

А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонский
М. С. Якир



МАТЕМАТИКА

6 класс

$$\frac{5}{11} = 0,(45)$$



$$a(b+c) = ab+ac$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПЕДАГОГ

УДК 51(075)
ББК 22.1я721
М52

Издано за счет государственных средств
Продажа запрещена

Рекомендовано
Министерством образования и науки
(Приказ № 341 от 28.04.06)

М52 Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Якир М. С.
Математика: Учебник для 6 класса. — Х.: Гимназия,
2006. — 304 с.
ISBN 966-8319-39-7.

УДК 51(075)
ББК 22.1я721

Навчальне видання

МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович
ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович
ЯКІР Михайло Семенович

МАТЕМАТИКА

Підручник для 6 класу
російською мовою

Відповідальний за випуск В. Л. Маркіанов
Редактор М. В. Москаленко
Комп'ютерна верстка І. В. Чернуха
Коректор Н. С. Дорохіна

Підписано до друку 05.07.2006. Формат 60×90/16. Гарнітура шкільна.
Папір офсетний. Друк офсетний. Умов. друк. арк. 19,0

Свідоцтво ДК № 644 від 25.10.2001 р.

ТОВТОВ «Гімназія»
Україна, 61103, м. Харків, вул. Дерев'янка, 16а

ISBN 966-8319-39-7

© А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский,
М. С. Якир, 2006
© ООО ТОВ «Гимназия», 2006

УЧАЩИМСЯ

Дорогой друг!

Умения вычислять, логически мыслить, быть настойчивым и упорным, внимательным и аккуратным необходимы каждому человеку. А как приобрести такие качества? Математика — волшебная наука, которая поможет тебе развить эти умения и способности. И неважно, какую профессию ты выберешь: строителя или кондитера, программиста или фермера, врача или экономиста, — полученные математические знания всегда пригодятся.

Изучение математики можно сравнить с нелегким, но увлекательным путешествием по удивительной стране. И мы надеемся, что этот учебник станет для тебя надежным путеводителем и верным проводником.

Познакомься, пожалуйста, со структурой этой книги. Она разделена на четыре параграфа, каждый из которых состоит из пунктов. Всего в учебнике 45 пунктов, каждый из них начинается с изложения теоретического материала. Изучая его, особое внимание обращай на текст, напечатанный **жирным шрифтом**. Так выделены слова, означающие математические термины. Правила и наиболее важные математические утверждения выделены **жирным курсивом**. Также тебе необходимо обратить внимание на слова, напечатанные *курсивом*.

Как правило, теоретический материал заканчивается примерами решения задач. Их можно рассматривать как один из возможных образцов оформления решения.

Для каждого пункта подобраны задачи для самостоятельного решения, приступать к которым советуем только после усвоения теоретического материала. Среди заданий есть как простые и средние по сложности упражнения, так и трудные задачи, помеченные «звездочкой» (*).

Каждый пункт заканчивается особой задачей, которую мы называли «Задача от Мудрой Совы». Для ее решения следует проявить изобретательность и смекалку.

Кроме того, в учебнике ты сможешь прочитать рассказы о важных математических объектах — числах и фигурах, об истории их возникновения. Надеемся, что это заинтересует тебя. Названия этих рассказов напечатаны синим цветом.

Отметим, что в курсе математики шестого класса есть много тем, которые связаны с материалом, изученным ранее. В конце учебника приведены основные сведения из курса математики пятого класса, и ты всегда можешь к ним обратиться.

Дерзай! Желаем успеха!

УЧИТЕЛЯМ

Глубокоуважаемые коллеги!

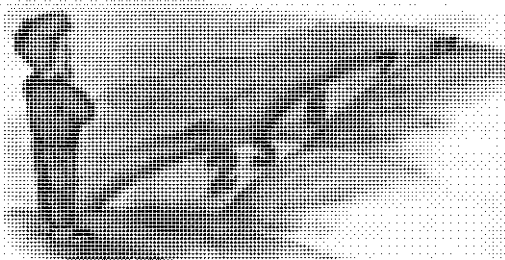
Мы надеемся, что данный учебник станет надежным помощником в вашем нелегком и благородном труде, и будем искренне рады, если он вам понравится.

Желаем творческого вдохновения и терпения.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ:

- задания, соответствующие начальному и среднему уровням учебных достижений;
- задания, соответствующие достаточному уровню учебных достижений;
- задания, соответствующие высокому уровню учебных достижений;
- * задачи для математических кружков и факультативов.

Красным цветом выделены номера заданий, рекомендуемых для домашней работы.



1. ДЕЛИТЕЛИ И КРАТНЫЕ

Остаток при делении числа 30 на 5 равен 0. Действительно, $30 = 5 \cdot 6$. В этом случае будем говорить, что число 30 делится нацело на 5. Число 5 называют делителем числа 30, а число 30 — кратным числа 5.

Заметим, что число 30 не делится нацело на 7. Поэтому 7 не является делителем числа 30, а число 30 не кратно числу 7.

Если натуральное число a делится нацело на натуральное число b , то число a называют кратным числа b , число b — делителем числа a .

Числа 1, 2, 3, 6, 10, 15, 30 также являются делителями числа 30, а число 30 является кратным каждого из этих чисел.

А как правильно говорить: «Число a делится нацело на число b », «Число b является делителем числа a », «Число a кратно числу b », «Число a является кратным числа b »? Все равно, любой выбор будет верным.

Очень легко записать все делители числа 6. Это числа 1, 2, 3 и 6. А можно ли перечислить все кратные числа 6? Понятно, что числа $6 \cdot 1$, $6 \cdot 2$, $6 \cdot 3$, $6 \cdot 4$, $6 \cdot 5$ и т. д. кратны 6. Следовательно, чисел, кратных 6, бесконечно много.

Вообще, для любого натурального числа a каждое из чисел $a \cdot 1$, $a \cdot 2$, $a \cdot 3$, $a \cdot 4$, ... является кратным числа a .

Наименьшим делителем любого натурального числа a является число 1, а наибольшим — само число a .

Среди чисел, кратных a , наибольшего нет, а наименьшим является само число a .

Каждое из чисел 21 и 36 делится нацело на 3. Сумма этих чисел $21 + 36$ также делится нацело на 3.

Вообще, если каждое из чисел a и b делится нацело на число k , то и сумма $a + b$ также делится нацело на число k .

Число 35 делится нацело на число 7, а число 17 на число 7 нацело не делится. Сумма $35 + 17$ нацело на 7 также не делится.

Вообще, если число a делится нацело на число k , а число b не делится нацело на число k , то сумма $a + b$ также не делится нацело на число k .

- ?** 1. В каком случае говорят, что:
- 1) число b является делителем числа a ;
 - 2) число b кратно числу a ?
2. Какое число является делителем любого натурального числа?
3. Какое число является наибольшим делителем натурального числа a ?
4. Какое число является наименьшим кратным натурального числа a ?
5. Сколько существует кратных данного натурального числа a ?
- 1.° Какое из следующих утверждений верно:
- 1) число 6 является делителем числа 24;
 - 2) число 6 кратно числу 24;
 - 3) число 5 является делителем числа 51;
 - 4) число 9 является делителем числа 99;
 - 5) число 18 кратно числу 3;
 - 6) число 28 кратно числу 8?
- 2.° Какие из чисел 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 30 являются:
- 1) делителями 24;
 - 2) делителями 20 и 24;
 - 3) делителями 24 и кратными 4?
 - 4) делителями 24 и кратными 4?
- 3.° Чему равен:
- 1) наибольший делитель числа 19 735;
 - 2) его наименьший делитель;
 - 3) его наименьшее кратное?
- 4.° Напишите все делители числа:
- 1) 18;
 - 2) 8;
 - 3) 13;
 - 4) 56.
- 5.° Напишите все делители числа:
- 1) 30;
 - 2) 12;
 - 3) 23;
 - 4) 72.

- 6.° Напишите пять чисел, кратных числу:
1) 7; 2) 30; 3) 100; 4) 34.
- 7.° Напишите четыре числа, кратных числу:
1) 16; 2) 12; 3) 150; 4) 47.
- 8.° Из чисел 28, 36, 48, 64, 92, 100, 108, 110 выпишите те, которые:
1) кратны 4; 2) не кратны 6.
- 9.° Напишите какое-нибудь число, являющееся делителем чисел:
1) 15 и 20; 2) 7 и 21; 3) 24 и 36; 4) 20 и 21.
- 10.° Напишите какое-нибудь число, являющееся делителем чисел:
1) 12 и 18; 2) 60 и 90; 3) 22 и 35; 4) 9 и 27.
- 11.° Напишите какое-нибудь число, кратное числам:
1) 3 и 4; 2) 6 и 12; 3) 4 и 6.
- 12.° Напишите какое-нибудь число, кратное числам:
1) 5 и 9; 2) 8 и 32; 3) 8 и 12.
- 13.° Напишите:
1) все двузначные числа, кратные 19;
2) все трехзначные числа, кратные 105.
- 14.° Напишите все двузначные числа, кратные 23.
- 15.° Напишите все значения x , кратные числу 4, при которых верно неравенство $18 < x < 36$.
- 16.° Напишите все значения x , кратные числу 6, при которых верно неравенство $25 < x < 60$.
- 17.° Напишите все значения x , являющиеся делителями числа 80, при которых верно неравенство $7 < x < 40$.
- 18.° Напишите все значения x , являющиеся делителями числа 98, при которых верно неравенство $14 < x < 50$.
- 19.° Найдите число, кратное числам 9 и 11, которое больше 100. Сколько существует таких чисел?
- 20.° Найдите число, кратное числам 9 и 12, которое меньше 100. Сколько существует таких чисел?
- 21.° Какое из следующих утверждений верно:
1) если число a кратно 6, то оно кратно 3;
2) если число a кратно 3, то оно кратно 6;
3) если число a кратно числам 3 и 4, то оно кратно 12;
4) если число a кратно числам 4 и 6, то оно кратно 24?
Ответ проиллюстрируйте примерами.

- 22.* Известно, что сумма натуральных чисел a и b делится нацело на 5. Верно ли, что:
- 1) каждое из чисел a и b делится нацело на 5;
 - 2) одно из чисел делится нацело на 5, а второе — нет?
- Ответ проиллюстрируйте примерами.
- 23.* Известно, что каждое из чисел a и b не делится нацело на 3. Верно ли, что их сумма также не делится нацело на 3?
- 24.* Найдите три натуральных числа, для которых кратным будет число: 1) 65; 2) 121. Укажите все варианты выбора таких трех чисел.
- 25.* При делении числа a на 7 получили остаток 4. Какому условию должно удовлетворять число b , чтобы сумма $a + b$ была кратна 7?
- 26.* При делении числа a на 9 получили остаток 5. Какому условию должно удовлетворять число b , чтобы разность $a - b$ была кратна 9?
- 27.* При каких натуральных значениях n значение выражения $15n$ кратно числу:
- 1) 3; 2) 5; 3) 10; 4) 11?
- 28.* При каких натуральных значениях n значение выражения:
- 1) $3n + 2$ кратно числу 2; 2) $4n + 3$ кратно числу 3?
- 29.* Докажите, что:
- 1) двузначное число, записанное двумя одинаковыми цифрами, кратно 11;
 - 2) трехзначное число, записанное тремя одинаковыми цифрами, кратно 37.
- 30.* К однозначному числу дописали одну цифру, в результате чего оно увеличилось в 41 раз. Какую цифру и к какому числу дописали?
- 31.* В двузначном числе зачеркнули одну цифру, в результате чего оно уменьшилось в 17 раз. Какую цифру и в каком числе зачеркнули?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

32. Открытие первой школы в Киеве произошло, как написано в «Повести временных лет», при князе Владимире Святославиче в 988 г. Первая в Украине гимназия была открыта в Новгороде-Северском в 1804 г. Через сколько лет пос-



ле открытия первой школы была открыта гимназия?
На сколько лет твоя школа «младше» первой школы?

33. Упростите выражение и вычислите его значение при указанных значениях переменных:

1) $0,2a \cdot 50b$, если $a = 4$; $b = 3,6$;

2) $0,4x \cdot 25y$, если $x = 2,4$; $y = 3$.

34. Решите уравнение:

1) $2,48x + 3,52x = 1,26$; 2) $4,63x + 3,37x = 1,92$.

35. В столовую завезли 146 кг овощей: 6 ящиков помидоров и 8 ящиков огурцов. Сколько килограммов огурцов было в каждом ящике, если помидоров в каждом ящике было 7,8 кг?

36. На машину погрузили 7 ящиков груш и 9 ящиков яблок. Всего было 163 кг груш и яблок. Сколько килограммов яблок было в каждом ящике, если груш в каждом ящике было 9,4 кг?

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

37. Запишите в виде суммы разрядных слагаемых число:

1) 278;

2) 5093.

38. Выполните деление с остатком:

1) $429 : 2$;

3) $768 : 10$;

5) $134 : 5$;

2) $5001 : 2$;

4) $9123 : 10$;

6) $2867 : 5$.

39. Выразите делимое через неполное частное, делитель и остаток в виде равенства $a = bq + r$, где a — делимое, b — делитель, q — неполное частное, r — остаток:

1) $83 : 7$;

2) $171 : 17$.

Повтори содержание пунктов 1, 18, 20 на с. 279, 285, 286.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

40. Составьте из 6 спичек 4 равносторонних треугольника со стороной, равной длине одной спички.



2. ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ НА 10, НА 5 И НА 2

Если любое натуральное число умножить на 10, то получим число, последняя цифра которого равна 0. Например, $17 \cdot 10 = 170$, $210 \cdot 10 = 2100$, $103 \cdot 10 = 1030$.

Легко догадаться, как по «внешнему виду» числа установить, делится оно на 10 или нет.

Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0, то это число делится нацело на 10.

Если запись натурального числа оканчивается любой цифрой, отличной от 0, то число не делится нацело на 10.

Например, число 173 не делится нацело на 10. Действительно, $173 = 170 + 3 = 10 \cdot 17 + 3$. Еще примеры: $4258 = 4250 + 8 = 10 \cdot 425 + 8$; $20\ 005 = 10 \cdot 2000 + 5$.

Теперь можно сделать такой вывод: *если натуральное число разделить на 10, то остаток будет равен числу, записанному последней цифрой этого числа.*

С помощью последней цифры числа можно установить и некоторые другие признаки делимости.

Числа 2, 14, 26, 58 делятся нацело на 2. Такие числа называют четными. Натуральные числа, которые не делятся нацело на 2, называют нечетными. Например, числа 3, 5, 17, 349, 10 001 — нечетные.

Цифры 0, 2, 4, 6, 8 называют четными, а цифры 1, 3, 5, 7, 9 — нечетными.

А как, не выполняя деления, установить четность числа? И здесь помогает признак делимости.

Если запись натурального числа оканчивается четной цифрой, то это число делится нацело на 2.

Если запись натурального числа оканчивается нечетной цифрой, то это число не делится нацело на 2.

Отметим, что все нечетные числа при делении на 2 дают в остатке 1. Например, $53 = 2 \cdot 26 + 1$, $121 = 2 \cdot 60 + 1$.

Заметим, что если четное число умножить на 5, то получится число, последняя цифра которого равна 0. Например, $2 \cdot 5 = 10$, $16 \cdot 5 = 80$, $28 \cdot 5 = 140$. Если же нечетное число умножить на 5, то последняя цифра полученного произведения будет равна 5. Например, $3 \cdot 5 = 15$, $17 \cdot 5 = 85$, $29 \cdot 5 = 145$. Теперь понятно, как среди натуральных чисел распознавать те, которые кратны 5.

Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0 или 5, то это число делится нацело на 5.

Если запись натурального числа оканчивается любой цифрой, отличной от 0 или 5, то это число не делится нацело на 5.

Например, числа 15, 35, 70, 3580, 11 445 делятся нацело на 5, а числа 17, 24, 5553, 172 802 — нет.

?

1. Какой цифрой должна оканчиваться запись натурального числа, чтобы оно делилось нацело на 10?
2. Какие числа называют четными? нечетными?
3. Какие цифры называют четными? нечетными?
4. Как по записи натурального числа установить, кратно оно 2 или нет?
5. Как по записи натурального числа установить, делится оно нацело на 5 или нет?

41.° Заполните таблицу (поставьте знак «+» в случае утвердительного ответа или знак «-» в ином случае):

Число	24	53	60	78	79	96	142	241	495	7207
Четное										

42.° Из чисел 34, 467, 435, 860, 648, 5465, 8216, 2405, 1020, 246 370 выпишите те, которые делятся нацело:

- 1) на 2;
- 2) на 5;
- 3) на 10.

43.° Какие из чисел 68, 395, 760, 943, 1270, 2625, 9042, 7121, 1734:

- 1) не делятся нацело на 2;
- 2) кратны 10;
- 3) делятся нацело на 5, но не делятся нацело на 10?

44.° Какие из следующих утверждений являются верными (ответ проиллюстрируйте примерами):

- 1) сумма двух четных чисел является четным числом;
- 2) сумма двух нечетных чисел является нечетным числом;
- 3) сумма четного и нечетного чисел является нечетным числом;
- 4) если сумма двух чисел является четным числом, то и слагаемые — четные числа;
- 5) произведение двух четных чисел является четным числом;
- 6) произведение двух нечетных чисел является нечетным числом;

- 7) произведение четного и нечетного чисел является нечетным числом?
- 45.* Запишите все нечетные значения x , при которых верно неравенство:
 1) $273 < x < 290$; 2) $2725 < x < 2737$.
- 46.* Запишите все четные значения x , при которых верно неравенство:
 1) $134 < x < 160$; 2) $489 < x < 502$.
- 47.* При каких значениях x , кратных числу 5, верно неравенство:
 1) $38 < x < 75$; 2) $3720 < x < 3754$?
- 48.* При каких значениях x , кратных числу 10, верно неравенство:
 1) $279 < x < 320$; 2) $1465 < x < 1510$?
- 49.* Запишите все четырехзначные числа, кратные числу 5, для записи которых используют цифры 0, 3, 5, 7 (цифры не могут повторяться).
- 50.* Найдите все цифры, которые можно дописать справа к числу 793, чтобы получить число, кратное: 1) 2; 2) 5; 3) 10 (можно дописывать только одну цифру).
- 51.* Запишите наибольшее:
 1) четырехзначное число, кратное 2;
 2) пятизначное число, кратное 5;
 3) шестизначное число, кратное 10.
 Цифры в записи числа не могут повторяться.
- 52.* 1) Напишите шесть первых натуральных чисел, кратных 100. Обратите внимание на две последние цифры этих чисел. Сформулируйте признак делимости на 100.
 2) Напишите восемь первых натуральных чисел, кратных 25. Обратите внимание на две последние цифры этих чисел. Сформулируйте признак делимости на 25.
- 53.* При каком наибольшем двузначном натуральном значении x значение выражения $x - 32$ делится нацело на 5?
- 54.* При каком наименьшем трехзначном натуральном значении y значение выражения $327 + y$ является числом, кратным 10?
- 55.* Может ли число, записанное с помощью только единиц, делиться нацело на число, записанное с помощью только двоек?

- 56." 1) Сумма двух натуральных чисел является нечетным числом. Четным или нечетным числом будет их произведение?
2) Сумма двух натуральных чисел является четным числом. Обязательно ли их произведение будет четным числом?
- 57." Четной или нечетной будет сумма 7 натуральных слагаемых, если:
1) 4 слагаемых четные, а остальные — нечетные;
2) 4 слагаемых нечетные, а остальные — четные?
- 58." Сумма 9 натуральных слагаемых равна 1000. Можно ли утверждать, что их произведение — четное число? Ответ объясните.
- 59." Можно ли разложить 50 яблок на 5 кучек, каждая из которых содержит нечетное количество яблок? Ответ объясните.
- 60." Существует ли прямоугольник, длины сторон которого выражены натуральными числами в сантиметрах, причем одна из них на 1 см длиннее другой, и площадь которого равна $12\,345\text{ см}^2$?
- 61." Известно, что n — натуральное число. Является ли четным числом значение выражения:
1) $2n$; 3) $n(n+1)$; 5) $(2n+5)(4n-2)(2n+7)$?
2) $2n+1$; 4) $(2n-1)(2n+3)$;
- 62." В школе работают два ночных охранника — Иван Иванович и Петр Петрович. Они работают по очереди с вечера до утра. Иван Иванович заступил на дежурство 1 сентября, а Петр Петрович — 2 сентября. Кто из них заступит на дежурство 18 сентября? 29 сентября? 1 октября? 30 октября? 31 октября? По каким числам — четным или нечетным — будет дежурить Иван Иванович в ноябре? Кто из них будет дежурить в ночь на Новый год?
- 63." Может ли число, для записи которого использована только цифра 2, делиться нацело на число, записанное с помощью только:
1) единиц; 2) пятерок?
- 64." Верно ли, что из любых трех натуральных чисел всегда найдутся два таких, сумма которых делится нацело на 2?

- 65.* Сколькими нулями оканчивается запись числа, которое равно произведению:
 1) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 15 \cdot 16$; 2) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 25 \cdot 26$?
- 66.* Сумма двух натуральных чисел равна 700. Одно из них оканчивается цифрой 7. Если ее зачеркнуть, то получим второе число. Найдите эти числа.
- 67.* Сколько существует двузначных чисел, для записи которых использованы только:
 1) четные цифры; 2) нечетные цифры?
- 68.* Можно ли в выражении $1 + 2 + 3 + \dots + 8 + 9$ заменить некоторые знаки $++$ на знаки $+-$ так, чтобы значение полученного числового выражения равнялось 18?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ



69. Докажите, что:
 1) 14 168 кратно 28;
 2) 73 является делителем 14 892;
 3) 1878 не кратно 24;
 4) 56 не является делителем 5172.
70. В Украине есть 20 природных и биосферных заповедников. Сколько всего заповедников каждого вида, если биосферных в 4 раза меньше, чем природных?
71. Сколько в Украине ботанических садов и сколько дендрологических парков, если всего их 34, причем дендрологических парков на 10 меньше, чем ботанических садов?
72. С двух станций, расстояние между которыми равно 400 км, одновременно навстречу друг другу отправились два поезда. Через сколько часов после начала движения они встретятся, если скорость одного из них равна 69 км/ч, а скорость второго — 56 км/ч?
73. Выполните действия:
 1) $(69 \cdot 0,63 - 10,098 : 5,4 - 20,54) : 0,324$;
 2) $0,98 \cdot 3,8 - 0,132 : 5,5 - 2,45$.

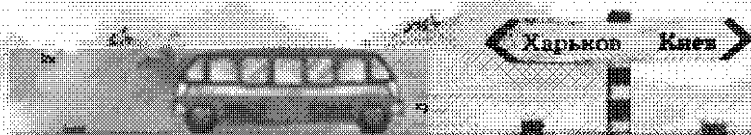
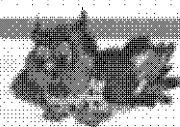


Рис. 1



74. На рис. 1 изображен автобус, который движется по трассе Киев—Харьков. Определите, куда едет автобус: в Харьков или в Киев.

3. ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ НА 9 И НА 3

Выполнив деление, можно убедиться, что каждое из чисел 108, 4869, 98 802 делится нацело на 9. А существует ли другой, более простой способ убедиться в этом? Существует ли признак делимости на 9? Да, он есть.

Отметим, что сумма цифр каждого из этих трех чисел кратна 9. А вот, например, ни сами числа 124, 533, 7253, ни соответственно суммы их цифр 7, 11, 17 не кратны 9. И это не случайно.

Если сумма цифр числа делится нацело на 9, то и само число делится нацело на 9.

Если сумма цифр числа не делится нацело на 9, то и само число не делится нацело на 9.

Аналогично можно установить, делится ли число нацело на 3.

Если сумма цифр числа делится нацело на 3, то и само число делится нацело на 3.

Если сумма цифр числа не делится нацело на 3, то и само число не делится нацело на 3.

Например, число 7854 делится нацело на 3, так как сумма его цифр, равная 24, делится нацело на 3. Число 3749 не делится нацело на 3, поскольку сумма его цифр, равная 23, не делится нацело на 3.

1. Как узнать, делится ли число нацело на 9?
2. Как по записи натурального числа установить, кратно оно 3 или нет?

- 75.° Заполните таблицу (поставьте знак «+» в случае утвердительного ответа или знак «-» в ином случае):

Число	7263	4681	2743	6885	7227	6350	7920
Кратно 9							

- 76.* Заполните таблицу (поставьте знак «+» в случае утвердительного ответа или знак «-» в ином случае):

Число	1356	4813	9075	3272	6390	15 684	53 206
Кратно 3							

- 77.* Из чисел 8937, 6585, 37 828, 44 292, 9462, 58 395, 23 646 выпишите те, которые делятся нацело:
 1) на 3; 2) на 9; 3) на 3 и на 2.
- 78.* Из чисел 7826, 1215, 4075, 2880, 3921, 9319, 6072, 8142 выпишите те, которые делятся нацело:
 1) на 3; 2) на 9; 3) на 9 и на 5.
- 79.* Найдите все значения y , кратные:
 1) числу 3, при которых верно неравенство $143 < y < 162$;
 2) числу 9, при которых верно неравенство $92 < y < 128$.
- 80.* Найдите все значения m , кратные:
 1) числу 3, при которых верно неравенство $324 < m < 345$;
 2) числу 9, при которых верно неравенство $423 < m < 480$.
- 81.* Вместо звездочки поставьте такую цифру, чтобы получилось число, кратное 3 (рассмотрите все возможные случаи):
 1) 54 84*; 2) 3*6 393; 3) 79*8.
- 82.* Вместо звездочки поставьте такую цифру, чтобы получилось число, кратное 9 (рассмотрите все возможные случаи):
 1) 62 8*1; 2) 57* 582; 3) 7*51.
- 83.* Запишите:
 1) наименьшее число, для записи которого используется только цифра 2 и которое делится нацело на 3;
 2) наименьшее трехзначное число, которое делится нацело на 9.
- 84.* Какую цифру можно поставить вместо звездочки в записи числа 627*, чтобы полученное число делилось нацело и на 3, и на 5?
- 85.* Какую цифру можно поставить вместо звездочки в записи числа 21 85*, чтобы полученное число делилось нацело на 3, но не делилось нацело на 2?
- 86.* Какую цифру можно поставить вместо звездочки в записи числа 347*, чтобы полученное число делилось нацело и на 2, и на 3?

- 87.* Запишите наименьшее:
- 1) четырехзначное число, кратное 3;
 - 2) пятизначное число, кратное 9;
 - 3) шестизначное число, кратное 3 и 2;
 - 4) четырехзначное число, кратное 5 и 9.
- Цифры в записи числа не могут повторяться.
- 88.* Запишите наибольшее четырехзначное число, которое делится нацело:
- 1) на 2 и на 3;
 - 2) на 3 и на 5;
 - 3) на 3 и на 10;
 - 4) на 2 и на 9.
- 89.* Какое наименьшее число надо прибавить к данному, чтобы получилось число, кратное 9:
- 1) 1275;
 - 2) 3333;
 - 3) 25 718;
 - 4) 987 652;
 - 5) 10 203 040;
 - 6) 19 191 919 191?
- 90.* Запишите, используя по одному разу каждую из цифр 0, 1, 4, 7, наибольшее и наименьшее четырехзначные числа, кратные 15.
- 91.* К числу 15 допишите слева и справа по одной такой цифре, чтобы число, которое получится, было кратно 15. Сколько решений имеет задача?
- 92.* К числу 34 допишите слева и справа по одной такой цифре, чтобы число, которое получится, было кратно 45. Сколько решений имеет задача?
- 93.* Вместо звездочек поставьте такие цифры, чтобы четырехзначное число $*74*$ делилось нацело на 18. Найдите все возможные решения.
- 94.* Вместо звездочек поставьте такие цифры, чтобы четырехзначное число $3*4*$ делилось нацело на 9. Найдите все возможные решения.
- 95.* Галлина Васильевна купила 3 пакета кефира, пачку масла за 3 грн. 60 коп., несколько буханок хлеба по 1 грн. 35 коп., 6 коробок спичек. Может ли вся ее покупка стоить 16 грн. 21 коп.?
- 96.* Сначала вычислили сумму цифр числа, равного произведению $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 999 \cdot 1000$. Потом вычислили сумму цифр полученного числа. Так поступали до тех пор, пока не получили однозначное число. Что это за число?
- 97.* Рома и Дима записывают девятнадцатизначное число, используя только цифры 1, 2 и 4. Первую цифру пишет

Рома, вторую — Дима, третью — снова Рома и т. д. по очереди. Рома хочет получить в результате число, кратное 3. Может ли Дима помешать ему это сделать?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ



98. Как изменится, увеличится или уменьшится и на сколько, девятизначное число, последняя цифра которого 0, а предпоследняя — 5, если эти две цифры поменять местами?
99. Река Рось на 38 км длиннее реки Хорол. Найдите длину каждой из этих рек, если их общая длина 654 км.
100. По маршруту Киев—Житомир—Винница выехал автомобиль. Каково расстояние между Житомиром и Винницей, если оно на 6 км меньше расстояния между Киевом и Житомиром, а длина этого маршрута составляет 256 км?
101. Вычислите:
- 1) $6,29 : 0,85 + (53 - 48,184) : 5,6$;
2) $5,33 : 0,65 - (1,9218 - 0,8118) : 3$.

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

102. Упростите выражение, заменив произведение одинаковых множителей степенью:
- 1) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$; 3) $a \cdot a \cdot a \cdot a$;
2) $10 \cdot 10 \cdot 10$; 4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$.
103. Найдите значение выражения:
- 1) 3^3 ; 3) $0,6^2$; 5) 5^4 ; 7) 12^1 ;
2) 7^2 ; 4) $0,5^3$; 6) 2^5 ; 8) 1^{12} .
104. Запишите число 64 в виде степени с основанием:
- 1) 8; 2) 4; 3) 2.

Повтори содержание пункта 22 на с. 286.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ



105. В чемпионате страны по футболу принимают участие 16 команд, каждая из которых имеет свой стадион. Все команды должны сыграть между собой, причем в каждом туре проводятся все 8 игр. Можно ли составить расписание туров так, чтобы каждая команда играла по очереди дома и на выезде?

ДЕЛИТСЯ ИЛИ НЕ ДЕЛИТСЯ?

Ты уже знаешь признаки делимости на 2, на 3, на 5, на 9 и на 10. В этом перечне пропущены числа 4, 6, 7, 8. Однако и для них существуют признаки делимости.

Меньше всего проблем с числом 6. Поскольку $6 = 2 \cdot 3$, то к исследуемому числу необходимо одновременно применить признаки делимости на 2 и на 3.

Аналогично можно получить признаки делимости на 15 ($15 = 3 \cdot 5$), на 18 ($18 = 2 \cdot 9$), на 30 ($30 = 3 \cdot 10$), на 45 ($45 = 5 \cdot 9$) и т. п. Но для числа 4 приведенные рассуждения применить нельзя.

Признак делимости на 4 объясним на таких примерах.
 $524 = 5 \cdot 100 + 24$.

Каждое слагаемое этой суммы делится нацело на 4, следовательно, и само число 524 делится на 4.

$$7518 = 75 \cdot 100 + 18.$$

Здесь первое слагаемое делится нацело на 4, а второе — нет, следовательно, число 7518 не делится нацело на 4.

Число $173\,866 = 1738 \cdot 100 + 66$ не делится нацело на 4.

Вообще, любое натуральное число m можно представить в виде суммы:

$$m = n \cdot 100 + a,$$

где n — натуральное число или 0, a — однозначное или двузначное число или 0.

Теперь можно сделать такой вывод: делимость данного числа на 4 зависит только от делимости на 4 числа, записанного его двумя последними цифрами.

Чтобы выяснить, делится или не делится нацело число на 8, приведем такие примеры:

число $13\,006 = 13 \cdot 1000 + 6$ не делится нацело на 8;

число $25\,040 = 25 \cdot 1000 + 40$ делится нацело на 8;

число $5122 = 5 \cdot 1000 + 122$ не делится нацело на 8;

число $3624 = 3 \cdot 1000 + 624$ делится нацело на 8.

Следовательно, делимость на 8 данного числа зависит от делимости на 8 числа, записанного его тремя последними цифрами.

Записывая число в виде суммы определенным способом, можно установить и другие признаки делимости.

Так, записав число в виде суммы разрядных слагаемых, можно обосновать признаки делимости на 9 и на 3.

Например, рассмотрим число 486, кратное 9. Запишем его в виде суммы разрядных слагаемых:

$$486 = 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6.$$

Поскольку $100 = 99 + 1$ и $10 = 9 + 1$, можем записать:

$$4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6 = 4(99 + 1) + 8(9 + 1) + 6.$$

Раскроем скобки и перегруппируем слагаемые:

$$\begin{aligned} 4(99 + 1) + 8(9 + 1) + 6 &= 4 \cdot 99 + 4 + 8 \cdot 9 + 8 + 6 = \\ &= (4 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + (4 + 8 + 6). \end{aligned}$$

Следовательно, $486 = (4 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + (4 + 8 + 6)$.

В красных скобках сумма $4 \cdot 99 + 8 \cdot 9$ делится нацело на 9. В зеленых скобках записана сумма цифр числа 486. Она также делится нацело на 9. Таким образом, и само число 486 кратно 9.

Запишем аналогично число 532. Имеем:

$$\begin{aligned} 532 &= 5 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 2 = 5(99 + 1) + 3(9 + 1) + 2 = \\ &= 5 \cdot 99 + 5 + 3 \cdot 9 + 3 + 2 = (5 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (5 + 3 + 2). \end{aligned}$$

Следовательно, $532 = (5 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (5 + 3 + 2)$.

Выражение в красных скобках делится нацело на 9. А сумма цифр числа 532, записанная в зеленых скобках, на 9 не делится. Таким образом, число 532 не кратно 9.

Отметим, что признак делимости на 9 мы смогли получить благодаря тому, что любое натуральное число n можно записать в виде суммы по следующей схеме:

Число n	$=$	Число, которое делится нацело на 9	$+$	Сумма цифр числа n
--------------	-----	---	-----	----------------------------

Признак делимости на 11 несколько сложнее: необходимо сложить все цифры числа, стоящие на нечетных местах (считая справа налево), далее сложить все цифры, стоящие на четных местах, затем найти разность найденных сумм. Если эта разность делится нацело на 11, то и само число делится на 11.

Откуда следует такой неожиданный признак, поможет понять следующий пример:

$$\begin{aligned} 638 &= 6 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 8 = 6(99 + 1) + 3(11 - 1) + 8 = \\ &= 6 \cdot 99 + 3 \cdot 11 + (6 - 3 + 8). \end{aligned}$$

Число $6 \cdot 99 + 3 \cdot 11$ делится нацело на 11. Следовательно, все зависит от числа $6 - 3 + 8$.

Существуют признаки делимости и на другие числа (7, 13, 37 и т. п.). Но они значительно сложнее, чем описанные здесь. Ты можешь с ними ознакомиться, посещая математический кружок или читая популярную литературу по математике.

Признаки делимости могут быть полезными не только при решении задач, но и стать основанием для демонстрации числовых фокусов. Опишем один из них.

Фокусник просит одного из зрителей, у которого есть коробок спичек, сосчитать их, потом вытащить из коробка количество спичек, равное сумме цифр полученного числа. Не сообщая никакой информации, зритель передает фокуснику закрытый коробок. Тот некоторое время трясет его и, не открывая, определяет количество спичек в коробке.

Здесь нет ни магии, ни чародейства. Просто фокусник хорошо знает признак делимости на 9, из которого следует, что *разность числа и суммы его цифр всегда делится нацело на 9*. А следовательно, в коробке может быть только 9, 18, 27, 36 или 45 спичек (обычно в коробке больше не бывает). С учетом этого, при определенной тренировке можно по звуку (или по массе коробка) определить количество спичек.



4. ПРОСТЫЕ И СОСТАВНЫЕ ЧИСЛА

Число 1 имеет только один делитель — единицу. Любое другое натуральное число a имеет как минимум два делителя — единицу и само число a :

$$a : 1 = a, \quad a : a = 1.$$

Число 5 имеет только два делителя — числа 1 и 5. Только два делителя имеют также, например, числа 2, 7, 11, 13. Такие числа называют простыми.

Натуральное число называют простым, если оно имеет только два различных натуральных делителя: единицу и само это число.

На форзаце учебника приведена таблица всех простых чисел, меньших 1000.

Число 2 — наименьшее простое число. Кстати, это единственное четное простое число. Наибольшего простого числа нет. Простых чисел бесконечно много.

Числа 6, 15, 49, 1000 имеют более двух делителей.

Натуральное число, имеющее более двух натуральных делителей, называют составным.

Поскольку число 1 имеет только один делитель, его не считают ни простым, ни составным.

Составное число 105 можно разными способами представить в виде произведения его делителей.

Например, $105 = 15 \cdot 7 = 35 \cdot 3 = 5 \cdot 21 = 3 \cdot 5 \cdot 7$.

Последнее произведение отличается от других тем, что все его множители — простые числа. Говорят, что число 105 разложено на простые множители.

Любое составное число можно представить в виде произведения простых чисел, то есть разложить на простые множители.

Например,

$$10 = 2 \cdot 5;$$

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3;$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5;$$

$$81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3;$$

$$200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5.$$

Заметим, что любые два разложения числа на простые множители могут отличаться только порядком расположения множителей.

Обычно произведение одинаковых множителей в разложении числа на простые множители заменяют степенью. Например, пишут:

$$18 = 2 \cdot 3^2;$$

$$80 = 2^4 \cdot 5;$$

$$81 = 3^4;$$

$$200 = 2^3 \cdot 5^2.$$

В тех случаях, когда на простые множители необходимо разложить большое число, например 2940, удобно пользоваться такой схемой:

- 1) 2940 кратно 2, $2940 : 2 = 1470$;
- 2) 1470 кратно 2, $1470 : 2 = 735$;
- 3) 735 не кратно 2, но кратно 3, $735 : 3 = 245$;
- 4) 245 не кратно 3, но кратно 5, $245 : 5 = 49$;
- 5) 49 не кратно 5, но кратно 7, $49 : 7 = 7$;
- 6) 7 кратно 7, $7 : 7 = 1$.

Следовательно, $2940 = 2 \cdot 1470 = 2 \cdot 2 \cdot 735 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 245 =$
 $= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 49 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$.

Приведенный ниже «числовой столбик» наглядно демонстрирует, как работает предложенная схема разложения числа на простые множители:

2940		2
1470		2
735		3
245		5
49		7
7		7
1		

1. Какие натуральные числа называют простыми?
2. Какие натуральные числа называют составными?
3. Почему число 1 не относится ни к простым, ни к составным числам?
4. Существует ли четное простое число?
5. Назовите наименьшее простое число.
6. Сколько существует простых чисел, последняя цифра которых 5? Ответ обоснуйте.
7. Какими цифрами не может оканчиваться ни одно простое число? Ответ обоснуйте.
8. Может ли простое число делиться нацело на 3? на 9?

106.° Среди чисел 1, 3, 6, 7, 12, 13, 21, 23, 24, 28, 29, 33, 45, 46, 47 укажите:

- 1) простые;
- 2) составные.

107.° Запишите все делители данного числа, подчеркните те из них, которые являются простыми числами:

- 1) 21;
- 2) 30;
- 3) 48;
- 4) 54.

108.° Разложите на простые множители число:

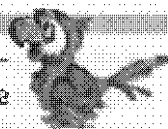
- 1) 12;
- 2) 42;
- 3) 216;
- 4) 450;
- 5) 920;
- 6) 2280;
- 7) 10 850.

- 109.* Разложите на простые множители число:
1) 27; 2) 56; 3) 625; 4) 820; 5) 2772; 6) 702; 7) 1224.
- 110.* Запишите:
1) все простые числа, которые больше 10 и меньше 25;
2) все составные числа, которые больше 35 и меньше 49.
- 111.* Запишите:
1) все простые числа, которые больше 22 и меньше 38;
2) все составные числа, которые больше 60 и меньше 78.
- 112.* Простым или составным числом будет произведение:
1) $13 \cdot 1$; 3) $4 \cdot 7$; 5) $43 \cdot 1$;
2) $14 \cdot 1$; 4) $11 \cdot 13$; 6) $1 \cdot 111$?
- 113.* Запишите все делители числа: 1) $2 \cdot 2 \cdot 5$; 2) $3 \cdot 5 \cdot 7$.
- 114.* Запишите все делители числа:
1) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$; 2) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$.
- 115.* Чему равно частное от деления:
1) числа $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ на число $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$;
2) числа $3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$ на число $3 \cdot 13 \cdot 19$?
- 116.* Чему равно частное от деления:
1) числа $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ на число $2 \cdot 5 \cdot 13$;
2) числа $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 37$ на число $2 \cdot 3 \cdot 37$?
- 117.* Запишите все двузначные числа, в разложении которых на простые множители один из множителей равен:
1) 7; 2) 17; 3) 23.
- 118.* Запишите все двузначные числа, разложение которых на простые множители состоит:
1) из двух одинаковых множителей;
2) из трех одинаковых множителей.
- 119.* Сколько существует чисел, которые можно разложить на два двузначных простых множителя, один из которых на 2 больше другого? Воспользуйтесь таблицей простых чисел, приведенной на форзаце.
- 120.* Найдите все числа, которые можно разложить на такие два двузначных простых множителя, разность которых равна 4. Воспользуйтесь таблицей простых чисел, приведенной на форзаце.
- 121.* Задумали простое число. Следующее за ним натуральное число также простое. Какое число задумали?
- 122.* Может ли сумма двух простых чисел быть простым числом? В случае положительного ответа приведите примеры.

- 123.* Может ли быть простым числом:
 1) произведение двух различных чисел;
 2) значение площади квадрата, длина стороны которого выражается натуральным числом?
 Ответ обоснуйте.
- 124.* Может ли сумма двух составных чисел быть простым числом? В случае положительного ответа приведите примеры.
- 125.* Существует ли прямоугольник, длины сторон которого выражаются натуральными числами, а периметр — простым числом? Ответ обоснуйте.
- 126.* Гномы собрали 217 самородков, причем каждый из них собрал одинаковое их количество. Сколько было гномов и сколько самородков собрал каждый из них, если известно, что каждый гном собрал более 10 самородков?
- 127.* Может ли произведение ста различных простых чисел делиться нацело: 1) на 3; 2) на 9?
- 128.* Существуют ли:
 1) два последовательных натуральных числа, каждое из которых является простым;
 2) три последовательных натуральных числа, каждое из которых является простым;
 3) три последовательных натуральных числа, ни одно из которых не является составным?
 Ответ обоснуйте.
- 129.* При каком натуральном значении n будет простым числом значение выражения: 1) $2n$; 2) n^2 ; 3) $n(n+1)$?
- 130.* Натуральное число a , которое больше 1 и меньше 100, не делится нацело ни на одно из чисел 2, 3, 5 и 7. Верно ли, что число a — простое? Ответ обоснуйте.
- 131.* Простое число, большее 1000, разделили на 6. Чему может равняться остаток?
- 132.* Найдите все пары простых чисел, разность которых равна 17.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

133. Квадрат со стороной 1,6 см и прямоугольник, ширина которого 0,8 см, имеют равные площади. Найдите длину прямоугольника.



134. Теплоход шел по течению реки 1,8 ч, а против течения — 0,9 ч. Какой путь прошел за все это время теплоход, если его собственная скорость составляет 28 км/ч, а скорость течения — 1,6 км/ч?
135. Решите уравнение:
 1) $4x + 5x + 4,7 = 16,4$; 3) $(35,8 - x) : 2,1 = 1,3$;
 2) $0,7x - 0,4x + 46 = 211$; 4) $0,9(283 - x) = 17,01$.
136. Запишите 5 чисел, кратных:
 1) числу 8; 2) числу 18; 3) числу n .
137. При делении нацело числа a на 15 получили число, кратное 6. Делится ли нацело число a на 10? Ответ обоснуйте.
138. При делении нацело числа a на 6 получили число, кратное 12. Делится ли нацело число a на 9? Ответ обоснуйте.

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

139. Найдите значение степени:
 1) 3^4 ; 3) 5^3 ; 5) 7^2 ;
 2) 6^2 ; 4) 2^7 ; 6) 11^2 .
140. Из чисел 348, 975, 1026, 2531, 12 120, 43 674, 58 121 выпишите те, которые делятся нацело: 1) на 2; 2) на 3; 3) на 5.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

141. Шахматный конь начинает свой маршрут в левом нижнем углу доски, а заканчивает его в правом верхнем углу. Может ли конь при этом побывать на всех полях доски по одному разу?

ТАК ЛИ ПРОСТЫ ЭТИ ПРОСТЫЕ ЧИСЛА?

В тех случаях, когда с чем-то можно справиться легко, без проблем, мы говорим «простая задача», «простое дело», «простой маршрут» и т. п. Тебе может показаться, что когда идет речь о простых числах, то никаких сложностей не предвидится. Но это совсем не так.

Простые числа поставили перед математиками немало сложных вопросов, на многие из которых ответ до сих пор

не найден. Некоторые проблемы, связанные с простыми числами, рассмотрены в этом рассказе.

Из первой тысячи натуральных чисел 168 являются простыми (см. форзац). Есть простые числа и во второй, третьей, четвертой и других тысячах. Может сложиться впечатление, что среди любых 1000 натуральных чисел, идущих подряд, встречаются простые. Однако этот вывод ошибочный.

Вот в столбик записаны 1000 последовательных натуральных чисел:

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 2$ — первое число;

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 3$ — второе число;

...

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 1000$ — девятьсот девяносто девятое число;

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 1001$ — тысячное число.

Каждое из этих чисел является составным. Действительно, первое число делится на 2, второе — на 3, девятьсот девяносто девятое — на 1000, тысячное — на 1001.

Подобно этому можно «сконструировать», например, миллион, миллиард, триллион и т. д. составных чисел, идущих подряд.

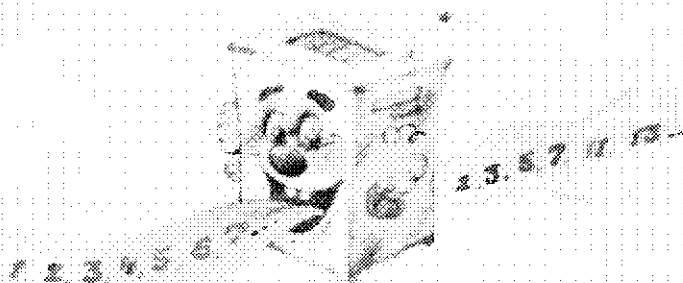
Тогда можно предположить, что в натуральном ряду, начиная с некоторого места, вообще невозможно встретить простое число. Однако и это неверно. Еще древнегреческий ученый Евклид в своей знаменитой книге «Начала» доказал, что простых чисел бесконечно много.

Он рассуждал приблизительно так. Пусть простых чисел конечное количество, например столько, сколько их приведено в таблице (см. форзац). Перемножим их все и к произведению прибавим число 1, то есть получим число $n = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 997 + 1$. Число n больше любого из простых чисел таблицы. Следовательно, оно составное, а потому должно делиться нацело на некоторое простое число k . В то же время произведение $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 997$ также делится нацело на k . Тогда при делении числа n на k получим в остатке 1, а это противоречит тому, что число n делится нацело на k .

Как ты видишь, доказательство непростое. Установить, например, что нечетных чисел бесконечно много, значительно легче. Необходимо в выражение $2n - 1$ по очереди вместо

л подставлять все натуральные числа. В результате получим все нечетные числа: 1, 3, 5, 7, ...

Следовательно, выражение $2n - 1$ порождает все нечетные числа. А существует ли выражение, при подстановке в которое вместо буквы любого натурального числа получим простое число?



Конечно, есть! Вот оно: $\frac{6n}{2n}$. При любом натуральном n это выражение будет «выдавать» простое число 3.

Понятно, что такая «формула» простых чисел нас не удовлетворяет. Хотелось бы иметь выражение, которое дало бы возможность получать все простые числа друг за другом. К сожалению, математики до сих пор такой удобной формулы не нашли.

В мире простых чисел есть много и других нерешенных задач. Например, в таблице простых чисел (см. форзац) красным цветом выделены простые числа, отличающиеся на 2. Это, в частности, 3 и 5, 5 и 7, 419 и 421. Такие пары чисел называют близнецами. Конечно или бесконечно число пар близнецов, пока неизвестно.

Остается загадкой, сколько существует простых чисел, все цифры которых единицы. Например, числа 11, 11 111, 11 111 111 111 111 111 111 111 111 являются простыми.

Конечным или бесконечным является множество¹ простых чисел, в записи которых не содержится ни одного нуля, до сих пор не знает никто.

¹ Подробнее с понятием множества ты ознакомишься в рассказе «Неразумные» числа».

5. НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ

Число 28 имеет следующие делители: 1, 2, 4, 7, 14, 28. Делителями числа 42 являются числа 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42. Красным цветом выделены числа 1, 2, 7, 14, которые являются общими делителями чисел 28 и 42. Среди общих делителей число 14 является наибольшим.

Наибольшее натуральное число, на которое делится нацело каждое из двух данных натуральных чисел, называют наибольшим общим делителем этих чисел.

Наибольший общий делитель чисел a и b обозначают так: НОД (a ; b). Следовательно, НОД (28; 42) = 14.

Нетрудно установить, например, что НОД (10; 25) = 5, НОД (18; 24) = 6, НОД (7; 12) = 1.

Наибольший общий делитель больших чисел удобно находить, предварительно разложив их на простые множители.

Покажем, как найти НОД (455; 770):

455 5	770 2
91 7	385 5
13 13	77 7
1 455 = 5 · 7 · 13	11 11
	1 770 = 2 · 5 · 7 · 11

Красным цветом выделены все общие простые делители этих чисел. Понятно, что наибольшее число, на которое делятся нацело и 455, и 770, равно $5 \cdot 7$, то есть НОД (455; 770) = $5 \cdot 7 = 35$.

Другой пример: найдем НОД (180; 840). Воспользовавшись схемой разложения числа на простые множители, получим:

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$840 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Как видим, в разложении данных чисел некоторые простые множители повторяются. Например, число 2 в первом разложении встречается дважды, а во втором — трижды. Однако понятно, что общим делителем данных чисел будет число $2 \cdot 2$, а не число $2 \cdot 2 \cdot 2$. Аналогичные рассуждения касаются и множителя 3.

Итак, числа 180 и 840 делятся нацело на каждое из чисел $2 \cdot 2$, 3, 5. Они также делятся нацело и на их произведение $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$. Таким образом, $\text{НОД}(180; 840) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Если разложение чисел 180 и 840 на простые множители записать в виде произведения степеней:

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1;$$

$$840 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1,$$

то НОД удобно найти по следующему правилу.

1) *Определить степени, основания которых являются общими простыми делителями данных чисел (в рассматриваемом примере это основания 2, 3, 5).*

2) *Из каждой пары степеней с одинаковыми основаниями выбрать степень с меньшим показателем (в рассматриваемом примере это 2^2 , 3^1 , 5^1).*

3) *Перемножить выбранные степени.*

Полученное произведение является искомым наибольшим общим делителем (в приведенном примере $\text{НОД}(180; 840) = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$).

Рассмотрим еще один пример. Найдем $\text{НОД}(585; 616)$.

$$\text{Имеем: } 585 = 3^2 \cdot 5 \cdot 13; 616 = 2^3 \cdot 7 \cdot 11.$$

Видим, что числа 585 и 616 не имеют общих простых делителей. Их наибольший общий делитель равен 1, то есть $\text{НОД}(585; 616) = 1$.

Если наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен 1, то их называют взаимно простыми.

Числа 585 и 616 взаимно простые.

Отметим, что любые два простых числа являются взаимно простыми. Например, $\text{НОД}(17; 43) = 1$, $\text{НОД}(101; 919) = 1$.

Пример 1. Найдите $\text{НОД}(250; 3000)$.

В этом случае нет необходимости раскладывать числа на простые множители. Число 250 — делитель числа 3000. Поэтому $\text{НОД}(250; 3000) = 250$.

Вообще, если число a — делитель числа b , то $\text{НОД}(a; b) = a$.

Заметим, что можно найти наибольший общий делитель любого количества натуральных чисел, в частности трех.

Пример 2. Найдите $\text{НОД}(132; 180; 144)$.

Имеем:

$$\begin{array}{r|l} 132 & 2 \\ 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11;$$

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5;$$

$$144 = 2^4 \cdot 3^2.$$

Итак, НОД (132; 180; 144) = $2^2 \cdot 3 = 12$.

1. Какое число называют наибольшим общим делителем двух чисел?
2. Какие числа называют взаимно простыми?
3. Чему равен наибольший общий делитель двух чисел, одно из которых кратно другому?

142.° Найдите наибольший общий делитель чисел:

- 1) 12 и 18; 3) 6 и 36; 5) 35 и 18;
2) 24 и 30; 4) 48 и 64; 6) 14, 21 и 28.

143.° Найдите наибольший общий делитель чисел:

- 1) 16 и 24; 3) 10 и 15; 5) 21 и 49;
2) 15 и 60; 4) 45 и 56; 6) 12, 18 и 24.

144.° Найдите наибольший общий делитель чисел:

- 1) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$ и $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$;
2) $2^4 \cdot 3 \cdot 7^3 \cdot 11^2 \cdot 19$ и $2^3 \cdot 3^3 \cdot 11^2 \cdot 19^3$.

145.° Найдите наибольший общий делитель данных чисел, разложив их предварительно на простые множители:

- 1) 72 и 120; 3) 924 и 396;
2) 792 и 1188; 4) 116 и 111.

146.° Найдите наибольший общий делитель данных чисел, разложив их предварительно на простые множители:

- 1) 42 и 105; 2) 588 и 252; 3) 680 и 612.

147.° Среди приведенных пар чисел выберите пары взаимно простых чисел:

- 1) 14 и 21; 3) 42 и 55; 5) 28 и 39;
2) 54 и 65; 4) 14 и 70; 6) 63 и 42.

Для пар чисел, не являющихся взаимно простыми, укажите их наибольший общий делитель.

- 148.* Составьте все пары взаимно простых чисел из чисел 12, 14, 33, 25.
- 149.* Составьте все пары взаимно простых чисел из чисел 15, 16, 21, 77.
- 150.* Запишите все правильные дроби со знаменателем 15, у которых числитель и знаменатель — взаимно простые числа.
- 151.* Запишите все неправильные дроби с числителем 16, у которых числитель и знаменатель — взаимно простые числа.
- 152.* Докажите, что:
1) числа 364 и 495 — взаимно простые;
2) числа 380 и 399 не являются взаимно простыми.
- 153.* Докажите, что:
1) числа 945 и 572 — взаимно простые;
2) числа 1095 и 738 не являются взаимно простыми.
- 154.* Из цифр 2, 3, 4 составьте все возможные двузначные числа (цифры в каждом двузначном числе должны быть различными). Из полученных чисел выпишите пары взаимно простых чисел.
- 155.* Напишите три пары составных чисел, которые были бы взаимно простыми.
- 156.* Между учениками шестого класса разделили поровну 155 тетрадей и 62 ручки. Сколько в этом классе учеников?
- 157.* На автомобиле погрузили 96 контейнеров с картофелем и 64 контейнера с капустой. Сколько было автомобилей, если известно, что их не меньше 20 и на каждом автомобиле количество контейнеров с картофелем было равно количеству контейнеров с капустой?
- 158.* Между школьными библиотеками разделили 92 толковых и 138 орфографических словарей украинского языка. Сколько было школ, если известно, что их не меньше 25 и каждая школа получила одинаковое количество словарей каждого вида?
- 159.* Для новогодних подарков приобрели 96 шоколадок, 72 апельсина и 84 банана. Какое наибольшее количество одинаковых подарков можно из них сделать?

Сколько в отдельности шоколадок, апельсинов и бананов будет в каждом подарке?

160. Из 156 желтых, 312 белых и 390 красных роз составили букеты. Какое наибольшее количество букетов можно составить, чтобы во всех букетах роз каждого цвета было поровну?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

161. Используя цифры 2, 5 и 9 (цифры не могут повторяться), запишите трехзначное число, которое: 1) кратно 2; 2) кратно 5. Можно ли с помощью этих цифр записать число, кратное 3?
162. Какую цифру можно поставить вместо звездочки в запись $1*8$, чтобы полученное число делилось нацело на 18?
163. Запишите число 19 в виде суммы трех простых чисел.
164. Если к некоторому двузначному числу справа дописать ноль, то данное число увеличится на 432. Найдите это число.
165. Найдите числа, которых недостает в цепочке вычислений:

$$1) 38 \xrightarrow{\cdot a} 1,9 \xrightarrow{+ b} 2,24 \xrightarrow{: c} 56;$$

$$2) a \xrightarrow{+ 2,5} 4 \xrightarrow{\cdot x} 1,6 \xrightarrow{: y} 32.$$

166. Белый аист пролетел 48 км со скоростью 40 км/ч. Сколько взмахов крыльями сделал при этом аист, если каждую секунду он делает 2 замаха?

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

167. Барон Мюнхгаузен рассказывал, что он разрезал арбуз на четыре части, а после того, как его съели, осталось пять корок. Может ли такое быть, если корки не ломать?



6. НАИМЕНЬШЕЕ ОБЩЕЕ КРАТНОЕ

Число 24 кратно каждому из чисел 6 и 4. В этом случае говорят, что 24 является общим кратным чисел 4 и 6.

Запишем числа, кратные 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, Запишем числа, кратные 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42,

Красным цветом выделены общие кратные чисел 4 и 6.

Наименьшее натуральное число, которое делится нацело на каждое из двух данных натуральных чисел, называют наименьшим общим кратным этих чисел.

Наименьшее общее кратное чисел a и b обозначают так: НОК (a ; b). Итак, НОК (4; 6) = 12.

Нетрудно убедиться, что, например, НОК (2; 3) = 6, НОК (10; 15) = 30, НОК (12; 24) = 24.

Чтобы найти НОК двух чисел, например 18 и 30, можно воспользоваться такой схемой: будем последовательно выписывать числа, кратные 30, до тех пор, пока не получим число, кратное 18. Имеем: 30, 60, 90. Число 90 и является наименьшим общим кратным чисел 18 и 30.

Однако чаще для нахождения НОК применяют другой способ. Рассмотрим разложение на простые множители чисел 18, 30 и числа 90, которое является их наименьшим общим кратным. Имеем:

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2;$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

Как видим, НОК содержит все множители из разложения числа 18 (они выделены красным цветом) и множитель 5 из разложения числа 30, которого нет в разложении числа 18.

Поняв «строение» НОК двух чисел, найдем, например, НОК (84; 90). Имеем:

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7;$$

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

$$\text{Тогда НОК (84; 90)} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 = 1260.$$

Если разложение чисел 84 и 90 на простые множители записать в виде произведения степеней:

$$84 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 7^1;$$

$$90 = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^1,$$

то НОК удобно найти по такому правилу.

1) Выбрать степени, основания которых встречаются только в одном из разложений (в рассматриваемом примере это 7^1 и 5^1).

2) Из каждой пары степеней с одинаковыми основаниями выбрать степень с большим показателем (в рассматриваемом примере это 2^3 и 3^2).

3) Перемножить выбранные степени.

Полученное произведение является искомым наименьшим общим кратным (в приведенном примере $\text{НОК}(84; 90) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 7^1$).

Пример 1. Найдите $\text{НОК}(250; 3000)$.

В этом случае нет необходимости раскладывать числа на простые множители. Число 250 — делитель числа 3000. Поэтому $\text{НОК}(250; 3000) = 3000$.

Вообще, если число a — делитель числа b , то $\text{НОК}(a; b) = b$.

Пример 2. Найдите наименьшее общее кратное чисел 8 и 15.

Имеем: $8 = 2^3$, $15 = 3 \cdot 5$, $\text{НОК}(8; 15) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 8 \cdot 15 = 120$.

Числа 8 и 15 — взаимно простые и найти их наименьшее общее кратное можно, воспользовавшись следующим правилом: *наименьшее общее кратное взаимно простых чисел равно их произведению.*

Заметим, что можно найти наименьшее общее кратное любого количества натуральных чисел, в частности трех.

Пример 3. Найдите $\text{НОК}(18; 24; 30)$.

Представим данные числа в виде произведения степеней простых множителей:

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^1 \cdot 3^2;$$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^1;$$

$$30 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1.$$

$$\text{Тогда } \text{НОК}(18; 24; 30) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 = 8 \cdot 9 \cdot 5 = 360.$$

?

1. Какое число называют наименьшим общим кратным двух чисел?
2. Чему равно наименьшее общее кратное взаимно простых чисел?
3. Чему равно наименьшее общее кратное двух чисел, одно из которых является делителем другого?

- 168.° Найдите наименьшее общее кратное чисел:
 1) 8 и 12; 3) 6 и 12; 5) 24 и 36;
 2) 12 и 16; 4) 10 и 21; 6) 6, 8 и 12.
- 169.° Найдите наименьшее общее кратное чисел:
 1) 6 и 10; 3) 14 и 28; 5) 32 и 48;
 2) 9 и 12; 4) 8 и 9; 6) 8, 9 и 15.
- 170.° Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел:
 1) $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ и $2 \cdot 3^2 \cdot 5$; 2) $2^4 \cdot 3 \cdot 11$ и $2^2 \cdot 3^3 \cdot 13$.
- 171.° Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел:
 1) $3 \cdot 5^2$ и $3 \cdot 5 \cdot 7$; 2) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^4$ и $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$.
- 172.° Найдите наименьшее общее кратное данных чисел, разложив их предварительно на простые множители:
 1) 56 и 70; 2) 78 и 792; 3) 320 и 720; 4) 252 и 840.
- 173.° Найдите наименьшее общее кратное данных чисел, разложив их предварительно на простые множители:
 1) 42 и 63; 2) 120 и 324; 3) 675 и 945; 4) 924 и 396.
- 174.° Найдите наименьшее общее кратное знаменателей дробей:
 1) $\frac{11}{12}$ и $\frac{4}{15}$; 2) $\frac{97}{100}$ и $\frac{1}{125}$.
- 175.° Найдите наименьшее общее кратное знаменателей дробей:
 1) $\frac{8}{9}$ и $\frac{7}{6}$; 2) $\frac{11}{20}$ и $\frac{24}{25}$.
- 176.° Найдите наименьшее общее кратное:
 1) первых пяти натуральных чисел;
 2) первых пяти нечетных чисел;
 3) первых пяти простых чисел.
- 177.° Найдите наименьшее общее кратное:
 1) первых пяти четных чисел;
 2) первых четырех составных чисел.
- 178.° Длина шага Чебурашки равна 15 см, а крокодила Гены — 50 см. Какое наименьшее одинаковое расстояние должен пройти каждый из них, чтобы оба сделали по целому числу шагов?
- 179.° С одного места в одном направлении одновременно стартовали по велотреку два велосипедиста. Один из них

делает круг по велотреку за 1 мин, а другой — за 45 с. Через какое наименьшее количество минут после начала движения они оба одновременно окажутся в месте старта? Сколько кругов по велотреку при этом сделает каждый из них?

180.* Дима и Павлик одновременно отправились в поход из одного пункта в одном направлении, однако Павлик делал остановку для отдыха через каждые 2400 м, а Дима — через каждые 2800 м. На каком наименьшем расстоянии от начала похода места их остановок совпадут?

181.* В ящике было меньше 80 мандаринов. Известно, что их можно разделить поровну между двумя или тремя, или пятью детьми, но нельзя разделить поровну между четырьмя детьми. Сколько мандаринов было в ящике?

182.* Саша ходит в бассейн один раз в 3 дня, Коля — в 4 дня, Петя — в 5 дней. Мальчики встретились в бассейне во вторник. Через сколько дней и в какой день недели они встретятся в следующий раз?

183.* Готовя подарки к Новому году, члены родительского комитета шестого класса увидели, что имеющиеся конфеты можно разложить поровну по 15 или по 20 штук в один подарок. Сколько было конфет, если известно, что их было больше 600 и меньше 700?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

184. Если к некоторому числу прибавить 2, то полученное число будет кратно 5. Чему равен остаток от деления первого числа на 5?



185. Человек в течение суток моргает в среднем 11,52 тысячи раз, если считать, что он спит 8 ч в сутки. Сколько раз в среднем человек моргает в течение минуты?

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

186. В коробке лежит 14 шариков, из которых 5 — синего цвета. Какую часть всех шариков составляют синие?

187. В коробке лежит 14 шариков, из которых $\frac{3}{7}$ составляют шарики красного цвета. Сколько красных шариков в коробке?

188. В коробке лежат шарики, 6 из которых белого цвета. Сколько всего шариков в коробке, если белые составляют $\frac{3}{7}$ всех шариков?
189. Найдите градусную меру угла, составляющего:
- 1) $\frac{1}{3}$ прямого угла;
 - 2) $\frac{1}{4}$ развернутого угла;
 - 3) $\frac{5}{9}$ прямого угла;
 - 4) $\frac{7}{12}$ развернутого угла.
190. Укажите, какие из дробей $\frac{12}{17}$, $\frac{12}{7}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{15}{13}$, $\frac{374}{10}$, $\frac{53}{8}$, $\frac{53}{54}$, $\frac{72}{71}$.
- 1) правильные; 2) неправильные. Неправильные дроби преобразуйте в смешанные числа.
191. Начертите координатный луч, взяв за единичный отрезок 6 клеточек тетради. Отметьте на луче точки, соответствующие числам: $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{11}{6}$, $\frac{12}{6}$, $\frac{13}{6}$.

Повтори содержание пунктов 3, 5 на с. 279, 280.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

192. На чудо-дереве садовник вырастил 85 бананов и 70 апельсинов. Каждый день он срывает два плода, и сразу на дереве вырастает один новый. Если садовник срывает два одинаковых фрукта, то вырастает апельсин, а если два разных — то банан. Каким окажется последний фрукт на этом дереве?





7. ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ

К Пете в гости должны были прийти два друга. Для них мама испекла пирог и разделила его на три равные части (рис. 2), полагая, что каждый мальчик съест $\frac{1}{3}$ пирога. Но им показалось, что порции слишком большие, и они разделили каждую порцию на две равные части (рис. 3).

Однако пирог был таким вкусным, что мальчики в конце концов съели по два кусочка. Таким образом, каждый из них съел $\frac{2}{6}$ пирога.

Оказывается, что $\frac{1}{3}$ пирога равно $\frac{2}{6}$ пирога, то есть дроби $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{6}$ выражают одну и ту же величину. Поэтому эти дроби называют равными и записывают $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Если бы мальчики разделили свои порции на три равные части, то каждый съел бы $\frac{3}{9}$ пирога (рис. 4). О дробях $\frac{1}{3}$ и $\frac{3}{9}$ также можно сказать, что они равные: $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$.

Теперь понятно, что деление порции пирога на четыре,

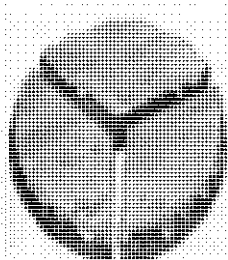


Рис. 2

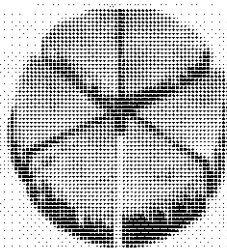


Рис. 3

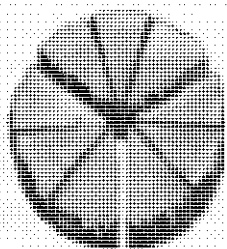


Рис. 4

пять, шесть и т. д. равных частей приводит к равенствам

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}, \frac{1}{3} = \frac{5}{15}, \frac{1}{3} = \frac{6}{18} \text{ и т. д.}$$

Таким образом, $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{6}{18} = \dots$

Эту цепочку равенств можно записать иначе:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{1 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \dots$$

Записанные равенства показывают, что, умножив числитель и знаменатель дроби $\frac{1}{3}$ на одно и то же натуральное число, мы получим дробь, равную $\frac{1}{3}$.

Сделаем вывод: *если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь.*

В буквенном виде имеем:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

Если последнее равенство записать так:

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b},$$

то можно прийти еще к одному выводу: *если числитель и знаменатель дроби разделить на их общий делитель, то получится равная ей дробь.*

Эти два выделенных утверждения выражают основное свойство дроби.

Пример. Пользуясь основным свойством дроби, найдите значение a , при котором верно равенство $\frac{a}{8} = \frac{3}{4}$.

Умножим на 2 числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{4}$. Тогда имеем $\frac{a}{8} = \frac{6}{8}$, отсюда $a = 6$.

? Сформулируйте основное свойство дроби.

193.° Начертите координатный луч, взяв за единичный отрезок 20 клеточек тетради. Отметьте на луче точки, со-

ответствующие числам: $\frac{1}{20}, \frac{3}{20}, \frac{4}{20}, \frac{5}{20}, \frac{6}{20}, \frac{8}{20}, \frac{10}{20}, \frac{12}{20}$,

$\frac{13}{20}, \frac{15}{20}, \frac{18}{20}, \frac{19}{20}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{6}{10}, \frac{9}{10}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$.

Какие из этих чисел изображаются на луче одной и той же точкой? Запишите соответствующие равенства.

194.° Начертите координатный луч, взяв за единичный отрезок 18 клеточек тетради. Отметьте на луче точки,

соответствующие числам: $\frac{1}{18}, \frac{2}{18}, \frac{3}{18}, \frac{4}{18}, \frac{6}{18}, \frac{7}{18}, \frac{9}{18}, \frac{10}{18},$
 $\frac{12}{18}, \frac{13}{18}, \frac{16}{18}, \frac{18}{18}, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{5}{9}, \frac{8}{9}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 1.$

Какие из этих чисел изображаются на луче одной и той же точкой? Запишите соответствующие равенства.

195.° Умножьте на 4 числитель и знаменатель каждой из дробей $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{4}{7}, \frac{10}{19}.$ Запишите соответствующие равенства.

196.° Разделите на 3 числитель и знаменатель каждой из дробей $\frac{3}{9}, \frac{12}{33}, \frac{36}{45}, \frac{15}{36}, \frac{99}{240}.$ Запишите соответствующие равенства.

197.° Укажите пропущенное значение числителя или знаменателя, при котором данная запись будет верной:

$$1) \frac{1}{3} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{18} = \frac{7}{\quad}; \quad 4) \frac{13}{7} = \frac{26}{\quad} = \frac{\quad}{70} = \frac{104}{\quad};$$

$$2) \frac{2}{5} = \frac{6}{\quad} = \frac{\quad}{25} = \frac{28}{\quad}; \quad 5) \frac{80}{120} = \frac{\quad}{12} = \frac{\quad}{3} = \frac{10}{\quad};$$

$$3) \frac{6}{11} = \frac{\quad}{22} = \frac{30}{\quad} = \frac{36}{\quad}; \quad 6) \frac{30}{48} = \frac{\quad}{8} = \frac{10}{\quad} = \frac{15}{\quad}.$$

198.° Объясните, почему верно равенство:

$$1) \frac{1}{6} = \frac{7}{42}; \quad 2) \frac{100}{240} = \frac{5}{12}; \quad 3) \frac{3}{4} = \frac{33}{44}; \quad 4) \frac{6}{54} = \frac{1}{9}.$$

199.° Напишите три дроби, равные:

$$1) \frac{1}{7}; \quad 2) \frac{2}{5}; \quad 3) \frac{7}{11}; \quad 4) \frac{3}{12}.$$

200.° Какое из данных равенств неверно:

$$1) \frac{3}{8} = \frac{9}{24}; \quad 2) \frac{4}{5} = \frac{16}{25}; \quad 3) \frac{72}{90} = \frac{8}{9}; \quad 4) \frac{42}{49} = \frac{67}{7}.$$

201.° Каждую из данных дробей замените равной ей дробью, знаменатель которой равен 42:

$$1) \frac{1}{6}; \quad 2) \frac{3}{7}; \quad 3) \frac{5}{14}; \quad 4) \frac{2}{3}; \quad 5) \frac{16}{21}; \quad 6) \frac{1}{2}.$$

202.* Каждую из данных дробей замените равной ей дробью, знаменатель которой равен 72:

- 1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{5}{4}$; 3) $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{8}{9}$; 5) $\frac{17}{36}$; 6) $\frac{11}{8}$.

203.* Запишите:

- 1) число 3 в виде дроби, знаменатель которой равен 6;
2) число 13 в виде дроби, знаменатель которой равен 5;
3) число 1 в виде дроби, знаменатель которой равен 29.

204.* Запишите:

- 1) число 5 в виде дроби, знаменатель которой равен 8;
2) число 10 в виде дроби, знаменатель которой равен 14;
3) число 16 в виде дроби, знаменатель которой равен 16.

205.* Пользуясь основным свойством дроби, найдите значение a , при котором верно равенство:

- 1) $\frac{a}{6} = \frac{9}{54}$; 2) $\frac{7}{a} = \frac{49}{28}$; 3) $\frac{27}{45} = \frac{3}{a}$; 4) $\frac{a}{32} = \frac{5}{8}$.

206.* Пользуясь основным свойством дроби, найдите значение a , при котором верно равенство:

- 1) $\frac{a}{5} = \frac{6}{15}$; 2) $\frac{1}{12} = \frac{4}{a}$; 3) $\frac{56}{70} = \frac{8}{a}$; 4) $\frac{a}{60} = \frac{6}{5}$.

207.* Решите уравнение:

- 1) $\frac{x+3}{65} = \frac{4}{13}$; 2) $\frac{7}{x+4} = \frac{21}{60}$; 3) $\frac{5x-8}{5} = \frac{18}{45}$.

208.* Решите уравнение:

- 1) $\frac{x-2}{36} = \frac{5}{12}$; 2) $\frac{x-5}{23} = \frac{36}{92}$; 3) $\frac{4}{3x-11} = \frac{36}{63}$.

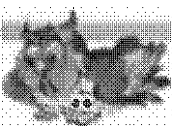
УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

209. Леденец стоит 16 коп., а у Васи есть 20 монет по 10 коп. Какое наибольшее количество леденцов может купить Вася, чтобы продавцу не нужно было давать ему сдачу?
210. Число делится нацело на 2, на 5 и на 9. Каким еще числам кратно это число?
211. В среднем сердце человека делает 75 ударов в минуту. Сколько ударов делает сердце в течение суток? Сколько литров крови оно перекачивает за 1 мин, если в среднем сердце перекачивает за сутки 8640 л крови?



212. Начертите острый угол ABC . Проведите луч BD так, чтобы угол ABD был прямым, а угол CBD : 1) тупым; 2) острым.
213. От пристани отошел теплоход со скоростью 18 км/ч. Через 3 ч от этой пристани в том же направлении отошел второй теплоход, который догнал первый через 9 ч после своего выхода. Найдите скорость второго теплохода.
214. Из Ривне в Кривой Рог со скоростью 60 км/ч выехал автомобиль. Через 3 ч из Кривого Рога навстречу ему выехал второй автомобиль. Они встретились через 7 ч после начала движения первого автомобиля. Найдите скорость второго автомобиля, если расстояние между Ривне и Кривым Рогом равно 700 км.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ



215. На поле размером 10×10 клеточек для игры в «морской бой» поставили корабль прямоугольной формы размером 1×3 клеточки. Можно ли, сделав 33 выстрела, наверняка в него попасть?

8. СОКРАЩЕНИЕ ДРОБЕЙ

Из предыдущего пункта ты знаешь, что, разделив числитель и знаменатель дроби $\frac{2}{6}$ на 2, получим равную ей дробь, то есть $\frac{2}{6} = \frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$. В таких случаях говорят, что дробь $\frac{2}{6}$ сократили на 2.

Например, равенство $\frac{35}{14} = \frac{5}{2}$ означает, что дробь $\frac{35}{14}$ сократили на 7.

Деление числителя и знаменателя дроби на их общий делитель, отличный от 1, называют сокращением дроби.

Дробь $\frac{12}{25}$ сократить нельзя, поскольку ее числитель и знаменатель не имеют общих делителей, отличных от 1, то есть являются взаимно простыми числами. В таких случаях говорят, что $\frac{12}{25}$ — несократимая дробь.

Дробь, числитель и знаменатель которой — взаимно простые числа, называют несократимой.

Если дробь $\frac{60}{90}$ сократить на 2, то получим дробь $\frac{30}{45}$, то есть $\frac{60}{90} = \frac{30}{45}$. В свою очередь, дробь $\frac{30}{45}$ можно сократить на 3. Имеем: $\frac{30}{45} = \frac{10}{15}$. Далее, сократив дробь $\frac{10}{15}$ на 5, получим дробь $\frac{2}{3}$, которая уже является несократимой.

Однако если дробь $\frac{60}{90}$ сократить на $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$, то несократимую дробь $\frac{2}{3}$ получим сразу: $\frac{60}{90} = \frac{2}{3}$.

Нам удалось так быстро получить несократимую дробь, поскольку $30 = \text{НОД}(60; 90)$.

Вообще, если сократить дробь на наибольший общий делитель числителя и знаменателя, то получится несократимая дробь.

Пример. Сократите: 1) $\frac{14 \cdot 9}{15 \cdot 7}$; 2) $\frac{19 \cdot 11 + 19 \cdot 5}{38 \cdot 20 - 38 \cdot 8}$.

1) Имеем: $\frac{14 \cdot 9}{15 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 1} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$.

2) Воспользовавшись распределительным свойством умножения, получим:

$$\frac{19 \cdot 11 + 19 \cdot 5}{38 \cdot 20 - 38 \cdot 8} = \frac{19 \cdot (11 + 5)}{38 \cdot (20 - 8)} = \frac{19 \cdot 16}{38 \cdot 12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

- ?** 1. Что называют сокращением дроби?
2. Какую дробь называют несократимой?
3. На какое число надо сократить дробь, чтобы получилась несократимая дробь?

216.° Сократите дробь:

1) $\frac{5}{15}$; 3) $\frac{14}{35}$; 5) $\frac{10}{60}$; 7) $\frac{56}{72}$; 9) $\frac{120}{180}$;
2) $\frac{6}{20}$; 4) $\frac{21}{39}$; 6) $\frac{28}{84}$; 8) $\frac{20}{25}$; 10) $\frac{207}{243}$.

217.° Сократите дробь:

1) $\frac{3}{12}$; 3) $\frac{6}{54}$; 5) $\frac{26}{65}$; 7) $\frac{36}{48}$; 9) $\frac{480}{720}$;
2) $\frac{4}{12}$; 4) $\frac{25}{70}$; 6) $\frac{12}{60}$; 8) $\frac{35}{105}$; 10) $\frac{201}{306}$.

- 218.° Какие из дробей $\frac{11}{12}$, $\frac{7}{42}$, $\frac{9}{111}$, $\frac{5}{42}$, $\frac{12}{68}$, $\frac{13}{36}$ несократимые?
- 219.° Найдите среди дробей $\frac{15}{25}$, $\frac{24}{99}$, $\frac{28}{45}$, $\frac{26}{51}$, $\frac{16}{42}$, $\frac{22}{69}$ несократимые.
- 220.° Запишите десятичные дроби в виде обыкновенных дробей и результат, если возможно, сократите:
 1) 0,4; 3) 0,12; 5) 0,16; 7) 0,128; 9) 0,2348;
 2) 0,5; 4) 0,84; 6) 0,59; 8) 0,96; 10) 0,975.
- 221.° Найдите среди данных дробей равные между собой:
 1) $\frac{44}{56}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{11}{14}$, $\frac{16}{32}$;
 2) $\frac{5}{4}$, $\frac{81}{99}$, $\frac{27}{33}$, $\frac{20}{16}$, $\frac{35}{28}$.
- Запишите соответствующие равенства.
- 222.° Найдите среди дробей $\frac{24}{27}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{6}{60}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{40}{45}$ равные между собой и запишите соответствующие равенства.
- 223.° Какую часть часа составляют:
 1) 4 мин; 2) 10 мин; 3) 36 мин; 4) 54 мин; 5) 72 мин?
- 224.° Какую часть суток составляют:
 1) 3 ч; 2) 8 ч; 3) 12 ч; 4) 16 ч; 5) 21 ч?
- 225.° Какую часть развернутого угла составляет угол, градусная мера которого равна:
 1) 4° ; 2) 12° ; 3) 27° ; 4) 126° ; 5) 153° ?
- 226.° Какую часть прямого угла составляет угол, градусная мера которого равна:
 1) 2° ; 2) 15° ; 3) 36° ; 4) 75° ; 5) 54° ?
- 227.° Выполните действия и сократите результат:
 1) $\frac{7}{12} + \frac{3}{12}$; 2) $\frac{32}{39} - \frac{6}{39}$; 3) $4\frac{17}{45} + 3\frac{13}{45}$; 4) $9\frac{59}{63} - 5\frac{24}{63}$.
- 228.° Выполните действия и сократите результат:
 1) $\frac{16}{63} + \frac{12}{63}$; 2) $\frac{53}{85} - \frac{19}{85}$; 3) $8\frac{34}{81} + 2\frac{38}{81}$; 4) $3\frac{49}{56} - 3\frac{17}{56}$.
- 229.° Запишите все правильные несократимые дроби со знаменателем 18.
- 230.° Запишите все неправильные несократимые дроби с числителем 20.

231.* Сократите:

- 1) $\frac{4 \cdot 5}{25 \cdot 6}$; 4) $\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 7}$; 7) $\frac{9 \cdot 13 + 9 \cdot 2}{54 \cdot 13}$;
 2) $\frac{8 \cdot 13}{39 \cdot 2}$; 5) $\frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12}$; 8) $\frac{27 \cdot 15 - 7 \cdot 27}{9 \cdot 15 - 9 \cdot 11}$;
 3) $\frac{3 \cdot 38}{19 \cdot 27}$; 6) $\frac{3 \cdot 16 - 8 \cdot 3}{27}$; 9) $\frac{24 \cdot 2 + 6 \cdot 24}{60 \cdot 7 - 5 \cdot 60}$.

232.* Сократите:

- 1) $\frac{12 \cdot 21}{35 \cdot 15}$; 3) $\frac{25 \cdot 17 \cdot 44}{51 \cdot 8 \cdot 75}$; 5) $\frac{17 \cdot 48}{17 \cdot 16 - 9 \cdot 16}$;
 2) $\frac{72 \cdot 11}{33 \cdot 30}$; 4) $\frac{8 \cdot 3 + 8 \cdot 23}{3 \cdot 16}$; 6) $\frac{14 \cdot 5 - 14 \cdot 3}{21 \cdot 9 + 21 \cdot 3}$.

233.* Сократите (буквами обозначены натуральные числа):

- 1) $\frac{6a}{18a}$; 2) $\frac{32b}{60}$; 3) $\frac{96c}{72c}$; 4) $\frac{45}{9a}$; 5) $\frac{39mn}{91mn}$; 6) $\frac{95ab}{38bc}$.

234.* Дробь $\frac{x}{6}$ сократили на 2 и получили дробь $\frac{2}{y}$. Найдите значения x и y (буквами обозначены натуральные числа).

235.* После сокращения дроби $\frac{21}{a}$ на 3 получили дробь $\frac{b}{4}$. Найдите значения a и b (буквами обозначены натуральные числа).

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

236. Запишите, используя каждую цифру от 0 до 9 только один раз:

- 1) наименьшее число, кратное 2;
 2) наибольшее число, кратное 18.

237. Один поезд проехал 324 км, а другой — 108 км. Какое время затратил каждый поезд, если второй был в дороге на 4 ч меньше, чем первый, и поезда двигались с одинаковой скоростью?

238. К какому числу надо прибавить 5,7, чтобы произведение полученной суммы и числа 3,6 равнялось 120,6?

239. Из какого числа надо вычесть 3,8, чтобы произведение полученной разности и числа 5,5 равнялось 34,1?

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

240. Расположите в порядке возрастания дроби: $\frac{9}{19}$, $\frac{1}{19}$, $\frac{16}{19}$, $\frac{5}{19}$, $\frac{14}{19}$, $\frac{10}{19}$.



241. Сравните:

- 1) $\frac{10}{21}$ и $\frac{8}{21}$; 3) $\frac{4}{7}$ и 1; 5) 1 и $\frac{11}{15}$; 7) 2 и $\frac{5}{3}$;
2) $\frac{8}{19}$ и $\frac{8}{9}$; 4) $\frac{7}{4}$ и 1; 6) $\frac{11}{15}$ и $\frac{15}{11}$; 8) 2 и $\frac{7}{3}$.

Простори содержание пункта 4 на с. 280.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

242. Из старинной книги выпала часть страниц, идущих подряд. Первая выпавшая страница имеет номер 251, а номер последней записан теми же цифрами в другом порядке. Какой номер последней выпавшей страницы?

9. ПРИВЕДЕНИЕ ДРОБЕЙ К ОБЩЕМУ ЗНАМЕНАТЕЛЮ. СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ

В пятом классе ты научился сравнивать дроби с равными знаменателями. А как сравнивать дроби с разными знаменателями?

Если бы научиться заменять такие дроби на равные им, но с одинаковыми знаменателями, то сравнение дробей намного бы упростилось.

Дроби $\frac{12}{19}$ и $\frac{15}{19}$ имеют равные знаменатели. В таком случае говорят, что они имеют общий знаменатель 19.

Дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$ имеют разные знаменатели. Однако с помощью основного свойства дроби их можно привести к общему знаменателю. Имеем:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}, \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}.$$

Дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$ мы привели к общему знаменателю 12. Для этого числитель и знаменатель первой дроби умножили на число 3, которое называют **дополнительным множителем**. Числитель и знаменатель второй дроби умножили на дополнительный множитель 2.

Эти дроби можно привести и к другим общим знаменателям:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{18}{24} \quad (\text{дополнительный множитель } 6);$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24} \text{ (дополнительный множитель 4).}$$

Дроби приведены к общему знаменателю 24.

$$\text{Далее } \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{27}{36}, \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 6} = \frac{30}{36}.$$

Здесь общим знаменателем является число 36.

Отметим, что найденные общие знаменатели 12, 24, 36 являются общими кратными чисел 4 и 6 — знаменателей дробей $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$.

Следовательно, **общий знаменатель двух дробей — это общее кратное их знаменателей.**

При приведении дробей к общему знаменателю удобнее приводить их к наименьшему общему знаменателю, равному наименьшему общему кратному знаменателей этих дробей.

Чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю, надо:

- 1) найти наименьший общий знаменатель данных дробей;
- 2) найти дополнительные множители для каждой из дробей, разделив общий знаменатель на знаменатели данных дробей;
- 3) умножить числитель и знаменатель каждой дроби на ее дополнительный множитель.

Сравним дроби $\frac{7}{8}$ и $\frac{11}{12}$. Для этого приведем их к наименьшему общему знаменателю, равному 24. Умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{7}{8}$ на дополнительный множитель 3, а дроби $\frac{11}{12}$ — на дополнительный множитель 2. Дополнительные множители обычно пишут над числителем справа или слева от него (рис. 5).

$$\frac{7}{8} \overset{3}{=} \frac{21}{24}, \quad \frac{11}{12} \overset{2}{=} \frac{22}{24}.$$

Рис. 5

Поскольку $\frac{21}{24} < \frac{22}{24}$, то $\frac{7}{8} < \frac{11}{12}$.

Чтобы сравнить две дроби с разными знаменателями, надо привести их к общему знаменателю, а затем применить правило сравнения дробей с равными знаменателями.

Пример. Укажите три числа, каждое из которых больше $\frac{1}{7}$, но меньше $\frac{1}{5}$. Можно ли найти 100 таких чисел?

Приведем данные дроби к наименьшему общему знаменателю: $\frac{1}{7} = \frac{5}{35}$, $\frac{1}{5} = \frac{7}{35}$. Поскольку $\frac{5}{35} < \frac{6}{35} < \frac{7}{35}$, то $\frac{6}{35}$ — одно из искомых чисел. Приведем данные дроби к следующему общему знаменателю: $\frac{1}{7} = \frac{10}{70}$, $\frac{1}{5} = \frac{14}{70}$. Теперь можно найти еще два искомых числа: $\frac{11}{70}$ и $\frac{13}{70}$ (число $\frac{12}{70} = \frac{6}{35}$ уже найдено).

Если приведем данные дроби к знаменателям 105, 140, 175, 210 и т. д., то сможем найти любое количество чисел, каждое из которых больше $\frac{1}{7}$, но меньше $\frac{1}{5}$.

- ?
1. О каких двух дробях говорят, что они имеют общий знаменатель?
 2. Что является общим знаменателем двух дробей?
 3. Как привести дроби к наименьшему общему знаменателю?
 4. Как сравнить две дроби с разными знаменателями?

243.° Приведите дроби:

- 1) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{9}{10}$ к знаменателю 20;
- 2) $\frac{3}{4}, \frac{1}{6}, \frac{7}{18}, \frac{8}{9}$ к знаменателю 36;
- 3) $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{8}, \frac{5}{32}$ к знаменателю 64;
- 4) $\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{7}{25}, \frac{63}{50}$ к знаменателю 100.

244.° Среди следующих дробей найдите те, которые можно привести к знаменателю 48: $\frac{5}{6}, \frac{5}{8}, \frac{3}{10}, \frac{7}{16}, \frac{9}{24}, \frac{11}{18}, \frac{8}{28}, \frac{10}{12}, \frac{10}{3}, \frac{5}{4}, \frac{13}{36}, \frac{1}{14}$. Найденные дроби приведите к указанному знаменателю.

243.* Приведите дробь:

- 1) $\frac{7}{9}$ к знаменателю 27; 4) $\frac{12}{17}$ к знаменателю 102;
2) $\frac{3}{5}$ к знаменателю 40; 5) $\frac{4}{23}$ к знаменателю 69;
3) $\frac{4}{13}$ к знаменателю 78; 6) $\frac{5}{24}$ к знаменателю 144.

246.* Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

- 1) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{3}{8}$ и $\frac{4}{15}$; 7) $\frac{1}{12}$ и $\frac{1}{18}$;
2) $\frac{4}{9}$ и $\frac{7}{12}$; 5) $\frac{1}{21}$ и $\frac{3}{5}$; 8) $\frac{1}{24}$ и $\frac{1}{18}$;
3) $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{18}$; 6) $\frac{2}{15}$ и $\frac{11}{12}$; 9) $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{8}$ и $\frac{3}{4}$.

247.* Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

- 1) $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{12}$; 4) $\frac{4}{13}$ и $\frac{3}{4}$; 7) $\frac{1}{20}$ и $\frac{1}{30}$;
2) $\frac{2}{15}$ и $\frac{3}{10}$; 5) $\frac{1}{9}$ и $\frac{1}{7}$; 8) $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$;
3) $\frac{10}{17}$ и $\frac{13}{34}$; 6) $\frac{9}{14}$ и $\frac{2}{21}$; 9) $\frac{3}{28}$, $\frac{9}{14}$ и $\frac{7}{8}$.

248.* Сравните дроби:

- 1) $\frac{5}{7}$ и $\frac{7}{9}$; 4) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{4}$; 7) $\frac{8}{25}$ и $\frac{7}{20}$;
2) $\frac{11}{20}$ и $\frac{17}{30}$; 5) $\frac{8}{38}$ и $\frac{4}{19}$; 8) $\frac{5}{12}$ и $\frac{4}{9}$;
3) $\frac{2}{9}$ и $\frac{1}{6}$; 6) $\frac{7}{9}$ и $\frac{8}{11}$; 9) $\frac{3}{14}$ и $\frac{5}{21}$.

249.* Сравните дроби:

- 1) $\frac{5}{16}$ и $\frac{7}{16}$; 4) $\frac{5}{8}$ и $\frac{7}{10}$; 7) $\frac{7}{12}$ и $\frac{11}{18}$;
2) $\frac{7}{13}$ и $\frac{7}{16}$; 5) $\frac{3}{7}$ и $\frac{9}{21}$; 8) $\frac{10}{21}$ и $\frac{9}{14}$;
3) $\frac{3}{8}$ и $\frac{1}{6}$; 6) $\frac{3}{5}$ и $\frac{5}{8}$; 9) $\frac{13}{15}$ и $\frac{9}{10}$.

250.* Найдите дробь, большую $\frac{1}{2}$ и имеющую знаменатель:

- 1) 6; 2) 10; 3) 22.

251.* Найдите дробь, большую $\frac{1}{6}$ и имеющую знаменатель:

- 1) 12; 2) 30; 3) 66.

252.* Расположите в порядке возрастания числа:

1) $\frac{7}{12}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6};$

2) $\frac{3}{4}, \frac{8}{15}, \frac{5}{12}, \frac{9}{20};$

253.* Расположите в порядке убывания числа:

1) $\frac{4}{9}, \frac{1}{4}, \frac{7}{12}, \frac{13}{18};$

2) $\frac{28}{45}, \frac{5}{9}, \frac{7}{10}, \frac{13}{18}, \frac{8}{15};$

254.* Лакомка съедает 7 пирожных за 12 мин, а Сладкоежка — 13 пирожных за 20 мин. У кого аппетит больше — у Лакомки или у Сладкоежки?

255.* Головку сыра массой 9 кг разделили на 16 равных кусков, а головку массой 13 кг — на 20 равных кусков. Кусок какой головки сыра, первой или второй, вы посоветуете съесть Мише, который очень его любит?

256.* Расстояние между двумя городами легковая машина преодолевает за 4 ч, а грузовая — за 7 ч. Какая машина проедет большее расстояние: легковая за 3 ч или грузовая за 5 ч?

257.* Теплоход проходит расстояние между двумя пристанями за 9 ч, а катер — за 6 ч. Сравните расстояния: пройденное теплоходом за 7 ч и пройденное катером за 5 ч.

258.* Какие из дробей $\frac{3}{7}, \frac{11}{28}, \frac{1}{2}, \frac{13}{42}, \frac{23}{70}$ больше дроби $\frac{5}{14}$?

259.* Какие из дробей $\frac{43}{112}, \frac{9}{28}, \frac{3}{14}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}$ меньше дроби $\frac{19}{56}$?

260.* Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:

1) $\frac{8}{19} < \frac{x}{19} < 1;$

2) $\frac{1}{3} < \frac{x}{18} < \frac{5}{6}.$

261.* Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:

1) $\frac{12}{23} < \frac{x}{23} < 1;$

2) $\frac{4}{9} < \frac{x}{36} < \frac{11}{12}.$

262.* Какой из дробей $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{5}{6}, \frac{9}{16}, \frac{7}{24}, \frac{11}{24}$ может равняться x , чтобы было верно неравенство $\frac{11}{48} < x < \frac{29}{48}$?

263.* Какой из дробей $\frac{3}{7}, \frac{6}{7}, \frac{9}{14}, \frac{5}{8}, \frac{15}{28}, \frac{11}{24}$ может равняться x , чтобы было верно неравенство $\frac{19}{56} < x < \frac{37}{56}$?

264.* Найдите все дроби со знаменателем 48, которые больше $\frac{1}{4}$, но меньше $\frac{1}{3}$.

265.* Укажите два числа, каждое из которых:

1) больше $\frac{1}{5}$, но меньше $\frac{1}{4}$;

2) больше $\frac{1}{7}$, но меньше $\frac{1}{6}$;

3) больше $\frac{1}{10}$, но меньше $\frac{1}{9}$;

4) больше $\frac{3}{7}$, но меньше $\frac{4}{7}$.

266.* Укажите три числа, каждое из которых:

1) больше $\frac{1}{3}$, но меньше $\frac{1}{2}$;

2) больше $\frac{3}{5}$, но меньше $\frac{4}{5}$;

3) больше $\frac{98}{99}$, но меньше 1.

267.* Сравните дроби $\frac{171}{181}$ и $\frac{171 \cdot 171}{181 \cdot 181}$.

268.* Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:

1) $\frac{x}{17} < \frac{8}{51}$; 2) $\frac{x}{65} < \frac{1}{13}$; 3) $\frac{x}{5} < \frac{3}{15}$; 4) $\frac{1}{16} < \frac{x}{8}$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

269. Дробь сначала сократили на 2, затем на 3, потом на 7. На какое число можно было сократить эту дробь сразу?



270. Запишите все правильные дроби со знаменателем 12. Сократите те из них, которые не являются несократимыми.

271. Сумма двух чисел равна 374. Последней цифрой одного из этих чисел является нуль. Если его отбросить, то получим второе число. Найдите эти числа.

272. Масса дыни составляет 4,5 кг, а масса арбуза в 1,4 раза больше массы дыни. На сколько килограммов масса дыни меньше массы арбуза?

273. Вычислите:

1) $\frac{5}{11} + \frac{3}{11}$;

3) $6 + \frac{5}{13}$;

5) $4\frac{11}{18} - 1\frac{5}{18}$;

2) $\frac{7}{15} - \frac{4}{15}$;

4) $2\frac{4}{13} + 5\frac{2}{13}$;

6) $7\frac{2}{9} - 2\frac{5}{9}$.

274. Решите уравнение:

1) $\frac{5}{16} + x = \frac{11}{16}$;

3) $\left(\frac{17}{28} - x\right) - \frac{11}{28} = \frac{3}{28}$;

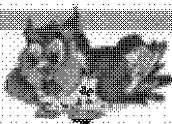
2) $x - \frac{4}{25} = \frac{13}{25}$;

4) $\frac{18}{35} - \left(\frac{6}{35} + x\right) = \frac{7}{35}$.

Повтори содержание пунктов 11, 12, 13, 14, 26 на с. 282, 288, 287.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

275. Из чашки с молоком одну ложку молока переливают в чашку с кофе и тщательно размешивают. После этого одну ложку смеси переливают в чашку с молоком. Чего теперь больше: кофе в чашке с молоком или молока в чашке с кофе?



10. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ

В пятом классе ты мог складывать и вычитать дроби только с равными знаменателями:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}, \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

Теперь разные знаменатели для тебя уже не препятствие.

Чтобы сложить (или вычесть) две дроби с разными знаменателями, надо привести их к общему знаменателю, а затем применить правило сложения (или вычитания) дробей с равными знаменателями.

Например, найдем сумму $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$. Наименьший общий знаменатель слагаемых равен 24. Имеем:

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \frac{9}{24} + \frac{4}{24} = \frac{9+4}{24} = \frac{13}{24}.$$

Найдем разность $\frac{7}{16} - \frac{5}{12}$. Наименьший общий знаменатель этих дробей равен 48. Тогда:

$$\frac{7^3}{16} - \frac{5^4}{12} = \frac{21}{48} - \frac{20}{48} = \frac{21-20}{48} = \frac{1}{48}.$$

Для дробей, как и для натуральных чисел, выполняются свойства сложения:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \quad \text{— переместительное свойство,}$$

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) + \frac{p}{q} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{p}{q} \right) \quad \text{— сочетательное свойство}$$

Пример 1. Выполните действия:

$$1) 4\frac{5}{12} + 2\frac{3}{4}; \quad 2) 1 - \frac{9}{16}; \quad 3) 6 - 3\frac{7}{11}; \quad 4) 5\frac{1}{6} - 2\frac{4}{9}.$$

1) Имеем:

$$4\frac{5}{12} + 2\frac{3}{4} = 4\frac{5}{12} + 2\frac{9}{12} = 6\frac{14}{12} = 6\frac{7}{6} = 7\frac{1}{6}.$$

Обратим внимание: если в результате сложения (или вычитания) дробей получается сократимая дробь, то надо выполнить сокращение.

2) Поскольку 1 можно рассматривать как дробь $\frac{16}{16}$, то:

$$1 - \frac{9}{16} = \frac{16}{16} - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}.$$

$$3) \text{ Имеем: } 6 - 3\frac{7}{11} = 5\frac{11}{11} - 3\frac{7}{11} = 2\frac{4}{11}.$$

4) В данном примере дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, и для того чтобы воспользоваться приведенным правилом, надо сначала «подготовить» уменьшаемое к вычитанию, а затем уже выполнить вычитание:

$$5\frac{1}{6} - 2\frac{4}{9} = 5\frac{3}{18} - 2\frac{8}{18} = 4\frac{21}{18} - 2\frac{8}{18} = 2\frac{13}{18}.$$

Пример 2. Один маляр может покрасить стену за 6 ч, а второй — за 8 ч. Какую часть стены они покрасят за 1 ч, работая вместе?

Первый маляр за 1 ч красит $\frac{1}{6}$ стены, а второй — $\frac{1}{8}$ стены.

Тогда вместе за 1 ч они покрасят $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{7}{24}$ (стены).

Ответ: $\frac{7}{24}$ стены.



1. Сформулируйте правило сложения (вычитания) дробей с разными знаменателями.
2. Какими свойствами обладает действие сложение дробей?

276.° Вычислите:

- | | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|--|
| 1) $\frac{3}{7} + \frac{4}{9}$; | 5) $\frac{17}{18} - \frac{11}{12}$; | 9) $\frac{7}{9} - \frac{4}{15}$; |
| 2) $\frac{8}{9} - \frac{7}{8}$; | 6) $\frac{7}{16} + \frac{1}{6}$; | 10) $\frac{9}{14} - \frac{3}{7} + \frac{15}{28}$; |
| 3) $\frac{13}{15} - \frac{2}{3}$; | 7) $\frac{2}{9} + \frac{5}{6}$; | 11) $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$; |
| 4) $\frac{20}{21} + \frac{3}{7}$; | 8) $\frac{10}{21} + \frac{9}{14}$; | 12) $\frac{13}{18} - \frac{29}{45} + \frac{8}{15}$. |

277.° Вычислите:

- | | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|---|
| 1) $\frac{1}{4} + \frac{3}{5}$; | 5) $\frac{14}{15} - \frac{7}{10}$; | 9) $\frac{11}{24} - \frac{3}{16}$; |
| 2) $\frac{9}{11} - \frac{2}{5}$; | 6) $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$; | 10) $\frac{9}{16} + \frac{7}{24} - \frac{3}{8}$; |
| 3) $\frac{13}{16} - \frac{9}{32}$; | 7) $\frac{9}{25} - \frac{7}{20}$; | 11) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{4}$; |
| 4) $\frac{3}{28} + \frac{5}{14}$; | 8) $\frac{37}{42} - \frac{17}{24}$; | 12) $\frac{2}{5} + \frac{4}{15} - \frac{5}{9}$. |

278.° Найдите значение выражения, предварительно сократив дроби:

- | | | |
|--------------------------------------|--|--|
| 1) $\frac{25}{80} + \frac{45}{60}$; | 3) $\frac{36}{300} + \frac{12}{40} - \frac{350}{1000}$; | 5) $\frac{42}{120} + \frac{20}{32} - \frac{28}{160}$; |
| 2) $\frac{20}{45} + \frac{26}{54}$; | 4) $\frac{14}{24} - \frac{39}{90} + \frac{15}{100}$; | 6) $\frac{45}{72} - \frac{33}{144} - \frac{20}{64}$. |

279.° В одном горшочке было $\frac{3}{10}$ л сметаны, а в другом — $\frac{4}{15}$ л. В каком горшочке было больше сметаны и на сколько?

280.° Окунев поймал рыбу длиной $\frac{8}{25}$ м, а Щукин — длиной $\frac{13}{40}$ м. Кто из них поймал рыбу длиннее и на сколько?

281.° Золушка $\frac{11}{20}$ ч убирала комнаты, что на $\frac{2}{15}$ ч больше времени, которое она затратила на мытье посуды. Сколько времени заняли у Золушки уборка и мытье посуды?

282.° На завтрак Винни-Пух съел $\frac{2}{9}$ горшочка меда, что на $\frac{2}{15}$ горшочка меньше, чем он съел на обед. Какую часть горшочка меда Винни-Пух съел на завтрак и на обед?

283.° Найдите значение суммы:

1) $4\frac{5}{9} + 7\frac{1}{6}$; 2) $6\frac{11}{12} + 8\frac{13}{18}$; 3) $2\frac{3}{16} + 1\frac{7}{24} + 3\frac{1}{12}$.

284.° Найдите значение суммы:

1) $5\frac{7}{8} + 6\frac{3}{10}$; 2) $6\frac{3}{8} + 2\frac{5}{9}$; 3) $1\frac{8}{21} + 4\frac{3}{14} + 2\frac{2}{7}$.

285.° Вычислите значение выражения:

1) $8\frac{9}{14} - 3\frac{3}{7}$; 3) $12\frac{11}{12} - 5\frac{13}{18}$;
2) $7\frac{5}{12} - 3\frac{7}{24}$; 4) $19\frac{7}{9} - 8\frac{2}{15}$.

286.° Вычислите:

1) $1 - \frac{17}{29}$; 2) $4 - \frac{7}{19}$; 3) $13 - 7\frac{3}{16}$; 4) $15 - 12\frac{16}{17}$.

287.° Вычислите:

1) $1 - \frac{13}{55}$; 2) $6 - \frac{9}{20}$; 3) $10 - 5\frac{12}{35}$; 4) $8 - 4\frac{5}{22}$.

288.° Выполните вычитание:

1) $3\frac{1}{12} - 1$; 2) $8\frac{7}{30} - 2\frac{9}{20}$; 3) $7\frac{10}{51} - 4\frac{21}{34}$; 4) $5\frac{1}{4} - 1\frac{3}{8}$.

289.° Выполните вычитание:

1) $4\frac{3}{16} - \frac{5}{8}$; 2) $6\frac{4}{9} - 3\frac{6}{7}$; 3) $10\frac{11}{24} - 8\frac{19}{36}$; 4) $9\frac{1}{6} - 5\frac{3}{4}$.

290.° Решите уравнение:

1) $x + 7\frac{4}{15} = 9\frac{7}{10}$; 2) $8\frac{9}{14} - x = 4\frac{3}{7}$; 3) $x - 3\frac{8}{9} = 5\frac{1}{12}$.

291.° Решите уравнение:

1) $6\frac{3}{11} + x = 10\frac{6}{7}$; 2) $9\frac{5}{36} - x = 2\frac{4}{9}$; 3) $x - 5\frac{17}{60} = 7\frac{9}{20}$.

292.° Преобразуйте десятичные дроби в обыкновенные и вычислите:

1) $0,8 - \frac{5}{7}$; 2) $0,36 + \frac{8}{15}$; 3) $7\frac{7}{8} - 3,18$; 4) $4,75 - 2\frac{3}{16}$.

293.° Преобразуйте десятичные дроби в обыкновенные и вычислите:

1) $0,5 + \frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{3} - 0,25$; 3) $0,125 + \frac{5}{12}$; 4) $3,25 - 2\frac{9}{14}$.

294.° Собственная скорость теплохода составляет $20\frac{2}{7}$ км/ч, а скорость течения реки — $2\frac{11}{14}$ км/ч. Найдите скорость теплохода по течению реки и его скорость против течения.

295.° Скорость катера по течению реки составляет $27\frac{1}{3}$ км/ч, а скорость течения — $1\frac{4}{9}$ км/ч. Определите собственную скорость катера и скорость катера против течения реки.

296.° Расшифруйте фамилию известного украинского математика, который жил на рубеже XIX и XX в. (номер примера соответствует месту, на котором стоит буква в слове):

1) $\frac{2}{9} + \frac{5}{6}$; 3) $6 - 1\frac{4}{9}$; 5) $1\frac{1}{7} + 2\frac{3}{28}$; 7) $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{2}{3}$.

2) $1 - \frac{5}{17}$; 4) $2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}$; 6) $5\frac{1}{6} - 4\frac{1}{4}$;

Ответ	$\frac{5}{6}$	$1\frac{1}{18}$	$4\frac{5}{9}$	$3\frac{1}{4}$	1	$\frac{11}{12}$	$\frac{12}{17}$
Буква	О	В	Р	Н	Й	О	О

Кстати, если ты станешь специалистом в области компьютерной графики, то обязательно познакомишься с работами этого ученого.

297.° Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

1) $\frac{3}{7} + \frac{14}{19} + \frac{4}{7} + \frac{5}{19}$;

4) $\frac{9}{40} + \frac{13}{50} + \frac{12}{50} + \frac{11}{40}$;

2) $\frac{7}{16} + \frac{11}{42} + \frac{9}{16} + \frac{17}{42}$;

5) $3\frac{5}{11} + 1\frac{3}{16} + 2\frac{5}{16} + 4\frac{6}{11}$;

3) $\frac{5}{18} + \frac{4}{81} + \frac{7}{18} + \frac{5}{81}$;

6) $1\frac{17}{24} + 3\frac{1}{36} + 5\frac{4}{24} + 2\frac{8}{36}$.

298.° Решите уравнение:

1) $(x + \frac{5}{12}) - \frac{9}{20} = \frac{11}{15}$;

4) $\frac{4}{5} - (x + \frac{1}{60}) = \frac{2}{3}$;

2) $(x - \frac{11}{30}) - \frac{16}{45} = \frac{2}{9}$;

5) $4\frac{3}{4} - (x - 2\frac{5}{8}) = 3\frac{5}{6}$;

3) $(x - \frac{7}{15}) + \frac{5}{8} = \frac{17}{24}$;

6) $9\frac{9}{28} - (4\frac{5}{21} - x) = 6\frac{2}{7}$.

299.* Решите уравнение:

1) $\left(x + \frac{4}{21}\right) - \frac{4}{15} = \frac{16}{35};$

2) $\left(x - \frac{8}{19}\right) - \frac{4}{57} = \frac{2}{3};$

3) $\left(x - \frac{8}{9}\right) + \frac{3}{8} = \frac{19}{36};$

4) $3\frac{1}{6} - \left(x + 1\frac{1}{12}\right) = \frac{1}{4};$

5) $6\frac{5}{27} - \left(x - 1\frac{2}{9}\right) = 3\frac{20}{81};$

6) $3\frac{5}{36} - \left(1\frac{4}{9} - x\right) = 1\frac{17}{18}.$

300.* Выполните действия:

1) $7\frac{7}{9} - 4\frac{1}{12} + 2\frac{3}{4};$

2) $17\frac{2}{3} - 6\frac{1}{36} + 4\frac{3}{8};$

3) $10\frac{9}{16} - \left(3\frac{11}{12} + 4\frac{4}{9}\right);$

4) $\left(20 - 7\frac{23}{36}\right) - \left(14\frac{4}{27} - 6\frac{1}{18}\right).$

301.* Выполните действия:

1) $5\frac{5}{9} + 3\frac{1}{6} - 6\frac{4}{27};$

2) $1\frac{5}{7} + 3\frac{11}{14} - 2\frac{1}{4};$

3) $12\frac{13}{48} - \left(9\frac{17}{32} - 4\frac{5}{24}\right);$

4) $\left(18 - 10\frac{18}{35}\right) - \left(3\frac{9}{28} + 2\frac{3}{20}\right).$

302.* В трех ящиках было $36\frac{9}{16}$ кг апельсинов. В первом и втором ящиках было $28\frac{7}{8}$ кг апельсинов, а в первом и третьем — $24\frac{3}{4}$ кг. Сколько килограммов апельсинов было в каждом ящике?

303.* На компьютере обрабатывали три задачи в течение 30 мин. На первую и вторую задачи было затрачено $24\frac{14}{15}$ мин, а на вторую и третью — $18\frac{19}{45}$ мин. Сколько времени было затрачено на обработку каждой задачи?

304.* Для приготовления $6\frac{1}{2}$ кг крема кулинар берет $3\frac{8}{15}$ кг молока, $\frac{7}{12}$ кг какао, а остальное составляет сахар. Сколько килограммов сахара берет кулинар для приготовления крема?

305.* Для изготовления 12 кг мороженого взяли $7\frac{4}{15}$ кг воды, $2\frac{11}{20}$ кг молочного жира, $1\frac{23}{30}$ кг сахара, а остальное составлял фруктовый сироп. Сколько килограммов сиропа взяли для изготовления мороженого?

306.* Длина одной из сторон треугольника равна $12\frac{3}{8}$ см, что на $4\frac{5}{24}$ см больше длины второй стороны и на $3\frac{2}{9}$ см меньше длины третьей. Вычислите периметр треугольника.

- 307.* Периметр треугольника равен 42 см, а длина одной из сторон — $10\frac{7}{15}$ см, что на $2\frac{5}{6}$ см меньше длины второй. Найдите длину третьей стороны треугольника.
- 308.* Филиппок потратил $\frac{1}{2}$ своих денег на приобретение книги «Занимательная математика», $\frac{1}{4}$ — на конфеты, $\frac{1}{12}$ — на жевательную резинку, а оставшиеся деньги — на чипсы. Какую часть своих денег Филиппок потратил на чипсы?
- 309.* Золотов, Серебров, Платинов и Бриллиантов нашли клад. Золотову досталось $\frac{1}{6}$ клада, Сереброву — $\frac{2}{9}$, Платинову — $\frac{5}{18}$, а остальное — Бриллиантову. Какую часть клада получил Бриллиантов?
- 310.* Ивасик-Телесик может вспахать поле за 6 ч, а Катигорошек — за 4 ч. Какую часть поля вспашут Ивасик-Телесик и Катигорошек, работая вместе, за 1 ч? за 2 ч?
- 311.* Один рабочий может покрасить забор за 15 ч, второй — за 12 ч, а третий — за 10 ч. Какую часть забора они покрасят вместе за 1 ч? за 2 ч? за 4 ч?
- 312.* 1) Миша может съесть арбуз за 12 мин, а Коля — за 16 мин. Какая часть арбуза останется через 1 мин, если мальчики начнут есть его одновременно?
2) Бассейн можно наполнить водой за 6 ч через одну трубу и опорожнить за 10 ч через другую. Бассейн был пуст, когда Остап Забудько открыл краны одновременно на двух трубах. Какая часть бассейна останется незаполненной водой через 1 ч после того, как открыли краны на двух трубах?
- 313.* Петр Ленивец может покрасить стену за 24 ч, а Иван Трудолюб — за 8 ч. Какая часть стены останется неокрашенной после 1 ч совместной работы Ленинцева и Трудолюба?
- 314.* Аленка и Маруся могут вместе перепечатать рукопись за 6 ч. Какую часть рукописи перепечатает Аленка за 1 ч, если Маруся может перепечатать всю рукопись за 9 ч?

315.* Через две трубы бассейн можно наполнить водой за 3 ч. Какую часть бассейна можно наполнить за 1 ч через одну из этих труб, если через вторую трубу его можно наполнить за 5 ч?

316.* Увеличится или уменьшится сумма и на сколько, если:

1) одно из слагаемых увеличить на $\frac{19}{30}$, а второе — на $\frac{14}{45}$;

2) одно из слагаемых увеличить на $2\frac{3}{8}$, а второе уменьшить на $1\frac{11}{12}$;

3) одно из слагаемых увеличить на $4\frac{6}{11}$, а второе уменьшить на $5\frac{5}{22}$;

4) одно из слагаемых уменьшить на $3\frac{7}{25}$, а второе — на $6\frac{11}{20}$?

317.* Увеличится или уменьшится разность и на сколько, если:

1) уменьшаемое увеличить на $14\frac{7}{83}$;

2) вычитаемое увеличить на $4\frac{13}{57}$;

3) уменьшаемое увеличить на $\frac{4}{21}$, а вычитаемое — на $\frac{9}{14}$;

4) уменьшаемое уменьшить на $1\frac{1}{6}$, а вычитаемое увеличить на $\frac{2}{3}$;

5) уменьшаемое увеличить на $\frac{13}{20}$, а вычитаемое уменьшить на $\frac{17}{30}$?

318.* Увеличится или уменьшится разность и на сколько, если:

1) уменьшаемое уменьшить на $6\frac{19}{91}$;

2) вычитаемое уменьшить на $5\frac{1}{58}$;

3) уменьшаемое уменьшить на $\frac{14}{45}$, а вычитаемое — на $\frac{3}{10}$;

4) уменьшаемое уменьшить на $2\frac{3}{8}$, а вычитаемое увеличить на $3\frac{5}{16}$;

5) уменьшаемое увеличить на $7\frac{3}{28}$, а вычитаемое уменьшить на $8\frac{5}{8}$?

319." Найдите значение выражения, выбирая удобный порядок вычислений:

1) $\left(9\frac{3}{7} + 2\frac{9}{16}\right) - 5\frac{3}{7};$

3) $10\frac{5}{14} - \left(3\frac{5}{14} + 2\frac{9}{34}\right);$

2) $\left(4\frac{5}{8} + 1\frac{6}{11}\right) - \frac{6}{11};$

4) $7\frac{1}{7} - \left(2\frac{6}{13} + 3\frac{1}{7}\right).$

320." Найдите значение выражения, выбирая удобный порядок вычислений:

1) $\left(12\frac{19}{24} + 5\frac{19}{28}\right) - 3\frac{19}{24};$

2) $6\frac{4}{9} - \left(1\frac{7}{24} + 4\frac{4}{9}\right).$

321." Сравните дроби, не приводя их к общему знаменателю:

1) $\frac{61}{62}$ и $\frac{62}{63};$

2) $\frac{1003}{1007}$ и $\frac{103}{107}.$

322." Упростите выражение (буквами обозначены натуральные числа):

1) $\frac{3a}{8b} - \frac{a}{5b};$

2) $\frac{4m}{9n} + \frac{5m}{12n};$

3) $\frac{7x}{6y} - \frac{4x}{15y}.$

323." Упростите выражение (буквами обозначены натуральные числа):

1) $\frac{3}{a} + \frac{9}{2a};$

2) $\frac{11c}{14d} + \frac{c}{21d};$

3) $\frac{17p}{18q} - \frac{11p}{12q}.$

324." Какое натуральное число является корнем уравнения:

1) $a + \frac{1}{a} = 7\frac{1}{7};$

2) $b - \frac{1}{b} = 14\frac{14}{15}?$

325." При каких наименьших натуральных значениях a и b верно равенство:

1) $\frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{a}{2} - \frac{b}{3};$

2) $\frac{4}{3 \cdot 5} = \frac{a}{3} - \frac{b}{5}?$

326." Увеличится или уменьшится и на сколько значение дроби, если ее числитель увеличить на знаменатель?

327." Вычислите значение выражения

$$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 20}.$$

328." Вычислите значение выражения $\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2}{29 \cdot 31}.$

329." Докажите, что $\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{18} > \frac{1}{2}.$

330." Докажите, что $\frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \dots + \frac{1}{39} + \frac{1}{40} > \frac{1}{4}.$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ



331. Запишите:

1) число 10 в виде дроби со знаменателем:

а) 1; б) 7;

2) число 1 в виде дроби со знаменателем: а) 9; б) 96.

332. Укажите пять чисел, каждое из которых имеет только 3 разных делителя. Сделайте вывод, в каком случае число имеет 3 разных делителя.

333. Не выполняя вычислений, установите, простым или составным числом является значение выражения $11 + 22^2 + 33^3$.

334. За 5 мин бревно распилили на равные части длиной 30 см. Какой длины было бревно, если каждое распиливание длилось 1 мин?

335. Расстояние между двумя пристанями по реке равно 36,6 км. От пристани, расположенной выше по течению, отплыл плот. Через 0,8 ч после начала движения плота навстречу ему от другой пристани отправился катер, собственная скорость которого равна 25 км/ч. Через сколько часов после начала движения плота они встретятся, если скорость течения реки составляет 2 км/ч?

336. Найдите числа, которых недостает в цепочке вычислений:

$$1) 3,6 \xrightarrow{:x} 18 \xrightarrow{\cdot y} 7,2 \xrightarrow{+z} 19;$$

$$2) 160 \xrightarrow{:x} 64 \xrightarrow{+1,5} y \xrightarrow{\cdot 0,2} z.$$

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

337. Какую часть площади прямоугольника $ABCD$ составляет площадь заштрихованного прямоугольника (рис. 6)?

338. Найдите произведение дробей $\frac{3}{5}$ и $\frac{3}{4}$, предварительно преобразовав их в десятичные. Результат запишите в виде обыкновенной дроби.

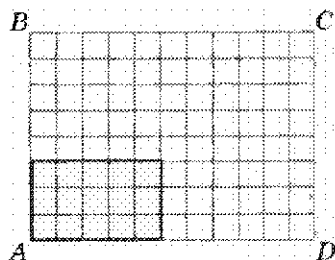


Рис. 6

339. Запишите в виде неправильной дроби число:

1) $3\frac{4}{9}$;

2) $2\frac{5}{12}$;

3) $4\frac{7}{15}$;

4) $7\frac{13}{100}$.

340. Упростите выражение:

1) $12 \cdot 3a$; 2) $0,6a \cdot 7b$; 3) $0,8m \cdot 0,5n \cdot 4p$.

341. Раскройте скобки:

1) $2(x + 7)$; 2) $7(5 - a)$; 3) $(c - 0,4) \cdot 1,2$.

342. Упростите выражение:

1) $1,6b - 0,5b$; 3) $3x + 17x - 5x$;

2) $2,7c - c$; 4) $5,6a + 0,4a - 2$.

Повтори содержание пунктов 16, 22 на с. 284, 286.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

343. Сергей и Саша по очереди берут камешки из кучи, в которой лежит 100 камешков. За один ход каждому разрешается взять или 1 камешек, или 3. Кто из них возьмет последний камешек, если игру начинает Сергей?

11. УМНОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ

На рис. 7 изображен квадрат $ABCD$, сторона которого равна $\frac{2}{9}$ дм. Чему равен периметр P этого квадрата?

Поскольку периметр квадрата равен сумме длин всех его сторон, запишем:

$$P = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{8}{9} \text{ (дм)}.$$

Однако ты знаешь, что с помощью произведения сумму равных слагаемых можно записывать короче:

$$\underbrace{\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9}}_{4 \text{ слагаемых}} = \frac{2}{9} \cdot 4.$$

Следовательно, $\frac{2}{9} \cdot 4 = \frac{8}{9}$.

Чтобы умножить дробь на натуральное число, надо ее числитель умножить на это число, а знаменатель оставить без изменений.

В буквенном виде это правило записывают так:

$$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}$$

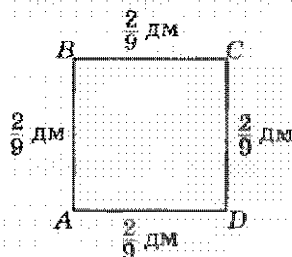


Рис. 7

Для $n = 0$ договорились считать, что

$$\frac{a}{b} \cdot 0 = 0$$

Также договорились, что

$$0 \cdot \frac{a}{b} = 0$$

А как умножить две дроби? Найдем, например, произве-

дение $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3}$.

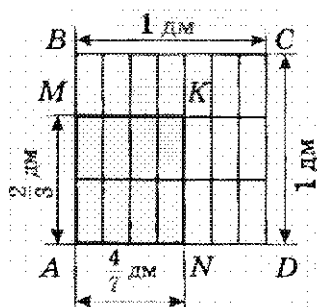


Рис. 8

На рис. 8 изображен квадрат $ABCD$ со стороной 1 дм и прямоугольник $AMKN$, стороны которого равны $\frac{4}{7}$ дм и $\frac{2}{3}$ дм. Площадь этого прямоугольника равна $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3}$ (дм²).

В то же время из рисунка видно, что площадь прямоугольника составляет $\frac{8}{21}$ площади квадрата, то

есть равна $\frac{8}{21}$ дм². Следовательно, $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{21}$.

Произведением двух дробей является дробь, числитель которой равен произведению числителей, а знаменатель — произведению знаменателей:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Для дробей, как и для натуральных чисел, выполняются свойства умножения:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b} \text{ — переместительное свойство,}$$

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} \right) \text{ — сочетательное свойство,}$$

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q} + \frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} \text{ — распределительное свойство}$$

Пример 1. Найдите значение произведения:

1) $\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{28}$,

2) $1\frac{3}{11} \cdot 1\frac{9}{35}$.

1) Имеем: $\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{28} = \frac{4 \cdot 15}{9 \cdot 28}$.

Не будем спешить вычислять произведения, записанные в числителе и знаменателе, поскольку удобнее сначала выполнить сокращение:

$$\frac{4 \cdot 15}{9 \cdot 28} = \frac{4 \cdot 16}{9 \cdot 28} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{5}{21}.$$

2) Чтобы умножить смешанные числа, надо сначала записать их в виде неправильных дробей, а затем воспользоваться правилом умножения дробей:

$$1\frac{3}{11} \cdot 1\frac{9}{35} = \frac{14 \cdot 44}{11 \cdot 35} = \frac{14 \cdot 44}{11 \cdot 35} = \frac{2 \cdot 4}{1 \cdot 5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}.$$

Пример 2. Найдите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:

$$1) \left(3 - \frac{5}{6} + \frac{7}{9}\right) \cdot 18; \quad 2) 2\frac{3}{11} \cdot \frac{7}{16} + 1\frac{8}{11} \cdot \frac{7}{16}.$$

1) Имеем:

$$\begin{aligned} \left(3 - \frac{5}{6} + \frac{7}{9}\right) \cdot 18 &= 3 \cdot 18 - \frac{5}{6} \cdot 18 + \frac{7}{9} \cdot 18 = 54 - 5 \cdot 3 + 7 \cdot 2 = \\ &= 54 - 15 + 14 = 53. \end{aligned}$$

2) Из распределительного свойства умножения следует,

что $\frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q} + \frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} = \frac{p}{q} \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right)$. Тогда:

$$2\frac{3}{11} \cdot \frac{7}{16} + 1\frac{8}{11} \cdot \frac{7}{16} = \frac{7}{16} \left(2\frac{3}{11} + 1\frac{8}{11}\right) = \frac{7}{16} \cdot 3\frac{11}{11} = \frac{7}{16} \cdot 4 = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}.$$



1. Сформулируйте правило умножения дроби на натуральное число.
2. Что является произведением двух дробей?
3. Чему равно произведение любой дроби и числа 0?
4. Какие свойства умножения выполняются при умножении дробей?
5. Как умножить два смешанных числа?

344.° Выполните умножение:

- | | | | |
|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) $\frac{2}{13} \cdot 5;$ | 3) $\frac{8}{9} \cdot 2;$ | 5) $7 \cdot \frac{3}{40};$ | 7) $\frac{7}{12} \cdot 24;$ |
| 2) $\frac{4}{17} \cdot 3;$ | 4) $\frac{4}{49} \cdot 7;$ | 6) $6 \cdot \frac{15}{18};$ | 8) $45 \cdot \frac{8}{15}.$ |

345.° Выполните умножение:

1) $\frac{9}{35} \cdot 8$; 2) $\frac{7}{24} \cdot 16$; 3) $42 \cdot \frac{4}{7}$; 4) $\frac{6}{19} \cdot 57$.

346.° Найдите значение произведения:

1) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5}$; 3) $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9}$; 5) $\frac{22}{25} \cdot \frac{10}{77}$; 7) $\frac{6}{35} \cdot \frac{14}{15}$;

2) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$; 4) $\frac{15}{16} \cdot \frac{48}{55}$; 6) $\frac{13}{24} \cdot \frac{16}{39}$; 8) $\frac{36}{85} \cdot \frac{34}{39}$.

347.° Найдите значение произведения:

1) $\frac{6}{11} \cdot \frac{4}{7}$; 3) $\frac{8}{9} \cdot \frac{27}{32}$; 5) $\frac{34}{86} \cdot \frac{43}{51}$; 7) $\frac{63}{64} \cdot \frac{48}{91}$;

2) $\frac{7}{20} \cdot \frac{10}{21}$; 4) $\frac{23}{28} \cdot \frac{49}{46}$; 6) $\frac{7}{18} \cdot \frac{90}{77}$; 8) $\frac{19}{100} \cdot \frac{5}{38}$.

348.° Выполните умножение:

1) $9\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{22}$; 4) $2\frac{8}{11} \cdot 5\frac{2}{15}$; 7) $2\frac{2}{7} \cdot 5\frac{1}{4}$;

2) $6\frac{3}{8} \cdot \frac{16}{17}$; 5) $2\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{27}$; 8) $\frac{7}{9} \cdot 1\frac{1}{14} \cdot 5\frac{2}{5}$;

3) $2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{5}$; 6) $19\frac{1}{2} \cdot 1\frac{5}{9}$; 9) $2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{24} \cdot 5\frac{2}{5}$.

349.° Выполните умножение:

1) $9\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{21}$; 3) $1\frac{5}{7} \cdot 6\frac{1}{8}$; 5) $1\frac{13}{15} \cdot \frac{5}{8} \cdot 2\frac{2}{7}$;

2) $3\frac{11}{12} \cdot \frac{9}{94}$; 4) $3\frac{5}{9} \cdot 5\frac{1}{4}$; 6) $2\frac{1}{4} \cdot \frac{16}{27} \cdot 4\frac{1}{3}$.

350.° Найдите значение произведения:

1) $0,4 \cdot \frac{5}{9}$; 2) $\frac{8}{27} \cdot 0,75$; 3) $1,5 \cdot \frac{1}{6}$; 4) $2\frac{1}{7} \cdot 2,8$.

351.° Выполните умножение:

1) $0,8 \cdot \frac{7}{12}$; 2) $1\frac{2}{3} \cdot 0,6$; 3) $1,25 \cdot \frac{32}{45}$; 4) $4,5 \cdot 3\frac{1}{3}$.

352.° Найдите значение выражения:

1) $(\frac{11}{18} - \frac{4}{9}) \cdot \frac{3}{16}$; 3) $1\frac{3}{5}(\frac{3}{4} + 1\frac{3}{8})$;

2) $\frac{11}{18} - \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{16}$; 4) $1\frac{3}{5} - \frac{3}{4} + 1\frac{3}{8}$;

$$\begin{array}{ll}
 5) 13\frac{4}{5} - 3\frac{1}{5} \cdot 3\frac{3}{4}; & 8) (8 - 2\frac{1}{7} \cdot 3\frac{1}{9}) \cdot \frac{27}{44}; \\
 6) 1\frac{3}{25} \cdot 2\frac{1}{7} - 2\frac{1}{9} \cdot \frac{27}{190}; & 9) (\frac{4}{5} + \frac{4}{7}) (\frac{7\frac{11}{12}}{12} - 5\frac{7}{9}); \\
 7) 4\frac{7}{12} \cdot 1\frac{3}{11} + 1\frac{1}{15} \cdot \frac{45}{64}; & 10) \frac{4}{5} + \frac{4}{7} (\frac{7\frac{11}{12}}{12} - 5\frac{7}{9}).
 \end{array}$$

353.* Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll}
 1) 15\frac{4}{9} - 4\frac{4}{9} \cdot 3\frac{3}{8}; & 3) (5\frac{1}{16} - 1\frac{1}{8}) (\frac{5}{6} + \frac{3}{14}); \\
 2) \frac{81}{88} (6 - 1\frac{13}{15} \cdot 1\frac{19}{21}); & 4) 5\frac{1}{16} - 1\frac{1}{8} (\frac{5}{6} + \frac{3}{14}).
 \end{array}$$

354.* Какое расстояние пройдет поезд за $\frac{5}{6}$ ч, если его скорость составляет 66 км/ч?

355.* Какое расстояние проедет автомобиль со скоростью 72 км/ч за $2\frac{1}{4}$ ч?

356.* Сколько стоят $3\frac{3}{5}$ кг бананов, если цена 1 кг бананов составляет $5\frac{1}{2}$ грн.?

357.* Сколько стоит $6\frac{1}{4}$ кг конфет, если 1 кг конфет стоит $2\frac{2}{5}$ грн.?

358.* Из одного порта в другой одновременно вышли теплоход и катер. Скорость теплохода равна $28\frac{7}{30}$ км/ч, а скорость катера — $36\frac{3}{20}$ км/ч. Каким будет расстояние между ними через $1\frac{1}{5}$ ч после начала движения?

359.* С одной станции в противоположных направлениях одновременно отправились два поезда. Один из них двигался со скоростью $52\frac{8}{15}$ км/ч, а второй — со скоростью $58\frac{3}{10}$ км/ч. Каким будет расстояние между ними через $2\frac{2}{5}$ ч после начала движения?

360.* Выполните умножение:

$$\begin{array}{ll}
 1) \frac{11}{15} \cdot \frac{21}{22} \cdot \frac{9}{28} \cdot \frac{8}{9}; & 3) \frac{3}{8} \cdot 1\frac{5}{7} \cdot \frac{4}{9} \cdot 2\frac{1}{3}; \\
 2) 2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{5} \cdot \frac{8}{35}; & 4) 1\frac{4}{5} \cdot 1\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{7} \cdot 4\frac{2}{3}.
 \end{array}$$

361.* Выполните умножение:

$$\begin{array}{ll}
 1) \frac{5}{16} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{9}; & 2) \frac{19}{25} \cdot \frac{40}{57} \cdot \frac{5}{36} \cdot \frac{9}{16};
 \end{array}$$

$$3) 2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot 10; \quad 4) 18\frac{1}{3} \cdot 1\frac{2}{11} \cdot 1\frac{4}{5} \cdot 15.$$

362.* Найдите значение степени:

$$1) \left(\frac{1}{2}\right)^4; \quad 2) \left(\frac{2}{5}\right)^8; \quad 3) \left(1\frac{1}{3}\right)^4; \quad 4) \left(2\frac{2}{3}\right)^2.$$

363.* Найдите значение степени:

$$1) \left(\frac{1}{3}\right)^5; \quad 2) \left(\frac{3}{7}\right)^8; \quad 3) \left(1\frac{2}{5}\right)^2; \quad 4) \left(3\frac{1}{4}\right)^2.$$

364.* Найдите значение выражения:

$$1) 16\frac{7}{12} - \frac{11}{12} \cdot 1\frac{7}{33} + 1\frac{23}{72} \cdot \frac{4}{19}; \quad 4) 6\frac{2}{5} \cdot 1\frac{9}{16} - \left(2\frac{1}{4}\right)^2;$$

$$2) 5\frac{3}{4} \cdot 8 - 2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{3}{14} - 1\frac{37}{48} \cdot 2\frac{2}{15}; \quad 5) \left(2\frac{7}{10} - 1\frac{8}{15}\right)^2 \cdot \frac{9}{14}.$$

$$3) 1\frac{3}{22} \cdot 2\frac{14}{15} - \left(1\frac{5}{8} + 2\frac{1}{8} \cdot \frac{11}{17}\right) \cdot \frac{3}{7};$$

365.* Найдите значение выражения:

$$1) 2\frac{9}{20} + 2\frac{13}{18} \cdot 1\frac{19}{35} - 1\frac{13}{45} \cdot 1\frac{10}{29}; \quad 4) \left(3\frac{1}{3}\right)^2 - 2\frac{13}{16} \cdot 2\frac{2}{5};$$

$$2) 4\frac{2}{3} \cdot 6 - 1\frac{23}{42} \cdot 3\frac{1}{13} + 2\frac{1}{8} \cdot 1\frac{29}{51}; \quad 5) \left(\frac{5}{12} + \frac{13}{20}\right)^2 \cdot 1\frac{13}{32}.$$

$$3) \left(5\frac{3}{10} - 3\frac{4}{5} \cdot \frac{13}{38}\right) \cdot \frac{5}{84} + 2\frac{1}{12} \cdot \frac{4}{15};$$

366.* Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

$$1) 3\frac{5}{14} \cdot \frac{7}{9} - 2\frac{3}{14} \cdot \frac{7}{9}; \quad 3) \frac{3}{4} \cdot 1\frac{3}{5} + 1\frac{3}{5} \cdot 1\frac{3}{8} - 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{5};$$

$$2) 7\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{8} + 7\frac{1}{5} \cdot 1\frac{5}{8}; \quad 4) 3\frac{9}{14} \cdot 0,3 - 0,3 \cdot 1\frac{10}{21} + 0,3 \cdot 1\frac{1}{6}.$$

367.* Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

$$1) 4\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} + \frac{5}{8} \cdot 3\frac{5}{9}; \quad 3) 2\frac{11}{15} \cdot 1\frac{1}{19} - 1\frac{1}{19} \cdot \frac{3}{10} - 1\frac{1}{6} \cdot 1\frac{1}{19};$$

$$2) 3\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{5} - 1\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{5}; \quad 4) 4\frac{7}{9} \cdot 1\frac{13}{14} - 3\frac{7}{12} \cdot 1\frac{13}{14} + 1\frac{13}{14} \cdot 1\frac{13}{18}.$$

368.* Найдите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:

$$1) 15\left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right); \quad 3) \frac{7}{9}\left(\frac{6}{7} - \frac{9}{14}\right);$$

$$2) 48\left(\frac{19}{24} - \frac{7}{12} + \frac{3}{8}\right); \quad 4) \left(\frac{15}{16} - \frac{5}{12} + 2\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{5}.$$

369.* Найдите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:

$$1) 18\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right); \quad 2) \left(2 - \frac{3}{4} - \frac{4}{5}\right) \cdot 20;$$

$$3) \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{9}\right) \cdot 18;$$

$$4) \left(\frac{5}{6} + \frac{5}{9}\right) \cdot \frac{18}{25}.$$

370.* Упростите выражение:

$$1) \frac{7}{27}m \cdot \frac{9}{28}n;$$

$$3) 20x \cdot \frac{11}{35}y;$$

$$2) 5\frac{3}{5}k \cdot 1\frac{4}{21}p;$$

$$4) 3\frac{4}{15}x \cdot 1\frac{17}{28}y \cdot \frac{4}{7}z.$$

371.* Упростите выражение:

$$1) \frac{5}{8}a \cdot \frac{4}{15}b;$$

$$3) \frac{13}{24}d \cdot 32c;$$

$$2) 6\frac{3}{4}x \cdot 1\frac{11}{45}y;$$

$$4) 18\frac{1}{3}a \cdot 1\frac{2}{11}b \cdot \frac{9}{13}c.$$

372.* Упростите выражение:

$$1) \frac{2}{3}a + \frac{5}{8}a + \frac{1}{6}a;$$

$$4) \frac{7}{12}y - \frac{3}{16}y + \frac{5}{24}y;$$

$$2) \frac{4}{5}b - \frac{2}{3}b + \frac{4}{15}b;$$

$$5) \frac{5}{7}m + \frac{3}{4}m - \frac{5}{8}m;$$

$$3) \frac{2}{5}x + \frac{4}{7}x - \frac{5}{14}x;$$

$$6) \frac{11}{15}c - \frac{5}{18}c - 0,4c.$$

373.* Упростите выражение и найдите его значение:

$$1) \frac{3}{8}x + \frac{4}{9}x - \frac{5}{12}x, \text{ если } x = 3\frac{3}{29};$$

$$2) \frac{9}{10}c - \frac{2}{15}c - \frac{3}{5}c, \text{ если } c = 2,4;$$

$$3) 3\frac{3}{5}y - 2\frac{1}{3}y - \frac{1}{15}y, \text{ если } y = 10.$$

374.* Упростите выражение и найдите его значение:

$$1) \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a - \frac{1}{4}a, \text{ если } a = 1\frac{5}{7};$$

$$2) \frac{4}{7}b + \frac{5}{21}b - \frac{2}{3}b, \text{ если } b = 2\frac{1}{3};$$

$$3) 1\frac{5}{12}m + 2\frac{7}{18}m - 1\frac{2}{9}m, \text{ если } m = 1\frac{17}{31}.$$

375.* Докажите, что значение выражения не зависит от значения переменной:

$$1) 0,5x + 1,4 - \frac{7}{18}x - \frac{1}{9}x;$$

$$3) 1\frac{17}{18}a + 1 - 1,5a - \frac{4}{9}a;$$

$$2) 0,5x + \frac{1}{7}x + 7,4 - \frac{9}{14}x;$$

$$4) 2,4 + 1,25b + \frac{5}{6}b - 2\frac{1}{12}b.$$

376.* Раскройте скобки:

$$1) 6\left(\frac{2}{3}a + \frac{5}{12}b\right);$$

$$2) \frac{1}{3}\left(\frac{9}{11}m - \frac{6}{7}n\right);$$

$$3) 12\left(\frac{3}{4}x + \frac{13}{18}y - \frac{1}{24}z\right); \quad 4) 1\frac{1}{7}\left(7p + \frac{21}{24}q - 1\frac{3}{4}\right).$$

377. Раскройте скобки:

$$1) 14\left(\frac{1}{2}m + \frac{3}{7}n\right); \quad 3) 8\left(\frac{1}{4}p - \frac{5}{24}q + \frac{7}{12}t\right);$$

$$2) \frac{1}{6}\left(\frac{12}{17}b - \frac{18}{23}c\right); \quad 4) 1\frac{3}{4}\left(4a + \frac{16}{21}b - 2\frac{2}{3}\right).$$

378. Длина прямоугольника равна $5\frac{1}{7}$ дм, что на $3\frac{37}{63}$ дм больше его ширины. Вычислите площадь прямоугольника.

379. Одна из сторон прямоугольника равна $3\frac{1}{5}$ м, а вторая — в $1\frac{1}{4}$ раза больше. Вычислите площадь прямоугольника.

380. Длина прямоугольного параллелепипеда равна $8\frac{1}{3}$ см, что на $\frac{5}{6}$ см больше его ширины и в $3\frac{3}{5}$ раза меньше его высоты. Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда.

381. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, высота которого равна $1\frac{11}{14}$ см, длина на $2\frac{5}{7}$ см больше высоты, а ширина в $9\frac{4}{5}$ раза больше высоты.

382. Петя шел пешком $5\frac{1}{3}$ ч со скоростью $4\frac{1}{8}$ км/ч и ехал на велосипеде $1\frac{7}{15}$ ч со скоростью $12\frac{1}{2}$ км/ч. Какое расстояние больше: то, которое Петя преодолел пешком, или то, которое он проехал на велосипеде, и на сколько?

383. Аленка купила $4\frac{3}{5}$ кг апельсинов по цене $7\frac{1}{2}$ грн. за килограмм и $5\frac{1}{4}$ кг яблок по цене $3\frac{1}{5}$ грн. За какие фрукты, апельсины или яблоки, Аленка заплатила больше и на сколько?

384. Велосипедист Андрей ехал со скоростью $8\frac{3}{4}$ км/ч, а велосипедист Богдан — со скоростью в $1\frac{1}{7}$ раза большей. Каким было расстояние между велосипедистами сначала, если Богдан догнал Андрея через $3\frac{4}{5}$ ч после того, как они одновременно начали двигаться?

385. Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились велосипедист и легковая машина. Велоси-

педист ехал со скоростью $10\frac{4}{5}$ км/ч, а машина — со скоростью в $5\frac{5}{12}$ раза большей. Найдите расстояние между городами, если велосипедист и легковая машина встретились через $3\frac{1}{3}$ ч после начала движения.

386.* Лодка плыла $\frac{3}{5}$ ч против течения реки и $1\frac{1}{2}$ ч по течению. Какой путь преодолела лодка за все время движения, если собственная скорость лодки равна 18 км/ч, а скорость течения — $1\frac{1}{3}$ км/ч?

387.* Теплоход шел 3 ч против течения и $1\frac{3}{5}$ ч по течению реки. На сколько километров меньше прошел теплоход по течению, чем против течения, если скорость течения составляет $2\frac{1}{4}$ км/ч, а собственная скорость теплохода — $22\frac{1}{3}$ км/ч?

388.* Одна швея может выполнить некоторый заказ за 4 ч, а другая — за 6 ч. Какую часть заказа они выполняют за $\frac{3}{4}$ ч, работая вместе? Хватит ли им 3 ч, чтобы, работая вместе, выполнить заказ?

389.* Один рабочий может выполнить производственное задание за 5 ч, а другой — за 15 ч. Какую часть задания они выполнят, если будут работать вместе $1\frac{1}{4}$ ч? Успеют ли они, работая вместе, выполнить задание за 3 ч?

390.* Выполните умножение (буквами обозначены натуральные числа):

$$1) \frac{2x}{9} \cdot \frac{3}{4y}; \quad 2) \frac{7ab}{8} \cdot \frac{6c}{35a}; \quad 3) \frac{5m}{4n} \cdot \frac{4m}{5n}; \quad 4) \frac{18xy}{13z} \cdot \frac{26z}{27x}.$$

391.* Не выполняя умножения, поставьте вместо звездочки один из знаков $>$, $<$, $=$:

$$1) 200 \cdot \frac{6}{13} * 200; \quad 2) \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{4} * \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{8}; \quad 3) \frac{13}{20} * \frac{13}{20} \cdot \frac{7}{8}.$$

392.* Не выполняя умножения, поставьте вместо звездочки один из знаков $>$, $<$, $=$:

$$1) 1000 * 1000 \cdot \frac{2}{3}; \quad 2) \frac{19}{6} \cdot \frac{5}{5} * \frac{19}{6}; \quad 3) \frac{7}{12} * \frac{7}{12} \cdot \frac{9}{8}.$$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

393. Бассейн, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, необходимо наполнить водой на высоту 1,6 м. Для этого открыли трубу, через которую в бассейн каждую минуту вливается $2,4 \text{ м}^3$ воды. За какое время бассейн будет наполнен водой до указанной высоты, если длина его равна 25 м, ширина — 12 м?



394. Вася переложил из одного ящика в другой $2\frac{1}{3}$ кг яблок, после чего в каждом ящике стало по 20 кг. Сколько килограммов яблок было в каждом ящике первоначально?

395. Запишите все правильные дроби с числителем 3, которые больше $\frac{3}{7}$.

396. Фермер решил посадить кусты смородины. Он мог посадить их или в 4 ряда, или в 6. Сколько кустов смородины он решил посадить, если известно, что их было больше 85, но меньше 100?

397. С одного аэродрома в одном направлении с интервалом 0,4 ч вылетели два самолета. Первый самолет летел со скоростью 640 км/ч, а второй — со скоростью 720 км/ч. Через сколько часов после своего вылета второй самолет будет впереди первого на расстоянии 24 км?

398. Сколько равносторонних треугольников изображено на рис. 9?

399. Сравните:

1) $\frac{14}{3}$ и 4; 2) $\frac{12}{5}$ и 3; 3) 6 и $\frac{35}{6}$.

400. Сократите дроби:

1) $\frac{124}{279}$; 3) $\frac{888}{999}$; 5) $\frac{2323}{3434}$;
2) $\frac{324}{378}$; 4) $\frac{1111}{111111}$; 6) $\frac{121212}{191919}$.

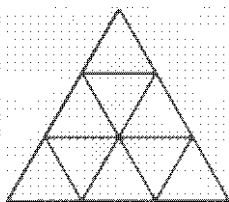


Рис. 9

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

401. Запишите в виде десятичной дроби:

1) 7 %; 2) 26 %; 3) 60 %; 4) 180 %.

402. Запишите в виде обыкновенной дроби:

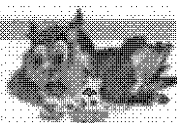
1) 6 %; 2) 36 %; 3) 80 %; 4) 140 %.

403. Запишите в процентах:

- 1) 0,12; 3) 0,5; 5) $1\frac{1}{25}$; 7) 1,12;
2) 0,05; 4) 0,324; 6) 4; 8) 0,467.

Повтори содержание пункта 10 на с. 282.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ



404. На доске написаны три двузначных числа.

Первая слева цифра одного из них — 5, второго — 6, а третьего — 7. Учитель попросил трех учеников сложить любые два из этих чисел. Первый ученик получил в сумме число 147, второй и третий — разные трехзначные числа, первые слева две цифры которых 1 и 2. Какие числа написаны на доске?

12. НАХОЖДЕНИЕ ДРОБИ ОТ ЧИСЛА

На приусадебном участке растет 36 деревьев. Из них $\frac{7}{9}$ составляют вишни. Сколько вишен растет на участке? В пятом классе ты решал эту задачу по такой схеме:

1) найдем, сколько деревьев составляет $\frac{1}{9}$ всех деревьев:
 $36 : 9 = 4$ (деревя);

2) найдем, сколько деревьев составляет $\frac{7}{9}$ всех деревьев:
 $4 \cdot 7 = 28$ (дерев).

Следовательно, в саду растет 28 вишен.

В таких случаях говорят, что мы нашли $\frac{7}{9}$ от числа 36, а подобные задачи называют задачами на нахождение дроби от числа.

Однако найденный ответ (28 деревьев) можно получить более простым способом. Для этого можно умножить число 36 на дробь $\frac{7}{9}$:

$$36 \cdot \frac{7}{9} = \frac{36 \cdot 7}{9} = 4 \cdot 7 = 28.$$

Чтобы найти дробь от числа, можно число умножить на эту дробь.

Таким же способом можно решать задачи на нахождение процентов от числа.

Пример 1. Клубника содержит в среднем 6 % сахара.

Сколько килограммов сахара содержится в 15 кг клубники?

Запишем 6 % в виде десятичной дроби: $6\% = 0,06$. Тогда:
 $15 \cdot 0,06 = 0,9$ (кг) — количество сахара в клубнике.

Ответ: 0,9 кг.

Следовательно, чтобы найти проценты от числа, можно представить проценты в виде дроби и умножить число на эту дробь.

Пример 2. В магазин привезли 480 кг шоколадных конфет и карамели, причем карамель составляла 60 % от количества шоколадных конфет. Сколько килограммов шоколадных конфет привезли в магазин?

Пусть шоколадных конфет было x кг, тогда карамели, учитывая, что $60\% = 0,6$, было $0,6x$ кг. Поскольку всего было 480 кг конфет, то составим следующее уравнение:

$$x + 0,6x = 480.$$

$$\text{Тогда } 1,6x = 480;$$

$$x = 480 : 1,6;$$

$$x = 300.$$

Следовательно, шоколадных конфет было 300 кг.

Ответ: 300 кг.

1. Как найти дробь от числа?

2. Как найти проценты от числа?

405.° Найдите:

1) $\frac{3}{5}$ от числа 60;

4) $\frac{24}{65}$ от числа $\frac{39}{40}$;

2) 0,16 от числа 20;

5) $\frac{3}{7}$ от числа $5\frac{3}{5}$;

3) $\frac{5}{6}$ от числа $\frac{3}{20}$;

6) $\frac{3}{8}$ от числа $2\frac{2}{3}$.

406.° Найдите:

1) 14 % от числа 60;

3) 8 % от числа $\frac{3}{16}$;

2) 40 % от числа 32;

4) 180 % от числа $3\frac{1}{3}$.

407.° Сколько градусов составляют:

1) $\frac{2}{15}$ прямого угла;

2) $\frac{13}{20}$ развернутого угла?

408.° Сколько градусов составляют:

- 1) $\frac{23}{18}$ прямого угла; 2) $\frac{11}{12}$ развернутого угла?

409.° Миша собрал 260 грибов, из них $\frac{5}{13}$ составляли белые. Сколько белых грибов собрал Миша?

410.° Оксанка испекла 105 пирожков, из них $\frac{22}{35}$ составляли пирожки с вишнями. Сколько пирожков с вишнями испекла Оксанка?

411.° Магазин продал 480 кг огурцов и помидоров, причем огурцы составляли 85 % этих овощей. Сколько килограммов огурцов продали?

412.° Отряд казаков из 720 человек отправился в поход на лодках-чайках. В каждую лодку село 12,5 % отряда. Сколько казаков было в каждой лодке? На скольких лодках-чайках казаки отправились в поход?

413.° Агрофирма владеет 140 га земли, 16 % которой занимает яблоневый сад. Найдите площадь сада.

414.° Медь составляет $\frac{4}{7}$ массы сплава. Сколько килограммов меди содержится в 280 кг такого сплава?

415.° Соль составляет $\frac{5}{9}$ массы раствора. Сколько килограммов соли содержится в 18 кг такого раствора?

416.° Продали m порций мороженого, $\frac{5}{8}$ которых составляло эскимо. Составьте выражение для определения количества порций эскимо и вычислите его значение при $m = 120$.

- 417.* В саду росло a кустов роз, $\frac{3}{14}$ которых составляли розовые. Составьте выражение для определения количества кустов розовых роз и вычислите его значение при $a = 210$.
- 418.* Перевезли 1440 кг апельсинов и мандаринов. Апельсины составляли $\frac{7}{12}$ перевезенных фруктов. Сколько килограммов мандаринов перевезли?
- 419.* Построили 192 коттеджа, из которых $\frac{7}{16}$ были двухэтажными, а остальные — трехэтажными. Сколько трехэтажных коттеджей построили?
- 420.* На сколько 3,5 % от числа 32 больше, чем $\frac{2}{9}$ от числа 0,45?
- 421.* На сколько $\frac{8}{27}$ от числа 5,4 больше, чем $4\frac{2}{3}$ % от числа $\frac{6}{7}$?
- 422.* Учебники составляют $\frac{1}{3}$ всех книг школьной библиотеки, а учебники по математике — $\frac{6}{25}$ всех учебников. Какую часть всех книг, имеющихся в библиотеке, составляют учебники по математике?
- 423.* Каштанов составляют $\frac{5}{18}$ всех деревьев, растущих в парке, а дубы — $\frac{9}{10}$ количества каштанов. Какую часть всех деревьев в парке составляют дубы?
- 424.* Трое рабочих изготовили 216 деталей. Первый рабочий изготовил $\frac{7}{18}$ этих деталей, второй — $\frac{13}{36}$. Сколько деталей изготовил третий рабочий?
- 425.* Посланный с важным донесением из Киева в Париж, барон Мюнхгаузен проскакал на коне 2400 км за четыре дня. В первый день он преодолел $\frac{3}{20}$ расстояния, во второй — $\frac{4}{15}$, в третий — $\frac{7}{30}$. Сколько километров проскакал барон Мюнхгаузен в четвертый день?
- 426.* Железный Дровосек нарубил $9\frac{3}{8}$ м³ дров. В первый день он нарубил $\frac{2}{5}$ дров, а во второй — $\frac{4}{9}$ остатка. Сколько кубометров дров нарубил Железный Дровосек во второй день?

427. За три недели продали 324 коробки конфет. За первую неделю продали $\frac{5}{18}$ этого количества, за вторую — $\frac{15}{26}$ остального. Сколько коробок конфет продали за третью неделю?
428. Том Сойер покрасил забор прямоугольной формы, длина которого равнялась $9\frac{1}{3}$ фута¹, а высота составляла $\frac{5}{14}$ длины. Сколько краски израсходовал Том, если на 1 квадратный фут пошло $4\frac{1}{2}$ фунта² краски?
429. Для банка заказали новый сейф, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда. Длина сейфа равнялась 3 м, ширина составляла $\frac{13}{50}$ длины, а высота — $\frac{15}{26}$ ширины. Сколько слитков золота, имеющих форму куба с ребром 6 см, можно спрятать в этом сейфе?
430. Банк «Поманый грош» получил в июне 200 сольдо прибыли, в июле — 0,65 прибыли июня, в августе — $\frac{16}{13}$ прибыли июля. Сколько сольдо составила прибыль банка за три летних месяца?
431. Акционерное общество «Поле чудес» имело в декабре 1200 сольдо убытков, в январе — 135 % от убытков декабря, в феврале — $\frac{25}{18}$ от убытков января. Сколько сольдо составили убытки АО «Поле чудес» за три зимних месяца?
432. В столовую привезли 405 кг овощей: капусту, морковь и картофель. Морковь составляла 32 % капусты, картофель — 138 % капусты. Сколько килограммов капусты завезли в столовую?
433. Федоренко, Дмитренко и Петренко выиграли вместе в лотерею 1800 грн. Выигрыш Дмитренко составлял 64 % выигрыша Федоренко, а выигрыш Петренко — 76 % выигрыша Федоренко. Сколько гривен составлял выигрыш каждого из них?

¹ 1 фут = 30,48 см.

² 1 фунт = 454 г.

- 434.* С поля площадью $14\frac{2}{7}$ га собрали урожай сахарной свеклы по 280 ц с каждого гектара. На сахарный завод отвезли $\frac{9}{16}$ урожая. Сколько сахара произвел завод из этой свеклы, если выход сахара составляет $\frac{1}{6}$ массы переработанной свеклы?
- 435.* С поля площадью $11\frac{1}{4}$ га собрали урожай семян подсолнечника по $21\frac{1}{3}$ ц с каждого гектара. На масло переработали $\frac{33}{40}$ собранного количества семян. Сколько получили масла, если его выход составляет $\frac{1}{3}$ массы переработанных семян?
- 436.* Казак Остап сварил кулеш. Сам съел $\frac{1}{4}$ казана, казаку Чубу дал $\frac{1}{3}$ остатка, казаку Белоусу — $\frac{1}{2}$ нового остатка, а казаку Мамаю — остальное. После обеда казаки никак не могли выяснить, кому из них досталось больше кулеша. Помогите им разобраться.
- 437.* Числа a и b не равны 0. Какое из них больше, если:
1) $\frac{3}{4}$ от a равно $\frac{2}{3}$ от b ; 2) $\frac{2}{5}$ от a равно $\frac{5}{7}$ от b ?
- 438.* От шнура длиной 10 м сначала отрезали $\frac{1}{5}$ его длины, затем — $\frac{1}{25}$ начальной длины, а потом — $\frac{1}{19}$ того, что осталось. Сколько метров шнура осталось после этих трех операций?
- 439.* Докажите, что $a\%$ от числа b равно $b\%$ от числа a .
- 440.* Известно, что $\frac{1}{2}$ одного числа равно $\frac{1}{3}$ другого. Какое из этих чисел больше (данные числа отличны от 0)?
- 441.* В классе учатся меньше 50 учеников. За контрольную работу по математике $\frac{1}{7}$ учеников получили оценку «12», $\frac{1}{3}$ учеников — оценку «9», $\frac{1}{2}$ учеников — оценку «6». Остальные, к сожалению, получили оценку ниже 6 баллов. Сколько учеников получили оценку ниже шести баллов?
- 442.* Вода при замерзании увеличивает свой объем на $\frac{1}{11}$. На какую часть уменьшится объем льда при превращении его в воду?

- 443.* На футбольный матч «Динамо» — «Шахтер» из Донецка приехали 13 автобусов с болельщиками. На стадионе их разделили на две равные группы. Сколько гостей приехало, если $\frac{11}{17}$ всех донецких болельщиков не превышает 300, а в каждом автобусе ехало одинаковое количество пассажиров?
- 444.* В саду росли груши и яблони, всего 100 деревьев. Сколько яблонь росло в саду, если 20 % их количества равно 60 % количества груш?
- 445.* Количество отсутствующих в классе учеников составляет $\frac{1}{6}$ количества присутствующих. После того как один ученик вышел из класса, количество отсутствующих составило $\frac{1}{5}$ количества присутствующих. Сколько всего учеников в этом классе?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

446. Сравните:

1) $\frac{26}{63}$ и $\frac{17}{56}$; 2) $\frac{31}{42}$ и $\frac{19}{24}$; 3) $\frac{2003}{2004}$ и $\frac{2004}{2005}$.

447. Найдите значение выражения:

$$4\frac{4}{9} \cdot 1\frac{1}{32} \cdot 1\frac{1}{5} - (2\frac{11}{14} - 2\frac{2}{35}) \cdot 4\frac{2}{3}.$$

448. Что больше и на сколько: разность чисел $1\frac{1}{9}$ и $\frac{3}{8}$ или их произведение?
449. Расстояние между городами А и В равно 72 км. Из города А в город В выехал велосипедист со скоростью 9 км/ч. Через 3 ч после отъезда велосипедиста из А в В выехал мотоциклист, который догнал велосипедиста на расстоянии 31,5 км от города А. На каком расстоянии от города В будет велосипедист, когда туда приедет мотоциклист?

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

450. Черепаха ползет по плоскости с постоянной скоростью, изменяя направление движения на 90° через каждые 15 мин. Докажите, что вернуться в точку старта она сможет только через целое количество часов после начала движения.

13. ВЗАИМНО ОБРАТНЫЕ ЧИСЛА

Если дробь $\frac{4}{9}$ «перевернуть», то есть поменять местами числитель и знаменатель, то получим дробь $\frac{9}{4}$.

Найдем произведение этих дробей:

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{4} = \frac{4 \cdot 9}{9 \cdot 4} = 1.$$

Два числа, произведение которых равно 1, называют взаимно обратными.

Следовательно, числа $\frac{4}{9}$ и $\frac{9}{4}$ — взаимно обратные.

Также говорят, что число $\frac{9}{4}$ является обратным числу $\frac{4}{9}$, а число $\frac{4}{9}$ — обратным числу $\frac{9}{4}$.

Приведем примеры пар взаимно обратных чисел:

$\frac{3}{17}$ и $5\frac{2}{3}$ — взаимно обратные числа, так как $\frac{3}{17} \cdot 5\frac{2}{3} = \frac{3}{17} \cdot \frac{17}{3} = 1$.

1,02 и $\frac{50}{51}$ — взаимно обратные числа, поскольку $1,02 \cdot \frac{50}{51} = 1$.
 $1 \cdot \frac{2}{100} \cdot \frac{50}{51} = 1 \cdot \frac{1}{50} \cdot \frac{50}{51} = \frac{51}{50} \cdot \frac{50}{51} = 1$;

2,5 и 0,4 — взаимно обратные числа, поскольку $2,5 \cdot 0,4 = 1$.

Числом, обратным 1, является само число 1.

Для числа 0 обратного числа не существует.

Понятно, что обратным числу $\frac{a}{b}$ является число $\frac{b}{a}$. Действительно, $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{ab}{ba} = 1$.

Пример. Найдите число, обратное числу:

- 1) 5; 2) $7\frac{2}{9}$; 3) 1,4.

1) Запишем число 5 в виде дроби со знаменателем 1. Имеем: $5 = \frac{5}{1}$. Тогда понятно, что числом, обратным числу 5, будет дробь $\frac{1}{5}$.

Вообще, если n — натуральное число, то обратным ему является число $\frac{1}{n}$.

2) Запишем число $7\frac{2}{9}$ в виде неправильной дроби: $7\frac{2}{9} = \frac{65}{9}$. Следовательно, обратным числу $7\frac{2}{9}$ является число $\frac{9}{65}$.

3) Имеем: $1,4 = 1\frac{4}{10} = 1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$. Тогда искомое число $\frac{5}{7}$.



1. Какие числа называют взаимно обратными?
2. Как записать число, обратное дроби $\frac{a}{b}$?
3. Как записать число, обратное натуральному числу?
4. Как найти число, обратное смешанному числу?
5. Для любого ли числа существует обратное ему число?
6. Существует ли число, обратное самому себе?
7. Верно ли, что для любой правильной дроби обратное число будет неправильной дробью?
8. Верно ли, что для любой неправильной дроби обратное число будет правильной дробью?

451.* Укажите число, обратное числу:

- 1) $\frac{3}{5}$; 2) 12; 3) $3\frac{2}{9}$; 4) 0,16; 5) $\frac{1}{17}$; 6) 2,3.

452.* Укажите число, обратное числу:

- 1) $\frac{7}{11}$; 2) 6; 3) $2\frac{2}{5}$; 4) 0,23; 5) $\frac{1}{9}$; 6) 3,6.

453.* Будут ли взаимно обратными числа:

- 1) $3\frac{1}{6}$ и $\frac{6}{19}$; 3) 0,4 и 0,25; 5) 1,4 и $\frac{6}{7}$;
2) 0,4 и $2\frac{1}{2}$; 4) 1,2 и $\frac{5}{6}$; 6) $1\frac{3}{7}$ и 0,7?

454.* Вычислите наиболее удобным способом:

- 1) $\frac{12}{19} \left(1\frac{7}{12} \cdot 4\frac{13}{21} \right)$; 2) $\left(3\frac{2}{7} \cdot 25,8 \right) \cdot \frac{7}{23}$.

455.* Вычислите наиболее удобным способом:

- 1) $\left(6\frac{8}{11} \cdot \frac{4}{5} \right) \cdot 1\frac{1}{4}$; 2) $2\frac{5}{6} \left(17,8 \cdot \frac{6}{17} \right)$.

456.* Найдите число, обратное:

- 1) сумме чисел $\frac{7}{18}$ и $\frac{7}{12}$;
2) сумме чисел $2\frac{13}{14}$ и $1\frac{20}{21}$;
3) разности чисел $\frac{13}{60}$ и $\frac{7}{40}$;
4) произведению чисел $\frac{22}{35}$ и $\frac{21}{44}$.

457.* Найдите число, обратное:

- 1) разности чисел $8\frac{3}{4}$ и $7\frac{5}{6}$;
2) произведению чисел $1\frac{1}{15}$ и $\frac{5}{16}$.

458.* 1) Первое число составляет $\frac{1}{2}$ второго. Во сколько раз второе число больше первого?

2) Первое число составляет $\frac{3}{2}$ второго. Какую часть первого числа составляет второе?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

459. Найдите среди чисел $1,4$; $1\frac{2}{5}$; $\frac{28}{20}$; $1,04$; $1\frac{6}{15}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{35}{30}$; $1\frac{2}{7}$ равные.

460. За первый час автомобиль проехал 70 км, за второй — на $\frac{1}{7}$ больше, чем за первый, за третий — $\frac{13}{16}$ того, что за второй, а за четвертый — $\frac{15}{43}$ того, что за первые три часа вместе. Какое расстояние проехал автомобиль за 4 ч?

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

461. Решите уравнение:

1) $\frac{x}{3} = 5$; 2) $\frac{x}{0,4} = 0,8$; 3) $7x = 4$; 4) $3x = 1$.

Повтори содержание пунктов 18, 26 на с. 285, 287.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

462. Вася и Саша играют в такую игру: они по очереди (Вася первым) ломают шоколадку, имеющую 6×8 клеточек. За один ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого куска вдоль углубления между клеточками шоколадки. Проиграет тот, кто в очередной раз не сможет этого сделать. Кто из мальчиков выиграет?

14. ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ

Найдем площадь S прямоугольника, стороны которого равны $\frac{2}{5}$ дм и $\frac{3}{7}$ дм (рис. 10).

Имеем:

$$S = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35} \text{ (дм}^2\text{)}.$$

А как найти одну из сторон прямоугольника, если другая сторона равна $\frac{2}{5}$ дм, а площадь — $\frac{6}{35}$ дм²?

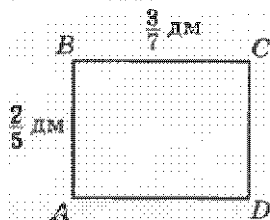


Рис. 10

Понятно, что следует выполнить деление:

$$\frac{6}{35} : \frac{2}{5}$$

Однако мы знаем, что «неизвестная» сторона равна $\frac{3}{7}$ дм. Следовательно,

$$\frac{6}{35} : \frac{2}{5} = \frac{3}{7}$$

Заметим, что частное $\frac{3}{7}$ можно получить в результате умножения делимого $\frac{6}{35}$ на дробь, обратную делителю $\frac{2}{5}$, то есть на дробь $\frac{5}{2}$.

Действительно,

$$\frac{6}{35} \cdot \frac{5}{2} = \frac{6 \cdot 5}{35 \cdot 2} = \frac{3}{7}$$

$$\text{Имеем: } \frac{6}{35} : \frac{2}{5} = \frac{6}{35} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3}{7}$$

Следовательно, деление дробей можно свести к умножению дробей, пользуясь таким правилом:

чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю.

В буквенном виде это правило записывают так:

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}}$$

Обратим внимание, что

$$1 : \frac{a}{b} = \frac{b}{a}; \quad 0 : \frac{a}{b} = 0.$$

На нуль делить нельзя.

Пример 1. Выполните деление: 1) $10 : \frac{6}{7}$; 2) $1\frac{7}{8} : 1\frac{9}{16}$.

1) Записав делимое в виде дроби со знаменателем 1, получим:

$$10 : \frac{6}{7} = \frac{10}{1} : \frac{6}{7} = \frac{10}{1} \cdot \frac{7}{6} = \frac{10 \cdot 7}{1 \cdot 6} = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}$$

2) Преобразуем смешанные числа в неправильные дроби, а затем выполним деление по правилу деления дробей:

$$1\frac{7}{8} : 1\frac{9}{16} = \frac{15}{8} : \frac{25}{16} = \frac{15}{8} \cdot \frac{16}{25} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

Пример 2. Велосипедист проезжает расстояние между селами Солнечное и Лунное за 2 ч, а пешеход проходит это расстояние за 6 ч. Велосипедист и пешеход одновременно отправились из этих сел навстречу друг другу. Через сколько часов после начала движения они встретятся?

Расстояние между селами примем за единицу. За 1 ч велосипедист проезжает $\frac{1}{2}$ этого расстояния, а пешеход проходит $\frac{1}{6}$ расстояния.

1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (расстояния) — преодолеют велосипедист и пешеход за 1 ч вместе.

2) $1 : \frac{2}{3} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$ (ч) — время, за которое велосипедист и пешеход преодолеют все расстояние, то есть они встретятся через 1,5 ч.

Ответ: 1,5 ч.

- ?** 1. Сформулируйте правило деления дробей.
2. Как разделить два смешанных числа?

463.° Выполните деление:

- 1) $\frac{3}{7} : \frac{5}{6}$; 3) $\frac{7}{16} : \frac{42}{43}$; 5) $\frac{9}{25} : \frac{27}{50}$; 7) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$;
2) $\frac{3}{14} : \frac{2}{21}$; 4) $\frac{3}{4} : \frac{21}{40}$; 6) $\frac{45}{56} : \frac{63}{64}$; 8) $\frac{65}{98} : \frac{26}{49}$.

464.° Выполните деление:

- 1) $\frac{11}{15} : \frac{3}{8}$; 3) $\frac{12}{55} : \frac{48}{77}$; 5) $\frac{27}{50} : \frac{9}{25}$; 7) $\frac{5}{8} : \frac{5}{32}$;
2) $\frac{6}{35} : \frac{18}{25}$; 4) $\frac{21}{40} : \frac{3}{4}$; 6) $\frac{63}{64} : \frac{45}{56}$; 8) $\frac{14}{55} : \frac{1}{5}$.

465.° Найдите значение частного:

- 1) $8 : \frac{3}{5}$; 4) $\frac{3}{4} : 2$; 7) $\frac{12}{25} : 4$; 10) $1\frac{7}{8} : 2\frac{11}{32}$;
2) $10 : \frac{5}{6}$; 5) $\frac{10}{11} : 10$; 8) $1 : \frac{7}{8}$; 11) $7\frac{3}{5} : \frac{19}{25}$;
3) $12 : \frac{15}{16}$; 6) $\frac{4}{7} : 3$; 9) $5\frac{1}{3} : 1\frac{5}{9}$; 12) $1\frac{1}{35} : 2\frac{4}{7}$.

466.° Найдите значение частного:

- 1) $6 : \frac{7}{9}$; 3) $13 : \frac{26}{29}$; 5) $\frac{9}{16} : 6$; 7) $1\frac{5}{9} : 1\frac{8}{27}$; 9) $3\frac{17}{27} : 1\frac{4}{45}$;
2) $\frac{7}{9} : 5$; 4) $16 : \frac{4}{11}$; 6) $1 : \frac{13}{18}$; 8) $2\frac{10}{13} : 3\frac{3}{26}$; 10) $2\frac{4}{7} : 1\frac{1}{35}$.

467.° Найдите значение выражения:

- 1) $3\frac{3}{4} : \frac{3}{8} : 1\frac{3}{7}$; 8) $\frac{5}{12} + \frac{1}{8} : \frac{3}{8}$;
2) $3\frac{3}{4} : (\frac{3}{8} : 1\frac{3}{7})$; 9) $2\frac{6}{7} : (\frac{5}{6} - \frac{9}{14})$;
3) $1\frac{7}{9} \cdot \frac{15}{32} : 1\frac{19}{36}$; 10) $2\frac{6}{7} : \frac{5}{6} - \frac{9}{14}$;
4) $1\frac{7}{9} (\frac{15}{32} : 1\frac{19}{36})$; 11) $2\frac{1}{4} : 1\frac{4}{11} - \frac{3}{8} : \frac{7}{8}$;
5) $3\frac{4}{7} : 1\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3}$; 12) $(7 - 1\frac{5}{9} : \frac{7}{24}) : \frac{20}{27}$;
6) $3\frac{4}{7} : (1\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3})$; 13) $(3\frac{1}{6} - 5\frac{1}{6} : 4\frac{2}{15}) \cdot \frac{3}{92}$;
7) $(\frac{5}{12} + \frac{1}{8}) : \frac{3}{8}$;

468.° Найдите значение выражения:

- 1) $12 : 3\frac{3}{8} - 1\frac{1}{4} : \frac{15}{32}$; 3) $(1\frac{1}{35} : \frac{4}{5} - 1\frac{8}{35}) \cdot 3\frac{1}{3}$;
2) $1\frac{31}{35} : (2 - \frac{8}{9} : 1\frac{19}{45})$;

469.° Решите уравнение:

- 1) $\frac{2}{7}x = \frac{9}{14}$; 3) $3x = \frac{2}{9}$; 5) $\frac{18}{49} : x = \frac{6}{35}$;
2) $\frac{3}{8}x = 6$; 4) $x : \frac{6}{11} = \frac{3}{7}$; 6) $\frac{3}{8}x = 2,4$.

470.° Решите уравнение:

- 1) $\frac{25}{27}x = \frac{5}{18}$; 3) $4x = \frac{5}{7}$; 5) $4\frac{4}{9} : x = \frac{5}{27}$;
2) $\frac{13}{17}x = 39$; 4) $x : 2\frac{2}{15} = 1\frac{9}{16}$; 6) $1\frac{4}{9}x = 5,2$.

471.° Найдите скорость поезда, если за $\frac{8}{15}$ ч он проехал $34\frac{2}{3}$ км.

472.° За какое время автобус проедет 63 км, если его скорость составляет $50\frac{2}{5}$ км/ч?

473.° Сколько стоит 1 кг конфет, если за $2\frac{1}{5}$ кг заплатили 22 грн.?

474.* Какова масса 1 дм³ сплава, если масса $5\frac{1}{3}$ дм³ этого сплава равна $3\frac{5}{9}$ кг?

475.* В двух цистернах было 120 т нефти. Сколько тонн нефти было в каждой цистерне, если в одной из них было в $1\frac{2}{9}$ раза больше нефти, чем в другой?

476.* В двух контейнерах было 90 кг яблок. Сколько килограммов яблок было в каждом контейнере, если в одном из них было в $2\frac{1}{3}$ раза меньше яблок, чем в другом?

477.* Найдите среднее арифметическое чисел:

1) $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{20}$;

3) $2\frac{3}{5}$, $3\frac{3}{10}$, $2\frac{1}{2}$;

2) $1\frac{3}{7}$ и $2\frac{5}{21}$;

4) $7\frac{5}{24}$, $6\frac{7}{24}$, $8\frac{1}{6}$.

478.* Найдите значение выражения:

1) $(2\frac{13}{48} + 2\frac{5}{12}) : 3\frac{3}{4} - 9\frac{3}{4} : 12$;

2) $(8 : 2\frac{10}{19} - 1\frac{13}{15} \cdot 1\frac{6}{49}) : (3\frac{1}{12} - 1\frac{25}{36})$.

479.* Найдите значение выражения:

1) $(2\frac{5}{9} - 1\frac{20}{21}) : 1\frac{8}{49} + 1\frac{8}{9} : 6$;

2) $(1\frac{17}{18} \cdot 1\frac{13}{14} - 2\frac{5}{8} : 1\frac{19}{20}) : (2\frac{25}{78} - 1\frac{1}{26})$.

480.* Решите уравнение:

1) $\frac{3}{8}x + \frac{7}{12}x - \frac{5}{6}x = \frac{9}{32}$;

5) $2\frac{1}{3} : x - 1\frac{1}{6} = 1\frac{5}{9}$;

2) $7\frac{3}{10} + \frac{25}{28}x = 8\frac{13}{35}$;

6) $2\frac{1}{3} : (x - 1\frac{1}{6}) = 1\frac{5}{9}$;

3) $3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{20}x = 1\frac{14}{15}$;

7) $27 : (31\frac{3}{7}x - 2\frac{11}{14}x) = 1\frac{1}{8}$.

4) $5\frac{11}{14}x - \frac{8}{15} = \frac{5}{21}$;

481.* Решите уравнение:

1) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x = 1\frac{19}{75}$;

3) $\frac{11}{18} - \frac{14}{27}x = \frac{5}{12}$;

2) $4\frac{2}{9}x + 3\frac{5}{14} = 6\frac{11}{21}$;

4) $2\frac{2}{11}x - \frac{5}{16} = 1\frac{3}{4}$;

$$5) 4\frac{1}{2} : x + 1\frac{3}{4} = 3\frac{19}{28}; \quad 7) 48 : (3\frac{4}{5}x - 25) = 1\frac{1}{2}.$$

$$6) 3\frac{2}{3} : (x - 2\frac{4}{15}) = 3\frac{5}{13};$$

482.* Автомобиль едет со скоростью 80 км/ч. Сколько километров он проезжает за 1 мин? Какова скорость автомобиля в метрах в минуту?

483.* Пешеход движется со скоростью 5 км/ч. Выразите его скорость в метрах в минуту и в метрах в секунду.

484.* Из села до места рыбалки Иван Петрович проплыл на плоту $10\frac{4}{5}$ км, а возвращался на лодке, которая двигалась со скоростью $4\frac{1}{20}$ км/ч, потратив на обратный путь на $1\frac{5}{6}$ ч меньше. Найдите скорость течения реки.

485.* Теплоход проходит $40\frac{1}{2}$ км по течению реки за $1\frac{1}{2}$ ч. На сколько больше времени уйдет на обратный путь, если скорость течения равна $3\frac{3}{8}$ км/ч?

486.* Длина трамвайного маршрута $15\frac{3}{4}$ км. На маршруте есть 12 остановок, на каждой из которых трамвай стоит в среднем $1\frac{1}{6}$ мин. За какое время трамвай преодолет весь маршрут, если его скорость равна $13\frac{1}{8}$ км/ч?

487.* Длина маршрута, который автобус проходит за $\frac{7}{10}$ ч, равна $20\frac{1}{4}$ км. Автобус движется по маршруту со скоростью 45 км/ч и делает 10 остановок. Сколько времени в среднем длится каждая остановка автобуса?

488.* Необходимо расфасовать $32\frac{1}{2}$ кг сахара в пакеты по $\frac{3}{4}$ кг в каждом. Сколько получится полных пакетов?

489.* Для перевязывания одной пачки книг требуется $1\frac{1}{3}$ м веревки. На сколько таких пачек хватит 18 м веревки?

490.* Сколько банок емкостью 0,3 л необходимо, чтобы разлить в них 5 л варенья?

- 491.* Сколько ведер емкостью $6\frac{2}{3}$ л необходимо, чтобы разлить в них 70 л молока?
- 492.* Маляр Иван Иванович может отремонтировать кабинет математики за 24 ч, а маляр Петр Петрович — за 48 ч. За сколько часов, работая вместе, они отремонтируют этот кабинет?
- 493.* Кот Том съедает жареную индейку за 20 мин, а мышонок Джерри — за 30 мин. За сколько минут Том и Джерри справятся с индейкой вместе?
- 494.* Один рабочий может выполнить задание за 30 ч, а второму для этого необходимо в $1\frac{1}{2}$ раза больше времени, чем первому. За сколько часов они выполнят это задание, работая вместе? Какую часть задания при этом выполнит каждый из них?
- 495.* Один тракторист может вспахать поле за 12 дней, второму для этого требуется в $1\frac{1}{5}$ раза меньше времени, чем первому, а третьему — в $1\frac{1}{2}$ раза больше, чем второму. За сколько дней они вместе могут вспахать поле? Какую часть поля при этом вспашет каждый из них?
- 496.* Через одну трубу бассейн можно наполнить водой за 10 ч. Наполнение бассейна через вторую трубу потребует в $1\frac{1}{4}$ раза меньше времени. За какое время наполнится бассейн, если открыть одновременно обе трубы? Какая часть бассейна наполняется при этом через каждую трубу?
- 497.* Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 6 ч. Один из них, работая самостоятельно, может выполнить эту работу за 15 ч. За сколько часов ее может выполнить самостоятельно другой рабочий?
- 498.* Пассажирский поезд проходит расстояние между двумя городами за 36 ч. Если одновременно из этих городов выйдут навстречу друг другу пассажирский и товарный поезда, то они встретятся через 20 ч после

начала движения. За какое время товарный поезд может преодолеть расстояние между городами?

499." Через первую трубу бассейн можно наполнить водой за 3 ч, а через вторую — за 6 ч. Сначала 2 ч была открыта первая труба, затем ее закрыли и открыли вторую трубу. За сколько часов был наполнен бассейн?

500." Одна бригада может выполнить заказ за 9 дней, а вторая — за 12 дней. Сначала 3 дня работала первая бригада, а затем ее сменила вторая. За сколько дней был выполнен заказ?

501." Выполните деление (буквами обозначены натуральные числа):

$$1) \frac{2a}{21} : \frac{4b}{49}; \quad 2) \frac{11m}{9n} : \frac{22n}{27m}; \quad 3) \frac{36ab}{17c} : \frac{21b}{34c}; \quad 4) \frac{51x}{32y} : \frac{17x}{16y}.$$

502." Найдите наименьшее натуральное число, при делении которого на $\frac{4}{5}$ и $\frac{6}{7}$ в результате получим натуральные числа.

503." Который сейчас час, если до конца суток осталось $\frac{4}{5}$ того времени, что уже прошло от начала суток?

504." Найдите наименьшее натуральное число, при делении которого на $\frac{6}{11}$, $\frac{8}{17}$ и $\frac{12}{19}$ в результате получим натуральные числа.

505." Найдите значение выражения:

$$1) 1 - \frac{2}{3 + \frac{1}{2}}; \quad 2) \frac{8 - \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}}{8 + \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}}; \quad 3) \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}.$$

506." Вычислите:

$$1) 2 + \frac{1}{1 + \frac{2}{1 + \frac{1}{3}}}; \quad 2) \frac{2 - \frac{2 - \frac{1}{2}}{\frac{4}{2}}}{2 + \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{4}{2}}}; \quad 3) \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3}}}}.$$

- 507.* Увеличится или уменьшится значение дроби и во сколько раз, если к ее знаменателю прибавить число, равное этому знаменателю?
- 508.* Лодка проплывает некоторое расстояние по озеру за 6 ч, а по течению реки — за 5 ч. За сколько часов такое же расстояние проплывет плот по реке?
- 509.* Некоторое расстояние по течению реки катер проходит за 3 ч, а плот — за 15 ч. За сколько часов этот катер проходит такое же расстояние против течения реки?
- 510.* Теплоход проходит некоторое расстояние по течению реки за 2 ч, а против течения — за 3 ч. За сколько часов это же расстояние проплывет плот?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

511. В первый день туристы прошли $\frac{5}{12}$ намеченного пути, во второй — 30 % пути, а в третий — остальное. Какую часть пути прошли туристы за третий день?
512. На ремонт класса было выделено 2800 грн., из которых $\frac{3}{7}$ потратили на приобретение краски. Сколько денег осталось?
513. В книге 240 страниц. Аленка прочитала $\frac{5}{16}$ всех страниц книги. Сколько страниц осталось прочитать Аленке?
514. Угол ABC — прямой, луч BM проведен так, что $\angle MBC = 120^\circ$, луч BK — биссектриса угла ABC . Найдите градусную меру угла MBK . Сколько решений имеет задача?

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

515. В один ряд расположены 1000 фишек. Любые две фишки, расположенные через одну, разрешается поменять местами. Можно ли переставить фишки в обратном порядке?

15. НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЛА ПО ЕГО ДРОБИ

На приусадебном участке растет 28 вишен, что составляет $\frac{7}{9}$ количества всех деревьев, растущих в саду. Сколько всего деревьев растет на участке?

В пятом классе ты решал эту задачу по такой схеме:

1) найдем, сколько деревьев составляет $\frac{1}{9}$ количества всех деревьев:

$$28 : 7 = 4 \text{ (деревя);}$$

2) найдем, сколько всего деревьев растет на участке:

$$4 \cdot 9 = 36 \text{ (деревьев).}$$

В этой задаче, зная, что 28 составляет $\frac{7}{9}$ количества всех деревьев, мы нашли общее количество деревьев в саду. Подобные задачи называют задачами на нахождение числа по значению его дроби.

Заметим, что найденный ответ (36 деревьев) можно получить более простым способом. Для этого число 28 можно разделить на дробь $\frac{7}{9}$:

$$28 : \frac{7}{9} = \frac{28 \cdot 9}{7} = 4 \cdot 9 = 36.$$

Чтобы найти число по значению его дроби, можно это значение разделить на эту дробь.

Таким же способом можно решать задачи на нахождение числа по его процентам.

Пример. В бочку налили 84 л воды. Каков объем этой бочки, если выяснилось, что заполнено 70 % ее объема?

Запишем 70 % в виде десятичной дроби: $70 \% = 0,7$.

Теперь имеем:

$$84 : 0,7 = 120 \text{ (л)} \text{ — объем бочки.}$$

Ответ: 120 л.

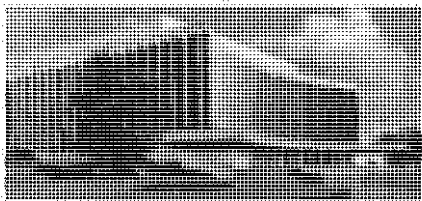
Чтобы найти число по его процентам, можно представить проценты в виде дроби и разделить значение процентов на эту дробь.



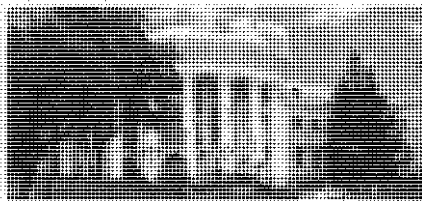
1. Как найти число по значению его дроби?
2. Как найти число по его процентам?

- 516.° Найдите число, если: 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) 0,4; 4) $\frac{4}{9}$; 5) $\frac{12}{13}$;
6) $\frac{24}{25}$ его равняется 48.
- 517.° Найдите число, если: 1) $\frac{1}{2}$; 2) 0,2; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{7}{8}$; 5) $\frac{8}{11}$;
6) $\frac{14}{13}$ его равняется 56.
- 518.° Найдите число:
1) $\frac{3}{4}$ которого равны 12; 4) 0,9 которого равны 81;
2) $\frac{6}{13}$ которого равны 24; 5) $\frac{9}{7}$ которого равны $7\frac{1}{14}$;
3) $\frac{7}{9}$ которого равны 63; 6) $\frac{5}{7}$ которого равны $\frac{5}{7}$.
- 519.° Найдите число:
1) $\frac{8}{15}$ которого равны 40; 3) $\frac{15}{8}$ которого равны 120;
2) $\frac{5}{27}$ которого равны $4\frac{4}{9}$; 4) $\frac{3}{5}$ которого равны $\frac{9}{10}$.
- 520.° Найдите число, если:
1) 24 % этого числа равны 48;
2) 75 % этого числа равны $\frac{1}{4}$;
3) $3\frac{1}{3}$ % этого числа равны 5;
4) 108 % этого числа равны 86,4.
- 521.° Найдите число, если:
1) 13 % этого числа равны 52;
2) 80 % этого числа равны $\frac{3}{5}$;
3) $2\frac{2}{7}$ % этого числа равны $\frac{32}{49}$.

522.° В зрительном зале Международного центра культуры и искусств (г. Киев) 1960 мест, что составляет $\frac{49}{92}$ количества мест для зрителей в Национальном дворце «Украина». Сколько мест для зрителей во дворце «Украина»?



Национальный дворец
«Украина»



Международный центр культуры
и искусств (г. Киев)

- 523.° Миша прочитал 144 страницы, что составило $\frac{3}{5}$ страниц в книге. Сколько страниц было в книге?
- 524.° Команда шестиклассников выиграла соревнования по футболу, а ее лучший бомбардир забил 16 голов, что составило $\frac{4}{15}$ всех голов, забитых этой командой. Сколько всего голов забила команда шестиклассников?
- 525.° Чему равно расстояние между двумя городами, если 36 км составляет 15 % этого расстояния?
- 526.° На приобретение книг для школьной библиотеки выделили определенную сумму денег, 8 % которой потратили на приобретение словарей. Какую сумму выделили на приобретение книг, если на словари потратили 280 грн.?
- 527.° На завтрак Винни-Пух съел $\frac{6}{17}$ бочонка меда, а на обед — остальные 22 кг. Сколько килограммов меда было в бочонке?
- 528.° В первый день продали $\frac{13}{21}$ всех груш, а во второй — остальные 128 кг. Сколько килограммов груш продали за два дня?
- 529.° 1) Одно из двух слагаемых равно 320, что составляет $\frac{40}{51}$ их суммы. Найдите второе слагаемое.
2) Найдите разность двух чисел, если вычитаемое равно 49, что составляет $\frac{7}{12}$ уменьшаемого.
- 530.° 1) Одно из двух слагаемых равно 42, что составляет $\frac{6}{23}$ второго слагаемого. Найдите их сумму.
2) Найдите разность двух чисел, если уменьшаемое равно 90 и составляет $\frac{9}{5}$ вычитаемого.
- 531.° В 1746 году в Елисаветграде¹ при крепости была открыта казенная школа, где изучали Закон Божий, немецкий и французский языки, арифметику, учились рисовать, петь, танцевать. Школу посещали 60 девочек, что составляло $\frac{3}{4}$ количества мальчиков. Сколько всего учащихся было в этой школе?

¹ Сегодня это город Кировоград.

- 532.* Одна из сторон прямоугольника равна $2\frac{5}{8}$ дм, что составляет $\frac{7}{6}$ длины второй стороны. Вычислите периметр и площадь прямоугольника.
- 533.* Длина прямоугольного параллелепипеда равна 45 см, ширина составляет $\frac{4}{9}$ длины и $\frac{12}{7}$ высоты. Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда.
- 534.* Периметр треугольника равен 56 см. Длина одной из его сторон составляет $\frac{5}{14}$ периметра и $\frac{15}{8}$ длины второй стороны. Найдите стороны треугольника.
- 535.* Периметр прямоугольника равен $15\frac{1}{3}$ см, что составляет $\frac{23}{6}$ его длины. Найдите ширину прямоугольника.
- 536.* Ученики шестого класса посадили возле школы деревья. Фруктовые деревья составляли $\frac{11}{15}$ посаженных деревьев. Вишни составляли $\frac{4}{11}$ фруктовых деревьев. Сколько всего деревьев посадили шестикласники, если вишен посадили 12?
- 537.* На птицеферме были куры, утки и индейки. Утки составляли 0,42 всех птиц, а индейки — $\frac{9}{28}$ уток. Сколько всего птиц на ферме, если индеек было 54?
- 538.* В детский санаторий привезли апельсины, мандарины и яблоки. Апельсины составляли $\frac{7}{18}$ всех фруктов, мандарины — $\frac{5}{12}$, а яблоки — остальные 28 кг. Сколько килограммов фруктов привезли в санаторий?
- 539.* Известно, что $\frac{7}{20}$ армии царя Гороха составляли стрелецкие полки, $\frac{13}{30}$ армии — драгунские полки, а остальные 26 полков — казацкие. Сколько полков было в армии царя Гороха?
- 540.* Петр, Федор и Иван собирали яблоки. Иван собрал 23 % яблок, Петр — 39 %, а Федор — остальные 190 кг. Сколько килограммов яблок они собрали вместе?
- 541.* Сколько килограммов овощей привезли в магазин, если огурцы составляли 27 % овощей, картофель — 42 %, а остальные 496 кг — капуста?

- 542.* Готовясь к олимпиаде по математике, Максим в субботу и воскресенье решал задачи. В субботу он решил $\frac{7}{18}$ всех задач, а в воскресенье — $\frac{2}{9}$ всех задач и остальные 14 задач. Сколько всего задач решил Максим за два дня?
- 543.* Готовясь к олимпиаде по английскому языку, Галина занималась переводом текста. За один день она перевела $\frac{5}{12}$ страниц текста и еще 10 страниц, после чего ей осталось перевести $\frac{3}{8}$ страниц текста. Сколько страниц текста необходимо было перевести?
- 544.* В 1621 году в победоносной Хотинской битве сошлись с одной стороны казацкое войско во главе с гетьманом Петром Сагайдачным и польская армия, а с другой — турецкая и татарская армии. В казацком войске было около 40 000 казаков, что составляло $1\frac{1}{3}$ от численности польской армии. В татарской армии было 60 000 воинов, что составляло $\frac{2}{5}$ от численности турецкого войска. Во сколько раз украинско-польское войско было меньше армии противника?
- 545.* Рассказывают, что на вопрос, сколько учеников в его школе, великий древнегреческий ученый Пифагор ответил: «Половина изучает математику, четверть — музыку, седьмая часть проводит время в молчаливых размышлениях, кроме того, есть еще три женщины». Сколько учеников было в школе Пифагора?
- 546.* Найдите число, $\frac{10}{13}$ которого равны $\frac{11}{14}$ от числа 280.
- 547.* Найдите $\frac{7}{24}$ числа, $\frac{3}{8}$ которого составляют 36.
- 548.* Буратино потратил $\frac{13}{28}$ своих денег на покупку учебников, а на покупку конфет — $\frac{11}{18}$ оставшихся денег. После этого у него осталось 35 сольдо. Сколько сольдо было у Буратино сначала?
- 549.* Трое мышат нашли головку сыра. Один мышонок съел $\frac{7}{12}$ головки, второй — $\frac{7}{15}$ остатка, а третий — остальные $1\frac{2}{3}$ кг сыра. Какова масса головки сыра?

- 550.* В первый день в магазине продали $\frac{5}{9}$ завезенной ткани, во второй — 35 % остатка, а в третий — остальные 52 м. Сколько метров ткани завезли в магазин?
- 551.* За первый месяц отремонтировали 55 % дороги, за второй — $\frac{3}{8}$ остатка, а за третий — остальные 45 км. Сколько километров дороги отремонтировали за три месяца?
- 552.* Альпинисты в первый день преодолели $\frac{1}{3}$ высоты горы, во второй — $\frac{1}{3}$ оставшейся высоты, в третий — снова $\frac{1}{3}$ оставшейся высоты, а в четвертый — остальные 800 м и достигли вершины. Найдите высоту этой горы.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

553. Найдите значение выражения:

$$1) \frac{5}{9} + \frac{4}{9} \cdot 3\frac{1}{6} \cdot \left(\frac{4}{19} + 1\frac{5}{38} - \frac{75}{76} \right);$$

$$2) \left(1\frac{5}{54} - \frac{11}{36} \right) \cdot 3\frac{3}{5} \cdot 2\frac{2}{7} - 1\frac{2}{7} \cdot 1\frac{5}{9}.$$

554. Решите уравнение:

$$1) \frac{2}{3}x = 1; \quad 2) 5x = \frac{1}{6}; \quad 3) 4x = \frac{1}{4}; \quad 4) 7x = 20.$$

555. Найдите координату точки А (рис. 11).

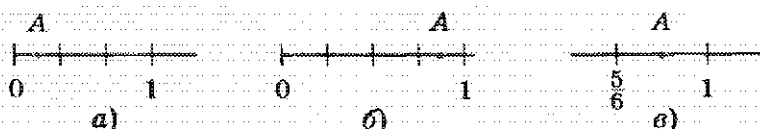


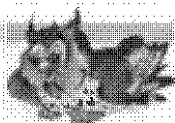
Рис. 11

556. Увеличится или уменьшится дробь и во сколько раз, если ее числитель увеличить в 4 раза, а знаменатель уменьшить в 3 раза?

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

557. Из чисел 20, 45, 50, 125, 64, 505 выберите те, разложение которых на простые множители содержит только числа 2 и 5.
558. Можно ли несократимую дробь со знаменателем 3 привести к дроби со знаменателем 10? 100? 1000? Ответ обоснуйте.

Повтори содержание пункта 6 на с. 280.



559. После того как семь раз использовали для стирки кусок мыла, его длина, ширина и высота уменьшились вдвое. Сколько раз можно использовать для стирки оставшийся кусок мыла?

16. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ В ДЕСЯТИЧНЫЕ

Напомним, что для обыкновенных дробей со знаменателями 10, 100, 1000 и т. д. найдена «одноэтажная» форма записи — десятичные дроби. Например, $\frac{7}{10} = 0,7$; $\frac{23}{100} = 0,23$; $\frac{19}{1000} = 0,019$. Поэтому любую десятичную дробь легко преобразовать в обыкновенную дробь или в смешанное число. Действительно,

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}; \quad 2,75 = 2 \frac{75}{100} = 2 \frac{3}{4}; \quad 7,0007 = 7 \frac{7}{10\,000}.$$

С помощью основного свойства дроби несложно, например, дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{23}{50}$ преобразовать в десятичные:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &= \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = 0,5; \\ \frac{23}{50} &= \frac{23 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{46}{100} = 0,46. \end{aligned}$$

Вообще, чтобы несократимую дробь $\frac{a}{b}$ преобразовать в десятичную, необходимо привести ее к одному из знаменателей 10, 100, 1000 и т. д.

Какой же из этих знаменателей выбрать? Понятно, что тот, который делится нацело на b (так как при приведении несократимой дроби к новому знаменателю «старый» знаменатель является делителем нового).

Например, преобразуем дробь $\frac{3}{40}$ в десятичную. Числа 10 и 100 не делятся нацело на 40, поэтому они не подходят. А вот число 1000 делится нацело на 40. Действительно, $1000 : 40 = 25$. Отсюда $\frac{3}{40} = \frac{3 \cdot 25}{40 \cdot 25} = \frac{75}{1000} = 0,075$.

Попробуем преобразовать дробь $\frac{5}{9}$ в десятичную. Однако из признака делимости на 9 следует, что ни одно из чисел 10, 100, 1000 и т. д. нацело на 9 не делится. Следовательно, дробь $\frac{5}{9}$ преобразовать в десятичную не удастся.

А как распознавать несократимые дроби, которые можно представить в виде десятичных?

Заметим, что каждое из чисел 10, 100, 1000 и т. д. имеет только два простых делителя: 2 и 5. Действительно, $10 = 2 \cdot 5$, $100 = 2^2 \cdot 5^2$, $1000 = 2^3 \cdot 5^3$ и т. д.

Следовательно, несократимую дробь $\frac{a}{b}$ можно преобразовать в десятичную только тогда, когда разложение знаменателя b на простые множители не содержит чисел, отличных от 2 и 5.

Напомним, что обыкновенные дроби можно преобразовать в десятичные и другим способом. Преобразуем, например, дробь $\frac{3}{16}$ в десятичную. Имеем: $\frac{3}{16} = 3 : 16$. Теперь выполним деление «уголком»:

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 16} \\ \underline{30} 16 \\ \underline{16} 0 \\ \underline{140} 0 \\ \underline{128} 0 \\ \underline{120} 0 \\ \underline{112} 0 \\ \underline{80} 0 \\ \underline{80} 0 \\ \underline{0} 0 \end{array}$$

Следовательно, $\frac{3}{16} = 0,1875$.

Чтобы преобразовать обыкновенную дробь в десятичную, можно ее числитель разделить на знаменатель.

- ?** 1. В каком случае несократимую дробь можно преобразовать в десятичную?
2. Как преобразовать обыкновенную дробь в десятичную?

560.° Какую из данных обыкновенных дробей можно преобразовать в десятичную:

1) $\frac{4}{5}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{7}{8}$; 4) $\frac{13}{400}$; 5) $\frac{9}{125}$; 6) $\frac{18}{150}$?

561.° Какую из данных обыкновенных дробей можно преобразовать в десятичную:

1) $\frac{11}{16}$; 2) $\frac{17}{200}$; 3) $\frac{5}{12}$; 4) $\frac{14}{625}$; 5) $\frac{23}{600}$; 6) $\frac{84}{140}$?

562.* Преобразуйте в десятичную дробь:

- 1) $\frac{13}{20}$; 2) $\frac{3}{25}$; 3) $\frac{9}{40}$; 4) $\frac{7}{16}$; 5) $\frac{97}{80}$; 6) $\frac{42}{15}$.

563.* Преобразуйте в десятичную дробь:

- 1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{32}{125}$; 3) $\frac{159}{200}$; 4) $\frac{1}{25}$; 5) $\frac{53}{50}$; 6) $\frac{56}{175}$.

564.* Преобразуйте обыкновенные дроби в десятичные и вычислите:

1) $0,29 + \frac{6}{25}$; 3) $8,22 - 4\frac{7}{50}$;

2) $4\frac{5}{8} - 3,94$; 4) $15,63 + 1\frac{9}{16}$.

565.* Преобразуйте обыкновенные дроби в десятичные и вычислите:

1) $\frac{6}{25} - 0,238$; 3) $0,35 + 1\frac{7}{8}$;

2) $\frac{237}{250} + 0,052$; 4) $9\frac{329}{500} - 8,658$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

566. Найдите значение выражения:

$$\left(0,5 : 1,25 + 1,4 \cdot \frac{7}{11} - \frac{3}{11}\right) \cdot 4\frac{1}{8}.$$



567. Одна сторона треугольника равна 32 см, вторая составляет 45 % первой, а третья — $\frac{11}{16}$ первой. Вычислите периметр треугольника.

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

568. Сравните:

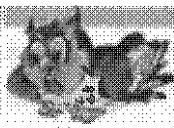
1) 6,4 и 6,42; 3) 0,4 и 0,08;

2) 2,28 и 2,314; 4) 0,075 и 0,1.

Повтори содержание пунктов 7, 21 на с. 276, 283.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

569. Каждая грань куба окрашена в белый или черный цвет. Докажите, что найдутся две грани с общим ребром, окрашенные в один цвет.



17. БЕСКОНЕЧНЫЕ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

Как ты уже знаешь, дробь $\frac{5}{11}$ преобразовать в десятичную нельзя, то есть если 5 разделить на 11, то десятичную дробь не получим. Интересно, а если все же попробовать разделить:

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 11} \\ \underline{50} 0,4545... \\ \underline{44} \\ \underline{60} \\ \underline{55} \\ \underline{50} \\ \underline{44} \\ \underline{60} \\ \underline{55} \\ \underline{5} \end{array}$$

Понятно, что это деление можно продолжать бесконечно. Частное имеет вид $0,454545\dots$. Здесь точки означают, что цифры 4 и 5, стоящие рядом, периодически повторяются бесконечно много раз.

Число $0,454545\dots$ называют бесконечной периодической десятичной дробью, или периодической дробью.

Полученную периодическую дробь принято записывать так: $0,(45)$ и читать: «нуль целых и сорок пять в периоде». Группу цифр (45) называют периодом дроби $0,(45)$.

Следовательно, $\frac{5}{11} = 0,454545\dots = 0,(45)$.

Заметим, что до этого примера мы рассматривали только те десятичные дроби, в записи которых после запятой стоит конечное число цифр. Поэтому их можно называть конечными десятичными дробями.

Теперь можно сделать такой вывод:

при делении натурального числа на натуральное число получим или натуральное число, или конечную десятичную дробь, или бесконечную периодическую десятичную дробь.

Удобно договориться, что конечные десятичные дроби и бесконечные периодические десятичные дроби будем называть десятичными дробями.

Пример 1. Преобразуйте дробь $\frac{7}{12}$ в периодическую дробь.
Выполним деление числа 7 на число 12:

$$\begin{array}{r}
 7 \overline{)12} \\
 \underline{70} \\
 60 \\
 \underline{100} \\
 96 \\
 \underline{40} \\
 36 \\
 \underline{40} \\
 36 \\
 \underline{40} \\
 36 \\
 \underline{4}
 \end{array}$$

Следовательно, $\frac{7}{12} = 0,58333... = 0,58(3)$ (читают: «нуль целых пятьдесят восемь сотых и три в периоде»).

Пример 2. Сравните $\frac{3}{11}$ и 0,273, записав предварительно обыкновенную дробь $\frac{3}{11}$ в виде периодической дроби.

Имеем: $\frac{3}{11} = 0,272727... .$ Сравнивая 0,272727... и 0,273, видим, что в разряде тысячных в первом числе стоит 2, а во втором — 3. Следовательно, $0,272727... < 0,273$, то есть $\frac{3}{11} < 0,273$.

? Что может быть результатом деления одного натурального числа на другое?

570.° Прочитайте периодическую дробь и назовите ее период:

- 1) 0,(5); 4) 0,(32); 7) 0,444...; 10) 0,137474...;
2) 2,4(3); 5) 1,(976); 8) 3,424242...; 11) 4,101010...;
3) 0,0(2); 6) 9,0(45); 9) 0,567567...; 12) 2,1231212....

571.° Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби частное:

- 1) 1 : 9; 2) 4 : 11; 3) 47 : 12; 4) 12,4 : 27.

572.° Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби частное:

- 1) 5 : 6; 2) 19 : 11; 3) 86 : 15; 4) 6,32 : 18.

573.° Преобразуйте обыкновенную дробь в бесконечную периодическую десятичную дробь и назовите ее период:

- 1) $\frac{7}{9}$; 2) $\frac{11}{30}$; 3) $\frac{13}{18}$; 4) $\frac{31}{33}$; 5) $\frac{49}{54}$.

574.° Преобразуйте обыкновенную дробь в бесконечную периодическую десятичную дробь и назовите ее период:

- 1) $\frac{5}{12}$; 2) $\frac{11}{15}$; 3) $\frac{9}{11}$; 4) $\frac{19}{36}$; 5) $\frac{39}{44}$.

575.° Сравните дроби, записав предварительно обыкновенные дроби в виде десятичных:

- 1) $\frac{1}{6}$ и 0,2; 2) $\frac{4}{7}$ и $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{22}{7}$ и 3,14; 4) $\frac{5}{13}$ и $\frac{387}{1000}$.

576.° Сравните дроби, записав предварительно обыкновенные дроби в виде десятичных:

- 1) $\frac{2}{11}$ и 0,182; 2) $\frac{7}{9}$ и $\frac{77}{100}$; 3) $\frac{11}{12}$ и $\frac{19}{20}$; 4) $\frac{47}{15}$ и $\frac{119}{36}$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

577. Найдите значение выражения:

- 1) $0,27 \cdot \frac{5}{9} : 1\frac{1}{9}$; 3) $\frac{5}{16} : 1,25 \cdot 0,36 : 1\frac{4}{5}$;

- 2) $0,65 \cdot \frac{4}{5} : 0,75 \cdot \frac{3}{20}$; 4) $\frac{7}{8} : (0,75 \cdot \frac{14}{15} : 1,2)$.

578. Периметр треугольника равен 36 см. Длина одной из его сторон составляет $\frac{7}{18}$ периметра, а длина второй — $\frac{3}{7}$ длины первой стороны. Найдите стороны треугольника.

579. Из двух городов, расстояние между которыми равно 108 км, одновременно навстречу друг другу выехали царь Салтан и царевич Гвидон. Карета царя Салтана двигалась со скоростью 10 км/ч, что составляло $\frac{5}{7}$ скорости, с которой на коне ехал царевич Гвидон. Через сколько часов после отъезда они встретятся?

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

580. Округлите дроби:

- 1) 9,486; 12,78; 0,5498; 10,333; 1,89 до десятых;
2) 3,405; 4,326; 82,2048; 0,2349; 0,999 до сотых;
3) 0,6372; 2,2981; 6,55555; 4,6767 до тысячных.

Повторите содержание пунктов 8 и с. 281.





581. На доске написаны числа 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0. Разрешается к любым двум записанным числам прибавить одно и то же натуральное число. Можно ли, выполнив такую операцию несколько раз, добиться того, чтобы все записанные числа были равными?

18. ДЕСЯТИЧНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОБИ

Ты уже умеешь округлять десятичные дроби. Например:

$$5,873 \approx 5,9 \text{ (округление до десятых);}$$

$$0,2415 \approx 0,24 \text{ (округление до сотых);}$$

$$0,2415 \approx 0,242 \text{ (округление до тысячных).}$$

Округлять можно и бесконечные периодические десятичные дроби, «отсекая» в определенном месте «бесконечный хвост». Например:

$$0,(6) = 0,6\ 666... \approx 0,7 \text{ (округление до десятых);}$$

$$1,3(4) = 1,34\ 44... \approx 1,34 \text{ (округление до сотых);}$$

$$2,(17) = 2,171\ 717... \approx 2,172 \text{ (округление до тысячных).}$$

Преобразуем обыкновенную дробь $\frac{26}{45}$ в периодическую.

Имеем: $\frac{26}{45} = 0,5777...$ Округлим полученную периодическую дробь до сотых: $0,5777... \approx 0,58$. Число 0,58 называют десятичным приближением до сотых дроби $\frac{26}{45}$ и записывают

$$\frac{26}{45} \approx 0,58.$$

Понятно, что можно найти и другие десятичные приближения обыкновенной дроби:

$$\frac{26}{45} \approx 0,6 \text{ (десятичное приближение до десятых);}$$

$$\frac{26}{45} \approx 0,578 \text{ (десятичное приближение до тысячных) и т. д.}$$

Чтобы найти десятичное приближение обыкновенной дроби до нужного разряда, надо:

1) выполнить деление до следующего разряда;

2) полученную десятичную дробь округлить до нужного разряда.

? Как найти десятичное приближение десятичной дроби до нужного разряда?

582.° Найдите десятичное приближение до сотых дроби:

- 1) $\frac{1}{16}$; 2) $\frac{6}{17}$; 3) $\frac{9}{40}$; 4) $2\frac{1}{3}$; 5) $5\frac{4}{11}$; 6) $1\frac{17}{200}$.

583.° Найдите десятичное приближение до тысячных дроби:

- 1) $\frac{12}{23}$; 2) $\frac{6}{43}$; 3) $\frac{8}{9}$; 4) $5\frac{5}{16}$; 5) $1\frac{2}{7}$; 6) $3\frac{1}{625}$.

584.° Найдите десятичное приближение частного до указанного разряда:

- 1) $36,8 : 7$ — до десятых; 6) $26,7 : 14$ — до сотых;
2) $24,16 : 11$ — до десятых; 7) $52 : 15$ — до тысячных;
3) $29 : 6$ — до сотых; 8) $10 : 17$ — до
4) $5 : 13$ — до сотых; десяти тысячных.
5) $2 : 3$ — до тысячных;

585.° Найдите десятичное приближение частного до указанного разряда:

- 1) $43,3 : 9$ — до десятых; 6) $64,45 : 19$ — до сотых;
2) $78,32 : 18$ — до десятых; 7) $90 : 22$ — до тысячных;
3) $38 : 11$ — до сотых; 8) $65 : 23$ — до
4) $10 : 18$ — до сотых; десяти тысячных.
5) $5 : 9$ — до тысячных;

586.° В 7 пакетов развесили поровну 16 кг сахара. Сколько килограммов сахара в каждом пакете? Ответ запишите в виде десятичного приближения до сотых.

587.° Среднее расстояние от Солнца до ближайшей к нему планеты Меркурий составляет 57,9 млн км, а до самой удаленной планеты Плутон — 5946 млн км. Во сколько раз Меркурий расположен ближе к Солнцу, чем Плутон? Ответ запишите в виде десятичного приближения до единиц.

588.° В 9 банок разлили 25 кг меда. Сколько килограммов меда налили в каждую банку? Ответ запишите в виде десятичного приближения до десятых.

589.° Найдите с точностью до сотых корень уравнения:

- 1) $9x = 5$; 2) $8 : x = 125$; 3) $3x = 4$; 4) $\frac{2}{7}x = 1\frac{1}{6}$.

590. Найдите с точностью до сотых корень уравнения:
 1) $12x = 7$; 2) $5 : x = 8$; 3) $7x = 16$; 4) $\frac{3}{8}x = 1\frac{9}{16}$.
591. Преобразуйте обыкновенные дроби в десятичные, округлите их до сотых и выполните вычисления:
 1) $\frac{3}{7} + 0,69$; 2) $4\frac{7}{9} - 3\frac{5}{12} + 4,96$.
592. Преобразуйте обыкновенные дроби в десятичные, округлите их до сотых и выполните вычисления:
 1) $\frac{6}{13} - 0,28$; 2) $12\frac{10}{19} - 4,54 - 5\frac{1}{6}$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

593. Из двух портов, расстояние между которыми равно $47\frac{1}{4}$ мили, одновременно навстречу друг другу отправились бриг «Пятница» Робинзона Крузо и корвет «Лилипутия» Сэмюэля Гулливера. Бриг «Пятница» двигался со скоростью $3\frac{3}{8}$ мили/ч, что составляло $\frac{3}{4}$ скорости корвета «Лилипутия». Через сколько часов после начала движения встретятся Робинзон Крузо и Гулливер?
594. Найдите значение выражения:

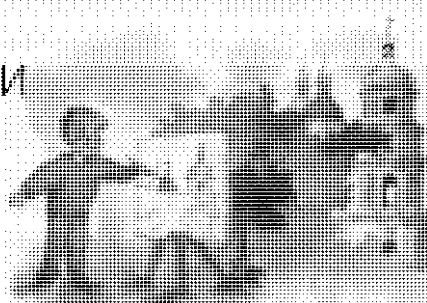
$$(3,6 - 1\frac{2}{3}) : (4\frac{1}{15} - 2\frac{7}{9}) \cdot 2,6.$$

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

595. Увеличится или уменьшится частное и во сколько раз, если:
 1) делимое увеличить в 4 раза;
 2) делитель уменьшить в 3 раза;
 3) делимое увеличить в 6 раз, а делитель — в 2 раза;
 4) делимое уменьшить в 10 раз, а делитель увеличить в 5 раз?

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

596. Из числа, которое не больше 100, вычли сумму его цифр. Из полученного числа снова вычли сумму его цифр, и так делали несколько раз. После 11 таких вычитаний впервые получили 0. Найдите исходное число.



19. ОТНОШЕНИЯ

В русском языке много синонимов. Например, слова

угод и заигнать,
думать и мыслить,
учитель и наставник

близки по значению.

Подобных примеров немало и в математике:

вторая степень числа и его квадрат,
один процент и одна сотая,
луч и инфракрасная —

уже знакомые тебе «математические синонимы».

Вот еще один пример:

частное двух чисел a и b , отличных от нуля, еще называют отношением чисел a и b или отношением числа a к числу b .

Числа a и b называют членами отношения, число a — предыдущим членом отношения, а число b — последующим.

Например,

$16 : 4$ — отношение числа 16 к числу 4;

$3 : 7$ — отношение числа 3 к числу 7;

$\frac{2}{3} : \frac{1}{7}$ — отношение числа $\frac{2}{3}$ к числу $\frac{1}{7}$;

$0,2 : 0,11$ — отношение числа 0,2 к числу 0,11.

Понятно, что отношение двух натуральных чисел a и b можно записать в виде дроби $\frac{a}{b}$. Также договорились использовать черту дроби и тогда, когда a и b — дробные числа. Например, отношение $0,3 : 1,2$ записывают и так: $\frac{0,3}{1,2}$.

Следовательно, отношение чисел a и b можно записать двумя способами: $\frac{a}{b}$ или $a : b$.

Чаще всего выбор способа записи определяется его компактностью. Например, запись отношения числа $\frac{5}{6}$ к числу $\frac{7}{2}$ в виде $\frac{\frac{5}{6}}{\frac{7}{2}}$ не совсем удобна.

Часто отношение чисел используют тогда, когда необходимо сравнить две величины. На рис. 12 изображены два отрезка: $AB = 5$ см, $CD = 2$ см. Отношение длины отрезка AB к длине отрезка CD равно $5 : 2$ или $2,5$. Это отношение показывает, что отрезок AB в $2,5$ раза больше отрезка CD или что отрезок AB составляет $\frac{5}{2}$ отрезка CD .

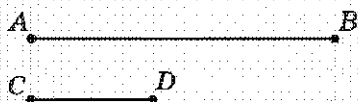


Рис. 12

Отношение длины отрезка CD к длине отрезка AB равно $2 : 5$. Это отношение показывает, что длина отрезка CD составляет $\frac{2}{5}$ длины отрезка AB .

Следовательно, отношение чисел a и b показывает, во сколько раз число a больше числа b или какую часть число a составляет от числа b .

Если a и b — натуральные числа, то для отношения $\frac{a}{b}$ «работает» основное свойство дроби:

отношение не изменится, если его члены умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю.

Это свойство остается справедливым и тогда, когда члены отношения — дробные числа. Его называют **основным свойством отношения**.

Например,

$$\frac{1,2}{2,5} = \frac{1,2 \cdot 10}{2,5 \cdot 10} = \frac{12}{25}, \quad \frac{2}{3} : \frac{7}{9} = \left(\frac{2}{3} \cdot 9\right) : \left(\frac{7}{9} \cdot 9\right) = 6 : 7,$$

$$1\frac{1}{2} : 0,25 = \left(1\frac{1}{2} \cdot 4\right) : (0,25 \cdot 4) = 6 : 1.$$

Эти примеры подсказывают следующий вывод: *отношение дробных чисел можно заменить отношением натуральных чисел.*

Часто на практике используют отношения величин:

- *скорость* — отношение длины пройденного пути ко времени, за которое пройден этот путь;
- *цена* — отношение стоимости товара к количеству единиц его измерения (килограммов, литров, метров, коробок и др.);
- *масштаб карты* — отношение расстояния на карте к соответствующему расстоянию на реальной местности;
- *плотность* — отношение массы вещества к его объему;
- *производительность труда* — отношение объема выполненной работы ко времени, за которое была выполнена эта работа.

Пример 1. Найдите отношение 3,2 м к 16 см.

Чтобы найти отношение двух величин, необходимо сначала выразить их в одинаковых единицах измерения, а потом выполнить деление:

$$3,2 \text{ м} : 16 \text{ см} = 320 \text{ см} : 16 \text{ см} = 20.$$

Пример 2. Замените отношение дробных чисел $\frac{7}{15} : \frac{4}{9}$ отношением натуральных чисел.

Умножив каждую из дробей $\frac{7}{15}$ и $\frac{4}{9}$ на их наименьший общий знаменатель — число 45, получим: $\frac{7}{15} : \frac{4}{9} = 21 : 20$.

- ?**
1. Что называют отношением двух чисел?
 2. Как можно записать отношение чисел a и b ?
 3. Что показывает отношение двух чисел?
 4. В чем состоит основное свойство отношения?
 5. Какие вы знаете величины, являющиеся отношением двух других величин?
 6. Назовите в отношении $m : n$ последующий и предыдущий члены.

597.° Запишите с помощью знака деления «:» отношение чисел:

- 1) 7 и 3; 2) 4 и 28; 3) 2,1 и 3,4; 4) $2\frac{1}{3}$ и $7\frac{3}{5}$.

598.° Запишите с помощью черты дроби отношение чисел:

- 1) 13 и 50; 2) 5 и 2; 3) 8 и 4,6; 4) $\frac{7}{9}$ и $\frac{2}{3}$.

599.° Найдите отношение:

- 1) 1,8 : 5,4; 3) 3,5 : 49; 5) 3 дм : 5 см;
2) 2,4 : 0,08; 4) 9,6 : 0,16; 6) 8 м : 1 км;

7) $12 \text{ м} : 1,8 \text{ км}$; 9) $360 \text{ г} : 5,4 \text{ кг}$; 11) $14,4 \text{ дм} : 160 \text{ см}$;
8) $24 \text{ кг} : 480 \text{ г}$; 10) $1 \text{ ч} : 24 \text{ мин}$; 12) $78 \text{ см}^2 : 2,6 \text{ дм}^2$.

600.* Найдите отношение:

- 1) 45 к 5; 3) $2\frac{1}{7}$ к $1\frac{11}{14}$; 5) 1,8 м к 30 см;
2) 4 к 24; 4) 4,8 к 0,12; 6) 1 кг к 125 г.

601.* В спортивных соревнованиях участвовали 72 школьника, среди которых было 18 девочек. Во сколько раз всех участников соревнований было больше, чем девочек? Какую часть всех участников составляли девочки?

602.* В сплаве, масса которого равна 250 кг, содержится 20 кг меди. Во сколько раз масса сплава больше массы меди, содержащейся в нем? Какую часть сплава составляет медь?

603.* Равны ли отношения:

- 1) $16 : 4$ и $0,8 : 0,2$; 3) $0,3 : 0,06$ и $1\frac{1}{7} : \frac{4}{21}$;
2) $\frac{34}{85}$ и $\frac{27}{45}$; 4) $\frac{4,2}{0,7}$ и $\frac{9}{1,5}$?

604.* Замените отношение дробных чисел отношением натуральных чисел:

- 1) $1 : \frac{3}{8}$; 2) $\frac{5}{12} : \frac{17}{18}$; 3) $\frac{3}{4} : \frac{5}{18}$; 4) $1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3}$.

605.* Замените отношение дробных чисел отношением натуральных чисел:

- 1) $\frac{4}{9} : \frac{11}{9}$; 2) $0,8 : 0,03$; 3) $2\frac{5}{8} : 3\frac{1}{6}$; 4) $3\frac{1}{2} : 3,6$.

606.* Увеличится или уменьшится и во сколько раз отношение, если:

- 1) предыдущий член увеличить в 4 раза;
2) последующий член увеличить в 2,4 раза;
3) предыдущий и последующий члены увеличить в 10 раз;
4) последующий член увеличить в 7 раз, а предыдущий уменьшить в 3 раза;
5) предыдущий член уменьшить в 9 раз, а последующий — в 4,5 раза?

607.* Увеличится или уменьшится и во сколько раз отношение, если:

- 1) предыдущий член уменьшить в 5 раз;
- 2) последующий член уменьшить в 6 раз;
- 3) предыдущий член увеличить в 9 раз, а последующий уменьшить в 2 раза;
- 4) последующий и предыдущий члены увеличить соответственно в 4 и 12 раз?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

608. Число 414 кратно числу 18. Найдите:

- 1) три числа, следующих за 414 и кратных 18;
- 2) два числа, предыдущих 414 и кратных 18.



609. Максимальная длина карпа равна 1,2 м, что составляет $\frac{2}{3}$ максимальной длины щуки, 24 % — сома, $\frac{3}{50}$

китовой акулы, 240 % — карася. Чему равна максимальная длина: 1) щуки; 2) сома; 3) китовой акулы; 4) карася?

610. Петя и Дима могут прополоть огород, работая вместе, за 2,4 ч. Петя может сделать это самостоятельно за 4 ч. Сколько времени требуется Диме, чтобы самостоятельно прополоть огород?

611. Решите уравнение:

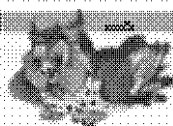
$$1) 6x = \frac{1}{3}; \quad 2) 6x = 3; \quad 3) \frac{1}{6}x = \frac{1}{3}; \quad 4) \frac{1}{6}x = 3.$$

612. Найдите значение выражения:

$$\left(2,04 : \frac{1}{25} - 36,1 : \frac{19}{20}\right) \cdot \frac{5}{13} - 0,6 : 0,9.$$

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

613. Витя купил тетрадь объемом 96 листов и пронумеровал все страницы по порядку от 1 до 192. Вася вырвал из этой тетради 35 листов и сложил все 70 чисел, которые на них были написаны. Могла ли полученная сумма равняться 3500?



20. ПРОПОРЦИИ

Поскольку $3,6 : 0,9 = 4$ и $1,2 : 0,3 = 4$, то справедливым является равенство $3,6 : 0,9 = 1,2 : 0,3$, которое называют пропорцией.

Равенство двух отношений называют пропорцией.

В буквенном виде пропорцию можно записать так:

$$a : b = c : d \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Приведенные записи читают: «отношение a к b равно отношению c к d » или « a относится к b как c относится к d ».

Числа a и d называют крайними членами пропорции, а числа b и c — средними членами пропорции.

средние члены
пропорции

$$a : b = c : d$$

крайние члены
пропорции

крайние члены
пропорции

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

средние члены
пропорции

В пропорции $3,6 : 0,9 = 1,2 : 0,3$ числа $3,6$ и $0,3$ — крайние члены, числа $0,9$ и $1,2$ — средние члены.

Заметим, например, что отношения $2 : 4$ и $3 : 9$ не равны, поэтому образовать пропорцию они не могут.

Для пропорции $\frac{1,5}{2} = \frac{3}{4}$ рассмотрим произведение крайних членов $1,5 \cdot 4$ и произведение средних членов $2 \cdot 3$. Они равны. Это свойство присуще любой пропорции. Оно выражает основное свойство пропорции:

произведение крайних членов пропорции равно произведению ее средних членов.

Это означает:

$$\text{если } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ то } ad = bc$$

Верно и такое утверждение:

если a, b, c и d — числа, отличные от нуля, и $ad = bc$, то отношения $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ равны и могут образовать пропорцию $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Приведенное свойство дает возможность устанавливать равенство двух отношений, не находя их значений. Например, чтобы установить, образуют ли отношения $0,25 : \frac{50}{7}$ и $1,4 : 40$ пропорцию, достаточно проверить, равны ли произведения $0,25 \cdot 40$ и $\frac{50}{7} \cdot 1,4$.

Получаем: $0,25 \cdot 40 = 10$, $\frac{50}{7} \cdot 1,4 = 10$. Следовательно, имеем пропорцию $0,25 : \frac{50}{7} = 1,4 : 40$.

Также отметим, что из равенства $ad = bc$ следуют, например, и такие пропорции: $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$, $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

Пример 1. Найдите неизвестный член пропорции $9 : x = 3 : 7$.

Используя основное свойство пропорции, имеем:

$$3 \cdot x = 9 \cdot 7;$$

$$x = \frac{9 \cdot 7}{3} = 21.$$

Пример 2. Сколько стоят 3,2 м ткани, если за 4,2 м этой ткани заплатили 63 грн.?

Пусть 3,2 м ткани стоит x грн. Запишем кратко условие задачи в следующем виде:

$$3,2 \text{ м} — x \text{ грн.};$$

$$4,2 \text{ м} — 63 \text{ грн.}$$

Отношения $\frac{x}{3,2}$ и $\frac{63}{4,2}$ равны, поскольку каждое из них показывает, сколько стоит 1 м данной ткани.

Тогда имеем:

$$\frac{x}{3,2} = \frac{63}{4,2};$$

$$x = \frac{3,2 \cdot 63}{4,2} = \frac{3,2 \cdot 3}{0,2} = 16 \cdot 3 = 48.$$

Отв е т: 48 грн.

Пример 3. Олово производят из минерала, который называют касситеритом. Сколько тонн олова получают из 25 т этого минерала, если содержание олова в нем составляет 78 %?

Пусть получают x т олова. Взяв массу минерала за 100 %, запишем кратко условие:

$$25 \text{ т} — 100 \%;$$

$$x \text{ т} — 78 \%.$$

Отношения $\frac{25}{100}$ и $\frac{x}{78}$ равны, поскольку каждое из них показывает, сколько тонн составляет 1 %. Тогда имеем:

$$\frac{x}{78} = \frac{25}{100};$$

$$x = \frac{78 \cdot 25}{100} = 19,5.$$

Ответ: 19,5 т.

Обратим внимание на то, что применение пропорций — еще один способ решения задач на проценты.

?

1. Что называют пропорцией?
2. Как в равенстве $m : n = k : p$ называют числа m и p ? n и k ?
3. В чем состоит основное свойство пропорции?

614.° Прочитайте пропорцию, назовите ее крайние и средние члены:

- 1) $5 : 3 = 20 : 12$; 3) $\frac{18}{63} = \frac{16}{56}$; 5) $x : 9 = 2 : 23$;
 2) $13 : 4 = 39 : 12$; 4) $\frac{16}{12} = \frac{63}{51}$; 6) $\frac{8}{y} = \frac{64}{15}$.

615.° Запишите в виде пропорции выражение:

- 1) 2 относится к 7, как 6 относится к 21;
 2) отношение 7,2 к 0,8 равно отношению 0,09 к 0,01;
 3) $\frac{2}{3}$ относится к $1\frac{1}{9}$, как $\frac{4}{21}$ относится к $\frac{20}{63}$.

616.° Вычислив данные отношения, установите, можно ли из них составить пропорцию:

- 1) $2,8 : 0,7$ и $152 : 38$; 2) $\frac{6}{11} : \frac{3}{22}$ и $\frac{12}{17} : \frac{5}{34}$.

При положительном ответе запишите эту пропорцию.

617.° Вычислив данные отношения, установите, можно ли из них составить пропорцию:

- 1) $15 : 1,8$ и $\frac{15}{16} : \frac{3}{20}$; 2) $5\frac{1}{4} : 3\frac{1}{16}$ и $1\frac{11}{19} : \frac{35}{38}$.

При положительном ответе запишите эту пропорцию.

618.° Не вычисляя данные отношения, установите, можно ли из них составить пропорцию:

- 1) $1,6 : 3,6$ и $0,5 : 1,125$; 2) $2\frac{7}{16} : \frac{5}{13}$ и $1\frac{41}{50} : \frac{24}{65}$.

При положительном ответе запишите эту пропорцию.

619.° Не вычисляя данные отношения, установите, можно ли из них составить пропорцию:

- 1) $3,8 : 2,7$ и $5,7 : 4,6$; 2) $3 : 1\frac{7}{8}$ и $\frac{2}{3} : \frac{5}{12}$.

В случае утвердительного ответа запишите эту пропорцию.

620.° Решите уравнение:

1) $6 : x = 36 : 30$;

4) $\frac{x}{21} = \frac{9}{14}$;

2) $12 : 7 = 3 : x$;

5) $\frac{x}{16} = \frac{3}{8}$;

3) $4,9 : 0,35 = x : 35$;

6) $\frac{108}{90} = \frac{42}{b}$.

621.° Найдите неизвестный член пропорции:

1) $x : 5 = 21 : 15$;

3) $4,5 : 0,6 = x : 2,4$;

2) $\frac{12}{x} = \frac{8}{18}$;

4) $\frac{3,4}{5,1} = \frac{1,4}{x}$.

622.° Решите с помощью пропорции задачу:

1) Для изготовления 8 приборов необходимо 18 кг металла. Сколько приборов можно изготовить из 27 кг металла?

2) За 5 ч турист прошел 24 км. Какое расстояние он пройдет за 8 ч с той же скоростью?

3) Из 140 кг свежих вишен получают 21 кг сушеных. Сколько выйдет сушеных вишен из 160 кг свежих? Сколько необходимо взять свежих вишен, чтобы получить 31,5 кг сушеных?

4) Объем бруска, изготовленного из древесины вишни, равен 800 см^3 , а его масса — 528 г. Какова масса бруска, изготовленного из этого же материала, если его объем равен 1500 см^3 ?

5) Из 45 т железной руды выплавляют 25 т железа. Сколько требуется тонн руды, чтобы выплавить 10 т железа?

6) Площадь поля 480 га. Пшеницей засеяли 24 % площади поля. Сколько гектаров земли засеяли пшеницей?

7) За первый час автомобиль проехал 70 км, что составило 14 % всего пути. Сколько всего километров должен проехать автомобиль?

8) Сплав содержит 12 % цинка. Сколько килограммов цинка содержится в 80 кг сплава?

623.° Решите с помощью пропорции задачу:

1) На пошив 14 костюмов израсходовали 49 м ткани. Сколько таких же костюмов можно сшить из 84 м ткани?

2) За 7 ч в бассейн налилось 224 л воды. За какое время в него нальется 288 л воды?

3) Из 150 кг картофеля получают 27 кг крахмала. Сколько крахмала получат из 420 кг картофеля? Сколь-

ко необходимо картофеля, чтобы получить 30,6 кг крахмала?

4) В саду росло 324 дерева, из которых 36 % составляли яблони. Сколько яблонь росло в саду?

5) Масса соли составляет 24 % массы раствора. Сколько килограммов раствора необходимо взять, чтобы он содержал 96 кг соли?

624.° 1) Расстояние между двумя городами на карте равно 17 см. Какое расстояние между этими городами на местности, если масштаб карты — 1:300 000?

2) Расстояние между двумя поселками на местности равно 245 км, а на карте — 3,5 см. Найдите масштаб карты.

625.° 1) Расстояние между двумя городами на местности равно 240 км. Какое расстояние между ними на карте, имеющей масштаб 1:6 000 000?

2) Расстояние между селами А и В на местности равно 315 км, а на карте — 4,2 см. Какое расстояние между селами С и D на этой карте, если расстояние на местности между ними составляет 135 км?

626.° Используя данные числа, составьте пропорцию:

1) 12, 7, 42, 2; 2) 0,2; 1,6; 0,72; 0,09.

627.° Составьте все возможные пропорции, которые следуют из равенства $4 \cdot 9 = 18 \cdot 2$.

628.° Используя данную пропорцию, запишите еще три пропорции: $2 : 14 = 5 : 35$.

629.° Найдите отношение a к b , если:

1) $\frac{b}{a} = \frac{3}{7}$; 2) $\frac{16}{b} = \frac{9}{a}$.

630.° Найдите отношение a к b , если:

1) $\frac{a}{39} = \frac{b}{8}$; 2) $\frac{7}{a} = \frac{6}{b}$.

631.° Решите уравнение:

1) $\frac{3}{4} : x = 1\frac{1}{5} : 1\frac{1}{3}$; 3) $\frac{2x-1}{3} = \frac{1}{2}$; 5) $2,5x : 14 = \frac{1}{7} : 30$;

2) $\frac{2}{x-0,4} = \frac{1}{0,4}$; 4) $\frac{3}{4} = \frac{x-1}{3,2}$; 6) $36 : 35 = \frac{1}{5}x : \frac{1}{12}$.

632.° Решите уравнение:

1) $7\frac{1}{2} : 4\frac{1}{2} = x : \frac{3}{25}$; 3) $\frac{y-5}{6} = \frac{4}{3}$; 5) $\frac{5}{6} = \frac{15}{2x-3}$;

2) $\frac{24}{x+2} = \frac{1}{5}$; 4) $\frac{2}{5} = \frac{6}{x+3}$; 6) $12 : \frac{4}{5}x = 20 : \frac{1}{4}$.

- 633.* Сахарная свекла, являющаяся самым сладким корнеплодным растением, возделываемым в Украине, накапливает до 25 % сахара, тогда как сахарный тростник — только 18 %. Сколько тонн сахарного тростника требуется переработать, чтобы получить такое же количество сахара, как из 3600 т сахарной свеклы?
- 634.* Чтобы сварить 4 порции манной каши, взяли 220 г манной крупы, 960 г молока и 50 г сахара. Сколько необходимо взять продуктов каждого вида, чтобы сварить 18 порций каши?
- 635.* Чтобы получить 120 кг мельхиора, необходимо сплавить 18 кг никеля, 24 кг цинка, а остальное — медь. Сколько килограммов каждого металла необходимо взять, чтобы получить 164 кг мельхиора?
- 636.* Нарушится ли пропорция, если:
- 1) оба члена первого отношения умножить на 8;
 - 2) оба члена первого отношения разделить на 2, а оба члена второго отношения умножить на 5;
 - 3) оба средних члена разделить на 3,6?
- 637.* Нарушится ли пропорция, если:
- 1) оба члена второго отношения разделить на 4;
 - 2) оба крайних члена умножить на 10;
 - 3) один из ее крайних членов и один из средних членов умножить на 6?
- 638.* Докажите, что если $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то:
- 1) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$;
 - 2) $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$.
- 639.* Девять апельсинчиков стоят столько гривен, сколько апельсинчиков можно купить за 1 гривню. Сколько стоят 15 апельсинчиков?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

640. Во сколько раз число: 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{3}{5}$; 3) 0,6 меньше обратного ему числа?
641. Вася прочитал треть книги, а затем еще 24 страницы. Сколько всего страниц в книге, если ему осталось прочитать половину книги?
642. Из сел Каштановка и Калиновка одновременно навстречу друг другу вышли два мальчика и встретились



через 10 мин после начала движения. Затем мальчики продолжили движение и один из них пришел в Калиновку через 8 мин после встречи. Через сколько минут после своего выхода из Калиновки второй мальчик придет в Каштановку?

643. Найдите значение выражения:

$$1) \left(3\frac{1}{3} + 2,5\right) \cdot \left(4,6 - 2\frac{1}{3}\right); \quad 2) \left(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} - 6,75\right) \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^4.$$

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

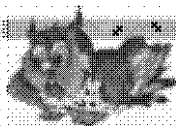
644. В саду росло 56 деревьев, из них 14 деревьев были яблони. Какую часть сада составляли яблони?

645. В саду росло 56 деревьев, из них 14 деревьев были яблони, а остальные — вишни. Какую часть от количества вишен составляло количество яблонь?

Повтори содержание пункта 10 на с. 282.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

646. На столе лежат четыре черные палочки разной длины, причем сумма их длин равна 40 см, и пять белых палочек, сумма длин которых также равна 40 см. Можно ли разрезать те и другие палочки так, чтобы затем расположить их парами, в каждой из которых длины палочек будут одинаковыми, а цвета разными?



21. ПРОЦЕНТНОЕ ОТНОШЕНИЕ ДВУХ ЧИСЕЛ

Все нам приходилось пить чай из чашек разного размера, при этом сахар каждый добавляет по своему вкусу, добываясь привычного ощущения сладости независимо от емкости посуды. Например, если ты каждое утро выпиваешь 250 г чая, в котором растворено 3 ложки сахара, то есть 30 г, то отношение $\frac{30}{250}$, которое равно $\frac{3}{25}$, и будет характеризовать твой «сахарный вкус».

Число $\frac{3}{25}$ показывает, какую часть от массы напитка составляет масса сахара. А если ты захочешь выпить 400 г

чая, то, чтобы он был привычного вкуса, в нем должно быть растворено $400 \cdot \frac{3}{25} = 48$ (г) сахара.

Запишем в процентах: $\frac{3}{25} = 0,12 = 12\%$. Число 12 показывает, сколько процентов в выпитом чае составляет сахар. Это число называют **процентным отношением** массы сахара к массе чая.

Вообще, *процентное отношение двух чисел — это их отношение, выраженное в процентах. Оно показывает, сколько процентов одно число составляет от другого.*

Так, если в шестом классе учатся 12 девочек и 20 мальчиков, то процентное отношение количества девочек к количеству мальчиков равно $\frac{12}{20} \cdot 100 = 60$ (%). Оно показывает, что количество девочек составляет 60 % от количества мальчиков.

А вот число $\frac{20}{12} \cdot 100 = 166\frac{2}{3}$ (%) показывает, что количество мальчиков составляет $166\frac{2}{3}\%$ от количества девочек.

Число $\frac{20}{32} \cdot 100 = 62,5$ (%) показывает, какой процент составляют мальчики от количества учеников всего класса.

Чтобы найти процентное отношение двух чисел, надо их отношение умножить на 100 и к результату дописать знак процента.

При решении задач, кроме этого правила, удобно использовать пропорции.

Пример 1. В парке растет 400 деревьев, из них 96 — ели. Сколько процентов всех деревьев парка составляют ели?

Пусть ели составляют $x\%$. Запишем кратко условие в следующем виде:

$$\begin{aligned} 400 \text{ деревьев} &— 100\%; \\ 96 \text{ деревьев} &— x\%. \end{aligned}$$

Отношения $\frac{400}{100}$ и $\frac{96}{x}$ равны, поскольку каждое из них показывает, сколько деревьев приходится на 1 %.

Тогда имеем:

$$\frac{96}{x} = \frac{400}{100}, \quad x = \frac{96 \cdot 100}{400} = 24.$$

Ответ: 24 %.

Пример 2. Стоимость товара возросла со 150 грн. до 240 грн.

На сколько процентов увеличилась стоимость товара?

Пусть новая стоимость товара составляет $x\%$ относительно начальной стоимости.

1) 150 грн. — 100% ;

240 грн. — $x\%$;

$$\frac{240}{x} = \frac{150}{100}; \quad x = \frac{240 \cdot 100}{150} = 160.$$

2) $160 - 100 = 60 (\%)$ — составляет увеличение стоимости.

Ответ: 60% .

- ?**
1. Что такое процентное отношение двух чисел?
 2. Что показывает процентное отношение двух чисел?
 3. Сформулируйте правило нахождения процентного отношения двух чисел.

647.° Сколько процентов числа составляет его:

1) половина;

3) десятая часть;

2) четверть;

4) пятая часть?

648.° Сколько процентов составляет:

1) число 4 от числа 8;

4) число 45 от числа 300;

2) число 2 от числа 10;

5) число 64 от числа 400;

3) число 12 от числа 48;

6) число 138 от числа 120?

649.° Сколько процентов число 40 составляет от числа:

1) 100;

2) 80;

3) 160;

4) 10?

650.° 1) Вася прочитал 169 страниц книги, в которой было всего 260 страниц. Сколько процентов страниц прочитал Вася?

2) У Маруси было 34 грн. За 23,8 грн. она купила подарок матери. Какой процент денег истратила Маруся на подарок?

3) Найдите процент содержания олова в руде, если 80 т этой руды содержат 6,4 т олова.

4) За каникулы Петя планировал решить 60 задач по математике, а решил 102. На сколько процентов выполнил Петя «план решения задач»?

5) Определите процент содержания сахара в растворе, если 250 г раствора содержат 115 г сахара.

- 651.* 1) Из 36 учеников шестого класса 9 учеников получили за контрольную работу по математике оценку «10». Сколько процентов учеников получили оценку «10»?
- 2) Найдите процент содержания соли в растворе, если 400 г раствора содержат 34 г соли.
- 3) Посеяли 240 семян, из которых взошло 228. Найдите процент всхожести семян.
- 652.* На сколько процентов изменилось значение величины при изменении:
- 1) от 3 кг до 6 кг; 4) от 80 м до 72 м;
- 2) от 2 м до 3 м; 5) от 100 грн. до 115 грн.;
- 3) от 40 коп. до 70 коп.; 6) от 60 мин до 42 мин?
- 653.* 1) Цена товара возросла со 140 грн. до 175 грн. На сколько процентов повысилась цена?
- 2) Цена товара снизилась со 175 грн. до 140 грн. На сколько процентов снизилась цена?
- 654.* Известно, что 380 кг руды одного вида содержат 68,4 кг железа, а 420 кг руды другого вида — 96,6 кг железа. В какой руде, в первой или второй, выше процентное содержание железа?
- 655.* Известно, что 280 г одного раствора содержат 98 г соли, а 220 г другого раствора — 88 г соли. В каком растворе, в первом или втором, выше процентное содержание соли?
- 656.* По данным Государственного комитета статистики, по состоянию на 1 февраля 2004 года в Украине постоянно проживало 47,39 млн человек, из них 31,87 млн — жители городов. Сколько процентов всего населения в Украине составляет городское население? Ответ округлите до десятых.
- 657.* Костюм стоил 180 грн. Сначала его цену повысили на 20 %, а потом снизили на 10 %. Какой стала цена костюма после этих изменений? На сколько процентов изменилась начальная цена?
- 658.* Шкаф стоил 160 грн. Сначала его цену снизили на 10 %, а потом повысили на 25 %. Какой стала цена шкафа после этих изменений? На сколько процентов изменилась начальная цена?
- 659.* Дима и Петя соревновались в стрельбе. Дима сделал 45 выстрелов, из которых 36 попали в цель, а Петя сде-

дал 50 выстрелов, из которых было 38 метких. Кто из них более искусный стрелок?

660.* За время, прошедшее после переписи населения 1989 года, количество городов в Украине увеличилось на 20 и во время переписи 2001 года их было уже 454. На сколько процентов увеличилось количество городов за время между этими двумя переписями? Ответ округлите до десятых.

661.* К сплаву массой 600 г, содержащему 20 % меди, добавили 40 г меди. Каким стало процентное содержание меди в новом сплаве?

662.* Было 300 г шестипроцентного раствора соли. Через некоторое время 60 г воды испарилось. Каким стало процентное содержание соли в растворе?

663.* К 620 г сорокапроцентного раствора соли долили 180 г воды. Найдите процентное содержание соли в новом растворе.

664.* Клены составляли 40 % от количества дубов, растущих в парке. Сколько процентов составляют дубы от количества кленов?

665.* На сколько процентов увеличится число при увеличении его в 2,4 раза?

666.* На сколько процентов уменьшится число при уменьшении его в 2,5 раза?

667.* Мальчик купил две книги. Одна книга была на 50 % дороже другой. На сколько процентов вторая книга дешевле первой?

668.* Число x составляет 1% от числа y . Как надо изменить число y , чтобы число x составило от него 2 %?

669.* На кондитерской фабрике производили шоколадные конфеты и карамель. Шоколадные конфеты сначала составляли 80 % объема продукции, а через некоторое время — 90 %. На сколько процентов при этом уменьшилось производство карамели?

670.* К числам 100 и 1000 дописали справа цифру 1. Какое из чисел увеличилось на большее количество процентов?

671.* К некоторому числу прибавили 10 % этого числа, а затем вычли 10 % суммы и получили 990. Найдите это число.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ



672. Вычислите значение выражения:

$$(3\frac{1}{3} \cdot 1,3 - 7,2 \cdot \frac{2}{27} - 9,1 : 3,5) : \frac{2}{5}$$

673. Найдите числа, которых недостает в цепочке вычислений:



674. Сумма площадей двух участков равна 20,8 га, причем площадь одного участка составляет $\frac{1}{3}$ площади другого. Найдите площадь каждого участка.

675. Петя задумал число, увеличил его втрое, прибавил к результату $\frac{4}{7}$ и получил 1. Какое число задумал Петя?

676. Из городов Солнечное и Лунное одновременно навстречу друг другу отправились пешеход и велосипедист, которые встретились через 2 ч после начала движения. Через 4 ч после встречи пешеход прибыл в Лунное. Сколько времени затратил велосипедист на путь из Лунного в Солнечное?

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

677. Сторона первого квадрата равна 3 см, а второго — 6 см. Во сколько раз:

- 1) сторона второго квадрата больше стороны первого;
- 2) периметр второго квадрата больше периметра первого;
- 3) площадь второго квадрата больше площади первого?

678. Вычислите значение y по формуле $y = 0,2x$, если:
1) $x = 5$; 2) $x = 1,2$. Найдите, используя данную формулу, значение x , если $y = 4$.

Повтори содержание пункта 25 на с. 287.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ



679. Из пункта A в 6 ч утра вышел турист. Вечером он дошел до пункта B и, переночевав, снова в 6 ч утра отправился в пункт A .

Докажите, что на маршруте есть такой пункт C , в котором турист оказался в одно и то же время как в первый, так и во второй день (скорость туриста на маршруте могла меняться).

КАК НАЙТИ «ЗОЛОТУЮ СЕРЕДИНУ»

Представь, что из нашей жизни исчезли дробные числа. Как тогда, например, измерять отрезки, находить площадь, объем, массу? Жить станет намного сложнее. Сейчас трудно в это поверить, но ученые Древней Греции добровольно отказались от дробей.

Сравнивая отрезки AB и CD (рис. 13), ты, например, можешь сказать, что отрезок AB в 2,5 раза больше отрезка CD . Запрещение дробей не дает возможности сравнивать отрезки таким образом:

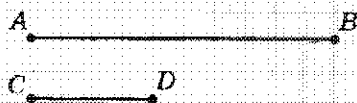


Рис. 13

ведь тогда числа 2,5 как будто не существует. Приходилось находить отрезок MN , который целое число раз откладывался как на отрезке AB , так и на отрезке CD (рис. 14), и из этого делать следующий вывод: длины отрезков AB и CD относятся как 5 к 2. То есть в Греции в те времена отношение не считали числом, а рассматривали как самостоятельный объект.

Недостатки этого подхода очевидны. Ты, конечно, понимаешь, что не для любых отрезков AB и CD легко отыскать отрезок MN . Однако это полбеды. В старших классах ты узнаешь, что не для любой пары отрезков существует третий отрезок, который откладывается в каждом из первых двух целое число раз.

Но, как говорят, нет худа без добра. С числами можно выполнять арифметические действия. Если же отношение не



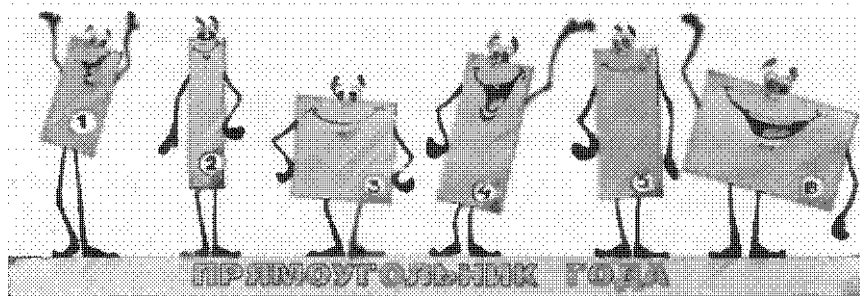
Рис. 14

считать числом, то все равно необходимо научиться им как-то оперировать. Так в Древней Греции возникло учение об отношениях, а следовательно, и о пропорциях. Кстати, слово «пропорция» происходит от латинского *proportio*, что означает *соразмерность*.

Эту теорию развили достаточно глубоко. Например, из пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ умели выводить такие пропорции:

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}; \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}; \quad \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}; \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}.$$

Людей всегда интересовало, что является основой красоты, порядка, гармонии, почему некоторые предметы, созданные как природой, так и человеком, привлекают внимание, радуют глаз и даже вызывают восторг. Однако при чем здесь математика?



Приблизительно сто лет назад провели следующий эксперимент. Нарисовали десять разных прямоугольников. Каждому опрошенному предложили выбрать среди них один самый приятный для глаз. В этом «конкурсе красоты» с большим отрывом «победил» прямоугольник, отношение сторон которого равно $\frac{5}{8}$ (рис. 15). И это не случайно! Ведь еще

в древности с этим отношением (а точнее, с числом 0,618) люди связывали свое представление о красоте и гармонии. Греческие скульпторы хорошо знали о соответствии правильных пропорций человеческого тела этому магическому числу. И не зря античные зодчие использовали его в своих

Рис. 15

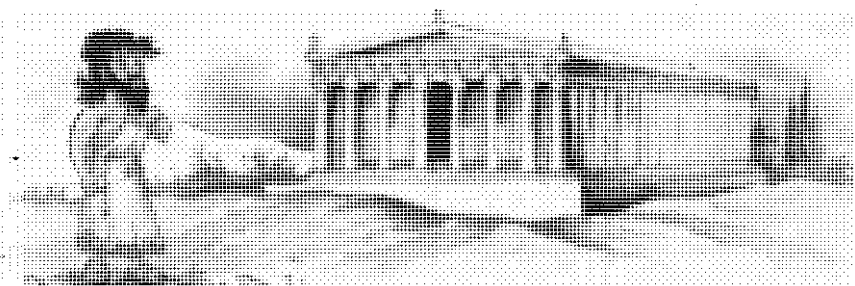


Рис. 16

бессмертных творениях. Так, отношение высоты Парфенона¹ к его длине равно 0,618 (рис. 16).

Гений эпохи Возрождения Леонардо да Винчи полагал, что среди многих отношений, которые использует Творец, существует одно, единственное и неповторимое. Именно его он назвал «золотым сечением».

На отрезке AB (рис. 17) точка M отмечена так, что имеет место пропорция



$\frac{AB}{AM} = \frac{AM}{MB}$, то есть длина всего отрезка

Рис. 17

относится к длине его большей части так, как длина большей части к длине меньшей. Оказывается, что каждое из отношений, входящих в эту пропорцию, приблизительно равно 0,618. Точка M не делит отрезок AB пополам, но именно ее называют «золотой серединой».

22. ПРЯМАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ

Периметр P квадрата со стороной a вычисляют по формуле $P = 4a$. Например, если $a = 2$ см, то $P = 4 \cdot 2 = 8$ (см).

Понятно, что если изменить длину стороны квадрата, то изменится и его периметр. В таких случаях говорят, что периметр и сторона квадрата являются переменными величинами, причем величина P (периметр) зависит от величины a .

¹ Парфенон — храм в Афинах, построенный в V в. до н. э.

(длины стороны). Эта зависимость наглядно представлена на рис. 18.

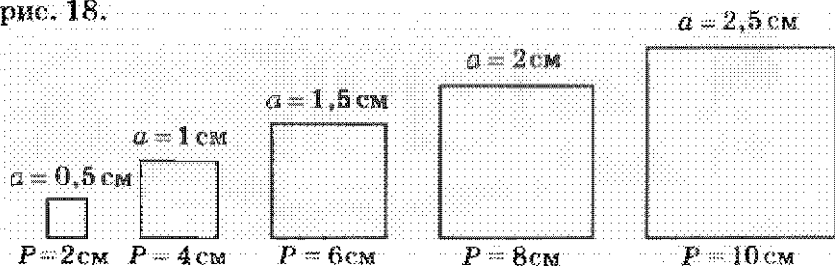


Рис. 18

Заметим, что если увеличить сторону квадрата, например, в 2 раза, то и его периметр увеличится в 2 раза; увеличение же стороны в 3 раза вызовет увеличение периметра в 3 раза и т. д. Понятно также, что уменьшение (или увеличение) периметра в несколько раз приводит к соответствующему уменьшению (или увеличению) стороны квадрата.

Две величины называют прямо пропорциональными, если при увеличении (или уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (или уменьшается) во столько же раз.

Следовательно, величины P и a прямо пропорциональны. Можно также сказать, что, например, величина P прямо пропорциональна величине a или зависимость между величинами P и a является прямой пропорциональностью.

Отметим, что не всякая зависимость между переменными величинами является прямо пропорциональной. Например, площадь квадрата со стороной 2 см равна 4 см^2 , а со стороной 6 см — 36 см^2 . Следовательно, при увеличении стороны в 3 раза площадь квадрата увеличилась в 9 раз. Таким образом, зависимость площади квадрата от его стороны не является прямо пропорциональной.

Приведем пример еще одной прямой пропорциональной зависимости.

Пусть турист движется со скоростью 5 км/ч. Тогда путь s , пройденный за время t , вычисляют по формуле $s = 5t$. Очевидно, что величины s и t прямо пропорциональны. Этот факт подтверждает и таблица соответствующих значений времени и пути, пройденного туристом:

t — время движения туриста, ч	1	1,5	2	2,2	3	3,4
s — путь, пройденный за время t , км	5	7,5	10	11	15	17

Рассмотрим отношения $5 : 1$; $7,5 : 1,5$; $10 : 2$; $11 : 2,2$; $15 : 3$; $17 : 3,4$. Все они равны 5, то есть

$$\frac{5}{1} = \frac{7,5}{1,5} = \frac{10}{2} = \frac{11}{2,2} = \frac{15}{3} = \frac{17}{3,4} = 5.$$

Такая закономерность выражает свойство величин, которые находятся в прямо пропорциональной зависимости:

если две величины прямо пропорциональны, то отношение соответствующих значений этих величин равно одному и тому же для этих величин числу.

В рассмотренных примерах для величин P и a это число равно 4, а для величин s и t — 5. Иначе говоря: соответствующие значения величин P и a удовлетворяют равенству

$$\frac{P}{a} = 4, \text{ для } s \text{ и } t \text{ имеем } \frac{s}{t} = 5.$$

Вообще, если величины y и x прямо пропорциональны, то соответствующие им значения удовлетворяют равенству

$$\frac{y}{x} = k, \text{ где } k — \text{некоторое постоянное для данных величин число } (k \neq 0).$$

Пример. Заполните таблицу, если величина y прямо пропорциональна величине x :

x	0,4	0,6	
y	1,6		2

Найдем отношение известной пары соответствующих значений величин x и y : $\frac{y}{x} = \frac{1,6}{0,4} = 4$. Чтобы заполнить второй столбец таблицы, умножим 0,6 на 4, а чтобы заполнить третий — разделим 2 на 4. Таблица примет вид:

x	0,4	0,6	0,5
y	1,6	2,4	2

- ?** 1. Какие две величины называют прямо пропорциональными?
 2. Чем характерно отношение соответствующих значений прямо пропорциональных величин?

3. Приведите примеры прямо пропорциональных величин.
 4. Приведите примеры величин, не являющихся прямо пропорциональными.

680.° За некоторое время поезд прошел 320 км. Какое расстояние пройдет поезд за то же время, если его скорость:

- 1) увеличить в 3 раза; 2) уменьшить в 4 раза?

681.° Площадь прямоугольника равна 60 см^2 . Какой станет его площадь, если ширина останется без изменений, а длину:

- 1) увеличить в 5 раз; 2) уменьшить в 12 раз?

682.° За несколько метров ткани заплатили 54 грн. Сколько необходимо было бы заплатить за такую же ткань, если бы ее купили:

- 1) в 6 раз меньше; 2) в 2 раза больше?

683.° Двое рабочих изготовили за некоторое время 24 детали.

- 1) Скольким рабочим необходимо работать, чтобы за то же время изготовить 48 деталей? 120 деталей?

- 2) Сколько деталей изготовят эти двое рабочих за время, в 3 раза большее? в 4 раза меньшее?

Дайте ответы на поставленные вопросы, считая, что производительность труда обоих рабочих одинакова.

684.° В таблице приведены соответствующие значения величин x и y . Установите, являются ли эти величины прямо пропорциональными.

1)

x	2	6	7	9
y	6	18	21	27

3)

x	1,2	2,4	6	9
y	1	2	5	6

2)

x	0,4	1,6	2,3	3,1
y	0,8	3,6	4,6	6,2

4)

x	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{16}$
y	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{8}$

685.° Заполните таблицу, если величина y прямо пропорциональна величине x :

x	0,3	8	3,2		
y			9,6	2,7	42

686.° Заполните таблицу, если величина y прямо пропорциональна величине x :

x	15		4		1,2
y		8	1,6	20	

687. За m кг конфет заплатили p грн. Пользуясь таблицей, определите цену 1 кг конфет. Заполните таблицу.

m (кг)	3	8		1,2	
p (грн.)	22,5		30		6

Задайте формулой зависимость p от m .

688. Поезд движется со скоростью 60 км/ч. Заполните таблицу, в первой строке которой указано время движения t , а во второй — пройденный путь s .

t (ч)	2	0,5		3,2	
s (км)			90	240	156

Задайте формулой зависимость s от t .

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

689. Найдите число:

- 1) половина которого равна $\frac{1}{6}$;
- 2) треть которого равна $\frac{1}{2}$;
- 3) $\frac{2}{3}$ которого равны $\frac{2}{3}$;
- 4) $\frac{1}{4}$ которого равна $\frac{1}{8}$.

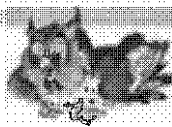


690. Масса Земли составляет 182 % массы Меркурия, а масса Сатурна — 9401 % массы Земли. Сколько процентов массы Меркурия составляет масса Сатурна?

691. Докажите, что произведение трех последовательных натуральных чисел, первое из которых является четным, кратно числу 24.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

692. Андрей задумал натуральное число и умножил его на 19. Петя зачеркнул последнюю цифру числа, полученного Андреем, и в результате получил 32. Какое число задумал Андрей?



23. ДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА НА ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ЧАСТИ

Галя спросила у бабушки, как приготовить тесто для блинов. Бабушка посоветовала взять муку, молоко и растительное масло в отношении 8 : 5 : 1. «Как это?» — не поняла Галя. Тогда бабушка объяснила ей, что необходимо взять 8 мерок муки, 5 таких же мерок молока и 1 мерку масла. В таких случаях еще говорят, что продукты необходимо взять в частях пропорционально числам 8, 5 и 1.

Пример 1. Сколько граммов муки необходимо взять Гале, чтобы у нее получилось 840 г теста?

І способ

1) $8 + 5 + 1 = 14$ (частей) — составляет все тесто.

2) $840 : 14 = 60$ (г) — приходится на одну часть.

3) $60 \cdot 8 = 480$ (г) — необходимо взять муки.

ІІ способ

Пусть одна часть составляет x г. Тогда муки требуется $8x$ г, молока — $5x$ г, масла — x г.

Имеем:

$$8x + 5x + x = 840;$$

$$14x = 840;$$

$$x = 60.$$

Следовательно, муки необходимо взять $8 \cdot 60 = 480$ (г).

Ответ: 480 г.

Рассмотренная задача является примером задачи на пропорциональное деление.

Пример 2. Для изготовления сплава из меди и цинка¹ взяли медь и цинк в отношении 5 : 3. Сколько взяли килограммов меди, если ее было на 12 кг больше, чем цинка?

Сплав содержит 5 частей меди и 3 таких же части цинка.

Пусть масса одной части x кг. Тогда меди взяли $5x$ кг, а цинка — $3x$ кг. По условию задачи $5x - 3x = 12$. Тогда $2x = 12$, $x = 6$. Следовательно, меди взяли $5 \cdot 6 = 30$ (кг).

Ответ: 30 кг.

¹ Сплав меди с цинком называется латунь. Это наиболее распространенный сплав, в состав которого входит медь.

693.° Разделите:

- 1) число 138 на две части в отношении $18 : 5$;
- 2) число 70 на четыре части в отношении $3 : 6 : 8 : 11$.

694.° Разделите:

- 1) число 72 на две части в отношении $7 : 11$;
- 2) число 92 на три части в отношении $2 : 3 : 5$.

695.° Для приготовления сока мишки Гамми берут 12 частей ягод на 17 частей воды. Сколько ягод им необходимо взять, чтобы получить 232 кг сока?

696.° Для царя Гороха изготовили новую корону из сплава, состоящего из 7 частей золота и 5 частей платины. Сколько каждого металла взяли, если масса короны равна 2 кг 460 г?

697.° Периметр треугольника равен 48 см, а длины его сторон относятся как $7 : 9 : 8$. Найдите стороны треугольника.

698.° Стороны треугольника относятся как $5 : 7 : 11$, а сумма наибольшей и наименьшей сторон равна 80 см. Вычислите периметр треугольника.

699.° Начертите развернутый угол ABC и проведите луч BD так, чтобы градусные меры углов ABD и CBD относились как $5 : 13$.

700.° Начертите угол MKE , градусная мера которого равна 130° . Между сторонами этого угла проведите луч KO так, чтобы градусные меры углов MKO и EKO относились как $19 : 7$.

701.° Найдите такие значения x и y , чтобы числа x , y и 24 были соответственно пропорциональны числам:

- 1) 3, 5 и 6;
- 2) $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{36}$ и $\frac{1}{9}$.

702.° Найдите такие значения a и b , чтобы числа a , 10 и b были соответственно пропорциональны числам 2 , $\frac{1}{6}$ и $\frac{3}{4}$.

703.° Трое рабочих работали с одинаковой производительностью труда и получили за выполненную работу 800 грн. Сколько гривен должен получить каждый рабочий, если первый из них работал 16 ч, второй — 24 ч, а третий — 40 ч?

704.° Для трех ферм заготовили 540 т сена. Сколько сена требуется завезти на каждую ферму, если на первой фер-

ме 28 коров, на второй — 42 коровы, а на третьей — 65 коров?

705.* Разделите число 219 на три части x , y и z так, чтобы $x:y=4:9$, а $y:z=15:2\frac{2}{3}$.

706.* Сумма четырех чисел равна 386. Найдите эти числа, если первое относится ко второму как $2:5$, второе к третьему — как $3:4$, а третье к четвертому — как $6:7$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

707. Две бригады отремонтировали дорогу. Одна бригада отремонтировала $\frac{5}{11}$ дороги, а другая — остальное. Какая из бригад отремонтировала большую часть дороги и во сколько раз?

708. Одна бригада отремонтировала 20 км дороги, а другая — 14 км. На сколько процентов длины дороги вторая бригада отремонтировала меньше, чем первая?

709. Найдите значение выражения:

$$\left(1\frac{1}{12} + 1\frac{1}{4}\right) \cdot 1\frac{19}{56} + 2\frac{5}{8} \cdot 1\frac{3}{7} \cdot 1\frac{1}{9}.$$

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

710. Начертите прямую и отметьте на ней произвольную точку O . Найдите на прямой все точки, удаленные от точки O на 3 см.

711. Отметьте на плоскости произвольную точку O . Отметьте четыре точки, удаленные от точки O на 2 см. Сколько еще можно отметить таких точек?

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

712. На доске написано число 23. Каждую минуту число стирают и записывают на этом месте число, равное произведению его цифр, увеличенному на 12. Какое число будет написано на доске через час?

24. ОКРУЖНОСТЬ И КРУГ

Полагают, что колесо — одно из самых значительных изобретений человека. Невозможно представить мир без колеса. Секрет его чудесных возможностей кроется в свойствах удивительной линии — окружности (рис. 19).

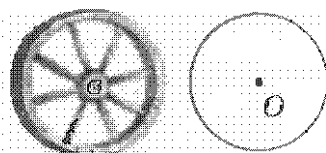


Рис. 19

Недаром древние греки считали окружность совершеннейшей и «самой круглой» фигурой. И в наши дни в некоторых ситуациях, когда хотят дать особую оценку, используют слово «круглый», которое считают синонимом слова «полнейший»: круглый отличник, круглый сирота и т. д.

Окружность легко начертить с помощью циркуля (рис. 20). Установите острие циркуля на бумагу. Тогда другая нож-

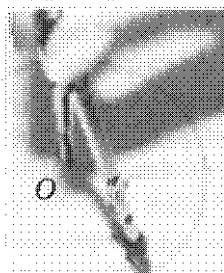


Рис. 20

ка при вращении опишет окружность. Точку, в которую упирается острие циркуля, называют центром окружности. На рис. 19 точка O — центр окружности.

Все точки окружности удалены от ее центра на одинаковое расстояние.

Именно поэтому любое транспортное средство на колесах едет «ровненько»: центр колеса при вращении находится на одинаковом расстоянии от земли (рис. 21).

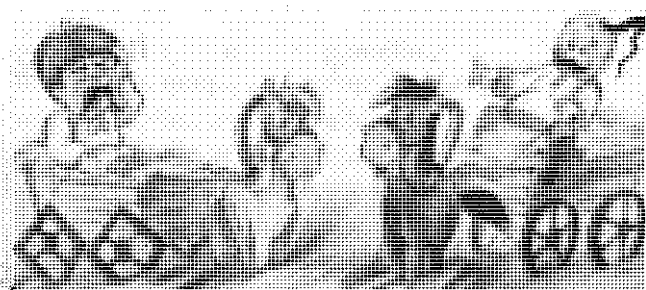


Рис. 21

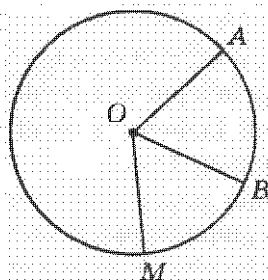


Рис. 22

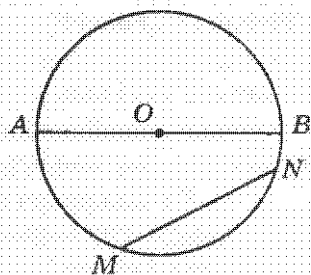


Рис. 23

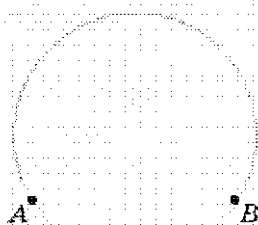


Рис. 24

Отрезок, соединяющий центр окружности с любой его точкой, называют **радиусом**. На рис. 22 отрезки OA , OB , OM — радиусы окружности.

Понятно, что все радиусы одной окружности равны между собой. Например, $OA = OB = OM$.

На рис. 22 длина радиуса OA равна 1,5 см. Принято также говорить, что **радиус окружности равен 1,5 см**.

Часто радиус окружности обозначают буквой r . Для рассматриваемой окружности можно записать: $r = 1,5$ см.

Отрезок, соединяющий любые две точки окружности, называют **хордой**. На рис. 23 отрезки AB и MN — хорды. Заметим, что здесь хорда AB проходит через центр окружности. Такую хорду называют **диаметром** окружности.

Диаметр состоит из двух радиусов. Поэтому **длина диаметра** (или **диаметр** — так тоже принято говорить) в 2 раза больше радиуса.

Часто диаметр окружности обозначают буквой d . Можно записать:

$$d = 2r.$$

Точки A и B (рис. 24) делят окружность на две части, которые называют **дугами**.

Окружность ограничивает часть плоскости (рис. 25). Эту часть плоскости вместе с окружностью называют **кругом**.

Круг имеет центр, радиус, диаметр, хорду — это соответственно центр, радиус, диаметр, хорда окружности, ограничивающей круг.

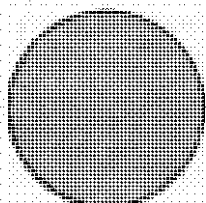


Рис. 25

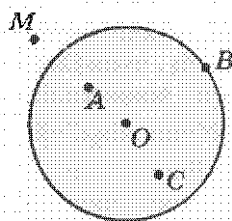


Рис. 26

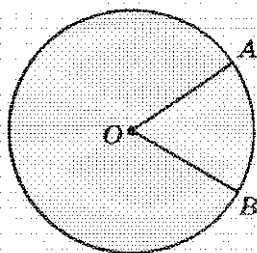


Рис. 27

На рис. 26 точка O — центр круга. Точки O , A , B и C принадлежат кругу, а точка M не принадлежит. Понятно, что если точка удалена от центра круга на расстояние, меньшее радиуса круга или равное ему, то эта точка принадлежит кругу.

Если из центра O круга (рис. 27) провести два радиуса OA и OB , то они разделяют круг на две части, каждую из которых называют сектором.

Пример. С помощью линейки и циркуля постройте треугольник ABC со сторонами $AC = 3$ см, $BC = 5$ см и $AB = 6$ см.

Сначала с помощью линейки строим отрезок AB длиной 6 см. Третья вершина C треугольника должна быть удалена от точки A на 3 см, а от точки B — на 5 см. Поскольку все точки, удаленные от точки A на 3 см, лежат на окружности радиуса 3 см с центром A , а все точки, удаленные от точки B на 5 см, — на окружности радиуса 5 см с центром B , то точка C будет точкой пересечения этих окружностей (рис. 28).

Соединив точку C с точками A и B , получим искомый треугольник ABC (рис. 29).

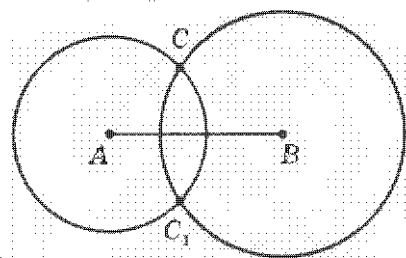


Рис. 28

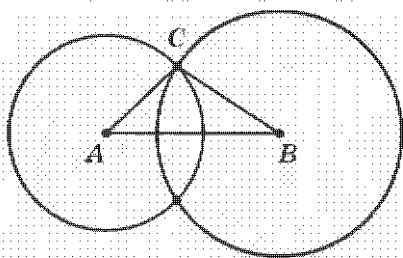


Рис. 29

Обратим внимание на то, что построенные окружности имеют еще одну общую точку C_1 (рис. 28), которую также можно принять за вершину треугольника. В этом случае мы получили бы еще один треугольник ABC_1 со сторонами указанной длины, равный треугольнику ABC .

- ?
1. Как расположены точки окружности относительно ее центра?
 2. Что называют радиусом окружности?
 3. Что называют хордой окружности?
 4. Что называют диаметром окружности?
 5. Как связаны между собой диаметр и радиус окружности?
 6. Как называют части, на которые две точки делят окружность?
 7. Как называют окружность и часть плоскости, которую она ограничивает?
 8. Как называют части, на которые два радиуса делят круг?

713.° Какие из точек, обозначенных на рис. 30:

- 1) лежат на окружности;
- 2) лежат внутри окружности;
- 3) не лежат на окружности;
- 4) лежат вне окружности;
- 5) принадлежат кругу?

714.° Укажите на рис. 31 центр, радиус, хорду и диаметр окружности. Сколько радиусов изображено на этом рисунке?

715.° Найдите диаметр окружности, радиус которой равен:

- 1) 14 см;
- 2) 4 см 5 мм;
- 3) 3,6 дм.

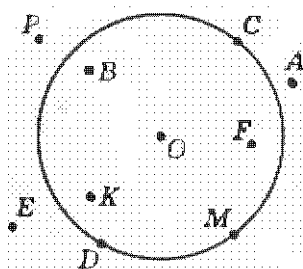


Рис. 30

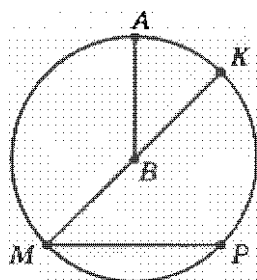


Рис. 31

- 716.° Найдите радиус окружности, диаметр которой равен:
1) 8 см; 2) 5 см; 3) 9,2 дм.
- 717.° Начертите окружность радиуса 2 см 5 мм с центром M . Вычислите диаметр этой окружности.
- 718.° Начертите окружность радиуса 3 см 2 мм с центром K . Вычислите диаметр этой окружности.
- 719.° Отметьте две произвольные точки A и B , измерьте расстояние между ними. Постройте окружность с центром A , проходящую через точку B , и окружность с центром B , проходящую через точку A . Чему равен радиус каждой из построенных окружностей? Отметьте точки пересечения окружностей. Каково расстояние от этих точек до центров окружностей?
- 720.° Начертите отрезок AB , длина которого равна 4 см. Постройте окружность радиуса 3 см с центром A и окружность радиуса 2 см с центром B . Сколько существует точек пересечения окружностей? Чему равно расстояние от каждой из этих точек до точки A ? до точки B ?
- 721.° Начертите произвольный отрезок AB . Постройте окружность так, чтобы этот отрезок был ее диаметром.
- 722.° Найдите периметр четырехугольника O_1AO_2B (рис. 32), если радиусы окружностей равны 5 см и 3 см.
- 723.° Начертите три окружности, имеющие общий центр, радиусы которых соответственно равны 2 см, 3 см и 4 см.
- 724.° Начертите окружность, диаметр которой равен 7 см. Отметьте на окружности точку A . Найдите на окружности точки, удаленные от точки A на 4 см.
- 725.° Начертите окружность и отметьте на ней три точки A , B и C . Сколько дуг при этом образовалось?

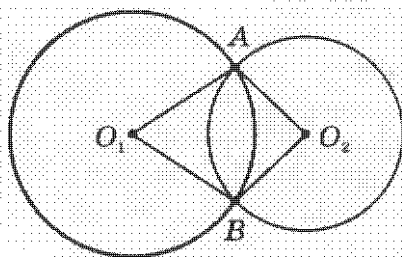
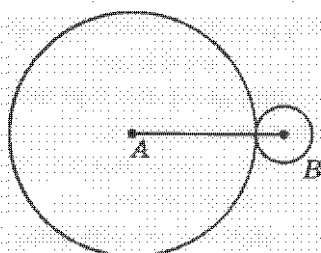
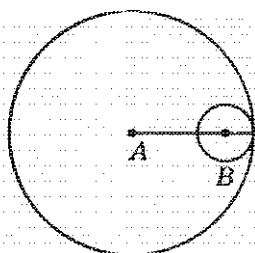


Рис. 32



а)



б)

Рис. 33

726. Начертите окружность с центром O , радиус которой равен 3 см. Проведите луч с началом в точке O и отметьте на нем точку A , удаленную от точки O на 5 см. Проведите окружность с центром в точке A , радиус которой равен: 1) 2 см; 2) 2 см 5 мм; 3) 1 см 5 мм. Сколько общих точек имеют окружности в каждом из этих случаев?
727. Начертите окружность и треугольник так, чтобы стороны треугольника были хордами окружности.
728. Начертите окружность, проведите ее диаметр AB , отметьте на окружности точки C и D . Соедините точки C и D с концами диаметра AB и найдите градусные меры углов ACB и ADB .
729. Радиус окружности с центром A равен 9 см, а радиус окружности с центром B — 2 см. Найдите расстояние между центрами этих окружностей (рис. 33).
730. На рис. 34 $OC = 6$ см, $BD = 2,5$ см. Найдите длину отрезка OK .
731. Начертите произвольный треугольник. Проведите три окружности так, чтобы стороны треугольника были их диаметрами.
732. Начертите квадрат со стороной 3 см. Проведите четыре окружности так, чтобы стороны квадрата были их диаметрами.
733. 1) Начертите отрезок AB , длина которого равна 3 см. Найдите точку, удаленную от каждого из концов отрезка AB на 2 см. Сколько существует таких точек?

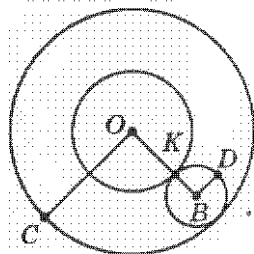


Рис. 34

2) Начертите отрезок CD , длина которого равна 4 см. Найдите точку, удаленную от точки C на 2 см, а от точки D — на 3 см. Сколько существует таких точек?

734.* С помощью циркуля и линейки постройте треугольник со сторонами:

- 1) 3 см, 3 см, 4 см;
- 2) 2 см 4 мм, 3 см 5 мм, 4 см 8 мм;
- 3) 3 см, 4 см, 5 см.

735.* С помощью циркуля и линейки постройте треугольник со сторонами:

- 1) 5 см, 6 см, 4 см;
- 2) 2 см, 2 см, 2 см;
- 3) 6 см 8 мм, 5 см 6 мм, 3 см 2 мм.

736.** Установите, можно ли построить треугольник со сторонами:

- 1) 2 см, 6 см, 7 см;
- 2) 2 см, 6 см, 8 см;
- 3) 2 см, 6 см, 9 см.

Сделайте вывод.

737.* В круге с центром O отметили точку M . Как разрезать этот круг:

- 1) на три части;
- 2) на две части

так, чтобы из них можно было составить новый круг, в котором отмеченная точка M была бы его центром?

738.* На торте кондитер расположил 7 кремовых розочек (рис. 35). Как тремя прямолинейными разрезами разделить торт на 7 порций, на каждой из которых была бы одна розочка?

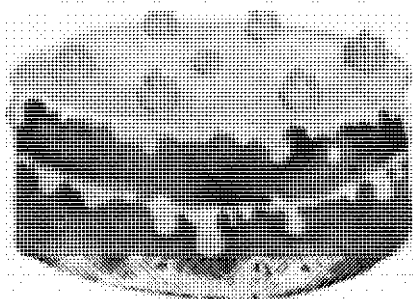


Рис. 35

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

739. Вычислите:

1) 7^2 ; 2) $0,4^2$; 3) $1,2^2$; 4) $(\frac{1}{3})^2$; 5) $(2\frac{2}{9})^2$.

740. В первый день продали 500 кг яблок, а во второй — 420 кг. На сколько процентов меньше продали яблок во второй день, чем в первый?

741. На столе лежали конфеты. Петя взял половину всех конфет и еще 2 конфеты, после чего на столе осталось 3 конфеты. Сколько конфет лежало на столе сначала?

742. Вычислите:

$(6,8 - 5\frac{5}{9}) : (2\frac{13}{30} - 2\frac{1}{12}) \cdot 3,6$.

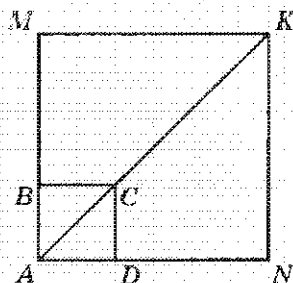


Рис. 36

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

743. На рис. 36 диагональ AK квадрата $AMKN$ в 3 раза больше диагонали AC квадрата $ABCD$. Во сколько раз периметр квадрата $AMKN$ больше периметра квадрата $ABCD$?

Повтори содержание пункта 31 на с. 290.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

744. Дети собирали в лесу грибы. Выйдя из леса, они построились парами — мальчик с девочкой, причем у мальчика было грибов или вдвое больше, или вдвое меньше, чем у девочки. Возможно ли, что все дети вместе собрали 500 грибов?

25. ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ. ПЛОЩАДЬ КРУГА

Как измерить длину окружности? Задача непростая, ведь все известные тебе измерительные приборы для этого не годятся.

Изобретательный ум человека придумал много способов решения этой задачи. Естественным является желание «над-

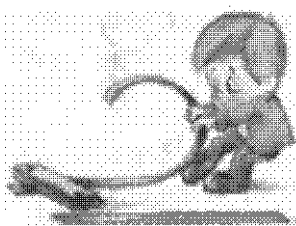
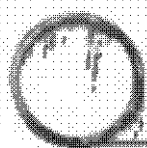
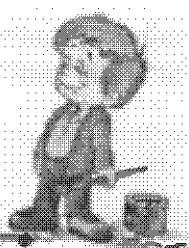


Рис. 37



A



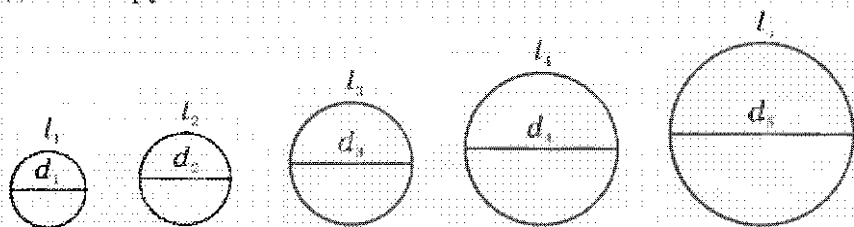
B

Рис. 38

резать» окружность, а потом «выпрямить» ее в отрезок. Так можно измерить, например, длину металлического обруча (рис. 37).

Однако длину обруча можно измерить и другим способом: покрасить его и прокатить по ровной поверхности, сделав полный оборот (рис. 38). Тогда длина отрезка AB будет равна длине обруча.

Вполне очевидно, что длина l окружности зависит от длины ее диаметра d , то есть чем больше диаметр, тем больше длина окружности:



Возможно, интуиция тебе подскажет, что если диаметр увеличить, например, в 2 раза, то и длина окружности увеличится в 2 раза; если, например, диаметр уменьшить в 5 раз, то же самое произойдет и с длиной окружности.

Математика подтверждает твои догадки: **длина окружности прямо пропорциональна ее диаметру.**

Иначе говоря, **для всех окружностей отношение длины окружности к ее диаметру является одним и тем же числом.**

Это число обозначают греческой буквой π (пи). Следовательно, $\frac{l}{d} = \pi$, или

$$l = \pi d$$

Поскольку $d = 2r$ (r — радиус окружности), можно получить еще одну формулу для вычисления длины окружности:

$$l = 2\pi r$$

Чему все-таки равно число π ? Великий древнегреческий ученый Архимед (III в. до н. э.) установил, что $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$. Поэтому еще в древности считали, что $\pi \approx \frac{22}{7}$.

В XVIII в. математики установили, что число π нельзя представить в виде конечной десятичной дроби или бесконечной периодической десятичной дроби. Оно выражается бесконечной непериодической десятичной дробью (подобные числа ты подробно будешь изучать в 8 классе).

С помощью современных компьютеров можно найти огромное количество цифр числа π , стоящих после запятой. Приведем запись числа π с 42 цифрами после запятой:

$\pi = 3,141592653589793238462643383279502884197169\dots$

В 1992 году была вычислена 1 011 196 691 цифра числа π . Этот факт был занесен в Книгу рекордов Гиннеса. Само число в книге не приведено, поскольку для этого потребовалось бы более тысячи страниц.

Обычно используют приближенное значение числа π с точностью до сотых:

$$\pi \approx 3,14$$



Площадь круга также зависит от его радиуса. Однако эта зависимость уже не является прямой пропорциональностью.

Установлено, что площадь S круга радиуса r вычисляется по формуле

$$S = \pi r^2$$

- ?
1. Какое число обозначают буквой π ?
 2. Назовите приближенное значение числа π с точностью до сотых.
 3. По какой формуле вычисляют длину окружности?
 4. По какой формуле вычисляют площадь круга?

- 745.° Вычислите длину окружности, диаметр которой равен:
 1) 3,2 см; 2) 4,5 см.
- 746.° Вычислите длину окружности, радиус которой равен:
 1) 6 см; 2) 1,8 м.
- 747.° Вычислите площадь круга, радиус которого равен:
 1) 8 см; 2) 14 дм.
- 748.° Вычислите площадь круга, диаметр которого равен:
 1) 18 см; 2) 3,6 м.
- 749.° Вычислите радиус окружности, длина которой равна:
 1) 18,84 см; 2) 47,1 дм.
- 750.° Найдите радиус круга, площадь которого равна 314 см^2 .
- 751.° Чтобы проехать 400 м, колесо сделало 150 оборотов. Найдите радиус колеса в сантиметрах. Ответ округлите до единиц.
- 752.° Длина окружности равна 100,48 см. Найдите площадь круга, ограниченного этой окружностью.
- 753.° Выполните необходимые измерения и вычислите площадь заштрихованного кольца (рис. 39).
- 754.° 1) Радиус одной окружности равен 6 см, а радиус другой — 2 см. Во сколько раз длина первой окружности больше длины второй?
 2) Радиус одной окружности в 4 раза больше радиуса другой. Во сколько раз длина первой окружности больше длины второй?
- 755.° Самый большой оптический телескоп (рефлектор) в Украине находится в Крымской астрономической обсерватории. Диаметр его зеркала равен 2,6 м. Самый большой в мире оптический телескоп находится в обсерватории Калифорнийского университета на Гавайях (США). Диаметр его зеркала равен 10 м. Во сколько раз длина обода американского телескопа больше длины обода украинского? Ответ округлите до десятых.

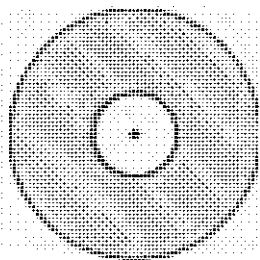


Рис. 39

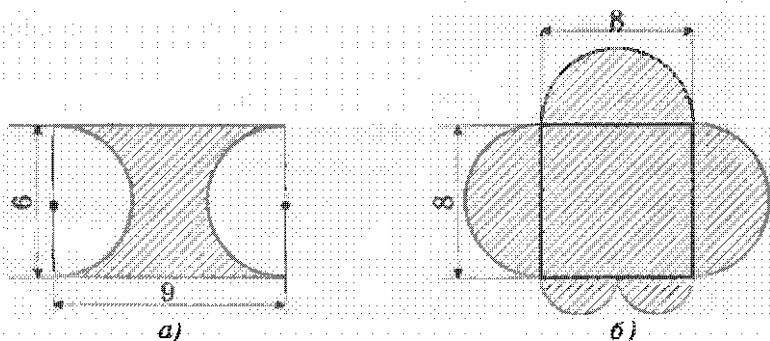


Рис. 40

- 756.* Радиус окружности увеличили на 1 см. На сколько увеличилась при этом длина окружности?
- 757.* Как изменится радиус окружности, если длину окружности увеличить на 9,42 см?
- 758.* Найдите длину дуги, составляющей $0,6$ окружности, радиус которой равен 3,5 см.
- 759.* Найдите длину дуги, составляющей $\frac{5}{12}$ окружности, радиус которой равен 36 дм.
- 760.* Вычислите длину красной линии, изображенной на рис. 40 (размеры приведены в сантиметрах).
- 761.* Найдите площадь круга, если $\frac{2}{3}$ длины окружности этого круга равны 24,8 см (число π округлите до десятых).
- 762.* На сколько площадь квадрата больше площади круга (рис. 41), если сторона квадрата равна 8 см?
- 763.* Начертите прямоугольник со сторонами 3 см и 4 см.

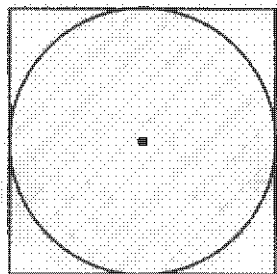


Рис. 41

Проведите диагонали прямоугольника. Приняв точку пересечения диагоналей за центр окружности, а половину диагонали — за радиус, проведите эту окружность. Измерьте линейкой диаметр полученной окружности (в сантиметрах, с точностью до единицы). На сколько площадь круга, ограниченного этой окружностью, больше площади прямоугольника?

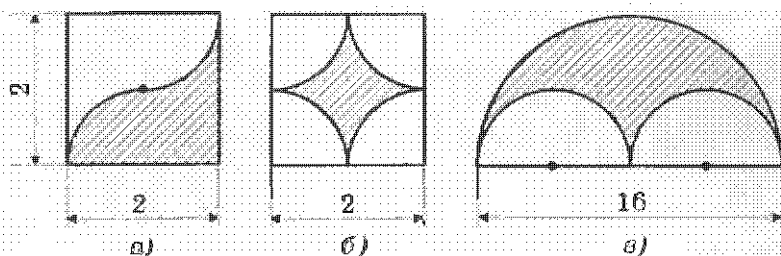
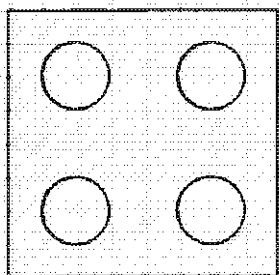
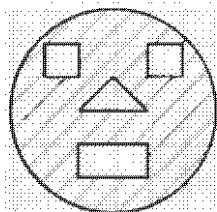


Рис. 42

- 764.* Вычислите площадь заштрихованной фигуры, изображенной на рис. 42 (размеры приведены в сантиметрах).
- 765.* Вычислите площадь заштрихованной фигуры (рис. 43), если длина стороны клеточки равна 1 см.
- 766.* Пицца, диаметр которой равен 30 см, стоит столько же, сколько две пиццы, диаметр которых 20 см. В каком случае Дима съест больше пиццы: когда купит одну большую или две поменьше, если все пиццы имеют одинаковую толщину?
- 767.* Колеса автомобиля имеют диаметр 65 см. Он движется с такой скоростью, что колеса делают 6 оборотов в секунду. Найдите скорость автомобиля в километрах в час. Ответ округлите до десятых.
- 768.* Диаметр колеса вагона метрополитена равен 78 см. За 2,5 мин колесо делает 1000 оборотов. Найдите скорость поезда метро в километрах в час. Ответ округлите до десятых.



а)



б)

Рис. 43

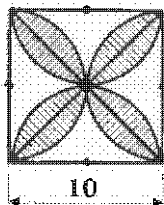


Рис. 44

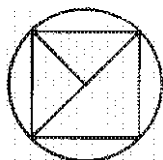


Рис. 45

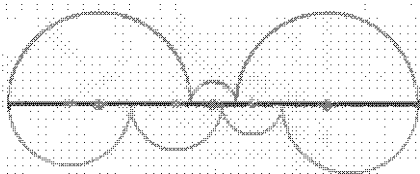


Рис. 46

- 769.* Найдите длину дуги, которую описывает часовая стрелка длиной 6 см за 1 ч.
- 770.* Найдите длину дуги, которую описывает минутная стрелка длиной 24 см за 40 мин.
- 771.* Вычислите площадь заштрихованной фигуры, изображенной на рис. 44 (размер приведен в сантиметрах).
- 772.* Все вершины квадрата (рис. 45), диагональ которого равна 6 см, лежат на окружности. Вычислите площадь квадрата, не измеряя его стороны. На сколько площадь квадрата меньше площади круга?
- 773.* Докажите, что сумма длин красных дуг (рис. 46) равна сумме длин зеленых дуг.
- 774.* (Задача Гиппократа¹.) Докажите, что сумма площадей закрашенных серпиков (рис. 47) равна площади прямоугольника.
- 775.* Два квадрата со стороной 1 см имеют общий центр² (рис. 48). Докажите, что площадь их общей части больше $\frac{\pi}{4}$.

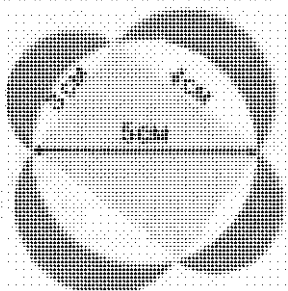


Рис. 47

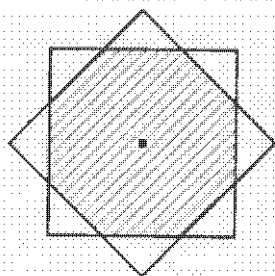


Рис. 48

¹ Гиппократ Хиосский — древнегреческий геометр (V в. до н. э.).

² Центр квадрата — точка пересечения его диагоналей.

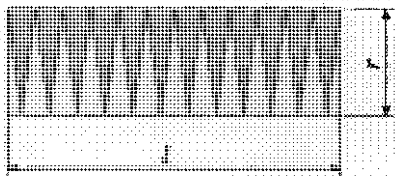
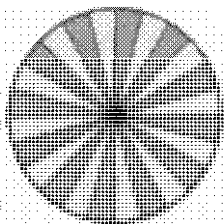


Рис. 49

- 776.* На рис. 49 показан старинный способ вычисления площади круга. Попробуйте объяснить, почему произведение nl приближенно равно площади круга.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

777. Масса сплава меди и серебра равна 7,2 кг. Масса серебра составляет 80 % массы меди. Сколько килограммов меди в сплаве?



778. Решите уравнение:

$$1) \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x = \frac{21}{40}; \quad 2) \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{8}x = \frac{39}{56}.$$

779. Цена товара дважды повышалась и каждый раз на 50 %. Какой стала цена товара, если сначала она составляла 16 грн.?

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

780. Пусть столбик, высота которого равна 1 клеточке тетради, соответствует 1 году жизни человека. Нарисуй столбик, высота которого соответствует твоему возрасту.
781. Изобразите круг, разделите его двумя диаметрами на 4 равные части. Сколько процентов площади круга составляет площадь одного сектора?

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

782. В клеточках таблицы размером 3×3 клеточки стоят нули. Разрешается выбрать любой квадрат размером 2×2 клеточки и увеличить числа во всех его клеточках на единицу. Можно ли получить после нескольких таких операций таблицу, приведенную на рис. 50?

4	6	5
7	18	9
6	10	7

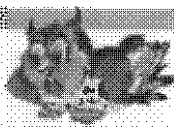


Рис. 50

2x2 клеточки и увеличить числа во всех его клеточках на единицу. Можно ли получить после нескольких таких операций таблицу, приведенную на рис. 50?

26. ДИАГРАММЫ

Классный руководитель шестого класса ведет учет посещения учениками занятий. В конце недели его записи имели следующий вид:

День недели	Поне- дельник	Втор- ник	Среда	Чет- верг	Пят- ница
Количество отсутствующих	3	2	5	4	7

Эти данные можно представить более наглядно в виде столбчатой диаграммы (рис. 51).

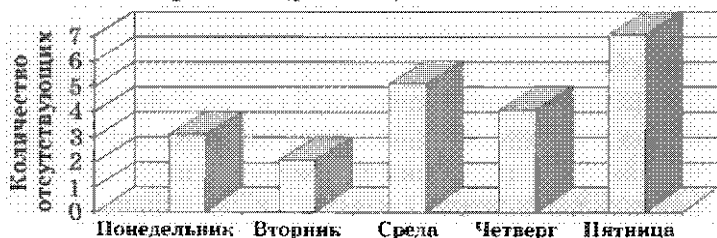


Рис. 51

Здесь высота столбика показывает количество учеников, отсутствовавших в определенный день недели.

Однако не только такую информацию можно получить из этого рисунка. Он также дает возможность оценить, как изменялось количество отсутствовавших в течение всей недели, или, как принято говорить, увидеть динамику процесса.

Информация, представленная в виде столбчатой диаграммы, легко воспринимается, а поэтому и хорошо запоминается.

На рис. 52 изображена столбчатая диаграмма результатов письменной работы по математике в трех шестых классах.

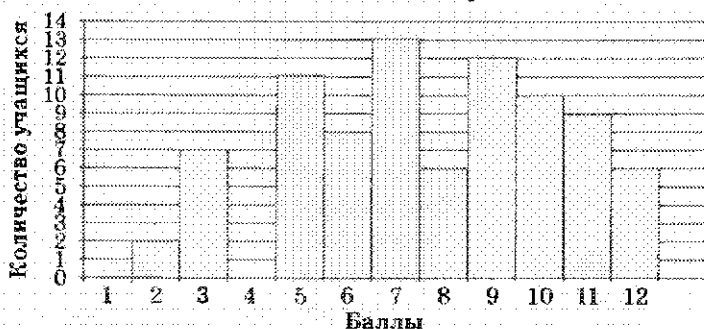


Рис. 52

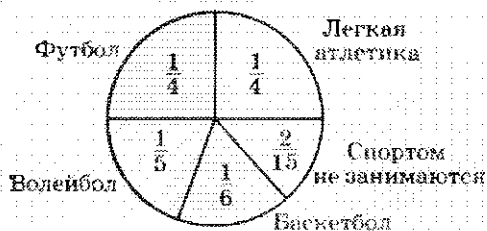


Рис. 53

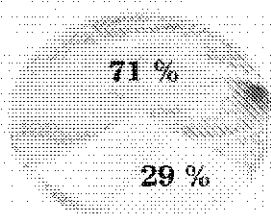


Рис. 54

Из диаграммы видно, что, например, оценки «1» и «4» не получил ни один ученик, а оценку «7» получили больше всего учеников — 13.

Наглядно отображают информацию также круговые диаграммы. На рис. 53 представлена круговая диаграмма распределения посещения учениками шестых классов спортивных секций.

Из диаграммы на рис. 54 видно, какую часть поверхности Земли занимает суша, а какую — вода.

В каких случаях удобно представлять информацию в виде столбчатых диаграмм, а в каких — в виде круговых?

Тебе, наверное, неоднократно приходилось слышать выражение «диаграммы роста». Если хотят продемонстрировать, как с течением времени изменяется некоторая величина, то более наглядными являются столбчатые диаграммы.

Круговые диаграммы чаще всего применяют тогда, когда хотят сопоставить части какой-то величины.

Обрати внимание на различное оформление диаграмм в задачах этого пункта. Например, столбчатая диаграмма

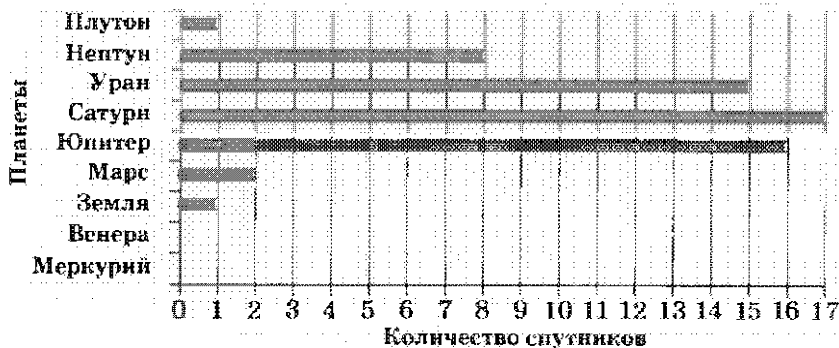


Рис. 55

может состоять не только из вертикальных столбиков, но и из горизонтальных полосок.

783.° На диаграмме (рис. 55) показано количество спутников планет Солнечной системы.

- 1) У какой планеты наибольшее количество спутников?
- 2) Есть ли планеты, у которых нет спутников?
- 3) У каких планет одинаковое количество спутников?
- 4) Во сколько раз у Юпитера спутников больше, чем у Нептуна?
- 5) На сколько у Земли спутников меньше, чем у Урана?

784.° На диаграмме (рис. 56) приведена выборочная информация о природно-заповедном фонде Украины.

- 1) Сколько в Украине ботанических садов? зоологических парков?
- 2) На сколько больше заповедников, чем национальных природных парков?
- 3) Во сколько раз региональных ландшафтных парков меньше, чем дендрологических?

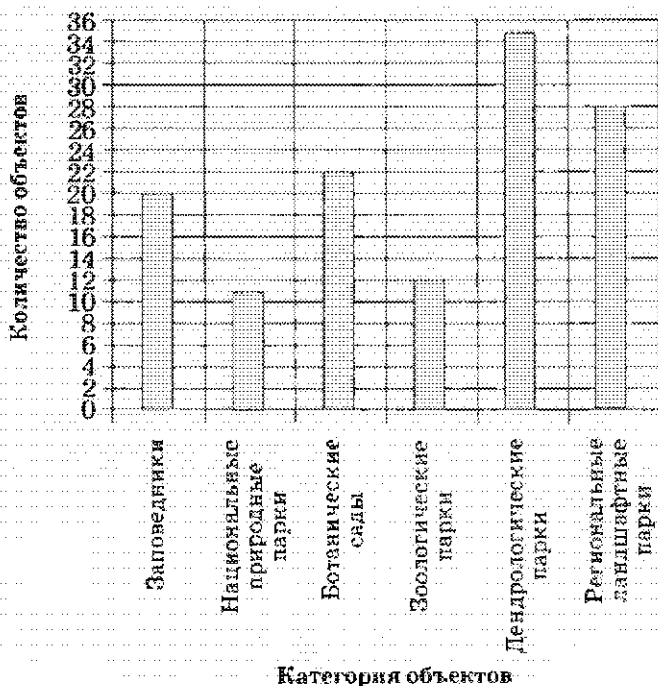


Рис. 56



Рис. 57

785.^а Пользуясь диаграммой, на которой изображены крупнейшие водохранилища Украины (рис. 57), установите:

- 1) у какого из водохранилищ самая большая площадь;
- 2) у какого из водохранилищ наименьшая площадь;
- 3) площадь какого водохранилища, Киевского или Каневского, больше.

786.^б Пользуясь диаграммой, на которой изображено процентное содержание соли в воде некоторых водоемов (рис. 58), установите:

- 1) в каком из водоемов самая соленая вода;
- 2) в каком из водоемов наименее соленая вода;

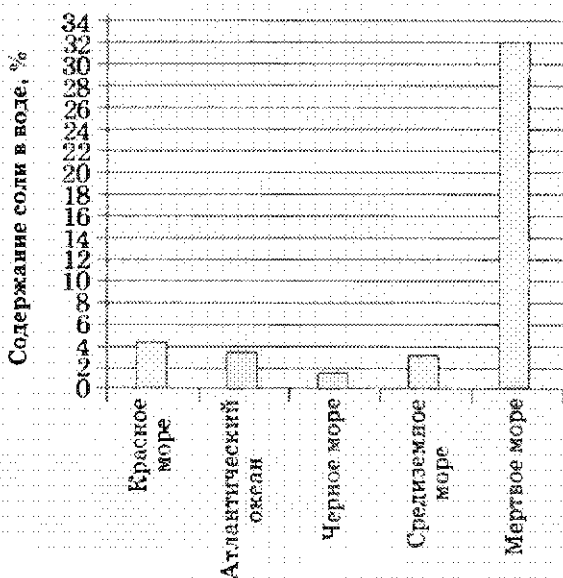


Рис. 58

3) в каком из морей, Средиземном или Красном, вода солонее.

787. На рис. 59 приведена диаграмма ежегодного процентного увеличения количества пользователей Интернета в мире с 1995 года по 2004 год.

1) На сколько процентов возросло количество пользователей Интернета за этот период?

2) В течение какого года произошел наименьший прирост пользователей? наибольший прирост?

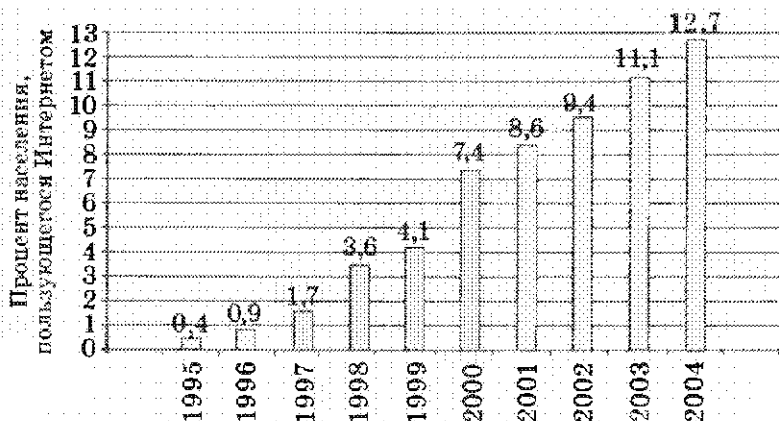


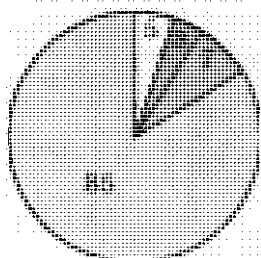
Рис. 59

788. На круговой диаграмме (рис. 60) приведены результаты выборов мэра Солнечного города (в процентах).

1) Сколько процентов избирателей участвовало в голосовании?

2) На сколько процентов больше избирателей проголосовало за Знайку, чем за Незнайку?

3) Сколько процентов избирателей проголосовало против Незнайки?



За Знайку

За Незнайку

Голосовали против обоих кандидатов

Не принимали участия в голосовании

Рис. 60

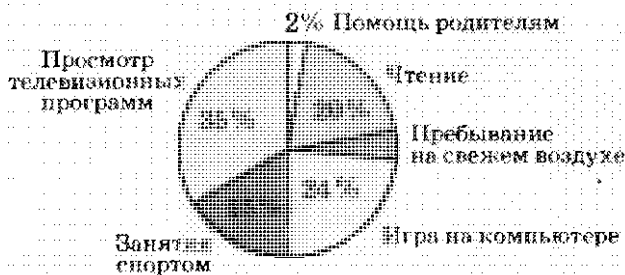


Рис. 61

789. На круговой диаграмме (рис. 61) приведено распределение использования учеником шестого класса Петром Ивановым свободного от учебы времени.

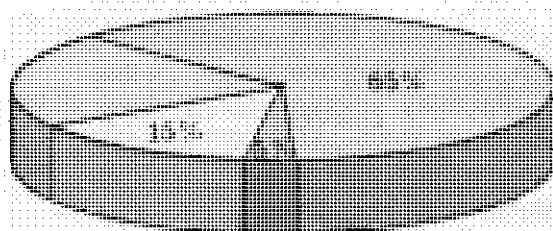
- 1) Сколько процентов свободного времени Петя проводит на свежем воздухе?
- 2) Сколько процентов свободного времени он проводит с пользой для здоровья?
- 3) Во сколько раз больше времени он тратит на просмотр телевизионных программ и игру на компьютере, чем на помощь родителям?

Посоветовали бы вы Пете что-нибудь изменить в распределении свободного времени?

790. Моряк Папай считает, что самые вкусные пельмени со шпинатом. Состав этой начинки в процентах представлен на диаграмме (рис. 62).

- 1) Сколько процентов начинки составляет зеленый лук?
- 2) Сколько граммов шпината содержится в 500 г начинки?

791. Ученики шестых классов посещают разные спортивные секции. Используя диаграмму (рис. 63), ответьте на вопросы.



- ☐ Шпинат
- ☐ Растительное масло
- ☐ Укроп
- ☐ Зеленый лук

Рис. 62

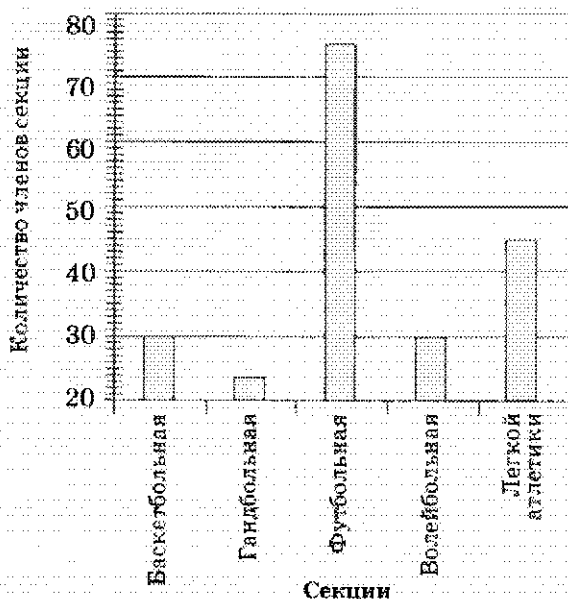


Рис. 63

- 1) Какую секцию посещает больше всего шестиклассников?
- 2) Какие секции посещает одинаковое количество шестиклассников?
- 3) Какую часть количества футболистов составляет количество легкоатлетов?
- 4) Сколько процентов количество гандболистов составляет от количества баскетболистов?

792.* Пользуясь таблицей средних годовых температур воздуха в отдельных регионах Украины, постройте соответствующую столбчатую диаграмму.

Город	Температура, °С	Город	Температура, °С
Львов	7,5	Черкассы	7,3
Ужгород	9,3	Полтава	6,8
Киев	6,9	Донецк	7,5
Сумы	6,0	Луганск	9,2
Одесса	9,4	Ялта	13,1

793. Пользуясь таблицей развития Киевского метрополитена, постройте диаграмму роста длины его линий.

Год	Количество станций	Длина линий, км	Год	Количество станций	Длина линий, км
1960	5	5,2	1987	28	32,8
1965	10	12,7	1992	35	43,3
1971	14	18,2	2000	39	51,7
1976	17	20,5	2004	42	56,6
1981	23	28,2			

794. Пользуясь таблицей развития Киевского метрополитена, постройте диаграмму увеличения количества его станций.

795. В таблице приведены высочайшие вершины некоторых горных систем Европы:

Название вершины	Высота, м	Горная система
Монблан	4807	Альпы
Муласен	3478	Андалузские горы
Пик Ането	3404	Пиренеи
Мусала	2925	Массив Рила (Балканы)
Корно	2914	Апеннины
Герлаховски-Штит	2655	Массив Татры
Гальхенигген	2470	Скандинавские горы
Эльбрус	5642	Кавказ

Округлите высоту каждой вершины до сотен метров, для изображения 100 м высоты возьмите отрезок, длина которого равна 1 мм, и постройте столбчатую диаграмму высот приведенных вершин горных систем.

796. С помощью таблицы, отражающей увеличение количества пользователей Интернета в мире, постройте соответствующую диаграмму, округлив предварительно количество пользователей до десятков миллионов и взяв для изображения 10 млн человек отрезок длиной 1 мм.

Дата	Количество пользователей, млн	Дата	Количество пользователей, млн
Декабрь 1997	70	Август 2001	513
Декабрь 1998	147	Сентябрь 2002	587
Декабрь 1999	248	Декабрь 2003	719
Декабрь 2000	451	Октябрь 2004	812

797. В таблице приведена распространенность некоторых химических элементов в земной коре:

Название элемента	Процент массы земной коры (с точностью до десятых)
Алюминий	7,5
Кальций	3,4
Натрий	2,6
Калий	2,4
Магний	1,9
Титан	0,6

Постройте столбчатую диаграмму распространенности приведенных элементов, взяв для изображения 0,1 % отрезок длиной 1 мм.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

798. Максимальная масса белого медведя 800 кг, что составляет $\frac{2}{15}$ максимальной массы индийского слона или 640 % максимальной массы льва. Найдите максимальную массу: 1) индийского слона; 2) льва.
799. В Киевском национальном университете имени Тараса Шевченко учится около 20 000 студентов. Количество студентов Кембриджского университета (Великобритания) составляет 60 % количества студентов



Киевского университета или $\frac{3}{7}$ количества студентов Геттингенского университета (Германия). Сколько студентов учатся в Геттингенском университете?

800. В халькозине (медный блеск) содержится 80 % меди, а в халькопирите (медный колчедан) — 35 %. Из чего получают больше меди: из 280 т халькозина или из 640 т халькопирита?

801. Из цифр 4, 5, 6 составили два разных трехзначных числа. Может ли произведение этих чисел быть равным числу, записанному с помощью цифр 0, 2, 3, 5, 6, 8 (в записи чисел цифры не повторяются)?

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

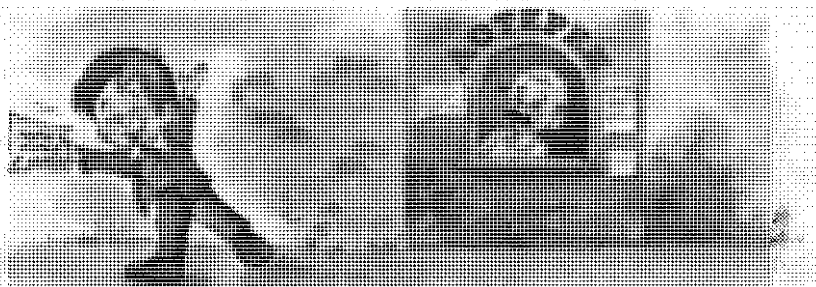
802. В США дату обычно записывают так: месяц, число и год. Например, дату рождения Великого Кобзаря американец записал бы так: 3.9.1814. В Европе же сначала записывают число, потом месяц и год. Сколько в году дней, дату которых нельзя прочесть однозначно, не зная, каким способом она записана?



27. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ. ВЕРОЯТНОСТЬ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ

Прозвенел школьный звонок, выпал снег, на уроке математики тебя вызвали к доске, черный кот перебежал дорогу — всё это события. Каждое из этих событий при одних и тех же условиях могло произойти, а могло и не произойти (снег мог не выпасть, звонок не прозвенеть и т. п.). Поэтому можно говорить, что мы привели примеры случайных событий.

Представь себе, что выпущено 1 000 000 лотерейных билетов и разыгрывается один автомобиль. Можно ли, приобретя один лотерейный билет, выиграть этот приз? Конечно, можно, хотя это событие *маловероятно*. А если будут разыгрываться 10 автомобилей? Понятно, что вероятность выигрыша увеличится. Если же представить, что разыгрывается 999 999 автомобилей, то вероятность выигрыша становится очень большой.



Следовательно, вероятности случайных событий — это величины, которые можно сравнивать. Однако для этого следует договориться, каким образом измерять эти величины.

Приобретя один билет, естественно считать, что при розыгрыше одного автомобиля вероятность выигрыша равна

$\frac{1}{1000000}$, при розыгрыше 10 автомобилей — $\frac{10}{1000000} = \frac{1}{100000}$, 999 999 автомобилей — $\frac{999999}{1000000}$. Этими дробями мы оце-

ниваем шансы наступления интересующего нас случайного события. Наука, которая занимается такой оценкой, называется *теорией вероятностей*.

Если представить себе фантастическую ситуацию, в которой каждый лотерейный билет является призовым, то выигрыш гарантирован. Тогда вероятность события «выигрыш автомобиля» считают равной 1, а событие называют **достоверным**.

Если в лотерее нет ни одного призового билета, то выиграть автомобиль невозможно. В этом случае вероятность события «выигрыш автомобиля» считают равной нулю, а событие называют **невозможным**.

Понятно, что если бы половина билетов тиража оказалась призовой, то события «выигрыш» и «невыигрыш»

автомобиля стали бы **равновероятными**. Вероятность каждого из них равна $\frac{1}{2}$.

Рассмотрим еще один пример. При бросании игрального кубика (рис. 64) произойдет одно из шести случайных событий: может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков. Все эти

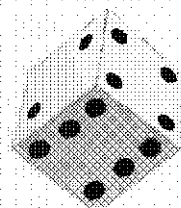


Рис. 64

события равновероятны. Понятно, что вероятность каждого из них равна $\frac{1}{6}$.

Найдем вероятность того, что при бросании игрального кубика выпадет число, кратное 3. Из шести равновероятных событий есть только два, которые нас удовлетворяют: когда выпадет 3 или 6 очков. Эти два события назовем *благоприятными*.

Вероятность того, что выпадет число, кратное 3, равна $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Кстати, в примере с лотереей существует 1 000 000 равновероятных событий «купить наугад один билет». Если выигрышных билетов 10, то имеем 10 благоприятных событий.

Поэтому вероятность выигрыша равна $\frac{10}{1\,000\,000} = \frac{1}{100\,000}$.

Пример. В коробке лежат 2 синих и 5 желтых шариков.

Наугад вынимают один шарик. Какова вероятность того, что этот шарик окажется:

1) синим; 2) красным?

1) При вынимании шарика может произойти 7 равновероятных событий. Из них благоприятных только 2 (ведь в коробке только 2 синих шарика). Поэтому искомая вероятность равна $\frac{2}{7}$.

2) Поскольку в коробке нет красных шариков, то рассматриваемое событие является невозможным, следовательно, его вероятность равна 0.

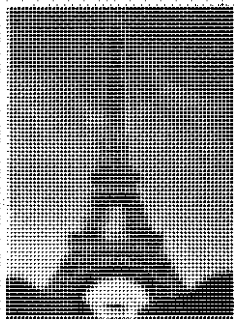
Украинская математическая наука подарила миру плеяду выдающихся специалистов в области теории вероятностей. Имена И. И. Гихмана, В. В. Гнеденко, А. В. Скорохода, М. И. Ядренко известны математикам во всем мире.

Михаил Иосифович Ядренко значительную часть своих творческих сил отдавал педагогической деятельности. Он много работал с одаренной молодежью, был основателем Всеукраинских олимпиад юных математиков.



М. И. Ядренко

- 803.° Приведите примеры случайных событий.
- 804.° Приведите примеры событий, которые, по вашему мнению, являются:
- 1) маловероятными;
 - 2) очень вероятными.
- 805.° Приведите примеры:
- 1) достоверных событий;
 - 2) невозможных событий.
- 806.° Какие из приведенных событий являются достоверными, а какие невозможными:
- 1) крокодил научится петь;
 - 2) индюки осенью полетят в теплые края;
 - 3) после марта наступит апрель;
 - 4) завтра наступит суббота;
 - 5) в следующем году твой день рождения придется на среду;
 - 6) брошенный тобой камень долетит до стратосферы?
- 807.° Все ли равновероятные события имеют вероятность, равную $\frac{1}{2}$?
- 808.° Приведите примеры равновероятных событий.
- 809.° Приведите примеры событий, которые не являются равновероятными.
- 810.° Какова вероятность того, что при одном бросании игрального кубика выпадет количество очков, равное:
- 1) двум;
 - 2) пяти;
 - 3) нечетному числу;
 - 4) числу, которое кратно 6?
- 811.° Представь себе, что в классе, в котором ты учишься, разыгрывается одна бесплатная туристическая поездка в Париж. Какова вероятность того, что в Париж поедешь ты?
- 812.° Чтобы сдать экзамен по математике, нужно выучить 30 билетов. Ученик выучил безусловно 25 билетов. Какова вероятность того, что, отвечая на один билет, он получит оценку 12 баллов?
- 813.° Чтобы сдать экзамен по математике, нужно выучить 25 билетов. Ученик не выучил только один билет. Какова вероятность того, что он вытянет именно этот билет и не сдаст экзамен?



814.° Из 28 учеников одного класса 12 знают английский язык. Какова вероятность того, что обращение президента США к наугад выбранному ученику будет тому понятно?

815.° В классе учатся 12 девочек и 17 мальчиков. Один ученик опоздал в школу. Какова вероятность того, что это:
1) был мальчик; 2) была девочка?

816.° Три грани кубика покрасили в красный цвет, а остальные — в синий. Какова вероятность того, что при бросании кубика выпадет красная грань?

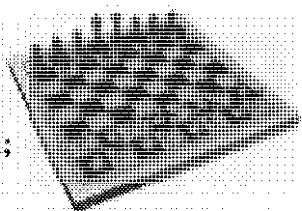
817.° Две грани кубика покрасили в черный цвет, а остальные — в белый. Какова вероятность того, что при бросании кубика выпадет: 1) черная грань; 2) белая грань?

818.° Из коробки шахмат случайно выпала одна фигура. Какова вероятность того, что эта фигура:

- | | |
|------------------|------------------------------------|
| 1) белый король; | 8) белая фигура; |
| 2) черный ферзь; | 9) не пешка; |
| 3) король; | 10) не король; |
| 4) черная ладья; | 11) не белый ферзь; |
| 5) конь; | 12) не пешка и не король; |
| 6) белая пешка; | 13) не слон и не ферзь; |
| 7) пешка; | 14) не конь, не король и не ладья? |

819.° В коробке было 19 карточек, пронумерованных от 1 до 19. Из коробки наугад взяли одну карточку. Какова вероятность того, что на ней написано число:

- 1) 12;
- 2) 21;
- 3) четное;
- 4) нечетное;
- 5) кратное 3;
- 6) кратное 7;
- 7) простое;
- 8) двузначное;
- 9) в записи которого есть цифра 9;
- 10) в записи которого есть цифра 1;
- 11) в записи которого отсутствует цифра 5;
- 12) сумма цифр которого делится нацело на 5;



13) при делении которого на 7 остаток равен 5;

14) в записи которого отсутствует цифра 1?

820.* Какова вероятность того, что твой самый счастливый день в будущем году придется на:

1) 7 число; 2) 31 число; 3) 29 число?

821.* Какова вероятность того, что при бросании игрального кубика выпадет:

1) четное число;

2) число, которое не делится нацело на 4;

3) число, которое не делится нацело на 3;

4) число, кратное 7?

822.* В лотерее 20 выигрышных билетов и 480 билетов без выигрыша. Какова вероятность выиграть в эту лотерею, если купить один билет?

823.* В коробке лежат 5 красных и 3 желтых шарика. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик окажется:

1) желтым;

2) красным?

824.* В ящике было 45 шариков, из которых 17 белых. Потеряли два не белых шарика. Какова вероятность того, что взятый наугад шарик будет белым?

825.* Карточки с номерами 1, 2, 3 положили в ряд. Какова вероятность того, что карточки с нечетными номерами окажутся рядом?

826.* В коробке лежат 2 синих шарика и несколько красных. Сколько красных шариков в коробке, если вероятность того, что выбранный наугад шарик:

1) окажется синим, равна $\frac{2}{5}$;

2) окажется красным, равна $\frac{4}{5}$?

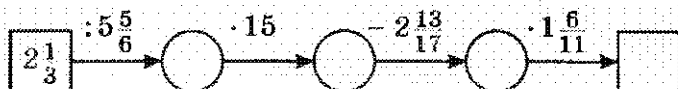
827.* Грани кубика окрашены в два цвета — синий и желтый (каждая грань в один цвет). Вероятность того, что выпадет синяя грань, равна $\frac{2}{3}$, а что желтая — $\frac{1}{3}$.

Сколько синих и сколько желтых граней у кубика?

828.* В коробке было 3 зеленых и 6 синих шариков. Какое наименьшее количество шариков нужно вынуть наугад, чтобы вероятность того, что среди вынутых шариков хотя бы один будет зеленого цвета, равнялась 1?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

829. Один тракторист может вспахать поле за 18 ч, а другой — за 12 ч. Какую часть поля они вспашут вместе, если первый будет работать 5 ч, а второй — 7 ч?
830. Цену товара сначала увеличили на 50 %, а потом уменьшили на 50 %. Какой стала цена товара, если сначала она составляла 16 грн.?
831. Заполните цепочку вычислений:



ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

832. Футбольный мяч плотно обтянут сеткой. Из каждого узла сетки выходят 3 веревки. Может ли в этой сетке быть 999 узлов?



28. ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Когда ты учился считать, то познакомился с натуральными числами, а когда повзрослел, понял, что для измерения многих величин только натуральными числами не обойтись. Тогда ты узнал о существовании дробных чисел. Однако окружающий нас мир настолько сложен и разнообразен, что для описания многих событий и явлений натуральных и дробных чисел недостаточно.

Рассмотрим несколько примеров.

Начинающий бизнесмен положил на свой счет в банк 5000 грн. Через некоторое время он снял со счета эти деньги и взял еще в кредит (в долг) 2000 грн. Каким числом теперь оценить остаток на его счету в этом банке?

Конечно, можно сказать, что бизнесмен задолжал банку 2000 грн. Однако есть и другая оценка: говорят, что на счету «минус 2000 грн.». Пишут: -2000 грн.

Термометр, изображенный на рис. 65, показывает температуру 5 градусов мороза, или, как еще говорят, «5 градусов ниже нуля». Также можно сказать, что температура равна «минус 5 градусов». Пишут: -5°C .

В 1998 году состоялась Первая национальная украинская экспедиция на Эверест. Достигнув отметки 8848 м над уровнем моря, наши альпинисты покорили высочайшую вершину Земли. Если когда-то нашим исследователям удастся опуститься на дно Марианской впадины, то в газетах напишут: «Украинцам покорилась отметка $-11\,022$ м».

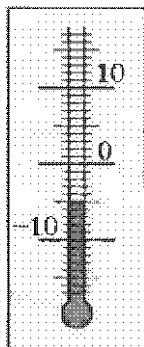
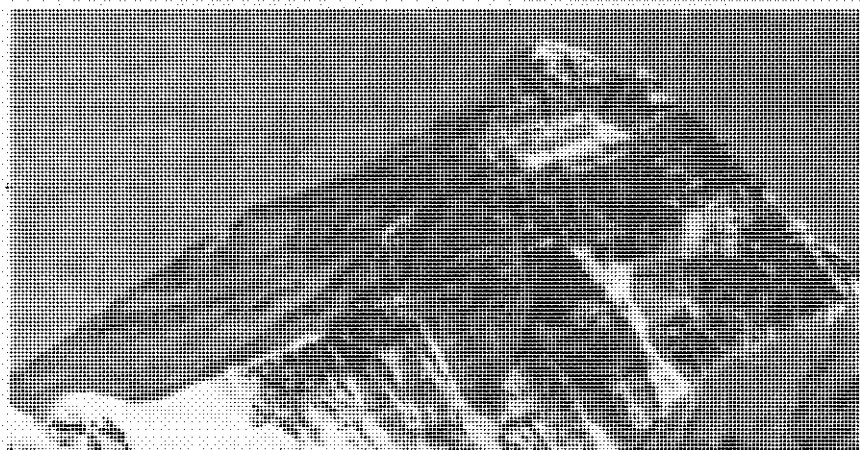


Рис. 65



Эверест — высочайшая вершина на Земле

Числа -2000 , -5 , $-11\,022$ — примеры отрицательных чисел. Как видишь, эти числа записывают с помощью знака « $-$ ».

Вот еще примеры отрицательных чисел: $-\frac{1}{3}$; $-2,4$; $-5\frac{2}{9}$ (читают: «минус одна третья», «минус две целых четыре десятых», «минус пять целых две девятых»).

Натуральные и дробные числа, которые ты изучал раньше, теперь будем называть положительными. Так, 5 ; $\frac{1}{17}$; $8,3$ — примеры положительных чисел.

Число 0 особенное: его не относят ни к положительным, ни к отрицательным числам.

В тех случаях, когда может возникнуть путаница, положительное число обозначают с помощью знака « $+$ ». Например, информацию «термометр показывает 1°C » можно уточнить: «термометр показывает $+1^{\circ}\text{C}$ ».

Отметим, что использовать знак « $+$ » для обозначения положительных чисел совсем не обязательно. Например, $+12$ и 12 — это одно и то же число, записанное разными способами: $+12 = 12$.

Если одно число положительное, а другое отрицательное, то о таких числах говорят, что они имеют разные знаки. А если говорят, что два числа имеют одинаковые знаки, то они оба положительные или оба отрицательные.



1. С помощью какого символа обозначают отрицательные числа? положительные числа?
2. Какое число не относят ни к положительным, ни к отрицательным числам?
3. О каких числах говорят, что они имеют разные знаки? одинаковые знаки?

833.° Какие из чисел 3 ; -6 ; $-2\frac{1}{3}$; $4,7$; $\frac{9}{16}$; 0 ; $-5,2$; $-9\frac{3}{7}$; $10,14$; $\frac{5}{8}$ являются:

- 1) положительными;
- 2) отрицательными;
- 3) ни положительными, ни отрицательными?

834.° Запишите с помощью знаков «+» и «-» сообщение Гидрометцентра:

- 1) 18° тепла;
- 2) 7° мороза;
- 3) 12° ниже нуля;
- 4) 16° выше нуля.

835.° С помощью положительных и отрицательных чисел запишите высоты и максимальные глубины, приведенные в таблице:

Говерла (Карпаты)	2061 м
Желоб Пуэрто-Рико (Атлантический океан)	8742 м
Канченджанга (Гималаи)	8585 м
Эльбрус (Кавказ)	5642 м
Зондский желоб (Индийский океан)	7729 м
Гренландское море	5527 м

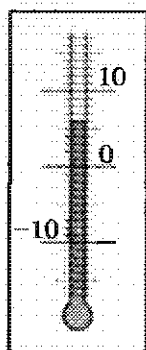
836.° Запишите 6 отрицательных дробей со знаменателем 5.

837.° Запишите 4 отрицательные десятичные дроби с одной цифрой после запятой.

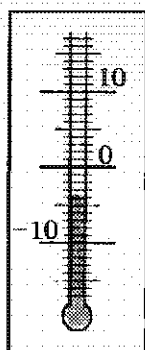
838.° Запишите показания термометров, изображенных на рис. 66.

839.° Какую температуру будет показывать термометр, изображенный на рис. 66, а), если:

- 1) его столбик опустится на 8 делений;
- 2) его столбик поднимется на 4 деления;
- 3) температура повысится на 5°C ;
- 4) температура снизится на 6°C ;
- 5) температура снизится на 10°C ?



а)



б)

Рис. 66

840.* Какую температуру будет показывать термометр, изображенный на рис. 66, б), если:

- 1) его столбик поднимется на 2 деления;
- 2) его столбик опустится на 3 деления;
- 3) температура повысится на 6°C ;
- 4) температура снизится на 5°C ?

841.* Лена села в лифт на пятом этаже и проехала два этажа. На каком этаже оказалась Лена? Сколько существует ответов на поставленный вопрос?

842.* В 10 ч термометр показывал температуру -2°C . Через два часа температура воздуха изменилась на 5°C . Какой стала температура воздуха?

843.* В 20 ч термометр показывал температуру -3°C . Через три часа температура воздуха изменилась на 4°C . Какой стала температура воздуха?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

844. В парке росло 150 кленов, дубов было на $\frac{2}{15}$ больше количества кленов, березы состав-

ляли $\frac{23}{34}$ количества дубов, а липы — $\frac{20}{87}$ общего количества кленов, дубов и берез. Сколько всего указанных деревьев росло в парке?

845. Найдите значение выражения:

$$\left(1,02 : \frac{1}{50} - 7,26 : \frac{11}{70}\right) : 3\frac{1}{5} + 0,4 : 0,36.$$

846. Каковы координаты точек A, B, C, D, E на рис. 67?

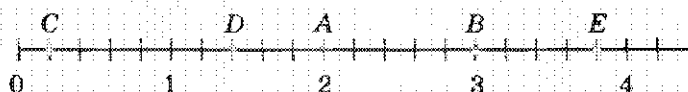


Рис. 67

847. Начертите координатный луч, единичный отрезок которого равен 3 см. Отметьте на нем точки $A(1)$, $B(2)$, $C(\frac{1}{6})$, $D(1\frac{5}{6})$, $E(2\frac{1}{3})$, $F(1,5)$.

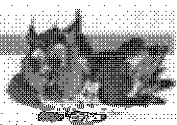
848. Начертите горизонтальную прямую, отметьте на ней точку O и точки M, N, K, P , которые расположены:

- 1) точка M на 4 клеточки правее точки O ;
- 2) точка N на 3 клеточки левее точки O ;
- 3) точка K на 7 клеточек левее точки O ;
- 4) точка P на 5 клеточек правее точки O .

Повтори содержание пункта 9 на с. 281.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

849. Два мальчика катались на лодке, когда к берегу подошла группа туристов. Лодка была такая маленькая, что в ней помещались двое мальчиков или один турист. Могут ли туристы переправиться через реку?



29. КООРДИНАТНАЯ ПРЯМАЯ

В пятом классе ты научился изображать на координатном луче положительные числа и нуль (рис. 68).

Понятно, что на этом луче «нет места» для отрицательных чисел. Этот «недостаток» координатного луча полностью исправляет координатная прямая.

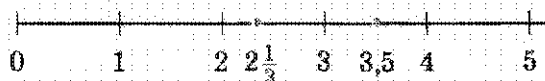


Рис. 68

Рассмотрим горизонтальную прямую и обозначим на ней точку O , которую будем называть началом отсчета. Точка O изображает число 0. Она разделяет прямую на два луча OA и OB (рис. 69). Отметим на луче OA точку M , которая будет изображать число 1. Понятно, что на луче OA можно изобразить все положительные числа.

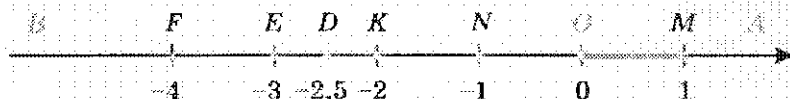


Рис. 69

На луче OB отметим точку N так, что $ON = OM$. Будем считать, что точка N изображает число -1 . Чтобы изобразить число -2 , нужно на луче OB отметить точку K так, чтобы $OK = 2ON$. Действуя аналогично, можно отметить точки E и F , которые изображают соответственно числа -3 и -4 . Теперь понятно, что на луче OB можно изобразить все отрицательные числа. Например, точка D изображает число $-2,5$.

Прямую AB называют координатной прямой с единичным отрезком OM .

Луч OA задает положительное направление, а луч OB — отрицательное направление на координатной прямой. Обычно положительное направление указывают стрелкой.

Координатной прямой называют прямую, на которой выбрали начало отсчета, единичный отрезок и направление.

Точка M изображает число 1, которое называют координатой точки M и записывают $M(1)$. Аналогично записывают $O(0)$, $N(-1)$, $K(-2)$, $D(-2,5)$ и т. д.

Все положительные числа и нуль называют неотрицательными числами.

Все отрицательные числа и нуль называют неположительными числами.

- ?
1. Какую прямую называют координатной?
 2. Какие два направления существуют на координатной прямой?
 3. Какие числа называют неотрицательными?
 4. Какие числа называют неположительными?

850.° Запишите координаты точек A, B, C, D, E, F, M, K , изображенных на рис. 70.

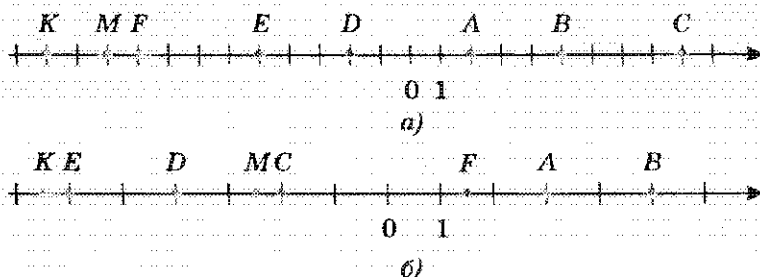


Рис. 70

851.° Запишите координаты точек A, B, C, D, E, F, M, K , изображенных на рис. 71.

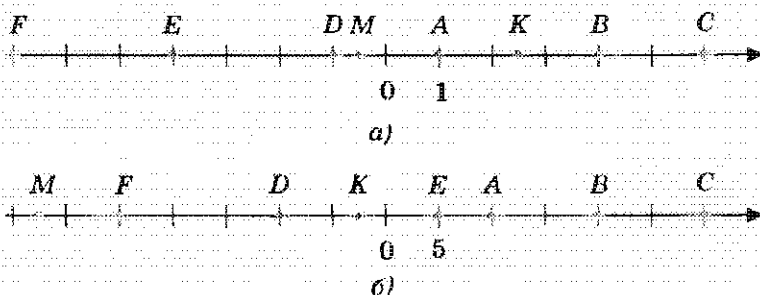


Рис. 71

852.° Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки, соответствующие числам $0; 1; 4; -3; 6; -2; -5; 2,5; -4,5$.

853.° Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки, соответствующие числам $0; 1; -2; 7; 5; -4; -2,5; -5,5; -6$.

854.° Начертите координатную прямую, взяв за единичный отрезок шесть клеточек тетради, отметьте точки $A(1), B(-1), C(-0,5), D(\frac{2}{3}), E(-1\frac{1}{6}), F(2\frac{1}{3}), M(-1\frac{2}{3}), P(-2\frac{1}{6}), R(-\frac{1}{3})$.

855.° Начертите координатную прямую, взяв за единичный отрезок четыре клеточки тетради, отметьте точки $A(2), B(\frac{1}{2}), C(1\frac{1}{4}), D(-2), E(-\frac{1}{4}), F(-1,75), Q(-2\frac{1}{8}), S(0,25), T(-1,5), N(1,25)$.

- 856.* Длина единичного отрезка координатной прямой равна 1 см. Чему равно расстояние между точками:
1) $A(2)$ и $B(6)$; 2) $C(-3)$ и $D(-1)$; 3) $M(-4)$ и $N(2)$?
- 857.* Длина единичного отрезка координатной прямой равна 5 мм. Чему равно расстояние между точками:
1) $A(-10)$ и $B(-3)$; 2) $C(-5)$ и $O(0)$; 3) $D(-2)$ и $E(2)$?
- 858.* Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки $A(-1)$ и $B(5)$. Найдите на прямой точку, являющуюся серединой отрезка AB , и определите ее координату.
- 859.* Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки $M(-6)$ и $C(-2)$. Найдите на прямой точку N такую, чтобы точка C была серединой отрезка MN , и определите координату точки N .
- 860.* Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки $K(-1)$ и $F(5)$. Найдите на прямой точку E такую, чтобы точка K была серединой отрезка EF , и определите координату точки E .
- 861.* Начертите координатную прямую, отметьте на ней точку $B(-4)$. Отметьте на этой прямой точку, удаленную от точки B :
1) в положительном направлении на 8 единиц;
2) в отрицательном направлении на 3 единицы;
3) на 6 единиц.
- 862.* Начертите координатную прямую, отметьте на ней точку $K(2)$. Отметьте на этой прямой точку, удаленную от точки K :
1) в отрицательном направлении на 2 единицы;
2) в положительном направлении на 4 единицы;
3) на 7 единиц.
- 863.* Запишите какие-нибудь три числа, лежащие на координатной прямой:
1) левее числа 2; 3) левее числа -100 ;
2) правее числа 3,6; 4) правее числа -25 .
- 864.* Запишите какие-нибудь четыре числа, лежащие на координатной прямой между числами -1 и 0 .
- 865.* Запишите какие-нибудь два числа, лежащие на координатной прямой:
1) левее числа -240 ; 3) между числами -9 и -8 ;
2) правее числа $-0,5$; 4) между числами $-0,1$ и $0,1$.

866.* Напишите числа, удаленные на 7 единиц от числа:

1) 80; 2) 4; 3) 0; 4) -3; 5) -12; 6) -7.

867.* На координатной прямой отметили числа -8 и 12 (рис. 72). Какая из точек A, B, C, D является началом отсчета?

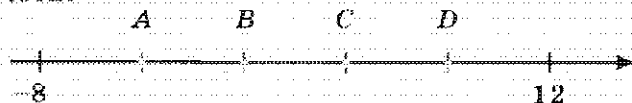


Рис. 72

868.* Найдите координату точки C (рис. 73).

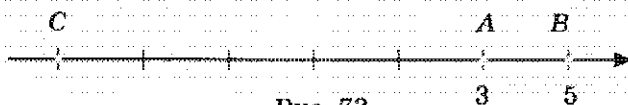


Рис. 73

869.* На координатной прямой отметили точки A (2) и B (8). Какую координату должна иметь точка M , чтобы отрезок BM был в 2 раза длиннее отрезка AM ? Сколько решений имеет задача?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

870. Выход сливок из молока составляет 16 % массы молока, а выход масла из сливок — 25 % массы сливок. Сколько килограммов масла получают из 5 ц молока?



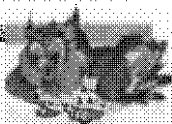
871. Начертите две равные окружности, радиус которых равен 2 см, так, чтобы они:

- 1) имели две общие точки;
- 2) имели одну общую точку;
- 3) не имели общих точек.

872. Разность между некоторым числом и $\frac{5}{17}$ этого числа равна 480. Найдите это число.

873. Все ученики шестого класса занимались или в секции бега, или в секции плавания. Некоторые из них занимались и бегом, и плаванием: $\frac{1}{6}$ бегунов занимались плаванием, а $\frac{1}{5}$ пловцов — бегом. Кого в классе больше — бегунов или пловцов?

874. Число 50 увеличили на 500 %. Во сколько раз полученное число больше 50?



875. На столе стоят 7 стаканов — все вверх дном. За один ход разрешается перевернуть любые 4 стакана. Можно ли за несколько ходов добиться того, чтобы все стаканы стояли правильно?

30. ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

На рис. 74 точки M и N изображают числа 4 и -4 соответственно. Эти точки лежат по разные стороны, но на одинаковом расстоянии от начала отсчета.

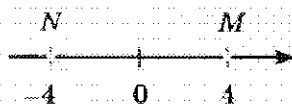


Рис. 74

Такое же свойство присуще каждому двум точкам, которые изображают пары чисел $-\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{3}$; $-2,6$ и $2,6$; -100 и 100 .

Числа -4 и 4 ; $-\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{3}$; $-2,6$ и $2,6$; -100 и 100 называют **противоположными**.

Также можно говорить, что, например, число -4 противоположно числу 4 , а число 4 противоположно числу -4 .

Число 0 считают противоположным самому себе.

Выражение $-a$ означает, что записано число, противоположное числу a .

Приписав знак « $-$ », например, к положительному числу 12 , получим противоположное ему число -12 . Так же с помощью знака « $-$ » из отрицательного числа -12 можно получить противоположное ему число 12 , то есть $-(-12) = 12$.

Аналогично, например, $-(-2,7) = 2,7$; $-(-\frac{5}{4}) = \frac{5}{4}$.

Вообще,

$$-(-a) = a$$

Подчеркнем, что в подобных выражениях использование скобок является обязательным. Запись вида $-a$ не используют.

Для каждого натурального числа существует соответствующее ему противоположное число:

$$\begin{array}{ccccccccccc} 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & \dots, & 100, & \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \\ -1, & -2, & -3, & -4, & -5, & \dots, & -100, & \dots \end{array}$$

Все натуральные числа, противоположные им числа и число 0 называют целыми числами.

Например, -77 , 0 , 12 — целые числа, а $\frac{1}{3}$; $2,6$; $-\frac{18}{5}$ не являются целыми, их называют дробными числами.

Иногда натуральные числа называют целыми положительными числами. Числа -1 , -2 , -3 , ... называют целыми отрицательными числами.

Таким образом, объединив натуральные числа с целыми отрицательными и нулем, мы получим целые числа.

Целые числа		
Целые отрицательные числа	0	Натуральные числа

Объединив целые числа с дробными, мы получим рациональные числа. Например, 1 ; 2 ; -10 ; $\frac{1}{2}$; 0 ; $-2,9$; $-\frac{3}{2}$; 5 , (34) — рациональные числа.

Рациональные числа	
Целые числа	Дробные числа

Кстати, число π не является рациональным. С подобными числами ты познакомишься в 8 классе.

- ?**
1. Каждое ли натуральное число является целым?
 2. Верно ли, что если число рациональное, то оно является целым?
 3. Каждое ли целое число является рациональным?
 4. Если число положительное, то положительным или отрицательным является противоположное ему число?
 5. Какое число является противоположным самому себе?
 6. Какие числа называют целыми?
 7. Как иначе называют целые положительные числа?
 8. Верно ли, что если рациональное число не является натуральным, то оно дробное?
 9. Верно ли, что если рациональное число не является дробным, то оно целое?

876.° Найдите число, противоположное числу:

- 1) 6 ; 2) -7 ; 3) $0,9$; 4) 0 ; 5) $7,2$; 6) -23 ; 7) $-13,4$.

877.° Заполните таблицу:

Число	10	-8	0,4	3,5	0	-7,8	$2\frac{3}{7}$	$-3\frac{4}{9}$	900
Противоположное число									

878.° Являются ли противоположными числа:

- 1) 0,6 и $-\frac{3}{5}$; 2) 2,5 и $\frac{5}{2}$; 3) -1,25 и $\frac{5}{4}$; 4) -1,5 и $-\frac{2}{3}$?

879.° Верно ли утверждение:

- 1) $\frac{4}{15}$ — положительное число;
- 2) $\frac{4}{15}$ — рациональное число;
- 3) -4 — отрицательное число;
- 4) -4 — натуральное число;
- 5) -4 — целое число;
- 6) -4 — рациональное число;
- 7) 0 — натуральное число;
- 8) 0 — целое число;
- 9) 0 — рациональное число;
- 10) 0 — положительное число?

880.° Выберите из чисел 5; -7; 0; $\frac{1}{2}$; -3,7; 8,6; -125; 324;

$15\frac{3}{7}$; $-27\frac{11}{19}$; -2; 35; 13,65; -79; 976:

- 1) натуральные;
- 2) целые;
- 3) положительные;
- 4) неположительные;
- 5) целые отрицательные;
- 6) дробные неотрицательные.

881.° Найдите значение p , если:

- 1) $-p = 8$; 2) $-p = -18$; 3) $-p = -0,1$; 4) $-p = 0$.

882.° Найдите значение $-x$, если:

- 1) $x = 7,9$; 2) $x = -0,15$; 3) $x = -10$; 4) $x = 49$.

883.° Решите уравнение:

- 1) $-y = 11$; 2) $-y = -31$; 3) $-y = 0$; 4) $-y = -(-\frac{1}{3})$.

884.° Заполните таблицу:

a	4	-5				-210			$\frac{1}{2}$	
$-a$			-2,1	72	-10		0,8	-0,01		$\frac{1}{7}$

885.* Запишите все целые положительные числа, меньшие $5\frac{3}{7}$, и числа, противоположные им. Отметьте все эти числа на координатной прямой.

886.* Напишите шесть целых чисел, которые не являются натуральными.

887.* Какие целые числа расположены на координатной прямой между числами:

1) 4 и 9; 3) -8,2 и 0; 5) -1,9 и 2,1;

2) -4 и 2; 4) -3 и 3; 6) $-\frac{8}{9}$ и $\frac{8}{9}$?

888.* Сколько целых чисел расположено на координатной прямой между числами:

1) -22 и 43; 2) -54 и 16?

889.* Положительным или отрицательным является число a , если число $-a$ является:

1) положительным; 2) отрицательным; 3) нулем?

890.* Может ли число a равняться $-a$?

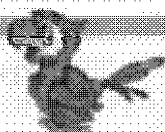
891.* Какое из чисел a или $-a$ расположено справа от нуля на координатной прямой?

892.* Укажите какие-нибудь три значения a , для которых между числами $-a$ и a на координатной прямой лежит только одно целое число.

893.* Существует ли такое значение a , при котором между числами $-a$ и a на координатной прямой лежит тысяча целых чисел?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

894. Отец и сын могут вместе покрасить забор за 6 ч. За сколько часов отец может сам покрасить забор, если сыну для этого надо 24 ч?



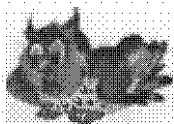
895. На базе хранилась 1 т апельсинов и мандаринов. Апельсины составляли 99 % этих фруктов. Сколько килограммов апельсинов вывезли с базы, если их осталось 98 % от остатка фруктов?

896. Найдите значение выражения:

$$1) \frac{5\frac{1}{7} \cdot 3 : 3\frac{3}{5}}{12\frac{1}{4} : 1\frac{3}{4}}$$

$$2) \frac{2\frac{2}{7} \cdot 2,4 \cdot 1\frac{5}{9} \cdot 1\frac{9}{16}}{3\frac{1}{3} \cdot 1,125 \cdot 1\frac{5}{7} \cdot 1\frac{7}{9}}$$

897. Для заболевшего Димы врач оставил шесть внешне одинаковых таблеток — по две каждого из трех видов лекарств. Диме нужно принять три таблетки утром (по одной каждого вида) и три вечером. Однако Дима перепутал все лекарства. Сможет ли он выполнить назначение врача?



«НЕРАЗУМНЫЕ» ЧИСЛА

Мы часто говорим:

косяк рыб;	стая птиц;
рой пчел;	коллекция марок;
собрание картин;	набор ручек;
букет цветов;	компания друзей;
парк машин;	стадо баранов.

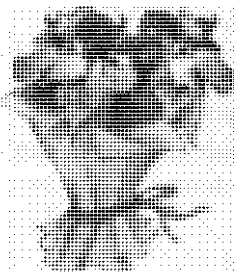


Рис. 75

Если в этих парах перетасовать первые слова, то может получиться смешно. Например, букет баранов, косяк картин, коллекция друзей и т. д. В то же время такие словосочетания, как «коллекция рыб», «коллекция птиц», «коллекция картин», «коллекция ручек», «коллекция машин» и т. д. достаточно приемлемы. Дело в том, что слово «коллекция» достаточно универсальное. Однако в математике есть более всеобъемлющее слово, которым можно заменить любое из первых слов в приведенных парах. Это слово **множество**.

Множество состоит из элементов. Например, ты являешься элементом множества учеников твоего класса; треугольник — элемент множества всех многоугольников; число 2 — элемент множества четных чисел.

Если a — элемент множества A , то пишут $a \in A$ (читают: « a принадлежит множеству A »). Если элемент b множеству A не принадлежит, то пишут $b \notin A$ (читают: « b не принадлежит множеству A »).

Пусть M — множество всех натуральных делителей числа 6. Это записывают так: $M = \{1, 2, 3, 6\}$. Тогда, например, $2 \in M$, $5 \notin M$.

Множества бывают конечные и бесконечные. Например, множество парт в классе, множество делителей числа 6, множество песчинок в пустыне Сахара — конечные множества;

множество всех прямоугольников, множество всех простых чисел — бесконечные множества.

Если элементами множества являются только числа, то его называют **числовым**.

Приведем примеры числовых множеств.

- Множество натуральных чисел. Обозначается буквой N .
- Множество целых чисел. Обозначается буквой Z .
- Множество рациональных чисел. Обозначается буквой Q .

Обрати внимание: все элементы множества N являются элементами множества Z . В таких случаях говорят, что множество N является подмножеством множества Z . Записывают $N \subset Z$ (читают: « N — подмножество Z »).

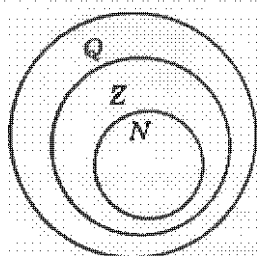


Рис. 76

Понятно, что $Z \subset Q$. Вообще, можно записать такую цепочку: $N \subset Z \subset Q$. Наглядно это показано на рис. 76.

В быту слово «множество» часто считают синонимом слова «много». Тем не менее математики с этим категорически не согласны. Это связано с тем, что иногда приходится рассматривать множество, которое не содержит ни одного элемента. Его называют **пустым множеством**

и обозначают \emptyset . Например, множество учеников твоего класса, побывавших на Луне, — пока что пустое множество.

Возможно, у тебя возникнет вопрос, можно ли продолжить цепочку $N \subset Z \subset Q$. Иначе говоря: все ли существующие числа являются элементами множества Q , то есть являются рациональными?

Каждое рациональное число — это или конечная десятичная дробь, или бесконечная периодическая десятичная дробь. Поэтому, если бы нам удалось построить бесконечную непериодическую десятичную дробь, то она служила бы доказательством существования иррациональных чисел.

Вот пример одной из таких дробей:

$0,1010010001000010000010000001\dots$

Эта дробь построена так, что фрагменты, состоящие из одних нулей, все время увеличиваются. Поэтому ее нельзя разбить на повторяющиеся группы цифр (периоды).

Нерациональные числа называют иррациональными. Одним из переводов с латыни слова *irrationalis* является «неразумный».

В XVIII в. было доказано, что известное тебе число π также иррациональное.

Если объединить множество рациональных чисел с множеством иррациональных, то получится новое множество — множество действительных чисел, которое принято обозначать буквой R . Таким образом, имеем: $N \subset Z \subset Q \subset R$.

А можно ли продолжить и эту цепочку?

31. МОДУЛЬ ЧИСЛА

О точке A известно, что она расположена на координатной прямой и удалена от начала отсчета на 7 единичных отрезков. Какое число изображает точка A ?

Ответить на этот вопрос однозначно нельзя. Ведь такое свойство присуще сразу двум точкам (рис. 77): A_1 (7) и A_2 (–7).

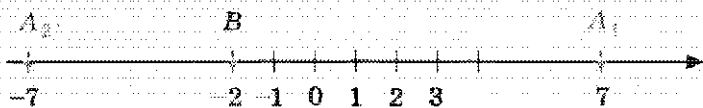


Рис. 77

Говорят, что точки A_1 (7) и A_2 (–7) равноудалены от начала отсчета на 7 единичных отрезков, а числа 7 и –7 имеют одинаковые модули, равные 7.

Модулем числа a называют расстояние от начала отсчета до точки, изображающей это число на координатной прямой.

Модуль числа a обозначают так: $|a|$ (читают: «модуль a »).

Теперь можно записать: $|7| = 7$, $|-7| = 7$. Из рис. 77 видно, что, например, $|-2| = 2$. Действительно, точка B (–2) удалена на два единичных отрезка от начала отсчета.

Вообще, на рис. 78 $|c| = OC$, $|b| = OB$.

Рассуждая аналогично, можно записать:

$$|3| = 3; \quad |4,5| = 4,5; \quad \left|\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3};$$

$$\left|5\frac{3}{7}\right| = 5\frac{3}{7}; \quad |-3| = 3; \quad |-4,5| = 4,5;$$

$$\left|-\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3}; \quad \left|-5\frac{3}{7}\right| = 5\frac{3}{7}.$$

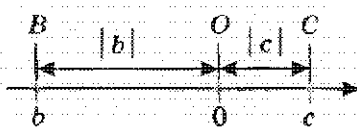


Рис. 78

На основании рассмотренных примеров можно сделать следующий вывод: *модуль положительного числа равен этому числу, модуль отрицательного числа равен числу, противоположному данному.*

Естественно считать, что $|0| = 0$. Ведь точка O (0) удалена от точки O на 0 единичных отрезков.

Эти выводы можно представить в буквенном виде:

$$\begin{cases} |a| = a, \text{ если } a \text{ — неотрицательное число;} \\ |a| = -a, \text{ если } a \text{ — отрицательное число} \end{cases}$$

Из сказанного следует, что *модуль числа принимает только неотрицательные значения.*

Очевидно, что *модули противоположных чисел равны*, то есть

$$|a| = |-a|$$

Пример. С помощью рис. 78 найдите модули чисел c и b .

Поскольку из рисунка видно, что число c — положительное, а число b — отрицательное, то $|c| = c$; $|b| = -b$.

- ?**
1. Что называют модулем числа?
 2. Чему равен модуль положительного числа?
 3. Чему равен модуль отрицательного числа?
 4. Чему равен модуль числа 0?
 5. Какие значения может принимать модуль числа?
 6. Что можно сказать о модулях противоположных чисел?
 7. Может ли быть так, что два числа не равны друг другу, а их модули равны?

898.° Найдите модуль каждого из чисел: 2; -3; 4,3; 12,6; $-17\frac{1}{7}$; -36; 0; $5\frac{11}{16}$; -129. Запишите соответствующие равенства.

899.° Найдите значение выражения:

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1) $ 5,1 + -9,9 $; | 3) $ -9,6 : 32 $; |
| 2) $ \frac{7}{9} - \frac{4}{15} $; | 4) $ \frac{8}{9} \cdot \frac{27}{32} $. |

900.° Найдите значение выражения:

- | | |
|---|--|
| 1) $ -3,5 - 2,6 $; | 3) $ -2,1 \cdot -3,7 $; |
| 2) $ \frac{20}{21} + -\frac{5}{7} $; | 4) $ \frac{15}{16} : -1\frac{1}{4} $. |

- 901.* Вычислите значение выражения $|a| : |b|$, если:
- 1) $a = -5\frac{1}{3}$, $b = 1\frac{5}{9}$; 2) $a = 1,38$; $b = -0,4$.
- 902.* Найдите значение выражения $|a| - |b|$, если:
- 1) $a = -0,14$; $b = 0,1$; 2) $a = -2\frac{11}{12}$, $b = -1\frac{17}{18}$.
- 903.* Укажите положительное число, модуль которого равен:
- 1) 14; 2) 4,6.
- 904.* Укажите отрицательное число, модуль которого равен:
- 1) 16; 2) 0,8.
- 905.* Решите уравнение:
- 1) $|x| = 12$; 3) $|x| = -8$; 5) $|-x| = 2,4$.
 2) $|x| = 7,5$; 4) $|x| = 0$;
- 906.* Отметьте на координатной прямой числа, модуль которых равен: 5; 7; 2,5; 0; 3,5; 4.
- 907.* Решите уравнение:
- 1) $|x| = 3,7$; 2) $|x| = -7,4$; 3) $|x| = 0,1$.
- 908.* Расположите числа -2,2; 8,6; 0,9; -6,8; -17,6; 0; 15 в порядке убывания их модулей.
- 909.* Расположите числа -9,4; 3; 4,7; -2,8; 0,4; -10,5 в порядке возрастания их модулей.
- 910.* Запишите все целые числа, модули которых меньше 3,6.
- 911.* Запишите три положительных и три отрицательных целых числа, модули которых больше 9,2.
- 912.* Отметьте на координатной прямой целые значения x , при которых верно неравенство:
- 1) $|x| < 4$; 2) $1,2 < |x| < 5$.
- 913.* Отметьте на координатной прямой целые значения x , при которых верно неравенство:
- 1) $|x| < 6,1$; 2) $3,4 < |x| < 5,2$.
- 914.* Для какого числа одновременно выполняются оба равенства $|a| = a$ и $|a| = -a$?
- 915.* Существует ли такое число a , что:
- 1) $|a| = -|a|$; 2) $|-a| = -|a|$?
- 916.* Верно ли утверждение:
- 1) если $a = b$, то $|a| = |b|$;
 2) если $|a| = |b|$, то $a = b$;
 3) если $a = -b$, то $|a| = |b|$;
 4) если $a = b$, то $|a| = b$;

- 5) если $|a| = |b|$, то $a = b$ или $a = -b$;
 6) если a — целое число, то $|a|$ — натуральное число?
 Дайте словесную формулировку этих утверждений
 (без применения буквенных выражений).

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ



917. За 1 ч напечатали $\frac{5}{8}$ рукописи. За сколько часов напечатают всю рукопись?
 918. Найдите расстояние между двумя городами, если $\frac{4}{9}$ этого расстояния на 20 км меньше всего расстояния.
 919. Вычислите значение выражения:

$$0,9 \cdot \left(1\frac{5}{9} - \frac{4}{9} : \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{8} : 3 \right) \right).$$

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

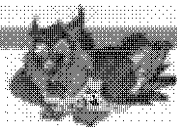
920. Сравните числа:

- 1) $\frac{6}{7}$ и $\frac{17}{21}$; 3) $\frac{5}{9}$ и $\frac{4}{7}$; 5) 0,02 и 0,019;
 2) $\frac{7}{12}$ и $\frac{11}{15}$; 4) 3,4 и 3,38; 6) 0,001 и 0.

921. Расположите в порядке возрастания числа $5\frac{5}{8}$; $5\frac{3}{5}$;
 5,7; $4\frac{1}{2}$; 6,1; $4\frac{9}{16}$.

Повтори содержание пунктов 2, 4, 7 на с. 279, 280, 281.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ



922. В некотором весеннем месяце понедельников больше, чем вторников, а воскресений больше, чем суббот. Какой день недели был 7 числа этого месяца? Какой это месяц?

32. СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ

Ты знаешь, что на координатном луче из двух чисел большее число расположено правее, а меньшее — левее. Это же свойство имеет и координатная прямая.

На координатной прямой большее число расположено правее, а меньшее — левее.

Например, точка $A(2)$ расположена правее, чем точка $B(-7)$ (рис. 79). Поэтому $2 > -7$. И это естественно: ведь если ночью температура была -7°C , а днем стала 2°C , то мы говорим, что температура повысилась, то есть увеличилась.

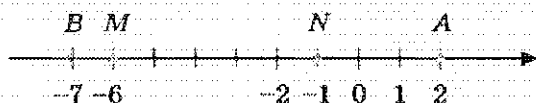


Рис. 79

Поэтому любое отрицательное число меньше любого положительного числа.

Точка $M(-6)$ лежит левее точки $N(-1)$, поэтому $-6 < -1$. При этом заметим, что $|-6| > |-1|$.

Можно сделать вывод: из двух отрицательных чисел меньше то, модуль которого больше.

На координатной прямой число 0 расположено левее любого положительного числа и правее любого отрицательного числа.

Следовательно, любое отрицательное число меньше нуля, любое положительное число больше нуля.

Если a — положительное число, то это коротко можно записать так: $a > 0$.

Если a — отрицательное число, то пишут $a < 0$.

Если a — неотрицательное число, то пишут $a \geq 0$ (читают: « a больше или равно нулю»).

Если a — неположительное число, то пишут $a \leq 0$ (читают: « a меньше или равно нулю»).

Теперь с помощью фигурной скобки свойство модуля числа a можно записать так:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0; \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

Пример. Какие из данных неравенств являются верными:

- 1) $5 > 3$; 2) $-8 \leq 4$; 3) $5 \geq 5$?

Каждое из приведенных неравенств верно.



1. Как, пользуясь расположением чисел на координатной прямой, можно их сравнивать?
2. Какое из двух чисел больше: положительное или отрицательное; отрицательное или ноль; положительное или ноль?
3. Как можно сравнить два отрицательных числа, сравнивая их модули?
4. Как в виде неравенства можно записать, что число a является: 1) положительным; 2) отрицательным; 3) неотрицательным; 4) неположительным?

923.° Сравните числа:

- 1) 135 и -136; 3) -3,4 и -3,8; 5) $-\frac{7}{13}$ и $-\frac{7}{16}$.
 2) -74 и 0; 4) -0,2 и -0,2001;

924.° Сравните числа:

- 1) -58 и 43; 3) -92 и -89; 5) $-\frac{5}{7}$ и $-\frac{9}{14}$.
 2) 0 и -35; 4) -1,1 и -1,099;

925.° Расположите в порядке убывания числа: 10,9; 7; -4,8; 0; -4,9; 8,9; 9,5.

926.° Расположите в порядке возрастания числа: -6; 5,3; 0,5; -5,9; 0; -11; 4,5.

927.° Расположите в таблице указанные вещества в порядке возрастания температур их кипения.

Вещество	Температура, °C	Вещество	Температура, °C
Иод	183,0	Алюминий	2464
Азотная кислота	83,3	Медь	2567
Аргон	-185,7	Железо	2750
Гелий-4	-268,9	Азот	-195,8

928.° Для характеристики звезд используют такое понятие, как видимая звездная величина. Расположите в таблице указанные звезды в порядке убывания их видимых звездных величин.

Звезда	Видимая звездная величина	Звезда	Видимая звездная величина
Сириус	-1,46	Канопус	-0,73
Альтаир	0,77	Арктур	-0,06
Альдебаран	0,85	Капелла	0,08
Солнце	-26,8	Полярная	2,3
Вега	0,03	Бетельгейзе	0,8

929.* Запишите в виде неравенства утверждения:

- 1) 9 — положительное число;
- 2) -20 — отрицательное число;
- 3) -6 — неположительное число;
- 4) m — отрицательное число;
- 5) n — неотрицательное число;
- 6) c — положительное число.

930.* Напишите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами:

- 1) -5,3 и 2,5;
- 2) -3,6 и 4,9;
- 3) -43 и -38;
- 4) -274,6 и -270,8.

931.* Найдите все целые значения x , при которых верно неравенство:

- 1) $-5,6 \leq x \leq 2$;
- 2) $-0,61 \leq x < 4$;
- 3) $|x| \leq 0$.

932.* Найдите наименьшее целое число, при котором верно неравенство:

- 1) $-9 < x < 3$;
- 2) $x \geq -10$;
- 3) $x \geq -2,6$.

933.* Найдите наибольшее целое число, при котором верно неравенство:

- 1) $-5 < x \leq 5,6$;
- 2) $x < -13$;
- 3) $x \leq -64,3$.

934.* Между какими соседними целыми числами лежит число:

- 1) $5\frac{9}{17}$;
- 2) $7\frac{1}{11}$;
- 3) -8,4;
- 4) $-13\frac{19}{21}$;
- 5) 0,45;
- 6) -0,17?

Ответ запишите в виде двойного неравенства.

935.* Напишите три последовательных целых числа, меньшее из которых равно:

- 1) 3;
- 2) -4;
- 3) -2.

936.* Напишите четыре последовательных целых числа, большее из которых равно:

- 1) -8;
- 2) 0;
- 3) 3.

937.* Может ли число быть меньше 5, а его модуль — больше 5?

938.* Какую цифру можно поставить вместо звездочки, чтобы получилось верное неравенство (рассмотреть все возможные случаи):

- 1) $-5,03 < -5,*1$; 3) $-9,3*6 > -9,332$;
2) $-0,9*72 < -0,9872$; 4) $-2*,09 < -27,1?$

939.* Какую цифру можно поставить вместо звездочки, чтобы получилось верное неравенство (рассмотреть все возможные случаи):

- 1) $-6,4*6 > -6,415$; 2) $-32,1* < -32,17?$

940.* На координатной прямой отметили числа a , b , m и n (рис. 80). Сравните:

- 1) b и n ; 3) 0 и n ; 5) m и n ; 7) $-b$ и 0 ; 9) $-a$ и m ;
2) m и a ; 4) a и 0 ; 6) b и a ; 8) 0 и $-a$; 10) $-b$ и n .

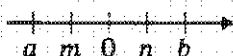


Рис. 80

941.* На каком из рис. 81 ($a - b$) изображены числа a и b такие, что:

- 1) число a — отрицательное, число b — положительное;
2) числа a и b — положительные, $|a| > |b|$;
3) числа a и b — отрицательные, $|a| < |b|$?

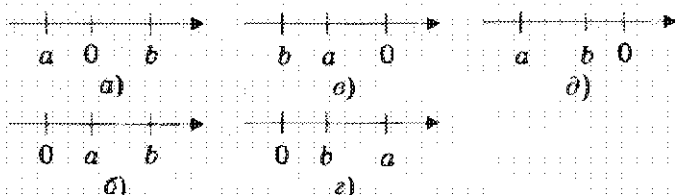


Рис. 81

942.* Верно ли утверждение:

- 1) если $a > 3$, то a — положительное число;
2) если $b < 1$, то b — отрицательное число;
3) если $c > -1$, то c — положительное число;
4) если $d < -2$, то d — отрицательное число?

943.* Найдите все целые значения x , при которых будут верными одновременно оба неравенства:

- 1) $-7 < x < 3$ и $-5 \leq x \leq 9$;
2) $-3,8 \leq x \leq 4$ и $-2,6 < x < 6,3$.

944. Сравните числа $-a$ и b , если:

- 1) числа a и b — положительные;
- 2) числа a и b — отрицательные.

945. В числах стерли несколько цифр и вместо них поставили звездочки. Сравните эти числа:

- 1) $-4,2^{**}$ и $-4,6^{**}$; 2) $-0,628$ и $-0,627^{**}$; 3) 0 и $-^{**}$.

946. В числах стерли несколько цифр и вместо них поставили звездочки. Сравните эти числа:

- 1) -98^{*} и -1^{***} ; 2) $-^{*},^{***}$ и $-^{**},^{**}$; 3) $-98,^{**}$ и $-^{*}4,^{**}$.

947. Найдите два числа, каждое из которых:

- 1) больше $\frac{4}{11}$, но меньше $\frac{5}{11}$;

- 2) больше $-\frac{5}{11}$, но меньше $-\frac{4}{11}$.

948. Верно ли утверждение:

- 1) если $|a| > |b|$, то $a > b$; 3) если $|a| < b$, то $a < b$;
- 2) если $|a| > b$, то $a > b$; 4) если $a < b$, то $|a| < b$?

949. Сравните: 1) a и $-a$; 2) $|a|$ и a ; 3) $|a|$ и $-a$.

950. Символом $[a]$ обозначают наибольшее целое число, которое не больше a . Например, $[3,2] = 3$. Найдите:

- 1) $[0,3]$; 2) $[4]$; 3) $[-3,2]$; 4) $[-0,2]$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

951. Используя сторону равностороннего треугольника как диаметр, построили полуокружность (рис. 82). Чему равна длина красной линии, если сторона треугольника равна 6 см?



952. От двух пристаней, расстояние между которыми равно $5\frac{5}{9}$ км, одновременно в одном направлении отошли лодка и катер (лодка двигалась впереди катера). Скорость катера равна 14 км/ч и составляет $\frac{21}{16}$ скорости лодки. Через сколько часов после начала движения катер догонит лодку?

953. Средний рост 10 баскетболистов равен 200 см, а средний рост шести из них составляет 190 см. Чему равен средний рост остальных четырех баскетболистов?

954. Найдите значение выражения:

$$\left(2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{4}\left(\frac{2}{7} + 3\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{3}\right)\right) : 0,7.$$

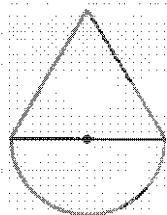


Рис. 82

955. Какое число должно стоять в конце стрелочки на координатном луче, изображенном на рис. 83?

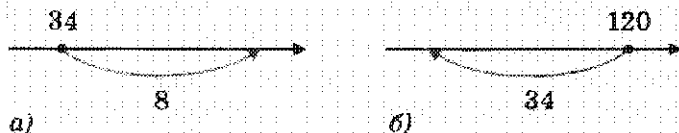


Рис. 83

956. Какое число должно стоять в начале стрелочки на координатном луче, изображенном на рис. 84?

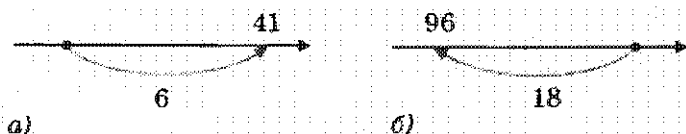


Рис. 84

Повтори содержание пунктов 11, 13, 14, 15 на с. 282, 283.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

957. Имеется несколько бревен длиной 4 м и 5 м, общая длина которых равна 45 м. Какое наибольшее количество распилов необходимо сделать, чтобы распилить все бревна на чурбаки длиной 1 м? (Каждым распилом разрезается только одно бревно.)



33. СЛОЖЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Где окажется путешественник, который находится в точке с координатой 2, если он переместится на 5 единичных отрезков вправо? Понятно, в точке с координатой 7 (рис. 85). Ведь $2 + 5 = 7$.

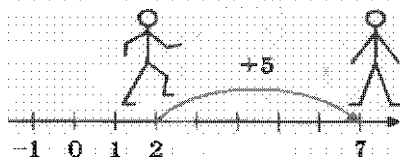


Рис. 85

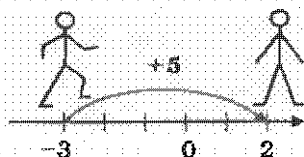


Рис. 86

Так же понятно, что, отправившись из точки с координатой -3 в том же направлении, он попадет в точку с координатой 2 (рис. 86).

Здесь мы с помощью координатной прямой нашли сумму чисел -3 и 5 , то есть $-3 + 5 = 2$.

Правильность записанного равенства подтверждают и такие наблюдения.

Если бы температура воздуха равнялась -3°C и повысилась на 5°C , то термометр показал бы $+2^{\circ}\text{C}$ (рис. 87).

С помощью координатной прямой найдем еще несколько сумм рациональных чисел:

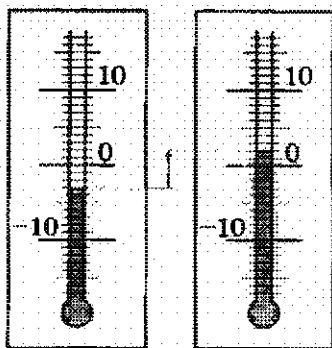
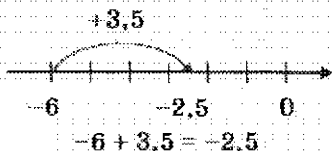
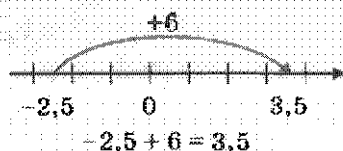
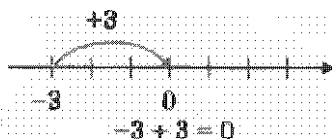
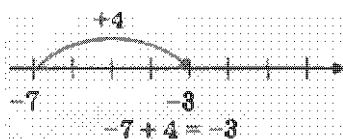


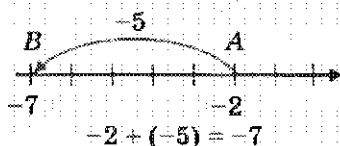
Рис. 87



Можно заметить следующую закономерность: если к числу a прибавить положительное число b , то точка с координатой a переместится по координатной прямой на b единичных отрезков вправо.

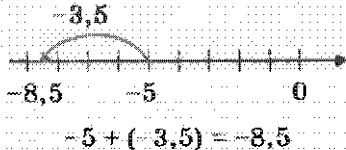
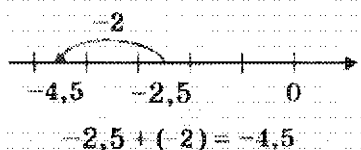
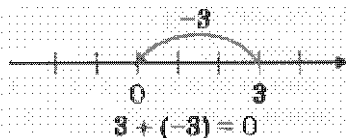
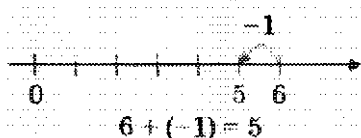
Этот вывод, в свою очередь, подсказывает такое свойство: если к числу a прибавить отрицательное число b , то точка с координатой a переместится по координатной прямой на $-b$ единичных отрезков влево.

Например, если к числу -2 прибавить число -5 , то точка A (-2) переместится в точку B (-7):



Правильность записанного равенства подтверждает и такой пример. Если долг бизнесмена банку составлял 2 тыс. грн., а он взял в кредит еще 5 тыс. грн., то остаток на его счету будет составлять -7 тыс. грн.

Еще несколько примеров:



Выпишем те примеры, в которых мы складывали числа с разными знаками и разными модулями:

$$-6 + 3,5 = -2,5;$$

$$-2,5 + 6 = 3,5;$$

$$-7 + 4 = -3;$$

$$6 + (-1) = 5.$$

Эти примеры иллюстрируют следующее правило: *чтобы сложить два числа с разными знаками, надо:*

- 1) *найти модули слагаемых;*
- 2) *из большего модуля вычесть меньший модуль;*
- 3) *перед полученным числом поставить знак слагаемого с большим модулем.*

Теперь выпишем те примеры, в которых складывали два отрицательных числа:

$$-2 + (-5) = -7;$$

$$-2,5 + (-2) = -4,5;$$

$$-5 + (-3,5) = -8,5.$$

Эти примеры иллюстрируют следующее правило: *чтобы сложить два отрицательных числа, надо:*

- 1) *найти модули слагаемых;*
- 2) *сложить модули слагаемых;*
- 3) *перед полученным числом поставить знак «-».*

У нас осталось еще два примера:

$$-3 + 3 = 0;$$

$$3 + (-3) = 0.$$

Вывод очевиден: *сумма двух противоположных чисел равна нулю.*

Заметим, что для любого рационального числа a :

$$a + 0 = 0 + a = a$$

1. Как сложить два отрицательных числа?
 2. Сформулируйте правило сложения чисел с разными знаками.
 3. Чему равна сумма противоположных чисел?
 4. Чему равна сумма двух чисел, если одно из слагаемых равно 0?

958.° Заполните таблицу:

a	-5	-8	-0,5	12	-12	5	-8	-0,5	-12	0
b	-3	-9	-0,7	-8	8	-3	9	0,3	12	-5
$a + b$										

959.° Вчера температура воздуха была -4°C . Сегодня:

- 1) потеплело на 3°C ; 3) потеплело на 4°C ;
 2) похолодало на 3°C ; 4) потеплело на 6°C .

Запишите в каждом случае сегодняшнюю температуру в виде суммы и вычислите ее.

960.° Найдите значение суммы:

- 1) $-6 + (-5)$; 4) $-\frac{5}{7} + (-\frac{9}{14})$;
 2) $-0,7 + (-2,8)$; 5) $-\frac{1}{4} + (-\frac{1}{6})$;
 3) $-0,82 + (-0,18)$; 6) $-\frac{3}{8} + 0$.

961.° Найдите значение суммы:

- 1) $-9 + (-13)$; 3) $-\frac{5}{16} + (-\frac{7}{16})$;
 2) $-3,6 + (-1,5)$; 4) $-\frac{3}{7} + (-\frac{4}{9})$.

962.° Выполните сложение:

- 1) $-9 + 6$; 5) $-2,3 + 1,4$;
 2) $4 + (-1)$; 6) $1,6 + (-4,1)$;
 3) $-6 + 20$; 7) $-0,8 + 1$;
 4) $20 + (-40)$; 8) $-1,8 + 1,8$.

963.° Выполните сложение:

- 1) $-7 + 12$; 2) $13 + (-18)$;

- 3) $-19 + 15$; 6) $2,8 + (-5,5)$;
 4) $40 + (-20)$; 7) $5 + (-6,9)$;
 5) $-1,7 + 3$; 8) $2,7 + (-2,7)$.

964.° Вычислите значение выражения:

- 1) $\frac{2}{15} + (-\frac{3}{10})$; 5) $-5\frac{7}{8} + (-6\frac{3}{10})$; 9) $-8 + 4\frac{5}{22}$;
 2) $-\frac{2}{3} + \frac{13}{15}$; 6) $-5\frac{13}{18} + 12\frac{11}{12}$; 10) $-2\frac{9}{20} + 5\frac{7}{30}$;
 3) $\frac{13}{16} + (-\frac{9}{32})$; 7) $-13 + 7\frac{3}{16}$; 11) $-5\frac{1}{4} + 1\frac{3}{8}$;
 4) $-4\frac{5}{9} + (-7\frac{1}{6})$; 8) $-2\frac{3}{8} + (-1\frac{5}{9})$; 12) $4\frac{3}{7} + (-8\frac{9}{14})$.

965.° Вычислите значение выражения:

- 1) $-\frac{1}{4} + \frac{3}{5}$; 5) $7\frac{5}{12} + (-3\frac{7}{24})$; 9) $-3\frac{1}{12} + \frac{1}{6}$;
 2) $\frac{9}{11} + (-\frac{2}{5})$; 6) $-6\frac{11}{12} + (-8\frac{13}{18})$; 10) $3\frac{6}{7} + (-6\frac{4}{9})$;
 3) $-\frac{20}{21} + \frac{3}{7}$; 7) $-5\frac{12}{35} + 10$; 11) $9\frac{1}{6} + (-5\frac{3}{4})$;
 4) $-8\frac{9}{14} + 3\frac{3}{7}$; 8) $-11\frac{7}{9} + 8\frac{2}{15}$; 12) $-3\frac{8}{9} + (-2\frac{1}{12})$.

966.° Самая низкая температура, полученная в лабораторных условиях, равна $-273,14^\circ\text{C}$, что на $4,21^\circ\text{C}$ ниже температуры кипения гелия. Чему равна температура кипения гелия?

967.° Представьте в виде суммы двух равных слагаемых число:

- 1) -12 ; 2) 7 ; 3) -9 .

968.° Составьте числовое выражение и вычислите его значение:

- 1) к сумме чисел 7 и -20 прибавить число 18 ;
 2) к числу $7,9$ прибавить сумму чисел $2,1$ и -10 ;
 3) к сумме чисел $3\frac{11}{16}$ и $-2\frac{5}{16}$ прибавить сумму чисел $4\frac{17}{36}$ и $-1\frac{11}{36}$.

969.° Составьте числовое выражение и вычислите его значение:

- 1) к сумме чисел -6 и -19 прибавить число 15 ;
 2) к числу $-3,6$ прибавить сумму чисел $-7,2$ и $4,5$;
 3) к сумме чисел $-1,4$ и $-1,8$ прибавить сумму чисел $-5,2$ и $8,1$.

970.° В кассе было 5000 грн. В течение дня кассир несколько раз принимал и выдавал деньги, делая записи:

–120 грн., –300 грн., 460 грн., 530 грн., –1270 грн., –650 грн. Сколько денег осталось в кассе в конце дня?

971.* Водолаз опустил ся до отметки –34 м. Выполняя работу, он изменял глубину погружения на 6 м, 12 м, –17 м, –3 м, 20 м, –5 м. На какой глубине оказался водолаз после окончания работы?

972.* При $a = -6,3$; $b = 2,7$ найдите значение выражения:

1) $a + b$; 2) $|a| + b$; 3) $a + |b|$; 4) $|a + b|$; 5) $|a| + |b|$.

973.* Найдите значение выражения $|x + y| + x$, если:

1) $x = 2,8$; $y = -3,9$; 3) $x = -2,3$; $y = -6,2$;

2) $x = -4,5$; $y = 7,2$; 4) $x = -1\frac{4}{15}$; $y = 2\frac{7}{18}$.

974.* Найдите значение выражений $|a| + |b|$ и $|a + b|$, если:

1) $a = -3$; $b = -7$; 2) $a = -4$; $b = 10$; 3) $a = 7,2$; $b = 2,8$.

Какими должны быть числа a и b , чтобы выполнялось равенство $|a + b| = |a| + |b|$?

975.* Может ли сумма двух чисел быть меньше каждого из слагаемых? Приведите пример. Какими числами должны быть в этом случае слагаемые? Какими числами должны быть слагаемые, чтобы их сумма была больше каждого из них?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

976. Запишите все целые отрицательные числа, которые больше –5,4, и противоположные им числа. Отметьте все эти числа на координатной прямой.



977. При каких значениях x верно неравенство:

1) $|x| > x$; 2) $|x| < x$?

978. Одной дорогой в одном направлении ехали Емеля на печи и Иван-царевич на Сером Волке. В 10 ч 50 мин расстояние между ними было 51 км. Скорость печи, двигавшейся впереди, равнялась 12 км/ч, что составляло $\frac{18}{35}$ скорости, с которой мчался Волк. В котором часу Иван-царевич догонит Емелю?

979. Дима съел треть конфет, которые были в коробке, а затем еще 4 конфеты. После этого в коробке осталось 12 конфет. Сколько конфет было в коробке сначала?

980. Выполните сложение, выбирая удобный порядок вычисления:

1) $(1,65 + 0,158) + 2,35$; 2) $4,12 + 6,24 + 3,76 + 5,88$.

Повтори содержание пункта 11 на с. 282.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

981. Каждый участник шахматного турнира, играя белыми, выиграл столько партий, сколько все остальные вместе, играя черными. Докажите, что все участники одержали одинаковое количество побед.

34. СВОЙСТВА СЛОЖЕНИЯ

Переместительное и сочетательное свойства сложения хорошо известны, и ты не раз ими пользовался для положительных слагаемых. Оказывается, эти свойства справедливы для любых рациональных чисел.

Для любых рациональных чисел a, b и c справедливы равенства:

$$a + b = b + a \text{ — переместительное свойство,}$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ — сочетательное свойство}$$

Например,

$$-7 + 2 = -5 \text{ и } 2 + (-7) = -5;$$

$$-2,5 + (-3) = -5,5 \text{ и } -3 + (-2,5) = -5,5;$$

$$(-2 + 1,7) + 1,3 = -0,3 + 1,3 = 1 \text{ и } -2 + (1,7 + 1,3) = -2 + 3 = 1.$$

Из приведенных свойств сложения следует, что в сумме нескольких рациональных чисел слагаемые можно менять местами и расставлять скобки любым наиболее удобным способом.

Например, вычислим сумму

$$-17,1 + (-2) + 6 + (-7) + 3 + (-4) + 1,71.$$

С помощью скобок объединим слагаемые в три группы: в первую группу включим два противоположных числа, во вторую — все оставшиеся отрицательные слагаемые, в третью — остальные положительные слагаемые. Имеем:

$$(-1,71 + 1,71) + (-2 + (-7) + (-4)) + (6 + 3) = 0 + (-13) + 9 = -4.$$

982.° Вычислите, используя свойства сложения:

- 1) $(-5 + 19) + (-19)$; 4) $\left(-\frac{2}{7} + 1\right) + \left(-\frac{5}{7}\right)$;
2) $(-16 + (-17)) + 17$; 5) $\frac{4}{15} + \left(-\frac{8}{25}\right) + \left(-\frac{4}{15}\right)$;
3) $-0,4 + 0,8 + 0,4$; 6) $9 + (-12) + (-9) + 20$.

983.° Выполните сложение, выбирая удобный порядок вычислений:

- 1) $7,29 + (-5,126) + (-6,29) + 5,126$;
2) $24,35 + (-72,61) + 42,61 + (-13,35)$.

984.° Выполните сложение, выбирая удобный порядок вычислений:

- 1) $-6,38 + (-1,73) + 5,38 + 1,73$;
2) $-3,72 + 9,84 + 1,72 + (-20,84)$.

985.° Найдите значение выражения:

- 1) $-78 + 36 + 19 + (-22) + (-25)$;
2) $0,74 + (-9,39) + 3,26 + (-10,61) + 5,25$;
3) $\frac{7}{16} + \left(-\frac{11}{42}\right) + \left(-\frac{9}{16}\right) + \frac{17}{42}$;
4) $-\frac{9}{40} + \frac{13}{50} + \left(-\frac{23}{50}\right) + \frac{19}{40}$;
5) $-3\frac{31}{36} + \left(-1\frac{17}{24}\right) + 5\frac{4}{36} + \left(-2\frac{4}{24}\right)$.

986.° Найдите значение выражения:

- 1) $43 + (-60) + 12 + 39 + (-21)$;
2) $-1,23 + 2,14 + 7,38 + (-5,77) + 1,62$;
3) $-\frac{3}{7} + \frac{14}{19} + \left(-\frac{4}{7}\right) + 3\frac{5}{19}$;
4) $-\frac{5}{18} + \left(-\frac{4}{81}\right) + \frac{7}{18} + \frac{13}{81}$;
5) $-3\frac{5}{11} + 1\frac{3}{8} + 2\frac{5}{16} + \left(-4\frac{6}{11}\right)$.

987.° Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $7,44 + a + (-3,5) + (-5,44) + (-12,5) + b$, если $a = 9,6$;
 $b = -5,7$;
2) $-5\frac{9}{35} + p + 4\frac{11}{28} + 6\frac{2}{35} + \left(-5\frac{18}{28}\right) + k$, если $p = -2\frac{19}{30}$; $k = 9$.

988.° Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $-2,8 + x + 5,36 + (-7,2) + y + (-7,36)$, если $x = -13$; $y = 54$;
2) $m + \left(-2\frac{4}{9}\right) + 8\frac{13}{24} + n + \left(-3\frac{2}{9}\right) + \left(-4\frac{5}{24}\right)$, если $m = -3\frac{5}{6}$;
 $n = -2\frac{11}{12}$.

989. В течение шести дней уровень воды в водохранилище изменялся соответственно на: $-3,2$ дм; $1,6$ дм; $4,3$ дм; $-2,2$ дм; $-1,9$ дм и $-0,8$ дм. На сколько дециметров изменился уровень воды за шесть дней?
990. Температура воздуха в течение семи дней изменялась соответственно на: 7°C ; -8°C ; -4°C ; 5°C ; -12°C ; -2°C ; 14°C . На сколько градусов изменилась температура за семь дней?
991. Найдите сумму всех целых чисел:
- 1) расположенных между числами -8 и 11 ;
 - 2) удовлетворяющих неравенству $-9,8 < x < 6$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ



992. Запишите наибольшее и наименьшее отрицательные двузначные числа.
993. Что больше:
- 1) -5 или 0 ;
 - 2) $|-5|$ или 0 ;
 - 3) $|-10|$ или $|-5|$;
 - 4) -10 или -5 ?
994. Найдите сумму двух чисел, одно из которых обратно числу 3 , а второе — противоположно числу 3 .
995. Положительным или отрицательным является число a , если:
- 1) $-2 + a > -2$;
 - 2) $-2 + a < -2$;
 - 3) $-2 + (-a) > -2$?
996. Найдите периметр четырехугольника, если его стороны пропорциональны числам 3 , 4 , 5 и 8 , а наибольшая сторона на $10,5$ см больше наименьшей.
997. Петр положил в банк 400 грн. под 5% годовых. Какая сумма будет у него на счету через:
- 1) 1 год;
 - 2) 2 года;
 - 3) 3 года?
998. Флаги некоторых стран состоят из трех горизонтальных полос разного цвета. Сколько разных флагов с желтой, голубой и красной полосами можно составить?

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

999. Используя действие сложение, проверьте, верно ли выполнено вычитание:
- 1) $13,62 - 4,12 = 9,5$;
 - 2) $\frac{11}{24} - \frac{3}{8} = \frac{1}{12}$.

Повтори содержание пунктов 12, 13, 14, 15 на с. 282, 283.

1000. В соревнованиях по теннису принимают участие n игроков. Теннисист выбывает из турнира после первого поражения. Сколько встреч нужно провести, чтобы выявить победителя?



35. ВЫЧИТАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Как и в случае с натуральными числами, разностью рациональных чисел a и b будем называть такое рациональное число x , которое в сумме с числом b дает число a , то есть равенство $a - b = x$ справедливо, если справедливо равенство $b + x = a$. Например,

$$7 - (-2) = 9, \text{ поскольку } -2 + 9 = 7;$$

$$5 - 8 = -3, \text{ так как } 8 + (-3) = 5;$$

$$-9 - 11 = -20, \text{ поскольку } 11 + (-20) = -9;$$

$$-3,7 - (-2,2) = -1,5, \text{ так как } -2,2 + (-1,5) = -3,7.$$

Анализируя записанные разности, можно заметить следующую закономерность:

$$7 - (-2) = 7 + 2 = 9;$$

$$5 - 8 = 5 + (-8) = -3;$$

$$-9 - 11 = -9 + (-11) = -20;$$

$$-3,7 - (-2,2) = -3,7 + 2,2 = -1,5.$$

Как видим, вычитание рациональных чисел можно заменить сложением, то есть для любых рациональных чисел a и b справедливо равенство:

$$a - b = a + (-b)$$

Чтобы найти разность двух чисел, можно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.

Теперь любое выражение, содержащее действия сложения и вычитания, можно заменить на выражение, которое содержит только действие сложения. Например,

$$2,3 - 5 - 1,9 + 17 = 2,3 + (-5) + (-1,9) + 17.$$

Заметим, что раньше ты не мог из меньшего числа вычесть большее. Выполнение этого действия стало возможным благодаря введению в рассмотрение отрицательных чисел.

Например, $1 - 2 = -1$; $2 - 100 = -98$; $-7 - (-2) = -5$.

Отсюда можно сделать следующий вывод: если $a < b$, то разность $a - b$ — отрицательное число, и наоборот, если $a - b$ — отрицательное число, то $a < b$.

Подумай, какой аналогичный вывод можно сделать, если $a > b$.



1. Как найти разность двух чисел?

2. Какое число, положительное или отрицательное, получится, если из меньшего числа вычесть большее?

3. Какое число, положительное или отрицательное, получится, если из большего числа вычесть меньшее?

1001.°Выполните вычитание:

- | | | |
|-----------------|----------------------|------------------------|
| 1) $10 - 16$; | 6) $4 - (-10)$; | 11) $0 - 13,4$; |
| 2) $5 - 12$; | 7) $-3 - (-8)$; | 12) $-1,4 - 1,2$; |
| 3) $-5 - 3$; | 8) $-11 - (-6)$; | 13) $-10,2 - (-4,9)$; |
| 4) $-6 - 18$; | 9) $12,3 - (-6,8)$; | 14) $0 - (-99,4)$; |
| 5) $7 - (-2)$; | 10) $2,4 - 5,6$; | 15) $-8 - (-8)$. |

1002.°Выполните вычитание:

- | | | |
|---------------------|-------------------|----------------------|
| 1) $3,5 - (-9,7)$; | 3) $0 - 7,25$; | 5) $-2,8 - (-5,2)$; |
| 2) $1,9 - 3,2$; | 4) $-5,3 - 3,7$; | 6) $0 - (-0,08)$. |

1003.°Выполните вычитание:

- | | | |
|-------------------------------------|---|---|
| 1) $\frac{5}{9} - (-\frac{1}{6})$; | 5) $-\frac{11}{20} - (-\frac{2}{15})$; | 9) $2\frac{9}{20} - 4\frac{17}{30}$; |
| 2) $\frac{3}{16} - \frac{11}{24}$; | 6) $-\frac{14}{25} - (-\frac{7}{10})$; | 10) $-3\frac{8}{9} - 4\frac{1}{12}$; |
| 3) $-\frac{3}{10} - \frac{4}{15}$; | 7) $2\frac{3}{7} - (-1\frac{2}{5})$; | 11) $-4\frac{3}{16} - (-5\frac{5}{8})$; |
| 4) $-\frac{7}{9} - \frac{2}{15}$; | 8) $5\frac{12}{35} - 10$; | 12) $-1\frac{19}{28} - (-2\frac{3}{4})$. |

1004.°Выполните вычитание:

- | | | |
|--------------------------------------|---|--|
| 1) $\frac{7}{8} - (-\frac{3}{10})$; | 5) $-\frac{5}{9} - (-\frac{3}{4})$; | 9) $1\frac{3}{8} - 3\frac{1}{4}$; |
| 2) $\frac{11}{12} - \frac{17}{18}$; | 6) $-\frac{7}{24} - (-\frac{5}{12})$; | 10) $-2\frac{14}{15} - 1\frac{19}{45}$; |
| 3) $-\frac{3}{7} - \frac{9}{14}$; | 7) $3\frac{11}{12} - (-4\frac{4}{9})$; | 11) $-6\frac{4}{27} - (-5\frac{5}{9})$; |
| 4) $-\frac{8}{21} - \frac{3}{14}$; | 8) $4\frac{5}{17} - 6$; | 12) $-3\frac{1}{6} - (-1\frac{1}{4})$. |

1005.°Решите уравнение:

1) $x + 7 = 4$;

2) $20 - x = 35$;

3) $x + 2,6 = -1,7$;

4) $-4,5 - x = 9$;

5) $x - 0,9 = -1,4$;

6) $7 - x = -5$;

7) $-20 - x = -13$;

8) $-0,76 - x = -0,83$.

1006.°Решите уравнение:

1) $x + 19 = 10$;

2) $12,4 - x = 16$;

3) $x + 3,4 = -5,8$;

4) $-1,2 - x = 0,6$;

5) $x - 3,8 = -1,9$;

6) $11 - x = -14$.

1007.°Мертвое море расположено на высоте -392 м относительно уровня Мирового океана. Каспийское море, которое является самым большим в мире озером, находится на высоте -28 м относительно уровня Мирового океана. На сколько метров уровень воды в Каспийском море выше уровня воды в Мертвом море?

1008.°Абсолютный максимум температуры воздуха $40,1$ °C в Украине был зафиксирован в июле 1930 года (г. Купянск, Харьковская область) и в июле 1971 года (Аскания-Нова, Херсонская область). Абсолютный минимум температуры -43 °C был зафиксирован в январе 1923 года (Украинские Карпаты). Найдите разность абсолютных максимума и минимума температур.

1009.°Самая низкая температура воздуха, зафиксированная в пустыне Сахара, равна -5 °C, а самая высокая — $55,4$ °C. Определите максимальный перепад температур воздуха в Сахаре.

1010.°Ртуть плавится при температуре $-38,9$ °C, а медь — при температуре $1083,4$ °C. На сколько температура плавления меди выше температуры плавления ртути?

1011.°Самая низкая зафиксированная на поверхности Земли температура равнялась $-89,2$ °C, что на $70,8$ °C выше самой низкой температуры, измеренной на поверхности Луны. Чему равна самая низкая температура, зафиксированная на Луне?

1012.°Найдите значение выражения:

1) $-27 + 13 - 34 + 21$;

2) $1,7 - 3,4 - 2,5 + 4,1$;

3) $-0,65 - (-0,44) + (-1,23) + 8,1$;

$$4) 3\frac{1}{6} + (-2\frac{4}{9}) - (-1\frac{2}{3});$$

$$5) 4\frac{5}{9} + (-5\frac{7}{12}) - (-2\frac{1}{6}) - 1\frac{1}{3} + 3\frac{3}{4} + (-\frac{13}{18}).$$

1013.* Найдите значение выражения:

$$1) 16 - 29 + 14 - 48;$$

$$2) -3,2 - 7,8 - 5,4 + 4,6;$$

$$3) -4,28 - 1,53 - (-7,85) + (-9,06);$$

$$4) -5\frac{3}{8} + 4\frac{5}{6} - (-2\frac{1}{4});$$

$$5) -3\frac{3}{5} + (-2\frac{1}{3}) + 4\frac{8}{15} - 1\frac{5}{6} - (-6\frac{7}{10}) + \frac{1}{2}.$$

1014.* Найдите значение выражения $-a + b + c - d$, если:

$$1) a = -4, b = 12, c = -6, d = 8;$$

$$2) a = 1,5, b = -3,2, c = -1,8, d = -2,4;$$

$$3) a = 3\frac{1}{3}, b = 2\frac{1}{2}, c = -1\frac{5}{6}, d = 5;$$

$$4) a = -2\frac{1}{7}, b = -1\frac{3}{14}, c = 3\frac{19}{28}, d = 1\frac{3}{4}.$$

1015.* Составьте числовое выражение и вычислите его значение:

$$1) \text{ из числа } 3,6 \text{ вычесть сумму чисел } -12,6 \text{ и } 5,3;$$

$$2) \text{ к разности чисел } -2,4 \text{ и } -3,8 \text{ прибавить сумму чисел } 5,6 \text{ и } -10.$$

1016.* Составьте числовое выражение и вычислите его значение:

$$1) \text{ к числу } -1,4 \text{ прибавить разность чисел } 2,5 \text{ и } 4,1;$$

$$2) \text{ из суммы чисел } -8,2 \text{ и } 14 \text{ вычесть разность чисел } 0,7 \text{ и } -5,4.$$

1017.* Найдите координату точки на координатной прямой, удаленной:

$$1) \text{ от точки } A(4,6) \text{ на } 10 \text{ единиц};$$

$$2) \text{ от точки } B(-1\frac{1}{3}) \text{ на } 2\frac{1}{6} \text{ единицы};$$

$$3) \text{ от точки } C(-3\frac{2}{7}) \text{ на } 3\frac{2}{7} \text{ единицы}.$$

Сколько решений имеет задача?

1018.* Упростите выражение:

$$1) -16 + a + 33 + b - a; \quad 3) -x + y - \frac{3}{14} + \frac{2}{7} - \frac{5}{6} + x;$$

$$2) 7,2 - m - n - 8,9 - 1,1 + m; \quad 4) p - k + \frac{3}{8} - \frac{9}{16} + \frac{7}{32} - p + k.$$

1019.* Решите уравнение:

1) $|x| + 2,8 = 5$;

4) $|x| - 6 = -9$;

2) $|x| - 3,1 = 4,4$;

5) $15 - |x| = -2$;

3) $|x| - 0,4 = -0,29$;

6) $|x + 25| = 1$.

1020.* Решите уравнение:

1) $|x| + 3 = 8$;

4) $|x| + 2,1 = 1$;

2) $|x| - 1,3 = 1,2$;

5) $13 - |x| = 6$;

3) $|x| - 0,8 = -0,1$;

6) $|x + 2,1| = 3$.

1021.* Не выполняя вычислений, сравните:

1) сумму чисел $-9,34$ и $-12,78$ и их разность;

2) разность чисел 48 и 73 и сумму чисел -46 и 59 ;

3) разность чисел $-16,5$ и $-2,37$ и разность чисел $-4,3$ и $-8,1$.

1022.* Не выполняя вычислений, сравните:

1) сумму чисел $81,9$ и $-74,6$ и сумму чисел $80,4$ и $-83,5$;

2) разность чисел 52 и 74 и сумму чисел -102 и 102 ;

3) разность чисел $-96,3$ и $-96,3$ и сумму чисел $0,872$ и $-0,872$.

1023.* Решите уравнение:

1) $|x| - 8 = 2$;

2) $|x| + 2 = 7$.

1024.* Можно ли указать наибольшее и наименьшее значения выражения:

1) $|x| - 8,5$;

2) $-5,2 - |x|$?

Если ответ положителен, укажите это значение и значение x , при котором выражение его принимает.

1025.* Можно ли указать наибольшее и наименьшее значения выражения:

1) $|x| + 3,9$;

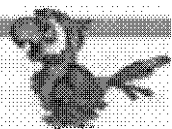
2) $7,6 - |x|$?

Если ответ положителен, укажите это значение и значение x , при котором выражение его принимает.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1026. Одно число составляет 80% второго. Сколько процентов первого числа составляет второе число?

1027. В тире Вася сделал 48 выстрелов, из которых 6 не попали в цель. Найдите процент попаданий в цель.



1028. У Пети было 36 кроликов разной масти: белые, серые и бурые. Бурые составляли $\frac{1}{3}$ всех кроликов, серых было 8. Какова вероятность того, что наугад выбранный кролик будет белым?

1029. У Дмитрия Григорьевича есть 3 пары ботинок, 4 пары брюк, 5 рубашек, 2 обычных галстука и один галстук-бабочка. Дмитрий Григорьевич всегда носит ботинки, брюки, рубашку и галстук. Сколько разных комплектов одежды он может составить?

1030. Найдите значение выражения:

$$1) \frac{(3\frac{9}{28} - 1\frac{8}{21} + \frac{13}{42}) \cdot \frac{22}{27}}{2\frac{1}{4} : 5\frac{5}{8} + \frac{11}{75} \cdot 2\frac{3}{11}}; \quad 2) \frac{1\frac{1}{27} \cdot 1\frac{7}{20} - 3\frac{5}{9} : 5\frac{1}{3}}{(5\frac{3}{20} - 4\frac{5}{16} + 1\frac{9}{40}) : \frac{9}{32}}.$$

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

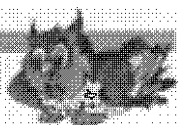
1031. Запишите в виде произведения сумму:

$$1) \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}; \quad 2) 2,3 + 2,3 + 2,3 + 2,3.$$

Повтори содержание пунктов 16, 17 на с. 284.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

1032. Докажите, что в любой компании из 6 человек найдется трое попарно знакомых или трое попарно незнакомых.



36. УМНОЖЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Ты знаешь, что $7 \cdot 3 = 7 + 7 + 7 = 21$. Рассуждая аналогично, найдем произведение $(-7) \cdot 3$. Имеем:

$$(-7) \cdot 3 = (-7) + (-7) + (-7) = -21.$$

Для положительных чисел имеет место переместительное свойство умножения: $ab = ba$. Это равенство верно и для любых рациональных чисел. Поэтому $(-7) \cdot 3 = 3 \cdot (-7) = -21$.

Поскольку -21 и 21 — противоположные числа, то каждое из произведений $(-7) \cdot 3$ и $3 \cdot (-7)$ является числом, противоположным произведению $3 \cdot 7$. То есть

$$(-7) \cdot 3 = -(7 \cdot 3);$$

$$3 \cdot (-7) = -(3 \cdot 7).$$

Рассуждая подобным образом, можно, например, записать:

$$(-9) \cdot 4 = -(9 \cdot 4) = -36 \text{ и } 4 \cdot (-9) = -(4 \cdot 9) = -36;$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5 = -\left(\frac{1}{3} \cdot 5\right) = -\frac{5}{3} \text{ и } 5 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(5 \cdot \frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{3}.$$

На основании этих примеров можно сделать следующий вывод: чтобы умножить два числа с разными знаками, надо умножить их модули и перед полученным произведением поставить знак «-».

Отметим, что в произведениях $(-7) \cdot 3$, $(-9) \cdot 4$, $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5$ первый множитель можно писать без скобок. Например, $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5 = -\frac{1}{3} \cdot 5 = -\frac{5}{3}$. При этом запись $5 \cdot -\frac{1}{3}$ не используют.

Снова рассмотрим произведения $7 \cdot 3$; $-7 \cdot 3$ и $7 \cdot (-3)$.

Видим, что изменение знака одного из множителей в произведении $7 \cdot 3$ приводит к изменению знака этого произведения.

А если изменить знак у обоих множителей? Тогда знак произведения изменяется дважды, то есть остается неизменным. Поэтому

$$-7 \cdot (-3) = 21.$$

Такой же результат получим, если умножим модули множителей:

$$-7 \cdot (-3) = |-7| \cdot |-3| = 21.$$

Чтобы умножить два отрицательных числа, надо умножить их модули.

$$\text{Например, } -1,4 \cdot (-5) = 7; \quad -\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) = \frac{1}{3}.$$

Интересно, что при умножении числа на -1 оно изменяется на противоположное.

Например, $17 \cdot (-1) = -17$, $(-17) \cdot (-1) = 17$, $-1 \cdot 5 = -5$, $-1 \cdot (-5) = 5$.

Вообще, для любого рационального числа a

$$\begin{aligned} a \cdot (-1) &= -a, \\ (-1) \cdot a &= -a \end{aligned}$$

Также отметим, что

$$\begin{aligned} a \cdot 1 &= 1 \cdot a = a, \\ a \cdot 0 &= 0 \cdot a = 0 \end{aligned}$$

В заключение приведем полезные соображения, которые следуют из правил нахождения произведения рациональных чисел:

если произведение ab положительно, то числа a и b имеют одинаковые знаки;

если произведение ab отрицательно, то числа a и b имеют разные знаки;

если произведение ab равно нулю, то хотя бы одно из чисел a или b равно нулю.

Пример 1. Решите уравнение $(x + 3)(x - 2,4) = 0$.

Поскольку произведение равно нулю, то хотя бы один из множителей должен равняться 0, то есть:

$$x + 3 = 0 \text{ или } x - 2,4 = 0;$$

$$x = -3 \text{ или } x = 2,4.$$

Ответ: $-3; 2,4$.

Пример 2. Выясните, какие значения принимает выражение x^2 : 1) положительные; 2) отрицательные; 3) неотрицательные; 4) неположительные.

Если $x = 0$, то $x^2 = 0$.

Поскольку $x^2 = x \cdot x$, то при $x \neq 0$ имеем произведение двух чисел с одинаковыми знаками, которое принимает только положительные значения.

Следовательно, для любого значения x выражение x^2 принимает только неотрицательные значения:

$x^2 \geq 0$

- ?**
1. Как умножить два числа с разными знаками?
 2. Как умножить два отрицательных числа?
 3. Что происходит с числом при умножении его на -1 ?
 4. Какие знаки должны иметь два числа, чтобы их произведение было положительным числом? отрицательным числом?
 5. В каком случае произведение равно нулю?

1033.° Выполните умножение:

- | | | |
|---|---|--|
| 1) $-12 \cdot 5$; | 5) $-\frac{15}{10} \cdot \left(-\frac{48}{55}\right)$; | 9) $45 \cdot \left(-\frac{8}{15}\right)$; |
| 2) $-0,4 \cdot 1,5$; | 6) $-\frac{13}{24} \cdot \frac{16}{39}$; | 10) $\frac{16}{17} \cdot \left(-6\frac{3}{8}\right)$; |
| 3) $3,4 \cdot (-1,8)$; | 7) $\frac{6}{35} \cdot \left(-\frac{14}{15}\right)$; | 11) $-3\frac{5}{9} \cdot \left(-5\frac{1}{4}\right)$; |
| 4) $-\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$; | 8) $-\frac{7}{12} \cdot 24$; | 12) $-1\frac{5}{7} \cdot 6\frac{1}{8}$. |

1034.° Выполните умножение:

1) $16 \cdot (-3)$; 4) $\frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right)$; 7) $-\frac{6}{19} \cdot (-57)$;

2) $-8 \cdot (-7)$; 5) $-\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9}$; 8) $-9\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{10}{21}\right)$.

3) $-2,3 \cdot (-1,4)$; 6) $-6 \cdot \left(-\frac{5}{24}\right)$;

1035.° Найдите значение степени:

1) $(-2)^5$; 3) $\left(-1\frac{1}{5}\right)^3$; 5) $(-1)^{10}$;

2) $(-0,6)^2$; 4) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^2$; 6) $(-1)^{23}$.

1036.° Найдите значение степени:

1) $(-7)^2$; 2) $(-7)^3$; 3) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$; 4) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$.

1037.° Выполните действия:

1) $-3,2 \cdot 0,4 + 2,6 \cdot (-0,5)$;

2) $5,2 \cdot (-0,8) - (-1,5) \cdot (-3,4)$;

3) $(7,6 - 20) \cdot (-3,14 + 5,24)$;

4) $\left(-1\frac{3}{25}\right) \cdot 2\frac{1}{7} + \left(-2\frac{1}{9}\right) \cdot \left(-\frac{27}{190}\right)$;

5) $\left(8 + 2\frac{1}{7} \cdot \left(-3\frac{1}{9}\right)\right) \cdot \left(-\frac{27}{44}\right)$;

6) $\left(-5\frac{1}{16} + 1\frac{1}{8}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6} - \frac{3}{14}\right)$.

1038.° Выполните действия:

1) $-2,7 \cdot (-1,2) + 3,5 \cdot (-2,8)$;

2) $-7,4 \cdot 0,6 - 3,8 \cdot (-2,3)$;

3) $(-9,3 - 1,7) \cdot (2,6 + (-5,9))$;

4) $4\frac{7}{12} \cdot \left(-1\frac{3}{11}\right) - \left(-1\frac{1}{15}\right) \cdot \left(-\frac{45}{64}\right)$;

5) $-\frac{81}{88} \cdot \left(-6 + \left(-1\frac{13}{15}\right) \cdot \left(-1\frac{19}{21}\right)\right)$;

6) $\left(-\frac{4}{5} - \frac{4}{7}\right) \cdot \left(5\frac{7}{9} - 7\frac{11}{12}\right)$.

1039.° Не выполняя вычислений, сравните:

1) $(-7,2)^2$ и 0; 3) $(-10)^7$ и $(-0,1)^4$; 5) $(-8)^{12}$ и -8^{12} ;

2) 0 и $(-5,3)^3$; 4) -5^9 и $(-5)^9$; 6) $0,3^{13}$ и $(-216)^5$.

1040.° Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

1) $-2,4 \cdot (-3,6) \cdot 7,8$ и $9,6 \cdot (-4,1) \cdot 1,8$;

2) $5\frac{1}{3} \cdot \left(-7\frac{14}{19}\right) \cdot \left(-6\frac{1}{7}\right) \cdot 4\frac{11}{12}$ и $9\frac{1}{8} \cdot \left(-\frac{3}{14}\right) \cdot 0 \cdot \left(-1\frac{1}{9}\right)$;

1048. Решите уравнение:

1) $-\frac{5}{12}x = 0$;

3) $(x-3)(x+4) = 0$;

2) $5,9(x+6,3) = 0$;

4) $23,5|x| = 0$.

1049. Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:

1) $-6x > -36$;

3) $-5x \geq -18$;

2) $-7x \geq -70$;

4) $-0,8x > -6,4$.

1050. Найдите все целые отрицательные значения x , при которых верно неравенство:

1) $-5x < 20$; 2) $-9x < 45$; 3) $-4x < 35$; 4) $-0,3x < 1,2$.

1051. Выясните, какое из выражений $-x^2$; $(-x)^2$; x^3 при любых значениях x принимает такие значения:

1) положительные;

4) неположительные;

2) отрицательные;

5) произвольные.

3) неотрицательные;

1052. Положительным или отрицательным является значение выражения:

1) $ab - 9c$, если a , b и c — отрицательные числа;

2) $10p - mn$, если m , n и p — отрицательные числа?

1053. Решите уравнение:

1) $x(x+9,4)(x-6,5) = 0$;

2) $|x-21|(x+12,4) = 0$.

1054. Решите уравнение:

1) $(x+1,2)(x+5)(x-10) = 0$; 2) $|x+1|(x-2) = 0$.

1055. Какое наименьшее значение и при каком значении x может принимать выражение:

1) $x^2 - 8$;

2) $7 + x^2$?

1056. Какое наибольшее значение и при каком значении x может принимать выражение:

1) $4 - x^2$;

2) $-x^2 + 10$?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1057. Во сколько раз:

1) $\frac{1}{48}$ положительного числа меньше, чем

$\frac{1}{6}$ этого числа;

2) $\frac{5}{6}$ положительного числа больше, чем 60 % этого числа?

1058. Галина и Ольга могут вместе приготовить вареники для дружеской вечеринки за $1\frac{2}{3}$ ч. На сколько больше времени нужно для этого Галине, чем Ольге, если



Галина может приготовить нужное количество вареников за $3\frac{3}{4}$ ч?

1059. Из двух городов навстречу друг другу одновременно выехали две машины. Скорость одной из них была 64 км/ч, что составляет $\frac{8}{7}$ скорости другой. Найдите расстояние между городами, если известно, что машины встретились через $4\frac{7}{12}$ ч после начала движения.
1060. За время, нужное Пончику, чтобы съесть 6 пирожков, Карлсон съедает 60 ватрушек. Винни-Пух съедает полбочонка меда за время, нужное Карлсону, чтобы съесть 20 ватрушек. Чему равно отношение количества пирожков, которые съедает Пончик, к количеству бочонков меда, которые съедает Винни-Пух за то же время?
1061. За время, нужное Сереже для решения трех уравнений, Миша успевает решить $\frac{1}{3}$ уравнения. Сколько уравнений успеет решить Сережа за время, нужное Мише для решения трех уравнений?

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

1062. Вычислите удобным способом:

1) $0,2 \cdot 16,7 \cdot 5$;

2) $0,25 \cdot 42,6 \cdot 4$.

1063. Упростите выражение:

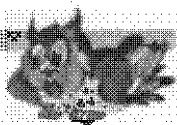
1) $0,6a \cdot 0,2b$;

2) $\frac{4}{5}m \cdot \frac{5}{16}n$.

Повтори содержание пункта 16 на с. 284.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

1064. В чемпионате Украины по футболу в высшей лиге принимают участие 16 команд. Докажите, что в любой момент чемпионата есть две команды, сыгравшие одинаковое количество матчей. (Команды, не сыгравшие ни одного матча, считаются сыгравшими одинаковое количество матчей.)



НИЧТО И ЕЩЕ МЕНЬШЕ

В каждом городе мира есть свои памятники. Их устанавливают людям, героям художественных произведе-

ний, богам, сказочным персонажам и даже животным. Памятник, изображенный на рис. 88, находится в столице Венгрии Будапеште и посвящен... нулю. Почему именно эта цифра, а не какая-то другая, удостоена такой чести?

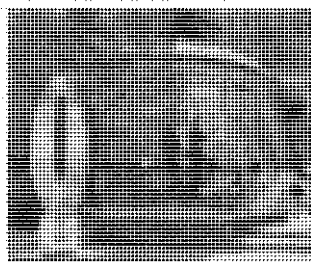


Рис. 88

Чтобы оценить «выдающиеся заслуги» нуля, попробуй, не используя эту цифру, записать, например, число 5 000 270. Разумеется, можно записать так: 5nnn27n. Но такая запись не означает отказ от нуля, просто здесь цифра 0 обозначена другим символом. Полный отказ от нуля приводит к записи 527, но это совсем другое число.

Минули сотни лет, прежде чем люди догадались обозначать отсутствие разряда в числе каким-то знаком. Никому не приходило в голову, что «пустое место», «ничто» можно и нужно как-то обозначать. Произошло ли это в Вавилоне, Греции или Индии — остается неизвестным. Понятно одно: изобретение цифры 0 — большое достижение человеческого разума, которое заслуживает памятника.

Число нуль также особенное: $a + 0 = a$; $a \cdot 0 = 0$; $0 : a = 0$ при $a \neq 0$. Таких свойств не имеет ни одно другое число.

Число нуль — начало отсчета на координатной прямой. Кстати, в Венгрии все расстояния от столицы до других городов измеряют от памятника нулю. В Украине такая «нулевая точка» находится в Киеве, на Майдане Независимости (рис. 89).

Если идея обозначить то, чего нет, так тяжело далась людям, то понятно, почему более 2000 лет мысль о том, что есть что-нибудь меньшее, чем ничто, так сложно воспринималась и приживалась. Ты, наверное, уже догадался, что речь идет об отрицательных числах.

Казалось бы, что тут сложного? Ведь естественно, например, долги обозначить отрицательными числами,

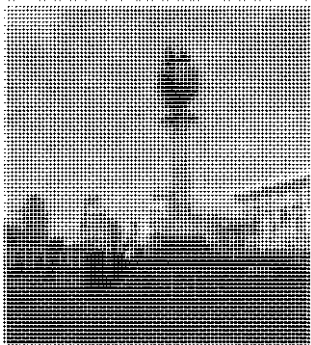


Рис. 89

а имущество — положительными. Именно так и делали математики в Древнем Китае. Правда, для обозначения отрицательных чисел они использовали не знак «-», а другой цвет.

Трудность состояла в том, что не все действия с отрицательными числами имели такой же естественный вид, как действия с положительными числами. Легко понять, как складывать и вычитать долги и имущество. Но почему, например, $(-5) \cdot (-3) = 15$, на языке «долг — имущество» объяснить невозможно. Именно поэтому еще в XVII в. многие европейские математики относились с недоверием к отрицательным числам, а то и вообще их не признавали, называя лживыми, абсурдными, невозможными.

Серьезный шаг в «узаконивании» отрицательных чисел сделал выдающийся французский математик и философ Рене Декарт (1596–1650), «выделив им жилье» на координатной прямой слева от нуля, таким образом «уравняв их в правах» с положительными числами.

Тем не менее такая трактовка не объясняла, как можно умножать отрицательные числа, а поэтому споры об их признании продолжались еще почти 200 лет.

37. ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНОЕ И СОЧЕТАТЕЛЬНОЕ СВОЙСТВА УМНОЖЕНИЯ. КОЭФФИЦИЕНТ

Переместительное и сочетательное свойства умножения справедливы не только для положительных чисел. Они остаются в силе и для любых рациональных чисел.

Для любых рациональных чисел a , b и c справедливы равенства:

$$ab = ba \text{ — переместительное свойство,} \\ (ab)c = a(bc) \text{ — сочетательное свойство}$$

Из этих свойств следует, что в произведении нескольких рациональных чисел можно менять местами множители и расставлять скобки любым удобным способом. Например,

$$\left(-1\frac{2}{3} \cdot (-5)\right) \cdot \frac{3}{5} = \left(-\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot (-5) = -1 \cdot (-5) = 5.$$

Рассмотрим выражение $0,4x \cdot 5y \cdot (-3)$. С помощью свойств умножения его можно записать проще:

$$0,4x \cdot 5y \cdot (-3) = 0,4 \cdot 5 \cdot x \cdot y \cdot (-3) = 2xy \cdot (-3) = \\ = 2 \cdot (-3) xy = -6xy.$$

В полученном выражении $-6xy$ числовой множитель -6 называют коэффициентом.

Рассмотрим еще несколько примеров.

В выражении $0,21abc$ коэффициентом является число $0,21$, а в выражении $-2\frac{5}{7}x$ коэффициент равен $-2\frac{5}{7}$.

Заметим, что в выражении $-5ab \cdot 2$ ни одно из чисел -5 и 2 не является коэффициентом. В выражении $ab \cdot (-10)$ коэффициент равен -10 . Однако, как правило, коэффициент записывают перед буквенными множителями.

А чему равны коэффициенты в выражениях $-a$ и a ? Поскольку $-a = -1 \cdot a$, то коэффициент выражения $-a$ равен -1 . Также $a = 1 \cdot a$. Поэтому коэффициент выражения a считают равным 1 .

1065.° Назовите коэффициент выражения:

- | | | | |
|--------------|--------------|-----------------------|------------------------|
| 1) $6a$; | 3) $-xy$; | 5) $\frac{3}{7}abc$; | 7) xyz ; |
| 2) $-7,2b$; | 4) $1,8mn$; | 6) $-2\frac{1}{3}p$; | 8) $4\frac{4}{11}mk$. |

1066.° Выполните умножение:

- 1) $-\frac{1}{9} \cdot (-\frac{1}{7}) \cdot \frac{1}{5} \cdot (-\frac{1}{3}) \cdot 3 \cdot (-5) \cdot 7 \cdot 9$;
- 2) $8 \cdot (-6) \cdot 4 \cdot (-10) \cdot \frac{1}{4} \cdot (-\frac{1}{3}) \cdot (-\frac{1}{5}) \cdot (-\frac{1}{2})$;
- 3) $0,2 \cdot (-0,25) \cdot (-0,5) \cdot 5 \cdot (-4) \cdot (-2)$.

1067.° Упростите выражение и укажите его коэффициент:

- | | |
|----------------------------|---|
| 1) $4a \cdot (-1,2)$; | 4) $-3,2p \cdot (-0,5k)$; |
| 2) $-0,2b \cdot (-0,14)$; | 5) $-\frac{3}{28}x \cdot \frac{7}{18} \cdot (-y)$; |
| 3) $-6a \cdot 8b$; | 6) $-1\frac{1}{7}k \cdot 1\frac{3}{4}p \cdot (-\frac{1}{2}m)$. |

1068.° Упростите выражение и укажите его коэффициент:

- | | |
|---------------------------------|--|
| 1) $-3m \cdot (-2,1)$; | 4) $-7a \cdot 3b \cdot (-6c)$; |
| 2) $3,6 \cdot (-5x)$; | 5) $16x \cdot (-\frac{8}{15}b) \cdot \frac{45}{64}k$; |
| 3) $10m \cdot (-1,7) \cdot n$; | 6) $-0,2t \cdot (-5a) \cdot (-b)$. |

1069.° Вычислите наиболее удобным способом:

- | | |
|---------------------------------|---|
| 1) $-4 \cdot 23 \cdot (-0,5)$; | 4) $\frac{6}{23} \cdot (-2\frac{1}{3}) \cdot (-69) \cdot \frac{3}{7}$; |
|---------------------------------|---|

$$2) -0,4 \cdot (-250) \cdot 5 \cdot (-0,2); \quad 5) -0,7 \cdot 2,5 \cdot 1\frac{3}{7} \cdot (-4);$$

$$3) \frac{7}{13} \cdot (-6,5) \cdot 0,4 \cdot (-1\frac{6}{7}); \quad 6) -\frac{5}{18} \cdot (-\frac{4}{13}) \cdot \frac{9}{25} \cdot (-26).$$

1070.° Вычислите наиболее удобным способом:

$$1) -1,25 \cdot (-3,47) \cdot (-8); \quad 3) \frac{9}{16} \cdot \frac{11}{35} \cdot (-32) \cdot (-70);$$

$$2) -0,001 \cdot (-54,8) \cdot 50 \cdot (-2); \quad 4) 4,8 \cdot (-2\frac{1}{6}) \cdot (-\frac{5}{24}) \cdot (-\frac{6}{13}).$$

1071.° Чему равно произведение всех целых чисел, которые больше -20 и меньше 20 ?

1072.° Положительным, отрицательным или нулем является произведение пяти чисел, если:

1) два числа положительные, а остальные — отрицательные;

2) два числа отрицательные, а остальные — положительные;

3) четыре числа отрицательные;

4) два числа отрицательные, два числа — положительные, а одно — нуль?

1073.° Упростите выражение и найдите его значение:

$$1) -\frac{8}{15}a \cdot 3\frac{3}{4}b, \text{ если } a = -\frac{1}{3}, b = \frac{1}{6};$$

$$2) -\frac{7}{20}x \cdot (-1\frac{1}{14}) \cdot y \cdot (-2\frac{2}{3}z), \text{ если } x = -3\frac{3}{7}, y = 14, z = -\frac{5}{16}.$$

1074.° Упростите выражение и найдите его значение:

$$1) 200m \cdot (-0,4n), \text{ если } m = -0,25, n = -0,2;$$

$$2) -\frac{1}{3}m \cdot (-\frac{3}{4}n) \cdot 20p, \text{ если } m = -\frac{3}{20}, p = \frac{4}{9}, n = -30.$$

1075.° Сумма двадцати чисел, каждое из которых равно 1 или -1 , равна 0 . Найдите произведение этих двадцати чисел.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1076. Верно ли утверждение:

1) если $a > 0$ и $b > 0$, то $ab > 0$;

2) если $a < 0$ и $b < 0$, то $ab < 0$;

3) если $ab > 0$, то $a > 0$ и $b > 0$;

4) если $ab < 0$, то $a > 0$ и $b < 0$?



1077. Вычислите:

- 1) $5 \cdot (-2)^2$; 3) $-(-5)^2$;
2) $-2 \cdot (-3)^3$; 4) $(-2)^3 \cdot (-3)^2$.

1078. На сколько произведение чисел $-4,2$ и $-3,5$ больше:

- 1) большего из них; 2) их суммы?

1079. На сколько произведение чисел $-1,6$ и $2,5$ меньше:

- 1) меньшего из них; 2) их суммы?

1080. Представьте в виде суммы двух дробей с числителем 1 дробь:

- 1) $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{7}{12}$; 3) $\frac{9}{20}$; 4) $\frac{4}{9}$; 5) $\frac{1}{2}$.

1081. За месяц завод произвел продукции на 644 тыс. грн., что на 15 % больше, чем было запланировано. На какую сумму планировали на заводе изготовить продукции?

1082. Выполните действия:

- 1) $-6\frac{2}{5} \cdot 1\frac{9}{16} + (-2\frac{1}{4})^2$; 2) $(-\frac{5}{12} - \frac{13}{20})^2 \cdot (-1\frac{13}{32})$.

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

1083. Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

- 1) $3,18 \cdot 7,8 + 3,18 \cdot 2,2$; 2) $2\frac{7}{15} \cdot \frac{4}{9} + 2\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{9}$.

1084. Раскройте скобки:

- 1) $8(a + 4)$; 2) $3(b + 1)$.

1085. Упростите выражение:

- 1) $5m + 7m$; 2) $6n + 3n + n$.

Повтори содержание пункта 16 на с. 284.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

1086. Четыре мальчика соревновались в нескольких (больше одного) видах спорта.

В каждом из видов спорта за одно и то же место начислялось одинаковое количество баллов (выраженных натуральным числом), причем каждое из мест (1, 2, 3, 4) мог занять только один из участников. В конце соревнований выяснилось, что мальчики получили 16, 14, 13 и 12 баллов соответственно. Выясните, в скольких видах спорта они соревновались.



38. РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЕ СВОЙСТВО УМНОЖЕНИЯ

Для любых рациональных чисел a , b и c справедливо равенство:

$$a(b + c) = ab + ac \text{ — распределительное свойство умножения}$$

Например,

$$-3(2a + 5b) = -3 \cdot 2a + (-3) \cdot 5b = -6a - 15b;$$

$$x(2 - y) = x(2 + (-y)) = 2x + (-xy) = 2x - xy.$$

В результате применения распределительного свойства получили выражения, не содержащие скобок. Поэтому такие преобразования выражений называют раскрытием скобок.

Распределительное свойство можно применять и тогда, когда количество слагаемых в скобках более двух.

Например,

$$2(x - y + b) = 2x - 2y + 2b;$$

$$-3(a - b - c + d) = -3a + 3b + 3c - 3d;$$

$$-1 \cdot (x - y + z - t) = -x + y - z + t.$$

Однако запись $-1 \cdot (x - y + z - t)$ не применяют. Вместо множителя -1 , стоящего перед скобкой, обычно пишут знак «-», то есть $-1 \cdot (x - y + z - t) = -(x - y + z - t)$. Тогда можно записать

$$-(x - y + z - t) = -x + y - z + t.$$

Если перед скобками стоит знак «-», то при раскрытии скобок надо опустить этот знак, а все знаки, стоящие перед слагаемыми, изменить на противоположные.

Рассмотрим выражение $a + 1 \cdot (b - c + d)$. Имеем:

$$a + 1 \cdot (b - c + d) = a + b - c + d.$$

Однако запись $a + 1 \cdot (b - c + d)$ не применяют. Обычно пишут $a + (b - c + d) = a + b - c + d$.

Если перед скобками стоит знак «+», то при раскрытии скобок надо опустить этот знак, а все знаки, стоящие перед слагаемыми, оставить без изменений.

Распределительное свойство умножения можно применять и в таком виде:

$$ab + ac = a(b + c).$$

Замену выражения $ab + ac$ на выражение $a(b + c)$ называют вынесением общего множителя за скобки.

Например,

$$7 \cdot 9 - 5 \cdot 9 = 9(7 - 5) = 18;$$

$$3x - 3y = 3(x - y);$$

$$5a + 5 = 5a + 5 \cdot 1 = 5(a + 1).$$

Рассмотрим выражение $7a - 9a + 5a$. Оно состоит из трех слагаемых $7a$, $-9a$, $5a$, имеющих одинаковую буквенную часть. Такие слагаемые называют подобными.

В рассматриваемом выражении вынесем общий множитель a за скобки:

$$7a - 9a + 5a = a(7 - 9 + 5) = a \cdot 3 = 3a.$$

Таким образом, мы упростили выражение $7a - 9a + 5a$, заменив его на выражение $3a$. Такую замену называют приведением подобных слагаемых.

Чтобы привести подобные слагаемые, надо сложить их коэффициенты и полученный результат умножить на общую буквенную часть.

- ?**
1. Как записывают в буквенном виде распределительное свойство умножения?
 2. Сформулируйте правило раскрытия скобок, перед которыми стоит знак $-$.
 3. Сформулируйте правило раскрытия скобок, перед которыми стоит знак $+$.
 4. Какие слагаемые называют подобными?
 5. Что надо сделать, чтобы привести подобные слагаемые?

1087. Верно ли применили распределительное свойство умножения:

$$1) -3(4 + 8) = -12 - 24; \quad 4) -5(p - k + 9) = 5p + 5k - 45;$$

$$2) (-5 - 6) \cdot 7 = -35 - 42; \quad 5) -(0,2 + c) = -0,2 + c;$$

$$3) (m - n) \cdot (-2) = -2m - 2n; \quad 6) -(-a - b) = a - b?$$

В случае отрицательного ответа укажите, в чем состоит ошибка.

1088. Раскройте скобки:

$$1) 2(a + 3b - 7c); \quad 4) -0,4a(-4b + 3p - 1,1c);$$

$$2) 0,4(1,3x - 0,5y - 1,3); \quad 5) -m(-k + 29n - 38,9);$$

$$3) (a - 4d + 3p) \cdot (-0,8); \quad 6) (0,1 + 0,3x - 2y) \cdot (-10a).$$

1089. Раскройте скобки:

$$1) -3(4 + 5m - 6n); \quad 3) (-3,1x + 7,8y - 9,6) \cdot 0,1;$$

$$2) -0,2(-14t + z - 25y); \quad 4) (0,7x - 0,6y + 0,5z) \cdot (-1,5p).$$

- 1090.° Раскройте скобки и найдите значение выражения:
 1) $12,14 - (3,5 + 6,14)$; 3) $4,3 + (9,2 - 4,3 + 3,8)$;
 2) $2,67 - (8,04 - 7,33)$; 4) $(3,98 - 7,36) - (5,98 - 10,36)$.
- 1091.° Раскройте скобки и найдите значение выражения:
 1) $9,38 - (-10 + 5,38)$;
 2) $-8,76 - (-3,25 - 10,76)$;
 3) $-6,19 + (-1,5 + 5,19)$;
 4) $-(-21,4 + 12,7) + (-20,4 + 12,7)$.
- 1092.° Раскройте скобки и упростите выражение:
 1) $m - (n + m)$; 3) $(x + 3,2) - (x + 6,4)$;
 2) $x + (-x + y)$; 4) $-(m - 4,7 + n) - (10,3 - m)$.
- 1093.° Раскройте скобки и упростите выражение:
 1) $-(a - b) - b$; 3) $-(2,7 - a) + (-a + 1,8)$;
 2) $-c + (c - d)$; 4) $-(-6,2 + a + b) - (a - b + 10,9)$.
- 1094.° Запишите сумму двух выражений и упростите ее:
 1) $-8 - a$ и $a + 23$; 3) $p - m + k$ и $-p + m + k$;
 2) $1,3 + m$ и $-4 - m$; 4) $3,7 - 2,6 + 4,2$ и $-12,5 + 2,6 - 4,2$.
- 1095.° Запишите разность двух выражений и упростите ее:
 1) $-8,4 + a$ и $a + 14,9$; 3) $m - n$ и $-n + m - p$;
 2) $42 - b$ и $-b + 36,4$; 4) $-2,2 + 4,9 - c$ и $4,9 - c - 1,3$.
- 1096.° Приведите подобные слагаемые:
 1) $7x - 18x + 25x - 6x$;
 2) $-0,3b - 1,4b + 3,1b + 0,7b$;
 3) $11a - 16b - 18a + 9b$;
 4) $-0,8k + 0,9p - 1,7k + 0,5k + 1,4p$.
- 1097.° Приведите подобные слагаемые:
 1) $-4a + 12a + 13a - 27a$;
 2) $4,2x - 4,8x - 6,3x - 2,4x$;
 3) $-17x + 19y - 15y + 13x$;
 4) $0,9n - 0,8m - 0,7m + 3,5n - 1,9n$.
- 1098.° Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:
 1) $3(5a + 4) - 11a$;
 2) $-0,2(4b - 7) + 1,4b$;
 3) $3a(7 - b) - 7(b - 3a)$;
 4) $-4(2k - 9) - 3(6k + 1)$;
 5) $(3x - 11) \cdot 0,2 - 5(0,4 - 0,3x)$;
 6) $\frac{1}{6}(18m - 24n) - (5m + 2n)$;
 7) $-3,5(3a - 2b) + 2(1,3a - b)$;

$$8) 0,5(0,7y - 0,3) - 0,7(0,5y + 0,4);$$

$$9) -(8a - 13) + 3(4 - 3a).$$

1099.° Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

$$1) -4x - 8(9 - 2x);$$

$$2) \frac{1}{3}(12 - 2,1y) + 0,3y;$$

$$3) 6(3x - 2) + 4(5x - 1);$$

$$4) -7(3 - 4c) + 14(0,5 + 2c);$$

$$5) -6(0,8a - 0,1b) + (3a - 7b) \cdot (-0,2);$$

$$6) -0,3(0,3c + 0,4d) + 0,4(0,2c - 0,1d);$$

$$7) 3(2,1x - y) - 2,8(2x - 3y);$$

$$8) 0,4(8t + 7) - 1,6(2t - 3);$$

$$9) 7(0,4x - 0,3) + (0,8 - 0,5x).$$

1100.° Вынесите за скобки общий множитель:

$$1) 5a + 5b;$$

$$4) 12a - 6b + 18c;$$

$$2) ax - bx;$$

$$5) 0,3ab + 1,3ac - a;$$

$$3) -6a + 6b - 6;$$

$$6) 9m - 6n + 12k - 15.$$

1101.° Вынесите за скобки общий множитель:

$$1) 3c - 3d;$$

$$3) 7a - 7b - 7c;$$

$$2) mx - my;$$

$$4) -12x - 8y + 20.$$

1102.° Возьмите в скобки два последних слагаемых, поставив перед скобками знак «+»:

$$1) -5 + 6 + 10 - 94;$$

$$3) -3,4 + p - k - 7,4;$$

$$2) a - b - c + d;$$

$$4) x - 2,4 + y + 3,6.$$

1103.° Возьмите в скобки два последних слагаемых, поставив перед скобками знак «-»:

$$1) 10 - 13 + 17 - 14;$$

$$3) -2,5 + x - y + 1,6;$$

$$2) a - b - c + d;$$

$$4) -a + b - c - d + m.$$

1104.° Запишите выражение, значение которого противоположно значению данного выражения при любом значении a :

$$1) a - 8;$$

$$2) a + 8;$$

$$3) -a + 8;$$

$$4) -a - 8.$$

1105.° Раскройте скобки:

$$1) -12 \left(\frac{5}{6}a - \frac{1}{4}b + \frac{7}{24}c - \frac{1}{12} \right);$$

$$2) \left(16a + 8b - \frac{5}{9}c - \frac{4}{9}d \right) \cdot \left(-\frac{9}{32}n \right);$$

$$3) -\frac{4}{15}bc \left(-45a - 30d - 3\frac{3}{4}m - \frac{3}{8} \right);$$

$$4) (-3,6ab + 20a - b - 100) \cdot (-5xy).$$

1106.* Раскройте скобки:

- 1) $\frac{3}{7}b(-14t - \frac{7}{9}y + 2\frac{1}{3}c)$;
- 2) $-1,2xy(5m - 6c + \frac{1}{6}t - \frac{5}{6})$;
- 3) $0,3mn(1,5 - 6bc + 7b - 10c)$.

1107.* Вычислите наиболее удобным способом:

- 1) $6,72 \cdot (-2\frac{1}{3}) + 3,72 \cdot 2\frac{1}{3}$;
- 2) $-7,2 \cdot 2\frac{2}{15} - 7,2 \cdot 3\frac{7}{15} - 7,2 \cdot (-4\frac{4}{15})$;
- 3) $-3\frac{9}{14} \cdot 0,3 - 0,3 \cdot (-1\frac{10}{21}) + 0,3 \cdot 1\frac{1}{6}$.

1108.* Вычислите наиболее удобным способом:

- 1) $-32,3 \cdot 7\frac{10}{13} + 2\frac{3}{13} \cdot (-32,3)$;
- 2) $1,6 \cdot (-5,3) - 2,4 \cdot (-5,3) - 4\frac{4}{5} \cdot 5,3$;
- 3) $-5,6 \cdot 4\frac{2}{3} + 6\frac{47}{48} \cdot 5,6 + 2\frac{5}{16} \cdot (-5,6)$.

1109.* Приведите подобные слагаемые:

- 1) $-\frac{1}{6}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{9}x - \frac{1}{2}y$;
- 2) $\frac{3}{7}a - \frac{2}{15}b - \frac{5}{14}a + \frac{7}{30}b$;
- 3) $-\frac{15}{16}m + \frac{7}{12}n + \frac{5}{12}m - \frac{3}{8}p - \frac{5}{8}n - \frac{1}{4}p$;
- 4) $\frac{7}{18}b - \frac{13}{28}c - \frac{5}{14}c - \frac{23}{36}b + \frac{4}{7}c + \frac{4}{9}b$.

1110.* Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $0,8y + 0,5y - 0,9y - 0,7y$, если $y = -1,8$;
- 2) $20a - 15b - 10a + 6b$, если $a = -0,3$, $b = 0,7$;
- 3) $a \cdot (-2,4) + 3,2a - (-4,8)$, если $a = -0,2$;
- 4) $6,2 \cdot b - b \cdot (-7,3) - (-4,5) \cdot (-b)$, если $b = -1,4$.

1111.* Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $-0,6x - 1,2x + 3,2x - 5,6x$, если $x = 3,5$;
- 2) $-2,7x + 3,6y + 4,5x - 5,8y$, если $x = -1\frac{1}{9}$, $y = -\frac{4}{11}$.

1112.* Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

- 1) $\frac{2}{3}(-\frac{3}{8}x + 6) - \frac{3}{7}(28 - \frac{7}{12}x)$;
- 2) $-\frac{2}{9}(2,7x - 1\frac{1}{2}y) - 1\frac{1}{6}(2,4x - 1\frac{5}{7}y)$.

- 1113.* Найдите значение выражения:
 1) $-6(2a - 7) + 4(5a - 6)$ при $a = -2,5$;
 2) $-1,1(2m - 4) - (2 - 3m) - 0,4(1 - m)$ при $m = -4$;
 3) $1\frac{1}{9}(3y - 9) - 8\frac{1}{3}(y - 6)$ при $y = 3,6$.
- 1114.* Найдите значение выражения:
 1) $7(3 - 4b) - 5(3b + 4)$ при $b = -0,2$;
 2) $-2(3,1x - 1) + 3(1,2x + 1) - 8(0,3x + 3)$ при $x = 0,8$;
 3) $-2\frac{4}{13}(13 - p) + 1\frac{1}{13}(26 - p)$ при $p = 3\frac{1}{4}$.
- 1115.* Вынесите за скобки общий множитель:
 1) $6ax - 12a + 9ay$; 3) $-8mn - 6mk - 10m$;
 2) $7ab + 14ac - 28a$; 4) $8abc - 24abd - 6ab$.
- 1116.* Вынесите за скобки общий множитель:
 1) $-1,2pc - 0,2mc + c$; 3) $-6ax - 30ay - 42az$;
 2) $-35ac - 15bc + 20abc$; 4) $9mnp + 45mnk - 27mn$.
- 1117.* Докажите, что значение выражения не зависит от значения переменной:
 1) $4(a - 3) - 3(6 - a) + (20 - 7a)$;
 2) $(3m - 7) \cdot 0,6 - 0,8(4m - 5) - (-1,7 - 1,4m)$.
- 1118.* Докажите, что при любом значении переменной:
 1) выражение $3(5,1k - 2,5) - 0,9(17k + 5)$ принимает отрицательное значение;
 2) выражение $-0,2(36x + 15) + 0,6(12x + 7)$ принимает положительное значение.
- 1119.* Докажите, что при любом целом значении n значение выражения:
 1) $5(4n - 4,2) - 7(2n - 3)$ кратно 6;
 2) $9(3n - 8) + 2(36 - 11n)$ кратно 5.
- 1120.* Найдите значение выражения:
 1) $m(n - k)$, если $k - n = -7$, $m = -4$;
 2) $4m - (m + 3n)$, если $m - n = -0,8$;
 3) $-3a - (8b - 15a)$, если $3a - 2b = -0,25$;
 4) $6(2x - 3y) - 2(x + y)$, если $2y - x = 17,8$;
 5) $7a(3b + 4c) - 3a(b + \frac{1}{3}c)$, если $a = -3\frac{1}{3}$, $3c + 2b = -1,6$.
- 1121.* Чему равно значение выражения:
 1) $5a - (3a - 10b)$, если $a + 5b = 1,7$;
 2) $-0,9x - (0,6x + 0,5y)$, если $3x + y = -0,2$;
 3) $2m(n - 4p) + 5mp$, если $m = 4$, $3p - 2n = -0,4$?

1122. Запишите выражение без знака модуля:

- 1) $|\pi - 3,14|$; 2) $|3 - \pi|$; 3) $|3,142 - \pi|$; 4) $|\pi - 3,15|$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ



1123. Знак какого арифметического действия надо поставить вместо звездочки, чтобы получилось верное равенство:

1) $\frac{6}{7} * 1\frac{1}{6} = 1$;

3) $3 * 2\frac{2}{11} = \frac{9}{11}$;

2) $\frac{2}{9} * \frac{5}{9} = \frac{2}{5}$;

4) $1,2 * \frac{5}{6} = 1?$

1124. Представьте в виде разности двух дробей с числителем 1 дробь:

1) $\frac{1}{12}$;

2) $\frac{2}{63}$;

3) $\frac{1}{4}$;

4) $\frac{3}{28}$;

5) $\frac{1}{24}$.

1125. До снижения цен стул стоил 160 грн. Какой стала цена стула после двух последовательных снижений, первое из которых было на 5 %, а второе — на 10 %?

1126. Из одного города одновременно в одном направлении выехали мотоциклист и велосипедист. Скорость велосипедиста 15 км/ч, что составляет $\frac{3}{16}$ скорости мотоциклиста. Каким будет расстояние между ними через $1\frac{3}{5}$ ч после начала движения?

1127. Одной дорогой в противоположных направлениях двигаются всадник со скоростью 14 км/ч и пешеход со скоростью 4 км/ч. Каким будет расстояние между ними через 15 мин, если сейчас расстояние между ними 3 км? Сколько решений имеет задача?

1128. В рыбном магазине в непрозрачном аквариуме плавают 10 карпов и 8 судаков. Покупатель хочет купить 3 карпа и 2 судака. Какое наименьшее количество рыб придется выловить продавцу, чтобы выполнить заказ покупателя?

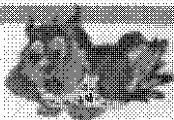
ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

1129. Используя действие умножения, проверьте, верно ли выполнено деление:

1) $0,12 : 0,3 = 0,4$;

2) $1\frac{1}{3} : 1\frac{7}{9} = \frac{3}{4}$.

Повтори содержание пункта 18 на с. 285.



1130. Население Украины составляет почти 48 миллионов человек. Докажите, что есть такой день в году, в который свой день рождения празднуют более 130 000 украинцев.

39. ДЕЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Как и в случае с положительными числами, частным двух рациональных чисел a и b ($b \neq 0$) будем называть такое рациональное число x , произведение которого с числом b равно числу a , то есть равенство $a : b = x$ справедливо, если справедливо равенство $b \cdot x = a$.

Например,

$$8 : (-2) = -4, \text{ поскольку } -2 \cdot (-4) = 8;$$

$$-12 : 4 = -3, \text{ поскольку } 4 \cdot (-3) = -12;$$

$$-26 : (-2) = 13, \text{ поскольку } -2 \cdot 13 = -26;$$

$$-0,16 : (-0,4) = 0,4, \text{ поскольку } -0,4 \cdot 0,4 = -0,16;$$

$$\frac{1}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{2}, \text{ поскольку } -\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3};$$

$$0 : \left(-7\frac{9}{14}\right) = 0, \text{ поскольку } -7\frac{9}{14} \cdot 0 = 0;$$

$$-2,5 : (-2,5) = 1, \text{ поскольку } -2,5 \cdot 1 = -2,5.$$

Теперь можно сделать такие выводы:

чтобы разделить два числа с разными знаками, надо разделить модуль делимого на модуль делителя и поставить перед полученным числом знак «-»;

чтобы разделить отрицательное число на отрицательное, надо разделить модуль делимого на модуль делителя.

Очевидно, что для любого рационального числа a

$$a : 1 = a$$

Если $a \neq 0$, то

$$a : a = 1, 0 : a = 0$$

На нуль делить нельзя.

1. Как разделить два числа с разными знаками?
 2. Как разделить два отрицательных числа?
 3. Чему равно частное любого числа и единицы? двух равных чисел, не равных нулю? двух противоположных чисел?

1131.° Заполните таблицу:

a	12	-12	-12	25	-40	-9	-8	0
b	-3	3	-3	-5	-8	-9	8	-6
$a : b$								

1132.° Выполните деление:

- 1) $24 : (-8)$; 5) $-2 : 8$; 9) $22 : \left(-\frac{11}{17}\right)$;
 2) $-72 : (-6)$; 6) $-1 : 25$; 10) $-\frac{14}{15} : 21$;
 3) $-11,34 : (-42)$; 7) $-0,72 : (-0,8)$; 11) $\frac{19}{25} : \left(-7\frac{3}{5}\right)$;
 4) $17 : (-5)$; 8) $-\frac{6}{35} : \frac{18}{25}$; 12) $-1\frac{5}{9} : 2\frac{13}{18}$.

1133.° Выполните деление:

- 1) $-36 : 9$; 5) $-21 : (-14)$; 9) $-12 : \left(-\frac{6}{7}\right)$;
 2) $-45 : (-5)$; 6) $6 : (-12)$; 10) $-\frac{3}{4} : (-5)$;
 3) $-78,2 : (-34)$; 7) $-8,4 : 0,07$; 11) $-1\frac{8}{27} : \left(-1\frac{5}{9}\right)$;
 4) $-13 : 2$; 8) $\frac{3}{14} : \left(-\frac{2}{21}\right)$; 12) $-3\frac{3}{26} : \left(-2\frac{10}{13}\right)$.

1134.° Решите уравнение:

- 1) $9x = -54$; 5) $2\frac{1}{7}x = -1\frac{11}{14}$;
 2) $1,2x = -6$; 6) $-3,78 : x = -0,6$;
 3) $13x = -6$; 7) $x : \left(-1\frac{3}{13}\right) = -0,26$;
 4) $-21x = 48$; 8) $18 : (-x) = 0,6$.

1135.° Решите уравнение:

- 1) $-5x = 30$; 3) $-7x = 4$;
 2) $-0,8x = -5,6$; 4) $-6x = -8$;

5) $\frac{2}{3}x = -\frac{3}{8}$;

7) $-\frac{32}{63} : x = \frac{8}{21}$;

6) $40,5 : x = -9$;

8) $x : \frac{2}{7} = -1,4$.

1136. °Какие из дробей $-\frac{a}{b}$; $\frac{-a}{b}$; $\frac{a}{-b}$; $\frac{-a}{-b}$; $\frac{a}{b}$ равны?

1137. °Выполните действия:

1) $3,2 : (-8) + (-4,8) : (-6)$;

2) $2,1 \cdot (-4) - 7,8 : (-6)$;

3) $14,4 : (-0,18) - 8,5 : (6,3 - 8)$.

1138. °Выполните действия:

1) $-5,4 : 0,6 + 9,6 : (-0,8)$;

2) $-3,5 \cdot 6 - 0,8 : (-0,16)$;

3) $-21,6 : (-0,12) + 9,6 : (8,9 - 11,3)$.

1139. °Найдите значение выражения:

1) $(-\frac{4}{15} + \frac{5}{9}) : (-\frac{26}{45})$;

3) $(-3\frac{3}{10} - 1\frac{8}{15}) : (-1\frac{2}{27})$;

2) $-12 : (-2\frac{1}{13}) + 1\frac{1}{4} : (-\frac{15}{46})$;

4) $(\frac{9}{20} - \frac{7}{8}) : (-\frac{7}{45} - \frac{2}{9})$.

1140. °Вычислите:

1) $(-\frac{3}{14} - \frac{8}{21}) : \frac{20}{21}$;

3) $(-4\frac{1}{12} + 3\frac{9}{10}) : 3\frac{3}{10}$;

2) $\frac{3}{8} : (-\frac{5}{8}) - (-2\frac{1}{4}) : (-1\frac{4}{11})$;

4) $(\frac{11}{14} - \frac{5}{6}) : (\frac{11}{14} - \frac{3}{4})$.

1141. °Решите уравнение:

1) $|x| : (-1,2) = -4$;

2) $-0,72 : |x| = -0,9$.

1142. °Решите уравнение:

1) $-3y - 9y + 5y = 2,1$;

2) $-2,4m + 3,8m + 1,2m = -0,052$;

3) $-\frac{3}{7}a + \frac{5}{6}a - \frac{8}{21}a = -\frac{1}{49}$;

4) $-8\frac{7}{16}c + 10\frac{19}{24}c - 3\frac{3}{8}c = -3\frac{1}{16}$;

5) $2,3x - (-7,2) \cdot x + x \cdot (-1,5) = -2,4$;

6) $3,4y + y \cdot (-8,1) - (-2,2) \cdot y = -10$.

1143. °Решите уравнение:

1) $-7x + 4x - 8x = -9,9$;

3) $\frac{1}{8}x - \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x = -\frac{5}{18}$;

2) $0,6y - 1,9y - 0,5y = 0,54$;

4) $-9\frac{5}{6}b + 2\frac{3}{4}b + 1\frac{5}{12}b = 1\frac{7}{27}$.

1144. °Выполните действия:

1) $-84 : 2,1 - 4,64 : (-5,8) - 6 : 24 + 1,4 : (-0,28)$;

2) $(-32,64 : 0,8 + 4,324 : (-0,46)) \cdot 1,5 + 28,16$;

1145.* Вычислите:

1) $2,46 : (-4,1) - 15 : 0,25 - 40 : (-25) + (-14,4) : (-0,32)$;

2) $(-12,16 : (-0,4) + 4,62 : (-0,3)) \cdot (-2,4) - 93,7$.

1146.* Найдите значение выражения:

1) $(2\frac{13}{48} - (-2\frac{5}{12})) : (-3\frac{3}{4}) + 9\frac{3}{4} : (-13)$;

2) $(1\frac{2}{3} - 3,6) : (-2\frac{7}{9} + 4\frac{1}{15}) \cdot (-2,6)$.

1147.* Выполните действия:

1) $(-2\frac{5}{9} + 1\frac{20}{21}) : 1\frac{8}{49} - 1\frac{7}{9} : (-6)$;

2) $(5\frac{5}{9} - 6,8) : (2\frac{13}{30} - 2\frac{1}{12}) \cdot 3,6$.

1148.* При каких значениях a и b верно равенство:

1) $a : b = 1$; 2) $a : b = -1$; 3) $a : b = 0$?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1149. Вместо звездочек поставьте такие цифры, чтобы:

1) число $*4*$ делилось нацело на 3 и на 10;

2) число $12 *4*$ делилось нацело на 9 и на 5;

3) число $67*$ делилось нацело на 2 и на 3.

Найдите все возможные решения.

1150. Рекс начал догонять преступника, когда тот был на расстоянии 1,2 км от него, и поймал его через 3 мин. С какой скоростью бежал пес, если преступник пытался убежать со скоростью 0,2 км/мин?

1151. В шкафу висели рубашки, из которых $\frac{1}{3}$ были белого цвета, а 5 рубашек — черного. Сколько всего рубашек было в шкафу, если 50 % из них были ни белыми, ни черными?

1152. Ученики шестого класса подготовили концертную программу из 6 номеров. Сколько вариантов программы концерта можно составить?

1153. Масса арбуза на 1 кг 200 г больше 60 % его массы. Какова масса арбуза?

1154. В семье Петренко девять детей и двое родителей. Средний возраст всех детей составляет 6 лет, а средний возраст всех членов семьи — 12 лет. Каков средний возраст родителей?

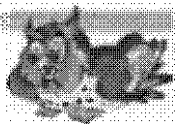


1155. Является ли корнем уравнения $4(x + 6) = x + 9$ число:
 1) -3; 2) 0; 3) 2; 4) -5?
1156. Является ли корнем уравнения $x^2 = 2x + 3$ число:
 1) 3; 2) -2; 3) -1; 4) 4?
1157. Какие из приведенных уравнений имеют бесконечно много корней, а какие — не имеют корней:
 1) $2x - 1 = 3$; 4) $2x + 2 = 2(x + 1)$;
 2) $3x + 2 = 2$; 5) $x + 2 = 3 + x$;
 3) $x + 2 = x + 2$; 6) $0 \cdot x = 3$?

Повтори содержание пункта 26 на с. 287.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

1158. В стране Севентаун семь городов, каждый из которых соединен дорогами более чем с двумя городами. Докажите, что из любого города можно доехать до любого другого (возможно, проезжая через другие города).



40. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

С помощью правила нахождения неизвестного слагаемого ты можешь легко решать уравнения вида $x + a = b$, где x — неизвестное число, a и b — известные числа. Имеем: $x = b - a$.

Например, решая уравнение $x + 2 = 5$, можно записать $x = 5 - 2$. Отсюда $x = 3$.

Так же решается уравнение $x + 5 = 2$:

$$x = 2 - 5$$

$$x = -3.$$

Кстати, не зная отрицательных чисел, невозможно найти корень этого уравнения.

А как решить, например, уравнение

$$2x - 1 = x + 5?$$

Ведь в нем две суммы, в каждой из которых есть неизвестное слагаемое.

В этом пункте мы научимся решать подобные уравнения, применяя новый, более совершенный способ решения.

Очевидно, если к обеим частям равенства прибавить (или из обеих частей вычесть) одно и то же число, то снова получим равенство, то есть

$$\text{если } a = b, \text{ то } a + c = b + c$$

Подобное свойство присуще и уравнению: *если к обеим частям данного уравнения прибавить (или из обеих частей вычесть) одно и то же число, то получится уравнение, имеющее те же корни, что и данное.*

Заметим, что когда данное уравнение не имеет корней, то, прибавив к обеим его частям одно и то же число, получим уравнение, которое также не имеет корней.

Применим это правило к уже рассмотренному уравнению $x + 2 = 5$. К обеим его частям прибавим число -2 . Получим:

$$\begin{aligned} x + 2 + (-2) &= 5 + (-2); \\ x &= 5 - 2. \end{aligned}$$

Мы видим, что слагаемое 2 «перепрыгнуло» из левой части уравнения в правую, изменив при этом знак на противоположный.

Если какое-нибудь слагаемое перенести из одной части уравнения в другую, изменив при этом его знак на противоположный, то получим уравнение, имеющее те же корни, что и данное.

Вернемся к уравнению $2x - 1 = x + 5$.

Перенесем слагаемое x из правой части уравнения в левую, а слагаемое -1 — из левой части в правую, изменив знаки этих слагаемых:

$$\begin{aligned} 2x - x &= 5 + 1; \\ x &= 6. \end{aligned}$$

Решим уравнение $\frac{1}{3}x = 4$. По правилу нахождения неизвестного множителя запишем:

$$\begin{aligned} x &= 4 : \frac{1}{3}; \\ x &= 12. \end{aligned}$$

Этот результат можно получить и другим способом. Умножим обе части данного уравнения на число 3. Получим: $3 \cdot \frac{1}{3}x = 3 \cdot 4$. Отсюда $x = 12$.

Если обе части уравнения умножить (или разделить) на одно и то же отличное от нуля число, то получим уравнение, имеющее те же корни, что и данное.

То, что делить обе части уравнение на 0 нельзя — это понятно. Но почему в приведенном правиле запрещено умножать на 0?

Объясним это на примере уравнения $2x = 4$. Очевидно, число 2 — единственный его корень. Если же обе части этого уравнения умножить на 0, то получим уравнение $0 \cdot 2x = 0 \cdot 4$, корнем которого является любое число. Следовательно, его корни не совпадают с корнями данного уравнения.

- ?
1. Какое уравнение получится, если к обеим частям данного уравнения прибавить одно и то же число?
 2. По какому правилу переносят слагаемые из одной части уравнения в другую?
 3. Какое уравнение получится, если умножить или разделить обе его части на одно и то же отличное от нуля число?

1159.° Решите уравнение:

- | | |
|-----------------------------|---|
| 1) $7x = -30 + 2x$; | 5) $0,2x + 4,3 = 0,4x - 6,5$; |
| 2) $16 - 18x = -25x - 12$; | 6) $0,6x + 100 = 0,9x + 1$; |
| 3) $-17x + 20 = 7x - 28$; | 7) $-\frac{9}{14}x + 18 = -\frac{2}{3}x + 17$; |
| 4) $20 - 2x = 27 + x$; | 8) $-\frac{8}{15}x - 11 = \frac{4}{9}x + 11$. |

1160.° Чему равен корень уравнения:

- | | |
|---------------------------|--------------------------------|
| 1) $3x = 28 - x$; | 4) $6x - 19 = -x - 10$; |
| 2) $5x + 12 = 8x + 30$; | 5) $0,7 - 0,2x = 0,3x - 1,8$; |
| 3) $33 + 8x = -5x + 72$; | 6) $0,1x + 9 = 0,2x - 4$; |

1161.° Решите уравнение:

- 1) $-6(x + 2) = 4x - 17$;
- 2) $(18x - 19) - (4 - 7x) = -73$;
- 3) $10x + 3(7 - 2x) = 13 + 2x$;
- 4) $-3(4 - 5y) + 2(3 - 6y) = -3,9$.

1162.° Найдите корень уравнения:

- 1) $9(x - 1) = x + 15$;
- 2) $(11x + 14) - (5x - 8) = 25$;
- 3) $12 - 4(x - 3) = 39 - 9x$;
- 4) $2(3x + 5) - 3(4x - 1) = 11,8$.

1163.* Решите уравнение:

1) $0,8(4x + 5) = -3,2$; 2) $-2,4(7 - 9y) = -48$.

1164.* Решите уравнение:

1) $-7(2 - 3x) = 56$; 2) $(5 + 7a) \cdot 15 = -30$.

1165.* Найдите корень уравнения:

1) $0,3m + 2(0,2m - 0,3) = 0,8 - 0,7(m - 2)$;

2) $0,6 - (1,3x + 1) = 2,8x - 13,52$;

3) $\frac{1}{8}(\frac{8}{9}y + 8) - \frac{1}{5}(\frac{5}{6}y + 1\frac{2}{3}) = 2$.

1166.* Решите уравнение:

1) $0,4(x - 3) - 1,6 = 5(0,1x - 0,5)$;

2) $1,5(2x - 5) + 2x = 5(0,5x - 1,5) - 10$;

3) $\frac{2}{3}(1\frac{1}{2}x + \frac{3}{5}) - \frac{4}{5}(\frac{5}{12}x - \frac{1}{2}) = 1\frac{3}{5}$.

1167.* Чему равен корень уравнения:

1) $-9(6x + 1) = -45(2x + 2,6)$;

2) $0,6(2x + 1) = -1,8(3x - 4)$?

1168.* Решите уравнение:

1) $-1,4(x - 6) = 7(4x + 1,2)$;

2) $2,6(0,4x - 1,4) = -3,9(1,2x - 0,9)$.

1169.* Решите уравнение:

1) $\frac{x + 0,4}{8} = \frac{0,7 - x}{3}$; 2) $\frac{5}{6} = \frac{5x + 6}{2x + 3,2}$.

1170.* Чему равен корень уравнения:

1) $\frac{x - 8}{x + 2} = \frac{7}{3}$; 2) $\frac{4}{x - 1,2} = \frac{15}{x - 10}$?

1171.* Решите уравнение:

1) $\frac{x}{12} - \frac{x}{8} = \frac{7}{6}$; 2) $\frac{13x}{21} + \frac{9x}{14} = -1$; 3) $-\frac{3x}{10} - \frac{7}{15} = \frac{x}{6}$.

1172.* Найдите корень уравнения:

1) $\frac{x}{3} + \frac{x}{12} = \frac{15}{4}$; 2) $\frac{7x}{9} - \frac{3x}{4} = \frac{5}{12}$; 3) $1 - \frac{8x}{15} = \frac{4x}{9}$.

1173.* При каком значении переменной:

1) значение выражения $5x - 0,4(7x - 9)$ равно 2,94;

2) выражения $0,4(6 - 4y)$ и $0,5(7 - 3y) - 1,9$ принимают равные значения;

3) значение выражения $-3(2,1x - 4) - 1,6$ на 2,6 больше значения выражения $1,2(0,5 - 5x)$;

4) значение выражения $a + 8$ в 7 раз меньше значения выражения $90 - 3a$?

1174. При каком значении переменной:
- 1) значение выражения $2,5x + 3(0,5x - 1,8)$ равно 3,8;
 - 2) выражения $7 - 2x$ и $9x - 8(x + 1)$ принимают равные значения;
 - 3) значение выражения $3(m + 1,4) - 6,4$ на 0,7 меньше значения выражения $8m - 15(m - 1,1)$;
 - 4) значение выражения $5n - 1$ в 6 раз больше значения выражения $2n - 13$?
1175. При каком значении a уравнение:
- 1) $5ax = 14 - x$ имеет корень, равный числу 4;
 - 2) $(2a + 1)x = -6a + 2x - 13$ имеет корень, равный числу -1?
1176. При каком значении a уравнение:
- 1) $4ax = 84$ имеет корень, равный числу -3;
 - 2) $(a - 7)x = 6 + 5a$ имеет корень, равный числу 1?
1177. Решите уравнение:
- 1) $3(6x - 1) = 2(9x + 1) - 10$;
 - 2) $1,4(2 - 5x) = 15 - (7x + 12,2)$.
1178. Решите уравнение:
- 1) $20 - 4x = 8(3x + 2,5) - 28x$;
 - 2) $4x + 9 = 5(2x - 7) - 6x$.
1179. При каких значениях a не имеет корней уравнение:
- 1) $ax = 1$;
 - 2) $(a - 2)x = 3$?
1180. Найдите все целые значения a , при которых корень уравнения является целым числом:
- 1) $ax = -14$;
 - 2) $(a - 2)x = 12$.
1181. Найдите все целые значения m , при которых корень уравнения является натуральным числом:
- 1) $mx = 20$;
 - 2) $(m + 3)x = -18$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1182. Сколько процентов число 4 составляет от обратного ему числа?
1183. Сколько процентов число 5 составляет от числа, являющегося его квадратом?
1184. Стоимость шкафа снизили на 12 %, после чего он стал стоить 704 грн. Какой была первоначальная стоимость шкафа?
1185. Некоторое число сначала увеличили на 10 %, а потом уменьшили результат на 10 %. Установите, получен-

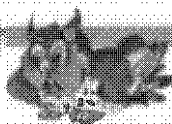


ное число больше или меньше начального и на сколько процентов.

1186. На столе стояла коробка с конфетами. Женя взял половину конфет, а Катя — треть остальных, после чего в коробке осталось 6 конфет. Сколько конфет было в коробке сначала?
1187. Из 6 девочек и 3 мальчиков нужно выбрать одного ученика для дежурства в школьной столовой. Какова вероятность того, что дежурным будет мальчик?
1188. Двузначное число, первая цифра которого 5, разделили на однозначное и получили остаток 8. Найдите делимое и делитель.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

1189. В шахматной доске размером 8×8 клеточек вырезали крайнюю левую верхнюю и крайнюю правую нижнюю клеточки. Можно ли остальные клеточки замостить косточками домино, покрывая одной косточкой ровно две клеточки доски?



41. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ

Пример 1. В трех шестых классах учится 101 ученик.

Количество учеников 6-Б класса составляет $\frac{6}{7}$ количества учеников 6-А класса, количество учеников 6-В класса — 120 % количества учеников 6-Б. Сколько учеников в каждом классе?

Пусть в 6-А классе учится x учеников, тогда в 6-Б классе — $\frac{6}{7}x$ учеников, а в 6-В классе, учитывая, что $120\% = 1,2$, учится $\frac{6}{7}x \cdot 1,2 = \frac{6}{7}x \cdot \frac{6}{5} = \frac{36}{35}x$ (учеников). Поскольку в шестых классах всего 101 ученик, то составим уравнение:

$$x + \frac{6}{7}x + \frac{36}{35}x = 101.$$

Тогда

$$\left(x + \frac{6}{7}x + \frac{36}{35}x\right) \cdot 35 = 101 \cdot 35;$$

$$35x + 35 \cdot \frac{6}{7}x + 35 \cdot \frac{36}{35}x = 3535;$$

$$35x + 30x + 36x = 3535;$$

$$101x = 3535;$$

$$x = 35.$$

Итак, в 6-А классе учатся 35 учеников, в 6-Б — $35 \cdot \frac{6}{7} = 30$ (учеников), в 6-В — $30 \cdot 1,2 = 36$ (учеников).

Ответ: 35 учеников, 30 учеников, 36 учеников.

Пример 2. На двух полках было поровну книг. После того как с первой полки взяли 8 книг, а со второй — 24 книги, на первой полке осталось в 3 раза больше книг, чем на второй. Сколько книг было на каждой полке сначала?

Пусть на каждой полке сначала было по x книг. Потом на первой стало $(x - 8)$ книг, а на второй — $(x - 24)$ книги. Поскольку по условию значение выражения $x - 8$ в 3 раза больше, чем значение выражения $x - 24$, то $x - 8 = 3(x - 24)$. Тогда

$$x - 8 = 3x - 72;$$

$$x - 3x = -72 + 8;$$

$$-2x = -64;$$

$$x = 32.$$

Ответ: 32 книги.

Пример 3. Определите, через сколько лет возраст отца станет втрое больше, чем возраст его сына, если в этом году отцу исполняется 32 года, а сыну — 12 лет.

Пусть отец станет втрое старше своего сына через x лет. Тогда сыну будет $(12 + x)$ лет, а отцу — $(32 + x)$ лет, что в 3 раза больше, чем сыну. Получаем уравнение:

$$3(12 + x) = 32 + x;$$

$$36 + 3x = 32 + x;$$

$$3x - x = 32 - 36;$$

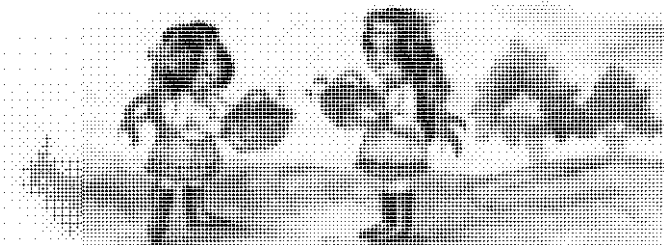
$$2x = -4;$$

$$x = -2.$$

На первый взгляд, этот ответ кажется довольно странным, но если подсчитать возраст отца и возраст сына через «минус 2 года», то получим 30 лет и 10 лет. Тогда понятно, что нужное соотношение возраста отца и возраста сына было 2 года назад.

1190. Лис Микита и Барсук Бабай наловили 215 окуньков, причем Микита поймал в 4 раза больше, чем Бабай. Сколько окуньков поймал каждый из них?

1191. Буратино заплатил за дневник и учебник «Арифметика» 96 сольдо, причем дневник стоил в 5 раз меньше, чем учебник. Сколько сольдо заплатил Буратино за дневник и сколько за учебник?
1192. 1) Моркови вырастили в 3 раза меньше, чем капусты. Сколько килограммов капусты вырастили, если известно, что ее было на 42 кг больше, чем моркови?
2) Во время похода туристы прошли пешком в 8 раз больше, чем проплыли по озеру. Сколько километров составляет длина всего маршрута, если по озеру туристы проплыли на 35 км меньше, чем прошли пешком?
1193. 1) Незнайка съел на завтрак в 7 раз меньше вареников, чем Пончик. Сколько вареников съел каждый из них, если Пончик съел на 48 вареников больше, чем Незнайка?
2) Заготовили липовый и гречишный мед, причем липового меда было в 9 раз больше, чем гречишного. Сколько всего меда заготовили, если гречишного было на 56 кг меньше, чем липового?
1194. За первое полугодие Петя и Вася получили вместе 43 оценки «12» по математике, причем Петя получил на 9 таких оценок больше, чем Вася. Сколько оценок «12» получил каждый мальчик?
1195. Галя и Маруся собрали 24,6 кг клубники, причем Галя собрала на 4,8 кг меньше, чем Маруся. Сколько килограммов клубники собрала каждая девочка?



1196. Периметр прямоугольника равен 12,8 см, а одна из его сторон на 2,4 см меньше другой. Найдите площадь прямоугольника.

1197. °Одна из сторон прямоугольника в 15 раз больше другой, а его периметр равен 19,2 см. Найдите площадь прямоугольника.
1198. °На изготовление мечей для Ильи Муромца, Алеши Поповича и Добрыни Никитича пошло 250 пудов железа. Меч Ильи Муромца в 2 раза тяжелее меча Алеши Поповича, а меч Добрыни Никитича — на 14 пудов тяжелее меча Алеши Поповича. Сколько пудов железа пошло на меч Ильи Муромца?
1199. °Суммарная масса фрекен Бок, Карлсона и Малыша равна 174 кг. Масса Малыша в 4 раза меньше массы фрекен Бок и на 30 кг меньше массы Карлсона. Найдите массу каждого из них.
1200. °Периметр треугольника равен 166 см. Одна из его сторон в 5 раз больше второй, которая на 68 см меньше третьей. Вычислите длины сторон треугольника.
1201. °Одна сторона треугольника в 7 раз меньше второй и на 66 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 174 см.
1202. °Килограмм апельсинов дороже килограмма яблок на 3,2 грн. За 5 кг апельсинов заплатили столько, сколько за 9 кг яблок. Сколько стоит 1 кг апельсинов? 1 кг яблок?
1203. °За 6 кг мармелада заплатили столько, сколько за 3,6 кг шоколадных конфет. Какова цена каждого вида конфет, если 1 кг мармелада дешевле 1 кг шоколадных конфет на 5 грн.?
1204. °Дед Панас засолил 122 кг капусты в 7 больших и 4 маленьких кадках. Сколько килограммов капусты входило в каждую кадку, если в большой кадке было на 8 кг капусты больше, чем в маленькой?
1205. °Фермер продал на базаре 8 кг сала и 15 кг копченого мяса за 592 грн. Сколько стоил 1 кг сала и сколько 1 кг копченого мяса, если сало дешевле мяса на 18 грн.?
1206. °Пешеход преодолел расстояние между двумя поселками за 7 ч, а всадник — за 3 ч. Найдите скорости пешехода и всадника, если скорость пешехода на 5,6 км/ч меньше скорости всадника.

1207. Для перевозки школьников в спортивный лагерь понадобилось 12 автобусов малой вместимости или 5 автобусов большей вместимости. Сколько школьников нужно было перевезти, если в большом автобусе на 35 мест больше, чем в маленьком?
1208. Гриць-школяр и Федько-халамидник собирали грибы. Гриць собрал в 5 раз больше грибов, чем Федько. В лесу они встретили бабу Палажку и деда Панаса. Гриць подарил бабе Палажке 19 грибов, а Федько получил от деда Панаса 29 грибов. После этого грибов у мальчиков стало поровну. Сколько грибов нашел каждый мальчик?
1209. Белочки Рыженькая и Желтенькая собирали орехи, причем Рыженькая собрала в 8 раз меньше орехов, чем Желтенькая. Тогда Желтенькая отдала Рыженькой 42 своих ореха, после чего орехов у белочек стало поровну. Сколько орехов собрала каждая белочка?
1210. За три дня яхта капитана Врунгеля преодолела 222 км, причем за второй день она преодолела $\frac{7}{8}$ расстояния, пройденного за первый день, а за третий — 90 % того, что за первый. Сколько километров проходила яхта каждый день?
1211. Четверо рабочих изготовили 152 детали. Второй рабочий изготовил $\frac{5}{6}$ количества деталей, изготовленных первым, третий — 90 % того, что изготовил второй, а четвертый — на 8 деталей меньше, чем третий. Сколько деталей изготовил каждый рабочий?
1212. Аладдин купил сливочное мороженое по 12 драхм за порцию и шоколадное — по 18 драхм. Сколько порций каждого вида мороженого купил Аладдин, если всего он купил 24 порции, заплатив за всю покупку 372 драхмы?
1213. Карлсон купил 16 пирожных по 10 крон и по 16 крон, заплатив всего 202 кроны. Сколько пирожных каждого вида купил Карлсон?
1214. Двум школам выделили на ремонт одинаковую сумму денег. Когда для первой школы купили строительные материалы стоимостью 20 000 грн., а для второй — стоимостью 12 000 грн., то в распоряжении второй

школы осталось денег в 9 раз больше, чем у первой. Сколько гривен было выделено каждой школе?

1215. В две цистерны для полива огорода налили одинаковое количество воды. Когда из первой цистерны использовали 47 л воды, а из второй — 23 л, то в первой осталось в 3 раза меньше воды, чем во второй. Сколько литров воды было в каждой цистерне вначале?

1216. У Пети было в 5 раз больше денег, чем у Лены. Когда Петя купил книгу за 27 грн., а Лена — куклу за 8 грн., то у Лены осталось на 33 грн. меньше, чем у Пети. Сколько денег было у каждого из них вначале?

1217. В одной кадке было в 4 раза больше меда, чем в другой. Когда из первой кадки взяли 210 кг меда, а из второй — 10 кг, то во второй осталось на 20 кг больше, чем в первой. Сколько килограммов меда было в каждой кадке вначале?

1218. Из одного города в другой выехала машина со скоростью 65 км/ч, а через 2 ч после этого из второго города навстречу ей выехала вторая машина со скоростью 75 км/ч. Найдите время, которое была в дороге каждая машина до момента встречи, если расстояние между городами равно 690 км.

1219. Из села в направлении города выехал мотоциклист со скоростью 80 км/ч. Через 3 ч из города в село выехал велосипедист со скоростью 18 км/ч. Сколько часов ехал до встречи каждый из них, если расстояние между городом и селом равно 436 км?

1220. В одном баке было 140 л воды, а в другом — 108 л. Баки одновременно открыли. Из первого бака каждую минуту вытекает 5 л воды, а из второго — 6 л. Через сколько минут во втором баке останется в 2,5 раза меньше воды, чем в первом?

1221. Виталику нужно решить 95 задач, а Мише — 60. Виталик ежедневно решает 7 задач, а Миша — 6. Через сколько дней у Виталика останется вдвое больше нерешенных задач, чем у Миши, если они начали решать задачи в один и тот же день?

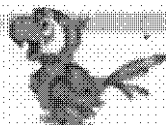
1222. Лодка плыла 1,4 ч по течению реки и 1,7 ч против течения. Путь, который проплыла лодка по течению,

- оказался на 2,2 км меньше пути, который она проплыла против течения. Найдите скорость течения реки, если скорость лодки в стоячей воде 28 км/ч.
1223. Туристы на байдарке плыли 2,4 ч по течению реки и 1,8 ч против течения. Путь, который байдарка проплыла по течению, был на 14,1 км больше, чем путь, пройденный против течения. Найдите скорость байдарки в стоячей воде, если скорость течения 2,5 км/ч.
1224. Готовясь к экзамену, ученик планировал ежедневно решать 12 задач. Однако он решал ежедневно на 4 задачи больше и уже за 3 дня до экзамена ему осталось решить 8 задач. Сколько дней ученик планировал готовиться к экзамену?
1225. Мастер планировал ежедневно изготавливать по 24 детали, чтобы выполнить заказ вовремя. Но поскольку он изготавливал ежедневно на 15 деталей больше, то уже за 6 дней до окончания срока работы он изготовил 21 деталь сверх плана. Сколько дней мастер должен был работать над заказом?
1226. В одной цистерне было 900 л воды, а в другой — 700 л. Когда из второй цистерны вылили воды вдвое больше, чем из первой, то в первой осталось воды втрое больше, чем во второй. Сколько литров воды вылили из каждой цистерны?
1227. В одном ящике было 60 кг конфет, а в другом — 100 кг. Когда из второго ящика продали в 4 раза больше конфет, чем из первого, то в первом осталось в 2 раза больше конфет, чем во втором. Сколько килограммов конфет продали из каждого ящика?
1228. Ежеминутно в одну бочку из крана наливалось 3 л воды, а в другую из второго крана — 2 л. В 12 ч в первой бочке было 21 л воды, а во второй — 54 л. Определите, в котором часу в первой бочке было в 4 раза меньше воды, чем во второй.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1229. Найдите:

- 1) сумму квадратов чисел $-0,8$ и $0,6$;
- 2) квадрат суммы чисел $-0,5$ и $-1,2$;



3) сумму кубов чисел -2 и 3 ;

4) куб суммы чисел -2 и 3 .

1230. Олесь и Тарас сдают экзамен по математике. Поскольку они оба увлекаются ею, то, скорее всего, получают оценку или 12 , или 11 , или 10 . Сколько существует вариантов пар оценок, полученных ими на экзамене?

1231. В школе шесть шестых классов. В 6-Б классе учеников на одного больше, чем в 6-А, в 6-В — на одного больше, чем в 6-Б, и так далее. Укажите, каким из следующих чисел обязательно будет общее количество шестиклассников:

1) простым числом;

2) четным числом;

3) нечетным числом.

1232. В двузначном числе зачеркнули одну цифру, и оно уменьшилось в 31 раз. Какую цифру и в каком числе зачеркнули?

1233. Найдите значение выражения:

$$1) \left(-2,04 : \frac{1}{25} - 3,61 : \left(-\frac{19}{40} \right) \right) : \left(-2\frac{4}{5} \right) + 0,6 : (-0,9);$$

$$2) \left(7,7 : \left(-\frac{11}{40} \right) - 3,8 : \left(-\frac{1}{20} \right) \right) \cdot \left(-\frac{5}{16} \right) - 0,4 : (-0,36).$$

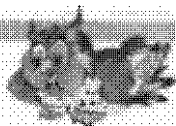
ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

1234. Из вершины B развернутого угла ABC провели луч BK так, что $\angle ABK = 108^\circ$. Луч BD — биссектриса угла CBK . Вычислите градусную меру угла DBK .

Повтори содержание пункта 30 на с. 289.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

1235. Существует ли 1005 натуральных чисел (не обязательно разных), сумма которых равна их произведению?



42. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПРЯМЫЕ

Изобразим развернутый угол AOB и проведем его биссектрису OC (рис. 90).

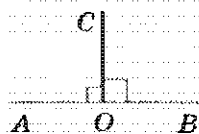


Рис. 90

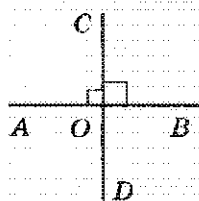
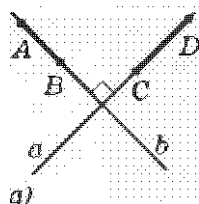
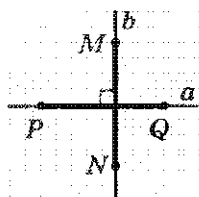


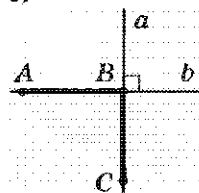
Рис. 91



а)



б)



в)

Рис. 92

Поскольку градусная мера развернутого угла равна 180° , то $\angle AOC + \angle COB = 180^\circ$.

Учитывая, что углы AOC и COB равны, имеем: $\angle AOC = \angle COB = 90^\circ$.

Если луч OC на рис. 90 достроить до прямой CD , то получим рис. 91. Поскольку $\angle COD$ — развернутый, а $\angle AOC$ — прямой, то $\angle AOD$ — также прямой. Аналогично можно показать, что $\angle DOB$ — прямой.

Следовательно, при пересечении прямых AB и CD образовалось четыре прямых угла.

Две прямые, при пересечении которых образуются прямые углы, называют перпендикулярными прямыми.

То, что прямые AB и CD , изображенные на рис. 91, перпендикулярны, записывают так:

$AB \perp CD$ или $CD \perp AB$.

Если перпендикулярные прямые обозначить буквами a и b , то можно записать $a \perp b$ (читают: «прямая a перпендикулярна прямой b » или «прямые a и b перпендикулярны»).

На рис. 92 изображены пары отрезков, лежащих на перпендикулярных прямых a и b . Такие отрезки также называют перпендикулярными.

Перпендикулярными бывают также: два луча (рис. 93), луч и отрезок (рис. 94), луч и прямая (рис. 95), отрезок и прямая.

Перпендикулярные прямые можно построить с помощью угольника (рис. 96) или транспортира (рис. 97).

С помощью угольника можно также через данную точку M провести прямую, перпендикулярную данной прямой a (рис. 98).

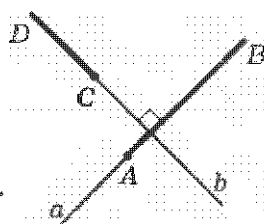


Рис. 93

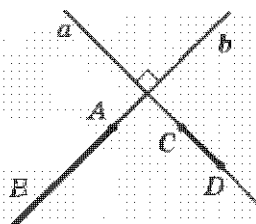


Рис. 94

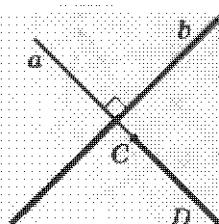


Рис. 95

Обратим внимание, что и раньше тебе были известны геометрические фигуры, элементы которых перпендикулярны. Например, стороны AC и BC прямоугольного треугольника ABC перпендикулярны (рис. 99). Любые соседние стороны прямоугольника перпендикулярны (рис. 100), любые два из трех ребер прямоугольного параллелепипеда, выходящих из одной вершины, перпендикулярны (рис. 101).

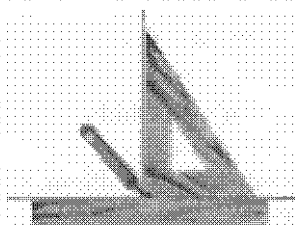


Рис. 96

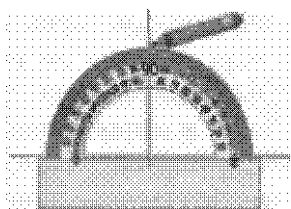
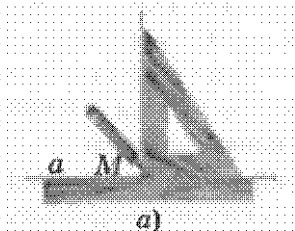
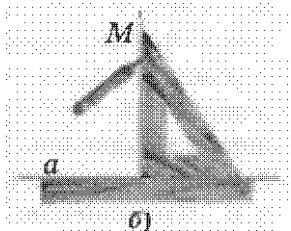


Рис. 97



а)



б)

Рис. 98

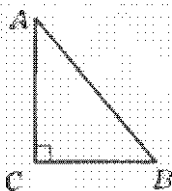


Рис. 99

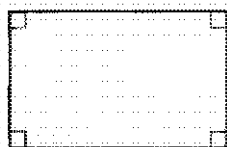


Рис. 100

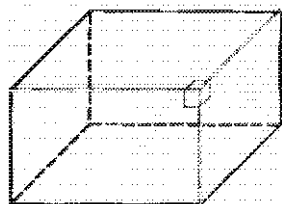


Рис. 101

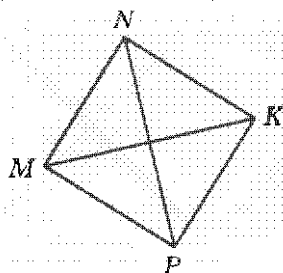


Рис. 102

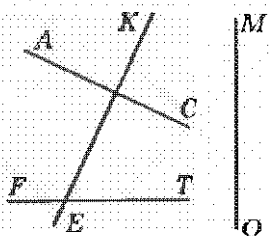


Рис. 103

- ?
1. Какие две прямые называют перпендикулярными?
 2. Каким символом обозначают перпендикулярные прямые?
 3. Как читается запись $m \perp n$?
 4. Какие отрезки называют перпендикулярными?

1236.° На рис. 102 изображен квадрат $MKNP$. Запишите все пары перпендикулярных прямых.

1237.° Найдите на рис. 103 пары перпендикулярных прямых и запишите их.

1238.° Перерисуйте в тетрадь рис. 104. Проведите через точку M прямую, перпендикулярную прямой a .

1239.° Проведите прямую d и отметьте точку M , ей не принадлежащую. С помощью угольника проведите через точку M прямую, перпендикулярную прямой d .

1240.° Проведите прямую c и отметьте точку K , принадлежащую ей. Пользуясь угольником, проведите через точку K прямую, перпендикулярную прямой c .

1241.° Начертите прямоугольник $ABCD$, соедините точки A и C . Проведите через точку B прямую, перпендикулярную прямой AC .

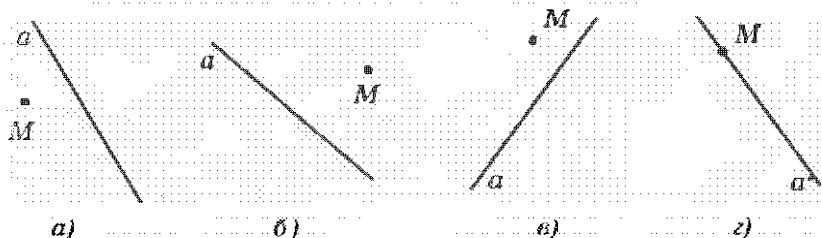


Рис. 104

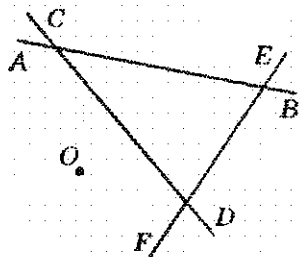


Рис. 105

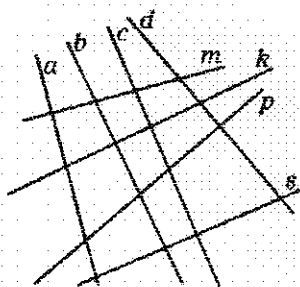


Рис. 106

1242.° Начертите треугольник: 1) остроугольный; 2) тупоугольный; 3) прямоугольный. Проведите через каждую вершину треугольника прямую, перпендикулярную противоположной стороне.

1243.° Начертите угол ABK , градусная мера которого равна: 1) 73° ; 2) 146° . Отметьте на луче BK точку C и проведите через нее прямые, перпендикулярные прямым AB и BK .

1244.° Перерисуйте в тетрадь рис. 105. Проведите через точку O прямые, перпендикулярные прямым AB , CD и EF .

1245.° Начертите остроугольный треугольник и отметьте внутри него точку. Проведите через эту точку прямые, перпендикулярные сторонам треугольника.

1246.° Начертите четырехугольник $ABCD$ так, что:

- 1) $AB \perp AD$; 3) $AB \perp AD, BC \perp CD$.
- 2) $AB \perp AD, AB \perp BC$;

1247.° С помощью угольника определите, какие из прямых, изображенных на рис. 106, перпендикулярны.

1248.° Начертите два перпендикулярных отрезка так, чтобы они: 1) пересекались; 2) не имели общих точек; 3) имели общий конец.

1249.° Начертите два перпендикулярных луча так, чтобы они: 1) пересекались; 2) не имели общих точек.

1250.° На рис. 107 $AB \perp CD$, $\angle MOC + \angle BOK = 130^\circ$, $\angle COK = 42^\circ$. Найдите: 1) $\angle MOK$; 2) $\angle MOD$.

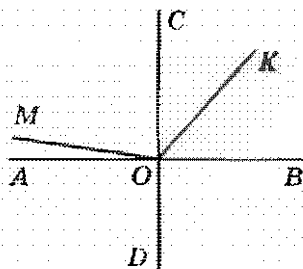
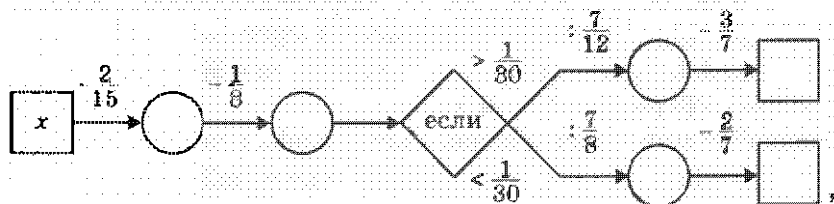


Рис. 107

1251. На рис. 108 $AC \perp DK$, $OB \perp BF$, $\angle DBO = 54^\circ$. Вычислите градусную меру угла ABF .
1252. Как построить перпендикулярные прямые, пользуясь шаблоном угла, который равен: 1) 15° ; 2) 18° ?
1253. Пользуясь угольником и шаблоном угла 17° , постройте угол, градусная мера которого: 1) 5° ; 2) 12° .
1254. Пользуясь угольником и шаблоном угла 20° , постройте угол, градусная мера которого 10° .

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1255. Сумма цифр двузначного числа равна 8, число десятков в 3 раза меньше числа единиц. Найдите это число.
1256. Скорость течения реки составляет 0,09 собственной скорости катера. Найдите скорость катера против течения реки, если скорость течения равна 1,8 км/ч.
1257. Среди учеников шестого класса четверо хорошо поют, двое выразительно читают стихи, а трое красиво танцуют. Сколькими способами из певца, чтеца и танцора можно организовать концертную бригаду?
1258. Заполните пропуски в цепочке вычислений:



если: 1) $x = 1\frac{1}{8}$; 2) $x = 1\frac{1}{4}$.

1259. Сегодня Василию Ивановичу исполнилось 80 лет, а его детям — 34, 36 и 40. Сколько лет прошло с того времени, когда возраст отца был в 2 раза больше общего возраста его детей?
1260. Верно ли, что $|a| + a = 2a$ при любом значении a ?
1261. Найдите значение выражения:

$$\left(6\frac{1}{7} - 5,75\right) \cdot \left(-1\frac{3}{11}\right) + \left(2,75 - 1\frac{5}{6}\right) : \frac{1}{6}.$$

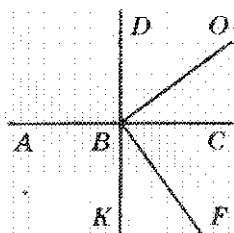


Рис. 108

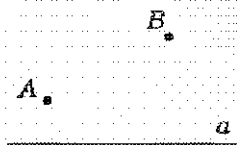


Рис. 109

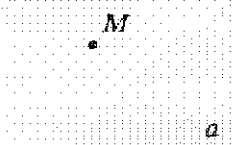


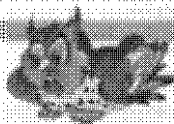
Рис. 110

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

1262. Через каждую из точек A и B (рис. 109) проведите прямую, перпендикулярную прямой a .
1263. Через точку M (рис. 110) проведите прямую b , перпендикулярную прямой a , и прямую c , перпендикулярную прямой b .

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

1264. Существует ли равнобедренный треугольник, внутри которого можно расположить другой равнобедренный треугольник с такими же боковыми сторонами?



43. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

Рассмотрим на плоскости прямую a и точку M , не принадлежащую этой прямой (рис. 111). Через точку M можно провести бесконечно много прямых. Почти все они пересекут прямую a . И только одна из них прямую a не пересечет (на рис. 112 эта прямая обозначена буквой b). В таких случаях говорят, что прямые a и b параллельны.

Две прямые на плоскости, которые не пересекаются, называют параллельными.

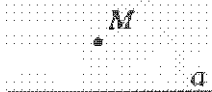


Рис. 111

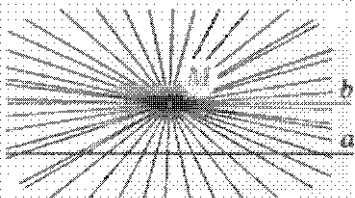


Рис. 112

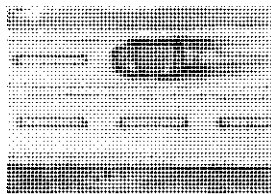


Рис. 113

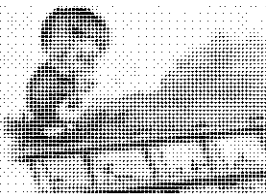


Рис. 114

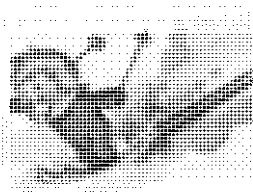


Рис. 115

Если прямые a и b параллельны, то это записывают так: $a \parallel b$ (читают: «прямая a параллельна прямой b » или «прямые a и b параллельны»).

С параллельными прямыми мы часто встречаемся в повседневной жизни. Представление о параллельных прямых дают линии дорожной разметки (рис. 113), рельсы на прямолинейном участке железной дороги (рис. 114), след, который оставляет лыжник, двигаясь прямолинейно (рис. 115). Параллельные линии можно найти в твоей тетради.

С параллельностью ты также встречался, когда изучал прямоугольник и прямоугольный параллелепипед. Так, противоположные стороны прямоугольника лежат на параллельных прямых (рис. 116), на параллельных прямых лежат, например, пары ребер A_1B_1 и C_1D_1 , AA_1 и CC_1 прямоугольного параллелепипеда (рис. 117).

Кстати, прямые A_1B_1 и AD также не пересекаются. Однако они не лежат в одной плоскости, поэтому параллельными их не считают, а называют скрещивающимися.

Как и в случае перпендикулярности, можно говорить о параллельных отрезках и лучах. Например, параллельными будем называть отрезки, лежащие на параллельных прямых. Так, противоположные стороны прямоугольника параллельны; в прямоугольном параллелепипеде (рис. 117) параллельными являются, например, ребра AB и CD , BB_1 и DD_1 .

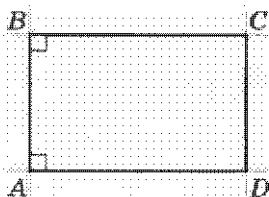


Рис. 116

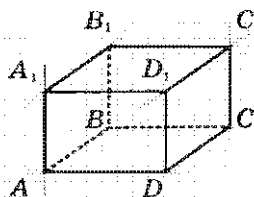


Рис. 117

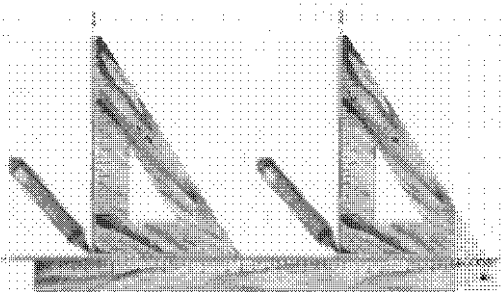


Рис. 118

На рис. 116 каждая из прямых BC и AD перпендикулярна прямой AB , при этом $BC \parallel AD$. Это не случайно, поскольку справедливо такое свойство:

если две прямые, лежащие в одной плоскости, перпендикулярны третьей, то они параллельны.

Это свойство дает возможность с помощью линейки и угольника строить параллельные прямые (рис. 118).

?

1. Каким может быть взаимное расположение двух прямых на плоскости?
2. Какие две прямые называют параллельными?
3. Каким символом обозначают параллельность прямых?
4. Как читают запись $m \parallel n$?
5. Какие отрезки называют параллельными?
6. Можно ли считать два отрезка параллельными, если они лежат в одной плоскости и не имеют общих точек?
7. Каково взаимное расположение двух прямых, которые лежат в одной плоскости и перпендикулярны третьей?

1265.° Перерисуйте в тетрадь рис. 119. Проведите через каждую из точек A и B прямую, параллельную прямой m .

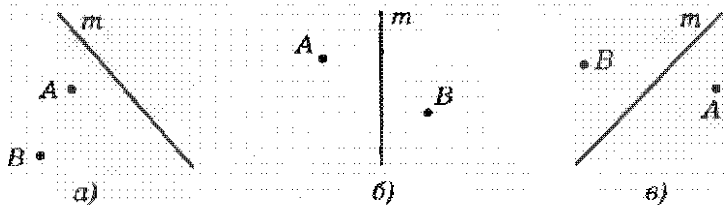
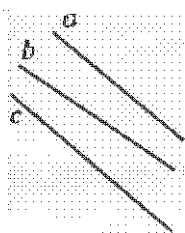
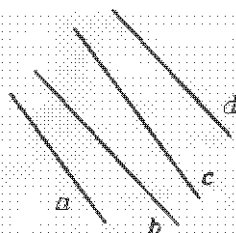


Рис. 119



а)



б)

Рис. 120

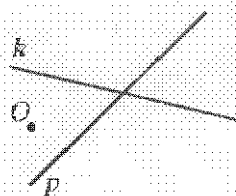


Рис. 121

1266.° Определите на глаз, а потом проверьте с помощью угольника и линейки, какие из прямых, изображенных на рис. 120, параллельны.

1267. На рис. 121 изображены две пересекающиеся прямые k и p и точка O , не принадлежащая ни одной из них. Проведите через точку O прямые, параллельные прямым k и p .

1268.° Начертите угол MKE , градусная мера которого равна: 1) 58° ; 2) 116° ; 3) 90° . Отметьте между сторонами угла точку P и проведите через эту точку прямые, параллельные сторонам угла.

1269. Начертите треугольник и проведите через каждую его вершину прямую, параллельную противоположной стороне.

1270.* Перерисуйте в тетрадь рис. 122. Проведите прямые BC , CE , AD , DF , BE и AF . Определите, какие из этих прямых параллельны.

1271.* Начертите четырехугольник, у которого:
1) две стороны параллельны, а две другие — не параллельны; 2) противоположные стороны параллельны.

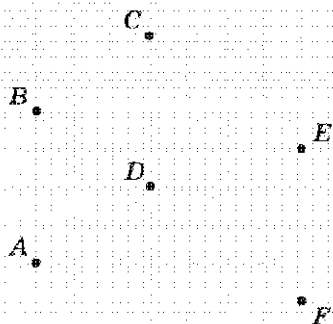


Рис. 122

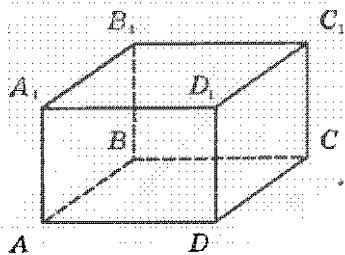


Рис. 123

1272. На рис. 123 изображен прямоугольный параллелепипед. Найдите пары:

1) параллельных ребер; 2) ребер, которые не пересекаются но не являются параллельными.

1273. Начертите:

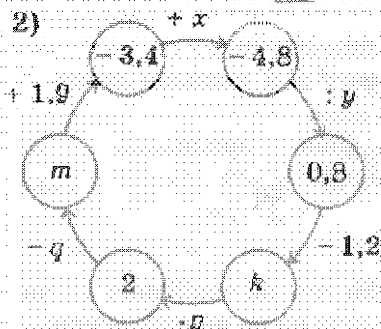
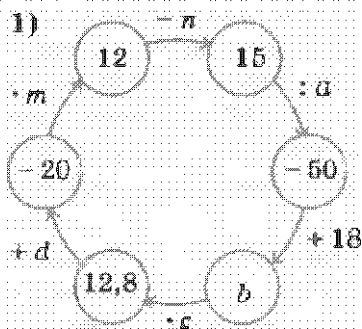
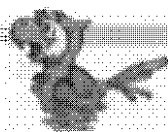
1) пятиугольник, две стороны которого параллельны;
2) шестиугольник, три пары сторон которого параллельны.

1274. Начертите шестиугольник, две пары сторон которого параллельны, а две другие стороны лежат на одной прямой.

1275. Сколько точек пересечения могут иметь три прямые на плоскости? Изобразите все случаи.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1276. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:



1277. Составили одинаково большие и одинаково маленькие букеты роз. В 2 маленьких и 5 больших букетах было 55 роз, а в 6 маленьких и 5 больших — 75 роз. Сколько роз было в каждом букете отдельно?

1278. При обработке детали ее масса уменьшилась с 240 кг до 204 кг. На сколько процентов уменьшилась масса детали?

1279. Влажность травы составляет 80 %, а сена — 20 %. Сколько килограммов сена получают из 4 т травы?

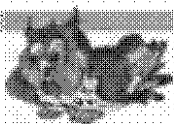
1280. Найдите значение выражения:

$$\left(8,25 \cdot \frac{10}{11} - 10\right) \cdot \left(11\frac{2}{3} : 2\frac{2}{9} - 6,15\right) + 12,7 : \left(-2\frac{1}{2}\right).$$

1281. Отметьте на координатной прямой точку $A(-3)$. Найдите на этой прямой точки, удаленные от точки A на 5 единичных отрезков, и укажите их координаты.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

1282. Все жители города A всегда говорят правду, а все жители города B всегда лгут. Известно, что жители города A бывают в городе B и наоборот. Путешественник попал в один из этих городов, но не знает, в какой. Какой один вопрос он должен задать первому встречному, чтобы выяснить, в каком городе находится?



44. КООРДИНАТНАЯ ПЛОСКОСТЬ

Можно ли на координатной прямой найти точку, если известна ее координата? Конечно, да. Например, числу $-2,5$ соответствует единственная точка $A(-2,5)$ (рис. 124).

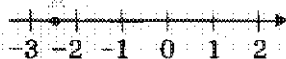
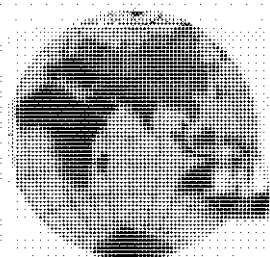


Рис. 124

Однако не любой объект удастся отыскать, имея такую ограниченную информацию, как одно-единственное число.

Если, например, после летних каникул ты расстанешься со своим новым другом и оставляешь ему только номер своей квартиры, то он вряд ли сможет тебя отыскать. Довольно часто в таких случаях говорят, что ты оставил недостаточно *координат*.

Точно так же понятно, что невозможно на географической карте найти объект, если указана только его широта. Вспомни, как герои книги Жюль Верна «Дети капитана Гранта» долго и с многочисленными приключениями путешествовали в поисках капитана, потому что они знали только то, что он находится на 37 параллели. И даже место в зале кинотеатра невозможно найти только по номеру ряда.



Именно так и с географической картой. Если известна только широта, то найти объект невозможно. Например, если известна только широта, то найти объект невозможно. Например, если известна только широта, то найти объект невозможно.

Координаты объекта — это такая информация, по которой его можно найти (определить местонахождение) однозначно. Например:

- номера квартиры и дома, названия улицы и города (а возможно, и страны) — координаты, с помощью которых твой друг тебя легко найдет;

- широта и долгота — координаты объекта на географической карте;

- номер ряда и номер места — координаты кресла в зале кинотеатра;

- шахматная запись $Ka1$ — координаты коня на шахматной доске (рис. 125).

«Морской бой» — еще одна игра, в которой используются координаты.

Указать положение точки на плоскости также можно с помощью координат. Для этого проведем на плоскости две перпендикулярные координатные прямые так, чтобы их начала отсчета совпадали (рис. 126). Эти прямые называют осями координат, точку O их пересечения — началом координат. Горизонтальную ось называют осью абсцисс и обозначают буквой x , вертикальную ось называют осью ординат и обозначают буквой y .

Иногда для упрощения ось абсцисс называют осью x , а ось ординат — осью y . Вместе они образуют прямоугольную систему координат. Плоскость, на которой задана прямоугольная система координат, называют координатной плоскостью.

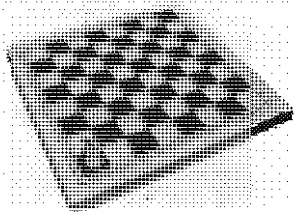


Рис. 125

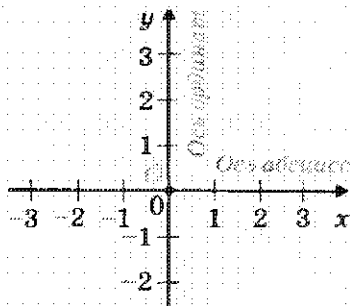


Рис. 126

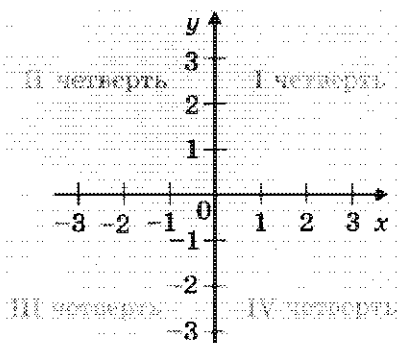


Рис. 127

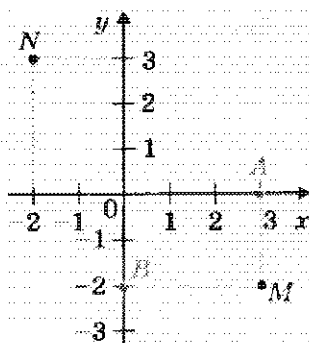


Рис. 128

Координатные оси разбивают плоскость на четыре части. Их называют **координатными четвертями** и нумеруют так, как показано на рис. 127.

На координатной плоскости отметим точку M (рис. 128). Прямая, проходящая через точку M перпендикулярно оси абсцисс, пересекает ее в точке A , а прямая, перпендикулярная оси ординат, пересекает эту ось в точке B . Точка A на оси x имеет координату 3, а точка B на оси y — координату -2 .

Число 3 называют **абсциссой** точки M , число -2 — **ординатой** точки M . Числа 3 и -2 однозначно определяют место точки M на координатной плоскости. Поэтому их называют **координатами** точки M и записывают: $M(3; -2)$.

Подчеркнем, что, записывая координаты точки, *абсциссу всегда ставят на первое место, а ординату — на второе*. Если числа 3 и -2 поменять местами, то получим координаты совсем другой точки — точки $N(-2; 3)$ (рис. 128).

Какие координаты имеет точка O ? Понятно, что $O(0; 0)$.

Заметим также, что если точка лежит на оси абсцисс, то ее ордината равна нулю, а если точка лежит на оси ординат, то нулю равна ее абсцисса.

На рис. 129 имеем:

$N(4; 0)$, $K(0; -2)$.

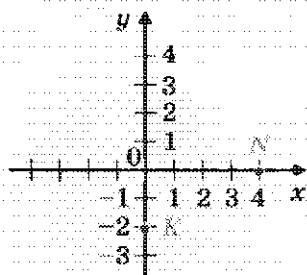


Рис. 129

?

1. Как называют две перпендикулярные координатные прямые, которые пересекаются в начале отсчета?
2. Как называют плоскость, на которой задана система координат?
3. Как называют координатную прямую, которую проводят горизонтально? вертикально?
4. Какую координату точки ставят на первое место, а какую — на второе?
5. Где находятся точки, абсциссы которых равны нулю?
6. Где находятся точки, ординаты которых равны нулю?
7. Какие координаты имеет начало координат?

1283.° Найдите координаты точек $A, B, C, D, E, F, K, M, N$, изображенных на рис. 130.

1284.° Найдите координаты точек $A, B, C, D, E, F, K, M, N$, изображенных на рис. 131.

1285.° На координатной плоскости отметьте точки: $A(2; 3)$, $B(4; -5)$, $C(-3; 7)$, $D(-2; 2)$, $K(-2; -2)$, $M(0; 2)$, $N(-3; 0)$, $P(1; -6)$, $F(-4; -2)$.

1286.° На координатной плоскости отметьте точки: $A(5; 1)$, $B(2; -1)$, $C(-7; -1)$, $D(-5; 3)$, $E(1; 0)$, $F(0; -4)$, $S(-1; -3)$, $Q(3; 2)$, $T(-6; 2)$.

1287.° Постройте отрезки AB и CD и найдите координаты точки пересечения этих отрезков, если $A(-1; -3)$, $B(3; 1)$, $C(0; 4)$, $D(3; -2)$.

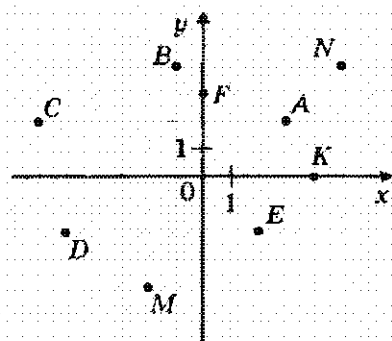


Рис. 130

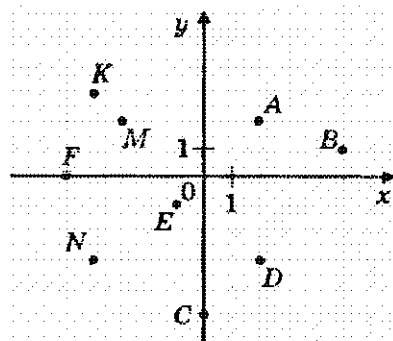


Рис. 131

1288. Постройте отрезки AB и CD и найдите координаты точки пересечения этих отрезков, если $A(-5; -2)$, $B(1; 4)$, $C(-3; 2)$, $D(2; -3)$.
1289. Начертите на координатной плоскости треугольник EFK , если $E(3; -2)$, $F(-3; 1)$, $K(1; 5)$. Найдите координаты точек пересечения стороны EF с осью x и стороны FK с осью y .
1290. Начертите на координатной плоскости четырехугольник $PQRS$, если $P(-4; 2)$, $Q(-2; 4)$, $R(4; 1)$, $S(-2; -2)$. Найдите координаты точек пересечения стороны QR с осью y и стороны PS с осью x .
1291. Даны координаты трех вершин прямоугольника $ABCD$: $A(-3; -1)$, $B(-3; 3)$ и $D(5; -1)$.
- 1) Начертите этот прямоугольник.
 - 2) Найдите координаты вершины C .
 - 3) Найдите координаты точки пересечения диагоналей прямоугольника.
 - 4) Вычислите площадь и периметр прямоугольника, считая, что длина единичного отрезка координатных осей равна 1 см.
1292. На координатной плоскости проведена линия (рис. 132).
- 1) Найдите ординату точки, принадлежащей этой линии, абсцисса которой равна: 2 ; -3 ; -1 .
 - 2) Найдите абсциссу точки, принадлежащей этой линии, ордината которой равна: 3 ; 0 ; -2 .
1293. На координатной плоскости проведена окружность (рис. 133).
- 1) Найдите ординату точки окружности, абсцисса которой равна: 5 ; -4 .

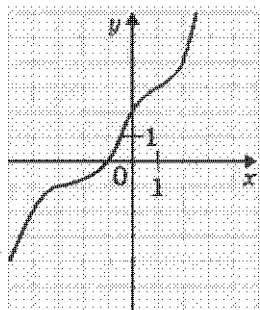


Рис. 132

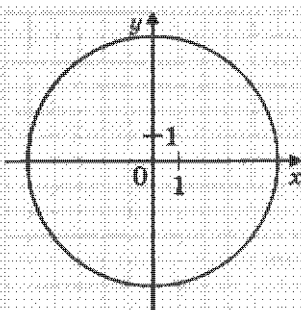


Рис. 133

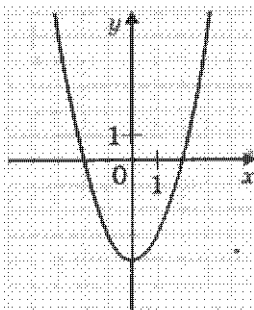


Рис. 134

(1; 4), (-1; 4), (-3; 3), (-6; 0), (-8; 0), (-6; -1), (-6; -2, 5), (-5; -1), (-1; 1), (0; 1), (3; 0), (2; -1), (5; -1), (6; -2), (7; 2), (9; -3), (8; -1). Обозначьте точку (7; -1). Дельфин приветствует вас!

1303. Начертите на координатной плоскости две замкнутые ломаные, последовательными вершинами которых являются точки с координатами: (-5; 3), (-2; 1), (1; 2), (2; 3), (6; 4), (-2; 6) и (-3; 3), (-3; 4), (-2; 5), (-2; 3), четыре отрезка с концами в точках (-6; 7) и (-2; 6), (2; 7) и (-2; 6), (5; 3) и (7; 5), (5; 5) и (7; 3). Вертолет к полету готов!

1304. Изобразите на координатной плоскости все точки $(x; y)$ такие, что:

- 1) $x = -3$, y — произвольное число;
- 2) $y = -5$, x — произвольное число.

1305. Изобразите на координатной плоскости все точки $(x; y)$ такие, что:

- 1) $x = 4$, y — произвольное число;
- 2) $y = 2$, x — произвольное число.

1306. Отметьте на координатной плоскости все точки, у которых:

- 1) абсцисса и ордината равны;
- 2) абсцисса и ордината — противоположные числа.

1307. Изобразите на координатной плоскости все точки $(x; y)$ такие, что:

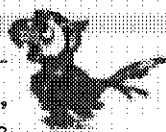
- 1) $y = 0$, $x < 3$; 3) $|x| \leq 1$, $y \geq 1$;
- 2) $-4 < y < 4$, $x \geq 0$; 4) $|x| > 2$, $y < -2$.

1308. Изобразите на координатной плоскости все точки $(x; y)$ такие, что:

- 1) $x = 0$, $y \geq -3$;
- 2) $-2 \leq x \leq 3$, y — произвольное число;
- 3) $|y| \leq 2$, x — произвольное число;
- 4) $|x| \leq 3$, $|y| \leq 1$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1309. Перерисуйте в тетрадь рис. 135, проведите через каждую из точек B и M прямую, перпендикулярную прямой AD , а через точку K — прямую, перпендикулярную прямой CD .



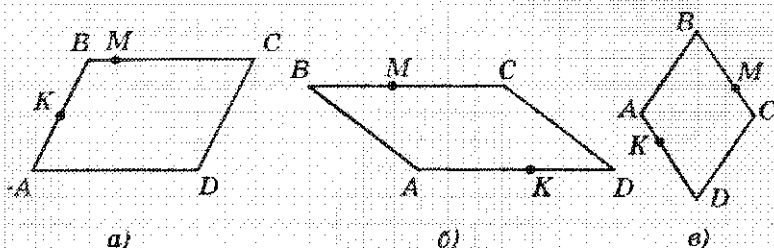


Рис. 135

1310. В понедельник лакомка Наташа купила 12 конфет и с большим удовольствием съела их. В четверг она выиграла в лотерею сумму денег, которая превышает потраченную ею в понедельник в $1\frac{1}{3}$ раза. Однако выяснилось, что цена конфет увеличилась в $1\frac{3}{5}$ раза. Сколько конфет сможет купить Наташа?
1311. Свежие яблоки содержат 75 % воды, а сушеные — 12 %. Сколько килограммов сушеных яблок выйдет из 264 кг свежих?
1312. Белочка решила проверить свой запас орешков. Когда она считала их десятками, то не хватило 2 орешков до целого числа десятков, а когда начала считать дюжинами, то осталось 8 орешков. Сколько орешков было у белочки, если известно, что их больше 300, но меньше 350?
1313. Найдите значение выражения:

1) $-\frac{1}{4}m + \frac{n^2}{m}$, если $m = -0,8$, $n = 0,4$;

2) $2\frac{1}{14} - \frac{7}{12}a - b : c$, если $a = 2\frac{2}{7}$, $b = -3\frac{1}{3}$, $c = -1\frac{2}{3}$.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

1314. В одной кучке лежит 171 камешек, а в другой — 172 камешка. За один ход разрешается взять любое количество камешков, но только из одной кучки. Проиграет тот, кому нечего будет брать. Кто выиграет при правильной стратегии — тот, кто начинает, или второй игрок?



45. ГРАФИКИ

На школьной метеорологической станции в течение суток каждые 3 ч измеряли температуру воздуха. В результате этих измерений получили следующую таблицу:

Время суток, ч	0	3	6	9	12	15	18	21	24
Температура, °C	-3	-4	-6	-3	1	4	0	-2	-4

В этой таблице, например, столбец

6
-6

 показывает, что в 6 ч утра температура воздуха была -6°C .

Затем на координатной плоскости отметили 9 точек с координатами $(0; -3)$, $(3; -4)$, $(6; -6)$, $(9; -3)$, $(12; 1)$, $(15; 4)$, $(18; 0)$, $(21; -2)$, $(24; -4)$ и получили рис. 136 (каждая точка соответствует определенному столбцу таблицы).

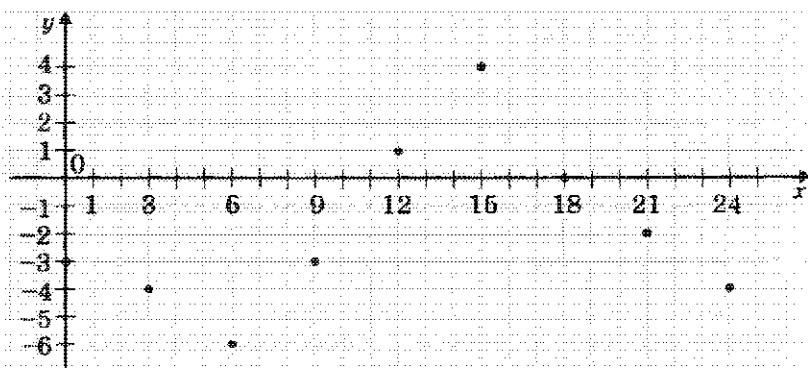


Рис. 136

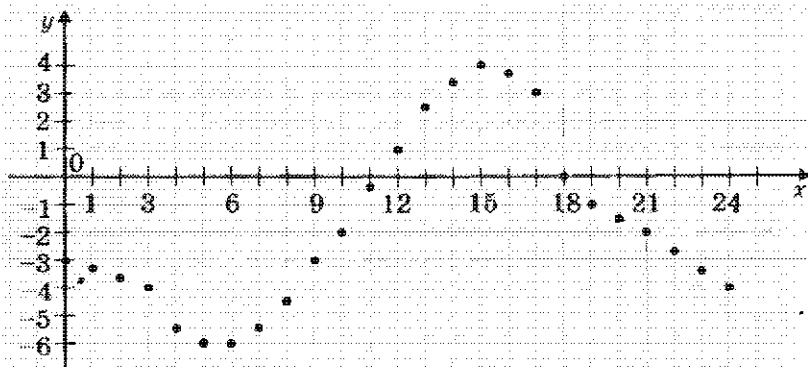


Рис. 137

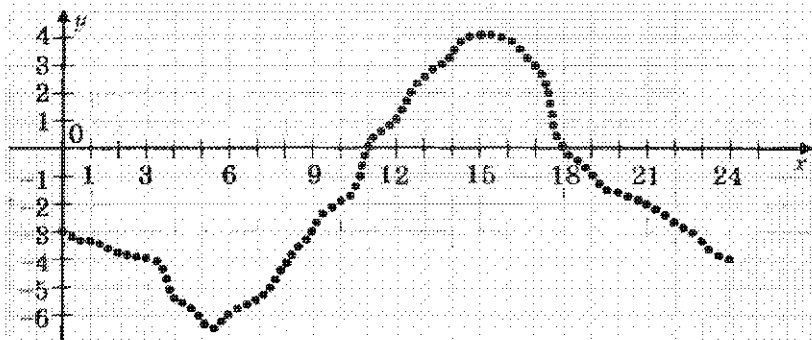


Рис. 138

Абсциссы отмеченных точек соответствуют времени измерения температуры, ординаты — результатам этого измерения.

Можно ли с помощью этого рисунка определить температуру, например, в 7 ч, в 10 ч, в 17 ч, в 22 ч? Конечно, нет. Ведь для этого нужно было бы проводить измерения ежечасно.

Если предположить, что такие измерения были выполнены, то мог получиться рис. 137.

Однако и этот рисунок не дает информации о температуре, например, в 12 ч 30 мин или в 2 ч 45 мин.

Чтобы ответить на подобные вопросы, следует проводить измерения как можно чаще, тогда точек на координатной плоскости будет все больше и больше (рис. 138).

Теперь понятно, что если бы удалось измерять температуру непрерывно, то все точки образовали бы непрерывную линию (рис. 139). Такую линию называют **графиком температуры** или **графиком зависимости температуры воздуха от времени измерения**.

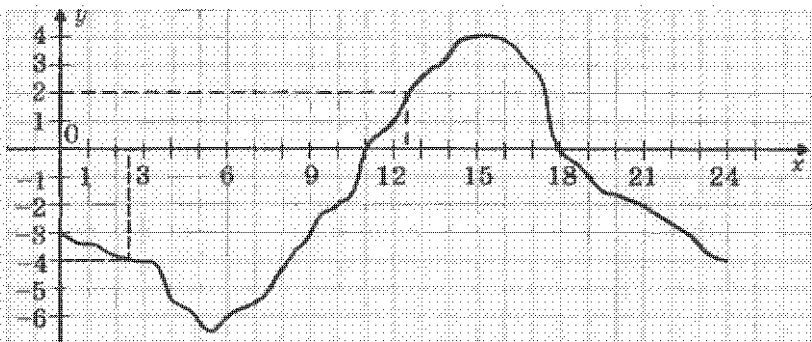


Рис. 139

Этот график дает много полезной информации. С его помощью можно не только определить, что в 12 ч 30 мин температура была 2°C , в 2 ч 30 мин была -4°C , но и, например, сказать, что с 0 ч до 11 ч и с 18 ч до 24 ч температура воздуха была ниже 0°C или с 5 ч до 15 ч температура повышалась, а с 0 ч до 5 ч и с 15 ч до 24 ч — понижалась.

Пример. Постройте график зависимости переменной y от переменной x , которая задана формулой $y = 2x$.

Для построения графика заполним таблицу соответствующих значений переменных x и y :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

Каждый столбец — это координаты точки, принадлежащей графику.

Отметим найденные точки на координатной плоскости (рис. 140).

Приложив линейку, убедимся, что все отмеченные точки лежат на одной прямой. Действительно, графиком зависимости является прямая, проходящая через начало координат (рис. 141). Правильность этого факта вы докажете в старших классах.

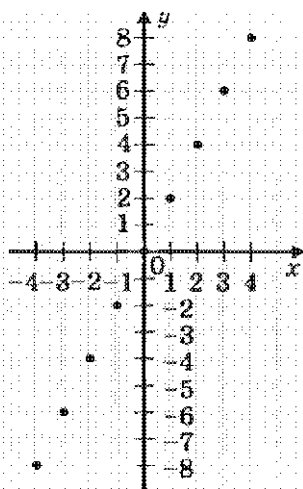


Рис. 140

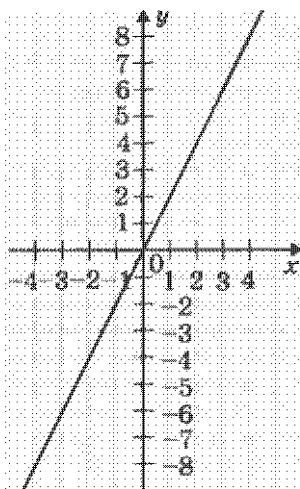


Рис. 141

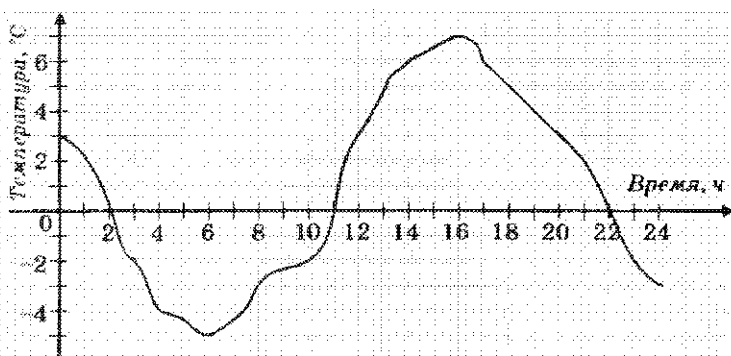


Рис. 142

1315.° На рис. 142 изображен график изменения температуры воздуха на протяжении суток. Пользуясь этим графиком, установите:

- 1) какой была температура воздуха в 4 ч? в 6 ч? в 10 ч? в 18 ч? в 22 ч?
- 2) в котором часу температура воздуха была 5°C ? -2°C ?
- 3) в котором часу температура воздуха была нулевой?
- 4) какой была самая низкая температура и в котором часу?
- 5) какой была самая высокая температура и в котором часу?
- 6) на протяжении какого промежутка времени температура воздуха была ниже 0°C ? выше 0°C ?
- 7) на протяжении какого промежутка времени температура воздуха повышалась? понижалась?

1316.° На рис. 143 изображен график изменения температуры воздуха на протяжении суток. Пользуясь графиком, установите:

- 1) какой была температура воздуха в 2 ч? в 8 ч? в 12 ч? в 16 ч? в 22 ч?
- 2) в котором часу температура воздуха была -3°C ? -6°C ? 0°C ?
- 3) какой была самая низкая температура и в котором часу?
- 4) какой была самая высокая температура и в котором часу?

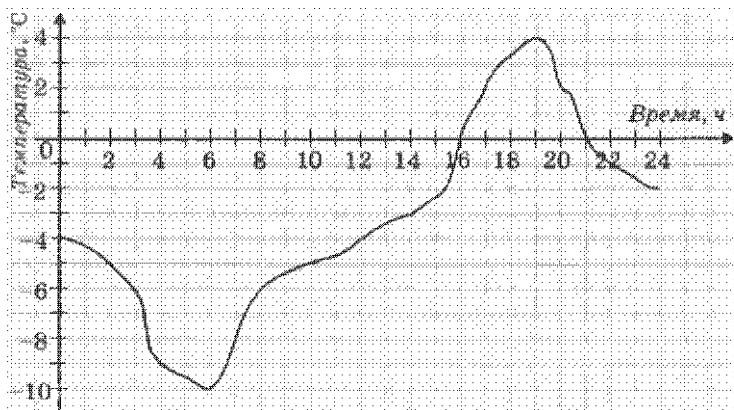


Рис. 143

5) на протяжении какого промежутка времени температура воздуха была ниже 0°C ? выше 0°C ?

6) на протяжении какого промежутка времени температура воздуха повышалась? понижалась?

1317. На рис. 144 изображен график изменения температуры раствора во время химического опыта.

1) Какой была начальная температура раствора?

2) Какой была температура раствора через 30 мин после начала опыта? через полтора часа?

3) Какой была самая высокая температура раствора и через сколько минут после начала опыта?

4) Через сколько минут после начала опыта температура раствора была равна 35°C ?

1318. Мотоциклист выехал из дома и через некоторое время вернулся назад. На рис. 145 изображен график

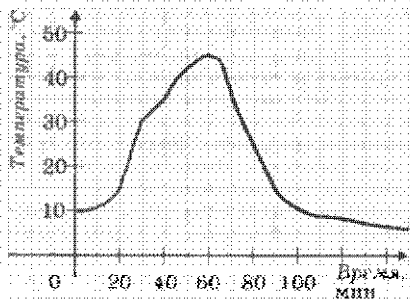


Рис. 144

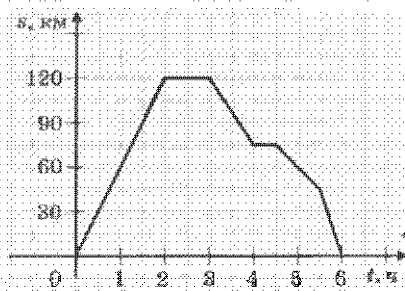


Рис. 145

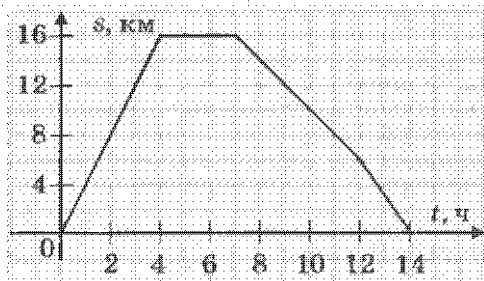


Рис. 146

изменения расстояния от мотоциклиста до дома в зависимости от времени (график движения мотоциклиста).

- 1) Какое расстояние проехал мотоциклист за первый час движения?
- 2) На каком расстоянии от дома мотоциклист остановился для первого отдыха? для второго отдыха?
- 3) Сколько длился первый отдых? второй отдых?
- 4) На каком расстоянии от дома был мотоциклист через 5 ч после начала движения?
- 5) С какой скоростью двигался мотоциклист последние полчаса?

1319. На рис. 146 изображен график движения туриста.

- 1) На каком расстоянии от дома был турист через 10 ч после начала движения?
- 2) Сколько времени он затратил на остановку?
- 3) Через сколько часов после выхода турист был на расстоянии 8 км от дома?
- 4) С какой скоростью шел турист до остановки?
- 5) С какой скоростью шел турист последние два часа?

1320. В таблице приведены данные измерения температуры воздуха на протяжении суток через каждый час. Используя эти данные, постройте график изменения температуры.

Пользуясь графиком, найдите, на протяжении какого времени температура повышалась и на протяжении какого времени понижалась.

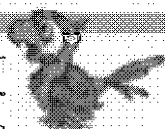
Время суток, ч	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Температура, °С	2	3	1	0	-2	-3	-5	-4	-2	0	1	4	7
Время суток, ч	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
Температура, °С	8	9	7	5	4	3	2	1	0	-2	-3	-6	

1321. Велосипедист выехал из дома на прогулку. Сначала он ехал 2 ч со скоростью 12 км/ч, потом отдохнул час и вернулся домой со скоростью 8 км/ч. Постройте график движения велосипедиста.

1322. Постройте график зависимости переменной y от переменной x , заданной формулой $y = -2x$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1323. У почтальона Печкина есть 3 разных конверта и 4 разные почтовые марки. Сколько у него вариантов выбора конверта с маркой?



1324. Вася прочитал 24 % страниц книги, а потом еще $\frac{7}{15}$ страниц книги. После этого ему осталось прочитать 44 страницы. Сколько страниц в книге?

1325. Найдите значение выражения:

1) $a : b - ab$, если $a = -0,5$, $b = \frac{2}{3}$;

2) $\frac{b+c}{b-c}$, если $b = \frac{2}{7}$, $c = -\frac{4}{9}$;

3) $\frac{x^2 + y^2}{x - y}$, если $x = -0,3$, $y = -0,4$.

ЗАДАЧА ОТ МУДРОЙ СОВЫ

1326. В каждую клеточку квадрата размером 6×6 клеточек вписали одно из чисел -1, 0, 1. Могут ли суммы чисел, записанных в каждой строке, в каждом столбце и по двум большим диагоналям, быть разными?





1327. Найдите значение выражения:

1) $\left(3\frac{1}{4} + 0,25 - 1\frac{5}{24}\right) : \left(2\frac{3}{4} - 4\frac{1}{2} - 0,75\right) : \left(-4\frac{7}{12}\right);$

2) $-24,6 : (-2,35 + 0,7 : 2\frac{1}{3}) - 15,36;$

3) $\left(5\frac{5}{28} - 5\frac{1}{3} \cdot 1,25 - 1\frac{16}{21}\right) : (-1,5);$

4) $\left(-3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{3}\right) : \left(0,16 - \frac{62}{75}\right);$

5)
$$\frac{-2\frac{2}{11} \cdot 4,125 + 1,6 \cdot 3\frac{3}{4}}{9 - 5\frac{5}{6} \cdot 2\frac{4}{7}};$$

6)
$$\frac{-2\frac{7}{24} : 1\frac{5}{6} - 1,6 \cdot (-0,3)}{-9,5 : \left(5\frac{7}{10} - 4\frac{12}{35}\right)};$$

7)
$$\frac{-0,4 \cdot (-6,3 : 3,15 + \frac{5}{6} \cdot 0,9)}{-48 - \frac{2}{7} \cdot (-91)};$$

8) $(-13,6 + 5,1) \cdot 1\frac{3}{17} + \left(2\frac{7}{23} - 1\frac{45}{46}\right) : 1\frac{7}{23}.$

1328. 1) Найдите 40 % от значения выражения:

$$\left(3\frac{1}{3} + 2,5\right) : \left(3\frac{1}{3} - 2,5\right).$$

2) Найдите 54 % от значения выражения:

$$\frac{3\frac{1}{3} : 10 + 0,175 : 0,35}{1,75 - 1\frac{11}{17} \cdot \frac{51}{56}}.$$

1329. 1) Найдите число, 28 % которого равны значению

выражения $\left(3\frac{7}{12} - 2\frac{11}{18} + 2\frac{1}{24}\right) \cdot 1\frac{5}{31}.$

2) Найдите число, 35 % которого равны значению

выражения
$$\frac{0,5 : 1\frac{1}{4} + 1\frac{2}{5} : 1\frac{4}{7} - \frac{3}{11}}{\left(1,5 + \frac{1}{4}\right) : 2\frac{13}{32}}.$$

1330. 1) Найдите, сколько процентов значение выражения

$$\left(8\frac{7}{12} - 5\frac{19}{36}\right) \cdot 1\frac{4}{5}$$

составляет от значения выражения

$$(39,375 - 5\frac{5}{8}) : 2\frac{5}{11}.$$

2) Найдите, сколько процентов значение выражения

$$-0,75 : \left(-1\frac{1}{4} : 3 + \frac{1}{6}\right)$$

составляет от значения выражения

$$17,5 : 3,5 + 1 : 0,5$$
$$(12,68 - 11,18) \cdot \frac{1}{3}.$$

1331. Какое из чисел a , b , c и d наименьшее, если:

$$a = \left(5\frac{2}{3} - \left(-2\frac{1}{9}\right)\right) \cdot \left(-1\frac{7}{20}\right); \quad c = \left(-6\frac{5}{12} - \left(-7\frac{3}{16}\right)\right) \cdot (-4,8);$$

$$b = \left(-2\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{20}\right); \quad d = \left(7\frac{1}{6} + \left(-8\frac{3}{8}\right)\right) \cdot \left(-2\frac{2}{29}\right)?$$

Укажите числа, обратные и противоположные числам a , b , c и d .

1332. Какое из чисел $|a|$, $|b|$, $|c|$ и $|d|$ наибольшее, если:

$$a = (-3,8 - (-4,3)) : \left(-1\frac{1}{3}\right); \quad c = \left(-1\frac{5}{8} - (-2,15)\right) : \left(-2\frac{4}{5}\right);$$

$$b = \left(5\frac{7}{8} - 6\frac{1}{12}\right) : 1\frac{7}{18}; \quad d = \left(-1\frac{5}{12} - 1\frac{2}{15}\right) \cdot \left(-\frac{5}{17}\right)?$$

1333. Даны числа a и b . При каком условии:

$$1) a + b > a; \quad 2) a + b < a; \quad 3) a + b = a; \quad 4) a + b = 0?$$

1334. Упростите выражение:

$$1) 0,3(1,2x - 0,5y) - 1,5(0,4x + y);$$

$$2) -2,4(2,5a - 1,5b) + 0,5(1,8b + 5,6a);$$

$$3) -1,8(3,5m - 5) - 6,5(0,8 - 0,4m);$$

$$4) \frac{4}{9}\left(1\frac{1}{2}c - \frac{3}{8}\right) - \left(1\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3}c\right);$$

$$5) 1,2\left(\frac{5}{6}k + 0,4n\right) - 1,8\left(\frac{5}{9}k - 0,3n\right);$$

$$6) \left(\frac{1}{6}a + 6,5\right) - \left(2\frac{7}{9}a + 3\frac{1}{3}\right);$$

$$7) \frac{3}{7}(0,56x - 4,9y) - \frac{6}{13}(0,52x - 3,9y);$$

$$8) 6\left(\frac{1}{4}k - \frac{5}{6}\right) - 15\left(0,6 - 2\frac{1}{3}k\right).$$

1335. Упростите выражение и найдите его значение:

$$1) 4(2 - 3m) - (6 - m) - 2(3m + 4), \text{ если } m = -0,3;$$

$$2) -0,5(1 - 3n) + 4(0,2n - 0,1) - (0,1 - 0,7n), \text{ если } n = 0,21;$$

$$3) (xy - 2x + 5y) \cdot 3 + 2(2xy + 3x - 6y), \text{ если } x = 1\frac{2}{7}, y = -\frac{5}{6};$$

$$4) (3m - 4n)k - m(6n + 5k) - (nk - 6mn), \text{ если } m = -1, k = -3,5, n = 4;$$

$$5) 2a(3 - b) - 3b(a - 2) - 5(ab + a + b), \text{ если } a = 1,5, b = -2,6;$$

$$6) -\frac{5}{8}(5,6m - 1,6n) - 7,2\left(-\frac{4}{9}m + 1\frac{7}{18}n\right), \text{ если } m = 10, n = \frac{5}{18};$$

$$7) -\frac{3}{7}\left(2,1x + 4\frac{2}{3}y\right) + 2,2\left(-\frac{3}{11}x - \frac{5}{22}y\right), \text{ если } x = -1\frac{1}{3}, y = 1,2;$$

$$8) \frac{7}{23}\left(3\frac{2}{7}a - 2\frac{4}{21}b\right) - \frac{9}{16}\left(5\frac{1}{3}a - \frac{8}{15}b\right), \text{ если } a = 5,5, b = 2\frac{8}{11}.$$

1336. Решите уравнение:

$$1) 2,5x = -1;$$

$$2) 0,3x = 1;$$

$$3) 7x = -3;$$

$$4) -16x = 8;$$

$$5) |x| - 5 = 0;$$

$$6) |x| + 3,2 = 8;$$

$$7) 4,1 - |x| = 5;$$

$$8) |3x + 1,8| = 0;$$

$$9) 9|x| - 6 = 0;$$

$$10) \frac{8}{x} = \frac{6}{5};$$

$$11) \frac{7}{4} = \frac{x}{2};$$

$$12) \frac{x+3}{12} = \frac{4}{3};$$

$$13) 7x = x + 25;$$

$$14) 0,4x - 6 = 0,6x - 9;$$

$$15) 3x + 16 = 9 - 10x;$$

$$16) 0,6\left(x + 1\frac{2}{3}\right) = -1,2;$$

$$17) -3,4\left(x + 9\frac{3}{11}\right) = -68;$$

$$18) \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = -21;$$

$$19) \frac{2m}{3} - \frac{4m}{5} = 3;$$

$$20) \frac{4a}{9} - 1 = \frac{5a}{12};$$

$$21) 3(1 - x) + 5(x + 2) = 1 - 4x;$$

$$22) 3(2 - x) - (5x + 4) = 0,4 - 16x;$$

- 23) $2(3 - 5p) = 4(1 - p) - 1$;
 24) $0,5(2y - 1) - (0,5 - 0,2y) + 1 = 0$;
 25) $-4(5 - 2m) + 3(m - 4) = 6(2 - m) - 5m$;
 26) $0,3(3x - 1) + 0,2 = 5(0,1 - 0,2x) - 0,1$.

1337. Вместо звездочек поставьте такую цифру, чтобы выполнялось равенство:

- 1) $* \cdot ** = 87$; 4) $** \cdot ** = 143$;
 2) $** \cdot * = 129$; 5) $** \cdot ** = 483$;
 3) $*** \cdot * = 515$; 6) $** \cdot ** = 238$.

1338. 1) Чему равен наименьший общий делитель любой пары натуральных чисел?

2) Наименьший общий делитель чисел a и b равен a . Верно ли, что b кратно a ?

3) Наименьшее общее кратное чисел a и b равно a . Верно ли, что b кратно a ?

1339. Длина комнаты равна 725 см, а ширина — 375 см. Пол этой комнаты решили выложить одинаковыми плитками, имеющими форму квадрата. Какую наибольшую длину (в сантиметрах) может иметь сторона плитки, чтобы не было необходимости их резать? Сколько потребуется таких плиток?

1340. Миша подсчитал, что количество оценок «12» составляет $\frac{7}{18}$ всех оценок, полученных им за четверть, а количество оценок «9» — $\frac{7}{12}$ всех оценок. Сколько всего оценок получил Миша за четверть, если известно, что их было больше 50, но меньше 80?

1341. Вася пытался разложить орешки на равные кучки, но каждый раз, когда он раскладывал их по 4, по 5, по 6, один орешек оставался лишним. Сколько орешков было у Васи, если известно, что их было меньше, чем 100?

1342. Расположите числа:

- 1) $-\frac{4}{9}$, $-\frac{5}{6}$, $-\frac{3}{5}$, $-\frac{7}{10}$ в порядке убывания;
 2) $-\frac{8}{15}$, $-\frac{3}{4}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{9}{20}$ в порядке возрастания.

1343. Дана дробь $-\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные числа. Как изменится значение этой дроби (увеличится или уменьшится), если:

- 1) числитель увеличить на несколько единиц;
- 2) знаменатель увеличить на несколько единиц?

1344. Масса глухаря равна 3 кг 200 г и составляет $\frac{2}{5}$ массы лебедя. Масса чайки составляет $\frac{3}{32}$ массы лебедя и $\frac{3}{5}$ массы утки. Вычислите массу каждой птицы.
1345. Робин-Бобин съел за обедом 180 вареников с мясом, картошкой и вишнями. Вареники с картошкой составляли $\frac{7}{20}$ всех вареников, или $\frac{9}{14}$ вареников с вишнями. Сколько вареников с вишнями съел Робин-Бобин?
1346. У Козы-дерезы было 42 кг капусты. На завтрак она и семеро ее козлят съели $\frac{2}{7}$ всей капусты, на обед — 40 % остатка, а на ужин — $\frac{5}{6}$ того, что осталось после завтрака и обеда. Сколько капусты осталось после этого у Козы-дерезы?
1347. Незнайка выполнял домашние задания по математике, языку и истории. Задание по математике он делал $1\frac{1}{3}$ ч, что составляло $\frac{8}{15}$ всего времени, затраченного им на выполнение заданий. Задание по языку Незнайка выполнял на $\frac{7}{15}$ ч дольше, чем по истории. Сколько времени он выполнял задание по языку?
1348. Казак Иван Серошапка три дня ехал верхом из села Вишневого в Запорожскую Сечь. В первый день он проехал $\frac{7}{19}$ пути, во второй — 55 % оставшегося пути, а в третий — остальные 108 км. Какое расстояние преодолел Иван за три дня?
1349. Первый мотоциклист проезжает расстояние между двумя городами за 5 ч, а второй — за время, в 1,4 раза большее, чем первый. Кто из мотоциклистов проедет большее расстояние: первый за 3 ч или второй за 4 ч?
1350. Посоветуйте Ивасику-Телесику, как ему отрезать полметра от веревки длиной $\frac{2}{3}$ м, чтобы подпоясаться, поскольку линейку он забыл дома.

1351. Фермер заготовил сено, которого может хватить корове на 60 дней, а коню — на 40 дней. За сколько дней корова и конь вместе съедят этот запас сена?
1352. В бассейн подведены три трубы. Через первую трубу бассейн наполняется водой за 1 ч, через вторую — за 2 ч, а через третью — за 3 ч. За сколько минут наполнится бассейн, если открыть одновременно все три трубы?
1353. Вася может вскопать огород за 12 ч, а Миша — за время, в 1,5 раза меньшее. За какое время Вася и Миша вскопают вместе $\frac{5}{8}$ огорода?
1354. Через одну трубу бассейн можно наполнить за 7 ч, а через другую опорожнить за 8 ч. За сколько часов наполнится бассейн, если одновременно открыть обе трубы?
1355. Чебурашка может разгрузить машину апельсинов за 6 ч, а крокодил Гена — за 4 ч. Чебурашка поработал 2 ч, а затем ему на помощь пришел Гена. За сколько часов они разгрузили машину?
1356. Ворона и Лисица могут съесть вместе головку сыра за 8 мин. За сколько минут может съесть эту головку сыра Лисица, если Ворона может сделать это за 18 мин?
1357. Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста и встретились через $3\frac{1}{5}$ ч после выезда. Один из них проезжает расстояние между городами за $5\frac{1}{8}$ ч. За какое время преодолевает это расстояние другой велосипедист?
1358. Если одновременно открыть две трубы разной пропускной способности, то бассейн будет наполнен водой за 6 ч. Если открыть обе трубы только на 2 ч, а потом оставить открытой только одну из них, то оставшаяся часть бассейна наполнится за 10 ч. За сколько часов можно наполнить бассейн через каждую трубу?
1359. Через одну трубу бассейн можно наполнить за 12 ч, а через другую — за 24 ч. После нескольких часов на-

полнения бассейна через обе трубы одну трубу закрыли. Остальной объем бассейна наполняли 9 ч через вторую трубу. Сколько всего часов была открыта вторая труба?

1360. Длина детали на чертеже, выполненном в масштабе 1:30, равна 2,5 см. Какой будет длина этой детали на чертеже, масштаб которого 1 : 50?

1361. Чтобы измерить расстояние между домами A и B (рис. 147), ориентировались на дерево C , расстояние от которого до дома B равно 300 м. С помощью теодолита¹ измерили углы ABC и ACB , равные соответственно 60° и 75° . Постройте изображение треугольника ABC в масштабе 1:

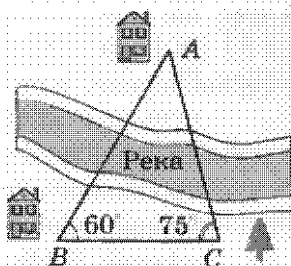


Рис. 147

6000. Измерьте длину изображения отрезка AB и вычислите расстояние между домами A и B .

1362. Запишите в виде обыкновенной дроби:

- | | | | |
|----------|---------------------|----------------------|------------------------|
| 1) 4 %; | 3) 12 %; | 5) $\frac{5}{7}$ %; | 7) $5\frac{2}{9}$ %; |
| 2) 50 %; | 4) $\frac{1}{3}$ %; | 6) $2\frac{3}{8}$ %; | 8) $104\frac{1}{3}$ %. |

1363. Уменьшаемое на 20 % больше вычитаемого. Сколько процентов уменьшаемого составляет разность?

1364. Кофейные зерна в процессе поджаривания теряют 12 % своей массы. Сколько нужно взять свежих зерен, чтобы получить 6,6 кг жареных?

1365. Во время сушки хлеба на сухари его масса уменьшилась на 35 %. Сколько выйдет сухарей из 120 кг свежего хлеба?

1366. Мистер Скрудж вложил в развитие экономики Тридцатого царства 640 млн долларов, а через год получил 928 млн долларов. Сколько процентов составила прибыль мистера Скруджа?

1367. Какое из двух чисел больше, если:

- 1) 5 % первого числа равны 20, а 8 % второго — 24;

¹ Теодолит — прибор для измерения углов во время землемерных работ.

- 2) 16 % первого числа равны 64, а 20 % второго — 80;
 3) 26 % первого числа равны 130, а 9 % второго числа равны 45 % первого?
1368. Собрали 15 кг белых грибов. Из них 30 % пошло в отходы при подготовке грибов к сушке, а во время сушки оставшаяся часть грибов потеряла 76 % своей массы. Сколько сушеных грибов получили?
1369. На сколько процентов увеличится площадь квадрата, если каждую его сторону увеличить на 10 %?
1370. Стороны прямоугольника равны 20 см и 10 см. Одну сторону увеличили на 20 %, а другую уменьшили на 20 %. Увеличилась или уменьшилась и на сколько процентов площадь прямоугольника? Имеет ли значение, какую сторону увеличили, а какую — уменьшили? Ответ обоснуйте, решив задачу в общем виде.
1371. Одна сторона прямоугольника на 30 % больше стороны квадрата, а другая на 30 % меньше стороны этого квадрата. Найдите процентное отношение площади прямоугольника к площади квадрата.
1372. Периметр прямоугольника равен 76 см. Найдите площадь прямоугольника, если его стороны пропорциональны числам 15 и 4.
1373. Найдите такие значения x и y , при которых каждое из равенств $\frac{x}{12} = \frac{3}{4}$ и $\frac{8}{3} = \frac{y}{x}$ будет верным.
1374. 1) Разделите число 96 на три части x , y и z так, чтобы $x : y = 3 : 4$, а $y : z = 4 : 9$.
 2) Разделите число 185 на три части x , y и z так, чтобы $x : y = 3 : 2$, а $y : z = 2\frac{1}{2} : 3$.
1375. Магазин продал за три дня партию яблок, причем в первый день было продано $\frac{9}{20}$ общего количества яблок, а во второй — 60 % оставшихся. Сколько килограммов яблок было продано за три дня, если во второй день продали 660 кг?
1376. Расстояние между двумя городами мотоциклист проехал за 3 ч. За первый час он проехал 0,3 всего пути, за второй — $\frac{16}{35}$ оставшегося, а за третий — на 10,5 км

больше, чем за второй. Найдите расстояние между городами.

1377. 1) Моторная лодка прошла по озеру 48 км за 3 ч, а по реке, вытекающей из озера, еще 70 км за 4 ч. Найдите скорость течения реки.

2) Турист проплыл 50 км по реке на плоту за 25 ч, а вернулся на моторной лодке за 2 ч. Найдите собственную скорость лодки.

3) За 5 ч катер проходит по течению реки на 18 км больше, чем за то же время против течения. Найдите скорость течения реки.

1378. Акционерные общества «Золотой ключик», «Золотая рыбка» и «Медный грош» сделали спонсорские взносы на ремонт и переоборудование школы пропорционально числам $0,3$; $\frac{2}{5}$ и $\frac{1}{2}$. Стоимость строительных материалов равнялась 8640 грн., на новое оборудование было потрачено $\frac{5}{6}$ стоимости стройматериалов, а на заработную плату рабочим — $33\frac{1}{3}\%$ общей стоимости стройматериалов и оборудования. Сколько гривен составляли спонсорские взносы каждого акционерного общества?

1379. Начертите:

1) остроугольный треугольник;

2) тупоугольный треугольник;

3) прямоугольный треугольник.

Отметьте внутри треугольника точку A и проведите через нее прямые:

а) перпендикулярные прямым, на которых лежат стороны треугольника;

б) параллельные сторонам треугольника.

1380. Начертите квадрат $ABCD$ со стороной 1 см и проведите его диагонали AC и BD . Через точки B и D проведите прямые, перпендикулярные BD , а через точки A и C — прямые, параллельные BD . Найдите точки пересечения проведенных прямых. Определите вид многоугольника, вершинами которого являются эти точки, и найдите его площадь.

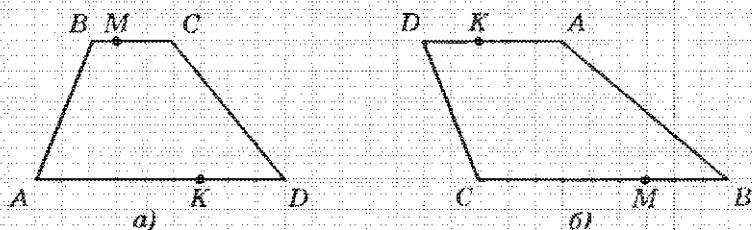


Рис. 148

1381. Перерисуйте в тетрадь рис. 148, проведите через точки B , M и K прямые, перпендикулярные прямой AD .
1382. Сторона квадрата $ABCD$ равна 4 см. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого являются серединами сторон квадрата $ABCD$.
1383. У Павлика был аквариум, длина которого равнялась 50 см, ширина — 48 см, высота — 32 см. Он наполнял аквариум водой до высоты 28 см. Родители подарили Павлику новый аквариум, длина которого равна 64 см, ширина — 25 см, высота — 45 см. Поместится ли вода из старого аквариума в новом? В случае положительного ответа определите, до какой высоты будет налита вода.
1384. На координатной плоскости начертите отрезки AB и CD такие, что $A(1; -2)$, $B(4; 4)$, $C(5; -1)$, $D(-1; 1)$. Найдите координаты точки пересечения отрезков AB и CD .
1385. Постройте окружность с центром в начале координат, проходящую через точку $(-3; 4)$. Найдите координаты точек пересечения этой окружности с осями координат и вычислите длину окружности в единичных отрезках координатных осей.
1386. На координатной плоскости отметьте точки $E(-2; 6)$ и $F(4; 3)$. Проведите прямую EF и найдите:
- 1) координаты точек пересечения прямой EF с осями координат;
 - 2) ординату точки, принадлежащей прямой EF , абсцисса которой равна 1;
 - 3) абсциссу точки, принадлежащей прямой EF , ордината которой равна 6.

1387. Начертите на координатной плоскости замкнутую ломаную, последовательными вершинами которой являются точки с координатами: $(-10; 6)$, $(-9,5; 8)$, $(-8; 10)$, $(-7; 10)$, $(-6; 9)$, $(-6; 7)$, $(-7; 3)$, $(-7; 1)$, $(-6; 2)$, $(-4; 3)$, $(5; 3)$, $(3; 1)$, $(7; 3)$, $(7; 2)$, $(6; 1)$, $(7; 1)$, $(5; -1)$, $(7; -1)$, $(10; 0)$, $(8; -3)$, $(4; -4)$, $(0; -4)$, $(-4; -3)$, $(-9; -4)$, $(-10; -3)$, $(-10; 0)$, $(-7; 7)$, $(-7; 8)$, $(-8; 7)$, $(-9; 7)$. Отметьте точку $(-8,5; 8,5)$. В кого превратился Гадкий Утенок?
1388. Начертите на координатной плоскости замкнутую ломаную с вершинами в точках: $(8; 9)$, $(6; 8)$, $(2; 8)$, $(0; 9)$, $(-4; 6)$, $(-3; 2)$, $(0; 0)$, $(1; 2)$, $(2; 1)$, $(3; 1)$, $(5; -1)$, $(4; -2)$, $(2; -2)$, $(2; -3)$, $(5; -3)$, $(6; -2)$, $(6; 2)$, $(7; 0)$, $(10; 3)$, $(10; 7)$, ломаную с вершинами в точках: $(-4; 6)$, $(-8; 5)$, $(-11; 3)$, $(-12; 0)$, $(-14; -2)$, $(-11; -1)$, $(-10; -4)$, $(-11; -8)$, $(-8; -8)$, $(-8; -7)$, $(-7; -7)$, $(-8; -3)$, $(-3; -3)$, $(-3; -9)$, $(0; -9)$, $(0; -4)$, $(1; -4)$, $(1; -5)$, $(0; -7)$, $(2; -9)$, $(4; -5)$, $(4; -3)$, отметьте точки $(2; 5)$ и $(6; 5)$. Интересно, куда идет слоненок?
1389. Одна из сторон треугольника составляет 0,6 длины второй, а длина третьей стороны в 1,2 раза больше длины второй. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 21 дм.
1390. Развернутый угол разделили на три угла так, что один из образовавшихся углов составляет 85 % третьего угла, а второй — 40 % третьего. Найдите градусные меры этих углов и сделайте рисунок.
1391. Прямой угол разделили на три части так, что одна часть больше второй на 14° , а третья меньше второй на 20° . Вычислите градусную меру каждой части и сделайте рисунок.
1392. В течение года в Солнечном городе облачных дней было на 23 больше, чем дней с дождем или снегом, и на 262 меньше, чем солнечных дней. Сколько было солнечных дней на протяжении этого года, если известно, что он не был високосным?
1393. В шестиугольнике пять сторон имеют равные длины, а шестая отличается от них на 1,2 см. Найдите стороны шестиугольника, если его периметр равен 37,2 см. Сколько решений имеет задача?

1394. Длина прямоугольника составляет 130 % ширины. Вычислите площадь этого прямоугольника, если его периметр равен 36,8 см.
1395. Земельные угодья агрофирмы имеют площадь 1220 га. Площадь поля на 25 % больше площади леса, а площадь луга — на 80 га меньше, чем площадь леса. Найдите, какую площадь в отдельности занимают поле, лес и луг.
1396. За два дня посадили 56 кустов роз, причем во второй день посадили в $1\frac{2}{3}$ раза больше, чем в первый. Найдите, сколько кустов посадили в первый день и сколько — во второй.
1397. За три дня продали 130 кг апельсинов. Во второй день продали $\frac{4}{9}$ того, что продали в первый, а в третий — столько, сколько за первые два дня вместе. Сколько килограммов апельсинов продали в первый день?
1398. Турист преодолел маршрут длиной 110 км за три дня. Во второй день он прошел на 5 км меньше, чем в первый, а в третий день — $\frac{3}{7}$ расстояния, пройденного за первые два дня. Найдите, сколько километров проходил турист ежедневно.
1399. С двух станций, расстояние между которыми равно 360 км, одновременно вышли навстречу друг другу два поезда. Скорость одного из них на 10 км/ч меньше скорости другого. Найдите скорость каждого поезда, если они встретились через 2,4 ч после начала движения.
1400. Две машины едут навстречу друг другу. Скорость одной из них равна 75 км/ч, что составляет $\frac{5}{6}$ скорости второй. Вторая машина выехала на 1,6 ч позже первой. Через сколько часов после выезда второй машины они встретятся, если начальное расстояние между ними составляет 615 км?
1401. Грузовик проехал грунтовой дорогой на 210 км больше, чем асфальтированной, причем длина асфальтированной дороги составляла $\frac{2}{9}$ длины грунтовой.

Время движения грузовика по асфальтированной дороге составляло 20 % времени движения по грунтовой. Найдите скорость движения грузовика по каждой из дорог, если всего он был в пути 7,2 ч.

1402. От села до станции Вася может доехать на велосипеде за 3 ч, а дойти пешком — за 7 ч. Его скорость пешком на 8 км/ч меньше, чем скорость на велосипеде. С какой скоростью ездит Вася на велосипеде? Каково расстояние от села до станции?

1403. Из одного города в противоположных направлениях вышли два пешехода. Один из них вышел на 2,5 ч раньше другого и шел со скоростью 8 км/ч. Скорость второго составляла 75 % скорости первого. Через сколько часов после начала движения второго пешехода расстояние между ними составляло 41 км?

1404. Из города А выехала машина со скоростью 48 км/ч. Через полтора часа в том же направлении выехала вторая машина, скорость которой в $1\frac{3}{8}$ раза больше скорости первой. На каком расстоянии от города А вторая машина догонит первую?

1405. Скорость легковой машины на 34 км/ч больше скорости грузовой, поэтому уже за 3 ч легковая машина проехала на 10 км больше, чем грузовая за 5 ч. Найдите скорость каждой машины.

1406. Теплоход проходит расстояние между двумя пристанями и возвращается (без остановки) за 4,5 ч. Скорость теплохода в стоячей воде составляет 18 км/ч, а скорость течения реки — 2 км/ч. Найдите расстояние между пристанями.

1407. В три магазина завезли 680 кг апельсинов. Количество апельсинов, завезенных в первый и второй магазины, относятся как 3 : 5, а в третий завезли на 12 % больше, чем во второй. Сколько килограммов апельсинов завезли в каждый магазин?

1408. Миша и Виталик должны были решить за лето одинаковое количество задач. Однако 28 августа выяснилось, что они вместе решили 285 задач, причем Миша перевыполнил задание на 8 %, а Виталик еще

не решил 18 % задач. Сколько задач должен был решить каждый из мальчиков?

1409. На соревнованиях по стрельбе из лука каждый участник сделал 20 выстрелов. За каждый меткий выстрел засчитывали 15 очков, а за каждый промах снимали 7 очков. Робину Гуду в глаз попала пылинка, поэтому он набрал всего 234 очка. Сколько раз Робин Гуд попал в цель?

1410. Лена и Петя задумали одно и то же число. Затем Лена умножила свое число на 4, а Петя к своему числу прибавил 4. Далее Лена к полученному результату прибавила число 3, а Петя свой результат умножил на 3. После этого у них снова вышли равные числа. Какое число они задумали?

1411. Булочка с повидлом стоит 72 коп. и еще $\frac{1}{3}$ ее цены. Сколько стоит булочка?

1412. Какое одно и то же число надо прибавить к числителю и знаменателю дроби $\frac{18}{23}$, чтобы получить дробь, равную $\frac{5}{6}$?

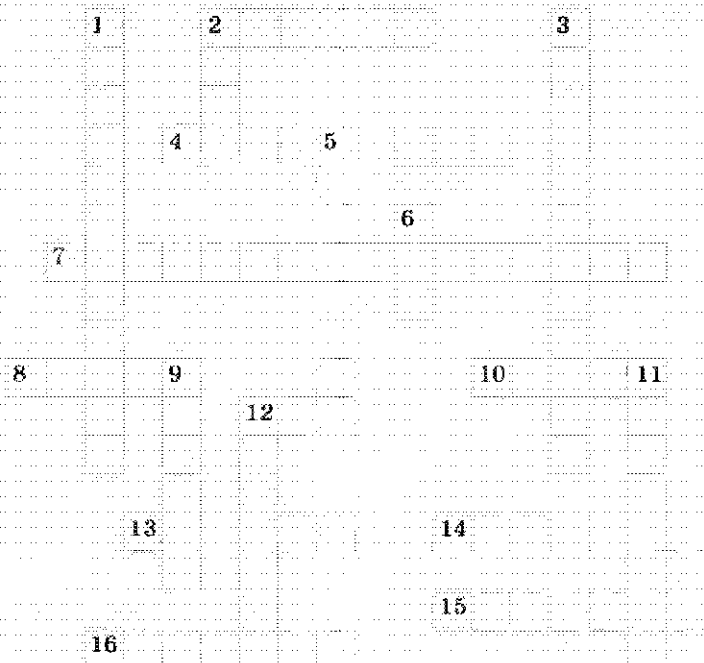
1413. Коля задумал два числа, одно из которых на 28 больше другого. Какие числа задумал Коля, если 60 % меньшего числа составляет 25 % большего?

1414. Ивасик-Телесик пас на лугу гусей и коз, у которых вместе было 45 голов и 130 ног. Сколько гусей и сколько коз пас Ивасик-Телесик?

1415. Бригада кроликов вырастила урожай капусты, но не смогла его разделить поровну. Если бы каждый кролик взял по 6 кочанов, то 5 кочанов остались бы лишними. А по 7 кочанов они взять не могли, так как для этого им не хватало 5 кочанов. Сколько кроликов было в бригаде? Сколько кочанов капусты они вырастили?

1416. Буратино положил в банк «Поле чудес» 2000 сольдо на два вида вклада, причем по одному виду вклада ему насчитывали 6 % годовых, а по другому — 9 %. Через год Буратино получил 144 сольдо прибыли. Найдите, какую сумму внес Буратино на каждый вид вклада.

1417. В одном бидоне было в 4 раза больше молока, чем во втором. Когда из первого бидона перелили во второй 20 л молока, то оказалось, что количество молока во втором бидоне составляет $\frac{7}{8}$ того, что осталось в первом. Сколько литров молока было в каждом бидоне вначале?
1418. Фермер привез на базар бидон молока и за первый час продал $\frac{5}{9}$ молока. Если бы он продал еще 20 л, то оказалось бы, что продано $\frac{5}{6}$ всего молока. Сколько литров молока было в бидоне?
1419. На полке стояли книги. Сначала взяли на 2 книги меньше $\frac{1}{3}$ всех книг, а затем половину оставшихся книг. После этого на полке осталось 9 книг. Сколько книг было на полке вначале?
1420. Два велосипедиста выехали одновременно из двух городов навстречу друг другу. Когда они встретились, то оказалось, что один из них проехал $\frac{4}{9}$ всего пути и еще 12 км, а второй — половину того, что проехал первый. Найдите расстояние между городами.
1421. Двенадцать мальчиков обменялись адресами. Сколько адресов было роздано?
1422. В шахматном турнире принимали участие 12 игроков. Турнир проходил по круговой системе, то есть каждый участник турнира играл с другими по одному разу. Сколько всего было сыграно шахматных партий?
1423. Разгадайте кроссворд:
- По горизонтали:* 2. Расстояние от точки координатной прямой до начала отсчета. 4. Равенство двух отношений. 7. Прямые, при пересечении которых образуются прямые углы. 8. Символ, которым обозначают отрицательные числа. 10. Точка, равноудаленная от всех точек окружности. 12. Наименьшее простое число. 13. Решение уравнения. 14. Число, делящееся нацело на данное. 15. Отрезок, соединяющий две точки



окружности и проходящий через ее центр. 16. Произведение нескольких равных множителей.

По вертикали: 1. Прямые, лежащие в одной плоскости и имеющие общих точек. 2. Единица длины. 3. Прямая, на которой отмечены начало отсчета, единичный отрезок и направление. 5. Одна из координат точки на плоскости. 6. Третья степень числа. 9. Часть круга. 11. Результат действия вычитание. 12. Математическое действие.

ЧИСЛА И ИХ ОБОЗНАЧЕНИЯ

1. Натуральные числа

Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ..., используемые при счете предметов, называют натуральными.

Наименьшим натуральным числом является число 1.

Наибольшего натурального числа не существует.

Натуральные числа записывают с помощью специальных значков, которые называют цифрами. Этих цифр десять: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Число 2958 можно записать в виде суммы:

$$2958 = 2000 + 900 + 50 + 8$$

$$\text{или} \quad 2958 = 2 \cdot 1000 + 9 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot 1.$$

Последнее равенство называют записью числа 2958 в виде суммы разрядных слагаемых.

2. Сравнение натуральных чисел

Из двух натуральных чисел с разным количеством цифр (разрядов) больше то, у которого больше цифр.

Из двух натуральных чисел с одинаковым количеством цифр (разрядов) больше то, у которого больше первая (двигающаяся слева направо) из неодинаковых цифр.

3. Обыкновенные дроби

Записи вида $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{17}{24}$ и т. п. называют обыкновенными дробями или дробями.

Обыкновенные дроби записывают с помощью двух натуральных чисел и черты дроби.

Число, записанное над чертой, называют числителем дроби; число, записанное под чертой, называют знаменателем дроби.

Знаменатель дроби показывает, на сколько равных частей разделили что-нибудь целое, а числитель — сколько таких частей взяли.

Дробь, в которой числитель больше знаменателя или равен ему, называют неправильной.

Дробь, в которой числитель меньше знаменателя, называют правильной.

4. Сравнение обыкновенных дробей

Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой больше числитель.

Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой меньше знаменатель.

Все правильные дроби меньше единицы, а неправильные — больше или равны единице. Любая неправильная дробь больше любой правильной дроби.

5. Смешанные числа

Число $2\frac{5}{7}$ называют смешанным числом. При этом натуральное число 2 называют целой частью смешанного числа, а правильную дробь $\frac{5}{7}$ — его дробной частью.

Неправильную дробь можно записать в виде смешанного числа, то есть выделить (найти) его целую и дробную части.

Чтобы неправильную дробь, у которой числитель не делится нацело на знаменатель, превратить в смешанное число, нужно числитель разделить на знаменатель. Полученное неполное частное будет целой частью смешанного числа, а остаток — числителем его дробной части.

Чтобы смешанное число превратить в неправильную дробь, нужно целую часть умножить на знаменатель дробной части и к полученному произведению прибавить числитель дробной части. Эта сумма и есть числитель неправильной дроби, а ее знаменатель равен знаменателю дробной части смешанного числа.

6. Десятичные дроби

Дроби, в которых знаменатели являются степенями десяти, то есть числами 10, 100, 1000 и т. д., называют десятичными. Такие дроби можно записывать без знаменателя. Сначала пишут целую часть, а затем числитель дробной части. Целую часть отделяют от числителя дробной части запятой.

При этом считают, что целая часть правильной дроби равна 0. Запись дробной части содержит столько цифр, сколько нулей в записи знаменателя соответствующей обыкновенной дроби.

Если к десятичной дроби справа приписать любое количество нулей, то получится дробь, равная данной.

Значение дроби, оканчивающейся нулями, не изменится, если эти нули в ее записи отбросить.

7. Сравнение десятичных дробей

Из двух десятичных дробей больше та, у которой целая часть больше.

Чтобы сравнить две дроби с равными целыми частями, нужно с помощью приписывания нулей справа уравнивать количество цифр в дробных частях, после чего сравнить полученные дроби.

8. Округление чисел

Если десятичную дробь округляют до единиц, десятых, сотых и т. д., то все следующие за этим разрядом цифры отбрасывают. Если при этом первая из отбрасываемых цифр равна 0, 1, 2, 3, 4, то последняя оставшаяся цифра не изменяется. Если первая из отбрасываемых цифр равна 5, 6, 7, 8, 9, то последнюю оставшуюся цифру увеличивают на единицу. Например:

$$0,12 \approx 0,1 \text{ (округление до десятых);}$$

$$3,85741 \approx 3,86 \text{ (округление до сотых);}$$

$$1,004483 \approx 1,004 \text{ (округление до тысячных);}$$

$$53,6171 \approx 54 \text{ (округление до единиц).}$$

При округлении натуральных чисел до определенного разряда вместо всех следующих за этим разрядом цифр пишут нули. Например:

$$234 \approx 230 \text{ — округление до десятков;}$$

$$8763 \approx 8800 \text{ — округление до сотен;}$$

$$984 \approx 1000 \text{ — округление до сотен;}$$

$$965\,348 \approx 970\,000 \text{ — округление до десятков тысяч.}$$

9. Изображение чисел на координатном луче

Начертим луч OX . Отметим на этом луче произвольную точку E . Напишем под точкой O число 0, а под точкой E — число 1 (рис. 149).

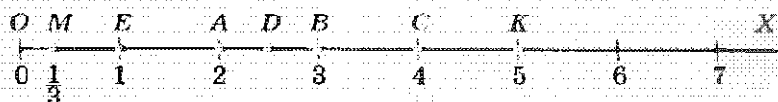


Рис. 149

Говорят, что точка O изображает число 0, а точка E — число 1. Откладывая справа от точки E последовательно один за другим отрезки, равные отрезку OE , получим точки A, B, C, \dots , которые соответствуют числам 2, 3, 4, ...

Мысленно этот процесс можно продолжать как угодно долго. Полученную бесконечную шкалу называют координатным лучом, точку O — началом отсчета, а отрезок OE — единичным отрезком координатного луча.

На рис. 149 точка K изображает число 5, которое называют координатой точки K и записывают $K(5)$. Аналогично $O(0), E(1), A(2), B(3), M(\frac{1}{3}), D(2,5)$.

На координатном луче большее число расположено правее, а меньшее — левее.

10. Проценты

Процентом называют $\frac{1}{100}$ величины:

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01.$$

ДЕЙСТВИЯ НАД ЧИСЛАМИ И ИХ СВОЙСТВА

11. Сложение. Свойства сложения

Числа, которые складывают, называют слагаемыми, а результат сложения — суммой.

От перестановки слагаемых сумма не меняется:

$$a + b = b + a \text{ — переместительное свойство.}$$

Чтобы к сумме двух чисел прибавить третье число, можно к первому числу прибавить сумму второго и третьего чисел:

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ — сочетательное свойство.}$$

Если одно из двух слагаемых равно нулю, то сумма равна другому слагаемому.

12. Вычитание. Свойства вычитания

Из числа a вычесть число b — значит найти такое число, которое в сумме с числом b дает число a .

Равенство $a - b = c$ верно, если верно равенство $b + c = a$.

В равенстве $a - b = c$ число a называют уменьшаемым, b — вычитаемым, c — разностью.

Разность $a - b$ показывает, на сколько число a больше числа b или на сколько число b меньше числа a .

Для любого числа a верны равенства:

$$a - 0 = a, \text{ поскольку } 0 + a = a;$$

$$a - a = 0, \text{ так как } a + 0 = a.$$

13. Сложение и вычитание дробей с равными знаменателями

Чтобы сложить две дроби с равными знаменателями, надо сложить их числители, а знаменатель оставить тот же:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}.$$

При вычитании дробей с равными знаменателями из числителя уменьшаемого надо вычесть числитель вычитаемого, а знаменатель оставить тот же:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

14. Сложение и вычитание смешанных чисел

Чтобы сложить два смешанных числа, можно отдельно сложить их целые и дробные части.

При вычитании двух смешанных чисел из целой и дробной частей уменьшаемого вычитают соответственно целую и дробную части вычитаемого.

15. Сложение и вычитание десятичных дробей

Чтобы сложить две десятичные дроби, надо:

- уравнивать в слагаемых количество цифр после запятой, если требуется сложить дроби с разным количеством цифр после запятой;
- записать слагаемые друг под другом так, чтобы разряд оказался под соответствующим разрядом, запятая под запятой;
- сложить полученные числа так, как складывают натуральные числа;
- поставить в полученной сумме запятую под запятыми в слагаемых.

Чтобы из одной десятичной дроби вычесть другую, надо:

- уравнивать в уменьшаемом и вычитаемом количество цифр после запятой, если количество цифр после запятой в обеих дробях разное;

- записать вычитаемое под уменьшаемым так, чтобы разряд оказался под соответствующим разрядом, запятая под запятой;
- произвести вычитание так, как вычитают натуральные числа;
- поставить в полученной разности запятую под запятыми в уменьшаемом и вычитаемом.

16. Умножение. Свойства умножения

Произведением числа a на натуральное число b , не равное 1, называют сумму, состоящую из b слагаемых, каждое из которых равно a :

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{b \text{ слагаемых}}.$$

Если один из двух множителей равен 1, то произведение равно другому множителю:

$$m \cdot 1 = 1 \cdot m = m.$$

Если один из множителей равен нулю, то произведение равно нулю:

$$m \cdot 0 = 0 \cdot m = 0.$$

Если произведение равно нулю, то хотя бы один из множителей равен нулю.

От перестановки множителей произведение не меняется:

$$ab = ba \text{ — переместительное свойство.}$$

Чтобы произведение двух чисел умножить на третье число, можно первое число умножить на произведение второго и третьего чисел:

$$(ab)c = a(bc) \text{ — сочетательное свойство.}$$

Чтобы число умножить на сумму двух чисел, можно умножить это число на каждое слагаемое и сложить полученные произведения:

$$a(b + c) = ab + ac \text{ — распределительное свойство.}$$

Распределительное свойство выполняется для любого количества слагаемых:

$$a(m + n + p + q) = am + an + ap + aq.$$

17. Умножение десятичных дробей

При умножении двух десятичных дробей достаточно перемножить их как натуральные числа, не обращая внима-

ния на запятую, а затем в полученном произведении отделить справа запятой столько цифр, сколько их стоит после запятой в обоих множителях вместе.

Если произведение натуральных чисел содержит меньше цифр, чем нужно отделить запятой, то слева перед этим произведением дописывают необходимое количество нулей.

Чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую вправо на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

Чтобы умножить десятичную дробь на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д., достаточно в этой дроби перенести запятую влево соответственно на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

18. Деление. Свойства деления

Разделить число a на число b — значит найти такое число, произведение которого с числом b равно a .

Следовательно, равенство $a : b = c$ верно, если верно равенство $b \cdot c = a$.

В равенстве $a : b = c$ число a называют делимым, b — делителем, c — частным.

Частное $a : b$ показывает, во сколько раз число a больше числа b .

При любых значениях a верно равенство:

$$a : 1 = a.$$

Если a не равно 0, то справедливы следующие равенства:

$$0 : a = 0,$$

$$a : a = 1.$$

На нуль делить нельзя!

19. Деление десятичных дробей

Чтобы разделить десятичную дробь на десятичную, надо в делимом и в делителе перенести запятые вправо на столько цифр, сколько их содержится после запятой в делителе, и выполнить деление на натуральное число.

Чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую влево на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

20. Деление с остатком

Не всегда одно натуральное число делится нацело на другое. В таком случае можно выполнить деление с остатком. Например, при делении числа 43 на 8 получим неполное частное 5 и остаток 3.

Остаток всегда меньше делителя.

Чтобы найти делимое, надо делитель умножить на неполное частное и прибавить остаток.

В буквенном виде это записывают так:

$$a = bq + r,$$

где a — делимое, b — делитель, q — неполное частное, r — остаток, $r < b$.

21. Деление и дроби

Черту дроби можно рассматривать как знак деления, а запись $\frac{a}{b}$ читать так: « a разделить на b ». Таким образом можно делить одно на другое любые два натуральных числа.

Результат деления двух натуральных чисел может быть натуральным или дробным числом.

Любое натуральное число можно записать в виде дроби с каким угодно знаменателем.

22. Степень числа

Степенью числа a с натуральным показателем n , большим 1, называют произведение n множителей, каждый из которых равен a :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ множителей}}$$

Число a при этом называют основанием степени.

Степенью числа a с показателем 1 называют само число a :

$$a^1 = a.$$

Вторую степень называют также квадратом числа. Например, запись a^2 читают: « a в квадрате». Третью степень называют кубом числа, а запись a^3 читают: « a в кубе».

Если в числовое выражение входит степень, то сначала выполняют возведение в степень, а затем остальные действия.

23. Среднее арифметическое

Средним арифметическим нескольких чисел называют частное от деления суммы этих чисел на количество слагаемых.

ВЫРАЖЕНИЯ. ФОРМУЛЫ. УРАВНЕНИЯ. НЕРАВЕНСТВА

24. Числовые и буквенные выражения

Запись, состоящую из чисел, знаков арифметических действий и скобок, называют числовым выражением.

Поскольку $(19 - 7) : 3 = 4$, то число 4 называют значением выражения $(19 - 7) : 3$.

Запись, состоящую из чисел, букв, знаков арифметических действий и скобок, называют буквенным выражением.

Подставив вместо x в выражение $5 + 3x$ число 2, получим: $5 + 3 \cdot 2 = 11$. Число 11 называют значением буквенного выражения $5 + 3x$ при $x = 2$.

25. Формулы

Равенства вида $y = 3x$, $P = 2(a + b)$, $S = a^2$ называют формулами.

Равенство $s = vt$, где s — пройденный путь, v — скорость движения, а t — время, за которое пройден путь s , называют формулой пути.

26. Уравнения

Корнем уравнения называют значение буквы, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство.

Уравнение не обязательно имеет один корень. Например, уравнение $x - x = 0$ имеет бесконечно много корней, а уравнение $x - x = 1$ вообще не имеет корней.

Решить уравнение — значит найти все его корни или убедиться, что их нет вообще. Поэтому корень часто называют решением уравнения.

Чтобы найти неизвестное слагаемое, надо из суммы вычесть известное слагаемое.

Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, надо к разности прибавить вычитаемое.

Чтобы найти неизвестное вычитаемое, надо из уменьшаемого вычесть разность.

Чтобы найти неизвестный множитель, надо произведение разделить на известный множитель.

Чтобы найти неизвестное делимое, надо делитель умножить на частное.

Чтобы найти неизвестный делитель, надо делимое разделить на частное.

27. Неравенства

Записи вида $5 < 7$ и $a > 6$ называют неравенствами. Знак « $<$ » называют знаком меньше, а знак « $>$ » — знаком больше.

Неравенство $a > 6$ при $a = 8$ верно, а при $a = 4$ неверно.

Запись вида $10 < 18 < 21$ называют двойным неравенством и читают: «число 18 больше 10, но меньше 21».

СВЕДЕНИЯ ИЗ ГЕОМЕТРИИ

28. Отрезок. Длина отрезка

На рис. 150 изображен отрезок AB , соединяющий точки A и B . Эти точки называют концами отрезка AB .

Отрезки измеряют, находя их длину.

Два отрезка называют равными, если они совмещаются при наложении. Равные отрезки имеют равные длины.

Длину отрезка AB называют также расстоянием между точками A и B .

29. Прямая. Луч

На рис. 151 изображена прямая AB , проходящая через точки A и B . Через две точки проходит только одна прямая.

Прямая не имеет концов. Она бесконечна.

На рис. 152 изображен луч OA с началом в точке O . Конца у луча нет.

Луч обозначают двумя прописными буквами. Сначала называют его начало, а затем любую другую точку этого

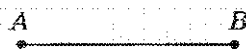


Рис. 150

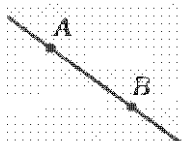


Рис. 151

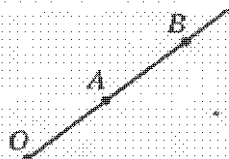


Рис. 152

луча. Луч с началом в точке O (рис. 152) можно обозначить OA или OB .

30. Угол. Измерение углов. Виды углов

Фигуру, образованную двумя лучами, выходящими из одной точки, называют углом.

Лучи BA и BC называют сторонами угла, а точку B — вершиной угла (рис. 153).

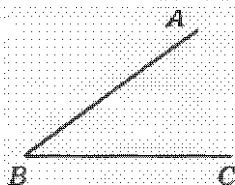


Рис. 153

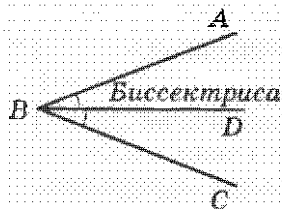


Рис. 154

Угол на рис. 153 обозначают так: $\angle ABC$ или $\angle CBA$, или $\angle B$.

Два угла называют равными, если они совмещаются при наложении.

Луч, который выходит из вершины угла и делит его на два равных угла, называют биссектрисой (рис. 154).

Угол, стороны которого образуют прямую, называют развернутым.

Углы измеряют, находя их градусную меру. За единицу измерения углов берут угол, который образуется в результате деления развернутого угла на 180 равных углов. Его величину называют градусом и записывают 1° .

Равные углы имеют равные градусные меры.

Угол, градусная мера которого равна 90° , называют прямым. Угол, градусная мера которого меньше 90° , называют острым. Угол, градусная мера которого больше 90° , но меньше 180° , называют тупым (рис. 155).



Рис. 155

31. Прямоугольник. Площадь прямоугольника

Четырехугольник, у которого все углы прямые, называют прямоугольником (рис. 156).

Противоположные стороны прямоугольника равны.

Соседние стороны прямоугольника часто называют его длиной и шириной. Если длина прямоугольника равна a , а ширина — b , то его периметр вычисляют по формуле

$$P = 2(a + b).$$

Площадь прямоугольника равна произведению длин его соседних сторон:

$$S = ab,$$

где S — площадь, a и b — длины соседних сторон прямоугольника, выраженные в одинаковых единицах.

Квадратом называют прямоугольник, у которого все стороны равны (рис. 157).

Периметр квадрата вычисляют по формуле

$$P = 4a,$$

где a — длина стороны квадрата.

Площадь квадрата вычисляют по формуле

$$S = a^2,$$

где a — длина стороны квадрата.

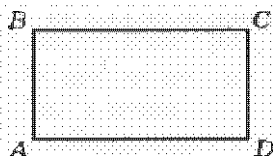


Рис. 156

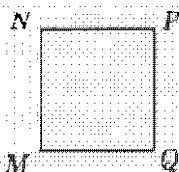


Рис. 157

32. Треугольник. Виды треугольников

Если все углы треугольника острые, то его называют остроугольным треугольником (рис. 158).

Если один из углов треугольника прямой, то его называют прямоугольным треугольником (рис. 159).

Если один из углов треугольника тупой, то его называют тупоугольным треугольником (рис. 160).

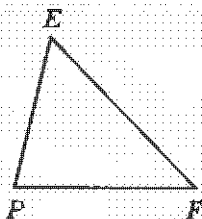


Рис. 158

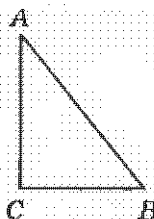


Рис. 159

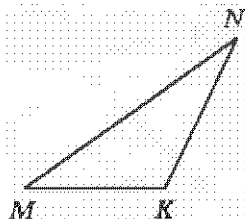


Рис. 160

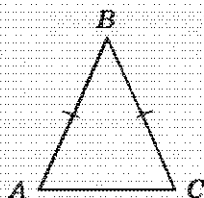


Рис. 161

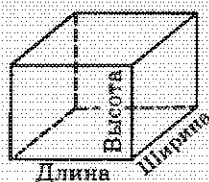


Рис. 162

Если две стороны треугольника равны, то его называют равнобедренным (рис. 161). Равные стороны называют боковыми сторонами, а третью сторону — основанием равнобедренного треугольника.

Если все стороны треугольника равны, то его называют равносторонним.

Если сторона равностороннего треугольника равна a , то его периметр вычисляют по формуле

$$P = 3a.$$

33. Прямоугольный параллелепипед и его объем

На рис. 162 изображен прямоугольный параллелепипед, ограниченный шестью гранями. Каждая грань — это прямоугольник.

Противоположные грани прямоугольного параллелепипеда равны.

Стороны граней называют ребрами параллелепипеда, вершины граней — вершинами параллелепипеда.

Длины трех ребер прямоугольного параллелепипеда, выходящих из одной вершины, называют измерениями прямоугольного параллелепипеда. Чтобы их различать, пользуются названиями: длина, ширина, высота (рис. 162).

Прямоугольный параллелепипед, у которого все измерения равны, называют кубом.

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений:

$$V = abc,$$

где V — объем, a , b и c — измерения параллелепипеда, выраженные в одинаковых единицах.

Объем куба вычисляют по формуле

$$V = a^3,$$

где a — длина ребра куба.

29. 1) *Указание.* Двузначное число, записанное двумя одинаковыми цифрами, представим в виде суммы разрядных слагаемых. Имеем: $10a + a = 11a$. 2) $100a + 10a + a = 111a = 37 \cdot 3a$. 30. К числу 1 дописали слева цифру 4, или к числу 2 — слева цифру 8. *Указание.* Число, полученное в результате дописывания цифры, кратно 41. Таких чисел только два — 41 и 82. 31. В числе 17 зачеркнули цифру 7, или в числе 85 — цифру 8. *Указание.* Рассмотрите все двузначные числа, кратные 17. 35. 12,4 кг. 36. 10,8 кг. 58. Да. Если бы все слагаемые были нечетными, то их сумма также была бы нечетной. 59. Нет. Сумма двух нечетных слагаемых является четным числом. Следовательно, сумма четного количества нечетных слагаемых — четное число, а нечетного количества — нечетное. 60. Нет. Из двух последовательных натуральных чисел одно четное, а другое нечетное. Следовательно, их произведение должно быть четным числом. 61. 1) Да; 2) нет; 3) да; 4) нет; 5) да. 62. 18 сентября — Петр Петрович; 29 сентября — Иван Иванович; 1 октября — Иван Иванович; 30 октября — Петр Петрович; 31 октября — Иван Иванович. В ноябре Иван Иванович дежурит по четным числам. В ночь на Новый год — Петр Петрович. 64. Да. Из трех натуральных чисел два будут одновременно или четными, или нечетными. 65. 1) 3; 2) 6. 66. 637 и 63. *Указание.* Из условия следует, что одно из искомым чисел трехзначное, а другое — двузначное. Запишем эти числа в виде суммы разрядных слагаемых. Имеем: $100a + 10b + 7$ и $10a + b$. Отсюда $(100a + 10b + 7) + (10a + b) = 110a + 11b + 7 = 700$; $10a + b = 63$. Тогда понятно, что $a = 6$; $b = 3$. 67. 1) 20; 2) 25. 68. Нет. *Указание.* Убедитесь, что значение суммы $1 + 2 + \dots + 9$ — число нечетное. Если в этой сумме некоторые знаки $++$ заменить на знаки $+-$, то значение полученного выражения также будет числом нечетным. 73. 1) 65; 2) 1, 25. 91. 3150; 6150; 9150; 1155; 4155; 7155. 92. 2340; 6345. 93. 5742; 3744; 1746; 8748; 7740. 94. 3042; 3141; 3240; 3249; 3348; 3447; 3546; 3645; 3744; 3843; 3942. 95. Нет, поскольку стоимость покупки должна быть кратна 3. 96. 9. Очевидно, что первое число кратно 9. Из этого следует, что кратным 9 будет и каждое следующее число, полученное в результате указанных вычислений. 97. Да. Числа 1, 2 и 4 не кратны 3. Значит, Дима должен играть так, чтобы после каждого его хода на доске было число, кратное 3. Если после хода Ромы при делении на 3 получали остаток 1, то Дима дописывает 2; если остаток 2 — то 1 или 4. 99. 308 км, 346 км. 100. 125 км. 101. 1) 8,26; 2) 7,83. 129. 1) $n = 1$;

2) ни при каком значении n ; 3) $n = 1$. 130. Да. *Указание.* Если число a составное, то оно не меньше, чем $11^2 = 121$. 131. 1 или 5. 132. 2; 19. *Указание.* Если разность двух простых чисел — число нечетное, то вычитаемое равно 2. 134. 77,04 км. 135. 1) 1,3; 2) 550; 3) 33,07; 4) 264,1. 156. 31 ученик. 157. 32 автомобиля. 158. 46 школ. 159. 12 подарков. 160. 78 букетов. 162. 0 или 9. 166. 8640 взмахов. 178. 150 см. 179. 3 мин. 180. 16 800 м. 181. 30. 182. Через 60 дней в субботу. 183. 660 конфет. 184. 3. 185. 12 раз. 207. 1) 17; 2) 16; 3) 2. 208. 1) 17; 2) 14; 3) 6. 209. 10 леденцов. 211. 108 000 ударов; 6 л/мин. 213. 24 км/ч. 214. 70 км/ч. 231. 7) $\frac{5}{26}$; 8) 6; 9) $\frac{8}{5}$. 232. 4) $\frac{13}{3}$; 5) $\frac{51}{8}$; 6) $\frac{1}{9}$. 234. $x = 4$, $y = 3$. 235. $a = 12$, $b = 7$. 236. 1) 1 023 456 798; 2) 9 876 543 210. 237. 6 ч, 2 ч. 238. 27,8. 239. 10. 267. $\frac{171}{181} = \frac{171171}{181181}$. *Указание.* $\frac{171171}{181181} = \frac{171 \cdot 1001}{181 \cdot 1001}$. 268. 1) 1; 2. *Указание.* $\frac{x}{17} = \frac{3x}{51}$. Теперь понятно, что $3x < 8$; 2) 1; 2; 3; 4; 3) таких значений не существует; 4) x — любое натуральное число. 271. 340 и 34. 300. 4) $4\frac{29}{108}$. 301. 4) $2\frac{1}{70}$. 308. $\frac{1}{6}$ денег. 309. $\frac{1}{3}$ клада. 310. $\frac{5}{12}$ поля; $\frac{5}{6}$ поля. 311. $\frac{1}{4}$ забора; $\frac{1}{2}$ забора; весь забор. 312. 1) $\frac{41}{48}$ арбуза; 2) $\frac{14}{15}$ бассейна. 313. $\frac{5}{6}$ стены. 314. $\frac{1}{18}$ рукописи. 315. $\frac{2}{15}$ бассейна. 321. 1) $\frac{61}{62} < \frac{62}{63}$. *Указание.* $\frac{61}{62} = 1 - \frac{1}{62}$, $\frac{62}{63} = 1 - \frac{1}{63}$; 2) $\frac{1003}{1007} > \frac{103}{107}$. 324. 1) 7; 2) 15. 325. 1) $a = 1$, $b = 1$; 2) $a = 2$, $b = 2$. 326. Увеличится на 1. 327. $\frac{9}{20}$. *Указание.* $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 20} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20}$. 328. $\frac{28}{93}$. 329. Каждое слагаемое данной суммы больше, чем $\frac{1}{18}$. Тогда $\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{18} > \underbrace{\frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{18}}_{9 \text{ слагаемых}} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$. 334. 180 см.

335. 2,2 ч. 364. 1) $15\frac{3}{4}$; 2) $39\frac{7}{18}$; 3) $2\frac{1}{21}$; 4) $4\frac{15}{16}$; 5) $\frac{7}{8}$. 365. 1) $4\frac{11}{12}$; 2) $26\frac{4}{7}$; 3) $\frac{50}{63}$; 4) $4\frac{13}{36}$; 5) $1\frac{3}{5}$. 373. 1) $\frac{29}{72}x$; $1\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{6}c$; 0,4; 3) $1\frac{1}{5}y$; 12. 374. 1) $\frac{7}{12}a$; 1; 2) $\frac{1}{7}b$; $\frac{1}{3}$; 3) $2\frac{7}{12}m$; 4.

380. 1875 см^3 . 381. $140\frac{5}{8} \text{ см}^3$. 384. $4\frac{3}{4} \text{ км}$. 385. 231 км .
 386. 39 км . 387. На $20\frac{11}{12} \text{ км}$. 388. $\frac{5}{16}$; хватит. 389. $\frac{1}{3}$; не успеют.
 393. За $3\frac{1}{3} \text{ ч}$. 396. 96 кустов. 397. 3,5 ч. 398. 13 треугольников.
 426. $2\frac{1}{2} \text{ м}^3$. 427. 99 коробок. 428. 140 фунтов. 429. 4550 слитков.
 430. 490 сольдо. 431. 5070 сольдо. 432. 150 кг. 433. 750 грн.,
 480 грн., 570 грн. 434. 375 ц. 435. 66 ц. 436. Казаки получили по
 $\frac{1}{4}$ казана кулеши. 437. 1) $a < b$; 2) $a > b$. 438. 7,2 м. 441. 1 ученик.
 Указание. Количество учеников кратно числам 2, 3 и 7, а значит,
 и числу $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. 442. На $\frac{1}{12}$. 443. 442 болельщика. Указание.
 Из условия следует, что количество болельщиков не превышает
 $\frac{300 \cdot 17}{11} = 463\frac{4}{11}$. Кроме того, число приезжих кратно числам 2, 13
 и 17, а значит, и числу $2 \cdot 13 \cdot 17 = 442$. 444. 75 яблонь. 445. 42 уче-
 ника. Указание. Сначала количество отсутствующих составляло
 $\frac{1}{7}$ часть класса. После того как вышел один ученик, количество отсут-
 ствующих стало составлять $\frac{1}{6}$ часть класса. Тогда один ученик состав-
 ляет $\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$ часть класса. 447. $2\frac{1}{10}$. 449. $34\frac{5}{7} \text{ км}$. 458. 1) В 2 ра-
 за; 2) $\frac{2}{3}$. 460. 290 км. 478. 1) $\frac{7}{16}$; 2) $\frac{27}{35}$. 479. 1) $\frac{5}{6}$; 2) $1\frac{7}{8}$.
 480. 1) $2\frac{1}{4}$; 2) $1\frac{1}{5}$; 3) $1\frac{1}{3}$; 4) $\frac{2}{15}$; 5) $\frac{6}{7}$; 6) $2\frac{2}{3}$; 7) $2\frac{2}{3}$. 481. 1) $1\frac{3}{5}$;
 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{121}{128}$; 5) $2\frac{1}{3}$; 6) $3\frac{7}{20}$; 7) 15. 484. $2\frac{2}{5} \text{ км/ч}$. 485. На
 $\frac{1}{2} \text{ ч}$. 486. 1 ч 26 мин. 487. $1\frac{1}{2} \text{ мин}$. 488. 43 пакета. 489. 13 пачек.
 490. 17 банок. 491. 11 ведер. 492. 16 ч. 493. 12 мин. 494. 18 ч, $\frac{3}{5}$
 и $\frac{2}{5}$ работы соответственно. 495. 4 дня, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ и $\frac{4}{15}$ поля соответ-
 ственно. 496. $4\frac{4}{9} \text{ ч}$, $\frac{4}{9}$ и $\frac{5}{9}$ бассейна соответственно. 497. 10 ч. Ука-
 зание. Двое рабочих за 1 ч выполняют $\frac{1}{6}$ работы, а один из них за 1 ч —
 $\frac{1}{15}$ работы. Тогда другой рабочий за 1 ч выполняет $\frac{1}{6} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10}$ ра-
 боты. 498. 45 ч. 499. 4 ч. 500. 11 дней. 502. 12. 503. 13 ч 20 мин.

Указание. Из условия следует, что прошло $\frac{5}{9}$ суток. 504. 24.
 505. 2) $\frac{1}{7}$; 3) $\frac{5}{8}$. 506. 1) $2\frac{2}{5}$; 2) $\frac{15}{17}$; 3) $\frac{7}{9}$. 507. Уменьшится в 2 раза.
 508. За 30 ч. Указание. Лодка за 1 ч по озеру проплывает $\frac{1}{6}$ расстояния, а по течению реки — $\frac{1}{5}$ расстояния. Тогда плот за 1 ч проплывет $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ расстояния. 509. За 5 ч. 510. За 12 ч. 514. 75° или 165°. 534. 20 см, $10\frac{2}{3}$ см и $25\frac{1}{3}$ см. 535. $3\frac{2}{3}$ см. 536. 45 деревьев. 537. 400 птиц. 538. 144 кг. 539. 120 полков. 540. 500 кг. 541. 1600 кг. 542. 36 задач. 543. 48 страниц. 544. В 3 раза. 545. 28 учеников. 546. 286. 547. 28. 548. 168 сольдо. 549. 7,5 кг. 550. 180 м. 551. 160 км. 552. 2700 м. Указание. Из условия следует, что пройденные за четвертый день 800 м составляют $\frac{2}{3}$ пути, пройденного за третий день. Итак, после второго дня оставалось пройти 1200 м, что составляет $\frac{2}{3}$ пути, пройденного за второй день, и т. д.
 553. 1) $1\frac{1}{18}$; 2) $4\frac{10}{21}$. 556. Увеличится в 12 раз. 566. $4\frac{1}{5}$. 567. 68,4 см. 579. 4,5 ч. 593. 6 ч. 594. 3,9. 610. 6 ч. 612. $4\frac{1}{3}$. 631. 1) $\frac{5}{6}$; 2) 1,2; 3) $1\frac{1}{4}$; 4) 3,4; 5) $\frac{2}{75}$; 6) $\frac{3}{7}$. 632. 1) $\frac{1}{5}$; 2) 118; 3) 13; 4) 12; 5) 10,5; 6) $\frac{3}{16}$. 633. 5000 т. 634. 990 г крупы, 4320 г молока и 225 г сахара. 635. 24,6 кг никеля, 32,8 кг цинка и 106,6 кг меди. 638. 1) $\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1$; $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$; 2) $ad = bc$; $ad + ac = bc + ac$; $a(d+c) = c(a+b)$; $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$. 639. 5 грн. Указание. Если 9 апельсинов стоят а грн., то на 1 грн. можно купить а апельсинов. Тогда в пропорции $\frac{a}{9} = \frac{1}{a}$ обе части выражают цену 1 апельсина.
 641. 144 страницы. 642. 22,5 мин. 643. 1) $13\frac{2}{9}$; 2) $1\frac{7}{9}$. 656. 67,3 %. 657. 194,4 грн., увеличилась на 8 %. 658. 180 грн., увеличилась на 12,5 %. 659. Дима. 660. 4,6 %. 661. 25 %. 662. 7,5 %. 663. 31 %. 664. 250 %. 665. 140 %. 666. 60 %. 667. $33\frac{1}{3}$ %. 668. Уменьшить в 2 раза. 669. На 50 %. 670. Число 100. 671. 1000. 672. 3. 675. $\frac{1}{7}$.

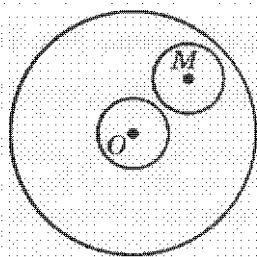


Рис. 163

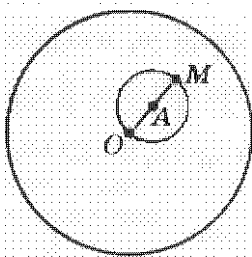


Рис. 164

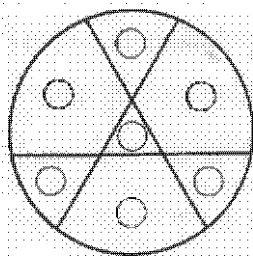


Рис. 165

676. 3 ч. 691. 17 109,82 %. 701. 1) $x = 12$; $y = 20$; 2) $x = 27$; $y = 6$.
 702. $a = 120$; $b = 45$. 703. 160 грн., 240 грн. и 400 грн. 704. 112 т,
 168 т и 260 т. 705. $x = 60$; $y = 135$; $z = 24$. 706. 36; 90; 120; 140.

709. $7\frac{7}{24}$. 737. Указание. 1) Достаточно вырезать два равных кру-

га с центрами в точках O и M (рис. 163), а затем поменять их места-

ми. 2) Достаточно вырезать круг, диаметр которого OM (рис. 164),

а затем повернуть его на 180° вокруг центра A . 738. Рис. 165.

741. 10 конфет. 742. 12,8. 766. Когда приобретет одну большую

пиццу. 767. 44,1 км/ч. 768. 58,8 км/ч. 769. 3,14 см. 770. 32π см \approx

$\approx 100,528$ см. 771. $50\pi - 100 \approx 57$ (см²). 772. 18 см², на 10,26 см².

Указание. Если совместить сторону AB треугольника AOB (рис. 166)

со стороной BC треугольника BOC , можно получить квадрат, сто-

рона которого равна 3 см. Понятно, что площадь полученного квад-

рата вдвое меньше площади квадрата $ABCD$. Нетрудно установить,

что площадь квадрата $ABCD$ равна 18 см², а разность между пло-

щадями круга и квадрата равна $9\pi - 18 \approx 10,26$ (см²). 773. Указа-

ние. Найдем сумму длин красных полуокружностей (рис. 167):

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot AC + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot KD + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot NM = \frac{1}{2} \pi (2AC + 2KD + 2NM) =$$

$$= \frac{1}{2} \pi \cdot AB. \text{ Аналогично можно показать, что сумма длин зеленых}$$

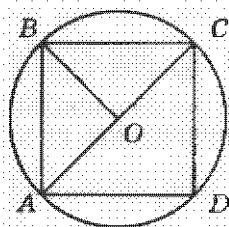


Рис. 166

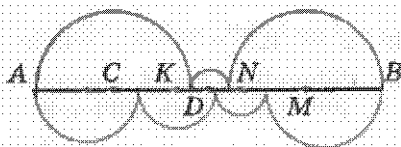
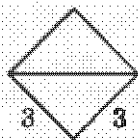


Рис. 167

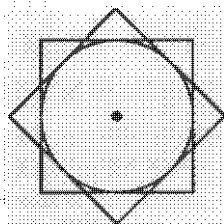


Рис. 168

полуокружностей также равна $\frac{1}{2} \pi \cdot AB$. 774. *Указание.* Сумма площадей всех закрашенных и незакрашенных серпиков равна сумме площадей двух кругов, диаметр которых 3 см и 4 см, а сумма площадей незакрашенных серпиков и прямоугольника равна площади круга, диаметр которого 5 см. Покажите, что эти суммы равны. 775. *Указание.* Общая часть

квадратов содержит круг, радиус которого равен $\frac{1}{2}$ см (рис. 168).

778. 1) $\frac{3}{4}$; 2) $1\frac{2}{7}$. 779. 36 грн. 799. 28 000 студентов. 801. Нет.

Указание. Каждое из полученных трехзначных чисел делится нацело на 3, значит, их произведение должно быть кратно 9. 818. 12) $\frac{7}{16}$;

13) $\frac{13}{16}$; 14) $\frac{11}{16}$. 819. 12) $\frac{3}{19}$; 13) $\frac{3}{19}$; 14) $\frac{8}{19}$. 823. 1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{5}{8}$.

824. $\frac{17}{43}$. 825. $\frac{2}{3}$. 826. 1) 3; 2) 8. 827. 4 синие и 2 желтые грани.

828. 7 шаров. 829. $\frac{31}{36}$. 830. 12 грн. 844. 535 деревьев. 845. $2\frac{11}{18}$.

867. Точка В. 868. С (-7). 869. М (4) или М (-4). 870. 20 кг.

872. 680. 873. Больше бегунов. 874. В 6 раз. 891. а, если а — положительное число; -а, если а — отрицательное число. 893. Не существует, поскольку между противоположными числами всегда лежит нечетное количество целых чисел. 894. 8 ч. 895. 500 кг.

896. 1) $\frac{6}{49}$; 2) $1\frac{1}{6}$. 918. 36 км. 919. $\frac{13}{15}$. 943. 1) -5; -4; -3; -2; -1; 0;

1; 2; 2) -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4. 944. 1) $-a < b$; 2) $-a > b$. 945. 1) $-4,2^{**} >$

$> -4,6^{**}$; 2) $-0,628 < -0,627^{**}$; 3) $0 > -, **$. 946. 1) $-98^{*} > -1^{***}$;

2) $-, *** > -, **$; 3) $-98, ** < -4, **$. 949. 1) Если $a > 0$, то $a > -a$;

если $a < 0$, то $a < -a$; если $a = 0$, то $a = -a$; 2) $|a| > a$; 3) $|a| > -a$.

950. 1) 0; 2) 4; 3) -4; 4) -1. 952. $1\frac{2}{3}$ ч. 953. 215 см. 954. $\frac{5}{6}$. 974. Ра-

венство выполняется, если а и b — числа одного знака. 977. 1) При

$x < 0$; 2) ни при каких. 978. В 15 ч 20 мин. 979. 24 конфеты.

991. 1) 27; 2) -30. 997. 1) 420 грн.; 2) 441 грн.; 3) 463,05 грн.

998. 6. 1023. 1) -10; -6; 6; 10; 2) -5; 5. 1024. 1) Наименьшее значе-

ние равно -8,5 при $x = 0$, наибольшего не существует; 2) наиболь-

шее значение равно -5,2 при $x = 0$, наименьшего не существует.

1025. 1) Наименьшее значение равно 3,9 при $x = 0$, наибольшего не

существует; 2) наибольшее значение равно 7,6 при $x = 0$, наимень-

шего не существует. 1026. 125 %. 1027. 87,5 %. 1028. $\frac{4}{9}$. 1029. 180.

1030. 1) $2\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{10}$. 1041. 1) $-39\frac{7}{18}$; 2) $1\frac{7}{9}$. 1042. 1) $26\frac{4}{7}$; 2) $\frac{1}{180}$.
 1046. 3) $-4\frac{2}{9}$. 1049. 1) 1; 2; 3; 4; 5; 2) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10;
 3) 1; 2; 3; 4) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. 1050. 1) -1; -2; -3; 2) -1; -2; -3; -4;
 -5; 3) -1; -2; -3; -4; -5; -6; -7; -8; 4) -1; -2; -3. 1053. 1) 0; -9,4;
 6,5; 2) 21; -12,4. 1054. 1) -1,2; -5; 10; 2) -1; 2. 1055. 1) -8 при
 $x=0$; 2) 7 при $x=0$. 1056. 1) 4 при $x=0$; 2) 10 при $x=0$. 1058. На
 $\frac{3}{4}$ ч. 1059. 550 км. 1060. 4 : 1. 1061. 27 уравнений. 1075. 1.
 1082. 1) $-4\frac{15}{16}$; 2) $-1\frac{3}{5}$. 1112. 1) -8; 2) $-3,4x + 2\frac{1}{3}y$. 1113. 1) -2;
 2) -2,8; 3) 22. 1114. 1) 9,6; 2) -23; 3) 2. 1120. 1) -28; 2) -2,4;
 3) -1; 4) -178; 5) 48. 1121. 1) 3,4; 2) 0,1; 3) 1,6. 1125. 136,8 грн.
 1126. 104 км. 1127. 1,5 км или 7,5 км. 1128. 12 рыб. 1139. 2) $1\frac{17}{18}$;
 3) $4\frac{1}{2}$; 4) $1\frac{1}{8}$; 1140. 2) $-2\frac{1}{4}$; 3) $-\frac{1}{18}$; 4) $-1\frac{1}{3}$. 1142. 3) $-\frac{6}{7}$; 4) 3; 5) -0,3;
 6) 4. 1143. 3) $6\frac{2}{3}$; 4) $-\frac{2}{9}$. 1144. 1) -44,45; 2) -47,14. 1145. 1) -14;
 2) -129,7. 1146. 1) -2; 2) 3,9. 1147. 1) $-\frac{2}{9}$; 2) -12,8. 1150. 0,6 км/мин.
 1151. 30 рубашек. 1152. 720. 1153. 3 кг. 1154. 39 лет. 1165. 1) 2;
 2) 3,2; 3) -24. 1166. 1) -3; 2) -4; 3) $1\frac{1}{5}$. 1167. 1) -3; 2) 1. 1168. 1) 0;
 2) 1,25. 1169. 1) 0,4; 2) -1. 1170. 1) -9,5; 2) -2. 1171. 1) -28;
 2) $-\frac{42}{53}$; 3) -1. 1172. 1) 9; 2) 15; 3) $\frac{45}{44}$. 1173. 1) -0,3; 2) 8; 3) 24;
 4) 3,4. 1174. 1) 0,4; 2) 5; 3) 1,8; 4) 11. 1175. 1) 0,5; 2) -3,5.
 1176. 1) -7; 2) -3,25. 1177. 1) Нет корней; 2) x — любое число.
 1178. 1) x — любое число; 2) нет корней. 1179. 1) 0; 2) 2. 1180. 1) -14;
 -7; -2; -1; 1; 2; 7; 14; 2) -10; -4; -2; -1; 0; 1; 3; 4; 5; 6; 8; 14.
 1181. 1) 1; 2; 4; 5; 10; 20; 2) -4; -5; -6; -9; -12; -21. 1182. 1600%.
 1183. 20%. 1184. 800 грн. 1185. Меньше на 1%. 1186. 18 конфет.
 1187. $\frac{1}{3}$. 1188. Делимое 53, делитель 9. 1198. 118 пудов. 1199. Мас-
 са Малыша — 24 кг, Фрекен Бок — 96 кг, Карлсона — 54 кг.
 1200. 70 см, 14 см, 82 см. 1201. 12 см, 84 см, 78 см. 1202. 7,2 грн.,
 4 грн. 1203. 7,5 грн., 12,5 грн. 1204. 14 кг, 6 кг. 1205. 14 грн.,
 32 грн. 1206. 4,2 км/ч, 9,8 км/ч. 1207. 300 школьников.
 1208. 60 грибов, 12 грибов. 1209. 12 орехов, 96 орехов. 1210. 80 км,
 70 км, 72 км. 1211. 48 деталей, 40 деталей, 36 деталей, 28 деталей.
 1212. 10 порций, 14 порций. 1213. 9 пирожных, 7 пирожных.

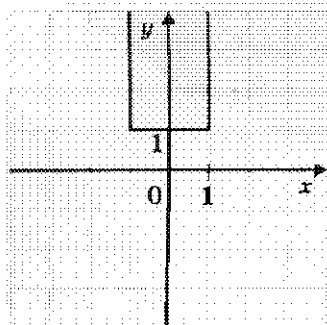


Рис. 169

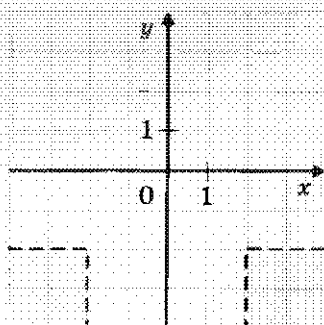


Рис. 170

1214. 21 000 грн. 1215. 59 л. 1216. 65 грн., 13 грн. 1217. 240 кг, 60 кг. 1218. 6 ч, 4 ч. 1219. 5 ч, 2 ч. 1220. 13 мин. 1221. 5 дней. 1222. 2 км/ч. 1223. 6 км/ч. 1224. 10 дней. 1225. 17 дней. 1226. 240 л, 480 л. 1227. 20 кг, 80 кг. 1228. В 11 ч 57 мин. 1230. 9. 1231. Нечетным числом. 1232. В числе 93 зачеркнули цифру 9, или в числе 62 — цифру 6, или в числе 31 — цифру 3. 1233. 1) $14\frac{5}{6}$; 2) $-13\frac{8}{9}$. 1250. 1) 124; 2) 98. 1251. 126. 1252. Указание. 1) $90^\circ = 15^\circ \cdot 6$. 1253. Указание. 1) $5^\circ = 90^\circ - 17^\circ \cdot 5$. 1254. Указание. $10^\circ = 90^\circ - 4^\circ \cdot 20$. 1255. 26. 1257. 24 способа. 1259. 28 лет. 1261. 5. 1277. 5 роз, 9 роз. 1279. 1 т. 1280. -2,83. 1307. 3) Рис. 169; 4) рис. 170. 1308. 3) Рис. 171; 4) рис. 172. 1310. 10 шоколадок. 1311. 75 кг. 1312. 308 орехов. 1313. 1) 0; 2) $-1\frac{11}{42}$. 1323. 12 вариантов. 1324. 150 страниц. 1325. 1) $-\frac{5}{12}$; 2) $-\frac{5}{23}$; 3) 2,5. 1327. 1) $\frac{1}{5}$; 2) -3,36; 3) $2\frac{1}{6}$; 4) 2,75; 5) 0,5; 6) 0,11; 7) $-\frac{1}{44}$; 8) $-9\frac{3}{4}$.

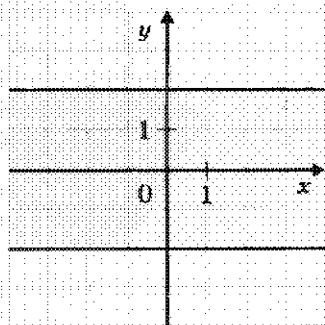


Рис. 171

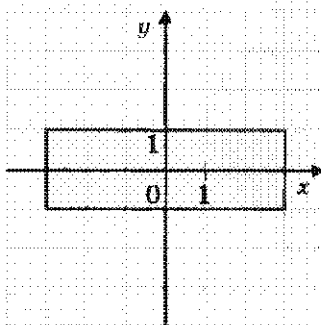


Рис. 172

1328. 1) 2,8; 2) 1,8. 1329. 1) 12,5; 2) 4. 1330. 1) 40 %; 2) $21\frac{3}{7}$ %.
 1334. 4) $2c - 2$; 5) $1,02л$; 6) $3\frac{1}{6} - 2\frac{11}{18}a$; 7) $-0,3y$; 8) $36,5h - 14$.
 1335. 3) -10 ; 4) 63; 5) 37,9; 6) $-5,5$; 7) -1 ; 8) -12 . 1336. 18) -36 ;
 19) $-22,5$; 20) 36; 21) -2 ; 22) $-0,2$; 23) 0,5; 24) 0; 25) 2; 26) $\frac{5}{19}$.
 1337. 1) $3 \cdot 29 = 87$; 2) $43 \cdot 3 = 129$; 3) $103 \cdot 5 = 515$; 4) $11 \cdot 13 = 143$;
 5) $21 \cdot 23 = 483$; 6) $14 \cdot 17 = 238$. 1339. 25 см, 435 плиток.
 1340. 72 оценки. 1341. 61 орешек. 1345. 98 вареников. 1346. 3 кг.
 1347. $\frac{49}{60}$ ч. 1348. 380 км. 1350. Сложить веревку вчетверо
 и отрезать четвертую часть. *Указание.* $\frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3} - (\frac{2}{3} : 4)$.
 1351. 24 дня. 1352. $32\frac{8}{11}$ мин. 1353. 3 ч. 1354. 56 ч. 1355. $3\frac{3}{5}$ ч.
 1356. $14\frac{2}{5}$ мин. 1357. 8 ч. 1358. 10 чи 15 ч. *Указание.* За 2 ч через
 две трубы наполнится $\frac{1}{3}$ бассейна, следовательно, за 10 ч через
 вторую трубу наполнится $\frac{2}{3}$ бассейна. 1359. 14 ч. 1360. 1,5 см.
 1368. 2,52 кг. 1369. На 21 %. 1370. Уменьшилась на 4 %.
 1371. Площадь прямоугольника составляет 91 % площади квадра-
 та. 1372. 240 см^2 . 1373. $x = 9$; $y = 24$. 1374. 1) 18; 24; 54;
 2) 75; 50; 60. 1375. 2000 кг. 1376. 175 км. 1377. 1) 1,5 км/ч;
 2) 27 км/ч; 3) 1,8 км/ч. 1378. 5280 грн., 7040 грн., 8800 грн.
 1383. Да, 42 см. 1390. 68; 32; 80. 1391. 46; 32; 12. 1392. 304 дня.
 1394. $83,2 \text{ см}^2$. 1395. 500 га, 400 га, 320 га. 1396. 21 куст, 35 куст-
 тов. 1397. 45 кг. 1398. 41 км, 36 км, 33 км. 1399. 70 км/ч, 80 км/ч.
 1400. 3 ч. 1401. Асфальтированной дорогой — 50 км/ч, грунто-
 вой — 45 км/ч. 1402. 14 км/ч; 42 км. 1403. 1,5 ч. 1404. 264 км.
 1405. 80 км/ч, 46 км/ч. 1406. 40 км. 1407. 150 кг, 250 кг, 280 кг.
 1408. 150 задач. 1409. 17 раз. 1410. 9. 1411. 1 грн. 8 коп. 1412. 7.
 1413. 20; 48. 1414. 25 гусей, 20 коз. 1415. 10 кроликов вырастили
 65 кочанов капусты. 1416. 1200 сольдо под 6 % и 800 сольдо под
 9 %. 1417. 60 л, 15 л. 1418. 72 л. 1419. 24 книжки. 1420. 54 км.
 1421. 132 адреса. 1422. 66 партий.

- Абсцисса точки 250
- Величины прямо пропорциональные 126
- Вероятность случайных событий 158
- Вычитание *дробей* 53
 - рациональных чисел 197
- График 257
- Деление *дробей* 83
 - рациональных чисел 221
 - смешанных чисел 83
 - числа на пропорциональные части 130
- Делитель 5
- Диаграмма круговая 148
 - столбчатая 149
- Диаметр *круга* 134
 - окружности 134
- Длина окружности 141, 142
- Дополнительный множитель 47
- Дробь бесконечная периодическая десятичная 100
 - конечная десятичная 100
 - несократимая 44
- Дуга окружности 134
- Знаменатель наименьший 48
 - общий 47
- Золотое сечение 125
- Коэффициент 211
- Координата точки на прямой 169
- Координатная прямая 169
- Координаты точки на плоскости 250
- Кратное 5
- Модуль числа 179
- Наибольший общий делитель 29
- Наименьшее общее кратное 34
- Нахождение *дроби* от числа 73
 - процентного отношения двух чисел 118
 - процентов от числа 74
 - числа по его дроби 91
 - числа по его процентам 91
- Ордината точки 250
- Основное свойство *дроби* 40
 - пропорции 111
- Ось абсцисс 249
 - ординат 249
- Отношение 106
- Параллельные лучи 244
 - отрезки 244
 - прямые 243
- Период дроби 100
- Перпендикулярные лучи 238
 - отрезки 238
 - прямые 238

Площадь круга 142
 Подобные слагаемые 215
 Преобразование обыкновенной дроби в десятичную 97
 Приближение десятичное обыкновенной дроби 103
 Приведение дробей к общему знаменателю 47, 48
 — подобных слагаемых 215
 Признак делимости на 2 10
 — на 9 15
 — на 10 10
 — на 5 10
 — на 3 15
 Пропорция 111
 —, крайние члены 111
 —, средние члены 111
 Прямая пропорциональная зависимость 126

 Радиус круга 134
 — окружности 134
 Разложение на простые множители 22
 Раскрытие скобок 214
 Решение уравнений 225

 Свойства действий над рациональными числами 194, 210, 214
 Сектор круга 135
 Система координат на плоскости 249
 Сложение дробей 53
 — рациональных чисел 190

Событие благоприятное 159
 — достоверное 158
 — невозможное 158
 События равновероятные 158
 Сокращение дроби 43
 Сравнение дробей 49
 — рациональных чисел 183

 Умножение дробей 63
 — рациональных чисел 203
 — смешанных чисел 65

 Хорда окружности 134
 — круга 134

 Центр круга 134
 — окружности 133
 Цифры нечетные 10
 — четные 10

 Числа взаимно обратные 80
 — взаимно простые 30
 — неотрицательные 169
 — неположительные 169
 — нечетные 10
 — отрицательные 165
 — положительные 165
 — простые 21
 — противоположные 173
 — рациональные 174
 — составные 22
 — целые 174
 — четные 10
 Число π 142

ОТ АВТОРОВ	3
------------------	---

§1. ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

1. Делители и кратные	5
2. Признаки делимости на 10, на 5 и на 2	9
3. Признаки делимости на 9 и на 3	15
* Делится или не делится?	19
4. Простые и составные числа	21
* Так ли просты эти простые числа?	26
5. Наибольший общий делитель	29
6. Наименьшее общее кратное	34

§2. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

7. Основное свойство дроби	39
8. Сокращение дробей	43
9. Приведение дробей к общему знаменателю. Сравнение дробей	47
10. Сложение и вычитание дробей	53
11. Умножение дробей	63
12. Нахождение дроби от числа	73
13. Взаимно обратные числа	80
14. Деление дробей	82
15. Нахождение числа по его дроби	91
16. Преобразование обыкновенных дробей в десятичные	97
17. Бесконечные периодические десятичные дроби	100
18. Десятичное приближение обыкновенной дроби	103

§3. ОТНОШЕНИЯ И ПРОПОРЦИИ

19. Отношения	106
20. Пропорции	111

21. Процентное отношение двух чисел	117
Как найти «золотую середину»	123
22. Прямая пропорциональная зависимость	125
23. Деление числа на пропорциональные части ...	130
24. Окружность и круг	133
25. Длина окружности. Площадь круга	140
26. Диаграммы	148
27. Случайные события. Вероятность случайного события	157

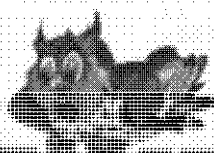
§4. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

28. Положительные и отрицательные числа	164
29. Координатная прямая	168
30. Целые числа. Рациональные числа	173
«Неразумные» числа	177
31. Модуль числа	179
32. Сравнение чисел	182
33. Сложение рациональных чисел	188
34. Свойства сложения	194
35. Вычитание рациональных чисел	197
36. Умножение рациональных чисел	202
Ничто и еще меньше	208
37. Переместительное и сочетательное свойства умножения. Коэффициент	210
38. Распределительное свойство умножения	214
39. Деление рациональных чисел	221
40. Решение уравнений	225
41. Решение задач с помощью уравнений	230
42. Перпендикулярные прямые	238
43. Параллельные прямые	243
44. Координатная плоскость	248
45. Графики	256

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ КУРСА

6 КЛАССА	263
СВЕДЕНИЯ ИЗ КУРСА МАТЕМАТИКИ 5 КЛАССА ...	279
ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ	292
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	301

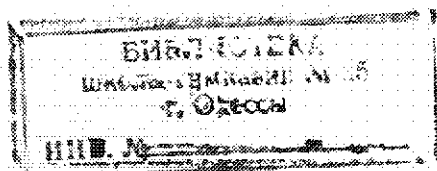
А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонский
М. С. Якир



МАТЕМАТИКА

УЧЕБНИК ДЛЯ 6 КЛАССА

Рекомендовано
Министерством образования и науки Украины



Харьков
«Гимназия»
2006

А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонский
М. С. Якир



МАТЕМАТИКА

6 класс

$$\frac{5}{11} = 0,(45)$$



$$a(b+c) = ab+ac$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ГЕОМЕТРИЯ»

А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонский
М. С. Якир

МАТЕМАТИКА 6 КЛАСС

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКТ

УЧЕБНИК

КНИГА
ДЛЯ
УЧИТЕЛЯ

СБОРНИК
ЗАДАЧ
И ЗАДАНИЙ
ДЛЯ
ТЕМАТИЧЕСКОГО
ОЦЕНИВАНИЯ

РАБОЧАЯ
ТЕТРАДЬ

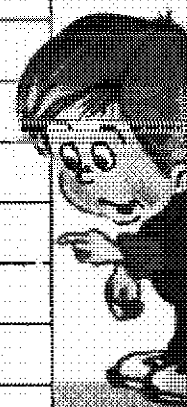
ISBN 966-8319-39-7



9 789668 319396

Таблица простых чисел (до 997)

2	79	191	311	439	577	709	857
3	83	193	313	443	587	719	859
5	89	197	317	449	593	727	863
7	97	199	331	457	599	733	877
11	101	211	337	461	601	739	881
13	103	223	347	463	607	743	883
17	107	227	349	467	613	751	887
19	109	229	353	479	617	757	907
23	113	233	359	487	619	761	911
29	127	239	367	491	631	769	919
31	131	241	373	499	641	773	929
37	137	251	379	503	643	787	937
41	139	257	383	509	647	797	941
43	149	263	389	521	653	809	947
47	151	269	397	523	659	811	953
53	157	271	401	541	661	821	967
59	163	277	409	547	673	823	971
61	167	281	419	557	677	827	977
67	173	283	421	563	683	829	983
71	179	293	431	569	691	839	991
73	181	307	433	571	701	853	997



Карта Украины



Масштаб 1:10 000 000
(и 1 см 100 км)

Сокращенные обозначения метрических единиц

Приставка	Обозначение	Множитель
микро-	мк	0,000001
милли-	м	0,001
санти-	с	0,01
деци-	д	0,1
кило-	к	1000
мега-	М	1 000 000

1 см =	мм	1 см =	мм	1 см ³ =	мм ³
1 дм =	см	1 дм =	см	1 дм ³ =	см ³
1 м =	дм	1 м =	м	1 м ³ =	дм ³
		1 га =	га		

Латинский алфавит

Печатные буквы		Рукописные буквы		Названия букв
A	a	<i>A</i>	<i>a</i>	а
B	b	<i>B</i>	<i>b</i>	бе
C	c	<i>C</i>	<i>c</i>	це
D	d	<i>D</i>	<i>d</i>	де
E	e	<i>E</i>	<i>e</i>	е
F	f	<i>F</i>	<i>f</i>	эф
G	g	<i>G</i>	<i>g</i>	ге
H	h	<i>H</i>	<i>h</i>	аш
I	i	<i>I</i>	<i>i</i>	и
J	j	<i>J</i>	<i>j</i>	йот
K	k	<i>K</i>	<i>k</i>	ка
L	l	<i>L</i>	<i>l</i>	эль
M	m	<i>M</i>	<i>m</i>	эм
N	n	<i>N</i>	<i>n</i>	эн
O	o	<i>O</i>	<i>o</i>	о
P	p	<i>P</i>	<i>p</i>	пэ
Q	q	<i>Q</i>	<i>q</i>	ку
R	r	<i>R</i>	<i>r</i>	эр
S	s	<i>S</i>	<i>s</i>	эс
T	t	<i>T</i>	<i>t</i>	тэ
U	u	<i>U</i>	<i>u</i>	у
V	v	<i>V</i>	<i>v</i>	ве
W	w	<i>W</i>	<i>w</i>	дубль-ве
X	x	<i>X</i>	<i>x</i>	икс
Y	y	<i>Y</i>	<i>y</i>	игрек
Z	z	<i>Z</i>	<i>z</i>	зет

Дружок