

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ТАГАНРОГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**



С. НИКОЛАЕВ

ОСНОВЫ САПР ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

ТЕКСТ ЛЕКЦИЙ

Таганрог 2002

УДК 681.518.3(075)

Николаев С.В. Основы САПР измерительных систем: Текст лекций. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002. 128 с.

Изложены основные разделы лекционного курса по дисциплине "Основы САПР измерительных систем".

Для студентов специальностей 190900 "Информационно-измерительная техника и технологии", 190304 "Приборы и комплексы экологического мониторинга" и других родственных специальностей, изучающих дисциплину "Основы САПР измерительных систем".

Ил. __. Библиогр.: __ назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Таганрогского радиотехнического университета

Р е ц е н з е н т ы :

© Николаев С.В., 2002

© Таганрогский государственный
радиотехнический университет, 2002

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	4
ТЕМА 1. СТРУКТУРА АСНИ И СТАДИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ.....	5
1.1. Системный подход к изучению и проектированию сложных систем.....	5
1.1.1. Основные понятия системного анализа.....	5
1.1.2. Краткий исторический экскурс системных представлений в науке.....	8
1.1.3. Современные направления и школы системных исследований.....	16
1.2. Системные вопросы проектирования и эксплуатации АСНИ.....	18
1.2.1. Жизненный цикл АСНИ.....	18
1.2.2. Функции АСНИ как следствие общей стратегии эксперимента.....	21
1.2.3. Информационно-логическая структура АСНИ.....	26
1.2.4. Организация работ по созданию и эксплуатации АСНИ.....	28
1.2.5. Стадии создания АСНИ.....	29
ТЕМА 2. ОБЩАЯ ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ И ЧАСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АСНИ.....	34
2.1. ОБЩИЕ И ЧАСТНЫЕ КРИТЕРИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ.....	34
2.2. Точностные характеристики.....	40
2.2.1. Критерии оценки погрешностей измерения.....	40
2.2.2. Погрешность от квантования по уровню.....	54
2.2.3. Распространение погрешностей при вычислениях.....	54
2.2.4. Оценка полной погрешности системы (прямая задача суммирования погрешностей).....	57
2.2.5. Распределение погрешностей по звеньям системы (обратная задача оценки погрешностей).....	63
2.3. Временные характеристики.....	65
2.3.1. Дискретизация по времени: постановка задачи.....	65
2.3.2. Оценка погрешности при равномерной дискретизации- восстановлении.....	72
2.3.3. Методы дискретизации полосовых (узкополосных) сигналов.....	79
2.3.4. Особенности многоканальных измерительных систем.....	92

ПРЕДИСЛОВИЕ

Создание информационно-измерительных систем (ИИС) и автоматизированных систем научных исследований и комплексных испытаний (АСНИКИ) предусматривает выполнение системотехнического проектирования, включающего разработку технического задания и технического предложения на компоненты аппаратного и программного обеспечения ИИС и АСНИКИ. Цель настоящей дисциплины – изучение основных приемов системотехнического проектирования, базирующихся на методах математического и компьютерного моделирования.

В результате изучения дисциплины студенты должны:

- ориентироваться в методологических вопросах проектирования ИИС и АСНИКИ;
- знать основные стадии и принципы их проектирования;
- уметь определять (с использованием ЭВМ) основные характеристики ИИС и АСНИКИ и критерии оценки эффективности проектных решений;
- владеть инженерной методикой выполнения проектных работ на этапах разработки технического задания и технического предложения с использованием методов имитационного моделирования на ЭВМ и систем автоматизированного проектирования (САПР).

При изучении лекционного курса следует обратить внимание на следующие моменты.

Цель АСНИ - получение модели объекта, его информационного образа, является типично системной функцией и ее достижение должно в значительной степени базироваться на методах проектирования, вытекающих из системного подхода, стержень которого составляет принцип целостности.

При анализе (описании) сложных систем место теории, в определенном смысле, занимает модель. В связи с этим требуется четкое формулирование исходных допущений и закономерностей (как чисто умозрительных, так и эмпирических), лежащих в основе критериев и оценок, и указание степени и границ адекватности моделей и полученных на их основе оценок.

Важнейшей характеристикой АСНИ является точность получаемых результатов (модели и ее параметров), поэтому в первом приближении проектирование АСНИ на системном уровне может рассматриваться как решение обратной задачи распределения погрешности. Она заключается в нахождении такого распределения погрешностей по блокам и узлам системы, при котором суммарная погрешность не превышает заданной (ограничение) и оптимизируется некоторый частный или обобщенный критерий эффективности (целевая функция). При этом одновременно осуществляется обоснованный выбор управляемых (доступных разработчику) параметров системы.

Рассмотрение характеристик АСНИ (метрологических, временных, информационных и т.п.) опирается на знания студентов, полученные при изучении таких общинженерных и специальных дисциплин, как теоретические основы ИИТ, электроника, методы и средства измерения, информационно-измерительные системы, микропроцессорная техника и системное оборудование.

С. Николаев

Тема 1. СТРУКТУРА АСНИ И СТАДИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

1.1. Системный подход к изучению и проектированию сложных систем

Данный раздел имеет обзорный характер и служит для того, чтобы дать общее представление о том, что мы называем "системный подход". Более тщательное рассмотрение этого вопроса требует значительного времени, гораздо большего, чем можно было уделить в данном лекционном курсе. Для интересующихся студентов по ходу изложения даются ссылки на литературные источники, изучение которых может удовлетворить их стремление к углублению своих знаний. Студенты некоторых специальностей изучают дисциплину "Системный анализ", в которой системному подходу уделено большее внимание. Приведенный ниже текст раздела 1.1. во многом заимствован из опубликованного текста лекций по этой дисциплине [3] и несколько превышает минимум обязательных сведений, необходимых с точки зрения дисциплины "Основы САПР измерительных систем".

1.1.1. Основные понятия системного анализа

Основные определения по [4]

Система – *объект* любой природы, обладающий выраженным системным свойством.

Системное свойство – это свойство, которым обладает система как целое, но которого не имеет ни одна из частей системы при любом способе ее членения, причем оно не выводимо из свойств частей.

Подсистема – часть системы, обладающая собственным системным свойством.

Надсистема – система более высокого порядка, в которую рассматриваемая система входит как подсистема.

Элемент – часть системы с однозначно определенными свойствами и при данном способе членения считающаяся неделимой.

Понятия *надсистема*, *система*, *подсистема*, *элемент* являются относительными – они зависят от точки зрения и от цели рассмотрения.

Основные тезисы системного подхода

- 1) Сама материя, природа, Вселенная – системны.
- 2) Принцип целостности: система как целое есть нечто большее, чем сумма ее частей.
- 3) Части системы познаются через целое.
- 4) Относительность иерархии понятий: надсистема, система, подсистема, элемент.
- 5) Роль теории выполняет одна или, чаще, несколько моделей.

Расширенные определения из Советского Энциклопедического Словаря (СЭС)

СИСТЕМА – (от греч. *systema* – целое, составленное из частей; соединение) множество элементов, находящихся в отношениях и связях друг с другом, образующих определенную целостность, единство. Выделяют материальные и абстрактные системы. Первые разделяются на системы неорганической природы (физические, геологические, химические и др.) и живые системы (простейшие биологические системы, организмы, популяции, виды, экосистемы); особый класс материальных живых систем – социальные системы (от простейших социальных объединений до социально-экономической структуры общества). Абстрактные системы – понятия, гипотезы, теории, научные знания о системах, лингвистические (языковые), формализованные, логические системы и др. В современной науке исследование систем разного рода проводится в рамках системного подхода, различных специальных теорий систем, в кибернетике, системотехнике, системном анализе и т.д.

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ – совокупность методологических средств, используемых для подготовки и обоснования решений по сложным проблемам политического, военного, социального, экономического, научного и технического характера. Опирается на системный подход, а также на ряд математических дисциплин и современных методов управления. Основная процедура – построение обобщенной модели, отображающей взаимосвязи реальной ситуации; техническая основа системного анализа – вычислительные машины и информационные системы. Использование системного анализа началось в 1920-х годах (план ГОЭЛРО); с 1950-х годов применяется в экономике, сфере управления, при решении проблем освоения космоса др. Термин «системный анализ» иногда употребляется как синоним системного подхода.

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД – направление методологии научного познания и социальной практики, в основе которого лежит рассмотрение объектов как систем; ориентирует исследование на раскрытие целостности объекта, на выявление многообразных типов связей в нем и сведение их в единую теоретическую картину. Принципы системного анализа нашли применение в биологии, экологии, психологии, кибернетике, технике, экономике, управлении и др. Системный подход неразрывно связан с материалистической диалектикой, является конкретизацией ее основных принципов.

СИСТЕМОТЕХНИКА – научное направление, охватывающее проектирование, создание, испытание и эксплуатацию сложных систем.

СЛОЖНАЯ СИСТЕМА – составной объект, части которого можно рассматривать как отдельные системы, объединенные в единое целое в соответствии с определенными принципами или связанные между собой заданными отношениями. Части сложной системы (подсистемы) можно расчленить (часто лишь условно) на более мелкие подсистемы и т.д., вплоть до выделения элементов сложной системы, которые либо объективно не подлежат дальнейшему расчленению, либо относительно их неделимости имеется договоренность. Свойства сложной системы в целом определяется как свойствами составляющих ее элементов, так и характером взаимодействия между ними. Примеры сложных систем: предприятие, энергосистема, ЭВМ, система регулирования уличного движения, междугородная телефонная сеть. Основным методом исследования сложных систем – моделирование, в том числе имитация процессов функционирования сложных систем на ЭВМ.

Три основных принципа системотехники

1. Принцип физичности: всякой системе присущи физические законы (закономерности), возможно уникальные, определяющие внутренние причинно-следственные связи.

Базируется на постулатах:

Постулат целостности: сложная система должна рассматриваться как единое целое.

Различаются системы *аддитивные* («целое равно сумме частей»), *субаддитивные* («целое меньше суммы частей») и *супераддитивные* («целое больше суммы частей»).

Часть может быть *сложнее целого*, именно поэтому расчленение системы не всегда позволяет упростить ее рассмотрение.

Постулат автономности: сложная система имеет автономную пространственно-временную метрику (группу преобразований, набор инвариантов, геометрию, метрическое пространство).

- 2. Принцип моделируемости:** сложная система представима конечным множеством моделей, каждая из которых отражает определенную грань ее сущности. Модель всегда проще самой системы. Создание полной модели для сложной системы вообще бесполезно, так как такая модель будет столь же сложной, как и система.

Постулат дополнительности: сложные системы, находясь в различных средах (ситуациях), могут проявлять различные системные свойства, в том числе «взаимоисключающие». Другими словами, признается возможное несовершенство познавательного процесса.

Постулат действия: реакция системы на внешнее воздействие имеет **пороговый** характер. Количественные накопления в энергоинформационных воздействиях приводят к качественным скачкам, в том числе и к структурной перестройке системы.

Постулат неопределенности: для каждой системы существует своя область **неопределенности**, которая неизбежно снижает точность определения связанных параметров.

- 3. Принцип целенаправленности:** система стремится к достижению некоторого состояния либо к максимизации (минимизации) некоторого процесса; при этом она способна противостоять внешним мешающим воздействиям.

Постулат выбора: сложная система обладает способностью к выбору поведения, поэтому **однозначное** предсказание их поведения в будущем невозможно. Предполагается наличие некоторого функционала (целевой функции), с помощью которого осуществляется выбор наилучшей альтернативы из множества доступных.

Общий вывод: В системе все связано, но это не мешает ее рассмотрению с разных точек зрения. **Системотехника** – прикладная наука, основанная на моделях, а в практических задачах упрощение посредством **сужения модели** – большое преимущество.

1.1.2. Краткий исторический экскурс системных представлений в науке

Дж. Клир выделяет следующие три основных периода в истории науки [5, с. 18]:

1. **Донаучный период** (приблизительно до XVI в.). Характерными чертами периода являются здравый смысл, теоретизирование, метод проб и

ошибок, ремесленные навыки, дедуктивные рассуждения и опора на традицию.

2. **Одномерная наука** (начало XVII – середина XX вв.) Характерные черты: объединение теорий, дедуктивные рассуждения, особое внимание к эксперименту, которое привело к возникновению базирующихся на эксперименте дисциплин и специальностей в науке.
3. **Двумерная наука** (развивается примерно с середины XX в). Характерные черты: возникновение науки о системах, занимающейся свойствами отношений, а не экспериментальными свойствами исследуемых систем, и ее интеграция с основанными на эксперименте традиционными научными дисциплинами.

Системный подход в качестве базового методического принципа в теории познания (гносеологии)

Ситуация в недавнем прошлом: успехи точных наук породили иллюзию исключительной верности дедуктивного (абстрактно-логического, теоретико-множественного) подхода. И мы бы долго не подозревали, что это только иллюзия, если бы не серьезные методологические кризисы как внутри самих точных наук, так и в сфере приложений результатов этих наук. Однако если взглянуть на этот предмет исторически, то следует признать, что вовсе не было безусловной необходимости абсолютизировать дедуктивный подход, и системный подход никогда не был секретом или тайной от всего человечества, а все дело только в «исторической забывчивости» (или «неосознанной слепоте»).

В настоящее время имеются некоторые тенденции к другой крайности – к попытке обоснования, что дедуктивный (теоретико-множественный) подход неверен! При этом абсолютизируется исключительно системный подход.

Наиболее разумной, по всей видимости, является «золотая середина», при которой правомочен некоторый интегральный подход, объединяющий в себе и системный и дедуктивный и, возможно, любые другие подходы такого уровня. Основой для этого является мысль, что реальность богаче любого сформулированного способа познания и может проявлять себя по-разному, вплоть до взаимоисключающих проявлений. Фактически интегральный подход есть следствие (или проявление) принципа дополнительности.

Исторически первыми формами человеческого знания были мифология, а затем религиозные учения. Они сочетают в себе как принцип целостности (рассматривая весь феномен жизни, как единое целое), так и элементы дедуктивного принципа (признавая некоторые сущности в качестве первоосновы). При этом системность в большей мере базируется на интуитивном мышлении, а дедуктивные построения – на рассудочном. Взрывной характер развития научного метода связан с открытием и совершенствованием части рассу-

дочных способов мышления – логики, координатного метода, обеспечивающего универсальный способ членения целого на части, и аксиоматического метода построения наук (теорий) путем признания небольшого набора невыводимых (базовых) аксиом-постулатов и выведения с помощью логики следствий из них. (На самом деле логика только дает определенный и признаваемый всеми способ доказательства, а не выведения!).

Успехи на этом пути (математика, физика, химия, техника, технология) отчасти ослепили и оставили в тени системный, целостный метод познания, который, впрочем, и не переставал культивироваться (во многом не осознанно) в сферах искусства, религиозных учений, социологии, биологии, психологии и т.п.

Эта ситуация (забвение системности) так и оставалась бы без изменений, если бы, по крайней мере, не две причины:

- кризис классической науки (физики, математики и других естественных наук), одной из причин которого является игнорирование системности и гипертрофированное увлечение исключительно дедуктивным методом;
- стремление распространить научный метод для познания и решения практических задач в области социологии, биологии (феномен жизни) и, что весьма важно, в сфере создания сложных технических систем, особенно с применением вычислительной техники и информационных технологий.

Интересно отметить, что в недрах самого системного подхода культивируется (логически вытекает из его основ) множественность способов понимания и интерпретации действительности. Это связано с тем, что в рамках системного подхода роль теории выполняет модель (или набор моделей), которая отличается не единственностью (а множественностью) и зависимостью от рассматриваемого аспекта и точки зрения на него. Если в рамках классического подхода «понять явление» (или «объяснить») – значит свести (логически) его к базовым сущностям и комбинациям их свойств (считается, что если такое «объяснение» существует, то оно всегда единственно), то в рамках системного подхода «объяснить» – значит предложить одну или несколько моделей, описывающих с заданной точностью рассматриваемое явление. При этом вовсе не исключено, что эта модель (модели) будет вступать в противоречие с проявлением той же системы в других ситуациях и при других условиях.

В рамках практически всех естественных и точных наук всегда имелись некоторые «трудные места» или «особые точки», в которых, хотя и в слабой мере, но обнаруживаются некоторые «странности», которые при последующем развитии науки становятся своеобразными «зародышами» более масштабных кризисов. Разрешение кризисов происходит на более высоком уровне системности и является, несмотря на болезненность прохождения, одним из самых могучих двигателей прогресса.

Примеры «особых точек» зарождения кризисов в естественных и точных науках

Механика непрерывного движения (пространство – время)

Наиболее древними примерами противоречий в науке можно считать *апории Зенона*.

Апория (греч.) – непреодолимое затруднение. Зенон Элейский (из г. Элеи) – ученик Парменида. Расцвет деятельности – около 460 г. до н. э.

Суть апорий излагается по [6].

Апория «Стрела». «Находится ли летящая стрела в данный момент времени в определенном месте?»

Если да, значит стрела покоится. Все точки траектории равноправны, и обо всех них можно сказать то же самое. Значит, стрела, находясь во всех точках траектории в покое, совершила полет.

Если же сказать, что стрела не находилась в данный момент времени в определенном месте своей траектории, то опять в силу равноправия всех моментов времени и всех мест траектории этот ответ можно распространить на все остальные моменты времени и все остальные места и окажется, что стрела, не находясь за время полета ни в одном месте своей траектории, тем не менее, прошла весь свой путь, что не менее абсурдно, чем первый ответ.

Диалектический ответ: одновременно и находится, и не находится.

Апория «Ахилл не догонит черепаху». Если «быстроногий» Ахилл и медлительная черепаха, расположенные так, чтобы черепаха была несколько впереди Ахилла, одновременно начнут движение вперед, то, как бы скоро Ахилл ни достиг места старта черепахи, она за это время продвинется несколько дальше; чтобы преодолеть этот путь, Ахиллу тоже потребуется не нулевое, а некоторое конечное время, как бы мало оно ни было; затем это будет повторяться до бесконечности, поскольку никакая малая доля секунды не будет все же нулем. Таким образом, окажется, что, догнав практически черепаху в первую же секунду, Ахилл логически (формально-логически) не догонит ее никогда.

Теория света

«Несколько столетий ученые спорили, что такое свет, одни говорили – волны, другие – частицы. И в пользу волн, и в пользу частиц находились убедительные доводы, верх брала то одна, то другая точка зрения. Решен ли этот спор?» [7, эпиграф на тит. листе]

Корпускулярная теория света базируется на предположении, что свет – это поток мельчайших частиц (фотонов), которые испускаются светящимися телами и, попадая в глаз, вызывают ощущение света.

Волновая теория предполагает, что свет – это волновой процесс, связанный с колебаниями частиц некоторой субстанции со специальными свойствами (светового эфира).

Возникновение волновой теории можно отнести к Р. Декарту [12]. В своей книге «Диоптрики» (1638 г.) он сформулировал основные законы оптики и выдвинул идею *эфира как переносчика света*. Первые догадки относительно волновой теории принадлежат Роберту Гуку (1667 г.), а первая отчетливая формулировка – Христиану Гюйгенсу (1678 г.).

Основателем научной школы корпускулярной теории принято считать Исаака Ньютона, хотя он сам и не настаивал на том, что его результаты в оптике (в основном по разложению белого света в цветной спектр) требуют **обязательного** принятия корпускулярной гипотезы. Более того, он постоянно подчеркивал, что истинная наука не нуждается в произвольных гипотезах (известный принцип Ньютона: «гипотез не измышляю»). В то время Р. Гук имел большое влияние в Королевском обществе (английской академии) и, обладая весьма склонным характером, резко критиковал Ньютона за его взгляды. Из-за развязанной вокруг этого полемики Ньютон долгое время вообще ничего не обнаруживал по теории света.

При более глубоком рассмотрении выясняется, что Ньютон скорее придерживался интегральной (синтетической) точки зрения, что свет – это и волны, и частицы. Он понимал, что объединение противоречивых свойств должно проходить на более высоком уровне рассмотрения понятий, а более точно, он вообще не признавал никаких первичных гипотез о теории света, принимая все аспекты проявления света в опытах. «Я сам не буду принимать ни этой, ни какой-либо другой гипотезы, полагая, что меня не обязательно касается то, объясняются ли открытые мною свойства света этой гипотезой или гипотезой г-на Гука, или другие гипотезы могут объяснить их». (И. Ньютон, цит. по [7 с. 54, 55]).

Затем волновая теория была поднята на щит работами англичанина Томаса Юнга и француза Огюстена Френеля. Они получили много результатов, работая, независимо друг от друга, в области дифракции и интерференции света.

Одна из ключевых идей Френеля, давшая объяснение многим оптическим эффектам, – свет представляет собой не продольные (как полагали до этого), а **поперечные колебания**. Юнг независимо высказал ту же идею, но опередил с публикацией.

Вершиной развития волновой теории является теория электромагнитных волн (1860 г.) Джеймса Максвелла. Максвелл теоретически предсказал существование электромагнитных волн. Примерно через 25 лет Генрих Герц экспериментально открыл эти волны в радиодиапазоне.

В 1900 г. Макс Планк выдвинул гипотезу квантов (обмен непрерывной энергией порциями). Однако начало квантовой теории фактически (и независимо) положил А. Эйнштейн в 1905 г. в работе «Об одной эвристической точке зрения, касающейся возникновения и превращения света». В 1922 г. Эйнштейну, уже всемирно известному, была присуждена Нобелевская премия за открытие, сделанное им еще в 1905 г.: объяснение фотоэлектрического эффекта с помощью гипотезы световых квантов (но не за работы по теории относительности, которые долго время считались спорными). И это несмотря на то, что практически до конца жизни Эйнштейн так и не принял квантовую механику.

В рамках классического подхода никак не могли сосуществовать волновые и корпускулярные свойства света, что послужило причиной длительных споров и даже борьбы соответствующих научных школ. Примирения не могло быть, поскольку изначально вопрос формулируется как «или – или». Или свет – волна, или – частица? Но реальность оказалась богаче каждой из отдельно взятых теорий: волновой и корпускулярной. А дедуктивный подход не может допустить, чтобы одно и то же явление подчинялось сразу двум противоречивым (якобы) друг другу теориям. (Мало кто замечает, что это просто «неправильный вопрос». Именно поэтому на него нет ответа.) Системный подход позволяет внутренне снять такого рода противоречия тем, что для объяснения явления допускаются несколько моделей, объясняющих разные стороны, грани явления. Однако это не означает, что не поощряется стремление к более общим моделям, а напротив, познание рассматривается как процесс получения все более общих, полных и точных моделей.

Книга [7], кроме описания собственно борьбы двух теорий света, дает богатую пищу для рассуждений относительно гипотез (или моделей) в науке вообще. Приведем некоторые выдержки на этот счет.

«... на первых порах так называемая удачная гипотеза вроде бы действительно оказывается полезной, помогает движению вперед, однако на самом деле уже в момент ее принятия зарождаются семена будущего кризиса науки. С течением времени кризисные явления все более углубляются, развитие науки становится все более болезненным. В основе этого – одно решающее обстоятельство: истинное знание пытаются построить на базе знания ложного, олицетворяемого первоначальной фундаментальной гипотезой. Единственный способ выйти из этого кризиса – отказаться от гипотезы. Но еще лучше было бы вообще не создавать для него предпосылок... » [7. с. 183].

Но как обойтись без гипотез?

«Мне кажется, что наилучший и самый верный метод в философии – сначала тщательно исследовать свойства вещей и установить эти свойства опытами и затем уже постепенно переходить к гипотезам для *объяснения*

свойств вещей, а не для *определения* их, по крайней мере, поскольку свойства могут быть установлены опытами.» (И. Ньютон, цит. по [7.с. 198]).

Если научное (именно научное) познание рассматривать как пошаговый процесс: *опыт– обобщение– гипотеза объяснения– предсказание– проверка на опыте*, то видно, что гипотеза играет роль *временной модели*, с помощью которой осуществляется прогноз и делается пробный шаг вперед. Если гипотеза «слабая» (то есть просто выводится из опыта), то она надежна, но размер следующего шага, предсказанный с ее помощью, будет невелик, и таким образом шагнуть далеко в неизведанное практически невозможно. Это скорее стиль развития ремесленничества. Для больших шагов вперед нужны гипотезы (модели) большой прогностической силы, но именно они-то обычно гораздо менее надежны, так как содержат много свободных и ненаблюдаемых параметров.

Выход, конечно, в том, что:

а) нужно уметь каким-то образом оценивать достоверность (адекватность) гипотез (моделей);

б) доверять результатам предсказания в зависимости от уровня этой достоверности.

Поскольку непосредственная проверка гипотез часто затруднительна, можно рекомендовать путь их проверки в объектах более сложной структуры (более системных), так как в этом случае поле свободы (произвола в выборе параметров) сужается, и все должно стыковаться с другими гранями проявления объекта, другими гипотезами за счет взаимного пересечения свойств.

В любом случае, работая с гипотезами, нужно всегда доверять им лишь с известной долей скепсиса. Образно говоря, при первых сомнениях в том, что отдельные части строящегося здания не сходятся, следует проверить, а не на песке ли стоит фундамент здания и не просел ли он под непомерной тяжестью конструкций.

«... история изучения света – это не только история физики. Это еще история развития важнейшей человеческой способности мыслить». [7. с. 202]

Системный подход к философии позволяет «сгладить» самые краеугольные вопросы. В частности, «основной вопрос философии» – «что первично материя или идея?», или «верен материализм или идеализм?», в рамках системного подхода теряет свою исключительность. Более того, он перестает быть вопросом, на который вообще стоит искать ответ, разве что с позиций литературной полемики. Вместо этого по существу более уместно проанализировать суть противоречия противоположных подходов и поискать возможность их -синтеза или обобщения более высокого уровня.

Соотношение часть – целое

Интуитивно кажущееся вполне ясным отношение между частью и целым, а именно, что *часть всегда меньше целого*, выполняется только для конеч-

ных множеств. Для бесконечных множеств отношение между частью и целым уже не вписывается в такую простую схему. Это можно проиллюстрировать теоремой Кантора - Бернштейна [8, стр. 36], [9, стр. 25] (или, по другой версии, Шредера - Бернштейна [10, стр.18]):

Теорема Кантора - Бернштейна. Пусть A и B - множества, каждое из которых эквивалентно некоторому подмножеству другого. Тогда множества A и B эквивалентны между собой.

Несколько поясним смысл теоремы. Речь идет о двух множествах A и B , каждое из которых содержит соответствующие подмножества: $A_1 \subset A$ и $B_1 \subset B$. Если A эквивалентно части B (подмножеству B_1), а B эквивалентно части A (подмножеству A_1), то A и B эквивалентны!

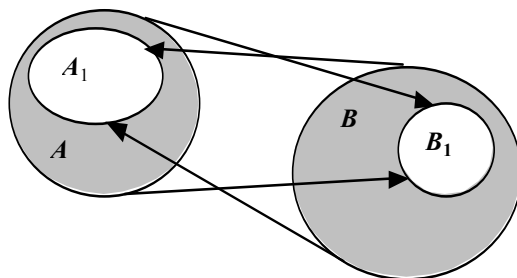


Рис. 1.1. Иллюстрация к теореме Кантора-Бернштейна.

Другими словами, если A является частью B и **одновременно** B является частью A , то $A \sim B$. Нетрудно заметить, что данная теорема для конечных множеств не имеет нетривиального смысла, так как исходное условие в нетривиальном случае собственных подмножеств для них не выполняется никогда: для конечных множеств либо A является собственной частью B либо B является собственной частью A , но никогда и то и другое одновременно.

В частном случае $A = B$ теорема утверждает, что даже в нетривиальном случае, когда $A \setminus A_1 \neq \emptyset$, то есть, не все элементы множества A входят в подмножество A_1 (A_1 - собственное подмножество множества A) и одновременно целое (множество A) эквивалентно своей части (подмножеству A_1), это целое совпадает само с собой.

Странность этой теоремы становится совсем "очевидной", если проинтерпретировать ее, скажем, "на яблоках". Если яблоко A эквивалентно (для определенности) половине B_1 яблока B и, одновременно (!), яблоко B эквивалентно половине A_1 яблока A , то яблоки A и B - равны!

Конечно, странность эта происходит из желания мыслить бесконечность как целостность и одновременно с этим предполагать возможным поэлементное сравнение множеств. Следствием этого является "необычность" трансфинитной кардинальной арифметики. Чтобы все-таки сохранить позиции здравого смысла относительно соотношения часть-целое, в математике вводятся понятия измеримого множества и меры множества, которые отражают этот аспект вне прямой связи с количеством элементов в множестве (см., например, [9, стр. 235]).

Поскольку теорема Кантора - Бернштейна выполняется только для бесконечных множеств, следовательно, в ней отражено их ключевое свойство и, в определенном смысле, ее можно использовать в качестве определения бесконечных множеств (см., например [10, стр. 386]), а также конечных, как таких множеств для которых "не существует взаимно-однозначного отображения f множества x на его собственное подмножество" (определение по Дедекинду, цит. по [11, стр. 18]).

Для нас важно отметить, что с точки зрения "логики конечных множеств" теорема Кантора-Бернштейна определяет парадоксальное свойство, которое никак нельзя (даже приблизительно) отобразить в какое-то похожее свойство конечных множеств.

1.1.3. Современные направления и школы системных исследований

Тектология Богданова

Александр Александрович Богданов (Малиновский) (1873 – 1928).

Тектология = всеобщая организационная наука – «общее учение о формах и законах организации всяких элементов природы, практики и мышления».

Основные отличительные моменты тектологии:

1. Изучает наиболее широкий класс систем (комплексов): открытые динамические системы с изменяющейся структурой (развивающиеся).
2. Постулирует системное свойство в максимально широкой форме: рассматриваются комплексы организованные, нейтральные и дезорганизованные.
3. Существенно опирается на относительность системных понятий: одно и то же множество элементов может входить в различные комплексы.

«Тектология с ее попыткой возвестись в звание универсальной организационной науки может рассматриваться как «послание в бутылке» от Богданова и наивысшее достижение его жизни как мыслителя.» [13]

«Тектология представляет собой наиболее дерзкую из когда-либо делавшихся попыток систематизировать опыт человечества и разработать универсальный подход к решению теоретических и практических проблем на новой основе – это идея организации.» [13]

Кибернетика Винера

Норберт Винер (1894 – 1964).

Кибернетика = управление и связь в животном и машине.

Термин "кибернетика" (дословно – "кормчий") задолго до Винера использовал Андре-Мари Ампер (1775 – 1836) для обозначения "науки о текущем управлении государством" в своей "естественной классификации человеческих знаний" (см. более подробно об этом в [14]).

Основные отличительные моменты кибернетики [15, 16]:

1. Признание **общности законов управления** в живой и неживой природе на информационном уровне их представления.
2. Ключевой механизм автоматического управления – **принцип обратной связи** (положительной и отрицательной).
3. Использование математических **моделей**, в частности теории случайных процессов, для получения линейных и нелинейных методов предсказания поведения реальных систем.

Одна из ключевых целей кибернетики: попытка создать модель мышления (искусственный интеллект, роботы) на основе самообучающихся и саморазвивающихся автоматов.

Общая теория систем Берталанфи

Людвиг фон Берталанфи (1901 – 1972), австрийский биолог.

Общая теория систем (ОТС) (1930) – это логико-математическая область, задачей которой является формулирование и вывод таких общих принципов, которые применимы ко всем «системам».

Организатор «Общества общесистемных исследований» («Римский клуб») – 1954 г.

Цели этого общества:

1. Изучение изоморфности (подобия) концепций, законов и моделей в различных областях и оказание помощи в перенесении их из общей области в другую.
2. Поощрение разработки адекватных теоретических моделей в областях, их не имеющих.
3. Минимизация дублирования теоретических усилий в разных областях.
4. Содействие единству науки за счет совершенствования общения между специалистами.

Синергетика Пригожина

Илья Романович Пригожин (р. 1917), бельгийский физик, лауреат Нобелевской премии 1977 г.

Синергетика = системодинамика – теория нелинейных неравновесных систем.

Основные моменты синергетики [17, 18, 19, 20]:

1. Акцент на открытые динамические системы.
2. Источником развития (эволюции) неравновесных систем является случайность (хаос) и нелинейность.
3. Эволюция неравновесных систем необратима.
4. Скачки эволюции происходят в особых точках – «точках бифуркации» на фазовой траектории системы.

1.2. Системные вопросы проектирования и эксплуатации АСНИ

1.2.1. Жизненный цикл АСНИ

Несмотря на то, что мы совершенно четко отличаем живые системы от неживых, можно заметить, что при рассмотрении технических систем в контексте существования их в рамках человеческой деятельности без большой натяжки и вполне корректно можно говорить о их "рождении", "жизни", "смерти" и т.п. Именно в этом смысле говорят о "жизненном цикле" технических систем [21]. Более строго под жизненным циклом технической системы понимается структура процесса ее разработки, производства и эксплуатации, охватывающего время от возникновения идеи создания системы до снятия ее с эксплуатации. Для простых технических изделий жизненный цикл состоит из последовательной цепочки таких фаз как: создание, эксплуатация, старение и смерть (Рис. 1.2).

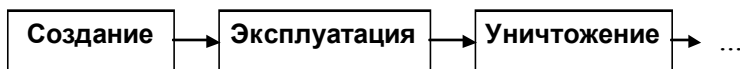


Рис. 1.2 Линейный жизненный цикл простой технической системы.

Для сложных систем структура их жизненного цикла также усложняется по сравнению с простыми системами. Причин для этого несколько. Во-первых, сложные системы, как правило, являются и дорогими – как в раз-

работке, так и в эксплуатации. Полная разработка и окончательное изготовление таких систем может потребовать больших затрат на протяжении длительного времени. Поэтому из экономических соображений целесообразно начинать эксплуатацию как можно раньше с тем, чтобы как можно раньше начать получать запланированный эффект, хотя, быть может, и не в полном объеме. Таким образом, первая причина - чисто экономическая. Во-вторых, для сложных систем многие требования технического задания будут неизбежно размытыми и не вполне определенными. Именно пробная эксплуатация обычно выявляет причины для корректировок технического задания и внесения необходимых изменений в саму систему. Следовательно, вторая причина – принципиальная невозможность строго однозначно и исчерпывающим образом сформулировать все требования к будущей системе. Перечень таких причин можно было бы продолжить, но уже ясно, что для сложных систем процесс их создания по большому счету не может окончательно закончиться никогда. Поэтому их жизненный цикл имеет характерную особенность – расщепленность, которая проявляется в том, что несмотря на то, что начинается фаза эксплуатации, параллельно (т.е. одновременно по времени) идет фаза развития системы, включающая в себя продолжение разработки и модификацию (Рис. 1.3). В аналогии с живыми системами эта особенность хорошо просматривается, например, как непрерывающееся развитие организмов после их рождения вплоть до самой смерти, правда с разной степенью интенсивности в различном возрасте.

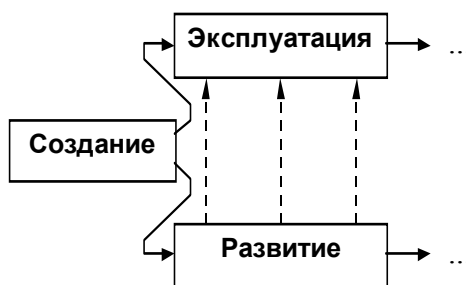


Рис. 1.3. Расщепленный жизненный цикл сложной системы.

Какие выводы для разработчиков сложных систем можно сделать из рассмотрения особенностей их жизненного цикла. Их много, но остановимся лишь на важнейших.

1. Неизбежность предстоящих модификаций (даже если их суть заранее не известна) следует закладывать в проект на самой ранней стадии. Но как это сделать? Можно ли заложить возможность неизвестных изменений в бу-

дущем? Ответ положительный и он состоит в том, что базовая структура ("скелет") будущей системы должен задумываться таким, чтобы внесение изменений в выполняемые функции в будущем не потребовало коренной перестройки этого "скелета", а осуществлялось бы добавлением или удалением небольших локальных частей (подсистем) без коренной перестройки остова "скелета" и взаимодействия остальных частей между собой. Это называется принципом устойчивости основной структуры. Как его реализовать для каждого конкретного типа систем собственно и определяется спецификой этого типа систем. Но основа его состоит в правильном разбиении всей системы на подсистемы по функциональному признаку, что делает подсистемы во многом автономными и существенно минимизирует связи между ними. Для АСНИ, как впрочем и для всех других автоматизированных систем, эта задача облегчается тем, что эти системы строятся на базе программно-аппаратных комплексов ("железо"+программное обеспечение), которые при грамотном проектировании могут обладать весьма высокой способностью к модернизации и развитию за счет относительно легких переделок в основном в их программном обеспечении. В хорошо организованных сложных системах идет процесс их плавного развития (роста), а не "ломки и перестройки", как это может иметь место в плохо организованных системах.

2. Составляя техническое задание на будущую систему следует отмечать требования, которые с наибольшей вероятностью могут потребовать в дальнейшем пересмотра, а также указывать прогнозы по сути возможных модификаций. Это позволит разработчикам правильно заложить в проекте возможные "точки роста".

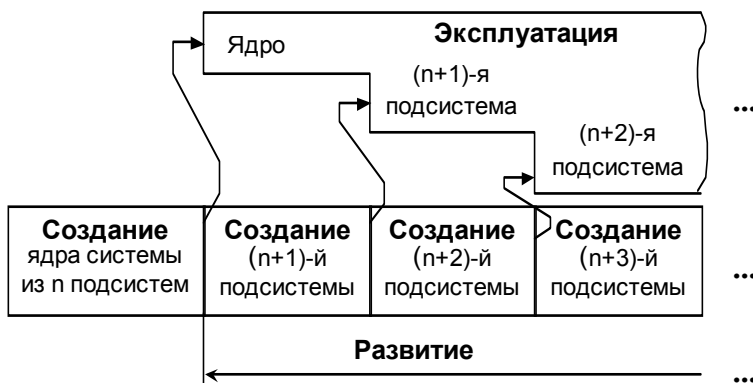


Рис. 1.4. Фрагмент жизненного цикла сложных систем с поэтапным созданием и вводом в эксплуатацию.

3. Имея в виду экономический аспект, но не только, полезно организовать процесс проектирования по методу "расширения ядра". При таком под-

ходе вначале создается минимальное действующее ядро будущей системы, которое сразу же включается в фазу эксплуатации (Рис. 1.4). Это ядро выполняет "урезанный" набор функций, но начинает быстро приносить полезный эффект (в виде экономической, либо в виде любой другой "натуральной отдачи"), хоть может быть и не большой, но реальный. Кроме того, опыт практического использования "ядра" позволяет обоснованно снять неопределенность с некоторых требований технического задания, быстро учесть это путем корректировок уже действующего ядра и уточнений при разработке частей системы, вводимых в эксплуатацию в будущем.

1.2.2. Функции АСНИ как следствие общей стратегии эксперимента

Объектом автоматизации для АСНИ является научный эксперимент, как процесс направленный на исследование некоторого реального объекта. Цель такого эксперимента – узнать что-то новое об объекте, то есть получение нового знания. Новое знание обычно мыслится в виде некоторой модели. Поэтому, более точно цель состоит в получении, а чаще в уточнении, модели объекта. Чтобы аргументировано ответить на вопрос: "Какие функции должна выполнять АСНИ?" – рассмотрим эксперимент с точки зрения информационных процессов, которые при этом происходят.

Эксперимент и модель

Итак, мы пришли к заключению, что функции АСНИ должны определяться экспериментом по определению модели объекта. Однако в отношении между экспериментом и моделью, для нахождения которой проводится эксперимент, не все так просто.

«В изначальном смысле отношение между экспериментом и моделью такое же, как и между курицей и яйцом: они находятся в одном цикле, и нельзя определить, что было "в самом начале"» [22, стр. 167].

С одной стороны, эксперимент позволяет проверить и уточнить модель, то есть **эксперимент - источник информации для модели**. Именно на основании этой экспериментальной информации строится или уточняется модель.

С другой стороны, модель диктует, какой именно эксперимент следует проводить. То есть **модель - источник информации для организации эксперимента**.

Отсюда следует, что мы не можем построить "эксперимент вообще", а можем говорить только об "эксперименте под конкретную модель". Одним из возможных выходов из этого порочного круга можно считать рассмотрение некой "универсальной модели", для которой многие конкретные модели достаточно широкого (но известного) класса являются частным случаем. Тогда,

организовав эксперимент под эту "универсальную модель", можно рассчитывать, что он будет "работать" и для конкретных частных моделей. Именно в этом смысле полезно рассмотреть предложенный Н. Винером кибернетический подход для экспериментального нахождения модели объекта, доступного для наблюдения только по входам и выходам.

Кибернетическая модель научного эксперимента. Эксперимент Н. Винера (мысленный)

Общий подход к эксперименту состоит в следующем: имеется в наличии (то есть доступен для наблюдений) объект, экспериментатор может сам устанавливать либо определять из опыта каковы воздействия на объект (входы) и, наблюдая реакцию объекта (выходы), попытаться объяснить причинно-следственные связи между воздействиями и реакцией (то есть создать модель).

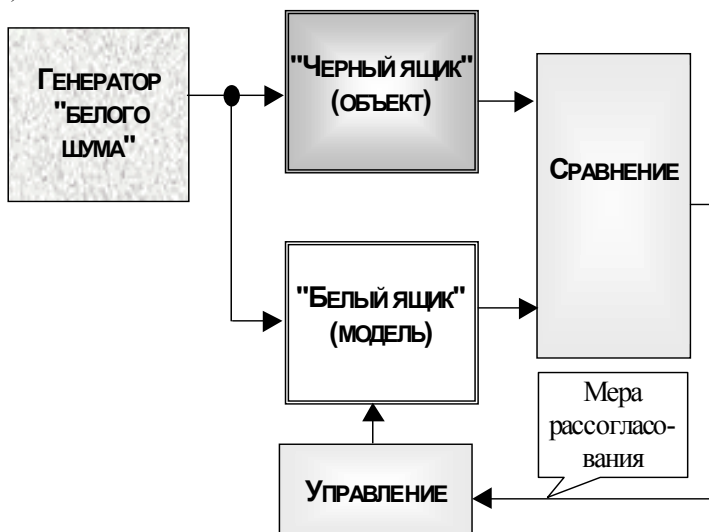


Рис. 1.5. Мысленный эксперимент Винера по раскрытию "черного ящика".

Эксперимент Н. Винера (мысленный) (Рис. 1.5) предполагает кибернетический подход к проблеме: объект исследования мыслится как "черный ящик", модель - как "белый ящик". Под "черным ящиком" понимается система, у которой доступны для наблюдения только входы и выходы и, кроме того, на вход можно в принципе подавать произвольное воздействие. Внутреннее устройство "черного ящика" считается принципиально недоступным. В противоположность этому, "белый ящик" — это система, доступная не толь-

ко снаружи (по входам и выходам), но и изнутри, то есть полностью известно его внутреннее устройство. Более того, "белый ящик" имеет управляющий вход, с помощью которого его можно настроить на выполнение любого заданного преобразования вход-выход. Н. Винер в результате теоретического анализа этой задачи дал положительный ответ на вопрос о принципиальной возможности "раскрытия" любого (в определенном классе систем) "черного ящика". При этом сам эксперимент рассматривается как *система с обратной связью*. Винер показал, что существует такой алгоритм работы этой системы (задаваемый устройством управления), при котором в установившемся состоянии после завершения переходного процесса "белый ящик" (модель) по своему внешнему поведению (вход-выход) будет неотличим от "черного ящика" (объекта).

Недостатки эксперимента Винера

1. Отсутствие целенаправленности поиска модели. По сути, процесс основан на полном переборе входных воздействий с помощью генератора «белого шума». В результате время эксперимента (до завершения переходного процесса) может быть сколь угодно большим.
2. Реальные объекты могут не выдерживать произвольного воздействия («белого шума»), разрушиться.
3. Применительно к сложным системам (со сложным поведением) трудно определить, что такое «белый шум».
4. Реальные объекты – это скорее «таинственные ящики», т. е. они могут целенаправленно изменять свое поведение.

Эти недостатки являются следствием поиска «вслепую», когда совершенно не используется априорная информация об объекте, добытая каким-нибудь способом до начала эксперимента. А такая априорная информация, часто в значительных объемах, имеется практически всегда и есть смысл ее использовать.

Усовершенствованный эксперимент Н. Винера

На практике экспериментатор обычно располагает значительным объемом априорной информации из предыдущих экспериментов и из опыта своих предшественников. Часть этой информации учитывается при построении гипотез относительно внутреннего устройства и поведения исследуемого объекта. Гипотеза представляет собой предполагаемую модель или набор моделей. При этом цель эксперимента заключается в проверке адекватности предполагаемой модели и (или) в уточнении ее параметров.

ным. С этой точки зрения цель автоматизации эксперимента состоит в том, чтобы максимально разгрузить человека от рутинных операций и оставить за ним выполнение только необходимых функций, связанных с принятием творческих (неформализуемых) решений.

Автоматизированные системы научных исследований и их функции

Идея усовершенствованного эксперимента Винера на практике реализуется в виде автоматизированной системы научных исследований (АСНИ), структура аппаратной части которой показана на Рис. 1.7), где обозначены: **УУИМ** – устройство управления исполнительными механизмами; **ИМ** – исполнительные механизмы; **Д** – датчик (первичный преобразователь); **ИУ** – измерительный усилитель; **ПФ** – полосовой фильтр; **МАЦП** – многоканальный АЦП

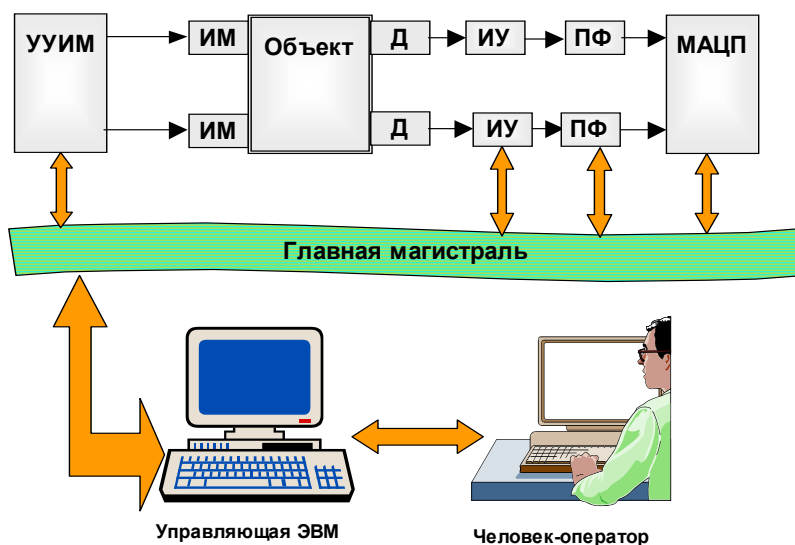


Рис. 1.7. Структура аппаратной части АСНИ.

Основная цель автоматизации эксперимента: максимально разгрузить человека от рутинных операций и оставить за ним выполнение только необходимых функций, связанных с принятием творческих (неформальных) решений.

Определение по ГОСТ (Общепромышленные руководящие методические материалы по созданию автоматизированных систем научных исследований и комплексных испытаний образцов новой техники):

«Автоматизированная система научных исследований и комплексных испытаний образцов новой техники (АСНИКИ) – это программно-аппаратный человеко-машинный комплекс на базе средств вычислительной техники, предназначенный для проведения научных исследований или комплексных испытаний на основе получения и использования моделей исследуемых объектов, явлений и процессов.»

Концепция АСНИ во многом опирается на методологию усовершенствованного эксперимента Винера, рассмотренного выше. Основные функции, выполняемые АСНИ, обеспечивающие достижение указанной цели автоматизации эксперимента и непосредственно вытекающие из логики построения усовершенствованного эксперимента Винера перечислены ниже.

1. Формирование испытательных воздействий на объект (если эксперимент активный).
2. Получение (измерение) и обработка экспериментальных данных.
3. Получение и анализ моделей объектов.
4. Выработка решений об адекватности моделей.
5. Планирование и управление экспериментом.
6. Накопление, хранение, обработка и организация доступа к априорной информации.
7. Выдача результатов в виде документов заданного формата.
8. Обеспечение всех перечисленных выше функций в режиме диалога с экспериментатором.

1.2.3. Информационно-логическая структура АСНИ

Информационно-логическую структуру АСНИ (не путать со структурой аппаратной части, приведенной выше на Рис. 1.7) можно представить в виде обобщенной блок-схемы. Основными структурными звеньями информационно-логической структуры АСНИ являются подсистемы и средства обеспечения (ресурсы).

Подсистемой АСНИ называется выделенная по некоторым признакам часть системы, обеспечивающая выполнение определенных процедур и выдачу результатов в виде выходных документов либо в виде промежуточных данных для других процедур.

Различают объектно-ориентированные (объектные) и обслуживающие процедуры.

Объектная подсистема осуществляет получение и обработку экспериментальных данных с некоторого объекта или с выделенной части сложного объекта.

Объектными подсистемами являются, к примеру, подсистемы сбора и обработки экспериментальных данных, получаемых со специализированных установок (ускорителей, спектрометров, испытательных стендов и т.п.).

Обслуживающая подсистема осуществляет функции управления и обработки информации, не зависящие от особенностей исследуемого объекта. Состав обслуживающих подсистем более или менее постоянен и определяется основными типовыми функциями АСНИ.

Подсистемы связаны между собой или с внешней средой информационными потоками. В каждый конкретный момент времени подсистемы могут находиться в активном или пассивном состоянии.

Каждая подсистема требует для своей реализации определенных ресурсов. Ресурсы, необходимые для построения и поддержания функционирования подсистем, содержатся в средствах обеспечения (или просто в обеспечении).

Обеспечение – это некоторое условное хранилище или обобщенное название объединенных по некоторым признакам ресурсов, которые в организованном порядке представляются (по мере необходимости в процессе разработки и функционирования) подсистемам.

В АСНИ выделяют следующие средства обеспечения:

- методическое обеспечение;
- программное обеспечение;
- техническое (или аппаратное) обеспечение;
- информационное обеспечение;
- организационно-правовое обеспечение.

Средства **информационного обеспечения** образуют некую обобщенную информационную базу данных АСНИ, в которой хранится вся априорная информация (математические модели, законы, формулы, результаты прошлых экспериментов).

Средства **методического обеспечения** содержат информацию о том, как использовать априорную информацию, имеющуюся в распоряжении системы, то есть определяют методологию экспериментальных исследований.

Средства **технического обеспечения** объединяют в себе устройства вычислительной, организационной техники, средства и устройства связи с объектом, измерительные или другие устройства, обеспечивающие функционирование подсистем.

Средства **программного обеспечения** –это набор компьютерных программ (на машинных носителях) и эксплуатационные документы, обеспечивающие функционирование программных единиц и комплексов.

Программное обеспечение подразделяется на системное и прикладное. Системное программное обеспечение строится на базе операционных систем и включает в себя управляющие программы, трансляторы, драйверы периферийных устройств, стандартные библиотеки и т.п.

Совокупность средств технического и программного обеспечения образует **программно-аппаратный комплекс**.

Средствами **организационно-правового обеспечения** являются документы, обеспечивающие взаимодействие подразделений организации или предприятия при создании, эксплуатации и развитии АСНИ. Сюда относятся методические и руководящие материалы, положения, инструкции, приказы и т.п.

Следует отметить, что все обеспечения, кроме технического, поставляют информационные ресурсы, то есть сведения, знания, выраженные в знаках.

Таким образом, структура АСНИ мыслится как набор связанных между собой подсистем, каждая из которых выполняет определенные процедуры по переработке информации. Подсистемы поддерживаются ресурсами из средств обеспечения. Средства технического и программного обеспечения образуют неразрывное единство в виде программно-аппаратного комплекса. Программно-аппаратный комплекс служит передаточным звеном и позволяет активизировать ресурсы информационного, методического и организационно-правового обеспечения.

1.2.4. Организация работ по созданию и эксплуатации АСНИ

АСНИ являются сложными и дорогостоящими системами, поэтому четкая организация работ по их созданию и внедрению в масштабах страны и отрасли, а также распределение ответственности за принятие отдельных решений являются очень важными факторами.

Принципы организации работ по созданию АСНИ являются общими и характерными для всех научно-технических программ по созданию сложных образцов новой техники. Эти принципы заключаются в основном в следующем.

Для проведения единой технической политики по созданию и использованию АСНИ министерство или ведомство назначает **головную организацию** по АСНИ из числа ведущих научно-исследовательских организаций, имеющих опыт создания АСНИ. Головная организация выполняет следующие функции:

- координирует все работы по созданию АСНИ в отрасли;
- обеспечивает создание и развитие отраслевого фонда компонентов методического, программного, информационного и организационно-правового обеспечения АСНИ;
- осуществляет или координирует тиражирование типовых компонентов и подсистем.

Создание, эксплуатацию и развитие АСНИ в организациях и предприятиях отрасли обеспечивают специализированные подразделения –*служба АСНИ*. Непосредственное руководство работами по созданию и развитию АСНИ в организации осуществляет *главный конструктор АСНИ*, назначаемый из числа ответственных руководителей этой организации.

Служба АСНИ может привлекать в качестве соисполнителей при создании объектных подсистем специализированные подразделения данной организации. Как правило, это подразделения-пользователи, для которых и создаются АСНИ.

Служба АСНИ обеспечивает выполнение следующих функций:

- подготовка прогнозов и планов по созданию АСНИ в организации;
- управление исследованиями и проектными работами по созданию АСНИ;
- создание и ввод в действие компонентов АСНИ;
- приемка и адаптация подсистем и компонентов, разработанных в других организациях;
- проведение всех видов испытаний;
- эксплуатация компонентов всех средств обеспечения АСНИ;
- модернизация подсистем и компонентов АСНИ.

В подразделениях-пользователях назначаются ответственные лица и организуются группы специалистов, которые обеспечивают функционирование и развитие подсистем и компонентов АСНИ в соответствии со специализацией этих подразделений.

1.2.5. Стадии создания АСНИ

Сложность автоматизированных систем и, соответственно, затраты на их проектирование и реализацию весьма велики. Определяется это масштабом задач, которые требуется решать. Создание таких систем требует привлечения больших материальных, людских, информационных и других ресурсов, а также четкого их распределения и координации усилий на протяжении длительного времени, которое может исчисляться годами.

Чтобы упорядочить процесс создания АСНИ, его разделяют на ряд стадий и этапов, которые отличаются друг от друга целями, содержанием и характе-

ром выполняемых работ, получаемыми результатами и характером принимаемых решений.

Процесс проектирования АСНИ в наиболее существенном аспекте заключается в том, что собирается, обрабатывается и накапливается все больше и больше информации о будущей системе. Эта информация фиксируется в различных видах конструкторской документации (схемы, описания, тексты программ и т. п.). Таким образом, проектирование – это в основном информационный процесс. При этом очень важно, что сбор и обработка информации требуют расходования ресурсов. В экономическом аспекте это означает, что рост информации приводит к эффекту добавленной стоимости. С этой точки зрения разбиение процесса проектирования на стадии продиктовано необходимостью принимать правильные решения как можно раньше, когда еще можно предотвратить бесполезные затраты ресурсов в будущем. Например, было бы неправильным принимать решение о целесообразности разработки АСНИ, когда система уже изготовлена и введена в эксплуатацию.

Принятие каждого решения требует определенной, часто немалой информации и соответствующих ресурсов для ее получения.

Поэтому основной принцип, который лежит в разбиении работ на этапы, состоит в минимизации затрат на получение информации для каждого решения, а порядок анализа проблем и принятия по ним решений определяется степенью их важности: в первую очередь принимаются решения наиболее важные с точки зрения объема необходимых ресурсов и будущих последствий. Например, в первую очередь нужно принять решение о целесообразности создания всей системы, а затем, в случае положительного решения, решения, связанные с составом подсистем, их структурой и т. п.

В соответствии с этими соображениями выделяются следующие типовые стадии создания АСНИ:

- организационная фаза;
- предпроектные исследования;
- разработка технического задания;
- разработка технического предложения;
- эскизные проект;
- технический проект;
- рабочий проект;
- ввод в действие.

Основные характеристики этих этапов приведены в Табл. 1.1. Не все из перечисленных этапов являются обязательными. В каждом конкретном случае набор этапов и степень их проработки могут быть индивидуальными: все зависит от масштаба проекта и начальных условий, с которых процесс проектирования начинается. Например, при максимальном использовании типовых

подсистем некоторые начальные этапы могут быть опущены. Это позволяет сократить трудоемкость и стоимость проектирования.

Этапы разработки технического задания и технического предложения относятся к **системотехническому проектированию** АСНИ. Особенность системотехнического проектирования заключается в рассмотрении системы как единого целого. На этой фазе широко применяются математические методы поиска оптимальных технических решений, в том числе и методы имитационного моделирования на ЭВМ. Именно здесь принимаются наиболее важные архитектурные решения. Формулирование целей проектирования, определение принципов моделирования должны опираться на специфику конкретных экспериментальных исследований, подлежащих автоматизации. Поэтому участие пользователя в принятии этих решений может оказаться весьма плодотворным и позволяет снизить риск грубых ошибок в последствии.

Табл. 1.1. Содержание этапов проектирования АСНИ

Этапы	Цель	Форма проведения	Содержание работ	Результаты
Организационная фаза	Обеспечить организацию, проведение и контроль выполнения последующих этапов	-	Назначение ответственных лиц, издание приказов, руководящих материалов, инструкций, положений, выделение финансовых и других ресурсов.	Создание управляющей структуры для последующих работ.
Предпроектные исследования	Получение объективных данных для: - обоснования целесообразности разработки; - формирования совокупности исходных требований к функциям и структуре системы.	НИР	Исследование объектов, экспериментов и существующих методов их проведения. Оценка затрат, ожидаемого результата и эффекта от внедрения.	Формулировка и оптимизация технических требований. Информация, необходимая для принятия решения о целесообразности данной разработки. (В форме отчета о НИР).
Техническое задание	Формирование конкретных требований ко всем существенным параметрам системы, определение порядка проведения последующих работ.	НИР	Формулирование требований на основании результатов предпроектных исследований и нормативных документов. Учет всех необходимых факторов. Оценка потребностей на перспективу. Согласование и утверждение ТЗ.	Техническое задание как документ. Конкретизированная идея о будущей системе.

Этапы	Цель	Форма проведения	Содержание работ	Результаты
Техническое предложение	Определение возможных путей и способов реализации системы с учетом наиболее важных требований ТЗ.	НИР	Анализ типовых и других возможных решений, генерация новых идей, их предварительный анализ и оценка.	Отчет о НИР: описание одного или нескольких вариантов реализации с оценкой осуществимости.
Эскизные проект	Создание принципиальных конструктивных решений всей системы в целом.	ОКР	Создание технических решений, документации, изготовление и испытание макетов, моделей и т.п. Согласование и утверждение технических решений.	Документация, содержащая принципиальные технические решения и их обоснование.
Технический проект	Окончательные технические решения, дающие полное представление о всей системе.	ОКР	Создание технических решений, документации, изготовление и испытание макетов, моделей и т.п. Согласование и утверждение технических решений	Документация, содержащая описание структуры системы, состав подсистем и компонентов, связи между ними, ТЗ на создание и адаптацию компонентов технического и информационного обеспечения.
Рабочий проект	Разработка рабочей документации, достаточной для изготовления (монтажа), наладки и испытания компонентов АСНИ.	ОКР	Изготовление, отладка и испытание компонентов средств обеспечения и подсистем. Создание опытных образцов.	Рабочая документация, опытный образец, результаты испытаний.
Ввод в действие	Определение фактический технико-экономических показателей (на соответствие ТЗ), проверка готовности персонала и организации.	ОКР	Опытная эксплуатация, приемочные испытания.	Протокол опытной эксплуатации, акт приемки.

Этапы системотехнического проектирования выполняются в форме научно-исследовательских работ (НИР) с привлечением относительно небольшого количества высококвалифицированных специалистов, которые работают в тесном контакте с пользователями будущей системы.

Этапы эскизного, технического и рабочего проектирования относятся к *схемотехническому проектированию* АСНИ. Схемотехническое проекти-

рование выполняется в форме опытно-конструкторских работ (ОКР) и требует участия гораздо большего числа исполнителей по сравнению с системно-техническим проектированием. Существенного влияния на ход схемотехнического проектирования пользователь оказать уже не может в связи с глубокой специализацией принимаемых здесь технических решений.

Выше было упомянуто, что отдельные этапы проектных работ могут выполняться в форме НИР и в форме ОКР. НИР и ОКР, несмотря на внешнюю схожесть между собой, по своему определению имеют принципиальные различия, которые приведены в Табл. 1.2.

Табл. 1.2. Различия между НИР и ОКР

<div>Форма проведения</div> <div>Характеристика</div>	<div>НИР</div> <div>(научно-исследовательская работа)</div>	<div>ОКР</div> <div>(опытно-конструкторская работа)</div>
Цель	Получение новых знаний, сведений, информации об объектах, процессах, явлениях, технических решениях и т.п. и формирование на этой основе новых направлений, технологий, технических решений и т.п.	Получение новых технических решений в виде конструкторской документации и опытных образцов.
Характер работ	Исследование объектов, процессов, технических решений; анализ различных решений, выработка рекомендаций, изготовление макетов.	Разработка технических решений, частных технических заданий, изготовление опытных образцов и их макетов, испытания; согласование ТУ, требований, перечней комплектации, материалов, технологии изготовления, программ контроля и испытаний и т.п.
Конечный результат	Результаты анализа, рекомендации, модели, алгоритмы, макеты. В форме отчета о НИР.	Комплект КД (конструкторской документации), опытный образец, согласованные ТУ, перечни и т.п., протоколы и отчеты об испытаниях ...

Тема 2. Общая оценка эффективности проектных решений и частные характеристики АСНИ

2.1. Общие и частные критерии эффективности

Процесс проектирования может быть рассматриваться как последовательность шагов, каждый из которых состоит из двух этапов: синтез и анализ. На этапе синтеза генерируется техническое решение, которое обычно представляется в виде указания компонентов и подсистем и описания связей между ними. На этапе анализа определяется, насколько синтезированное техническое решение является хорошим. Как правило, на этапе синтеза генерируется не одно, а несколько возможных технических решений или их вариантов. Тогда задача анализа состоит в аргументированном выборе одного наилучшего решения.

Для того, чтобы этап анализа был содержательным, нужно иметь четкое представление о том, что такое "хорошо" и что такое "плохо" для конкретной проектируемой системы. Для объективного решения этого вопроса вводится понятие эффективности и численная мера эффективности - критерий эффективности. Сложность построения критерия эффективности состоит в том, что во-первых, нужно учесть много разнородных факторов; во-вторых, не все качества так просто выразить числом; в-третьих, вид критерия (функциональная зависимость от параметров) зависит не только от самой системы (синтезированного технического решения), но и от надсистемы (пользователь, цель создания и функционирования, внешнее окружение и т.п.).

Наличие удобного и адекватного критерия эффективности в значительной мере предопределяет успешность проектирования и позволяет формализовать, а значит автоматизировать, т. е. применить компьютерные технологии, при решении многих задач синтеза и анализа. Рассмотрим в качестве примера один из возможных подходов к формулированию критерия эффективности, который является достаточно общим, но не исключает и других возможных подходов.

Эффективность - это результат деятельности системы, который учитывает, с одной стороны, *качество* системы, а с другой – *затраты* на достижение этого качества.

Качество - обобщенная характеристика, выражающая степень *полезности* системы.

Затраты - обобщенная характеристика, выражающая вид и объем *ресурсов*, необходимых для реализации данного качества системы.

Критерий эффективности (качества, затрат) - численная мера эффективности (качества, затрат).

Чаще всего в качестве критерия эффективности используется "удельное качество" - число единиц качества, приходящихся на одну единицу затрат:

$$\mathcal{E} = \frac{K}{Z}$$

где \mathcal{E} - критерий эффективности;

K - критерий качества;

Z - критерий затрат.

При анализе системы: чем *больше* значение критерия эффективности, тем рассматриваемое техническое решение *лучше*.

При анализе требований к системе (задача проектирования): чем *меньше* требуемая величина эффективности, тем *лучше*.

Основные требования к критерию эффективности:

- отражение основной цели системы;
- чувствительность к параметрам системы;
- конструктивность (наличие процедуры его нахождения);
- универсальность (применимость к различным видам систем одного и того же назначения).

При проектировании систем класса АСНИ наиболее естественные критерии качества и критерии затрат перечислены ниже.

Критерии качества при проектировании АСНИ:

- метрологические характеристики;
- временные характеристики;
- информационные характеристики;
- характеристики надежности;
- эргономические характеристики;
- техничко-экономические характеристики.

Критерии затрат:

- финансовые затраты;
- затраты людских ресурсов;

- затраты материалов и оборудования;
- затраты информационных ресурсов.

Основная проблема при выборе оптимального варианта состоит в том, что каждая альтернатива (проектируемая система, возможное решение задачи, планируемое действие) характеризуется не одним, а множеством критериев эффективности, а для однозначного выбора одного наилучшего варианта множество возможностей должно быть линейно упорядочено с помощью одного критерия.

Один из возможных способов решения проблемы многокритериального выбора - это построение обобщенного критерия эффективности (суперкритерия). Математически - это оценка вектора скаляром, то есть построение нормы вектора.

Обобщенный критерий эффективности Ξ_0 строится на основе набора частных критериев путем конструирования функциональной зависимости от них:

$$\Xi_0 = \Phi(\Xi_1, \Xi_2, \dots, \Xi_n),$$

где $\Xi_1, \Xi_2, \dots, \Xi_n$ - частные критерии эффективности.

В свою очередь, каждый частный критерий Ξ_i можно представить как функцию от множества параметров системы:

$$\Xi_i = F_i(A_i),$$

где A_i - подмножество параметров системы, от которых зависит частный критерий Ξ_i .

В итоге обобщенный критерий можно представить в виде составной функции:

$$\Xi_0 = \Phi(F_1(A_1), F_2(A_2), \dots, F_n(A_n)) = \Phi_0(A_1, A_2, \dots, A_n).$$

Таким образом, задача построения обобщенного критерия эффективности сводится теперь к двум задачам:

- выбор параметров (подмножеств A_i);
- выбор функциональной зависимости Φ_0 (или Φ и F_1, F_2, \dots, F_n).

Выбор параметров

Число параметров, влияющих на критерий эффективности, может быть очень велико. Однако большая их часть обычно влияет относительно слабо или почти не влияет. Для упрощения нужно стремиться выбирать минимальное число параметров

Основная проблема - выявить минимальный набор *существенных управляемых* параметров системы. Для этого полезно иметь в виду классификацию параметров проектируемой системы согласно Рис. 2.1.

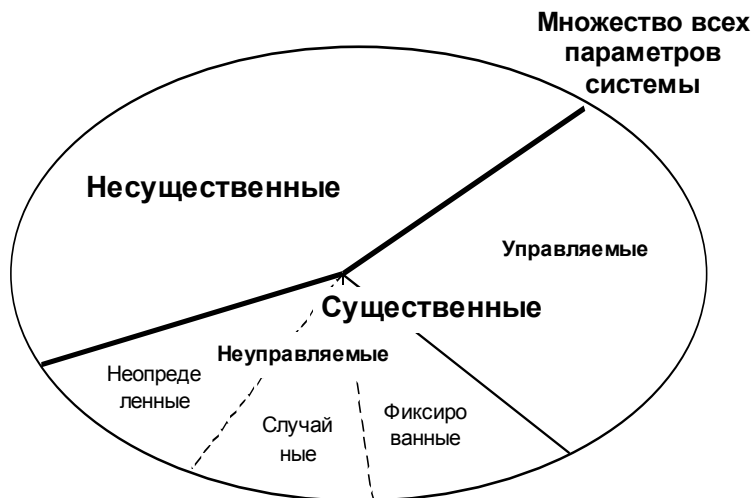


Рис. 2.1. Классификация параметров проектируемой системы.

Существенные параметры - от них критерий эффективности зависит сильно (существенно). Влиянием *несущественных* параметров на критерий эффективности мы фактически пренебрегаем вовсе.

Управляемые параметры - могут изменять свои численные значения по желанию разработчика. Например, к таким параметрам можно отнести число входящих в систему компонент, коэффициенты передачи измерительных каналов, полоса их пропускания и т. п.

Численные значения *неуправляемых параметров* не могут быть изменены по желанию разработчика. Это, например, могут быть условия окружающей среды, температура, давление, уровень помех и т. п. В свою очередь неуправляемые параметры можно разбить на три группы: фиксированные, случайные и неопределенные.

Фиксированные параметры - их значения постоянны, но неизвестны разработчику (совсем или с нужной точностью).

Случайные параметры - относительно них известен только закон распределения (или его параметры). Неявно предполагается статистическая устойчивость их значений, то есть неизменность закона распределения и его параметров.

Неопределенные параметры - известны только области их возможных значений.

Фиксированные параметры часто можно совсем не учитывать. В группу неопределенных параметров могут попасть как истинно неопределенные (по своей физической природе), так и те, о которых просто нет достаточной информации. При построении критерия эффективности стараются избавиться от неопределенных параметров. Ценой такого упрощения обычно является неточное определение значения критерия. В случае использования хотя бы одного случайного параметра, значение сконструированного на этой основе критерия также будет случайной величиной.

Функциональная зависимость

Зависимость Φ_0 обобщенного критерия \mathcal{E}_0 от параметров системы включает две ступени: зависимость Φ обобщенного критерия \mathcal{E}_0 от частных критериев $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3, \dots$ и набор зависимостей F_i каждого частного критерия \mathcal{E}_i от соответствующего подмножества параметров A_i (Рис. 2.2).



Рис. 2.2. Двухступенчатая зависимость обобщенного критерия от параметров системы.

Функциональные зависимости F_i частных критериев \mathcal{E}_i от параметров системы однозначно определяются свойствами самой системы и определяются в результате ее анализа (либо анализа ее модели).

Функциональная зависимость Φ обобщенного критерия от частных критериев $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_n$ от свойств самой системы не зависит, а определяется исходя из целей функционирования системы, что задается надсистемой (средой и пользователем). Имеется значительная доля произвола в назначении зависимости Φ , однако от правильного ее выбора очень много зависит. Неоднозначность возможного построения зависимости Φ является следствием того, что с помощью зависимости Φ мы стремимся осуществить отображение отношение частичного порядка в многомерном пространстве частных критериев в отношение полного (линейного) порядка в одномерном пространстве обобщенного критерия \mathcal{E}_0 . Ввиду суживающего характера этого отображения мы неизбежно теряем что-то по сравнению с исходной постановкой задачи. Важно так управлять этими потерями, чтобы не утратился смысл исходной задачи нахождения оптимального решения. Таким образом, содержательный смысл конструирования зависимости Φ обобщенного критерия от частных критериев $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_n$ состоит в поиске разумной жертвы, обеспечивающей снижение размерности пространства частных критериев вплоть до единицы.

Общее требование к функции $\Phi(\cdot)$, которому она все же обязательно должна удовлетворять является ее монотонность по всем аргументам, а именно, при возрастании (убывании) i -го аргумента функция $\Phi(\cdot)$ должна не убывать (не возрастать).

Кроме того, если критерий используется исключительно в целях оптимизации, его величина *может* определяться с точностью до неопределенных масштаба m и аддитивной постоянной c :

$$\tilde{\mathcal{E}} = m\mathcal{E} + c.$$

Учет этой особенности во многих случаях позволяет существенно облегчить построение функциональной зависимости $\Phi(\cdot)$. Следует только иметь в виду, что при этом оптимальные аргументы целевой функции (обобщенного критерия) – искомые параметры проектируемой системы, будут найдены верно, однако определение оптимального значения самого обобщенного критерия все-таки потребует знания величин m и c .

Наиболее часто используемые конструкции для обобщенного критерия

Аддитивная форма:

$$\mathcal{E}_0 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\alpha_i}{s_i} \cdot \mathcal{E}_i \right) = \sum_{i=1}^n a_i \cdot \mathcal{E}_i, \text{ где } a_i = \frac{\alpha_i}{s_i}.$$

Мультипликативная форма:

$$\mathfrak{E}_0 = 1 - \nu,$$

$$\nu = \prod_{i=1}^n \nu_i = \prod_{i=1}^n \left(1 - \frac{\beta_i}{s_i} \cdot \mathfrak{E}_i \right) = \prod_{i=1}^n (1 - b_i \mathfrak{E}_i), \text{ где } b_i = \frac{\beta_i}{s_i}.$$

В этих выражениях:

α_i, β_i - учитывают вклад i -го частного критерия в суперкритерий;
 s_i - обеспечивают безразмерность отношения \mathfrak{E}_i/s_i в аддитивной форме и нормировку $(\beta_i \mathfrak{E}_i)/s_i \leq 1$ - в мультипликативной.

2.2. Точностные характеристики

2.2.1. Критерии оценки погрешностей измерения

Функционирование АСНИ основано на извлечении информации об объекте с помощью средств измерения, обработке ее и выдаче результата в виде модели объекта: новой или, чаще, просто уточненной. Следует четко понимать, что полученная таким образом модель никогда не может абсолютно точно соответствовать исходному объекту. Причин тому много, но в качестве фундаментальных можно указать две:

1. Сами измерения можно осуществить лишь с конечной точностью (погрешности измерений могут быть малыми, но не нулевыми).
2. Обработка исходных измерительных данных и формирование результатов (получение модели) осуществляются цифровыми методами, что тоже дает неизбежную погрешность.

Итак, поскольку погрешность в выходном результате АСНИ – модели объекта – присутствует всегда, то важно иметь ее численную оценку. Таким образом, АСНИ должна не только выдать модель объекта, но и должна обязательно сопроводить ее достоверной оценкой адекватности. Для этого сама АСНИ должна обладать нормированными метрологическими характеристиками. При проектировании АСНИ именно ограничения на предельные значения метрологических характеристик служат основным условием, которое должно обязательно выполняться при поиске оптимального варианта технического решения. Именно поэтому из всех прочих характеристик АСНИ мы в первую очередь и более детально рассматриваем характеристики точности.

Существуют много различных типов погрешностей и соответствующих им числовых оценок: в зависимости от способов представления (абсолютные,

относительные, приведенные), причин возникновения (методические, инструментальные), характера проявления (случайные, систематические) и т.д. Студенты, обучающиеся по специальности "Информационно-измерительная техника и технологии" и родственным ей, изучают данный материал более полно в таких дисциплинах как "Теоретические основы ИИТ", "Методы и средства измерений", "Информационно-измерительные системы" (см., например, [1, 23, 24]). Поэтому можно было бы ограничиться простой констатацией этого факта. Однако следует признать, что традиционное определение погрешности как разности между точным и измеренным значением справедливо в полной мере лишь к измерению физических величин, выражаемых числовыми значениями (скалярами). Уже при измерении функциональных зависимостей само понятие погрешности требует существенного уточнения и привлечения более общих понятий (например, метрики). И наибольшей остроты эта проблема достигает в задачах идентификации динамических систем как преобразователей входной функции времени в выходную. Именно такая ситуация имеет место в случае АСНИ: ее результатом в наиболее общем случае является модель объекта как динамической системы. Внешне очень похожая, а по сути та же самая, ситуация имеет место в задачах проектирования систем цифровой обработки сигналов (ЦОС) и компьютерного моделирования (КМ) динамических систем, когда нужно уметь оценивать степень точности, с которой физически реализуемая система (цифровая модель, компьютерная программа) соответствует исходной задаче, представленной в виде некоторой непрерывной модели (аналитической или виртуальной, умозрительной), принимаемой за прототип или эталон. Корректное определение погрешности в этой ситуации требует учета некоторых дополнительных факторов.

Формализация понятия модели и соответствия моделей

Определение 1. Будем называть *моделью* тройку $M = \langle X, S, Y \rangle$, где X - множество входов, Y - множество выходов, S - оператор (отображение) связывающий вход с выходом $S: X \rightarrow Y$. ►

Такое определение модели охватывает достаточно широкий круг реальных ситуаций, в том числе задачи обработки сигналов и компьютерное моделирование. По сути оно только фиксирует общую теоретико-множественную терминологию для различных прикладных областей (Рис. 2.3). В частности, для системы обработки сигналов характерно использование в качестве входов и выходов функций времени (сигналов), а для систем компьютерного моделирования характерна реализация оператора S в виде алгоритма, который должен допускать запись его на алгоритмическом языке и последующую трансляцию в последовательность машинных команд

универсального или специализированного процессора. Область ЦОС может рассматриваться как своеобразное объединение двух указанных выше ситуаций: в качестве входов и выходов используются функции времени (дискретного), а система обработки (оператор S) представляется в виде алгоритма. В случае программной реализации задача ЦОС может рассматриваться как частный случай задачи компьютерного моделирования исходной аналоговой системы обработки (прототипа). Таким образом, различия между ЦОС и КМ для широкого круга приложений и на определенном уровне абстракции являются несущественными.



Рис. 2.3. Параллельные термины в определении модели $M = (X, S, Y)$

Замечание 1. В математике принято более общее понятие *модели (реляционной системы)* как частного случая алгебраической системы $U = \langle A, \Omega_F, \Omega_P \rangle$ при $\Omega_F = \emptyset$, $\Omega_P \neq \emptyset$, где A - основное множество системы, Ω_F -множество операций, Ω_P -множество предикатов, заданных на множестве A [8, стр. 46]. Понятие модели в соответствии с **Определением 1** просто более удобно для наших целей и легко согласуется с общепринятым определением, если положить $A = X \times Y$, а оператор S (как бинарное отношение) задать соответствующим ему двуместным предикатом P , определяемым условием $\forall x \in X, \forall y \in Y \quad P(x, y) = 1$ (*истина*) тогда и только тогда, когда $S(x) = y$.

Замечание 2. Понятие модели M согласно **Определению 1** при выполнении некоторых дополнительных ограничений совпадает с концепцией динамической системы в терминах вход-выход, принятой в традиционной теории динамических систем (см., например, [25, стр. 20], [26, стр. 13]).

Определение 2. Будем называть *морфизмом* модели $M_1 = \langle X_1, S_1, Y_1 \rangle$ на модель $M_2 = \langle X_2, S_2, Y_2 \rangle$ соответствие $F: M_1 \rightarrow M_2$, задаваемое тройкой частных соответствий $F = \langle F_X, F_S, F_Y \rangle$, где $F_X: X_1 \rightarrow X_2$, $F_S: S_1 \mapsto S_2$, $F_Y: Y_1 \rightarrow Y_2$. ►

Замечание 3. В общем случае Определение 1 *не требует*, чтобы соответствия F_X и F_Y были отображениями, то есть имели бы не более одного образа для каждого оригинала, хотя на практике в большинстве случаев F_X и F_Y являются именно отображениями. В тех случаях, когда это не так, это будет акцентироваться особо. Формально соответствия F_X и F_Y могут задаваться как бинарные отношения на декартовых произведениях соответствующих множеств $F_X \subseteq X_1 \times X_2$, $F_Y \subseteq Y_1 \times Y_2$.

Рассмотрим наиболее общий случай структуры морфизма моделей, которую он может иметь с точки зрения информационного содержания, то есть с точностью до способа кодирования или изоморфизма базовых множеств и отображений (Рис. 2.4).

И модель-оригинал M_1 и модель-образ M_2 морфизма $F: M_1 \rightarrow M_2$ включают в себя *существенную* и *несущественную* части. Деление на существенную и несущественную части относительно и определяется целью, ради которой определяется и реализуется тот или иной морфизм моделей. Существенная часть в оригинале - это информация, которую желательно передать (перенести, отобразить) в образ. Несущественная часть в оригинале - это те его особенности, которые могли бы отсутствовать, и являются как бы "бесплатным приложением" к существенной части. Некоторая часть как существенной, так и несущественной части модели-оригинала в модель-образ не попадает и составляет *потери*. Ту часть информации образа (существенную и несущественную), которая переходит в образ, будем называть *инвариантом* морфизма. Кроме инварианта в образе имеется информация (как в существенной, так и в несущественной частях), которой не было в оригинале. Эту часть информационного содержания образа будем называть *паразитной* (или *избыточной*) информацией. Паразитная информация в существенной части образа является вредным фактором, с точки зрения близости соответствия моделей, поскольку в модели-образе она неотличима от *релевантной*¹ части, которая состоит из той доли существенной части информации модели-оригинала, которая сохраняется (передается) морфизмом. Наличие паразитной информации в несущественной части образа негативного значения не имеет.

¹ *Релевантный* - от англ. relevant - уместный, относящийся к делу.

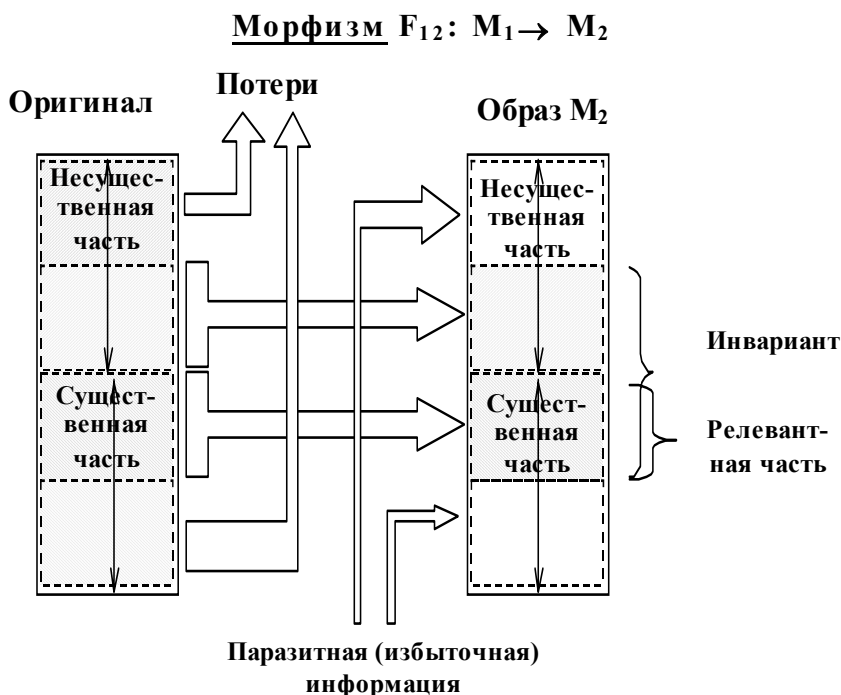


Рис. 2.4. Информационное содержание модельного морфизма

Таким образом, на качественном уровне степень близости образа и оригинала определяется полнотой релевантной части, малостью паразитной доли в существенной информации образа, а также способностью отличать существенную часть от несущественной, релевантную от нерелевантной. Полное (абсолютно точное) информационное соответствие между моделью-образом и моделью-оригиналом возможно только в том случае, когда релевантная часть образа равна существенной части оригинала. При этом паразитная информация и потери существенной части оригинала отсутствуют. Если, к тому же, несущественная часть в образе отсутствует, то релевантная часть совпадает с инвариантом морфизма, и мы имеем предельный случай морфизма с полным безыбыточным образом.

Модельная трактовка задач ЦОС и КМ

Понятие модели позволяет формализовать постановку задач ЦОС и КМ следующим образом. Считаем известной (заданной) исходную (обычно бес-

конечно-непрерывную) модель M_P , которую будем называть моделью *проблемной области* (Problem domain). Алгоритм ЦОС или программа компьютерной модели ассоциируется с моделью M_R , которую будем называть моделью *области реализации* (Realization domain). Соответствие между моделью $M_P = \langle X_P, S_P, Y_P \rangle$ и $M_R = \langle X_R, S_R, Y_R \rangle$ задается морфизмом $F: M_P \rightarrow M_R$, который состоит из трех компонент $F = \langle F_X, F_S, F_Y \rangle$, где $F_X: X_P \rightarrow X_R$, $F_S: S_P \rightarrow S_R$, $F_Y: Y_P \rightarrow Y_R$. При цифровой реализации множества X_R и Y_R - конечны. Множества же исходной модели X_P и Y_P , как правило, бесконечны. Обычно это пространства непрерывных функций времени, протяженности и других величин.

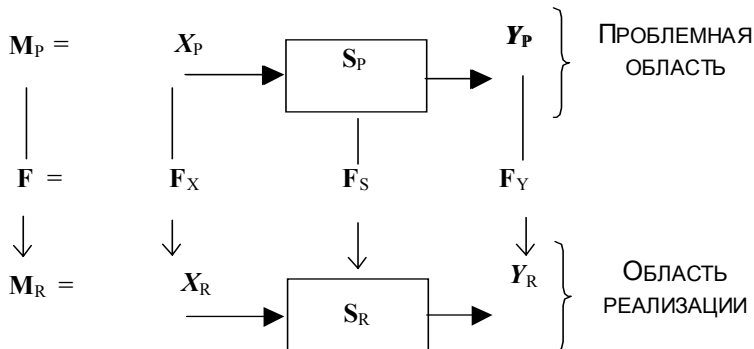


Рис. 2.5. Отображение проблемной области на область реализации

С учетом введенных определений задача синтеза (проектирования) системы ЦОС может быть сформулирована как задача нахождения подходящей модели реализации $M_R = \langle X_R, S_R, Y_R \rangle$ и соответствующих отображений $F = \langle F_X, F_S, F_Y \rangle$. При этом, поскольку базовые множества области реализации конечны, а базовые множества проблемной области непрерывны и бесконечны, то отображения F_X , F_Y являются "суживающими" (обычно это гомоморфизмы или подобные им), то есть, одному элементу-образу соответствует несколько элементов-оригиналов. И это является существенным моментом, отражающим тот факт, что система ЦОС - это цифровая (конечная и дискретная) модель непрерывной (аналоговой) задачи.

Наибольшую трудность при проектировании вызывает синтез отображения F_{PRS} , задающего проецирование оператора S_P непрерывной задачи на цифровой алгоритм обработки, ассоциирующийся с оператором S_R . Это проецирование должно обладать свойством подобия: для всех входных воздействий реакция (выход) проблемной модели и реакция (выход) рабочей модели на один и тот же вход должны быть в каком-то смысле близкими.

Критерии близости моделей (погрешности соответствия)

Близость двух моделей наиболее естественно определить близостью выходных результатов, которые они дают при одних и тех же входных данных. При этом нужно уточнить, что такое "при одних и тех же входных данных", а также задать способ определения расстояния между элементами множества - функцию расстояния или метрику.

Напомним, что для произвольного множества A метрика ρ есть функция двух аргументов $\varepsilon = \rho(x, y)$, $\forall x, y \in A$, $\varepsilon \in \mathbf{R}^+$, или $\rho: A \times A \rightarrow \mathbf{R}^+$, которая удовлетворяет двум аксиомам [см, например, 27, стр. 378]:

$$1) \rho(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y, \forall x, y \in A;$$

$$2) \rho(x, y) \leq \rho(x, z) + \rho(z, y), \forall x, y, z \in A \text{ (неравенство треугольника),}$$

из которых вытекает $\rho(x, y) \geq 0$ и $\rho(x, y) = \rho(y, x) \forall x, y \in A$.

В таком определении метрики для нас является важным то, что расстояние есть положительное вещественное число, определена операция сложения расстояний (аксиома 2) и сравнению подлежат только элементы одного и того же множества.

Сложность определения близости дискретно-конечной и исходной непрерывно-бесконечной модели проистекает из необходимости сравнивать между собой цифровой результат, как элемент конечного множества, и точный результат, как элемент совершенно другого - непрерывного множества. При этом, прежде чем их сравнивать, нужно договориться, в какую одну область проецируются оба результата, а затем уже назначать правило определения расстояния между ними (метрику).

В связи с этим можно выделить два основных подхода к определению близости моделей M_P и M_R , связанных морфизмом $F: M_P \rightarrow M_R$ в терминах задачи (проблемной области) и в терминах области реализации. Другими словами можно сказать, что эти подходы связаны с точками зрения двух наблюдателей: наблюдателя в проблемной области и наблюдателя в области реализации. Учет позиции наблюдателя означает использование только той информации, которая доступна в данной конкретной области. Таковой является полная и исчерпывающая информация только о модели той области, в которой находится наблюдатель, а о модели из другой области доступна только косвенная информация, передаваемая посредством связывающих их морфизмов. При этом важны не только свойства морфизма с точки зрения полноты передачи релевантной информации, но и способность наблюдателя различать в образе несущественную информацию от существенной, а в последней - релевантную часть от нерелевантной (см. Рис. 2.4).

Рассмотрим особенности двух упомянутых точек зрения в предположении, что морфизм $F: M_P \rightarrow M_R$ имеет суживающий характер, то есть модель M_P "богаче" модели M_R .

Точка зрения наблюдателя в проблемной области (P -погрешность)

Известна пара (x_p, y_p) - точный вход и точный выход, поскольку для любого $x_p \in X_p$, ввиду известности S_p , можно найти точный выход $y_p \in Y_p$ как $y_p = S_p(x_p)$. С помощью соответствия F_X элемент x_p "отправляется" в область реализации, куда он поступает в виде $x_R \in X_R$. Под действием оператора S_R в области реализации получается некоторый выход (результат) $y_R \in Y_R$, в качестве информации о котором наблюдатель в проблемной области имеет только результат действия обратного соответствия $F_Y^{-1}(y_R)$.

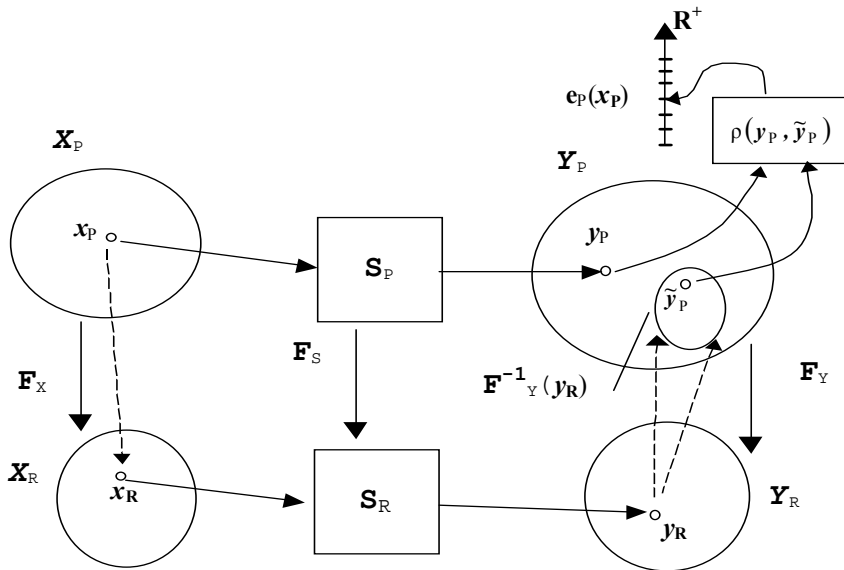


Рис. 2.6 Точность соответствия моделей с точки зрения наблюдателя в проблемной области (P -погрешность)

В общем случае $F_Y^{-1}(y_R)$ есть множество более чем из одного элемента, поэтому возникает проблема выбора: какой из них принимать за приближенный результат и затем сравнивать с точным результатом. Обозначим произвольную функцию выбора в множестве Y_p символом $\text{Choice}(\{.\})$, аргументом которой является подмножество множества Y_p , а результат - один выбранный элемент этого подмножества. Если такая функция выбора на множестве Y_p задана, то выбор приближенного выходного элемента \tilde{y}_p может быть записан как

$$\tilde{y}_P = \text{Choice}(\mathbf{F}_Y^{-1}(y_R))$$

В итоге степень близости моделей \mathbf{M}_P и \mathbf{M}_R (или точность аппроксимации модели \mathbf{M}_P моделью \mathbf{M}_R) определяется расстоянием между y_P и \tilde{y}_P , которое будем в духе работы [28] называть локальной погрешностью.

Определение 3. *Локальной погрешностью* аппроксимации модели \mathbf{M}_P моделью \mathbf{M}_R с точки зрения наблюдателя в проблемной области (*локальной P-погрешностью*) назовем величину $e_P(x_P) = \rho_P(y_P, \tilde{y}_P)$, где $y_P = S_P(x_P)$; - точный выход¹; $\tilde{y}_P = \text{Choice}(\ker_{F_Y}(S_R(F_X(x_P))))$ - приближенный выход; $\rho(\bullet, \bullet)$ - метрика $Y_P \times Y_P \rightarrow \mathbf{R}^+$. Локальная P-погрешность $e_P(x_P)$, кроме аргумента x_P , зависит еще от F_X, S_R, S_P, F_Y , что явно не обозначается. ►

Обратим внимание на то, что рассматривается общий случай, при котором не требуется, чтобы $y_P \in F_Y^{-1}(y_R)$, хотя возможность этого не исключается. Локальная P-погрешность $e_P(x_P)$ определяется для каждого элемента $x_P \in X_P$, то есть является функцией от входного элемента. Для получения глобальной погрешности e_P , (обозначается отсутствием аргументных скобок) на множестве функций $e_P(x_P): X_P \rightarrow \mathbf{R}^+$ нужно задать некоторый функционал $\Phi_P: \{e_P(x_P): x_P \in X_P\} \rightarrow \mathbf{R}^+$, определяющий вид глобальной оценки: максимальная, средняя арифметическая, средняя квадратичная и т.п.

Определение 4. *Глобальной погрешностью* аппроксимации модели \mathbf{M}_P моделью \mathbf{M}_R с точки зрения наблюдателя в проблемной области (*глобальной P-погрешностью*) назовем величину $e_P = \Phi_P[e_P(x_P)]$, где Φ_P - некоторый локализирующий функционал $\Phi_P: (\mathbf{R}^+)^{X_P} \rightarrow \mathbf{R}^+$, определяющий вид глобальной оценки. Глобальная погрешность e_P зависит от класса, к которому принадлежит множество X_P , а также от F_X, S_R, S_P, F_Y . ►

Точка зрения наблюдателя в области реализации (R-погрешность)

Данная ситуация иллюстрируется диаграммой на Рис 2.7.

¹ Здесь и далее символом $\ker_F(b)$ (читается "ядро соответствия $F: A \rightarrow B$ от элемента b " или "прообраз элемента b ") будем обозначать подмножество элементов множества A , являющихся оригиналами (прообразами) для данного элемента $b \in B$. По сути $\ker_F(b) = F^{-1}(b)$.

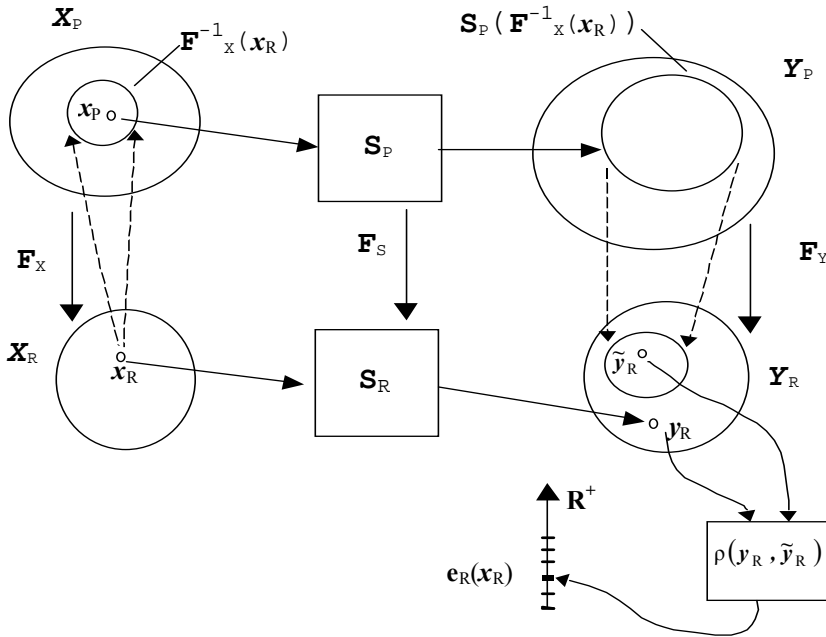


Рис 2.7 Точность соответствия моделей с точки зрения наблюдателя в области реализации (*R-погрешность*)

Известна пара (x_R, y_R) - вход и выход в области реализации, которые (в некотором условном смысле) принимаются за приближенные. С помощью обращения соответствия F_X элемент x_R "отправляется" в проблемную область, куда он поступает в виде подмножества $F_X^{-1}(x_R) = \ker_{F_X}(x_R) \subseteq X_P$ элементов множества X_P , являющихся образами элемента $x_R \in X_R$ - это все те элементы, которые могли бы быть "точными входами". Поскольку заранее не известно, какой из входных элементов $x_P \in \ker_{F_X}(x_R) \subseteq X_P$ порождает $x_R \in X_R$, то следует найти множество всех возможных результатов $S_P(\ker_{F_X}(x_R)) \subseteq Y_P$, которое затем "возвращается" в область реализации с помощью соответствия F_Y , где оно в виде подмножества $F_Y(S_P(\ker_{F_X}(x_R)))$ становится доступным наблюдателю. Это подмножество содержит образы \tilde{y}_R всех возможных точных результатов y_R и в общем случае содержит более одного элемента. Нет никаких оснований выделять какой-то один из них и принимать его за образ "истинного" точного результата, поскольку все возможные прообразы $x_P \in F_X^{-1}(x_R) \subseteq X_P$ входного элемента $x_R \in X_R$ равноправны между собой. В этой ситуации разумнее всего использовать оценку "наихудшего случая", что для погрешности

означает выбор значения, являющегося точной верхней гранью (супремумом) множества возможных значений.

Определение 5 Локальной погрешностью аппроксимации модели \mathbf{M}_P моделью \mathbf{M}_R с точки зрения наблюдателя в области реализации (**локальной R -погрешностью**) назовем величину $e_R(x_R) = \sup_{\tilde{y}_R \in F_Y[S_P(F_X^{-1}(x_R))]} \rho_R(y_R, \tilde{y}_R)$, где $\rho_R(\bullet, \bullet)$ - метрика, $\rho_R: Y_R \times Y_R \rightarrow \mathbf{R}^+$; $y_R = S_R(x_R)$ - выход модели \mathbf{M}_R ; $F_Y[S_P(F_X^{-1}(x_R))]$ - отображение в область реализации множества "точных" выходов (из проблемной области), которые могли бы быть найдены для всех входных элементов проблемной области, соответствующих (с помощью F_X^{-1}) элементу x_R . Локальная R -погрешность $e_R(x_R)$ кроме аргумента x_R зависит еще от F_X, S_R, S_P, F_Y , что явно не обозначается. ►

Определение 6. Глобальной погрешностью аппроксимации модели \mathbf{M}_P моделью \mathbf{M}_R с точки зрения наблюдателя области реализации (**глобальной R -погрешностью**) назовем величину $e_R = \Phi_R[e_R(x_R)]$, где Φ_R - некоторый локализующий функционал $\Phi_R: (\mathbf{R}^+)^{X_R} \rightarrow \mathbf{R}^+$, определяющий вид глобальной оценки. Глобальная R -погрешность e_R зависит от класса, к которому принадлежит множество X_R , а также от F_X, S_R, S_P, F_Y . ►

Характерной особенностью R -погрешности является то, что она определяется исключительно в терминах непосредственно доступной наблюдателю информации. Это может быть полезно в двух случаях. Во-первых, для представления погрешности экспериментальных измерений через наблюдаемые величины без апелляции к непосредственно недоступному "истинному значению". И во-вторых, для оценивания погрешности дискретных моделей через дискретные же величины, не прибегая к континууму.

Погрешность в проблемной области с точки зрения наблюдателя в области реализации (RP -погрешность)

Определенные выше P - и R -погрешности казалось бы исчерпывают возможные подходы, связанные с оценкой точности аппроксимации одной модели другой учетом позиции наблюдателя. Однако, с прикладной точки зрения кажется разумным определить еще один вид погрешности - смешанной, когда наблюдатель, находящийся в области реализации пытается оценить погрешность в проблемной области. Аргументацией этому является следующее противоречие: с прикладной точки зрения интерес представляет именно P -погрешность, поскольку она оценивает точность в терминах исходной за-

дачи. Однако исходные данные непосредственно доступны только из области реализации и, следовательно, фактически может быть найдена только R -погрешность. Причину противоречия легче понять, если представить как осуществляется реальный процесс, скажем, цифровой обработки сигналов. Если бы мы могли для каждого x_p находить точный выход $y_p = S_p(x_p)$, а именно это и требуется для нахождения P -погрешности, то система ЦОС нам уже не потребовалась бы. И это никоим образом не противоречит тому, что оператор S_p известен. Да, нам известно, каким он должен быть, но фактически, как реального инструмента, у нас в распоряжении его нет.

Например, нам нужно получать спектр реально поступающих непрерывных сигналов. В этом случае оператор S_p - это интегральное преобразование Фурье. Исчерпывающие сведения о его "устройстве" можно найти в любом математическом справочнике. Для некоторых типовых простых сигналов есть таблицы результатов. Для широкого класса составных сигналов есть правила "конструирования" результатов. Однако физически действующего устройства с таким оператором нет, а при строгом подходе не может быть в принципе. Поэтому, если нам все же нужно находить спектр любого заранее не известного входного сигнала, то ничего не остается, как довольствоваться какой-то приближенной заменой точного оператора S_p , на вход которого подавать образ (дискретизированный по времени и квантованный по уровню) входного сигнала. При этом входной сигнал-оригинал (непрерывный), так и останется неизвестным.

Именно такая методология прикладного использования моделей приводит к целесообразности введения понятия смешанной RP -погрешности, как погрешности в проблемной области, оцененной с точки зрения наблюдателя в области реализации. RP -погрешность можно рассматривать также как R -погрешность, приведенную к проблемной области с помощью морфизма моделей (Рис. 2.8). Понятие RP -погрешности можно рассматривать как попытку соединить того, "что нам надо" с тем, "что у нас есть".

Определение 7. Локальной приведенной к проблемной области погрешностью аппроксимации модели M_p моделью M_R с точки зрения наблюдателя в области реализации (**RP -погрешностью**) назовем величину

$$e_{RP}(x_R) = \sup_{y_p \in S_p[F_X^{-1}(x_R)]} \rho(y_p, \tilde{y}_p), \quad \text{где} \quad \tilde{y}_p = \text{Choice}(F_Y^{-1}(y_R)) \quad \text{Локальная}$$

RP -погрешность $e_{RP}(x_R)$ кроме аргумента x_R зависит еще от F_X , S_R , S_p , F_Y , что явно не обозначается. ►

Определение 8. Глобальной приведенной к проблемной области погрешностью аппроксимации модели M_p моделью M_R с точки зрения наблюдателя в области реализации (**глобальной RP -погрешностью**) назовем величину

$e_{RP} = \Phi_{RP}[e_{RP}(x_R)]$, где Φ_{RP} - некоторый локализирующий функционал $\Phi_{RP} : (\mathbf{R}^+)^{X_R} \rightarrow \mathbf{R}^+$ определяющий вид глобальной оценки. Глобальная RP -погрешность e_{RP} зависит от класса, к которому принадлежит множество X_R , а также от F_X, S_R, S_P, F_Y . ►

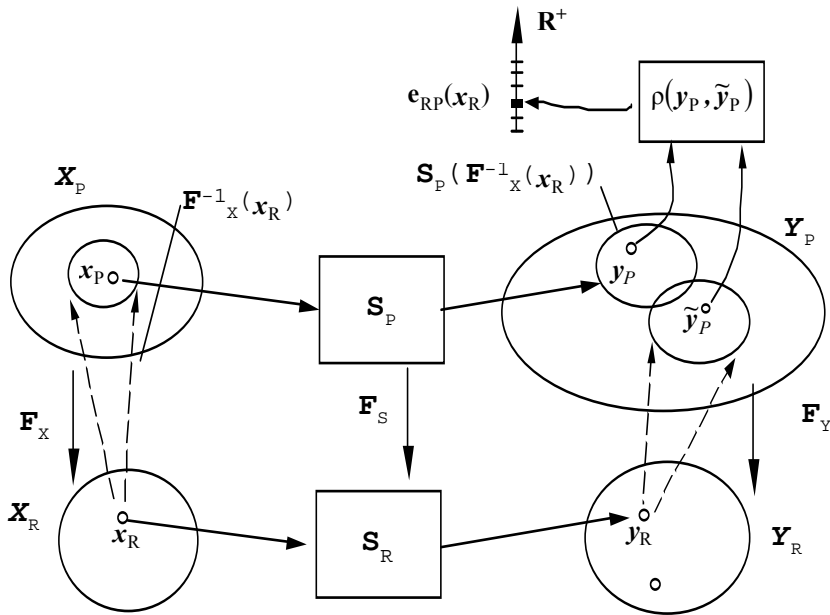


Рис. 2.8 Точность соответствия моделей в проблемной области с точки зрения наблюдателя в области реализации (RP -погрешность)

Пример

Приведенные в данном подразделе определения погрешностей выражены на теоретико-множественном языке, что позволило сформулировать их в максимально общей форме. Используя эти определения, путем замены общих понятий (множества, операторы, метрика, функция выбора) частными в каждом конкретном случае можно сформулировать определения погрешностей в терминах каждого такого конкретного случая.

Рассмотрим ситуацию, когда сложение вещественных чисел заменяется сложением целых чисел. В этом случае модель в проблемной области $\mathbf{M}_P = \langle X_P, S_P, Y_P \rangle$ содержит компоненты:

$$X_P = \mathbf{R} \times \mathbf{R}; \quad Y_P = \mathbf{R}; \quad S_P : \{(a, b) : a, b \in \mathbf{R}\} \rightarrow \{c : c = a + b, c \in \mathbf{R}\},$$

а модель в области реализации $\mathbf{M}_R = \langle X_R, S_R, Y_R \rangle$ - компоненты

$$X_R = \mathbf{Z} \times \mathbf{Z}; \quad Y_P = \mathbf{Z}; \quad S_R : \{(m, n) : m, n \in \mathbf{Z}\} \rightarrow \{k : k = m + n, k \in \mathbf{Z}\}.$$

Пусть переход к цифровым множествам осуществляется квантованием по уровню с шагом 1, тогда соответствие между моделями задается морфизмом $F: \mathbf{M}_P \rightarrow \mathbf{M}_R$, компоненты которого суть

$$\begin{aligned} F_X &= (a, b) \mapsto (\lfloor a \rfloor, \lfloor b \rfloor) = (m, n) \in X_R; \\ F_Y &= c \mapsto \lfloor c \rfloor = k \in Y_R, \end{aligned}$$

где $\lfloor x \rfloor$ - означает наибольшее целое, меньшее x .

P-погрешность (точка зрения наблюдателя проблемной области). Зададим метрику $\rho_P(a, b) = |a - b|$. Пусть входными данными являются $a=1.8$ и $b=3.6$. Это означает, что $x_P=(1.8, 3.6)$, а $y_P=1.8+3.6=5.4$. Переход в область реализации даст $x_R=(1, 3)$, $y_R=S_R((1, 3))=1+3=4$. Обращение соответствия F_Y от элемента $y_R=4$ дает подмножество $\ker_{F_Y}(4)=\{c: 4 \leq c < 5\}=[4, 5)$. Пусть $\text{Chose}_P([a, b])=(a+b)/2$ (в качестве приближенного элемента выбираем середину интервала), тогда $\tilde{y}_P = \text{Chose}_P([4, 5)) = 4.5$. Отсюда локальная *P-погрешность* $e_P((1.8, 3.6)) = \rho_P(5.4, 4.5) = 0.9$.

R-погрешность (точка зрения наблюдателя в области реализации). Зададим метрику $\rho_R(m, n) = |m - n|$. Пусть $x_R=(1, 3)$, тогда $y_R=1+3=4$. Обращение соответствия F_X от элемента $x_R=(1, 3)$ дает в проблемной области подмножество

$$\ker_{F_X}((1, 3)) = \{(a, b) | a, b \in X_P; a \in [1, 2), a \in [3, 4)\} \in X_P,$$

которое порождает подмножество возможных точных результатов

$$S_P(\ker_{F_X}((1, 3))) = S_P(\{(a, b) | a, b \in X_P; a \in [1, 2), a \in [3, 4)\}) = [4, 6).$$

С помощью соответствия F_Y оно отображается из проблемной области в подмножество $F_Y([4, 6)) = \{4, 5\} \subseteq Y_P$ в области реализации. Локальная *R-погрешность* определится как

$$e_R(x_R) = e_R((1, 3)) = \sup_{\tilde{y}_R \in \{4, 5\}} |y_R - \tilde{y}_R| = \sup_{\tilde{y}_R \in \{4, 5\}} |4 - \tilde{y}_R| = 1.$$

RP-погрешность (*P-погрешность* с точки зрения наблюдателя в области реализации). Используя найденные выше подмножество возможных точных результатов $S_P[F_X^{-1}(x_R)] = [4, 6)$ и приближенный результат $\tilde{y}_P = \text{Chose}_P([4, 5)) = 4.5$, получим

$$e_{PR}(x_R) = e_{RP}(x_R) = \sup_{y_R \in S_P[F_X^{-1}(x_R)]} \rho(y_P, \tilde{y}_P) = \sup_{y_R \in [4,6]} |y_P - 4.5| = 1.5.$$



2.2.2. Погрешность от квантования по уровню

Основной материал данного раздела изложен в [1, стр. 71]. Следует обратить внимание на возможность использования двух различных моделей для представления эффектов квантования по уровню: **нелинейной модели** (в виде функции преобразования) и **линейной** (или статистической) **модели**, состоящей в суммировании входного сигнала и шума квантования как случайных процессов. При этом нужно знать, к какой из этих двух моделей относятся конкретные параметры квантования: предельное отклонение, математическое ожидание и дисперсия погрешности квантования.

2.2.3. Распространение погрешностей при вычислениях

Даже в том случае, когда вычисления выполняются абсолютно точно, но используются неточные исходные данные (скажем, полученные путем измерений), требуется проводить специальный анализ распространения (трансформации) ошибок в вычислительных алгоритмах. Причем, чем длиннее цепочка вычислений, тем больший эффект ухудшения точности может иметь место. Наличие длинных цепочек вычислений характерно для алгоритмов цифровой обработки сигналов, особенно реализующих рекурсивные методы, например, рекурсивные цифровые фильтры, рекуррентное дискретное преобразование Фурье и т.п.

Похожая ситуация имеет место при косвенных измерениях и задача анализа распространения входных погрешностей может быть решена стандартным приемом – по формуле полного дифференциала:

$$\Delta y \approx \sum_{i=1}^n \frac{\partial F(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i,$$

где $y = F(x_1, \dots, x_n)$ - зависимость, которая реализуется с помощью рассматриваемого вычислительного алгоритма. Формула приближенная из-за того, что формулу для дифференциала используем для оценки приращения. Она будет тем точнее, чем меньше величины приращений (по отношению к самим величинам y и x_i).

Однако, такой общий прием не всегда удобен, особенно при выполнении самого анализа на ЭВМ. В этом случае может оказаться полезным упрощенный метод "шаг-за-шагом", который заключается в том, что для каждой стандартной операции определяется свое специфическое правило трансформации погрешности. Затем прослеживается цепочка вычислений, состоящая из набора последовательно выполняемых стандартных операций. На каждом шаге делается расчет погрешности результата по известным погрешностям операндов. Метод "шаг-за-шагом" может давать несколько завышенное значение погрешности по сравнению с методом полного дифференциала, но различия будут тем меньше, чем меньше численные значения погрешностей и чем меньше корреляционная связь между аргументами (в статистическом смысле).

Частные правила определения погрешностей для наиболее распространенных стандартных вычислительных операций заключаются в следующем.

1. При сложении (вычитании) складываются абсолютные погрешности операндов:

$$(y = x_1 + x_2) \& (y = x_1 - x_2) \Rightarrow \Delta y = \Delta x_1 + \Delta x_2.$$

2. При умножении (делении) складываются относительные погрешности:

$$(y = x_1 \cdot x_2) \& (y = x_1 / x_2) \Rightarrow \beta y = \beta x_1 + \beta x_2.$$

3. При умножении на константу абсолютная погрешность умножается на модуль этой константы:

$$y = c \cdot x \Rightarrow \Delta y = |c| \cdot \Delta x.$$

4. При возведении в степень относительная погрешность умножается на показатель степени:

$$y = x^n \Rightarrow \beta y = |n| \cdot \beta x.$$

Данные правила могут быть получены путем подстановки функций, соответствующим операциям, в формулу полного дифференциала. Легко проверить, что правила 1 и 3 в точности вытекают из этой формулы, а правила 2 и 4 –приближенно, с точностью до членов высшего порядка малости (отброшены произведения приращений).

Метод "шаг-за-шагом" удобно применять, если имеется граф вычислений, то есть графическое изображение последовательности выполнения стандартных операций в данном алгоритме. При этом следует иметь в виду, что абсолютная Δx и относительная βx погрешности некоторой величины x связаны между собой посредством самой этой величины x соотношениями:

$$\beta x = \frac{\Delta x}{x}; \quad \Delta x = \beta x \cdot x.$$

В качестве примера на Рис. 2.9 приведен граф вычислений для простого алгоритма, заданного формулой:

$$y(x_1, x_2, x_3, x_4) = \left(\frac{x_1^2}{2 \cdot x_2} \right) \cdot \left(\frac{1}{x_3^2} - \frac{1}{x_4^2} \right).$$

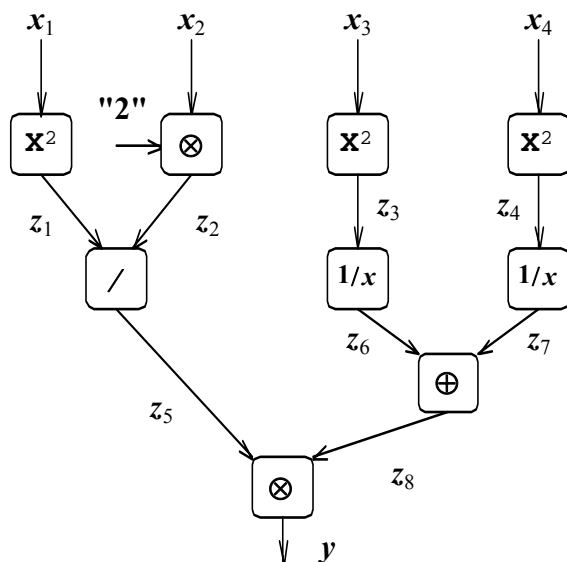


Рис. 2.9. Пример графа вычислений

Используя правила трансформации погрешностей по методу "шаг-за-шагом" получим следующие соотношения для погрешностей промежуточных переменных и конечного результата:

$$\begin{aligned} \beta z_1 &= 2 \cdot \beta x_1; & \Delta z_2 &= 2 \cdot \Delta x_2; & \beta z_3 &= 2 \cdot \beta x_3; \\ \beta z_4 &= 2 \cdot \beta x_4; & \beta z_5 &= \beta z_1 + \beta z_2; & \beta z_6 &= \beta z_3; \\ \beta z_7 &= \beta z_4; & \Delta z_8 &= \Delta z_6 + \Delta z_7; \\ \beta y &= \beta z_5 + \beta z_8. \end{aligned}$$

Результаты численных расчетов сведены в Табл. 1.1, где первые четыре строки суть исходные данные, а остальные получены путем расчетов. В представлении промежуточных результатов сохранялись 4 знака после запя-

той или 5 знаков у мантиссы. Окончательный результат $y=0,1613$ с абсолютной погрешностью $\Delta y=0,007$ и относительной погрешностью $\beta y=0,04$ (4%).

Табл. 2.1. Результаты расчетов по методу "шаг-за-шагом"

Переменная	Значение	Абсолютная погрешность Δ	Относительная погрешность β
x_1	1,54	0,01	0,0064
x_2	1500,15	0,05	3,3e-5
x_3	0,070	0,001	0,014
x_4	3,62	0,03	0,00823
$z_1 = x_1^2$	2,3716	0,03036	0,0128
$z_2 = 2 \cdot x_2$	3000,3000	0,1	3,33e-5
$z_3 = x_3^2$	0,0049	0,0001372	0,028
$z_4 = x_4^2$	13,1044	0,2157	0,01646
$z_5 = z_1 / z_2$	7,9045e-4	1,0141e-5	0,01283
$z_6 = 1 / z_3$	204,0816	5,7143	0,028
$z_7 = 1 / z_4$	0,076310	1,2560e-3	0,01646
$z_8 = z_6 - z_7$	204,0053	5,7156	0,02802
$y = z_5 \cdot z_8$	0,16126	0,006587	0,04085

2.2.4. Оценка полной погрешности системы (прямая задача суммирования погрешностей)

Как уже отмечалось, для АСНИ итоговая погрешность результата (в общем случае это модель объекта) является основным ограничением, которое должно учитываться при поиске оптимального технического решения. Для этого в идеале, нам хотелось бы иметь в распоряжении некую функцию, которая отражала бы функциональную связь между управляемыми параметрами системы и итоговой погрешностью. Для нахождения этой зависимости нужно во-первых, определиться со структурой системы (то есть осуществить

этап структурного синтеза), и во-вторых, провести анализ этой конкретной структуры и определить зависимость общей погрешности от управляемых параметров этой структуры. Впоследствии эта найденная функциональная зависимость может быть использована для параметрического синтеза – то есть для нахождения оптимального сочетания значений управляемых параметров выбранной структуры.

Подходя системно и логически последовательно к решению этой задачи мы должны, воспользовавшись одним из общих определений погрешности (см. подразд. 2.2.1.), конкретизировать составляющие этого определения (входные и выходные множества, отображения, операторы, метрика, функция выбора) и с учетом такой конкретизации попытаться аналитически (или каким-то иным образом) найти искомую зависимость. Успех этого дела во многом будет зависеть от принятого способа конкретизации. Далеко не всегда удастся решить задачу анализа аналитически. По крайней мере просто. Более того, зачастую именно стремление решить задачу аналитически накладывает основные ограничения на принимаемую степень идеализации исходной содержательной задачи. Другими словами, часто мы вынужденно принимаем чрезмерную идеализацию, чтобы применить известные аналитические методы и приемы. И это оправдано в том смысле, что решив (с известным упрощением) задачу доступными средствами, и используя найденное решение в качестве очередной ступени, мы затем можем попытаться отыскать решение в более точной постановке.

С учетом таких оговорок, и не имея возможности рассмотреть задачу анализа погрешности в полной ее постановке, приведем один общий прием, который, с одной стороны, достаточно прост и эффективен для инженерных приложений и, с другой стороны, в достаточно большом числе случаев может считаться вполне приемлемой идеализацией на системном уровне рассмотрения технического решения. Он основан на гипотезе о случайном характере погрешностей (погрешность рассматривается как случайная величина) и работает в той мере, насколько модель случайной величины приемлема для отражения свойств погрешности конкретной системы. Не вдаваясь в детали философского вопроса о справедливости этой гипотезы, отметим только, что для задачи нахождения модели сложных динамических систем, аргументация в ее пользу далеко не так сильна и очевидна, как для классической задачи измерения скалярных величин, где она используется в качестве основной парадигмы, хотя и в этой области не все так бесспорно (см., например [29, стр. 12],).

Ниже приводится упрощенный способ приближенного суммирования погрешностей (более подробное его описание и теоретическое обоснование можно найти в [29]). Упрощение достигается за счет того, что вместо нахождения результирующего закона распределения суммарной погрешности на-

ходятся только оценки его числовых характеристик (среднеквадратическое отклонение, энтропийное значение, доверительный интервал) и при этом:

- зависимость погрешности от измеряемой величины учитывается простейшим способом – путем разделения погрешностей на аддитивные и мультипликативные;

- учет взаимных корреляционных связей между составляющими производится путем использования различных правил суммирования для коррелированных и некоррелированных составляющих, для чего все погрешности условно разбиваются на две эти группы.

Методика упрощенного суммирования погрешностей основана на следующем математическом факте: при суммировании случайных величин x_1 и x_2 их дисперсии суммируются по правилу:

$$D(x_1 + x_2) = D(x_1) + D(x_2) + 2 \cdot \rho \cdot \sqrt{D(x_1) \cdot D(x_2)},$$

где $D(x)$ - дисперсия случайной величины x ; ρ - коэффициент взаимной корреляции.

Отсюда следует общее правило суммирования стандартных (среднеквадратических) отклонений

$$\sigma_S = \sqrt{\sigma_1^2 + 2\rho \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2^2}.$$

Для крайних значений коэффициента корреляции (0 и 1) получим два частных правила суммирования среднеквадратических отклонений:

- при $\rho = 1$: $\sigma_S = \sqrt{\sigma_1^2 + 2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2^2} = \sigma_1 + \sigma_2$ (правило алгебраического суммирования);
- при $\rho = 0$: $\sigma_S = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ (правило геометрического суммирования).

Практические правила упрощенного суммирования погрешностей (Рис. 2.10)

1. Погрешности всех звеньев измерительных каналов разбиваются на аддитивные и мультипликативные составляющие, которые суммируются потом раздельно.
2. Из суммируемых составляющих выделяется группа сильно коррелированных составляющих ($0,7 \leq |\rho| \leq 1$) и группа слабо коррелированных составляющих ($0 \leq |\rho| < 0,7$). Для сильно коррелированных составляющих условно принимается $\rho = +1$ или $\rho = -1$ в зависимости от характера взаимосвязи. Обычно к этой группе относят погрешности, вызываемые одной и той же причиной (например, температурой окружающей среды, питаю-

щим напряжением, наводками от сети переменного тока и т.п.). Для слабо коррелированных погрешностей условно принимается $\rho = 0$.

3. Для группы некоррелированных погрешностей производится геометрическое суммирование:

$$\sigma_{\Sigma H} = \sqrt{\sum_i h_i^2 \cdot \sigma_i^2}$$

а для группы коррелированных погрешностей – алгебраическое суммирование с учетом знака корреляции:

$$\sigma_{\Sigma H} = \sum_i h_i \cdot \rho_i \cdot \sigma_i,$$

где $\rho_i = +1$ или -1 ; h_i – коэффициенты влияния, о которых см. ниже.

4. Суммарные погрешности в каждой группе считаются некоррелированными между собой и общий итог получается путем геометрического суммирования:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_{\Sigma H}^2 + \sigma_{\Sigma K}^2}.$$

5. Для получения интервальной или энтропийной оценки суммарной погрешности нужно каким-то способом найти или оценить вид закона распределения суммарной погрешности. В крайнем случае, можно принять произвольное допущение о форме закона распределения, однако впоследствии нужно помнить, что полученные результаты будут правомочны только при выполнении этого допущения. Зная вид закона суммарной погрешности, можно найти энтропийный коэффициент k_{Σ} и, соответственно, вычислить энтропийное значение погрешности:

$$\Delta_{\Sigma} = k_{\Sigma} \cdot \sigma_{\Sigma}.$$

Задавшись уровнем доверительной вероятности P_d можно по таблицам найти квантильный коэффициент t_P и определить доверительный интервал суммарной погрешности:

$$\Delta_P = t_P \cdot \sigma_{\Sigma}.$$

При отсутствии информации о законах распределения составляющих погрешностей либо при больших трудностях в нахождении результирующего закона можно использовать доверительную вероятность $P_d = 0,9$. В этом случае для большинства одномодальных законов распределения выполняется соотношение: $\Delta_{0,9} \approx 1,6 \cdot \sigma$. С учетом этой особенности расчет суммарной

погрешности может быть сведен к следующему. Пусть суммируемые составляющие задаются интервальными оценками $\Delta_{0,9i}$. Тогда

$$\sigma_i = \frac{\Delta_{0,9i}}{1,6}.$$

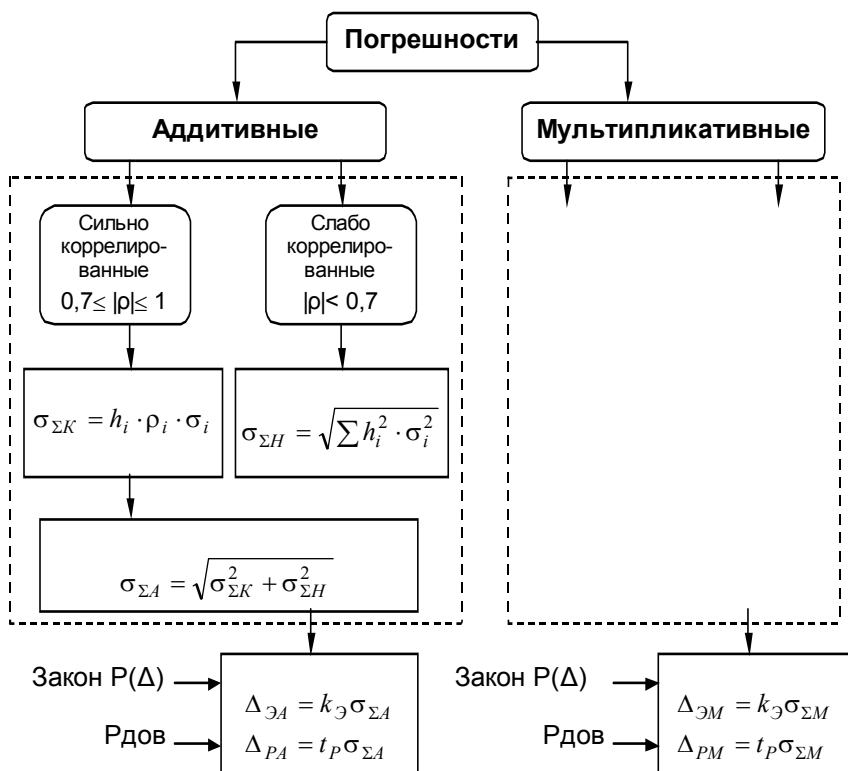


Рис. 2.10. Упрощенный алгоритм суммирования погрешностей.

Если суммируемые погрешности не коррелированы, то

$$\sigma_{\Sigma H} = \sqrt{\sum_i h_i^2 \cdot \sigma_i^2} = \frac{1}{1,6} \cdot \sqrt{\sum_i h_i^2 \cdot \Delta_{0,9i}^2}$$

Откуда

$$\Delta_{0,9\Sigma H} = 1,6 \cdot \sigma_{\Sigma H} = \sqrt{\sum_i h_i^2 \cdot \Delta_{0,9i}^2}.$$

Аналогичным образом можно получить правило для суммирования коррелированных погрешностей:

$$\Delta_{0,9\Sigma K} = 1,6 \cdot \sigma_{\Sigma K} = \sum_i h_i \cdot \rho_i \cdot \Delta_{0,9i}.$$

Таким образом, для широкого класса распределений интервальные оценки при $P_d = 0,9$ можно суммировать так же, как и среднеквадратические значения погрешностей.

Дальнейшее упрощение методики суммирования нецелесообразно. В частности, пренебрежение корреляционными связями или разделением на мультипликативную и аддитивную составляющие может привести к значительному искажению результирующей погрешности.

Приведенная выше методика определения результирующей погрешности справедлива только в тех случаях, когда выходная величина является линейной суперпозицией входных величин (т.е. все блоки измерительного канала осуществляют линейные преобразования). Ситуация резко усложняется при наличии нелинейностей в измерительном канале. В этом случае выходная величина y определяется как нелинейная функция входных величин x_1, \dots, x_n : $y = F(x_1, \dots, x_n)$. При этом вклад погрешностей величин x_1, \dots, x_n в результирующую погрешность может быть различным. В этом случае обычно поступают следующим образом. Нелинейную функцию $y = F(x_1, \dots, x_n)$ аппроксимируют первыми членами разложения в ряд Тейлора (т.е. ограничиваются линейным приближением), тогда приращения (абсолютная погрешность) выходной величины Δy определяется как

$$\Delta y = \left| \frac{\partial F(\quad)}{\partial x_1} \right| \cdot \Delta x_1 + \left| \frac{\partial F(\quad)}{\partial x_2} \right| \cdot \Delta x_2 + \dots + \left| \frac{\partial F(\quad)}{\partial x_n} \right| \cdot \Delta x_n,$$

где Δx_i - абсолютная погрешность величины x_i . Модули частных производных

$$h_i(x_1, \dots, x_n) = \left| \frac{\partial F(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_i} \right|$$

в данном случае обычно называют коэффициентами влияния i -й составляющей на результирующую погрешность. В приведенных выше правилах суммирования погрешностей коэффициенты влияния были учтены.

В общем случае коэффициенты влияния h_i зависят от самих величин x_1, \dots, x_n . Поэтому суммарную погрешность часто нельзя оценить, пока не будут известны значения измеряемых величин x_1, \dots, x_n . В связи с этим анализ погрешностей сложных измерительных каналов АСНИ часто осуществляется непосредственно в процессе проведения эксперимента. При этом одновременно с вычислением совокупного результата измерений с помощью ЭВМ осуществляется вычисление оценок погрешности этого результата. Причем, объем вычислений для определения погрешности зачастую многократно превышает объем вычислений для получения собственно самого значения результата измерения.

2.2.5. Распределение погрешностей по звеньям системы (обратная задача оценки погрешностей)

При проектировании АСНИ требуется решать обратную задачу, которая заключается в нахождении такого распределения погрешностей по звеньям измерительного канала, при котором суммарная погрешность не превышала бы установленных границ. Ясно, что одну и ту же суммарную погрешность можно различными способами разделить на составляющие. При строгом подходе число способов раздела на составляющие бесконечно. Следовательно, обратная задача в такой постановке не корректна, так как не имеет единственного решения. Для устранения некорректности путем конкретизации выбора из множества возможных решений одного единственного требуется привлечение дополнительной информации. В качестве такой дополнительной информации может использоваться критерий эффективности. С его помощью из множества допустимых решений выбирается наилучшее – именно оно и принимается за окончательное решение обратной задачи. Таким образом, мы приходим к оптимизационной постановке обратной задачи распределения погрешностей.

Оптимизационная постановка обратной задачи распределения погрешностей:

1. Строится целевая функция как обобщенный критерий эффективности, зависящий, в том числе, и от частых составляющих погрешностей:

$$Q(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$$

где ε_i - некоторая оценка i -й составляющей погрешности; это может быть максимальное значение, среднеквадратическое, энтропийное, доверительный интервал и т.п. Обычно целевая функция строится на основе обобщенного критерия эффективности.

2. Задаётся ограничение на суммарную погрешность ε_s в виде неравенства

$$\varepsilon_s(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) = F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) \leq \varepsilon_0$$

где $F(\)$ - функция, задающая правило суммирования частных погрешностей; она определяется в результате решения прямой задачи анализа погрешностей; ε_0 - оценка предельного значения суммарной погрешности (заданная величина).

3. Искомое распределение погрешностей как вектор $\tilde{\mathbf{E}} = (\tilde{\varepsilon}_1, \tilde{\varepsilon}_2, \dots, \tilde{\varepsilon}_n)$ находится путем решения типовой задачи на условную оптимизацию

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{Arg}\{\mathbf{Min}[Q(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)]\} \\ F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) \leq \varepsilon_0 \end{array} \right.$$

Оптимизационный подход к решению обратной задачи включает в себя в качестве составной части решение прямой задачи анализа (суммирования) погрешностей при нахождении вида функции $F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$. Таким образом, трудоемкость обратной задачи значительно выше, чем прямой. Функции Q и F обычно имеют сложный вид и, как правило, существенно нелинейны. Поэтому аналитически решить обратную задачу удастся только в некоторых частных случаях. На практике для этой цели обычно используют итерационные процедуры оптимизации, реализованные в виде программы на ЭВМ. При этом на каждом шаге оптимизации фактически приходится решать прямую задачу суммирования погрешностей. Даже прямая задача может быть решена аналитически (в виде замкнутых формул) только для простых систем и в упрощенной постановке (см. подраздел 2.2.4.). В полной постановке эта задача может быть решена лишь методом компьютерного моделирования, (см. об этом раздел 4).

Следует отметить, что оптимизационная постановка обратной задачи может рассматриваться как вложение в более общую задачу проектирования системы на основе оптимизации обобщенного критерия эффективности. В этом случае суммарная погрешность может входить в качестве одного из ограничений, а целевая функция $Q(\)$ - в качестве одного из частных критериев эффективности. Тогда найденный набор оптимальных параметров системы автоматически даст и оптимальное распределение погрешностей, поскольку составляющие погрешности зависят от каких-то параметров из этого набора и, следовательно, однозначно ими определяются.

2.3. Временные характеристики

2.3.1. Дискретизация по времени: постановка задачи

Многие измеряемые параметры являются по своей природе непрерывными аналоговыми величинами. При вводе в ЭВМ неизбежно приходится преобразовывать их в последовательность отсчетов, привязанных к конкретным моментам времени. Именно этот процесс мы и будем называть *дискретизацией по времени*. Почти всегда, кроме известных частных случаев, замена непрерывных сигналов дискретными приводит к необратимым потерям части исходной информации, что косвенно отражается некоторым увеличением совокупной погрешности конечного результата. Вычленение этого "увеличения" в виде отдельной составляющей погрешности, обусловленной дискретизацией, возможно только для простейших способов обработки, либо в виде очень грубых верхних оценок погрешностей при упрощенных методиках их суммирования. Однако, для сложных многоканальных измерительных систем с "глубокой" цифровой обработкой измерительных сигналов такой упрощенный подход приводит к большим запасам в оценках погрешности. В свою очередь, это отражается в неоправданной избыточности по пропускной способности измерительных каналов и по производительности в вычислительной части. Именно в этих случаях есть смысл более углубленно рассмотреть и проанализировать влияние дискретизации на погрешность конечных результатов в надежде на то, что более корректный учет всех существенных факторов позволит снизить неоправданную избыточность и ослабить требования к проектируемой системе. Другими словами, умственные усилия, затраченные на более углубленное изучение этого вопроса, мы надеемся "разменять" на свою способность проектировать менее избыточные, а в конечном счете более дешевые, либо более производительные, информационно-измерительные системы.

Общая схема корректного определения погрешности с учетом всех существенных факторов в этом случае показана на Рис. 2.11. Она может рассматриваться как частный случай более общего определения (см. подраздел 2.2.1.) погрешности представления одной модели - непрерывной, другой моделью - цифровой¹. В данном случае отображение множества непрерывных входов (действительных функций действительного аргумента) на множество цифровых входов (цифровых последовательностей) F_x представлено процедурами дискретизации по времени (с параметром Δt) и квантованием по уровню (с параметром Δx). Последовательное выполнение обратного ото-

¹ Более строго: здесь речь идет о локальной Р-погрешности.

бражения множества цифровых выходов на множество непрерывных выходов F_y и функции выбора $\text{Chose}(\cdot)$ представлено процедурой приписывания каждой выходной цифровой последовательности некоторой непрерывной функции в множестве непрерывных выходов.

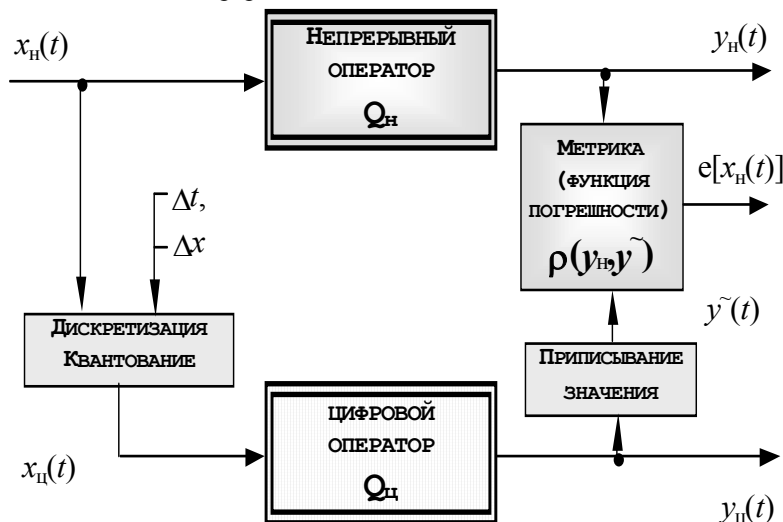


Рис. 2.11. Схема определения погрешности при замене непрерывной модели дискретной

Данная схема в чистом виде дает методику определения сигнала ошибки $\varepsilon(t)$ только при однозначно известном входном сигнале $x_n(t)$. На основе такого сигнала ошибки $\varepsilon(t)$ можно (путем задания конкретной метрики $\rho(\cdot, \cdot)$) определить только локальную погрешность $e[x_n(t)]$. Для получения численного значения локальной погрешности $e[x_n(t)]$ нужно знать входной сигнал $x_n(t)$. Для получения глобального значения e этой же погрешности нам придется "просматривать" локальные погрешности $e[x_n(t)]$ для всех возможных сигналов $x_n(t)$ и на основе их значений строить глобальную оценку. Например, если мы строим глобальную погрешность как наихудший (максимальный) случай локальной погрешности на основе равномерного приближения, то функция метрики суть

$$\rho[y_1(t), y_2(t)] = \mathbf{Max}_{-\infty \leq t \leq \infty} |y_1(t) - y_2(t)|,$$

а глобальная погрешность определится как¹

¹ В данном случае речь идет о Р-погрешности. Для краткости индекс Р опущен.

$$\epsilon = \mathbf{Max}_{x_n(t) \in X_n} e[x_n(t)] = \mathbf{Max}_{x_n(t) \in X_n} \mathbf{Max}_{-\infty \leq t \leq \infty} |\epsilon(t)| = \mathbf{Max}_{x_n(t) \in X_n} \mathbf{Max}_{-\infty \leq t \leq \infty} |y_n(t) - \tilde{y}(t)|.$$

Аналогичным образом можно построить глобальную погрешность на основе среднеквадратического приближения. И в том и в другом случае для нахождения глобальной погрешности придется "просматривать" все $x_n(t)$ из множества X_n . При этом ясно, что если множество возможных входных сигналов X_n ничем не ограничено (т.е. это множество всех непрерывных или интегрируемых функций), то локальная погрешность для некоторых входных сигналов может быть сколь угодно большой¹, и следовательно глобальная погрешность будет равна бесконечности (см. Рис. 2.12).

Наличие дополнительных априорных сведений (информации) об исходной задаче часто позволяет сузить множество возможных входных сигналов. Именно для этого более узкого *подмножества* допустимых сигналов можно найти конечные границы, в которых будет находиться глобальная погрешность.

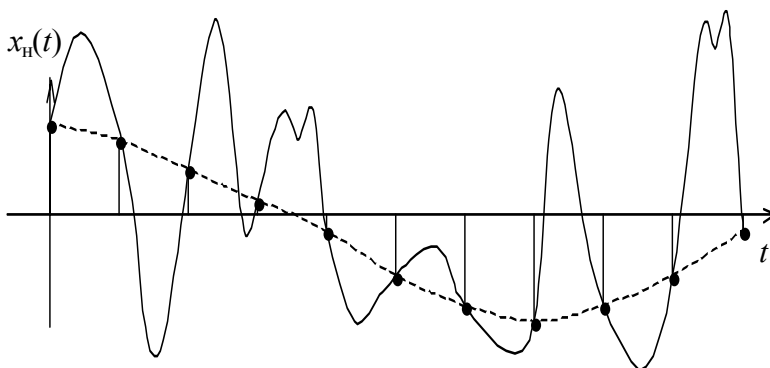


Рис. 2.12. Пример, демонстрирующий возможность сколь угодно большого отклонения произвольной непрерывной функции от заданной последовательности дискретных отсчетов

В зависимости от того, какая *априорная информация* о входном сигнале известна и принимается к сведению, какая *метрика* (функция расстояния $\rho[y_n(t), \tilde{y}(t)]$ в пространстве выходных сигналов) используется для оценки погрешности, а также в каких терминах осуществляется *описание* постановки и решения задачи обработки сигналов (или моделирования), можно выде-

¹ Более точно: в множестве входных сигналов найдется такой сигнал (функция), для которого локальная погрешность может быть сколь угодно большой.

лечь три основных направления или подхода, в рамках которых традиционно рассматривается вопрос о погрешности временной дискретизации:

- использование **динамических свойств** сигналов (модель сигнала с ограниченными производными, подмножество входных сигналов ограничено предельными значениями производных M_n , аппроксимация решения степенными полиномами, максимальная оценка погрешности);
- использование **частотных свойств** сигналов (модель сигнала с финитным спектром, подмножество входных сигналов ограничено сигналами с шириной спектра ΔF , описание обработки в терминах фильтрации и линейных динамических систем, энергетическая оценка погрешности);
- использование **статистических свойств** сигналов (модель сигнала в виде стационарного случайного процесса с известной автокорреляционной функцией, подмножество входных сигналов ограничено интервалом корреляции Δt , статистическая аппроксимация временных рядов, среднеквадратическая оценка погрешности).

Все три направления имеют глубинные взаимосвязи друг с другом, однако полностью друг к другу не сводятся. Важно только помнить, что каждый подход задает свою систему понятий и следует четко понимать границы их применимости. Например, понятие **эффекта наложения спектра** является атрибутом частотного представления, предполагающего процедуру восстановления с помощью идеального фильтра низких частот (или полосового). Теоретически этот эффект возникает из-за отклонения реальной ситуации от требований теоремы Шеннона–Котельникова. Для учета такого отклонения в итоговой погрешности может быть выделена составляющая, обусловленная наложением спектра.

При описании же процедуры восстановления с помощью степенных интерполяционных полиномов используется временное представление всей задачи, при этом остаточный член ряда Тейлора дает исчерпывающую оценку **полной погрешности** аппроксимации непрерывного сигнала. В этой ситуации попытка суммировать оценку погрешности восстановления с помощью степенного полинома и оценку погрешности наложения спектра (см., например, [30, стр. 41]) выглядит совершенно абсурдной. **Исчезает ли при этом эффект наложения спектров? Куда при этом девается погрешность наложения спектров?** Это вопросы из числа тех, на которые нет однозначного ответа, по той простой причине, что сами вопросы по своей сути некорректны, так как в них есть косвенные ссылки на неопределенные понятия. В частности, **в каком смысле мы понимаем существование эффекта наложения спектра?** При попытке уточнения ответа на этот вопрос мы не можем не заметить, что понятие спектра и его деформации, вызванные дискретизацией непрерывного сигнала, не являются атрибутами исходной постановки задачи, которую мы сейчас анализируем (какова погрешность от

временной дискретизации), а являются атрибутами спектральной (частотной) **модели** данной задачи. Эта модель предполагает не только частотное представление входного сигнала, но и (непрерывно!) представление обработки (более точно - восстановления непрерывного сигнала по дискретным отсчетам) в частотной области как линейной низкочастотной или полосовой фильтрации, поскольку в определение погрешности от наложения спектра входит выходной сигнал низкочастотного (полосового) фильтра.

Отсюда и ответ: эффект наложения спектров существует всякий раз, когда **мы** используем **частотную модель** для представления задачи дискретизации-восстановления и условия теоремы Шеннона–Котельникова нарушены. То есть **существование (или не существование) этого эффекта зависит от нашей точки зрения!!!**

В других моделях **то же самое отклонение в конечном результате** будет иметь **другое объяснение!** Так, в модели интерполяционного многочлена оценка погрешности на основе остаточного члена разложения в степенной ряд будет исчерпывающей. Ни о каком "наложении спектров" в данной модели речь не идет. При анализе ситуации, когда в качестве априорной информации о сигнале используются его частотные свойства, а обработка осуществляется в терминах интерполяции, следует привести все к "общему знаменателю": либо представить степенной интерполятор как цифровой фильтр и тогда вести дальнейший анализ в рамках частотной модели, либо найти эквивалентную (или приближенную) замену известных частотных свойств о сигнале во временную область и вести анализ в терминах временной модели.

При таком приведении к "общему знаменателю" могут (и обычно возникают) специфические погрешности, часто символизирующие некоторый "запас на незнание", размытость ограничений на множество допустимых сигналов и т. п. Их ни в коем случае не следует путать с погрешностями самих моделей, хотя "по внешнему виду" (с точки зрения расчетных формул) они могут быть весьма похожими. Например, погрешность от наложения спектра и погрешность от приближенной замены сигнала с неограниченным спектром на модель с финитным спектром выражаются через один и тот же интеграл от спектральной плотности сигнала. Но это не дает никакого основания их отождествлять, хотя изучение вопроса: чем обусловлено такое внешнее сходство, — ведь не случайно же оно! — само по себе может быть довольно поучительным и интересным.

Классификация методов временной дискретизации

В заключение этого подраздела остановимся на укрупненной классификации методов временной дискретизации (см. Рис. 2.13). Поясним некоторые ветви этой классификации. Сразу оговоримся, что мы сознательно ограничимся рассмотрением только более или менее традиционных методов дис-

кретизации, для которых существуют достаточно проработанные теоретические модели и известны уже ставшие классическими основные результаты. В частности, всюду ниже мы будем предполагать, что в качестве "отсчетов" сигнала в моменты времени используются мгновенные значения сигнала $x(t_i)$ в эти моменты времени. Тем самым мы оставляем за пределами рассмотрения некоторые нетрадиционные методы. Например, методы дискретизации, использующие интегральные отсчеты [31].

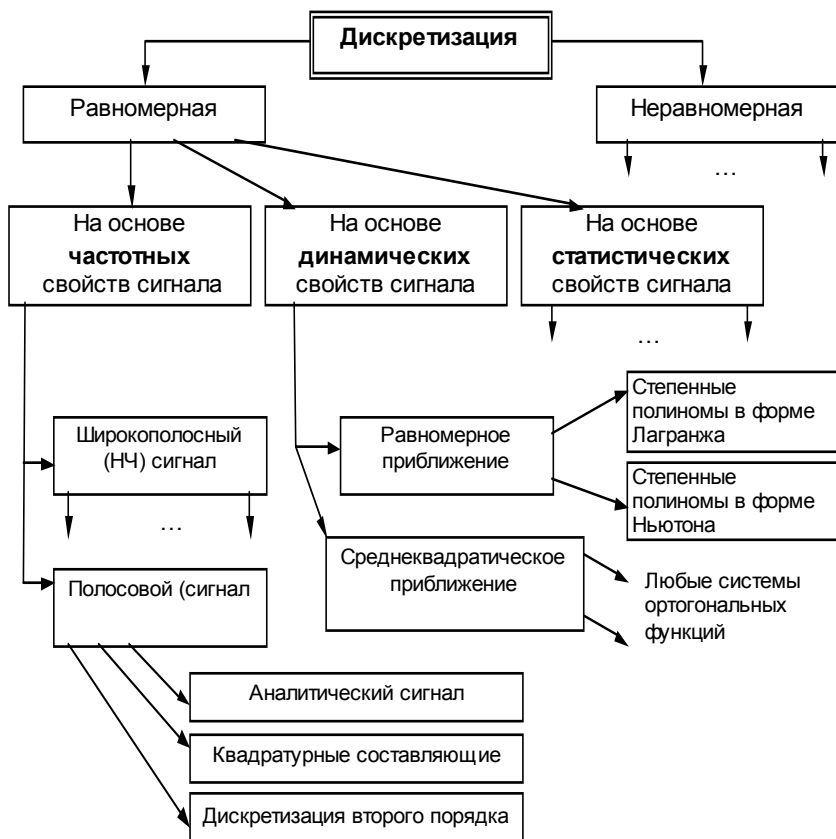


Рис. 2.13. Классификация методов дискретизации

Равномерная (регулярная) дискретизация - в этом случае все интервалы дискретизации одинаковы и равны Δt . В этой (и только в этой) ситуации можно ввести понятие частоты дискретизации $f_d = 1/\Delta t$, которая определяет количество отсчетов в единицу времени. Ввиду простого и единообразного

устройства сетки отсчетов методы равномерной дискретизации могут быть более просто описаны и включены в ту или иную теоретическую модель. Особенно это касается моделей на основе частотного представления. Сколько-нибудь продвинутые модели представления нерегулярной дискретизации в частотной области автору не известны. В основе дальнейшей классификации методов равномерной дискретизации лежит характер априорной информации о сигнале, используемой для обоснования выбора шага дискретизации.

Неравномерная (нерегулярная) дискретизация - в этом случае интервалы дискретизации могут быть существенно неодинаковы. Природа неравномерности отсчетов может быть различной. В зависимости от этого и различаются конкретные методы неравномерной дискретизации. Однако, из-за принципиально различного характера неравномерности отсутствует общая теория и поэтому каждый вид неравномерной дискретизации обычно требует своей специфической модели для представления и теории для ее изучения. Неравномерная дискретизация по ряду своих показателей может обладать весьма интересными свойствами, которых нельзя получить в случае равномерной дискретизации. Именно это и побуждает заниматься их изучением и применением в реальных разработках.

Все методы нерегулярной дискретизации можно разделить на две большие группы: адаптивные и неадаптивные.

Неадаптивные методы- используют оценки погрешности восстановления на основе априорных¹ сведений (информации) о входном сигнале. В процессе обработки интервалы дискретизации не изменяются и рассчитываются обычно на наихудший случай. Для конкретных сигналов может быть та или иная информационная избыточность (запас). Могут использоваться как глобальные, так и локальные оценки погрешности. В качестве наиболее характерных методов неадаптивной нерегулярной дискретизации можно отметить два: стохастическую дискретизацию (интервалы между отсчетами являются реализациями случайной величины с известным законом распределения) и нерегулярную дискретизацию по заданной программе, когда нерегулярность устраивается заранее по причинам, например, невозможности составить бесконфликтную программу опроса с равномерным шагом (для многоканальных систем), либо когда сама аппаратура измерительного канала не может обеспечить строго равномерный шаг дискретизации (скажем, ввиду асинхронности работы некоторых блоков).

¹ Априорные сведения о сигнале - это то, что известно о сигнале на момент проектирования измерительной системы. Обычно это какие-то предельные характеристики (максимумы производных, граничная частота спектра, максимальный интервал корреляции и т.п.)

Адаптивные методы нерегулярной дискретизации- используют оценки погрешности на основе апостериорных¹ сведений о входном сигнале. В процессе обработки интервалы дискретизации изменяются сообразно фактическим свойствам сигнала на момент обработки. В чистом виде могут использоваться только локальные по времени оценки погрешности, то есть оценки, учитывающие значения сигнала на конечном отрезке времени.. Адаптивная дискретизация позволяет уменьшить информационную избыточность дискретного сигнала за счет устранения неизбежного "запаса на незнание". Для реализации адаптивной дискретизации должны иметься средства измерения локальных свойств сигналов и воздействия на текущий интервал дискретизации (система регулирования с обратной связью).

2.3.2. Оценка погрешности при равномерной дискретизации- восстановлении

В данном подразделе приведены некоторые наиболее общие результаты теории равномерной дискретизации. Основное внимание уделено характеру зависимости погрешности восстановления от априорной информации о сигналах и от параметров процедур восстановления.

Дискретизация на основе спектральных свойств сигнала

Переход в частотную область представления основан на преобразовании Фурье с гармоническим ядром (параметрическое множество синусно-косинусных функций или эквивалентное ему множество комплексных экспонент).

Спектральная плотность $X(\omega)$ связана с сигналом $x(t)$ парой прямого и обратного преобразований Фурье:

пишем $x(t) \leftrightarrow X(\omega)$, если

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \exp(-j\omega t) \cdot dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \cdot \exp(j\omega t) \cdot d\omega,$$

¹ Апостериорные сведения о сигнале - это то, что известно о сигнале в момент его предъявления и фактической обработки в системе.

где $\omega = 2\pi f$ - круговая частота (рад/с), f - циклическая частота (Гц), j - мнимая единица.

На основе частотного представления вводится понятие сигнала с ограниченным (финитным) спектром. Такие сигналы имеют числовой параметр верхнюю (или граничную) частоту.

Определение. Сигнал $x(t)$ называют сигналом с финитным (ограниченным) спектром с верхней частотой F_B ($\Omega_B = 2\pi F_B$), если $x(t) \leftrightarrow X(\omega)$ и $X(\omega) \equiv 0$ при $\omega > \Omega_B$.

Теорема отсчетов (Шеннона-Котельникова): Сигнал с финитным спектром ограниченным частотой F_B может быть однозначно восстановлен (с помощью идеального ФНЧ) по совокупности дискретных отсчетов, если шаг дискретизации по времени Δt удовлетворяет условию:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2 \cdot F_B}.$$

Определив частоту дискретизации $F_d = 1/\Delta t$, условие теоремы отсчетов можно записать в виде: $F_d \geq 2 \cdot F_B$.

Доказательство, а значит и понимание теоремы отсчетов опирается на тот факт, что спектр равномерно дискретизированного с частотой F_d сигнала получается путем периодического (с периодом F_d) "размножения" спектра исходного непрерывного сигнала и суммирования всех таких сдвинутых копий, то есть дискретизация по времени влечет "периодизацию" спектра. Поясним это в точных математических терминах. Последовательности $x_i = x(i \cdot \Delta t)$, $-\infty \leq i \leq \infty$ дискретных отсчетов можно поставить в соответствие модель дискретного сигнала в виде функции непрерывного времени¹

$x_d(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i \cdot \delta(t - i \cdot \Delta t)$. Если $x(t) \leftrightarrow X(\omega)$, то $x_d(t) \leftrightarrow X_d(\omega)$, причем

$X_d(\omega) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} X(\omega - i \cdot \Omega_d)$. Смысл теоремы отсчетов иллюстрируется кривыми

в частотной области на Рис. 2.14, где по горизонтальной оси отложена круговая частота $\omega = 2\pi f$ и, соответственно, помечены частоты $\Omega_B = 2\pi F_B$, $\Omega_d = 2\pi F_d$, $\Omega_S = 2\pi F_S$. Граничная частота F_S восстанавливающего фильтра нижних частот, о котором идет речь в теореме отсчетов, должна удовлетворять условию:

$$F_B \leq F_S \leq F_d - F_B.$$

¹ Введение дельта-функции Дирака $\delta(t)$ в модель дискретного сигнала позволяет корректно использовать такую модель в подынтегральных выражениях и, следовательно, в интеграле Фурье.

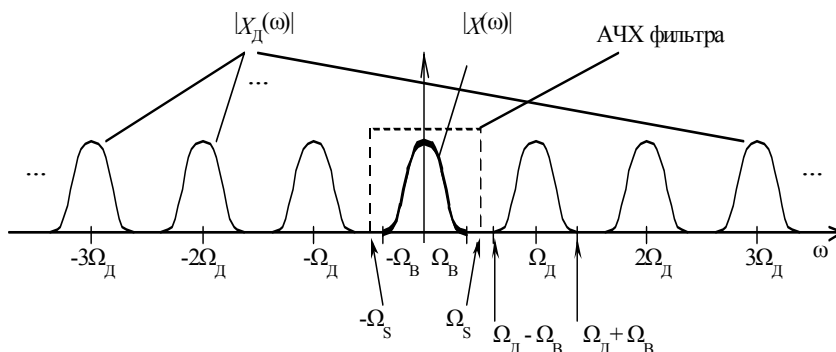


Рис. 2.14. Представление равномерной дискретизации по времени в частотной области

Во временной области идеальной низкочастотной фильтрации с частотой среза F_S соответствует свертка с импульсной характеристикой $h(t) = \text{sinc}(2\pi F_S t)$, где $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$, что эквивалентно разложению сигнала $x(t)$ по базису ортогональных функций отсчета¹ $\{\text{sinc}(2\pi \cdot F_S \cdot t - i \cdot \Delta t)\}_{-\infty \leq i \leq \infty}$ (ряд Котельникова):

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i \cdot \Delta t) \cdot \text{sinc}(2\pi \cdot F_S \cdot t - i \cdot \Delta t).$$

Формулировка теоремы отсчетов опирается на две идеализации: **сигнал с финитным спектром** и **идеальный фильтр нижних частот**. На практике обе эти идеализации можно принять лишь с известной долей приближенности, что в итоге приводит к тому, что в реальных условиях восстановление после дискретизации возможно лишь с некоторой погрешностью. Итоговая погрешность восстановления может быть представлена в виде двух составляющих: погрешность наложения спектров и погрешность реализации фильтра нижних частот (или усечения ряда Котельникова). Строгий анализ этих погрешностей выходит за рамки нашего рассмотрения и мы ограничимся некоторыми традиционными результатами, которые справедливы при выполнении двух весьма общих допущений: использование энергетического (среднеквадратического) критерия в качестве метрики для итоговой погрешности и ее составляющих, а также отсутствие корреляции между последними.

¹ Коэффициенты разложения по этому базису будут совпадать с отсчетами $x_i = x(i\Delta t)$, если задать $F_S = 1/(2\Delta t) = 0.5F_D$.

В этом случае относительная погрешность ε_H от наложения спектра может быть оценена величиной:

$$\varepsilon_H = \sqrt{\frac{2 \int_0^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega}{0.5 \Omega_D \int_0^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega}}.$$

Погрешность ε_Φ реализации восстанавливающего фильтра может быть оценена по среднеквадратическому отклонению частотной характеристики $H(\omega)$ реального восстанавливающего фильтра от частотной характеристики $H_H(\omega)$ идеального ФНЧ:

$$\varepsilon_\Phi = \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} |H(\omega) - H_H(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^{\infty} |H_H(\omega)|^2 d\omega}} = \sqrt{\frac{1}{\Omega_S} \cdot \int_0^{\infty} |H(\omega) - H_H(\omega)|^2 d\omega},$$

где $H_H(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq 1; \\ 0, & |\omega| > 1. \end{cases}$

Итоговая относительная среднеквадратическая погрешность ε_B восстановления определится как

$$\varepsilon_B = \sqrt{\varepsilon_H^2 + \varepsilon_\Phi^2}.$$



Рис. 2.15. Характер зависимости погрешности восстановления ε_B от частоты дискретизации Ω_D .

В общем случае погрешность восстановления $\varepsilon_B(\Omega_d)$ есть функция от частоты дискретизации Ω_d (Рис. 2.15), основной особенностью которой является убывание ε_B с ростом Ω_d (вообще говоря, не обязательно монотонное). В частном случае, когда сигнал обладает финитным спектром (с верхней частотой Ω_B) и, одновременно с этим, восстанавливающий фильтр является идеальным ФНЧ, кривая погрешности обращается в ноль при $\Omega_d = 2 \Omega_B$. Именно этот последний частный случай и соответствует условиям теоремы отсчетов.

Несмотря на то, что теорема отсчетов охватывает идеализированную ситуацию, что затрудняет непосредственно применять ее на практике, она позволяет упростить понимание и более общей ситуации. В частности, из нее вытекают следствия, имеющие также и важное прикладное значение.

Наиболее важные следствия из теоремы отсчетов:

- непрерывные сигналы с финитным спектром на конечном интервале времени содержат конечное количество информации;
- сигнал с финитным спектром может быть однозначно заменен дискретным и, с известной точностью, цифровым сигналом;
- равномерная дискретизация сигналов с нефинитным спектром всегда приводит к необратимым потерям информации (эффекты наложения и подмены или мимикрии частот);
- если сигнал с финитным спектром зашумлен широкополосным шумом, то для устранения эффектов наложения и подмены частот перед дискретизацией нужна низкочастотная (или полосовая) фильтрация непрерывного сигнала, из чего следует обязательность установки противоподменного или преддискретизационного фильтра перед АЦП.

Дискретизация на основе динамических свойств сигнала

Здесь в качестве априорной информации о сигнале используются оценки M_n максимума n -й производной сигнала. Для представления процедуры восстановления удобно применять хорошо разработанный аналитический аппарат интерполяции с помощью степенных полиномов (см. более детальное изложение в [1, стр. 63-69]), при этом имеются весьма простые оценки для максимальных значений погрешности.

В данном случае в качестве восстановленного по дискретным отсчетам $x_i = x(i\Delta t)$ сигнала $\tilde{x}(t)$ берется степенной полином i -й степени, то есть

$$\tilde{x}(t) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot t^i,$$

где коэффициенты a_0, a_1, \dots, a_n могут быть рассчитаны по известным формулам (см., например, [1, стр. 63-69]) через представление интерполяционного полинома в форме Ньютона или в форме Лагранжа на основании дискретных

отсчетов x_0, x_1, \dots, x_n . Для определения локальной погрешности восстановления в качестве метрики используется максимум модуля разности:

$$e[x(t)] = \rho[x(t), \tilde{x}(t)] = \underset{t}{\text{Max}} |x(t) - \tilde{x}(t)|,$$

что совпадает с определением остаточного члена степенного ряда в теории степенной интерполяции. Это позволяет напрямую использовать результаты теории интерполяции.

В качестве глобальной оценки погрешности¹ восстановления используется оценка наихудшего случая по множеству X входных сигналов

$$\varepsilon_n = \underset{x(t) \in X}{\text{Sup}} \{e[x(t)]\}.$$

Если X есть подмножество непрерывных сигналов, максимум модуля n -й производной которых ограничен величиной M_n , то глобальная абсолютная погрешность восстановления полиномом n -й степени ($n = 0, 1, 2, \dots$) определяется формулами:

$$\varepsilon_0 = M_1 \cdot \Delta t = \frac{M_1}{F_{\text{д}}};$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{8} M_2 \cdot \Delta t^2 = \frac{M_2}{8 \cdot F_{\text{д}}^2};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{15,6} M_3 \cdot \Delta t^3 = \frac{M_3}{15,6 \cdot F_{\text{д}}^3};$$

...,

где $M_n = \underset{t}{\text{Max}} \left| \frac{dx^{(n)}(t)}{dt^n} \right|$.

В некоторых случаях полезно знать оценку сверху величины M_n для сигналов с ограниченным спектром (неравенство Бернштейна)

$$M_n \leq \Omega_{\text{В}}^n \cdot x_{\text{max}},$$

¹ В духе определений, данных в подразд. 2.2.1 здесь речь идет о глобальной P -погрешности.

где x_{\max} максимальное значение (амплитуда) сигнала $x(t)$, $x_{\max} = M_0$. Используя неравенство Бернштейна, мы можем применять результаты интерполяционной теории к сигналам с финитным спектром. При этом только следует иметь ввиду, что использование этого неравенства дает запас при определении погрешности восстановления с помощью степенных полиномов, который будет тем больше, чем сильнее спектр исходного сигнала $X(\omega)$ отличается от функции $\delta(\omega - \Omega_B)$ (т.е. насколько он "размазан" по оси частот и сконцентрирован в области нижних частот). Частный случай $|X(\omega)| = \pi[\delta(\omega + \Omega_B) + \delta(\omega - \Omega_B)]$ соответствует сигналу $x(t) = \cos(\Omega_B t)$. Именно косинусоидальный (синусоидальный) сигнал из всего множества сигналов с финитным спектром с верхней частотой Ω_B является "наихудшим" с точки зрения величины M_n и именно для него неравенство Бернштейна превращается в равенство.

Дискретизация на основе статистических свойств сигнала

Часто в качестве априорной информации о сигнале более доступными оказываются его параметры как случайного процесса, в частности его автокорреляционная функция, которая для случая стационарных эргодических случайных сигналов является исчерпывающей характеристикой и достаточно просто может быть измерена экспериментально. В этом случае полезно знать связь автокорреляционной функции $R(\tau)$ сигнала и его энергетического спектра $S(\omega)$:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) \cdot \exp(j\omega\tau) \cdot d\tau$$

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) \cdot \exp(j\omega\tau) \cdot d\omega,$$

то есть $S(\omega) \leftrightarrow R(\tau)$.

Напомним, что энергетический спектр $S(\omega)$ сигнала $x(t)$ связан с его спектром $X(\omega)$ соотношением $S(\omega) = |X(\omega)|^2$. Следовательно к случайным сигналам в полной мере можно применить спектральную модель дискретизации.

Однако, наиболее просто можно оценить относительную среднеквадратическую погрешность σ по известной автокорреляционной функции $R(\tau)$ при восстановлении с помощью степенных полиномов. В частности, для полинома нулевой степени (ступенчатая аппроксимация) справедлива формула

$$\sigma_0 = \sqrt{2[R(0) - R(\Delta t)]},$$

а для полинома первой степени (линейная аппроксимация)

$$\sigma_1 = \sqrt{1,5 \cdot R(0) + 0,5 \cdot R(\Delta t) - 2 \cdot R\left(\frac{\Delta t}{2}\right)}.$$

Более обстоятельно о статистическом подходе к временной дискретизации можно прочесть, например, в [32, разделы 2.4, 2.6] и в [33, гл.3].

2.3.3. Методы дискретизации полосовых (узкополосных) сигналов

Полосовыми называются сигналы (Рис. 2.16), у которых спектр отличен от нуля на интервале¹ от Ω_H до Ω_B , а за его пределами спектральная функция равна нулю. То есть для полосового сигнала $x(t) \leftrightarrow X(\omega)$, причем $X(\omega) = 0$ при $\Omega_H \leq |\omega| \leq \Omega_B$. При $\Omega_H = 0$ полосовой сигнал является обычным низкочастотным сигналом с финитным спектром (ограниченным только сверху частотой Ω_B). Если Ω_H существенно больше нуля, то знание этой информации в ряде случаев может оказаться полезным с точки зрения возможного сокращения частоты дискретизации. Выигрыш будет тем больше, чем больше относительная полоса сигнала δF :

$$\delta F = \frac{\Delta F}{F_0} = \frac{\Delta \Omega}{\Omega_0},$$

где $\Delta F = F_B - F_H$, $\Delta \Omega = \Omega_B - \Omega_H$ - абсолютная полоса частот сигнала (соответственно, циклическая и круговая);

$F_0 = (F_B + F_H)/2$, $\Omega_0 = (\Omega_B + \Omega_H)/2$ - средняя частота полосы частот сигнала (соответственно, циклическая и круговая).

¹ Напомним, что, следуя общепринятым соглашениям, здесь и далее греческой буквой ω (Ω) мы обозначаем круговую частоту (рад./с), а латинской буквой f (F) - циклическую частоту (Гц=1/с). Они связаны соотношением $\omega = 2\pi f$. Употребление символов ω (Ω) и f (F) с одинаковыми индексами используется для обозначения одних и тех же частот, но выраженных в разных единицах.

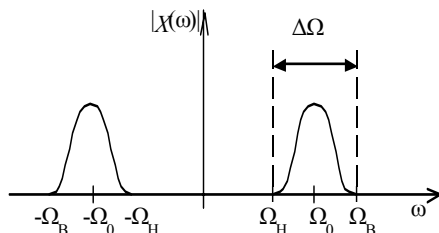


Рис. 2.16. Частотное представление узкополосного сигнала

Полосовой сигнал может рассматриваться как более общая модель: частный случай полосового сигнала при $F_H = 0$ совпадает с сигналом со спектром, ограниченным только сверху (обычный сигнал с финитным спектром с верхней частотой F_B). Существует более общая формулировка теоремы отсчетов для полосового сигнала (см., например, [34]), которую мы приведем ниже в несколько упрощенном виде. В частном случае (при $F_H = 0$) она совпадает с традиционной формулировкой теоремы отсчетов (см. подраздел 2.3.2.).

Теорема отсчетов (Шеннона-Котельникова) для полосового сигнала:

Сигнал со спектром, ограниченным полосой $\Delta F = F_B - F_H$ может быть однозначно восстановлен (с помощью идеального полосового фильтра), если шаг дискретизации по времени Δt удовлетворяет условию:

$$F_d \geq \Delta F,$$

где $F_d = 1/\Delta t$ - частота дискретизации.



Необходимо отметить, что в приведенной формулировке условие $F_d \geq \Delta F$ является необходимым, но недостаточным. Это условие учитывает только отсутствие наложения соседних "лепестков" спектральной функции дискретного сигнала. Однако, поскольку спектр дискретного сигнала получается в результате многократного периодического (с периодом F_d) "размножения" спектра исходного непрерывного сигнала, возможно наложение не только соседних, но и "удаленных" лепестков. Чтобы и такого "вторичного" наложения лепестков спектра не было в дополнение к неравенству $F_d \geq \Delta F$ должно выполняться определенная кратность величин F_d и ΔF и при этом каким-то образом должно быть нейтрализовано влияние лепестка при отрицательных частотах. Более подробно об этом можно прочесть, например, в [35, подразд. 5.2.2].

Подбор параметров F_d и ΔF с нужной кратностью в принципе легко сделать при проектировании системы, а вот для нейтрализации влияния отрицательных частот необходимо каким-то образом извлечь и использовать дополнительную информацию о сигнале. В рамках традиционного подхода к дискретизации на основе получения отсчетов мгновенных значений сигнала¹ существуют три основных метода реализации дискретизации и восстановления полосовых сигналов: *переход к аналитическому сигналу*, *выделение квадратурных составляющих* и *дискретизация второго порядка* сделаем краткий обзор этих методов.

Дискретизация на основе перехода к аналитическому сигналу

Ключевая идея данного метода состоит в таком преобразовании исходного непрерывного узкополосного сигнала, чтобы спектр сигнала при положительных частотах остался прежним без изменений, а спектр при отрицательных частотах принудительно сделать равным нулю. Здесь следует напомнить, что если сигнал $x(t)$ - вещественная функция, то модуль ее спектра $|X(\omega)|$ есть непременно функция четная, то есть она обладает зеркальной симметрией относительно вертикальной оси и, следовательно, всегда содержит ненулевые значения в области отрицательных частот (см. Рис. 2.17). Несимметричный спектр может иметь только комплекснозначный сигнал.

¹ Можно, например, брать отсчеты мгновенных значений *огибающей* и *фазы* несущего колебания (см., например, [36, Гл.1, разд. 4]), но их еще нужно уметь выделить в аналоговой форме перед дискретизацией. Можно теоретически рассмотреть и другие варианты, но их реализация связана с практическими трудностями.

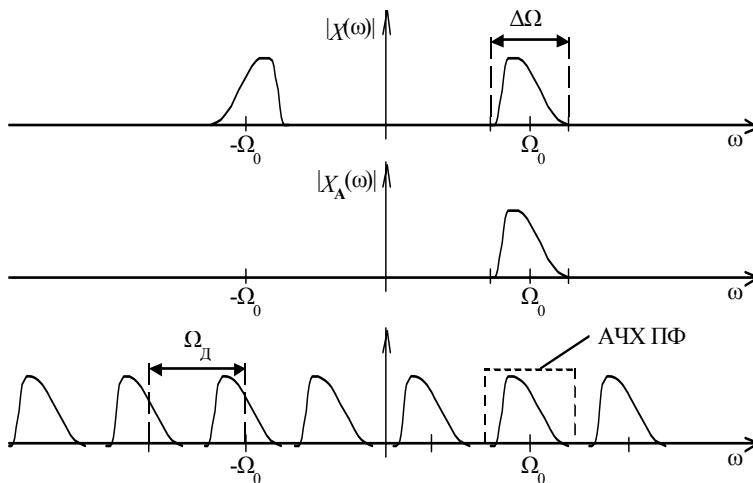


Рис. 2.17. Спектр исходного сигнала $X(\omega)$, аналитического $X_A(\omega)$ и аналитического после дискретизации $X_{АД}(\omega)$.

По заданному вещественному сигналу $x(t)$ сформируем комплекснозначный сигнал $x_A(t) = x(t) + j x_H(t)$, называемый аналитическим¹, где $x_H(t)$ есть преобразование Гильберта от $x(t)$:

$$x_H(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau = x(t) * \frac{1}{\pi t},$$

где $*$ - операция свертки. Преобразователь Гильберта (более подробно см. [37, Гл.13]). можно рассматривать как аналоговый фильтр (линейная динамическая система) с импульсным откликом

$$h(t) = \frac{1}{\pi t}$$

и частотной характеристикой

$$H(\omega) = \begin{cases} +j, & \omega > 0; \\ 0, & \omega = 0; \\ -j, & \omega < 0. \end{cases}, \quad |H(\omega)| = 1, \quad \phi(\omega) = \begin{cases} +\pi/2, & \omega > 0; \\ 0, & \omega = 0; \\ -\pi/2, & \omega < 0. \end{cases}$$

¹ Аналитическим называют комплекснозначный сигнал, у которого вещественная и мнимая части связаны между собой преобразованием Гильберта.

Такое устройство можно назвать идеальным фазовращателем, поскольку преобразователь Гильберта оставляет неизменными амплитуды всех частотных составляющих, при этом на положительных частотах происходит сдвиг фаз на $+\pi/2$, а при отрицательных - на $-\pi/2$.

Аналитический сигнал обладает важной особенностью: его спектр совпадает со спектром исходного сигнала при положительных частотах и равен нулю при отрицательных частотах. Отсюда следствие: условие теоремы отсчетов $F_D \geq \Delta F$ для аналитического сигнала является не только необходимым, но и достаточным. Дискретизация и восстановление узкополосного сигнала через его представление в виде аналитического сигнала может осуществляться согласно Рис. 2.18. Для восстановления используется идеальный полосовой фильтр (комплексный), АЧХ которого равна 1 в полосе исходного сигнала от Ω_H до Ω_B и равна 0 за его пределами. При выполнении условия $F_D \geq \Delta F$ наложения спектров не будет и на выходе полосового фильтра будем иметь точную восстановленную копию аналитического сигнала $x_B(t) = x_A(t)$, реальная часть которого совпадает с исходным непрерывным сигналом: $x(t) = \text{Re}[x_B(t)]$.

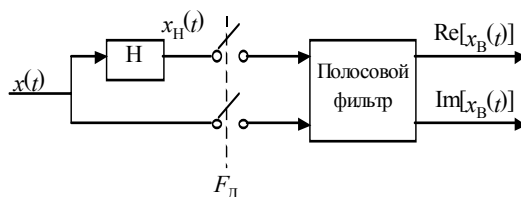


Рис. 2.18. Дискретизация аналитического сигнала. Н - преобразователь Гильберта.

Можно отметить достоинства метода дискретизации полосовых сигналов на основе перехода к аналитическому сигналу:

- наличие простой теории (есть хорошо разработанный математический аппарат, изучены свойства преобразования Гильберта и пр.);
- для восстановления используется стандартный идеальный полосовой фильтр (правда для комплекснозначных сигналов).

Конечно, имеются и недостатки, среди которых важнейший - физическая нереализуемость идеального преобразователя Гильберта, что требует рассмотрения его приближенной аппроксимации (см. об этом, например, [38, гл. 7]). Анализ показывает, что чем больше относительная полоса δF сигнала $x(t)$, тем труднее аппроксимировать с заданной точностью преобразователь Гильберта. Поэтому данный подход целесообразно применять для очень узкополосных сигналов и при отсутствии жестких требований на точность вос-

становления. Такая ситуация больше характерна для радиотехнических систем с модулированными сигналами, относительная полоса которых обычно не превышает нескольких процентов и при этом не требуется очень точное воспроизведение формы сигнала. В измерительных системах ввиду повышенных требований к точности восстановления и более широкой полосы входных сигналов непосредственное применение данного метода сопряжено с существенными трудностями.

Дискретизация на основе выделения квадратурных составляющих

В основе этого метода лежит идея трансформации (сдвига) спектра исходного полосового сигнала в область низких частот без изменения его формы. Эта идея не лишена смысла, поскольку в области нулевых частот в спектре полосового сигнала есть "дырка" (пустой участок) и перенос туда спектра из активной полосы частот не вызовет необратимых последствий (по крайней мере в принципе). Ключ к реализации этой идеи дает свойство преобразования Фурье: сдвигу по частоте соответствует умножение на фазовый множитель в области времени:

$$\begin{aligned} \text{если } x(t) &\leftrightarrow X(\omega), \text{ то} \\ x(t) \cdot e^{-j\omega_0 t} &\leftrightarrow X(\omega + \omega_0) \end{aligned}$$

На практике используют вещественнозначный аналог этого свойства. В радиотехнике этот прием называется гетеродинированием¹. В нашем случае удобно использовать представление исходного сигнала через квадратурные составляющие:

$$x(t) = y_1(t) \cdot \cos(\Omega_0 t) - y_2(t) \cdot \sin(\Omega_0 t), \quad (*)$$

где $y_1(t)$, $y_2(t)$ - квадратурные составляющие; Ω_0 - "опорная" частота квадратурного представления.

В нашем случае удобнее если "опорная" частота совпадает с центральной частотой Ω_0 спектра сигнала $x(t)$, но это не обязательно. Представление через квадратурные составляющие справедливо при произвольном выборе "опорной" частоты и существует для любого сигнала. Приятная особенность пред-

¹ Гетеродин - это вспомогательный генератор, предназначенный для преобразования частоты радиосигнала. Преобразование частоты с помощью гетеродина лежит в основе т.н. супергетеродинного приемника. Этот принцип позволяет добиться очень большого коэффициента усиления при высокой избирательности в широком частотном диапазоне перестройки. Используется практически во всех современных радио-приемниках и телевизорах.

ставления узкополосного сигнала $x(t)$ через квадратурные составляющие $y_1(t)$, $y_2(t)$ заключается в том, спектры квадратурных составляющих лежат в полосе частот, полученной сдвигом полосы частот исходного сигнала в сторону нижних частот на величину Ω_0 . Если Ω_0 есть центральная частота спектра узкополосного сигнала, то его середина переместится точно в нулевую частоту и спектр квадратурных составляющих будет ограничен полосой $(-\Delta\Omega/2 \dots +\Delta\Omega/2)$. Таким образом, квадратурные составляющие $y_1(t)$, $y_2(t)$ являются обычными низкочастотными сигналами с финитным спектром с верхней частотой $\Delta\Omega/2$. Их можно дискретизировать и восстанавливать как обычный сигнал с финитным спектром, а уже имея восстановленные копии квадратурных составляющих $\tilde{y}_1(t)$, $\tilde{y}_2(t)$, можно, подставив их в формулу (*), восстановить высокочастотное заполнение или, другими словами, сделать обратный сдвиг по частоте в область исходных (высоких) частот и получить восстановленную копию исходного сигнала $\tilde{x}(t)$.

Дискретизация узкополосного сигнала на основе выделения его квадратурных составляющих иллюстрируется диаграммами в частотной области на Рис. 2.19 и схемой на Рис. 2.20. Путем умножения (в аналоговой форме) исходного узкополосного сигнала $x(t)$ на гармонический сигнал опорной частоты Ω_0 формируются сигналы $y_{1s}(t)$, $y_{2s}(t)$ в спектре которых содержатся составляющие суммарных $(\omega+\Omega_0)$ и разностных $(\omega-\Omega_0)$ частот. С помощью фильтров ФНЧ-1 (их частота среза одинакова и должна лежать вблизи частоты Ω_0 или быть равной ей) составляющие с суммарными частотами подавляются, а сигналы $y_1(t)$, $y_2(t)$, содержащие только разностные частоты, являются квадратурными составляющими и должны пропускаться фильтрами без искажений. После их дискретизации с частотой $F_d \geq \Delta F$ получают две последовательности отсчетов. Каждая из них может быть восстановлена каким-нибудь из обычных методов, например, посредством идеальной низкочастотной фильтрации с помощью ФНЧ-2 (его частота среза должна быть согласована с частотой $0,5 F_d$). Полученные таким образом восстановленные копии квадратурных составляющих $\tilde{y}_1(t)$, $\tilde{y}_2(t)$ подставляются в формулу (*), вычисления по которой позволяют для каждого момента времени t вычислить значения восстановленной копии входного сигнала $\tilde{x}(t)$. В случае точного выполнения всех указанных операций выполняется точное равенство $\tilde{x}(t) = x(t)$. В противном случае возникают погрешности.

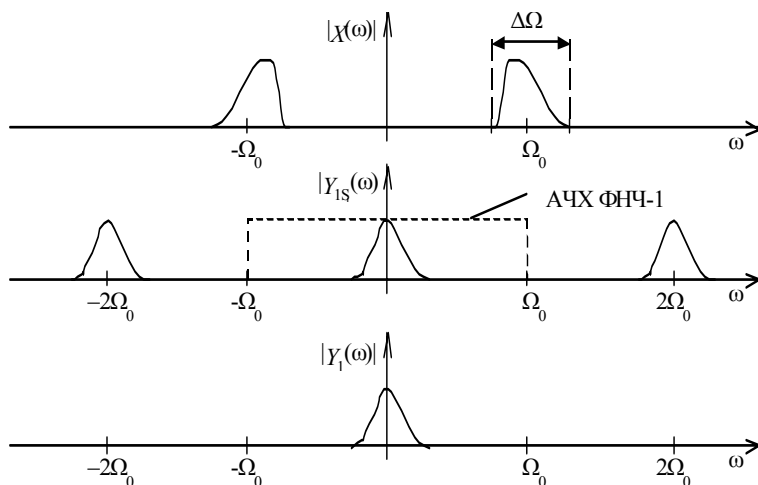


Рис. 2.19. Иллюстрация процесса выделения квадратурной составляющей в частотной области. $|X(\omega)|$ - модуль спектра исходного полосового сигнала; $|Y_{1S}(\omega)|$ - модуль спектра первой составляющей после умножения на опорное колебание; $|Y_1(\omega)|$ - модуль спектра квадратурной составляющей на выходе ФНЧ-1.

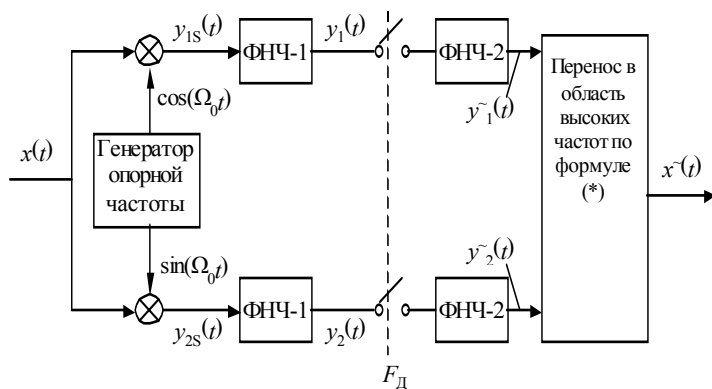


Рис. 2.20. Дискретизация на основе выделения квадратурных составляющих. $x(t)$ - исходный узкополосный сигнал; $y_{1S}(t), y_{2S}(t)$ - сигналы, полученные умножением на гармонический сигнал опорной частоты; $y_1(t), y_2(t)$ - квадратурные составляющие; $y_1^{\sim}(t), y_2^{\sim}(t)$ - восстановленные после дискретизации копии квадратурных составляющих; $x^{\sim}(t)$ - восстановленная после дискретизации копия исходного узкополосного сигнала; ФНЧ-1 - разделительный фильтр нижних частот; ФНЧ-2 - восстанавливающий фильтр нижних частот.

Достоинством дискретизации на основе выделения квадратурных составляющих является прежде всего простота процедуры восстановления, поскольку она сводится в каждом канале к восстановлению обычного низкочастотного сигнала (квадратурных составляющих $y_1(t)$, $y_2(t)$) и затем к формированию узкополосного сигнала по формуле (*).

Основной недостаток состоит в необходимости реализации двух умножителей в аналоговой форме (перед дискретизацией) и достаточно качественных разделительных фильтров ФНЧ-1. Трудности реализации аналоговых умножителей увеличиваются с ростом средней частоты Ω_0 и относительной ширины спектра δF сигнала, а также с ужесточением требований к точности восстановления. В радиотехнических приложениях эти ограничения обычно являются преодолимыми, а вот в измерительных системах, особенно многоканальных, эти проблемы нередко требуют для своего решения затрат, превышающих ту экономию, на которую можно надеяться переходя на дискретизацию по полосе спектра сигнала.

Дискретизация второго порядка

Определение. Дискретизация 2-го порядка - это такой процесс равномерной дискретизации непрерывного сигнала $x(t)$, при котором формируются 2 последовательности отсчетов с одним и тем же шагом Δt , моменты взятия которых отличаются только известной величиной сдвига по времени τ :

$$\begin{aligned} x_{1i} &= x(i \cdot \Delta t); \\ x_{2i} &= x(i \cdot \Delta t - \tau) \end{aligned}$$

где i - дискретное время (номер отсчета в каждой последовательности), τ - величина сдвига для 2-й последовательности отсчетов.

Наличие двух последовательностей отсчетов с одинаковым шагом Δt , но полученных с некоторым сдвигом τ по времени относительно друг друга, позволяет устранить неопределенность при согласовании шага Δt с полосой ΔF узкополосного сигнала $x(t)$, связанную с неоднозначностью знака частот в спектре сигнала.

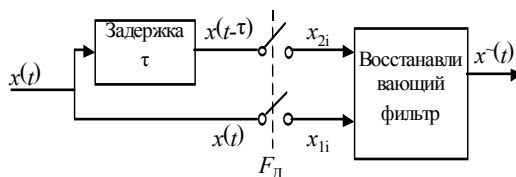


Рис. 2.21. Схема реализации дискретизации второго порядка

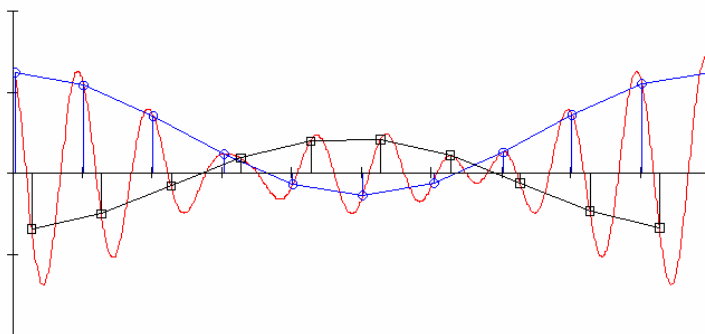


Рис. 2.22. Кривые во временной области, иллюстрирующие дискретизацию второго порядка

Для полосовых сигналов дискретизация второго порядка дает достаточную информацию о сигнале, необходимую для однозначного восстановления при выборе Δt согласно обобщенной теореме отсчетов и произвольной величине τ . При этом для восстановления должен использоваться специальный восстанавливающий полосовой фильтр, зависящий от параметров $\Delta\tau$, τ и ΔF .

Достоинством дискретизации второго порядка является предельная простота реализации: вторая сдвинутая копия отсчетов может быть получена либо соответствующей синхронизацией моментов взятия отсчетов на аппаратном уровне, либо модификацией программы опроса. Сверх этого не требуется никакой предварительной обработки непрерывного сигнала в аналоговой форме.

Недостаток - процедура синтеза и реализация восстанавливающего полосового фильтра в общем весьма сложны. Более подробно об устройстве этого фильтра можно прочесть в статье [40].

Получение отсчетов квадратурных составляющих с помощью дискретизации второго порядка

Сравнивая между собой три рассмотренных метода дискретизации-восстановления полосового сигнала, можно заметить, что сам процесс дискретизации проще всего реализуется в методе на основе дискретизации второго порядка, а восстановление – в методе на основе выделения квадратурных составляющих. Более глубокое изучение данного вопроса показало, что мы имеем тот весьма редкий случай, когда существует простой способ объединения двух методов, при котором их достоинства объединяются, а недостатки - устраняются. Речь идет о том, что при специальном подборе параметров дискретизации второго порядка, получаемые в результате нее две

последовательности отсчетов совпадают с отсчетами квадратурных составляющих, и восстановление может осуществляться на их основе – то есть максимально просто.

Пожалуй впервые теоретическое обоснование данной возможности было дано в работе [40]. В ней показано, что при определенном соотношении параметров дискретизации ($\Delta t, \tau$) с параметрами сигнала ($\Delta F, F_0$) последовательности отсчетов после дискретизации второго порядка с точностью до знака совпадают с отсчетами квадратурных составляющих, что максимально упрощает процедуру восстановления. Единственное неудобство, которое при этом возникает, состоит в том, что период дискретизации Δt не кратен величине сдвига τ и шаг совокупной последовательности отсчетов оказывается неравномерным.

Позже, в работе [41] был предложено более оптимальное с точки зрения практической реализации соотношение параметров дискретизации ($\Delta t, \tau$) с параметрами сигнала ($\Delta F, F_0$). В ней показано, что введение более сильных, но не существенных для технической реализации, ограничений на выбор параметров, позволяет избавиться от неравномерности шага совокупной последовательности отсчетов. Согласно этим ограничениям шаг дискретизации и сдвиг последовательностей отсчетов должны выбираться из ограниченного набора значений, задаваемых разрешенными целочисленными значениями свободных параметров L и P :

$$\Delta t = \frac{L}{2F_0}, \quad L = 1, 2, \dots, \quad \Delta t \leq \frac{1}{\Delta F},$$

$$\tau = \frac{1}{4F_0} + P \cdot \frac{1}{2F_0}, \quad P = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

В этом случае

$$y_1(i\Delta t) = (-1)^{i \cdot L} \cdot x_{1i};$$

$$y_2(i \cdot \Delta t - \tau) = (-1)^{i \cdot L - P} \cdot x_{2i},$$

где $y_1(\cdot), y_2(\cdot)$ - квадратурные составляющие; x_{1i}, x_{2i} - две последовательности отсчетов, полученные после дискретизации второго порядка:

$$x_{1i} = x(i \cdot \Delta t),$$

$$x_{2i} = x(i \cdot \Delta t - \tau).$$

Причем, если L нечётно, то при $P = (L-1)/2$ получается $\tau = \Delta t/2$ и шаг совокупной последовательности отсчетов будет равномерным. Проиллюстрируем данные соотношения численным примером.

Пример.

Пусть задан узкополосный сигнал с параметрами $F_B = 11000$ Гц, $F_H = 9000$ Гц, $F_0 = 10000$ Гц, $\Delta F = 2000$ Гц. Согласно обобщенной теореме отсчетов должно выполняться соотношение

$$\Delta t \leq \Delta F^{-1} = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$$

Разрешенные значения Δt должны браться с шагом

$$1/(2F_0) = 0.057 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$$

Зададим максимально возможное нечётное значение

$$L = 9 \text{ и } P = (L-1)/2 = 4.$$

Получим

$$\Delta t = \Delta t = \frac{L}{2F_0} = \frac{9}{2 \cdot 10000} = 0.45 \cdot 10^{-3} \text{ с}$$

$$\tau = \frac{1}{4F_0} + P \cdot \frac{1}{2F_0} = 0.25 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 0.05 \cdot 10^{-3} = 0.225 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$$

При этом

$$y_1(i \cdot \Delta t) = (-1)^{9i} \cdot x_{1i},$$

$$y_2(i \Delta t - \tau) = (-1)^{9i-4} \cdot x_{2i}.$$

Рассмотренный числовой пример иллюстрируется кривыми на Рис. 2.23, где для простоты отсчеты квадратурных составляющих соединены отрезками прямых, что соответствует линейной аппроксимации. При использовании более сложного интерполирующего фильтра (в идеале это ФНЧ) ломаные кривые будут более гладкими.

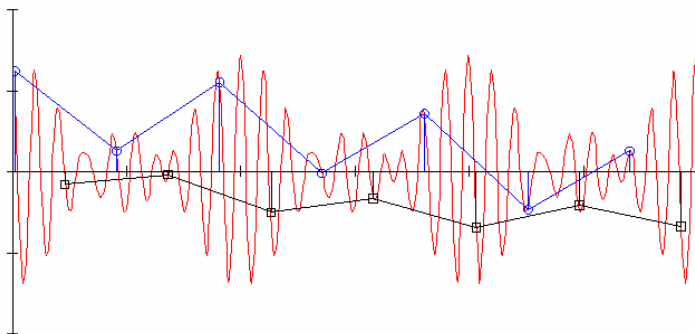


Рис. 2.23. Кривые в области времени, иллюстрирующие пример получения отсчетов квадратурных составляющих с помощью дискретизации второго порядка

Общие выводы по дискретизации полосовых сигналов

В данном разделе мы рассмотрели основные подходы к дискретизации и восстановлению узкополосных сигналов, то есть таких сигналов, спектр которых ограничен не только сверху, но и снизу. Для таких сигналов сформулирована более общая теорема отсчетов, которая может служить основой для понимания процессов и для обоснованного выбора частоты дискретизации. Главный вывод состоит в том, что наличие априорной информации об ограниченности спектра не только сверху, но и снизу, позволяет согласовывать частоту дискретизации не с верхней граничной частотой спектра, а с шириной полосы спектра. Понятно, что выигрыш от этого будет тем больше, чем меньше относительная полоса спектра. При этом следует иметь в виду, что интерпретация сигнала как полосового требует усложнения процедуры дискретизации и удвоение числа каналов дискретной обработки. Поэтому для того, чтобы выигрыш от перехода на полосовую модель был ощутим, выигрыш по частоте дискретизации должен быть более чем в два раза, в противном случае "игра не стоит свеч".

Практически это означает, что переход к дискретизации по полосе целесообразен лишь для достаточно узкополосных сигналов, для которых $\delta F \ll 0.5$. Определение конкретной величины относительной полосы сигнала, для которой выигрыш становится реальным, требует также учета многих факторов, определяющих степень соответствия реальных характеристик сигнала его теоретической модели. С учетом этих факторов значение относительной полосы, при которой выигрыш будет заметным, еще отодвигается в сторону меньших значений. Достоверное определение этой границы аналитическими методами наталкивается на значительные трудности, однако

весьма продуктивным для этой цели может оказаться метод компьютерного моделирования. В результате моделирования может быть "сняты" кривые погрешности дискретизации-восстановления (Рис. 2.24) в зависимости от частоты дискретизации для системы с дискретизацией по полосе и с дискретизацией по верхней частоте спектра. Путем сравнения и анализа этих кривых можно обоснованно принять решение в пользу того или иного метода дискретизации.

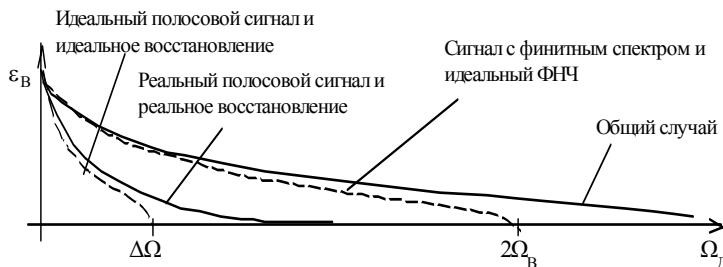


Рис. 2.24. Примерный вид кривых зависимостей погрешности восстановления от частоты дискретизации для различных моделей сигнала и процедур восстановления

В качестве типичных областей, где с большой вероятностью можно ожидать выигрыша (иногда немалого) от дискретизации по полосе сигнала, можно указать на активную радио- и гидролокацию, системы акустической томографии, где в задачах электронного формирования диаграмм направленности в антенных решетках (пространственная фильтрация) и обращения волнового фронта, весьма актуально применение цифровых методов. Однако обработку приходится вести в области основных частот до детектирования (когерентная обработка на несущей частоте) при этом требования к информационной и вычислительной производительности играют решающее значение.

2.3.4. Особенности многоканальных измерительных систем

Реальные измерительные системы как правило имеют большое количество измерительных каналов, которые должны работать одновременно. Необходимость совмещать во времени процессы опроса многих датчиков, преобразование отсчетов в цифровую форму и ввод их в ЭВМ требуют решения на системном уровне задачи общей синхронизации и оптимизации временных параметров. С учетом этого задача выбора частоты дискретизации может принимать несколько иную форму и входить в более общую задачу оптими-

зации системных временных параметров. Существует большое число возможных конфигураций и архитектурных решений многоканальных систем и для каждого такого варианта требуется свой подход к решению задачи оптимизации временных параметров. Не ставя перед собой цель детального рассмотрения вариантов многоканальных систем (это задача спец. дисциплин, таких как ИИС, ИИС и ИВК и т.п.), мы рассмотрим только некоторые из них, наиболее характерные, с тем, чтобы обозначить возникающие из-за многоканальности проблемы и показать как структурные решения могут повлиять на выбор и оптимизацию системных временных параметров.

С равномерной дискретизацией

Предполагается, что система имеет несколько независимых измерительных каналов (скажем N), каждый из которых осуществляет равномерный опрос сигналов датчиков с некоторой частотой дискретизации F_{dk} , где $k=1,2,\dots,N$ - номер измерительного канала. В общем случае все эти частоты дискретизации могут быть разными и назначаются они исходя из заданной точности восстановления или иной обработки в каждом отдельном канале. На системном уровне рассмотрения данного случая можно выделить две важнейшие задачи:

- составление программы опроса датчиков;
- выбор метода коммутации и места постановки АЦП.

Задача составления программы опроса (циклограммы) заключается в следующем. Задан набор частот дискретизации $\{F_{dk}\}_{k=1,2,\dots,N}$, который определяет расположение во времени совокупности отсчетов в каждом измерительном канале. При совмещении сеток временных отсчетов всех каналов практически неизбежны коллизии в виде наложения друг на друга моментов взятия отсчетов в разных каналах. Требуется путем внесения минимальных изменений в сетки временных отсчетов в каждом канале добиться отсутствия таких коллизий. Изменения в сетках отсчетов должны быть такими, чтобы погрешности восстановления в измерительных каналах при этом не увеличились. В связи с этим допустимыми изменениями являются относительный сдвиг по времени сеток отсчетов в разных каналах и изменение частот опроса в сторону их увеличения¹. Последний способ является более радикальным (позволяет всегда устранить коллизии циклограммы), однако он сопряжен с увеличением некоторых частот дискретизации, что в конечном счете оплачивается избыточностью по информационному потоку на входе системы. Алгоритмы построения бесконфликтной циклограммы можно найти, к примеру, в [42]. Проблема построения бесконфликтной циклограммы существенно "усугубляется" в тех случаях, когда данные, поступающие со всех измерительных

¹ Уменьшать частоты дискретизации нельзя, так как при этом погрешности восстановления увеличатся, что, как правило, недопустимо.

каналов, подвергаются совместной обработке, которая привносит дополнительные ограничения на моменты взятия отсчетов в различных каналах и их взаимную синхронизацию. Такая ситуация характерна для задач обработки многомерных пространственно-временных данных, что имеет место в системах обработки сигналов от антенных решеток (гидроакустика, акустическая томография) и изображений (цифровая голография, обработка телевизионных изображений, распознавание образов и т.п.). В этих случаях точки взятия пространственно-временных отсчетов обычно существенно привязаны к алгоритмам обработки и должны назначаться в рамках общего процесса оптимизации алгоритмов обработки с учетом особенностей их программно-аппаратной реализации.

Для решения второй задачи по выбору метода коммутации и места постановки АЦП также существуют различные способы, из которых мы остановимся на двух крайних случаях, как наиболее характерных и порождающих две типовые структуры измерительных каналов:

- один АЦП плюс аналоговый коммутатор на его входе (Рис. 2.25);
- много АЦП плюс цифровой коммутатор (мультиплексор) (Рис. 2.26).

Структура "один АЦП плюс аналоговый коммутатор" может показаться более естественной, особенно если учесть, что исторически первые цифровые измерительные системы создавались в условиях, когда стоимость АЦП многократно превосходила стоимость аналогового коммутатора. Однако, такая структура обладает и недостатками, среди которых наиболее существенные - неизбежные погрешности в аналоговом коммутаторе и повышенные требования к быстродействию АЦП, так как он стоит в точке слияния информационных потоков от всех каналов. Такая структура может оказаться целесообразной для недорогих систем с невысокими требованиями к точности преобразования данных и с относительно небольшим количеством измерительных каналов.

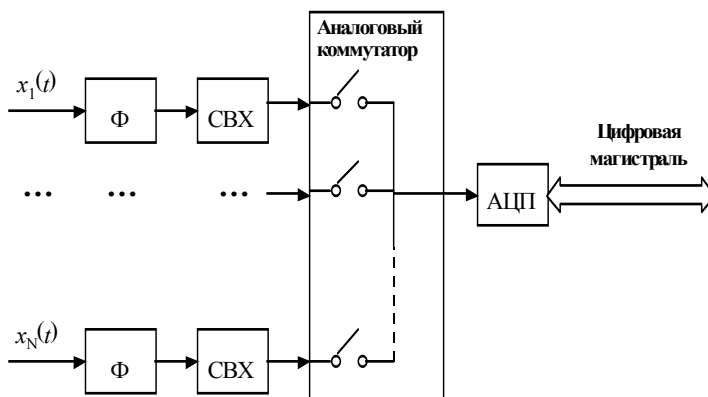


Рис. 2.25. Многоканальная измерительная система со структурой типа "один АЦП + аналоговый коммутатор". Φ - преддискретизационный фильтр, CBX - схема выборки-хранения.

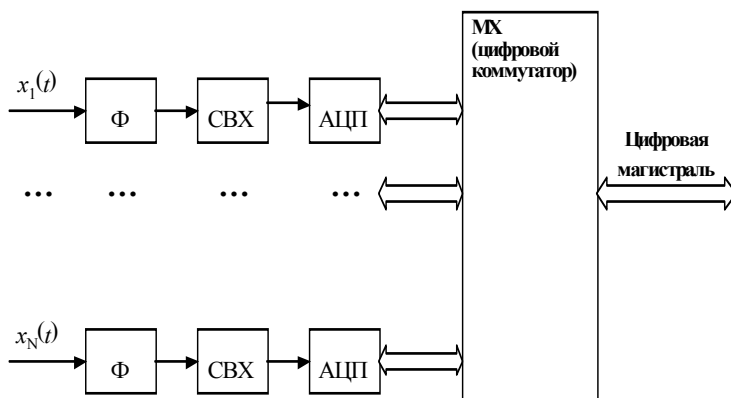


Рис. 2.26. Многоканальная измерительная система со структурой типа "много АЦП + цифровой коммутатор"

Структура "много АЦП плюс цифровой коммутатор" на первых порах рассматривалась как расточительная (поскольку нужно много "дорогих" АЦП), однако с развитием микроэлектроники и удешевлением интегральных микросхем стала все чаще оказываться весьма практичной, особенно если принять во внимание основное ее преимущество – отсутствие погрешностей в цифровом коммутаторе. Кроме того, в этом случае каждый АЦП работает в менее напряженном, с точки зрения быстродействия, режиме. Поэтому в це-

лом данный вариант может быть рекомендован для высокоскоростных систем с большим числом каналов и с повышенными требованиями к точности преобразования данных. Понятно, что требования к стоимости в этом случае отодвигаются на второй план. Еще одной интересной особенностью такой структуры является возможность, при условии буферизации цифровых выходов АЦП, существенно облегчить решение задачи построения бесконфликтной циклограммы. Действительно, поставив на выходе каждого АЦП по одному цифровому регистру¹, мы устраняем жесткую необходимость подсоединения коммутатора к выходу АЦП строго в момент взятия отсчета. Это можно сделать в течение всего времени до взятия следующего отсчета и обновления содержимого выходного регистра - то есть в течение всего шага дискретизации. Постановка большего числа ступеней буферных регистров на выходах АЦП может вообще позволить организовать асинхронный обмен данными по цифровой магистрали, при этом моменты взятия отсчетов в разных каналах могут быть произвольным и задаются они стробированием схем выборки-хранения и запуском АЦП независимо в каждом канале.

Рассмотренные два варианта структур являются крайними случаями с ярко выраженными полярными достоинствами и недостатками. Между ними возможен целый спектр промежуточных "смешанных" или "гибридных" вариантов структур, обеспечивающих компромисс по тем или другим параметрам. Довольно распространенным решением является использование "древовидных" структур, когда на первых ступенях стоят подсистемы "один АЦП плюс "аналоговый коммутатор" с небольшим (4-8) числом входов, а на второй ступени - цифровой коммутатор, при этом комплекты АЦП+аналоговый коммутатор располагаются в непосредственной близости от точек съема информации (датчиков), а цифровые магистрали сливаются поблизости от ЭВМ. Такая архитектура позволяет создавать распределенные измерительные системы большой удаленности и с высокой точностью представления измерительных данных. Системная оптимизация таких комбинированных распределенных систем состоит в правильном выборе числа входов аналоговых коммутаторов первой ступени, глубиной буферизации цифровых данных и протоколов передачи и синхронизации цифровых потоков.

С неравномерной дискретизацией

Существенное отличие неравномерной дискретизации от равномерной состоит в том, что возникает необходимость измерения (или иной фиксации) не только значений измеряемой величины, но и моментов времени, когда это происходит. На системном уровне рассмотрения это проявляется в первую очередь в удвоении информационных потоков. Не вдаваясь в детали, можно

¹ В интегральных АЦП такие выходные регистры есть практически всегда.

сразу сделать грубую оценку: переход к неравномерной дискретизации целесообразен тогда, когда выигрыш в средней скорости взятия отсчетов превышает два раза. Кроме того, переход к неравномерной дискретизации всегда требует усложнения структуры, увеличения аппаратных и алгоритмических (вычислительных) затрат. Но даже несмотря на это, нерегулярная дискретизация в ряде случаев оказывается предпочтительнее. Объясняется это теми преимуществами, которые при этом могут быть достигнуты. Самое главное - нерегулярность отсчетов позволяет вводить различные виды адаптации системы к фактически складывающейся ситуации. Именно способность к адаптации делает измерительные системы качественно совершенно иными, нежели при ее отсутствии в системах с регулярной дискретизацией. В частности, при равномерной дискретизации неизбежна информационная избыточность, поскольку расчет частоты дискретизации и разрядность представления данных делаются на основе априорных сведений об объекте и измерительных сигналов в расчете на "наихудший случай". Лишь в процессе эксплуатации может выясниться, как часто наступает "наихудший случай" и какую долю времени часть ресурсов системы окажется невостребованной. В адаптивных системах происходит приспособление (адаптация) к фактически складывающейся ситуации по мере ее развития с тем, чтобы оптимизировать те или иные параметры системы. В конечном счете адаптивные системы могут проявлять довольно сложное поведение, что при должном проектировании делает их весьма привлекательными в тех случаях, когда обычные системы не позволяют удовлетворить комплексу предъявляемых к ним требованиям технического задания.

Для примера рассмотрим один из вариантов адаптивной измерительной системы на базе канальных процессоров (Рис. 2.27). Нерегулярная дискретизация осуществляется здесь путем использования "канальных процессоров" (КП). Напомним, что в основе работы канального процессора лежит идея устранения избыточности с помощью алгоритма апертурного сжатия. Существует довольно большое семейство таких алгоритмов, суть которых сводится к тому, что очередной отсчет берется только тогда, когда он действительно необходим для достижения заданной точности восстановления. В рассматриваемом примере используется одна из простейших разновидностей "аналогового канального процессора" работа которого в общих чертах сводится к следующему¹: на его сигнальный вход подается входной аналоговый сигнал, на управляющий вход - величина апертуры (это параметр, определяющий погрешность восстановления), на выходе формируется запрос на взятие отсчета в виде одиночного импульса. Этот импульс появляется в тот момент времени,

¹ Во многих вариантах КП схемы выборки-хранения (СВХ) имеются внутри. Мы изобразили СВХ вне КП для лучшего понимания работы системы без привязки к конкретной разновидности КП.

когда, согласно заложенному в КП алгоритму сжатия, требуется взять безысходный отсчет. Таким образом, имеющийся в каждом канале КП формирует поток импульсов-запросов на взятие отсчетов в этом канале. Понятно, что этот поток будет нерегулярным по времени, что определяется поведением входного сигнала. Запросы от всех КП поступают в устройство управления (УУ), которое, воздействуя на коммутатор, подключает нужный на канал и активизирует работу АЦП.

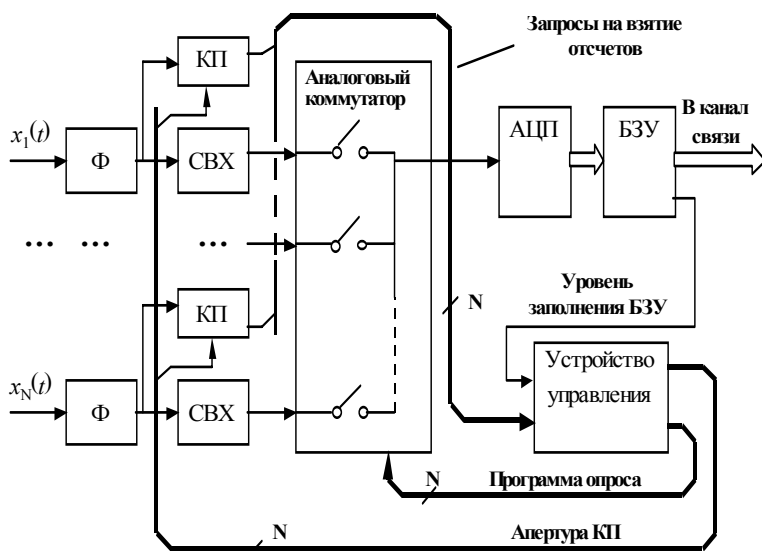


Рис. 2.27. Пример многоканальной адаптивной измерительной системы с нерегулярной дискретизацией. Ф - преддискретизационный фильтр, СВХ - схема выборки-хранения, КП - каналный процессор, БЗУ - буферное запоминающее устройство.

Основная проблема, которую приходится решать при синтезе алгоритма работы УУ - это составление бесконфликтной программы опроса. Поскольку, ввиду нерегулярности потока запросов, заранее нельзя избежать коллизий в программе опроса во всех мыслимых случаях, приходится использовать "гибкие" программы опроса, например, на основе иерархии приоритетов.

Имеется еще одна фундаментальная проблема в таких системах: проблема согласования нерегулярного потока цифровых данных на выходе АЦП с регулярной передачей данных через канал связи. Эта проблема может быть решена постановкой буферного запоминающего устройства (БЗУ), которое позволяет реализовать очередь типа FIFO ("First input - first output" - "Пер-

вым пришел - первый обслуживается"). На вход такого БЗУ данные (цифровые отсчеты) заносятся по времени нерегулярно, а считываются регулярно – синхронно с пересылкой их через канал связи. Правда, остается не вполне ясным вопрос - какова должна быть емкость этого БЗУ, чтобы исключить возможность его переполнения, а значит и потерю уже измеренных цифровых данных. Дело в том, что на этапе проектирования интенсивность нерегулярного потока на входе БЗУ можно оценить только в вероятностном смысле: в виде оценок закона распределения, матожидания и т.п. При этом мы можем только так выбрать емкость БЗУ, чтобы вероятность переполнения была меньше заданной величины. Сделать эту вероятность строго нулевой, то есть полностью исключить возможность переполнения, заранее нельзя. В системе на основе канальных процессоров можно решить эту проблему введением еще одного контура адаптации: при угрозе переполнения БЗУ увеличивать апертуры КП. В результате этого интенсивность потока нерегулярных отсчетов снижается, правда при этом снижается и потенциальная точность восстановления по ним. Но это лучше, чем полная потеря данных при переполнении БЗУ.

В итоге мы получаем адаптивную многоканальную измерительную систему, в которой имеется два контура управления (адаптации): путем воздействия на программу работы коммутатора и на апертуры КП на основании информации, получаемой от КП в виде потока запросов и от БЗУ в виде показателей его заполнения.

Такая адаптивная система обладает особенностями "поведения", обеспечивающими ее высокую "живучесть", особенно в экстремальных ситуациях: вместо катастрофических потерь собранных данных происходит определенное снижение точности. Однако численная оценка снижения точности, а также других потерь, с целью выбора оптимального сочетания параметров на этапе проектирования, представляет существенную трудность. Дело в том, что в адаптивных системах многое зависит от локальных свойств самих входных сигналов, априорной информации о которых обычно мало. Вероятностные же характеристики поддаются аналитическому анализу (когда результат представляется в виде законченной формулы) только для весьма ограниченного числа специальных случаев, редко представляющих значительный практический интерес. Более универсальным подходом к проектированию таких систем можно считать метод компьютерного моделирования. В этом случае создается программа, являющаяся алгоритмической моделью проектируемой системы. Сделать это нетрудно (по крайней мере в принципе), поскольку все компоненты системы могут быть точно представлены в виде алгоритмов. В результате многократного численного экспериментирования с этой моделью можно организовать процесс поиска оптимальных или близких к таковым параметров отдельных блоков адаптивной системы. Кро-

ме того, имея записи реальных входных сигналов для каких-то штатных или нештатных ситуаций, можно на модели проверить реакцию на них будущей адаптивной системы.

Материал данного раздела следует рассматривать как иллюстрацию того, что имеется целый класс измерительных систем - адаптивных многоканальных измерительных систем с использованием канальных процессоров, которые обладают целым набором интересных качеств, но оптимизация и прогнозирование свойств которых традиционными (аналитическими) методами практически не осуществима. Именно метод компьютерного моделирования делает возможным проектирование таких систем с достоверным предсказанием их реальных характеристик.

Тема 3. Инженерная методика системотехнического проектирования измерительных систем

Содержание данной темы изложено в пособии [2]. Мы здесь дадим лишь некоторые пояснения и комментарии к этому пособию. Комментарии сгруппированы в соответствии с рубрикацией текста в упомянутом пособии, то есть даны под аналогичными заголовками.

3.1. Методология проектирования

Проектирование, как и любой другой род человеческой деятельности, можно (вообще-то говоря весьма условно) разделить на ремесло и искусство.

Ремесло (рутинная деятельность) - это набор каких-то приемов, правил, последовательность известных действий, применение известных процедур, вспомогательных средств и т. п., для решения четко сформулированных или типовых задач. Ремеслу можно научить путем передачи информации и освоения навыков.

Искусство (творческая деятельность) - это способность формулировать системные цели, ставить задачи и находить методы их решения в условиях неопределенности и нехватки информации с использованием интуиции и неформальных процедур, требующий напряжения собственных душевных сил на фоне высокозначимой позитивной мотивации. Можно обучить методам стимулирования творческой деятельности¹, но не самой творческой деятельности.

Высоко одаренные люди обладают не только способностями к творчеству, но и высокой мотивацией к достижению результата, что и стимулирует их к преодолению всевозможных трудностей. Отсутствие должной мотивации приводит к тому, что под влиянием "врожденной лени" способности так и остаются неразвитыми.

Кроме того, успешная творческая деятельность невозможна без определенного чувства гармонии и целесообразности. Это очень важно при выборе цели творчества. Результат должен быть значимым и давать удовлетворение творцу как члену социума (общества).

¹ Некоторое развитие этой мысли содержится в известной фразе: "Творчеству нельзя научить, но можно научиться".

Данный раздел курса ("Методология проектирования") посвящен в большей мере лишь некоторым аспектам рутинной деятельности в сфере проектирования.

3.2. Типы задач проектирования

Удобной моделью для представления самой задачи проектирования системы (а проектируемые системы могут быть качественно разными) является модель черного ящика (Рис. 3.1).

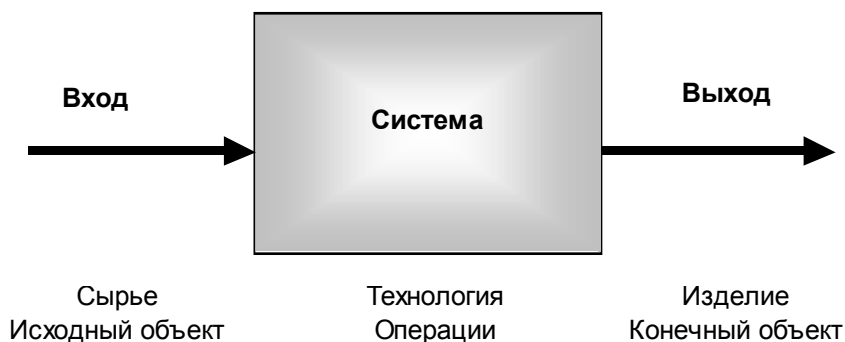


Рис. 3.1. Обобщенная модель задачи проектирования

Важно отметить следующее:

- практически любая ситуация (при проектировании) может быть представлена этой моделью;
- типы задач (в зависимости от того, что известно, а что - нет) различны по трудоемкости: наиболее трудны (ввиду неопределенности) "обратные задачи", в которых по известным следствиям требуется найти причины;
- процесс проектирования систем может рассматриваться как последовательное решение ряда задач в цепочке "все неизвестно" → "все известно".

3.3. Этапы решения технических проблем

Этапы решения технических проблем представлены во времени *последовательно*. Это лишь идеал, достижимый в простых и слабосвязанных системах. Для сложных систем *все* этапы взаимосвязаны. Искусство руководителя проекта в том, чтобы реальный процесс разработки не очень сильно отличал-

ся от идеальной последовательной схемы и уж, по крайней мере, фактически завершался в установленные сроки.

3.4. Управление процессом проектирования (деятельность руководства)

Искусство руководителя по большому счету состоит в том, чтобы при высокой требовательности к подчиненным оставаться в рамках нормальных человеческих отношений.

Даже в системе из двух элементов могут иметь место различные способы взаимодействия (отношения) с точки зрения влияния на эффективность достижения собственных целей каждым из этих элементов (Рис. 3.2). Среди них есть симметричные (конфликт, сотрудничество) и несимметричные (эксплуатация). Понятно, что с ростом числа элементов в системе, количество возможных типов отношений комбинаторно возрастает. Все это в полной мере применимо к коллективу сотрудников. Руководителю важно уметь распознавать типы возникающих отношений и уметь прогнозировать и устранять нежелательные типы отношений. Хорошим стимулом для тяготения всех отношений в коллективе к типу "сотрудничество" является наличие общей значимой цели для всех членов коллектива. Руководитель должен стремиться создать такой климат в коллективе, чтобы эта общая доминирующая цель всех членов коллектива совпадала или стремилась к общей цели всего коллектива - достижение успеха в производственной деятельности.



Рис. 3.2. Способы взаимодействия в системе из двух элементов. \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 - эффективность достижения своей цели 1-м и 2-м элементами

3.5. Стадия предпроектных исследований

Эта стадия нужна не только для АСНИ, но и всякий раз, когда ставится цель создать нечто новое, но исходные требования неизвестны или известны очень поверхностно. *Предпроектные исследования* предназначены для снятия неопределенности путем непосредственного изучения конкретной области и обстановки применения будущей системы. В случае измерительных систем может потребоваться изучать конкретный объект, условия и цели измерения, существующие методики обработки результатов измерения и т.п.

Предпроектные исследования в большей мере могут потребоваться для узкоспециальных систем. Условия применения систем общего назначения или типовых обычно более определены, поэтому предпроектные исследования для них скорее всего не потребуются.

3.6. Стадия технического задания (ТЗ)

3.6.1. Структура ТЗ

Дан общий "скелет" ТЗ как документа. В реальных ситуациях может довольно сильно отличаться от приведенной общей схемы. Такой общий "скелет" полезен начинающим разработчикам и может рассматриваться как некий шаблон (или "анкета"), в котором нужно заполнить пустые места. Потом можно подумать, как можно изменить и усовершенствовать. В качестве еще более общего "шаблона" ТЗ можно рекомендовать обратиться к ГОСТу 34.602-89 "Техническое задание на создание автоматизированной системы". Этот ГОСТ регламентирует практически все аспекты технического задания на широкий класс автоматизированных систем, под которыми подразумеваются АСНИ, АСУ, САПР и другие типы автоматизированных систем.

3.6.2. Согласование ТЗ

Сам процесс "согласования ТЗ" - итеративен и имеет весьма важное (с точки зрения технического прогресса) значение. Однако, главное - этот процесс, несмотря ни на что, должен *вовремя* завершиться.

3.6.3. Порядок проведения работ на стадии ТЗ

В целом это (общий цикл) алгоритм численной дискретной многофакторной оптимизации. Однако указанная последовательность действий - это всего лишь редко достигаемый на практике идеал. Здесь сказывается и отсут-

ствие полной исходной информации, и большая размерность пространства поиска (большое число факторов), и, зачастую, отсутствие четких числовых критериев или их слабая обусловленность. Выручает интуиция и опыт разработчика.

Следует обратить внимание на то, что ТЗ содержит "модель процесса проектирования" - это сроки и этапы выполнения работ, то есть достаточно подробный календарный план-график выполнения последующих проектных работ.

3.7. Стадия технического предложения

Смысл реализации этого этапа - попытка "совместить несовместимое", а именно – желание иметь проект всей системы (чтобы показать осуществимость требований ТЗ), не выполняя фактического проектирования и в очень короткие сроки.

Способ решения - создание сильно упрощенной модели всей системы как целого в виде структурной схемы, алгоритмов, описания и т.п. и глобальный анализ всей системы на основе этой модели.

Для АСНИ характерны следующие виды работ на стадии технического предложения:

- информационный расчет;
- нагрузочный расчет;
- топологический расчет.

Более подробно об этом можно прочесть в [42] и в пособии [45].

Собственно говоря все то, о чем идет речь данном курсе "Основы САПР измерительных систем" в большей мере относится именно к этапу технического предложения.

Тема 4. ОСНОВНЫ ИМИТАЦИОННОГО (компьютерного) МОДЕЛИРОВАНИЯ

4.1. Основные понятия

Существенное отличие использования модели вместо теории состоит в том, что наличие «дополнительности» и «множественности» проявления и объяснения не рассматривается как катастрофа или крах сложившейся теории и системы взглядов, а принимается как очередная ступенька на лестнице, ведущей к истине. Для правильного понимания таких основных системных понятий, как "субъект", "объект", "модель" и "среда", следует всегда иметь ввиду их возможные взаимодействия, как показано на **Ошибка! Источник ссылки не найден.** Приведем несколько определений, каждое из которых отражает отдельные грани понятия "модель".

Моделирование – форма человеческой деятельности, направленная на *построение, использование и совершенствование* моделей.

Модель – некоторое вспомогательное средство, объект, который в определенной ситуации заменяет другой объект.

Модель является представлением объекта, системы или понятия (идеи) в некоторой форме, отличной от их реального существования.

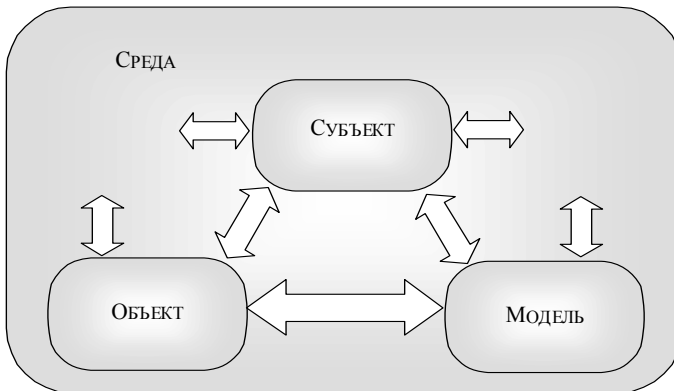
Модель есть способ существования знаний. Знания выражаются на каком-то языке, а язык есть знаковая модель некоторой предметной области.

Модель – это некий объект-заменитель, который в определенных условиях и с определенной целью может заменять объект-оригинал, воспроизводя интересующие нас свойства и характеристики оригинала, причем имеет существенные преимущества и удобства.

Модель (реляционная система)¹: $M = \langle A, R \rangle$, где A – базовое множество; $R = \{r_1, r_2, \dots\}$ – множество отношений (произвольной арности) на A .

Цель – это образ желаемого будущего, то есть **модель состояния**, на реализацию которого направлена деятельность.

¹ Именно такое понятие модели может служить удобной основой для формулирования более точного, формализованного определения понятия погрешности в задачах цифровой обработки сигналов и компьютерного моделирования (см. об этом подразд. 2.2.1.).



**Рис. 4.1. Отношение между Средой, Субъектом, Объектом и Моделью.
(Модель модели)**

Развитие понятия модели

(Исторически и, по сути, в направлении возрастания уровня абстрактности)

- 1) Модель – это обязательно объект.
- 2) Модель – это объект искусственного происхождения с элементами условности (чертежи, карты, схемы).
- 3) Модель – это абстрактная математическая структура.
- 4) Модель – абстрактные представления любых знаний и представлений о мире.

4.2. Модели и их классификация

Функции, которые может выполнять модель:

1. Осмысление действительности (модель – форма представления знаний).
2. Как средство общения (язык – модель).
3. Как средство обучения и тренажа.
4. Как средство прогнозирования.
5. Как средство постановки экспериментов и т.д.

Основные виды моделей

Познавательные – прагматические

Познавательная модель рассматривается как форма организации и представления знаний, средство соединения новых знаний с имеющимися (отражает существующее).

Прагматическая модель играет нормативную роль, роль образца, стандарта в созидательной деятельности (отражает желаемое). Например: образец выпускаемого изделия, фотомодель.

Статические – динамические

Динамическая модель – отражает процессы изменения состояний системы, то есть функционирование во времени.

Статическая модель – мгновенный «срез» (состав, структура).

Абстрактные – конкретные (материальные): по способу воплощения

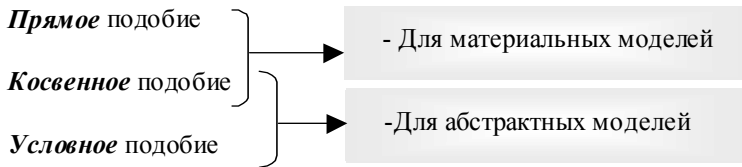
Абстрактные (идеальные) – идеальные конструкции, построенные средствами мышления, сознания.

Материальные (реальные, вещественные) – в качестве модели выступает реальный объект.

Спектр моделей по уровню абстрактности:

- Абстрактные (идеи)
- Математические
- Знаковые
- Компьютерные модели
- Деловые игры
- Аналоговые
- Масштабные
- Натурные
- Сам объект–оригинал

Основные виды соответствия (подобия) модели и оригинала: прямое, косвенное и условное



Прямое подобие (Рис. 4.2) – фотографии, масштабные модели (кораблей, самолетов), макеты (зданий, сооружений), шаблоны, выкройки.

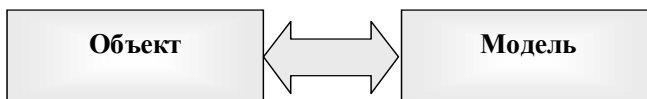


Рис. 4.2. Прямое подобие

Косвенное подобие (анalogии) (Рис. 4.3) – полное совпадение или близость абстрактных моделей двух объектов: **объекта-модели** и **объекта-оригинала**.

Пример: электрический ток – магнитный поток – тепловой поток – поток жидкости (все они имеют одну и ту же математическую модель непрерывного потока).

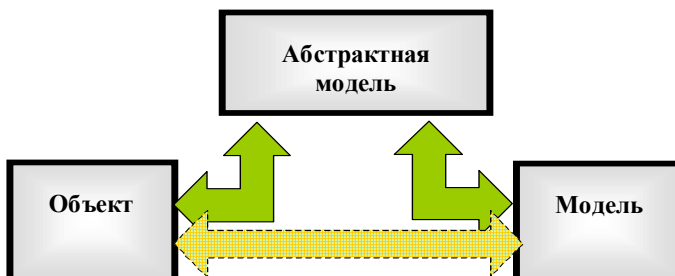


Рис. 4.3. Косвенное подобие

Условное подобие (кодирование) (Рис. 4.4) – соотношение на основе договорённости. Характерно для знаковых систем.

Пример: деньги (модель стоимости), карты, чертежи, удостоверение личности (модель владельца).

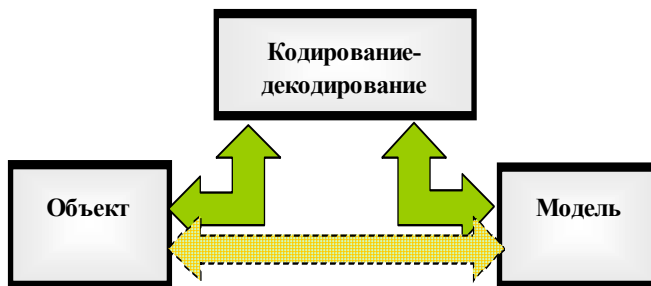


Рис. 4.4. Условное подобие

Напомним основные теории, которые ассоциируются с условным подобием моделей

Теория знаковых систем (семиотика). Изучает три типа отношений:

Синтаксис (отношение между знаками и конструкциями из них) – правила составления сложных конструкций из простых: слов из букв алфавита, предложений, фраз, текстов...

Семантика (отношение знак – смысл) – отношение между смыслом и правильными знаковыми конструкциями языка.

Прагматика (отношение между знаками и теми, кто их использует) – воспринятый смысл знаков, связь с действиями (реальностью).

Теория сигналов – изучает способы построения сигналов с заданными свойствами и способы их преобразования.

Теория кодирования – изучает свойства кодов и правила (алгоритмы) кодирования-декодирования. Рассматриваются два разных класса кодов: эффективные и помехоустойчивые.

Эффективные коды – обладают минимальной информационной избыточностью.

Помехоустойчивые коды – обладают способностью обнаруживать и исправлять ошибки.

4.3. Имитационное моделирование и его этапы

Термин *имитационное моделирование* используется во многих ситуациях, однако в сфере компьютерного моделирования он имеет вполне конкретный смысл, который, однако трудно определить одной фразой. Часть возможной двусмысленности проистекает из особенностей перевода текстов с английского на русский и наоборот, обусловленными некорректностью пе-

ревода слово-в-слово: далеко не все слова в разных языках имеют смысловые поля строго соответствующие друг другу.

В сфере компьютерного моделирования русскому термину¹ *имитационное моделирование* соответствует английский термин *simulation*, в то время как более общему термину *моделирование* в английском соответствует *modelling*. При переводах эти различия могут передаваться не только дословной подстановкой терминов, но и более сложными конструкциями. Например, название книги [46] Ф. Мартина "*Моделирование на вычислительных машинах*" в оригинале имеет вид: "*Computer modelling and simulation*". Перевод слово-в-слово: "Компьютерное моделирование и симуляция" представляется более полным и точным. С другой стороны, простая калька от "*simulation*" - *симуляция (симулятор)* имеет более узкий смысл, ранее ассоциировавшийся с медициной, а ныне – чаще с компьютерными играми. Поэтому дословный перевод невольно "нагружается" дополнительным смысловым оттенком, которого в оригинале нет. Об этом следует помнить.

Исторически первыми смыслом термина *имитационное моделирование* было *моделирование на основе метода Монте-Карло* (или метода статистических испытаний).

В настоящее время фактический смысл термина *имитационное моделирование* значительно расширился и с ним обычно связывают *методологию изучения сложных систем на базе моделирования* (как правило, компьютерного). Более точно под этим подразумевается экспериментальное (на модели) изучение макроповедения системы исходя из известного микроповедения ее элементов. При этом метод Монте-Карло является довольно характерным подходом к проведению таких "модельных" или "вычислительных" экспериментов, но далеко не единственным.

В отличие от общего математического моделирования (описания) объектов и явлений имитационное моделирование имеет смысл и дает наибольший эффект тогда, когда мы *умеем решать прямую задачу*, но не знаем, как достаточно просто и эффективно решать *обратную задачу*. Именно такая ситуация весьма характерна для задач оптимального проектирования, многокритериальной оптимизации, принятия решений, прогнозирования и т.п.

Некоторые примеры:

1. Задана функция $F(x)$, но в такой форме, что мы легко можем найти для конкретного x его образ $x \rightarrow F(x)$, но общего аналитического описания не имеем. Это бывает, если $F(x)$ получается в виде результатов эксперимента, задана в виде таблицы или в виде алгоритма ее вычисления. Требуется найти корни (минимумы, максимумы).

¹ Мы здесь говорим именно о терминах, то есть о словах с более или менее четко определенным смыслом в некоторой профессиональной сфере.

2. Известен алгоритм (правило) обслуживания очереди и вероятностные характеристики потока заявок на входе. Нужно найти вероятностные характеристики очереди (среднюю длину, среднее время обслуживания, вероятность потери заявок, переполнения ...). Это - стандартная задача теории массового обслуживания.
3. Известны характеристики надежности элементов системы, структурная схема надежности. Нужно найти характеристики надежности всей системы.
4. Известны метрологические характеристики элементов измерительной системы и ее структурная схема. Нужно найти метрологические характеристики всей системы (прямая задача анализа погрешностей).
5. Известна модель измерительной системы с точки зрения прохождения сигнала со входа на выход. Найти сочетание управляемых параметров, обеспечивающих наилучшее значение заданного критерия эффективности (обратная задача).

Этапы имитационного моделирования

Необходимо подчеркнуть, что само имитационное моделирование как познавательный процесс отнюдь не исчерпывается простым прогоном модели или экспериментированием с ней. Чтобы полностью оправдать свое предназначение прогон модели должен быть системно включен составной частью в более общий процесс.

Ниже мы приводим основные этапы общего процесса имитационного моделирования согласно основополагающей книге Р. Шеннона¹ [47]. Довольно обстоятельно этот вопрос рассмотрен также в [46].

1. **Определение системы.** (Постановка задачи - что нужно моделировать и с какой целью)
2. **Формулирование модели** (Переход от реальной системы к ее модели. Чаще всего через покомпонентное моделирование)
3. **Проверка модели на адекватность.**
 - а) в первом приближении (не дает ли абсурдных результатов);
 - б) проверка допущений;
 - в) проверка прохождения информации со входа на выход.
4. **Стратегическое планирование.** (Цель - уменьшение числа экспериментов за счет повышения их информативности).
5. **Тактическое планирование.** (Цель - оптимизация времени и точности отдельных экспериментов.)
 - а) за счет уменьшения времени переходных процессов;
 - б) за счет увеличения точности при сокращении объема выборки.

¹ Не путать с Клодом Шенноном - одним из основателей теории информации

6. *Экспериментирование.* (Прогон модели)
7. *Интерпретация.* (Построение выводов по данным экспериментов, формулирование ответа задачи, поставленной в п.1).
8. *Реализация* результатов моделирования. (Внедрение)
9. *Документирование.*

4.4. Моделирование системного времени

Модель всей системы обычно представляется в виде структурной схемы, состоящей из модулей (моделей компонентов) и информационных связей (стрелок). С каждой стрелкой ассоциируется некоторая переменная, которая может принимать те или иные значения. Значение переменной присваивается в том модуле, из которого выходит связанная с ней стрелка. То есть для каждой переменной есть единственный модуль, в котором она генерируется или вырабатывается. Значение переменной может использоваться во многих модулях, а именно в тех, куда направлена соответствующая входящая стрелка.

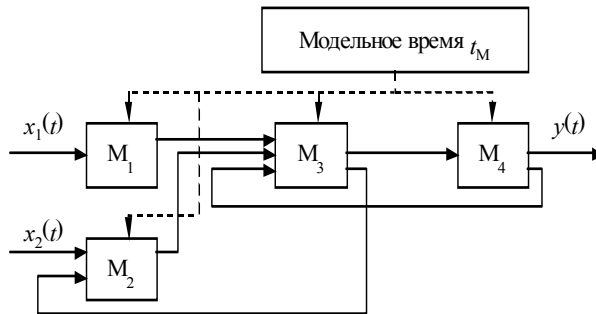


Рис. 4.5. Фрагмент покомпонентной модели с явной "разводкой" переменной t_M

Для динамических моделей одна переменная - время - является выделенной переменной, поскольку она используется во всех остальных модулях. Для ее реализации должен быть специальный модуль, который генерирует и подает в нужном формате во все остальные модули значение системного (модельного) времени t_M (modeling time). Процесс моделирования также осуществляется во времени, но это уже другое время, назовем его временем прогона t_R (run time).

В данном разделе пойдет речь реализации модельного времени t_M . Ввиду очевидности использования переменной t_M ее зачастую явно вообще не объ-

являют¹, а соответствующие линии со стрелками на схеме не показывают. Несмотря на интуитивную ясность проблема представления модельного времени существует и ее так или иначе приходится решать, по крайней мере на этапе составления компьютерной программы.

Существуют два основных метода представления модельного времени:

МФШ - метод фиксированного шага;

МПШ - метод переменного шага.

МФШ - в этом случае временные метки (или значения времени в какой-то шкале, чаще в равномерной), соответствующие заранее определенным моментам времени, выдаются с помощью специального модуля - генератора времени - и распространяются по всем остальным динамическим модулям модели. При этом метки времени выдаются независимо от того, происходят или не происходят заданные события в модели.

Пример: представление сигналов в виде массивов отсчетов после равномерной дискретизации и обработка массивов путем последовательного их перебора (просмотра в цикле по номеру отсчета). Здесь модельное время представляется в виде $t_M = i \cdot \Delta t$, где i - номер временного шага, Δt - его длительность. Важно отметить, что в программе явно используется только "дискретное время" -, которое генерируется обычно с помощью оператора цикла (i используется в качестве счетчика циклов). Для перехода к "физическому" модельному времени необходимо знать величину Δt , которая явно в программе может отсутствовать, поскольку при обработке массивов отсчетов непосредственно не используется.

Достоинства МФШ:

- 1) простота реализации механизма времени в модели;
- 2) простота синхронизации прогона разных модулей.

Недостатки МФШ:

- 1) требуется априорно решать задачу выбора временного шага Δt ;
- 2) возможна потеря существенной информации при большом Δt ;
- 3) возможно качественное ухудшение модели (потеря устойчивости, сходимости, возникновение неадекватных эффектов и т.п.).

МПШ - здесь значения переменной t_M (модельное время) вырабатывается одним из модулей в качестве выходной величины на основании величин, получаемых в ходе моделирования в других модулях. То есть в данном случае время есть зависимая величина. При этом временные метки выдаются

¹ На концептуальном уровне описания модели. При написании компьютерной программы такую переменную придется объявлять, иначе программа не сможет правильно работать. Именно поэтому программисты лучше, чем "системные аналитики", чувствуют необходимость решения проблемы модельного времени.

только для тех моментов модельного времени, когда в модели происходят заданные существенные события.

Пример: в модели системы массового обслуживания время наступления очередного события (запроса) t_{Mi} моделируется с помощью генератора псевдослучайных чисел непосредственно в процессе моделирования.

Достоинства МПШ:

- 1) экономится память и процессорное время при моделировании существенно нерегулярных событий;
- 2) не требуется решать задачу априорного выбора шага Δt ;
- 3) сохраняется инвариантность¹ причинно-следственных связей в объекте и в модели.

Недостатки МПШ:

- 1) нужно уметь находить время наступления очередного события в процессе моделирования (то есть, нужен алгоритм генерирования величины отрезка времени до следующего события);
- 2) применим в чистом виде только для моделирования систем с дискретными событиями.

4.5. Организация прогона многомодульных моделей

В данном разделе рассматривается реализация многомодульной модели с точки зрения времени прогона t_R .

При интерпретации модели на ЭВМ одной из проблем является организация прогона (взаимной синхронизации) многомодульной модели на одном (или, реже, нескольких) процессорах. Суть этой проблемы в том, что модулей много, но в каждый момент времени может быть активизирован только один из них. Для активизации всех модулей, нужно установить некоторую последовательность, в которой это должно происходить. Фактически всю разветвленную сеть модулей и потоков информации между ними нужно отобразить в линейную цепочку последовательных вызовов и обменов. При этом важно понимать, что время прогона t_R - это совершенно другая величина, нежели модельное время t_M . Это облегчает преобразование последовательности вызовов к линейной цепочке, так как неактивные модули могут "подождать" столько, сколько нужно. Принципиальные трудности могут быть только в связи с наличием замкнутых петель обратной связи. Проблема взаимной синхронизации прогона отдельных модулей решается в некотором мониторингном

¹ Имеется в виду инвариантность (независимость) относительно отношения подобия модель-оригинал: если в оригинале некоторое событие является причиной другого, то аналогичное отношение будет между образами этих событий в модели.

программном модуле, который в процессе моделирования осуществляет последовательный вызов (активизацию) отдельных подпрограмм (процедур), соответствующих отдельным модулям, и управляет обменом сигнальными массивами между ними. В простейших программах с жесткими связями между модулями взаимная синхронизация между ними осуществляется тем, в каком порядке будут записаны в тексте программы вызовы соответствующих процедур.

В решении проблемы прогона многомодульных моделей возможны два крайних подхода:

1. Последовательный прогон всех модулей на каждом шаге Δt . На каждом шаге Δt последовательно (порядок активизации - это отдельная проблема) активизируется каждый модуль, его модельное время продвигается ("оживляется") на один шаг, при этом в межмодульном обмене фактически участвуют одноэлементные (по времени) массивы. Другими словами, на каждом шаге Δt модули обмениваются по одному элементу из каждого сигнального массива. Весь интервал модельного времени последовательно покрывается путем многократного повторения таких элементарных шагов.

Достоинство: продвижение сигнальных массивов через модули осуществляется минимальными порциями (по одному элементу), что позволяет с максимальной точностью (при выбранном Δt) отследить распространение переходных процессов вдоль цепочки последовательно соединенных модулей. Это важно при наличии петель обратной связи.

Недостаток - большой объем вычислительных затрат на диспетчеризацию (переключение вызовов) модулей, так как эту работу приходится делать для каждого элементарного шага Δt .

2. Последовательный прогон всех модулей на всем интервале модельного времени t_M . В отличие от предыдущего случая, здесь каждый модуль активизируется только по одному разу и для него прогоняются все шаги модельного времени (от начала до конца). После полного прогона одного модуля, активизируется следующий и т.д. При этом модули обмениваются сигнальными массивами, длина которых соответствует всему интервалу модельного времени.

Достоинство: минимизируются затраты машинного времени на диспетчеризацию модулей - за все время прогона многомодульной модели каждый модуль активизируется только по одному разу.

Недостаток - возникновение нежелательных эффектов в моделях с обратными связями. У некоторых модулей в качестве входов используются выходы других модулей, которые к этому времени еще не были активизированы (см., например, Рис. 4.5). Причем избежать такой коллизии нельзя при любом порядке активизации модулей.

Покадровая обработка многомодульных моделей

Итак, имеются две крайние возможности со взаимно противоречивыми достоинствами и недостатками. В тех случаях, когда требуется работать с многомодульными моделями с обратными связями и одновременно имеются жесткие ограничения на время прогона модели, можно попытаться отыскать некоторое "примиряющее" решение. В качестве хорошего компромисса можно предложить метод покадровой обработки.

Его суть состоит в том, что весь интервал модельного времени t_M разбивается на кадры обработки длиной T_K . На каждом кадре осуществляется циклический прогон всех модулей, при этом обмен между модулями осуществляется отрезками массивов, соответствующих длине кадра T_K . Весь процесс моделирования мыслится как прокрутка "фильма", состоящего из таких кадров. Варьируя в процессе конфигурирования модели величину T_K , можно в каждом конкретном случае достигать нужного компромисса между временем прогона модели t_R и влиянием паразитных эффектов из-за наличия петель обратной связи в структуре модели. Чтобы это было возможным алгоритмы всех модулей должны быть представлены в соответствующей "покадровой" форме, в которой длительность кадра T_K входит в число настроечных параметров.

Для нединамических блоков (функциональных преобразователей, сумматоров, умножителей, масштабирующих звеньев и пр.) фактически никаких преобразований алгоритмов их работы для перехода к покадровой форме не требуется. Все решается на уровне обмена сигнальными массивами - просто их длина приводится в соответствие с заданной длительностью кадра обработки T_K . Для динамических блоков ситуация несколько сложнее. Связано это с тем, что реакция динамического блока в каждый момент времени t_0 определяется не только состоянием входного воздействия в тот же момент t_0 , но и предысторией во все предшествующие моменты времени $t < t_0$. Поэтому модель динамического блока в покадровой форме должна обеспечивать передачу необходимой информации (предыстории) с каждого текущего кадра на следующий (как эстафетную палочку). Следовательно, при переводе в покадровую форму модель (алгоритм) каждого динамического блока следует модифицировать таким образом, чтобы *во-первых*, явно выделить минимальную информацию, подлежащую передаче на следующий кадр; *во-вторых*, передать эту информацию с одного кадра на другой; и, *в-третьих*, обеспечить правильное "сшивание" выходов, полученных на разных последовательных кадрах. Анализ показывает, что это можно сделать практически всегда, но требует определенных усилий на этапе алгоритмизации. Хорошей основой для такой модификации может служить представление исходных описаний динамических модулей в пространстве состояний. В этом случае возможен общий стандартный прием для представления алгоритма любого динамиче-

ского блока в "покадровой" форме. Общая идея такого преобразования и конкретный пример ее реализации рассматривается в следующем подразделе при рассмотрении представления динамических систем в пространстве состояний.

4.6. Построение моделей элементов сложных систем

Напомним, что в основе имитационного моделирования сложных систем лежит представление общей модели в виде набора достаточно простых элементов (блоков, модулей), объединенных в общую структуру с помощью связей между ними. При этом задача построения модели разбивается на две: задача подходящего разбиения на отдельные модули и оптимизация связей между ними (синтез иерархической структуры модели) и задача реализации самих элементов (синтез моделей отдельных элементов). В данном подразделе мы коснемся второй из этих задач, то есть рассмотрим представление моделей отдельных элементов.

Каждый элемент в наиболее общем случае может быть представлен как некий преобразователь входа в выход (для генераторных модулей сигнальный вход может отсутствовать). Его модель должна осуществлять это преобразование с заданной точностью. По своей сути компьютерная модель суть знаковая система (алгоритм, записанный на языке программирования), поэтому мы должны предварительно описать требуемые преобразования в максимально абстрактной знаковой форме в виде некоторой математической модели, а затем перевести ее в алгоритм. Таким образом, возможные способы исходного описания элементов модели разумнее всего не изобретать заново, а отыскать наиболее пригодные среди уже имеющихся известных математических моделей. Современная математика накопила большое количество математических объектов, свойства многих из них обстоятельно исследованы многими поколениями математиков. Поэтому нам нужно только уметь быстро ориентироваться в накопленном "багаже" математических моделей и грамотно их применять.

Выбор подходящих математических объектов для представления моделей определяется различными факторами, среди которых важнейшими являются тип базовых множеств и характер учета причинно-следственных связей в системе. Использование только этих факторов разбивает общее поле возможных моделей на четыре "специализированные зоны", в каждой из которых имеются наработанные виды математических объектов, некоторые из которых приведены в Табл. 4.1.

Табл. 4.1. Наиболее общая классификация математических методов представления динамических систем

Тип множеств для переменных	Характер причинно-следственных связей в системе	
	Детерминированные	Стохастические
Непрерывное	Система дифференциальных уравнений (СДУ), динамическая система	Системы массового обслуживания (СМО)
Дискретное	Конечные автоматы	Вероятностные автоматы

Динамическая система

В общем случае каждый элемент модели может рассматриваться как некий "черный ящик", осуществляющий преобразование входа в выход (Рис. 4.6). Для случая, когда и время и сама величина - непрерывны, а вход и выход являются непрерывными функциями вещественного аргумента, связь между ними может быть записана в операторной форме¹:

$$y(t) = Q[x(t)].$$



Рис. 4.6. Внешнее представление динамической системы в виде "черного ящика"

Говоря о модели, мы как бы приоткрываем «черный ящик», ассоциируя модель с оператором Q , связывающим вход и выход. Следует подчеркнуть, что когда мы имеем в виду самый общий случай, действие оператора Q мыслится как преобразование функции $x(t)$ в $y(t)$ и при этом обе эти функции рас-

¹ Здесь для большей общности $x(t)$ и $y(t)$ могут мыслиться как векторно-значные функции времени.

смаатриваются как неделимые объекты. Это означает, например, то, что значение выходной функции $y(t)$ при некотором $t = t_0$ может зависеть от всех значений функции $x(t)$ (при $-\infty \leq t \leq \infty$), то есть более строго следовало бы записать $y(t) = Q[\{x(\tau) \mid -\infty \leq \tau \leq \infty\}, t]$.

В зависимости от дополнительных ограничений на вид и свойства оператора Q можно рассмотреть подмножества (классы) систем, для которых существует некоторое специальное представление этого оператора, позволяющее упростить его реализацию в модели.

Первое такое ограничение, которому очень часто удовлетворяет оператор Q – это **причинность (каузальность)**. Если переменная t ассоциируется с физическим временем, то условие причинности равносильно условию **физической реализуемости**. Смысл условия причинности состоит в том, что реакция системы в некоторый момент времени $t = t_0$ должна определяться только предыдущими значениями входа $x(t) \mid_{t < t_0}$ (отклик не может начаться раньше воздействия). Для причинной системы $y(t) = Q[\{x(\tau) \mid -\infty \leq \tau \leq t\}, t]$. Для класса причинных систем важнейшим моментом является то, что все значения времени могут быть строго упорядочены с помощью отношения "больше" или "меньше", что отражается изображением времени в виде направленной числовой оси. Относительно любого момента времени t_0 можно говорить о "прошлом" (для $t < t_0$) "будущем" (для $t > t_0$). Реакция системы в настоящем может зависеть только от значения входа в прошлом и не зависит от его значений в будущем. Именно это свойство лежит в основе представления причинных систем через пространство состояний.

Для представления систем широко используется модель на основе **переменных состояния**, которые ассоциируются с наличием памяти внутри системы. Модель на основе внутренних состояний (Рис. 4.7) имеет в общем случае вид

$$\begin{aligned} z(t) &= F_1[x(\tau) \mid_{t_0 \leq \tau \leq t}, z(t_0)]; \\ y(t) &= F_2[x(t), z(t)], \end{aligned}$$

где $F_1[\bullet, \bullet]$ – функция состояния, $F_2[\bullet, \bullet]$ – функция выхода, $z(t)$ – зависимость переменной состояния z от времени.

Могут быть другие эквивалентные (с точки зрения конечного результата) варианты, например, функция выходов $F_2[\bullet, \bullet]$ может зависеть только от переменной состояния и не зависеть от входа, то есть быть функцией только одного аргумента.

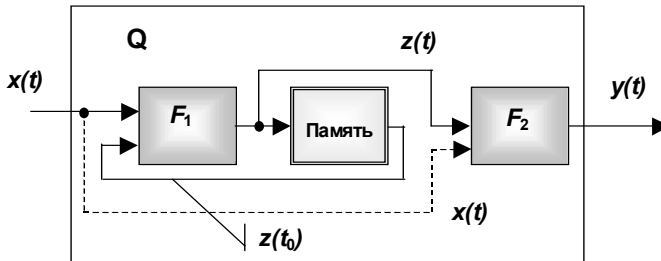


Рис. 4.7. Представление динамической системы в пространстве состояний

Для *стационарных* систем правомочно еще одно допущение: реакция системы зависит не от абсолютного времени, а только от сдвига по времени относительно текущего момента времени. В этом смысле стационарность эквивалентна свойству *инвариантности относительно сдвига времени*. Формально свойство инвариантности к сдвигу можно записать в следующем виде: если $y(t) = Q[x(t)]$, то $Q[x(t-t_0)] = y(t-t_0)$.

В случае, когда t, x, y, z принимают свои значения из конечных множеств, динамическая модель на основе переменных состояния соответствует модели *конечного автомата*. При использовании двоичного кодирования память конечного автомата – это набор бистабильных триггеров, а функции F_1 и F_2 – это комбинационные схемы.

Линейные динамические системы

Особый класс динамических систем составляют *линейные системы*. Для всех линейных стационарных систем существует общий аналитический метод их описания и, следовательно, анализа, синтеза и реализации.

Система называется линейной, если для нее выполняется принцип *линейной суперпозиции*:

$$Q \left[\sum_i a_i x_i(t) \right] = \sum_i a_i Q[x_i(t)],$$

где a_i – скаляры (коэффициенты).

Математическое описание линейных систем основано на использовании свойств линейных векторных пространств. При этом функции времени трактуются как векторы (точки) бесконечномерного векторного пространства (гильбертова пространства). Приведем эскиз этого подхода.

Если множество входов $\{x_i(t)\}$ образует линейное векторное пространство¹, то существует однозначное представление любой функции $x(t)$ через базис:

$$x(t) = \sum_i a_i \varphi_i(t),$$

где $\varphi_i(t)$ – элементы базиса; a_i – коэффициенты разложения (проекции) по элементам базиса.

В этом случае реакция *линейной* системы может быть представлена следующим образом:

$$y(t) = Q[x(t)] = Q\left[\sum_i a_i \varphi_i(t)\right] = \sum_i a_i Q[\varphi_i(t)] = \sum_i a_i h_i(t),$$

где $h_i(t) = Q[\varphi_i(t)]$ – реакция системы на i -ю базисную функцию $\varphi_i(t)$.

Отсюда видно, что реакция линейной системы на произвольное воздействие полностью и однозначно определяется набором реакций $\{h_i(t)\}$ системы на базисные функции $\{\varphi_i(t)\}$ и коэффициентами $\{a_i\}$ разложения входного воздействия по этому же базису.

В области *непрерывных линейных инвариантных к сдвигу* систем особую роль играет разложение по базису $\{\varphi(\tau, t)\}$, где $\varphi(\tau, t) = \delta(t - \tau)$ (дельта-функция Дирака), $\tau \in \mathbf{R}$ (\mathbf{R} – множество вещественных чисел). Имеет место представление через этот базис (в виде интегральной свертки):

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau) \cdot \varphi(\tau, t) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau) \cdot \delta(t - \tau) d\tau,$$

где $a(\tau) = x(\tau)$, поскольку разложение по базису $\{\delta(t - \tau)\}$ совпадает с исходной функцией (фильтрующее свойство дельта-функции).

Согласно свойству линейности

$$y(t) = Q[x(t)] = Q\left[\int_{-\infty}^{\infty} a(\tau) \cdot \delta(t - \tau) d\tau\right] = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau,$$

где $h(t) = Q[\delta(t)]$ – импульсный отклик (импульсная характеристика) линейной системы.

Обозначив через $*$ – операцию интегральной свертки, можно записать кратко:

¹ Элементами (точками) этого пространства являются функции.

$$y(t) = x(t) * h(t).$$

Благодаря ряду полезных свойств преобразования Фурье (линейность, теорема о свертке) имеется отображение этого соотношения в частотную область, что лежит в основе спектрального метода анализа линейных систем, суть которого иллюстрируется диаграммой:



где $H(\omega)$ – частотная характеристика линейной системы,

$$H(\omega) = \Phi[h(t)]; Y(\omega) = \Phi[y(t)]; X(\omega) = \Phi[x(t)].$$

Вывод: Линейная стационарная (инвариантная к сдвигу) система полностью и вполне однозначно определяется импульсным откликом $h(t)$ или соответствующей ему частотной характеристикой $H(\omega) = A(\omega) \exp(j\varphi(\omega))$, где $A(\omega)$ – амплитудно-частотная характеристика (АЧХ), $j\varphi(\omega)$ – фазо-частотная характеристика (ФЧХ) линейной системы. Импульсная характеристика причинных систем обязательно равна нулю при $t < 0$.

Пример: Рассмотрим простейшую дифференцирующую RC- цепочку (Рис. 4.8).

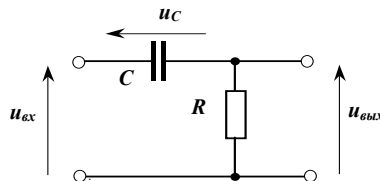


Рис. 4.8. RC-цепочка как пример простейшей линейной причинной динамической системы

Ее модель, представленная через переменную состояния, имеет вид

$$z(t) = F_1(x(\tau)_{t_0 \leq \tau < t}, z(t_0)) = e^{\frac{-(t-t_0)}{RC}} z(t_0) + \int_{t_0}^t \frac{1}{RC} e^{\frac{-(t-\tau)}{RC}} x(\tau) d\tau,$$

$$y(t) = F_2(x(t), z(t)) = -z(t) + x(t),$$

где $x(t) = u_{\text{вх}}(t)$ – напряжение на входе;

$z(t) = u_C(t)$ – напряжение на емкости C ;

$y(t) = u_{\text{вых}}(t)$ – напряжение на сопротивлении R .

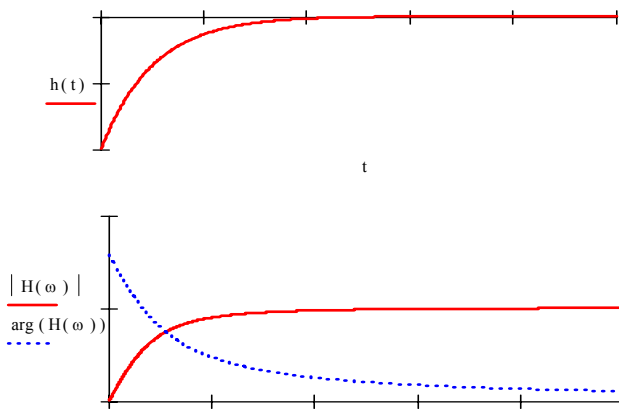


Рис. 4.9. Импульсная $h(t)$ и частотная $H(\omega)$ характеристики RC -цепочки

Импульсным откликом RC -цепочки является функция

$$h(t) = \begin{cases} \delta(t) - \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}, & \text{при } t \geq 0; \\ 0, & \text{при } t < 0, \end{cases}$$

а ее частотная характеристика описывается функцией

$$H(\omega) = \Phi[h(t)] = \frac{1}{1 - j\frac{1}{\omega RC}} = A(\omega) * e^{j\phi(\omega)},$$

где $A(\omega) = |H(\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 (RC)^2}}$ – амплитудно-частотная характеристика;

$\phi(\omega) = \arg(H(\omega)) = \arctg(\omega RC)$ – фазо-частотная характеристика.

Импульсная и частотная характеристики RC -цепочки показаны на Рис. 4.9.

4.7. Метод статистических испытаний

(раздел не готов)

4.8. Общая структура модели для анализа погрешности измерительной системы

(раздел не готов)

4.9. Общие сведения о моделирующих программах VisSim, MathConnex, Genie

(раздел не готов)

ЛИТЕРАТУРА

ОСНОВНАЯ

1. *Самойлов Л.К., Николаев С.В.* Автоматизированные системы научных исследований и комплексных испытаний: Учебное пособие. Таганрог, Изд-во ТРТИ, 1989, 81 с.
2. *Николаев С.В.* Системотехническое проектирование и программное обеспечение АСНИ: Текст лекций. Таганрог, ТРТИ, 1991, 32 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

3. *Николаев С.В.* Системный анализ: Текст лекций. Таганрог, Изд-во ТРТУ, 2001, 106 с.
4. *Дружинин В.В., Конторов В.С.* Системотехника. М.: Радио и связь, 1985. 200 с.
5. *Клир Дж.* Системология. Автоматизация решения системных задач: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1990. 544 с. (Шифр НТБ ТРТУ 681.51/К495)
6. *Чефранов Г.В., Логанов И.И., Донцов И.А.* Некоторые вопросы философии: Учебное пособие для студентов. Таганрог, 1967. 248 с.
7. *Мороз О.* Свет озарений. М.: Знание, 1980. 208 с. (Жизнь замечательных идей).
8. *Мальцев А.И.* Алгебраические системы. М.: Наука, 1970. - 392 с.
9. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1972. - 496 с.
10. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука, 1986. - 544 с.
11. *Манин Ю.И.* Доказуемое и недоказуемое. (Кибернетика). М.: Сов. радио, 1979. - 168 с.
12. *Борн М.* Эйнштейновская теория относительности. М.: Мир, 1964. 452 с.
13. *Gorelik G.* Bogdanov's Tektologia, General Systems Theory, and Cybernetics. Cybernetics and Systems: An International Journal, 1987, 18, p. 157 – 175. (Есть в переводе на русский на каф. АСНИиЭ: *Горелик Дж.* "Тектология Богданова, общая теория систем и кибернетика").
14. *Поваров Г.Н.* Ампер и кибернетика. М.: Сов. радио. 1977. 96 с.
15. *Винер Н.* Кибернетика, или управление и связь в животном и машине. М.: Наука, 1983. 340 с.
16. *Эшби У.* Введение в кибернетику. М.: ИЛ, 1959.
17. *Николис Г., Пригожин И.* Познание сложного. М.: Мир. 1990 (Шифр НТБ ТРТУ 539/Н637).

18. *Пригожин И.* Введение в термодинамику необратимых процессов. М.: ИЛ. 1960.
19. *Николис Г., Пригожин И.* Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир. 1979.
20. *Хакен Г.* Синергетика. М.: Мир. 1980.
21. *Краснощечков П.С.* и др. Информатика и проектирование. М., Знание, 1986, 58 с. (Новое в жизни, науке и технике. Сер. "Математика, кибернетика"; 1986 г., №10).
22. *Пережудов Ф.И., Тарасенко Ф.П.* Введение в системный анализ: Учебное пособие для вузов. М.: Высш. шк., 1989. 167 с. (Шифр НТБ ТРТУ 658.511.3(075)/ П27)
23. *Орнатский П.П.* Теоретические основы информационно-измерительной техники. Киев, Вища школа, 1976, 432 с.
24. *Новицкий П.В., Зограф И.А.* Оценка погрешностей результатов измерений. Л., Энергоатомиздат, 1991, 304 с.
25. *Калман Р., Фалб П., Арбиб М.* Очерки по математической теории систем. М., Мир, 1971. – 400 с.
26. *Виллемс Я.* От временного ряда к линейной системе. В кн.: «Теория систем. Математические методы и моделирование. (Сб. статей)». Пер. с англ. – М., Мир, 1989, стр. 8 – 191.
27. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 832 с.
28. *Трауб Дж., Васильковский Г., Вожьяковский Х.* Информация, неопределенность, сложность. М.: Мир, 1988. - 184 с.
29. *Новицкий П.В., Зограф И.А.* Оценка погрешностей результатов измерений. Л., Энергоатомиздат, 1991, 304 с.
30. *Самойлов Л.К., Палазиенко А.А., Сарычев В.В., Ткаченко Г.И.* Дискретизация сигналов по времени (практика, алгоритмы): Монография. Таганрог, Изд-во ТРТУ, 2000. - 81 с.
31. *Кисель В.А.* Восстановление сигналов с ограниченным спектром по интегральным отсчетам. "Радиотехника", т.36, 1981, №3, стр. 73-76.
32. *Темников Ф.Е.* и др. Теоретические основы информационной техники. М., Энергия, 1971. - 424 с.
33. *Ефимов В.М.* Квантование по времени при измерении и контроле. М., Энергия, 1969. - 88 с.
34. *Котельников В.А.* Теория потенциальной помехоустойчивости. М., Гостехиздат, 1958. - 151 с.
35. *Цикин И.А.* Дискретно-аналоговая обработка сигналов. М., Радио и связь, 1982. - 160 с.
36. *Зюко А.Г.* Элементы теории передачи информации. Киев, Техніка, 1969. - 300 с.

37. **Бендат Дж., Пирсол А.** Прикладной анализ случайных данных. М., Мир, 1989. - 540 с.
38. **Оппенгейм А.М., Шафер Р.В.** Цифровая обработка сигналов. М., Связь, 1979. - 416 с.
39. **Придэм Р.Г., Муччи Р.А.** Цифровой интерполяционный метод формирования луча для низкочастотных и полосовых сигналов. ТИИЭР¹, 1979, т. 67, № 6, с. 29-47.
40. **Kohlenberg Р.М.** Exact interpolation of of band-limited function. J. Appl. Phys. vol. 24, 1953, pp. 1532-1436.
41. **Николаев С.В.** О получении квадратурных составляющих с помощью дискретизации второго порядка. В кн.: "Системы сбора и обработки измерительной информации", Таганрог, 1982, вып. 4, с. 21-27.
42. **Виттих В.А., Цыбатов В.А** Оптимизация бортовых систем сбора и обработки данных. М., Наука, 1985. - 176 с.
43. **Свириденко В.А.** Анализ систем со сжатием данных. М., Связь, 1977, 184 с.
44. **Орищенко В.И.** и др. Сжатие данных в системах сбора и передачи информации. М., Радио и связь, 1985, 184 с.
45. **Николаев С.В.** Методические указания к самостоятельной работе по разделу "Проектирование АСНИ на этапе технического предложения" курса "Системотехническое проектирование и программное обеспечение". Таганрог: ТРТИ, 1990. - 34 с. (Учетный №356)
46. **Мартин Ф.** Моделирование на вычислительных машинах. М., Сов. радио, 1972. - 288 стр.
47. **Шеннон Р.Ю.** Имитационное моделирование систем - искусство и наука. М., Мир, 1978. - 418 с.

¹ ТИИЭР - (Труды Института Инженеров по Электротехнике и Радиоэлектронике), выходящий на русском языке перевод журнала Proceedings of the IEEE.