

# Новые мысли про суммированный сигнал при обработке сейсмических данных

Further thoughts on the stacking response in seismic data processing

Комментарий на тему: суммирование, что происходит на выносе?

Из Статьи Ingebreit Gausland, изданной в журнале *First Break* в январе 2004.

Мэтью Ханей<sup>1</sup>\*, Роел Снидер<sup>1</sup>, и Джон Шейман<sup>2</sup>

Matthew Haney<sup>1</sup>\*, Roel Snieder<sup>1</sup>, and Jon Sheiman<sup>2</sup>

В недавней статье в журнале *First Break*, Gausland (2004) сделал предположение, что результат суммирования не ограничивается часто указываемым коэффициентом снижения уровня шума

$$\frac{1}{\sqrt{n}}$$

где  $N$  есть кратность ОГТ. С помощью иллюстраций Gausland показал, что суммирование также действует как частотный и волновой фильтр. Хотя замысел статьи не состоял в том, чтобы, как считает Gausland, "давать методы и формулы," и что "упрощенный анализ можно сделать, используя моделирование" вместо математики, но мы видим связь между его основными положениями и методом стационарных фаз (Born & Wolf, 1980) В этих комментариях мы даем нашу интерпретацию результатов Gausland в терминах стационарных фаз.

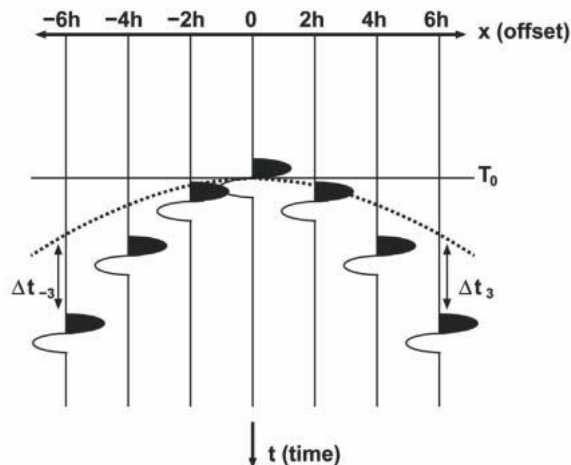


Рис 1 ОГТ-сейсмограмма в случае нулевого выноса двойного время прохождения волны  $T_0$ . По горизонтальной оси - вынос,  $h$  - шагом равным половине выноса. Это случай неоптимального суммирования потому что кривая приращения использует слишком высокую скорость суммирования, показанную пунктирной линией. Неоптимальное суммирование вызывает временной сдвиг между кривой приращения и осью синфазности,  $\Delta t$

Заключения Gausland подтверждаются анализом стационарных фаз, за исключением некоторых деталей, касающихся задержки при неоптимальном суммировании ОГТ. Кроме того, мы находим другие факторы, влияющие на отклик суммирования, которые не были указаны Gausland. Предметом спора является кратность как функция длины расстановки, как ее понимает Gausland, которая не может быть получена напрямую при анализе стационарных фаз, мы вернемся к ним в конце этих комментариев.

Аргументы, основанные на стационарных фазах, широко используются в литературе по моделированию и миграции (Bleistein et al., 2001).

Следовательно, результат этих математических отступлений – это установление ясной связи между суммированием и миграцией, на которое Gausland кратко ссылаясь, когда он заявил, что 'дальнейший анализ подобий между... суммированием и миграцией необходим для полного понимания этих важных аспектов обработки сейсмических данных.

Предположим, что имеется простое отражение в подборке ОГТ, с формой сигнала  $f(t)$  для нулевого выноса, с вертикальным полным временем пробега  $T_0$ , что она имеет гиперболическое приращение времени с нормальным приращением скорости  $v$  и сигналом, который не изменяется с удалением (смотри рис. 1). Результат суммируется по гиперболе, вершина которой в  $T_0$ , с использованием скорости суммирования  $v_{st}$  не обязательно равной  $v$ . Когда  $v_{st}$  не равно  $v$ , временные сдвиги изменяются на  $\Delta t_k$  приуроченные к  $k$ -тым трассам перед суммированием. Следовательно, нормированный отклик (характеристика)

$$g(t) = \frac{1}{2n+1} \times [f(t - \Delta t_{-n}) + \dots + f(t - \Delta t_{-1}) + f(t) + f(t - \Delta t_1) + \dots + f(t - \Delta t_n)], \quad (1)$$

где  $2n+1$  - общее количество трасс в сейсмограмме ОГТ. В уравнении (1), мы включили трассы с отсутствием выноса, хотя этого не происходит на практике. Мы также предполагаем, что трассы были скорректированы за геометрическое расхождение. Для гиперболического приращения времени и гиперболического суммирования временная задержка определяется по (Yilmaz, 1987) (2)

$$\Delta t_k = \sqrt{T_0^2 + \frac{4k^2 h^2}{v^2} - \frac{4k^2 h^2}{v_{st}^2}} - T_0, \quad (2)$$

<sup>1</sup>Center for Wave Phenomena and Department of Geophysics, Colorado School of Mines, 1500 Illinois St., Golden, CO 80401, USA

<sup>2</sup>Shell International Exploration and Production, 3737 Bellaire Blvd., Houston, TX 77025, USA, \*now at: Sandia National Laboratories, Geophysical Technology Department, P.O. Box 5800 MS-0750, Albuquerque, NM 87185-0750, USA.

где  $h$  - интервал половины шага выноса (принятый постоянным) и нижний индекс  $k$  представляющий  $k$ -ю трассу от нулевого выноса (см. Рис. 1). Обратите внимание, что временные задержки исчезают когда  $v_{st} = v$  (идеальное суммирование). Обозначив преобразование Фурье  $f(t)$  и  $g(t)$  как  $F(\omega)$  и  $G(\omega)$ , результат преобразования из уравнения (1) может быть записан

$$G(\omega) = F(\omega) K(\omega), \quad (3)$$

$$K(\omega) = \frac{1}{2n+1} \sum_{k=-n}^n e^{i\omega \Delta t_k}.$$

в частотной области,  
в после ввода

кинематических поправок могут быть учтено с помощью амплитудного и сдвигового коэффициента в экспонентах, появляющихся в ряде (Yilmaz, 1987); однако, в целях упрощения, мы это здесь не объясняем. Для частного случая линейного приращения времени ( $T_0 = 0$ ), ряд в уравнении (4) - геометрический ряд и может быть оценен точно (Lu, 1993). 'Хорошо знакомое уравнение расстановки по площади' указанное Gausland показывает путь к этому подходу. Ряд - геометрический, потому что соответствующие временные задержки - имеют регулярный шаг ( $\Delta t_k = k\Delta t_1$ )  
Когда приращение времени нелинейно, для гиперболического случая, временные запаздывания не являются эквидистантными и ряд в уравнении (4) не может быть оценен точно. Для получения этих результатов, Gausland выбрал некоторые значения для  $T_0$ ,  $n$ ,  $\omega$ ,  $h$ , и  $v$  и в цифровой форме рассчитанное  $K(\omega)$  из уравнения (4). Мы сделаем это, аппроксимировав уравнение (4) с интегралом и оценим этот метод стационарных фаз. (Born & Wolf, 1980; Bleistein и др., 2001). Сначала, обратим внимание, что кратность ОГТ-сейсмограммы,  $2n+1$ , связана с длиной расстановки  $L_s$ , и с шагом до половины выноса  $h$

$$2n+1 = \frac{L_s + h}{h}. \quad (5)$$

Используя определение из уравнения (5), конечный ряд уравнения (4) может быть переписан как

$$K(\omega) = \frac{1}{L_s + h} \sum_{k=-n}^n e^{i\omega \Delta t_k h}. \quad (6)$$

Конечный ряд в уравнении (6) напоминает дискретный интеграл (Сумма Римана) по всем удалениям. Принимая ограничение для непрерывных источников и приемников,  $n \rightarrow \infty$  и  $h \rightarrow 0$ , и следуя дискретной переменной  $2kh$ , которая становится непрерывной переменной  $x$  в

$$K(\omega) = \frac{1}{L_s} \int_{-L_s/2}^{L_s/2} \exp \left[ i\omega \left( \sqrt{T_0^2 + x^2 \left( \frac{1}{v^2} - \frac{1}{v_{st}^2} \right)} - T_0 \right) \right] dx. \quad (7)$$

Мы упрощаем оценку интеграла в уравнении (7) ссылаясь на то, что длина расстановки сейсмоприемников стремится в бесконечность,  $L_s \rightarrow \infty$ .

Это упрощение не учитывает спираль Cornu (Born & Wolf,

1980). Выражение  $I(\omega) = K(\omega) L_s$  как масштабированная версия функции преобразования дает

$$I(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ i\omega \left( \sqrt{T_0^2 + x^2 \left( \frac{1}{v^2} - \frac{1}{v_{st}^2} \right)} - T_0 \right) \right] dx. \quad (8)$$

Этот тип интеграла может быть приблизительно оценен методом стационарных фаз (Born и Wolf, 1980; Bleistein и др., 2001). В пределах этой аппроксимации,  $I(\omega)$  дается (9)

$$I(\omega) = \sqrt{2\pi} e^{i\pi/4} \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right]_{x=x_{st}}^{-1/2} e^{i\phi(x_{st})}, \quad (9)$$

где  $x_{st}$  - стационарная точка функции фаз  $\phi(x)$  уравнения (8), где

$$\phi(x) = \omega \left( \sqrt{T_0^2 + x^2 \left( \frac{1}{v^2} - \frac{1}{v_{st}^2} \right)} - T_0 \right). \quad (10)$$

указывает, что количество оценено в точке покоя, находя постоянное значение, мы устанавливаем  $x$ -производную  $\phi(x)$  к нулю и выделяем стационарную точку  $x_{st} = 0$ , где кривая приращения и кривая суммирования - соприкасаются (см. рис. 1).

После вычисления второй  $x$ -производной функции фаз и оценки ее в точке покоя, масштабированная функция преобразования  $I(\omega)$  может быть выражена, в стационарной аппроксимации фаз, как

$$I(\omega) = v_{st} \sqrt{\frac{2\pi T_0}{\omega}} \frac{\exp(i \operatorname{sgn}(v_{st} - v) \pi/4)}{|\sqrt{1 - (v_{st}/v)^2}|}, \quad (11)$$

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} +1 & \text{when } x > 0 \\ -1 & \text{when } x < 0 \end{cases} \quad (12)$$

ационарных фаз -

это асимптотический ряд - действительный в пределе  $\omega \rightarrow \infty$ . Предельное значение может быть выражено в терминах безразмерного числа вместо  $\omega$  (Bleistein и другие., 2001; p. 131). В этом случае, точность зависимости аппроксимации стационарных фаз больше относительно другого подсчета и зависит от  $\omega$ .

Уравнение (11) устанавливает, что, когда пример суммируется со скоростью, которая является не истинной скоростью, сдвиг фаз  $\pm 45$  зависит от того, выше или ниже скорость суммирования чем истинная скорость.

Амплитуда  $I(\omega)$  масштабируется с  $\sqrt{T_0}$  и

$|\sqrt{1 - (v_{st}/v)^2}|^{-1}$  как функцией скорости суммирования. Амплитуда для масштабированной функции преобразования  $I(\omega)$  'увеличивается' когда  $v_{st} = v$ . Это происходит, вследствие того, что аппроксимации стационарных фаз не действительна для  $v_{st} = v$ ; в этом случае, полная кривая приращения касательна кривой суммирования. Аппроксимации стационарных фаз имеют смысл когда

$v_{st} \neq v$ . Из уравнения (11), амплитудная характеристика

(отклик) обратно пропорциональна  $\sqrt{\omega}$ . Следовательно, ошибки суммирования заставляют суммируемую форму волны быть больше на более низких частотах - эффект, идентичный суммированию формы волны растянутых сейсмических сигналов после ввода кинематических поправок.

Это фильтрация нижних частот сигнала из-за ошибок суммирования. Был упомянут ранее Bleistein et al. (2001). На странице 15, авторы формулируют что 'высокие частоты данных могут быть подавлены при суммировании. Это происходит потому что вступления не были точно выровнены перед суммированием и это приводит к суммированию не в фазе высокочастотных компонентов. С рисунка с амплитудным и временным запаздыванием отклика суммирования как функции скорости суммирования, Gausland (2004), ограничивает эффект суммирования убыванием по

амплитуде  $\frac{1}{\sqrt{1 - (v_{st}/v)^2}}$ , и фазовым сдвигом  $\text{sgn}(v_{st} - v)$

На рис. 3, как временное запаздывание, используя  $t_{\text{delay}} = \theta/\omega$ , показанный на рис. 3, как временное запаздывание, используя  $t_{\text{delay}} = \theta/\omega$ .

устанавливает фазовый сдвиг  $t_{\text{delay}} = \theta/\omega$ , показанный на рис. 3, как временное запаздывание, используя  $t_{\text{delay}} = \theta/\omega$ .

3, как временное запаздывание, используя  $t_{\text{delay}} = \theta/\omega$ .

С этими зависимостями между временным запаздыванием и фазовым сдвигом, Gausland утверждал что фазовый сдвиг '... частотно зависим, и будет обратно пропорционален частоте... Однако, как видно из уравнения (11), эффект неоптимального суммирования - не только убывание по амплитуде и фазовому сдвигу как функции скорости суммирования. Есть

коэффициент  $1/\sqrt{\omega}$ , который, совместно с  $\pm 45^\circ$  фазовыми сдвигами искажают форму волны в процессе неоптимального суммирования. Этот эффект можно представить как совместное временное запаздывание и эффект размывания границ.

Если бы волна имела бесконечную скорость приращения

времени ( $v \rightarrow \infty$ ) и суммировалась в области выноса с конечной скоростью, существовала бы аналогия между откликом суммирования, уравнением (11), и миграцией дифракционным суммированием. Эта аналогия существует потому что в случае со скоростью с бесконечным приращением в области выноса напоминает случай с горизонтальной отражающей границей в области средней точки как показано в рис. 4.

тогда как  $v \rightarrow \infty$  уравнение (11)

$$I(\omega) = v_{st} \sqrt{\frac{2\pi T_0}{\omega}} \exp(-i\pi/4). \quad (13)$$

принимает вид

Два из этих трех поправок, сделанных к простому дифракционному суммированию для миграции Кирхгофа,

показываются в уравнении (13). Коэффициент  $v_{st}\sqrt{T_0}$  требует умножения результата дифракции суммирования на  $1/v_{st}\sqrt{T_0}$  для восстановления истинной формы волны после суммирования дифракции.

Yilmaz (1987) называет это 2D коэффициентом геометрического расхождения. Кроме того, восстановление истинной формы волны после дифракционного суммирования также требует

умножения на  $\exp(i\pi/4)\sqrt{\omega}$  (14) половины производной. Эта поправка называется коэффициентом деформации сигнала, (Yilmaz, 1987). Заключительная коррекция суммирования дифракции, известная как коэффициент отклонения от вертикали (Yilmaz, 1987), не участвует в этой аналогии потому, что мы изучаем горизонтальную отражающую границу. Коэффициент отклонения от вертикали нужен только для того, чтобы опустить отражающие границы.

© 2005 EAGE

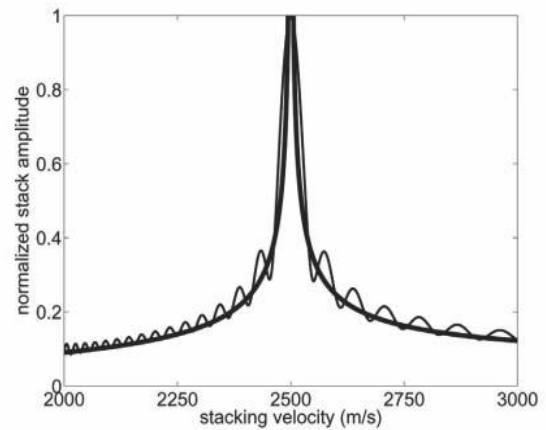


рис. 3. стационарных фаз (толстая, черная линия) и точное решение (тонкая, синяя линия) для параметров данных:

$T_0 = 2$  с,  $\omega = 25$  Гц,  $v = 2500$  м/с,  $n = 48$ , и  $L_s = 4800$

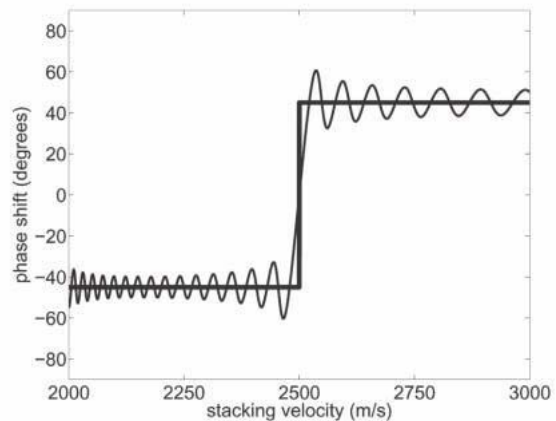


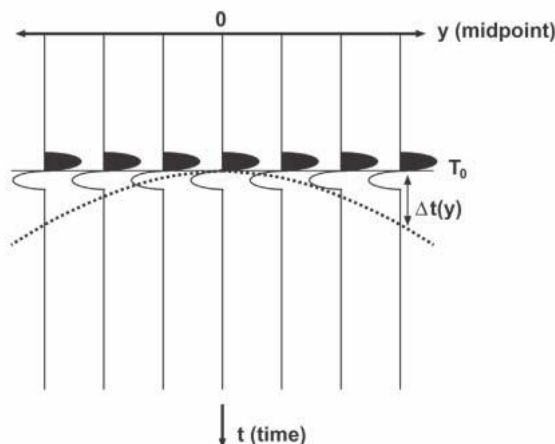
рис. 4.  $T_0 = 2$  с,  $\omega = 25$  Гц,  $v = 2500$  м/с,  $n = 48$ , и  $L_s = 4800$  м.

Наконец, мы возвращаемся к проблеме почему важный параметр отклика суммирования - длина расстановки, а не кратность. Госланд (2004) сделал это наблюдение в своем обсуждении суммирования как функции расстановки; где же проблемы кратности как функции длины расстановки появляются в нашем стационарном анализе фаз?

Так как мы (а) взяли непрерывно распределенные источники и приемники в уравнении (7) и (6) позволили длине расстановки быть бесконечной в уравнении (8), результат анализа стационарных фаз, уравнение (11), не содержит также кратность или длину годографа. Следовательно, уравнение (11) не говорит ничего о проблемах кратности длины расстановки. Зная предположения, которые происходят с производной в точке применения аппроксимации стационарных фаз, тем не менее, мы можем видеть, почему длина расстановки - параметр, который оперирует откликом суммирования, а не кратностью. Проблема кратности имеет отношение к тому, что наши источники и приемники могут быть распределены непрерывно. Наличие конечного числа источников и приемников вместо этого идентично аппроксимации интеграла кривой с конечным числом прямоугольников под кривой.

Это - то, почему мы используем непрерывный прием при переходе из ряда в интеграл в уравнении (7). Пока выборка избегает наложения частот ряд быстро приближается к интегралу.

## статья



дифракционным суммированием в области середины точки. Суммирование в случае с бесконечной скоростью приращения времени видно то же самое как на этом рисунке, за исключением того, что это было бы в области выноса (сравнивается с рис. 1). Следовательно, существует аналогия между миграцией и суммированием в этом случае.

Этот факт очевиден на третьем рисунке Gausland где видимому случайная 'вибрация' при низких значениях скорости суммирования, или большое приращение, исчезают при перемещении от кратности 12 к кратности 48. Пока наложения частот не являются проблемой, проблема кратности - просто один из элементов выборки. Относительно длины расстановки мы ранее упоминали, до уравнения (8), что взятие бесконечной длины расстановки, не предназначено для расчета спирали Корну.

Спираль Корну – параметрический график (см. рис. 5) косинуса Френеля и синусных интегралов когда их верхний предел (длина расстановки) стремятся к бесконечности (Born & Wolf, 1980).

Эти интегралы занимают центральное место в аппроксимации стационарных фаз. Когда длина расстановки растет, эти два интеграла стремятся к тому же самому значению, как замечено в рис. 5. В этой граничной точке, угол, который они создают с осью X - 45°; это - признак 45° сдвига фаз, появляющийся в аппроксимации стационарных фаз, уравнение (11). Далеко от этой граничной точки, эти две спирали интегралов близки; это дает понимание 'колебания', наблюдаемого в фазовом сдвиге по сравнению со скоростью суммирования приведенной на рис. 3. Раскручивание также дает понимание 'колебания', в амплитуде по сравнению со скоростью суммирования на рис. 2. Как видно из рис. 2 и четвертого рисунка Gausland (Госланда), горизонтальный масштаб 'колебания' непосредственно связан с шириной (расстоянием) главного лепестка.

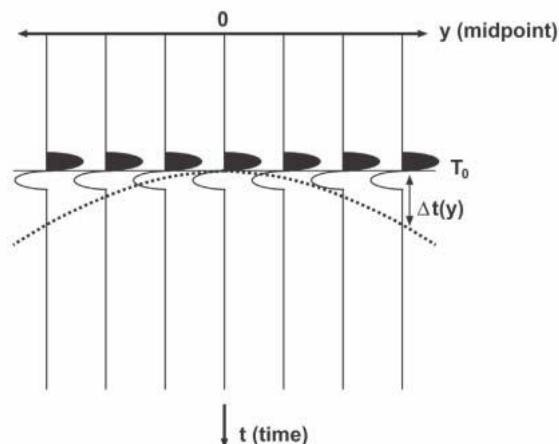


рис 5 спираль корну; аопитированная из Born & Wolf (1980). Ось X - интеграл косинуса Френеля, ось y является интегралом синуса Френеля. Это параметрически составленный график, где косинус Френеля и интегралы синуса представлены как функции их верхнего предела, с их более низким пределом стремящимся к нулю. Когда верхний предел - ноль, кривая - исходная спираль. Когда верхний предел стремится к  $\infty$ , кривая спирали к точке со значением (0.5, 0.5). Точно так же как верхний предел -  $\omega$ , кривая спирали к точке (-0.5, -0.5). Фактически и интегралы косинуса и синуса Френеля имеют равные значения при их граничном значении в 45° сдвига фазы, которые получают из аппроксимации стационарных фаз, уравнение (9).

Следовательно, главный важный фактор отклика суммирования, пока наложение частот - не является проблемой, - это длина расстановки, это подтверждено ее ролью в спирали Корну. В заключении, мы благодарим Xiaoxia Xu (Ксиаоксию Ксу) за ознакомления с книгой (Lu) Лю (1993).

## Ссылки

- Bleistein, N., Cohen, J. K., and Stockwell, Jr., J. W. [2001] *Mathematics of multidimensional seismic imaging, migration, and inversion*. Springer-Verlag, New York.
- Born, M. and Wolf, E. [1980] *Principles of Optics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Gausland, I. [2004] The stacking response: what happened to offset? *First Break* **22**, 1, 43-46.
- Lu, J. [1993] *The principles of seismic exploration*. Press of the Petroleum Chinese.
- Yilmaz, O. [1987] *Seismic Data Processing*. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa.