или момент), которое испытывают заряд или контур в данных конкретных условиях с учетом влияния среды. Уравнения (7.13) и (7.14) характеризуют поля заряда q_1 и тока I_1 без учета влияния среды. Наконец, последние два уравнения (7.15) и

(7.16) связывают характеристики поля E и B, которыми определяется механическое действие, со свойствами среды и через величины D и H — с зарядами и токами, являющимися источниками поля.

Таким образом, можно установить некоторую аналогию между следующими парами величин:

$$E \text{ и } B,$$
$$D \text{ и } H,$$
$$\varepsilon \text{ и } 1/\mu.$$

Эта аналогия показывает неудачность наименования характеристик магнитного поля. Происхождение этих наименований связано с тем, что возникли они при развитии учения о свойствах постоянных магнитов. Магнитный закон Кулона с учетом влияния среды записывался при этом в виде

$$f = \frac{m_1 m_2}{\mu r^2}. \tag{7.17}$$

Внешнее противоречие между формулами (7.10) и (7.17) объясняется тем, что в магнитостатике предполагалась независимость «магнитных масс» от свойств среды. Как показывает анализ этого вопроса, «магнитные массы» полюсов при изменении среды изменяются так, что если обозначить «магнитную массу» в вакууме m_0, то в среде с магнитной проницаемостью μ «магнитная масса» будет m_0/μ, так что вместо (7.17) можно написать

$$f = \mu \frac{\frac{m_{01}}{\mu} \cdot \frac{m_{02}}{\mu}}{r^2}. \tag{7.18}$$

Совокупность уравнений (7.11) — (7.16) позволяет самыми различными способами строить системы единиц электрических и магнитных величин, если добавить уравнение (7.3), связывающее силу тока с зарядом. Как сказано было выше, коэффициент пропорциональности, который можно было бы поставить в это уравнение, мы опускаем, так как во всех системах он принимается равным единице.

Из всего многообразия возможностей построения систем, представляемого совокупностью уравнений

(7.11) — (7.16) и (7.3), мы рассмотрим только те комбинации коэффициентов, которые реализуются на практике. Заметим при этом предварительно, что мы не можем одновременно распоряжаться всеми коэффициентами, поскольку по крайней мере один из них определится в результате эксперимента.

Диэлектрическая и магнитная проницаемости, согласно их определению, выбираются таким образом, что в вакууме $\varepsilon = \mu = 1$. По самому смыслу они являются величинами безразмерными. Кроме того, во всех системах $K_3 = 1$. В результате у нас остается пять коэффициентов, из которых четырьмя мы можем распорядиться по своему произволу. Мы могли бы при желании зафиксировать произвольно и пятый коэффициент, но для этого, как мы увидим ниже, необходимо уменьшить число основных единиц.

Рассмотрим в первую очередь варианты построения систем с основными единицами *см*, *г* и *сек*. В системах СГС и СГСЭ $K_5 = K_6 = 1$. При этом, как показывает опыт, произведение коэффициентов

$$K_2 = K_4 \cdot K_5 \cdot K_6 = \frac{1}{c^2}, \qquad (7.19)$$

где c — скорость света в пустоте. В том, что c имеет размерность скорости, можно убедиться, сопоставив размерности величин, входящих в приведенные выше формулы.

В системе СГСЭ выбираются коэффициенты следующим образом:

$$K_4 = K_6 = 1, \quad K_8 = \frac{1}{c^2}.$$

Коэффициент K_8 в системе СГСЭ часто обозначают μ_0. В симметричной системе СГС

$$K_4 = K_6 = \frac{1}{c}, \quad K_8 = 1.$$

В системе СГСМ

$$K_4 = K_6 = K_8 = 1.$$

Таким выбором коэффициентов определяются единица силы тока и единицы измерения B и H. Соответственно оказывается установленной и единица заряда. Объединяя формулы (7.11), (7.13) и (7.14) и обращаясь к эксперименту, мы найдем

$$K_3 \cdot K_5 \cdot K_7 = K_1 = c^2. \tag{7.20}$$

Согласно сказанному выше $K_3 = 1$. Кроме того, полагается равным единице коэффициент K_5. Таким образом, $K_7 = c^2$. Этот коэффициент обычно обозначают $1/\varepsilon_0$.

Все три системы: СГС, СГСЭ и СГСМ — могут быть объединены в одну, если положить $c = 1$, для чего, очевидно, необходимо уменьшить число основных единиц. Поскольку коэффициент c представляет собой скорость света, это возможно в том случае, если одну из единиц — времени или длины — сделать не основной, а производной. В свое время (§ 1.4), обсуждая вопрос о числе основных единиц в системе, мы говорили о произвольности этого числа и указывали, что, кроме возможности превращения единицы массы из основной в производную (путем приравнивания единице одновременно инерционной и гравитационной постоянных), имеется возможность дальнейшего уменьшения числа основных единиц приравниванием единице скорости света в пустоте. Здесь мы непосредственно убедились в такой возможности.

Развитая Максвеллом электромагнитная теория света позволяет вычислить скорость света, исходя из общих уравнений электромагнитного поля (уравнений Максвелла). В зависимости от того, в какой системе записаны эти уравнения (СГС, СГСЭ или СГСМ), скорость света оказывается равной соответственно c, $1/\sqrt{\mu_0}$ или $1/\varepsilon_0$, что, разумеется, дает одно и то же значение. Если построить систему, в которой имеются коэффициенты ε_0 и μ_0, но ни тот, ни другой в пустоте не равны единице (именно такой системой и является СИ), то скорость света оказывается равной $1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$.

В дальнейшем из всех перечисленных трех систем мы рассмотрим подробно только систему СГС (симметричную), обращаясь к системам СГСЭ и СГСМ лишь в той мере, в какой это будет необходимо в отдельных частных случаях.

Здесь мы лишь заметим, что единицы электрических величин (заряда, напряженности поля, потенциала, силы тока, емкости, сопротивления и т. п.) системы СГС совпадают с соответствующими единицами системы СГСЭ, а единицы магнитных величин (индукция, магнитный поток, индуктивность и т. п.) — с единицами СГСМ.

Обратимся теперь к построению электрических и магнитных величин системы СИ. В создании этой системы главную роль сыграло то обстоятельство, что широкая электротехническая, радиотехническая и физическая практика давно пользовалась так называемыми практическими единицами: кулоном, ампером, вольтом, джоулем и т. д. Однако при установлении этих единиц они не были объединены в стройную систему, которая позволяла бы их применять непосредственно для электростатических и электромагнитных расчетов. Поэтому возникла задача ввести в систему такие коэффициенты, которые позволили бы применять ее во всех областях учения об электричестве и электромагнетизме и, объединив с механическими, тепловыми и другими единицами, создать систему, охватывающую все области физики и техники. Для того чтобы была возможность связать практические единицы электрических и магнитных величин с механическими единицами, имея уже готовую единицу энергии — джоуль, при одновременном требовании, чтобы единицы длины и массы были десятичными кратными или дольными единиц СГС, необходимо выполнить следующее условие:

$$1\ \textit{дж} = 10^7\ \textit{эрг} = 10^7\ \textit{г} \cdot \textit{см}^2/\textit{сек}^2 = 10^a\ \textit{г}\,(10^b)^2\ \textit{см}^2/\textit{сек}^2.$$

Отсюда получается условие

$$a + 2b = 7. \qquad (7.21)$$

Были предложены системы с различными комбинациями показателей a и b : 10^7 *г* и 1 *см* (система Блонделя), 10^{-11} *г* и 10^9 *см* (система Максвелла, в которой коэффициент μ_0 равен единице) и др. Наибольшее внимание привлекла система, предложенная Джорджи: $a = 3$, $b = 2$, т. е. 1 *кг* и 1 *м*. Обе эти единицы для практики удобны и непосредственно представлены международными эталонами. Поскольку система при этом образована таким образом, что в нее принудительно была введена одна новая единица (любая из электрических или магнитных единиц, например ампер, вольт, ом), в выражениях для закона Кулона и электромагнитного взаимодействия неизбежно должны были появиться два новых коэффициента вместо одного в каждой из систем СГСЭ, СГСМ и СГС.

Что касается размерностей соответствующих единиц, то здесь существовали три возможности. Можно было, считая один из коэффициентов (в законе Кулона или взаимодействия токов) числовым множителем, лишенным размерности, построить систему размерностей так же, как в одной из двух систем СГСЭ или СГСМ, либо же считать одну из электрических или магнитных единиц основной и соответствующим образом строить систему размерностей не на трех, а на четырех основных единицах *). Именно этот последний путь и был принят при построении системы размерностей СИ. Одним из его преимуществ является более простой вид, который приобретают формулы размерности. Как мы уже знаем, в качестве четвертой величины, размерность единицы которой включается в число основных, была принята единица силы тока ампер. При этом в формуле (7.25), на основе которой определяется ампер, постоянная μ_0 считается размерной, хотя численное ее значение зафиксировано. Если бы было принято считать эту постоянную безразмерной (размерности l и r сокращаются), то размерность единицы силы тока была бы

$$[I]=L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}, \tag{7.22}$$

откуда размерность заряда

$$[q]=L^{1/2}M^{1/2}. \tag{7.23}$$

Эта размерность отличается от размерности заряда в системе СГС (7.30) множителем, размерность которого обратна размерности скорости. Очевидно, такими же

*) Здесь мы, разумеется, не учитываем размерности температуры и силы света, которые не входят ни в одну из электрических и магнитных единиц.

размерностями обладают единицы силы тока (7.22) и количества электричества (7.23) в системе СГСМ.

Поскольку в электротехнической и радиотехнической литературе получила широкое распространение так называемая рационализованная форма написания уравнений электромагнетизма, предложенная впервые Хевисайдом, эта форма была принята при построении Международной системы. При рационализованной форме в знаменатели уравнений взаимодействия электрических зарядов (закон Кулона) и токов ставится коэффициент 4π. В результате этого в ряде уравнений, относительно более часто встречающихся на практике, этот коэффициент исчезает и уравнения приобретают более симметричный вид. В первую очередь это относится к уравнениям Максвелла, описывающим электромагнитное поле.

В соответствии со сказанным в Международной системе принимаются следующие значения коэффициентов в уравнениях (7.11) — (7.13):

$$K_3 = K_4 = 1, \quad K_5 = K_6 = \frac{1}{4\pi}.$$

Коэффициент K_8 в дальнейшем обозначается μ_0.

Произведение коэффициентов $K_4 K_6 \mu_0$ выбирается таким образом, чтобы при измерении сил тока I_1 и I_2 в амперах, расстояний в метрах и площади в квадратных метрах момент получился бы измеренным в ньютонах на метр (*н·м*). Для удобства расчета возьмем вместо (7.10) силу взаимодействия двух параллельных прямолинейных проводников с током. Это целесообразно также и по тем соображениям, что определение ампера по ГОСТ 9867—61 дается на основе такого взаимодействия.

На основании закона Био, Савара и Лапласа (7.14) определим напряженность магнитного поля бесконечно длинного прямолинейного проводника с током:

$$H = \frac{1}{2\pi} \frac{I_1}{r}. \qquad (7.24)$$

Используя это выражение, получим из формулы Ампера, записанной с учетом влияния среды, силу, которую испытывает отрезок длиной l проводника с током I_2, параллельного проводнику с током I_1:

$$f = \frac{\mu_0\mu}{2\pi} \frac{I_1 I_2 l}{r}. \tag{7.25}$$

Если бы эта же сила была записана в системе СГСМ (при нерационализованной форме записи уравнений), мы имели бы формулу

$$f = \mu \frac{2I_1 I_2 l}{r}. \tag{7.25a}$$

При введении практических единиц ампер был определен как 0,1 СГСМ единицы силы тока. Принимая $l=r$ и $I_1 = I_2 = 1a = 0{,}1$ СГСМ, получим

$$f = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{дин} = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{н}.$$

Международная система принимает это соотношение как определение ампера, уже не связывая его с единицей СГСМ. Точная формулировка ампера по ГОСТ 9867—61 дана была в § 1.5.

Формула (7.25) позволяет теперь определить значение коэффициента $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$. Если, как это принимается условно в системе СИ, считать ампер основной единицей, то размерность коэффициента μ_0 будет, очевидно,

$$[\mu_0] = LMT^{-2}I^{-2}, \tag{7.26}$$

где I — символ размерности силы тока. Коэффициент μ_0 получил название *магнитной постоянной.*

Хотя из формулы (7.25) вытекает наименование для μ_0 : *н/а*^{2}, обычно применяют наименование *гн/м*, где *гн* — обозначение единицы индуктивности генри, которая будет определена ниже.

Заметим, что, согласно определению, число $4\pi \cdot 10^{-7}$ принимается как точное, которое не должно меняться при уточнении измерений.

Постоянная K_7 в уравнении (7.14) может быть определена различными способами. Применяя далее вместо K_7 обозначение $1/\varepsilon_0$, можно закон Кулона записать в виде

$$f = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}. \tag{7.27}$$

Как сказано было выше, в системе СИ скорость света в пустоте равна

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}. \tag{7.28}$$

Это соотношение, разумеется, равносильно указанному выше экспериментальному определению коэффициента K_2 (формула (7.19)). Учитывая, что $c \approx 3 \cdot 10^8$ *м/сек*, определим

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} 9 \cdot 10^{16}} = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}.$$

Размерность

$$[\varepsilon_0] = L^{-3} M^{-1} T^4 I^2. \tag{7.29}$$

Наименование ε_0 вместо следующего из формулы (7.27) $\frac{a^2 \cdot сек^2}{м^2 \cdot н}$ принято *ф/м*, где *ф* — обозначение единицы емкости — *фарады*.

Таким образом, принимая приближенное значение, можно написать

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ ф/м.$$

Название этого коэффициента *электрическая постоянная*. Заметим, что раньше коэффициенты ε_0 и μ_0 независимо от их численного значения (в том числе μ_0 в системе СГСЭ и ε_0 в системе СГСМ) назывались соответственно диэлектрической и магнитной проницаемостью пустоты. Названия эти весьма неудачны, и от них в настоящее время отказались. Однако в литературе их можно иногда встретить, особенно в книгах относительно старого издания.

§ 7.3. Электрические и магнитные единицы системы СГС

Подробный разбор единиц электрических и магнитных величин мы начнем с системы СГС (симметричной, гауссовой). Такой порядок оправдывается, во-первых, историческими соображениями, поскольку в качестве стройной системы она сложилась раньше других, а, во-вторых, тем, что ее построение проще и последовательнее, чем построение системы СИ, подробное изложение которой будет дано в следующем параграфе. Там же мы приведем и соотношения, связывающие единицы обеих систем.

Электрический заряд (количество электричества). Согласно закону Кулона единица количества электричества системы СГС *) есть такой заряд, который с равным ему на расстоянии 1 *см* в пустоте взаимодействует с силой в 1 дину. Из определения вытекает размерность

$$[q] = L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}. \tag{7.30}$$

Поверхностная плотность заряда. Поверхностная плотность заряда есть количество электричества, приходящееся на единицу поверхности. Согласно формуле

$$\sigma = \frac{q}{s} \tag{7.31}$$

поверхностную плотность заряда, равную единице, мы будем иметь при таком равномерном распределении заряда на поверхности проводника, при котором на каждый квадратный сантиметр приходится единица заряда.

Размерность поверхностной плотности

$$[\sigma] = \frac{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}}{L^2} = L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}. \tag{7.31a}$$

Напряженность электрического поля. Из определения напряженности поля

$$E = \frac{f}{q}, \tag{7.32}$$

где f — сила, действующая на заряд q, вытекает соответствующая единица. За единицу напряженности электрического поля (сила поля, *электрический градиент*) **) принимается напряженность в такой точке электрического поля, в которой на единичный положительный заряд действует сила, равная 1 дине. Указание на знак

*) В дальнейшем мы в определениях будем опускать слова «системы СГС», как сами собой разумеющиеся.

**) Название «электрический градиент» основано на выражении связи между напряженностью поля и потенциалом (см. ниже).

заряда требуется делать, поскольку напряженность поля является величиной векторной, и необходимо в определении указать ее направление. Из формулы напряженности вытекает также и размерность

$$[E] = L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}. \qquad (7.32a)$$

Смещение. Если взаимодействие происходит не в пустоте, а в некоторой среде, то сила взаимодействия

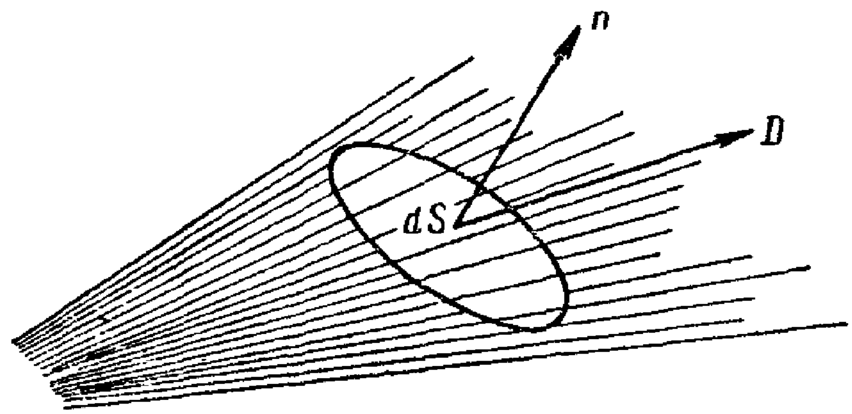

Рис. 21.

уменьшается в ε раз, где, как и выше, ε представляет собой диэлектрическую проницаемость среды. Произведение εE называется *электрическим смещением* или *электрической индукцией* и обозначается D. Поскольку ε не имеет размерности, то размерности D и E совпадают.

Поток смещения (силовой поток). Поток смещения dN через элемент поверхности dS представляет собой произведение смещения на площадь элемента и на косинус угла между направлением вектора смещения и нормалью к поверхности (рис. 21)

$$dN = D\,ds\cos(\widehat{D, n}). \qquad (7.33)$$

Согласно этому определению за единицу потока принимается поток через 1 $см^2$ поверхности, расположенной перпендикулярно вектору смещения, при смещении, равном единице.

Так как по теореме Гаусса поток смещения через любую замкнутую поверхность, охватывающую заряд q, равен

$$N = 4\pi q, \qquad (7.34)$$

то, очевидно, что единица потока смещения равна потоку, исходящему из заряда, равного единице, сквозь телесный угол, равный одному стерадиану. Как из выражения теоремы Гаусса, так и непосредственно из определения потока смещения следует, что размерность потока смещения совпадает с размерностью заряда:

$$[N] = [q] = L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}. \qquad (7.35)$$

Потенциал. Потенциал измеряется потенциальной энергией, которой обладает единица заряда, помещенная в данной точке поля. Единицей потенциала является потенциал такой точки электрического поля, в которой единичный положительный заряд обладает потенциальной энергией, равной одному эргу

$$U = \frac{\Pi}{q}. \qquad (7.36)$$

Формула размерности потенциала

$$[U] = \frac{L^2MT^{-2}}{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}} = L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}. \qquad (7.37)$$

Единица потенциала может служить, разумеется, и для измерения разности потенциалов, часто называемой напряжением.

В этом случае единица напряжения может быть определена как разность потенциалов между такими двумя точками, между которыми перенесение единичного заряда сопровождается совершением работы, равной одному эргу.

Единицей потенциала измеряется и электродвижущая сила источника тока.

Электрический момент диполя. Диполем называется система, состоящая из двух одинаковых по величине и противоположных по знаку зарядов $+q$ и $-q$, находящихся на расстоянии l друг от друга. *Моментом диполя* называется произведение величины заряда на расстояние между зарядами. Момент диполя равен единице, если произведение величины заряда на расстояние между зарядами равно единице. Из формулы момента диполя

$$p_э = ql \qquad (7.38)$$

получаем и его размерность

$$[p_э] = L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}. \qquad (7.39)$$

Единицу момента диполя можно также определить как момент такого диполя, который в однородном электрическом поле с напряженностью, равной единице, будучи расположен перпендикулярно полю, испытывает механический момент, равный единице.

Из формулы для механического момента, испытываемого диполем,

$$M = p_э E \sin(\widehat{E, p_э}), \qquad (7.40)$$

получим, естественно, ту же размерность, что написана выше.

Емкость. Отношение заряда проводника к его потенциалу определяет емкость проводника

$$C = \frac{q}{U}. \qquad (7.41)$$

Размерность емкости

$$[C] = \frac{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}}{L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}} = L. \qquad (7.42)$$

За единицу емкости принимается емкость проводника, при сообщении которому единицы заряда потенциал повышается на единицу потенциала.

Так как емкость шара в пустоте численно равна его радиусу, то за единицу емкости может быть принята емкость шара с радиусом в 1 *см*. Поэтому СГС единица емкости часто называется «сантиметр».

Поляризованность (интенсивность поляризации) диэлектрика. Диэлектрик, находящийся в электрическом поле, поляризуется, причем каждый элемент его объема представляет собой диполь, обладающий определенным электрическим моментом. Под поляризованностью диэлектрика P понимают электрический момент, которым обладает единица объема поляризованного диэлектрика. Если объем обладает моментом $p_э$, то

$$P = \frac{p_э}{V}. \tag{7.43}$$

Соответственно

$$[P] = L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}. \tag{7.44}$$

Таким образом, размерность поляризованности совпадает с размерностью напряженности поля и смещения.

Свойства диэлектрика характеризуются двумя связанными друг с другом безразмерными величинами — *диэлектрической проницаемостью* ε и *диэлектрической восприимчивостью* $k_э$. О первой было достаточно сказано в предыдущем параграфе. Что касается второй, то она определяется как отношение поляризованности диэлектрика к напряженности поля

$$k_э = \frac{P}{E}. \tag{7.45}$$

Соотношение между ε и $k_э$ дается формулой

$$\varepsilon = 1 + 4\pi k_э. \tag{7.46}$$

Сила тока. При движении зарядов по проводнику мы имеем дело с силой тока, аналогичной расходу жидкости или газа или тепловому потоку и измеряющейся количеством электричества, протекающим сквозь поперечное сечение проводника в единицу времени. В общем виде выражение для силы тока имеет вид

$$I = \frac{dq}{dt}. \tag{7.47}$$

Единицей силы тока является сила постоянного тока, при которой сквозь поперечное сечение проводника в одну секунду проходит единица заряда. Размерность единицы силы тока, согласно этому определению,

$$[I] = L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}. \tag{7.48}$$

Плотность тока. Отношение силы тока к площади поперечного сечения проводника называется плотностью тока. Соответствующая единица — единица силы тока на квадратный сантиметр. Размерность

$$[j]=\frac{[I]}{[s]}=L^{-1/2}M^{-1/2}T^{-2}. \qquad (7.49)$$

Сопротивление. Согласно закону Ома сила тока пропорциональна разности потенциалов на концах проводника и обратно пропорциональна его сопротивлению

$$I=\frac{U}{R}. \qquad (7.50)$$

Единицей сопротивления является сопротивление проводника, по которому течет ток, равный единице силы тока, при разности потенциалов на концах этого проводника, равной единице потенциала. Из формулы закона Ома получаем размерность

$$[R]=L^{-1}T. \qquad (7.51)$$

Проводимость. Величина, обратная сопротивлению, называется проводимостью:

$$G_e=\frac{1}{R}. \qquad (7.52)$$

Этим выражением определяется единица проводимости и ее размерность

$$[G_e]=LT^{-1}. \qquad (7.53)$$

Удельное сопротивление. Сопротивление однородного проводника постоянного поперечного сечения выражается формулой

$$R=\rho\frac{l}{s}, \qquad (7.54)$$

где l — длина проводника и s — его поперечное сечение. Коэффициент ρ, характеризующий свойства проводника, называется удельным сопротивлением. Размерность удельного сопротивления

$$[\rho]=T. \qquad (7.55)$$

Единицей удельного сопротивления является удельное сопротивление такого проводящего материала, каждый сантиметр длины которого при поперечном сечении 1 *см*^{2} обладает сопротивлением, равным единице.

Удельная проводимость (электропроводность). Аналогично определению проводимости удельная проводимость или электропроводность σ представляет собой величину, обратную удельному сопротивлению. Согласно определению

$$[\sigma] = T^{-1}. \qquad (7.56)$$

Магнитная индукция. Основная характеристика магнитного поля — магнитная индукция B наиболее наглядно может быть определена по механическому действию, которое испытывает электрический ток в магнитном поле. Воспользуемся для этой цели формулой (7.12), в которой положим $\varphi = 0°$, $s = 1$ *см*^{2}. Напомним, кроме того, что коэффициент $K_2 = 1/c$. При этих условиях за единицу магнитной индукции можно принять индукцию такого поля, в котором максимальный момент, испытываемый контуром площадью 1 *см*^{2} и обтекаемый током, численная величина которого равна c (т. е. скорости света в пустоте, измеренной в *см/сек*), составляет 1 *дин · см*. Эта единица индукции называется *гаусс* (*гс*). Иначе можно определить гаусс как индукцию такого поля, в котором каждый сантиметр прямолинейного проводника, расположенного перпендикулярно полю и по которому протекает ток c единиц, испытывает силу в одну дину. Размерность индукции, согласно любому из определений,

$$[B] = L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}. \qquad (7.57)$$

Напряженность магнитного поля. Формально напряженность магнитного поля может быть определена из формулы (7.16), в которой коэффициент K_8 принят равным единице. В этом случае

$$H = \frac{B}{\mu}. \qquad (7.58)$$

За единицу напряженности магнитного поля при таком определении принимается напряженность поля в пустоте при индукции, равной одному гауссу. Эта единица называется *эрстед* (*э*). Поскольку магнитная проницаемость — величина безразмерная, размерность напряженности поля совпадает с размерностью индукции.

Магнитный поток (поток индукции). Если изображать магнитное поле силовыми линиями, густота которых пропорциональна индукции в данной точке поля, то общее число силовых линий, пронизывающих данную поверхность, можно охарактеризовать магнитным потоком. Магнитный поток или поток магнитной индукции определяется произведением индукции в данной точке на элемент площади и на косинус угла между направлением вектора индукции и нормалью к площади

$$d\Phi = B\,ds \cos(\widehat{B, n}). \tag{7.59}$$

Единица магнитного потока — *максвелл* (*мкс*) представляет собой поток сквозь площадку, равную одному квадратному сантиметру, расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю с индукцией 1 *гс*. Размерность магнитного потока

$$[\Phi] = L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}. \tag{7.60}$$

Если магнитный поток пронизывает контур, содержащий некоторое число последовательно соединенных витков n, то в ряде случаев приходится пользоваться понятием *потокосцепления* Ψ, которое определяется как произведение потока на число витков

$$\Psi = \Phi n. \tag{7.61}$$

Разумеется, размерность и единица потокосцепления те же, что и магнитного потока.

Магнитный момент. В формулу (7.12), выражающую момент, испытываемый контуром в магнитном поле, входит произведение силы тока на площадь контура. Это произведение, характеризующее данный контур и не зависящее ни от внешнего магнитного поля, ни от ориентации контура, вместе с размерным коэффициентом, равным скорости света, определяет так называемый магнитный момент контура. Согласно этому определению

$$p_{м} = \frac{1}{c} Is. \tag{7.62}$$

Магнитный момент равен максимальному механическому моменту, который испытывает данный контур, будучи помещен в магнитное поле с индукцией 1 *гс*. Магнитный момент является векторной величиной. Направление этого вектора выбирается совпадающим с нормалью к площади контура в том случае, если, глядя вдоль этой нормали, видеть ток обтекающим контур по часовой стрелке.

Согласно определению магнитного момента его единицей является магнитный момент контура, который в магнитном поле с индукцией 1 *гс* испытывает механический момент, равный 1 *дин·см*. Вводя угол между вектором индукции и вектором магнитного момента, можно (7.12) записать в виде

$$M = Bp_{\text{м}} \sin (\widehat{B, P_{\text{м}}}). \tag{7.63}$$

Размерность магнитного момента

$$[p_{\text{м}}] = L^{5/2} M^{1/2} T^{-1}. \tag{7.64}$$

Понятие магнитного момента может быть применено не только к контуру тока, но и к постоянному магниту. В главе, посвященной единицам атомной физики, мы познакомимся также и с магнитными моментами элементарных частиц.

Магнитодвижущая сила (циркуляция напряженности магнитного поля). Согласно закону полного тока интеграл по замкнутому контуру от скалярного произведения $H\,dl$, где dl — элемент контура, пропорционален алгебраической сумме всех токов, охватываемых контуром:

$$\oint H\,dl \cos (\widehat{H, dl}) = \frac{1}{c} 4\pi \sum I. \tag{7.65}$$

Стоящий слева интеграл представляет собой циркуляцию напряженности магнитного поля. Ее принято называть *магнитодвижущей силой* F. Название это связано с упомянутой выше ошибочной аналогией между напряженностью электрического поля и напряженностью магнитного поля. Циркуляция по замкнутому контуру напряженности электрического поля, обусловленная действием сторонних сил неэлектрического происхождения, представляет собой электродвижущую силу в данном контуре. Она равна работе перемещения по контуру единицы заряда. Циркуляция напряженности магнитного поля ни с каким перемещением и ни с какой работой не связана, так что название «магнитодвижущая сила» является таким же анахронизмом, как и некоторые другие сохранившиеся названия (живая сила, лошадиная сила и т. п.).

Формула (7.65) справедлива как в однородной, так и в неоднородной среде. Что касается токов, то за положительное направление выбирается такое, которое образует с положительным направлением нормали к выбранному контуру угол меньше 90°.

Из формулы (7.65) вытекает размерность магнитодвижущей силы

$$[F] = L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}. \tag{7.66}$$

Единица магнитодвижущей силы *гильберт* (*гб*) определяется как магнитодвижущая сила при однократном обходе проводника, по которому течет ток, равный $c/4\pi$ единиц. Понятие магнитодвижущей силы находит применение при расчете магнитных цепей. Если представить себе тороид (замкнутый соленоид) с площадью сечения s, содержащий n витков, то магнитодвижущая сила вдоль осевой линии тороида будет равна $\frac{1}{c}4\pi In$, где I — ток, протекающий по виткам тороида. В то же время циркуляция напряженности магнитного поля равна Hl, где l — длина осевой линии. Отсюда напряженность поля $H = \frac{1}{c}\frac{4\pi In}{l}$. Переходя от напряженности поля к индукции, можем определить поток, пронизывающий тороид

$$\Phi = \frac{1}{c}\frac{4\pi In}{\frac{1}{\mu}\frac{l}{s}} = \frac{F}{R_m}, \tag{7.67}$$

где μ — магнитная проницаемость среды, заполняющей тороид. Стоящая в знаменателе величина

$$R_m = \frac{1}{\mu}\frac{l}{s} \tag{7.68}$$

называется *магнитным сопротивлением*, так как формула (7.67) внешне напоминает закон Ома. Размерность магнитного сопротивления

$$[R_m] = L^{-1}. \tag{7.69}$$

Единицей магнитного сопротивления является магнитное сопротивление цепи, в которой магнитодвижущая сила создает поток в 1 максвелл. Величина, обратная магнитному сопротивлению, называется *магнитной проводимостью*.

Индуктивность и взаимная индуктивность. При изменении магнитного потока, сцепленного с данным контуром, в последнем возникает электродвижущая сила (э. д. с.) индукции, определяемая законом Фарадея

$$Э_i = -\frac{1}{c}\frac{d\Psi}{dt}. \tag{7.70}$$

Если мы имеем дело с тороидом, или, что то же, с соленоидом, длина которого весьма велика по сравнению с его диаметром, то, используя (7.67), можно для потокосцепления написать

$$\Psi = \frac{1}{c}\frac{4\pi I n^2}{\frac{1}{\mu}\frac{l}{s}}. \tag{7.71}$$

Полагая, что тороид заполнен средой, магнитная проницаемость которой не зависит от напряженности поля, можно вместо (7.70) написать

$$Э_i = -\frac{1}{c^2}\frac{4\pi n^2}{\frac{1}{\mu}\frac{l}{s}}\frac{dI}{dt}. \tag{7.72}$$

Формулы (7.71) и (7.72) представляют собой частный случай, когда поток, изменение которого порождает э. д. с. индукции, создан током в тороиде или длинном соленоиде. В более общем случае контура любой формы с любым числом произвольно расположенных витков можно, основываясь на законе Био, Савара и Лапласа, выразить потокосцепление с этим контуром в виде

$$\Psi = \frac{1}{c}LI, \tag{7.73}$$

где коэффициент L зависит от конфигурации и размеров проводников, образующих контур, и от заполняющей его среды. Этот коэффициент называется *индуктивностью контура* (прежнее название — коэффициент самоиндукции). Подставляя Ψ из (7.73) в (7.70), можно написать

$$Э_i = -\frac{1}{c^2} L \frac{dI}{dt}. \tag{7.74}$$

В более общем виде, если индуктивность не остается постоянной, следует написать

$$Э_i = -\frac{1}{c^2}\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right). \tag{7.75}$$

Из (7.71) следует, что индуктивность тороида или длинного соленоида равна

$$L = \mu \frac{4\pi n^2}{l} s. \tag{7.76}$$

Любая из формул, в которую входит индуктивность, может быть использована для определения ее размерности и единицы

$$[L] = L. \tag{7.77}$$

Единицу индуктивности можно определить как индуктивность такого контура, который сцеплен с потоком в 1 максвелл, при протекании по нему тока, равного c единиц. Согласно другому определению единицей индуктивности является индуктивность такого контура, в котором возникает э. д. с. индукции, равная единице при изменении тока в контуре на c^2 единиц в секунду. В соответствии с размерностью иногда указанную единицу индуктивности называют сантиметр.

Если мы имеем два контура, более или менее близко расположенных друг относительно друга, то при протекании тока по одному из контуров часть потока или весь поток оказывается сцепленным со вторым контуром. Изменение тока в первом из контуров вызывает возникновение э. д. с. индукции во втором контуре. Потокосцепление в одном контуре в зависимости от тока в другом имеет вид, аналогичный (7.73)

$$\Psi_2 = \frac{1}{c} M I_1, \tag{7.78}$$

где M, в отличие от L, называется *взаимной индуктивностью.* При протекании тока во втором контуре потокосцепление в первом выражается соответственно

$$\Psi_1 = \frac{1}{c} M I_2, \tag{7.78а}$$

причем взаимная индуктивность в обоих случаях одна и та же. Из сказанного ясно, что физический смысл индуктивности и взаимной индуктивности один и тот же и соответственно одни и те же размерности и единицы.

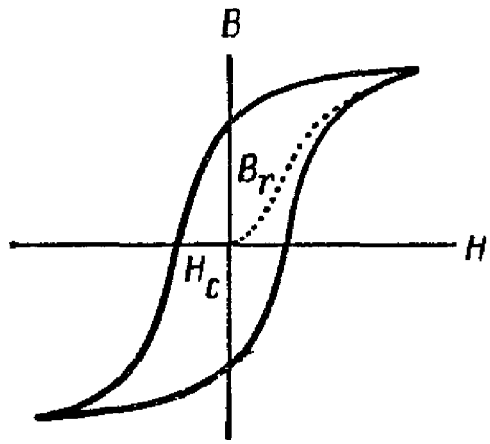

Рис. 22.

Интенсивность намагничивания (намагниченность). При помещении какого-либо тела в магнитное поле каждый элемент объема этого тела приобретает магнитный момент. Если тело обладает ферромагнитными свойствами, то намагниченность может остаться и после устранения внешнего источника магнитного поля. Магнитный момент, приходящийся на единицу объема, называется *интенсивностью намагничивания или намагниченностью:*

$$J = \frac{p_м}{V}. \tag{7.79}$$

Его размерность

$$[J] = L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}. \tag{7.80}$$

Магнитные свойства вещества характеризуются *магнитной проницаемостью*, которая определена выше и является по самому определению безразмерной величиной. Для описания гистерезисных свойств ферромагнитных материалов служат *остаточная индукция* B_r и *коэрцитивная сила* H_c, смысл которых ясен из рис. 22. Измеряются они, разумеется, в гауссах (B_r) и эрстедах (H_c).

С магнитной проницаемостью связана другая характеристика магнитных свойств вещества — *магнитная* *восприимчивость*, которая определяется как отношение интенсивности намагничивания к напряженности поля

$$k_м = \frac{J}{H}. \qquad (7.81)$$

Легко убедиться, что $k_м$ — величина безразмерная. Магнитная проницаемость и магнитная восприимчивость связаны соотношением

$$\mu = 1 + 4\pi k_м. \qquad (7.82)$$

§ 7.4. Электрические и магнитные едииицы Международной системы единиц

Ранее (§ 1.5 и 7.2) было показано, что построение системы единиц, в которую входили бы практические единицы силы тока, потенциала, заряда, работы, мощности и т. д., возможно различным образом, путем введения дополнительной основной единицы. При разработке такой системы, которую называли «абсолютной системой практических единиц», предполагалось вначале в качестве дополнительной основной единицы установить единицу магнитной проницаемости. Тем самым в формулах размерности должен был появиться четвертый элемент — символ самостоятельной размерности магнитной проницаемости, который обозначили μ_0. В этой системе, обозначавшейся МКСМ, формулы размерности всех единиц включали в себя соответственно символы размерностей длины L, массы M, времени T и магнитной проницаемости μ_0. Включение четвертого элемента в формулы размерности не было новшеством, поскольку ранее в рамках систем СГС (СГСЭ и СГСМ) иногда также вводился четвертый элемент: ε_0 в системе СГСЭ и μ_0 в системе СГСМ. Соответственно эти системы обозначались СГСε_0 и СГСμ_0. Легко видеть, что по существу эти системы ничем, кроме записи формул размерности, не отличались от систем СГСЭ и СГСМ. Очевидно, что формулы размерности в системе МКСМ полностью совпадают с формулами размерности системы СГСμ_0.

В табл. 24, в которой собраны единицы всех наиболее употребительных электрических и магнитных величин в разных системах, даны также формулы размерности соответствующих единиц, причем для СГС систем эти формулы представлены в трех видах: СГСε_0, СГС (гауссовой) и СГСμ_0. Размерности в системах СГСЭ и СГСМ могут быть получены из первой и из третьей, если опустить символы ε_0 и соответственно μ_0.

При установлении Международной системы, как мы знаем, в качестве четвертой основной единицы была выбрана единица силы тока ампер. Соответственно четвертым элементом в формулах размерности является символ размерности силы тока I. Поэтому формулы размерности в системе СИ имеют другой вид, чем в системе МКСМ. Различие между обеими системами только в этом и заключается, поскольку, разумеется, все единицы в них одни и те же. Что касается перехода от формул размерности из одной системы в другую, то он без труда может быть произведен путем замены в соответствующих формулах размерности основной единицы данной системы ее выражением в другой. Для иллюстрации в формуле (7.83) приведена размерность единицы силы тока (являющаяся в системе СИ основной (I)) в системе МКСМ

$$I = [I] = L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{-1/2}. \tag{7.83}$$

Если во всех приведенных ниже формулах размерности единиц Международной системы заменить I приведенным в (7.83) выражением, то получатся формулы размерности в системе МКСМ.

Связь между ампером и единицей системы СГС можно установить следующим образом. Два параллельных тока силой 1 *а* каждый действуют друг на друга с силой $2 \cdot 10^{-7}$ *н* на каждый отрезок, равный расстоянию между проводниками. Записанная в системе СГС эта сила взаимодействия имеет вид

$$f = \frac{1}{c^2}\frac{2I_1I_2l}{r}. \tag{7.84}$$

Подставляя $I_1 = I_2$ и $l = r$ и выражая силу взаимодействия в динах (10^{-5} *н*) при $I = 1$ *а*, получим

$$2 \cdot 10^{-2}\ \partial ин = \frac{1}{c^2}\,2I^2.$$

Отсюда 1 *а* = 0,1 *с* СГС единиц тока. Следовательно, приближенно 1 *а* = $3 \cdot 10^9$ СГС.

Электрический заряд (количество электричества). Единица заряда — *кулон* (*к*) определяется, согласно формуле (7.2), как количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника при постоянном токе силою в один ампер. Связь между кулоном и СГС единицей заряда, очевидно, та же, что и между соответствующими единицами силы тока. Размерность заряда в системе СИ

$$[q] = TI. \tag{7.85}$$

Укажем, что для измерения емкости аккумуляторов применяется единица *ампер-час*, равная 3600 *к*.

Потенциал (разность потенциалов, напряжение, электродвижущая сила). Для определения единицы воспользуемся формулой мощности тока

$$P = UI. \tag{7.86}$$

Согласно этой формуле единица разности потенциалов *вольт* определяется как разность потенциалов на концах проводника, в котором при протекании тока 1 ампер выделяется мощность 1 ватт. Размерность

$$[U] = L^2MT^{-3}I^{-1}. \tag{7.87}$$

Подставляя в (7.86) мощность 1 *вт* = 10^7 *эрг/сек* и 1 *а* = 0,1 *с* СГС, получим

$$1\,в = \frac{10^7}{0{,}1c} = \frac{1}{300}\ \text{СГС}.$$

Здесь же отметим, что в электротехнике для измерения «кажущейся мощности», т. е. произведения $U_{эф}I_{эф}$ в формуле активной мощности переменного тока $P = U_{эф}I_{эф}\cos\varphi$, применяют часто вместо ватта название *вольт-ампер* (*ва*).

Напряженность поля. Единица напряженности поля может быть определена либо из формулы (7.32), либо из выражения для напряженности поля точечного заряда, либо, наконец, из связи между напряженностью поля и потенциалом

$$E = -\operatorname{grad} U. \tag{7.88}$$

Любое из определений дает для единицы напряженности поля размерность

$$[E] = LMT^{-3}I^{-1}. \tag{7.89}$$

Специального названия единица напряженности поля не имеет. Ее можно назвать либо *ньютон на кулон* (*н/к*), либо *вольт на метр* (*в/м*). Общепринятым является второе название. Широко применяются внесистемные единицы *вольт на сантиметр* (*в/см*), *киловольт на сантиметр* (*кв/см*) и т. д. Очевидно,

$$1\ в/м = \frac{10^7}{10c} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^4}\ \text{СГС}.$$

Смещение (электростатическая индукция). Вектор электрического поля D по-разному определяется в системах СГС и СИ. Выше мы видели, что в системе СГС связь между D и E имеет вид

$$E = \frac{D}{\varepsilon}$$

и, следовательно, размерности обоих векторов совпадают. Иначе обстоит дело в системе СИ. Здесь E и D связаны соотношением

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon} \tag{7.90}$$

и соответственно

$$[D] = [E][\varepsilon_0] = L^{-2}TI. \tag{7.91}$$

Разная размерность двух величин в рамках одной и той же системы предполагает наличие различного физического смысла величин. Напомним, что, вообще говоря, в то время как разные величины могут иметь одинаковые размерности в пределах как одной, так и разных систем, разные размерности у величин одной физической природы возможны лишь в разных системах. Поэтому физические определения вектора D в системах СГС и СИ могут иметь различный характер, поскольку размерности E и D в системе СГС совпадают, а в системе СИ различны.

Мы рассмотрим эти определения на следующем примере (рис. 23). Представим себе два одинаковых плоских конденсатора, соединенных параллельно, заряженных и отключенных от источника напряжения. Напряженности поля в обоих конденсаторах будут, разумеется, одинаковы и одинаковы будут смещения. Заполним пространство между пластинами одного из конденсаторов диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε (рис. 23, *б*). Для дальнейшего рассуждения удобно,

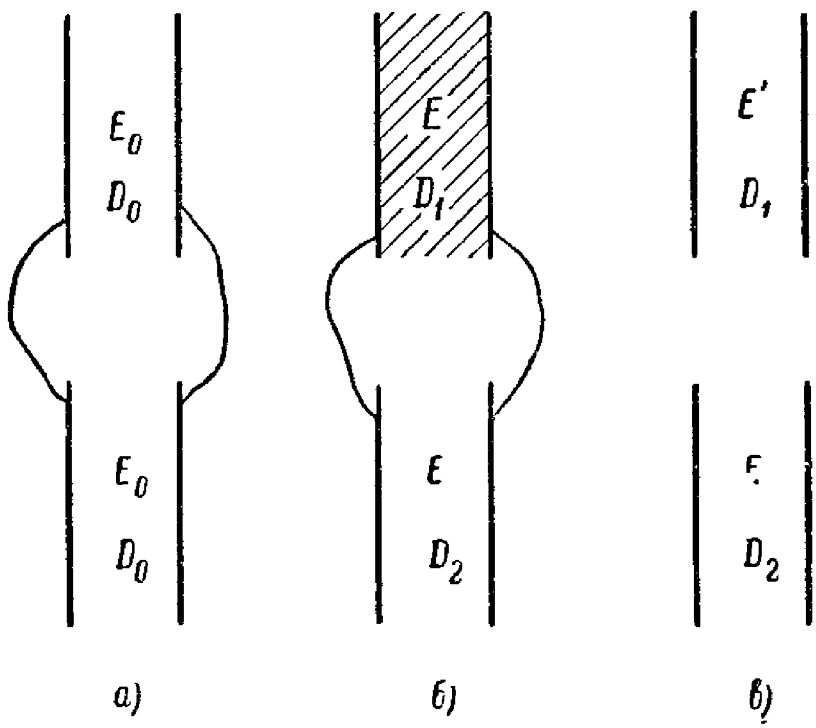

Рис. 23.

чтобы этот диэлектрик был жидким. Разность потенциалов между пластинами конденсаторов при этом уменьшится, но останется одинаковой для обоих конденсаторов, поскольку они соединены вместе. Одинаковой будет поэтому и напряженность поля в обоих конденсаторах. Однако заряды на обкладках конденсаторов теперь будут различными и соответственно будут различными и значения векторов смещения D. Пусть до соединения конденсаторов напряженности поля в них были E_0, а смещение D_0. После введения диэлектрика напряженность поля станет E. Смещения в конденсаторах станут $D_1 = \varepsilon E$ и $D_2 = E$ в системе СГС и $D_1 = \varepsilon_0 \varepsilon E$ и $D_2 = \varepsilon_0 E$ в системе СИ.

Если теперь отсоединить конденсаторы друг от друга, а затем удалить из конденсатора C_1 диэлектрик, то напряженность поля в нем возрастет в ε раз (рис. 23, *в*), а смещение не изменится. Если новую напряженность в этом конденсаторе обозначить E', то можно написать:

в системе СГС

$$E' = D_1, \tag{7.92}$$

в системе СИ

$$E' = \varepsilon_0 D_1. \tag{7.92а}$$

Напряженность поля E в конденсаторе C_1 до удаления диэлектрика можно было считать складывающейся из напряженностей двух полей — поля заряда на пластинах (которое, очевидно, равно E') и поля связанных зарядов диэлектрика. После удаления диэлектрика остается только поле свободных зарядов на пластинах конденсатора.

Будем рассматривать оба конденсатора до разъединения как одну электростатическую систему. Мы можем теперь в рамках системы СГС определить вектор смещения как напряженность поля свободных зарядов (т. е. без учета связанных зарядов диэлектрика) при таком расположении этих зарядов на проводниках, которое обусловлено присутствием диэлектрика. Действительно, согласно (7.92), смещение представляет собой поле смещенных зарядов, перераспределение которых между конденсаторами было вызвано введением диэлектрика в конденсатор.

Для определения вектора D в системе СИ поместим внутрь диэлектрика так называемые «листочки Ми» — два малых размеров плоских весьма тонких проводника, сложенных вначале вместе. На эти листочки наведется заряд, плотность которого будет зависеть от значения D в данной точке и от ориентации листочков. Максимальная плотность заряда будет, очевидно, в том случае, когда плоскости листочков будут перпендикулярны направлению силовых линий вектора D. В рассматриваемом случае это направление параллельно пластинам конденсатора, а плотность наведенного заряда будет равна плотности заряда на пластинах, поскольку при рационализованной форме написания уравнений смещение в плоском конденсаторе равно плотности заряда на его пластинах

$$D = \sigma. \tag{7.93}$$

Заряд, наведенный на листочках Ми, может быть измерен, если их слегка развести, а затем удалить из диэлектрика. В общем случае неоднородного поля плотность этого заряда, конечно, не будет равна плотности заряда на проводниках, однако, независимо от распределения поля, будет равна D. Таким образом, в системе СИ смещение можно определить как максимальную плотность заряда, наведенную на листочках Ми в данной точке поля. То, что плотность наведенного заряда зависит от ориентации листочков Ми (для чего и требуется указание на максимальную плотность), отражает векторный характер смещения D.

Различный характер физического определения вектора D создает ряд неудобств при изложении курса физики и смежных дисциплин. Против такого разделения понятий возражали многие ученые, в том числе акад. М. А. Леонтович, проф. И. Г. Кляцкин, проф. Л. Б. Слепян. Не останавливаясь на приводимой ими серьезной аргументации, укажем лишь, что однородность векторов E и D могла бы быть осуществлена и в системе СИ, если сохранить связь между E и D в форме $D = \varepsilon E$, а коэффициент ε_0 вводить в выражения для вычисления D по данному распределению зарядов. Так, например, для точечного заряда вместо $D = \frac{1}{4\pi}\frac{q}{r^2}$ следовало бы писать $D = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$.

Единицу смещения в системе СИ и ее связь с единицей СГС можно получить, используя любое выражение для D, например (7.93). Согласно этой формуле единицей смещения является смещение в плоском конденсаторе при плотности тока на пластинах 1 кулон на 1 $м^2$ ($к/м^2$). В системе СГС при этом

$$D = 12\pi \cdot 10^5 \text{ СГС}.$$

При пересчете мы здесь уже использовали единицу поверхностей плотности заряда СИ $к/м^2$, которая равна

$3 \cdot 10^5$ единиц СГС. Поток смещения, определяемый произведением величины вектора смещения на площадь и на косинус угла между направлением вектора D и нормали к площади (рис. 21), имеет размерность, совпадающую с размерностью заряда

$$[N_D] = TI. \tag{7.94}$$

Диэлектрическая проницаемость определяется так же, как и в системе СГС. Здесь, однако, необходимо сделать следующее замечание. В электротехнической литературе введенную нами диэлектрическую проницаемость называют относительной диэлектрической проницаемостью и, кроме того, пользуются понятием абсолютной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_а$, которую определяют выражением

$$\varepsilon_а = \varepsilon_0 \varepsilon. \tag{7.95}$$

Размерность абсолютной диэлектрической проницаемости, разумеется, совпадает с размерностью электрической постоянной ε_0, и единица ее измерения также обозначается *ф/м*

$$[\varepsilon_0] = L^{-3}M^{-1}T^4I^2. \tag{7.95a}$$

Электрический момент диполя. Формула

$$p_э = ql$$

определяет размерность

$$[p_э] = LTI \tag{7.96}$$

и единицу *кулон · метр* (*к · м*)

$$1 \text{ к} \cdot \text{м} = 3 \cdot 10^{11} \text{ СГС}.$$

Поляризованность диэлектрика (интенсивность поляризации) — электрический момент единицы объема поляризованного диэлектрика

$$P = \frac{p_э}{V}.$$

Размерность

$$[P] = L^{-2}TI \tag{7.97}$$

и единица

$$1 \text{ к/м}^2 = 3 \cdot 10^5 \text{ СГС}.$$

Диэлектрическая восприимчивость определяется отношением

$$k_э = \frac{P}{E}.$$

Связь между $k_э$ и ε получим из следующих соотношений:

$$D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 E + k_э E = \varepsilon_0 \varepsilon E \tag{7.98}$$

и, следовательно,

$$\varepsilon_0 (\varepsilon - 1) = k_э \tag{7.99}$$

или

$$\varepsilon = 1 + \frac{k_э}{\varepsilon_0}. \tag{7.99a}$$

Так как отношение $k_э/\varepsilon_0$ не имеет размерности, то размерность $k_э$ совпадает с размерностью электрической постоянной и ее единицу также принято обозначать *ф/м* (фарада на метр).

Сопоставляя выражение (7.99а) с аналогичным выражением в системе СГС

$$\varepsilon = 1 + 4\pi k_э,$$

найдем, что единица диэлектрической восприимчивости

$$1\ ф/м = 9 \cdot 10^9\ \text{СГС}.$$

Емкость. Единица емкости *фарада* (*ф*) — емкость такого проводника, потенциал которого увеличивается на один вольт при сообщении ему заряда в один кулон. Так как

$$C = \frac{q}{U}, \tag{7.100}$$

размерность

$$[C] = L^{-2} M^{-1} T^4 I^2. \tag{7.101}$$

Соотношение между единицами

$$1\ ф = \frac{0{,}1 c^2}{10^8} = 9 \cdot 10^{11}\ \text{СГС}.$$

На практике обычно пользуются дольными единицами — *микрофарадой* (*мкф*) *и пикофарадой* (*пф*).

Сопротивление. Единица сопротивления *ом* — сопротивление проводника, в котором протекает ток один ампер при разности потенциалов на его концах один вольт. Закон Ома определяет размерность

$$[R] = L^2MT^{-3}I^{-2}. \tag{7.102}$$

Заметим, что произведение RC имеет в обеих системах размерность времени. В контуре, содержащем емкость и сопротивление, произведение RC характеризует постоянную времени затухания разряда. Легко получить, что

$$1 \text{ } ом = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \text{ СГС}.$$

Проводимость. Единицей проводимости, очевидно, является проводимость проводника, сопротивление которого равно 1 *ом*. Эта единица называется *сименс* (*сим*). В литературе иногда применяется название *мо*, а также обозначение *ом*$^{-1}$, которые соответствующими стандартами не рекомендуются. Размерность проводимости обратна размерности сопротивления

$$[G] = L^{-2}M^{-1}T^3I^2. \tag{7.103}$$

Удельное сопротивление ρ измеряется единицей *ом · м*

$$1 \text{ } ом \cdot м = \frac{1}{9 \cdot 10^{9}} \text{ СГС}.$$

Размерность

$$[\rho] = L^3MT^{-3}I^{-2}. \tag{7.104}$$

На практике часто измеряют удельное сопротивление единицами *ом · мм²/м* и *ом · см*, которые, очевидно, в 10^6 и 10^2 раз меньше, чем *ом · м*.

Величина, обратная удельному сопротивлению, — удельная проводимость (электропроводность) измеряется единицей, которую можно назвать *сименс на метр* (*сим/м*).

Магнитная индукция. Единица магнитной индукции — *тесла* (*тл*) — индукция такого поля, в котором каждый метр проводника с током один ампер и расположенного перпендикулярно направлению вектора индукции испытывает силу один ньютон. Из этого определения вытекает размерность индукции

$$[B] = MT^{-2}I^{-1}. \tag{7.105}$$

Подставляя в выражение для индукции, связанное с этим определением, но записанное в системе СГС, указанные единицы, получим

$$B = \frac{Fc}{Il} = \frac{10^5\ \textit{дин} \cdot 3 \cdot 10^{10}\ \textit{см/сек}}{100\ \textit{см} \cdot 3 \cdot 10^9\ \text{СГС}} = 10^4\ \textit{гс}.$$

Таким образом,

$$1\ \textit{тл} = 10^4\ \textit{гс}.$$

Магнитный поток. Единица магнитного потока *вебер* (*вб*) определяется как поток при индукции 1 *тл* через площадку 1 $м^2$, расположенную перпендикулярно вектору индукции. Из этого определения вытекает размерность

$$[\Phi] = L^2MT^{-2}I^{-1} \tag{7.106}$$

и соотношение между единицами

$$1\ \textit{вб} = 1\ \textit{тл} \cdot 1\ \textit{м}^2 = 10^4\ \textit{гс} \cdot 10^4\ \textit{см}^2 = 10^8\ \textit{мкс}.$$

Напряженность магнитного поля. Для определения единицы напряженности магнитного поля удобно воспользоваться любым из следствий закона Био, Савара и Лапласа, дающих выражение напряженности магнитного поля тока для конкретных контуров. Возьмем для этой цели формулу напряженности магнитного поля в центре кругового тока

$$H = \frac{I}{2R}. \tag{7.107}$$

Согласно этой формуле напряженность поля будет равняться единице, если по кольцу радиусом один метр будет протекать ток силою 2 *а* или, что, разумеется, то же, ток силою один ампер будет протекать по кольцу радиусом 0,5 *м*. Специального наименования эта единица не имеет. Согласно ее размерности в системе СИ ее называют *ампер на метр* (*а/м*). Имеется предложение назвать эту единицу *ленц* (в честь Э. Х. Ленца).

Размерность напряженности магнитного поля

$$[H] = L^{-1}I. \tag{7.108}$$

Для установления связи между единицами *ампер на метр* и *эрстед* перепишем уравнение (7.107) в системе СГС:

$$H = \frac{1}{c}\frac{2\pi I}{R} \tag{7.109}$$

и подставим соответствующие значения, переведя их в единицы СГС

$$1\ а/м = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^{10} \cdot 100} = 4\pi \cdot 10^{-3}\ э \approx 1{,}26 \cdot 10^{-2}\ э.$$

При измерениях магнитного поля Земли, небесных тел и межпланетного пространства применяется единица напряженности магнитного поля *гамма* (γ), равная 10^{-5} *э*. Соответственно

$$1\ а/м = 1{,}26 \cdot 10^3 \gamma.$$

Уместно здесь заметить, что, в то время как в системе СГС размерности векторов B и H совпадают, в системе СИ они оказываются различными. Подобную ситуацию мы имели и в электростатике при рассмотрении векторов E и D. Возражения, которые приводились против неоднородности векторов E и D, имеющей место в рамках системы СИ, в равной мере относятся и к векторам B и H. Устранить эту неоднородность можно было бы без труда, если ввести магнитную постоянную μ_0 в уравнении для напряженности магнитного поля. В этом случае закон Био, Савара и Лапласа имел бы вид

$$H = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{I\,dl \sin\varphi}{r^2},$$

а связь между B и H была бы такой же, как и в системе СГС, т. е.

$$B = \mu H.$$

Магнитный момент. Единицу магнитного момента можно определить двояким образом, используя либо выражение для механического момента, испытываемого контуром с током в магнитном поле, либо непосредственное выражение для магнитного момента контура. Согласно первому определению единицей магнитного момента является момент контура, который в поле с индукцией один тесла испытывает максимальный вращающий момент, равный ньютон·метр, а согласно второму — момент плоского контура с площадью один кв. метр, обтекаемого током один ампер. Оба определения приводят к одной и той же формуле размерности

$$[p_м] = L^2 I. \tag{7.110}$$

Единица магнитного момента не имеет специального названия и обозначается *а·м²* (*ампер·квадратный метр*). Записав равнозначное ему обозначение *н·м/тл*, легко получить связь между единицами СИ и СГС

$$1\ а \cdot м^2 = 1\ \frac{н \cdot м}{тл} = \frac{10^5\ дин \cdot 10^2\ см}{10^4\ гс} = 10^3\ \frac{дин \cdot см}{гс}.$$

Магнитодвижущая сила. Циркуляция напряженности магнитного поля в системе СИ записывается в виде

$$F = \frac{1}{4\pi} \oint H\, dl \cos(\widehat{H, dl}) = \sum I. \tag{7.111}$$

Единицей магнитодвижущей силы является циркуляция напряженности магнитного поля при однократном обходе тока силою один ампер. Размерность магнитодвижущей силы совпадает с размерностью силы тока и единица ее также называется ампер. Поскольку при расчете магнитных цепей полная магнитодвижущая сила равна силе тока в каждом проводнике, умноженной на число витков, часто выражают магнитодвижущую силу в *ампер-витках* (*ав*)

$$1\ а = 1\ ав = \frac{4\pi}{3 \cdot 10^{10}} \cdot 3 \cdot 10^9 = 1{,}26\ гб.$$

Магнитное сопротивление. Единица магнитного сопротивления определяется из закона магнитной цепи (7.67) как магнитное сопротивление магнитопровода, в котором магнитодвижущая сила 1 *а* создает поток 1 *вб*. Формула (7.68) определяет размерность

$$[R_m] = L^{-2} M^{-1} T^2 I^2. \tag{7.112}$$

Соотношение между единицами

$$1\ а/вб = \frac{1{,}26\ гб}{10^8\ мкс} = 1{,}26 \cdot 10^{-8}\ гб/мкс.$$

Индуктивность и взаимная индуктивность. Для определения единицы и размерности можно воспользоваться либо выражением для связи тока в контуре и сцепленного с ним потока

$$\Psi = LI, \tag{7.113}$$

либо выражением для электродвижущей силы самоиндукции

$$Э_i = -L\frac{dI}{dt}. \tag{7.114}$$

Уравнение (7.114) написано в предположении постоянства индуктивности. Согласно (7.113) единица индуктивности *генри* (*гн*) определяется как индуктивность такого контура, который при протекании по нему тока 1 *а* оказывается сцепленным с потоком 1 *вб*. Согласно (7.114) генри есть индуктивность такого контура, в котором возникает э. д. с. самоиндукции, равная одному вольту при равномерном изменении протекающего по нему тока на один ампер в секунду. Оба определения дают размерность

$$[L] = L^2MT^{-2}I^{-2}. \tag{75.115}$$

Сопоставление с формулами (7.73) и (7.74), записанными в системе СГС, легко дает соотношение

$$1\ гн = 10^9\ \text{СГС (сантиметра индуктивности)}.$$

Этими же единицами измеряется, разумеется, и взаимная индуктивность.

Интенсивность намагничивания (намагниченность). Согласно формуле (7.79) единицей будет такая намагниченность, при которой каждый кубический метр обладает магнитным моментом $а \cdot м^2$. Название этой единицы соответственно *ампер на метр* (*а/м*) совпадает с названием единицы напряженности поля. Точно так же размерность

$$[J] = L^{-1}I. \tag{7.116}$$

Переписав (7.79) в виде

$$J = \frac{1}{c}\frac{Is}{V}, \tag{7.117}$$

можем легко сопоставить *а/м* с единицей СГС

$$1\ а/м = \frac{3 \cdot 10^9 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^{10} \cdot 10^6} = 10^{-3}\ СГС.$$

Полезно здесь обратить внимание на следующее обстоятельство. Несмотря на то, что единицы напряженности магнитного поля и интенсивности намагничивания совпадают по размерности и даже одинаково обозначаются, соотношение между этими единицами и соответствующими единицами СГС различно, что в данном случае связано с тем, что в одном случае (напряженность поля) уравнения в рационализованном и нерационализованном виде имеют различный вид, а в другом совпадают. Данный пример еще раз демонстрирует отмеченное ранее обстоятельство, что сложное наименование производной единицы ничего не может сказать о ее фактическом размере, если не указано то конкретное определяющее соотношение, с помощью которого данная единица была установлена.

Магнитные свойства вещества — *магнитная проницаемость, остаточная индукция* и *коэрцитивная сила* — не нуждаются в специальном разъяснении. Заметим лишь, что в электротехнической литературе, подобно тому как это делается в отношении диэлектрической проницаемости, безразмерная магнитная проницаемость μ называется *относительной магнитной проницаемостью,* а произведение

$$\mu_0\mu = \mu_a \tag{7.118}$$

называют *абсолютной магнитной проницаемостью.*

Магнитная восприимчивость. Уравнение (7.81) определяет магнитную восприимчивость и в системе СИ. Поскольку J и H имеют одинаковую размерность, то $k_м$, так же как и в системе СГС, является величиной безразмерной. Однако рационализованная форма уравнений приводит к связи между μ и $k_м$ в виде

$$\mu = 1 + k_м. \tag{7.119}$$

Вследствие этого единица магнитной восприимчивости СИ в 4π раз меньше единицы СГС.

§ 7.5. О так называемом «волновом сопротивлении вакуума»

В предыдущем параграфе на примере единиц напряженности магнитного поля и интенсивности намагничивания, размерность и обозначение которых (*а/м*) совпадают, было проиллюстрировано высказанное раньше положение об отсутствии однозначной связи между формулой размерности единицы и ее конкретным размером. Особенно наглядной иллюстрацией этого положения может служить рассмотрение единиц и численных значений комбинированной константы, получившей название *волнового* или *характеристического сопротивления вакуума.*

При распространении электромагнитной волны в среде с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε и μ амплитудные и мгновенные значения напряженности электрического поля и напряженности магнитного поля связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}\,E = \sqrt{\mu_0\mu}\,H. \tag{7.120}$$

Это выражение можно представить в виде

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\varepsilon}}. \tag{7.121}$$

Отношение E/H принято называть *волновым сопротивлением* среды, поскольку существует формальная аналогия между уравнением (7.121) и законом Ома. В случае вакуума

$$R_x = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}. \tag{7.122}$$

Эту величину обычно н называют волновым или характеристическим сопротивлением вакуума. Рассмотрим значение R_x в разных системах единиц. В системе СГС, где $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$ и не имеют размерности, $R_x = 1$ и также является безразмерной величиной. Напомним, что в этой системе размерность сопротивления $L^{-1}T$. В системе СГСЭ $\varepsilon_0 = 1$, а $\mu_0 = 1/c^2$. В этой системе $R_x = 1/c$ и его размерность совпадает с размерностью сопротивления. В системе СГСМ $\mu_0 = 1$ и $\varepsilon_0 = 1/c^2$. Соответственно $R_x = c$. Размерность R_x совпадает с размерностью сопротивления и в этой системе.

Рассмотрим, наконец, значение R_x в системе СИ. Подставляя значения

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \textit{ гн/м}$$

и

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 9 \cdot 10^{16}} \textit{ ф/м}$$

в (7.120), найдем

$$R_x = 120\pi \; (\textit{гн/ф})^{1/2}. \qquad (7.123)$$

Заменяя *гн/м* на *в · сек/а · м* и *ф/м* на *а · сек/в · м*, можем написать

$$R_x = 120\pi \textit{ в/а}. \qquad (7.123а)$$

Поскольку отношение вольт/ампер определяет единицу сопротивления ом, то принято считать, что «волновое сопротивление вакуума» составляет $120\pi = 377$ *ом*.

Если, однако, воспользоваться системой МКСМ в нерационализованном виде, в которой основные единицы те же, что и в системе СИ, и единица сопротивления ом определяется так же, как вольт-ампер (поскольку независимо от формы записи уравнений закон Ома имеет одинаковый вид), то, учитывая, что в этом случае

$$\mu_0 = 10^{-7} \textit{ гн/м}$$

и

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{9 \cdot 10^9} \textit{ ф/м},$$

найдем

$$R_x = 30 \textit{ в/а}, \qquad (7.123б)$$

т. е. 30 *ом*.

Противоречие между значениями R_x, определенными различными способами, именно тем и объясняется, что наименование сложной единицы отнюдь не является определением самой этой единицы. В частности, в рассмотренном случае наименование *в/а*, полученное в результате соответствующего преобразования единиц или как отношение единиц напряженности электрического и магнитного полей (*в/м* и *а/м*), нельзя трактовать как единицу сопротивления. Поэтому самое понятие «волновое сопротивление вакуума» представляется лишенным физического смысла, хотя в некоторых случаях расчета и может оказаться удобным обозначение одним символом выражения $\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$. Заметим здесь же, что если связать вместо векторов E и H векторы E и B *), то вместо (7.120) мы будем иметь

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}\,E=\frac{B}{\sqrt{\mu_0\mu}}. \qquad (7.124)$$

или

$$E=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\,B. \qquad (7.125)$$

Это выражение, как легко убедиться, не изменяется при изменении единиц.

§ 7.6. Международные единицы

Как мы уже указывали, практические единицы, которые легли в основу Международной системы единиц (СИ), вначале не образовывали единой системы, а составляли изолированную группу единиц, связанных между собой несколькими соотношениями. Введение этих единиц сыграло существенную роль в развитии техники электрических и магнитных измерений, вследствие чего вскоре после своего возникновения практическая система приобрела международный характер. Была проделана большая работа по установлению эталонов практических единиц сопротивления, силы тока и разности потенциалов, причем вначале эти эталоны должны были служить для воспроизведения ома, ампера и вольта, определенных как 10^9; 0,1 и 10^8 соответствующих единиц системы СГСМ. В дальнейшем выяснилось, как это,

---

*) Полезно отметить, что связь векторов E и B или соответственно D и H является более логичной с точки зрения уравнений Максвелла.

впрочем, можно было предвидеть, что между установленными эталонами и их прообразами, основанными на абсолютной системе, имеются хотя и небольшие, но все же ощутимые расхождения. Тогда было решено, подобно тому как это было в свое время сделано с метром и килограммом, принять эталоны в качестве законных международных единиц электрических величин. Эти международные единицы были определены следующим образом:

международный ом — сопротивление при неизменяющемся электрическом токе и при температуре тающего льда ртутного столба длиною в 106,300 *см*, имеющего одинаковое по всей длине сечение при массе в 14,4521 *г*;

международный ампер — сила неизменяющегося электрического тока, отлагающего при прохождении через водный раствор азотно-кислого серебра 0,0011800 *г* серебра в секунду;

международный вольт — электрическое напряжение и электродвижущая сила, которая в проводнике, имеющем сопротивление, равное одному международному ому, вызывает ток силой в один международный ампер;

международный ватт — мощность неизменяющегося электрического тока силой в один международный ампер при напряжении в один международный вольт.

Остальные международные единицы, как и международные вольт и ватт, определяются соответствующими основными международными единицами.

Значительно возросшая точность электрических и магнитных измерений позволила произвести обратный переход и, установив определенным образом точную формулировку одной из единиц (как мы уже знаем, ампера), построить систему единиц МКСМ, которая затем легла в основу принятой сейчас во многих странах Международной системы (СИ). Для отличия от приведенных выше международных единиц, единицы системы МКСМ были названы «абсолютными» с целью подчеркнуть, что они построены по тому же принципу, что и единицы системы СГС. С тем, чтобы в течение некоторого времени, пока имели применение международные единицы, была возможность переводить результаты измерений, произведенных с использованием этих единиц в единицы МКСМ, были установлены соотношения между теми и другими:

1 средний международный ампер = 0,99985 абс. ампера
1 средний международный ом = 1,00049 абс. ома
1 средний международный кулон = 0,99985 абс. кулона
1 средний международный вольт = 1,00034 абс. вольта
1 средний международный генри = 1,00049 абс. генри
1 средняя международная фарада = 0,99951 абс. фарады
1 средний международный вебер = 1,00034 абс. вебера
1 средний международный ватт = 1,00019 абс. ватта

Прилагательное «средний» вызвано тем, что при установлении соотношения между международными и абсолютными единицами оказалось, что между имеющимися в разных странах эталонами международных единиц существует небольшое расхождение, и для сравнения взяты средние значения эталонов. Заметим здесь же, что между международными единицами, которые были приняты в СССР, и средними международными единицами существовало соотношение:

1 межд. ом СССР = 1,000010 средн. межд. ома
1 межд. вольт СССР = 1,0000075 средн. межд. вольта

В настоящее время международные единицы полностью исключены из употребления и заменены «абсолютными» единицами, т. е. единицами системы СИ.

Определение основной единицы этой системы ампера через механические единицы с фиксацией точного значения коэффициента μ_0 в определяющем соотношении позволило включить практические электрические и магнитные единицы в общую систему единиц физических величин.

Глава 8

Единицы излучения

§ 8.1. Шкала электромагнитных волн

Область исследованных электромагнитных волн простирается почти без перерывов от волн длиною тысячи километров, излучаемых низкочастотными электрическими машинами, до коротковолнового γ-излучения радиоактивных элементов и космических лучей. Различные участки этого спектра обладают различными свойствами, по-разному распространяются, по-разному себя проявляют. Узкая полоска, заключенная между длинами волн от 0,38 *мк* до 0,76 *мк* способна воздействовать на наш глаз; в определенных интервалах излучение способно вызывать химические реакции, фотоэффект, ионизацию газов. Наиболее длинноволновые излучения могут быть обнаружены с помощью электромагнитных колебательных контуров. Поэтому наряду с общими характеристиками излучения, в первую очередь энергетическими, имеют место специфические характеристики для отдельных областей спектра электромагнитных волн.

Измерение длин волн и соответствующих им частот производится обычными единицами длины и частоты, причем естественно, что в области длинных волн единицами длины являются метр и сантиметр; световые и более короткие волны измеряются в микронах, ангстремах и икс-единицах. Частоты обычно измеряют в герцах; для радиоволн применяются килогерцы и мегагерцы. Помимо длин волн и частот, в спектрометрии часто пользуются *волновым числом* $\tilde{\nu}$, представляющим собой число волн, приходящихся на единицу длины. Очевидно,

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}. \tag{8.1}$$

Часто волновое число определяют как

$$\tilde{\nu} = \frac{2\pi}{\lambda}. \tag{8.2}$$

Единицами измерения волнового числа являются обратные метры, обратные сантиметры, обратные микроны и т. д.

§ 8.2. Энергетические характеристики излучения

Величины, характеризующие энергетическую сторону излучения электромагнитных волн, измеряются общими энергетическими единицами, которыми измеряются энергия, объемная плотность энергии, поток энергии и т. п. В названии некоторых из этих величин отразилось то, что они явились расширением понятий, применяющихся в светотехнике, хотя они могут относиться к таким областям спектра, которые нашим глазом не воспринимаются.

Поток излучения (поток лучистой энергии) $\Phi_э$ — количество энергии излучения, проходящее в данном направлении в единицу времени. Как по физическому смыслу, так и по единицам и размерности поток излучения совершенно аналогичен потоку энергии, рассмотренному в главе об акустических единицах. Напомним, что единицы и размерность потока энергии совпадают с единицами и размерностью мощности. Заметим лишь, что наряду с единицами *вт* и *эрг/сек* при измерении потока излучения пользуются тепловыми единицами *кал/сек*, *ккал/час* и т. п.

Поверхностная плотность потока излучения $d\Phi/ds$ представляет собой поток, приходящийся на единицу поверхности. Здесь приходится различать несколько понятий, хотя единицы и размерность их совпадают.

Интенсивность S — поток энергии излучения, проходящий в данном направлении и приходящийся на единицу поверхности, расположенной перпендикулярно направлению излучения. Интенсивность излучения электромагнитных волн представляет собой вектор (**вектор** Пойнтинга):

$$S = [E \times H] \text{ (СИ)} \tag{8.3}$$

или

$$S = \frac{c}{4\pi}[E \times H] \text{ (СГС).} \tag{8.3а}$$

Источник излучения характеризуется *энергетической светностью* $R_э$ (прежнее название — *светимость*), т. е. полным потоком излучения с единицы поверхности источника. Применяются также названия *излучательная* или *лучеиспускательная* способность.

Энергетическая освещенность $E_э$ измеряет плотность потока излучения, падающего на данную поверхность. Как легко видеть, при одной и той же интенсивности излучения энергетическая освещенность может быть различной в зависимости от ориентации поверхности, на которую падает излучение. При данной интенсивности S энергетическая освещенность будет пропорциональна синусу угла между направлением потока и направлением нормали к поверхности, на которую падает поток.

Размерности всех трех величин S, $R_э$ и $E_э$

$$[S] = [R_э] = [E_э] = MT^{-3}. \tag{8.4}$$

Единицы в системах СИ и СГС соответственно *вт/м*^{2} и *эрг/(сек·см*^{2}*)*. Кроме системных единиц, как и для измерения потока, применяются также тепловые единицы *кал/(сек·см*^{2}*)*, *ккал/(час·м*^{2}*)* и т. п.

Общее количество энергии излучения, падающей за некоторое время на единицу поверхности, измеряется *энергетическим количеством освещения* $H_э$, которое определяется выражением

$$H_э = \int_0^t E_э\,dt. \tag{8.5}$$

Размерность

$$[H_э] = MT^{-2}. \tag{8.6}$$

Кроме энергетической светности, источник излучения характеризуется *энергетической силой света* и *энергетической яркостью*. Энергетическая сила света $I_э$

определяется как поток излучения источника, приходящийся на единицу телесного угла в данном направлении. Для одного и того же источника энергетическая сила света может быть различной в разных направлениях. Размерность энергетической силы света совпадает с размерностью потока излучения, т. е. с размерностью мощности, поскольку в системах СИ и СГС у телесного угла нулевая размерность. В наименовании единиц энергетической силы света указывается единица телесного угла стерадиан. Соответствующие единицы *вт/стер*, *эрг/стер*.

Энергетическая яркость $B_э$ представляет собой энергетическую силу света, приходящуюся на единицу площади проекции поверхности источника на направление, перпендикулярное направлению распространения излучения. Согласно этому определению

$$B_э = \frac{dI_э}{ds'}. \tag{8.7}$$

Здесь

$$ds' = ds \cos\alpha,$$

где ds — размер элемента площадки, а α — угол между направлением излучения и направлением нормали к площадке.

Если излучение источника света удовлетворяет закону Ламберта, согласно которому

$$I_э = I_{э0} \cos\alpha \tag{8.8}$$

(где $I_{э0}$ — энергетическая сила света в направлении, перпендикулярном к поверхности источника), то энергетическая яркость источника одинакова во всех направлениях. Такие источники называются *ламбертовыми*.

Размерность энергетической яркости та же, что и поверхностной плотности излучения

$$[B_э] = MT^{-3}, \tag{8.9}$$

единицы: *вт/(м²·стер)* и *эрг/(сек·см²·стер)*.

Объемная плотность энергии излучения u. Энергия излучения, приходящаяся на единицу объема, называется объемной плотностью энергии излучения. Объемная плотность энергии (см. § 4.4) измеряется *дж/м³*, *эрг/см³* и т. д.

Особый интерес представляет объемная плотность энергии излучения, если это излучение сосредоточено в замкнутом объеме. В этом случае излучение подчиняется законам излучения абсолютно черного тела, в частности закону Стефана — Больцмана, согласно которому объемная плотность излучения пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры. Если в оболочке, в которой заключено излучение, сделать малое (по сравнению с общей поверхностью) отверстие, то это отверстие будет абсолютно черным излучателем, энергетическая светность которого связана с объемной плотностью энергии излучения соотношением

$$R_э = \frac{1}{4} uc, \tag{8.10}$$

где c — скорость света в пустоте. По закону Стефана — Больцмана

$$R_э = \sigma T^4, \tag{8.11}$$

где σ — постоянная Стефана — Больцмана:

$$\sigma = 5{,}669 \cdot 10^{-8}\ вт/(м^2 \cdot {}^\circ\mathrm{K}) = 5{,}669 \cdot 10^{-5}\ эрг/(сек \cdot см^2 \cdot {}^\circ\mathrm{K}).$$

Наряду с перечисленными выше энергетическими характеристиками излучения, имеющими интегральный характер, т. е. не относящимися к определенному участку спектра излучения, важное значение имеют спектральные характеристики, представляющие по существу функции распределения данной величины по длине волны или по частоте.

Поскольку излучение всякого источника не является идеально монохроматическим, а так или иначе распределено по спектру, действие излучения может быть весьма разнообразным. В отдельных случаях мы используем особенности распределения данного источника, в других — преобразуем излучение одного спектрального состава в другой (как, например, ультрафиолетовое излучение в видимое в люминесцентных лампах), наконец, иногда от определенной части излучения приходится защищаться и т. д.

В связи с тем, что понятие функции распределения было достаточно подробно разобрано в § 4.5, здесь мы ограничимся лишь математическими выражениями соответствующих спектральных характеристик, формулами размерности и единицами.

Спектральная плотность потока излучения по длине волны

$$\Phi_{э\lambda} = \frac{d\Phi_э}{d\lambda}, \tag{8.12}$$

размерность

$$[\Phi_{э\lambda}] = LMT^{-3}. \tag{8.13}$$

Единицы в системах СИ и СГС *вт/м* и *эрг/(сек · см)*. В спектроскопии обычно относят поток к интервалу длин волн, измеренному теми единицами, которые применяются при измерениях в данной области спектра. Так, например, для видимой и примыкающей к ней областям спектра пользуются единицами *вт/Å*, *эрг/(сек · Å)*.

Спектральная плотность потока излучения по частоте

$$\Phi_{э\nu} = \frac{d\Phi_э}{d\nu}, \tag{8.14}$$

размерность

$$[\Phi_{э\nu}] = L^2MT^{-2}. \tag{8.15}$$

В дальнейшем мы не будем для спектральных распределений специально указывать, по длине или по частоте дается распределение, поскольку это ясно из математического определения.

Спектральная плотность величин, определяемых поверхностной плотностью потока излучения (спектральная плотность интенсивности, энергетической светности, энергетической освещенности) равна

$$S_\lambda = \frac{dS}{d\lambda}, \quad R_{э\lambda} = \frac{dR_э}{d\lambda}, \quad E_{э\lambda} = \frac{dE_э}{d\lambda}, \tag{8.16}$$

$$S_\nu = \frac{dS}{d\nu}, \quad R_{э\nu} = \frac{dR_э}{d\nu}, \quad E_{э\nu} = \frac{dE_э}{d\nu}, \tag{8.17}$$

$$[S_\lambda] = [R_{э\lambda}] = [E_{э\lambda}] = L^{-1}MT^{-3}, \tag{8.18}$$

$$[S_\nu] = [R_{э\nu}] = [E_{э\nu}] = MT^{-2}. \tag{8.19}$$

Единицы S_λ, $R_{э\lambda}$, $E_{э\lambda}$ определяются размерностями *вт/м³*, *эрг/(сек · см³)*. Единицы S_ν, $R_{э\nu}$, $E_{э\nu}$ — *дж/м²*, *эрг/см²*.

Спектральная плотность энергетической светности излучения абсолютно черного тела $M_{э\lambda}$ представлена на рис. 24. Размерность спектрального распределения энергетической силы света совпадает с размерностью спектрального распределения потока излучения. Что касается соответствующих единиц, то, в отличие от единиц $\Phi_{э\lambda}$ и $\Phi_{э\nu}$, в их названиях указывается отнесение к единице телесного угла, что отражается также в знаменателе обозначения этих единиц.

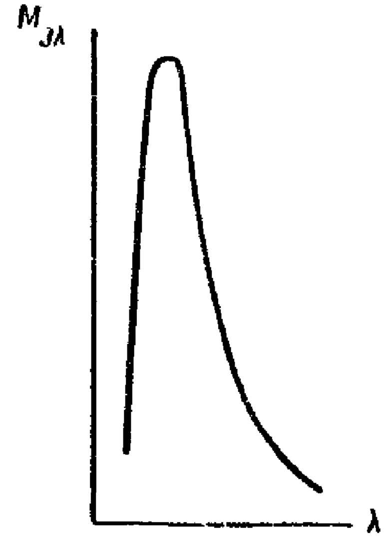

Рис. 24.

Точно так же размерность спектрального распределения энергетической яркости совпадает с размерностью поверхностной плотности потока (т. е. интенсивности, энергетической светности и энергетической освещенности), а единицы получаются из соответствующих единиц отнесением их к единице телесного угла.

Размерность спектральных распределений объемной плотности энергии излучения

$$[u_\lambda] = L^{-2}MT^{-2}, \tag{8.20}$$

$$[u_\nu] = L^{-1}MT^{-1}. \tag{8.21}$$

Как известно, для абсолютно черного тела U_λ и U_ν определяются формулой Планка:

$$u_\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}, \tag{8.22}$$

$$u_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}. \tag{8.23}$$

Здесь h — постоянная Планка, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура.

Спектральные распределения энергетической светности абсолютно черного тела могут быть получены из (8.22) и (8.23) умножением на $c/4$.

§ 8.3. Светотехнические единицы

Световые измерения имеют ту особенность, что в них очень большую роль играет непосредственное ощущение. Таким образом, световые измерения, строго говоря, не вполне объективны. Так как при световых измерениях нас интересует только та часть общего потока лучистой энергии, которая непосредственно воздействует на наш глаз, то обычные энергетические характеристики являются уже недостаточными. Действительно, из всей громадной области изученных электромагнитных колебаний лишь узкая полоска видимого спектра с длинами волн примерно от 0,38 *мк* до 0,76 *мк* является для нас «оптически ценной» или, как говорят, обладает достаточной видностью.

Мы располагаем различными техническими средствами, которые позволяют обнаруживать и измерять излучение электромагнитных волн любого диапазона от длинных, применяемых в радиотехнике, до кратчайших, регистрируемых счетчиками проникающих излучений, но, как бы ни была велика мощность излучения, мы по отношению к ней «слепы», если длины волн этого излучения выходят за границы указанного интервала. Более того, даже внутри этого интервала чувствительность нашего глаза различна и, следовательно, различные участки видимой области спектра обладают различной видностью.

Практическая светотехника выдвигает много вопросов: какой спектральный состав света следует считать наиболее «естественным», как сравнивать источники с различным спектральным составом и т. п. Очевидно, необходимо договориться о каких-то единых способах сравнения и измерения величин, которые должны характеризовать источники света и условия освещения.

Казалось бы, что при этом наиболее целесообразно обратиться к естественному солнечному свету, взяв его за образец для сравнения. Однако, как легко видеть, такое понятие, как естественный дневной свет, оказывается весьма расплывчатым. Время года, время суток, географическая широта, погода, высота над уровнем моря, чистота атмосферы — все эти факторы в весьма широких пределах изменяют количественный и качественный состав солнечного света. Поэтому приходится договориться о выборе некоторого искусственного источника света, который должен быть принят в качестве международного образца. В свое время было предложено много подобных образцов (свеча Гефнера, единица Виоля и др.), которые в настоящее время имеют лишь историческое значение. Основным недостатком этих образцов была трудность их воспроизведения. Желательно было, очевидно, выбрать такой источник, световое излучение которого определялось бы возможно более общими физическими законами.

Поскольку универсальным излучателем является абсолютно черное тело, его излучение и было принято в качестве эталонного. Температура, при которой должно находиться излучающее тело, должна быть зафиксирована с возможно большей точностью, так как излучение круто растет с температурой. В качестве такой температуры была принята температура затвердевания платины (2042° К). При этом основной светотехнической единицей, входящей в число основных единиц СИ, устанавливается единица силы света *свеча* (*св*) *), значение которой принимается таким, что яркость полного излучателя при температуре затвердевания платины равна 60 свечам на один квадратный сантиметр. Применявшаяся ранее международная свеча составляет 1,005 *св*.

Принимая свечу в качестве основной единицы, определяют остальные светотехнические единицы. В связи с тем, что сила света включается в число основных величин, в формулах размерности появляется ее символ, обозначаемый $\mathcal{J}$

Световой поток определяется произведением силы света на телесный угол, в котором распространяется поток. В общем случае неравномерного излучения

$$\Phi = \int_{\tau} I \, d\tau. \qquad (8.24)$$

---

*) Предполагается заменить название свечи международным названием *кандела* (*кд*).

В случае равномерного испускания в пределах угла τ

$$\Phi = I\tau. \tag{8.24а}$$

При равномерном испускании по всем направлениям

$$\Phi = 4\pi I. \tag{8.24б}$$

До введения СИ основной светотехнической величиной являлся именно световой поток, который определялся как мощность светового излучения, оцениваемая по производимому им ощущению. Это определение подчеркивает субъективный, физиологический характер светотехнических величин.

За единицу светового потока принимается *люмен* (*лм*) — поток внутри телесного угла в один стерадиан при силе света в одну свечу. Единица светового потока люмен входит в качестве основной в систему световых единиц, основанную на сантиметре, грамме и секунде, вследствие чего эту систему принято обозначать СГСЛ. Размерность светового потока совпадает с размерностью силы света

$$[\Phi] = \mathcal{J}. \tag{8.25}$$

Количество света (эту величину называют также, не очень удачно, световой энергией) представляет собой произведение светового потока на время его действия

$$Q = \int\limits_t \Phi\, dt. \tag{8.26}$$

Размерность

$$[Q] = T\mathcal{J}. \tag{8.27}$$

Единица измерения *люмен-секунда* (*лм · сек*).

Подобно энергетическим величинам, измеряемым плотностью потока энергии излучения, могут быть определены соответствующие светотехнические величины и их единицы. Поскольку эти определения совершенно подобны определениям аналогичных энергетических величин, мы ограничимся формулами определяющих соотношений и определениями единиц.

Светность.

$$R = \frac{d\Phi}{ds}. \tag{8.28}$$

За единицу светности принимается светность источника, каждый квадратный метр которого дает световой поток один люмен. Эта единица называется *люмен на квадратный метр* (*лм/м²*). Раньше эта единица называлась *радлюкс* (*рлк*). Единица системы СГСЛ *люмен на квадратный сантиметр* (*лм/см²*), очевидно, в 10^4 раз больше, чем *лм/м²*. Прежнее название единицы СГСЛ — *радфот*.

Интенсивность светового потока, как и светность, измеряется в *лм/м²* и *лм/см²*.

Освещенность

$$E = \frac{d\Phi}{ds}. \tag{8.29}$$

Единица освещенности *люкс* (*лк*) — освещенность поверхности, на каждый квадратный метр которой падает световой поток в один люмен. В системе СГСЛ единица освещенности *фот* — освещенность поверхности, на квадратный сантиметр которой падает поток в один люмен

$$1\ лк = 10^{-4}\ ф.$$

Используя выражение для освещенности поверхности источником света силой I свечей, расположенным на расстоянии r метров от освещаемой поверхности

$$E = \frac{I}{r^2}\cos\alpha \tag{8.30}$$

(α — угол между направлением светового потока и нормалью к освещенной поверхности), можно определить люкс как освещенность поверхности, находящейся на расстоянии 1 *м* от источника силой в одну свечу и расположенной перпендикулярно падающему свету.

Яркость. Единица яркости *нит* (*нт*) — яркость источника, каждый квадратный метр излучающей поверхности которого имеет в данном направлении силу света, равную одной свече. В 10^4 раз большая единица (свеча с квадратного сантиметра) системы СГСЛ называется *стильб* (*сб*).

Для измерения несамосветящихся поверхностей иногда применяются специальные единицы. Если поверхность идеально рассеивает свет по всем направлениям, совершенно его не поглощая, то такая поверхность обладает свойством ламбертова источника, яркость которого, одинаковая во всех направлениях, равна

$$B = \frac{1}{\pi} E. \qquad (8.31)$$

Яркость идеально белой поверхности, освещенность которой равна одному фоту, называется *ламберт* (*лб*). Из формулы (8.31) следует, что 1 *лб* = $1/\pi$ *сб* = 0,318 *сб*. Яркость такой же поверхности при освещенности один люкс называют иногда *апостильб* (*асб*). Соответственно 1 *асб* = 10^{-4} *лб* = $3{,}18 \cdot 10^{-5}$ *сб* $\doteq$ 0,318 *нт*.

Единицы всех перечисленных величин (светность, интенсивность, освещенность, яркость) в каждой системе совпадают с той лишь особенностью, что в системе СИ в формулы размерности входит символ размерности силы света ($\mathcal{J}$), а в системе СГСЛ символ размерности светового потока (Ф). Эти размерности

$$[R] = [E] = [B] = L^{-2}\mathcal{J} = L^{-2}\Phi. \qquad (8.32)$$

Кроме перечисленных величин, в светотехнике применяются *освечивание* — произведение силы света на время освещения

$$C = It \qquad (8.33)$$

и *количество освещения* — произведение освещенности на время освещения

$$H = Et. \qquad (8.34)$$

Освечивание измеряется в *св · сек*, количество освещения — в *лк · сек* и *ф · сек*.

§ 8.4. Связь между субъективными и объективными характеристиками света

Величины, единицы которых были рассмотрены в предыдущих двух параграфах, резко отличаются друг от друга по способу их регистрации. Если энергетические величины подлежат объективному измерению с помощью тех или иных приборов, то основным «прибором», с помощью которого можно измерять светотехнические величины, в конечном счете является человеческий глаз.

Возникает вопрос, каким образом привести в соответствие субъективные величины, оцениваемые по производимому ощущению, с прямыми энергетическими измерениями. Для этого, очевидно, следует учитывать только «ценную» часть, а не все излучение энергии источником света, поскольку всякий источник, в особенности тепловой, подавляющую часть энергии излучает вне видимой области спектра. Выбрав определенный узкий участок спектра, следует измерить энергию, излучаемую в этом участке, и тот световой поток, который при данной энергии получается. Задача осложняется тем, что измерения приходится сочетать с субъективными наблюдениями, а так как у разных людей заметно отличается чувствительность к различным цветам, то приходится производить измерения, привлекая большое число наблюдателей с тем, чтобы получить достаточно обоснованные статистические средние величины.

Исследования показали, что «средний глаз» по-разному реагирует на разные участки спектра. Чувствительность глаза растет, начиная от самых коротких волн (порядка 0,4 *мк*), достигает максимума при длине волны около 0,554 *мк* и затем снова убывает. Эту зависимость характеризуют специальной величиной, которая получила название *видности.*

При этом под *абсолютной видностью*, или, как иначе говорят, световой отдачей, мы понимаем отношение светового потока (т. е. оцениваемой нашим глазом мощности) к соответствующей истинной, полной мощности лучистой энергии

$$V = \frac{\Phi}{\Phi_э}, \tag{8.35}$$

где V — видность, а $\Phi_э$ — мощность лучистой энергии.

Обычно $\Phi_э$ измеряется в ваттах, и так как Φ измеряется в люменах, то единицей видности является *лм/вт*. Отношение полного светового потока белого света к соответствующей мощности лучистой энергии обычно называют *полной видностью*, в то время как соответствующее отношение для света определенной длины волны называют *монохроматической видностью* или *видностью монохроматического света.*

Видность представляет собой особую, специфическую величину, позволяющую переходить от энергетических величин к световым. Поэтому видность часто выделяют

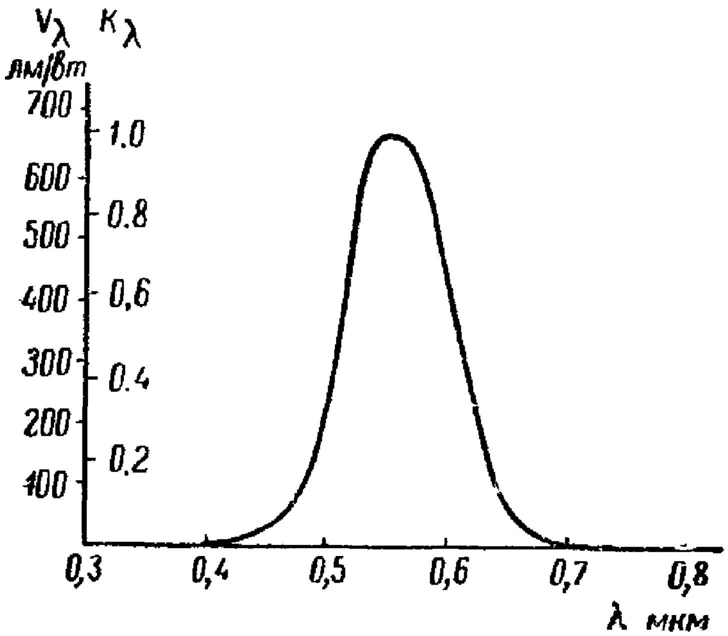

Рис. 25.

в качестве основной величины, имеющей особую размерность (V).

В этом случае размерность светового потока будет

$$[\Phi] = [\Phi_э][V] = L^2MT^{-3}V. \tag{8.36}$$

Относительная видность. Как мы уже говорили выше, видность в отдельных участках спектра различна. Отношение видности данной длины волны к максимальной называется относительной видностью

$$K_\lambda = \frac{V_\lambda}{V_{max}}. \tag{8.37}$$

На рис. 25 представлена кривая спектральной чувствительности глаза, причем по оси абсцисс отложены длины волн в микронах, а по оси ординат абсолютные и относительные видности. Как видно из рисунка, максимальная видность при длине волны $\lambda = 0{,}554$ *мкм*, лежащей в зеленой области спектра, составляет 683 *лм/вт*.

Источник, который всю свою энергию отдавал бы только в виде излучения с длиной волны 0,554 *мкм*, обладал бы наибольшей экономичностью. Однако такой источник нас совершенно не удовлетворял бы, так как все окружающие нас предметы были бы окрашены в один зеленый цвет и отличались бы лишь тем, что одни были бы светлее, а другие — темнее. Наилучшим был бы такой источник, который излучал бы энергию только в видимой области, причем с таким распределением по длинам волн, которое соответствует условному «среднему солнечному свету». Если принять за единицу экономичность идеального источника, т. е. такого, который излучает только свет с длиной волны 0,554 *мк*, то экономичность идеального «дневного» источника была бы 0,35. Источником теплового излучения, наиболее приближающимся по составу излучения к солнечному свету, является абсолютно черное тело при температуре около 6000° К. Его экономичность составляет около 0,14. Экономичность лампочек накаливания около 0,02, люминесцентных ламп — около 0,06.

Механический эквивалент света. Как видно из рис. 25, для максимальной видности мы имеем значение

$$V_{\max} = 683 \text{ лм/вт}.$$

Величина, обратная $V_{\max}$, называется механическим эквивалентом света

$$M_{\text{св}} = \frac{1}{V_{\max}} = 1{,}466 \cdot 10^{-3} \text{ вт/лм}. \qquad (8.38)$$

По существу это — минимальный механический эквивалент света, т. е. та минимальная мощность в ваттах, которая способна создать поток в 1 *лм* в наиболее воспринимаемой нашим глазом спектральной области.

§ 8.5. Единицы измерения параметров оптических приборов

В этом параграфе мы рассмотрим единицы величин, характеризующих оптические свойства приборов. По существу эти величины следовало бы отнести к группе геометрических величин, но, поскольку с ними приходится встречаться в оптике, мы сочли более целесообразным включить их в раздел единиц, относящихся к теории излучения.

Оптическая сила. Если на прибор падает плоская световая волна (параллельные лучи) и прибор сообщает ей кривизну, радиус которой равен f, то мы говорим, что этот прибор обладает оптической силой

$$D = \frac{1}{f}. \tag{8.39}$$

За единицу оптической силы принимается оптическая сила такого прибора, который сообщает плоской волне

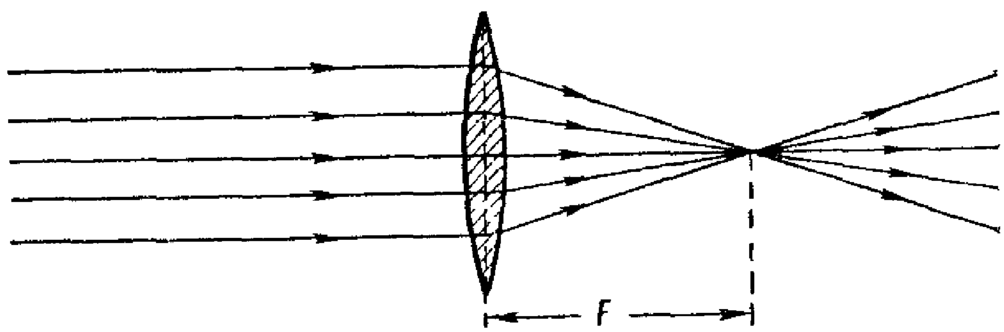

Рис. 26.

кривизну, радиус которой равен одному метру. Такая оптическая сила носит название *диоптрии* и в зависимости от направления радиуса кривизны считается либо положительной (сходящиеся лучи), либо отрицательной (расходящиеся лучи).

Размерность диоптрии

$$[D] = L^{-1}. \tag{8.40}$$

Главное фокусное расстояние. Величина f, обратная оптической силе, носит название главного фокусного расстояния прибора и измеряется обычно в метрах или в сантиметрах.

В случае тонкой линзы главное фокусное расстояние представляет собой расстояние от линзы до главного фокуса, т. е. до точки, в которую собираются лучи, падающие на линзу параллельно главной оптической оси (рис. 26).

Для рассеивающих линз главным фокусом является точка, в которой пересекаются продолжения расходящихся лучей, полученных в результате падения на линзу пучка параллельных лучей (рис. 27).

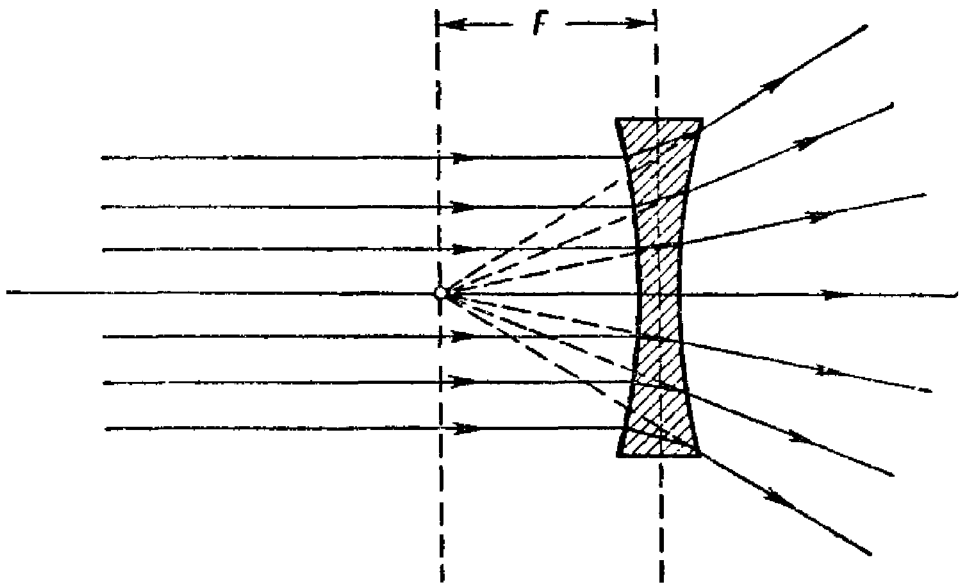

Рис. 27.

Для сложной центрированной оптической системы главное фокусное расстояние измеряется от главного

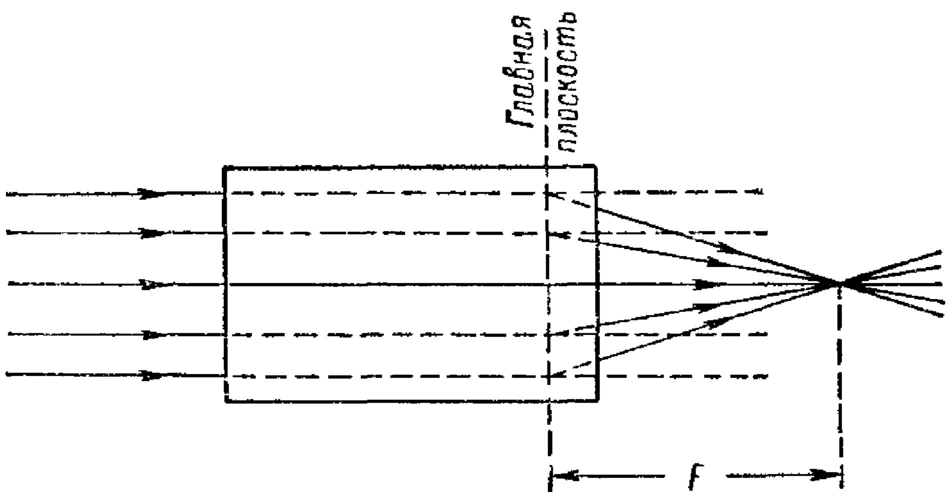

Рис. 28.

фокуса, т. е. точки действительного или мнимого пересечения лучей, выходящих из прибора, при входе их в прибор параллельно главной оптической оси, до главной плоскости — плоскости, в которой пересекаются направления падающего и выходящего лучей (рис. 28).

Светосила — отношение диаметра входного отверстия прибора к его главному фокусному расстоянию. Обычно светосилу представляют в виде дроби, в числителе которой стоит единица. Так, например, говорят, что «светосила фотоаппарата равна 1/4,5». Светосила является величиной отвлеченной, нулевой размерности.

§ 8.6. Единицы измерения оптических свойств вещества

Показатель преломления n. При преломлении света на границе раздела двух изотропных сред отношение синуса угла падения к синусу угла преломления (углы отсчитываются от перпендикуляра к границе раздела) остается величиной постоянной. Это отношение носит название показателя преломления второй среды по отношению к первой, или относительного показателя преломления.

В том случае, когда свет падает из пустоты в данную среду, мы называем это отношение абсолютным показателем преломления, полагая тем самым показатель преломления пустоты равным единице. Из определения следует, что показатель преломления есть величина отвлеченная.

Лучепоглощательная способность (коэффициент поглощения лучистой энергии) представляет собой отношение поглощаемой телом энергии ко всей падающей на него энергии. Разумеется, лучепоглощательная способность является величиной отвлеченной.

Световые коэффициенты. При падении светового потока на поверхность какого-либо тела часть этого светового потока непосредственно отражается (по закону отражения), часть более или менее равномерно рассеивается во все стороны, часть поглощается и часть проходит насквозь. Отношения этих световых потоков ко всему падающему световому потоку носят названия соответственно *коэффициента отражения R, коэффициента рассеяния S, коэффициента поглощения K* и *коэффициента пропускания τ (прозрачность).* Последние два коэффициента обычно полезно относить к единице толщины слоя. В частности, коэффициент поглощения, отнесенный к единице длины, может быть определен по формуле

$$S = S_0 e^{-Kx}, \tag{8.41}$$

где S_0 — интенсивность падающего света; S — интенсивность света, прошедшего через толщину x.

Очевидно, размерность коэффициента

$$[K] = L^{-1}, \tag{8.42}$$

так как показатель степени должен обладать нулевой размерностью.

Глава 9

Некоторые единицы атомной физики

§ 9.1. Введение

Развитие атомной физики породило значительное число специфических методов измерений свойств атомных частиц, величин, характеризующих процессы, в которых они участвуют, и т. п. При этом во многих случаях оказалось удобным ввести специальные единицы измерений, частично основанные на единицах системы СГС, частично смешанного характера, а подчас и не связанные непосредственно с какой-либо определенной системой.

В последнее время в литературе иногда встречается стремление свести все подобные измерения к единицам одной из общих систем (чаще всего СИ), однако в подавляющем числе научных статей сохраняются те единицы, которые всегда применялись в атомной физике. Не ставя перед собой задачу изложить все эти единицы, мы рассмотрим наиболее важные и те, которые имеют наибольшее распространение.

§ 9.2. Основные свойства атомных и элементарных частиц

Масса. Масса частиц может измеряться как в абсолютной, так и в относительной мере. Под абсолютной мы понимаем здесь измерения одной из общих единиц массы (*кг*, *г*), под относительной — по отношению к массе одной из частиц, условно принимаемой за единицу. Выбор такой единицы, которая называется атомной единицей массы (*е*) на протяжении ряда лет претерпел некоторые изменения. Раньше в химии за единицу массы принималась одна шестнадцатая атомного веса элемента кислорода, а в физике — одна шестнадцатая массы самого легкого из изотопов кислорода, массовое число которого равно шестнадцати. Напомним, что массовым числом называется целое число, равное общему числу нуклонов (т. е. протонов и нейтронов) в ядре.

Так как естественный кислород содержит три устойчивых изотопа с массовыми числами 16, 17 и 18, с процентным содержанием 99,76%, 0,04% и 0,20%, то химическая атомная единица массы оказалась в 1,000272 раза больше физической атомной единицы массы.

Применение определенной выше физической атомной единицы имело ряд неудобств, обусловленных тем, что точные определения атомных масс экспериментально связывались не с атомами кислорода, а с атомами углерода. Поэтому в 1961 г. международные организации (Союз чистой и прикладной физики и Союз чистой и прикладной химии) приняли решение установить в качестве атомной единицы массы (как в физике, так и в химии) одну двенадцатую массы изотопа углерода с массовым числом 12. Эта единица равна 1,0003179 старой «кислородной» физической единицы. Она очень близка к старой химической единице массы, отличаясь от нее лишь на несколько единиц в пятом знаке после запятой.

Атомная единица массы равна $1{,}6604 \cdot 10^{-27}$ *кг*. По отношению к атомной единице массы определяются атомные веса элементов, молекулярные веса (относительные молекулярные массы) химических веществ и массы ядер. Массы элементарных частиц обычно относят к массе электрона m_e, равной $9{,}109 \cdot 10^{-31}$ *кг* или $5{,}486 \cdot 10^{-4}$ атомной единицы массы.

Заряд. Атомные и элементарные частицы либо лишены заряда, либо имеют положительный или отрицательный заряд, кратный заряду электрона. Последний равен

$$1{,}6021 \cdot 10^{-19}\ \kappa = 4{,}803 \cdot 10^{-10}\ \text{СГС}.$$

Момент количества движения (момент импульса, механический момент) микрочастиц подчиняется законам квантовой механики, согласно которым он может принимать лишь определенные дискретные значения. Эти значения определяются выражением

$$L = \frac{h}{2\pi}\sqrt{j(j+1)}, \tag{9.1}$$

где h — постоянная Планка, а j — квантовое число полного момента количества движения. Постоянная Планка равна

$$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \textit{дж} \cdot \textit{сек} = 6{,}626 \cdot 10^{-27}\ \textit{эрг} \cdot \textit{сек}.$$

Отношение

$$\frac{h}{2\pi} = 1{,}0545 \cdot 10^{-34}\ \textit{дж} \cdot \textit{сек} = 1{,}0545 \cdot 10^{-27}\ \textit{эрг} \cdot \textit{сек},$$

которым обычно пользуются в квантовой механике вместо h, обозначается $\hbar$. Квантовое число j может принимать значения либо целые, либо полуцелые (т. е. нечетные кратные $1/2$), либо равняться нулю. Для электрона квантовое число момента обозначается $s = 1/2$ и называется спиновым числом. Поэтому собственный момент количества движения электрона

$$L = \frac{h}{2\pi}\sqrt{\frac{3}{4}} = 0{,}913 \cdot 10^{-34}\ \textit{дж} \cdot \textit{сек} = 0{,}913 \cdot 10^{-27}\ \textit{эрг} \cdot \textit{сек}. \tag{9.2}$$

Величина

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \tag{9.3}$$

служит в атомной физике единицей измерения момента количества движения.

Магнитный момент. В классической теории Бора электрон, двигаясь по круговой орбите вокруг ядра, представляет собой замкнутый ток, который, следовательно, обладает собственным магнитным моментом. Квантовая механика, отказываясь от наглядных модельных представлений («орбита» электрона в атоме, «вращающийся электрон»), сохраняет наличие таких величин, как рассмотренный выше момент количества движения и соответственно магнитный момент.

В классической модели магнитный момент атома водорода в нормальном (невозбужденном) состоянии легко рассчитывается следующим образом. Отношение заряда электрона к периоду его обращения в атоме представляет собой «силу тока»

$$I = \frac{e}{T} = \frac{e}{2\pi}\,\omega. \tag{9.4}$$

Согласно постулату Бора

$$m\omega a_0^2 = \frac{h}{2\pi}, \tag{9.5}$$

где a_0 — радиус орбиты (так называемый боровский радиус). Следовательно,

$$I = \frac{eh}{4\pi^2 m a_0^2},$$

и магнитный момент (обозначаемый в данном случае μ_B)

$$\left.\begin{aligned} \mu_B &= \frac{eh}{4\pi m} \quad (\text{СИ}), \\ \mu_B &= \frac{eh}{4\pi mc} \quad (\text{СГС}). \end{aligned}\right\} \tag{9.6}$$

Магнитный момент, определяемый формулой (9.6), называется *магнетоном Бора* и служит единицей измерения магнитных моментов. Его значение

$$\mu_B = 9{,}273 \cdot 10^{-24}\ \textit{а} \cdot \textit{м}^2 = 9{,}273 \cdot 10^{-21}\ \textit{дин} \cdot \textit{см/гс}. \tag{9.7}$$

Для измерения магнитных моментов ядерных частиц пользуются так называемым *ядерным магнетоном*, который определяется по той же формуле (9.6), но с заменой массы электрона на массу протона, которая в 1836 раз больше массы электрона. Отсюда ядерный магнетон

$$\mu_N = 5{,}051 \cdot 10^{-27}\ \textit{а} \cdot \textit{м}^2 = 5{,}051 \cdot 10^{-24}\ \textit{дин} \cdot \textit{см/гс}. \tag{9.8}$$

Заметим здесь же, что магнитные моменты ядер не являются целыми кратными ядерного магнетона, а вычисляются по довольно сложной формуле. В частности, магнитный момент протона равен

$$\mu_p = 2{,}7928\,\mu_n = 1{,}4105 \cdot 10^{-26}\ \textit{а} \cdot \textit{м}^2 = 1{,}4105 \cdot 10^{-23}\ \textit{дин} \cdot \textit{см/гс}.$$

Дипольный момент. Поляризуемость. Электрические заряды в молекулах могут быть распределены несимметрично, в результате чего молекула в целом приобретает электрический дипольный момент. Дипольный момент измеряется как единицами систем СГС или СИ (см. §§ 7.3 и 7.4), так и специальной единицей *дебай* (D), равной 10^{-18} единицы СГС.

Атомы и молекулы, даже не имея собственного дипольного момента, могут его приобретать под действием внешнего поля в результате электронной поляризации.

Отношение приобретенного дипольного момента к напряженности поля называется поляризуемостью α. Согласно определению

$$\alpha = \frac{p_э}{E}. \tag{9.9}$$

Размерность α в системе СГС

$$[\alpha] = L^3 \tag{9.10}$$

определяет единицу сантиметр в кубе.

В системе СИ размерность α

$$[\alpha] = M^{-1}T^4I^2. \tag{9.11}$$

Из определения α по формуле (9.9), подставляя $p_э = 1$ *к·м* и $E = 1$ *в/м* и производя соответствующие замены, легко найдем, что единица поляризуемости СИ в $9 \cdot 10^{15}$ раз больше единицы СГС. То же отношение может быть найдено и из формулы размерности. Поляризуемость связана с диэлектрической проницаемостью (если последняя определяется только электронной поляризацией) соотношением

$$\alpha = \frac{\varepsilon - 1}{n}, \tag{9.12}$$

где n — концентрация молекул данного вещества.

Времена жизни. Многие элементарные и атомные частицы не являются стабильными и через некоторое время либо распадаются, либо переходят в другое состояние. Для характеристики устойчивости атомных радиоактивных ядер применяют понятие *периода полураспада*, т. е. времени, в течение которого распадается половина исходного числа атомов. Так как изменение числа радиоактивных атомов происходит по экспоненциальному закону

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \tag{9.13}$$

где N_0 — исходное число атомов, N — число нераспавшихся атомов спустя время t, λ — так называемая *постоянная распада*, то период полураспада T определится уравнением

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}, \tag{9.14}$$

откуда

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}. \tag{9.15}$$

Для характеристики устойчивости атомов в возбужденном состоянии пользуются понятием *среднего времени жизни* τ, которое определяется из экспоненциального закона

$$N = N_0 e^{-t/\tau}. \tag{9.16}$$

τ равно тому времени, в течение которого число атомов в возбужденном состоянии уменьшится в e раз. Время полураспада и среднее время жизни связаны очевидным соотношением

$$T = 0{,}693\tau. \tag{9.17}$$

Линейные размеры. В рамках квантовой механики не имеют смысла такие понятия, как «радиус орбиты» электрона, радиус какой-либо элементарной частицы (например, того же электрона) и т. п. Однако в ряде случаев удобно вводить определенные линейные масштабы, в качестве которых принимают те или иные величины, полученные на основе классических расчетов. Наиболее распространенными являются «классический радиус электрона», определяемый соотношением

$$r_0 = \frac{e^2}{mc^2} = 2{,}818 \cdot 10^{-13} \text{ см} \tag{9.18}$$

и «радиус первой боровской орбиты»

$$a_0 = \frac{\hbar}{me^2} = 0{,}5292 \cdot 10^{-8}\ см. \qquad (9.19)$$

Кроме того, в ядерной физике применяется единица длины *ферми*, равная 10^{-13} *см*.

§ 9.3. Эффективные сечения взаимодействия

Классическая кинетическая теория газов ввела понятие длины свободного пробега, связав ее с понятием поперечного сечения сталкивающихся частиц. Атомная физика расширила понятие поперечного сечения и одновременно расчленила его, установив понятие эффективного поперечного сечения по отношению к тому или иному конкретному процессу взаимодействия атомов, ионов, молекул, ядерных частиц и т. п. Понятие *эффективного поперечного сечения* (в «лабораторном обиходе» кратко говорят «сечение») по отношению к какому-либо процессу проще всего пояснить на следующей полуклассической схеме, которую мы рассмотрим по отношению к конкретному примеру возбуждения атома электронным ударом (рис. 29). Пусть электрон заданной скорости летит перпендикулярно плоскости чертежа по направлению к атому с «прицельным расстоянием» r. Под прицельным расстоянием, или параметром столкновения мы будем понимать длину перпендикуляра, опущенного из центра атома на прямую направления первоначальной скорости электрона. Пусть, далее, при данном прицельном расстоянии вероятность возбуждения атома равна $w(r)$. Изобразим кольцо, ограниченное радиусами r и $r + dr$, и выделим на нем долю, равную

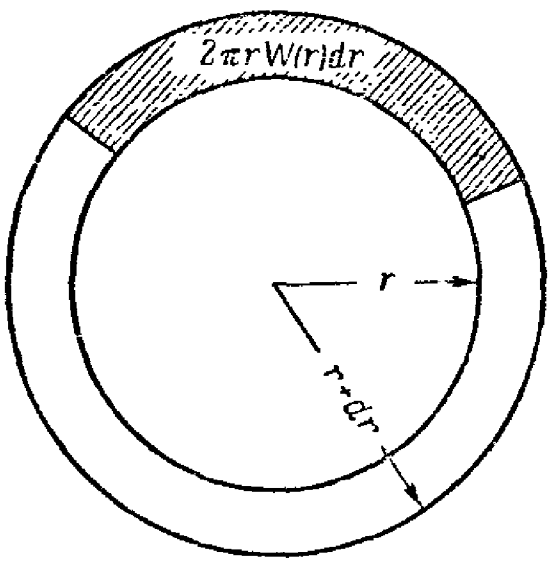

Рис. 29.

$$d\sigma = w(r)\, 2\pi r\, dr. \qquad (9.20)$$

Величину, которую мы получим, проинтегрировав $d\sigma$ по всем значениям r от 0 до ∞,

$$\sigma = 2\pi \int_0^\infty w(r)\, r\, dr, \tag{9.21}$$

назовем *эффективным поперечным сечением возбуждения* атома электроном данной скорости. То, что σ имеет размерность площади, видно из определяющей формулы. Что касается физического смысла σ, то, как легко видеть из определения, эффективное сечение представляет собой такое сечение, которым должен был бы обладать атом, чтобы при каждом попадании электрона возбуждение происходило со стопроцентной вероятностью.

Понятие эффективного поперечного сечения чрезвычайно широко используется в атомной и ядерной физике и в областях физики, исследующих макроскопические процессы, связанные с взаимодействием атомных частиц. Оно применяется для количественной характеристики всевозможных упругих и неупругих процессов взаимодействия.

Для измерения эффективных поперечных сечений пользуются разными единицами. В ядерной физике соответствующей единицей является *барн*: 10^{-28} *м*^{2} или 10^{-24} *см*^{2}. В физике атомных столкновений применяются *см*^{2}, реже *м*^{2} и единицы a_0^2 и πa_0^2 (где a_0 — радиус первой боровской орбиты):

$$a_0^2 = 0{,}2800 \cdot 10^{-16}\ см^2,$$

$$\pi a_0^2 = 0{,}8797 \cdot 10^{-16}\ см^2.$$

Иногда в научной литературе пользуются *приведенным эффективным сечением*, которое представляет собой сумму соответствующих эффективных сечений всех атомов или молекул, заключенных в 1 *см*^{3} при 0° С и 1 *мм* рт. ст. Так как при таких условиях число молекул в 1 *см*^{3} равно $3{,}54 \cdot 10^{16}$, то приведенное эффективное сечение мы получим, умножив на это число эффективное сечение, измеренное в *см*^{2}/(*см*^{3} · *мм* рт. ст.). Обозначают обычно единицу приведенного эффективного сечения *см*^{2}/*см*^{3} · *мм* рт. ст.

§ 9.4. Единицы энергии атомной физики

Электрон-вольт. Если электрон пробегает разность потенциалов, не претерпевая на пути никаких потерь энергии, то он приобретает кинетическую энергию

$$\frac{m_e v^2}{2} = eU \tag{9.22}$$

(полагая $v_0 = 0$).

При пробеге 1 *в* энергия будет равна

$$1\ эв = 1{,}60207 \cdot 10^{-19}\ к \cdot 1\ в = 1{,}60207 \cdot 10^{-19}\ дж = \\ = 1{,}60207 \cdot 10^{-12}\ эрг. \tag{9.23}$$

Очень часто удобно измерять этой энергией, как единицей, энергию не только электрона, но и других частиц или энергетических уровней в атомах и молекулах. Эта единица энергии называется *электрон-вольт* и обозначается *эв* (eV). Часто пользуются единицами энергии в 10^3, 10^6, 10^9 раз большими — *кэв, Мэв, Бэв.*

Скорость, которую приобретает электрон, пробежав разность потенциалов U вольт, также может быть определена из формулы (9.22)

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 5{,}932 \cdot 10^5 \sqrt{U}\ м/сек = 5{,}932 \cdot 10^7 \sqrt{U} см/сек. \tag{9.24}$$

Таким образом, скорость электрона однозначно определяется той разностью потенциалов, которую он пробегает. Поэтому часто говорят «электрон обладает скоростью U вольт», подразумевая под этим, что он обладает такой скоростью, которую приобрел бы, пробежав разность потенциалов в U вольт. Для перевода скорости электрона в вольтах в скорость, выраженную в *см/сек*, служит формула (9.24).

Связь между электрон-вольтом и градусом Кельвина. Если газ находится при температуре T, то средняя кинетическая энергия поступательного движения его молекул равна

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT. \tag{9.25}$$

Если бы с каждой молекулой был связан элементарный заряд, то свою энергию молекулы могли бы приобрести, пробежав разность потенциалов U, определяемую соотношением

$$\frac{3}{2}kT = eU. \qquad (9.26)$$

Если $U = 1$ *в*, то соответствующая температура

$$T_{(1в)} = \frac{2 \cdot 1\ эв}{3 \cdot k} = \frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 1{,}380 \cdot 10^{-23}} = 7733^\circ\ К. \qquad (9.27)$$

Во многие уравнения статистической физики, термодинамики, спектроскопии и другие входит экспоненциальный множитель

$$e^{W/kT},$$

где W — энергия перехода из одного состояния в другое. Измеряя эту энергию в электрон-вольтах, удобно представить в электрон-вольтах и знаменатель, который будет равен одному электрон-вольту, если

$$T \approx 11\,600^\circ\ К.$$

Связь между электрон-вольтом и калорией на моль. Если все молекулы, содержащиеся в одном моле, приобретают энергию в 1 *эв* каждая, то общая энергия всех молекул увеличится на

$$1\ эв \cdot N_A = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 6{,}023 \cdot 10^{23}\ дж = 23\,053\ кал. \qquad (9.28)$$

Связь между энергией, измеряемой в электрон-вольтах, и длиной световой волны. Каждая спектральная линия характеризуется определенной длиной волны или частотой, а следовательно, определенным квантом энергии

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda}. \qquad (9.29)$$

Поэтому можно установить связь между измеренной в ангстремах длиной волны данной спектральной линии и соответствующей ей энергией, измеренной в электрон-вольтах. Это тем более имеет смысл, что часто возбуждение атома на более высокий энергетический уровень, при переходе с которого в нормальное состояние он излучает квант энергии, производится электронным ударом.

Из соотношения

$$eU = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \tag{9.30}$$

можно легко получить

$$\lambda U = (12\,395 \pm 2)\ \text{Å}\,\text{в}. \tag{9.30а}$$

Связь между скоростью электрона, измеренной в электрон-вольтах, и длиной его дебройлевской волны. С электроном, летящим со скоростью v, связана длина волны

$$\lambda = \frac{h}{m_e v}. \tag{9.31}$$

Выражая скорость электрона в электрон-вольтах (см. (9.24)) и подставляя соответствующие значения для h и m, получим

$$\lambda = \frac{12{,}26}{\sqrt{U}}. \tag{9.31а}$$

Здесь U измеряется в вольтах, а λ — в ангстремах. Удобно пользоваться приближенным выражением

$$\lambda \approx \sqrt{150/U}, \tag{9.31б}$$

из которого видно, что электрон с энергией 150 *эв* имеет дебройлевскую волну длиной 1 Å.

Связь между массой и энергией. Согласно теории относительности масса и энергия связаны соотношением

$$W = mc^2. \tag{9.32}$$

Как известно, по измерению разницы между массой того или иного атомного ядра и суммой масс образующих его протонов и нейтронов можно вычислить энергию связи нуклонов в ядре. Ниже мы приводим наиболее употребительные приближенные соотношения между единицами массы и энергии.

Для макроскопических тел *)

$$1\ \textit{кг} \mathrel{\underline{\triangle}} 9 \cdot 10^{16}\ \textit{дж},$$

$$1\ \textit{г} \mathrel{\underline{\triangle}} 9 \cdot 10^{20}\ \textit{эрг}.$$

*) $\underline{\triangle}$ — знак соответствия.

Энергия, соответствующая одной атомной единице массы, равна

$$1e \triangleq 1{,}493 \cdot 10^{-10}\ \text{дж} = 931{,}7\ \text{Мэв}. \qquad (9.33)$$

Для элементарных частиц

$$1m_e \triangleq 8{,}18 \cdot 10^{-14}\ \text{дж} = 0{,}511\ \text{Мэв},$$

$$1m_p \triangleq 1{,}50 \cdot 10^{-10}\ \text{дж} = 938\ \text{Мэв}.$$

Единица энергии *ридберг*. Спектральные линии водородоподобных атомов располагаются в серии, удовлетворяющие формуле

$$\tilde{\nu} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \qquad (9.34)$$

где $\tilde{\nu}$ — волновое число данной линии, n_1 и n_2 — квантовые числа энергетических уровней, переход между которыми сопровождается излучением соответствующего кванта, R — так называемая постоянная Ридберга.

В случае ядра бесконечно большой массы

$$R_\infty = 109737{,}3\ \text{см}^{-1}.$$

Для легких атомов значения постоянной Ридберга несколько меньше. Так, например, для атома водорода

$$R_H = 109\,677\ \text{см}^{-1}. \qquad (9.34a)$$

Умножая обе части уравнения (9.34) на hc, мы получим значение энергии излучаемого кванта. Стоящее в правой части произведение

$$R_y = Rch, \qquad (9.35)$$

называемое *ридберг* и обозначаемое R_y, применяется в качестве меры энергии электронных уровней. Полагая $n_1 = 1$ и $n_2 = \infty$, можно определить ридберг как энергию, которую нужно было бы затратить для ионизации атома водорода, если бы его масса равнялась бесконечности. Подставляя значения R, c и h, найдем, что

$$1R_y = 13{,}60\ \text{эв}. \qquad (9.36)$$

Фактическая энергия ионизации атома водорода, рассчитанная по значению R_H, равна 13,57 *эв*.

§ 9.5. Единицы измерения ионизирующих излучений

При достаточно большой энергии атомные частицы (электроны, атомы, ионы, ядерные частицы) и фотоны, поглощаясь в газе, способны вызвать его ионизацию. Эта способность определяет экспериментальные способы регистрации подобных излучений и их количественные характеристики. Поэтому наряду с энергетическими единицами, определяющими мощность излучения, поток энергии и т. п., применяют и некоторые специфические единицы, в частности такие, которыми измеряется способность данного излучения произвести определенную ионизацию газа. Некоторые из этих единиц построены на базе единиц СИ, другие на базе единиц СГС.

Поток частиц или квантов — число частиц или квантов, проходящих сквозь данную поверхность в единицу времени. Обычно поток относят к одной секунде и соответственно определяют его числом соответствующих частиц (α, β и т. д.) или квантов в одну секунду. Поток частиц, приходящийся на единицу поверхности, расположенную перпендикулярно направлению потока, называется плотностью потока. В зависимости от того, в какой системе единиц производится измерение, поток относят к одному квадратному метру или одному квадратному сантиметру. Поток излучения или плотность потока излучения, измеренные не числом частиц, а переносимой энергией (ватты и эрги в секунду) или соответственно ватты на квадратный метр и эрги на квадратный сантиметр измеряют поток энергии излучения и плотность потока энергии излучения, или его интенсивность. Эти обе величины и их единицы полностью совпадают с общими энергетическими единицами излучений.

Раньше нам приходилось встречаться с объемной плотностью энергии и ее единицами. При исследовании ионизирующих излучений эта величина приобретает особое значение, характеризуя энергию, поглощенную в единице объема в результате перехода энергии излучения в другие виды. Общее количество поглощенной энергии измеряется общими энергетическими единицами (*дж*, *эрг*), а объемная плотность поглощенной энергии теми же единицами, что и объемная плотность энергии (*дж/м*^{3}, *эрг/см*^{3}). Однако при измерении произведенной излучением ионизации более существенной величиной является отношение поглощенной энергии не к объему, а к массе поглощающего вещества. Это легко понять, если рассмотреть поглощение в газе. Так как ионизация происходит при взаимодействии частиц или квантов излучения с атомами или молекулами газа, то, очевидно, при вдвое меньшем давлении потребуется вдвое больший объем газа, чтобы получить одинаковую ионизацию. Энергию, поглощенную единицей массы данного вещества, называют поглощенной дозой излучения D. Ее размерность

$$[D] = L^2T^{-2} \tag{9.37}$$

и единицы *дж/кг*, *эрг/г*:

$$1\ дж/кг = 10^4\ эрг/г.$$

Применяется также единица *рад*, равная 10^2 *дж/кг* = $= 10^2$ *эрг/г*. Поглощенная доза излучения, отнесенная ко времени поглощения, называется *мощностью поглощенной дозы излучения* p. Ее размерность

$$[p] = L^2T^{-3} \tag{9.38}$$

и единицы *вт/кг* и *эрг/(сек·кг)*.

Для характеристики излучения по произведенной им ионизации служит величина, называемая *экспозиционной дозой излучения*. В системе СИ соответствующей единицей является кулон на килограмм (*к/кг*) — доза, производящая в одном килограмме сухого воздуха число ионов, суммарный заряд которых составляет один кулон каждого знака. Единица системы СГС *рентген* (*р*) определяется как экспозиционная доза рентгеновских или гамма-лучей, при которой в результате полного ионизационного поглощения в одном кубическом сантиметре воздуха при нормальных условиях образуются ионы с общим зарядом 1 СГС единиц каждого знака. Этому соответствует $2{,}082 \cdot 10^9$ пар ионов в 1 *см*^{3} или $1{,}61 \cdot 10^{12}$ пар ионов в 1 *г* воздуха.

Так как масса кубического сантиметра воздуха при 0° С и 760 *мм* рт. ст. равна $1{,}293 \cdot 10^{-6}$ *кг*, то, учитывая соотношение между кулоном и СГС единицей заряда, найдем

$$1\ р = 2{,}58 \cdot 10^{-4}\ к/кг, \qquad 1\ к/кг = 3{,}88 \cdot 10^{3}\ р.$$

На практике обычно приходится пользоваться дóльными единицами *мкк/кг* (микрокулон на килограмм), *мр* (миллирентген) и более мелкими.

На основе единиц экспозиционной дозы излучения образуются единицы *мощности дозы* — кулон на килограмм в секунду и рентген в секунду.

Измерение дозы излучения по ее ионизирующей способности позволяет установить физический эквивалент единицы дозы. Учитывая среднюю энергию, затрачиваемую на ионизацию молекулы воздуха (около 33 *эв*), можно рассчитать, что 1 *р* эквивалентен 85 *эрг/г*. Эта величина называется *механическим* или *физическим эквивалентом рентгена* (обозначается *рэф* или *фэр*). При оценке излучения по его биологическому действию применяется биологический эквивалент рентгена, обозначаемый *рэб* или *бэр*.

Наряду с рентгеном для измерения общей энергии, поглощенной единицей массы вещества, применяется *рад*, равный 100 *эрг/г*.

К единицам ионизирующих излучений в некоторой степени примыкает специальная единица *эйнштейн* (E), применяемая иногда при исследовании фотохимических процессов. Эта единица определяется как $N_A h\nu$, где N_A — число Авогадро, а $h\nu$ — энергия кванта. Из этого определения видно, что единица эйнштейн не является общей единицей энергии, а имеет разное значение, зависящее от длины волны света.

§ 9.6. Единицы радиоактивности

Основным процессом, подлежащим регистрации и измерению при радиоактивных превращениях, является *распад*, сопровождающийся испусканием альфа- или бета-частиц, нейтронов и гамма-квантов. Поэтому единицей, характеризующей активность источника, является один *распад в секунду* (*расп/сек*). Единица активности, составляющая 10^6 *расп/сек*, называется *резерфорд* (*рд*).

Наряду с единицами распад в секунду и рентген применяется единица *кюри* (ее дольные производные), определяемая как $3{,}7 \cdot 10^{10}$ *расп*. Происхождение этой единицы следующее.

Если в закрытый сосуд поместить радий, то вначале количество радона (эманации радия), являющегося продуктом распада радия, будет возрастать, но так как сам радон также распадается (с периодом полураспада, равным 3,82 суток), то в конце концов установится равновесие между вновь возникающим радоном и распадающимся. При этом число ежесекундно совершающихся актов распада будет оставаться практически постоянным, если не учитывать изменение массы самого радия, которое происходит весьма медленно, с периодом полураспада около 1600 лет. Поэтому радиоактивность радия может быть сравнена с радиоактивностью радона, находящегося в равновесии с некоторым количеством радия. Единица радиоактивности *кюри* представляет собой радиоактивность радона, находящегося в равновесии с одним граммом радия. Количество радона, соответствующее радиоактивности 1 *кюри*, имеет массу $6{,}51 \cdot 10^{-6}$ *г* и содержит $1{,}78 \cdot 10^{16}$ атомов. Альфа-частицы, испускаемые радоном (не учитывая последующих продуктов его распада), способны создать в воздухе ионизационный ток насыщения 0,92 *ма*.

Для измерения концентрации радиоактивного препарата иногда применяется единица *эман* — концентрация в 10^{-10} *кюри* на литр жидкости или газа.

Ранее применялась единица концентрации *Махе*, равная 3,46 эмана и характеризуемая тем, что альфа-частицы, испускаемые радоном, находящимся в одном литре, способны создать в воздухе ионизационный ток насыщения 10^{-3} СГС единицы тока.

Испускаемые радиоактивным препаратом частицы образуют поток, измеряемый числом частиц в секунду. Число частиц, приходящихся на единицу поверхности (квадратный метр или квадратный сантиметр), представляет собой плотность потока частиц.

§ 9.7. Коэффициенты ионизации, рекомбинации, подвижности

Свойства электронов, ионов, атомов и других частиц характеризуются различными величинами, присущими данным частицам и описывающими отдельные акты взаимодействия этих частиц друг с другом, с квантами излучения и т. д. К числу таких величин относятся, в частности, рассмотренные выше эффективные поперечные сечения. Однако в ряде случаев для описания явлений, в которых участвует большое число частиц, удобно пользоваться средними макроскопическими величинами. С подобным положением, например, приходится встречаться в кинетической теории газов при описании явлений переноса (диффузия, вязкость, теплопроводность) — явлений, характеризуемых макроскопическими коэффициентами, значение которых может быть рассчитано с помощью молекулярной теории. В настоящем параграфе мы приведем несколько подобных величин и единиц их измерения применительно к движению заряженных частиц в газе.

Коэффициент объемной электронной ионизации. Двигаясь в электрическом поле, электрон приобретает способность ионизовать газ. Число ионизаций α_i, которые в среднем производит электрон на единице своего пути в направлении поля, называется коэффициентом объемной электронной ионизации или первым коэффициентом Таунсенда. Второе название обусловлено тем, что этот коэффициент был введен Таунсендом в его теории несамостоятельного разряда в газе. Измеряется α_i единицами, обратными единице длины ($м^{-1}$, $см^{-1}$).

Подобные коэффициенты с таким же измерением могут быть введены для характеристики ионизации другими частицами (например, ионами).

Коэффициент рекомбинации. Если в газе находятся заряженные частицы обоих знаков с концентрациями n_+ и n_-, то может иметь место процесс рекомбинации (воссоединения) этих частиц в нейтральные атомы или молекулы. Число таких актов рекомбинации, происходящих в единицу времени в единице объема, определяется уравнением

$$N = \alpha_r n_+ n_-, \tag{9.39}$$

где α_r — коэффициент рекомбинации. Размерность

$$[\alpha_r] = L^3 T^{-1} \tag{9.40}$$

определяет единицу измерения: *м³/сек* и *см³/сек*.

Коэффициент подвижности (подвижность). Скорость заряженной частицы, движущейся в некоторой среде в электрическом поле, благодаря многочисленным столкновениям устанавливается на некотором среднем уровне. При этом различают хаотическую ненаправленную скорость и направленную или дрейфовую скорость вдоль направления поля. Последняя определяет прохождение электрического тока. В общем случае направленная скорость u может сложным образом зависеть от напряженности поля. При определенных условиях между направленной скоростью и напряженностью поля E существует прямая пропорциональность

$$u = bE, \tag{9.41}$$

где b — коэффициент подвижности, или, как чаще говорят, подвижность данной заряженной частицы.

Как показал Эйнштейн, подвижность связана с коэффициентом диффузии D уравнением

$$\frac{D}{b} = \frac{kT}{e}, \tag{9.42}$$

где k — постоянная Больцмана, e — заряд электрона, T — абсолютная температура.

Уравнение (9.31), в частности, удовлетворяется при движении электронов в металле, обеспечивая тем самым применимость для металла закона Ома. Подвижность может быть определена как средняя направленная скорость, приобретаемая частицей при движении в поле, напряженность которого равна единице. Размерность подвижности в системе СИ

$$[b] = LMT^{-3}I^{-1} \tag{9.43}$$

и в системе СГС

$$[b] = L^{3/2}M^{-1/2}. \tag{9.43a}$$

На практике подвижность измеряют единицами *м²/в · сек* и *см²/в · сек*.

Подвижность как и коэффициент диффузии при прочих равных условиях обратно пропорциональна плотности газа или приведенному давлению. Поэтому часто пользуются понятием приведенной подвижности, определяемой соотношением

$$b_1 = \frac{b}{p}. \tag{9.44}$$

Обычно приведенную подвижность относят либо к 1 *мм* рт. ст., либо к нормальной атмосфере.

§ 9.8. Естественные системы единиц

В этой книге неоднократно указывалось, что между числом основных единиц и числом универсальных постоянных существует однозначная связь — чем больше основных единиц, тем больше постоянных в формулах физических законов и определений. Приравняв гравитационную постоянную единице с сохранением одновременно равенства единице инерционной постоянной, мы уменьшили число основных единиц в системах геометрических и механических единиц с трех до двух. Приравняв единице постоянную Больцмана, мы делаем производной единицу температуры. В системах электрических и магнитных единиц мы можем произвести дальнейшее сокращение основных единиц, если приравняем единице электрическую и магнитную постоянные в системе, построенной по принципу системы СИ, или скорость света в системе, построенной по принципу системы СГС. Мы остаемся, таким образом, с двумя единицами, из которых одна единица — силы света — отражает физическую специфику восприятия света, а в качестве второй может быть по нашему выбору принята либо единица длины либо единица времени.

Спрашивается, в какой степени мы использовали все возможности сокращения универсальных постоянных. Хотя общее число таких постоянных сравнительно велико, однако, как можно показать, проанализировав происхождение соответствующих уравнений, в результате произведенного сокращения числа единиц почти все постоянные станут либо равными единице, либо какому-либо безразмерному постоянному числу, получившемуся в итоге какой-либо математической операции.

Оказывается все же, что даже после сокращения числа основных единиц всех величин до одной (оставляя в стороне единицу силы света как не связанную непосредственно с общефизическими величинами) у нас остаются еще «неиспользованные» постоянные. Таковыми являются постоянная Планка h и заряд электрона e. Легко убедиться в том, что в системе с одной основной единицей длины размерность этих констант будет

$$[h] = L^2, \tag{9.45}$$

$$[e] = L. \tag{9.46}$$

Мы имеем возможность распорядиться еще одной константой, например h, и выбрать единицу длины так, чтобы постоянная Планка была равна единице. В этом случае мы получим систему вообще безразмерную, т. е. такую, в которой мы полностью лишены свободы в выборе размера каких бы то ни было единиц.

Вместо приравнивания единице постоянной Планка можно приравнять единице заряд электрона; тогда однозначно определится постоянная Планка. Можно, наконец, приравнять единице и постоянную Планка, и заряд электрона, но тогда «вылезет» другая постоянная — скорость света, которая в этом случае окажется отличной от единицы.

Системы, в которых максимально возможное число универсальных постоянных приравнено единице, получили название «естественных систем». Названная выше система, в которой $h = 1$, была предложена Планком. В этой системе единицей длины оказывается $4{,}02 \cdot 10^{-33}$ *см*, массы — $5{,}43 \cdot 10^{-5}$ *г* и времени — $1{,}34 \cdot 10^{-43}$ *сек*. Кроме системы Планка, были предложены и другие «естественные системы», приравнивающие единице другие универсальные постоянные. Так, например, в системе Хартри приравнены единице заряд и масса электрона, радиус первой боровской орбиты и постоянная Планка, деленная на 2π (т. е. постоянная $\hbar$). В этой системе единица времени составляет $2{,}419 \cdot 10^{-17}$ *сек*, единица энергии — $4{,}359 \cdot 10^{-11}$ *эрг* и т. д.

Невозможность приравнивания единице всех универсальных постоянных обусловлена тем, что между некоторыми из этих постоянных существуют определенные связи. Так, например, заряд электрона, постоянная Планка и скорость света образуют безразмерную комбинацию — так называемую постоянную тонкой структуры

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}. \tag{9.47}$$

Из значения α вытекает, что в системе Планка заряд электрона будет равен $1/\sqrt{2\pi \cdot 137}$. Точно так же будут заданными и значения постоянных в законах Стефана — Больцмана, Вина и др. *).

Несмотря на то, что в естественных системах все единицы оказываются весьма далекими от размеров величин, с которыми приходится иметь дело на практике, эти системы с большим успехом применяются в теоретической физике, так как чрезвычайно упрощают запись основных уравнений, освобождая их от лишних коэффициентов.

Заметим в заключение, что естественные системы единиц можно рассматривать как такие системы, в которых в качестве основных единиц приняты приравненные единице постоянные, что позволяет построить систему размерностей, в формулах которой будут фигурировать условные символы размерностей этих постоянных.

---

*) См. Приложение 4.

Приложение 1

Логарифмические единицы

В гл. 6 рассмотрены логарифмические единицы, характеризующие интенсивность звука — белы, их десятая часть — децибелы и неперы. По логарифмической шкале была построена и частотная характеристика высоты звука. Применение логарифмической шкалы, однако, отнюдь не ограничивается акустикой. В ряде случаев диапазон изменения той или иной физической величины столь широк, что представление его линейным масштабом оказывается практически невозможным. Так, например, в современной вакуумной технике в процессе откачки прибора давление газа меняется от атмосферного до 10^{-9}—10^{-11} *атм*, а в некоторых лабораторных исследованиях до 10^{-13}—10^{-15} *атм*. Временной ход этого процесса безнадежно пытаться изобразить при линейном масштабе давлений. Подобное положение мы имеем в астрономии и во многих других случаях. Применение логарифмического масштаба позволяет изобразить процессы и закономерности при практически неограниченном диапазоне изменения интересующей нас величины, причем как малые, так и большие ее значения будут представлены достаточно наглядно.

Смысл применения логарифмической шкалы, однако, значительно шире. Нередко само существо явления подсказывает нам целесообразность его описания с помощью логарифмических единиц. Мы уже говорили о логарифмическом характере психофизиологического восприятия громкости и высоты звука. В такой же степени это относится и к восприятию других внешних раздражений, удовлетворительно укладывающихся в закон Вебера — Фехнера, согласно которому ощущение пропорционально логарифму раздражения.

При этом для каждого раздражения существует минимальное отношение двух значений характеризующей его величины, которое может быть зарегистрировано соответствующим органом чувств. Так, например, две яркости могут быть различены человеческим глазом, если их отношение равно приблизительно 2,5. Это отношение определило логарифмический масштаб измерения «яркости» звезд — так называемую «звездную величину». Мы поставили слово «яркость» в кавычки, потому что в данном случае в действительности из-за крайней удаленности звезд речь идет об освещенности, создаваемой данной звездой на границе атмосферы. Человеческий глаз воспринимает поэтому звезды как светящиеся точки разной яркости. Фотоэлектрическая регистрация позволяет вводить дробные значения звездных величин. При этом наиболее яркие звезды и, разумеется, Луна и Солнце характеризуются отрицательными значениями звездной величины (—12,54 и —26,59 звездной величины).

Другой областью применения логарифмического масштаба являются процессы, при которых изменение величины пропорционально самой величине. К числу таких процессов относятся поглощение света однородной средой, апериодический разряд конденсатора на сопротивление, затухание сигнала вдоль трансляционной линии, цепная химическая или ядерная реакция. В первых примерах соответствующая величина убывает с расстоянием или временем, в последнем — возрастает. В общем виде закон изменения соответствующей величины может быть представлен как

$$A = A_0 a^{kz}. \tag{П. 1}$$

Здесь A_0 — начальное значение даной величины; A — ее значение при значении аргумента (расстояния, времени и т. п.), равном z, k — коэффициент, характеризующий «темп» данного процесса (коэффициент поглощения, затухания, усиления и т. п.), a — основание логарифмов, которое принято для описания данного процесса. Коэффициент k может быть как отрицательным (поглощение, затухание), так и положительным (усиление, развитие). Очень часто в качестве значения a принимают основание натуральных логарифмов e, однако, разумеется, может быть принято любое другое число, например 10 или 2 при соответствующем выборе коэффициента k.

Для характеристики высоты звука, как уже указывалось в главе 6, применяется логарифмическая шкала с основанием 2. Такая же шкала применяется при описании радиоактивного распада в случае использования в качестве меры времени периода полураспада. Уровень интенсивности звука (звуковой мощности) измеряется либо в белах (основание логарифмов 10), либо в децибелах (основание логарифмов $\sqrt[10]{10}=1{,}259$ ...), либо в неперах (основание логарифмов — число $e=2{,}718$ ...).

Распространение применения логарифмических единиц не прошло вполне гладко и сопровождалось некоторой путаницей. В то время как в акустике как белы и децибелы, так и неперы служили для измерения разности уровней мощности, в электротехнике и радиотехнике при описании затухания вдоль электрической линии децибелами измерялось изменение уровня мощности, а неперами — изменение уровня напряженности поля. Так как мощность пропорциональна квадрату амплитуды напряженности поля, то для отношения двух мощностей можно написать

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{E_1^2}{E_2^2} \tag{П. 2}$$

или, логарифмируя

$$\log \frac{P_1}{P_2} = 2 \log \frac{E_1}{E_2} = 2 \cdot 0{,}4343 \ln \frac{E_1}{E_2}. \tag{П. 3}$$

Поэтому, если в акустике 1 *бел* равнялся 2,303 *нп* (см. (6.16)) или 1 *дб*=0,2303 *нп*, то в электротехнике 1 *дб*=0,1151 *нп* или 1 *нп*= =8,686 *дб*.

Двойственность логарифмических единиц распространилась частично и на самые децибелы, которыми стали измерять как изменение мощности, так и изменение напряженности поля, напряжения и т. п. Эта путаница побудила ввести общую логарифмическую единицу, при применении которой каждый раз следует указывать, к какой именно величине она относится. Был высказан ряд предложений о характере и названии этой единицы. Наибольшее признание получила единица, которую назвали *децилог*, численно совпадающая с децибелом, но применяющаяся с соответствующим указанием к любым величинам. Применение децилогов позволяет заменить операции умножения и деления сложением и вычитанием. При этом даже окончательный результат можно выражать непосредственно в децилогах. Что касается децибела, то его решено сохранить только для измерения уровней мощности. При таком определении децилога можно, например, сказать, что один децилог силы тока равен одному децилогу напряжения минус один децилог сопротивления. Согласно сказанному децилог можно определить либо как 10 десятичных логарифмов данной величины, либо как логарифм этой величины при основании $\sqrt[10]{10}$. При записи величины, измеренной в децилогах, обязательно следует указывать индексом, о какой единице идет речь. Так, например, мощность, измеренная в киловаттах и записанная децилогами, должна обозначаться

$$\mathrm{dlg}_{квт}.$$

Проиллюстрируем сказанное примером. Определим мощность тока при напряжении 2 *кв* и токе 10 *а*:

$$x = \mathrm{dlg}_{квт} = 3{,}01\ \mathrm{dlg}_{кв} + 10\ \mathrm{dlg}_{a} = 13{,}01\ \mathrm{dlg}_{квт}.$$

Несколько особняком стоит специальная двоичная логарифмическая единица *бит*, применяемая в теории информации. Если данная информация определяется из возможного числа n равновероятных событий, то мера этой информации дается выражением

$$N = \log_2 n. \qquad (\text{П. }4)$$

В качестве примера рассмотрим следующую задачу. Пусть имеется колода, содержащая 32 карты. Сколько требуется вопросов, на которые может быть дан ответ «да» или «нет», чтобы узнать задуманную карту. Каждый ответ, очевидно, уменьшает неопределенность в два раза. Предположим, что задумана «дама пик». Схема вопросов и ответов может быть, например, следующая:

Вопрос	Ответ
1. Черная масть?	Да
2. Трефовая масть?	Нет
3. Числовая карта? (десятка, девятка и т. д.)	Нет
4. Мужская карта? (король, валет)	Нет
5. Дама пик?	Да

Легко видеть, что во всех случаях достаточно задать пять вопросов, чтобы получить правильный ответ. Это можно выразить утверждением, что знание определенной карты из общего числа 32 содержит информацию 5 *бит*. Знание клетки шахматной доски, на которой находится данная фигура, содержит, очевидно,

$$N = \log_2 64 = 6 \text{ бит и т. п.}$$

Приложение 2

Измерение плотности жидкости ареометром

Для измерения плотности жидкости применяются ареометры. Схематический чертеж прибора показан на рис. 30. В нижней части находится груз *1*, удерживающий ареометр в испытуемой жидкости в вертикальном положении На тонкой трубке *2* наносятся деления, соответствующие измеряемой плотности, поскольку глубина погружения зависит от плотности жидкости. В настоящее время эти деления прямо показывают плотность (обычно в граммах на кубический сантиметр). Однако ранее применялись условные шкалы и плотность определялась в градусах соответствующей шкалы. При этом деления на трубке наносились на равных расстояниях друг от друга. Если в жидкости, плотность которой равна ρ_0, ареометр погружен до отметки, условно принимаемой за нулевую, и объем погруженной части равен V, а при погружении в жидкость с плотностью ρ уровень изменяется на n делений и объем узкой трубки между двумя делениями равен v, то

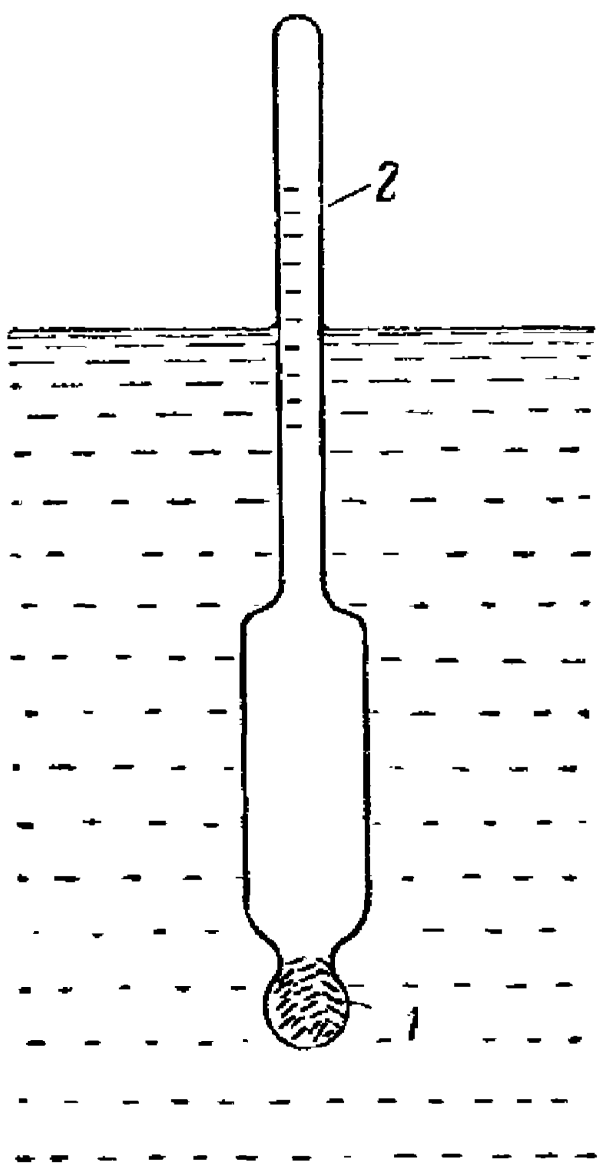

Рис. 30.

$$\rho = \rho_0 \frac{V}{V \pm nv}, \tag{П.5}$$

где знак плюс соответствует более легкой, а минус — более тяжелой жидкости. В разных ареометрах регламентировалось определенное отношение

$$N = \frac{V}{v}.$$

Тогда для перевода плотности в градусах (деления шкалы) в относительную плотность будет служить формула

$$\rho = \frac{N}{N \pm n}, \tag{П.6}$$

в которой плотность ρ_0 принята за единицу.

Наибольшее распространение имел в свое время ареометр Боме, в котором $N=144{,}3$, а за единицу плотности принималась плотность воды при 15° С. Обозначалась плотность в градусах Боме °Be'.

Приложение 3

Водородный показатель

Активность растворов электролитов зависит от концентрации ионов в растворе. Однако эта зависимость не вполне однозначна из-за взаимодействия между ионами. Поэтому характеристикой активности концентрация может служить лишь в сильно разбавленных растворах. При больших значениях концентрации вводится понятие эквивалентной концентрации, представляющей собой произведение истинной концентрации на коэффициент активности, меньший единицы. Поскольку как истинная, так и эквивалентная концентрации ионов могут изменяться в весьма широких пределах, пользуются логарифмической шкалой. Измеряемый по этой шкале водородный показатель (обозначается pH, равен взятому с обратным знаком логарифму активности или эквивалентной концентрации ионов водорода, измеренной в грамм-эквивалентах на литр). Так как концентрация ионов водорода в воде (и химически нейтральных средах) равна 10^{-7}, то для воды pH=7. В кислых средах концентрация ионов водорода выше и соответственно pH <7, а в щелочных — наоборот — pH >7.

Приложение 4

Константы

В настоящем приложении приводятся значения наиболее важных универсальных постоянных («мировые константы»). Те из них, смысл которых достаточно очевиден, даются без пояснений. В других случаях приводится либо ссылка на соответствующие формулы основного текста книги, либо объясняется происхождение и физический смысл константы. Кроме того, поскольку некоторые константы взаимно связаны, даются и формулы, в которых одни константы выражены через другие.

Численные значения констант даны с таким числом знаков, чтобы при возможном их уточнении изменение произошло не более чем на единицу в предпоследней значащей цифре. Все значения даны в системах СИ и СГС и в отдельных случаях в некоторых внесистемных единицах.

Скорость света

$$c=2{,}997925\cdot 10^{8}\ м/сек=2{,}997925\cdot 10^{10}\ см/сек.$$

В связи с тем, что в ряд выражений, в частности в некоторые уравнения электромагнетизма в системе СГС, скорость света входит в степенях 2, —1 и —2, приводим соответствующие значения с точностью до единицы в последнем знаке:

$$c^2 = 8{,}98726 \cdot 10^{16}\ м^2/сек^2 = 8{,}98726 \cdot 10^{20}\ м^2/сек^2,$$

$$\frac{1}{c} = 3{,}33572 \cdot 10^{-9}\ сек/м = 3{,}33572 \cdot 10^{-11}\ сек/см,$$

$$\frac{1}{c^2} = 1{,}11270 \cdot 10^{-17}\ сек^2/м^2 = 1{,}11270 \cdot 10^{-21}\ сек^2/см^2.$$

Число Авогадро — число молекул в киломоле или моле

$$N_A = 6{,}0225 \cdot 10^{26}\ кмоль^{-1} = 6{,}0225 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}.$$

Гравитационная постоянная

$$G = 6{,}670 \cdot 10^{-11}\ н \cdot м^2/кг^2 = 6{,}670 \cdot 10^{-8}\ дин \cdot см^2/г^2.$$

Заряд электрона

$$e = 1{,}60210 \cdot 10^{-19}\ к = 4{,}8030 \cdot 10^{-10}\ \text{СГС}.$$

Масса электрона

$$m_e = 9{,}1091 \cdot 10^{-31}\ кг = 9{,}1091 \cdot 10^{-28}\ г.$$

Масса протона

$$m_p = 1{,}67252 \cdot 10^{-27}\ кг = 1{,}67252 \cdot 10^{-21}\ г.$$

Масса нейтрона

$$m_n = 1{,}67482 \cdot 10^{-27}\ кг = 1{,}67482 \cdot 10^{-24}\ г.$$

Число Фарадея — количество электричества, при протекании которого через электролит на каждом электроде выделяется один грамм-эквивалент вещества

$$F = eN_A = 9{,}6487 \cdot 10^4\ к = 2{,}8926 \cdot 10^{14}\ \text{СГС}.$$

Постоянная Планка

$$h = 6{,}6748 \cdot 10^{-34}\ дж \cdot сек = 6{,}6748 \cdot 10^{-27}\ эрг \cdot сек,$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}0545 \cdot 10^{-34}\ дж \cdot сек = 1{,}0545 \cdot 10^{-27}\ эрг \cdot сек.$$

Постоянную $\hbar$ иногда называют *постоянной Дирака.*

Постоянная тонкой структуры. Исследование спектральных линий водорода с помощью приборов высокой разрешающей способности показало, что эти линии обладают тонкой структурой, т. е. состоят из нескольких линий, весьма близко расположенных друг к другу.

Тонкая структура линий объясняется при учете теории относительности и собственного магнитного момента электрона. Добавочная энергия, создающая расщепление линий, определяется выражением, в которое входит безразмерный множитель α, называемый постоянной тонкой структуры и численно равный

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = 7{,}2970 \cdot 10^{-3}.$$

Обратная величина

$$\frac{1}{\alpha} = 137{,}039.$$

Отношение заряда электрона к его массе

$$\frac{e}{m} = 1{,}75880 \cdot 10^{11}\ \textit{к/кг} = 5{,}27274 \cdot 10^{17}\ \text{СГС}/\textit{г}.$$

Комптоновская длина волны. При рассеянии рентгеновских лучей на свободных электронах происходит изменение длины волны, обусловленное обменом энергией и импульсом между фотоном и электроном (эффект Комптона). Это изменение определяется формулой

$$\Delta\lambda = \lambda_0 (1 - \cos\theta), \qquad (\text{П. } 7)$$

где θ — угол отклонения фотона от первоначального направления, λ_0 — комптоновская длина волны:

$$\lambda_0 = \frac{h}{mc} = 2{,}42621 \cdot 10^{-12}\ \textit{м} = 2{,}42621 \cdot 10^{-10}\ \textit{см}.$$

Иногда в уравнения вводят величину, в 2π раз меньшую:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{2\pi} = 3{,}86144 \cdot 10^{-13}\ \textit{м} = 3{,}86144 \cdot 10^{-11}\ \textit{см}.$$

Постоянная Ридберга. Формула (9.34) определяет волновые числа спектральных линий водородоподобных атомов. Входящая в эту формулу постоянная Ридберга R несколько различна для разных атомов вследствие различия масс ядер. Для ядра бесконечной массы

$$R_\infty = \frac{m_e e^4}{4\pi\hbar^3 c} = 1{,}0973731 \cdot 10^7\ \textit{м}^{-1} = 1{,}0973731 \cdot 10^5\ \textit{см}^{-1}.$$

Радиус Бора — радиус основной орбиты электрона в атоме водорода по «классической» теории Бора

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 5{,}29187 \cdot 10^{-11}\ \textit{м} = 5{,}29187 \cdot 10^{-9}\ \textit{см} = 0{,}529187\ \text{Å}.$$

Магнетон Бора. Определение магнетона Бора было дано в § 9.2 (9.6). Более точное его значение с обычно принятой записью единиц:

$$\mu_B = 9{,}2732 \cdot 10^{-24}\ \textit{дж} \cdot \textit{тл}^{-1} = 9{,}2732 \cdot 10^{-21}\ \textit{эрг} \cdot \textit{гс}^{-1}.$$

Нормальный объем газа — объем киломоля или моля газа при нормальных условиях (0° С и 1 *атм*)

$$V_0 = 22{,}414\ \textit{м}^3/\textit{кмоль}\ (\textit{л}/\textit{моль}) = 2{,}2414 \cdot 10^3\ \textit{см}^3/\textit{моль}.$$

Универсальная газовая постоянная. Согласно уравнению Клапейрона — Менделеева (5.2) универсальная газовая постоянная может быть определена выражением

$$R = \frac{pV_0}{T}. \tag{П.8}$$

Подставляя соответствующие нормальным условиям значения p и T, получим значение R, которое выразим в разных единицах:

$$R = 8{,}3143 \cdot 10^3\ \textit{дж}/(\textit{кмоль} \cdot \textit{град}) = 9{,}3143 \cdot 10^7\ \textit{эрг}/(\textit{моль} \cdot \textit{град}) =$$

$$= 1{,}9858\ \textit{кал}/(\textit{моль} \cdot \textit{град}) = 8{,}2053 \cdot 10^{-2}\ \textit{л} \cdot \textit{атм}/(\textit{моль} \cdot \textit{град}).$$

Постоянная Больцмана может быть определена как отношение универсальной газовой постоянной к числу Авогадро

$$k = \frac{R}{N_A} = 1{,}3805 \cdot 10^{-23}\ \textit{дж}/\textit{град} = 1{,}3805 \cdot 10^{-16}\ \textit{эрг}/\textit{град}.$$

Постоянная в законе Стефана — Больцмана (формулы (5.4) и (8.11))

$$\sigma = 5{,}669 \cdot 10^{-8}\ \textit{вт}/(\textit{м}^2 \cdot \textit{град}^4) = 5{,}669 \cdot 10^{-5}\ \textit{эрг}/(\textit{см}^2 \cdot \textit{град}^4).$$

Постоянная в законе смещения Вина (формула (5.5))

$$b = 2{,}8978 \cdot 10^{-3}\ \textit{м} \cdot \textit{град} = 0{,}28978\ \textit{см} \cdot \textit{град}.$$

Закон излучения Планка позволяет выразить постоянные σ и b через постоянные h, k и c:

$$\sigma = 1{,}0823 \frac{12\pi k^4}{c^2 h^3}, \tag{П.9}$$

$$b = \frac{ch}{4{,}9651 k} \tag{П.10}$$

(коэффициенты 1,0823 и 4,9651 получаются в результате соответствующих математических операций).

Приложение 5

Таблицы

В табл. 1 дана сводка единиц геометрических и механических величин. В табл. 24 — подобная же сводка электрических и магнитных единиц. Приведены единицы и размерности в четырех системах. Табл. 25 представляет собой запись уравнений электромагнетизма также в четырех системах. Табл. 2—23 и 26—45 дают соотношения между единицами различных величин в разных системах и частично между внесистемными единицами. Переводные множители даны, как правило, с точностью до третьей значащей цифры. До четвертой цифры приводятся множители лишь для единиц времени. Табл. 46—53 являются вспомогательными и включают некоторые английские и американские единицы, единицы, не утвержденные стандартами, шкалы твердости и скорости ветра, обозначения единиц и десятичных приставок и т. п. Табл. 54—59 являются чисто иллюстративными и имеют целью показать, какого порядка числа получаются при измерении некоторых свойств материалов единицами различных систем или наиболее распространенными внесистемными единицами.

ПЕРЕЧЕНЬ ТАБЛИЦ

1. Сводная таблица геометрических и механических величин
2. Связь между единицами длины
3. Связь между единицами площади
4. Связь между единицами объема
5. Связь между единицами телесного угла
6. Связь между единицами угла
7. Связь между единицами времени
8. Связь между единицами скорости
9. Связь между единицами ускорения
10. Связь между единицами угловой скорости
11. Связь между единицами массы
12. Связь между единицами силы
13. Связь между единицами давления
14. Связь между единицами работы и энергии
15. Связь между единицами мощности
16. Связь между единицами момента инерции
17. Связь между единицами модулей упругости и сдвига
18. Связь между приведенным давлением и концентрацией
19. Связь между единицами удельной теплоемкости
20. Связь между единицами коэффициента теплопроводности
21. Связь между единицами коэффициента теплопередачи
22. Связь между единицами интервала частот
23. Музыкальные интервалы
24. Сводная таблица электрических и магнитных единиц
25. Уравнения электромагнетизма, записанные в разных системах единиц
26. Связь между единицами заряда

27. Связь между единицами напряженности поля
28. Связь между единицами поверхностной плотности заряда
29. Связь между единицами объемной плотности заряда
30. Связь между единицами смещения
31. Связь между единицами потока смещения
32. Связь между единицами потенциала
33. Связь между единицами емкости
34. Связь между единицами силы тока
35. Связь между единицами сопротивления
36. Связь между единицами удельного сопротивления
37. Связь между единицами магнитной индукции
38. Связь между единицами магнитного потока
39. Связь между единицами напряженности магнитного поля
40. Связь между единицами магнитодвижущей силы
41. Связь между единицами индуктивности и взаимной индуктивности
42. Связь между единицами яркости
43. Значения относительной и абсолютной видности при различных длинах волн
44. Связь между электрон-вольтом и другими единицами
45. Связь между единицами эффективных поперечных сечений
46. Шкала Бофорта
47. Шкалы твердости
48. Некоторые наиболее часто встречающиеся английские и американские единицы
49. Некоторые единицы и названия единиц, имеющие ограниченное применение и не вошедшие в ГОСТ
50. Температурные точки
51. Русские и международные обозначения единиц
52. Десятичные приставки
53. Обозначения физических величин
54. Модуль упругости (модуль Юнга) некоторых материалов
55. Вязкость некоторых жидкостей при 20° С
56. Теплоемкости некоторых веществ
57. Коэффициент теплопроводности некоторых материалов
58. Удельное акустическое сопротивление некоторых сред
59. Удельное сопротивление некоторых проводников

Таблица 1

Сводная таблица геометрических и механических единиц

Величина	Формула определения	Формула размерности		Единицы		
		СИ и СГС	МКГСС	СИ	СГС	МКГСС
Длина	l	L	L	*м*	*см*	*м*
Масса	$m=\frac{f}{a}$ [1]	M	$L^{-1}FT^2$	*кг*	*г*	*и* (т. е. м.)
Время	t	T	T	*сек*	*сек*	*сек*
Площадь	$S=l^2$	L^2	L^2	*м*^{2}	*см*^{2}	*м*^{2}
Объем	$V=l^3$	L^3	L^3	*м*^{3}	*см*^{3}	*м*^{3}
Угол	$\varphi=l/r$	1	1	*рад*	*рад*	*рад*
Телесный угол	$\tau=S/r^2$	1	1	*стер*	*стер*	*стер*
Кривизна	$\rho=1/r$	L^{-1}	L^{-1}	*м*$^{-1}$	*см*$^{-1}$	*м*$^{-1}$
Гауссова кривизна	$K=1/r^2$	L^{-2}	L^{-2}	*м*$^{-2}$	*см*$^{-2}$	*м*$^{-2}$
Статический момент плоской фигуры	$S_z=\int\limits_s r\,ds$	L^3	L^3	*м*^{3}	*см*^{3}	*м*^{3}
Осевой и полярный моменты плоской фигуры	$I_z=\int\limits_s r^2\,ds$	L^4	L^4	*м*^{4}	*см*^{4}	*м*^{4}
Скорость	$v=\frac{l}{t}$	LT^{-1}	LT^{-1}	*м/сек*	*см/сек*	*м/сек*

Таблица 1 (*продолжение*)

Величина	Формула определения	Формула размерности СИ и СГС	Формула размерности МКГСС	Единицы СИ	Единицы СГС	Единицы МКГСС
Ускорение	$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$	LT^{-2}	LT^{-2}	*м/сек*^{2}	*см/сек*^{2}	*м/сек*^{2}
Угловая скорость	$\omega = \varphi/t$	T^{-1}	T^{-1}	*сек*$^{-1}$	*сек*$^{-1}$	*сек*$^{-1}$
Угловое ускорение	$\varepsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$	T^{-2}	T^{-2}	*сек*$^{-2}$	*сек*$^{-2}$	*сек*$^{-2}$
Период	$T = 2\pi/\omega$	T	T	*сек*	*сек*	*сек*
Частота	$\nu = 1/T$	T^{-1}	T^{-1}	*гц*	*гц*	*гц*
Градиент скорости	$\mathrm{grad}\, v = dv/dl$	T^{-1}	T^{-1}	*сек*$^{-1}$	*сек*$^{-1}$	*сек*$^{-1}$
Объемный расход	$Q_v = dV/dt$	L^3T^{-1}	L^3T^{-1}	*м*^{3}*/сек*	*см*^{3}*/сек*	*м*^{3}*/сек*
Плотность объемного расхода	$q_V = Q_v/s$	LT^{-1}	LT^{-1}	*м/сек*	*см/сек*	*м/сек*
Массовая скорость потока	$Q_m = \frac{dm}{dt}$	MT^{-1}	$L^{-1}FT$	*кг/сек*	*г/сек*	*и/сек* (т. е. м./*сек*)
Сила	$f = ma$ [2]	LMT^{-2}	F	*н*	*дин*	*кгс*
Момент силы	$M = fl$	L^2MT^{-2}	LF	*н·м*	*дин·см*	*кгс·м*
Импульс силы	ft	LMT^{-1}	FT	*н·сек*	*дин·сек*	*кгс·сек*
Количество движения	mv	LMT^{-1}	FT	*кг·м/сек*	*г·см/сек*	*и·м/сек* (т. е. м.·*м/сек*)
Работа и энергия	$A = fl\cos(\widehat{f, l})$	L^2MT^{-2}	LF	*дж*	*эрг*	*кгс·м*
Объемная плотность энергии	$w = W/V$	$L^{-1}MT^{-2}$	$L^{-2}F$	*дж/м*^{3}	*эрг/см*^{3}	*кгс/м*^{2}
Мощность	$P = A/t$	L^2MT^{-3}	LFT^{-1}	*вт*	*эрг/сек*	*кгс·м/сек*
Импульс момента силы	Mt	L^2MT^{-1}	LFT	*н·сек*	*дин·сек*	*кгс·сек*
Момент количества движения	$L = mvr = J\omega$	L^2MT^{-1}	LFT	*кг·м/сек*	*г·см/сек*	*и·м/сек* (т. е. м.·*м/сек*)
Давление	$p = f/s$	$L^{-1}MT^{-2}$	$L^{-2}F$	*н/м*^{2}	*дин/см*^{2}	*кгс/м*^{2}
Градиент давления	$\mathrm{grad}\, p = dp/dl$	$L^{-2}MT^{-2}$	$L^{-3}F$	*н/м*^{3}	*дин/см*^{3}	*кгс/м*^{3}
Момент инерции тела	$J = \int_V r^2\, dm$	L^2M	LFT^2	*кг·м*^{2}	*г·см*^{2}	*и·м*^{2} (*кгс·м·сек*^{2})
Плотность	$\rho = m/V$	$L^{-3}M$	$L^{-4}FT^2$	*кг/м*^{3}	*г/см*^{3}	*и/м*^{3} (*кгс·сек*^{2}*/м*^{4})
Модуль упругости и сдвига	$E = fl/s\Delta l$	$L^{-1}MT^{-2}$	$L^{-2}F$	*н/м*^{2}	*дин/см*^{2}	*кгс/м*^{2}
Коэффициент всестороннего сжатия	$K = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dp}$	$LM^{-1}T^2$	L^2F^{-1}	*м*^{2}*/н*	*см*^{2}*/дин*	*м*^{2}*/кгс*
Вязкость	$\mu = -\frac{f}{s\, dv/dl}$	$L^{-1}MT^{-1}$	$L^{-2}FT$	*н·сек/м*^{2}	*пз*	*кгс·сек/м*^{2}
Коэффициент поверхностного натяжения	$\sigma = f/l$	MT^{-2}	$L^{-1}F$	*н/м* (*дж/м*^{2})	*дин/см* (*эрг/см*^{2})	*кгс/м*
Коэффициент диффузии	$D = -\frac{\Delta m}{\Delta ts\, d\rho/dl}$	L^2T^{-1}	L^2T^{-1}	*м*^{2}*/сек*	*см*^{2}*/сек*	*м*^{2}*/сек*

[1] Формула определения в системе МКГСС.
[2] Формула определения в системах СИ и СГС.

Таблица 2

Связь между единицами длины

Единица длины	$км$	$м$	$см$	$мм$	$мкм$ ($мк$)[1]	$нм$	Å	X	дюймов	футов	миль (морских)
1 $км$ =	1	10^3	10^5	10^6	10^9	10^{12}	10^{13}	10^{16}	$3{,}94\cdot10^4$	$3{,}28\cdot10^3$	0,540
1 $м$ =	10^{-3}	1	10^2	10^3	10^6	10^9	10^{10}	10^{13}	39,4	3,28	$5{,}40\cdot10^{-4}$
1 $см$ =	10^{-5}	10^{-2}	1	10	10^4	10^7	10^3	10^{11}	0,394	$3{,}28\cdot10^{-2}$	$5{,}40\cdot10^{-6}$
1 $мм$ =	10^{-6}	10^{-3}	10^{-1}	1	10^3	10^6	10^7	10^{10}	$3{,}94\cdot10^{-2}$	$3{,}28\cdot10^{-3}$	$5{,}4\cdot10^{-7}$
1 $мкм$ = ($мк$)	10^{-9}	10^{-6}	10^{-4}	10^{-3}	1	10^3	10^4	10^7	$3{,}94\cdot10^{-5}$	$3{,}28\cdot10^{-6}$	$5{,}4\cdot10^{-10}$
1 $нм$ =	10^{-12}	10^{-9}	10^{-7}	10^{-6}	10^{-3}	1	10	10^4	$3{,}94\cdot10^{-8}$	$3{,}28\cdot10^{-9}$	$5{,}4\cdot10^{-13}$
1 Å =	10^{-13}	10^{-10}	10^{-8}	10^{-7}	10^{-4}	0,1	1	10^3	$3{,}94\cdot10^{-9}$	$3{,}28\cdot10^{-10}$	$5{,}4\cdot10^{-14}$
1 X =	10^{-16}	10^{-13}	10^{-11}	10^{-10}	10^{-7}	10^{-4}	10^{-3}	1	$3{,}94\cdot10^{-12}$	$3{,}28\cdot10^{-13}$	$5{,}4\cdot10^{-17}$
1 дюйм =	$2{,}54\cdot10^{-5}$	$2{,}54\cdot10^{-2}$	2,54	25,4	$2{,}54\cdot10^4$	$2{,}54\cdot10^7$	$2{,}54\cdot10^8$	$2{,}54\cdot10^{11}$	1	$8{,}33\cdot10^{-2}$	$1{,}37\cdot10^{-5}$
1 фут =	$3{,}05\cdot10^{-4}$	0,305	30,5	$3{,}05\cdot10^2$	$3{,}05\cdot10^5$	$3{,}05\cdot10^8$	$3{,}05\cdot10^9$	$3{,}05\cdot10^{12}$	12	1	$1{,}65\cdot10^{-4}$
1 миля = (морская)	1,85	$1{,}85\cdot10^3$	$1{,}85\cdot10^5$	$1{,}85\cdot10^6$	$1{,}85\cdot10^9$	$1{,}85\cdot10^{12}$	$1{,}85\cdot10^{13}$	$1{,}85\cdot10^{16}$	$7{,}29\cdot10^4$	$6{,}08\cdot10^3$	1

[1]) Рекомендованное обозначение микрона $мкм$ (микрометр).

Таблица 3

Связь между единицами площади

Единица площади	$км^2$	$га$	$а$	$м^2$	$см^2$	$мм^2$	кв. дюймов	кв. футов	кв. миль (морских)
1 $км^2$ =	1	100	10^4	10^6	10^{10}	10^{12}	$1{,}55\cdot10^9$	$1{,}08\cdot10^7$	0,292
1 $га$ =	10^{-2}	1	10^2	10^4	10^8	10^{10}	$1{,}55\cdot10^7$	$1{,}08\cdot10^5$	$2{,}92\cdot10^{-3}$
1 $а$ =	10^{-4}	10^{-2}	1	10^2	10^6	10^3	$1{,}55\cdot10^5$	$1{,}08\cdot10^3$	$2{,}92\cdot10^{-5}$
1 $м^2$ =	10^{-6}	10^{-4}	10^{-2}	1	10^4	10^6	$1{,}55\cdot10^3$	10,8	$2{,}92\cdot10^{-7}$
1 $см^2$ =	10^{-10}	10^{-8}	10^{-6}	10^{-4}	1	10^2	0,155	$1{,}08\cdot10^{-3}$	$2{,}92\cdot10^{-11}$
1 $мм^2$ =	10^{-12}	10^{-10}	10^{-8}	10^{-6}	10^{-2}	1	$1{,}55\cdot10^{-3}$	$1{,}08\cdot10^{-5}$	$2{,}92\cdot10^{-13}$
1 кв. дюйм =	$6{,}45\cdot10^{-10}$	$6{,}45\cdot10^{-8}$	$6{,}45\cdot10^{-6}$	$6{,}45\cdot10^{-4}$	6,45	$6{,}45\cdot10^{-2}$	1	$6{,}94\cdot10^{-3}$	$1{,}88\cdot10^{-10}$
1 кв. фут =	$9{,}29\cdot10^{-8}$	$9{,}29\cdot10^{-6}$	$9{,}29\cdot10^{-4}$	$9{,}29\cdot10^{-2}$	$9{,}29\cdot10^2$	$9{,}29\cdot10^4$	$1{,}44\cdot10^2$	1	$2{,}71\cdot10^{-8}$
1 кв. миля = (морская)	3,43	$3{,}43\cdot10^2$	$3{,}43\cdot10^4$	$3{,}43\cdot10^6$	$3{,}43\cdot10^{10}$	$3{,}43\cdot10^{12}$	$5{,}32\cdot10^9$	$3{,}69\cdot10^7$	1

Таблица 4

Связь между единицами объема

Единица объема	$м^3$	$л$ ($дм^3$)	$см^3$	$мм^3$	куб. дюймов	куб. футов
1 $м^3$ =	1	10^3	10^6	10^9	$6{,}1\cdot10^4$	35,3
1 $л$ = ($дм^3$)	10^{-3}	1	10^3	10^6	61	$3{,}53\cdot10^{-2}$
1 $см^3$ =	10^{-6}	10^{-3}	1	10^3	$6{,}1\cdot10^{-2}$	$3{,}53\cdot10^{-5}$
1 $мм^3$ =	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	1	$6{,}1\cdot10^{-5}$	$3{,}53\cdot10^{-8}$
1 куб. дюйм =	$1{,}64\cdot10^{-5}$	$1{,}64\cdot10^{-2}$	16,4	$1{,}64\cdot10^4$	1	$5{,}79\cdot10^{-4}$
1 куб. фут =	$2{,}83\cdot10^{-2}$	28,3	$2{,}83\cdot10^4$	$2{,}83\cdot10^7$	$1{,}73\cdot10^3$	1

Таблица 5

Связь между единицами телесного угла

Единица телесного угла	*стер*	полных телесных углов	прямых телесных углов	□° (квадратных градусов)
1 *стер* =	1	$7{,}96\cdot10^{-2}$	0,637	$3{,}28\cdot10^3$
1 полный телесный угол = (сфера)	12,6	1	8	$4{,}13\cdot10^4$
1 прямой телесный угол =	1,57	0,125	1	$5{,}16\cdot10^3$
1 □° = (квадратный градус)	$3{,}05\cdot10^{-4}$	$2{,}42\cdot10^{-5}$	$1{,}94\cdot10^{-4}$	1

Таблица 6

Связь между единицами угла

Единица угла	*рад*	°	′	″	об	∟	*g*	c	cc
1 *рад* =	1	57,3	$3{,}44\cdot10^{3}$	$2{,}06\cdot10^{5}$	0,159	0,637	63,7	$6{,}37\cdot10^{3}$	$6{,}37\cdot10^{5}$
1° =	$1{,}75\cdot10^{-2}$	1	60	$3{,}6\cdot10^{3}$	$2{,}78\cdot10^{-3}$	$1{,}11\cdot10^{-2}$	1,11	$1{,}11\cdot10^{2}$	$1{,}11\cdot10^{4}$
1′ =	$2{,}91\cdot10^{-4}$	$1{,}67\cdot10^{-2}$	1	60	$4{,}63\cdot10^{-5}$	$1{,}85\cdot10^{-4}$	$1{,}85\cdot10^{-2}$	1,85	$1{,}85\cdot10^{2}$
1″ =	$4{,}85\cdot10^{-6}$	$2{,}78\cdot10^{-4}$	$1{,}67\cdot10^{-2}$	1	$7{,}72\cdot10^{-7}$	$3{,}09\cdot10^{-6}$	$3{,}09\cdot10^{-4}$	$3{,}09\cdot10^{-2}$	3,09
1 оборот = (окружность)	6,23	$3{,}60\cdot10^{2}$	$2{,}16\cdot10^{4}$	$1{,}30\cdot10^{6}$	1	4	$4\cdot10^{2}$	$4\cdot10^{4}$	$4\cdot10^{6}$
1∟ = (прямой угол)	1,57	90	$5{,}40\cdot10^{3}$	$3{,}24\cdot10^{5}$	0,25	1	10^{2}	10^{4}	10^{6}
1^{g} (*гон*) =	$1{,}57\cdot10^{-2}$	0,900	54,0	$3{,}24\cdot10^{3}$	$2{,}5\cdot10^{-3}$	10^{-2}	1	10^{2}	10^{4}
1^{c} = (метр·минута)	$1{,}57\cdot10^{-4}$	$9\cdot10^{-3}$	0,54	32,4	$2{,}5\cdot10^{-5}$	10^{-4}	10^{-2}	1	10^{2}
1^{cc} = (метр·секунда)	$1{,}57\cdot10^{-6}$	$9\cdot10^{-5}$	$5{,}4\cdot10^{-3}$	0,324	$2{,}5\cdot10^{-7}$	10^{-6}	10^{-4}	10^{-2}	1

Таблица 7

Связь между единицамя времени

Единица времени	*сек*	*мин*	*час*	суток	недель	лет
1 *сек* =	1	$1{,}667\cdot10^{-2}$	$2{,}778\cdot10^{-4}$	$1{,}157\cdot10^{-5}$	$1{,}653\cdot10^{-6}$	$3{,}169\cdot10^{-8}$
1 *мин* =	60	1	$1{,}667\cdot10^{-2}$	$6{,}944\cdot10^{-4}$	$9{,}921\cdot10^{-5}$	$1{,}901\cdot10^{-6}$
1 *час* =	$3{,}6\cdot10^{3}$	60	1	$4{,}167\cdot10^{-2}$	$5{,}952\cdot10^{-3}$	$1{,}141\cdot10^{-4}$
1 сутки =	$8{,}64\cdot10^{4}$	$1{,}44\cdot10^{-3}$	24	1	0,1429	$2{,}738\cdot10^{-3}$
1 неделя =	$6{,}048\cdot10^{5}$	$1{,}008\cdot10^{4}$	168	7	1	$1{,}915\cdot10^{-2}$
1 год =	$3{,}156\cdot10^{7}$	$5{,}259\cdot10^{5}$	$8{,}766\cdot10^{3}$	365,2	52,18	1

Таблица 8

Связь между единицами скорости

Единица скорости	*м/сек*	*м/мин*	*см/сек*	*км/час*	*узлов*
1 *м/сек* =	1	60	10^2	3,6	1,94
1 *м/мин* =	$1{,}67\cdot10^{-2}$	1	1,67	$6\cdot10^{-2}$	$3{,}24\cdot10^{-2}$
1 *см/сек* =	10^{-2}	0,6	1	$3{,}6\cdot10^{-2}$	$1{,}94\cdot10^{-2}$
1 *км/час* =	0,278	16,7	27,8	1	0,540
1 *узел* =	0,514	30,9	51,4	1,85	1

Таблица 9

Связь между единицами ускорения

Единица ускорения	*м/сек*^{2}	*см/сек*^{2}	g
1 *м/сек*^{2} =	1	10^2	0,102
1 *см/сек*^{2} =	10^{-2}	1	$1{,}02\cdot10^{-3}$
1 g =	9,81	$9{,}81\cdot10^2$	1

Таблица 10

Связь между единицами угловой скорости

Единица угловой скорости	*рад/сек*	*об/сек*	*об/мин*	*°/сек*
1 *рад/сек* =	1	0,159	9,55	57,3
1 *об/сек* =	6,28	1	60	$3{,}6\cdot10^2$
1 *об/мин*	0,105	$1{,}67\cdot10^{-2}$	1	6
1 *°/сек* =	$1{,}75\cdot10^{-2}$	$2{,}78\cdot10^{-3}$	0,167	1

Таблица 11

Связь между единицами массы

Единица массы	*кг*	*г*	*и* (т. е. м.)	*т*
1 *кг* =	1	10^3	0,102	10^{-3}
1 *г* =	10^{-3}	1	$1{,}02\cdot10^{-4}$	10^{-6}
1 *и* (т. е. м.) =	9,81	$9{,}81\cdot10^3$	1	$9{,}8\cdot10^{-3}$
1 *т* =	10^3	10^6	102	1

Таблица 12

Связь между единицами силы

Единица силы	*н*	*дин*	*кгс*	*сн*
1 *н* =	1	10^5	0,102	10^{-3}
1 *дин* =	10^{-5}	1	$1{,}02\cdot10^{-6}$	10^{-8}
1 *кгс* =	9,81	$9{,}81\cdot10^5$	1	$9{,}81\cdot10^{-3}$
1 *сн* = (стен)	10^3	10^8	102	1

Таблица 13

Связь между единицами давления

Единица давления	$н/м^2$	$дин/см^2$	$кгс/м^2$	$кгс/см^2$	*пьез*	*бар* (гектопьез)	*атм*	*мм* рт. ст.
1 $н/м^2$ (паскаль) =	1	10	0,102	$1,02\cdot10^{-5}$	10^{-3}	10^{-5}	$9,87\cdot10^{-6}$	$7,50\cdot10^{-3}$
1 $дин/см^2$ (*мкбар*) =	0,1	1	$1,02\cdot10^{-2}$	$1,02\cdot10^{-6}$	10^{-4}	10^{-6}	$9,87\cdot10^{-7}$	$7,50\cdot10^{-4}$
1 $кгс/м^2$ (*мм* вод. ст.) =	9,81	98,1	1	10^{-4}	$9,81\cdot10^{-3}$	$9,81\cdot10^{-5}$	$9,68\cdot10^{-5}$	$7,35\cdot10^{-2}$
1 $кгс/см^2$ (*ат*) =	$9,81\cdot10^4$	$9,81\cdot10^5$	10^4	1	98,1	0,981	0,968	$7,35\cdot10^2$
1 *пьеза* =	10^3	10^4	$1,02\cdot10^2$	$1,02\cdot10^{-2}$	1	10^{-2}	$9,87\cdot10^{-3}$	7,50
1 *бар* (гектопьеза) =	10^5	10^6	$1,02\cdot10^5$	10,2	10^2	1	0,987	$7,5\cdot10^2$
1 *атм* =	$1,01\cdot10^5$	$1,01\cdot10^6$	$1,03\cdot10^4$	1,03	$1,01\cdot10^2$	1,01	1	$7,6\cdot10^2$
1 *мм* рт. ст. =	$1,33\cdot10^2$	$1,33\cdot10^3$	13,6	$1,36\cdot10^{-3}$	0,133	$1,33\cdot10^{-2}$	$1,31\cdot10^{-3}$	1

Таблица 14

Связь между единицами работы и энергии

Единица	*дж*	*эрг*	*кгс·м*	*кал*	*ккал*	*квт·ч*	*л. с. ч*	*л·атм*
1 *дж* =	1	10^7	0,102	0,239	$2,39\cdot10^{-4}$	$2,78\cdot10^{-7}$	$3,78\cdot10^{-7}$	$9,87\cdot10^{-3}$
1 *эрг* =	10^{-7}	1	$1,02\cdot10^{-8}$	$2,39\cdot10^{-8}$	$2,39\cdot10^{-11}$	$2,78\cdot10^{-14}$	$3,78\cdot10^{-14}$	$9,87\cdot10^{-10}$
1 *кгс·м* =	9,81	$9,81\cdot10^7$	1	2,34	$2,34\cdot10^{-3}$	$2,72\cdot10^{-6}$	$3,70\cdot10^{-6}$	$9,68\cdot10^{-2}$
1 *кал* =	4,19	$4,19\cdot10^7$	0,427	1	10^{-3}	$1,16\cdot10^{-6}$	$1,58\cdot10^{-6}$	$4,13\cdot10^{-2}$
1 *ккал* =	$4,19\cdot10^3$	$4,19\cdot10^{10}$	$4,27\cdot10^2$	10^3	1	$1,16\cdot10^{-3}$	$1,58\cdot10^{-3}$	41,3
1 *квт·ч* = (киловатт-час)	$3,6\cdot10^6$	$3,6\cdot10^{13}$	$3,67\cdot10^5$	$8,6\cdot10^5$	$8,6\cdot10^2$	1	1,36	$3,55\cdot10^4$
1 *л. с. ч.* = (лошадиная сила·час)	$2,65\cdot10^6$	$2,65\cdot10^{13}$	$2,7\cdot10^5$	$6,32\cdot10^5$	$6,32\cdot10^2$	0,736	1	$2,61\cdot10^4$
1 *л·атм* = (литр-атмосфера)	$1,01\cdot10^2$	$1,01\cdot10^9$	10,3	24,2	$2,42\cdot10^{-2}$	$2,81\cdot10^{-5}$	$3,83\cdot10^{-5}$	1

Таблица 15

Связь между единицами мощности

Единица мощности	*вт*	*эрг/сек*	*квт*	*кгс·м/сек*	*кал/сек*	*ккал/ч*	*л. с.*
1 *вт* =	1	10^7	10^{-3}	0,102	0,239	0,860	$1{,}36\cdot10^{-3}$
1 *эрг/сек* =	10^{-7}	1	10^{-10}	$1{,}02\cdot10^{-8}$	$2{,}39\cdot10^{-8}$	$8{,}60\cdot10^{-8}$	$1{,}36\cdot10^{-10}$
1 *квт* =	10^3	10^{10}	1	$1{,}02\cdot10^2$	$2{,}39\cdot10^2$	$8{,}60\cdot10^2$	1,36
1 $\frac{кгс\cdot м}{сек}$	9,81	$9{,}81\cdot10^7$	$9{,}81\cdot10^{-3}$	1	2,34	8,43	$1{,}33\cdot10^{-2}$
1 *кал/сек* =	4,19	$4{,}19\cdot10^7$	$4{,}19\cdot10^{-3}$	0,427	1	3,60	$5{,}69\cdot10^{-3}$
1 *ккал/ч* =	1,16	$1{,}16\cdot10^7$	$1{,}16\cdot10^{-3}$	0,119	0,278	1	$1{,}58\cdot10^{-3}$
1 л. с.	$7{,}36\cdot10^2$	$7{,}36\cdot10^9$	0,736	75	175,5	$6{,}32\cdot10^2$	1

Таблица 16

Связь между единицами момента инерции

Единица момента инерции	*кг·м*^{2}	*г·см*^{2}	*и·м*^{2}
1 *кг·м*^{2} =	1	10^7	0,102
1 *г·см*^{2} =	10^{-7}	1	$1{,}02\cdot10^6$
1 *и·м*^{2} = (т. е. м.·*м*^{2})	9,81	$9{,}81\cdot10^7$	1

Таблица 17

Связь между единицами модулей упругости и сдвига

Единица	*н/м*^{2}	*дин/см*^{2}	*кгс/м*^{2}	*кгс/см*^{2}	*кгс/мм*^{2}
1 *н/м*^{2} =	1	10	0,102	$1{,}02\cdot10^{-5}$	$1{,}02\cdot10^{-7}$
1 *дин/см*^{2} =	0,1	1	$1{,}02\cdot10^{-2}$	$1{,}02\cdot10^{-4}$	$1{,}02\cdot10^{-6}$
1 *кгс/м*^{2} =	9,81	98,1	1	10^{-4}	10^{-6}
1 *кгс/см*^{2} =	$9{,}81\cdot10^4$	$9{,}81\cdot10^5$	10^4	1	10^{-2}
1 *кгс/мм*^{2} =	$9{,}81\cdot10^6$	$9{,}81\cdot10^7$	10^6	10^2	1

Таблица 18

Связь между приведенным давлением и концентрацией

Единица приведенного давления и концентрации	$м^{-3}$	$л^{-1}$	$см^{-3}$	$\frac{моль}{л}$ $\left(\frac{кмоль}{м^3}\right)$
1 $н/м^2$ =	$2{,}66\cdot10^{20}$	$2{,}66\cdot10^{17}$	$2{,}66\cdot10^{14}$	$4{,}42\cdot10^{-7}$
1 $дин/см^2$ =	$2{,}66\cdot10^{19}$	$2{,}66\cdot10^{16}$	$2{,}66\cdot10^{13}$	$4{,}42\cdot10^{-8}$
1 *атм* =	$2{,}69\cdot10^{25}$	$2{,}69\cdot10^{22}$	$2{,}69\cdot10^{19}$	$4{,}46\cdot10^{-2}$
1 *мм* рт. ст. =	$3{,}54\cdot10^{22}$	$3{,}54\cdot10^{19}$	$3{,}54\cdot10^{16}$	$5{,}87\cdot10^{-5}$

Таблица 19

Связь между единицами удельной теплоемкости

Единица удельной теплоемкости	*дж/кг·град*	*эрг/г·град*	*ккал/кг·град* (*кал/г·град*)
1 *дж/кг·град* =	1	10^4	$2{,}39\cdot10^{-4}$
1 *эрг/г·град* =	10^{-4}	1	$2{,}39\cdot10^{-8}$
1 *ккал/кг·град* = (*кал/г·град*)	$4{,}19\cdot10^3$	$4{,}19.10^7$	1

Таблица 20

Связь между единицами коэффициента теплопроводности

Единица коэффициента теплопроводности	*вт/м·град*	*эрг/см·град*	*ккал/м·ч·град*	*кал/см·сек·град*
1 *вт/м·град* =	1	10^5	0,860	$2{,}39\cdot10^{-3}$
1 *эрг/см·сек·град* =	10^{-5}	1	$8{,}60\cdot10^{-6}$	$2{,}39\cdot10^{-8}$
1 *ккал/м·ч·град* =	1,16	$1{,}16\cdot10^5$	1	$2{,}78\cdot10^{-3}$
1 *кал/см·сек·град* =	$4{,}19\cdot10^2$	$4{,}19\cdot10^7$	$3{,}6\cdot10^2$	1

Таблица 21

Связь между единицами коэффициента теплопередачи

Единица коэффициента теплопередачи	$вт/м^2 \cdot град$	$эрг/см^2 \cdot сек \cdot град$	$ккал/м^2 \cdot ч \cdot град$	$кал/см^2 \cdot сек \cdot град$
1 $вт/м^2 \cdot град$ =	1	10^3	0,860	$2{,}39 \cdot 10^{-5}$
1 $эрг/см^2 \cdot сек \cdot град$ =	10^{-3}	1	$8{,}60 \cdot 10^{-4}$	$2{,}39 \cdot 10^{-8}$
1 $ккал/м^2 \cdot ч \cdot град$ =	1,16	$1{,}16 \cdot 10^3$	1	$2{,}78 \cdot 10^{-5}$
1 $кал/см^2 \cdot сек \cdot град$ =	4,19	$4{,}19 \cdot 10^7$	$3{,}60 \cdot 10^4$	1

Таблица 22

Связь между единицами интервалов частот

Единица интервала частоты	савар	октав	миллиоктав	цент
1 *савар* =	1	$3{,}32 \cdot 10^{-3}$	3,32	3,98
1 *октава* =	301	1	1000	1200
1 *миллиоктава* =	0,301	10^{-3}	1	1,2
1 *цент* =	0,251	$8{,}33 \cdot 10^{-4}$	0,833	1

Таблица 23

Музыкальные интервалы

Название тона	Обозначение	Название интервала по отношению к «до»	Чистый строй			Темперированный строй	
			частота по отношению к частоте «до»	интервал в саварах	интервал в центах	интервал в саварах	интервал в центах
до	*C*	тоника	1	0	0	0	0
ре	*D*	секунда	9/8	51,1	204	50,2	200
ми	*E*	терция	5/4	96,9	386	100,4	400
фа	*F*	кварта	4/3	125,0	498	125,5	500
соль	*G*	квинта	3/2	176,1	702	175,6	700
ля	*A*	секста	5/3	221,9	884	225,8	900
си	*H*	септима	15/8	273,0	1088	276,0	1100
до	*C*	октава	2	301,0	1200	301,0	1200

Таблица 24

Сводная таблица электрических и магнитных единиц

Величины	Символ	Формулы определения в системах		Формулы размерности в системах				Наименование и обозначение в системах	
		СИ и СГСМ	СГС	СИ	СГС μ_0	СГС	СГС ε_0	СИ	СГС
Количество электричества (заряд)	q	$q = It$	$q = r\sqrt{f}\cdot\varepsilon$	TI	$L^{1/2}M^{1/2}\mu_0^{-1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{1/2}$	кулон ($к$)	—
Напряженность электрического поля	E	$E = f/q$		$LMT^{-3}I^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}\mu_0^{1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{-1/2}$	вольт на метр ($в/м$)	—
Смещение (электрическая индукция)	D	$D = \varepsilon_0\varepsilon E$	$D = \varepsilon E$	$L^{-2}TI$	$L^{-3/2}M^{1/2}\mu_0^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{1/2}$	кулон на кв. метр ($к/м^2$)	—
Поток смещения	N	$N = Ds$		TI	$L^{1/2}M^{1/2}\mu_0^{-1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{1/2}$	кулон ($к$)	—
Потенциал	U	$U = \Pi/q$		$L^2MT^{-3}I^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\mu_0^{1/2}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{-1/2}$	вольт ($в$)	—
Электрический момент (момент диполя)	$P_э$	$P_э = ql$		LTI	$L^{3/2}M^{1/2}\mu_0^{-1/2}$	$L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{1/2}$	кулон · метр ($к \cdot м$)	—
Поверхностная плотность заряда	σ	$\sigma = q/s$		$L^{-2}TI$	$L^{-3/2}M^{1/2}\mu_0^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{1/2}$	кулон на кв. метр ($к/м^2$)	—
Объемная плотность заряда	ρ	$\rho = q/V$		$L^{-3}TI$	$L^{-5/2}M^{1/2}\mu_0^{-1/2}$	$L^{-3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-3/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{-1/2}$	кулон на куб. метр ($к/м^3$)	—
Емкость	C	$C = q/U$		$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	$L^{-1}T^2\mu_0^{-1}$	L	$L\varepsilon_0$	фарада ($ф$)	сантиметр ($см$)
Поляризованность диэлектрика (интенсивность поляризации)	P	$P = p_э/V$		$L^{-2}TI$	$L^{-3/2}M^{1/2}\mu^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{1/2}$	кулон на кв. метр ($к/м^2$)	—
Абсолютная диэлектрическая проницаемость	ε_a	$\varepsilon_a = \varepsilon_0\varepsilon$	ε	$L^{-3}M^{-1}T^4I^2$	$L^{-2}T^2\mu_0^{-1}$	1	ε_0	фарада на метр ($ф/м$)	—
Диэлектрическая восприимчивость	$K_э$	$K_э = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)$	$K_э = \dfrac{\varepsilon - 1}{4\pi}$	$L^{-3}M^{-1}T^4I^2$	$L^{-2}T^2\mu_0^{-1}$	1	ε_0	фарада на метр ($ф/м$)	—

Таблица 24

Сводная таблица электрических и магнитных единиц

Величины	Символ	Формулы определения в системах		Формулы размерности в системах				Наименование и обозначение в системах	
		СИ и СГСМ	СГС	СИ	СГС μ_0	СГС	СГС ε_0	СИ	СГС
Количество электричества (заряд)	q	$q = It$	$q = r\sqrt{f}\cdot\varepsilon$	TI	$L^{1/2}M^{1/2}\mu_0^{-1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{1/2}$	кулон ($к$)	—
Напряженность электрического поля	E	$E = f/q$		$LMT^{-3}I^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}\mu_0^{1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{-1/2}$	вольт на метр ($в/м$)	—
Смещение (электрическая индукция)	D	$D = \varepsilon_0\varepsilon E$	$D = \varepsilon E$	$L^{-2}TI$	$L^{-3/2}M^{1/2}\mu_0^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{1/2}$	кулон на кв. метр ($к/м^2$)	—
Поток смещения	N	$N = Ds$		TI	$L^{1/2}M^{1/2}\mu_0^{-1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{1/2}$	кулон ($к$)	—
Потенциал	U	$U = Ц/q$		$L^2MT^{-3}I^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\mu_0^{1/2}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{-1/2}$	вольт ($в$)	—
Электрический момент (момент диполя)	$P_э$	$P_э = ql$		LTI	$L^{3/2}M^{1/2}\mu_0^{-1/2}$	$L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{1/2}$	кулон · метр ($к \cdot м$)	—
Поверхностная плотность заряда	σ	$\sigma = q/s$		$L^{-2}TI$	$L^{-3/2}M^{1/2}\mu_0^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{1/2}$	кулон на кв. метр ($к/м^2$)	—
Объемная плотность заряда	ρ	$\rho = q/V$		$L^{-3}TI$	$L^{-5/2}M^{1/2}\mu_0^{-1/2}$	$L^{\ 3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-3/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{-1/2}$	кулон на куб. метр ($к/м^3$)	—
Емкость	C	$C = q/U$		$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	$L^{-1}T^2\mu_0^{-1}$	L	$L\varepsilon_0$	фарада ($ф$)	сантиметр ($см$)
Поляризованность диэлектрика (интенсивность поляризации)	P	$P = p_э/V$		$L^{-2}TI$	$L^{-3/2}M^{1/2}\mu^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon_0^{1/2}$	кулон на кв. метр ($к/м^2$)	—
Абсолютная диэлектрическая проницаемость	ε_a	$\varepsilon_a = \varepsilon_0\varepsilon$	ε	$L^{-3}M^{-1}T^4I^2$	$L^{-2}T^2\mu_0^{-1}$	1	ε_0	фарада на метр ($ф/м$)	—
Диэлектрическая восприимчивость	$K_э$	$K_э = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)$	$K_э = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi}$	$L^{-3}M^{-1}T^4I^2$	$L^{-2}T^2\mu_0^{-1}$	1	ε_0	фарада на метр ($ф/м$)	—

Таблица 21 (*продолжение*)

Величины	Символ	Формулы определения в системах		Формулы размерности в системах				Наименование и обозначение в системах	
		СИ и СГСМ	СГС	СИ	СГС μ_0	СГС	СГС ε_0	СИ	СГС
Сила тока	I	$I=\sqrt{\frac{2\pi r f}{\mu_0\mu l}}$	$I=q/t$	I	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{-1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon_0^{1/2}$	ампер (*а*)	—
Плотность тока	j	$j=I/s$		$L^{-2}I$	$L^{-3/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon_0^{1/2}$	ампер на кв. метр (*а/м²*)	—
Сопротивление	R	$R=U/I$		$L^2MT^{-3}I^{-2}$	$LT^{-1}\mu_0$	$L^{-1}T$	$L^{-1}T\varepsilon_0^{-1}$	ом (*ом*)	—
Проводимость	G	$G=1/R$		$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$	$L^{-1}T\mu_0^{-1}$	LT^{-1}	$LT^{-1}\varepsilon_0$	сименс (*сим*)	—
Магнитная индукция	B	$B=f/Il$	$B=c\frac{f}{Il}$	$MT^{-2}I^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-3/2}M^{1/2}\varepsilon_0^{-1/2}$	тесла (*тл*)	гаусс (*гс*)
Магнитный поток	Φ	$\Phi=Bs$		$L^2MT^{-2}I^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}\varepsilon_0^{-1/2}$	вебер (*вб*)	максвелл (*мкс*)
Напряженность магнитного поля	H	$H=B/\mu_0\mu$	$H=B/\mu$	$L^{-1}I$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon_0^{1/2}$	ампер на метр (*а/м*)	эрстед (*э*)
Магнитный момент	P_n	$P_n=M/B=Is$	$P_n=\frac{M}{B}=\frac{1}{c}Is$	L^2I	$L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{-1/2}$	$L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{7/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon_0^{1/2}$	ампер · кв. метр (*а · м²*)	—
Магнитодвижущая сила	F	$F=\Sigma I$	$F=\frac{1}{c}4\pi\Sigma I$	I	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{-1/2}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon_0^{1/2}$	ампер (*а*) ампер-виток (*ав*)	гильберт (*гб*)
Индуктивность и взаимная индуктивность	L (M)	$L=\frac{\Psi}{I}=-\frac{Э_I}{dI/dt}$	$L=\frac{c\Psi}{I}=-\frac{c^2Э_I}{dI/dt}$	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	$L\mu_0$	L	$L^{-1}T^2\varepsilon_0^{-1}$	генри (*гн*)	сантиметр (*см*)
Интенсивность намагничивания (намагниченность)	J	$J=p_m/V$		$L^{-1}I$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon_0^{1/2}$	ампер на метр (*а/м*)	—
Абсолютная магнитная проницаемость	μ_a	$\mu_a=\mu_0\mu$	μ	$LMT^{-2}I^{-2}$	μ_0	1	$L^{-2}T^2\varepsilon_0^{-1}$	генри на метр (*гн/м*)	—
Магнитная восприимчивость	k_m	$k_m=\mu-1$	$k_m=\frac{\mu-1}{4\pi}$	1	1	1	1	—	—

Примечание.

1. Все формулы определения приведены для наиболее простых случаев — однородные поля, не изменяющиеся токи (за исключением э. д. с. индукции) и т. п.
2. Размерности в системах СГС μ_0 и СГС ε_0 отличаются от формул размерности тех же единиц в системах СГСЭ и СГСМ добавлением размерностей μ_0 и ε_0.

Таблица 21 (*продолжение*)

Величины	Символ	Формулы определения в системах: СИ и СГСМ	СГС	Формулы размерности в системах: СИ	СГС μ_0	СГС	СГС ε_0	Наименование и обозначение в системах: СИ	СГС
Сила тока	I	$I=\sqrt{\frac{2\pi rf}{\mu_0\mu l}}$	$I=q/t$	I	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{-1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon_0^{1/2}$	ампер (*а*)	—
Плотность тока	j	$j=I/s$		$L^{-2}I$	$L^{-3/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon_0^{1/2}$	ампер на кв. метр (*а/м²*)	—
Сопротивление	R	$R=U/I$		$L^2MT^{-3}I^{-2}$	$LT^{-1}\mu_0$	$L^{-1}T$	$L^{-1}T\varepsilon_0^{-1}$	ом (*ом*)	—
Проводимость	G	$G=1/R$		$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$	$L^{-1}T\mu_0^{-1}$	LT^{-1}	$LT^{-1}\varepsilon_0$	сименс (*сим*)	—
Магнитная индукция	B	$B=f/Il$	$B=c\,\frac{f}{Il}$	$MT^{-2}I^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-3/2}M^{1/2}\varepsilon_0^{-1/2}$	тесла (*тл*)	гаусс (*гс*)
Магнитный поток	Φ	$\Phi=Bs$		$L^2MT^{-2}I^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}\varepsilon_0^{-1/2}$	вебер (*вб*)	максвелл (*мкс*)
Напряженность магнитного поля	H	$H=B/\mu_0\mu$	$H=B/\mu$	$L^{-1}I$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon_0^{1/2}$	ампер на метр (*а/м*)	эрстед (*э*)
Магнитный момент	P_n	$P_n=M/B=Is$	$P_n=\frac{M}{B}=\frac{1}{c}\,Is$	L^2I	$L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{-1/2}$	$L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{7/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon_0^{1/2}$	ампер · кв. метр (*а · м²*)	—
Магнитодвижущая сила	F	$F=\Sigma I$	$F=\frac{1}{c}\,4\pi\Sigma I$	I	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{-1/2}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon_0^{1/2}$	ампер (*а*) ампер-виток (*ав*)	гильберт (*гб*)
Индуктивность и взаимная индуктивность	$L\ (M)$	$L=\frac{\Psi}{I}=-\frac{Э_i}{dI/dt}$	$L=\frac{c\Psi}{I}=-\frac{c^2Э_i}{dI/dt}$	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	$L\mu_0$	L	$L^{-1}T^2\varepsilon_0^{-1}$	генри (*гн*)	сантиметр (*см*)
Интенсивность намагничивания (намагниченность)	J	$J=p_m/V$		$L^{-1}I$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu_0^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon_0^{1/2}$	ампер на метр (*а/м*)	—
Абсолютная магнитная проницаемость	μ_a	$\mu_a=\mu_0\mu$	μ	$LMT^{-2}I^{-2}$	μ_0	1	$L^{-2}T^2\varepsilon_0^{-1}$	генри на метр (*гн/м*)	—
Магнитная восприимчивость	k_m	$k_m=\mu-1$	$k_m=\frac{\mu-1}{4\pi}$	1	1	1	1	—	—

Примечание.

1. Все формулы определения приведены для наиболее простых случаев — однородные поля, не изменяющиеся токи (за исключением э. д. с. индукции) и т. п.
2. Размерности в системах СГС μ_0 и СГС ε_0 отличаются от формул размерности тех же единиц в системах СГСЭ и СГСМ добавлением размерностей μ_0 и ε_0.

Таблица 25

Уравнения электромагнетизма, записанные в разных системах единиц [1])

Величины	СИ	СГСМ	СГСЭ	СГС
Закон Кулона	$f = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}$	$f = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}$	$f = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}$	
Сила, действующая на заряд в электрическом поле	$f = qE$			
Связь между напряженностью поля и смещением	$D = \varepsilon_0 \varepsilon E$		$D = \varepsilon E$	
Теорема Гаусса (поток смещения сквозь замкнутую поверхность)	$N = \oint D \cos(\widehat{D, n})\, ds = q$	$N = \oint D \cos(\widehat{D, n})\, ds = 4\pi q$		
Напряженность поля точечного заряда	$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2}$	$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2}$	$E = \frac{q}{\varepsilon r^2}$	
Напряженность поля в плоском конденсаторе	$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$	$E = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$	$E = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon}$	
Напряженность поля в цилиндрическом конденсаторе [2])	$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{\varepsilon r}$	$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{2\tau}{\varepsilon r}$	$E = \frac{2\tau}{\varepsilon r}$	
Напряженность поля на оси диполя [3])	$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p_э}{\varepsilon r^3}$	$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{2p_э}{\varepsilon r^3}$	$E = \frac{2p_э}{\varepsilon r^3}$	
Электрический момент диполя	$p_э = ql$			

Сила взаимодействия двух диполей, расположенных на одной оси [3])	$f = -\dfrac{3}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{p_{э1}\cdot p_{э2}}{\varepsilon r^4}$	$f = -\dfrac{6}{\varepsilon_0}\cdot\dfrac{p_{э1}\cdot p_{э2}}{\varepsilon r^4}$	$f = -\dfrac{6p_{э1}\cdot p_{э2}}{\varepsilon r^4}$
Поляризованность диэлектрика (итенсивность поляризации)		$P = \dfrac{p_э}{V} = K_э E$	
Связь между диэлектрической проницаемостью и диэлектрической восприимчивостью	$\varepsilon_a = \varepsilon_0\varepsilon = \varepsilon_0 + K_э$	$\varepsilon_a = \varepsilon_0\varepsilon = \varepsilon + 4\pi K_э$	$\varepsilon = 1 + 4\pi K_э$
Связь между напряженностью поля и потенциалом		$E = -\operatorname{grad} U$	
Потенциал поля точечного заряда	$U = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{q}{\varepsilon r}$	$U = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\cdot\dfrac{q}{\varepsilon r}$	$U = \dfrac{q}{\varepsilon r}$
Потенциал внутри цилиндрического конденсатора [4])		$U = U_1 - Er\ln\dfrac{r}{R_1}$	
Связь между емкостью, зарядом и потенциалом		$q = CU$	
Емкость уединенного шара	$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$	$C = \varepsilon_0\varepsilon R$	$C = \varepsilon R$
Емкость плоского конденсатора	$C = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon s}{l}$	$C = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon s}{4\pi l}$	$C = \dfrac{\varepsilon s}{4\pi l}$

Таблица 25 (*продолжение*)

Величины	СИ	СГСМ	СГСЭ	СГС
Емкость цилиндрического конденсатора	$C=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln R_2/R_1}$	$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon l}{2\ln R_2/R_1}$	$C=\frac{\varepsilon l}{2\ln R_2/R_1}$	
Емкость двухпроводной линии [5])	$C=\frac{\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln a/R}$	$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon l}{4\pi\ln a/R}$	$C=\frac{\varepsilon l}{4\pi\ln a/R}$	
Энергия заряженного проводника	$W=\frac{qU}{2}=\frac{U^2C}{2}=\frac{q^2}{2C}$			
Объемная плотность энергии электрического поля	$w=\frac{ED}{2}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}=\frac{D^2}{2\varepsilon_0\varepsilon}$	$w=\frac{ED}{8\pi}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{8\pi}=\frac{D^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon}$	$w=\frac{ED}{8\pi}=\frac{\varepsilon E^2}{8\pi}=\frac{D^2}{8\pi\varepsilon}$	
Определение силы тока проводимости	$I=\frac{dq}{dt}$			
Закон Ома	$I=\frac{U}{R}$			
Мощность тока	$P=UI$			
Сила, действующая на элемент тока в магнитном поле (формула Ампера)	$df=\mu_0\mu HI\times dl\sin(\widehat{H,dl})$	$df=\mu HI\times dl\sin(\widehat{H,dl})$	$df=\mu_0\mu HI\times dl\sin(\widehat{H,dl})$	$df=\frac{\mu}{c}\times HI\,dl\sin(\widehat{H,dl})$
Момент, испытываемый контуром с током в магнитном поле	$M=Bp_m\sin(\widehat{B,p_m})$			

Магнитный момент контура с током		$p_m = Is$		$p_m = \frac{1}{c} Is$
Работа перемещения контура с током в магнитном поле		$A = I\,\Delta\Psi$		$A = \frac{1}{c} I\,\Delta\Psi$
Закон Био, Савара и Лапласа	$H = \frac{1}{4\pi} \times \oint \frac{I\,dl \sin(r, dl)}{r^2}$	$H = \oint \frac{I\,dl \sin(\widehat{r, dl})}{r^2}$		$H = \frac{1}{c} \times \oint \frac{I\,dl \sin(\widehat{r, dl})}{r^2}$
Связь между индукцией и напряженностью магнитного поля	$B = \mu_0\mu H$	$B = \mu H$	$B = \mu_0\mu H$	$B = \mu H$
Напряженность магнитного поля бесконечно длинного прямолинейного проводника с током	$H = \frac{I}{2\pi r}$	$H = \frac{2I}{r}$		$H = \frac{1}{c} \cdot \frac{2I}{r}$
Напряженность поля в центре кольца, обтекаемого током	$H = \frac{I}{2R}$	$H = \frac{2\pi I}{R}$		$H = \frac{1}{c} \cdot \frac{2\pi I}{R}$
Напряженность поля на оси длинного соленоида [6])	$H = I \frac{n}{l} = In_0$	$H = 4\pi I \frac{n}{l} = 4\pi I n_0$		$H = \frac{1}{c} 4\pi I n_0$
Сила взаимодействия двух параллельных токов	$f = \frac{\mu_0\mu}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2 l}{2}$	$f = \mu \cdot \frac{2I_1 I_2 l}{r}$	$f = \mu_0\mu \cdot \frac{2I_1 I_2 l}{r}$	$f = \frac{\mu}{c^2} \cdot \frac{2I_1 I_2 l}{r}$
Связь между магнитным потоком и магнитной индукцией		$d\Phi = B\,ds \cos(\widehat{B, n})$		
Магнитодвижущая сила	$F = \Sigma I$	$F = 4\pi \Sigma I$		$F = \frac{1}{c} 4\pi \Sigma I$

Таблица 25 (*продолжение*)

Величины	СИ	СГСМ	СГСЭ	СГС
Намагниченность (интенсивность намагничивания)	$J = \frac{p_n}{V} = k_m H$			
Связь между магнитной проницаемостью и магнитной восприимчивостью	$\mu = 1 + k_m$	$\mu = 1 + 4\pi k_m$		
Связь между потокосцеплением, силой тока и индуктивностью контура	$\Psi = LI$			$\Psi = \frac{1}{c} LI$
Индуктивность соленоида [7])	$L = \mu_0\mu \frac{n^2 s}{l} = \mu_0\mu n_0^2 V$	$L = 4\pi\mu \frac{n^2 s}{l} = 4\pi\mu n_0 V$	$L = 4\pi\mu_0\mu \frac{n^2 s}{l} = 4\pi\mu_0\mu n_0^2 V$	$L = 4\pi\mu \frac{n^2 s}{l} = 4\pi\mu n_0^2 V$
Индуктивность двухпроводной линии	$L = \mu_0 \frac{l}{\pi} \ln a/R$	$L = 4l \ln a/R$	$L = 4\mu_0 l \ln a/R$	$L = 4l \ln a/R$
Электродвижущая сила индукции	$Э_i = -\frac{d\Psi}{dt}$			$Э_i = -\frac{1}{c} \cdot \frac{d\Psi}{dt}$
Электродвижущая сила самоиндукции	$Э_{si} = -L\frac{dI}{dt}$			$Э_{si} = -\frac{1}{c^2} \cdot \frac{dI}{dt}$
Объемная плотность энергии магнитного поля	$w = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2}$	$w = \frac{BH}{8\pi} = \frac{B^2}{8\pi\mu} = \frac{\mu H^2}{8\pi}$	$w = \frac{BH}{8\pi} = \frac{B^2}{8\pi\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{8\pi}$	$w = \frac{BH}{8\pi} = \frac{B^2}{8\pi\mu} = \frac{\mu H^2}{8\pi}$

Вектор Пойнтинга (плотность потока электромагнитной энергии)	$S = E \times H$	$S = \frac{1}{4\pi} E \times H$		$S = \frac{c}{4\pi} E \times H$
Скорость распространения электромагнитных волн	$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}}$	$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu}}$	$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu_0 \mu}}$	$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$
Уравнения Максвелла				
1. Закон Фарадея	$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}$			$\operatorname{rot} E = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial B}{\partial t}$
2. Закон полного тока (закон Ампера)	$\operatorname{rot} H = j + \frac{\partial D}{\partial t}$	$\operatorname{rot} H = 4\pi j + \frac{\partial D}{\partial t}$		$\operatorname{rot} H = \frac{1}{c}\left(4\pi j + \frac{\partial D}{\partial t}\right)$
3. Уравнение Пуассона (теорема Гаусса)	$\operatorname{div} D = \rho$	$\operatorname{div} D = 4\pi\rho$		
4. Непрерывность силовых линий магнитной индукции (теорема Гаусса)	$\operatorname{div} B = 0$			

[1]) Все величины должны измеряться единицами соответствующей системы. В частности, для ε_0 и μ_0 должны подставляться значения: в системе СИ $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *ф/м*, $\mu_0 = 1{,}26 \cdot 10^{-6}$ *гн/м*; в системе СГСМ $\varepsilon_0 = 1{,}11 \cdot 10^{-21}$, $\mu_0 = 1$; в системе СГСЭ $\varepsilon_0 = 1$, $\mu_0 = 1{,}11 \cdot 10^{-21}$.

[2]) τ — плотность заряда на единицу длины конденсатора.

[3]) Предполагается, что $r \gg l$ (l — плечо диполя).

[4]) U_1 — потенциал, R_1 — радиус внутреннего цилиндра.

[5]) l — длина линии, R — радиус проводов, a — расстояние между проводами ($a \gg R$).

[6]) n — общее число витков, n_0 — число витков на единицу длины.

[7]) s — площадь сечения соленоида, n — общее число витков, n_0 — число витков на единицу длины.

Таблица 26

Связь между единицами заряда

Единица заряда	*к*	СГС (СГСЭ)	СГСМ
1 *к* =	1	$3\cdot10^{9}$	0,1
1 СГС = (СГСЭ)	$3{,}34\cdot10^{-10}$	1	$3{,}34\cdot10^{-11}$
1 СГСМ =	10	$3\cdot10^{10}$	1

Таблица 27

Связь между единицами напряженности поля

Единица напряженности поля	*в/м*	*в/см*	СГС (СГСЭ)	СГСМ
1 *в/м* =	1	10^{-2}	$3{,}34\cdot10^{-5}$	10^{6}
1 *в/см* =	10^{2}	1	$3{,}34\cdot10^{-3}$	10^{8}
1 СГС = (СГСЭ)	$3\cdot10^{4}$	$3\cdot10^{2}$	1	$3{,}34\cdot10^{-11}$
1 СГСМ =	10^{-6}	10^{-8}	$3\cdot10^{10}$	1

Таблица 28

Связь между единицами поверхностной плотности заряда

Единица поверхностной плотности заряда	*к/м*^{2}	СГС (СГСЭ)	СГСМ
1 *к/м*^{2} =	1	$3\cdot10^{5}$	10^{-5}
1 СГС = (СГСЭ)	$3{,}34\cdot10^{-6}$	1	$3{,}34\cdot10^{-11}$
1 СГСМ =	10^{5}	$3\cdot10^{10}$	1

Таблица 29

Связь между единицами объемной плотности заряда

Единица объемной плотности заряда	*к/м*^{3}	СГС (СГСЭ)	СГСМ
1 *к/м*^{3} =	1	$3\cdot10^{3}$	10^{-7}
СГС = (СГСЭ)	$3{,}34\cdot10^{-4}$	1	$3{,}34\cdot10^{-11}$
СГСМ =	10^{7}	$3\cdot10^{10}$	1

Таблица 30

Связь между единицами смещения

Единица смещения	$к/м^2$	СГС (СГСЭ)	СГСМ
1 $к/м^2$ =	1	$3{,}77\cdot10^{6}$	$1{,}26\cdot10^{-4}$
1 СГС = (СГСЭ)	$2{,}65\cdot10^{-7}$	1	$3{,}34\cdot10^{-11}$
1 СГСМ =	$7{,}96\cdot10^{3}$	$3\cdot10^{10}$	1

Таблица 31

Связь между единицами потока смещения

Единица потока смещения	*к*	СГС (СГСЭ)	СГСМ
1 *к* =	1	$3{,}77\cdot10^{10}$	1,26
1 СГС = (СГСЭ)	$2{,}65\cdot10^{-11}$	1	$3{,}34\cdot10^{-11}$
1 СГСМ =	0,796	$3\cdot10^{10}$	1

Таблица 32

Связь между единицами потенциала

Единица потенциала	*в*	СГС (СГСЭ)	СГСМ
1 *в* =	1	$3{,}34\cdot10^{-3}$	10^{8}
1 СГС = (СГСЭ)	300	1	$3\cdot10^{10}$
1 СГСМ =	10^{-8}	$3{,}34\cdot10^{-11}$	1

Таблица 33

Связь между единицами емкости

Единица емкости	*ф*	*см* (СГС, СГСЭ)	СГСМ
1 *ф* =	1	$8{,}99\cdot10^{11}$	10^{-9}
1 *см* = (СГС, СГСЭ)	$1{,}11\cdot10^{-12}$	1	$1{,}11\cdot10^{-21}$
1 СГСМ =	10^{9}	$8{,}99\cdot10^{20}$	1

Таблица 34

Связь между единицами силы тока

Единица силы тока	*а*	СГС (СГСЭ)	СГСМ
1 *а* =	1	$3 \cdot 10^{9}$	0,1
1 СГС = (СГСЭ)	$3{,}34 \cdot 10^{-10}$	1	$3{,}34 \cdot 10^{-11}$
1 СГСМ =	10	$3 \cdot 10^{10}$	1

Таблица 35

Связь между единицами сопротивления

Единица сопротивления	*ом*	СГС (СГСЭ)	СГСМ
1 *ом* =	1	$1{,}11 \cdot 10^{-12}$	10^{9}
1 СГС = (СГСЭ)	$8{,}99 \cdot 10^{11}$	1	$8{,}99 \cdot 10^{20}$
1 СГСМ =	10^{-9}	$1{,}11 \cdot 10^{-21}$	1

Таблица 36

Связь между единицами удельного сопротивления

Единица удельного сопротивления	*ом·м*	*ом·см*	$\frac{ом \cdot мм^2}{м}$	СГС (СГСЭ)	СГСМ
1 *ом·м* =	1	10^{2}	10^{6}	$1{,}11 \cdot 10^{-10}$	10^{11}
1 *ом·см* =	10^{-2}	1	10^{4}	$1{,}11 \cdot 10^{-12}$	10^{9}
1 $\frac{ом \cdot мм^2}{м}$ =	10^{-6}	10^{-4}	1	$1{,}11 \cdot 10^{-16}$	10^{5}
1 СГС (СГСЭ) =	$8{,}99 \cdot 10^{9}$	$8{,}99 \cdot 10^{11}$	$8{,}99 \cdot 10^{15}$	1	$8{,}99 \cdot 10^{20}$
1 СГСМ =	10^{-11}	10^{-9}	10^{-5}	$1{,}11 \cdot 10^{-21}$	1

Таблица 37

Связь между единицами магнитной индукции

Единица магнитной индукции	*тл*	*гс*	СГСЭ
1 *тл* =	1	10^{4}	$3{,}34 \cdot 10^{-7}$
1 *гс* =	10^{-4}	1	$3{,}34 \cdot 10^{-11}$
1 СГСЭ =	$3 \cdot 10^{6}$	$3 \cdot 10^{10}$	1

Таблица 38

Связь между единицами магнитного потока

Единица магнитного потока	*вб*	*мкс*	СГСЭ
1 *вб* =	1	10^8	$3{,}34\cdot10^{-3}$
1 *мкс* =	10^8	1	$3{,}34\cdot10^{-11}$
1 СГСЭ =	$3\cdot10^2$	$3\cdot10^{10}$	1

Таблица 39

Связь между единицами напряженности магнитного поля

Единица напряженности магнитного поля	*а/м*	*э*	СГСЭ	*ав/см*
1 *а/м* =	1	$1{,}26\cdot10^{-2}$	$3{,}77\cdot10^8$	10^{-2}
1 *э* =	79,6	1	$3\cdot10^{10}$	0,796
1 СГСЭ =	$2{,}65\cdot10^{-9}$	$3{,}34\cdot10^{-11}$	1	$2{,}65\cdot10^{-11}$
1 *ав/см* = (ампер-виток на сантиметр)	10^2	1,26	$3{,}77\cdot10^{10}$	1

Таблица 40

Связь между единицами магнитодвижущей силы

Единица магнитодвижущей силы	*а*	*гб*	СГСЭ
1 *а* =	1	1,26	$3{,}77\cdot10^{10}$
1 *гб* =	0,796	1	$3\cdot10^{10}$
1 СГСЭ =	$2{,}65\cdot10^{-11}$	$3{,}34\cdot10^{-11}$	1

Таблица 41

Связь между единицами индуктивности и взаимной индуктивности

Единица	*гн*	*см* (СГС, СГСМ)	СГСЭ
1 *гн* =	1	10^9	$1{,}11\cdot10^{-12}$
1 *см* = (СГС, СГСМ)	10^{-9}	1	$1{,}11\cdot10^{-21}$
1 СГСЭ =	$8{,}99\cdot10^{11}$	$8{,}99\cdot10^{20}$	1

Таблица 42

Связь между единицами яркости [1])

Единица яркости	*нт*	*сб*	*асб*	*лб*
1 *нит* =	1	10^{-4}	3,14	$3{,}14\cdot10^{-4}$
1 *стильб* =	10^4	1	$3{,}14\cdot10^4$	3,14
1 *апостильб* =	0,318	$3{,}18\cdot10^{-5}$	1	10^{-4}
1 *ламберт* =	$3{,}18\cdot10^3$	0,318	10^4	1

[1]) В таблицах часто значения стильба, апостильба и ламберта приводятся не на основе свечи системы СИ («новой» свечи), а на основе международной свечи, в 1,005 раза большей (см. § 8.3). В этом случае числа перевода нита в *сб*, *асб* и *лб* должны быть разделены на 1,005 ($9{,}95\cdot10^{-5}$ *сб*, 3,13 *асб* и $3{,}13\cdot10^{-4}$ *лб*), а числа перевода стильба, апостильба и ламберта в *нт* умножены на 1,005 ($1{,}005\cdot10^4$ *нт*, 0,320 *нт* и $3{,}20\cdot10^3$ *нт*).

Таблица 43

Значения относительной и абсолютной видности при различных длинах волн

λ (Å)	K_λ	V_λ (*лм/вт*)	λ (Å)	K_λ	V_λ (*лм/вт*)
3800	0,00004	0,03	5800	0,870	594
4000	0,0004	0,27	6000	0,631	431
4200	0,004	0,73	6200	0,381	260
4400	0,023	15,7	6400	0,175	120
4600	0,060	41,0	6600	0,061	41,7
4800	0,139	90,2	6800	0,017	11,6
5000	0,323	221	7000	0,0041	2,8
5200	0,710	485	7200	0,00105	0,72
5400	0,954	652	7400	0,00025	0,17
5600	0,995	680	7600	0,00006	0,04

Таблица 44

Связь между электрон-вольтом и другими единицами

Определяющая формула	Единица измерения	Значение одного *эв*	Обратное число, выражающее данную единицу в *эв*
$W = eU$	*дж*	$1{,}60\cdot10^{-19}$	$6{,}24\cdot10^{18}$
	эрг	$1{,}60\cdot10^{-12}$	$6{,}24\cdot10^{11}$
$\frac{3}{2}kT = eU$	°К	$7{,}73\cdot10^3$	$1{,}29\cdot10^{-4}$
$kT = eU$	°К	$1{,}16\cdot10^4$	$8{,}62\cdot10^{-5}$
$Q = eUN_A$	*кал/моль* (*ккал/кмоль*)	$2{,}31\cdot10^4$	$4{,}36\cdot10^{-5}$
$\frac{hc}{\lambda} = eU$	$см^{-1}$	$8{,}07\cdot10^3$	$1{,}24\cdot10^{-4}$
$h\nu = eU$	$сек^{-1}$	$2{,}42\cdot10^{14}$	$4{,}13\cdot10^{-15}$
1 а. е. м. $c^2 = eU$	*е*	$1{,}07\cdot10^{-9}$	$9{,}32\cdot10^8$
$m_ec^2 = eU$	m_e	$1{,}95\cdot10^{-6}$	$5{,}11\cdot10^5$
$Rch = eU$	R_y	$7{,}35\cdot10^{-2}$	13,6

Таблица 45

Связь между единицами эффективных поперечных сечений

Единица эффективного сечения	$м^2$	$см^2$	*барн*	a_0^2	πa_0^2	$см^2/см^3 \times$ $\times мм$ рт. ст
$1\ м^2 =$	1	10^4	10^{28}	$3{,}57\cdot10^{20}$	$1{,}15\cdot10^{20}$	$3{,}54\cdot10^{20}$
$1\ см^2 =$	10^{-4}	1	10^{24}	$3{,}57\cdot10^{16}$	$1{,}15\cdot10^{16}$	$3{,}54\cdot10^{16}$
1 *барн* $=$	10^{-28}	10^{-24}	1	$3{,}57\cdot10^{-8}$	$1{,}15\cdot10^{-8}$	$3{,}54\cdot10^{-8}$
$a_0^2 =$	$2{,}80\cdot10^{-21}$	$2{,}80\cdot10^{-17}$	$2{,}80\cdot10^{7}$	1	0,318	0,991
$\pi a_0^2 =$	$8{,}80\cdot10^{-21}$	$8{,}80\cdot10$	$8{,}80\cdot10$	3,14	1	3,11
$\frac{1\ см^2}{см^3}\ мм$ рт. ст.	$2{,}83\cdot10^{-21}$	$2{,}83\cdot10^{-17}$	$2{,}83\cdot10^{7}$	1,01	0,321	1

Таблица 46

Шкала Бофорта

Баллы Бофорта	Скорость, *м/сек*	Баллы Бофорта	Скорость, *м/сек*
0	0—0,5	7	12,5—15,2
1	0,6—1,7	8	15,3—18,2
2	1,8—3,3	9	18,3—21,5
3	3,4—5,2	10	21,6—25,1
4	5,3—7,4	11	25,2—29,0
5	7,5—9,8	12	> 29
6	9,9—12,4		

Таблица 47

Шкалы твердости

Минералы	Показатель твердости		Минералы	Показатель твердости	
	по Мосу	по Брейтгаупту		по Мосу	по Брейтгаупту
Тальк	1	1	Апатит	5	6
Гипс	2	2	Роговая обманка	—	7
Слюда	—	3	Полевой шпат	6	8
Известковый шпат	3	4	Кварц	7	9
Плавиковый шпат	4	5	Топаз	8	10
			Корунд	9	11
			Алмаз	10	12

Таблица 48

Некоторые наиболее часто встречающиеся английские и американские единицы

Акр — единица площади, равная 4046,86 *м*².

Баррель — единица объема. Различают сухой баррель, равный 115,628 *л*, и нефтяной баррель — 158,988 *л*.

Бушель — единица объема. Английский бушель равен 36,3687 *л*, американский бушель — 35,2393 *л*.

Галлон — единица объема. Английский галлон — 4,54609 *л*, американский галлон — 3,78543 *л*.

Мил — тысячная часть дюйма — 2,54 *мкм*.

Миля (английская) — 1609,344 *м*.

Пинта — единица объема. В Англии 1/8 галлона — 0,56826 *л*. В США различаются: жидкая пинта — 1/8 американского галлона, т. е. 0,47318 *л*, и сухая пинта — 1/64 американского бушеля, т. е. 0,550614 *л*.

Унция — единица массы (1/16 английского фунта), равная 28,3495 *г*.

Фунт (английский) — единица массы — 453,5924 *г*.

Ярд — единица длины. Равен трем футам, или 0,9144 *м*.

Таблица 49

Некоторые единицы и названия единиц, имеющие ограниченное применение и не вошедшие в ГОСТ

Аком — акустический *ом* — СГС единица акустического сопротивления.

Био — СГСМ единица силы тока, равная 10 *а*.

Вар — сокращенное название вольт-ампера реактивной мощности.

Гал — единица ускорения, равная 1 *см/сек*².

Инерта — техническая единица массы, равная 9,81 *кг*.

Кейзер — единица волнового числа, равная $см^{-1}$.

Килопаунд — применяемое в немецкой литературе название килограмм-силы.

Ленц — единица напряженности магнитного поля, равная 1 *а/м*.

Магн — единица «абсолютной магнитной проницаемости», равная $10^7/4\pi$ *ф/м*.

Мес — единица скорости 1 *м/сек*.

Мо — единица проводимости. То же, что сименс.

Паскаль — единица давления, равная 1 *н/м*².

Ре — СГС единица текучести. Текучесть жидкости, обладающей вязкостью в 1 пуаз.

Румб — применяемая в мореходстве единица угла, равная 1/32 полного оборота, т. е. 11,25°.

Урановая единица — единица измерения α-активности — активность окиси U_3O_8 при плотности покрытия поверхности 20 *мг/см*². Урановая единица создает в воздухе ионизационный ток плотностью $5{,}78 \cdot 10^{-13}$ *а/см*².

Франклин — СГС единица заряда, равная $3{,}34 \cdot 10^{10}$ *к*.

Этвеш — единица измерения градиента силы тяжести, равная изменению ускорения силы тяжести на 1 *см/сек*² на каждый сантиметр.

Таблица 50

Температурные точки

Для практического воспроизведения отдельных участков термодинамической шкалы температур определен ряд температурных точек, дополняющих приведенные в § 5.3 опорные точки. Дополнительные температурные точки, как и опорные, представляют собой температуры равновесия двух или трех фаз данного вещества. Ниже приводится ряд соответствующих точек, причем указывается, между какими фазами равновесие служит для установления данной точки. В случае равновесия двух фаз давление равно нормальной атмосфере. Температуры указаны в °C.

Двуокись углерода — твердая и пары	−78,5	Свинец — твердый и жидкий	327,3
Ртуть — твердая и жидкая	−38,87	Ртуть — жидкая и пары	356,58
Лед и вода	0,000	Алюминий — твердый и жидкий	650,1
Окись дифенила — тройная точка	26,88	Медь — твердая и жидкая	1083
Бензойная кислота — тройная точка	122,36	Никель — твердый и жидкий	1453
Индий — твердый и жидкий	156,61	Кобальт — твердый и жидкий	1492
Нафталин — жидкий и пары	218,0	Палладий — твердый и жидкий	1552
Олово — твердое и жидкое	231,91	Платина — твердая и жидкая	1768
Бензофенон — жидкий и пары	305,9	Родий — твердый и жидкий	1960
Кадмий — твердый и жидкий	321,03	Иридий — твердый и жидкий	2443

Таблица 51

Русские и международные обозначения единиц

Единица	Обозначение		Единица	Обозначение	
	русское	международное		русское	международное
Ампер	*а*	A	Атмосфера техническая	*ат* (*кгс/см²*)	at (kgf/cm²)
Ангстрем	Å	Å	Бар	*бар*	bar
Апостильб	*асб*	asb	Барн	*барн*	barn
Ар	*а*	a	Бел	*б*	B
Атмосфера (нормальная)	*атм*	atm	Ватт	*вт*	W

Таблица 51 (*продолжение*)

Единица	Обозначение русское	Обозначение международное
Вебер	*вб*	Wb
Вольт	*в*	V
Гал	*гал*	Gal
Гаусс	*гс*	Gs
Генри	*гн*	H
Герц	*гц*	Hz
Градус	°K (град)	°K (deg)
Грамм	*г*	g
Децибел	*дб*	dB
Джоуль	*дж*	J
Дина	*дин*	dyn
Диоптрия	*дптр*	1/m
Калория	*кал*	cal
Килограмм	*кг*	kg
Кулон	*к*	C
Кюри	*кюри*	Ci
Ламберт	*лб*	lb
Литр	*л*	l
Лошадиная сила	*л. с.*	HP (PS)
Люкс	*лк*	lx
Люмен	*лм*	lm
Максвелл	*мкс*	Mx
Метр	*м*	m
Микрон (микрометр)	*мк* (*мкм*)	μ (μm)
Миллиметр водяного столба	*мм* вод. ст.	mm H_2O
Миллиметр ртутного столба	*мм* рт. ст.	mm Hg
Миля (морская)	миля	n. mile
Минута	*мин*	min
Минута угловая	′	′
Моль	*моль*	mole
Непер	*нп*	n
Нит	*нт*	nt
Ньютон	*н*	N
Ом	*ом*	Ω
Пуаз	*пз*	P
Пьеза	*пз*	pz
Радиан	*рад*	rad
Резерфорд	*рд*	rd
Рентген	*р*	r
Сантиметр	*см*	cm
Свеча (кандела)	*св* (*кд*)	cd
Секунда	*сек*	s
Секунда угловая	″	″
Сименс	*сим*	S
Стен	*сн*	sn
Стерадиан	*стер*	sr
Стильб	*сб*	sb
Стокс	*ст*	St
Сутки	*сут*	d
Тесла	*тл*	T
Тонна	*т*	t
Тор (торр)	*тор*	tor
Узел	*узел*	kn
Фарада	*ф*	F
Фот	*ф*	ph
Час	*ч*	h
Электрон-вольт	*эв*	eV
Эрг	*эрг*	erg
Эрстед	*э*	Oe

Таблица 52

Десятичные приставки

Наименование	Отношение к главной единице	Обозначение русское	Обозначение международное	Примеры		
Тера	10^{12}	*Т*	T	тераджоуль	*Тдж*	Tj
Гига	10^{9}	*Г*	G	гиганьютон	*Гн*	GN
Мега	10^{6}	*М*	M	мегаом (мегом)	*Мом*	MΩ
Кило	10^{3}	*к*	k	килогаусс	*кгс*	kGs
Гекто	10^{2}	*г*	h	гектоватт	*гвт*	hW
Дека	10	*да*	da	декалитр	*дал*	dal
Деци	0,1	*д*	d	дециметр	*дм*	dm
Санти	10^{-2}	*с*	c	сантипуаз	*спз*	cP
Милли	10^{-3}	*м*	m	миллиампер	*ма*	mA
Микро	10^{-6}	*мк*	μ	микровольт	*мв*	μV
Нано	10^{-9}	*н*	n	наносекунда	*нсек*	ns
Пико	10^{-12}	*п*	p	пикофарада	*пф*	pF
Фемто	10^{-15}	*ф*	f	фемтограмм	*фг*	fg
Атто	10^{-18}	*а*	a	аттокулон	*ак*	aC

Таблица 53

Обозначения физических величин

Перечень включает в себя в основном величины, встречающиеся в общем курсе физики и смежных дисциплинах. Приводимые в перечне обозначения заимствованы из общесоюзных стандартов, рекомендаций, относящихся к различным областям науки и техники, а также из наиболее распространенных учебников физики.

Согласно существующим правилам допускается взаимная замена прописных и строчных букв, там где это представляется целесообразным и не приводит к недоразумениям.

Величина	Обозначение	Величина	Обозначение
Активность радиоактивного источника . .	A	Восприимчивость диэлектрическая	$k_э$
Вектор Пойнтинга . .	$П$, S	Восприимчивость магнитная	$k_м$
Видность абсолютная	V	Время	t, τ
Видность относительная	K	Вязкость динамическая	μ, η
Водородный показатель	pH	Вязкость кинематическая	ν

Таблица 53 (*продолжение*)

Величина	Обозначение	Величина	Обозначение
Давление	p	Момент инерции (динамический)	J
Действие	S, H	Момент количества движения	$L, \mathscr{L}$
Длина	l	Момент магнитный	$p_м$
Длина световой волны	λ	Момент осевой (экваториальный)	J_z
Длина свободного пробега	l, λ	Момент полярный	J_0
Доза излучения	D	Момент силы	M
Емкость электрическая	C	Момент статический	S
Заряд электрический	Q	Момент электрический	$p_э$
Импульс (количество движения)	p, K	Мощность	P, N
Индуктивность	L	Напряженность магнитного поля	H
Индуктивность взаимная	M	Напряженность электрического поля	E
Индукция магнитная	B	Объем	V
Интенсивность звука	I	Освещенность	E
Интенсивность намагничивания (намагниченность)	J, M	Период	T, τ
Интенсивность поляризации (поляризованность)	P	Плотность	ρ, δ
Интервал высоты звука	Δ	Плотность заряда линейная	τ
Количество освещения	H	Плотность заряда объемная	ρ
Количество теплоты	Q	Плотность заряда поверхностная	σ
Концентрация	n	Плотность электрического тока	δ, j
Коэффициент диффузии	D	Плотность энергии объемная	u, w
Коэффициент поверхностного натяжения	σ	Площадь	S
Коэффициент подвижности (подвижность)	b, μ	Поляризуемость молекулы	α
Коэффициент температуропроводности	a	Постоянная газовая	R
Коэффициент теплопроводности	λ	Постоянная магнитная	μ_0
Кривизна	ρ	Постоянная Планка	h
Кривизна гауссова	K	Постоянная Планка — Дирака	$\hbar$
Масса	m	Постоянная электрическая	ε_0
Масса молекулярная относительная (молекулярный вес)	M, μ	Потенциал	V, φ
Модуль сдвига	G	Поток излучения	F, Φ, P
Модуль упругости (модуль Юнга)	E	Поток магнитный	Φ

Таблица 53 (*продолжение*)

Величина	Обозначение	Величина	Обозначение
Поток световой	Φ	Сопротивление электрическое	R
Поток тепловой	Φ	Сопротивление электрическое (комплексное)	Z
Поток электрического смещения	N	Сопротивление электрическое удельное	ρ
Потокосцепление	Ψ	Текучесть	φ
Проводимость	G	Температура	t°, θ
Проницаемость диэлектрическая	ε	Температура абсолютная	T
Проницаемость магнитная	μ	Теплоемкость	C
Работа	A, W, L	Теплота фазового превращения (плавления, испарения и т. п.)	L, r, λ
Разность потенциалов	U	Угол	φ, α, ψ, θ
Расход массовый	$Q_{м}$, M	Уровень громкости звука	L_N, Λ
Расход объемный	Q_V, Q	Уровень звукового давления	L_p
Светность	R	Ускорение	a, j
Сила	F, P, Q, R	Ускорение угловое	ε
Сила магнитодвижущая	F, Θ	Частота	f, ν
Сила оптическая	Φ, D	Частота угловая	ω
Сила света	J	Число волновое	k, $\tilde{\nu}$
Сила тока	I	Энергия	E, W
Сила электродвижущая	E, $Э$	Энергия внутренняя	U
Скорость	v	Энергия кинетическая	K, T, $E_{к}$, $W_{к}$
Скорость угловая	ω	Энергия потенциальная	$П$, U, $E_{п}$, $W_{п}$
Смещение электрическое (индукция электрическая)	D	Энергия свободная	F
Сопротивление акустическое	$R_{а}$	Энтропия	S
Сопротивление механическое (акустической системы)	$R_{м}$	Яркость	B

Таблица 54

Модуль упругости (модуль Юнга) некоторых материалов
(средние округленные значения)

Материал	E	Материал	E
Алюминий	7	Резина	0,5
Медь	12	Кварц	5
Сталь	20	Свинец	1,6

Для получения значения модуля в $н/м^2$ следует числа столбца E умножить на 10^{10}, в $дин/см^2$ — на 10^{11}, в $кгс/м^2$ — на 10^9, в $кгс/см^2$ — на 10^5 и в $кгс/мм^2$ — на 10^3.

Таблица 55

Вязкость некоторых жидкостей при 20° С

Жидкость	Вязкость в $\frac{н \cdot сек}{м^2} \cdot 10^3$	Жидкость	Вязкость в $\frac{н \cdot сек}{м^2} \cdot 10^3$
Вода	1,01	Этиловый спирт . . .	1,19
Ртуть	1,59	Эфир	0,23
Бензол	0,65	Глицерин . . .	850
Метиловый спирт	0,59		

Таблица 56

Теплоемкости некоторых веществ

Вещество	Теплоемкость		Вещество	Теплоемкость	
	$дж/(кг \cdot град) \cdot 10^{-2}$	$кал/(г \cdot град)$		$дж/(кг \cdot град) \cdot 10^{-2}$	$кал/(г \cdot град)$
Алюминий	8,8	0,21	Вода . . .	41,9	1,00
Вольфрам	1,5	0,036	Ртуть . .	1,3	0,033
Германий	3,1	0,074	Кварц . .	8,4	0,20
Железо . .	4,6	0,11	Стекло . .	6,3	0,15
Медь . . .	3,8	0,091			

Таблица 57

Теплопроводности некоторых материалов

Материал	Теплопроводность $\frac{вт}{м \cdot град}$	Теплопроводность $\frac{кал}{сек \cdot см \cdot град}$	Теплопроводность $\frac{ккал}{ч \cdot м \cdot град}$	Материал	Теплопроводность $\frac{вт}{м \cdot град}$	Теплопроводность $\frac{кал}{сек \cdot см \cdot град}$	Теплопроводность $\frac{ккал}{ч \cdot м \cdot град}$
Медь	390	0,92	330	Цемент	2,9	$7 \cdot 10^{-3}$	2,5
Алюминий	210	0,51	190	Кирпич	1,7	$4{,}1 \cdot 10^{-3}$	1,4
Графит	130	0,30	110	Стекло	0,84	$2 \cdot 10^{-3}$	0,7
Латунь	110	0,26	94	Вода	0,63	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$	0,54
Вольфрам	76	0,18	65	Вата	0,25	$6 \cdot 10^{-4}$	0,22
Сталь	46	0,11	40	Дерево	0,21	$5 \cdot 10^{-4}$	0,18
Ртуть	6,7	$1{,}6 \cdot 10^{-2}$	5,8	Войлок	0,038	$9 \cdot 10^{-5}$	0,032

Таблица 58

Удельное акустическое сопротивление некоторых сред

Среда	Удельное акустическое сопротивление в $г/сек \cdot см^2$	Среда	Удельное акустическое сопротивление в $г/сек \cdot см^2$
Воздух (при нормальных условиях) .	43	Медь . . .	$3{,}2 \cdot 10^6$
Вода	$1{,}4 \cdot 10^5$	Сталь . . .	$4{,}1 \cdot 10^6$
Ртуть	$2{,}0 \cdot 10^6$	Резина . .	$2{,}9 \cdot 10^3$

Таблица 59

Удельные сопротивления некоторых проводников

Проводник	Удельное сопротивление $ом \cdot \frac{площадь}{длина}$	Удельное сопротивление СГС$\cdot 10^{18}$	Проводник	Удельное сопротивление $ом \cdot \frac{площадь}{длина}$	Удельное сопротивление СГС$\cdot 10^{18}$
Алюминий	3,2	3,6	Медь . . .	1,8	2,0
Висмут . .	120	130	Молибден	4,8	5,3
Сталь . .	20	22	Свинец . .	2,1	2,3
Серебро	1,6	1,8	Нихром	110	120
Тантал . .	15	17	Манганин	43	48
Латунь . .	8	8,9			

Для получения значения удельного сопротивления измеренного в $ом \cdot м$, $ом \cdot см$ и $ом \frac{мм^2}{м}$ следует числа столбца «$ом \cdot \frac{площадь}{длина}$» помножить соответственно на 10^{-8}, 10^{-6} и 10^{-2}.

Литература

1. Аристов Е. М., Физические величины и единицы их измерения, Судпромгиз, Л., 1963.
2. Беклемишев А. В., Меры и единицы физических величин, Гостехиздат, М., 1954.
3. Богуславский М. Г., Кремлевский П. П., Олейник Б. Н., Чечурина Е. Н., Широков К. П., Таблицы перевода единиц измерений. Стандартгиз. М., 1963.
4. Бриджмэн П. В., Анализ размерностей, ГТТИ, 1934.
5. Бурдун Г. Д., Единицы физических величин, Изд-во Комитета стандартов, М., 1967.
6. Бурдун Г. Д., Калашников Н. В., Стоцкий Л. Р., Международная система единиц, «Высшая школа», М., 1964.
7. Гинкин Г. Г., Логарифмы, децибелы, децилоги, Госэнергоиздат, М.—Л., 1962.
8. Гордов А. Н., Температурные шкалы, Изд-во Комитета стандартов, М., 1966.
9. Давыдов В. В., Применение новой Международной системы единиц в технике, «Транспорт», М., 1964.
10. Данилов Н. И., Единицы измерений, Учпедгиз, М., 1961.
11. Калантаров П. Л., Единицы измерений электрических и магнитных величин, Госэнергоиздат, Л.—М., 1948.
12. Калашников Н. В., Стоцкий Л. Р. и др., Единицы измерений и обозначений физико-технических величин, «Недра», М., 1966.
13. Коган Б. Ю., Размерность физической величины, «Наука», М., 1968.
14. Лисенков А. А., Международная система единиц, «Наука», М., 1966.
15. Маликов М. Ф., Основы метрологии, Изд-во Комитета по делам мер и приборов, М., 1949.
16. Маликов С. Ф., Практические электрические единицы (международные и абсолютные), Госэнергоиздат, М.—Л., 1948.
17. Малицкий А. Н., Единицы измерения электрических и магнитных величин, МГУ, 1961.
18. Савенко В. Г., Международная система единиц (СИ), Изд-во Ленингр. электротехн. ин-та связи, 1965.
19. Седов Л. И., Методы подобия и размерности в механике (6-е издание), «Наука», М., 1967.

20. Сена Л. А., Единицы измерения физических величин, Гостехиздат, 1951.
21. Хвольсон О. Д., Об абсолютных единицах, в особенности магнитных и электрических, СПБ, 1887.
22. Чертов А. Г., Единицы измерения физических величин, «Высшая школа», М., 1960.
23. Чертов А. Г., Международная система единиц измерений, Росвузиздат, М., 1963.
24. Широков К. П. (ред.), О внедрении международной системы единиц (сборник), Изд-во Комитета стандартов, М., 1965.
25. Некоторые важнейшие стандарты:
ГОСТ 9867—61 Международная система единиц.
ГОСТ 7664—61 Механические единицы.
ГОСТ 8550—61 Тепловые единицы.
ГОСТ 7932—56 Световые единицы.
ГОСТ 8849—58 Акустические единицы.
ГОСТ 7763—55 Образование кратных и дольных единиц измерений. Сокращенные обозначения единиц измерений.
ГОСТ 1493—47 Обозначения основных общетехнических величин.
ГОСТ 1494—61 Электротехника. Обозначения основных величин (буквенные).
ГОСТ 7601—55 Физическая оптика. Обозначения основных величин.
ГОСТ 7427—55 Геометрическая оптика. Обозначения основных величин.

Алфавитный указатель

Абсолютное значение относительного количества 11
Абсолютно черное тело 217
Абсолютный нуль 129
Аком 151, 288
Акр 84, 288
Акустическая проницаемость перегородки 157
Акустический импеданц 151
Акустический ом 151
Акустическое сопротивление 150
Ампер 37
— на метр 201, 204
Ампер-виток 203
Ампер-час 193
Амплитуда 112
Анализ размерностей 66
Английская паровая лошадь 107
Английские единицы 288
Ангстрем 82
Апостильб 222
Ар 84
Ареометр 254
Архивный метр 34
Аршин 83
Астрономическая единица длины 83
Атмосфера нормальная 102
— техническая 102
Атомная единица массы 230
— — — физическая 231
— — — химическая 231

Бар 103
Баррель 288
Безразмерные комбинации 74
Бел 152, 252
Био 288
Бит 253
Боровский радиус 233
Бушель 288
Бэр 244

Вар 288
Ватт 106
Ватт-час 106
Вебер 201
Вектор Пойнтинга 213
Верста 83
Вершок 83
Взаимная индуктивность 188, 204
Видность 223
— абсолютная 223
— монохроматическая 224
— относительная 224
Вискозиметр Энглера 120
Внесистемные единицы 40
Водородный показатель 255
Волновое сопротивление 206
— — вакуума 206
— число 211, 241
Вольт 193
— на метр 194
Вольт-ампер 193
Время 93
— жизни 234
— стандартной реверберации 158
Второе начало термодинамики 131
Высота звука 153
Вязкость 118
— динамическая 120
— кинематическая 120

Вязкость относительная 120
— ударная 118
— удельная 120

Гал 95, 288
Галлон 288
Гамма 154
— (единица массы) 99
— (единица напряженности магнитного поля) 202
— натуральная 154
— темперированная 154
— чистая 154
Гаусс 184
Гектар (*га*) 84
Гектоватт 106
Генри 204
Герц 96
Гибкость 107
Гильберт 187, 203
Главное фокусное расстояние 226
Год тропический 38
Гон 86
Гравитационная единица силы 27
— постоянная 26, 256
Град 86
Градиент давления 103
— скорости 98
Градус Боме 254
— Кельвина 135
— (угловой) 86
— электрический 97
— Энглера 120
Грамм 36, 99
Грамм-молекула 99
Громкость звука 155

Давление 101
Дебай 234
Действие 111
Декремент затухания логарифмический 112
Десятина 84
Десятичные приставки 291
Децибел 152, 252
Децилог 253
Дециметр 82
Джоуль 104
Дина 22, 110
— на квадратный сантиметр 101
Диоптрия 226
Диэлектрическая восприимчивость 182, 199
— проницаемость 169, 182, 198
— — абсолютная 198
— — относительная 198
Длина дебройлевской волны 240
— свободного пробега 236
Добротность 113
Дополнительные единицы 89
Дюйм 83

Единица Виоля 219
Единицы длины 81
Емкость 181, 199
— аккумуляторов 193

Живая сила 51

Закон Авогадро 129
— Био, Савара и Лапласа 165
— Бойля — Мариотта 128
— Вебера — Фехнера 251
— Вина 131
— всемирного тяготения 26
— Гей-Люссака 128
— излучения Планка 258
— Кеплера третий 29
— Кулона 162
— Ламберта 214
— Ньютона второй 22, 26
— Ома 200
— Стефана — Больцмана 131, 215
Заряд электрона 231, 256
Звездная величина 251
Звуковая энергия 150
Звуковое давление 149

Излучательная способность 213
Измерение 10
Икс-единица 82
Импульс 47
— момента силы 110
— силы 47, 100
Индуктивность 188, 204
Инерта 54, 288
Инерционная постоянная 26
Интенсивность 212

Интенсивность звука 150
— намагничивания 190, 204
— поляризации 181, 198
— светового потока 221
Интервал высоты 154

Кабельтов 83
Кажущаяся мощность 193
Калория 104, 137
— в час 106
Кандела 219
Карат 99
Квадратный градус 88
— дюйм 84
— метр 19, 84
— — открытого окна 158
— сантиметр 84
Квинтал 99
Кейзер 288
Киловатт 106
Килогерц 97
Килограв 36
Килограмм 35, 36, 99
Килограмм-молекула 99
Килограммометр 104
— в секунду 106
Килограмм-сила 36
Килокалория 104, 137
— в час 106
Километр 82
— в час 94
Киломоль 99
Килопаунд 36, 288
Классический радиус электрона 235
Количество движения 47, 101
— магнетизма 163
— освещения 222
— света 220
— тепла 136
— электричества 178, 193
Комптоновская длина волны 257
Концентрация 122
Коэрцитивная сила 190, 205
Коэффициент внутреннего трения 118
— всестороннего сжатия 116
— вязкости 118
— диффузии 123
Коэффициент затухания 112
— объемной ионизации 246
— отражения акустический 157
— поверхностного натяжения 121
— поглощения акустический 157
— подвижности 247
— полезного действия 131
— растяжения 115
— рекомбинации 246
— самоиндукции 189
— сдвига 116
— сопротивления 107
— Таунсенда 246
— температуропроводности 144
— теплопередачи 143
— теплопроводности 143
— трения 107
Коэффициенты температурные 146
— уравнения Ван-дер-Ваальса 146
Кратные и дольные единицы 40
Кривизна 89
— гауссова 91
— поверхности 90
— средняя 90
Критерии подобия 78
Критерий Рейнольдса 79
Круглый метр 24
Кубический дециметр 85
— дюйм 85
— метр 85
— сантиметр 85
Кулон 193
Кюри 245

Ламберт 222
Ламбертовы источники 214
Ленц 201, 288
Листочки Ми 196
Литр 85
Литро-атмосфера 105
Логарифмические единицы 251
Лошадиная сила 106
Лучеиспускательная способность 213
Лучепоглощательная способность 228
Люкс 221
Люмен 220

Маги 37, 288
Магнетон Бора 233, 257
Магнитная восприимчивость 191, 205
— индукция 169, 184
— масса 163
— постоянная 176
— проводимость 188
— проницаемость 169, 190, 205
— — абсолютная 205
— — относительная 205
Магнитное сопротивление 188, 203
Магнитный заряд 163
— момент 185, 202
— поток 185, 201
Магнитодвижущая сила 186, 203
Максвелл 185
Максвелловское распределение 124
Масса 99
— нейтрона 256
— протона 256
— электрона 231, 256
Массовая скорость потока 111
Массовое число 231
Массовый расход 111
Махе 245
Мегаватт 106
Мегагерц 97
Международная свеча 219
Международные электрические и магнитные единицы 208
Международный ампер 209
— ватт 209
— вольт 209
— ом 209
Мес 94, 288
Метр 34, 35, 38
— в секунду 94
— на секунду в квадрате 95
Механический ом 152
— эквивалент света 225
— — тепла 138
Механическое сопротивление 151
Меxом 152
Микроватт 106
Микрограмм 99
Микрометр 82
Микрон 82
Микросекунда 94
Миллиангстрем 82
Милливатт 106
Миллиграмм 99
Миллиметр 82
— водяного столба 102
— ртутного столба 103
Миллимикрон 82
Миллисекунда 94
Миль 84, 286
Миля морская 83, 288
Минута 41, 94
— метрическая (угловая) 86
— (угловая) 86
Мо 200, 288
Модуль сдвига 116
— упругости 115
— Юнга 116
Молекулярная масса 115
Молекулярный вес 115
— объем 115
Моль 99
Момент инерции осевой (экваториальный) 92
— — полярный 93
— — тела 108
— количества движения 110
— — — микрочастиц 232
— — — электрона 232
— силы 108
Мощность 106
— дозы 244
— поглощенной дозы излучения 243

Намагниченность 190, 204
Нанометр 82
Наносекунда 94
Напряжение 193
Напряженность магнитного поля 164, 169, 184, 201
— электрического поля 162, 169, 178, 193
Непер 153, 252
Нит 221
Нормальная концентрация 123
Нормальное ускорение 54
Нормальный объем газа 258
Ньютон 22, 54, 100
— на квадратный метр 101

Обозначения единиц 289
— физических величин 291
Оборот 86
Обратный метр 91
— сантиметр 91
Общее звуковое поглощение 158
Объем 84
Объемная плотность энергии излучения 214
— скорость 149
Объемный расход 98
Октава 154
Ом 199
Опорные температурные точки 135
Оптическая сила 226
Освечивание 222
Основные и производные величины 20
— — единицы 16
Остаточная индукция 190, 205

Параметр столкновения 236
Парсек 83
Паскаль 101, 288
Первое начало термодинамики 137
Период 96
— полураспада 235
Пинта 288
Пи-теорема 74
Плотность 113
— звуковой энергии 150
— объемного расхода 98
— тока 182
— энергии 105
Площадь 84
Поверхностная плотность заряда 178
— — потока излучения 212
— — теплового потока 139
Поглощенная доза излучения 243
Подвижность 247
Показатель поглощения звука линейный 158
— преломления 228
— твердости по Брейтгаупту 287
— — — Мосу 287
Полная видность 223
Поляризованность диэлектрика 181, 198
Поляризуемость 234
Постоянная Больцмана 130, 258
— в законе смещения Вина 258
— — — Стефана — Больцмана 258
— Дирака 256
— Планка 217, 256
— распада 235
— Ридберга 257
— тонкой структуры 250, 256
Потенциал 180, 193
Поток звуковой энергии 150
— излучения 212
— индукции 185
— смещения 179, 198
— частиц 242
Потокосцепление 185
Практические единицы 36, 173
Приведенное давление 129
Прицельное расстояние 236
Проводимость 183, 200
Прямые и косвенные измерения 14
Пуаз 119
Пуд 40, 99

Работа 104
Рад 244
Радиан 85
Радиус Бора 257
Радлюкс 221
Радфот 221
Размерность 43
— «частица» 122
Распад 244
— в секунду 245
Рационализованная форма уравнений электромагнетизма 175
Ре 288
Реверберация 158
Резерфорд 245
Рентген 243
Ридберг 241
Румб 288

Савар 154
Сажень 83

Сантиметр 36
— в секунду 94
— на секунду в квадрате 95
Светимость 218
Светность 220
Световая отдача 223
Световой год 83
— поток 219
Световые коэффициенты 228
Светосила 228
Светотехнические единицы 218
Свеча 219
— Гефнера 219
Свободная энергия 121
Секунда 35, 36, 38, 39
— звездная 36
— метрическая (угловая) 86
— (угловая) 86
— Энглера 120
Сила 100
— звука 150
— света 219
— тока 182
Силовой поток 179
Сименс 200
— на метр 200
Система абсолютная практических единиц 191
— Блонделя 173
— Гаусса 39
— Джорджи 173
— единиц техническая 34
— Максвелла 173
— международная (СИ) 39
— МКСМ 191
— МТС 40
— Планка 249
— практических единиц 37
— СГС 39
— СГСМ (электромагнитная) 39, 164
— СГСЭ (электростатическая) 39, 163
— Хартри 249
— электрических и магнитных единиц симметричная 166
Системы единиц 23
— — абсолютные 33
— — естественные 248
Скорость 94
— света 172, 177, 255
Скрытая теплота 137
Смещение 179, 194
Солнечные сутки средние 35
Сопротивление 183, 199
Спектральная плотность интенсивности излучения 216
— — потока излучения 216
— — энергетической освещенности 216
— — — светности 216
Спиновое число 232
Статический момент относительно оси 92
Стен 100
Стерадиан 88
Стильб 221
Стокс 121
Сутки звездные 36

Твердость 117
— по Бринелю 118
Текучесть 120
Телесный угол 86
Тембр звука 155
Температура 126
Температурный градиент 138
Температуропроводность 145
Тепловой поток 139
Теплоемкость 141
Теплота перехода 142
Теплотворная способность 142
Термия 137
Термодинамическая температура 132
Тесла 200
Техническая единица массы 54
Тонна 99
Тор 103
Тройная точка 133

Угловая скорость 95
Угловое ускорение 95
Угол 85
Удельная проводимость 184, 200
Удельное акустическое сопротивление 151
— сопротивление 183, 200
Удельный вес 114

Удельный объем 114
Узел 94
Универсальная газовая постоянная 129, 258
Унция 288
Уравнение Клапейрона — Менделеева 128
Урановая единица 288
Уровни звукового давления 152
— интенсивности звука 152
Ускорение 94

Фаза 97
Фарада 177, 199
— на метр 199
Ферми 236
Фон 156
Формула Ампера 167
— Больцмана 130
— Лапласа 165
— Планка 217
Формулы размерности 42
Фот 221
Франклин 288
Фригория 138
Функции *распределения* 124
Фунт 53, 99, 286
Фут 53, 83
Фэр 244

Характеристическое сопротивление вакуума 206

Цент 154
Центнер 99
Циркуляция напряженности магнитного поля 186

Час 41, 94
Частота 96
Число Авогадро 256
— основных единиц 27
— универсальных постоянных 31
— Фарадея 256

Шкала Бофорта 11, 287
— Кельвина 127
— Ренкина 134
— Реомюра 133
— стоградусная 133
— температур абсолютная 127
— — термодинамическая 132
— Фаренгейта 134
— Цельсия 133
— электромагнитных волн 211
Шкалы твердости 287

Эйнштейн 244
Эквивалент рентгена биологический 244
— — механический 244
— физический 244
Экспозиционная доза излучения 243
Электрическая индукция 179, 194
— постоянная 177
Электрический градиент 178
— заряд 178, 193
— момент диполя 180, 198
Электродвижущая сила 180, 193
Электрон-вольт 238, 286
Электропроводность 184, 200
Эман 245
Энергетическая светность 213
— сила света 213
— яркость 214
Энергетические характеристики излучения 212
Энергия 104
Энтропия 139
Эрг 104
— в секунду 106
Эрстед 184
Этвеш 288
Эффективное сечение 236
— — *приведенное* 237

Ядерный магнетон 233
Ярд 84, 288
Яркость 221