

# Исключение аляйсинга ОСТ и разрезы равных удалений. (Dealiasing of seismic common midpoint and common offset gathers)

**Virgil Bardan** (*Sabba S. Stefanescu Институт Геодинамики Румынской Академии Наук, S. A., Str. Jean Louis Calderon 19-21, Sect. 2, 020032 Bucharest, Romania. E-mail: vbardan@pcnet.pcnet.ro*)

Экономичный набор 2D (3D) данных может быть сильно разреженным, что приводит к пространственному аляйсингу сейсмических данных. Можно выделить две основные причины пространственного аляйсинга. Во-первых, аляйсинг может возникнуть вследствие редкой сети наблюдений. Во-вторых, аляйсинг появляется при обработке сейсмических данных, при их сортировке в сейсмограммы ОСТ и сейсмограммы равных удалений. Этот тип аляйсинга возникает вследствие «парадокса дискретизации» (Vermeer, 1990) и мы будем называть его ОСТ аляйсингом. Оба типа пространственного аляйсинга создают проблемы для процедур обработки до- и после суммирования. Среди них можно назвать миграцию, DMO, преобразование Радона, фильтрация в f-k области. Пространственный аляйсинг также приводит к нежелательным эффектам (посмотрите например 'The checkerboard effect', Vermeer, 1990) на суммированных сейсмических разрезах. Поэтому возникает потребность в процедурах исключения аляйсинга. Используя теорему дискретизации по Petersen и Middleton (1962), которая была представлена для 2D случая Bardan (1997), мы постараемся описать эффективный алгоритм интерполяции трасс для исключения ОСТ аляйсинга и обсудим возможности его применения.

## Парадокс дискретизации

Непрерывное волновое поле  $W=W(t, x_r, x_s)$  (состоящее из бесконечного количества источников и приемников) является функцией трех переменных:  $t$  - время,  $x_s$  - координата источника,  $x_r$  - координата приемника. Мы также можем описать волновое поле в терминах координаты срединной точки  $x_m$  и координаты выноса,  $x_o$ , т.е.  $W=W(t, x_m, x_o)$ , в котором переменные  $x_m$  и  $x_o$  определяются линейными трансформациями:

$$x_m = (x_s + x_r)/2 \text{ и } x_o = x_s - x_r \quad (1)$$

Интервалы дискретизации, которые требуются для адекватной дискретизации волнового поля с минимальной кажущейся скоростью  $V_{min}$  и максимальной частотой  $f_{max}$  выражаются следующим образом:

$$\Delta x_s = \Delta x_r = \Delta x_o = V_{min}/2f_{max} = \Delta x \quad (2)$$

и требуемый интервал дискретизации для срединных точек равен:

$$\Delta x_m \leq V_{min}/4f_{max} = \Delta x/2 \quad (3)$$

где  $\Delta x_m$  - равный шаг между источниками и приемниками, согласно условию «симметричной дискретизации» по Vermeer (1990).

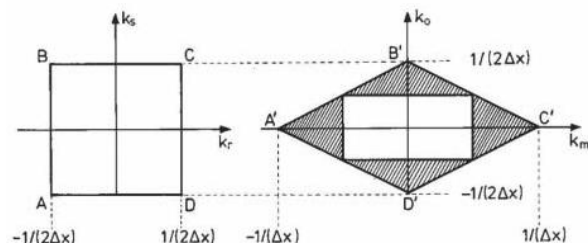
Если интервалы дискретизации по источникам или приемникам превосходят  $\Delta x$ , тогда происходит аляйсинг данных за счет редкой сети наблюдений. Это может происходить, например, при работе с двумя поочередно работающими группами источников, где обычно  $\Delta x_s = 2\Delta x_r$ . В этом случае могут потребоваться процедуры интерполяции данных, вроде тех, что описаны Spitz (1991), Gulunay и Chambers (1996, 1997), для восстановления отсутствующих трасс и воссоздания симметричной дискретизации.

Мы будем называть область в пространстве Фурье, в которой амплитудный спектр сигнала не равен нулю, «полосой частот». Полоса частот для волнового поля  $W=W(t, x_r, x_s)$  для постоянной  $f$  определяется, как показано на Рис. 1а, квадратом ABCD в пространстве Фурье ( $f, k_r, k_s$ ), где волновые числа  $k_r$  и  $k_s$  относятся к координатам  $x_r$  и  $x_s$  соответственно. Трансформации координат, приведенные в уравнении (1), соответствуют трансформациям координат  $(k_r, k_s) \rightarrow (k_m, k_o)$  в виде:

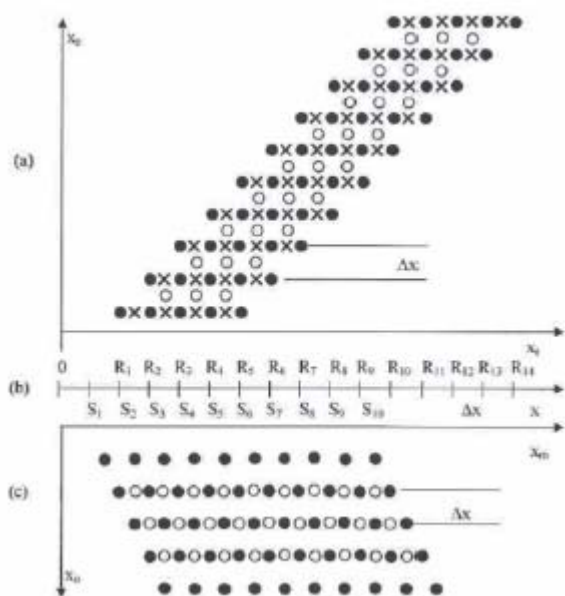
$$k_m = (k_s + k_r)/2 \text{ и } k_o = k_s - k_r \quad (4)$$

По этой причине полоса частот волнового поля  $W=W(t, x_m, x_o)$ , для фиксированной  $f$  определяется согласно Рис. 1b как фигура (ромб) A'B'C'D' в пространстве Фурье ( $f, k_m, k_o$ ), где волновые числа  $k_m$  и  $k_o$  соответствуют координатам срединной точки  $x_m$  и выноса  $x_o$  соответственно.

На Рис. 2 показана связь между конкретной конфигурацией измерительной установки и двумя системами координат  $(t, x_r, x_s)$  и  $(t, x_m, x_o)$ . На данном примере представлена система наблюдений с равномерным шагом по концам съемки. На Рис. 2а (поверхностная диаграмма) каждой точке соответствует сейсмическая



**Рис. 1. Квадрат ABCD в области  $(k_r, k_s)$  представляет собой полосу частот волнового поля  $W(t, x_r, x_s)$  при  $f=f_{max}$  (a), а ромб A'B'C'D' в области  $(k_m, k_o)$  представляет собой полосу частот волнового поля  $W(t, x_m, x_o)$  при  $f=f_{max}$  (b).**



**Рис. 2. Поверхностная (а) и глубинная (б) диаграммы для равномерной сети наблюдений; на (б) показаны положения источников и приемников. Точки соответствуют положениям зарегистрированных трасс. Кресты соответствуют промежуточным интерполированным трассам, а кружки обозначают желаемые интерполированные трассы.**

трасса с источником в точке  $x=x_s$  и приемником в точке  $x=x_r$ . На Рис. 2b приведены реальные положения источников и приемников вдоль оси  $x$  по сейсмическому профилю. Для простоты, здесь показаны только десять источников с пятью приемниками. Шаг источника  $dx_s$  в данном случае равен шагу приемника  $dx_r$  и оба этих шага обозначаются как  $\Delta x$ . Расстояние от каждого источника до ближайшего приемника равно  $\Delta x$ .

На Рис. 2с конфигурация данной системы представлена в системе координат  $(x_m, x_o)$  (глубинная диаграмма). Интервал пространственной дискретизации для этих данных в случае разреза равных удалений равен  $dx_m = \Delta x = 2\Delta x_m$ , а в случае разреза ОСТ он равен  $dx_o = \Delta x = 2\Delta x_o$  (см. Рис. 2с и уравнения (2) и (3)). Соответственно интервал пространственной дискретизации на разрезах равных удалений  $(t, x_m)$  в два раза больше, чем на разрезах ОСТ, который требуется для предотвращения появления аляйсинга. Более того, интервал пространственной дискретизации по выносам в два раза превосходит требуемый интервал. Следовательно, область ОСТ подверглась аляйсингу, как показано затемненными областями на Рис. 1б. Это и есть парадокс дискретизации по Vermeer: в то время как непрерывное волновое поле дискретизируется правильно в области  $(x_r, x_s)$  оно может остаться недостаточно дискретизированным в области  $(x_m, x_o)$ . Для правильной дискретизации поля в области  $(x_m, x_o)$  нам нужно в два раза больше трасс. Используя теорему дискретизации в случае 1D по Шеннону (Jegou 1977) мы можем разрешить парадокс дискретизации путем последующей интерполяции трасс в пространстве  $(t, x_r, x_s)$ .

Если разрезы в областях  $(t, x_r)$  и  $(t, x_s)$  были правильно дискретизированы, они могут быть использованы для воссоздания любой трассы в области регистрации  $(x_r, x_s)$  с использованием инвариантной ко времени процедуры 2D горизонтальной интерполяции. Для исключения аляйсинга на

разрезах  $(t, x_m)$  и  $(t, x_o)$  необходимо в каждом квадрате из четырех трасс воссоздать ещё одну трассу. Эти места показаны на Рис. 2а кружками. Каждая интерполированная трасса в области  $(x_r, x_s)$  соответствует интерполированной трассе в области  $(x_m, x_o)$  (см. кружки на Рис. 2а и 2с). Интерполяция может быть выполнена по следующей методике. Для каждого разреза  $(t, x_r)$  мы применяем алгоритм интерполяции трасс  $\sin x/x$  (см., например, у Gulunay и Chambers 1996) для уменьшения интервала дискретизации от  $\Delta x$  до  $\Delta x/2$ . Этим мы получаем кросс интерполированные трассы (см. Рис. 2а). Далее для каждого разреза ОПП, состоящего только из кросс интерполированных трасс мы применяем алгоритм интерполяции трасс  $\sin x/x$  для уменьшения интервала дискретизации от  $\Delta x$  до  $\Delta x/2$  и получаем желаемые интерполированные трассы, показанные на Рис. 2а. Используя такой алгоритм 2D интерполяции трасс (состоящий из двух 1D алгоритмов интерполяции трасс) мы можем создать дополнительные трассы для исключения аляйсинга в разрезах равных удалений  $(t, x_m)$  и разрезах ОСТ  $(t, x_o)$  (см. Рис. 2с).

#### Алгоритм исключения аляйсинга сейсмических разрезов $(t, x_m)$ и $(t, x_o)$ в пространстве $(f, k_m, k_o)$

Теория дискретизации в случае 2D (Bardan 1987) говорит о том, что наиболее эффективная сетка дискретизации в общем случае не является прямоугольной. Используя теорему дискретизации в случае 2D по Petersen и Middleton (Bardan 1997) мы можем показать, что наш набор данных правильно дискретизирован на регулярной непрямоугольной сети, показанной на Рис. 2с. Поэтому имеется возможность точно также интерполировать исходные данные. Для исключения аляйсинга на разрезах  $(t, x_m)$  и  $(t, x_o)$  мы должны создать трассы, помеченные на Рис. 2с кружками, т.е. в центре каждого ромба, соответствующего зарегистрированным трассам, надо создать новую трассу. Такая интерполяция трасс может быть выполнена путем 2D горизонтальной фильтрации данных в области  $(k_m, k_o)$ . Начальные значения на трассах, которые должны быть интерполированы, устанавливаются нулевыми, после чего данные фильтруются в область Фурье посредством 2D фильтра, с пропускной областью в виде ромба  $A'B'C'D'$  в области  $(k_m, k_o)$  (см. Рис. 1б). Алгоритм применяется в области пространственных частот  $(f, k_m, k_o)$  и поэтому является алгоритмом 2D интерполяции.

#### Примеры

Для демонстрации алгоритма исключения аляйсинга был создан синтетический набор данных с равномерной геометрией наблюдений. Шаг между источниками задавался как  $\Delta x_s = 50$  м. Количество приемников было равно 101 с шагом  $\Delta x_r = 50$  м. Данные содержали три линейных оси синфазности с наклонами в области источников и приемников соответственно 19600 м/с, 10000 м/с и 8000 м/с. Наиболее круто наклоненная ось синфазности не подверглась аляйсингу как в области источников, так и в области приемников, согласно уравнению (2). На Рис. 3 показан соответствующий разрез ОСТ, а на Рис. 4 показан его амплитудный спектр. Этот разрез, который по-прежнему содержит три линейных оси с кажущимися скоростями 19600 м/с, 10000 м/с и 8000 м/с, сейчас подвержен аляйсингу, так как  $\Delta x_s = 100$  м (см. уравнение (2)). В этом случае амплитудный спектр этого разреза (см. Рис. 4) демонстрирует, что нарушается условие отсутствия пересечения теоремы дискретизации в случае 2D по Petersen и Middleton для точек, в которых два  $f$ - $k$  спектра линейных осей синфазности пересекаются (Soubaras 1997), (Bardan 1987, 2001). Для исключения аляйсинга в этом разрезе мы

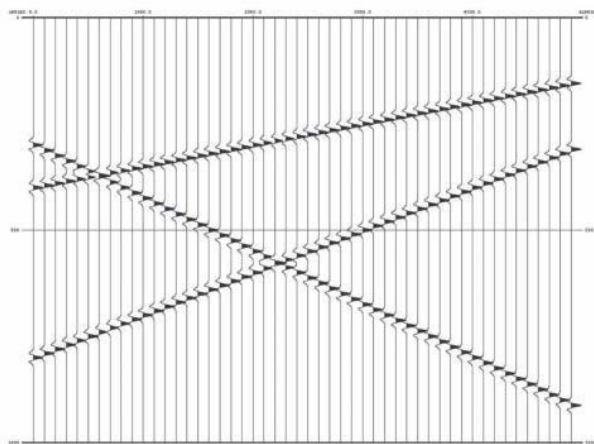


Рис. 3. Разрез ОСТ, подверженный аляйсингу, не удовлетворяющий условию отсутствия пересечения теоремы дискретизации по Petersen и Middleton.

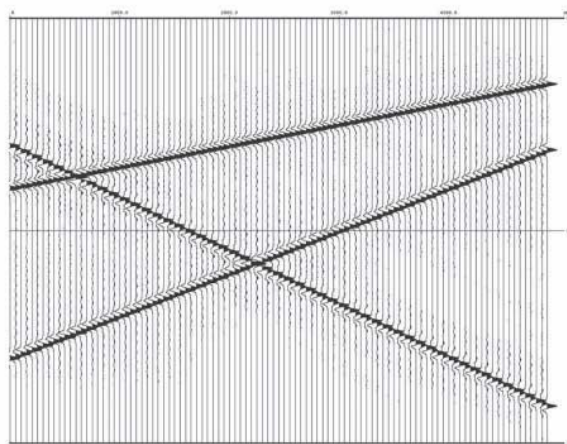


Рис. 5. Результат интерполяции разреза на Рис. 3 в области  $(f, x)$  (метод Spitz).

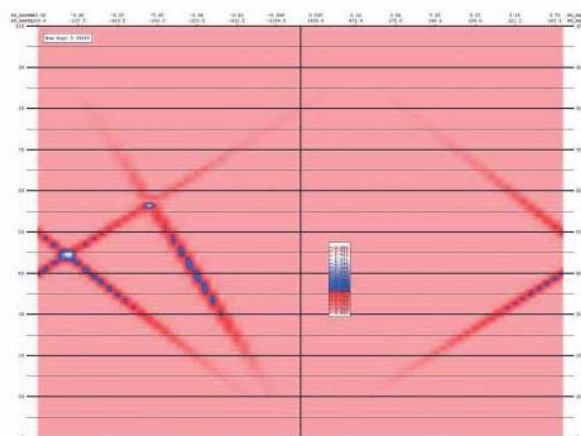


Рис. 4. 2D амплитудный спектр разреза на Рис. 3.

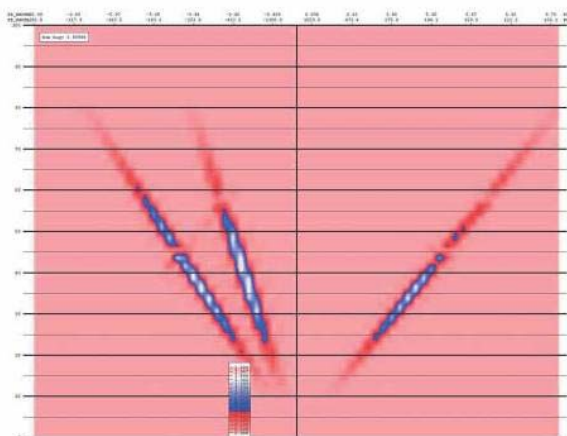


Рис. 6. 2D амплитудный спектр разреза на Рис. 5.

используем промышленный метод интерполяции трасс, т. е.  $f$ - $x$  метод по Spitz (1991) или  $f$ - $k$  метод по Gulunay и Chambers (1996) для уменьшения интервала дискретизации от 100 м до 50 м, но, в этом случае, результат интерполяции нельзя назвать идеальным (см. Рис. 5 и 6) так как на интерполированных трассах можно видеть некоторый шум на частотах 44 Гц и 57 Гц, а импульс наиболее круто падающей оси исказился. Частоты шума соответствуют точкам нарушения условия отсутствия пересечения теоремы дискретизации в случае 2D по Petersen и Middleton (сравните Рис. 4 и 6).

Трассы также были интерполированы с использованием метода интерполяции, описанного выше, в области  $(f, k_m, k_o)$  и результат интерполяции представлен на Рис. 7 и 8. Интерполяция получилась точной, даже для данных с присутствием аляйсинга и нарушением условия отсутствия пересечения теоремы дискретизации в случае 2D по Petersen и Middleton. Производя интерполяцию трасс в пространстве  $(t, x_r, x_o)$  с использованием 1D алгоритма  $\sin x/x$  мы достигли точно такого же результата. Однако алгоритм 2D интерполяции в области  $(f, k_m, k_o)$  работает приблизительно в два раза быстрее, чем 1D алгоритм интерполяции в области  $(t, x_r, x_o)$ , потому что в пространстве  $(f, k_m, k_o)$  мы должны создавать только промежуточные трассы (см. кросс трассы на Рис. 2а).

Мы опять создали набор данных с регулярной геометрией наблюдений, но в этот раз, он содержал в себе три линейных

Рис. 7. Результат интерполяции разреза на Рис. 3 в области  $(f, k_m, k_o)$  (или в области  $(t, x_r, x_o)$ ).



оси с кажущимися скоростями в области  $(t, x_o)$  соответственно равными 19600 м/с, 10000 м/с и 8000 м/с. На Рис. 9 показан разрез ОСТ этого набора данных и на Рис. 10 представлен его амплитудный спектр. Этот разрез с интервалом пространственной дискретизации в 100 м подвержен пространственному аляйсингу, однако



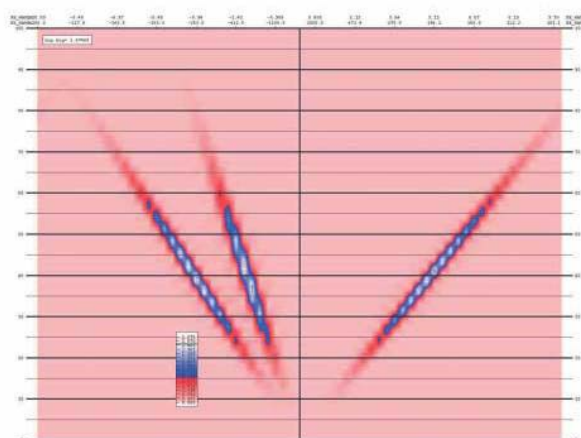


Рис. 8. 2D амплитудный спектр разреза на Рис. 7.

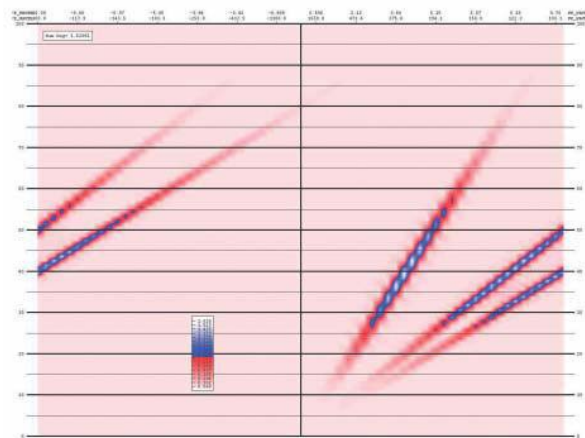


Рис. 10. 2D амплитудный спектр разреза на Рис. 9.

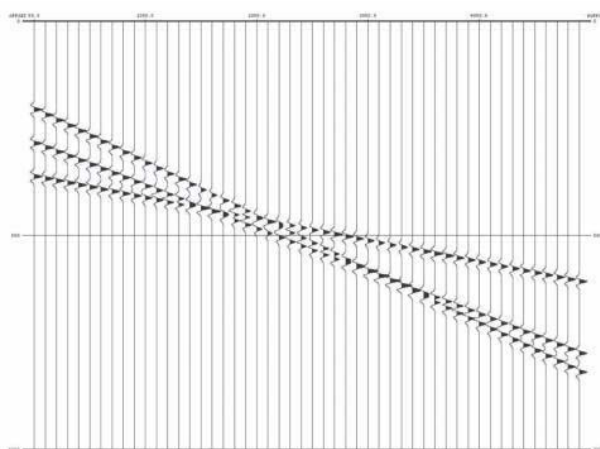


Рис. 9. Разрез ОСТ подверженный аляйсингу, и удовлетворяющий условию отсутствия пересечения теоремы дискретизации по Petersen и Middleton.

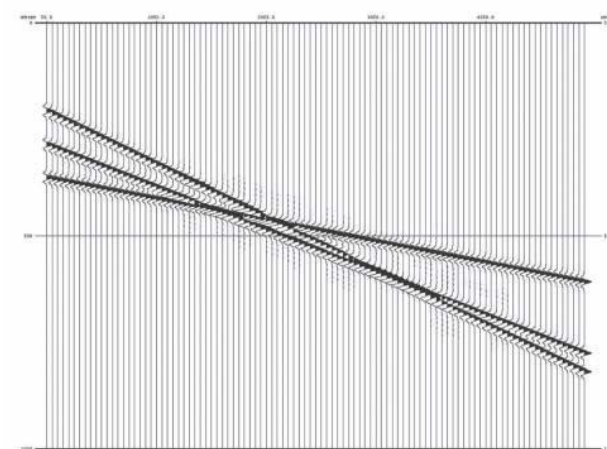
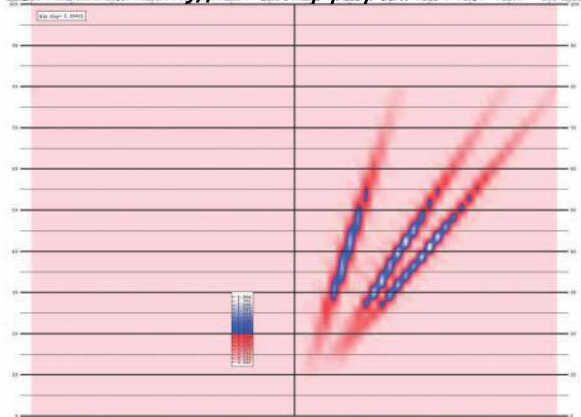
Рис. 11. Результат интерполяции разреза на Рис. 9 в области  $(f, x)$  (метод Spitz).

Рис. 12. 2D амплитудный спектр разреза на Рис. 11.



на нем выполняется условие отсутствия пересечения теоремы дискретизации в случае 2D по Petersen и Middleton. Для исключения аляйсинга в этом разрезе, мы можем использовать промышленный метод интерполяции трасс для уменьшения интервала дискретизации от 100 м до 50 м. Результат такой интерполяции трасс может считаться идеальным (см. Рис. 11 и 12). В данном случае нет надобности использовать точный

алгоритм исключения аляйсинга в области  $(f, k_m, k_n)$  или в области  $(t, x_r, x_s)$ .

### Выводы

Используя теорему дискретизации по Petersen и Middleton для непрямоугольной в области  $(t, x_m, x_n)$  сети наблюдений мы описали алгоритм точной 2D интерполяции в области  $(f, k_m, k_n)$  для исключения ОСТ аляйсинга, который возникает вследствие «парадокса дискретизации». Этот алгоритм работает приблизительно в два раза быстрее, чем алгоритм 1D интерполяции трасс в области  $(t, x_r, x_s)$  и является очень эффективным в случаях, когда оси синфазности пересекаются в пространстве  $f-k$  и, тем самым, нарушают условия применения теоремы дискретизации по Petersen и Middleton.

### Благодарности

Автор признателен доктору Stewart Archer за его поддержку при выполнении этой работы. Автор также благодарит доктора John Sunderland, который дал свою критику на статью. Его комментарии улучшили статью.

### Ссылки на литературу

Baradan, V. [1987] Trace interpolation in seismic data processing. *Geophysical Prospecting*, **35**, 343-358.

- Bardan, V. [1997] A hexagonal sampling grid for 3D recording and processing of 3D seismic data. *Geophysical Prospecting*, **45**, 819-830.
- Bardan, V. [2001] Seismic trace interpolation for spatially aliased data and 2D sampling theorem. *71<sup>st</sup> Meeting, Society of Exploration Geophysicists*, Expanded Abstracts, 2005-2008.
- Gulunay, N. and Chambers, R. E. [1996] Unaliased f-k domain trace interpolation. *66<sup>th</sup> Meeting, Society of Exploration Geophysicists*, Expanded Abstracts, 1461-1464.
- Gulunay, N. and Chambers, R. E. [1997] Generalised f-k domain trace interpolation. *67<sup>th</sup> Meeting, Society of Exploration Geophysicists*, Expanded Abstracts, 1100-1103.
- Jerry, A. J. [1977] The Shannon sampling theorem - its various extensions and applications. A tutorial review. *Proceedings IEEE*, **65**, 1565-1596.
- Petersen, D. P. and Middleton, D. [1962] Sampling and reconstruction of wavenumber limited functions in N-dimensional Euclidean spaces. *Information and Control*, **5**, 279-323.
- Soubaras, R. [1997] Spatial interpolation of aliased seismic data. *67<sup>th</sup> Meeting, Society of Exploration Geophysicists*, Expanded Abstracts, 1167-1170.
- Spitz, S. [1991] Seismic trace interpolation. *Geophysics*, **50**, 785-794.
- Vermeer, G. [1990] *Seismic wavefield sampling*. Society of Exploration Geophysicists.