

Анализ каротажных диаграмм и сейсмических данных с использованием шаблона физических свойств пород

Well log and seismic data analysis using rock physics templates

Эрик Одегаард (Erik Ødegaard)¹ и Пер Авсет (Per Avseth)²

Введение

Петрофизические исследования являются составляющей количественного анализа сейсмических данных и является основополагающей при изучении флюидных и литологических замещений, при AVO-моделировании и интерпретации результатов обращения для волнового уравнения упругих волн. Традиционно, петрофизическая интерпретация каротажных кривых и сейсмических данных выполнялась экспертами-петрофизиками. По мере возрастания спроса на количественные результаты, увеличивается необходимость разработки удобных к использованию инструментов интерпретации для геофизиков, которые не специализируются в области петрофизики. В этой статье мы описываем, как практическим специалистам-геологам широкого профиля может послужить инструментарий интуитивных петрофизических шаблонов (RPT) в проведении эффективных интерпретаций литологического состава и порового флюида по данным каротажа, а так же в обработке результатов обращения для волнового уравнения упругих волн.

Петрофизические Шаблоны

Пример каротажной диаграммы, представленной на Рисунке 1, иллюстрирует типичные проблемы петрофизической интерпретации. На нем показан акустический импеданс (AI)- и кривые Vp/Vs для 100м интервала, и соответствующий кросс-плот Vp/Vs как функции AI. Код раскраски кривых каротажа основан на выделении четырех популяций в области кросс-плота, точки кросс-плота раскрашены в соответствии с кривой гамма каротажа (не показан).

В области кроссплота можно с легкостью выделить четыре популяции, каждой из них можно приписать отдельную литологию, на основе использования дополнительной каротажной информации:

два типа глин, газонасыщенные пески и пески, насыщенные рассолом. Интерпретация кросс-плота была бы гораздо более трудная без дополнительной каротажной информации, обычно это характерно для результатов обращения для волнового уравнения упругих волн. Это еще раз дает нам мотив для использования RPT. Вместо использования дополнительных каротажных данных в интерпретации, мы можем использовать теоретические петрофизические тренды для выделения различных типов литологии, которые ожидаются на изучаемом участке.

Построение RPT обычно выполняется экспертами-петрофизиками, знакомыми с различными петрофизическими моделями и теориями. Как только эксперт рассчитал и составил каталог/атлас RPT, практик может выбрать соответствующий RPT для интересующего участка, и выполнить интерпретацию результатов обращения для волнового уравнения упругих волн, не обладая углубленными знаниями в теории петрофизики. Если для изучаемого района имеется соответствующий RPT, идеальный технологический процесс интерпретации становится достаточно простой двухэтапной процедурой:

- Используйте данные каротажных кривых для проверки справедливости выбранной RPT. (Если не существует соответствующего RPT, пользователь должен снабдить петрофизиков входными данными по геологии интересующей местности, с тем, чтобы были построены новые RPT для изучаемого участка).
- Используйте выбранные и проверенные RPT для интерпретации результатов обращения для волнового уравнения упругих волн.

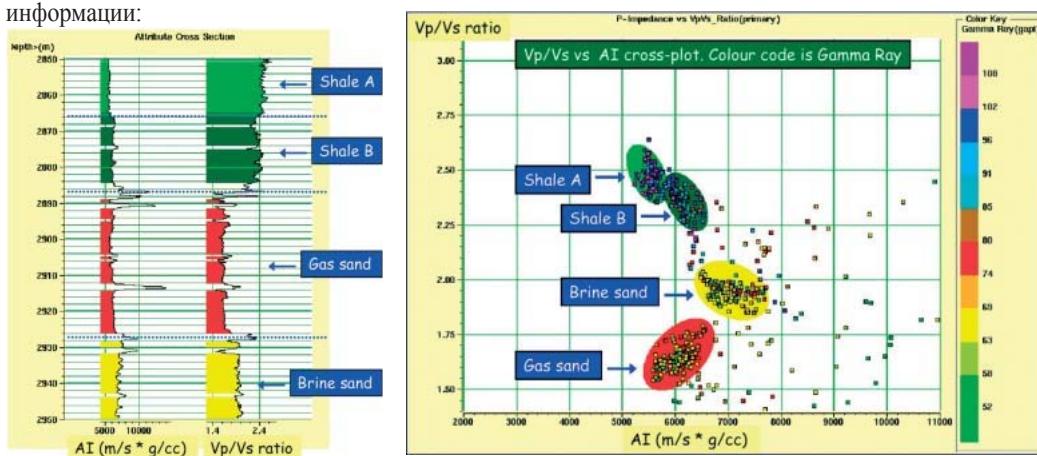


Рисунок 1: Кривые AI- и Vp/Vs (справа) и кросс-плот Vp/Vs как функция AI (справа). Цветовой код кривых основан на выделении популяций в области кросс-плота, точки кросс-плота раскрашены с использованием кривой гамма-каротажа (не показан). Интерпретация основана на совокупности всех имеющихся каротажных данных.

¹ Norsk Hydro O&E Exploration, Kjørboveien 16, Sandvika, N-0246, Norway

² Norsk Hydro Research Centre, PO Box 7190, N-5049 Sandsli, Norway

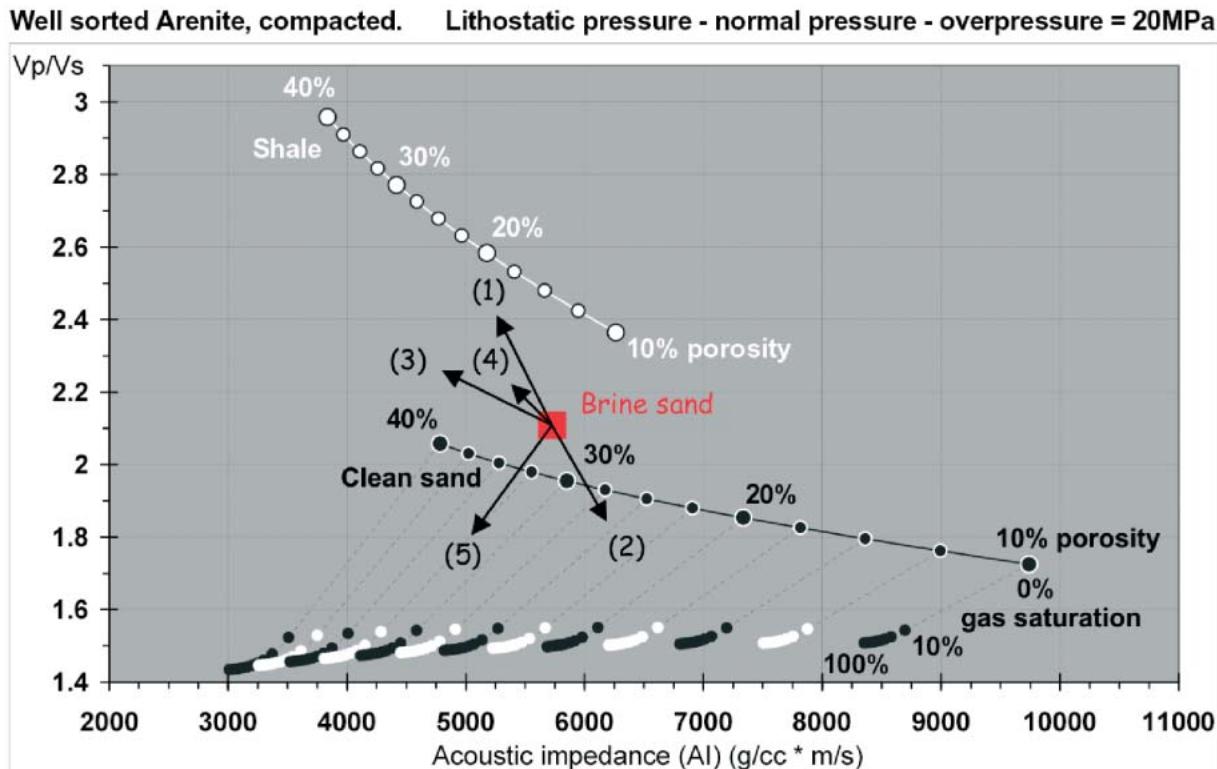


Рисунок 2: Пetroфизический шаблон (RPT) в области кросс-плота Vp/Vs как функции AI включает в себя петрофизические модели, локально ограниченные по глубине (т.е. давление), по минеральному составу, по критической пористости, и свойствами флюида. Шаблон включает в себя тренды пористости для различного типа литологии, для возрастающей газонасыщенности песков (в предположении равномерного насыщения). Черными стрелками показаны различные геологические тренды: 1) увеличение глинистости, 2) увеличение объема цемента, 3) увеличение пористости, 4) уменьшение эффективного давления и 5) увеличение газонасыщенности.

RPT интерпретация данных каротажа может быть также полезной автономной задачей, для интерпретации и контроля качества данных каротажа и с целью проверки выявляемости различных флюидных и литологических сценариев на сейсмических данных.

Петрофизическое моделирование с учетом ограничений, наложенных локальными особенностями геологического строения

Эта статья, прежде всего, предназначена для сейсмиков-интерпретаторов и геологов-практиков; поэтому в этом разделе мы даем наглядное изложение основных этапов моделирования RPT является расчет трендов скорость-пористость для ожидаемых литологических разностей, для различных глубин залегания, и для этого на входе необходимы геологические и петрофизические данные. Обычно в качестве входных данных для построения и оценки RPT используются данные каротажа и лабораторных петрофизических измерений, если они имеются. Теория контактов Герца Миндлина (Mindlin, 1949) может использоваться для расчета зависимостей давления для высокой пористости. Другой граничной точкой является нулевая пористость, при которой модуль объемной деформации и модуль сдвига такой же, как и для твердого минерала. Эти две точки в осах пористость-упругие модули соединены с кривой, предложенной Хашин-Штрикманом (Hashin-Shtrikman, 1963) и ограничивают соединение двух фаз: исходной пористой фазы и твердой фазы.

Уменьшение пористости, связанное с упаковкой и сортировкой там где более мелкие зерна входят в пространство пор между крупными зернами, смоделировано для нижней границы. Для сцепленных пород, мы использовали модель верхней границы Хашина-Штрикмана. Следующим этапом был расчет упругого модуля объемной деформации пород, насыщенных рассолом и углеводородами. Свойства сухих пород, рассчитанные на основе комбинирования моделей Герца Миндлина и Хашина-Штрикмана, используются на входе уравнений Гассмана для расчета свойств насыщенных пород, в предположении равномерного насыщения. По ним мы можем рассчитать Vp , Vs и плотность пород, насыщенных рассолом и газом, и в завершении, AI и соотношение Vp/Vs . Оценки AI и Vp/Vs – типичный результат обращения для волнового уравнения упругих волн, это является главной причиной представления петрофизических шаблонов в области кроссплота Vp/Vs как функции AI. Пример RPT показан на Рисунке 2. на нем представлена фоновая линия глин, линия насыщенного рассолом песка, и кривые увеличения газонасыщенности как функции пористости песка.

Кроме того, RPT являются присущими определенной местности (бассейну) и отражают локальные геологические факторы. Геологические ограничения, которые накладываются на петрофизические модели, включают такие факторы как литология, минералогия, глубина залегания, диагенез, давление и температура. Все эти факторы должны учитываться при построении RPT для данного бассейна. В особенности, при построении шаблона важно включать только ожидаемые литологические разности изучаемого района.

Система кремниево-обломочного состава будет включать в себя фации, иные, чем карбонатная система. В этой статье мы приводим примеры кремниево-обломочной обстановки осадконакопления, в которой ожидаем встретить следующие литологические разности: глины, глинистые пески и чистые пески. Но даже для кремниево-обломочной системы, минералогический состав может быть сильно изменчивым. Пески могут быть или кварцевые (аренит) или полевошпатовые (аркоз). Кварц и полевой шпат имеют весьма отличные упругие свойства, и это необходимо учитывать при петрофизическом моделировании. Другие минералы также могут играть свою роль. В глинистых сланцах преобладают глинистые минералы, такие как монтмориллонит, иллит, каолинит или хлорит. Илистые частицы кварца и полевого шпата также очень часто присутствуют в глинистых сланцах. Мавко (Mavko et al., 1998) приводит упругие свойства распространенных минералов. Пески, смоделированные в RPT, на Рисунке 2 представлены чистыми, кварцевыми песками (аренит), тогда как глинистые сланцы предположительно богаты монтмориллонитом.

Линия глин будет присуща конкретно данному бассейну, тогда как линия чистых песков с рассолом будет общезначима.

Глубина воды и глубина залегания определяют эффективное давление, поровое давление и литостатическое давление. Поровое давление важно при расчете свойств флюида, и для определения эффективного напряжения на контактах зерен скелета породы, несущей нагрузку. Уменьшение пористости, связанное с уплотнением горных пород и диагенезом, напрямую связаны с глубиной залегания. На больших глубинах пески, богатые кварцем, становятся сцепментированными кварцем, тогда как монтмориллонитовые сланцы проходят процесс иллитизации и высвобождение связанной воды. Авсет (Avseth et al., 2001) показал, как можно рассчитать предполагаемые сейсмические свойства на заданной глубине, на основе локальных трендов пористость-глубина для различного литологического состава. На Рисунке 2 эффективное давление равно 20 МПа. Если поровое давление является гидростатическим, это означает приблизительную глубину залегания порядка 2 км.

При моделировании RPT нам также требуется знать акустические свойства фильтрата бурого раствора, пластовой воды и углеводородов на области исследования. Среди необходимых входных параметров температура, давление, соленость рассола, плотность газа, опорная плотность нефти (API), и газовый фактор нефти. В областях, где еще не встречены углеводороды, плотность газа можно предположить (обычно в интервале 0.6-0.8). Однако, величина API нефти более неопределенная. Также, сейсмический отклик на присутствие нефти бывает трудно различить с откликом при наличии рассола. Таким образом, в шаблонах, которые представлены в этой работе, мы будем рассматривать только пески, насыщенные газом и рассолом. Однако можно ожидать, что нефтенасыщенная порода будет характеризоваться схожими значениями, что и породы с низким насыщением газа на кроссплите AI как функции Vp/Vs. Относительно распределения насыщения, при моделировании шаблонов мы исходили из равномерного распределения, которое дает печально известный эффект, при котором остаточное количество газа будет проявлять почти те же сейсмические свойства, что и коммерческие запасы газа. Пятнистое распределение газа дало бы более линейные изменения сейсмических свойств при увеличении газонасыщения.

Для нахождения соответствующего RPT, мы применяем трехуровенную иерархию:

- Область / бассейн (т.е. выбор линии глин)

- режим давления (т.е. глубина залегания с поправками за возможное избыточное давление)
- ожидаемый песчаный коллектор (кварцевый (аренит) / полевошпатовый (аркоз) / чистый плотный / сланцевый плотный / с кварцевым цементом)

При моделировании необходимо обращаться к наиболее вероятному геологическому сценарию, но также должны быть учтены альтернативные сценарии. Кремниевые илы и А-СТ переходы опала, вулканический туфф, соляные интрузии, кальцитовый цемент, и избыточное давление на малой глубине - все эти явления представляют собой потенциальные ловушки, которые обычно не включаются в модели. Однако RPT может помочь различать некоторые из этих аномалий от аномалий, вызванных присутствием углеводородов.

RPT анализ данных каротажа

Надежность интерпретаций RPT зависит от корректности литологических трендов для изучаемой области. Если имеются данные каротажа, их необходимо использовать для проверки актуальности и руководства выбором RPT. Если потребуется, сейсморазведчик-интерпретатор должен взаимодействовать с петрофизиком с целью усовершенствования и создания новых RPT, если еще не существует подходящего RPT.

Давайте снова обратимся к каротажным данным на Рисунке 1. Рисунок 3 –практически тот же кросс-плот, что и на Рисунке 1, но наложенный на соответствующий RPT. Он включает также тренды пористости для пород различного литологического состава. Белая линия глин отвечает чистым глинам, черная линия песков отвечает чистым плотным кварцевым пескам, насыщенным рассолом. Для чистых песков также рассмотрено увеличение степени газонасыщения. Отметим, что две популяции ‘глин’ попадают прямо на линию глин, и в предположении, что тренды отвечают области исследования, очевидной интерпретацией было бы, что эти две популяции представляют собой глины с различной суммарной пористостью.

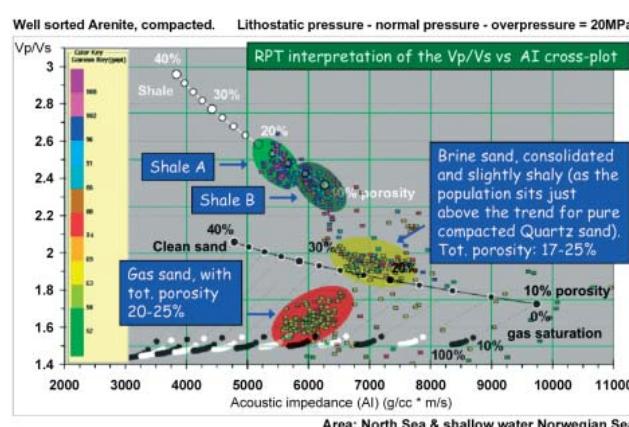


Рисунок 3: Кросс-плот Vp/Vs как функция AI с наложенными теоретическими петрофизическими трендами для чистых глин и чистых плотных кварцевых песков, насыщенных рассолом. Тренды нарисованы в виде функций общей пористости. Эффект различного насыщения газа добавлен под трендом песков с рассолом. Цветные обозначения те же, что и на Рисунке 1.

Популяция 'песка, насыщенного рассолом' находится как раз над теоретической линией песков, насыщенных рассолом; снова, в предположении о том, что тренды актуальны для района исследований, можно провести интерпретацию: песок, насыщенный рассолом, слегка глинистый. Популяция 'Газонасыщенного песка' нарисована под трендом песка, насыщенного рассолом и приблизительно вдоль пунктирных линий, указывающих на эффект возрастания газонасыщения. Для популяции 'Газонасыщенного песка' можно оценить соответствующую пористость чистых песков, насыщенных рассолом, но о глинистости газонасыщенного песка нельзя сделать существенных заключений (но это является фундаментальным ограничением при анализе сейсмических данных).

На Рисунке 4 показаны примеры RPT для различных типов песков. На верхнем графике представлены неконсолидированные чистые пески, тогда как на нижнем представлены сцепментированные песчаники. Для неконсолидированных песков мы наблюдаем значительное уменьшение соотношения V_p/V_s при несущественном увеличении газонасыщения, тогда как падение акустического импеданса более умеренное. Для сцепментированных песчаников, которые имеют жесткий скелет, характерна меньшая чувствительность к присутствию флюида. Отношение V_p/V_s незначительно уменьшается с увеличением газонасыщения.

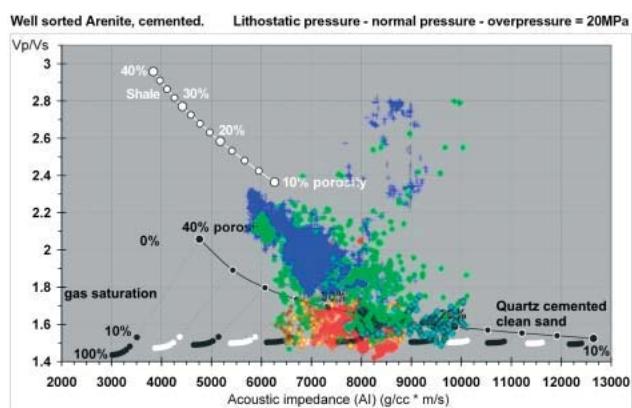
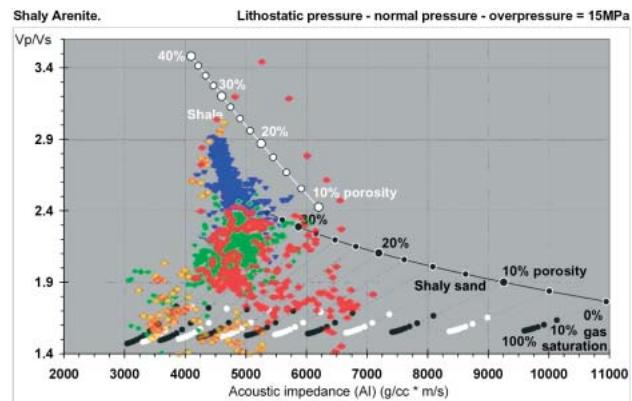


Рисунок 4: Питрофизический шаблон для неконсолидированных песков (вверху) и сцепментированного песчаника (внизу). На шаблоны наложены данные для одного и того же бассейна, и одного стратиграфического уровня, но для различных глубин залегания. Влияние флюида существенно отличается в двух различных ситуациях, потому, что пески, залегающие глубже, сцепментированы в отличие от неглубокозалегающих песков. Цветом обозначены: глины (синий), глинистый песок (зеленый), песок с рассолом (голубой), нефтенасыщенный песок (красный) и газонасыщенный песок (желтый).

Хотя, в акустическом импедансе все еще заметно явное уменьшение, благодаря влиянию газа.

Данные каротажа для двух различных скважин на акватории Западной Африки были наложены на шаблоны на Рисунке 4. Каротажи представляют тот же олигоценовый интервал, но глубины залегания разные; одна скважина разбуррила олигоцен, покрывающий слой составляет приблизительно 1200 м (верхний RPT на Рисунке 4), для другой скважины - покрывающая толща составила приблизительно 2400 м (нижний RPT на Рисунке 4). Поэтому, пески и глины во второй скважине были уплотнены больше, чем в первой скважине; пески во второй скважине сцепментированы, тогда как пески в первой скважине неконсолидированы. Кварцевая цементация обычно происходит при температурах, превышающих 80°C , что соответствует глубинам погружения порядка 1.5-2 км. Пески в первой скважине (верхний RPT на Рисунке 4) проявляют гораздо больший флюидный отклик, чем во второй скважине (нижний RPT на Рисунке 4), хотя пески относятся к одному стратиграфическому уровню. Это иллюстрирует значимость RPT. Даже для одного и того же бассейна, и одной и той же стратиграфического уровня, для различных глубин залегания применяются различные петрофизические модели. Более того, RPT указывают на то, что ожидаемый сейсмический отклик на присутствие углеводороно-насыщенных песков будет разным в двух скважинах.

Для более мелких песков из первой скважины, мы ожидаем встретить аномалию AVO II класса для нефтенасыщенных песков, тогда как газонасыщенные пески дадут аномалии класса III. Для более глубоких, сцепментированных песков во второй скважине: нефтенасыщенные пески будут характеризоваться аномалией AVO класса I, тогда как газонасыщенные пески будут характеризоваться аномалией AVO класса II. Итак, поведение AVO при наличии углеводородов будет разным для этих двух скважин, из-за локальных диагенетических изменений. Этот пример анализа RPT подтверждает то, что при проведении AVO анализа необходимо учитывать глубинные петрофизические тренды (c.f., Avseth et al., 2003).

Интерпретация результатов обращения для волнового уравнения упругих волн

Ниже приводится пример процедуры выбора RPT, используя анализ кроссплотов по каротажным данным, вслед за этим идет петрофизическая интерпретация результатов обращения для волнового уравнения с использованием выбранного шаблона. Рисунок 5 является иллюстрацией этапа проверки шаблона. Интерпретация диаграмм каротажа частично основана на дополнительных данных, цвет кривых AI и V_p/V_s был выбран в соответствии с зонами, определенными на кроссплоте AI как функции V_p/V_s . Красная зона включает в себя два типа глин, желтая зона содержит глинистый песок (или сланцеватую глину). Мел представляет собой маленький и практически отдельный участок зоны повышенных значений AI (фиолетовым). Точки, представляющие нефтенасыщенный и рассоло-насыщенный песок, попадают внутрь голубой и зеленої зон, соответственно, но заметим, что водо-нефтяной контакт совпадает с видимыми изменениями литологии. Для рассоло-насыщенного песка характерны более высокие значения AI, чем для нефтенасыщенного песка, как и ожидалось, но, более низкие значения V_p/V_s , которые являются прямой противоположностью ожидаемым изменениям. Интерпретация для песка, подстилающего водо-нефтяной контакт: он слабосцепментированный и/или более плотно упакованный. Данные каротажа достаточно хорошо соответствуют теоретическим трендам. В этом примере нефть достаточно тяжелая (190 API) и большое отклонение от тренда рассоло-насыщенных песков не ожидается.

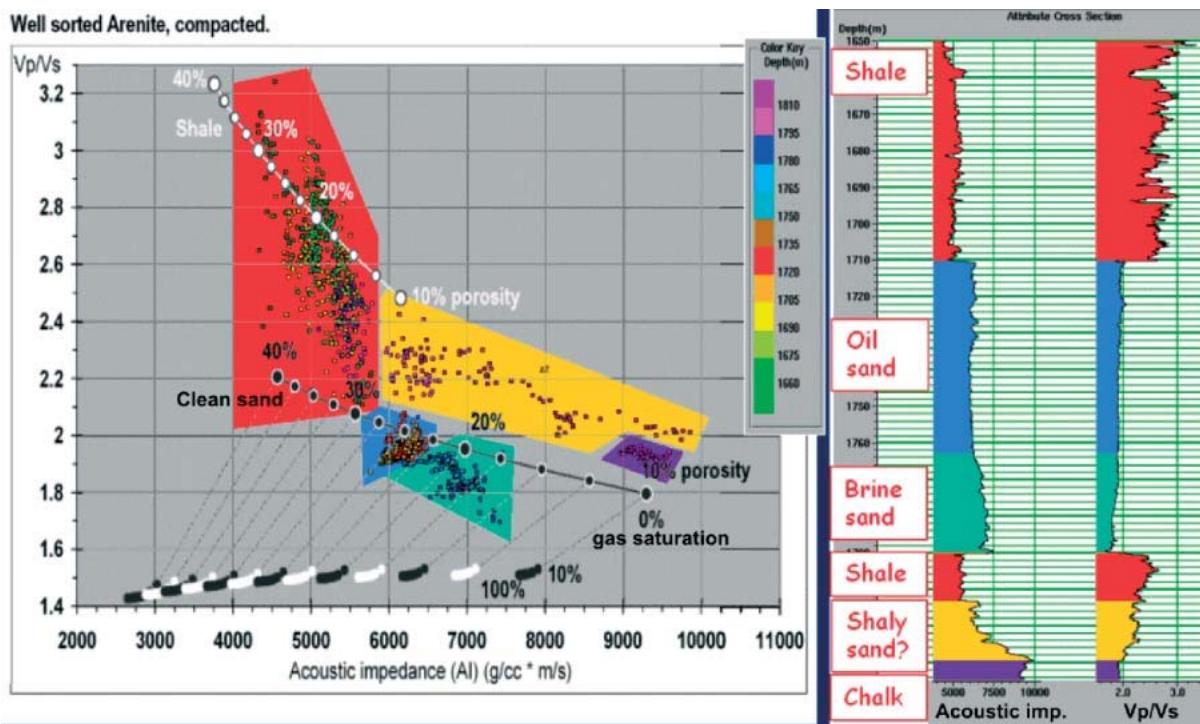


Рисунок 5: Криевые AI- и Vp/Vs (справа) и кроссплот Vp/Vs как функции AI (слева). Цвет криевых выбран на основе популяций, определенных в области кроссплота. Интерпретация основана на всех имеющихся каротажных данных. (Рисунок любезно предоставлен Аарт-Ян Ван Вийнгарден и Сюзанной Лунд Йенсен).

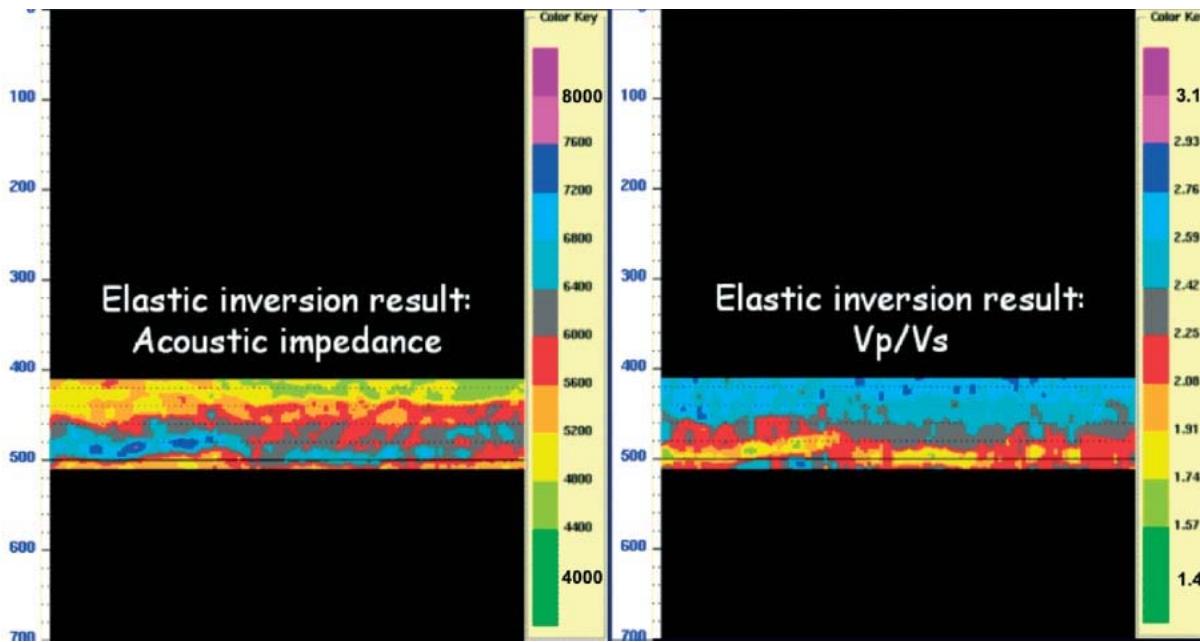


Рисунок 6: Результаты обращения для волнового уравнения упругих волн, AI (слева) и Vp/Vs (справа), в целевом окне 100 мс.

В предположении, что выбранный шаблон действителен для этой области, нефтенасыщенный песок характеризуется пористостью 22-25%, а песок с рассоловом – пористостью 17-21%.

В окрестностях этой скважины имеется незначительный набор данных 3D обращения для волнового уравнения. На Рисунке 6 показаны результаты оценки AI и Vp/Vs для выбранного профиля в окне 100мс. Выбранное временное окно

соответствует диапазону глубин, для которого приведен кроссплот на Рисунке 5, и для которого выбран RPT. Кроссплот Vp/Vs как функция AI для этих данных приведен на Рисунке 7, с наложением выбранного RPT.

Мы не видим того же разделения точек по зонам, что и для кроссплота по каротажу, что возможно связано с меньшей глубинной разрешающей способностью сейсмических данных.

Петрофизическая интерпретация на Рисунке 7 кажется достаточно очевидной. Популяцию, которая сидит на теоретической линии глин, можно интерпретировать как глины. Заметим, что точки глин достаточно близко касаются тренда песков для самых высоких значений AI. Это может отражать факт того, что глины становятся все более залленными, и точки между линией глин и линией песками с рассолом интерпретируются как илистые глины и/или глинистые пески. Точки, расположенные рядом с теоретической кривой песков с рассолом, скорее всего, представляют чистые пески. Мы не ожидаем увидеть ясный отклик нефтенасыщенных песков, поскольку в нашем случае нефть достаточно тяжелая (190 API), но данные, которые отображаются значительно ниже тренда песка с рассолом, могут соответствовать нефтенасыщенным породам. Песок имеет суммарную пористость в диапазоне 22-28%.

Кроме того, мы поняли, что RPT очень полезен для выполнения контроля качества результатов обращения для волнового уравнения, и построение кроссплотов RPT стало важным инструментом оптимизации параметров обращения.

Классификация с использованием петрофизических шаблонов

RPT можно использовать для проведения автоматической классификации данных AI и Vp/Vs по пористости и показателю глина/газ, путем преобразования каждой пары данных AI и Vp/Vs в пару пористость и показатель глина/газ, в соответствии с типом графиков в выбранном шаблоне.

На Рисунке 8 показаны результаты такого типа автоматической классификации кривых, отображенных на Рисунке 1, используя RPT на Рисунке 3. Показатель глина/газ является просто нормированным отклонением от теоретического тренда песка с рассолом, поэтому коэффициент глина/газ равен 0.0 вдоль этого тренда, +1.0 вдоль теоретического тренда глин, и -1.0 вдоль тренда газонасыщенных песков (например, 30% газонасыщенность). Отклонения над трендом песков с рассолом будут положительными, и мы называем это ‘показатель глин’. Отклонения ниже тренда песков с рассолом будут отрицательными и будут называться ‘показатель газа’. Классификация пористости будет основана на трендах глин, песка с рассолом и газонасыщенных песков, значения будут нормироваться на величину отклонения точки от этих трех трендов. На Рисунке 8, ‘Shale (глины) В’ имеют более низкую пористость, чем ‘Shale A’, но значения показателя глин около 1.0, поскольку оба типа глин попадают на теоретический тренд глин. Значения показателя газа для газонасыщенного песка приблизительно равны -0.7, они отображаются немного выше теоретической кривой газонасыщенных песков. Песок с рассолом слегка глинистый и значение показателя глин слегка превышает 0.0. Отметим, что пористость газонасыщенных песков оказалась слегка выше, чем для (слегка глинизованных) песков с рассолом. Это вызвано тем, что классификация газонасыщенных песков связана с теоретическим трендом чистых песков с рассолом, и возможная глинизированность не учитывается. Надежность классификации RPT напрямую связана с обоснованностью выбранного RPT.

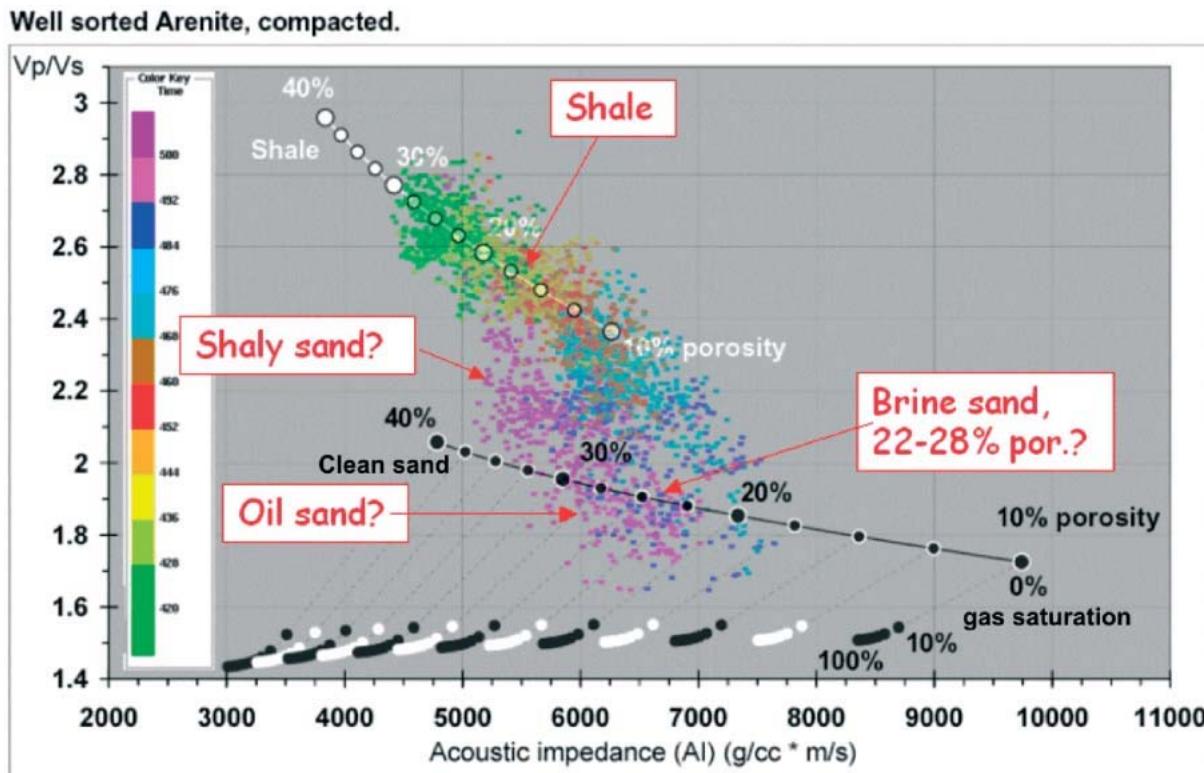


Рисунок 7: Кроссплот Vp/Vs как функция AI результатов обращения для волнового уравнения, показанных на Рисунке 6, с наложенным петрофизическими шаблоном. Предложена схематическая интерпретация.

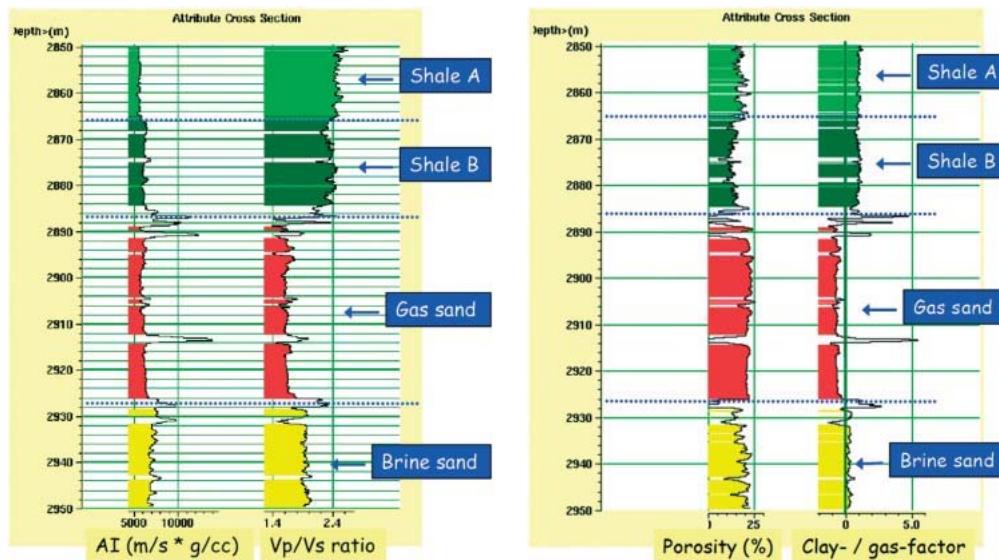


Рисунок 8: Кривые AI и Vp/Vs (слева), и соответствующая классификация по пористости и показателю глина/газ, с использованием петрофизического шаблона на Рисунке 3 (справа).

Выводы

Петрофизические шаблоны (RPT) снабжают геофизиков легким в использовании инструментом интерпретации литологического состава и определения типа порового флюида на основе данных акустического каротажа и результатов инверсии для волнового уравнения упругих волн. Технология RPT включает в себя два этапа:

- 1) На первом этапе производят калибровку и оценку петрофизических моделей для локальных геологических условий с использованием данных АК и плотностного каротажа, выбирают шаблон RPT, который дает наибольшее соответствие с каротажными данными и учитывает локальные геологические условия. RPT можно взять из существующих каталогов или атласа, можно создать новый, обновленный RPT для изучаемой области или зоны.
- 2) На втором этапе соответствующий шаблон применяют к сейсмическим данным, если быть более точным, к результатам обращения для волнового уравнения упругих волн, и интерпретируют/классифицируют наблюденные тренды и характеристики популяций данных. RPT анализ данных каротажа может быть также полезен как самостоятельное упражнение, как для петрофизической интерпретации и контроля качества каротажных данных, так и для проверки возможности определения литологии и типа флюидов с помощью сейсмических данных.

Однако, при использовании шаблонов необходима осторожность, надежность извлекаемой информации зависит от качества входных данных и предположений, заложенных в модели. RPT могут не всегда быть надежными на 100%, но в большинстве случаев их можно использовать для углубленной качественной интерпретации кривых каротажа и сейсмических данных. Необходимо также учитывать потенциальные масштабные эффекты, которые искажают подобие данных каротажа и сейсмических данных.

Тем не менее, петрофизические шаблоны являются весьма полезным инструментом, с помощью которого можно наладить связь между геологами и геофизиками и сократить риски при проведении сейсморазведки и оценки перспективных зон.

Благодарность

Мы хотели бы поблагодарить компанию Norsk Hydro за предоставление разрешения на публикацию данных, используемых в этой работе. Наша благодарность адресуется сотрудникам Norsk Hydro Аарт-Яну Ван Вийнгарден и Сюзанне Лунд Йенсен, за ценный вклад в работу и предоставление Рисунка 5.

Литература

- Avseth, P., Mavko, G., Dvorkin, J., and Mukerji, T. [2001] Rock physics and seismic properties of sands and shales as a function of burial depth. Expanded Abstracts, 71st SEG Annual Meeting.
 Avseth, P., Flesche, H., and van Wijngaarden, A-J. [2003] AVO classification of lithology and pore fluids constrained by rock physics depth trends. The Leading Edge, 22, 10, 1004-1010.
 Hashin, Z., and Shtrikman, S. [1963] A variational approach to the elastic behavior of multiphase materials. J. Mech. Phys. Solids (11), 127-140.
 Mavko, G., Mukerji, T., and Dvorkin, J. [1998] The rock physics handbook: tools for seismic analysis in porous media. Cambridge University Press, 329.
 Mindlin, R.D. [1949] Compliance of elastic bodies in contact. J. Appl. Mech, 16, 259-268.

