

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ОРДЕНА ЛЕНИНА ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ЗЕМЛИ
им. О. Ю. ШМИДТА

С. Я. КОГАН

СЕЙСМИЧЕСКАЯ
ЭНЕРГИЯ
И МЕТОДЫ
ЕЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
Москва 1975

Сейсмическая энергия и методы ее определения, Коган С.Я.
М., "Наука", 1975.

В монографии рассматриваются сферические и осесимметричные источники сейсмических колебаний и определяется энергия, излучаемая ими в сейсмические волны.

Излагается общий метод расчета сейсмической энергии в очаге. С помощью этого метода устанавливается связь сейсмической энергии с основными параметрами источника и свойствами среды, в которой действует источник.

Монография рассчитана на специалистов в области геофизики и сейсмологии.

Табл. 16, илл. 61, библиогр. 141 наэв.

Ответственный редактор
доктор физико-математических наук
И.П. ПАСЕЧНИК

ПРЕДИСЛОВИЕ

За последние 10 лет наряду с классической сейсмологией возникла и получила большое развитие так называемая взрывная сейсмология (Пасечник, 1970; Родин, 1974). Если в классической сейсмологии в качестве источника сейсмических колебаний рассматриваются землетрясения, то здесь источниками являются различного рода взрывы: подземные, контактные, воздушные и высотные.

Так же как и в классической сейсмологии, одной из главных задач взрывной сейсмологии является изучение очага по записям сейсмических волн, полученным вдали от источника. Несмотря на то, что в сейсмическую волну переходит лишь небольшая часть энергии взрыва (от тысячных долей до единиц процентов), а среда, в которой распространяются сейсмические колебания (Земля), — неоднородная и поглощающая, сейсмические колебания, достигающие удаленных пунктов наблюдения, несут в себе сведения об источнике. Для того чтобы получить эту информацию, необходимо установить связи сейсмической энергии, излученной из очага, с параметрами самого источника (мощностью взрыва, его глубиной или высотой), с сейсмологическими условиями в районе источника, с условиями распространения энергии в среде и с сейсмической энергией, досшедшей до наблюдателя. Перечисленный круг вопросов можно объединить в самостоятельную проблему.

В настоящее время в обширной литературе по взрывам отсутствует последовательное изложение указанной проблемы. В монографии сделана попытка восполнить этот пробел. Здесь сформулирована проблема и очерчен круг относящихся к ней задач. Не все они имеют в настоящее время заключенные и точные решения. Это прежде всего относится к аналитическому представлению энергии сейсмических источников при различных взрывах. Чтобы получить решение всей проблемы в целом, пришлось использовать приближенные решения отдельных задач. Уточнение сделанных при-

ближений не изменит общий ход решений, но позволит более полно выявить связи между сейсмической энергией и параметрами источников.

Значительная часть монографии основывается на работах автора, однако большое внимание уделено и работам других исследователей.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность И.П. Пасечнику и С.Д. Коган за полезное обсуждение настоящей монографии.

В течение многих лет автору посчастливилось общаться и пользоваться поддержкой Инны Соломоновны Берзон. Внимание этого прекрасного ученого и светлого человека очень помогло автору в работе.

ВВЕДЕНИЕ

1. Постановка проблемы

Настоящая работа посвящена установлению зависимости сейсмической энергии от основных параметров источника и свойств среды, в которой действует источник.

В этой проблеме можно выделить ряд отдельных, самостоятельных задач.

I. Определение источника сейсмических колебаний при различных взрывах, зависимости его характерных размеров и времени действия от основных параметров взрыва и упругих свойств среды в районе взрыва.

II. Исследование распределения сейсмической энергии, излучаемой источником, между различными волнами в эпицентре.

III. Исследование условий переноса сейсмической энергии пакетом объемных и поверхностных волн на различные расстояния от источника.

IV. Определение сейсмической энергии различных волн по их регистрации на поверхности Земли на расстоянии Δ от эпицентра. В дальнейшем эту энергию будем называть сейсмической энергией, наблюдаемой на расстоянии Δ от эпицентра. (Более точное определение дано в гл. I.)

V. Установление связи между сейсмической энергией, наблюдаемой на расстоянии Δ от эпицентра, и основными параметрами источника.

Остановимся подробнее на каждой из этих задач.

I. При различных взрывах (воздушных, контактных и подземных) центр взрыва не является источником сейсмической энергии. Экспериментальные данные показывают, что в непосредственной близости от центра подземного взрыва образуется область парообразного вещества. Размер этой области зависит от мощности взрыва и свойств среды. По мере расширения области взрыва за этой зоной образуется зона расплавленного вещества, за ней — область дробления (полного и частичного), размеры которой зависят от прочностных свойств среды, и, наконец, упругая область.

Источником сейсмических колебаний при различных взрывах является давление, распределенное по границе, отделяющей упругую область от неупругой, и изменяющееся во времени. Именно в этом смысле мы будем в дальнейшем употреблять понятие "источник сейсмических колебаний".

Задача определения источника сейсмических колебаний состоит в установлении зависимости давления от времени и пространственно-

го распределения этого давления; в определении зависимости характерных размеров области действия давления и времени его действия от основных параметров взрыва, мощности и высоты над поверхностью Земли для воздушных взрывов или глубины для подземного взрыва; в исследовании частотного состава источника сейсмических колебаний и изменения этого частотного состава в зависимости от изменения осиовых параметров взрывов.

II. Энергия, излученная источником и переданная среде, распределается в эпицентре между различными сейсмическими волнами. В этой задаче необходимо выяснить, каким образом происходит распределение энергии — равномерно между всеми волнами или существует сейсмическая волна, в которую уходит максимальное количество энергии данного источника, какова зависимость индикаторы распределения энергии в каждой объемной волне от угла выхода сейсмического луча из эпицентра. Поскольку сейсмический источник при взрывах распределен по пространству и времени, его спектр зависит от частоты и волнового вектора. Требуется определить (в пространстве частоты и волнового вектора) области существования объемных и поверхностных волн, т.е. те связи между волновым вектором и частотой, которые накладываются уравнениями теории упругости и граничными условиями. Зная частотный состав источника, необходимо для каждой отдельной сейсмической волны получить в явном виде выражение для энергии, излученной источником в эпицентре в эту волну.

III. Сейсмическая энергия, переданная источником в каждую отдельную волну, по мере распространения волны в среде частью диссирируется, переходя в тепловую энергию среды, частью переходит в другие волны из-за неоднородного строения среды, и только часть ее доходит до наблюдателя, находящегося на некотором расстоянии от эпицентра, причем плотность энергии убывает с ростом эпицентрального расстояния вследствие геометрического расхождения сейсмических лучей. Решение задачи о переносе сейсмической энергии состоит в получении полного баланса энергии в среде. Это означает, что если бы был известен механизм поглощения сейсмической энергии в реальной среде, характер рассеяния энергии на неоднородностях и характер уменьшения плотности энергии из-за геометрического расхождения, то можно было бы, вычислив диссипативную функцию, функцию рассеяния и функцию расхождения и применив затем закон сохранения энергии, получить полный баланс энергии в среде, т.е. связь между сейсмической энергией, излученной в эпицентре, и энергией, наблюдаемой на некотором расстоянии от эпицентра.

IV. В пунктах наблюдения на сейсмограммах регистрируются пакеты объемных и поверхностных волн самой различной формы. Форма этих пакетов, их частотный состав зависят от спектра источника, от строения среды, по которой распространялись сейсмические волны, от строения среды вблизи сейсмической станции и от фильтрующих свойств регистрирующей аппаратуры. Задача IV со-

стоит в умении рассчитать энергию не отдельных гармонических составляющих, а пакетов сейсмических волн произвольной формы, ограниченных по времени и пространству, т.е. энергию, которую можно назвать сейсмической энергией, наблюдаемой на расстоянии Δ от эпицентра.

V. Решение этой задачи должно установить прямую и явную связь между основными параметрами взрыва, например мощностью и высотой взрыва над поверхностью Земли или его глубиной и сейсмической энергией определенной волны, объемной или поверхностной, наблюденной на некотором расстоянии от эпицентра. Для заданного эпицентрального расстояния необходимо установить характер зависимости сейсмической энергии от основных параметров взрывов, выделив диапазон изменения этих параметров, в которых сейсмическая энергия существенным или несущественным образом зависит от каждого из них. В задачу входит также изучение поведения сейсмической энергии, излученной из эпицентра при переходе от воздушного взрыва заданной мощности к подземному.

Задачи I–V рассматриваются в настоящей книге при следующих предположениях: 1) среда, в которой распространяются сейсмические волны, является однородным, идеально упругим или поглощающим полупространством; 2) эпицентральные расстояния – телесейсмические; 3) регистрирующая аппаратура – не искажающая.

Если эти предположения изменяются или расширяются, т.е. рассматриваются эпицентральные расстояния, близкие к источнику, или среда предполагается неоднородной, градиентной, то это оговаривается особо.

2. Обзор предшествующих работ

В настоящее время количество работ, посвященных взрыву, генерации и распространению сейсмических волн от взрывов, очень велико. Мы не ставим перед собой задачу рассмотреть все эти работы и ограничимся только теми исследованиями различных авторов, которые имеют непосредственное отношение к рассматриваемой проблеме и к пяти задачам, сформулированным в предыдущем параграфе.

Работ, относящихся ко всей проблеме в целом, в настоящее время нет. Рассмотрим работы, имеющие отношение к задачам I–V.

I. *Определение источника сейсмических колебаний при различных взрывах.* Теория точечного взрыва в воздухе с учетом противодавления (Седов, 1951; Охочимский и др., 1957; Коробейников и др., 1961) позволяет с достаточной точностью получить характеристики ударной волны в воздухе, зависимость от времени распределения давления, температуры и плотности как на фронте ударной волны, так и за ее фронтом на любом расстоянии от центра взрыва. Из этой теории следует, что приращение давления на фронте ударной волны по сравнению с атмосферным зависит от безразмерного расстояния $\xi = r p_1^{1/3} / Q^{1/3}$ (r – радиус фронта ударной волны,

Q — мощность взрыва, p_1 — атмосферное давление) и безразмерного времени $\tau = t p_1^{5/6} / Q^{1/3} \rho_0^{1/2}$ (t — время, отсчитываемое от момента взрыва, ρ_0 — плотность невозмущенного воздуха).

Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными для тротиловых взрывов (Садовский, 1952) об изменении давления на фронте воздушной ударной волны при увеличении радиуса фронта.

Для контактных взрывов подробное исследование всех стадий взрыва — от образования на ранней стадии огненного шара из нагретых до высокой температуры паров бомбы до момента отрыва ударной волны от огненного шара и подъема его в атмосферу — приведено в работе Броуда (1971а). Там же имеются приближенные формулы, позволяющие рассчитать давление на фронте и за фронтом ударной волны на поверхности Земли в зависимости от расстояния от центра взрыва и времени. Менее точные аналитические формулы для расчета давления при контактном взрыве приведены в работах (Барон, Лехт, 1962; Fugelso a.o., 1968). Решение осесимметрической задачи при сильном контактном взрыве дано Григоряном и Евтеревым (1974).

Физические основы механизма подземного взрыва наиболее полно изложены в монографиях Родионова и др. (1971) и Родина (1974). В этих работах не только рассмотрены стадии развития подземного взрыва, но и проведено исследование динамических свойств горных пород в окрестности взрыва и условий возникновения и распространения сейсмических волн.

Однако в настоящее время еще нет адекватной модели поведения твердой среды, в которой произведен взрыв. Это объясняется тем, что плохо известно поведение грунта в условиях взрыва, т.е. недостаточно точны уравнения состояния твердых пород, условия их деформирования и разрушения. Имеются различные модели среды, которые достаточно хорошо описывают отдельные этапы подземного взрыва (Зволинский и др., 1973; Родин, 1974). Например, гидродинамическое приближение для расчета начальной стадии взрыва (Butcovich, 1965; Броуд, 1971б; Зволинский, 1972), упруго-пластическая модель (Чедвик, Кокс, Гопкинс, 1966; Григорян, 1967; Фачиоли, Анг, 1971).

Из этих работ следует, что если среда в окрестности полностью камуфлетного взрыва однородная, то существует сфера с центром в точке взрыва такого радиуса, что внутри сферы заключены все стадии неупругого поведения твердой среды при взрыве, а вне ее среда ведет себя как упругое тело. На поверхности сферы равномерно распределено давление, изменяющееся во времени. Действие такого источника сейсмических колебаний уже давно стало предметом изучения (Sharp, 1942; Blake, 1952; Зволинский, 1960; Hirosawa, Saito, 1963; Гурвич, 1965; Молотова, Флитман, 1966; Haskell, 1967; Favreau, 1969; Ghosh, 1969; Коновалов, 1970; Mueller, Murphy, 1971; Seggern, Blandford, 1972). Если в первых работах

поверхность сферы принимали неподвижной, то в последующих, начиная с 1965 г., задавали закон изменения скорости движения поверхности сферы во времени. Как показал Коновалов (1970), характер движения поверхности сферы влияет на зависимость давления, распределенного по поверхности сферы, от времени, т.е. изменяет вид приведенного потенциала (потенциала смещения, умноженного на радиус сферы), с помощью которого выражается смещение или скорость смещения частиц среды на произвольном расстоянии от сферического излучателя.

Если же среда в окрестности взрыва не однородная, то, как указано во многих работах (Peggs, 1968; Galbraith, 1969; Nuttli, 1969), такой взрыв нельзя считать сферически-симметричным, и для его описания как источника сейсмических колебаний потребуется гораздо более сложный аппарат, нежели один приведенный потенциал.

Если средний радиус неоднородностей среды в окрестности взрыва много меньше радиуса сферы, отделяющей неупругую область от упругой, то можно считать такую среду однородной и в задачах, связанных с исследованием распространения сейсмических волн на различные расстояния от взрыва, в качестве функции источника использовать один приведенный потенциал.

Его можно определить двумя способами. В первом последовательно решают задачу о развитии всех неупругих процессов при взрыве, переходя от газообразной стадии вещества к пластическому состоянию, к разрыву сплошности среды и т.д., вплоть до упругого состояния среды (Печепский, 1972). В результате становятся известными расстояние до границы упругого поведения вещества и давление на этой границе как функция времени. Если затем решить задачу теории упругости, аналогичную задаче Шарпа (Sharp, 1942), то можно определить приведенный потенциал (Holzer, 1966). Во втором способе сразу задают аналитический вид приведенного потенциала на границе упругой области (Haskell, 1967; Seggern, Blandford, 1972), причем параметры этого аналитического выражения определяются прямыми наблюдениями упругого смещения, (или скорости смещения) частиц среды вблизи взрыва в упругой области внутри среды (Werth, Herbst, 1963; Holzer, 1965; Roggers, 1966; Patterson, 1966; Springer, 1966).

В настоящей монографии использован второй путь определения приведенного потенциала, поскольку из-за отсутствия адекватной модели поведения среды при взрыве приведенный потенциал, получаемый первым способом, определяется не точно.

Итак, что же известно относительно источников сейсмических колебаний при различных взрывах?

Для воздушных взрывов известно давление на фронте и за фронтом ударной волны, его зависимость от времени, мощности взрыва и радиуса ударной волны, но нет решения задачи об отражении ударной волны от поверхности Земли и распределения давления на поверхности Земли.

Для контактного взрыва на основании экспериментальных данных известно распределение давления на поверхности Земли как функция расстояния от центра взрыва, времени и мощности взрыва, но не известен спектр этого давления.

Для подземного камуфлетного взрыва в однородной среде известен приближенный вид приведенного потенциала, зависимость его от мощности взрыва, вычислена энергия (Haskell, 1967; Mueller, 1969; Mueller, Murphy, 1971; Perret, 1972), излученная этим источником в продольную волну, и ее зависимость от мощности взрыва.

II. Распределение сейсмической энергии, излучаемой источником между различными волнами в эпицентре. Если на границе идеально упругого полупространства действует сосредоточенная сила, зависящая от времени, то сейсмическая энергия, излучаемая таким источником в среду, в эпицентре распределяется между продольной P , поперечной S и поверхностной R волнами (Miller, Pursey, 1954, 1955). В указанных работах для такого источника получены явные выражения для энергии, излученной в каждую волну, и показано, что большая часть энергии, выделенной в эпицентре, уходит в энергию поверхностной волны. Аналогичный результат для случая сосредоточенного вертикального гармонического излучателя, действующего на границе идеально упругого полупространства, получен Косминской (1956) для амплитуды продольной, поперечной и поверхностной волн на большом расстоянии от эпицентра. Для случая сосредоточенной силы, действующей на границе полупространства, Миллер и Перси (Miller, Pursey, 1954) получили выражение для индикатрисы распределения энергии объемных волн (P и S).

Однако при взрывах, воздушных и контактных, давление, действующее на поверхности Земли, не является сосредоточенной силой, а распределено по поверхности Земли и изменяется во времени. Для такого источника задача II ранее не была решена и решается в настоящей работе.

III. Перенос сейсмической энергии на различные расстояния от эпицентра. Задача о переносе сейсмической энергии в реальной среде — Земле — в настоящее время не решена. Нет строгой теории поглощения сейсмической энергии в реальной среде, которая могла бы объяснить как характер поглощения на различных глубинах для различных регионов, так и зависимость поглощения от частотного состава сейсмического колебания. Это объясняется тем, что из-за сложного внутреннего строения Земли, неоднородности и неизотропности ее по всем трем координатам, невозможно отделить потери сейсмической энергии в данной волне вследствие чистого поглощения — перехода в тепловую энергию — от потерь вследствие рассеяния на неоднородностях.

Для того чтобы учесть неоднородное строение Земли в вертикальном направлении (по радиусу Земли), применяются различные горизонтально-слоистые модели. Работ по этому вопросу очень много. Укажем для примера только некоторые из них: Капатоги, 1967; Randall, 1967; Ta Liang Teng, 1967; Kurita, 1968; Гогоненков,

Антибин, 1970. Теория распространения упругих волн в таких средах наиболее полно представлена в монографии Бреховских (1957). С помощью этой теории для горизонтально-слоистых моделей лод-считываются функции прохождения, т.е. изменение спектральной ам-плитуды волны в идеально упругой среде, происходящее вследствие ее слоистости (Harkrider, 1964; Кондратьев, 1965; Fuchs, 1966; McConnel, Gupta, Wilson, 1966; Ратникова, Левшин, 1967; Абра-мовичи, 1970, и др.).

Наряду с детерминированными горизонтально-слоистыми моделями исследуются среды со случайными неоднородностями (Алексеев, Комиссаров, 1968; Hudson, 1970), рассматриваются горизонтально-слоистые модели, в которых скорость распространения волны, плотность в отдельных слоях и коэффициент поглощения могут флуктуи-ровать (Николаев, 1968; Галкин, Николаев, 1968; Николаев, Аверь-янов, 1970). В некоторых работах исследуются горизонтальные не-однородности Земли как теоретически (Мухина, Молотков, 1967; Alfano, 1973), так и экспериментально (Molnar, Oliver, 1969; Needham, Davis, 1973; Винник, Лукк, 1973). Наконец, начали по-являться работы, в которых делается попытка разделить влияние неоднородности и неидеальной упругости (поглощения) на спектраль-ные характеристики продольных волн (Гамбурцев, 1968).

Убывание энергии объемных сейсмических волн в идеально упругой градиентной¹ среде происходит в результате геометрического рас-хождения сейсмических лучей, благодаря которому увеличивается поверхность фронта волны. Расчет геометрического расхождения в градиентной среде представляет известные трудности. Эти труд-ности связаны с необходимостью дважды численно дифференциро-вать экспериментальный годограф.

Существуют различные способы расчета геометрического рас-хождения:

1) численное дифференцирование экспериментального годографа с помощью вторых центрированных разностей. При этом необходимо правильно выбрать шаг разности (Ritsema, 1952), ибо слишком ма-лый шаг (Косенко, 1953) или очень большой (Carpenter, 1966) дают неправильные значения функции расхождения;

2) аппроксимирование экспериментального годографа полиномом высокой степени от эпицентрального расстояния (Cleary, 1967; Shimshoni, Ben-Menaem, 1970). Расчеты Клири проведены для го-дографа Клири - Хейлса для станций Северной Америки, расчеты Шимшони - для годографа Джейфриса - Буллена для очага, нахо-дящегося на глубине 400 км. Для годографа Джейфриса - Буллена расчеты функции расхождения для поверхностного очага, проведен-ные различными авторами (Ritsema, 1952; Косенко, 1953; Car-ponenter, 1966), существенно различаются между собой и не дают

¹ В дальнейшем для краткости мы будем называть градиентной та-кую среду, в которой скорость распространения объемных волн за-висит от глубины проникновения сейсмического луча.

однозначного ответа о величине и зависимости этой функции от эпицентрального расстояния.

IV. Определение сейсмической энергии различных волн по их регистрации на поверхности Земли на расстоянии Δ от эпицентра. В сейсмологии сейсмическая энергия объемных волн, наблюдаемая на некотором расстоянии от эпицентра, вычисляется по формуле, приведенной в работе Саваренского и Кондорской (1960), а поверхностных — по формуле Джейфриса (Jeffreys, 1923; Буллен, 1966). Обе эти формулы первоначально были получены в предположении, что волна представляет собой простые гармонические колебания. Обобщение на случай волны произвольной формы производится весьма-ма приближению. Всю запись волны представляют в виде суммы отрезков гармонических колебаний различных периодов и амплитуд. Выражение для плотности потока энергии, с помощью которого можно было бы вывести точные формулы для энергии сейсмических волн произвольной формы, получено (Буллен, 1966) также не строго.

V. Связь между сейсмической энергией, наблюдавшейся на расстоянии Δ от эпицентра, и основными параметрами источника. В геофизической литературе специально не исследовался вопрос о зависимости сейсмической энергии, наблюдавшейся на некотором расстоянии от места взрыва, от параметров взрыва. Известны некоторые работы, теоретические и экспериментальные, в которых рассматривается зависимость амплитуды смещения или скорости смещения в отдельных волнах от мощности взрыва.

В статье Токсёза и Бен-Менахема (Toksoz, Ben-Meiri, 1964) рассмотрены отношения спектров смещения в поверхностной волне Релея для двух воздушных взрывов, произведенных в одном и том же месте на телесейсмическом расстоянии от пункта регистрации. Предполагается, что взрывы произведены на большой высоте, такой, что ударная волна в воздухе при подходе к поверхности Земли движется со скоростью, близкой к скорости звука в воздухе, а давление на поверхности Земли близко к атмосферному (высокие взрывы). Для таких взрывов авторы пренебрегают зависимостью смещения в поверхностной волне от высоты взрыва. При этой постановке задачи отношения спектров смещения зависят только от отношения мощностей взрыва.

В работе Карпентера (Carpenter, 1967) рассмотрена зависимость максимальной амплитуды продольной волны, зарегистрированной на телесейсмическом расстоянии, от мощности взрыва для подземных, подводных и воздушных взрывов. И в этой статье не учитывается зависимость амплитуды объемной волны от высоты воздушного взрыва, так как рассматриваются только высокие взрывы.

В 1968 г. появились две статьи Рокара (Rockaford, 1968a, 1968b), в которых сделана попытка установить зависимость амплитуды сейсмической волны (объемной или поверхностной) от мощности и высоты воздушного взрыва только на основании теории размерности и подобия, без учета поглощения сейсмической энергии в среде.

В 1970 г. вышла работа Карпентера и Маршалла (Carpenter, Marshall, 1970), в которой устанавливается зависимость амплитуды диспергирующего цуга поверхностной волны Релея от мощности воздушного взрыва. Как и в более ранней работе (Carpenter, 1967), здесь рассматриваются только высокие взрывы, при которых не учитывается зависимость амплитуды поверхностной волны от высоты воздушного взрыва. Аналогичные расчеты были проведены для короткопериодной продольной волны от камуфлетного подземного взрыва (Kay Koguchi, 1968).

Экспериментальные зависимости скорости смещения продольной волны при подземных взрывах от эпикентрального расстояния и мощности взрыва приведены в статье Хейса (Hays, 1969).

Представленный обзор не претендует на исчерпывающую полноту, но показывает, что исследование источника сейсмических колебаний при взрывах и изучение особенностей распространения сейсмических волн в реальной среде ведутся очень интенсивно и широко.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Прежде всего постараемся четко определить различные энергетические величины, с которыми мы будем в дальнейшем иметь дело.

Первой из них является полная сейсмическая энергия E , выделенная источником. Эта энергия четко определена для источника, ограниченного в пространстве и во времени, и вычисляется в виде интеграла от плотности потока энергии q по поверхности Σ , на которой действует источник, и по времени его действия:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{q} \cdot d\vec{\Sigma} dt. \quad (1.1)$$

Энергия E , переданная источником среде, распределяется между различными сейсмическими волнами в эпицентре и по мере распространение волн частью диссилируется, переходя в тепловую энергию, а частью переносится сейсмическими волнами на различные расстояния от эпицентра.

Вторым важным понятием является сейсмическая энергия $\mathcal{E}(\Delta)$, перенесенная пакетом сейсмических волн, ограниченным по времени и пространству, на расстояние Δ от эпицентра. Рассмотрим поверхность S , находящуюся на расстоянии Δ от эпицентра. Для объемных волн S – поверхность сферы радиуса Δ с центром в гипоцентре, а для поверхность волн это – поверхность бесконечного цилиндра радиуса Δ , ось которого проходит через эпицентр. Сейсмической энергией, перенесенной пакетом волн на расстояние Δ от эпицентра, назовем энергию, прошедшую через поверхность S за промежуток времени, равный продолжительности прохождения пакета через S . Эта энергия выражается в виде интеграла от проекции вектора плотности потока энергии, на нормаль к поверхности S , по площади этой поверхности и по времени, причем интеграл по времени можно взять в бесконечных пределах, ибо вклад в него дадут только те моменты времени, для которых смещение точек S не равно нулю:

$$\mathcal{E}(\Delta) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{q} \cdot d\vec{S} dt. \quad (1.2)$$

Энергию $\mathcal{E}(\Delta)$ можно вычислить по сейсмическим наблюдениям на расстоянии Δ от эпицентра. В дальнейшем будем называть $\mathcal{E}(\Delta)$ сейсмической энергией, наблюданной на расстоянии Δ от эпицентра.

В этой главе получены формулы для расчета $\mathcal{E}(\Delta)$ по сейсмическим наблюдениям пакетов объемных и поверхностных волн произвольной формы. Вывод формул основан на использовании общего выражения плотности потока энергии.

1. Плотность потока сейсмической энергии

Обозначим через \vec{q} плотность потока энергии. Из закона сохранения энергии следует

$$\partial\epsilon/\partial t + \operatorname{div} \vec{q} = 0, \quad (1.3)$$

где ϵ — энергия в единице объема, t — время.

Общее выражение энергии ϵ имеет вид

$$\epsilon = \rho v^2/2 + W,$$

где ρ — плотность среды, v — скорость, W — внутренняя энергия единицы объема среды. Вычислим $\partial\epsilon/\partial t$:

$$\frac{\partial\epsilon}{\partial t} = \rho v_i \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial t}, \quad (1.4)$$

где v_i ($i = 1, 2, 3$) — компоненты вектора \vec{v} .

Согласно уравнениям движения

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho X_i \quad (i, j = 1, 2, 3),$$

где σ_{ij} — компоненты тензора напряжений, X_i — компоненты массовой силы.

Предположим, что $X_i = 0$. Тогда

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}.$$

Подставляя это выражение в (1.4), получим

$$\frac{\partial\epsilon}{\partial t} = v_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial W}{\partial t}. \quad (1.5)$$

Как известно,

$$dW = TdS + \sigma_{ik} du_{ik}, \quad (1.6)$$

где T — температура тела, S — его энтропия,

$$u_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)$$

— тензор деформации, u_i — компоненты смещения.

В формуле (1.6) первое слагаемое определяет количество тепла, полученное единицей объема, второе соответствует работе, произведенной силами внутренних напряжений. В идеально упругом теле распространение волн происходит адиабатически. Тогда $S = \text{const}$ и из (1.6) получаем

$$dW = \sigma_{ik} du_{ik}, \quad \frac{\partial W}{\partial t} = \sigma_{ik} \frac{\partial u_{ik}}{\partial t}.$$

Но

$$\sigma_{ik} \frac{\partial u_{ik}}{\partial t} = \frac{1}{2} \sigma_{ik} \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial t} + \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial t} \right).$$

Поскольку

$$v_i = \frac{\partial u_i}{\partial t}, \quad \sigma_{ik} \frac{\partial u_{ik}}{\partial t} = \frac{1}{2} \sigma_{ik} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right)$$

и тензор напряжений симметричен ($\sigma_{ik} = \sigma_{ki}$), имеем

$$\sigma_{ik} \frac{\partial u_{ik}}{\partial t} = \sigma_{ik} \frac{\partial v_i}{\partial x_k}.$$

Окончательно получаем

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \sigma_{ik} \frac{\partial v_i}{\partial x_k}.$$

Подставим это выражение в формулу (1.5). Тогда

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} (v_i \sigma_{ij}).$$

Сравнивая это выражение с (1.3), видим, что компоненты вектора плотности потока энергии \vec{q} равны

$$q_j = -v_i \sigma_{ij} \quad (j = 1, 2, 3). \quad (1.7)$$

Формула (1.7) дает общее выражение для плотности потока энергии. Как будет показано ниже, в случае плоской волны (1.7) можно преобразовать к обычному виду:

$$\vec{q} = \rho v^2 \vec{c}, \quad (1.8)$$

где \vec{c} — скорость распространения волны. Для других волн, например поверхностных, зависимость (1.8) не имеет места.

2. Выражение для энергии объемной волны произвольной формы

Для плоской продольной волны P потенциал

$$\Psi = f(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{c_p}), \quad (1.9)$$

где f — произвольная функция; $\vec{r} = (x, y, z)$ — радиус-вектор (оси x, y направлены от источника, ось z — внутрь среды); \vec{n} — вектор нормали к фронту волны, $\vec{n} = (\cos e_0 \cos \phi, \cos e_0 \sin \phi, \sin e_0)$; e_0 — угол выхода волны; ϕ — азимут; c_p — скорость продольной волны.

На основании (1.9) вектор смещения $\vec{u}(u_x, u_y, u_z)$ в падающей волне имеет вид

$$\vec{u} = -\frac{\vec{n}}{c_p} f'(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{c_p}), \quad f' = \frac{df(x)}{dx}.$$

Легко написать выражение для вектора скорости смещения $\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$ и компонент тензора напряжения

$$\vec{v} = -\frac{\vec{n}}{c_p} f''(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{c_p}), \quad (1.10)$$

$$\sigma_{xx} = \rho [1 - \frac{2c_s^2(1 - \cos^2 e_0 \cos^2 \phi)}{c_p^2}] f''(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{c_p}),$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \rho [\frac{S}{c_p^2} \cos^2 e_0 \sin 2\phi] f''(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{c_p}),$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = \rho [\frac{S}{c_p^2} \sin 2e_0 \cos \phi] f''(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{c_p}), \quad (1.11)$$

$$\sigma_{yy} = \rho [1 - \frac{2c_s^2(1 - \cos^2 e_0 \sin^2 \phi)}{c_p^2}] f''(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{c_p}),$$

$$\sigma_{yz} = \sigma_{zy} = \rho [\frac{S}{c_p^2} \sin 2e_0 \sin \phi] f''(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{c_p}),$$

$$\sigma_{zz} = \rho [1 - \frac{2c_s^2 \cos^2 e_0}{c_p^2}] f''(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{c_p}),$$

где c_s — скорость поперечной волны.

С помощью (1.10) формулы (1.11) можно переписать следующим образом:

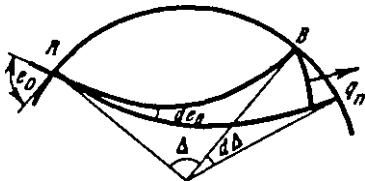
$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= -\rho \frac{c_p^2 - 2c_s^2(1 - \cos^2 e_0 \cos^2 \phi)}{c_p \cos e_0 \cos \phi} v_x, \\
 \sigma_{xy} &= -\rho \frac{2c_s^2}{c_p} \cos e_0 \sin \phi v_x - \rho \frac{2c_s^2}{c_p} \cos e_0 \cos \phi v_y, \\
 \sigma_{xz} &= -\rho \frac{2c_s^2}{c_p} \sin e_0 v_x = -\rho \frac{2c_s^2}{c_p} \cos e_0 \cos \phi v_z, \\
 \sigma_{yy} &= -\rho \frac{c_p^2 - 2c_s^2(1 - \cos^2 e_0 \sin^2 \phi)}{c_p \cos e_0 \sin \phi} v_y, \\
 \sigma_{yz} &= -2\rho \frac{c_s^2}{c_p} \sin e_0 v_y = -\rho \frac{2c_s^2}{c_p} \cos e_0 \sin \phi v_z, \\
 \sigma_{zz} &= -\rho \frac{c_p^2 - 2c_s^2 \cos^2 e_0}{c_p \sin e_0} v_z.
 \end{aligned} \tag{1.12}$$

Вычислим компоненты \vec{q} с помощью выражений (1.7), (1.10) и (1.12):

$$\begin{aligned}
 q_x &= -(\sigma_{xx} v_x + \sigma_{xy} v_y + \sigma_{xz} v_z) = \frac{\rho c_p}{\cos e_0 \cos \phi} [v_x^2 (1 - 2 \frac{c_s^2}{c_p^2}) + \\
 &+ 2 \frac{c_s^2}{c_p^2} v^2 \cos^2 e_0 \cos^2 \phi], \\
 q_y &= -(\sigma_{xy} v_x + \sigma_{yy} v_y + \sigma_{yz} v_z) = \frac{\rho c_p}{\cos e_0 \sin \phi} [v_y^2 (1 - 2 \frac{c_s^2}{c_p^2}) + \\
 &+ 2 \frac{c_s^2}{c_p^2} v^2 \cos^2 e_0 \sin^2 \phi], \\
 q_z &= -(\sigma_{xz} v_x + \sigma_{yz} v_y + \sigma_{zz} v_z) = \frac{\rho c_p}{\sin e_0} [v_z^2 (1 - 2 \frac{c_s^2}{c_p^2}) + 2 \frac{c_s^2}{c_p^2} v^2 \sin^2 e_0],
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

где, как и раньше, $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$.

Рис. 1.1. Ход сейсмических лучей в градиентном пространстве



Рассмотрим далее объемную волну произвольной формы (не обязательно плоскую), вышедшую из источника A и принятую в точке B поверхности Земли. Пусть среда, по которой распространяется волна, идеально упругая, но градиентная. В приближении геометрической сейсмики энергия такой волны распространяется вдоль трубки сейсмических лучей (рис. 1.1). Это приближение нарушается вблизи резких границ раздела среды.

Предположим, что свойства среды меняются плавно. Тогда элементарная энергия $d\mathcal{E}_P(\Delta)$, наблюдаемая на расстоянии Δ от эпицентра, согласно определению (формула (1.2)) равна

$$d\mathcal{E}_P(\Delta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int dS dt \quad (1.14)$$

или

$$d\mathcal{E}_P(\Delta) = \int_{-\infty}^{\infty} q_n dS dt, \quad (1.15)$$

где q_n — составляющая потока энергии, направленная по нормали к фронту волны в точке B ; $q_n = \vec{q} \cdot \vec{n}$; e_0 — угол выхода луча; dS — элемент площади

$$dS = 2\pi R^2 \sin \Delta |d\Delta| \sin e_0, \quad (1.16)$$

R — радиус Земли.

Часть фронта волны в окрестности точки B на элементарной площадке dS можно заменить плоскостью и для вычисления плотности потока q_n воспользоваться формулами (1.13). В результате получим

$$q_n = \rho c p v^2. \quad (1.17)$$

Подставив выражения (1.16) и (1.17) в (1.15), получим

$$d\mathcal{E}_P(\Delta) = 2\pi R^2 \sin \Delta |d\Delta| \sin e_0 \rho c p \int_{-\infty}^{\infty} v^2 dt.$$

Интеграл в бесконечных пределах можно заменить интегралом с конечными пределами, отнеся начало отсчета времени $t = 0$ к моменту вступления продольной волны на сейсмограмме, а в качестве верхнего предела взять момент времени $t = t_1$, где время t_1 —

продолжительность записи продольной волны на сейсмограмме. Тогда

$$d \mathcal{E}_P(\Delta) = 2\pi R^2 \sin \Delta |d\Delta| \sin e_0 \rho c p \int_0^1 v^2 dt. \quad (1.18a)$$

Формула (1.18a) дает возможность рассчитать элементарную энергию продольной волны произвольной формы, наблюдаемую на угловом расстоянии Δ от эпицентра. Отметим, что поскольку на близких эпицентрических расстояниях $R \sin \Delta \approx R\Delta - \Delta_1$ и $R|d\Delta| = |d\Delta_1|$, то в этом случае формула (1.18a) принимает вид

$$d \mathcal{E}_P(\Delta) = 2\pi \Delta_1 |d\Delta_1| \sin e_0 \rho c p \int_0^1 v^2 dt. \quad (1.18b)$$

Предположим теперь, что энергия продольной волны в источнике распределена сферически-симметрично. Если при этом источник A находится на поверхности Земли, то в лучевую трубку раствора de_0 выделяется из источника элементарное количество энергии

$$dE = E \cos e_0 |de_0|.$$

В идеально упругой среде эта энергия равна элементарной энергии $d \mathcal{E}_P(\Delta)$, наблюданной на угловом расстоянии Δ и определяемой формулой (1.18a). Таким образом, в идеально упругой среде

$$E \cos e_0 |de_0| = d \mathcal{E}_P(\Delta),$$

или

$$E = \frac{2\pi R^2 \sin \Delta \sin e_0}{\cos e_0 |de_0|} \rho c p \int_0^1 v^2 dt. \quad (1.19a)$$

Эта формула справедлива для сферически-симметричного излучателя, находящегося на поверхности идеально упругого полупространства.

Если же источник A находится на глубине h от поверхности Земли, то формула (1.19a) приобретает вид

$$E = \frac{2\pi R^2 \sin \Delta \sin e_0}{\cos e_h |de_h|} \rho c p \int_0^1 v^2 dt. \quad (1.19b)$$

Здесь e_h — угол выхода луча из источника A со сферически-симметричным распределением энергии.

Формулы (1.19a) и (1.19b) хорошо известны в сейсмологической литературе (Саваренский, Кондорская, 1960), множитель

$$G(\Delta) = \frac{\sin \Delta \sin e_0}{\cos e_h |de_h|}, \quad (1.20)$$

входящий в (1.19a) и (1.19b), учитывает геометрические особенности распространения волн и определяет расхождение сейсмичес-

ких лучей. Способы вычисления функции $G(\Lambda)$ и расчет для продольной волны приведены в § 4 настоящей главы¹.

На близких эпицентральных расстояниях для сферически-симметричного источника на поверхности идеально упругого полупространства

$$\Delta_1 |de_0/d\Delta_1| \approx \sin e_0, \cos e_0 \approx 1,$$

$$E = 2\pi\Delta_1^2 \rho c P \int_0^{r_1} v^2 dt.$$

Если колебание в пункте наблюдения заменить одним или несколькими гармоническими колебаниями, то

$$\int_0^{r_1} v^2 dt = 2\pi^2 \sum_n \frac{u_n^2}{T^2} r_1,$$

где u^2 — сумма квадратов амплитуд смещения частиц среды по всем трем составляющим, T — период колебания. Тогда

$$E = 4\pi^3 \Delta_1^2 \rho c P \sum_n \frac{u_n^2}{T^2} r_1.$$

Эта формула была выведена Голищыным (1915).

3. Выражение для энергии поверхности волны произвольной формы

Рассмотрим плоскую монохроматическую поверхность волну Релея, распространяющуюся в неограниченном идеально упругом полупространстве ($z < 0$). Как известно (Ландау, Лифшиц, 1953), компоненты смещения для нее можно написать в виде

$$u_x = \phi(\omega) \omega \exp[-i\omega(t - \frac{x}{c_R})] \left(\frac{\sqrt{\gamma_P}}{c_R} \exp \frac{|\omega|z}{\gamma_P} - \frac{1}{\sqrt{\gamma_S}} \exp \frac{|\omega|z}{\gamma_S} \right), \quad (1.21)$$

$$u_z = -i\phi(\omega) \omega \exp[-i\omega(t - \frac{x}{c_R})] \left(\frac{1}{\sqrt{\gamma_P}} \exp \frac{|\omega|z}{\gamma_P} - \frac{\sqrt{\gamma_S}}{c_R} \exp \frac{|\omega|z}{\gamma_S} \right).$$

Здесь $\phi(\omega)$ — произвольная комплексная функция частоты, гладкая, стремящаяся к нулю при $\omega \rightarrow \infty$ быстрее любой целой степени ω

¹ В приложении I приведены значения плотностей, скоростей продольных волн и импедансов для различных пород и глубин Земли, необходимые для расчета сейсмической энергии.

и, кроме того,

$$\phi(-\omega) = -\phi^*(\omega), \quad (1.22)$$

где $\phi^*(\omega)$ — комплексно-сопряженная функция; c_R — скорость волны Релея;

$$\frac{1}{\gamma_P} = \sqrt{\frac{1}{c_R^2} - \frac{1}{c_P^2}}; \quad \frac{1}{\gamma_S} = \sqrt{\frac{1}{c_R^2} - \frac{1}{c_S^2}}.$$

Чтобы получить компоненты смещения для поверхностной волны произвольного вида, необходимо выражение (1.21) проинтегрировать по ω от $-\infty$ до $+\infty$.

Благодаря условиям налагаемым на $\phi(\omega)$, и условию (1.22) компоненты смещения получаются ограниченными и вещественными. Пользуясь формулой (1.21), подсчитаем скорости смещения и компоненты тензора напряжения:

$$v_x(\omega) = -i\phi(\omega)\omega^2 \exp[-i\omega(t - \frac{x}{c_R})] \left(\frac{\sqrt{\gamma_P}}{c_R} \exp \frac{|\omega|z}{\gamma_P} - \frac{1}{\sqrt{\gamma_S}} \exp \frac{|\omega|z}{\gamma_S} \right),$$

$$v_z(\omega) = -\phi(\omega)\omega|\omega| \exp[-i\omega(t - \frac{x}{c_R})] \left(\frac{1}{\sqrt{\gamma_P}} \exp \frac{|\omega|z}{\gamma_P} - \frac{\sqrt{\gamma_S}}{c_R} \exp \frac{|\omega|z}{\gamma_S} \right), \quad (1.23)$$

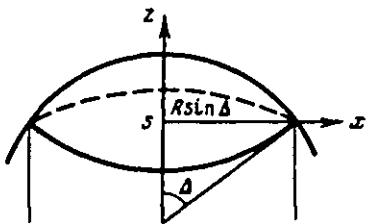
$$\frac{1}{\rho} \sigma_{xx}(\omega) = i\phi(\omega)\omega^2 \exp[-i\omega(t - \frac{x}{c_R})] \left[\sqrt{\gamma_P} \left(1 + \frac{2c_S^2}{\gamma_P^2} \right) \exp \frac{|\omega|z}{\gamma_P} - \frac{2c_S^2}{c_R \sqrt{\gamma_S}} \exp \frac{|\omega|z}{\gamma_S} \right]$$

$$\frac{1}{\rho} \sigma_{xz}(\omega) = \phi(\omega)\omega|\omega| \exp[-i\omega(t - \frac{x}{c_R})] \frac{2c_S^2}{c_R \sqrt{\gamma_P}} \left(\exp \frac{|\omega|z}{\gamma_P} - \exp \frac{|\omega|z}{\gamma_S} \right). \quad (1.24)$$

Прежде чем вычислять плотность потока энергии \vec{q} , рассмотрим, какие операции необходимо произвести над \vec{q} , чтобы получить окончательное выражение для энергии пакета поверхностных волн. На основании формулы (1.2)

$$\mathfrak{I}_R(\Delta) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{\phi} \vec{q} ds dt.$$

Рис. 1.2. Бесконечно протяженный цилиндр радиуса $R \sin \Delta$



Здесь интеграл берется по поверхности бесконечно протяженного цилиндра радиуса $R \sin \Delta$ (рис. 1.2), или

$$\mathcal{I}_R(\Delta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^0 q_x \cdot 2\pi R \sin \Delta dz dt - \int_{-\infty}^{\infty} \int_S q_z dS,$$

поскольку мы предполагаем, что поток q_x не зависит от азимута.

Но $\int_S q_z dS = 0$, так как при $z = 0$, т.е. на поверхности $S q_z = 0$ ($\sigma_{xz} = \sigma_{zz} = 0$ – условие свободной поверхности).

Следовательно,

$$\mathcal{I}_R(\Delta) = 2\pi R \sin \Delta \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^0 q_x dz dt. \quad (1.25)$$

Для поверхностной волны Релея произвольной формы q_x можно представить в виде

$$q_x = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(t - \frac{x}{c_R}, \omega_1, \omega_2, z) d\omega_1 d\omega_2,$$

а функция F согласно формуле (1.7) равна

$$F(t - \frac{x}{c_R}, \omega_1, \omega_2, z) = -v_i(\omega_1, z) \sigma_{xi}(\omega_2, z). \quad (1.26)$$

Вместо $v_x, v_z, \sigma_{xx}, \sigma_{xz}$ в (1.26) необходимо подставить их значения, определяемые формулами (1.23), (1.24). Теперь (1.25) принимает вид:

$$\mathcal{I}_R(\Delta) = 2\pi R \sin \Delta \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} F(t - \frac{x}{c_R}, \omega_1, \omega_2, z) d\omega_1 d\omega_2 dz dt. \quad (1.27)$$

Чтобы упростить вычисление четырехкратного интеграла, изменим порядок интегрирования. Вычислим вначале

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(t - \frac{x}{c_R}, \omega_1, \omega_2, z) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-i(\omega_1 + \omega_2)(t - \frac{x}{c_R})] F_1(\omega_1, \omega_2, z) dt,$$

где

$$F_1(\omega_1, \omega_2, z) = \exp[i(\omega_1 + \omega_2)(t - x/c_R)]F(t-x, c_R, \omega_1, \omega_2, z).$$

Но

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-i(\omega_1 + \omega_2)(t-x/c_R)]F_1(\omega_1, \omega_2, z)dt = 2\pi\delta(\omega_1 + \omega_2)F_1(\omega_1, \omega_2, z),$$

где $\delta(x)$ – функция Дирака

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} dk.$$

Тогда

$$\mathcal{J}_R(\Delta) = 2\pi R \sin \Delta \cdot 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \int \int \delta(\omega_1 + \omega_2) F_1(\omega_1, \omega_2, z) d\omega_1 d\omega_2 dz.$$

На основании известного свойства функции Дирака

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\omega_1 + \omega_2) F_1(\omega_1, \omega_2, z) d\omega_2 = F_1(\omega_1, -\omega_1, z).$$

Интегрируя по z , получим

$$\int_{-\infty}^0 F_1(\omega_1, -\omega_1, z) dz = -c_R \rho \phi(\omega_1) \phi(-\omega_1) \frac{\omega_1^4}{|\omega_1|} A^*,$$

где величина A^* , зависящая от свойств среды, равна

$$A^* = \frac{c_S^2}{c_R^2} \left(3 + \frac{\gamma_P}{c_R} \sqrt{\frac{\gamma_S}{\gamma_P}} \right) + \frac{\gamma_P^2}{2c_R^2} - \frac{1}{c_R/\gamma_P + c_S/\gamma_S} \sqrt{\frac{\gamma_S}{\gamma_P}} \left[\frac{2c_S^2}{c_R^2} \left(1 + \frac{\gamma_S}{\gamma_P} + \frac{c_R^2}{\gamma_P^2} + \frac{c_R}{\gamma_P} \sqrt{\frac{\gamma_S}{\gamma_P}} \right) + 1 \right] \quad (1.28)$$

В результате

$$\mathcal{J}_R(\Delta) = 4\pi^2 R \sin \Delta c_R \rho A^* J, \quad (1.29)$$

где

$$J = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^4}{|\omega|} \phi(\omega_1) \phi(-\omega_1) d\omega_1.$$

Нетрудно видеть, что величина J является положительно определенной. Действительно, согласно условию

$$\phi(-\omega) = -\phi^*(\omega)$$

можно представить J в виде

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^4}{|\omega|} |\phi(\omega)|^2 d\omega > 0.$$

Поэтому энергия $\mathcal{E}_R(1)$, вычисляемая по формуле (1.29), положительна. Выразим теперь функции $\phi(\omega)$ и $\phi(-\omega)$ через компоненты смещения и скорости смещения на поверхности Земли (при $z = 0$). Для этого проинтегрируем выражения (1.21) и (1.23) по ω от $-\infty$ до $+\infty$ и положим в них $z = 0$, $x = 0$. Тогда получим

$$u_x(t,0) = \left(\frac{\sqrt{\gamma_P}}{c_R} - \frac{1}{\sqrt{\gamma_S}} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\omega) \omega e^{-i\omega t} d\omega, \quad (1.30)$$

$$u_z(t,0) = \left(\frac{1}{\sqrt{\gamma_P}} - \frac{\sqrt{\gamma_S}}{c_R} \right) \int_{-\infty}^{\infty} (-i) \phi(\omega) \omega |e^{-i\omega t} d\omega, \quad (1.30)$$

$$v_x(t,0) = \left(\frac{\sqrt{\gamma_P}}{c_R} - \frac{1}{\sqrt{\gamma_S}} \right) \int_{-\infty}^{\infty} (-i) \phi(\omega_1) \omega_1^2 e^{-i\omega_1 t} d\omega_1, \quad (1.31)$$

$$v_z(t,0) = -\left(\frac{1}{\sqrt{\gamma_P}} - \frac{\sqrt{\gamma_S}}{c_R} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\omega_1) \omega_1 |e^{-i\omega_1 t} d\omega_1. \quad (1.31)$$

Представим подынтегральное выражение в (1.29) в виде

$$\frac{\omega^2 |\omega^2|}{|\omega|} \phi(\omega) \phi(-\omega) = \omega \phi(\omega) \omega |\omega| \phi(-\omega).$$

Из (1.30) имеем

$$\phi(\omega) \omega = \frac{1}{2\pi} \frac{c_R \sqrt{\gamma_S}}{\sqrt{\gamma_P} \gamma_S - c_R} \int_{-\infty}^{\infty} u_x(t,0) e^{i\omega t} dt, \quad (1.32)$$

а из (1.31)

$$\phi(\omega_1) \omega_1 |\omega_1| = -\frac{1}{2\pi} \frac{c_R \sqrt{\gamma_P}}{c_R - \sqrt{\gamma_P} \gamma_S} \int_{-\infty}^{\infty} v_z(t,0) e^{i\omega_1 t} dt.$$

Положив здесь $\omega_1 = -\omega$, получим

$$\phi(-\omega) \omega |\omega| = \frac{1}{2\pi} \frac{c_R \sqrt{\gamma_P}}{c_R - \sqrt{\gamma_P} \gamma_S} \int_{-\infty}^{\infty} v_z(t,0) e^{-i\omega t} dt. \quad (1.33)$$

После подстановки (1.32) и (1.33) формула (1.29) принимает вид

$$\mathcal{E}_R(\Delta) = R \sin \Delta \ast c_R \rho \frac{c_R^2 \sqrt{\gamma_P} \gamma_S}{(c_R - \sqrt{\gamma_P} \gamma_S)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_x(t_1,0) v_z(t_2,0) \times$$

$$\times \exp i\omega(t_1 - t_2) d\omega dt_1 dt_2.$$

Но

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp i\omega(t_1-t_2)d\omega = 2\pi\delta(t_1-t_2),$$

поэтому

$$\mathfrak{I}_R(\Delta) = 2\pi R \sin \Delta c \frac{2}{R} \rho A(\nu) \int_{-\infty}^{\infty} u_x(t_1, 0) v_z(t_2, 0) \delta(t_1-t_2) dt_1 dt_2,$$

или, на основании определения функции Дирака $\delta(x)$,

$$\mathfrak{I}_R(\Delta) = 2\pi R \sin \Delta c \frac{2}{R} \rho A(\nu) \int_{-\infty}^{\infty} u_x(t, 0) v_z(t, 0) dt. \quad (1.34)$$

Здесь

$$A(\nu) = \frac{c_R \sqrt{\gamma_P \gamma_S}}{(c_R - \sqrt{\gamma_P \gamma_S})^2} \left\{ \frac{c_S^2}{c_R^2} \left(3 + \frac{\gamma_P}{c_R} \sqrt{\frac{\gamma_S}{\gamma_P}} \right) + \frac{\gamma_P^2}{2c_R^2} - \frac{1}{c_R^2 \gamma_P + c_S^2 \gamma_S} \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\frac{\gamma_P}{\gamma_S}} \left[\frac{2c_S^2}{c_R^2} \left(1 + \frac{\gamma_S}{\gamma_P} + \frac{c_R^2}{\gamma_P^2} + \frac{c_R}{\gamma_P} \sqrt{\frac{\gamma_S}{\gamma_P}} \right) + 1 \right] \right\}. \quad (1.35)$$

В выражении (1.34) интеграл с бесконечными пределами заменим, как и в (1.18), интегралом от 0 до t_1 соответственно началу и концу записи поверхностной волны на сейсмограмме. Тогда окончательно можем записать:

$$\mathfrak{I}_R(\Delta) = 2\pi R \sin \Delta c \frac{2}{R} \rho A(\nu) \int_0^{t_1} u_x(t, 0) v_z(t, 0) dt. \quad (1.36a)$$

Выражение $A(\nu)$ является функцией коэффициента Пуассона ν , значения которой приведены ниже.

ν	1/2	1/4	0
$A(\nu)$	2,922	4,704	9,256

Ввиду того что

$$\int_0^{t_1} (u_x v_z + u_z v_x) dt = 0,$$

выражение (1.36a) можно представить следующим образом:

$$\mathfrak{I}_R(\Delta) = 2\pi R \sin \Delta c \frac{2}{R} \rho A(\nu) \left(- \int_0^{t_1} u_z(t, 0) v_x(t, 0) dt \right). \quad (1.37)$$

Формулы (1.36a) и (1.37) идентичны, они дают возможность подсчитать энергию поверхностной волны Релея произвольной формы

по смещению и скорости смещения поверхности Земли в точке наблюдения. Если волна монохроматическая, (1.36а) легко преобразуется к виду, в котором обычно записывается формула Джейфриса.

Действительно, если на поверхности Земли смещение в волне Релея имеет вид

$$u_x(t,0) = A \cos \frac{2\pi t}{T}, \quad u_z(t,0) = A \sin \frac{2\pi t}{T},$$

где A — амплитуда гармонической волны, а T — ее период, то

$$\int_0^T u_z(t,0) u_x(t,0) dt = -A^2 \frac{2\pi}{T} \frac{r_1}{2}$$

и

$$\beta_R(\lambda) = 2\pi^2 R \sin \lambda c_R \cdot \rho A(\nu) \frac{A^2}{T^2} \lambda r_1, \quad (1.36b)$$

где $\lambda = c_R T$ — длина волны.

Если же колебание в волне Релея на поверхности Земли имеет вид суммы отрезков гармонических колебаний, то формула (1.36б) примет вид

$$\beta_R(\lambda) = 2\pi^2 R \sin \lambda c_R \rho A(\nu) \sum \frac{A^2}{T^2} \lambda r_1$$

в котором обычно записывается формула Джейфриса (Буллен, 1966; Саваренский, Кирнос, 1955).

4. Вычисление расхождения объемной волны. Дифференцирование экспериментального годографа

Изложим метод вычисления расхождения на примере продольной объемной волны P . Для подсчета расхождения по формуле (1.20) необходимо знать функцию $d\sigma_h/d\lambda$. Ее можно определить по годографу волны. По формуле Бенидорфа (Саваренский, Кирнос, 1955),

$$\frac{dT}{d\lambda} = P = \frac{R_h}{c P_h} \cos \sigma_h, \quad (1.38)$$

где $T(\lambda)$ — годограф; R_h — радиус-вектор очага; $c P_h$ — скорость волны P на глубине h очага.

Дифференцируя равенство (1.38) один раз, получим

$$\frac{d\sigma_h}{d\lambda} = - \frac{c P_h}{R_h} \frac{1}{\sin \sigma_h} \frac{d^2 T}{d\lambda^2}, \quad (1.39)$$

т.е. функция $d\sigma_h/d\lambda$, входящая в (1.20), вычисляется по второй производной годографа $T(\lambda)$.

Обычно годограф задан численно для дискретных значений λ , и если он достаточно гладкий, то вторую производную можно под-

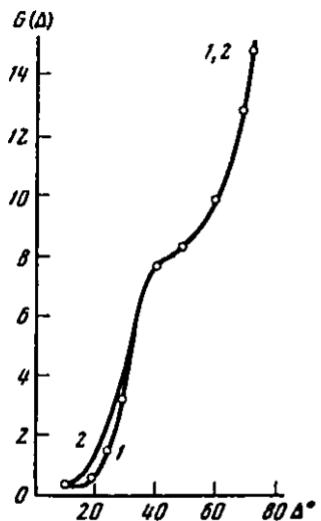


Рис. 1.3. Функция геометрического расхождения $G(\Delta)$ для $h = 0$

1 — расчет с помощью конечных разностей; 2 — расчет с помощью аналитической аппроксимации годографа; кружки — значения Ритцемы (Ritsema, 1952)

считать следующим образом. Вторая производная характеризует кривизну кривой, поэтому при численном дифференцировании необходимо взять такое приращение аргумента $\delta\Delta$, чтобы $\delta^2T/\delta\Delta^2$ правильно отображала ход кривизны функции $T(\Delta)$ с учетом точности, с которой задана функция $T(\Delta)$. Для годографа Джейфриса — Буллена (Jeffreys, Bullen, 1940) $\delta\Delta = 10^\circ$, тогда

$$\frac{\delta^2T}{\delta\Delta^2} = \frac{T(\Delta + 10^\circ) + T(\Delta - 10^\circ) - 2T(\Delta)}{\delta\Delta^2}. \quad (1.40)$$

Пользуясь (1.40), можно по формуле (1.39) найти $|de_h/d\Delta|$, а значит и (1.20). Это выражение было вычислено для $h = 0$ и 33 км, $c_P|_{h=0} = 5,57$ км/сек, $c_P|_{h=33} = 7,75$ км/сек. Результаты расчетов представлены в Приложении II. В этом же Приложении даны значения $e_0(\Delta)$ и $e_h(\Delta)$. На рис. 1.3 нанесены две кривые. Кривая 1 — это функция (1.20) для $h = 0$, вычисленная на основании формулы (1.40) (кружками нанесены значения (1.20), снятые с графика Ритцемы (Ritsema, 1952), кривая 2 получена другим способом (см. ниже). Как видно из рис. 1.3, кривые 1, 2 близки, а кружки совпадают с кривой 1.

Согласно законам геометрической сейсмики годограф выражается в виде

$$T = 2 \int_{P}^{R} \frac{r dr}{c_P^2(r) \sqrt{r^2/c_P^2(r) - p^2}}, \quad (1.11a)$$

а эпикентральное расстояние

$$V = 2p \int \frac{dr}{rP \cdot \sqrt{r^2/c_P^2(r) - p^2}}. \quad (1.42a)$$

Здесь

$$p = \frac{dT}{d\Delta} = \frac{R_0}{c_P 0} \cos e_0 = \frac{R_h}{c_P h} \cos e_h;$$

r_P – радиус-вектор вершины сейсмического луча; R – расстояние от центра Земли до подошвы земной коры; $c_P(r)$ – скорость распространения продольной волны на глубине $R-r$. Если бы было известно аналитическое выражение функции $c_P(r)$, то, дифференцируя формулу (1.42а) по p , мы получили бы выражение для $d\Delta/dp$, а значит и для

$$\frac{de_h}{d\Delta} = - \frac{c_P h}{R_h \sin e_h d\Delta/dp} \quad \text{и} \quad \frac{de_0}{d\Delta} = - \frac{c_P 0}{R_0 \sin e_0 d\Delta/dp}.$$

Именно,

$$\frac{d\Delta}{dp} = \frac{\Delta}{p} - 2p^2 \frac{\frac{c^2(R)}{p}}{R^2 [c_P(R) - R' c_P(r)]_{r=R} \sqrt{R^2/c_P(R)^2 - p^2}} -$$

$$- 2p^2 \int \frac{R \frac{r(r^2/c_P^2(r))'' + (r^2/c_P^2(r))'}{[r(r^2/c_P^2(r))']^2} \sqrt{r^2/c_P^2(r) - p^2}}{rP} dr. \quad (1.43)$$

Но для годографа Джейфриса – Буллена имеются лишь численные значения $c_P(r)$ для дискретных r . Следовательно, для подсчета $d\Delta/dp$ по формуле (1.43) необходимо численно продифференцировать $c_P(r)$. Правда, здесь численное дифференцирование было бы несколько сглажено одним интегрированием. Однако и при этом способе вычисления нельзя быть уверенным, что получены правильные результаты.

Прежде чем перейти к изложению того метода, которым была проверена правильность кривой 1 на рис. 1.3, приведем выражения (1.41а) и (1.42а) к безразмерному виду. Для этого положим

$$r/R = s, \quad p = \bar{p}R/c_P 0, \quad T = \bar{T}R/c_P 0, \quad \bar{c}_P = c_P/c_P 0. \quad (1.44)$$

Тогда (1.41а) и (1.42а) принимают вид:

$$\bar{T} = 2 \int \frac{s ds}{\bar{c}_P^2(s) \sqrt{s^2/\bar{c}_P^2(s) - \bar{p}^2}}, \quad (1.41b)$$

$$\Delta = 2\bar{p} \int \frac{ds}{s\sqrt{s^2/c_p^2(s) - \bar{p}^2}} \quad (1.42b)$$

Введем теперь переменную $u = s^2/c_p^2(s)$, тогда $ds/s = F(u)du$ и формулы (1.41б) и (1.42б) примут вид:

$$\bar{T} = 2 \int \frac{1}{\bar{p}^2} \frac{uF(u)du}{\sqrt{u-\bar{p}^2}}, \quad (1.41b)$$

$$\Delta = 2\bar{p} \int \frac{1}{\bar{p}^2} \frac{F(u)du}{\sqrt{u-\bar{p}^2}}. \quad (1.42b)$$

Нетрудно видеть, что

$$F(u) = \frac{1}{2u[1 - \bar{c}_p'(s)\sqrt{u}]}. \quad (1.45)$$

Предлагаемый метод заключается в том, что функция $F(u)$ бежется в виде полинома

$$F(u) = a_0u^n + a_1u^{n-1} + \dots + a_n,$$

причем коэффициенты a_0, a_1, \dots, a_n и степень полинома n подбираются способом наименьших квадратов так, чтобы получить наилучшую аппроксимацию \bar{T} или Δ . При этом

$$\bar{T} = 2[a_0f_{n+1}(\bar{p}^2) + a_1f_n(\bar{p}^2) + \dots + a_nf_1(\bar{p}^2)], \quad (1.46)$$

$$\Delta = 2\bar{p}[a_0f_n(\bar{p}^2) + a_1f_{n-1}(\bar{p}^2) + \dots + a_nf_0(\bar{p}^2)]. \quad (1.47)$$

Функции $f_k(\bar{p}^2)$ ($k = 0, 1, 2, \dots, n+1$) имеют весьма простой вид:

$$f_k(\bar{p}^2) = \int \frac{u^k du}{\bar{p}^2 \sqrt{u-\bar{p}^2}} = 2\sqrt{1-\bar{p}^2} [1 - k \frac{2}{3}(1-\bar{p}^2) + \dots + (-1)^k \frac{(k!)^2 2^{k+1}}{(2k+1)!} (1-\bar{p}^2)^k]. \quad (1.48)$$

Найдя коэффициенты a_i и степень n , можно легко подсчитать

$$\frac{d\Delta}{d\bar{p}} = \frac{\Delta}{\bar{p}} + 4\bar{p}^2[a_0f'_n(\bar{p}^2) + a_1f'_{n-1}(\bar{p}^2) + \dots + a_nf'_0(\bar{p}^2)].$$

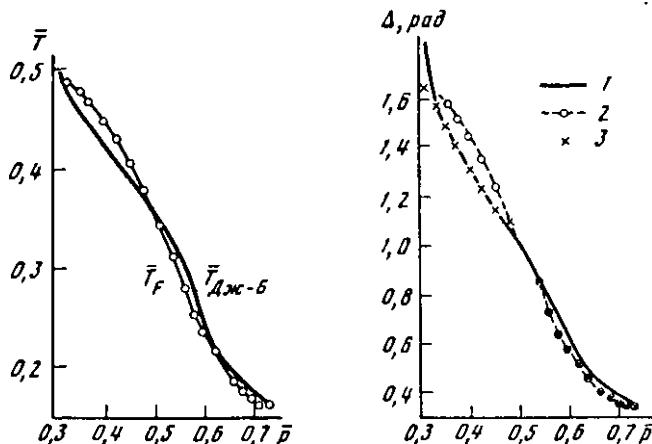


Рис. 1.4. Безразмерный годограф \bar{T} как функция безразмерного параметра \bar{p}

Рис. 1.5. Эпичентральное расстояние Δ как функция безразмерного параметра \bar{p}

1 – $\Delta(\bar{p})$, данные Саваренского и Кирноса (1955); 2 – $\Delta_F(\bar{p})$, аналитическая аппроксимация; 3 – $\Delta_1(\bar{p})$ – уточненная аппроксимация

Функции $f_k'(\bar{p}^2)$ находятся дифференцированием формулы (1.48) по \bar{p}^2 . Зная полином $F(u)$, можно определить скорость распространения волны:

$$\ln \bar{c}_P(s) = -\left[\frac{1}{2} \ln u + \int \frac{1}{u} F(u) du\right], \quad (1.49)$$

или

$$\ln \bar{c}_P(s) = -\left[\frac{1}{2} \ln u + \frac{a_0}{n+1} (1-u^{n+1}) + \frac{a_1}{n} (1-u^n) + \dots + a_n (1-u)\right],$$

а также

$$\ln s = \int \frac{1}{u} F(u) du.$$

В расчете было принято $n=3$, а коэффициенты a_3, \dots, a_0 определенные методом наименьших квадратов из условия наилучшей аппроксимации функции $\Delta(p)$, оказались равными: $a_3 = -18,0974$; $a_2 = 37,6214$; $a_1 = -25,3058$; $a_0 = 5,6922$.

На рис. 1.4 приведена кривая годографа Джейфриса – Буллена $\bar{T}(p)$ и кривая $T_F(\bar{p})$ – результат аналитической аппроксимации, проведенной с помощью функции $F(u)$ (наибольшая ошибка $T_F(\bar{p})$ составляет 7%).

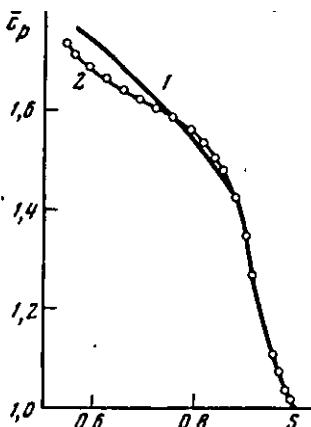


Рис. 1.6. Скорость продольной волны \bar{c}_p как функция радиус-вектора сейсмического луча s

1 – значения Саваренского и Кирноса (1955); 2 – аналитическая аппроксимация

На рис. 1.5 представлен ход $\Delta(\bar{p})$ и $\Delta_F(\bar{p})$ (наибольшая ошибка $\Delta_F(\bar{p})$ не превышает 5%).

Наконец, на рис. 1.6 представлены две кривые $\bar{c}_p(s)$: кривая 1 приведена в работе Саваренского и Кирноса (1955), кривая 2 вычислена с помощью функции $F(u)$, т.е. это $\bar{c}_{p_F}(s)$ (наибольшая ошибка $\bar{c}_{p_F}(s)$ не превышает 4%).

Из рис. 1.5 можно заключить, что производная $d\Delta_F/d\bar{p}$ хорошо аппроксимирует $d\Delta/d\bar{p}$ не для всех значений \bar{p} , а только для $1 \geq \bar{p} > 0,56$. Для $0,56 \geq \bar{p} > 0,31$ необходимо как-то иначе, более точно, аппроксимировать функцию $\Delta(\bar{p})$. Для этого нужно либо повысить степень полинома $F(u)$ и аппроксимировать $\Delta(\bar{p})$ сразу на всем интервале изменения \bar{p} , либо аппроксимировать $\Delta(\bar{p})$ двумя функциями $F(u)$, одна из которых ($F_1(u)$) дает хорошее приближение $\Delta_F(\bar{p})$ к $\Delta(\bar{p})$ на интервале $1 \geq \bar{p} > 0,56$, а другая ($F_2(u)$) – на остальном интервале.

Нами был выбран второй путь. Для отыскания функции $F_2(u)$ на интервале $0,56 \geq \bar{p} \geq 0,31$ можно обратиться к рис. 1.6, где нарисована кривая $\bar{c}_p(s)$. Значение $\bar{p} = 0,56$ соответствует глубине около 1300 км ($s = 0,78$). Как видно из рис. 1.6, на этой глубине и далее ход $\bar{c}_p(s)$ хорошо аппроксимируется прямой $\bar{c}_p(s) = a + bs$. Поэтому с учетом (1.45) функция $F_2(u)$ может быть представлена в виде

$$F_2(u) = \frac{1}{2u(1-b\sqrt{u})}.$$

Коэффициент b можно определить непосредственно по виду функции $\bar{c}_p(s)$ или методом наименьших квадратов по гидографу или по функции $\Delta(\bar{p})$. Для наших целей, т.е. для отыскания $d\Delta/d\bar{p}$, мы вычисляли $\Delta(\bar{p})$ по формуле (1.426), подставляя в нее вместо $\bar{c}_p(s)$ линейную функцию $\bar{c}_p(s) = a + bs$ и определяя a и b по ходу $\bar{c}_p(s)$. Дифференцируя формулу (1.426), получаем аналитическое выражение для $d\Delta/d\bar{p}$

на интервале $0,56 \geq \bar{p} \geq 0,31$. Окончательный вид функции $\Delta_1(\bar{p})$ представлен на рис. 1.5. На интервале $0,31 \leq \bar{p} \leq 0,56$ максимальная ошибка $\Delta_1(\bar{p})$ не превосходит 2%.

С помощью полученной функции $d\Delta_1/d\bar{p}$ была вычислена вторая производная $d^2T/d\Delta^2$ по формуле

$$\frac{d^2T}{d\Delta^2} = \frac{R}{c_P} \frac{1}{d\Delta/d\bar{p}}$$

для $h=0$, затем ее значения сравнивались со значениями $\delta^2T/\delta\Delta^2$, полученными по формуле (1.40). Как видно из рис. 1.7 (сплошная линия – $d^2T/d\Delta^2$, кружки – значения $\delta^2T/\delta\Delta^2$ из формулы (1.40)), согласие получилось вполне удовлетворительное.

Кривая расхождения 2, нанесенная на рис. 1.3, соответствует изложенному выше аналитическому способу расчета и хорошо согласуется с кривой 1.

5. Вычисление длины сейсмического луча

Для задач сейсмологии, в которых учитывается неидеальная упругость среды, при вычислении энергии сейсмической волны необходимо учитывать, помимо ее расхождения, затухание на пути пребега волны. Для этого нужно знать длину сейсмического луча.

Длину сейсмического луча можно определить, пользуясь той же геометрической сейсмикой, из которой были найдены выражения (1.41а) для годографа $T(\lambda)$ и (1.42а) для эпицентрального расстояния. Именно

$$L = \int ds = 2 \int \frac{r dr}{r_P \frac{c_P(r)\sqrt{r^2/c_P^2(r) - p^2}}{P}}.$$

Приведя это выражение к безразмерному виду по формулам (1.44), получим

$$L = \frac{1}{2R} \int \frac{s ds}{\frac{s_P}{c_P(s)\sqrt{s^2/c_P^2(s) - \bar{p}^2}}}. \quad (1.50)$$

Этот интеграл был нами вычислен по табличным значениям $\bar{c}_P(s)$. Результат расчетов для волны P приведен в Приложении III и на рис. 1.8.

Для оценки длины луча без численного расчета можно предложить две приближенные формулы:

1) сейсмический луч заменяется окружностью, касающейся луча в точках выхода его A и C (рис. 1.9). Длина дуги такой окружности между точками A и C равна

$$L_1 = 2R(c_0 - \frac{\lambda}{2}) \frac{\sin \lambda/2}{\sin(c_0 - \lambda/2)},$$

где c_0 – угол выхода луча;

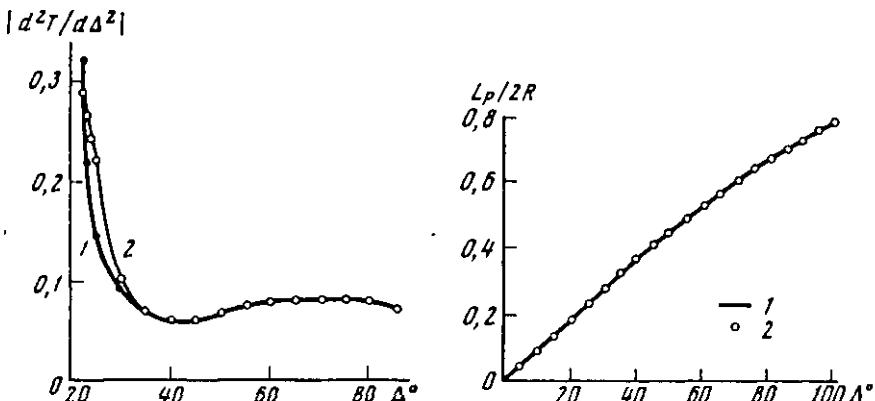


Рис. 1.7. Вторая производная от годографа T по эпицентральному расстоянию Δ

1 – дифференцирование аналитической зависимости; 2 – вторые разности по таблице Джейфриса–Буллена (Jeffreys, Bullen, 1940)

Рис. 1.8. Безразмерная длина $L_p/2R$ сейсмического луча волны P как функция эпицентрального расстояния Δ

1 – численный расчет интеграла (1.50); 2 – расчет по приближенным формулам

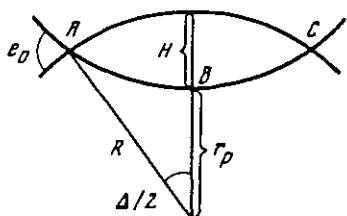


Рис. 1.9. Замена сейсмического луча окружностью, касающейся луча в точках A и C или проходящей через точки A , B и C

2) сейсмический луч заменяется окружностью, проходящей через три точки A , B и C , где B – вершина луча. Длина дуги такой окружности равна

$$L_2 \approx R \frac{1 + s_p^2 - 2s_p \cos \Delta/2}{\cos \Delta/2 + s_p} \arcsin \frac{2 \sin \Delta/2 (\cos \Delta/2 - s_p)}{1 + s_p^2 - 2s_p \cos \Delta/2},$$

где

$$s_p = r_p/R.$$

На рис. 1.8 нанесена кривая L_1 , а кружками обозначены значения L_1 и L_2 . Наибольшая относительная погрешность длин L_1 и L_2 по отношению к L не превосходит 2%.

ПОГЛОЩЕНИЕ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В РЕАЛЬНЫХ СРЕДАХ

Задача о переносе сейсмической энергии на различные расстояния от источника не может быть решена без учета того, что реальная среда, даже однородная, является не идеальной, а поглощающей и часть механической энергии необратимым образом переходит в тепло.

Очень важен вопрос о механизме поглощения сейсмической энергии. Строгая теория позволила бы объяснить характер поглощения на различных глубинах Земли для различных регионов и зависимость поглощения от частотного состава сейсмических колебаний. Эта теория могла бы быть привлечена для установления баланса сейсмической энергии в Земле на любом расстоянии от источника. В настоящее время такой строгой теории нет. Существующие многочисленные теории поглощения сейсмических волн (см., например, обзоры (Коган, 1966; Родин, 1974)) не могут объяснить закономерности затухания сейсмической энергии в Земле и не позволяют установить полный баланс энергии.

Этот факт связан в основном с тем, что Земля является весьма сложной средой. В каждом отдельном регионе могут быть свои физические механизмы затухания сейсмической энергии, приводящие к различным математическим моделям — уравнениям состояния, параметры которых пока неизвестны.

Но каковы бы ни были эти физические механизмы и их математические модели, для них должен выполняться принцип причинности, который заключается в том, что сигнал на выходе системы появляется только после появления сигнала на входе системы. Если же уравнения состояния линейные, то соблюдается и принцип суперпозиции, т.е. можно применять аппарат спектрального анализа, который широко используется для определения экспериментальной зависимости коэффициента поглощения от частоты. В среде, в которой выполняются принципы причинности и суперпозиции, коэффициент поглощения и фазовая скорость распространения колебания не являются независимыми величинами, а связаны между собой дисперсионным соотношением.

За последние годы резко увеличилось количество работ, посвященных экспериментальному исследованию поглощения в отдельных регионах Земли (Лукк, 1968; Nuttly, 1973; Solomon, 1973; Albert, Tsujiiura, 1973; Grow, Qamar, 1973, и др.), но их все-таки недостаточно для построения карты распределения коэффициента поглощения и добротности для различных глубин Земли. Поэтому при-

ходится ограничиваться средними значениями коэффициента поглощения и добротности для всей Земли в целом, хотя эти значения и имеют большой разброс. Разброс может быть связан не только с осреднением, но и с неточностью экспериментального определения коэффициента поглощения и добротности.

Поскольку вопрос о точности весьма важен как для понимания механизма поглощения, так и для оценки его величины, то его необходимо исследовать в чистом виде. Это означает, что отработку метода определения коэффициента поглощения необходимо произвести в однородной среде, чтобы избежать влияния сложной структуры реальной среды.

1. Уравнение состояния сплошной среды

Состояние сплошной среды определяется связью между тензором напряжения σ_{ij} , тензором деформации ϵ_{ij} и термодинамическими переменными (температурой T или энтропией S) в каждой точке среды. Эта связь называется уравнением состояния. В состоянии термодинамического равновесия в случае малых деформаций уравнение состояния представляет собой линейное соотношение между тензорами напряжения и деформации (закон Гука) с коэффициентами, зависящими от термодинамических переменных. В случае изотермического ($T = \text{const}$) деформирования закон Гука имеет вид

$$\sigma_{ij} = K_{из} \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu_{из} (\epsilon_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \epsilon_{kk}), \quad (2.1)$$

$$\delta_{ij} = 0 \text{ при } i \neq j; \quad \delta_{ij} = 1 \text{ при } i = j.$$

Здесь $K_{из}$ и $\mu_{из}$ – изотермические модули всестороннего сжатия и сдвига.

В случае адиабатического ($S = \text{const}$) деформирования закон Гука имеет вид, аналогичный (2.1):

$$\sigma_{ij} = K_{ад} \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu_{ад} (\epsilon_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \epsilon_{kk}),$$

где $K_{ад}$ и $\mu_{ад}$ – адиабатические модули всестороннего сжатия и сдвига.

Между адиабатическими и изотермическими коэффициентами существует связь:

$$\frac{1}{K_{ад}} = \frac{1}{K_{из}} - \frac{T_a^2}{C_p}, \quad \mu_{ад} = \mu_{из} = \mu, \quad (2.2)$$

где α_1 – коэффициент теплового расширения; C_p – теплоемкость при постоянном давлении.

Из уравнений (2.1) и (2.2) видно, что при термодинамическом равновесии тензор σ_{ij}/K или σ_{ij}/μ того же порядка малости, что и тензор деформации ϵ_{ij} .

В неравновесном состоянии уравнение состояния реальной среды может быть весьма сложным. Оно может быть нелинейной функцией тензоров деформации и напряжения и всех их производных по времени, а также термодинамических переменных:

$$F_k(\sigma_{ij}, \dot{\sigma}_{ij}, \ddot{\sigma}_{ij}, \dots, \epsilon_{ij}, \dot{\epsilon}_{ij}, \ddot{\epsilon}_{ij}, \dots, T) = 0. \quad (2.3)$$

Однако, как показали многочисленные эксперименты (Клорофф, 1964), неравновесное состояние реальных однородных сред, возникающее при прохождении сейсмических волн, мало отличается от состояния термодинамического равновесия (идеально упругого тела). Действительно, в реальных средах декремент поглощения $\nu = a\lambda \ll 1$, где a — коэффициент поглощения; λ — длина сейсмических волн. Из-за малости тензора деформации ($\epsilon < 10^{-5}$) в сейсмической волне декремент поглощения не зависит от амплитуды волны. Поэтому уравнение состояния (2.3) можно упростить, линеаризировав его относительно тензора деформации и тензора σ_{ij}/K или σ_{ij}/μ ; тогда (2.3) примет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} + a_1 \dot{\sigma}_{ij} + a_2 \ddot{\sigma}_{ij} + \dots &= K \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu(\epsilon_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \epsilon_{kk}) + b_0 \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{kk} + \\ &+ b_1(\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{kk}) + b_2(\ddot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \ddot{\epsilon}_{kk}) + \dots \end{aligned} \quad (2.4)$$

Постоянные a_k, b_k для каждого неравновесного процесса пропорциональны k -й степени времени релаксации этого процесса. Если представить $a_k = \bar{a}_k r^k, b_k = \bar{b}_k r^k$, где r — время релаксации, \bar{a}_k, \bar{b}_k — безразмерные постоянные, и предположить, что в среде распространяется сейсмическая волна частоты ω

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^* e^{i\omega t}, \quad \epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^* e^{i\omega t},$$

то (2.4) перейдет в ряд по параметру ωr . Количество членов, которое необходимо удержать в (2.4), зависит от величины ωr . Если $\omega r \ll 1$, то в некоторых задачах можно пренебречь всеми производными по времени выше первой, и (2.4) примет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} + a_1 \dot{\sigma}_{ij} &= K \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu(\epsilon_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \epsilon_{kk}) + b_1(\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{kk}) + \\ &+ b_0 \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{kk}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Иногда соотношением (2.5) пользуются и при $\omega r > 1$. Но при этом (2.5), конечно, не является следствием общих уравнений (2.3) или (2.4), а лишь некоторой интерпретацией экспериментальных данных.

Уравнение (2.4) можно представить и в другом виде, если рассматривать его как линейное дифференциальное уравнение относительно, например, тензоров σ_{ij} или ϵ_{ij} и решать его в предположении,

что $\sigma_{ij} = \epsilon_{ij} = 0$ при $t = -\infty$. Тогда получим

$$\sigma_{ij} = \int_{-\infty}^t M(t-t_1)\epsilon_{ij}(t_1)dt_1 + \delta_{ij} \int_{-\infty}^t L(t-t_1)\epsilon_{kk}(t_1)dt_1, \quad (2.6)$$

или

$$\epsilon_{ij} = \int_{-\infty}^t M'(t-t_1)\sigma_{ij}(t_1)dt_1 + \delta_{ij} \int_{-\infty}^t L'(t-t_1)\sigma_{kk}(t_1)dt_1. \quad (2.7)$$

Функции $M(t)$, $L(t)$ представляют собой напряжение среды, подвергнутой единичному импульсу деформации, а $M'(t)$, $L'(t)$ – деформацию среды, подвергнутой единичному импульсу напряжения.

Уравнения состояния в виде (2.6) и (2.7) впервые были постулированы Больцманом для характеристики материалов, обладающих "памятью" или "наследственностью".

2. Суперпозиция и причинность

Общее решение линейного уравнения состояния (2.4) и уравнения движения

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$$

можно представить как суперпозицию частных решений, имеющих вид плоских монохроматических волн. Для простоты рассмотрим случай одномерного движения. Смещение $u(x, t)$ имеет вид

$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega, x) e^{i[\omega t - \bar{k}(\omega)x]} d\omega. \quad (2.8)$$

Здесь $\bar{k}(\omega) = \omega/c(\omega) - ia(\omega)$ – комплексное волновое число; ω – частота; $c(\omega)$ – фазовая скорость; $a(\omega)$ – коэффициент поглощения; x – расстояние от источника до приемника; t – время, отсчитываемое от момента начала работы источника; $A(\omega, x)$ – некоторая комплексная функция.

При $x=0$, т.е. в источнике,

$$u(0, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega, 0) e^{i\omega t} d\omega. \quad (2.9)$$

Поскольку источник начинает действовать в момент $t=0$, то для $t < 0$ должно быть

$$u(0, t) = 0. \quad (2.10)$$

Необходимым и достаточным условием соблюдения соотношения (2.10) является аналитичность комплексной функции $A(\omega, 0)$ в нижней полуплоскости ($\text{Im } \omega < 0$) комплексной частоты ω . Это непосред-

ствленно следует из теоремы Коши и было подробно показано Гинзбургом (1955) и Папулисом (Papoulis, 1962), а в применении к сейсмологии – Футерман (Futterman, 1962).

Приведем следующую физическую интерпретацию принципа причинности. На расстояние x от источника колебание придет через промежуток времени $t_1 = x/c$, где c – максимальная скорость распространения колебания в неидеально упругой среде. Эта скорость всегда существует и конечна, так как звуковое приближение справедливо только для частот, меньших некоторой граничной частоты ω_0 связанной с длиной волны, сравнимой с межатомным расстоянием ($\omega_0 \approx 10^{13} \div 10^{14}$). Для всех моментов времени $t < t_1$ и $(x, t) = 0$, т.е. частицы среды, находящиеся на расстоянии x от источника, не могут начать смещаться ранее, чем до них дойдет колебание от источника. В этом и заключается принцип причинности.

Необходимое и достаточное условие соблюдения принципа причинности состоит в том, что функция $e^{-ik(\omega)t}$ является функцией минимально-фазового сдвига, т.е. она аналитическая в нижней полуплоскости ($\operatorname{Im}\omega < 0$) и не имеет там нулей (Papoulis, 1962; Калинин А.В., Азими, Калинин В.В., 1967). Мнимая и действительная части комплексного волнового числа $k(\omega)$ связаны при этом дисперсионными соотношениями Крамерса – Кронига:

$$\frac{\omega}{c(\omega)} = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a(\omega_1)}{\omega_1 - \omega} d\omega_1, \quad a(\omega) = -\frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega_1/c(\omega_1)}{\omega_1 - \omega} d\omega_1,$$

где P – главное значение интеграла Коши.

Нетрудно показать, что для классических уравнений состояния неидеально упругих тел, таких, как тело Кельвина – Фойгта, тело Максвелла и стандартное линейное тело, функции $e^{-ik(\omega)t}$, являются минимально-фазовыми. Действительно, уравнение состояния тела Кельвина – Фойгта для одномерной плоской волны имеет вид

$$\sigma = E\epsilon + \eta\dot{\epsilon}. \quad (2.11)$$

Здесь E – эффективный модуль, равный $\lambda + 2\mu$ для продольной волны и μ – для поперечной; η – эффективный вязкий модуль, равный $\eta'' + 2\eta'$ для продольной волны и η' – для поперечной; η', η'' – два коэффициента вязкости.

Уравнение движения для плоской одномерной волны с учетом (2.11) имеет вид

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t}.$$

Его частное решение:

$$u(x, t) = A(\omega) e^{i[\omega t - \bar{k}(\omega)x]}, \quad \bar{k}(\omega) = \omega \sqrt{\frac{\rho}{E + i\omega\eta}}. \quad (2.12)$$

Функция $\bar{k}(\omega)$ имеет точку ветвления $\omega = iE/\eta$ только в верхней полуплоскости комплексной частоты ω , а в нижней полуплоскости

$(\operatorname{Im}\omega < 0)$ она аналитическая и не имеет нулей. Следовательно, $e^{-i\bar{k}(\omega)x}$ – функция минимально-фазового сдвига для $\operatorname{Im}\omega < 0$.

Выражения для фазовой скорости $c(\omega)$ и коэффициента поглощения $a(\omega)$ для тела Кельвина – Фойгта можно записать в явном виде, отделяя вещественную и мнимую части в (2.12). Тогда

$$c(\omega) = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \sqrt{\frac{2(1+\omega^2 r^2)[\sqrt{1+\omega^2 r^2} - 1]}{\omega^2 r^2}}, \quad a(\omega) = \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}} \sqrt{\frac{\sqrt{1+\omega^2 r^2} - 1}{2(1+\omega^2 r^2)}},$$

где $r = \eta/E$ – время релаксации.

Декремент поглощения $\nu(\omega)$ равен

$$\Theta(\omega) = a(\omega) \frac{c(\omega)}{\omega} = \frac{\sqrt{1+\omega^2 r^2} - 1}{\omega r}.$$

Графики функций $\tilde{a}(\omega r) = a(\omega) r \sqrt{E/\rho}$, $\tilde{c}(\omega r) = c(\omega) / \sqrt{E/\rho}$ и $\Theta(\omega)$ приведены на рис. 2.1,а.

Для тела Максвелла уравнение состояния имеет вид

$$\frac{1}{\mu} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{1}{\eta} \sigma_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}. \quad (2.13)$$

Время релаксации $r = \eta/\mu$; η – коэффициент сдвиговой вязкости. Решение уравнения движения для плоской одномерной поперечной волны

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y}$$

и уравнения (2.13) ищется в виде $u = e^{i(\omega t - \bar{k}(\omega)y)}$. Комплексное волновое число

$$\bar{k}(\omega) = \omega \left(\sqrt{\frac{\rho}{\mu}} \right) \left(\sqrt{\frac{1+i\omega r}{i\omega r}} \right)$$

является аналитической функцией в нижней полуплоскости ($\operatorname{Im}\omega < 0$), т.е., $e^{-i\bar{k}(\omega)x}$ – функция минимально-фазового сдвига, как того требует принцип причинности. Отделяя действительную и мнимую части в $\bar{k}(\omega)$, получим

$$c(\omega) = \sqrt{\frac{2\mu}{\rho}} \sqrt{\frac{1}{1+1/\omega^2 r^2 + 1}}, \quad a(\omega) = \omega \sqrt{\frac{\rho}{2\mu}} \sqrt{\sqrt{1 + 1/\omega^2 r^2} - 1}.$$

Декремент поглощения $\Theta(\omega)$ имеет вид

$$\Theta(\omega) = \omega r [\sqrt{1 + 1/\omega^2 r^2} - 1].$$

Графики функций $\tilde{a}(\omega) = a(\omega) r / \sqrt{\rho/2\mu}$, $\tilde{c}(\omega) = c(\omega) / \sqrt{2\mu\rho}$, $\Theta(\omega)$ для тела Максвелла представлены на рис. 2.1,б.

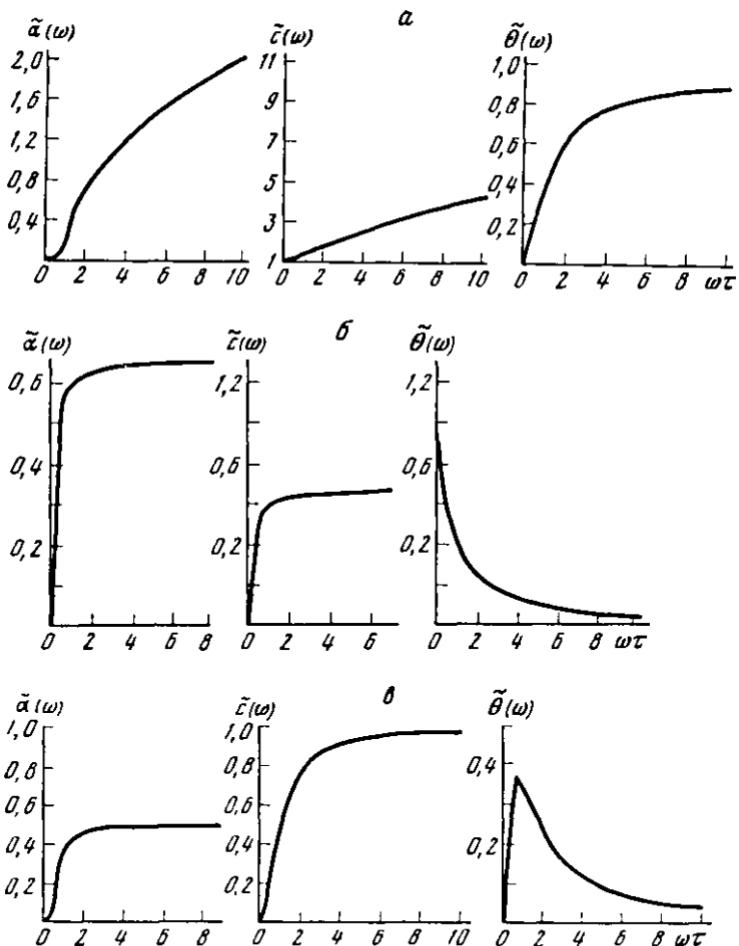


Рис. 2.1. Зависимость коэффициента поглощения $\tilde{\alpha}(\omega)$, фазовой скорости $\tilde{\epsilon}(\omega)$ и декремента поглощения $\Theta(\omega)$ от ωt для тела Кельвина - Фойгта (а), тела Максвелла (б) и стандартного линейного тела (в)

Для стандартного линейного тела уравнение состояния можно записать в виде

$$\sigma(t) + \tau_\sigma \dot{\sigma}(t) = E_{\text{ст}} [\epsilon(t) + \tau_\epsilon \dot{\epsilon}(t)], \quad (2.11)$$

где $E_{\text{ст}}$ – статический модуль, а τ_σ и τ_ϵ – время релаксации напряжения при постоянной деформации и время релаксации деформации при постоянном напряжении.

Волновое число $\bar{k}(\omega)$ плоской волны $u = e^{i[\omega t - \bar{k}(\omega)x]}$ определяется из волнового уравнения и уравнения (2.14) и оказывается равным

$$\bar{k}(\omega) = \omega \sqrt{\frac{\rho}{E_{ct}}} \sqrt{\frac{1+i\omega\tau_\sigma}{1+i\omega\tau_\epsilon}}. \quad (2.15)$$

Единственные особенности (точки ветвления) функции $\bar{k}(\omega)$ находятся в верхней полуплоскости при $\omega = i/\tau_\sigma$ и $\omega = i/\tau_\epsilon$. Следовательно, $\bar{k}(\omega)$ является аналитической функцией в нижней полуплоскости и принцип причинности выполняется. Отделяя в (2.15) действительную и мнимую части, получим фазовую скорость $c(\omega)$ и коэффициент поглощения $a(\omega)$:

$$c(\omega) = c_0 \left[\frac{1 + \omega^2 \tau_\sigma^2 M^2 / E_{ct}^2}{\sqrt{(1 + \omega^2 \tau_\sigma^2)^2 + \omega^2 \tau_\sigma^2 (M/E_{ct} - E_{ct}/M)}} \right]^{1/2};$$

$$c_0 = \sqrt{E_{ct}/\rho}; \quad \tau = \sqrt{\tau_\sigma \tau_\epsilon}; \quad M = E_{ct} \sqrt{\frac{\tau_\epsilon}{\tau_\sigma}};$$

$$a(\omega) = \frac{\omega}{2c_0} \left(\frac{M}{E_{ct}} - \frac{E_{ct}}{M} \right) \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau_\sigma^2} \left[\frac{\sqrt{(1 + \omega^2 \tau_\sigma^2)^2 + \omega^2 \tau_\sigma^2 (M/E_{ct} - E_{ct}/M)}}{1 + \omega^2 \tau_\sigma^2 M^2 / E_{ct}^2} \right]^{1/2}.$$

Декремент затухания имеет вид

$$\Theta(\omega) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{M}{E_{ct}} - \frac{E_{ct}}{M} \right) \right] \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau_\sigma^2}.$$

Графики $\tilde{a}(\omega)$, $\tilde{c}(\omega)$ и $\tilde{\Theta}(\omega)$ ($\tilde{a} = 2ac_0\tau / [(M/E_{ct}) - (E_{ct}/M)]$, $\tilde{c} = c/c_0$, $\tilde{\Theta} = 2\tau / [(M/E_{ct}) - (E_{ct}/M)]$) для стандартного линейного тела представлены на рис. 2.1,в.

Рассмотренные в этом параграфе классические уравнения состояния предполагают наличие в среде одного или двух релаксационных процессов со временем релаксации τ , причем из-за того что $\omega\tau \ll 1$, в общем уравнении состояния (2.4) удерживаются лишь первые производные по времени от тензоров напряжения и деформации.

Однако основные зависимости декремента поглощения и фазовой скорости от частоты для классических уравнений состояния не подтверждаются экспериментальными данными, которые указывают на независимость декремента поглощения от частоты и отсутствие дисперсии фазовых скоростей сейсмических волн в однородных реальных средах в широком диапазоне частот. Это несогласие можно объяснить тем, что для реальных сред несправедливы те предположения, которые легли в основу классических уравнений, т.е. возможно, что в реальных средах существует не один релаксационный механизм или что параметр $\omega\tau$ не очень мал, и, следовательно, в уравнении

(2.4) нельзя ограничиваться первыми производными по времени от тензоров напряжения и деформации. Реальная среда, по которой распространяются сейсмические волны, не однородна. Возможно, что затухание сейсмической энергии в основном определяется рассеянием на неоднородностях, которое не принимается во внимание в классических уравнениях состояния.

3. Некоторые экспериментальные данные о величине добротности и коэффициента поглощения для объемных и поверхностных волн

Средние значения добротности $Q = f\pi/ac$ для всей мантии в целом, для верхней мантии и земной коры для объемных волн P и S , регистрируемых на телесейсмических расстояниях, приведены в работах (Anderson, Jackson, 1970; Пасечник, 1970; Берзон, Пасечник, Поликарпов, 1975; Frasier, Filson, 1972). Эти значения сведены в Приложении IV и на рис. 2.2 для P -волны, в Приложении V и на рис. 2.3 для S -волны.

На рис. 2.2 в двойном логарифмическом масштабе представлены значения Q_P^{-1} для широкого диапазона периодов $0,1 \leq T \leq 30$ сек.

Поскольку при всех экспериментальных определениях Q^{-1} предполагалось, что Q^{-1} не зависит от периода (частоты) в том интервале, для которого измерялась эта величина, то прямыми линиями, параллельными оси T , указаны интервалы периодов, в которых определены соответствующие средние значения Q^{-1} .

И в Приложении IV и на рис. 2.2 видно, что значения Q_P^{-1} для одних и тех же периодов T и глубин Земли имеют большой разброс. Так, например, значения Q_P^{-1} в земной коре для периодов $0,1 < T < 1$ сек отличаются в 2-3 раза, для всей мантии в целом в диапазоне периодов $0,8-3$ сек - в 5 раз, в диапазоне периодов $4-12$ сек - в 3-4 раза и т.д. Определить по этим данным аналитическую зависимость Q_P^{-1} от периода колебания или глубины не представляется возможным.

Качественно, в первом приближении, можно считать, что Q_P^{-1} не зависит от периода для диапазона $0,1-30$ сек и уменьшается с увеличением глубины. При этом коэффициент поглощения оказывается линейной функцией частоты колебания ($f = 1/T$). Пасечник (1970) получил для коэффициента поглощения $a_P(f)$ продольной волны в земной коре зависимость

$$a_P(f) = 1,9 \cdot 10^{-3} f, \text{ км}^{-1}.$$

По данным Берзона и др. (1974) для верхней мантии ($H = 100 \div 760$ км)

$$a_P(f) = (4,88 \pm 1,31) \cdot 10^{-4} f, \text{ км}^{-1},$$

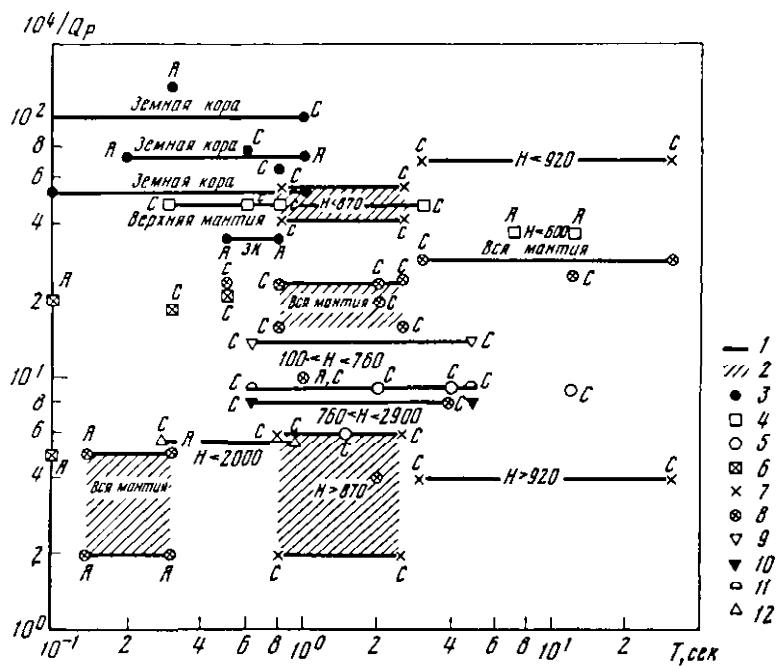


Рис. 2.2. Экспериментальная зависимость $10^4/Q_p$ от периода T для различных глубин Земли

1 – интервалы периодов, для которых определены средние значения $10^4/Q$; 2 – пределы изменения $10^4/Q$ для данного интервала периодов и глубины; 3 – данные Пасечника (1970) для земной коры; 4 – данные Пасечника (1970) для верхней мантии; 5 – данные Пасечника (1970) для всей мантии в целом; 6 – данные Андерсона, Джексона (Anderson, Jackson, 1970) для верхней мантии; 7 – данные Андерсона, Джексона (Anderson, Jackson, 1970) для различных глубин H ; 8 – данные Андерсона, Джексона (Anderson, Jackson, 1970) для всей мантии в целом; 9 – данные Берзон, Пасечника, Поликарпова (1975) для глубин $100 < H < 760$ км; 10 – данные Берзон, Пасечника, Поликарпова (1975) для глубин $760 < H < 2900$ км; 11 – данные Берзон, Пасечника, Поликарпова (1975) для всей мантии в целом; 12 – данные Фрезье, Филсона (Frasier, Filson, 1972) для $H < 2000$ км.

Буквы А и С над соответствующими значками или рядом с ними указывают на амплитудный (А) или спектральный (С) методы определения добротности

для нижней мантии ($H = 760 \div 2920$ км)

$$a_P(f) = (1,82 \pm 0,63) \cdot 10^{-4} f, \text{ км}^{-1},$$

среднее значение коэффициента поглощения для всей мантии в целом для глубин $100 < H < 2900$ км

$$a_P(f) = (2,54 \pm 0,79) \cdot 10^{-4} f, \text{ км}^{-1}.$$

Значения Q_S^{-1} для диапазона периодов $0,1 < T < 90$ сек приведены на рис. 2.3. Из-за большого разброса величин Q_S^{-1} для одних и тех же периодов и глубин (например, в интервале периодов $0,1 < T < 1$ сек для земной коры Q_S^{-1} изменяется в 7 раз, для $2 < T < 100$ сек для всей мантии в целом в 8 раз), дать количественную зависимость Q_S от периода или глубины проникновения луча нельзя. И в этом случае (так же, как и для Q_P) можно приблизенно считать, что Q_S^{-1} не зависит от периода волны в диапазоне периодов $0,1 \div 100$ сек для телесейсмических расстояний, но уменьшается с ростом глубины проникновения волны.

Если наложить рис. 2.2 на рис. 2.3 и учесть разброс значений Q_P и Q_S , то для одного и того же интервала периодов для всей мантии в целом $Q_P/Q_S \approx 1$.

Для практических целей расчета амплитуды сейсмической волны на различных эпикентральных расстояниях Δ от источника или энергии волны в поглощающей среде необходимо, кроме геометрического

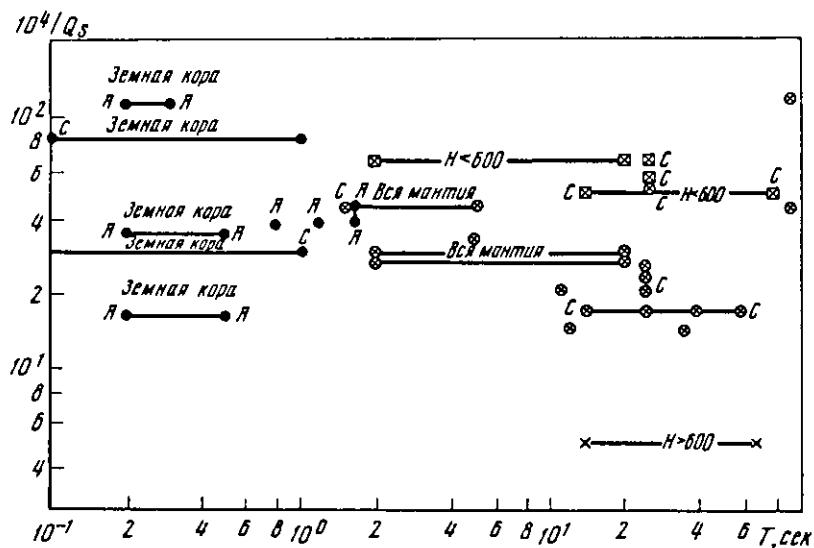


Рис. 2.3. Экспериментальная зависимость $10^4/Q_S$ от периода T для различных глубин Земли

Обозначения те же, что на рис. 2.2.

расхождения $G(\Delta)$, для каждой частоты f знать изменение амплитуды волны вследствие затухания, т.е. величину

$$\exp(-\int_{\text{луч}} a(f, s) ds).$$

Здесь интеграл берется вдоль луча, по которому распространяется сейсмическая волна от источника до приемника, s — длина луча.

Но $a(f, s) = \pi f / Q(s) c(s)$. Подставляя значение $a(f, s)$ под знак интеграла, получим

$$\int_{\text{луч}} a(f, s) ds = \pi f \int_{\text{луч}} \frac{ds}{Q(s) c(s)}.$$

Если в этом выражении вместо $Q(s)$ взять его среднее значение $Q_{\text{ср}}$ в слое от поверхности Земли до максимальной глубины проникновения луча, то

$$\int_{\text{луч}} a(f, s) ds = \frac{\kappa(\Delta)}{Q_{\text{ср}}} \pi,$$

где $\kappa(\Delta) = \int_{\text{луч}} ds / c(s)$ — время пробега волны от источника до приемника, находящегося на эпицентральном расстоянии Δ .

В Приложении VI приведены значения $t_{hP}^* = t_{hP}(\Delta) / Q_{P_{\text{ср}}}$ для двух случаев расположения источника — на глубине $h=0$ и 33 км. Времена пробега P -волны $t_{hP}(\Delta)$ для различных эпицентральных расстояний Δ и двух значений h взяты по гидографу Джейфриса — Буллена, а средние значения добротности $Q_{P_{\text{ср}}}$ для различных глубин h проникновения луча — из Приложения IV.

Для длиннопериодных поверхностных волн Релея R и Лява L , многократно обежавших Землю, для диапазона периодов от 50 до 330 сек значения Q_R^{-1} и Q_L^{-1} приведены в Приложении VII и на рис. 2.4.

В Приложении указаны не все значения Q_R^{-1} и Q_L^{-1} , имеющиеся в работе Андерсона и Джексона (Anderson, Jackson, 1970) для этого диапазона периодов, поскольку остальные величины Q_R^{-1} и Q_L^{-1} повторяют приведенные в Приложении VII. Из рис. 2.4 видно, что для указанного диапазона периодов значения Q_R^{-1} и Q_L^{-1} зависят от периода и убывают по мере его увеличения.

В Приложении VIII и на рис. 2.5 приведены значения коэффициента поглощения $a_R(f)$ для диапазона частот 0,01–0,1 гц (диапазон периодов 10–100 сек) поверхностной волны Релея (Triggvason, 1965). На рисунке значения $a_R(f)$ даны через 0,002 гц, а в Приложении — через 0,01 гц. Значения $a_R(f)$ получены спектральным методом при обработке сейсмограмм от ядерного взрыва в диапазоне эпицентральных расстояний 9,3–71,8°. На этом же рисунке зачерненными кружками нанесены значения $a_R(f)$, полученные для поверхностных волн Релея, многократно обежавших Землю (Anderson et al., 1965). Величины добротности для них представлены на рис. 2.4.

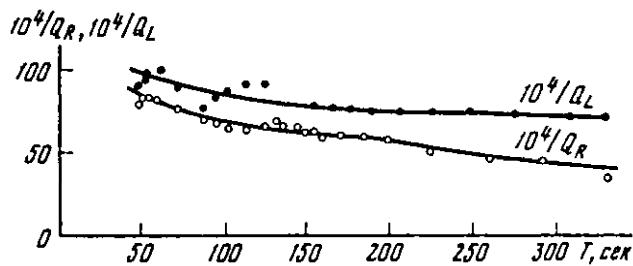


Рис. 2.4. Экспериментальные зависимости $10^4/Q_R$ и $10^4/Q_L$ от периода T по данным Андерсона и Джексона (Anderson, Jackson, 1970)

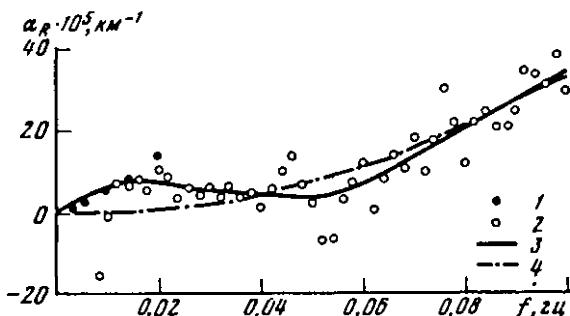


Рис. 2.5. Экспериментальная зависимость коэффициента поглощения поверхности Релея α_R от частоты f

1 – по данным Андерсона и др. (Anderson et al., 1965); 2 – по данным Триггвасона (Tryggvason, 1965); 3 – кривая, аппроксимирующая значения 1,2; 4 – $\alpha_R = \beta^{(1)} f^2$ ($\beta^{(1)} = 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ км}^{-1} \cdot \text{Гц}^{-2}$)

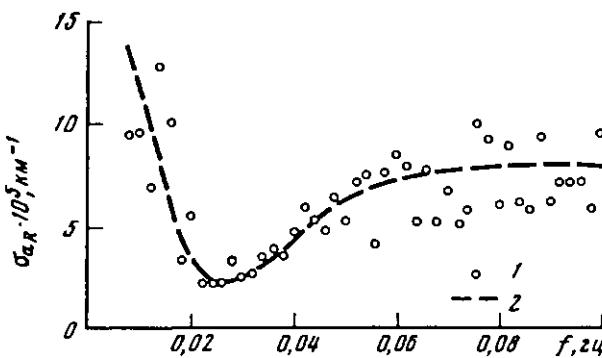


Рис. 2.6. Зависимость стандартного отклонения коэффициента поглощения поверхности Релея σ_{α_R} от частоты f

1 – по данным Триггвасона (Tryggvason, 1965); 2 – аппроксимирующая кривая

Несмотря на большой разброс значений $a_R(f)$ (на рис. 2.6 приведены стандартные отклонения σ_{a_R} , указанные Триггвасоном (Triggvason, 1965), можно заключить, что в диапазоне частот 0,01–0,1 гц коэффициент поглощения является нелинейной функцией от частоты. В частности, из рис. 2.5 (кривая 4) видно, что для этого интервала частот функция $a_R(f)$ может быть достаточно точно (с учетом σ_{a_R}) представлена квадратичной функцией от частоты:

$$a_R(f) = \beta_R^{(1)} f^2, \quad \beta_R^{(1)} = 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ км}^{-1} \cdot \text{гц}^{-2}.$$

4. О точности определения коэффициента поглощения в однородных средах

В простом случае неограниченной однородной и изотропной идеально упругой среды при общих предположениях относительно действующего источника сейсмических волн амплитуда $A(f, R)$, равная модулю спектра смещения частиц среды $|S(f, R)|$, выражается с помощью определенных интегралов, зависящих от расстояния R до источника, спектра источника, его параметров, индикаторы распределения энергии в источнике и упругих постоянных среды (Коган, 1963; Ewing, Jardetsky, Press, 1957). Если расстояние R от источника много больше длины волны $\lambda = c/f$, а длина этой волны, в свою очередь, много больше максимального линейного размера L источника

$$R \gg \lambda \gg L, \quad \frac{c}{R} \ll f \ll \frac{c}{L}, \quad (2.16)$$

то с помощью асимптотических формул и метода стационарной фазы можно получить приближенное выражение для $A(f, R, e)$:

$$A(f, R, e) = \frac{\Phi_1(f, e) \Phi_2(e)}{R^m}. \quad (2.17a)$$

Здесь $\Phi_1(f, e)$ – спектр источника колебаний; $\Phi_2(e)$ – индикаторы распределения энергии в источнике; e – угол выхода сейсмического луча в эпицентре, а R^{-m} учитывает убывание амплитуды $A(f, R, e)$ из-за расширения (расхождения) фронта волны, причем $m=1$ для сферической волны, $m=1/2$ для цилиндрической волны и $m=0$ для плоской волны.

Неравенство (2.16) означает, что на расстоянии $R \gg \lambda$ ($R = 5 \div 7 \lambda$) фронт волны в неограниченном однородном пространстве приобретает устойчивую форму (сфера, цилиндр или плоскость), а условие $\lambda \gg L$ означает, что для рассматриваемых длин волн источники можно считать точечными.

В и неидеально упругой среде для частот f , удовлетворяющих неравенству (2.16), формула (2.17a) приобретает вид

$$A(f, R, e) = \frac{\Phi_1(f, e) \Phi_2(e)}{R^m} e^{-a(f)R}. \quad (2.17b)$$

Итак, формула (2.17а), по которой обычно определяют коэффициент поглощения $a(f)$, справедлива для однородной изотропной неограниченной среды (в которой действует точечный источник сейсмических волн) и для тех расстояний от источника, на которых фронт волны имеет вполне определенную форму (сфера, цилиндр или плоскость).

Если какое-нибудь из перечисленных условий нарушается, то (2.17б) перестает быть справедливым, например:

1) расстояние R , на котором измеряется амплитуда, в лабораторных измерениях превосходит ширину листа или диаметр цилиндрического бруса; тогда на этом и больших расстояниях на зависимость амплитуды от расстояния будет влиять отражение от боковых граней, ограничивающих рассматриваемую среду;

2) среда неоднородная; тогда существует дополнительное убывание амплитуды с увеличением расстояния от источника, вследствие рассеяния сейсмической энергии на неоднородностях;

3) для рассматриваемой длины волны нарушается неравенство (2.16); тогда расстояния, на которых производят измерения, соизмеримы с длиной волны или меньше ее (длина волны меньше максимального линейного размера источника или соизмерима с ним).

Во всех этих случаях зависимость амплитуды $A(f, R, e)$ от R выражается более сложным образом, чем формулы (2.17а) или (2.17б). Поэтому $a(f)$, определенное по (2.17б), будет уже не мерой диссипации энергии из-за неидеальной упругости среды, т.е. коэффициентом поглощения, а некоторой эффективной величиной $\beta(f)$, включающей и коэффициент поглощения $a(f)$ и дополнительную функцию от f и R , которая появляется из-за нарушения хотя бы одного условия. Численная величина $\beta(f)$ и зависимость ее от частоты может быть совсем иной, нежели численная величина коэффициента поглощения и его зависимость от частоты. Поэтому по $\beta(f)$ нельзя судить о механизме процессов поглощения энергии в неидеально упругой среде.

Необходимость тщательного учета различных причин убывания амплитуды и, следовательно, условий применимости формулы (2.17б) можно проиллюстрировать на примере определения частотной зависимости коэффициента поглощения продольной волны в листе винилпластика¹.

Лабораторные эксперименты проводились при помощи импульсного ультразвукового сейсмоскопа ЛС-1 (Обухов, 1959). В качестве излучателей и приемников использовались преобразователи с пьезоэлементами из сегнетовой соли $45^\circ x$ -среза в виде кубов с размерами ребра 3,6 и 10 мм и из дигидрофосфата аммония $45^\circ z$ -среза с размером ребра 20 мм. Кроме того, при выполнении отдельных опытов использовался приемник с пьезоэлементом из цирконата-титаната свинца ЦТС-19 – так называемый датчик точечного контакта КТК-2 (Боканенко, 1966). При экспериментах изменялась

¹ Экспериментальная часть выполнена И.С. Пархоменко.

форма электрического импульса, подаваемого на излучатель. Использование в качестве излучателя и приемника преобразователей с различными пьезоэлементами и применение электрического импульса различной формы дало возможность изменять преобладающую частоту регистрируемых колебаний в диапазоне от 20 до 70 кгц.

Эксперименты проводились на листе винипласта размером 1420×720×3 мм; скорость распространения продольных волн в нем составляла 1850 м/сек, поперечных – 1040 м/сек. Некоторые данные о проведенном эксперименте указаны в табл. 1, в которой k – число наблюдений; L – максимальный линейный размер излучателя; R – расстояние между излучателем и приемником; f – диапазон частот по спектру; e – угол прозвучивания. Диапазон использованных длин волн $\Delta\lambda$ был всегда один и тот же ($\Delta\lambda = 3\text{--}7$ см),

Отношение толщины листа к использованной длине волны составляло достаточно малую величину (0,04–0,10), и поэтому лист можно было считать двумерной моделью.

Наблюдения проводились по профилям. При этом использовались два способа установок излучателей и приемников:

а) прозвучивание по продольному профилю (рис. 2.7,а) при котором измерения проводились как бы во внутренних точках среды – излучатель помещался неподвижно на ребре модели, а приемник КТК–2 перемещался на плоскости листа, нормально к его ребру. При этом колебания подходили к приемнику вдоль оси его максимальной чувствительности;

б) прозвучивание через угол (рис. 2.7,б). Излучатель и приемник одновременно перемещались вдоль взаимно перпендикулярных ребер

Таблица 1

Основные характеристики эксперимента по определению коэффициента поглощения α в винипласте

Наблюдения	k	L , см	R , см	f , кгц	e , °
Серия 1.	3	1	10–90	10–80	0
Серия 2.	2	0,3	10–90	10–80	45
		1	0,6	10–90	
Серия 3.	6	0,3	12–85	10–90	45
Дополнительные наблюдения для определения α по амплитудам	8 9 1 1	0,3 0,6 1 2	10–90 10–90 10–90 10–90	5–50 5–50 5–50 5–50	45 45 45 45

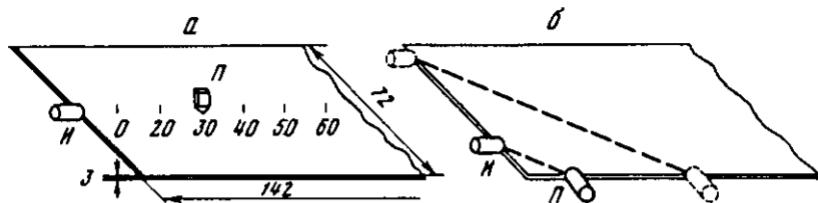


Рис. 2.7. Два типа установок излучателя и приемника

а - прозвучивание по продольному профилю; б - прозвучивание через угол; И - излучатель; П - приемник

модели на одинаковое расстояние от угла. Колебания подходили к приемнику под углом 45° к оси его максимальной чувствительности.

В процессе лабораторных экспериментов было проведено три серии наблюдений:

- 1) прозвучивание по продольному профилю при одной и той же частоте максимума амплитудного спектра волны;
- 2) прозвучивание под углом при той же частоте максимума амплитудного спектра волны;
- 3) прозвучивание под углом при различных преобладающих частотах регистрируемых колебаний.

Кроме того, в последней серии проведены дополнительные наблюдения для определения коэффициента поглощения $a(f)$ по убыванию максимальной амплитуды импульса с расстоянием (Берзой и др., 1962).

При всех наблюдениях первой регистрировалась прямая продольная волна (рис. 2.8). В области последующих вступлений на сейсмограммах отмечались поперечная волна и поверхность волна Релея. Для решения поставленных задач была выбрана P -волну, регистрируемая наиболее четко. Поэтому в дальнейшем все внимание будет уделено только продольной волне.

На рис. 2.8 приведены примеры сейсмограмм, на которых зарегистрирована P -волну при различных сериях наблюдений. Из сейсмограмм следует, что форма записи волны вдоль профиля изменялась постепенно и незначительно. При повторных наблюдениях, выполненных при неизменных условиях опыта, форма записи волны и ее спектр хорошо повторяются. Средняя относительная ошибка трех спектров была около 5%.

Коэффициент поглощения $a(f)$ для винилпластика определялся тремя методами:

А. По убыванию амплитуды спектра с расстоянием, т.е. с использованием формулы (2.176) при $m=1/2$ (для цилиндрической волны)

$$A(f, R) = \frac{\Phi_1(f, e)\Phi_2(e)}{\sqrt{R}} e^{-a(f)R}. \quad (2.18)$$

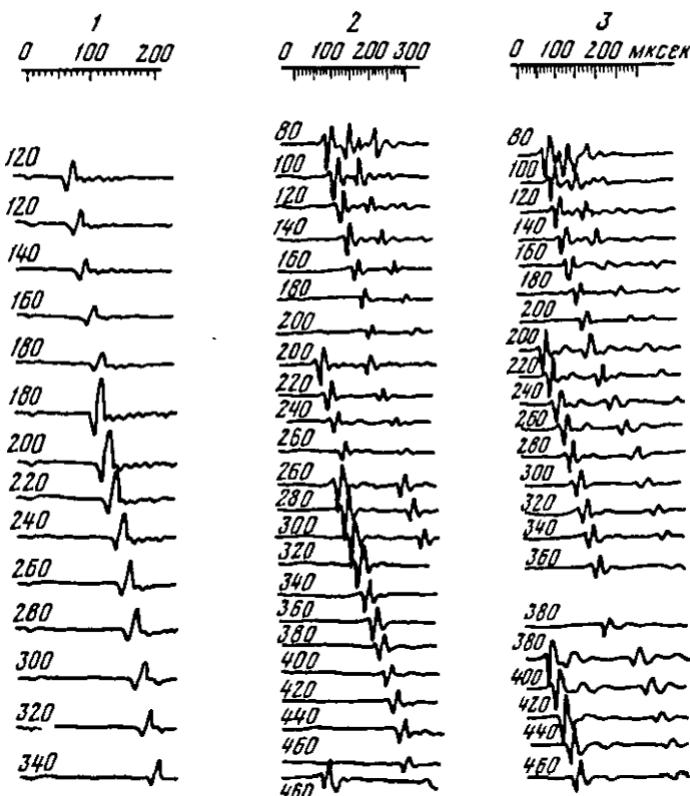


Рис. 2.8. Примеры сейсмограмм для трех серий наблюдений

1 - прозвучивание по продольному профилю при одной и той же частоте максимума амплитудного спектра волны; 2 - прозвучивание через угол при той же частоте максимума амплитудного спектра волны; 3 - прозвучивание через угол при различной преобладающей частоте регистрируемых колебаний

В. По убыванию нормированной амплитуды спектра с расстоянием, т.е. с помощью отношения двух амплитуд частоты f, f_1 ($f_1 = \text{const}$, углы e - одинаковые), удовлетворяющих (2.18):

$$\frac{A(f, R)}{A(f_1, R)} = \frac{\Phi_1(f, e)}{\Phi_1(f_1, e)} e^{-[a(f) - a(f_1)]R} \quad (2.19a)$$

Отсюда

$$\ln \frac{A(f, R)}{A(f_1, R)} = \ln \frac{\Phi_1(f, e)}{\Phi_1(f_1, e)} - \Delta a R, \quad (2.19b)$$

$$\Delta a = a(f) - a(f_1).$$

С. По убыванию максимальной амплитуды сейсмического импульса, т.е. в предположении

$$A(T_{\text{ср}}, R) = A(T_{\text{ср}}, R_0) e^{-a(T_{\text{ср}}^{-1}) R} R^{-1/2}. \quad (2.20)$$

Здесь $T_{\text{ср}}$ – среднее значение видимого периода максимальной амплитуды сейсмического импульса в диапазоне расстояний R_1, R_2 .

Коэффициент поглощения $a(f)$ определялся только для тех частот, для которых выполнялось неравенство (2.16), причем для каждого f расстояние от источника, начиная с которого можно было использовать убывание амплитуды в виде (2.18а) или (2.19), находили из условия $R \approx 5\lambda, \lambda \geq 3L$.

Определение коэффициента поглощения для всех трех серий было произведено в диапазоне значений частот $25 \leq f \leq 60$ кгц через 5 кгц.

Для определения $a(f)$ и $\Delta a(f)$ проводилась статистическая обработка экспериментальных данных с использованием статистической проверки гипотез и регрессионного анализа (Писаренко, 1964; Дунин-Барковский, Смирнов, 1965; Янко, 1961). Методы математической статистики позволяют даже при ограниченном числе наблюдений получить объективное представление о зависимости коэффициента поглощения от частоты и о его величине. При этом предполагается, что наблюдения внутри каждой серии независимы и значения $a(f)$ или $\Delta a(f)$, определенные по этим данным, подчиняются закону Гаусса.

Рассмотрим статистическую обработку на примере метода В, в котором определяется Δa . В качестве f_1 была взята частота, близкая к частоте максимума амплитудного спектра для 1-й и 2-й серий и равная 35 кгц. Обозначим

$$y_i = \ln \frac{A(f, R_i)}{A(f_1, R_i)}, \quad b(f) = \ln \frac{\Phi_1(f, e)}{\Phi_1(f_1, e)}. \quad (2.21a)$$

В этих обозначениях $\Delta a(f)$ находится методом наименьших квадратов из условия

$$\sum_{i=1}^{N(f)} [y_i - b(f) + \Delta a(f) R_i]^2 = \min. \quad (2.21b)$$

Здесь $N(f)$ – число точек (по R) для каждого наблюдения серии. Тогда

$$\Delta a(f) = - \sum_{i=1}^{N(f)} y_i (R_i - \bar{R}) / \sum_{i=1}^{N(f)} (R_i - \bar{R})^2, \quad (2.22a)$$

$$\bar{R} = \frac{1}{N(f)} \sum_{i=1}^{N(f)} R_i, \quad b(f) = \Delta a(f) R + \frac{1}{N(f)} \sum_{i=1}^{N(f)} y_i.$$

Дисперсия $\Delta a(f)$, определенного по (2.22а), равна

$$\sigma_{\Delta a}^2(f) = \sum_{i=1}^{N(f)} (y_i - y_i^0)^2 / \sum_{i=1}^{N(f)} (R_i - \bar{R})^2, \quad y_i^0 = b(f) - \Delta a(f)R_i. \quad (2.22)$$

Для определения $\Delta a_{cp}(f)$ внутри каждой серии и среднеквадратичного отклонения этого среднего проверялась гипотеза о том, что все $\sigma_{\Delta a}$ для каждого f внутри серий одинаковы. Если эта гипотеза справедлива, то Δa_{cp} является среднеарифметическим Δa по всем наблюдениям внутри каждой серии. Если же гипотеза неверна, то для определения Δa_{cp} необходимо каждому Δa присвоить вес, обратно пропорциональный его дисперсии. Для проверки этой гипотезы составляется функция

$$G_{\max}(f) = \sigma_{\max}^2(f) / \sum_{i=1}^k \sigma_i^2(f)$$

для каждой частоты f , где k – число наблюдений в серии. Если $G_{\max} < G_{0,05}(k, N(f) - 1)$, то гипотеза о равенстве $\sigma_{\Delta a}$ с уровнем значимости 0,05 не отвергается.

В результате проверки выяснилось, что для серии 1 гипотеза о равенстве всех $\sigma_{\Delta a}$ внутри серии справедлива, и величина $\Delta a_{cp}^{(1)}(f)$ вычислялась как среднеарифметическая из трех значений¹

$$\Delta a_{cp}^{(1)}(f) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \Delta a_i(f), \quad \sigma_{\Delta a_{cp}}^2 = \frac{\sigma^2}{3}. \quad (2.23)$$

Для серии 2 при $f < 45$ кГц также можно считать, что все $\sigma_{\Delta a}$ одинаковы.

Однако начиная с $f = 45$ кГц гипотеза о равных $\sigma_{\Delta a}$ становится несостоительной и $\Delta a_{cp}^{(2)}(f)$ вычисляется с весом $p_i = 1/\sigma_i^2$, т.е.

$$\Delta a_{cp}^{(2)}(f) = \sum_{i=1}^k \Delta a_i \cdot p_i / \sum_{i=1}^k p_i, \quad (2.24)$$

$$\sigma_{\Delta a_{cp}}^{(2)} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^k \frac{1}{\sigma_i^2} \right)^{-1}}, \quad k = 3. \quad (2.25)$$

Для серии 3 гипотеза о равенстве $\sigma_{\Delta a}$ несостоительна с уровнем значимости 0,05, и $\Delta a_{cp}^{(3)}$ вычислялось с весом $p_i = 1/\sigma_i^2$ по формуле (2.24), а $\sigma_{\Delta a_{cp}}^3$ – по формуле (2.25).

¹Здесь и далее мы будем приписывать верхний индекс (i) величинам, относящимся к i -й серии.

Таблица 2

Значения $\Delta a_{\text{ср}}^{(i)}(f)$, $\sigma_{\Delta a_{\text{ср}}}^{(i)}(f)$ и $\Delta a_{\text{ср}}(f)$ (метод В)

f, кГц	Серия 1		Серия 2		Серия 3		$\Delta a_{\text{ср}}$
	$\Delta a_{\text{ср}}^{(1)}$	$\sigma_{\Delta a_{\text{ср}}}^{(1)}$	$\Delta a_{\text{ср}}^{(2)}$	$\sigma_{\Delta a_{\text{ср}}}^{(2)}$	$\Delta a_{\text{ср}}^{(3)}$	$\sigma_{\Delta a_{\text{ср}}}^{(3)}$	
25	-5,5	0,7	-6,1	0,4	-5,6	1,3	-5,7
30	-3,2	0,4	-3,7	0,3	-3,4	1,2	-3,4
35	0		0		0		0
40	3,9	0,4	3,5	0,4	3,6	0,8	3,7
45	8,9	0,8	8,3	0,7	7,9	0,8	8,4
50	14,2	1,2	13,8	1,0	12,9	0,7	13,6
55	19,1	1,6	18,5	1,8	17,8	0,8	18,5
60	23,1	1,9	24,0	2,4	21,6	1,0	22,9

В табл. 2 представлены значения (в 10^{-3} см $^{-1}$) $\Delta a_{\text{ср}}^{(i)}(f)$ для каждой серии, соответствующие им среднеквадратичные отклонения $\sigma_{\Delta a_{\text{ср}}}^{(i)}(f)$ и средние по всем сериям $\Delta a_{\text{ср}}(f)$.

Как видно из табл. 2, значения $\Delta a_{\text{ср}}^{(i)}$ по трем сериям наблюдений отличаются между собой. Если эти различия случайны, то в дальнейшем анализе значения $\Delta a_{\text{ср}}^{(i)}$ для каждого f по трем сериям можно объединить; если же эти различия не случайные, систематические, то объединять эти значения нельзя.

Для установления случайности или систематичности различий $\Delta a_{\text{ср}}^{(i)}$ проверялась гипотеза о незначимости расхождений между $\Delta a_{\text{ср}}^{(1)}$, $\Delta a_{\text{ср}}^{(2)}$ и $\Delta a_{\text{ср}}^{(3)}$. Для этого исследовалась функция

$$Z^{(i,j)} = \frac{\left| \Delta a_{\text{ср}}^{(i)} - \Delta a_{\text{ср}}^{(j)} \right|}{\sqrt{\sigma_{\Delta a_{\text{ср}}}^{(i)} \cdot k_i + \sigma_{\Delta a_{\text{ср}}}^{(j)} \cdot k_j}}, \quad (2.26)$$

где $i, j = 1, 2, 3$ – номера серий, k – число наблюдений в серии, по которым получено $\Delta a_{\text{ср}}^{(i)}$.

В табл. 3 представлены значения $Z^{(i,j)}$ для различных f . Все значения меньше 1,96 – квантиля нормального распределения с уровнем значимости 5%, т.е. с уровнем значимости 5% можно считать, что расхождения $\Delta a_{\text{ср}}^{(i)}$ по трем сериям незначимы. Следовательно, все эти значения можно объединить и по ним пост-

роить аналитическую кривую регрессии (Писаренко, 1964)

$$\Delta a = \phi(f) = \sum_{k=1}^n a_k \Psi_k(f).$$

Здесь $\Psi_k(f)$ – полином Чебышева степени k , а n – степень полинома $\phi(f)$, наилучшим образом аппроксимирующего $\Delta a_{\text{ср}}^{(i)}(f)$.

Полиномы Ψ_k определяются следующим образом:

$$\Psi_0(f) = 1, \quad \Psi_1(f) = f - \bar{f}, \quad \bar{f} = \frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} f_i,$$

$$\Psi_2(f) = f^2 - (f - \bar{f}) \frac{\sum_{i=1}^{N_1} f_i^2 \Psi_1(f_i)}{\sum_{i=1}^{N_1} \Psi_1^2(f_i)} - \frac{\sum_{i=1}^{N_1} f_i^2}{N_1}, \quad (2.27)$$

$$\Psi_3(f) = f^3 - \Psi_2(f) \frac{\sum_{i=1}^{N_1} f_i^3 \Psi_2(f_i)}{\sum_{i=1}^{N_1} \Psi_2^2(f_i)} - \Psi_1(f) \frac{\sum_{i=1}^{N_1} f_i^3 \Psi_1(f_i)}{\sum_{i=1}^{N_1} \Psi_1^2(f_i)} - \frac{\sum_{i=1}^{N_1} f_i^3}{N_1},$$

где N_1 – число значений f .

Обозначим $y_{ij} = \Delta a_{\text{ср}}^{(j)}(f_i)$, тогда

$$y_i = \frac{1}{l} \sum_{j=1}^l y_{ij}.$$

Таблица 3

Значения Z^{ij} (метод В)

$f, \text{ кГц}$	$Z^{(1,2)}$	$Z^{(1,3)}$	$Z^{(2,3)}$	$f, \text{ кГц}$	$Z^{(1,2)}$	$Z^{(1,3)}$	$Z^{(2,3)}$
25	1,27	0,15	0,83	50	0,4	1,71	1,39
30	1,78	0,37	0,58	55	1,4	1,30	0,64
40	1,21	0,75	0,25	60	0,51	1,08	1,64
45	1,0	0,78	0,78				

где $l = 3$ – число серий, т.е.

$$y_i = \Delta a_{cp}(f_i) = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 \Delta a_{cp}^{(j)}(f_i)$$

– среднее по всем сериям. Его значения указаны в последнем столбце табл. 2.

Тогда, вследствие ортогональности полиномов $\Psi_k(f)$,

$$a_k = \frac{\sum_{i=1}^{N_1} \Psi_k(f_i) y_i}{\sum_{i=1}^{N_1} \Psi_k^2(f_i)} \quad (2.28)$$

Выясним, какова степень n кривой $\phi(f)$. Проверим гипотезу о том, что кривая регрессии $\phi(f)$ – прямая линия ($n = 1$), т.е. $\Delta a(f)$ – линейная функция от f . Для этого по формуле (2.28) найдем

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N_1} y_i}{N_1} \quad \text{и} \quad a_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N_1} \Psi_1(f_i) y_i}{\sum_{i=1}^{N_1} \Psi_1^2(f_i)}, \quad \text{где } \phi_1(f) = a_0 + a_1 \Psi_1(f).$$

Затем вычисляем величину

$$F_1 = \frac{\frac{N_1(l-1)l}{l} \sum_{i=1}^{N_1} (y_i - \phi_1(f_i))^2}{(N_1-2) \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} (y_{ij} - y_i)^2} \quad (2.29)$$

Если F_1 превосходит (с выбранным уровнем значимости, например 5%) критическое значение F распределения Фишера с $[N_1 - 2, N_1(l-1)]$ степенями свободы, то гипотеза о том, что $N_1 = 1$, несправедлива. В данном случае ($N_1 = 8, l = 3$) $F_1 = 8,65$, а по таблице Янко (1961) $F_{6,16} = 2,74$. Следовательно, эта гипотеза неприменима. Затем проверяется гипотеза о том, что $n = 2$. При этом

$$\phi_2(f) = a_0 + a_1 \Psi_1(f) + a_2 \Psi_2(f),$$

$$F_2 = \frac{\frac{N_1(l-1)l}{l} \sum_{i=1}^{N_1} [y_i - \phi_2(f_i)]^2}{(N_1-3) \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} [y_{ij} - y_i]^2} \quad (2.30)$$

В данном случае $F_2 = 1,9$, а по таблице Янко (1961) имеем $F_{5\%}^{5,16} = 2,85$ и $F_2 < F_{5\%}^{5,16}$, т.е. здесь гипотеза оказывается состоятельной.

Аналогично проверялась гипотеза о том, что $n = 3$, и получилось, что $F_3 = 4,26$, а по таблице Янко (1961) $F_{5\%}^{4,16} = 3,01$, т.е. гипотеза несправедлива.

Таким образом, справедливо только предположение $n = 2$, т.е.

$$\Delta a(f) = \phi_2(f). \quad (2.31)$$

Доверительные интервалы для коэффициентов a_k с уровнем доверия q % вычисляются по формуле

$$\epsilon^{a_k} = \frac{t_q^{(N_1 l - n - 1)} \sqrt{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} [y_i - \phi_2(f_i)]^2 + \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^l (y_{ij} - y_i)^2}{\sqrt{l(N_1 l - n - 1)} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_1} \Psi_k^2(f_i)}}. \quad (2.32)$$

Здесь $t_q^{(N_1 l - n - 1)}$ — квантиль распределения Стьюдента с $N_1 l - n - 1$ степенями свободы, соответствующий q %-ному уровню доверия.

В данном случае расчеты по формулам (2.28) и (2.32) при $q = 0,95$ дали

$$a_0 = (7,24 \pm 0,35) \cdot 10^{-3}, \quad a_1 = (0,85 \pm 0,03) \cdot 10^{-3},$$

$$a_2 = (0,83 \pm 0,31) \cdot 10^{-5}.$$

Подставим теперь в (2.31) выражения для Ψ_1 , Ψ_2 из (2.27). После приведения подобных членов получим

$$\Delta a(f) = A_0 + A_1 f + A_2 f^2. \quad (2.33)$$

Здесь

$$A_0 = a_0 - a_1 \bar{f} + a_2 \left[\bar{f} \sum_{i=1}^{N_1} f_i^2 (f_i - \bar{f}) / \sum_{i=1}^{N_1} (f_i - \bar{f})^2 - \frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} f_i^2 \right],$$

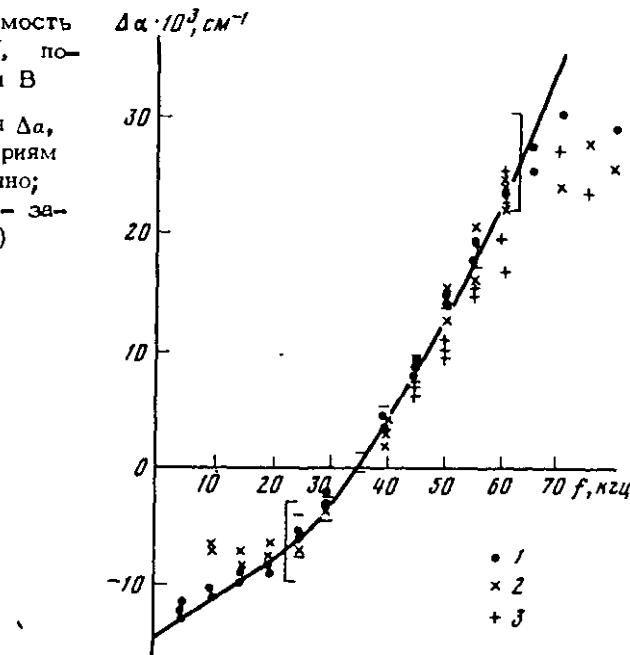
$$A_1 = a_2 - a_2 \sum_{i=1}^{N_1} f_i^2 (f_i - \bar{f}) / \sum_{i=1}^{N_1} (f_i - \bar{f})^2, \quad A_2 = a_2. \quad (2.34)$$

Доверительные интервалы для коэффициентов A_k с уровнем доверия q % вычисляются по ϵ^{a_k}

$$\epsilon^{A_0} = \left\{ \left(\frac{\epsilon^{a_0}}{q} \right)^2 + \bar{f}^2 \left(\frac{\epsilon^{a_1}}{q} \right)^2 + \left[\bar{f} \sum_{i=1}^{N_1} f_i^2 (f_i - \bar{f}) / \sum_{i=1}^{N_1} (f_i - \bar{f})^2 - \frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} f_i^2 \right] \left(\frac{\epsilon^{a_2}}{q} \right)^2 \right\}^{1/2},$$

Рис. 2.9. Зависимость Δa от частоты f , полученная методом В

1 - 3 - значения Δa , полученные по сериям 1-3 соответственно; сплошная кривая - зависимость (2.37)



$$\epsilon \frac{A_1}{q} = \left\{ \left(\frac{\epsilon a_1}{q} \right)^2 + \left[\sum_{i=1}^{N_1} f_i^2 (f_i - \bar{f}) \right] \sum_{i=1}^{N_1} (f_i - \bar{f})^2 \left(\frac{\epsilon a_2}{q} \right)^2 \right\}^{1/2}, \quad (2.35)$$

$$\epsilon \frac{A_2}{q} = \epsilon \frac{a_2}{q}.$$

Расчеты по формулам (2.34) и (2.35) при $q = 0,95$ привели к следующим значениям для A_i :

$$\begin{aligned} A_0 &= (-14,9 \pm 5,4) \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1}, \\ A_1 &= (0,15 \pm 0,27) \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1} \cdot \text{кГц}^{-1}, \\ A_2 &= (0,83 \pm 0,31) \cdot 10^{-5} \text{ см}^{-1} \cdot \text{кГц}^{-2}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

На рис. 2.9 представлена зависимость Δa_B от частоты. Сплошной линией изображена аналитическая кривая

$$\Delta a_B(f) = (-14,9 + 0,15f + 0,83 \cdot 10^{-2}f^2) \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1}. \quad (2.37)$$

Различными знаками указаны значения $\Delta a(f)$, полученные по сериям 1, 2, 3. Для каждого f горизонтальными штрихами указаны

¹ Нижний индекс у a обозначает метод определения Δa (или a).

95%-ные доверительные интервалы $\epsilon_{0,95}^{\lambda_a}$, найденные по формуле

$$\epsilon_{0,95}^{\lambda_a} = \frac{\epsilon_{0,95}^{(\lambda_a)_{l-n-1}}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n [v_i - \phi_2(f_i)]^2 + \sum_{j=1, i+1}^n (v_{ij} - v_i)^2}} \cdot \sqrt{\sum_{k=0}^n \frac{\psi_k^2(f)}{N_1}}. \quad (2.38)$$

Квадратными скобками на графике ограничена та часть кривой (2.37), которая наилучшим образом аппроксимирует экспериментальные данные $\Delta a(f)$ в интервале частот 25–60 кГц. Эти частоты удовлетворяют неравенству (2.16). Если же нанести на рис. 2.11 экспериментальные данные λ_a для f вне этого интервала, полученные тем же вторым методом, то, как видно из рис. 2.9, экспериментальные точки всех серий, как правило, не ложатся на кривую (2.37).

Из (2.36) видно, что с уровнем доверия 95% коэффициент A_1 незначимо отличается от нуля, ибо $|A_1/\epsilon_{A_1}| = 0,56 < 1,96$. Следовательно,

$$\Delta a_B(f) = A_0 + A_2 f^2.$$

Отсюда

$$a_B(f) = \Delta a(f) + a(35 \text{ кГц})$$

или

$$a_B(f) = [A_0 + a(35 \text{ кГц})] + A_2 f^2.$$

Квадратичная зависимость коэффициента поглощения от частоты указывает на релаксационный характер поглощения на этих частотах. Следовательно,

$$A_0 + a(35 \text{ кГц}) = 0$$

$$a_B(f) = (0,83 \pm 0,31) \cdot 10^{-5} f^2 \text{ см}^{-1} \quad (2.39)$$

(частота измеряется в килогерцах).

Аналогичная зависимость установлена Раппопортом (1961). Для стержня из винипласта при $c_p = 1,82$ км/сек в диапазоне частот 20–100 кГц он получил

$$a(f) = 1,5 \cdot 10^{-5} f^2 \text{ см}^{-1}.$$

Итак, при определении коэффициента поглощения с помощью нормированных амплитуд (метод B) получена квадратичная зависимость a от частоты f вида (2.39).

Таблица 4

Значения $a_{\text{ср}}^{(1)}(f) \cdot 10^{-3}$, $\sigma_{a_{\text{ср}}}^{(1)}(f) \cdot 10^3$ и $\Delta a_{\text{ср}}(f) \cdot 10^3$ (метод А)

f, кГц	Серия 1		Серия 2		Серия 3		$a_{\text{ср}}$	$\Delta a_{\text{ср}}$
	$a_{\text{ср}}^{(1)}$	$\sigma_{a_{\text{ср}}}^{(1)}$	$a_{\text{ср}}^{(2)}$	$\sigma_{a_{\text{ср}}}^{(2)}$	$a_{\text{ср}}^{(3)}$	$\sigma_{a_{\text{ср}}}^{(3)}$		
25	19,8	0,8	20,3	1,2	19,5	2,3	19,9	5,4
30	22,4	0,6	24,6	1,1	22,2	2,3	23,1	4,2
35	27,6	0,4	27,4	3,0	27,0	2,3	27,3	0
40	31,4	1,9	30,2	2,4	30,7	3,6	30,8	3,5
45	35,8	3,0	37,3	1,6	38,4	0,9	37,2	9,9
50	41,0	3,6	42,6	2,5	39,2	2,0	40,9	13,6
55	47,5	3,0	48,7	2,3	45,5	2,0	47,2	19,9
60	50,7	3,2	50,9	2,9	46,1	1,5	49,7	22,4

Определение коэффициента поглощения по убыванию амплитуды спектра с расстоянием (метод А) проводилось для тех же трех серий в том же диапазоне частот (25–65 кГц).

Введем обозначения

$$y_i = \ln A(f, R_i) \sqrt{R_i}, \quad b(f, e) = \ln \Phi_1(f) \Phi_2(e),$$

аналогичные (2.21а). Тогда $a(f)$ находится способом наименьших квадратов из условия

$$N(f) \sum_{i=1}^N [y_i - b(f, e) + a_1(f)R_i]^2 = \min.$$

Здесь $N(f)$ – число точек по R .

Для $a(f)$ и $b(f, e)$ получаются формулы, совершенно аналогичные (2.22а), а для дисперсии $\sigma_{a(f)}^2$ – формула (2.22б).

Так же как и в методе В, проверялась гипотеза о равенстве всех $\sigma_{a(f)}^{(i)}$ внутри каждой серии. Гипотеза оказалась несостоительной.

Среднее по всем сериям $a_{\text{ср}}$ находилось по формуле (2.24) с весом $p_i = 1/\sigma_{a(f)}^2$, а $\sigma_{a_{\text{ср}}}^2$ – по формуле (2.25). Значения $a_{\text{ср}}^{(1)}(f)$,

$\sigma_{a_{\text{ср}}}^{(1)}(f)$ и $\Delta[a_{\text{ср}}(f)] = a_{\text{ср}}(f) - a_{\text{ср}}(f_1)$ приведены в табл. 4 (в 10^{-3} см^{-1}).

Затем проверялась гипотеза о незначимости расхождений $a_{\text{ср}}^{(1)}(f)$ по трем сериям. Оказалось, что с уровнем значимости 5% расхождения между $a_{\text{ср}}$ по различным сериям незначимы. Поэтому для построения кривой регрессии можно было воспользоваться данными табл. 4. Однако при этом необходимо учесть, что в статическом случае ($f = 0$) коэффициент поглощения равен нулю, т.е. $a(0) = 0$. Тогда в формуле (2.27) число точек по $fN_2 = N_1 + 1$, а $y_{ij} = a_{\text{ср}}^{(1)}(f_i)$.

Как и для $\Delta a(f)$, проверялась гипотеза, что кривая $a(f)$ – линейная функция. Она оказалась непротиворечивой, ибо величина F_1 , вычисленная по (2.29), равна $F_1 = 0,875$, а по таблице Янко (1961) $F_{0,05}^{7,18} = 3,8$, т.е. $F_1 < F_{0,05}^{7,18}$. Затем проверялась гипотеза о том, что $a(f)$ – квадратичная функция. Эта гипотеза с уровнем значимости 5% тоже оказалась состоятельной.

Расчеты по формулам (2.28), (2.32), (2.34), (2.35) и (2.38) дали для $n = 1$

$$a(f) = \bar{\phi}_1(f) = [(0,84 \pm 0,06)f + (-1,0 \pm 2,5)] \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1},$$

а для $n = 2$

$$a(f) = \bar{\phi}_2(f) = [(0,87 \pm 2,88)f^2 + (0,79 \pm 0,19)f + (-0,4 \pm 7)] \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1}.$$

Но в $\bar{\phi}_2(f)$ коэффициент при f^2 с уровнем доверия 0,95 незначимо отличается от нуля. Это же относится и к свободному члену. Поэтому окончательно

$$a_A(f) = (0,84 \pm 0,06) \cdot 10^{-3} f, \text{ см}^{-1}, \quad (2.40)$$

т.е. зависимость $a(f)$, определенная по методу А, является линейной функцией от частоты.

На рис. 2.10 представлена зависимость $a(f)$, полученная методом А. Сплошная прямая – зависимость (2.40). Горизонтальными черточками показаны доверительные интервалы с уровнем доверия 0,95, полученные по формуле (2.38).

Вся процедура определения зависимости $a(f)$ была повторена методом С. Значения $a(f)$, вычисленные этим методом, и проходящая через эти точки прямая показаны на рис. 2.10. Уравнение ее

$$a_C(f) = (0,68 \pm 0,06) \cdot 10^{-3} f, \text{ см}^{-1}. \quad (2.41)$$

Как видно из рис. 2.10, $a_C(f) < a_A(f)$ и соответственно угловой коэффициент прямой (2.41) меньше углового коэффициента прямой

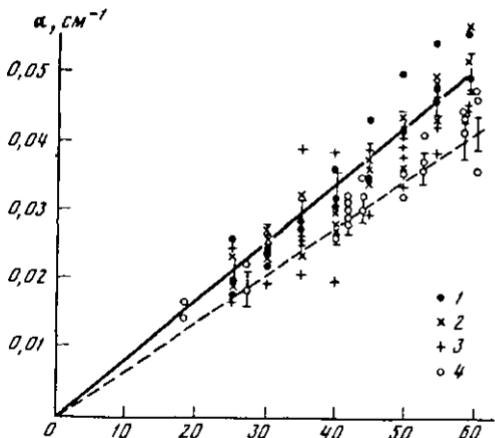


Рис. 2.10. Зависимость коэффициента поглощения a от частоты f , полученная методами А и С

1–3 – значения a , определенные методом А по сериям 1–3 соответственно; 4 – значения a , определенные методом С; сплошная прямая – зависимость $a_A(f)$ (2.40), штриховая – зависимость $a_C(f)$ (2.41)

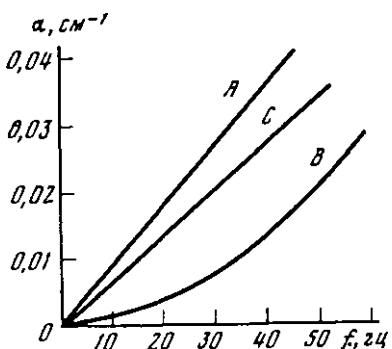
Рис. 2.11. Зависимость коэффициента поглощения a от частоты f для винилпласта, определенная тремя методами

(2.40). Это происходит из-за того, что максимальная амплитуда сейсмического импульса, вследствие неидеальной упругости, убывает с расстоянием R от источника не как экспоненциальная, а как степенная функция от R (Коган, 1961).

Таким образом, определение коэффициента поглощения для листа винилпласта тремя методами показало, что все эти методы дают различные зависимости коэффициента поглощения от частоты (рис. 2.11). Методы определения $a(f)$ по изменению амплитуды спектра (метод А) или импульса (метод С) с расстоянием дали линейную зависимость $a(f)$ от f , а метод определения $a(f)$ по изменению нормированной амплитуды спектра с расстоянием (метод В) дал квадратичную зависимость.

Для выяснения причины этого различия была вычислена разность $\Delta[a_{\text{ср}}(f)] = a_{\text{ср}}(f) - a_{\text{ср}}(35 \text{ кГц})$ (см. последний столбец табл. 4). Здесь $a_{\text{ср}}(f)$ — среднее значение $a(f)$ по всем сериям. Проверялась гипотеза о незначимости расхождения между $\Delta[a_{\text{ср}}]$ и $\Delta a_{\text{ср}}$, где $\Delta a_{\text{ср}}$ — среднее значение Δa_B , вычисленное по всем сериям (последний столбец табл. 2). Проверка с помощью Z -критерия показала, что эта гипотеза состоятельна с уровнем значимости 5%.

Следовательно, зависимости $a_A(f)$ и $a_B(f)$ могут отличаться только из-за присутствия в $a_A(f)$ постоянного, не зависящего от частоты, слагаемого. Это слагаемое могло появиться из-за того, что определения $a_A(f)$ были сделаны для листа винилпласта конечной ширины, сравнимой с расстоянием R от источника, а для такой конечной среды расхождение фронта волны не равно \sqrt{R} . Следовательно, метод нормированных амплитуд, в котором исключается расхождение и вообще явная зависимость от R , дает в области частот, удовлетворяющих неравенству (2.16), наиболее чистые значения $a(f)$. Если учесть, что винилпласт на 70–75% имеет кристаллическую структуру, как указано Бушевым (1957), то квадратичную зависимость коэффициента поглощения от частоты можно объяснить, на основании теории Зинера (1954), теплопроводностью с границ кристаллита.



ГЛАВА III

СЕЙСМИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ, ВОЗБУЖДАЕМАЯ ИСТОЧНИКОМ, НАХОДЯЩИМСЯ НА ПОВЕРХНОСТИ

В этой главе в качестве источника сейсмических колебаний рассматривается давление, распределенное по поверхности Земли и изменяющееся во времени. Сейсмическая энергия, излученная таким источником, распределяется между следующими волнами: продольной P , поперечной S и поверхностной R .

1. Распределение сейсмической энергии источника в эпицентре между различными сейсмическими волнами

Для того чтобы выяснить, как распределяется сейсмическая энергия источника между различными сейсмическими волнами в эпицентре, предположим, что рассматриваемое полупространство $z > 0$ однородное и идеально упругое и на границе его $z=0$ действует давление $p(r,t)$. Сейсмическая энергия, выделенная этим источником, будет равна

$$E = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} q_z|_{z=0} r dr dt. \quad (3.1)$$

Здесь $q_z|_{z=0}$ — плотность потока энергии, излученной источником, по оси z от границы полупространства. Как известно (см. 1.7),

$$q_z|_{z=0} = -(v_z|_{z=0} \sigma_{zz}|_{z=0}) = v_z|_{z=0} p(r,t). \quad (3.2)$$

Здесь $v_z|_{z=0}$ — скорость частиц поверхности.

На основании решения задачи Лэмба для полупространства, на границе которого действует давление $p(r,t)$ (Ewing et al., 1957), имеем

$$v_z|_{z=0} = \frac{1}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} p(\omega, k) \frac{(-k^2) \eta p i \omega}{S F(k)} k J_0(rk) e^{i \omega t} dk d\omega, \quad (3.3)$$

где

$$p(\omega, k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} p(r, t) r J_0(rk) e^{-i \omega t} dr dt \quad (3.4)$$

— спектр давления $p(r, t)$;

$$k_P = \omega/c_P; \quad \kappa_S = \omega/c_S; \quad \eta_P = \sqrt{k^2 - k_P^2}; \quad \eta_S = \sqrt{k^2 - k_S^2}; \quad (3.5)$$

$$F(k) = (2k^2 - \kappa^2)^2 - 4\eta_P\eta_S k^2;$$

$J_0(x)$ — функция Бесселя; μ — постоянная Ляме; ω — частота. Подставляя в выражение для $q_z|_{z=0}$ значения v_z и $p(r, t)$ по формулам (3.3) и (3.4), получим

$$q_z|_{z=0} = \frac{i}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} p(\omega_1, k_1) p(\omega_2, k_2) \frac{(-k^2_S) \eta_P \omega_1}{F(k_1)} k_1 k_2 J_0(rk_1) J_0(rk_2) \times$$

$$\times e^{i(\omega_1 + \omega_2)t} dk_1 dk_2 d\omega_1 d\omega_2.$$

Отсюда, учитывая (3.1), имеем

$$E = 2\pi \frac{i}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} p(\omega_1, k_1) p(\omega_2, k_2) \frac{(-k^2_S) \eta_P \omega_1}{F(k_1)} d\omega_1 d\omega_2 dk_1 dk_2 \times$$

$$\times \int_0^{\infty} k_1 k_2 J_0(rk_1) J_0(rk_2) r dr \int_0^{\infty} e^{i(\omega_1 + \omega_2)t} dt.$$

Отметим, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega_1 + \omega_2)t} dt = 2\pi \delta(\omega_1 + \omega_2), \quad \int_0^{\infty} J_0(rk_1) J_0(rk_2) r dr = \frac{\delta(k_1 - k_2)}{\sqrt{k_1 k_2}},$$

где $\delta(x)$ — функция Дирака.

Следовательно,

$$E = (2\pi)^2 \frac{1}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} |p(\omega, k)|^2 \frac{(-k^2_S) \eta_P \omega}{F(k)} k dk d\omega,$$

или

$$E = -(2\pi)^2 \frac{i}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \omega^3 d\omega \int_{-\infty}^{\infty} |p(\omega, k)|^2 \frac{\sqrt{k^2 - k^2_S}}{F(k)} k dk.$$

Рассмотрим более подробно интеграл

$$J = \int_0^{\infty} |p(\omega, k)|^2 \frac{\sqrt{k^2 - k^2_S}}{F(k)} k dk \quad (\omega \geq 0). \quad (3.6)$$

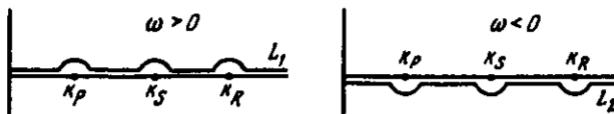


Рис. 3.1. Контуры интегрирования L_1, L_2 в комплексной плоскости K для случаев $\omega > 0$ и $\omega < 0$

Подынтегральное выражение имеет следующие особенности: точки ветвления $k=k_P, k=k_S$ и полос в точке $k=k_R$ (корень уравнения $F(k)=0$), где $k_R=\omega/c_R$, c_R – скорость поверхностной волны Релея. При $\omega > 0$ интеграл необходимо брать по контуру L_1 , а при $\omega < 0$ – по контуру L_2 (рис. 3.1).

Таким образом,

$$J = \begin{cases} \int_{L_1} \dots dk, & \omega > 0, \\ \int_{L_2} \dots dk, & \omega < 0, \end{cases}$$

а

$$E = -(2\pi)^2 \frac{i}{c^2 S^\mu} \left\{ \int_0^\infty \omega^3 d\omega \int_{L_1} \dots dk + \int_{-\infty}^0 \omega^3 d\omega \int_{L_2} \dots dk \right\}. \quad (3.7)$$

Но

$$\int_{L_1} \dots dk = \int_0^{k_P} |p(\omega, k)|^2 \frac{i\sqrt{k_P^2 - k^2} k dk}{(2k^2 - k_S^2)^2 + 4k^2\sqrt{k_P^2 - k^2}\sqrt{k_S^2 - k^2}} +$$

$$+ \int_{k_S}^{k_P} |p(\omega, k)|^2 \frac{\sqrt{k^2 - k_S^2} k dk}{(2k^2 - k_S^2)^2 - 4ik^2\sqrt{k^2 - k_S^2}\sqrt{k^2 - k_P^2}} + \quad (3.8)$$

$$+ P \int_{k_S}^\infty |p(\omega, k)|^2 \frac{\sqrt{k^2 - k_S^2} k dk}{(2k^2 - k_S^2)^2 - 4k^2\sqrt{k^2 - k_S^2}\sqrt{k^2 - k_P^2}} + (-\pi i) \operatorname{Res} J. \quad k=k_R$$

Здесь P – символ главного значения,

$$P \int_{k_S}^\infty = \int_{k_S}^{k_R - \epsilon} + \int_{k_R + \epsilon}^\infty,$$

$$\operatorname{Res} J = |p(\omega, k_R)|^2 \frac{\sqrt{k_R^2 - k_P^2}}{F(k_R)} k_R \quad - \text{вычет в } k = k_R.$$

Аналогично

$$\begin{aligned}
 L_2 &= \int_0^{k_P} |p(\omega, k)|^2 \frac{(-i)\sqrt{k_P^2 - k^2} k dk}{(2k^2 - k^2)^2 + 4k^2\sqrt{k_P^2 - k^2}\sqrt{k_S^2 - k^2}} + \\
 &+ \int_{k_P}^{k_S} |p(\omega, k)|^2 \frac{\sqrt{k_P^2 - k^2} k dk}{(2k^2 - k^2)^2 + 4ik^2\sqrt{k_P^2 - k^2}\sqrt{k_S^2 - k^2}} + \\
 &+ P \int_{k_S}^{\infty} |p(\omega, k)|^2 \frac{\sqrt{k_P^2 - k^2} k dk}{(2k^2 - k^2)^2 - 4k^2\sqrt{k_P^2 - k^2}\sqrt{k_S^2 - k^2}} + \pi i \text{Res} J. \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

Подставляя (3.8) и 3.9) в (3.7), после несложных преобразований получим, что энергию E можно представить в виде суммы трех слагаемых

$$E = E_P + E_S + E_R,$$

где

$$E_P = \frac{8\pi^2}{c^2 \mu} \int_0^{\infty} \omega^3 d\omega \int_0^{k_P} |p(\omega, k)|^2 \frac{(2k^2 - k^2)^2 \sqrt{k_P^2 - k^2} k dk}{[(2k^2 - k^2)^2 + 4k^2\sqrt{k_P^2 - k^2}\sqrt{k_S^2 - k^2}]^2} \quad (3.10)$$

— энергия продольной волны,

$$E_S = \frac{32\pi^2}{c^2 \mu} \int_0^{\infty} \omega^3 d\omega \int_0^{k_S} |p(\omega, k)|^2 \frac{k^3 |k^2 - k_P^2| \sqrt{k_P^2 - k^2}}{[(2k^2 - k^2)^2 + 4k^2\sqrt{k_P^2 - k^2}\sqrt{k_S^2 - k^2}]^2} \quad (3.11)$$

— энергия поперечной волны,

$$E_R = \frac{8\pi^3 c_R D_1}{c^2 \mu} \int_0^{\infty} |p(\omega, \frac{\omega}{c_R})|^2 \omega^2 d\omega \quad (3.12)$$

— энергия поверхностной волны,

$$D_1 = \frac{\sqrt{1/c_R^2 - 1/c_P^2}}{c_R^2 (-F'(1/c_R))} \quad (3.12a)$$

— безразмерная постоянная.

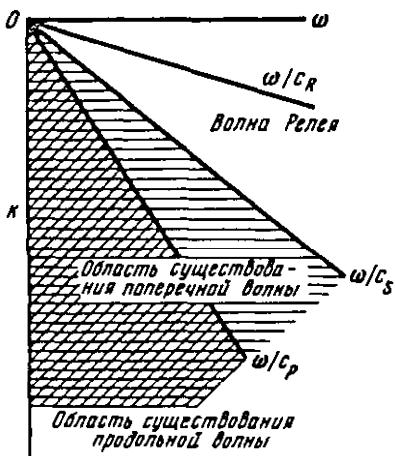


Рис. 3.2. Области существования продольной, поперечной и поверхностной волн Релея в пространстве частоты и волнового вектора k

Рис. 3.3. Индикатрисы ϕ_1 , ϕ_2 распределения энергии по углу θ в объемных волнах

Как видно из формул (3.10), (3.11) и (3.12), в образовании сейсмических волн участвует не весь спектр $\rho(\omega, k)$ источника, а лишь его часть (рис. 3.2).

Чтобы придать формулам (3.10), (3.11) и (3.12) более компактный вид, положим в (3.10)

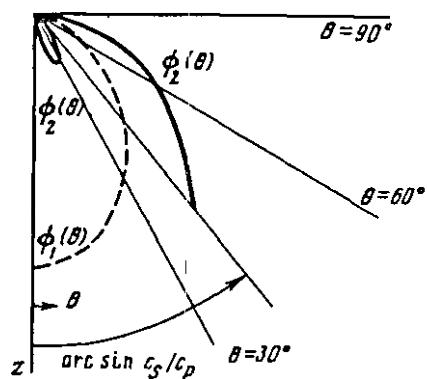
$$k = k_P \sin \theta; \quad \phi_1(\theta) = \frac{(2 \sin^2 \theta - 1/\gamma^2)^2 \cos^2 \theta}{((2 \sin^2 \theta - 1/\gamma^2)^2 + 4 \sin^2 \theta \cos \theta \sqrt{1/\gamma^2 - \sin^2 \theta})^2},$$

а в (3.11)

$$k = k_S \sin \theta; \quad \phi_2(\theta) = \frac{|\sin^2 \theta - \gamma^2| \sin^2 2\theta}{((2 \sin^2 \theta - 1)^2 + 4 \sin^2 \theta \cos \theta \sqrt{1/\gamma^2 - \sin^2 \theta})^2}; \quad \gamma = c_S/c_P.$$

Тогда

$$\begin{aligned} E_P &= \frac{8\pi^2 c_P}{c_S^2 \mu} \int_0^\infty \omega^2 d\omega \int_0^{\pi/2} |p(\omega, \frac{\omega \sin \theta}{c_P})|^2 \phi_1(\theta) \sin \theta d\theta, \\ E_S &= \frac{8\pi^2}{c_S^2 \mu} \int_0^\infty \omega^2 d\omega \int_0^{\pi/2} |p(\omega, \frac{\omega \sin \theta}{c_S})|^2 \phi_2(\theta) \sin \theta d\theta, \\ E_R &= \frac{8\pi^3 c_R D_1}{c_S^2 \mu} \int_0^\infty |p(\omega, \frac{\omega}{c_R})|^2 \omega^2 d\omega. \end{aligned} \quad (3.13)$$



Здесь θ – угол, образованный сейсмическим лучом с осью z , а $\phi_1(\theta)$, $\phi_2(\theta)$ – индикаторы распределения энергии по углу в продольной и поперечной волнах соответственно, т.е. доля энергии, излученной в телесный угол раствора $d\theta$. Вид этих функций для $1/y = \sqrt{3}$ представлен на рис. 3.3.

Как видно из рис. 3.3, функции $\phi_1(\theta)$ и $\phi_2(\theta)$ обращаются в нуль при $\theta = \pi/2$. Необходимо заметить, что понятия "распределение энергии по углам" и "доля энергии, излученная в телесный угол", являются понятиями геометрической сейсмики.

При $\theta = \pi/2$, т.е. на границе полупространства, геометрическая сейсмика неприменима; это проявляется, в частности, в том, что на границе полупространства смещение убывает с расстоянием от источника не как $1/R$, а как $1/R^2$.

В случае, когда источником является сосредоточенная сила, формулы (3.13) переходят в известные (Miller, Pursey, 1955) формулы для расчета энергии в каждой волне. Как и для сосредоточенной силы, максимальная доля энергии источника $p(r, t)$ переходит в поверхностную волну Релея, а минимальная – в продольную.

2. Связь между энергией поверхностной волны, выделенной в эпицентре, и энергией, наблюдаваемой на расстоянии Δ

Выясним теперь, какова связь между энергией поверхностной волны, выделенной в эпицентре (см. (3.13)), и энергией поверхностной волны, наблюдаваемой на расстоянии Δ от эпицентра сначала в идеальной, а затем и в поглощающей средах.

Энергия поверхностной волны Релея, наблюдаваемая на расстоянии Δ от эпицентра, равна (гл. I, § 3)

$$E_R(\Delta) = 2\pi R \sin \Delta c^2 \rho A(\nu) \int_0^R u_r v_z dt. \quad (3.14)$$

Если полупространство идеально упругое, то

$$E_R(\Delta) = E_R,$$

или

$$\int_0^R u_r v_z dt = \frac{4\pi^2 D_1}{c^2 \mu \rho A(\nu) c_R} \frac{1}{R \sin \Delta} \int_0^\infty |p(\omega, \omega/c_R)|^2 \omega^2 d\omega. \quad (3.15)$$

Множитель $1/R \sin \Delta$ учитывает убывание потока энергии поверхностной волны вследствие расхождения ее фронта.

Из этой формулы видно, что спектр энергии поверхностной волны в идеальной среде обращается в нуль на низких частотах (вследствие ограниченности давления $p(r, t)$ по r и t), имеет максимум при $\omega = \omega_1$ (ω_1 находится из условия $\frac{d}{d\omega} \{ |p(\omega, \omega/c_R)|^2 \omega \} = 0$) и обрывается на частоте $\omega_\lambda = 2\pi t_\lambda$. По порядку величины $t_\lambda \sim \max(T, L, c_R)$.

Здесь T – продолжительность действия источника $p(r, t)$ по времени, а L_x – характерный размер источника $p(r, t)$ по r .

Рассмотрим теперь поглощающую среду, в которой зависимость коэффициента поглощения поверхности волны Релея от частоты имеет вид

$$a_R(\omega) = \beta_R \omega^2 \quad (\beta_R = \beta_R^{(1)} / 4\pi^2).$$

Как было показано в гл. II, § 3, такова в первом приближении зависимость от частоты коэффициента поглощения поверхности волны Релея, регистрируемой на телесейсмических расстояниях в реальной Земле. Компоненты смещения в поверхности волне Релея на границе полупространства на расстоянии $\Delta_1 = R \sin \Delta$ от эпицентра имеют вид

$$u_r = \frac{A_3}{\sqrt{\Delta_1}} \int_{-\infty}^{\infty} p(\omega, \frac{|\omega|}{c_R}) e^{-\beta_R \omega^2 \Delta_1} \frac{\omega}{|\omega|} \sqrt{\omega} e^{i\omega(t-\Delta_1/c_R)} d\omega, \quad (3.16)$$

$$u_z = \frac{A_4}{\sqrt{\Delta_1}} \int_{-\infty}^{\infty} p(\omega, \frac{|\omega|}{c_R}) e^{-\beta_R \omega^2 \Delta_1} \sqrt{\omega} e^{i\omega(t-\Delta_1/c_R)} d\omega.$$

Здесь A_3 и A_4 – размерные постоянные, зависящие от упругих характеристик среды:

$$A_3 = \frac{e^{i\pi/4} \sqrt{2\pi} (\sqrt{\gamma_P} / c_R - 1 / \sqrt{\gamma_S})}{c_R^{3/2} \mu \gamma_P \sqrt{\gamma_S} F'(1/c_R)}; \quad A_4 = \frac{2e^{-i\pi/4} \sqrt{2\pi} (1 / \sqrt{\gamma_P} - \sqrt{\gamma_S} / c_R)}{c_R^{3/2} \mu \gamma_P \sqrt{\gamma_S} F'(1/c_R)},$$

$$\gamma_P = \frac{1}{\sqrt{1/c_P^2 - 1/c_R^2}}; \quad \gamma_S = \frac{1}{\sqrt{1/c_S^2 - 1/c_R^2}}, \quad (3.17)$$

μ – постоянная Ляме.

Из дисперсионных соотношений Крамерса – Кронига (гл. II, § 2) следует, что при квадратичной зависимости коэффициента поглощения от частоты отсутствует дисперсия скорости, т.е. $c_R(\omega) = c_R = \text{const}$. Поэтому в подынтегральные выражения (3.16) входит c_R , а не фазовая скорость.

На телесейсмических расстояниях, в реальной Земле, обратная величина добротности $1/Q \ll 1$. Отсюда следует, что каковы бы ни были истинные механизмы поглощения энергии в реальной среде, уравнение состояния для нее можно представить в виде суммы уравнения равновесного состояния (закон Гука) и малой поправки, описывающей диссипативные процессы в среде. Закон сохранения энергии в такой среде можно записать в виде

$$\frac{de}{dt} + \text{div}(\vec{q}_{\text{упр}} + \vec{q}_{\text{дис}}) = 0, \quad (3.18)$$

Здесь ϵ – энергия в единице объема, $\vec{q}_{\text{упр}}$ – плотность потока энергии сейсмической волны, $\vec{q}_{\text{дис}}$ – плотность потока диссилированной энергии, $\vec{q}_{\text{дис}} < \vec{q}_{\text{упр}}$.

Проинтегрируем (3.18) по объему бесконечно протяженного цилиндра радиуса Δ_1 и пренебрежем $\vec{q}_{\text{дис}}$ по сравнению с $\vec{q}_{\text{упр}}$. Тогда получим

$$\frac{\partial E_R}{\partial t} = -\oint \vec{q}_{\text{упр}} d\vec{S}, \quad (3.19)$$

где $E_R = \int \epsilon d\Omega$ – энергия, заключенная в объеме бесконечно протяженного цилиндра радиуса Δ_1 .

Интегрируя это уравнение по времени, получим

$$E_R|_{t=\infty} - E_R|_{t=0} = -\oint_0^\infty (\vec{q}_{\text{упр}} d\vec{S}) dt,$$

или

$$E_R|_{t=0} = \oint_0^\infty (\vec{q}_{\text{упр}} d\vec{S}) dt + E_R|_{t=\infty}. \quad (3.20)$$

Здесь $E_R|_{t=0}$ – энергия, выделенная в поглощающей среде в эпицентре в поверхностную волну ($E_R|_{t=0} - E_R$, где E_R определено по (3.13)¹), $E_R|_{t=\infty}$ – энергия, диссилированная в цилиндре радиуса

Δ_1 , $\oint_0^\infty (q_{\text{упр}} dS) dt = \mathcal{E}_R(\Delta)$ – энергия поверхностной волны Релея, наблюдаемая на расстоянии Δ от эпицентра.

Величину $\mathcal{E}_R(\Delta)$ можно измерить в пункте наблюдения, величину $\mathcal{E}_R|_{t=a}$ непосредственно измерить нельзя. Она несет в себе ту часть информации об источнике, которая теряется в поглощающей среде. Чем меньше $E_R|_{t=\infty}$, тем с большей точностью можно по $\mathcal{E}_R(\Delta)$ восстановить $E_R|_{t=0}$, и, наоборот, чем больше $E_R|_{t=\infty}$, тем менее точно $\mathcal{E}_R(\Delta)$ восстанавливает истинную величину $E_R|_{t=0}$. О величине $E_R|_{t=\infty}$ можно судить из косвенных соображений.

Подставим в интеграл $\int_0^\infty u_r v_z dt$, который входит в формулу

(3.14), выражения (3.16) для u_r и v_z в поглощающей среде. Тогда получим формулу, аналогичную (3.15) для идеально упругого пространства:

$$\int_0^\infty u_r v_z dt = \frac{4\pi^2 D_1}{c^2 \mu \rho A(\nu) c_R} \frac{1}{\Delta_1} \int_0^\infty |p(\omega, \frac{\omega}{c_R})|^2 \exp(-2\beta_R \omega^2 \Delta_1) \omega^2 d\omega. \quad (3.21)$$

¹ Формула (3.13), выведенная без учета поглощения, справедлива и в поглощающей среде для источников с таким временем действия t_X и пространственными размерами L_X , для которых $\Theta(\omega_X) \ll 1$, где Θ – декремент поглощения, $\omega_X = 2\pi \max(T^{-1}, c/L_X)$, а c – максимальная для данной среды скорость распространения волны.

Сравнивая формулы (3.15) и (3.21), можно сказать, что для каждого значения Δ_1 поглощающая среда эквивалентна идеально упругой среде, в эпицентре которой действует источник со спектром $p(\omega, k) \exp(-\beta_R \omega^2 \Delta_1)$. Этот источник, в отличие от реально действующего со спектром $p(\omega, k)$, назовем эффективным. Спектр эффективного источника зависит от эпицентрального расстояния $\Delta_1 = R \sin \Delta$ и отличается от спектра реально действующего источника тем, что у него подавлены высокочастотные составляющие. В переменных (r, t) эффективный источник более сглаженный, нежели реальный.

Мерой отличия эффективного источника от реального, а значит и величины $E_R|_{t=\infty}$, служит безразмерный параметр $\eta = \sqrt{\beta_R} \Delta_1 / t_x$. Здесь $\omega_x = 2\pi/t_x$ — частота обрывания спектра $|p(\omega, \omega/c_R)|$ реального источника, $\omega_{\text{погл}} = 1/\sqrt{\beta_R \Delta_1}$ — частота обрывания спектра из-за поглощения. Следовательно,

$$\eta = \frac{\omega_x}{\omega_{\text{погл}}}.$$

Если $\eta \ll 1$, то спектры эффективного и реального источников очень близки и величина $E_R|_{t=\infty}$ мала. Следовательно, $E_R|_{t=0}$ может быть весьма точно оценена при помощи энергии $\mathcal{E}_R(\Delta)$ поверхностиной волны, наблюденной на расстоянии Δ от эпицентра. Если же $\eta \gg 1$, то спектры эффективного и реального источников очень резко отличаются, величина $E_R|_{t=\infty}$ большая и, следовательно, по $\mathcal{E}_R(\Delta)$ нельзя восстановить величину энергии $E_R|_{t=0}$, излученной в эпицентре.

Выясним теперь, как зависит сейсмическая энергия поверхностиной волны от расстояния Δ_1 . Если $\eta \ll 1$, т.е. поглощение мало, то

$$\int_0^1 u_r v_z dt = \frac{4\pi^2 D_1}{c_s^2 \mu \rho A(\nu) c_R} \frac{1}{\Delta_1} \left(1 - \Delta_1 \frac{\beta_R^{(1)} C}{t_x^2}\right) \int_0^\infty |p(\omega, \omega/c_R)|^2 \omega^2 d\omega. \quad (3.22)$$

Здесь C — постоянная, зависящая от $|p(\omega, \omega/c_R)|$:

$$C = \frac{\int_0^\infty |p(\omega, \omega/c_R)|^2 \omega^4 d\omega}{\int_0^\infty |p(\omega, \omega/c_R)|^2 \omega^2 d\omega}.$$

Если же $\eta \gg 1$, т.е. поглощение велико, то

$$\int_0^1 u_r v_z dt = \frac{4\pi^2 D_1 t_x^3}{c_s^2 \mu \rho A(\nu) c_R} \frac{1}{\Delta_1} \frac{1}{(\beta_R \Delta_1)^{3/2}} \int_0^\infty x^2 e^{-2(xt_x/2\pi)^2} |p(\frac{x}{\eta}, \frac{x}{\eta c_R})|^2 dx.$$

Так как $\eta \gg 1$, то в этом интеграле можно взять значение $|p|$ при $x=0$, тогда

$$\int_0^{r_1} u_r v_z dt = \frac{\pi^2 D_1 \Gamma(3/2)}{2^{1/2} c^2 \mu \rho A(\nu) c_R} \frac{1}{\Delta_1} \frac{1}{(\beta_R \Delta_1)^{3/2}} |p(0)|^2, \quad (3.23)$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция, $|p(0)| = |p(\omega, \omega/c_R)|$ $\omega=0$.

Асимптотические законы убывания энергии с расстоянием (3.22) и (3.23) являются универсальными для всех поверхностных источников $p(r, t)$, а закон убывания энергии с расстоянием в промежуточной области $\eta \sim 1$ или $t_x \sim \sqrt{\beta_R \Delta_1}$ зависит от вида источника $p(r, t)$, от его спектра. Таким образом, в промежуточной области не существует универсального закона убывания энергии с расстоянием, справедливого для любого источника $p(r, t)$.

3. Энергия объемных волн в градиентном поглощающем полупространстве

Рассмотрим теперь выражение для энергии объемных волн в поглощающем полупространстве с градиентом скорости. Будем рассматривать такие источники $p(r, t)$ на границе полупространства, для которых $t_x (\partial c_P / \partial z)_{z=0} < 1$. В этом случае в области эпицентра среду можно считать неградиентной, и вся энергия, выделенная в продольную и поперечную волны в эпицентре, выразится формулами (3.13).

Элементарная энергия продольной волны, вышедшей под углом $e_0 = 90^\circ - \theta$ из эпицентра в лучевую трубку AB (рис. 1.1) раствора $de_0 = -d\theta$, на основании формулы (3.13) будет иметь вид:

$$dE_P = \frac{8\pi^2 c_P}{c^2 \mu} \phi_1(\theta) \sin \theta d\theta \int_0^\infty |p(\omega, \frac{\omega \sin \theta}{c_P})|^2 \omega^2 d\omega.$$

Энергия продольной волны, наблюдаемая в точке B на расстоянии Δ от эпицентра, определяется выражением (1.18а)

$$d\vartheta_P(\Delta) = 2\pi R^2 \sin \Delta |d\Delta| \sin e_0 \rho c_P \int_0^{r_1} v^2 dt,$$

где $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ – скорость смещения в падающей продольной волне. В идеально упругой среде $dE_P = d\vartheta_P(\Delta)$, или

$$\rho c_P \int_0^{r_1} v^2 dt = \frac{-4\pi c_P}{c^2 \mu R^2} G^{-1}(\Delta) \phi_1(90^\circ - e_0) \int_0^\infty |p(\omega, \frac{\omega \cos e_0}{c_P})|^2 \omega^2 d\omega. \quad (3.24)$$

Множитель

$$G(\Delta) = \frac{\sin \Delta \sin c_0}{\cos c_0 |de_0/d\Delta|}$$

учитывает уменьшение потока энергии продольной волны вследствие расхождения ее фронта. Для очага, находящегося на поверхности Земли, этот множитель был подсчитан в гл. I, § 4.

Для того чтобы для поглощающей среды получить связь между энергией объемной волны, наблюденной на расстоянии Δ , и функцией источника, заменим реальный источник эффективным и аналогично (3.24) получим

$$\rho c P \int_0^1 v^2 dt = \frac{4\pi c P}{c^2 \mu R^2} G^{-1}(\Delta) \phi_1(90^\circ - c_0) \int_0^\infty |p(\omega, \frac{\omega \cos c_0}{c P})|^2 \times$$

$$\times \exp\{-2 \int_0^L a(\omega, L) dL\} \omega^2 d\omega. \quad (3.25)$$

Здесь L – длина луча AB (см. рис. 1.1), а $a(\omega, L)$ описывает изменение коэффициента поглощения продольной волны с глубиной вдоль сейсмического луча L .

Как показывает формула (3.24), в общем случае даже в идеально упругой среде невозможно по наблюдениям только в одной точке B определить всю энергию E_P , выделенную в эпицентре в продольную волну, не зная временного и пространственного распределения источника, т.е. вида функции $p(r, t)$. Такое определение возможно только для частного случая.

Полная энергия, выделенная в эпицентре в полусферу, определяется выражением (3.13)

$$E_P = \frac{8\pi^3 c P \pi/2}{c^2 \mu} \int_0^{\pi/2} \phi_1(\theta) \sin \theta d\theta \int_0^\infty |p(\omega, \frac{\omega \sin \theta}{c P})|^2 \omega^2 d\omega.$$

Обозначим через κ следующее выражение:

$$\kappa(\theta, p) = \frac{\int_0^\infty |p(\omega, \frac{\omega \sin \theta}{c P})|^2 \omega^2 d\omega}{\int_0^{\pi/2} \phi_1(\theta) \sin \theta d\theta \int_0^\infty |p(\omega, \frac{\omega \sin \theta}{c P})|^2 \omega^2 d\omega}. \quad (3.26)$$

Тогда из формулы (3.24) по наблюдениям в одной точке B в идеально упругой среде можно получить выражение для полной энергии E_P , выделенной вертикально действующим источником в эпицентре,

$$E_P = 2\pi R^2 G(\Delta) \frac{1}{\phi_1(\theta)} \frac{1}{\kappa(\theta, p)} \rho c P \int_0^1 v^2 dt, \quad (3.27)$$

где функция $\kappa(\theta, p)$ зависит от вида функции $p(r, t)$ источника.

Пусть источник $p(r, t)$ является вертикальной сосредоточенной силой, т.е. $p(r, t)$ зависит только от t . Это будет в том случае, когда $L_x/(t_x c_p) \ll 1$, т.е. пространственные размеры источника малы по сравнению с характерной длиной волны, испускаемой им. Тогда

$$\kappa \approx \left(\int_0^{\pi/2} \phi_1(\theta) \sin \theta d\theta \right)^{-1} = \text{const.}$$

и в этом случае можно определить E_p , не зная характера зависимости $p(r, t)$. Формула (3.27) принимает вид

$$E_p = 2\pi R^2 G(\Delta) \frac{\int_0^{\pi/2} \phi_1(\theta) \sin \theta d\theta}{\phi_1(\theta)} \rho c_p \int_0^{r_1} v^2 dt. \quad (3.28)$$

Выражение (3.28) отличается от используемой в настоящее время в сейсмологии формулы (1.19) множителем $\int_0^{\pi/2} \phi_1(\theta) \sin \theta d\theta / \phi_1(\theta)$, учитывающим индикаторису распределения энергии в продольной волне в эпицентре. Еще раз подчеркнем, что если даже ввести этот множитель в формулу (1.19), она будет справедлива лишь для источника вида сосредоточенной силы.

О СВЯЗИ ПАРАМЕТРОВ ВОЗДУШНОГО И КОНТАКТНОГО ВЗРЫВОВ С СЕЙСМИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИЕЙ

При воздушном и контактном взрывах источником сейсмических колебаний является приращение давления ударной волны взрыва $\Delta p(r,t) = p(r,t) - p_1$ (p_1 – атмосферное давление), распределенное по поверхности Земли и изменяющееся во времени. В гл. III были получены формулы, позволяющие вычислить сейсмическую энергию, изложенную таким источником в продольную и поперечную волны и в поверхностную волну Релея. Ввиду того что максимальная доля энергии источника уходит в поверхностную волну Релея, в этой главе все закономерности и зависимости между сейсмической энергией и параметрами взрыва (мощностью – для контактных взрывов и мощностью и высотой взрыва над поверхностью Земли – для воздушных взрывов) устанавливаются для волны Релея.

Давление $\Delta p(r,t)$, действующее в каждой точке поверхности Земли, в любой момент времени t после взрыва можно точно определить, если решить задачу о распространении ударной волны взрыва в полупространстве над поверхностью Земли. Поскольку такого точного решения нет, постараемся получить из качественных рассмотрений приближенное выражение для $\Delta p(r,t)$.

Сделаем некоторые упрощающие предположения. Так, будем считать заряд точечным, т.е. пренебрежем размерами заряда по сравнению с характерным размером L_x области действия источника на поверхности Земли. Кроме того, при определении давления воздуха предположим, что поверхность Земли абсолютно жесткая и гладкая. Это означает, что мы пренебрегаем вертикальной скоростью смещения поверхности Земли по сравнению со скоростью частиц воздуха за фронтом ударной волны вблизи поверхности Земли, пренебрегаем кривизной, получающейся при смещении точек поверхности, а также рельефом поверхности Земли в эпицентре. Среду, по которой распространяются сейсмические волны, будем считать изотропной, однородной и поглощающей.

В дальнейшем будем пользоваться понятием характерного размера L_x области действия давления $\Delta p(r,t)$ и характерного времени t , его действия. Эти величины являются функциями параметров взрыва Q и h , т.е. веса заряда и высоты взрыва. Пространственный и временной масштабы генерируемых в эпицентре сейсмических волн определяются этими характерными величинами и упругими свойствами среды в эпицентре.

1. Контактный взрыв

Рассмотрим вначале взрыв заряда Q на поверхности Земли (контактный взрыв). Поле давления при таком взрыве такое же, как при взрыве удвоенного ($2Q$) заряда в безграничном пространстве. Задача о распределении давления при точечном взрыве в безграничном пространстве была численно решена Охочимским и сотрудниками (1957). Ими приведены таблицы и графики зависимости давления от времени и расстояния от центра взрыва. Таким образом, в случае контактного взрыва приращение давления $\Delta p(r,t)$, действующее на поверхности Земли, задано численно.

Существуют и приближенные аналитические выражения для $\Delta p(r,t)$ при контактном взрыве (Барон, Лехт, 1962; Fugelso et al., 1968; Броуд, 1971а,б). Но эти выражения не позволяют определить в явном виде спектр Фурье - Бесселя давления $\Delta p(r,t)$, поэтому ниже использован численный расчет избыточного давления $\Delta p(r,t)$, приведенный у Охочимского и др. (1957).

Вычислим спектр этого давления, точнее ту его часть, которая идет на формирование поверхностной волны:

$$\frac{p(\omega, \omega/c_R)}{p_1} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Delta p(r,t)}{p_1} r J_0\left(r \frac{\omega}{c_R}\right) e^{-i\omega t} dr dt, \quad (4.1)$$

J_0 - функция Бесселя.

Введем в этом интеграле безразмерные переменные $\xi = r/L_x$, $\tau = t/t_x$, $\omega_1 = \omega t_x$, причем

$$L_x \approx \left(\frac{2Q}{\rho_0}\right)^{1/3} \frac{1}{c^{2/3}}; \quad t_x \approx \left(\frac{2Q}{\rho_0}\right)^{1/3} \frac{1}{c^{5/3}}; \quad (4.2)$$

c_R - скорость волны Релея; ρ_0 - плотность невозмущенного воздуха; L_x - характерная длина генерируемой поверхностной волны в эпицентре при контактном взрыве, а t_x - характерный период этой волны¹.

Теперь (4.1) принимает вид:

$$\frac{p(\omega_1)}{p_1} = L_x^2 t_x \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Delta p(\xi, \tau)}{p_1} \xi J_0(\xi \omega_1) e^{-i\omega_1 \tau} d\xi d\tau.$$

В новых переменных, в силу подобия (Охочимский и др., 1957), приращение давления $\Delta p/p_1$ зависит от заряда только через величины τ и ξ .

¹ Здесь и далее Q - энергия взрыва, выраженная в эргах, - величина, пропорциональная весу заряда. В тех случаях, когда это не вызывает недоразумения, под Q понимается просто вес заряда.

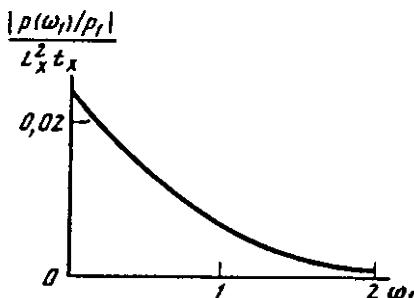


Рис. 4.1. Часть спектра дав-

$$\frac{|p(\omega_1)/p_1|}{L_x^2 t_x},$$

идущая на формирование поверх-
ностной волны, как функция без-
размерной частоты ω_1 (результаты численного расчета)

Подставляя численные значения для $\Delta p(\xi, r)/p_1$, получим

$$\frac{p(\omega_1)}{p_1} \Big|_{\omega_1=0} = L_x^2 t_x \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Delta p(\xi, r)}{p_1} \xi d\xi dr = L_x^2 t_x B_1,$$

где B_1 не зависит от величины заряда ($B_1 = 0,022$).

При больших ω_1 $|p(\omega_1)/p_1|$ стремится к нулю быстрее, нежели $1/\sqrt{\omega_1}$. Зависимость $|p(\omega_1)/p_1|(L_x^2 t_x)^{-1}$ показана на рис. 4.1.

Для удобства дальнейших вычислений представим $|p(\omega_1)/p_1|$ в виде

$$|p(\omega_1)/p_1| = L_x^2 t_x B_1 e^{-b_1 \omega_1^2}, \quad (4.3)$$

где b_1 – безразмерная постоянная ($b_1 = 1,23$).

При такой аппроксимации наименее точно будут представлены области больших и малых ω_1 . Однако из-за того что волна проходит свой путь в поглощающей среде, область больших значений ω_1 не окажет влияния на зависимость сейсмической энергии от величины заряда при контактном взрыве. Неточность аппроксимации в области малых ω_1 также не повлияет на зависимость сейсмической энергии от величины заряда из-за присутствия в формуле для энергии множителя ω_1^2 .

Пользуясь выражением (4.3) для модуля спектра, вычислим энергию волны Релея $\vartheta_R(\Delta_1)$ на расстоянии Δ в поглощающей среде. Будем предполагать, что коэффициент поглощения для волны Релея является квадратичной функцией от частоты (гл. II, § 3): $\alpha_R(\omega) = \beta_R \omega^2$. Тогда сейсмическая энергия, излученная эффективным источником, будет равна (гл. III, § 2):

$$E_R(\Delta_1) = \tilde{A} p_1^2 t_x^{-3} \int_0^{\infty} \left| \frac{p(\omega_1)}{p_1} \right|^2 \omega_1^2 e^{-(2\beta_R \Delta_1 / t_x^2) \omega_1^2} d\omega_1,$$

где

$$\tilde{A} = \frac{8\pi^3 c_R D_1}{c_S^2 \mu}, \quad \Delta_1 = R \sin \Delta,$$

D_1 – постоянная (см. (3.12а)).

Подставляя в эту формулу выражения (4.3) и (4.2), получим

$$E_R(\Delta_1) = .15Q \frac{1}{(b_1 + \eta^2)^{3/2}}. \quad (4.4)$$

Здесь $\eta^2 = \beta_R \Delta_1 l_x^2$, λ_5 – безразмерная постоянная, зависящая от упругих свойств среды в эпицентре взрыва:

$$\lambda_5 = \frac{0.9\pi^3 c^2 D_1 p_1}{R c^2 \mu} B_1^2 \left(\frac{a}{c_R}\right)^2, \quad a^2 = \frac{p_1}{p_0}.$$

Энергия $E_R(\Delta_1)$ равна наблюдаемой энергии, т.е.

$$E_R(\Delta_1) = \beta_R(\Delta_1),$$

где

$$\beta_R(\Delta_1) = 2\pi \Delta_1 \rho c^2 \frac{1}{R} A(\nu) \int_0^{r_1} u_r v_z dt. \quad (4.5)$$

Приравнивая (4.4) и (4.5), получим искомую зависимость сейсмической энергии поверхностной волны Релея от величины заряда:

$$\frac{2\pi \Delta_1 \rho c^2}{R} A(\nu) \int_0^{r_1} u_r v_z dt = A_5 Q \frac{1}{(b_1 + \eta^2)^{3/2}}, \quad (4.6)$$

Вид функции

$$\frac{\beta_R(\Delta_1)}{A_5 Q} = \frac{1}{(b_1 + \eta^2)^{3/2}}$$

представлен на рис. 4.2.

Для различных диапазонов изменения η^2 эта функция по-разному зависит от η^2 , а значит и от эпицентрального расстояния и мощности контактного взрыва Q . Действительно,

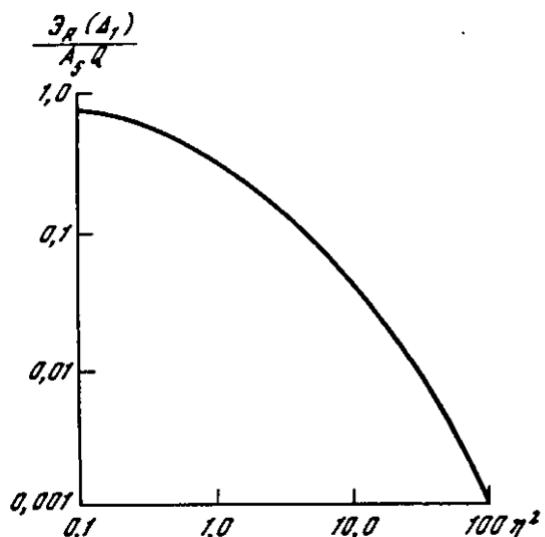
$$\frac{1}{(b_1 + \eta^2)^{3/2}} = \begin{cases} \frac{1}{b_1^{3/2}}, & \eta^2 \ll b_1; \\ 1 & \\ \frac{1}{\eta^3}, & \eta^2 \gg b_1, \end{cases}$$

т.е.

$$\beta_R(\Delta_1) = \begin{cases} Q, & \eta^2 \ll b_1; \\ Q^2, & \eta^2 \gg b_1. \end{cases}$$

Отсюда следует, что на тех расстояниях Δ_1 , на которых $\eta^2 \ll b_1$, энергия $\beta_R(\Delta_1)$ пропорциональна весу заряда, взорванного

Рис. 4.2. Теоретическая зависимость приведенной энергии $\mathcal{E}_R / A_5 Q$ от безразмерного параметра η^2



на поверхности Земли. На тех же расстояниях Δ_1 , на которых $\eta^2 > b_1$, сейсмическая энергия поверхностной волны Релея $\mathcal{E}_R(\Delta_1)$ пропорциональна Q^2 .

Таким образом, в поглощающей среде по мере удаления от источника изменяется зависимость сейсмической энергии от величины заряда.

2. Воздушный взрыв

Рассмотрим теперь взрывы, происходящие в воздухе на различной высоте над поверхностью Земли. При взрыве заряда Q на высоте h в воздухе распространяется ударная волна. Примем момент взрыва за начало отсчета времени. Через промежуток времени $t(h, Q)$ ударная волна пройдет расстояние h от центра взрыва до поверхности Земли и коснется Земли. По мере ее распространения на поверхность Земли будет действовать давление отраженной волны.

В силу предположения об абсолютной жесткости Земли давление на фронте отраженной волны можно вычислить по давлению на фронте прямой падающей волны, отраженной от неподвижной жесткой стены. В дальнейшем будем учитывать только правильное отражение, при котором пересечение фронтов падающей и отраженной волн происходит на поверхности Земли (рис. 4.3).

Известно (Курант, Фридрихс, 1950), что правильное отражение осуществляется при определенном соотношении между углом падения a_1 и давлением p_2/p_1 на фронте падающей волны на поверхности Земли. Для каждого значения p_2/p_1 существует так называемый критический угол падения $a_{1\text{кр}}$. При $a_1 < a_{1\text{кр}}$ отражение правильное, при $a_1 > a_{1\text{кр}}$ неправильное. При неправильном отражении (отражение

Маха) пересечение фронтов прямой и отраженной волн происходит над поверхностью Земли, а вдоль поверхности движется образующаяся при этом головная волна. Для сильных взрывов, у которых $p_2(h, Q)/p_1 \gg 1$, т.е. давление во фронте падающей ударной волны в точке O_1 поверхности Земли на расстоянии h от центра взрыва много больше атмосферного давления, $\alpha_{1\text{кр}} \approx 40^\circ$. Для слабых взрывов, у которых $p_2(h, Q)/p_1 \approx 1$, $\alpha_{1\text{кр}} \approx 90^\circ$.

Таким образом, для сильных взрывов область действия отраженного давления на поверхности Земли при правильном отражении ограничена значением $r = h \operatorname{tg} \alpha_{1\text{кр}} = h$.

На основании имеющихся расчетов (Охочимский и др., 1957) можно указать для каждого заряда Q такие высоты h , для которых взрыв сильный:

$$h < 0,3 (Q/p_1)^{1/3}. \quad (4.7)$$

Будем называть взрывы, произведенные на высоте h , удовлетворяющей (4.7), низкими.

Как уже было указано, при низких взрывах отраженное давление действует на поверхности Земли в области, линейные размеры которой не превосходят h .

На расстояниях $r \gg h$ на поверхность Земли действует давление за фронтом волны, распространяющейся от центра взрыва O (рис. 4.3). В промежуточной области ($r > h$) поле давления имеет сложный характер.

Рассмотрим упрощенную картину распределения давления по поверхности Земли, когда $\Delta p(r, t)/p_1$ можно представить в виде:

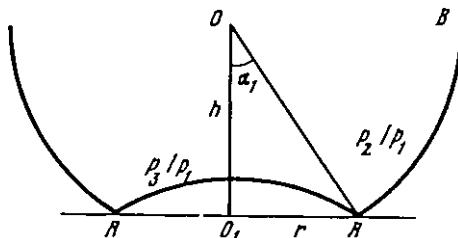


Рис. 4.3. Положение фронтов падающей и отраженной волн при правильном отражении

O – пункт взрыва в воздухе; O_1 – эпицентр взрыва; h – высота взрыва в воздухе; α_1 – угол падения прямой ударной волны взрыва; r – эпицентрическое расстояние; p_1 – атмосферное давление; p_2 – давление на фронте прямой волны; p_3 – давление на фронте отраженной волны; AB – фронт падающей волны; AA – фронт отраженной волны

$$\frac{\Delta p(r,t)}{p_1} = \begin{cases} \frac{\Delta p_{\text{отр}}(r,t)}{p_1}, & r < h; \\ \frac{\Delta p_{\text{пр}}(r,t)}{p_1}, & r > h. \end{cases} \quad (4.8)$$

Здесь $\Delta p_{\text{отр}}(r,t)/p_1 = [p_{\text{отр}}(r,t) - p_1]/p_1$ – приращение давления за фронтом отраженной волны, а $\Delta p_{\text{пр}}(r,t)/p_1 = [p_{\text{пр}}(r,t) - p_1]/p_1$ – приращение давления за фронтом прямой волны.

При $r < h$ $\Delta p_{\text{отр}}(r,t)/p_1 > \Delta p_{\text{пр}}(r,t)/p_1$, поэтому без большой погрешности можно переписать (4.8) в виде:

$$\frac{\Delta p(r,t)}{p_1} = \frac{\Delta p_{\text{отр}}(r,t)}{p_1} + \frac{\Delta p_{\text{пр}}(r,t)}{p_1}. \quad (4.9)$$

В формуле (4.9) нам неизвестен точный вид $\Delta p_{\text{отр}}(r,t)/p_1$. Можно только качественно представить себе характер давления за фронтом отраженной волны на поверхности Земли. Давление $\Delta p_{\text{отр}}(r,t)/p_1$ на фронте отраженной волны имеет максимальное значение в точке O_1 (рис. 4.3) при $r_{\phi} = 0$ и уменьшается по мере увеличения r_{ϕ} (r_{ϕ} – расстояние от фронта отраженной волны до точки O_1 на поверхности Земли). При $r_{\phi} = L_{x,\text{отр}}$ ($L_{x,\text{отр}}$ – размер области действия отраженного давления, для низких взрывов $L_{x,\text{отр}} = h$) давление $\Delta p_{\text{отр}}(r,t)/p_1$ становится пренебрежимо малым по сравнению с его значением в точке O_1 для всех t , начиная с $t = t_{\phi}(r_{\phi})$ – момента прихода фронта отраженной волны на расстояние r_{ϕ} от O_1). В данной точке поверхности Земли, т.е. при фиксированном $r < L_{x,\text{отр}}$, давление $\Delta p_{\text{отр}}(r,t)/p_1$ убывает с течением времени, становясь пренебрежимо малым (по сравнению со значением в момент прихода фронта отраженной волны в данную точку) по прошествии времени, равного характерному времени $t_{x,\text{отр}}$ действия отраженного давления.

На основании этих качественных представлений возьмем $\Delta p_{\text{отр}}(r,t)/p_1$ в виде

$$\frac{\Delta p_{\text{отр}}(r,t)}{p_1} = \frac{p_3(h,Q) - p_2(h,Q)}{p_1} \phi\left(\frac{r}{L_{x,\text{отр}}}\right) \psi\left(\frac{t - t_{\phi}(r)}{t_{x,\text{отр}}}\right). \quad (4.10)$$

Здесь $p_3(h,Q)$ – давление на фронте отраженной волны в точке O_1 (рис. 4.3). На основании формулы Измайлова (Ландау, Лифшиц, 1953) можно выразить $p_3(h,Q)/p_1$ через $p_2(h,Q)$. p_1 – давление на фронте падающей ударной волны:

$$\frac{p_3(h,Q)}{p_1} = \frac{p_2(h,Q)}{p_1} \frac{(3\gamma_1 - 1)p_2(h,Q)/p_1 - (\gamma_1 - 1)}{(\gamma_1 - 1)p_2(h,Q)/p_1 + (\gamma_1 + 1)}. \quad (4.11)$$

Здесь $\gamma_1 = C_p/C_v$ – отношение теплоемкостей газа (для воздуха $\gamma_1 = 1,4$).

В задаче о точечном взрыве, в силу подобия, $p_2(h, Q)$ зависит от безразмерной комбинации $\xi_0 = hp_1^{1/3}Q^{-1/3}$.

Функции $\phi(x)$ и $\psi(x)$ выберем так, чтобы они равнялись нулю при $x < 0$, принимали значения, равные единице, при $x = 0$ и монотонно убывали при $x > 0$.

С увеличением высоты взрыва ударная волна у поверхности Земли становится более слабой, область правильного отражения расширяется и давление $\Delta p(r, t)/p_1$ на поверхности Земли будет определяться в основном давлением за фронтом отраженной волны. Это давление действует в области размером $L_{x, \text{отр}}$. Для низких взрывов ($h < 0,3 (Q/p_1)^{1/3}$) $L_{x, \text{отр}} = h$, а для высоких взрывов ($h > 2 (Q/p_1)^{1/3}$) $L_{x, \text{отр}} \approx \sqrt{h} (Q/p_1)^{1/6}$.

Действительно, при высоких взрывах давление $p_2(h, Q)/p_1$ на фронте прямой волны в точке O_1 порядка единицы, поэтому область действия отраженного давления будет ограничена не областью нормального отражения ($\alpha_{1kp} \approx 90^\circ$), а более узкой областью действия положительной фазы давления, т.е. давления $\Delta p_2/p_1 = (p_2 - p_1)/p_1 > 0$ на поверхности Земли. Размер этой области можно приближенно вычислить следующим образом:

$$L_{x, \text{отр}}^2 = (h + l_x)^2 - h^2.$$

Здесь $l_x \approx 0,3(Q/p_1)^{1/3}$ – размер положительной фазы давления при слабом взрыве в безграничной среде (Коробейников и др., 1961). Так как при высоком взрыве $l_x \ll h$, то $L_{x, \text{отр}} \approx \sqrt{h} \sqrt{l_x}$, или

$$L_{x, \text{отр}} \approx \sqrt{h} (Q/p_1)^{1/6}.$$

Характерное время действия давления за фронтом отраженной волны при высоком взрыве будет порядка $t_{x, \text{отр}} = L_{x, \text{отр}}/a$ (a – скорость звука в воздухе), или

$$t_{x, \text{отр}} \approx \frac{\sqrt{h}}{a} \left(\frac{Q}{p_1} \right)^{1/6}.$$

Для промежуточных взрывов, у которых $0,3(Q/p_1)^{1/3} < h < 2(Q/p_1)^{1/3}$, представим характерный размер области действия отраженного давления при помощи следующей интерполяционной формулы:

$$L_{x, \text{отр}} = a_2 \sqrt{h} (Q/p_1)^{1/6} [1 - \exp(-\sqrt{\xi_0/\xi_1})],$$

или

$$L_{x, \text{отр}} = a_2 (Q/p_1)^{1/3} \sqrt{\xi_0} [1 - \exp(-\sqrt{\xi_0/\xi_1})]. \quad (4.12)$$

Здесь $\xi_0 = hp_1^{1/3}Q^{-1/3}$; $\xi_1 = 2 \cdot a_2$ – безразмерный постоянный множитель.

Нетрудно убедиться, что формула (4.12) справедлива для двух предельных случаев низких и высоких взрывов ($\xi_0 < 0,3$ и $\xi_0 > 2$).

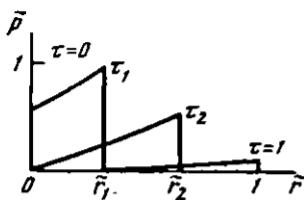


Рис. 4.4. Качественный характер поля давления на фронте отраженной волны

$$\bar{p} = (\Delta p_{\text{отр}}/p_1) / [(p_3 - p_2)/p_1];$$

$$r_i = [t(r_i) - t_\phi(0)]/t_{x,\text{отр}}; \tilde{r}_i = r_i/L_{x,\text{отр}}$$

Характерное время действия отраженного давления для промежуточных взрывов определим как

$$t_{x,\text{отр}} = L_{x,\text{отр}}/c(\xi_0), \quad (4.13)$$

где $c(\xi_0)$ – скорость ударной волны в точке O_1 .

Формула (4.13) дает правильные значения для $t_{x,\text{отр}}$ для случая низких и высоких взрывов. Действительно, для низких взрывов $c(\xi_0) = Q^{1/2}/h^{3/2} \rho_0^{1/2}$ и $t_{x,\text{отр}} = h^{5/2}(\rho_0/Q)^{1/2}$; для высоких взрывов $c(\xi_0) = a$ и соответственно $t_{x,\text{отр}} = (\sqrt{h}/a)(Q/p_1)^{1/6}$.

Определив при помощи (4.12) и (4.13) характерный размер области и характерное время действия отраженного давления при произвольном воздушном взрыве, давление $\Delta p_{\text{отр}}(r,t)/p_1$ за фронтом отраженной волны на поверхности Земли будем вычислять по формуле (4.10). Качественный характер поля давления $\Delta p_{\text{отр}}(r,t)/p_1$ представлен на рис. 4.4.

Давление за фронтом прямой волны на поверхности Земли $\Delta p_{\text{пр}}(r,t)/p_1$ при $r \gg h$ можно приближенно считать равным давлению $\Delta p_{\text{пр}}(R,t)/p_1$ ($R = \sqrt{r^2 + h^2}$), возникающему при взрыве точечного заряда в безграничном пространстве. Вес заряда эквивалентного взрыва в безграничном пространстве зависит от h и Q , т.е. от параметра реального взрыва. При $h = 0$, т.е. в случае контактного взрыва, вес заряда эквивалентного взрыва в безграничном пространстве равен удвоенному весу заряда ($2Q$). Для больших h вес заряда взрыва в безграничном пространстве равен весу заряда Q . Обозначим через $Q_{\text{эф}}$ вес заряда эквивалентного точечного взрыва в безграничном пространстве. Тогда можно написать следующую интерполяционную формулу:

$$Q_{\text{эф}} = Q(1 - e^{-\xi_0/\xi_k}). \quad (4.14)$$

Здесь $\xi_0 = hp^{1/3}Q^{-1/3}$; ξ_k – постоянное число. При $\xi_0 \ll \xi_k$ $Q_{\text{эф}} = 2Q$, а при $\xi_0 \gg \xi_k$ $Q_{\text{эф}} = Q$.

Итак, давление $\Delta p(r,t)/p_1$, действующее на поверхность Земли при взрыве заряда Q на высоте h , представим в виде

$$\frac{\Delta p(r,t)}{p_1} = \frac{p_3(\xi_0) - p_2(\xi_0)}{p_1} \phi\left(\frac{r}{L_{x,\text{отр}}}\right) \psi\left(\frac{t - t_\phi(r)}{t_{x,\text{отр}}}\right) + \frac{\Delta p_{\text{пр}}(R,t)}{p_1}. \quad (4.15)$$

Здесь $R = \sqrt{h^2 + r^2}$, $L_{x, \text{отр}}$ и $t_{x, \text{отр}}$ определяются по формулам (4.12) и (4.13), а вес заряда взрыва в безграничном пространстве, создающего давление $\Delta p_{\text{пп}}(R, t)/p_1$, по (4.14).

Как и в случае контактного взрыва, определим ту часть спектра источника (4.15), которая идет на образование поверхностной волны:

$$\frac{p(\omega, \omega/c_R)}{p_1} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Delta p(r, t)}{p_1} r J_0(r \frac{\omega}{c_R}) e^{-i\omega t} dr dt.$$

Подставим сюда значение $\Delta p(r, t)/p_1$ из (4.15), тогда

$$\frac{p(\omega, \omega/c_R)}{p_1} = \frac{p_{\text{отр}}(\omega, \omega/c_R)}{p_1} + \frac{p_{\text{пп}}(\omega, \omega/c_R)}{p_1}.$$

Здесь

$$\frac{p_{\text{отр}}(\omega, \omega/c_R)}{p_1} = \frac{1}{2\pi} \frac{p_3(\xi_0) - p_2(\xi_0)}{p_1} \int_0^{\infty} \int_{t_{\Phi}(r)}^{\infty} \phi\left(\frac{r}{L_{x, \text{отр}}}\right) \times \Psi\left(\frac{t - t_{\Phi}(r)}{t_{x, \text{отр}}}\right) r J_0(r \omega/c_R) e^{-i\omega t} dr dt, \quad (4.16)$$

$$\frac{p_{\text{пп}}(\omega, \omega/c_R)}{p_1} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Delta p_{\text{пп}}(R, t)}{p_1} r J_0(r \omega/c_R) e^{-i\omega t} dr dt. \quad (4.17)$$

В формулу (4.16) входят две произвольные функции $\phi(x)$ и $\Psi(x)$, поэтому (4.16) может определить лишь общий характер спектра, т.е. поведение $p_{\text{отр}}(\omega, \omega/c_R)/p_1$ при малых и больших частотах ω и частоту обрывания спектра.

Целесообразно, вводя в (4.16) безразмерные переменные $x = r/L_{x, \text{отр}}$, $r = [t - t_{\Phi}(r)]/t_{x, \text{отр}}$, $\omega_1 = \omega t_{x, \text{отр}}$ и обозначая $b = L_{x, \text{отр}}/c_R t_{x, \text{отр}}$ (или $b = c(\xi_0)/c_R$), представить (4.16) в виде:

$$\frac{p_{\text{отр}}(\omega, \omega/c_R)}{p_1} = \left| \frac{p_{\text{отр}}(\omega, \omega/c_R)}{p_1} \right| e^{-i\tilde{\phi}_1},$$

где

$$\left| \frac{p_{\text{отр}}}{p_1} \right| = \frac{p_3(\xi_0) - p_2(\xi_0)}{p_1} L_{x, \text{отр}}^2 t_{x, \text{отр}} e^{-(a_3 + b^2/a_4)\omega_1^2}, \quad (4.18)$$

$$\tilde{\phi}_1 = \tilde{\phi}_1(\omega_1) = a_5 \omega_1.$$

Здесь a_3 , a_4 , a_5 – постоянные порядка единицы, а $L_{x, \text{отр}}$ и $t_{x, \text{отр}}$ определяются по формулам (4.12) и (4.13).

Вычислим теперь $p_{\text{пп}}(\omega, \omega/c_R)/p_1$ по формуле (4.17). Для этого введем безразмерные переменные

$$\xi = r/L_{\text{х.пп}}, \quad t = t/t_{\text{х.пп}}, \quad \omega_2 = \omega t_{\text{х.пп}}, \quad R_2 = R/L_{\text{х.пп}},$$

где

$$L_{\text{х.пп}} = (Q_{\text{зф}} \rho_0)^{1/3} c_R^{-2/3}, \quad t_{\text{х.пп}} = (Q_{\text{зф}}/\rho_0)^{1/3} c_R^{-5/3}.$$

В этих переменных после несложных оценок можно представить (4.17) в виде:

$$\frac{p_{\text{пп}}(\omega, \omega/c_R)}{p_1} = \left| \frac{p_{\text{пп}}(\omega_2, \omega_2/c_R)}{p_1} \right| e^{i\tilde{\phi}_2},$$

$$\left| \frac{p_{\text{пп}}}{p_1} \right| = B_2 L_{\text{х.пп}}^2 t_{\text{х.пп}} \frac{\Delta p_2(\xi_0)}{p_1} \left| \frac{r(\xi_0)}{\xi_0} \right| e^{-b_2(\xi_0) \omega_2^2}, \quad (4.19)$$

где

$$\tilde{\phi}_2 = \tilde{\phi}_2(\omega, \xi_0), \quad b_2(\xi_0) = b_1 + a_6 \xi_0^2 / (1 + e^{-\xi_0/\xi_k})^{2/3},$$

a_6 – постоянная порядка единицы; $B_2 = B_1 \cdot 25 (\gamma_1 + 1)/8$, B_1 , b_1 – постоянные из формулы (4.6); $r(\xi_0)$ – безразмерное время прихода прямой ударной волны в точку O_1 ; фаза $\tilde{\phi}_2(\omega_2, \xi_0)$ – функция, которая обращается в нуль при $\omega_2 = 0$.

Выражение (4.19) для спектра $p_{\text{пп}}(\omega, \omega/c_R)/p_1$, так же как и (4.18), является приближенным. Истинный вид спектра заменен экспоненциальной функцией, которая правильно описывает поведение спектра лишь при малых частотах, обрывая спектр на той же частоте, что и истинный спектр, и сглаживает вид спектра на средних частотах.

Выражение (4.19) было бы более точным, если бы был вычислен интеграл (4.17) для всех ω и для набора значений ξ_0 .

На основании (4.18) и (4.19) можно написать выражение для той части спектра источника, которая идет на формирование поверхности Земли:

$$\left| \frac{p}{p_1} \right|^2 = \left| \frac{p_{\text{отр}} + p_{\text{пп}}}{p_1} \right|^2 = \left| \frac{p_{\text{отр}}}{p_1} \right|^2 + \left| \frac{p_{\text{пп}}}{p_1} \right|^2 + 2 \left| \frac{p_{\text{отр}}}{p_1} \right| \left| \frac{p_{\text{пп}}}{p_1} \right| \times$$

$$\times \cos(\tilde{\phi}_1 - \tilde{\phi}_2). \quad (4.20)$$

Все параметры a_i , входящие в (4.20), порядка единицы. Их точное значение можно определить, если сравнить выражение (4.20) со спектром экспериментально наблюдаемого давления на поверхности Земли.

Несмотря на приближенный характер (4.20), можно сделать некоторые выводы относительно характера спектра источника. Спектр источника $|p(\omega, \omega/c_R)/p_1|$ зависит от веса заряда Q , высоты взрыва h и скорости поверхности волны c_R в эпицентре.

Частота обрывания спектра для низких ($\xi_0 < 0,3$) и контактных взрывов определяется выражением

$$\omega_{\text{обр}} = \frac{c_R^{5/3}}{(Q_{3\phi}/\rho_0)^{1/3}}.$$

Она будет тем больше, чем меньше вес взрываемого заряда Q и чем больше c_R .

Частота обрывания спектра при высоких взрывах ($\xi_0 > 2$) равна

$$\omega_{\text{обр}} = \frac{c(\xi_0)}{(Q/p_1)^{1/3} \sqrt{\xi_0 [1 - \exp(-\sqrt{\xi_0/\xi_1})]}}.$$

Частота растет (при $Q=\text{const}$) с уменьшением высоты взрыва h (с уменьшением ξ_0). При $h=\text{const}$ $\omega_{\text{обр}}$ увеличивается с уменьшением веса заряда Q .

Вычислим энергию $E_R(\Delta_1)$ поверхностной волны Релея, излученную эффективным источником на расстояние Δ_1 от эпицентра в поглощающей среде. Как и раньше, предположим, что коэффициент поглощения $\alpha_R(\omega)$ является квадратичной функцией частоты, т.е.

$$\alpha_R(\omega) = \beta_R \omega^2, \quad \beta_R = \text{const.}$$

Тогда на основании § 2 гл. III

$$E_R(\Delta_1) = \frac{8\pi^3 c_R D_1}{c_{\mu}^2 S} \int_0^{\infty} |p(\omega, \frac{\omega}{c_R})|^2 \omega^2 \exp(-2\beta_R \Delta_1 \omega^2) d\omega.$$

Подставляя сюда выражение $|p(\omega, \omega/c_R)/p_1|^2$, определенное в (4.20), получим

$$E_R(\Delta_1) = A_6 Q [I_1(\xi_0, \eta) + I_2(\xi_0, \eta) + I_3(\xi_0, \eta)], \quad (4.21)$$

где

$$A_6 = \frac{8\pi^3 c_R^2 D_1 p_1}{c_{\mu}^2 S} \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\gamma_1} c_R} \right)^2.$$

По определению эффективного источника (гл. III, § 2), энергия $E_R(\Delta_1)$, излученная этим источником, равна энергии $\mathcal{E}_R(\Delta_1)$, наблюдаемой на расстоянии Δ_1 от эпицентра взрыва: $E_R(\Delta_1) = \mathcal{E}_R(\Delta_1)$. Поэтому формулу (4.21) можно переписать в виде

$$\mathcal{E}_R(\Delta_1) = A_6 Q [I_1(\xi_0, \eta) + I_2(\xi_0, \eta) + I_3(\xi_0, \eta)], \quad (4.22a)$$

или

$$\frac{\mathcal{E}_R}{A_6 Q} = I_1 + I_2 + I_3. \quad (4.22b)$$

Здесь $\eta^2 = 2\beta_R \Delta_1 (c_R^5 \rho_0 / 2Q)^{2/3}$ – параметр поглощения (такой же, как при контактных взрывах); $\xi_0 = h(p_1/Q)^{1/3}$;

$$I_1(\xi_0, \eta) = \int_0^\infty |p_{\text{отр}}(\omega, \omega/c_R)|^2 \omega^2 e^{-2\beta_R \Delta_1 \omega^2} d\omega,$$

$$I_2(\xi_0, \eta) = a_7 \int_0^\infty |p_{\text{отр}}(\omega, \omega/c_R) p_{\text{пп}}(\omega, \omega/c_R)|^2 \omega^2 e^{-2\beta_R \Delta_1 \omega^2} \cos(\tilde{\phi}_1 - \tilde{\phi}_2) d\omega,$$

$$I_3(\xi_0, \eta) = a_7^2 \int_0^\infty |p_{\text{пп}}(\omega, \omega/c_R)|^2 \omega^2 e^{-2\beta_R \Delta_1 \omega^2} d\omega. \quad (1.23)$$

Постоянная a_7 – нормировочный множитель. Он вводится для того, чтобы получить правильное соотношение между высокочастотной и низкочастотной составляющими спектра источника. Численное значение a_7 не зависит от Δ и параметров взрыва и может быть определено на основании модельных экспериментов.

Если для серии взрывов на некотором фиксированном расстоянии Δ_1 от эпицентра $\eta \ll 1$, то поглощение не изменяет частотного состава спектра источника. Тогда связь между энергией поверхности волны $\mathcal{E}_R(\Delta_1)$ и параметрами взрыва будет такой же, как если бы поверхность волны распространялась не в поглощающей, а в идеальной среде. При этом в формуле (4.22б) функции I_1, I_2, I_3 будут зависеть лишь от ξ_0 , а $\mathcal{E}_R(\Delta_1)/A_6 Q$ будет функцией только одного параметра ξ_0 . На рис. 4.5 показана эта зависимость. Она представляет собой монотонно убывающую функцию ξ_0 .

Если же параметр $\eta > 1$, то поглощение изменяет частотный спектр источника, и тем существеннее, чем больше η . При этом изменяется зависимость I_1, I_2, I_3 от ξ_0 , а следовательно, и зависимость сейсмической энергии $\mathcal{E}_R(\Delta_1)$ от параметров взрыва. При $\eta \gg 1$ $\mathcal{E}_R(\Delta_1)$ имеет резкий максимум.

Наличие максимума связано с тем, что с уменьшением приведенной высоты взрыва ξ_0 выделившаяся сейсмическая энергия возрастает, но при этом возрастает и поглощение этой энергии на пути эпицентр–станция, так как источник сейсмических колебаний становится более высокочастотным. Положение максимума зависит от величины η . Чем меньше η , тем при меньших значениях ξ_0 наступает максимум. С ростом η величина максимума уменьшается и положение его перемещается в сторону больших ξ_0 (рис. 4.5).

В этом случае $\mathcal{E}_R(\Delta_1)$ существенно зависит не от одного параметра ξ_0 , а от двух – ξ_0 и η .

Поведение $\mathcal{E}_R(\Delta_1)$ как функции $\xi_0 = h(p_1/Q)^{1/3}$ и $\eta = \sqrt{\beta_R \Delta_1} / (2Q/\rho_0 c_R^5)^{1/3}$ согласуется с результатами модельного эксперимента. В модельном эксперименте (Люкэ, 1960; Коган, 1965) были взорваны заряды от 1 до 12 кг на высотах от 0,5 до 15 м. Энергия $\mathcal{E}_R(\Delta_1)$, наблюдаемая на расстоянии 670 м от эпицентра,

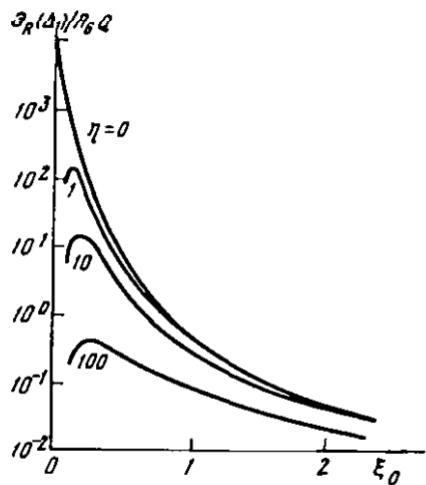


Рис. 4.5. Зависимость приведенной энергии поверхностной волны Релея $\mathcal{E}_R(\Delta_1)/A_6 Q$ от безразмерных параметров ξ_0 и η

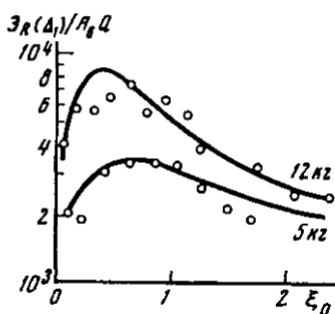


Рис. 4.6. Зависимость приведенной энергии поверхностной волны Релея $\mathcal{E}_R(\Delta_1)/A_6 Q$ от приведенной высоты взрыва ξ_0 для двух модельных взрывов при весе зарядов 12 и 5 кг

подсчитывалась по смещению почвы и его скорости на основании формулы (1.36а).

На рис. 4.6 приведена зависимость $\mathcal{E}_R(\Delta_1)/A_6 Q$ от ξ_0 . Сплошные линии – теоретические кривые, кружки – экспериментальные значения. При расчете теоретических кривых в формуле (4.23) было положено $a_i = 1$ ($i = 1, 2, \dots, 6$), $a_7 = 0,133$.

Как видно из рис. 4.6, теоретические кривые правильно описывают поведение экспериментальных точек. При малых η (большой заряд Q) экспериментальные кривые имеют максимум, который сглаживается с увеличением η (уменьшением Q). Аналогично ведут себя и теоретические кривые.

3. Высотный взрыв

Как в случае взрыва в нижней тропосфере, так и при высотном взрыве источником сейсмической энергии является давление ударной волны взрыва, распределенное по поверхности Земли и изменяющееся во времени. Если взрыв происходит на достаточно большой высоте, такой, что при приближении к поверхности Земли ударная волна становится слабой, т.е. давление на ее фронте становится близким к давлению в окружающей атмосфере, то, как указано в § 2, на поверхности Земли область действия давления будет ограничена областью действия положительной фазы давления.

Зная давление на фронте ударной волны на поверхности Земли и величину ее положительной фазы, можно определить сейсмическую энергию, если воспользоваться формулами, приведенными в гл. III.

Таким образом, решение задачи об излучении сейсмической энергии при высотном взрыве в неоднородной атмосфере зависит от решения газодинамической задачи о распространении ударной волны взрыва в неоднородной атмосфере.

Если предположить, что атмосфера неоднородна лишь по вертикали, то и в этом случае решение газодинамической задачи очень сложно. Даже если сделать ряд упрощающих предположений, например, что взрыв точечный, а атмосфера представляет собой идеальный газ, изотермический, с экспоненциальным убыванием давления по высоте, а также не учитывать турбулентность атмосферы, то и при этом неизъя получить точное аналитическое решение для всего диапазона изменения давления на фронте ударной волны. Лишь для очень слабых ударных волн (у которых перепад давления на фронте $\Delta p/p < 0,1$) при сделанных предположениях существует аналитическое представление для перепада давления и величины L положительной фазы давления на фронте волны (Otterman, 1959; Reed, 1959).

Таким образом, в случае ударных волн с $\Delta p/p > 0,1$ приходится прибегать к приближенным численным решениям. Одним из них является приближенное решение (Lutzky, Lehto, 1968), в котором получены численные значения для величины давления на фронте ударной волны, распространяющейся в атмосфере, относительно которой делаются те же предположения.

Для того чтобы можно было воспользоваться этим решением, необходимо установить, для каких высот реальной атмосферы справедливы предположения, при которых получено это численное решение. С этой целью воспользуемся описанием стандартной атмосферы, приведенным Глаголевым (1970). Для стандартной атмосферы предположение об экспоненциальном характере убывания давления с высотой с постоянным показателем $H_1 = 7 \div 8$ км $p = \exp(-h/H_1)$ справедливо в интервале 0–100 км (рис. 4.7, а). В этом же интервале высот температура стандартной атмосферы изменяется от 200 до 300°К и, как видно из рис. 4.7, б, в первом приближении может считаться постоянной. Предположение о том, что реальная атмосфера является идеальным газом с $\gamma_1 = c_p/c_v = 1,4$, нарушается вблизи точки взрыва. На больших расстояниях от взрыва это предположение справедливо, как указано в работе (Murphy, 1972), если учтет, что взрыв в реальной атмосфере в 0,7 раз менее эффективен для создания слабой ударной волны, нежели в идеальном газе. Например взрыв мощностью 1 Мт в реальной атмосфере создает такую же (слабую) ударную волну на большом расстоянии, как 0,7 Мт в идеальном газе.

Будем рассматривать такой диапазон высот взрывов, в котором перепад давления на поверхности Земли $\Delta p/p_1 \ll 0,1$. Этот диапазон назван в работе (Murphy, 1972) промежуточным. Для взрывов мощ-

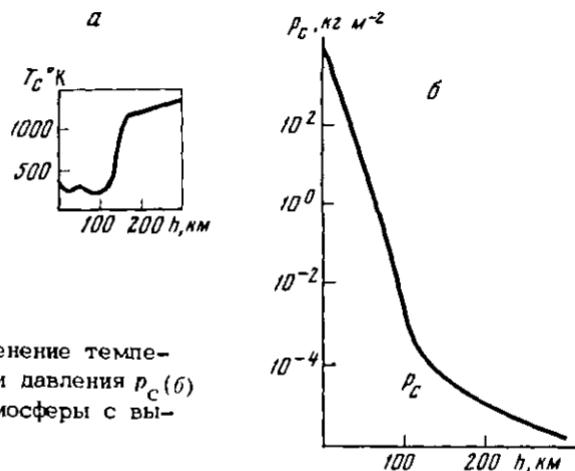


Рис. 4.7. Изменение температуры T_C (а) и давления p_C (б) стандартной атмосферы с высотой h

ностью от 1 до 10^5 кт он составляет приблизительно от 20 до 100 км. В отличие от работы (Murphy, 1972), нас будет интересовать не спектр смещения волны Релея, возбуждающейся в Земле при таких взрывах, а энергия, которая передается взрывом в волну Релея. Давление, действующее на поверхности Земли при таких взрывах, можно приближенно представить в виде

$$\frac{\Delta p(r, t)}{p_1} = \left(\frac{\Delta p(R_0)}{p_1} \right)_{\max} \left(1 - \frac{t}{t_+} \right) e^{-t/t_+}. \quad (4.24)$$

Здесь $(\Delta p(R_0)/p_1)_{\max}$ — максимальное превышение давления над атмосферным (p_1) на поверхности Земли на расстоянии R_0 от центра взрыва ($R_0 = \sqrt{h^2 + r^2}$); t_+ — продолжительность времени положительной фазы превышения давления на поверхности Земли на расстоянии R_0 . Время t отсчитывается от момента прихода ударной волны на поверхность Земли.

Так как ударная волна на поверхности Земли очень слабая, можно выразить продолжительность положительной фазы t_+ давления через длину L_+ этой фазы: $t_+ = L_+/a$, где a — скорость звука в воздухе на поверхности Земли, и переписать (4.24) в виде:

$$\frac{\Delta p(r, t)}{p_1} = \left(\frac{\Delta p(R_0)}{p_1} \right)_{\max} \left(1 - \frac{ta}{L_+} \right) e^{-ta/L_+}. \quad (4.25)$$

Таким образом, необходимо вычислить давление $(\Delta p(R_0)/p_1)_{\max}$ и L_+ на поверхности Земли, зная мощность взрыва Q , высоту взрыва h и атмосферное давление $p_h = p_1 e^{-h/H_1}$ на высоте h .

Как уже было отмечено, в работе (Lutzky, Lehto, 1968) получены численные значения $\Delta p/p$ на различных расстояниях от точки

Таблица 5

Относительные высоты взрывов h/H_1 для набора значений безразмерного параметра σ_{H_1}

σ_{H_1}	h/H_1		
	$Q = 10^1$ кт	$Q = 10^2$ кт	$Q = 10^3$ кт
0,05	16,1	13,8	11,5
0,10	14,0	11,7	9,4
0,20	11,9	9,6	7,3
0,50	9,2	6,9	4,6
2,00	5,0	2,6	0,4

взрыва в идеальном изотермическом газе с экспоненциальным убыванием давления. Все расчеты проведены для следующих значений безразмерного параметра $\sigma_{H_1} = H_1(p_h/Q)^{1/3}$: 0,05; 0,10; 0,20; 0,50; 2,00. Соответствующие относительные высоты h/H_1 взрывов зарядов, например мощностью $Q = 10^1$ кт, 10^2 кт и 10^3 кт, приведены в табл. 5.

Результаты расчетов $\Delta p/p$, заимствованные из работы (Lutzky, Lehto, 1968), приведены на рис. 4.8. На этом рисунке $\Delta p = p_S - p_R$, где p_S – давление на фронте ударной волны на расстоянии R от центра взрыва; p_R – нормальное давление идеального изометрического газа на расстоянии R от центра взрыва; p_h – нормальное давление газа на высоте взрыва h ; $p_R = p_h \exp(R/H_1)$. Пунктирные кривые представляют собой решение одномерной газодинамической задачи для приращения давления Δp на фронте волны, отнесенного к нормальному давлению атмосферы на высоте взрыва $p_h(\Delta p/p_h)$, в зависимости от безразмерного расстояния $\sigma_R = R(p_h/Q)^{1/3}$ от центра взрыва для различных значений безразмерного

Таблица 6

Вспомогательные функции для вычисления давления на поверхности Земли

σ_{H_1}	$x_1 - R_1/H_1$	L_1/H_1	L_∞/H_1	$f(x_1)$
0,05	6,22	1,35	1,41	13,2
0,10	5,10	0,935	1,00	6,10
0,20	3,92	0,615	0,675	2,54
0,50	2,52	0,339	0,470	0,712
2,0	1,0	0,117	0,151	0,127

Рис. 4.8. Зависимость $\Delta p/p$ от расстояния σ_R от центра взрыва для набора значений σ_{H_1}

параметра σ_{H_1} (кривые, расположенные над сплошной кривой со знаком ∞). Если же отнести это решение Δp к нормальному атмосферному давлению p_R на расстоянии R от центра взрыва, то получатся кривые, находящиеся под сплошной кривой. Сплошная кривая соответствует значениям $\Delta p/p_R = \Delta p/p_R$ для однородной атмосферы, когда значения H_1 , а значит и σ_{H_1} , стремятся к бесконечности. Точки – значения $\Delta p/p_R$ или $\Delta p/p_h$, полученные на основании правила подобия (см. ниже).

Поскольку мы ограничили высоты взрывов диапазоном

примерно 20–100 км, то в дальнейшем высоты взрывов $h/H_1 = 16,1$ для $Q = 10$ кт и $h/H_1 = 0,4$ для $Q = 1$ Мт рассматриваться не будут.

По кривым $\Delta p/p$ в работе (Murphy, 1972) подсчитаны значения безразмерных расстояний $x_1 = R_1/H_1$, при которых $(\Delta p/p)_{R_1} = 0,1$. Эти значения приведены в табл. 6.

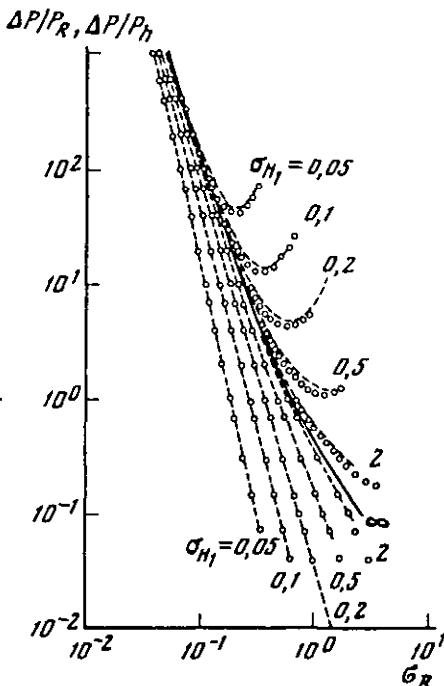
Начиная с расстояний R_1 и до поверхности Земли перепад давления на фронте ударной волны $\Delta p/p$ и длина положительной фазы L для слабых ударных волн вычисляются по формулам (Reed, 1959)

$$\frac{\Delta p}{p} = \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_{R_1} \frac{R_1}{R} \frac{L_1}{L} \left(\frac{p_{R_1}}{p} \right)^{1/2}, \quad (4.26)$$

$$\frac{L}{L_1} = \left\{ 1 + \frac{\gamma_1 + 1}{2\gamma_1} \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_{R_1} \frac{R_1}{L_1} e^{R_1/2H_1} \left[E_1 \left(\frac{R_1}{2H_1} \right) - E_1 \left(\frac{R}{2H_1} \right) \right] \right\}^{1/2}, \quad (4.27)$$

где $R > R_1$, $(\Delta p/p)_{R_1} = 0,1$, $L_1 = L(R_1)$, $E_1(y) = \int_y^{\infty} e^{-u} u^{-1} du$.

Нас интересуют значения $R \geq h$. Из табл. 5 и 6 следует, что $h/H_1 > R_1/H_1$. Поэтому без большой погрешности можно принять в формуле (4.27) $E_1(R/2H_1) = 0$, тогда величина L будет зависеть



только от R_1 и L_1 . Обозначим ее через L_∞ , так как она соответствует значению L при $R \rightarrow \infty$. Тогда для любого другого R $L < L_\infty$.

Как уже было сказано, значения R_1 для набора Q и h определяются по расчетам (Lutzky, Lehto, 1968) и приведены в табл. 6. Остается определить для данных Q и h значения L_1 , т.е. длину положительной фазы давления на расстоянии R_1 от центра взрыва, где $\Delta p/p = 0,1$, а затем по формулам (4.26) и (4.27) – величины $\Delta p/p$ и L_∞ на поверхности Земли.

Для определения L_1 воспользуемся правилом подобия, найденным в работе (Lutzky, Lehto, 1968), согласно которому взрыв заряда Q в неоднородной атмосфере производит такой же перепад давления Δp на расстоянии R_1 от центра взрыва, как взрыв такой же мощности в однородной атмосфере с атмосферным давлением $p_{R_1} = \text{const}$ на том же расстоянии R_1 от центра взрыва. На основании этого правила можно получить зависимость $\Delta p/p_R$ от σ_R для любого значения σ_{H_1} , если известна зависимость $\Delta p/p_R$ от σ_R только для $\sigma_{H_1} = \infty$.

Действительно, выберем какую-нибудь точку на кривой $\sigma_{H_1} = \infty$. Пусть ее абсцисса будет $\sigma_{\bar{R}} = \bar{R}(p_{\bar{R}}/Q)^{1/3}$, а ордината $\Delta p/p_{R_1}$. Для этого же значения $\Delta p/p_R$ возьмем точку на кривой, соответствующей некоторому значению σ_{H_1} . Обозначим абсциссу этой точки через $\sigma_R = R(p_h/Q)^{1/3}$. По правилу подобия $R = \bar{R}$ или

$$\sigma_{\bar{R}}(Q/p_{\bar{R}})^{1/3} = \sigma_R(Q/p_h)^{1/3}.$$

Но в неоднородной атмосфере

$$p_h = p_R \exp(\sigma_R / \sigma_{H_1}).$$

Следовательно,

$$\sigma_{\bar{R}} = \sigma_R \exp(\sigma_R / 3\sigma_{H_1}). \quad (4.28)$$

На рис. 4.8 точками показаны значения $\Delta p/p_R$ (или $\Delta p/p_h$) в зависимости от σ_R для различных σ_{H_1} , полученные пересчетом из кривой $\sigma_{H_1} = \infty$. Как видно из рисунка, эти значения хорошо согласуются с одномерным газодинамическим расчетом (пунктирные кривые).

Аппроксимируем кривую зависимости $\Delta p/p$ от $\sigma_{\bar{R}} = \bar{R}(p_{\bar{R}}/Q)^{1/3}$ для $\sigma_{H_1} = \infty$ (рис. 4.8) в окрестности $\Delta p/p = 0,1$ степенной функцией

$$\Delta p/p = a \sigma_{\bar{R}}^{-n}, \quad (4.29a)$$

где a и n – постоянные.

Подставляя в (4.29a) вместо $\sigma_{\bar{R}}$ его значение по (4.28), получим

$$\Delta p/p = a(\sigma_R \exp(\sigma_R / 3\sigma_{H_1}))^{-n}. \quad (4.29b)$$

Воспользуемся теперь процедурой определения L_1 , развитой в работе (Murphy, 1972). Сначала, используя (4.26), получим

$$\frac{\partial}{\partial R} \ln \frac{\Delta p}{p} = -\frac{1}{2H_1} - \frac{\partial}{\partial R} \ln \frac{L}{L_1} - \frac{1}{R}, \quad (4.30)$$

где мы учли экспоненциальное убывание давления ($p_{R_1}/p_R = \exp(R_1 - R)/H$).

Далее, из (4.27)

$$\frac{\partial}{\partial R} \ln \frac{L}{L_1} = \frac{1}{2} \frac{\frac{\gamma_1+1}{2\gamma_1} \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_1 \frac{R_1}{L_1} + \frac{1}{R} \left(\frac{p_{R_1}}{p} \right)^{1/2}}{(L/L_1)^2}. \quad (4.31)$$

Подставляя теперь (4.31) в (4.30) и используя (4.26), получим

$$\frac{\partial}{\partial R} \ln \frac{\Delta p}{p} = -\frac{1}{R} - \frac{1}{2H_1} - \frac{\gamma_1+1}{4\gamma_1} \frac{\Delta p}{p} - \frac{1}{L},$$

откуда

$$L = -\frac{\frac{\gamma_1+1}{4\gamma_1} \frac{\Delta p}{p} R}{1 + \frac{1}{2} \frac{R}{H_1} + R \frac{\partial}{\partial R} \ln \frac{\Delta p}{p}}.$$

По определению, $L_1 = L(R)|_{R=R_1}$, т.е.

$$L_1 = -\frac{\frac{\gamma_1+1}{4\gamma_1} \frac{\Delta p_1}{p_1} R_1}{1 + \frac{1}{2} x_1 + (R \frac{\partial}{\partial R} \ln \frac{\Delta p}{p})_{R=R_1}}. \quad (4.32)$$

Для того чтобы в (4.32) определить выражение в круглых скобках, воспользуемся формулой (4.29б), откуда

$$\ln \Delta p/p = \ln a - n(\ln \sigma_R + \sigma_R^2/3\sigma_{H_1}^2),$$

а

$$(R \frac{\partial}{\partial R} \ln \Delta p/p)_{R=R_1} = -n(1 + \frac{1}{3} x_1),$$

где $x_1 = R_1/H_1$.

Теперь формула (4.32) для L_1 дает

$$L_1 = -\frac{\frac{\gamma_1+1}{4\gamma_1} 0,1 x_1 H_1}{1 + x_1 (1/2 - n/3) - n}.$$

Подставляя сюда $y_1 = 1,4$, $n = 1,4$, получаем следующее выражение для длины L_1/H_1 положительной фазы давления в точке R_1 :

$$L_1/H_1 = \frac{0,0427x_1}{0,4 - 0,033x_1}.$$

Значения L_1/H_1 приведены в табл. 6.

Теперь из формулы (4.27) можно определить и L_∞

$$L_\infty = L_1 \sqrt{1 + 0,0857(x_1 H_1 / L_1) e^{x_1/2} E_1(x_1/2)}. \quad (4.33a)$$

Значения L_∞/H_1 также приведены в табл. 6.

Зная L_∞ и L_1 , можно по формуле (4.26) определить перепад давления $\Delta p/p$ на фронте ударной волны на поверхности Земли на расстоянии $R_0 = \sqrt{h^2 + r^2}$ от центра взрыва:

$$\left(\frac{\Delta p(R_0)}{p_1} \right)_{\max} = \frac{0,1}{\sqrt{h^2 + r^2}} x_1 H_1 \frac{e^{-h/2H_1} e^{x_1/2}}{\sqrt{1 + 0,0857(x_1 H_1 / L_1) e^{x_1/2} E_1(x_1/2)}}.$$

Обозначим

$$f(x_1) = \frac{0,1 x_1 e^{x_1/2}}{\sqrt{1 + 0,0857(x_1 H_1 / L_1) e^{x_1/2} E_1(x_1/2)}}. \quad (4.33b)$$

Значения этой функции помещены в табл. 6.

Тогда

$$\left[\frac{\Delta p(R_0)}{p_1} \right]_{\max} = \frac{H_1 e^{-h/2H_1}}{\sqrt{h^2 + r^2}} f(x_1). \quad (4.34)$$

На основании формулы (4.25) можно определить давление на поверхности Земли, которое является источником сейсмической энергии:

$$\frac{\Delta p(r, t)}{p_1} = \frac{H_1 e^{-h/2H_1}}{\sqrt{h^2 + r^2}} f(x_1) \left(1 - \frac{ta}{L_\infty}\right) e^{-ta/L_\infty}. \quad (4.35)$$

Сейсмическая энергия, излученная этим источником в волну Релея, имеет вид (3.12)

$$E_R = \tilde{A} \int_0^\infty |p(\omega, \omega/c_R)|^2 \omega^2 d\omega. \quad (4.36)$$

Здесь $\tilde{A} = 8\pi^3 c_R D_1 / c_S^2 \mu$, а $|p(\omega, \omega/c_R)|$ – часть модуля спектра Фурье – Бесселя давления $\Delta p(r, t)$, идущая на образование волны Релея:

$$|p(\omega, \frac{\omega}{c_R})| = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \Delta p(r, t) r J_0(r, \frac{\omega}{c_R}) e^{-i\omega t} dr dt.$$

Подставляя сюда значение $\Delta p(r, t)$ из (4.35), получим

$$|p(\omega, \frac{\omega}{c_R})| = \frac{p_1 H_1}{2\pi} e^{-h/2H_1} f(x_1) \frac{c_R e^{-h\omega/c_R}}{\omega^2 + a^2/L^2},$$

или

$$|p(\omega, \frac{\omega}{c_R})| = \frac{p_1 H_1 c_R}{2\pi} e^{-h/2H_1} f(x_1) \frac{L^2}{a^2} \frac{e^{-h\omega/c_R}}{(\omega L_\infty/a)^2 + 1}. \quad (4.37)$$

Подставляя это значение в выражение (4.36) для энергии E_R , получим

$$E_R = \tilde{A} \left(\frac{p_1 H_1 c_R}{2\pi} \right)^2 e^{-h/H_1} [f(x_1)]^2 (L_\infty/a)^4 \times \\ \times \int_0^\infty \frac{e^{-2h\omega/c_R}}{[1 + (\omega L_\infty/a)^2]^2} \omega^2 d\omega. \quad (4.38)$$

Подынтегральное выражение представляет собой модуль спектра энергии волны Релея $|S_R(\omega)|$

$$|S_R(\omega)| = \frac{\omega^2 e^{-2h\omega/c_R}}{[1 + (\omega L_\infty/a)^2]^2}.$$

На рис. 4.9 представлено семейство спектров $|S_R|$ для $Q = 10^3$ кг и h/H_1 из табл. 5. Для других значений Q и h/H_1 спектры имеют подобный вид. В этом легко убедиться, если ввести безразмерную частоту

$$x = \omega L_\infty/a \quad (4.39)$$

и безразмерный параметр Y

$$Y = \frac{2h}{L_\infty} \frac{a}{c_R}. \quad (4.40)$$

Тогда подынтегральное выражение (4.38) примет вид

$$|S_R| = |S_R^{(1)}| \frac{-2}{(1+x^2)^2}, \text{ где } |S_R^{(1)}| = \frac{e^{-Yx^2}}{(1+x^2)^2}. \quad (4.41)$$

Вид этого семейства для различных значений Y представлен на рис. 4.10. Значения Y были рассчитаны по формуле (4.40) для h/H_1 и L_∞/H_1 из табл. 5, 6 при условии, что $a/c_R = 0,1$.

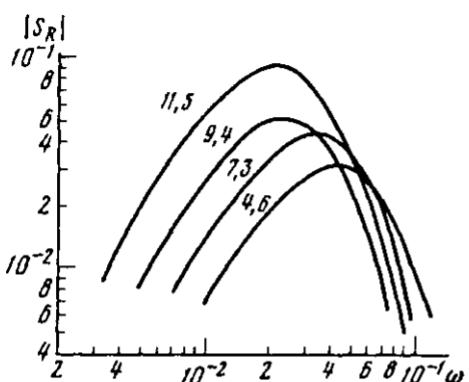


Рис. 4.9

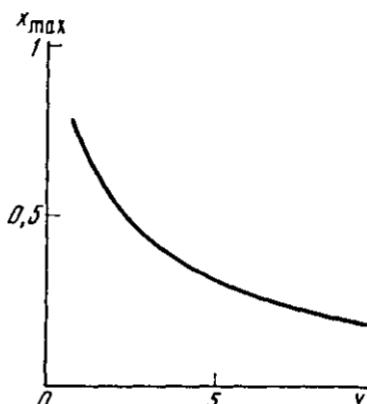


Рис. 4.11

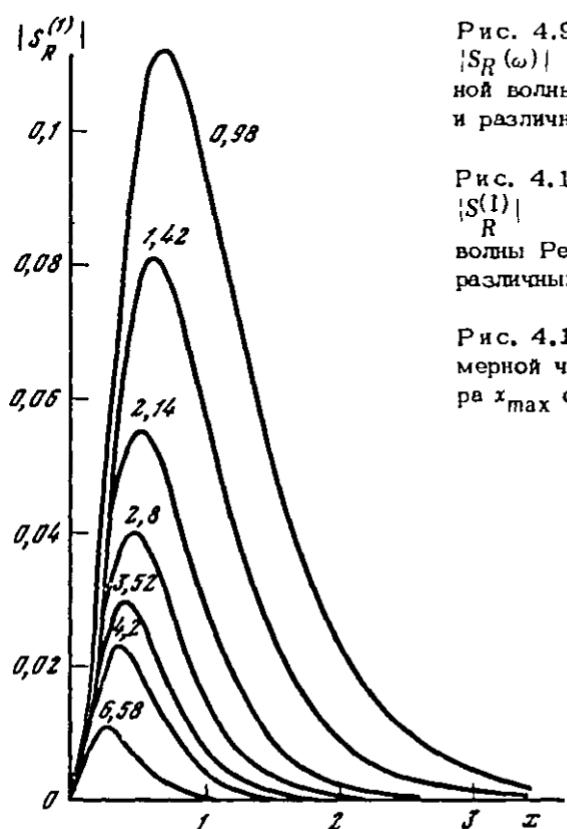


Рис. 4.10

Рис. 4.9. Семейство спектров $|S_R(\omega)|$ энергии поверхностной волны Релея для $Q = 10^3$ кт и различных значений h/H_1

Рис. 4.10. Семейство спектров $|S_R^{(1)}|$ энергии поверхностной волны Релея как функции x для различных значений параметра Y

Рис. 4.11 Зависимость безразмерной частоты максимума спектра x_{\max} от параметра Y

Таблица 7
Значения $x_{\max}(Y)$

Y	x_{\max}	Y	x_{\max}	Y	x_{\max}	Y	x_{\max}
0,79	0,758	1,47	0,615	2,34	0,510	3,90	0,381
0,84	0,745	1,70	0,580	2,80	0,463	4,20	0,365
0,96	0,720	1,88	0,555	2,84	0,457	4,89	0,331
0,98	0,715	1,95	0,545	2,92	0,452	6,58	0,262
1,30	0,656	2,14	0,527	3,50	0,405	9,60	0,191
1,42	0,625	2,28	0,515	3,52	0,403		

Как видно из рис. 4,9, частота максимальной амплитуды спектра энергии $|S_R|$ убывает с ростом высоты взрыва h/H_1 . Для того чтобы наглядно представить, как изменяется ω_{\max} в зависимости от Q и h/H_1 , вычислим с помощью (4.41) значения x_{\max} , при которых $d|S_R^{(1)}|/dx = 0$ для различных Y . Эти значения x_{\max} представлены в табл. 7 и на рис. 4.11.

Зная x_{\max} , можно по формуле (4.39) определить ω_{\max} в зависимости от мощности заряда Q и высоты взрыва h :

$$\omega_{\max} = x_{\max} a / L_{\infty}.$$

На рис. 4.12,а представлена зависимость ω_{\max} от высоты взрыва h/H_1 для фиксированных значений мощностей взрыва Q . Из графика видно, что с увеличением высоты взрыва частота максимума спектра ω_{\max} уменьшается, т.е. спектр становится более низкочастотным. На рис. 4.12,б, представлена зависимость ω_{\max} от мощности взрыва Q при фиксированной высоте взрыва h . С увеличением заряда Q частота максимальной амплитуды спектра энергии убывает. Убывание более интенсивно на низких высотах ($h = 30 \div 40$ км) и менее интенсивно на больших высотах ($h = 80 \div 100$ км).

Был подсчитан интеграл от безразмерной функции $|S_R^{(1)}(x)|$ для различных значений безразмерной переменной Y :

$$J_R(Y) = \int_0^{\infty} |S_R^{(1)}(x)| dx = \int_0^{\infty} x^2 e^{-Yx} dx / (1+x^2)^2.$$

График функции $J_R(Y)$ приведен на рис. 4.13. Он представляет собой монотонно убывающую функцию от Y .

Энергию волны Релея E_R можно выразить через $J_R(Y)$ с помощью формулы (4.38)

$$E_R = F e^{-h/H_1} [f(x_1)]^2 \frac{L_{\infty}}{a} J_R(Y),$$

где все сомножители, не зависящие от мощности взрыва Q и высо-

ты взрыва h/H_1 , включены в F :

$$F = \tilde{A} (p_1 H_1 c_R / 2\pi)^2.$$

Тогда величина E_R/F представляет собой зависимость энергии E_R от Q и h/H_1 .

На рис. 4.14 нанесены кривые зависимости E_R/F от h/H_1 при постоянной мощности взрыва Q и от Q при постоянной высоте взрыва h . Для взрывов относительно малых зарядов ($Q < 10^3$ кт) E_R/F растет с увеличением h . Этот, на первый взгляд парадоксальный, результат связан с тем, что энергия, передаваемая взрывом в волну Релея, в основном определяется величиной положительной фазы приращения давления на поверхности Земли L_∞ , а рост L_∞ , вызываемый ростом высоты взрыва h/H_1 , для $Q < 10^3$ кт (рис. 4.15) подавляет убывание всех остальных факторов, влияющих на величину энергии E_R .

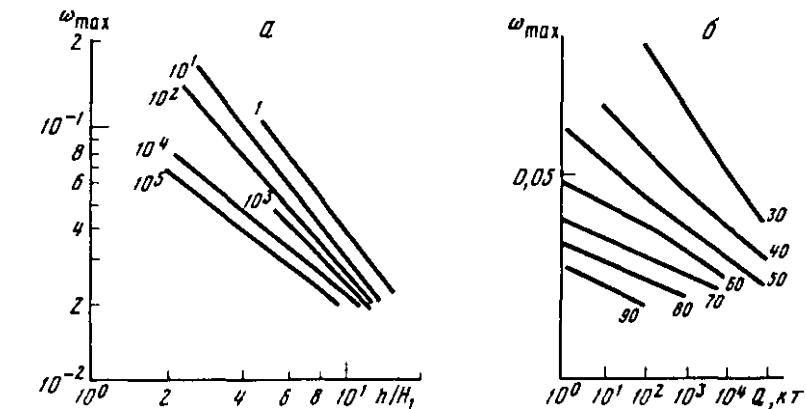


Рис. 4.12. Зависимость частоты максимума спектра ω_{\max} от параметров взрыва Q и h

а — фиксированы значения мощностей Q (кт); б — фиксированы высоты взрыва h (км)

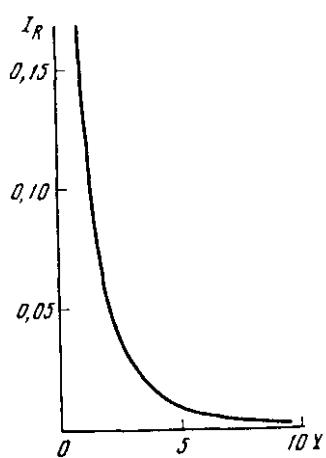


Рис. 4.13. График функции $J_R(Y)$

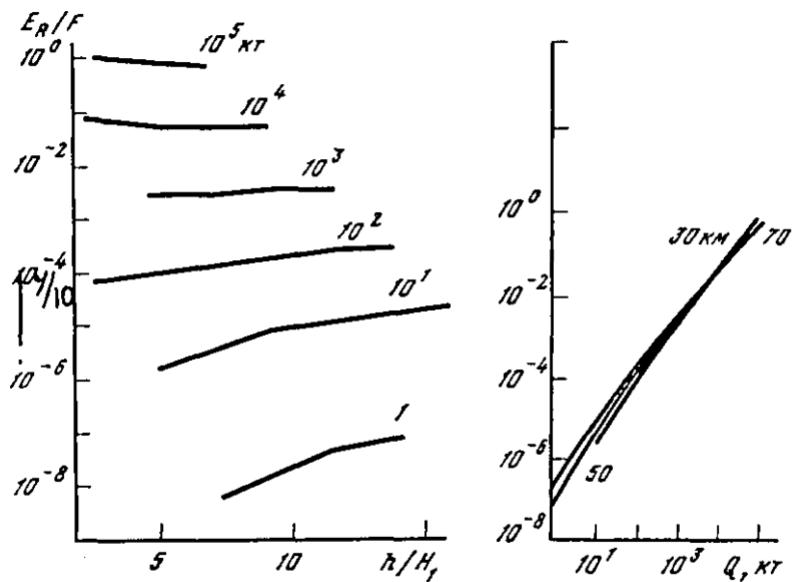


Рис. 4.14. Зависимость безразмерной энергии поверхности волны Релея E_R/F от мощности Q (кт) и высоты h (км) взрыва

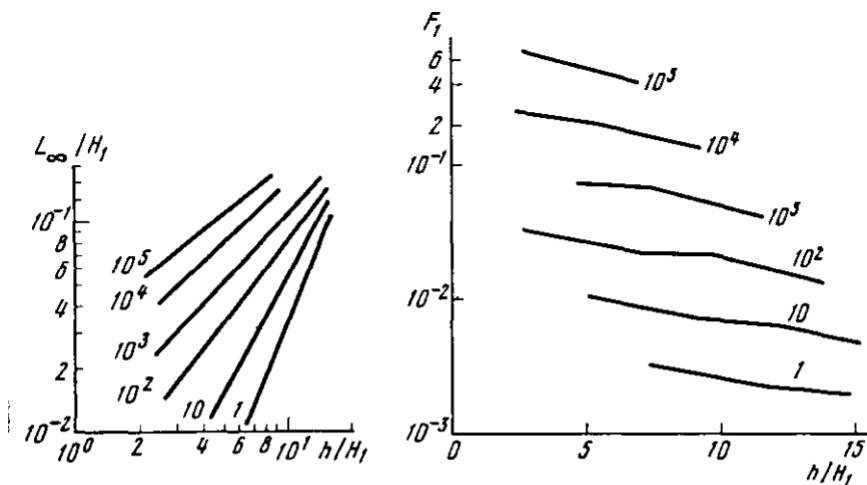


Рис. 4.15. Зависимость длины L_∞/H_1 положительной фазы давления на поверхности Земли от h/H_1 для фиксированных мощностей взрыва Q (кт)

Рис. 4.16. Зависимость функции F_1 от h/H_1 для различных значений Q (кт)

Для $Q > 10^3$ кт характер изменения E_R/F от h/H_1 становится нормальным, т.е. с ростом высоты взрыва E_R/F убывает (и тем быстрее, чем больше Q). Это объясняется тем, что для $Q > 10^3$ кт основное влияние на величину E_R/F оказывает множитель $e^{-h/H_1} [f(x_1)]^2$, равный согласно формуле (4.34)

$$e^{-h/H_1} [f(x_1)]^2 = [(h/H_1)(\Delta p/p)]_{r=0}^2.$$

График функции $F_1(h/H_1, Q) = (h/H_1)(\Delta p/p)_{r=0}$ представлен на рис. 4.16. Из рисунка видно, что функция $F_1(h/H_1, Q)$ для $Q > 10^3$ кт убывает с ростом h/H_1 тем интенсивнее, чем больше Q .

На рис. 4.14 нанесены кривые зависимости E_R/F от Q для различных высот взрыва ($h = 30 \div 70$ км). Для $Q < 10^3$ кт эти кривые слабо зависят от изменения высоты взрыва, а для $Q > 10^3$ кт они практически сливаются для различных высот взрывов. Таким образом, энергия волны Релея, передаваемая Земле слабыми ударными волнами, почти не зависит от изменения высоты взрыва.

Зависимость энергии волны Релея E_R , излучаемой высотным взрывом, от величины заряда Q может быть приближенно представлена в виде степенной функции $E_R \sim FQ^n$. Для рассматриваемого интервала изменения мощностей взрывов ($1 < Q < 10^5$ кт) и интервала изменения высот взрывов ($30 < h < 100$ км) показатель степени $n = 1,3 \div 1,5$.

ПОДЗЕМНЫЙ ВЗРЫВ

В задаче о подземном взрыве нас, как и раньше, будет интересовать вопрос о зависимости сейсмической энергии от глубины, мощности взрыва и условий, в которых был произведен этот взрыв.

Прежде всего рассматривается случай, когда взрыв произведен в безграничной среде (§ 1). Как и раньше, будем предполагать, что среда однородная, градиентная, идеально упругая или поглощающая. Такие предположения относительно среды позволяют в явном аналитическом виде исследовать зависимость энергии продольной волны от параметров источника и изменение этой зависимости в поглощающей среде на различных расстояниях от источника взрыва.

В § 2 рассматривается взрыв в идеально упругом однородном полупространстве. Основное внимание уделяется влиянию свободной поверхности на волновую картину для наблюдателя, находящегося непосредственно над взрывом (в эпицентре) и на различных расстояниях от эпицентра на свободной поверхности.

В § 3 исследуется зависимость энергии поверхностной волны при подземном взрыве от глубины взрыва, его мощности, параметров приведенного потенциала.

1. Взрыв в безграничной среде

В безграничной однородной среде источником сейсмических колебаний от подземного взрыва является давление, равномерно распределенное по поверхности сферы, отделяющей область неупругого поведения среды при взрыве от упругой. Такой источник определяется одним приведенным потенциалом.

Воспользуемся аналитическим представлением приведенного потенциала, данным Гаскеллом (Haskell, 1967):

$$\phi_0(\tau) = \phi_0(\infty) [1 - e^{-\Omega_H \tau / (\Omega_H \tau)}]. \quad (5.1a)$$

Здесь $\tau = t - (R - R_0) / c_p$ — приведенное время; R_0 — радиус сферы, вне которой среда ведет себя как упругое тело; время t отсчитывается от момента взрыва; c_p — скорость продольной волны P ;

Таблица 8

Значения параметров Гаскелла для взрывов, произведенных в различных средах

Взрыв	Мощность Q , кт	Глубина, м	Среда	$\frac{c_P}{\text{км}}/\text{сек}$	B_H	$\frac{\omega_H}{\text{кт}}/1/3$	$\frac{a_H}{\text{м}^3}/\text{кт}$	K , %
"Хардхет"	6	286	Гранит	4,4-5,6	0,240	53,9	500	3,7
"Гном"	3,3	360	Соль	4,3-5,5	0,171	48,4	884	4,9
"Сэлмон"	5,3	753	Соль	4,3-5,5	0,14	68,0	596	5,8
"Англер"	2,4	402	Туф	1,7-2,4	(0,050)	40,0	1024	1,2
"Седан"	100	202	Сухой аллювий	3,0-3,5	0,490	29,0	84	0,1

функция f имеет вид¹

$$f(\Omega_H r) = 1 + \Omega_H r + \frac{(\Omega_H r)^2}{2} + \frac{(\Omega_H r)^3}{6} B_H (\Omega_H r)^4. \quad (5.16)$$

Постоянные $\phi_0(\infty)$ и Ω_H зависят от величины заряда Q :

$$\phi_0(\infty) = a_H Q, \quad \Omega_H = \frac{\omega_H}{\sqrt[3]{Q}}. \quad (5.1b)$$

Радиус сферы R_0 также зависит от величины заряда ($R_0 \sim \sqrt{Q}$). Параметры a_H , ω_H и B_H зависят только от упругих и прочностных свойств среды вблизи взрыва. Упругие свойства среды определяются величинами плотности среды и скорости распространения в ней продольной и поперечной воли. Прочностные свойства среды могут быть описаны целым рядом величин. К ним относятся предельные упругие и предельные пластические напряжения – как при ударной, так и при медленно возрастающей нагрузке, напряжение дробления, раздавливания и др.

В табл. 8 приведены пересчитанные для $Q = 1$ кг значения параметров Гаскелла B_H , ω_H и a_H , полученные по данным наблюдений скорости смещения частиц вблизи взрыва внутри среды (Werth, Herbst, 1963) для четырех взрывов, произведенных в разных средах, и результаты дополнительного расчета, произведенного автором по данным аналогичных наблюдений Шпрингера (Springer, 1966) для взрыва "Сэлмон". Определение коэффициента K будет дано ниже (см. (5.2в)).

¹ Сеггерн и Блендфорд (Segger, Blandford, 1972) предложили другой вид функции $f(\Omega r)$, именно $f(\Omega r) = 1 + \Omega r - B(\Omega r)^2$. Более подробно об этих двух представлениях см. статью Коган и Полякарпова (1975).

Из таблицы видно, что для одной и той же среды (соль) постоянные B_H , ω_H , a_H для двух взрывов значительно различаются, т.е. на них оказывают влияние прочностные свойства среды.

Остается открытым вопрос о том, как эти параметры зависят от свойств среды и с какими конкретными прочностными характеристиками они связаны. В монографии Родионова и др. (1971) устанавливаются некоторые качественные соотношения между параметрами приведенного потенциала, акустической жесткостью ρc_P^2 и пределом прочности среды σ_* (сдвиговой прочностью для пластических пород и напряжением раздавливания для скальных горных пород). Однако эти соотношения не являются окончательными и требуют дальнейшего исследования.

Как показал Гаскелл (Haskell, 1967), сейсмическая энергия, излученная источником (5.1) в идеально упругую среду, может быть представлена в виде

$$E_P = \frac{4\pi\rho}{c_P} \int_0^\infty \ddot{\phi}_0^2(r) dr,$$

где $\ddot{\phi}_0 = d^2 \phi_0 / dr^2$ и вычисляется с помощью (5.1):

$$\ddot{\phi}_0(r) = \phi_0(\infty) \Omega_H^2 e^{-\Omega_H r} (\Omega_H r)^2 \left[\frac{A_H}{2} - \frac{2A_H - 1}{6} (\Omega_H r) + \frac{A_H - 1}{24} (\Omega_H r)^2 \right],$$

$$A_H = 1 + 24B_H.$$

Если представить приведенный потенциал в виде интеграла Фурье

$$\phi_0(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_0(\omega) e^{-i\omega r} d\omega,$$

то

$$\int_0^\infty [\ddot{\phi}_0(r)]^2 dr = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_0(\omega)|^2 \omega^4 d\omega,$$

откуда вытекает следующее спектральное представление излученной энергии:

$$E_P = \frac{4\pi\rho}{c_P} 4\pi \int_0^\infty |\psi_0(\omega)|^2 \omega^4 d\omega.$$

Легко показать, пользуясь (5.1а), что

$$|\psi_0(\omega)|^2 = \frac{1 + A_H^2 (\omega/\Omega_H)^2}{[1 + (\omega/\Omega_H)^2]^5} \frac{1}{\omega^2} \frac{[\phi_0(\infty)]^2}{4\pi^2}. \quad (5.1\text{d})$$

Следовательно,

$$E_P = \frac{4\rho}{c_P} [\phi_0(\infty)]^2 \int_0^{\infty} \frac{1 + A_H^2 (\omega/\Omega_H)^2}{[1 + (\omega/\Omega_H)^2]^5} \omega^2 d\omega. \quad (5.2a)$$

Этот интеграл легко берется, и окончательно получаем

$$E_P = \frac{\pi\rho}{64c_P} a_H^2 \omega_H^3 (5 + 3A_H^2) Q,$$

или

$$E_P = KQ. \quad (5.2b)$$

Таким образом, в идеально упругой среде излученная сейсмическая энергия пропорциональна мощности взрыва Q . Коэффициент пропорциональности

$$K = \frac{\pi\rho}{64c_P} a_H^2 \omega_H^3 (5 + 3A_H^2) \quad (5.2b)$$

зависит только от параметров приведенного потенциала (B_H , ω_H , a_H), т.е. от упругих и прочностных характеристик среды в пункте взрыва, и определяет долю энергии взрыва, излученную в сейсмические волны. Его значения для различных взрывов представлены в последнем столбце табл. 8.

Так же как и в гл. III, установим связь между излученной сейсмической энергией и наблюдаемой на расстоянии Δ от взрыва вначале в идеально упругой (градиентной) среде, а затем и в поглощающей (градиентной) среде. На основании формул (1.19a)–(1.20) в идеально упругой градиентной среде эта связь имеет вид $E_P = \mathcal{E}_P$, или

$$E_P = 2\pi R^2 G(\Delta) \rho_1 c_{P_1} \int_0^r v^2 dt, \quad (5.3)$$

где ρ_1 , c_{P_1} – плотность и скорость среды в пункте наблюдения и $G(\Delta)$ – функция расхождения. Подставляя сюда значение E_P из (5.2), получим

$$KQ = 2\pi R^2 G(\Delta) \rho_1 c_{P_1} \int_0^r v^2 dt. \quad (5.4)$$

Для поглощающей среды, так же как в гл. III, введем эффективный источник. Сейсмическая энергия, излученная таким источником в продольную волну, равна

$$E_P(\Delta) = \frac{4\rho}{c_P} [\phi_0(\infty)]^2 \int_0^{\infty} \frac{1 + A_H^2 (\omega/\Omega_H)^2}{[1 + (\omega/\Omega_H)^2]^5} \exp[-2\omega \int_0^L \beta_P(L) dL] \omega^2 d\omega. \quad (5.5a)$$

Здесь L – длина луча, а $\alpha = \beta_P(L)\omega$ – коэффициент поглощения объемной продольной волны.

Отметим, что линейная зависимость коэффициента поглощения от частоты справедлива не для всего диапазона изменения частоты ω от 0 до ∞ , а лишь для некоторого его отрезка (ω_1, ω_2) (см. гл. II). Распространение же этой зависимости на весь бесконечный интервал $(0, \infty)$ изменения ω могло бы привести к большим погрешностям в определении энергии E_P , если бы не присутствие в подынтегральном выражении (5.5а) множителя ω^2 . Действительно, этот множитель делает несущественной погрешность в E_P для частот, близких к нулю. Быстрое убывание с ростом ω (как ω^{-6}) множителя $\omega^2 [1 + A_H^2 (\omega/\Omega_H)^2] / [1 + (\omega/\Omega_H)^2]^5$ делает несущественной и погрешность в E_P для высоких частот. Таким образом, в этом конкретном случае распространение линейной зависимости коэффициента поглощения от частоты на весь интервал $(0, \infty)$, по-видимому, не приведет к большим ошибкам в определении энергии E_P .

По данным, приведенным в § 3 гл. II, среднее значение $\beta_P(L)$ в земной коре равно $1,9 \cdot 10^{-3}$ сек/км, в верхней мантии $4,88 \cdot 10^{-4}$ сек/км, в нижней мантии $1,82 \cdot 10^{-4}$ сек/км.

Вместо $\int_0^L \beta_P(L) dL$ в показателе экспоненты формулы (5.5а) можно использовать величину $t_{hP}^*(\Delta)$, введенную в § 3 гл. II. Тогда формула (5.5а) примет вид

$$E_P(\Delta) = \frac{4\rho}{c_P} [\phi_0(\infty)]^2 \int_0^\infty \frac{1 + A_H^2 (\omega/\Omega_H)^2}{[1 + (\omega/\Omega_H)^2]^5} \exp(-\omega t_{hP}^*) \omega^2 d\omega. \quad (5.56)$$

Значения $t_{hP}^*(\Delta)$ приведены в Приложении VI.

Для того чтобы выяснить, как зависит сейсмическая энергия $E_P(\Delta)$ от мощности взрыва; оценим интеграл в (5.5а) или в (5.56). Для этого заменим $\beta_P(L)$ на $\beta_{P_{cp}}$ и L на Δ и обозначим, как

и раньше, $\eta = 2\beta_{P_{cp}} \Delta / t_x$ или $\eta = t_{hP}^*(\Delta) / t_x$, где $t_x = \sqrt{Q/\omega_H}$.

Тогда из (5.5а) или (5.56) имеем

$$E_P(\Delta) = \frac{4\rho}{c_P} a_H^2 \omega_H^3 Q \int_0^\infty \frac{1 + A_H^2 x^2}{(1+x^2)^5} e^{-\eta x} x^2 dx; x = \frac{\omega}{\Omega_H}. \quad (5.6a)$$

Характер зависимости энергии $E_P(\Delta)$ от параметра η (а значит, и от Q) при постоянном Δ представлен на рис. 5.1. По оси абсцисс отложены величины η , а по оси ординат — величины

$$I(\eta, B_H) = \frac{E_P(\Delta)}{4\rho a_H^2 \omega_H^3 Q / c_P},$$

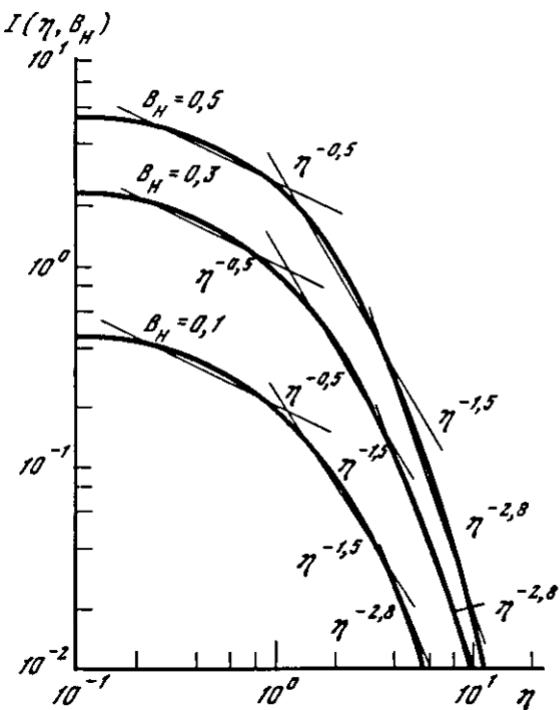


Рис. 5.1. Семейство кривых $I(\eta, B_H)$ как функций от η в зависимости от значений параметра B_H

т.е. значения интеграла

$$I(\eta, B_H) = \int_0^{\infty} \frac{1 + A_H^2 x^2}{(1 + x^2)^5} e^{-\eta x} x^2 dx \quad (5.66)$$

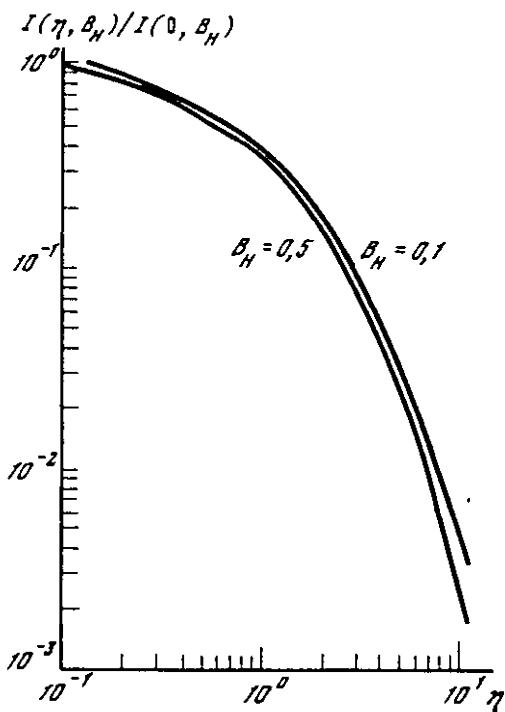
для различных значений параметра B_H .

Из рис. 5.1 видно, что характер убывания функции $I(\eta, B_H)$ с ростом η различен в различных диапазонах изменения η :

$$I(\eta, B_H) \approx \begin{cases} \text{const}, & \eta < 0,1; \\ \eta^{-0,5}, & 0,1 \leq \eta < 1; \\ \eta^{-1,5}, & 1 < \eta < 4; \\ \eta^{-2,8}, & 4 \leq \eta \leq 10; \\ \eta^{-3}, & 10 \leq \eta. \end{cases}$$

Эта закономерность не зависит от значений B_H , заключенных между 0,1 и 0,5. Это хорошо видно из рис. 5.2, где представлены в двойном логарифмическом масштабе значения нормированной функции $I(\eta, B_H)/I(0, B_H)$ как функции η .

Рис. 5.2. Зависимость нормированной функции $I(\eta, B_H)/I(0, B_H)$ от η



Теперь легко получить зависимость энергии E_P от мощности взрыва Q для наблюдателя, находящегося на различных расстояниях Δ от взрыва:

$$E_P = \begin{cases} Q, & \eta < 0,1; \\ Q^{7/6}, & 0,1 \leq \eta < 1; \\ Q^{1,5}, & 1 \leq \eta < 4; \\ Q^{1,9}, & 4 \leq \eta < 10; \\ Q^2, & 10 \leq \eta. \end{cases}$$

Таким образом, по мере удаления от источника изменяется зависимость энергии E_P от мощности взрыва, начиная от Q и кончая Q^2 . Связь между энергией, излученной эффективным источником, и энергией, перенесенной объемными продольными волнами на расстояние Δ от взрыва, имеет вид, аналогичный (5.4):

$$\frac{4 \rho}{c_P} a_H^2 \omega_H^3 Q I(\eta, B_H) = 2 \pi R^2 G(\Delta) \rho_1 c_P \int_0^1 v^2 dt, \quad (5.7)$$

где $G(\Delta)$ – геометрическое расхождение.

Формула (5.7) и закономерности, установленные для $I(\eta, B_H)$, позволяют представить, как изменяется скорость v частиц среды в зависимости от эпицентрального расстояния Δ , мощности взрыва Q , величины коэффициента поглощения $a_P(t)$ в среде и параметров, связанных со средой в месте взрыва, — a_H, ω_H, B_H .

Рассмотрим, например, диапазон эпицентральных расстояний 100 — 1000 км (1-я зона по Пасечнику (1970)). В этом диапазоне период прямой продольной волны и продолжительность записи ее очень слабо зависят от мощности взрыва и эпицентрального расстояния (Пасечник, 1970), поэтому приближенно

$$\int_0^{r_1} v^2 dt \approx v_{\max}^2 r_1,$$

где v_{\max} — максимальная амплитуда скорости смещения, r_1 — продолжительность записи волны.

Для этого диапазона изменения Δ функция расхождения $G(\Delta) = \Delta^2$; следовательно, формулу (5.7) можно переписать в виде

$$v_{\max}^2 = \frac{4\rho}{c_P r_1} a_H^2 \omega_H^3 Q \frac{I(\eta, B_H)}{\Delta^2},$$

или

$$v_{\max} = \zeta Q \frac{\sqrt{I(\eta, B_H)}}{\Delta},$$

где

$$\zeta = \sqrt{\frac{4\rho}{c_P r_1} a_H^2 \omega_H^3}.$$

На основании закономерностей, установленных для функции $I(\eta, B_H)$,

$$\frac{v_{\max}}{Q^{1/2}} = \begin{cases} \Delta^{-1,25}, & 0,27 \leq \eta < 1; \\ \Delta^{-1,75}, & 1 \leq \eta < 4; \\ \Delta^{-2,4}, & 4 \leq \eta < 10. \end{cases}$$

Эта зависимость v_{\max} от Δ хорошо согласуется с экспериментальной зависимостью $v = 3,53 \cdot 10^8 / \Delta^{1,85 \pm 0,60}$ см/сек, полученной Хейсом (Hays, 1969) с помощью статистической обработки результатов наблюдений подземного ядерного взрыва "Бокс-кер" (26.IV 1968 г.) мощностью $Q = 1200$ кт, произведенного на глубине $h = 1160$ м в риолите на полигоне в Неваде (США). Сейсмические волны от этого взрыва были зарегистрированы на однотипной аппаратуре в диапазоне расстояний 16—528 км. Для этих наблюдений параметр η изменяется от 0,27 для расстояний 16 км до 9,0 для 528 км.

Формула (5.2а) для расчета энергии E_P реально действующего сейсмического источника при подземном взрыве и формула (5.6а) для энергии $E_P(\Delta)$ эффективного источника позволяют выяснить, что представляет собой магнитуда m_b подземного взрыва, как она связана с энергией E_P и от каких параметров зависит калибровочная кривая $\sigma(\Delta)$ для подземных взрывов в градиентной поглощающей среде.

Рассмотрим лучевую трубку раствора de_h с началом в точке взрыва на глубине h под поверхностью Земли. Элементарная сейсмическая энергия, излученная взрывом в трубку раствора de_h , равна $dE_P = \frac{1}{2} E_P \cos e_h |de_h|$, как для сферически-симметричного источника (гл. I, § 2). Используя выражение (5.6а) при $\eta = 0$, получим для E_P

$$dE_P = \frac{2\rho}{c_P} a_H^2 \omega_H^3 Q I(0, B_H) \cos e_h |de_h|, \quad (5.8a)$$

а для $dE_P(\Delta)$

$$dE_P(\Delta) = \frac{2\rho}{c_P} a_H^2 \omega_H^3 Q I(\eta, B_H) \cos e_h |de_h|, \quad (5.8b)$$

где $I(\eta, B_H)$ определяется по формуле (5.6б).

На основании формул (5.8а) и (5.8б) $dE_P(\Delta) = dE_P I(\eta, B_H) / I(0, B_H)$, а так как, по определению эффективного источника, его энергия равна энергии $dE_P(\Delta)$ (формула (1.18а)), наблюдаемой на эпизентральном расстоянии Δ , то легко получить, что вся сейсмическая энергия, излученная подземная взрывом, равна

$$E_P = 2\pi R^2 \rho_1 c_{P_1} G(\Delta) \frac{I(0, B_H)}{I(\eta, B_H)} \int_0^1 v^2 dt.$$

Прологарифмируем это выражение, тогда получим

$$\lg E_P = \lg \int_0^1 v^2 dt + \lg [G(\Delta) / I(\eta, B_H)] + C, \quad (5.9)$$

$$C = \lg (2\pi R^2 \rho_1 c_{P_1} I(0, B_H)).$$

Постоянная C зависит лишь от скорости продольной волны и плотности среды в пункте наблюдения.

Сравним теперь (5.9) с формулой для определения магнитуды (Ванек и др., 1962)

$$m_b = \lg v_{\max} + \sigma(\Delta). \quad (5.10)$$

Здесь v_{\max} – максимальная скорость смещения на сейсмограмме, $\sigma(\Delta)$ – калибровочная кривая.

Если в (5.9) положить приближенно

$$\int_0^{\tau_1} v^2 dt = v_{\max}^2 \tau_1,$$

где τ_1 – продолжительность записи волны на сейсмограмме, и учесть, что в диапазоне эпицентральных расстояний Δ от 20 до 100° и для различных Q время τ_1 слабо зависит от Δ и Q , то

$$\lg E_P = 2 \lg v_{\max} + \lg [G(\Delta) \tau_1(\Delta, Q) / I(\eta, B_H)] + C. \quad (5.11)$$

Сравнивая (5.10) и (5.11), получим, что $\lg E_P = 2m_b + C$, если считать, что калибровочная кривая $\sigma(\Delta)$ определяется выражением

$$\sigma(\Delta) = \frac{1}{2} \lg [G(\Delta) \tau_1(\Delta, Q) / I(\eta, B_H)].$$

В правой части этой формулы стоит функция не только от эпицентрального расстояния Δ , но и от мощности взрыва Q , которая входит в выражение $\eta = 2\beta_{\text{ср}} \omega_H \Delta / \sqrt[3]{Q}$ и τ_1 . Следовательно, для подземных взрывов калибровочная кривая зависит не только от эпицентрального расстояния, но и от мощности взрыва Q .

На рис. 5.3 представлены кривые $\sigma(\Delta, Q)$, подсчитанные для различных значений Q (пунктир), и калибровочная кривая $\sigma_{\text{рв}}$, полученная в работе Ванека и др. (1962) (сплошная кривая). Из рисунка видно, что только для ограниченного диапазона изменения мощности взрыва пунктирные кривые совпадают со сплошной. Для остальных значений Q пунктирные кривые для больших значений Δ ($\Delta > 40^\circ$) отходят от сплошной кривой.

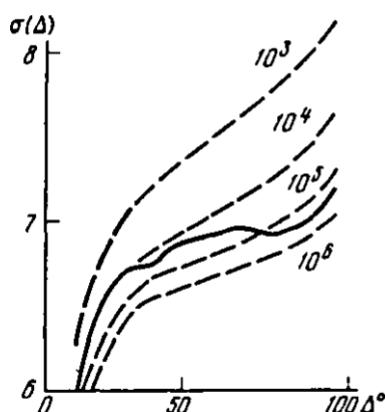


Рис. 5.3. Калибровочные кривые $\sigma(\Delta, Q)$ для различных значений Q , кт (пунктир) и калибровочная кривая $\sigma_{\text{рв}}$, полученная Ванеком и др. (1962) (сплошная линия)

2. Взрыв в полупространстве

В реальных условиях взрывы производятся на небольшой глубине от свободной поверхности, а наблюдения ведутся в основном на самой свободной поверхности. Если предположить, что взрыв производится в идеально упругом однородном полупространстве, то для наблюдателя, находящегося на свободной поверхности, волновая картина будет более сложной, нежели для наблюдателя, находящегося в безграничном пространстве. Действительно, предположим, как и в § 1, что источником сейсмических колебаний при взрыве является давление, равномерно распределенное по поверхности сферы и изменяющееся во времени. Такой источник в идеально упругом однородном пространстве будет излучать только объемную продольную волну, и наблюдатель, находящийся в безграничном пространстве, будет фиксировать только ее. Если же наблюдатель находится на свободной поверхности, то, помимо прямой продольной волны взрыва, он зафиксирует отраженную продольную волну, поперечную волну и поверхностную волну Релея. Если же среда, в которой произведен взрыв, неоднородная, то для наблюдателя, находящегося на свободной поверхности, волновая картина будет еще более сложной из-за многочисленных отраженных и преломленных волн, приходящих к нему от границ неоднородностей.

В этом параграфе будет рассмотрено влияние свободной поверхности на волновую картину для наблюдателя, находящегося непосредственно над взрывом (в эпицентре) и на различном расстоянии от эпицентра. Задачей об определении упругого смещения свободной поверхности в эпицентральной зоне подземного источника занимались давно. Так, Пинни (Pinney, 1954) опубликовал решение для случая точечного источника, действующего во времени как δ -функция. Огурцов (1960) опубликовал формулы для упругого смещения только в эпицентре взрыва, представляя взрыв в виде сосредоточенной силы, действующей как произвольная функция времени. Оницко и Шемякин (1961) получили формулы для расчета упругого смещения свободной поверхности на различных эпицентральных расстояниях от подземного взрыва. Взрыв заменялся сферой внутри среды, на границе которой была задана скорость упругого смещения частиц среды как произвольная функция от времени. Решение выражено с помощью функции Грина. Последняя характеризует упругое смещение свободной поверхности, когда на поверхности сферы, внутри среды, скорость упругого смещения имеет вид функции Хевисайда $H(t)$. Наконец, в 1966 г. Бикрофт (Bickford, 1966) повторил работу Оницко и Шемякина.

Пусть на глубине h от свободной поверхности происходит взрыв заряда весом Q (рис. 5.4). Для того чтобы выделить эффект свободной границы в чистом виде, предположим, что среда идеально упругая, однородная. Как и в § 1, будем считать, что источником сейсмических колебаний при взрыве является сфера радиуса R_0 , на границе которой задан приведенный потенциал $\phi_0(t - R_0/c_p)$ или радиальное смещение точек поверхности сферы

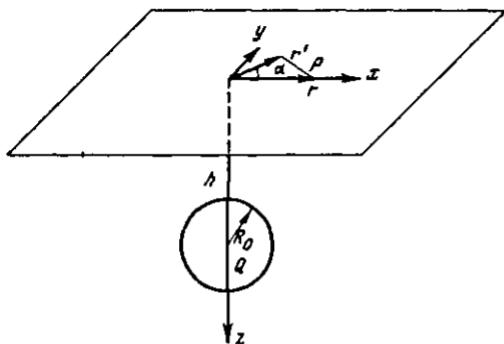


Рис. 5.4. Схематическое представление подземного взрыва в полупространстве

$u(t, R_0)$. Время t отсчитывается от момента взрыва. Зная $u(t, R_0)$, легко подсчитать приведенный потенциал, если воспользоваться соотношением

$$u(t, R_0) = \left[-\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{\phi_0(t - (R - R_0)/c_P)}{R} \right) \right]_{R=R_0} \quad (5.12)$$

Отсюда

$$\phi_0(t) = R_0 c_P \int_0^t u(t_1, R_0) e^{-(t-t_1)c_P/R_0} dt_1. \quad (5.13)$$

Обозначим $\Phi_0(t) = -\phi_0(t)/R$ и представим ϕ_0 , а значит и Φ_0 , в виде интеграла Фурье

$$\Phi_0(t - \frac{R - R_0}{c_P}) = - \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_0(\omega) \frac{\exp[i\omega(t - (R - R_0)/c_P)]}{R} d\omega, \quad (5.14)$$

где $\Psi_0(\omega)$ — образ Фурье $\phi_0(t)$.

Чтобы найти упругое смещение свободной поверхности, введем продольный Φ и поперечный Ψ потенциалы. Сначала найдем их для каждой частоты ω , а затем проинтегрируем по всем частотам. Потенциалы Φ и Ψ должны удовлетворять волновым уравнениям

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{1}{c_P^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2}, \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{1}{c_S^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2}$$

внутри полупространства, краевым условиям $\sigma_{zz} = \sigma_{rz} = 0$ на свободной поверхности $z = 0$ и должны быть равны потенциалу Φ_0 на поверхности сферы радиуса R_0 внутри полупространства.

Будем искать Φ и Ψ в виде:

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_{01} + \Phi_{02}, \quad \Psi = \Psi_{02}.$$

Здесь Φ_{01} — потенциал в безграничной среде от источника, симметричного данному относительно свободной поверхности $z = 0$, Φ_{02}, Ψ_{02} — потенциалы полупространства от поверхностного источника — напря-

жения, созданного взрывом, и зеркальным отображением его относительно плоскости $z = 0$. В этой задаче смещения не зависят от азимута, и вектор Ψ_{02} имеет только одну компоненту. Обозначим ее через Ψ .

Представляя выражение $e^{i\omega R/c_P}/R$ в виде интеграла Зоммерфельда

$$\frac{e^{i\omega R/c_P}}{R} = \int_0^{\infty} e^{-h\sqrt{k^2 - k_P^2}} J_0(kr) \frac{k dk}{\sqrt{k^2 - k_P^2}},$$

после несложных выкладок получим:

$$\begin{aligned} \Phi &= -2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \Psi_0(\omega) e^{i\omega \tilde{t}} J_0(kr) f_{\Phi}(\omega, k) k dk d\omega, \\ \Psi &= 4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \Psi_0(\omega) e^{i\omega \tilde{t}} J_0(kr) f_{\Psi}(\omega, k) k dk d\omega. \end{aligned} \quad (5.15a)$$

В цилиндрической системе координат (r, α, z) с центром на поверхности Земли и при следующих обозначениях:

$$\tilde{t} = t + R_0/c_P = t + t_0; \quad \nu_{\lambda} = \sqrt{k^2 - k_{\lambda}^2}; \quad k_{\lambda} = \omega/c_{\lambda}; \quad \lambda = (P, S),$$

функции f_{Φ} и f_{Ψ} определяются в виде:

$$\begin{aligned} f_{\Phi} &= e^{-(h\nu_P + z\nu_S)} \frac{(k^2 + \nu_S^2) F_{\Phi}}{\nu_P}; \\ f_{\Psi} &= e^{-(h\nu_P + z\nu_S)} \frac{(k^2 + \nu_S^2) F_{\Psi}}{F}; \\ F_{\Phi} &= \frac{\operatorname{ch}(z\nu_P) e^{z\nu_S}}{k^2 + \nu_S^2} - \frac{k^2 + \nu_S^2}{F}; \\ F_{\Psi} &= 1/F; \quad F = (k^2 + \nu_S^2)^2 - 4k^2 \nu_P \nu_S = F(k). \end{aligned} \quad (5.15b)$$

Смещение свободной поверхности ($z = 0$), вычисленное по потенциалам Φ и Ψ , имеет вид

$$u_z(t, r) = \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c_S^2} \Psi;$$

$$u_r(t, r) = \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r \partial z}.$$

Подставляя значения Φ и Ψ из (5.15а), получим

$$u_z = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \Psi_0(\omega) J_0(kr) \frac{e^{i\omega\tilde{t}}}{e^{\nu_P h}} \frac{k_S^2 (k^2 + \nu_S^2)}{F(k)} k dk d\omega = 2I_1; \quad (5.16)$$

$$u_r = -4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \Psi_0(\omega) J_0(kr) \frac{e^{i\omega\tilde{t}}}{e^{\nu_P h}} \frac{k_S \nu_S k^2}{F(k)} k dk d\omega = -4I_2.$$

Формулы (5.16) совпадают с формулами (22)–(23) Бикрофта (Buckroft, 1966), если в (5.16) положить $\Psi_0(\omega) = u_1 R_1^2 / 2\pi \omega^2$, $\omega = \lambda k c_P$, $\gamma = c_S / c_P$. Однако менять в (5.16) порядок интегрирования так, как сделано Бикрофтом, нельзя, поскольку при этом неправильно выделяется функция источника, а это влечет за собой нарушение принципа причинности в окончательных формулах. Это означает, что смещение свободной поверхности, получаемое в окончательных формулах, не равно нулю для времен, меньших времени прихода продольной волны в рассматриваемую точку свободной поверхности. Следовательно, согласно решению этого автора свободная поверхность начинает двигаться с момента взрыва $t = 0$ так, как будто продольная волна, вызывающая это движение, двигается с бесконечно большой скоростью.

Для того чтобы привести (5.16) к виду, удобному для расчетов, рассмотрим интегралы I_1 и I_2 .

Перепишем I_1 и I_2 в виде

$$I_1 = -\frac{\partial}{\partial h} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \Psi_0(\omega) e^{i\omega\tilde{t}} \frac{e^{-\nu_P h}}{\nu_P} k_S^2 \frac{2k^2 - k_S^2}{F(k)} J_0(kr) k dk d\omega; \quad (5.17)$$

$$I_2 = -\frac{\partial}{\partial r} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \Psi_0(\omega) e^{i\omega\tilde{t}} \frac{e^{-\nu_P h}}{\nu_P} k_S^2 \frac{\nu_P \nu_S}{F(k)} J_1(kr) k dk d\omega.$$

Обозначим

$$K_1(\omega, k) = \Psi_0(\omega) e^{i\omega t_0} \frac{e^{-\nu_P h}}{\nu_P} k_S^2; \quad (5.18)$$

$$K_2(\omega, k) = \frac{2k^2 - k_S^2}{F(k)}; \quad (5.19)$$

$$K_3(\omega, k) = \frac{\nu_P \nu_S}{F(k)}. \quad (5.20)$$

Функция $\int_0^{\infty} K_1(\omega, k) dk$ есть преобразование Фурье – Бесселя второй производной по t от потенциала $\Phi_0(i - R/c_P)$, ($\Phi_0 = -\phi_0/R$), где

$R = \sqrt{h^2 + r^2}$). Действительно, представив в формуле (5.14) $e^{i\omega R/c_P/R}$ в виде интеграла Зоммерфельда и дифференцируя (5.14) два раза по t , получим

$$\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial t^2} - \frac{1}{R} = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \Psi_0(\omega) e^{i\omega \tilde{t}} \frac{e^{-\nu \frac{h}{P}}}{\nu P} \omega^2 J_0(kr) kdkd\omega.$$

Используя (5.18), можно эту формулу переписать в виде:

$$\frac{\ddot{\phi}_0(t - R/c_P)}{R} = -c_S^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} K_1(\omega, k) J_0(kr) e^{i\omega t} kdkd\omega.$$

Отсюда следует, что

$$K_1(\omega, k) = -\frac{1}{2\pi c_S^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\ddot{\phi}_0[t' - (R - R_0)/c_P]}{R} J_0(kr) e^{-i\omega t'} r dr dt'. \quad (5.21)$$

Образы Фурье – Бесселя для функций $K_2(\omega, k)$ и $K_3(\omega, k)$ обозначим через W_z и W_r , т.е.

$$K_2(\omega, k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} W_z(t, r) J_0(kr) e^{-i\omega t} r dr dt; \quad (5.22)$$

$$K_3(\omega, k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} W_r(t, r) J_0(kr) e^{-i\omega t} r dr dt. \quad (5.23)$$

Для удобства дальнейших выкладок представим $J_0(kr)$ в виде (Градштейн, Рыжик, 1963)

$$J_0(kr) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{\pm ikr \cos \alpha} d\alpha. \quad (5.24)$$

Тогда интегралы I_1 и I_2 примут вид

$$I_1 = -\frac{\partial}{\partial h} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} K_1(\omega, k) K_2(\omega, k) e^{i(\omega t + kr \cos \alpha)} kdkd\omega d\alpha;$$

$$I_2 = -\frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} K_1(\omega, k) K_3(\omega, k) e^{i(\omega t + kr \cos \alpha)} kdkd\omega d\alpha.$$

На свободной поверхности при $z = 0$ вместо полярных координат r и α введем прямоугольные координаты (x, y) (см. рис. 5.4). После некоторых преобразований получим

$$I_1 = \frac{\partial}{\partial h} \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{c_S^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{1}{R_1} \ddot{\phi}_0(t' - \frac{R - R_0}{c_P}) W_z(t - t', x', y') dt' dx' dy';$$

$$I_2 = \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{c_S^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{R_1} \dot{\phi}_0(t' - \frac{R-R_0}{c_P}) W_r(t-t', x', y') dt' dx' dy',$$

$$\text{где } R_1 = \sqrt{h^2 + (x-x')^2 + (y-y')^2}$$

Теперь выражения (5.16) для смещений u_r , u_z можно переписать в виде:

$$u_z = 2 \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{c_S^2} \frac{\partial}{\partial h} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{R_1} \dot{\phi}_0(t' - \frac{R-R_0}{c_P}) W_z(t-t', x', y') dt' dx' dy',$$

$$u_r = -4 \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{c_S^2} \frac{\partial}{\partial r} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{R_1} \dot{\phi}_0(t' - \frac{R-R_0}{c_P}) \times$$

$$\times W_r(t-t', x', y') dt' dx' dy'. \quad (5.25)$$

Определим функции W_z и W_r . Из (5.22) и (5.23) имеем

$$W_z(t, r) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} K_2(\omega, k) e^{i\omega t} J_0(kr) k dk d\omega;$$

$$W_r(t, r) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} K_3(\omega, k) e^{i\omega t} J_0(kr) k dk d\omega.$$

Подставляя сюда значения $K_2(\omega, k)$ из (5.19) и $K_3(\omega, k)$ из (5.20), получим

$$W_z(t, r) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{2k^2 - k_S^2}{F(k)} J_0(kr) e^{i\omega t} k dk d\omega;$$

$$W_r(t, r) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\nu_S \nu_P}{F(k)} J_0(kr) e^{i\omega t} k dk d\omega.$$

Положим в этих интегралах $\lambda = \omega/kc_S$, $\gamma = c_S/c_P$. Тогда

$$W_z(t, r) = c_S \int_0^{\infty} J_0(kr) dk \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(2-\lambda^2) c}{(2-\lambda^2)^2 - 4\sqrt{1-\lambda^2}\gamma^2 \sqrt{1-\lambda^2}} \frac{i\lambda k c_S t}{\sqrt{1-\lambda^2}} d\lambda;$$

$$W_r(t, r) = c_S \int_0^{\infty} J_0(kr) dk \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{(2-\lambda^2)^2 - 4\sqrt{1-\lambda^2}\gamma^2 \sqrt{1-\lambda^2}} \frac{\sqrt{1-\lambda^2} \sqrt{1-\gamma^2}\lambda^2 c}{\sqrt{1-\lambda^2}} \frac{i\lambda k c_S t}{\sqrt{1-\lambda^2}} d\lambda.$$

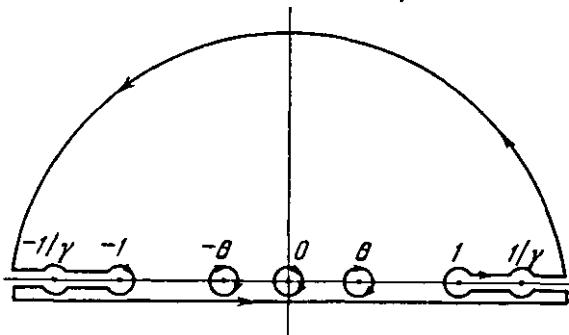


Рис 5.5 Контур интегрирования в комплексной плоскости λ

Рассмотрим интегралы

$$j_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(2-\lambda^2) e^{i\lambda k c S^t} d\lambda}{(2-\lambda^2)^2 - 4\sqrt{1-\lambda^2} \gamma^2 \sqrt{1-\lambda^2}};$$

$$j_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{1-\lambda^2} \sqrt{1-\gamma^2 \lambda^2} e^{i\lambda k c S^t} d\lambda}{(2-\lambda^2)^2 - 4\sqrt{1-\gamma^2 \lambda^2} \sqrt{1-\lambda^2}}.$$

Подынтегральные функции этих интегралов имеют точки ветвления $\lambda = \pm 1, \pm 1/y$, полюс в точке $\lambda = \pm \theta$ (θ – корень уравнения $(2-\lambda^2)^2 - 4\sqrt{1-\lambda^2} \sqrt{1-\gamma^2 \lambda^2} = 0$) и двойной полюс при $\lambda = 0$.

Для того чтобы вычислить интегралы j_1 и j_2 , сделаем разрезы по вещественной оси от $+1$ до $+\infty$ и от -1 до $-\infty$ и заменим интегралы от $-\infty$ до $+\infty$ интегралами по контуру в верхней полуплоскости с учетом знаков корней на каждом берегу разрезов (рис. 5.5). Тогда

$$j_1 = 2\pi i \sum_{\substack{\lambda = \pm \theta \\ \lambda = 0}} \text{Res}_{\lambda} - 16 \int_1^{1/y} \frac{(2-\lambda^2) \sqrt{\lambda^2 - 1} \sqrt{1-\gamma^2 \lambda^2}}{(2-\lambda^2)^4 + 16(\lambda^2 - 1)(1-\gamma^2 \lambda^2)} \sin(k c S^t \lambda) d\lambda;$$

$$j_2 = 2\pi i \sum_{\substack{\lambda = \pm \theta \\ \lambda = 0}} \text{Res}_{\lambda} - 4 \int_1^{1/y} \frac{(2-\lambda^2)^2 \sqrt{\lambda^2 - 1} \sqrt{1-\gamma^2 \lambda^2}}{(2-\lambda^2)^4 + 16(\lambda^2 - 1)(1-\gamma^2 \lambda^2)} \sin(k c S^t \lambda) d\lambda.$$

Сумма вычетов относительно $\lambda = \pm \theta, \lambda = 0$ для j_1 равна

$$-4\pi \frac{2-\theta^2}{b\theta} \sin(\theta k c S^t) + 2\pi \frac{k c S^t}{1-\gamma^2},$$

где

$$b = -4 \left\{ 2 - \theta^2 - \frac{y^2 \sqrt{1-\theta^2}}{\sqrt{1-y^2 \theta^2}} - \frac{\sqrt{1-y^2 \theta^2}}{\sqrt{1-\theta^2}} \right\},$$

$\theta = c_R / c_P$; $y = c_S / c_P$; c_R — скорость волны Релея.

Сумма вычетов для интеграла j_2 равна

$$-4\pi \frac{\sqrt{1-\theta^2} \sqrt{1-y^2 \theta^2}}{b\theta} \sin(\theta k c_S t) + \pi \frac{k c_S t}{1-y^2}.$$

Обозначим

$$F_1(\lambda) = \frac{(2-\lambda^2) \sqrt{1-y^2 \lambda^2} \sqrt{\lambda^2-1}}{(2-\lambda^2)^4 + 16(\lambda^2-1)(1-y^2 \lambda^2)};$$

$$b_1(\theta) = \frac{2(2-\theta^2)}{\pi b \theta}; \quad b_2(\theta) = \frac{4 \sqrt{1-\theta^2} \sqrt{1-y^2 \theta^2}}{\pi b \theta}.$$

В этих обозначениях

$$W_z(t, r) = -2\pi^2 b_1(\theta) c_S \int_0^\infty \sin(\theta k c_S t) J_0(kr) dk + 2\pi \frac{c_S t}{1-y^2} \int_0^\infty J_0(kr) k dk -$$

$$-16 c_S \int_1^{1/y} F_1(\lambda) d\lambda \int_0^\infty \sin(\lambda k c_S t) J_0(kr) dk;$$

$$W_r(t, r) = -\pi^2 b_2(\theta) c_S \int_0^\infty \sin(\theta k c_S t) J_0(kr) dk + \frac{\pi c_S t}{1-y^2} \int_0^\infty J_0(kr) k dk -$$

$$-4 c_S \int_1^{1/y} (2-\lambda^2) F_1(\lambda) d\lambda \int_0^\infty \sin(\lambda k c_S t) J_0(kr) dk.$$

В эти выражения входят интегралы вида

$$\int_0^\infty \sin(ukc_S t) J_0(kr) dk \quad \text{и} \quad \int_0^\infty J_0(kr) k dk,$$

а известно (Градштейн, Рыжик, 1963), что

$$\int_0^\infty \sin(ukc_S t) J_0(kr) dk = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{u^2 t^2 c_S^2 - r^2}}, & r < u t c_S; \\ 0, & r > u t c_S; \end{cases} \quad (5.26a)$$

$$\int_0^\infty J_0(kr) k dk = \frac{\delta(r)}{r}. \quad (5.26b)$$

Теперь выражения для $W_z(t, r)$ и $W_r(t, r)$ принимают вид:

$$W_z(t, r) = -2\pi^2 b_1(\theta) c_S \operatorname{Re} \frac{1}{\sqrt{\theta^2 t^2 c_S^2 - r^2}} + \frac{2\pi c_S^2 t}{1-\gamma^2} \frac{\delta(r)}{r} -$$

$$- 16 c_S \int_1^{1/\gamma} F_1(\lambda) \operatorname{Re} \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 t^2 c_S^2 - r^2}} d\lambda,$$

$$W_r(t, r) = -\pi^2 b_2(\theta) c_S \operatorname{Re} \frac{1}{\sqrt{\theta^2 t^2 c_S^2 - r^2}} + \frac{\pi c_S^2}{1-\gamma^2} \frac{t \delta(r)}{r} -$$

$$- 4 c_S \int_1^{1/\gamma} (2-\lambda^2) F_1(\lambda) \operatorname{Re} \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 t^2 c_S^2 - r^2}} d\lambda.$$

Здесь

$$\operatorname{Re} \left[\frac{(mtc_S)^2 - r^2}{[(mtc_S)^2 - r^2]} \right]^{1/2} = \frac{H(mtc_S - r)}{[(mtc_S)^2 - r^2]^{1/2}}, \quad (5.27)$$

где $H(\lambda)$ – функция Хевисайда и $m = (\theta, \lambda)$.

Первое слагаемое у функций W_z и W_r обращается в нуль при $r > \theta t c_S$, а интегральный член – при $r > \gamma^{-1} t c_S$. Равенство (5.27) обеспечивает соблюдение принципа причинности.

В формулах (5.25) перейдем снова к полярным координатам (r, α) . Пределы интегрирования по t' , r' и α определяются свойствами функций ϕ_0 и W_z или W_r . Приведенный потенциал ϕ_0 и все его производные обращаются в нуль при $t' < (R_1 - R_0)/c_P$ ($R_1 = \sqrt{h^2 + (x-x')^2 + (y-y')^2}$), а функции W_z и W_r – при r , удовлетворяющем неравенствам (5.27).

Запишем выражения для u_z и u_r :

$$u_z = -\frac{1}{\pi^2 c_S} \frac{\partial}{\partial h} \left\{ \pi^2 b_1(\theta) \int_{S_1} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{\ddot{\phi}_0(t'-t'_0)}{\sqrt{h^2 + \rho^2}} \frac{r' dr' dt' d\alpha}{\sqrt{\theta^2(t-t')^2 c_S^2 - r'^2}} - \right.$$

$$-\frac{\pi c_S}{1-\gamma^2} \int_0^{\infty} \int_0^{t'} \int_0^{2\pi} \frac{\ddot{\phi}_0(t'-t'_0)}{\sqrt{h^2 + \rho^2}} \frac{(t-t') \delta(r')}{r'} r' dr' dt' d\alpha +$$

$$+\left. 8 \int_{S_2} \int_0^1 \int_0^{1/\gamma} \frac{2\pi}{\sqrt{h^2 + \rho^2}} \frac{\ddot{\phi}_0(t'-t'_0)}{\sqrt{\lambda^2(t-t')^2 c_S^2 - r'^2}} \frac{F_1(\lambda) r' dr' dt' d\alpha}{S} d\lambda \right]; \quad (5.28a)$$

$$\begin{aligned}
u_r = & \frac{1}{\pi^2 c_S} \frac{\partial}{\partial r} \left[\pi^2 b_2(\theta) \int_{S_1} \int_0^{2\pi} \frac{\ddot{\phi}_0(t' - t'_0)}{\sqrt{h^2 + \rho^2}} \frac{r' dr' dt' d\alpha}{\sqrt{\theta^2(t - t')^2 c_S^2 - r'^2}} \right. \\
& - \frac{\pi c_S}{1 - \gamma^2} \int_0^\infty \int_{t'_0(r')}^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\ddot{\phi}_0(t' - t'_0)}{\sqrt{h^2 + \rho^2}} \frac{(t - t') \delta(r)}{r'} r' dr' dt' d\alpha + \\
& \left. + 4 \int_{S_2} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{1/\gamma \ddot{\phi}_0(t' - t'_0)}{\sqrt{h^2 + \rho^2}} \frac{(2 - \lambda^2) F_1(\lambda) r' dr' dt' d\alpha}{\sqrt{\lambda^2(t - t')^2 c_S^2 - r'^2}} d\lambda \right]. \quad (5.28 \text{b})
\end{aligned}$$

Здесь $\rho = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$; $x^2 + y^2 = r^2$, $x'^2 + y'^2 = r'^2$, $\rho^2 = r^2 + r'^2 - 2r' \cos \alpha$; S_1 — площадь в плоскости (t', r') , ограниченная осью ординат, кривой $t' = t'_0 = (\sqrt{h^2 + \rho^2} - R_0)/c_P$ и прямой $r' = (t - t')\theta c_S$; S_2 — аналогичная площадь, ограниченная прямой $r' = (t - t')\lambda c_S$.

Площади S_1 или S_2 показаны на рис. 5.6.

После ряда преобразований и выкладок получим окончательно

$$u_z(t, r) = -\frac{1}{hc_P} \int_0^{t_1 x(T_1)} \ddot{\phi}_0(r) K_z[x'(r), r/h] dr - \frac{2}{1 - \gamma^2} \frac{\partial}{\partial h} \left[-\frac{\phi_0(\tilde{t} - T_1)}{R} \right]; \quad (5.29)$$

$$u_r(t, r) = \frac{1}{hc_P} \int_0^{t_1 x(T_1)} \ddot{\phi}_0(r) K_r[x(r), r/h] dr + \frac{2}{1 - \gamma^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[-\frac{\phi_0(\tilde{t} - T_1)}{R} \right],$$

где

$$x = x(r) = (t - r + t_0)/t_1 = (\tilde{t} - r)/t_1;$$

$$t_0 = R_0/c_P; \quad t_1 = h/c_P; \quad \tilde{t} = r/h; \quad T_1 = R/c_P,$$

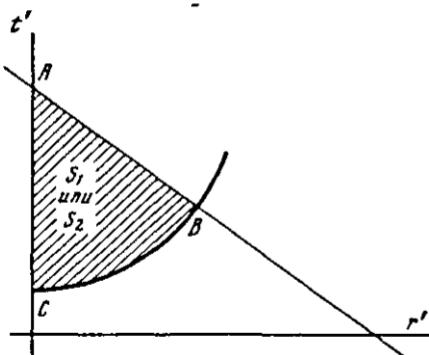


Рис. 5.6. Вид площадей S_1 и S_2

а функции K_z и K_r определены следующим образом

$$\begin{aligned}
 K_z(x, \tilde{a}) &= b_1(\theta) \int_0^\theta \frac{vdv}{\sqrt{\theta^2 - v^2}} \int_0^{2\pi} F_z(v, \phi) d\phi = \\
 &= -\frac{8}{\pi^2} \int_1^{1/\gamma} F_1(\lambda) d\lambda \int_0^\lambda \frac{vdv}{\sqrt{\lambda^2 - v^2}} \int_0^{2\pi} F_z(v, \phi) d\phi; \\
 K_r(x, \tilde{a}) &= -b_2(\theta) \int_0^\theta \frac{vdv}{\sqrt{\theta^2 - v^2}} \int_0^{2\pi} F_r(v, \phi) d\phi = \\
 &= -\frac{4}{\pi^2} \int_1^{1/\gamma} F_1(\lambda)(2 - \lambda^2) d\lambda \int_0^\lambda \frac{vdv}{\sqrt{\lambda^2 - v^2}} \int_0^{2\pi} F_r(v, \phi) d\phi,
 \end{aligned} \tag{5.30}$$

причем

$$\begin{aligned}
 F_z &= \frac{x - \tilde{a}v\gamma \cos \phi}{[(x - \tilde{a}v\gamma \cos \phi)^2 - (1 - v^2\gamma^2)(x^2 - 1 - \tilde{a}^2)]^{3/2}}, \\
 F_r &= \frac{\tilde{a}(x - \tilde{a}v\gamma \cos \phi) - v\gamma \cos \phi(x^2 - 1 - \tilde{a}^2)}{[(x - \tilde{a}v\gamma \cos \phi)^2 - (1 - v^2\gamma^2)(x^2 - 1 - \tilde{a}^2)]^{3/2}}.
 \end{aligned}$$

Таким образом, в полупространстве смещение свободной поверхности под воздействием подземного взрыва состоит из двух частей:

1) упругое смещение, вызванное прямой продольной волной взрыва,

$$u_{1z} = -\frac{2}{1 - \gamma^2} \frac{\partial}{\partial h} \left[-\frac{\phi_0(t - (R - R_0)/c_P)}{R} \right];$$

$$u_{1r} = \frac{2}{1 - \gamma^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[-\frac{\phi_0(t - (R - R_0)/c_P)}{R} \right].$$

Множитель $2/(1 - \gamma^2)$ появляется за счет отражения прямой продольной волны от границы полупространства в точке наблюдения. При $\gamma = 3^{-1/2}$ для коэффициента Пуассона, равного 0,25, этот множитель равен 3, т.е. смещение границы полупространства на расстоянии R от взрыва втрое больше соответствующего смещения в неограниченной среде;

2) упругое смещение, вызванное действием поверхностного источника,

$$u_{2z} = -\frac{1}{h c_P} \int_0^{t - T_1 + t_0} \phi_0(r) K_z \left(\frac{t - r + t_0}{t_1}, \frac{r}{h} \right) dr; \tag{5.31}$$

$$u_{2r} = \frac{1}{hc_P} \int_0^{t-T_1+t_0} \ddot{\phi}_0(r) K_r \left(\frac{t-r+t_0}{t_1}, \frac{r}{h} \right) dr.$$

Поверхностный источник представляет собой давление, распределенное по поверхности Земли и изменяющееся во времени. Это давление появляется в результате воздействия прямой продольной волны от взрыва на свободную поверхность. В гл. III показано, что такой источник излучает не только продольную волну, но и поперечную и поверхностную волну Релея, причем максимум энергии источника излучается в поверхностную волну Релея. В § 3 этой главы будет подробно рассмотрена энергия поверхностной волны этого источника и показана ее зависимость от мощности и глубины взрыва. Здесь же заметим только, что на некотором расстоянии от эпицентра, где объемные волны отделяются от поверхностной волны Релея, максимальная амплитуда смещения (u_z, u_r) приходится именно на поверхность волну Релея.

Рассмотрим более подробно смещение (u_{2z}, u_{2r}), определяемое формулами (5.31). Функции K_z и K_r , стоящие под интегралом в формуле (5.31), являются функциями Грина для задачи о полупространстве. Их производные по времени представляют собой безразмерное упругое смещение свободной поверхности в случае, когда приведенный потенциал $\phi_0(r)$ выражается через функцию Хевисайда $H(x): \phi_0(r) = R_0^3 H(r c_P / R_0)$. Тогда

$$\ddot{\phi}_0(r) = \delta(r c_P / R_0) R_0^2 c_P^2. \quad (5.32)$$

Если в формулы (5.31) подставить значение $\ddot{\phi}_0(r)$ из (5.32), то получим

$$u_{2z} = -\frac{c_P R_0}{h} \int_0^{t-T_1+t_0} \delta(r \frac{c_P}{R_0}) K_z \left(\frac{t-r+t_0}{t_1}, \frac{r}{h} \right) dr; \quad (5.33)$$

$$u_{2r} = \frac{c_P R_0}{h} \int_0^{t-T_1+t_0} \delta(r \frac{c_P}{R_0}) K_r \left(\frac{t-r+t_0}{t_1}, \frac{r}{h} \right) dr.$$

Используя основное свойство δ -функции (Г.Корн, Т.Корн, 1970), имеем:

$$u_{2z}(t, r) = -\frac{R_0^3}{2h^2} \frac{\partial}{\partial t} K_z(\tilde{x}(t), \frac{r}{h});$$

$$u_{2r}(t, r) = \frac{R_0^3}{2h^2} \frac{\partial}{\partial t} K_r(\tilde{x}(t), \frac{r}{h}), \quad (5.34)$$

где $\tilde{x} = (t+t_0)/t_1$.

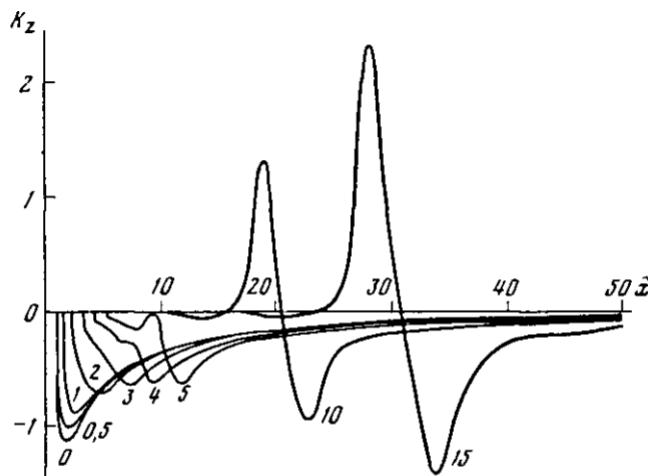


Рис. 5.7. Зависимость $K_z(\tilde{x}, r/h)$ от \tilde{x} для различных значений r/h

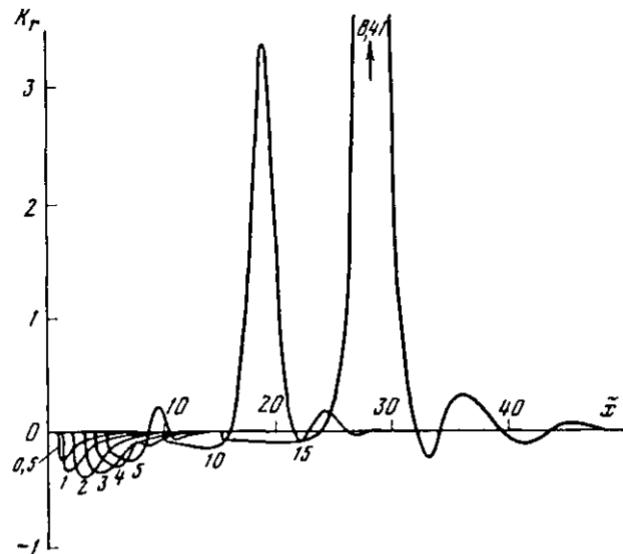


Рис. 5.8. Зависимость $K_r(\tilde{x}, r/h)$ от \tilde{x} для различных значений r/h

Функции $K_z(\tilde{x}, r/h)$ и $K_r(\tilde{x}, r/h)$ были подсчитаны на ЭВМ для некоторого набора значений параметра $\tilde{a} = r/h$. На рис. 5.7, 5.8 представлены графики функций $K_z(\tilde{x}, r/h)$ и $K_r(\tilde{x}, r/h)$ для различных значений параметра r/h . Начиная с расстояния $r = (5-7)h$, в моменты времени $t + t_0 = r/c_R$ выделяется волна Релея. По мере уве-

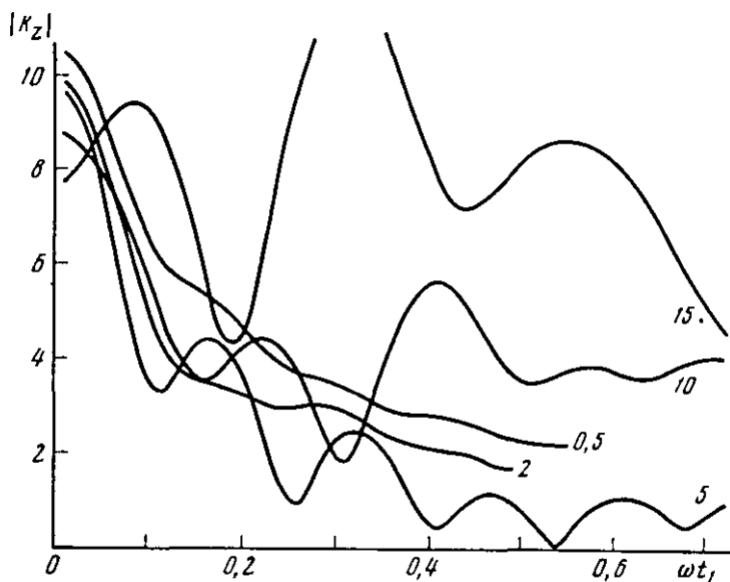


Рис. 5.9. Модули спектров функций K_z для различных значений r/h

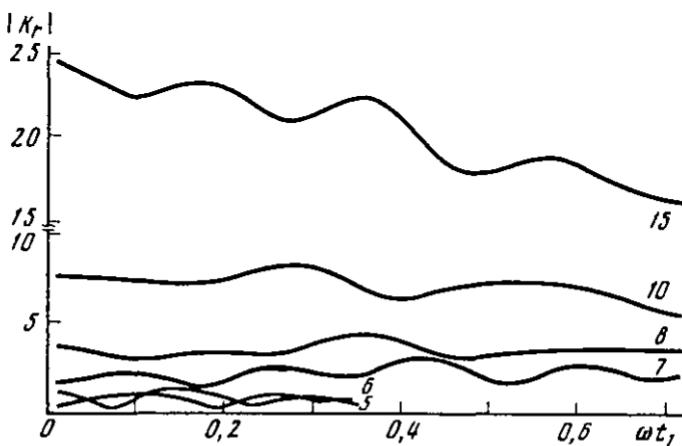


Рис. 5.10. Модули спектров функций K_r для различных значений r/h

личения r ее амплитуда становится преобладающей. Интерференционный характер волны Релея хорошо виден на рис. 5.9, 5.10, где представлены модули спектров функций K_z и K_r .

Пользуясь формулой (5.31) и численными значениями функций Грина $K_z(\tilde{x}, r/h)$ и $K_r(\tilde{x}, r/h)$, были рассчитаны смещения $u_{2z}(t, r/h)$

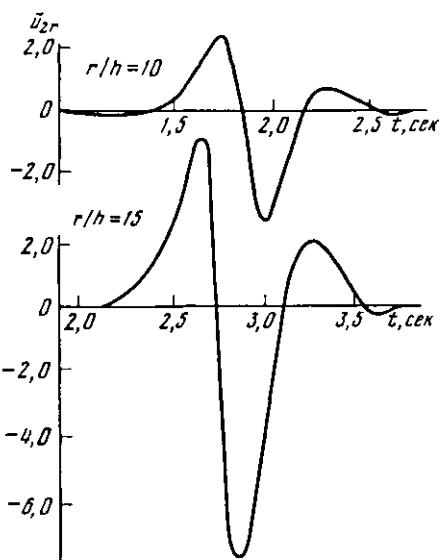
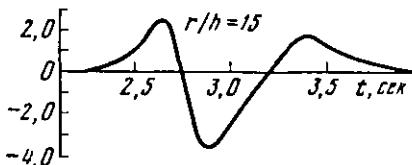
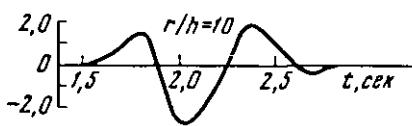
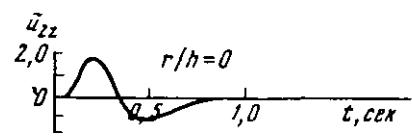


Рис. 5.11. Вертикальная компонента безразмерного смещения \tilde{u}_{2z} как функция времени для различных значений r/h

Рис. 5.12. Горизонтальная компонента безразмерного смещения \tilde{u}_{2r} , как функция времени для различных значений r/h и $u_{2r}(t, r/h)$

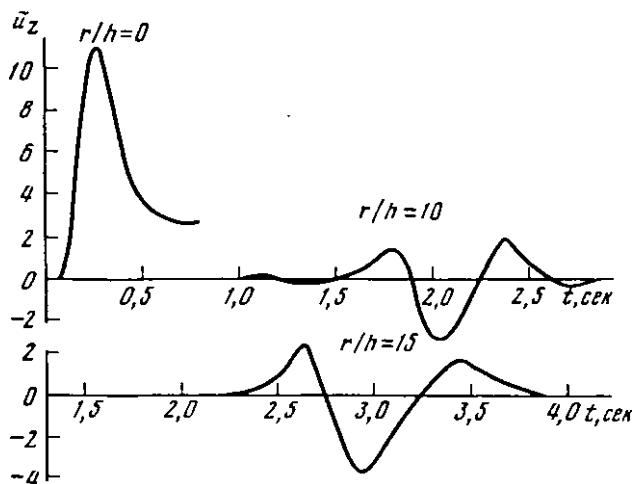


Рис. 5.13. Вертикальная составляющая полного смещения \tilde{u}_z как функция времени для различных значений r/h

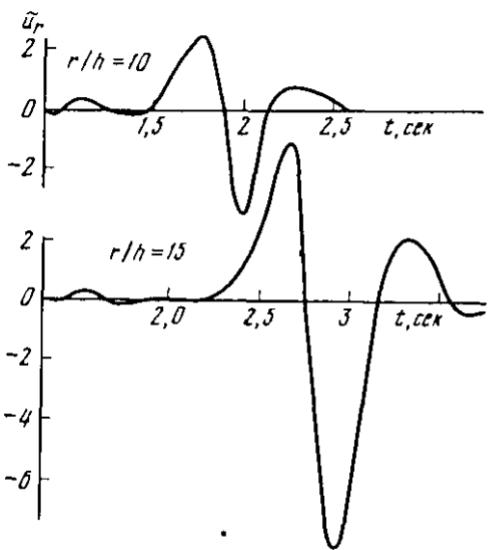


Рис. 5.14. Горизонтальная составляющая полного смещения \tilde{u}_r как функция времени для различных значений r/h

для одного конкретного примера. Функция $\phi_0(r)$ была получена двукратным дифференцированием приведенного потенциала (5.1a) ($B_H = 0,5$, $\Omega_H = 14,5$ сек $^{-1}$). Было принято, что $c_P = 5500$ м/сек, $h = 500$ м, $R_0 = 100$ м, $t = h/c_P = 0,0910$ сек, $t_0 = R_0/c_P = 0,0812$ сек.

На рис. 5.11, 5.12. представлены компоненты безразмерного смещения $\tilde{u}_{2z} = u_{2z} h^2/\phi(\infty)$, $\tilde{u}_{2r} = u_{2r} h^2/\phi(\infty)$, рассчитанные для значений параметра $\tilde{a} = r/h$, равных 0; 10 и 15.

Общее смещение точек свободной поверхности $\tilde{u}_z = u_z h^2/\phi(\infty)$, $\tilde{u}_r = u_r h^2/\phi(\infty)$ представлено на рис. 5.13, 5.14. Из этих рисунков видно, что при малых значениях параметра r/h ($r/h < 1$) смещение свободной поверхности определяется смещением в прямой продольной волне, приходящей в рассматриваемую точку поверхности. При больших значениях r/h ($r/h \approx 10 \div 15$) максимальная амплитуда смещения свободной поверхности приходится на волну Релея.

3. Поверхностная волна от подземного взрыва в полупространстве

Как уже указывалось в § 2, подземный взрыв в полупространстве можно моделировать с помощью следующих двух источников: сферически-симметричного излучателя в месте взрыва (или более сложного вида излучателя, если среда в месте взрыва неоднородна) и поверхности источника, представляющего собой давление, распределенное по поверхности Земли и изменяющееся во времени. Если первый источник в самом простом (сферически-симметричном) случае излучает только продольную волну, то второй излучает как продольную, так и поверхностную и поперечную. Для того чтобы вычислить энергию поверхностной волны от такого источника, определим вид давления $p(r, t)$, действующего на поверхности Земли. Полагаясь потенциалами Φ и Ψ (см. (5.15a)), можно получить сле-

дующее выражение для давления:

$$p(r, t) = 2\mu \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \Psi_0(\omega) e^{i\omega t} e^{-h\nu_P} \frac{k^2 + \nu_S^2}{\nu_P} J_0(kr) k dk d\omega. \quad (5.35)$$

Из (5.35) вытекает выражение для образа Фурье – Бесселя давления:

$$|p(\omega, k)| = 2\mu |\Psi_0(\omega)| e^{-h\sqrt{k^2 - \omega^2/c_P^2}} \frac{2k^2 - \omega^2/c_S^2}{\sqrt{k^2 - \omega^2/c_P^2}}. \quad .$$

Подставляя сюда $k = \omega/c_R$, получим

$$|p(\omega, \omega/c_R)| = 2\mu |\Psi_0(\omega)| e^{-h|\omega|/c_P} |\omega| \nu_2, \quad (5.36)$$

$$\text{где } \nu_1 = \sqrt{\frac{2}{c_P^2/c_R^2 - 1}} \text{ и } \nu_2 = (2/c_R^2 - 1/c_S^2)/\sqrt{1/c_R^2 - 1/c_P^2}.$$

Согласно формуле (3.13) энергия волны Релея, излученная таким поверхностным источником, равна

$$E_R = \frac{8\pi^3 c_R D_1}{c_S^2 \mu} \int_0^{\infty} |p(\omega, \omega/c_R)|^2 \omega^2 d\omega.$$

Подставим сюда выражение для $|p(\omega, \omega/c_R)|$ из (5.36), тогда получим

$$E_R = \frac{8\pi^3 c_R D_1}{c_S^2 \mu} 4\mu^2 \nu_2^2 \int_0^{\infty} |\Psi_0(\omega)|^2 e^{-2\nu_1 \omega h/c_P} \omega^4 d\omega. \quad (5.37)$$

Если для приведенного потенциала воспользоваться представлением Гаскелла (Haskell, 1967) (формула (5.1)), то по формуле (5.1д)

$$|\Psi_0(\omega)|^2 = \frac{1 + A_H(\omega/\Omega_H)^2}{[1 + (\omega/\Omega_H)^2]^5} \frac{1}{\omega^2} \left(\frac{\phi_0(\infty)}{2\pi} \right)^2$$

Подставим это выражение в (5.37) и заменим $\phi_0(\infty) = a_H Q$, тогда получим

$$E_R = D_2 Q^2 a_H^2 \int_0^{\infty} \frac{1 + A_H(\omega/\Omega_H)^2}{[1 + (\omega/\Omega_H)^2]^5} e^{-2\nu_1 \omega h/c_P} \omega^2 d\omega;$$

$$D_2 = \frac{8\pi c_R D_1 \mu}{c_S^2} \frac{(2/c_R^2 - 1/c_S^2)^2}{1/c_R^2 - 1/c_P^2}. \quad (5.38)$$

Подынтегральное выражение в (5.38) равно

$$\tilde{I}\left(\frac{\omega}{\Omega_H}, A_H, \frac{\hbar\Omega_H}{c_P}\right) = \frac{1 + A_H^2 (\omega/\Omega_H)^2}{[1 + (\omega/\Omega_H)^2]^5} \times \\ \times \exp\left[-2\sqrt{c_P^2/c_R^2 - 1} \frac{\Omega_H h}{c_P} \left(\frac{\omega}{\Omega_H}\right)\right] \omega^2, \quad (5.39)$$

или

$$\tilde{I}\left(\frac{\omega}{\Omega_H}, A_H, \frac{\hbar\Omega_H}{c_P}\right) = \frac{\omega_H^2}{Q^{2/3}} J(Y, B_H, x),$$

где

$$J(Y, B_H, x) = \frac{1 + A_H x^2}{(1 + x^2)^5} e^{-2\nu_1 Y x^2}, \quad (5.40)$$

$$\nu_1 = \sqrt{c_P^2/c_R^2 - 1}, Y = \omega_H h/c_P \sqrt[3]{Q}, x = \omega \sqrt[3]{Q}/\omega_H, A_H = 1 + 24 B_H.$$

Функция $J(Y, B_H, x)$ представляет собой частотный состав энергии волны Релея, излученной поверхностным источником. Назовем его частотным спектром энергии. Этот частотный спектр зависит от упругих и прочностных характеристик среды, в которой был произведен взрыв (параметры A_H, ω_H, c_P, c_S), глубины h и мощности взрыва Q .

Пусть взрывы происходят в одной и той же среде (фиксируем значения $\omega_H, A_H, c_P, c_S, c_R$). Будем изменять h и Q . Если $Q = \text{const}$, то при увеличении глубины взрыва h безразмерный параметр $Y = \omega_H h/c_P \sqrt[3]{Q}$ будет расти. На рис. 5.15 представлено семейство кривых $J(Y, B_H, x)$ при $B_H = 0,24, \nu_1 = 1,6$ (для зна-

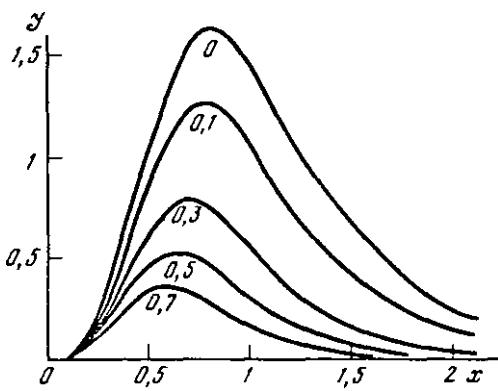
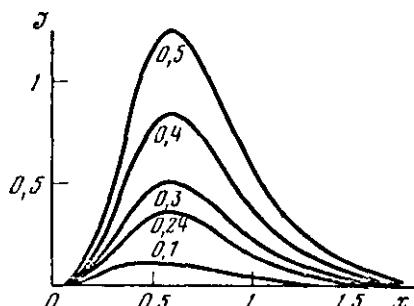


Рис. 5.15. Частотные спектры энергии поверхности волны Релея J как функции x для различных значений Y при фиксированном $B_H = 0,24$

Рис. 5.16. Частотные спектры энергии поверхностной волны Релея J как функции x для различных значений B_H при фиксированном $Y = 0,7$



чения коэффициента Пуассона, равного 0,25) и $Y = 0; 0,1; 0,3; 0,5; 0,7$. С ростом Y амплитуда спектра экспоненциально убывает, максимум сдвигается в сторону высоких частот, и весь спектр становится более низкочастотным. Таким образом, с увеличением глубины взрыва спектр излученной энергии волны Релея становится более низкочастотным.

Если же зафиксировать глубину взрыва, а изменять его мощность, то с увеличением Q амплитуда спектра растет, а сам он становится более низкочастотным (рис. 5.15).

Если увеличивать h и Q так, что параметр Y будет оставаться постоянным, спектр энергии будет передвигаться в сторону высоких частот. Действительно, $x = (\omega/\omega_H) \sqrt[3]{Q}$, откуда $\omega = x \omega_H / \sqrt[3]{Q}$.

Выражая $\omega_H / \sqrt[3]{Q}$ через Y , получим $\omega = x Y (c_P/h)$, т.е. если $Y = \text{const}$, то при увеличении h частота будет уменьшаться.

Предположим теперь, что взрывы одного и того же заряда Q происходят на фиксированной глубине h , но в разных средах, т.е. изменяются параметры A_H, c_P, c_S, ω_H . Как видно из табл. 8 (стр. 105), при уменьшении скорости продольной волны в среде уменьшается и величина ω_H . Поэтому предположим, что в рассматриваемых средах $\omega_H/c_P = \text{const}$ (т.е. $Y = \text{const}$) и, кроме того, остается постоянной величина $\sqrt{c_P^2/c_R^2 - 1}$. Тогда из выражения (5.40) (рис. 5.16) следует, что с увеличением параметра B_H амплитуда спектра энергии возрастает. Если считать, что с ростом B_H должен увеличиваться и параметр ω_H (а следовательно, и скорость продольной волны c_P), что характерно, как видно из табл. 8, для крепких грунтов, то для таких сред максимальная амплитуда спектра энергии будет соответствовать более высоким частотам, нежели для сред с меньшим значением ω_H (или c_P).

Вернемся к выражению (5.38) для E_R и положим в нем, как и в (5.40),

$$x = \omega \sqrt[3]{Q/\omega_H}, \quad Y = h \omega_H / c_P \sqrt[3]{Q}.$$

Тогда

$$E_R = D_2 a_H^2 \omega_H^3 Q \int_0^{\infty} \frac{1 + A_H^2 x^2}{(1 + x^2)^5} e^{-2\nu_1 Y x} x^2 dx. \quad (5.41)$$

На рис. 5.17 представлено семейство кривых

$$I(Y, B_H) = \int_0^{\infty} \frac{1 + A_H^2 x^2}{(1 + x^2)^5} e^{-2\nu_1 Y x} x^2 dx$$

в функции от Y для различных значений параметра B_H (от 0 до 0,5).

Функция $I(Y, B_H)$ тождественна функции $I(\eta, B_H)$ (5.66), если положить $2\nu_1 Y = \eta$. Поэтому легко получить зависимость $I(Y, B_H)$ от параметра Y , пользуясь уже установленными в § 1 зависимостями $I(\eta, B_H)$ от η . При постоянном значении параметра $\nu_1 = 1,6$ и B_H , изменяющемся в интервале $0,1 < B_H < 0,5$, функцию $I(Y, B_H)$ можно представить в следующем виде:

$$I(Y, B_H) \approx \begin{cases} \text{const}, & Y < 0,01; \\ Y^{-0,5}, & 0,01 < Y \leq 0,1; \\ Y^{-1,5}, & 0,1 < Y \leq 1; \\ Y^{-2,8}, & 1 < Y \leq 3; \\ Y^{-3}, & Y > 3. \end{cases} \quad (5.42)$$

Это означает, что при постоянной мощности взрыва Q энергия поверхности волны Релея убывает с ростом глубины взрыва как $h^{-0,5}$ при $0,01 < Y \leq 0,1$ и как h^{-3} при $Y > 3$. Если зафиксировать глубину взрыва h и увеличивать заряд, то энергия волны Релея будет увеличиваться с ростом Q как $Q^{1/6}$ при $0,01 < Y \leq 0,1$ и как $Q^{2/3}$ при $Y > 3$.

В § 1 было приведено выражение (5.2a) для сейсмической энергии, излученной в бесграничное пространство в продольную волну. С помощью формулы (5.41) можно определить, какая доля этой общей сейсмической энергии излучается в виде поверхностной волны в случае, когда $Y \geq 1$. Для этого запишем формулу (5.41) в виде

$$E_R = a_H^2 \omega_H^3 Q I(Y, B_H) D_2, \quad (5.43)$$

а формулу (5.2a) – в виде

$$E_P = a_H^2 \omega_H^3 Q I(0, B_H) 4\rho / c_P,$$

где

$$I(0, B_H) = (\pi/2^8) (5 + 3A_H^2),$$

Теперь

$$\frac{E_R}{E_P} = \frac{D_2 c_P}{4\rho} \frac{I(Y, B_H)}{I(0, B_H)}.$$

Приняв коэффициент Пуассона равным 0,25, получим $D_2 c_P / 4\rho \approx 4,7$

$$\frac{E_R}{E_P} = 4,7 \frac{I(Y, B_H)}{I(0, B_H)}.$$

На рис. 5.18 показано изменение отношения $I(Y, B_H)/I(0, B_H)$ для различных значений $Y = \omega_H h / c_P \sqrt{Q}$ и B_H . Это отношение практически не зависит от параметра B_H среды для $B_H = 0,1 \sim 0,5$ и $0 < Y < 3$, так же как и отношение $I(\eta, B_H)/I(0, B_H)$ из § 1. При увеличении Y (например, глубины взрыва) доля общей сейсмической энергии, идущая в поверхностную волну Релея, уменьшается. Так, при $Y = 1$ $E_R/E_P \approx 0,47$, а при $Y = 2$ $E_R/E_P \approx 0,05$.

Все соотношения, полученные в этом параграфе для энергии волны Релея, излученной поверхностным источником, справедливы для идеально упругой среды. Если же среда, в которой произошел подземный взрыв, поглощающая и коэффициент поглощения продольной волны в верхней толще, над взрывом, в некотором диапазоне частот (ω_1, ω_2) равен $a(\omega) = \beta_{cp} \omega$, то выражение для энергии поверхностной волны Релея, излученной поверхностным источником, в этом случае будет иметь вид¹:

$$E_R = D_2 Q^2 a_H^2 \int_0^\infty \frac{1 + A_H^2 (\omega/\Omega_H)^2}{[1 + (\omega/\Omega_H)^2]^5} \exp\left(\frac{-2\nu_1 \omega h}{c_P} - 2\beta_{cp} h \omega\right) \omega^2 d\omega.$$

Используя безразмерный параметр Y и безразмерную переменную x , получим

$$E_R = D_2 a_H^2 \omega_H^3 Q \int_0^\infty \frac{1 + A_H^2 x^2}{(1 + x^2)^5} e^{-2(\nu_1 + \beta_{cp} c_P) Y x} x^2 dx.$$

Это выражение будет подобно выражению для энергии поверхностной волны для идеально упругой среды (5.41), если в последнем заме-

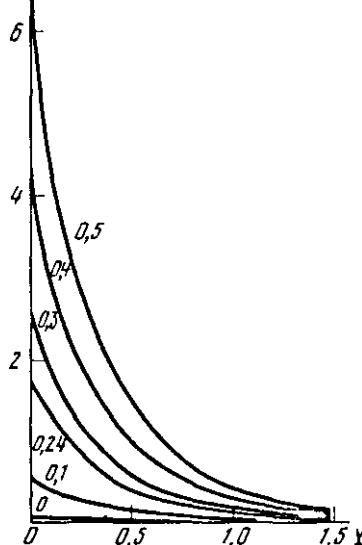
¹ Относительно правомерности распространения линейной зависимости коэффициента поглощения от частоты на весь диапазон изменения $\omega(0, \infty)$ см. стр. 108.

Рис. 5.17. График функции $I(Y, B_H)$ — $I(Y, B_H)$ для различных значений B_H

Рис. 5.18. График нормированной функции $I(Y, B_H)/I(0, B_H)$ для различных значений B_H

Рис. 5.19. Зависимость приведенной энергии поверхностной волны Релея E_R/QD_1 от приведенной высоты $h/\sqrt[3]{Q}$ при воздушном и подземном взрывах

Рис. 5.17.



$I(Y, B_H)/I(0, B_H)$

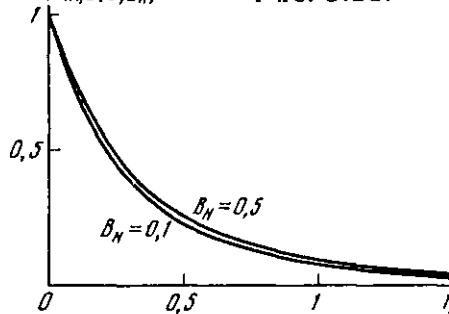
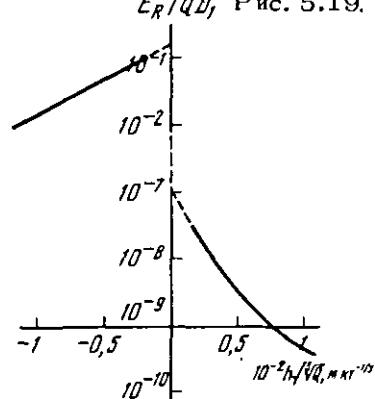


Рис. 5.18.

E_R/QD_1 Рис. 5.19.



нить ν_1 на $\nu_1 + \beta_{cp}c_P$. Следовательно, все полученные ранее зависимости для E_R сохраняются, только пределы изменения безразмерного параметра Y для каждой из них численно уменьшаются. Действительно, если для идеально упругой среды пределы изменения Y , например в соотношении (5.42), равнялись $\eta_{\text{пред}}/2\nu_1$, где $\eta_{\text{пред}}$ — пределы изменения параметра η в (5.66), то в поглощающей среде они составляют $\eta_{\text{пред}}/2(\nu_1 + \beta_{cp}c_P)$.

Формула (5.41) для энергии поверхностной волны Релея, излученной поверхностным источником при подземном взрыве, и анало-

гичное соотношение, полученное для энергии поверхностной волны Релея, излученной при контактном и воздушном взрывах (гл. IV), позволяют построить общий ход изменения энергии поверхностной волны Релея в зависимости от приведенной высоты $h = h/\sqrt[3]{Q}$ при воздушном и подземном взрывах.

На рис. 5.19 представлен этот общий ход. По оси абсцисс отложена приведенная высота или глубина взрыва h , а по оси ординат — величина энергии поверхностной волны в эпицентре, отнесенная к мощности взрыва. В настоящей работе не рассматривались взрывы, произведенные вблизи свободной поверхности в воздухе и в Земле, поэтому на рис. 5.19 эта область показана пунктиром.

Видно, что при подземных взрывах сейсмическая энергия поверхностной волны убывает с ростом приведенной глубины взрыва медленнее, нежели при воздушных взрывах. Сейсмическая энергия поверхностной волны при воздушных взрывах на шесть—семь порядков меньше сейсмической энергии поверхностной волны при подземных взрывах зарядов одинаковой мощности, произведенных на равных приведенных высотах и глубинах. Такое различие в величинах энергий поверхностной волны при воздушных и подземных взрывах объясняется тем, что характерным параметром при воздушных взрывах является атмосферное давление, а при подземных — упругие модули, величины которых различаются на пять порядков.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе изучена связь между параметрами сейсмического источника, энергетическими характеристиками излучаемых им волн и свойствами поглощающей среды. В качестве сейсмического источника рассмотрены взрывы: контактные, воздушные, высотные и подземные.

Как уже было сказано во Введении, это исследование опирается на решение задач I–V. Перечислим основные результаты, полученные в этой работе по каждой задаче.

I. Определение источника сейсмических колебаний при различных взрывах. Для контактных, воздушных и высотных взрывов источником сейсмической энергии является давление ударной волны взрыва, приложенное к поверхности Земли. Получено приближенное аналитическое выражение распределения давления на поверхности Земли от этих взрывов и исследована зависимость его от высоты, мощности взрыва и упругих свойств среды в эпицентре взрыва.

Источником сейсмической энергии при подземном, полностью камуфлетном взрыве в однородной среде является давление, изменяющееся во времени и равномерно распределенное по поверхности сферы с центром в точке взрыва и радиусом, равным размеру неупругой зоны. Упругое смещение точек среды от такого источника определяется с помощью приведенного потенциала, параметры которого зависят от мощности взрыва, упругих и прочностных характеристик среды. Спектр приведенного потенциала был использован для определения сейсмической энергии, излученной подземным взрывом в продольную волну в безграничном поглощающем пространстве. Показано, что источником энергии поверхностной волны Релея при подземном, полностью камуфлетном взрыве является давление, распределенное по поверхности Земли и зависящее от времени. Это давление появляется в результате воздействия прямой продольной волны взрыва на свободную поверхность.

II. Распределение сейсмической энергии, излучаемой источником, между различными волнами в эпицентре. Строго решена задача о сейсмической энергии, излучаемой источником в виде давления, распределенного по свободной поверхности идеально упругого полупространства и зависящего от времени. Получены формулы для расчета сейсмической энергии, излученной этим источником в продольную, поперечную и поверхностную волну Релея. Из этих формул можно определить вид индикаторы распределения энергии в ис-

точнике в каждой объемной волне в зависимости от угла выхода сейсмического луча из эпицентра, а также области существования продольной, поперечной и поверхностной волн в пространстве частоты и волнового вектора. Строго решена задача о смешении свободной поверхности идеально упругого полупространства под действием подземного взрыва.

III. Перенос сейсмической энергии пакетом объемных и поверхностных волн на различные расстояния от эпицентра взрыва. В настоящее время не существует строгой теории поглощения сейсмической энергии, которая позволила бы составить полный баланс энергии в поглощающей среде. Поэтому для установления связи между излученной энергией и наблюдаемой вводится понятие эффективного источника. Спектр эффективного источника зависит от эпицентрального расстояния, и для каждого эпицентрального расстояния среда, в которой действует эффективный источник, — идеально упругая. Введение эффективного источника позволяет определить баланс энергии в поглощающей среде и установить закономерности переноса энергии пакетом объемных и поверхностных волн на различные расстояния от эпицентра.

IV. Определение сейсмической энергии различных волн по их регистрации на поверхности Земли на разных расстояниях от эпицентра. На основании общего выражения для плотности потока энергии получены формулы, позволяющие рассчитать энергию пакетов сейсмических волн произвольной формы, регистрируемых в пунктах наблюдения. Для продольной волны, распространяющейся в градиентном полупространстве, предложен метод расчета геометрического расхождения и приведена таблица значений функций расхождения для источников, находящихся на поверхности Земли и на глубине 33 км.

V. Связь между сейсмической энергией, наблюдавшей на расстоянии Δ от эпицентра, и основными параметрами источника. Для контактного, воздушного и подземного взрывов получены формулы, выраждающие зависимость энергии поверхностной волны Релея в однородном поглощающем полупространстве на телесейсмическом расстоянии от эпицентра, от параметров взрыва и эпицентрального расстояния. Получена общая кривая изменения энергии поверхностной волны, выделенной в эпицентре при переходе от воздушных взрывов к подземным, как функция приведенной высоты (глубины) взрыва. Показано, что энергия поверхностной волны при воздушном взрыве по крайней мере на пять порядков меньше энергии поверхностной волны при подземном взрыве той же мощности.

Таким образом, в этой работе проблема излучения и распространения сейсмической энергии взрывов рассмотрена для случая, когда среда, по которой распространяются сейсмические волны, представляет собой однородное или градиентное поглощающее полупространство без резких границ раздела. Такое предположение о строении среды позволяет получить в явном виде решение отдельных задач и является хорошим приближенем к реальным условиям распространения сейсмических волн, если наблюдение и регистрация сейсми-

ческих колебаний производится на телесейсмических расстояниях, много больших длины регистрируемой волны.

В качестве следующего приближения можно было бы рассмотреть среду в виде однородного поглощающего слоя на однородном поглощающем полупространстве, имея в виду, что упругие и неупругие свойства слоя и полупространства различны. При этом не все задачи, сформулированные в этой работе, необходимо было бы решать заново. Но такая задача, как, например, распределение сейсмической энергии, излучаемой источником, между различными волнами в эпицентре (задача II), потребует нового решения, поскольку основными модами для идеально упругой среды в виде слоя на полупространстве, помимо объемных волн (продольной и поперечной), будут еще поверхностные волны Релея и Лява, каждая из которых будет обладать дисперсией. Однако метод решения этой задачи останется тем же, который приведен в гл. III для однородного полупространства.

Задача о переносе сейсмической энергии в поглощающей среде в виде слоя на полупространстве также будет иметь другое решение. Действительно, по мере распространения сейсмической энергии в такой среде появятся волны, многократно отраженные от свободной поверхности и подошвы слоя, которые будут уносить часть энергии, излучаемой в эпицентре, в определенную волну. Введение эффективного источника, в котором, кроме поглощения, будет учтена еще функция прохождения для данной волны, позволит установить баланс энергии и даст решение этой задачи для случая слоя на полупространстве.

Использование более точных решений газодинамических задач для определения давления ударной волны на поверхности Земли при различных взрывах (контактных, воздушных и высотных) и применение более точной модели подземного взрыва, чем модель Гаскелла, позволит уточнить полученные зависимости сейсмической энергии от основных параметров взрывов, не требуя решения каких-либо новых задач.

Разработанный в настоящей монографии аппарат позволяет перейти к решению подобной задачи для землетрясений.

ПРИЛОЖЕНИЯ

I. Плотности ρ и скорости распространения продольных волн c_P в различных породах и в определенных интервалах глубин (по данным И.П. Пасечника, 1970)

Порода	Глубина, м	Плотность сухой породы ρ , г/см ³	Скорость продольных волн c_P , км/сек	Пределы изменения $\rho c_P \cdot 10^{-5}$, г/см ² .сек
Лёсс	10-300	0,75-1,6	0,2-0,8	0,15-1,3
Грунт насыпной . . .	10-50	0,5-0,6	0,4-0,6	0,2-0,36
Аллювий современный	50-200	1,5	0,5-2,0	0,75-3,0
Аллювий на значительной глубине	300-2000	1,8-2,0	3,0-3,5	6,0-7,0
Песок сухой	30-100	1,0-1,5	1,0-1,5	1,0-2,25
Песок водонасыщенный	10-500	1,9-2,2	1,5-2,0	1,8-4,4
Глины	30-3000	1,0-1,7	1,0-2,7	1,0-4,6
	300-500	1,5-2,0	2,0-2,8	3,0-5,6
Мел	50-500	1,5-2,2	3,5-4,0	5,25-8,8
Туф вулканический . .	100-450	1,7-1,9	1,7-2,4	2,9-4,6
Туф, насыщенный водой	300-1200	1,9	2,4-3,8	4,6-7,3
Лед ледниковый . . .	100-2000	0,8-0,9	3,4-3,6	2,7-3,1
Известняк твердый	50-200	1,9-2,5	2,8-6,4	5,3-16
Соль каменная	50-2000	2,1-2,4	4,3-5,5	9,0-13,2
Барит		4,3-4,6	4,5	19,3-20,7
Базальт	50-3000	2,4	5,0-5,6	12-13,4
Гранит	30-2000	2,7	4,4-5,6	11,8-15,1
Риолит	1160	2,1	3,8	8,0
Эгириновые сланцы	50-300	3,0-3,5	5,0	18-21
Норит		3,0	6,2	18,6
Магнетитовые сланцы	100-300	4,0	5,6-6,0	22,4-24
Песчаники	40-1000	2,1-2,2	4,5-5,0	9,5-11,0
Песчаники и сланцы в зоне вечной мерзлоты	150-500	2,1-2,2	5,1-5,2	10,7-11,4

II. Функция расхождения $G_h(\Delta) = \sin \Delta \sin e_0 / \cos e_h |de_h| / d\Delta$
и углы выхода e_h на дневную поверхность

Δ°	$h = 0$		$h = 33 \text{ км}$		Δ°	$h = 0$		$h = 33 \text{ км}$	
	e_h	G_h	e_h	G_h		e_h	G_h	e_h	G_h
10	46,4	0,378	15,6	0,079	53	68,2	8,293	58,5	3,963
11	46,8	0,347	17,7	0,070	54	68,4	8,588	59,0	3,991
12	47,4	0,328	19,5	0,074	55	68,6	8,553	59,4	4,074
13	48,2	0,322	21,8	0,080	56	68,9	8,700	59,7	4,167
14	48,8	0,317	23,3	0,084	57	69,2	8,851	60,2	4,147
15	49,2	0,314	24,3	0,086	58	69,5	9,346	60,6	4,387
16	49,9	0,316	26,7	0,095	59	69,6	9,419	69,8	4,426
17	50,8	0,326	28,4	0,102	60	69,9	9,694	61,3	4,566
18	51,6	0,337	29,6	0,108	61	70,1	10,006	61,8	4,768
19	53,4	0,368	35,5	0,138	62	70,4	10,289	62,0	4,863
20	56,7	0,453	41,4	0,192	63	70,7	10,852	62,4	5,074
21	59,1	0,563	44,4	0,240	64	70,8	10,910	62,9	5,365
22	59,9	0,659	45,8	0,288	65	71,1	11,507	63,1	5,540
23	60,6	0,770	46,6	0,338	66	71,3	11,865	63,6	5,785
24	60,9	0,897	47,2	0,398	67	71,4	12,071	63,8	6,134
25	61,4	1,054	48,0	0,468	68	71,7	12,234	64,0	6,169
26	62,2	1,295	49,3	0,581	69	72,1	12,728	64,5	6,428
27	62,7	1,593	50,1	0,719	70	72,2	13,114	64,7	6,629
28	63,0	1,989	50,9	0,916	71	72,3	13,148	64,9	6,651
29	63,2	2,548	51,4	1,207	72	72,6	13,493	65,4	6,937
30	63,5	3,256	51,4	1,437	73	72,9	13,846	65,6	6,860
31	63,8	3,680	51,6	1,650	74	73,1	14,25	66,0	7,051
32	64,0	4,147	52,2	1,861	75	73,2	14,275	66,2	7,068
33	64,2	4,699	52,7	2,135	76	73,5	14,636	66,4	7,078
34	64,3	5,141	52,9	2,400	77	73,8	15,216	66,9	7,082
35	64,6	5,859	53,4	2,710	78	74,0	15,64	67,3	7,371
36	64,95	6,400	53,7	3,003	79	74,1	15,869	67,5	7,485
37	65,1	6,946	53,9	3,215	80	74,4	16,263	68,0	7,686
38	65,1	7,351	54,2	3,442	81	74,7	16,90	68,4	8,099
39	65,4	7,473	54,4	3,555	82	74,9	17,62	68,8	8,426
40	65,6	7,875	54,4	3,631	83	75,0	18,113	69,1	9,049
41	65,7	8,108	54,7	3,679	84	75,3	19,121	69,3	9,311
42	65,7	8,266	54,9	3,724	85	75,5	20,599	69,7	10,144
43	65,9	8,194	55,2	3,728	86	75,6	21,918	69,9	10,589
44	66,15	8,159	55,6	3,731	87	75,9	23,615	70,2	12,165
45	66,4	8,181	55,9	3,748	88	76,1	25,726	70,3	13,247
46	66,7	8,334	56,4	3,753	89	76,2	28,179	70,6	14,577
47	66,7	8,219	56,6	3,765	90	76,5	32,106	70,8	16,927
48	67,0	7,989	56,9	3,774	91	76,7	38,687	71,0	18,986
49	67,3	8,283	57,3	3,787	92	76,7	44,681	71,2	22,247
50	67,5	8,244	57,6	3,840	93	76,7	51,026	71,4	24,796
51	67,6	8,212	58,1	3,879	94	76,7	57,091	71,4	28,972
52	67,8	8,181	58,3	3,920	95	76,7	61,954	71,4	32,414

III. Длина луча L_p , радиус-вектор вершины луча r/R и
максимальная глубина луча H/R (R – расстояние от центра
Земли до подошвы земной коры)

Δ°	$L_p/2R$	r/R	H/R	Δ°	$L_p/2R$	r/R	H/R
21	0,192	0,918	0,082	61	0,529	0,748	0,252
22	0,201	0,914	0,086	62	0,536	0,743	0,257
23	0,210	0,909	0,091	63	0,543	0,737	0,263
24	0,219	0,905	0,095	64	0,550	0,731	0,269
25	0,230	0,900	0,100	65	0,555	0,725	0,275
26	0,238	0,896	0,104	66	0,564	0,720	0,280
27	0,247	0,892	0,108	67	0,572	0,714	0,286
28	0,256	0,888	0,112	68	0,580	0,708	0,292
29	0,265	0,883	0,117	69	0,588	0,703	0,297
30	0,276	0,881	0,119	70	0,596	0,697	0,303
31	0,283	0,878	0,122	71	0,602	0,691	0,309
32	0,292	0,874	0,126	72	0,609	0,685	0,315
33	0,301	0,870	0,130	73	0,616	0,678	0,322
34	0,310	0,867	0,133	74	0,624	0,672	0,328
35	0,318	0,863	0,137	75	0,632	0,667	0,333
36	0,323	0,861	0,139	76	0,638	0,661	0,339
37	0,331	0,860	0,140	77	0,646	0,653	0,347
38	0,339	0,858	0,142	78	0,653	0,647	0,353
39	0,347	0,859	0,141	79	0,660	0,642	0,358
40	0,355	0,850	0,150	80	0,667	0,635	0,365
41	0,365	0,847	0,153	81	0,673	0,628	0,372
42	0,373	0,844	0,156	82	0,680	0,623	0,377
43	0,383	0,840	0,160	83	0,686	0,617	0,383
44	0,392	0,836	0,164	84	0,692	0,611	0,389
45	0,401	0,833	0,167	85	0,699	0,605	0,395
46	0,409	0,829	0,171	86	0,703	0,599	0,401
47	0,416	0,825	0,175	87	0,707	0,594	0,406
48	0,421	0,820	0,180	88	0,712	0,588	0,412
49	0,430	0,814	0,186	89	0,716	0,582	0,418
50	0,437	0,810	0,190	90	0,720	0,578	0,422
51	0,445	0,805	0,195	91	0,725	0,574	0,426
52	0,454	0,800	0,200	92	0,730	0,570	0,430
53	0,463	0,795	0,205	93	0,735	0,566	0,434
54	0,473	0,788	0,212	94	0,740	0,563	0,437
55	0,481	0,782	0,218	95	0,746	0,562	0,438
56	0,489	0,777	0,223	96	0,752	0,558	0,442
57	0,497	0,770	0,230	97	0,758	0,556	0,444
58	0,506	0,765	0,235	98	0,764	0,555	0,445
59	0,515	0,760	0,240	99	0,770	0,553	0,447
60	0,522	0,754	0,246	100	0,777	0,550	0,450

IV. Значения $10^4 / Q_P$ для различных глубин H и периодов T

H	T	$10^4 / Q_P$	Метод*	Источник
Земная кора	0,025-1,0	54	C	Пасечник, 1970
	0,025-1,0	105	C	"
	0,1-1,0	54	C	"
	0,2-1,0	74	A	Пасечник, 1970; Anderson, Jackson, 1970
	0,3	50	A	Пасечник, 1970; Anderson, Jackson, 1970
	0,3	125	A	Пасечник, 1970
	0,3	18	A	Anderson, Jackson, 1970
	0,5-0,8	35	A	Пасечник, 1970
	0,6-0,8	37-48	A	"
	0,6	77	C	"
Верхняя мантия (у границы Мо- хоровичича)	0,8	66	C	"
	0,1	5-20	A	Anderson, Jackson, 1970
	0,3	18	C	"
	0,3	48	C	Пасечник, 1970
	0,3-3,0	48	C	"
	0,6-0,8	48	C	"
Выше 125 км 100-760 км	0,5	21	C	Anderson, Jackson, 1970
	0,6-5,0	14	C	Берзон, Пасечник, Поликарпов, 1975
Выше 600 км	8-12	38	A	Пасечник, 1970
Выше 870 км	0,8-2,5	42-56	C	Anderson, Jackson, 1970
Выше 920 км	3-30	71	C	"
Ниже 870 км	0,8-2,5	2-6	C	"
Ниже 920 км	3-30	4	C	Anderson, Jackson, 1970
Выше 2000 км	0,3-1,0	6	C	Frasier, Filson, 1972 (для пути Невада, США - Норвегия)
760-2000 км	0,6-5,0	8	C	Берзон, Пасечник, Поликарпов, 1975
Вся мантия в целом	0,14-0,30	2-5	A	Anderson, Jackson, 1970
	0,5-2,0	23	C	"
	0,6-5,0	9	C	Берзон, Пасечник, Поликарпов, 1975
	1,0	10	C	Пасечник, 1970
	1,6	6	C	"
	2	9	C	"
	2	4	A	Anderson, Jackson, 1970
	3-30	29	C	"
	4,0	9	C	Пасечник, 1970
	4,0	8	A	Anderson, Jackson, 1970
12,0	9	C	Пасечник, 1970	
	12,0	25	A	Anderson, Jackson, 1970

* А - амплитудный метод (определение поглощения по убыванию максимальной амплитуды импульса с расстоянием); С - спектральный метод (определение поглощения по убыванию амплитуды спектра с расстоянием).

V. Значения $10^4/Q_S$ для различных глубин H и периодов T

H	T	$10^4/Q_S$	Метод	Источник
Земная кора	0,025-1,0	80	C	Пасечник, 1970
	0,025-1,0	29	C	
	0,2-0,5	110	A	
	0,2-0,5	16	A	
	0,6-0,5	34	A	
	0,8	38	A	
	1,2	38	A	
	1,7	38-45	A	
Выше 600 км	2-20	67	A	Anderson, Jackson, 1970
	14-67	50	C	
	25	66	A	
	25	54	A	
Выше 1100 км	2-20	29	A	
	14-67	5	C	
Вся мантия в целом	25	7	A	
	1,5-5,0	44	C	
	2,0-20	29	A	
	2,0-20	27	A	
	5,0	33	A	
	11,0	20	A	
	12,0	14	A	
	14-67	17	C	
	24	25	A	
	25	20	A	
	25	23	A	
	25	51	C	
	25-38	17	C	
	25-90	55	C	
	34	14	C	
	90	43	C	
	90	114	C	

VI. Значения $t_{hP}^* = r_{hP} / Q_{Pcp}$

Δ°	$H, \text{ км}$	$r_{hP}, \text{ сек}$		$10^4/Q_{Pcp}$	$T, \text{ сек}$	$t_{hP}^*, \text{ сек}$	
		$h = 0$	$h = 33 \text{ км}$			$h = 0$	$h = 33 \text{ км}$
25	640	326,8	322,2	38	8-12	1,24	1,22
35	870	416,1	411,3	42-56	0,8-2,5	1,75-2,33	1,72-2,30
40	920	458,1	453,2	71	3-30	3,25	3,21
50	1 220	538,0	533,1	2-6	0,8-30	0,11-0,32	0,11-0,32
60	1 540	610,7	605,7	2-6	0,8-30	0,12-0,37	0,12-0,36
70	1 920	675,4	670,2	6	0,3-1,6	0,40	0,40
80	2 290	732,7	727,6	25-29	12-30	1,83-2,12	1,82-2,11
90	2 680	782,7	777,4	25-23	12-30	1,96-2,27	1,94-2,26

VII. Значения $10^4/Q_R$ и $10^4/Q_L$, полученные спектральным методом (Anderson, Jackson, 1970)

$T, \text{сек}$	$10^4/Q_R$	$T, \text{сек}$	$10^4/Q_L$	$T, \text{сек}$	$10^4/Q_R$	$T, \text{сек}$	$10^4/Q_L$
50	80	50	90	161	60	167	77
52,1	83	52,1	93	172	60	178	77
54,3	84	54,3	97	185	59	192	76
62,5	81	62,5	100	200	59	208	76
73,5	76	73,5	89	217	54	227	75
89,3	69	89,3	78	238	51	250	76
96,2	66	96,2	83	263	48	263	77
104,2	62	104,2	88	294	45	278	76
114,6	63	114,6	92	333	38	294	74
125,0	66	125,0	92			312	74
151	61	156	79			333	74

VIII. Коэффициенты поглощения a_R для различных частот f , полученные спектральным методом (Tryggvason, 1965)

$f, \text{гц}$	$a_R(f) \cdot 10^5, \text{км}^{-1}$	$f, \text{гц}$	$a_R(f) \cdot 10^5, \text{км}^{-1}$
0,01	10,0	0,06	11,5
0,02	10,0	0,07	17,5
0,03	5,0	0,08	11,0
0,04	1,0	0,09	23,5
0,05	2,0	0,10	29,0

ЛИТЕРАТУРА

- Алексеев В.Н., Кдмиссаров В.М. Распространение волн в средах со случайными неоднородностями. — Труды Акуст. ин-та АН СССР, вып. 4, 1968.
- Барон М.Л., Лехт Ч. О действии упругих волн Релея, порождаемых ядерным взрывом. — Сб. переводов "Механика", 2, 22, 1962.
- Берзон И.С., Елинатъева А.М., Парижская Г.Н. и др. Динамические характеристики сейсмических волн в реальных средах. М., 1962.
- Берзон И.С., Пасечник И.П., Поликарпов А.М. Определение параметров затухания волн P в мантии Земли. — Изв. АН СССР, Физика Земли, № 2, 1975.
- Боканенко Л.И. Ультразвуковой датчик с биморфным пьезоэлементом. — Изв. АН СССР, Физика Земли, № 1, 1966.
- Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М., Изд-во АН СССР, 1957.
- Броуд Г.Л. Действие ядерного взрыва. — Сб. "Действие ядерного взрыва". М., "Мир", 1971а.
- Броуд Г.Л. Динамика газа с излучением. Общий численный метод. — Сб. "Действие ядерного взрыва". М., "Мир", 1971б.
- Буллен К.Е. Введение в теоретическую сейсмологию. М., "Мир", 1966.
- Бушев И.В. Скорость и поглощение ультразвука в некоторых сортах пластин, измеренные в непрерывном интервале частот. — Сб. "Применение ультраакустики к исследованию вещества". Вып. 5. М., 1957.
- Ванек И., Затолек А., Карник В. и др. Стандартизация шкалы магнитуд. — Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 2, 1962.
- Винник Л.П., Лукк А.А. Рассеивание продольных волн в верхней мантии. — ДАН СССР, 211, № 6, 1973.
- Галкин И.Н., Николаев А.В. Опыт исследования мутности коры и верха мантии по амплитудам преломленных волн. — Изв. АН СССР, Физика Земли, № 8, 1968.
- Гамбурцев А.Г. О затухании и дисперсии объемных сейсмических волн в зоне малых скоростей. — Изв. АН СССР, Физика Земли, № 4, 1968.
- Гинзбург В.Л. Об общей связи между поглощением и дисперсией звуковых волн. — Акуст. ж., 1, № 1, 1955.
- Глаголев Ю.А. Справочник по физическим параметрам атмосферы. М., Гидрометеоиздат, 1970.
- Гогоненков Г.Н., Антилин Ю.Г. Эффективные модели реальных тонкослоистых сред. — Изв. АН СССР, Физика Земли, № 9, 1970.
- Голицын Б.Б. О землетрясении 18 февраля 1911 года. — Изв. Российской АН, 9, 991, 1915.
- Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1963.
- Григорян С.С. Некоторые вопросы математической теории деформирования и разрушения твердых горных пород. — ПММ, 31, № 4, 1967.
- Григорян С.С., Печепский Я.А. О действии сильного подземного взрыва в плотной горной породе. — ДАН СССР, 212, № 2, 1973.
- Григорян С.С., Евтерев Л.С. О действии сильного взрыва на поверхности скального пространства. — ДАН СССР, 222, № 3, 1975.

- Гурвич И.И. К теории сферического излучателя сейсмических волн. – Изв. АН СССР, Физика Земли, № 10, 1965.
- Джеффрис Г., Свирлс Б. Методы математической физики. Вып. 3. М., "Мир", 1970.
- Дунин-Барковский И.В., Смирнов Н.В. Курс теории вероятности и математической статистики. М., "Наука", 1965.
- Зволинский Н.В. Излучение упругих волн при сферическом взрыве в грунте. – ПММ, № 24, № 1, 1960.
- Зволинский Н.В. Плоские взрывные волны в упруго-пластической среде. – ДАН СССР, 156, № 1, 1964.
- Зволинский Н.В. Гидродинамическая теория давления взрыва и схема несжимаемости. – ПММ, № 36, № 4, 1972.
- Зволинский Н.В., Подъяпольский Г.С., Флитман Л.М. Теоретические аспекты задачи о взрыве в грунте. – Изв. АН СССР, Физика Земли, № 1, 1973.
- Зинер К.М. Упругость и неупругость металлов. М., ИЛ, 1954.
- Калинин А.В., Азими Ш.А., Калинин В.В. К оценке дисперсии фазовой скорости в поглощающих средах. – Изв. АН СССР, Физика Земли, № 4, 1967.
- Коган С.Я. К вопросу об определении энергии объемных сейсмических волн. – Acta Geophys. Sinica, 8, № 1, 1959.
- Коган С.Я. Об определении энергии сейсмических волн пронзательной формы. – Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5, 1960.
- Коган С.Я. Об определении коэффициента поглощения сейсмических волн. – Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 12, 1961.
- Коган С.Я. О сейсмической энергии, возбуждаемой источником, находящимся на поверхности. – Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 7, 1963.
- Коган С.Я. К вопросу о связи параметров воздушного взрыва с сейсмической энергией. – Изв. АН СССР, Физика Земли, № 4, 1965.
- Коган С.Я. Краткий обзор теории поглощения сейсмических волн. – Изв. АН СССР, Физика Земли, № 11, 1966.
- Коган С.Я., Пархоменко И.С. О точности определения коэффициента поглощения в однородных средах. – Сб. "Интерпретация и обнаружение сейсмических волн в неоднородных средах". М., "Наука", 1971.
- Коган С.Я., Поликарпов А.М. Определение параметров сейсмического источника для подземного взрыва по телесейсмическим наблюдениям. – Изв. АН СССР, Физика Земли, № 6, 1975.
- Кондратьев И.К. Исследование частотных характеристик некоторых неоднородных слоев. – Изв. АН СССР, Физика Земли, № 8, 1965.
- Коновалов Ю.П. О форме сейсмического импульса при взрыве в упругой среде. – Изв. АН СССР, Физика Земли, № 9, 1970.
- Кори Г., Кори Т. Справочник по математике. М., "Наука", 1970.
- Коробейников В.П., Мельников Н.С., Рязанов Е.В. Теория точечного взрыва. М., Физматгиз, 1961.
- Косенко С.И. К вопросу о вычислении энергии землетрясений. – Труды Геофиз. ин-та АН СССР, № 21 (148), 1953.
- Косминская И.П. Амплитудные кривые и гидографы фаз сейсмических волн на свободной границе полупространства. – Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 1, 1956.
- Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. М., ИЛ, 1950.
- Ландau Л.Д., Лившиц Е.М. Механика сплошных сред. М., 1953.
- Лукк А.А. Некоторые особенности неупругого разреза верхней мантии под Памиро-Гиндукушской эпицентральной зоной. – Труды X Ген. Ассамб. Европ. сейсм. комиссии, 1, 1968.

- Люкэ Е.И. Об экспериментальной зависимости энергии сейсмических волн от условий взрыва. — Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 12, 1960.
- Магнитский В.А. Внутреннее строение и физика Земли. М., "Недра", 1965.
- Михайлов И.Г., Соловьев В.А., Сырников Ю.П. Основы молекулярной акустики. М., "Наука", 1964.
- Молотова Л.В., Флитман Л.М. О смещениях в упругой среде, вызванных пластической волной. — Изв. АН СССР, Физика Земли, № 10, 1966.
- Мухина И.В., Молотков А.И. О распространении волн Релея в упругом полупространстве, неоднородном по двум координатам. — Изв. АН СССР, Физика Земли, № 4, 1967.
- Николаев А.В. Сейсмические свойства мутной среды. — Изв. АН СССР, Физика Земли, № 2, 1968.
- Николаев А.В., Аверьянов А.Г. Исследование амплитуд продольных волн в плоской модели среды со случайными флуктуациями коэффициента поглощения. — Изв. АН СССР, Физика Земли, № 10, 1970.
- Обухов В.А. Лабораторный сейсмоскоп высокой чувствительности ЛС-1. — Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 11, 1959.
- Огурцов К.И. Некоторые точные оценки упругих напряжений и смещений, образуемых сосредоточенным взрывом в твердых породах. — Сб. "Народнохозяйственное использование взрывов". Вып. 14. Новосибирск, 1960.
- Онисько Н.И., Шемякин Е.И. Движение свободной поверхности однородного грунта при подземном взрыве. — ПМТФ, № 4, 1961.
- Охочинский Д.Е., Кондратьева И.А., Власова З.П. и др. Расчет точечного взрыва с учетом противодавления. — Труды МИАН СССР, № 50, 1957.
- Пасечник И.П. Характеристики сейсмических волн при ядерных взрывах и землетрясениях. М., "Наука", 1970.
- Писаренко В.Ф. Лекции по статистике. Фонды ИФЗ АН СССР, 1964.
- Раппопорт Г.М. Определение частотной зависимости поглощения ультразвука по спектрам неустановившихся волн. — Прикл. геофизика, № 31, 1961.
- Ратникова Л.И., Левшин А.А. Расчет спектральных характеристик тонкослоистых сред. — Изв. АН СССР, Физика Земли, № 2, 1967.
- Ризниченко Ю.В. О сейсмических магнитудах подземных ядерных взрывов. — Труды ИФЗ АН СССР, № 15, 1960.
- Родин Г.К. Сейсмология ядерных взрывов. М., "Мир", 1974.
- Родионов В.Н., Адушкин В.В., Костюченко В.Н. и др. Механический эффект подземного взрыва. М., "Недра", 1971.
- Саваренский Е.Ф. Сейсмические волны. М., "Недра", 1972.
- Саваренский Е.Ф., Кирнос Д.П. Элементы сейсмологии и сейсмометрии. М., Гостехиздат, 1955.
- Саваренский Е.Ф., Кондорская Н.В. Об определении энергии упругих волн. — Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5, 1960.
- Садовский М.А. Механическое действие воздушных ударных волн взрыва по данным экспериментальных исследований. — Сб. "Физика взрыва", № 1, 1952.
- Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М., 1951.
- Фачиоли Э., Анг А.Х.-С. Дискретная эйлерова модель распространения сферической волны в сжимаемой среде. — Сб. "Действие ядерного взрыва". М., "Мир", 1971.
- Фрейденталь А., Гейрингер Х. Математические теории неупругой сплошной среды. М., Физматгиз, 1962.
- Чедвик П., Кокс А., Гопкинс Г. Механика глубинных подземных взрывов. М., "Мир", 1966.
- Янко Я. Математико-статистические таблицы. М., Гостехиздат, 1961.

- Abramovici F. Numerical seismograms for a layered elastic soil. - Bull. Seismol. Soc. America, 60, N 6, 1970.
- Albert R.N.H., Tsujiura M. Attenuation of body waves in the Banda Sea earthquakes. - Bull. Internat. Engng, 10, 97, 1973.
- Alfano L. Seismic waves in anelastic non-linear media. A theoretical contribution. - Geophys. Prospect., 21, N 3, 1973.
- Anderson Don L., Ben-Menahem A., Archambeau C.B. Attenuation of seismic energy in the upper mantle. - J. Geophys. Res., 70, N 6, 1965.
- Anderson Don L., Jackson D.D. Physical mechanisms of seismic wave attenuation. - Revs Geophys. and Space Phys., 8, N 1, 1970.
- Ben-Menahem A. Observed attenuation and Q value of seismic surface waves in the upper Mantle. - J. Geophys. Res., 70, N 18, 1965.
- Blake F.G. Spherical wave propagation in solid media. - J. Acoust. Soc. America, 24, N 2, 1952.
- Butcovitch T.R. Calculation of the shock wave from an underground nuclear explosion in granite. - J. Geophys. Res., 70, N 4, 1965.
- Bycroft G.N. Surface displacement due to an underground explosion. - Bull. Seismol. Soc. America, 56, N 4, 1966.
- Carpenter E.W. A quantitative evaluation of telesismic explosion records. - Proc. Roy. Soc. A, 290, N 1422, 1968.
- Carpenter E.W. Telesismic signals calculated for underground, underwater and atmospheric explosions. - Geophysics, 32, N 1, 1967.
- Carpenter E.W., Marshall P.D. Surface wave generated by atmospheric nuclear explosions. - AWRE Rept N 088/70, United Kingdom Atom. Energy Authority, 1970.
- Cleary J. Analysis of the amplitudes of short period P-waves recorded by long range seismic measurements stations in the distance range 30° to 120° . - J. Geophys. Res., 72, N 18, 1967.
- McConnel R.K., Gupta R., Wilson J.T. Compilation of deep crustal seismic refraction profiles. - Rev. Geophys., 4, N 1, 1966.
- Ewing W.M., Jardetsky W.S., Press F. Elastic waves in layered media. N.-Y., McGraw-Hill, 1957.
- Favreau R.F. Generation of strain waves in rock by an explosion in a spherical cavity. - J. Geophys. Res., 74, N 17, 1969.
- Frasier C.W., Filson J. A direct measurement of the Earth's short-period attenuation along a telesismic ray path. - J. Geophys. Res., 77, N 20, 1972.
- Fuchs K. The transfer function S or P-waves for a system consisting of a point source in a layered medium. - Bull. Seismol. Soc. America, 56, N 1, 1966.
- Fugelso L.E., Waddick R.K., Asce M., Neidhart G.L. Elastic free-field motion due to nuclear air-blast. - J. Engng Mech. Div. (Proc. Amer. Soc. Civil Engrs), 94, N 6, 1968.
- Futterman W. Dispersive body waves. - Geophys. Res., 67, N 13, 1962.
- Galbraith F.W. Effect of fault on explosion-generated ground shock spectre. - Bull. Seismol. Soc. America, 58, N 6, 1968.
- Ghosh M.L. On the propagation of spherical waves due to large underground explosion. - Pure & Appl. Geophys., 72, N 1, 1969.
- Grow J.A., Qamar A. Seismic wave attenuation beneath the Central Aleutian arc. - Bull. Seismol. Soc. America, 63, N 6, 1973.

- Harkrider D.G. Surface waves in multilayered elastic medium. - Bull. Seismol. Soc. America, 54, N 2, 1964.
- Haskell N.A. Analytic approximation for the elastic radiation from a contained underground explosion. - J. Geophys. Res., 72, N 10, 1967.
- Hays W.W. Amplitude and frequency characteristics of elastic wave types generated by the underground nuclear detonation Boxcar. - Bull. Seismol. Soc. America, 59, N 6, 1969.
- Hirosawa H., Sato R. Propagation of elastic waves from a spherical origin (I, II). - J. Seismol. Soc. Japan, 16, N 2, 1963.
- Holzer F. Measurement and calculation of peak shock wave parameters from underground nuclear detonates. - J. Geophys. Res., 70, N 4, 1955.
- Holzer F. Calculation of seismic source mechanisms. - Proc. Roy. Soc., A, 290, N 1422, 408-429, 1966.
- Hudson J.A. The attenuation of surface waves by scattering. - Proc. Cambridge Philos. Soc., 67, N 1, 1970.
- Jeffreys H. The Pamir earthquake of 1911, February 18. In relation to the depth of foci. - Monthly Notices Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl., 1, N 22, 1923.
- Jeffreys H., Bullen K.E. Seismological tables. Brit. Assoc. Advance Sci., 1940.
- Julian B.R., Sen Gupta S. Seismic travel time evidence for lateral inhomogeneity in the deep mantle. - Nature, 242, N 5398, 1973.
- Kanamori H. Attenuation of P-waves in the upper and lower mantle. - Bull. Earthquake Res. Inst. Univ. Tokyo, 45, N 2, 1967.
- Kay Kogeus (Korkman). A synthesis of short-period P-wave records from distant explosion sources. - Bull. Seismol. Soc. America, 58, N 2, 1968.
- Knopoff L.G. - Rev. Geophys., 2, N 4, 1964.
- Kurita T. Attenuation of short-period P waves and Q in the mantle. - J. Phys. Earth, 16, N 2, 1968.
- Lutzky M., Lehto D. Shock propagation in spherically symmetric exponential atmospheres. - Phys. Fluids, 11, N 7, 1968.
- Mikumo T., Kurita T. Q distribution for long period P waves in the mantle. - J. Phys. Earth, 21, N 1, 1968.
- Miller G.F., Pursey H. The field and radiation impedance of mechanical radiators on the free surface of a semi-infinite solid - Proc. Roy. Soc. A, 223, N 1155, 1954.
- Miller G.T., Pursey H. On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid. - Proc. Roy. Soc. A, 233, N 1191, 1955.
- Molnar P., Oliver J. Lateral variations of attenuation in the upper mantle and discontinuities in the lithosphere. - J. Geophys. Res., 74, N 10, 1969.
- Mueller R.A. Seismic energy efficiency of underground nuclear detonations. - Bull. Seismol. Soc. America, 59, N 6, 1969.
- Mueller R.A., Murphy J.R. Seismic characteristics of underground nuclear detonation. Seismic spectrum scaling. - Bull. Seismol. Soc. America, 61, N 6, 1971.
- Murphy B.L. Variation of Rayleigh wave amplitude with yield and height of burst for intermediate-altitude nuclear detonations. - J. Geophys. Res., 77, N 5, 1972.
- Nawroozi A.A. Measurement of Q values from free oscillations of the Earth. - J. Geophys. Res., 73, N 4, 1968.
- Needham R.E., Davies D. Lateral heterogeneity in deep mantle from seismic body wave amplitude. - Nature, 244, N 5412, 1973.

- Newlands M. Lamb's problem with internal dissipation. I. - J. Acoust. Soc. America, 26, N 3, 1954.
- Nuttly O.W. Travel times and amplitudes of S waves from nuclear explosions in Nevada. - Bull. Seismol. Soc. America, 59, N 1, 1969.
- Nuttly O.W. Seismic wave attenuation and magnitude relations for Eastern North America. - J. Geophys. Res., 78, N 5, 1973.
- Otteman J. Finite-amplitude propagation effect of chock wave travel time from explosion in high altitudes. - J. Acoust. Soc. America, 32, N 4, 1959.
- Papoulis A. The Fourier Integral and its applications. N.Y., McGraw-Hill, 1962.
- Patterson D.W. Nuclear decoupling, full and partial. - J. Geophys. Res., 71, N 14, 1966.
- Perret W.R. Shear waves from a nuclear explosion in a salt cavity. - Bull. Seismol. Soc. America, 58, N 6, 1968.
- Perret W.R. Seismic source energies of underground nuclear explosions. - Bull. Seismol. Soc. America, 62, N 3, 1972.
- Pinney E. Surface motion due to a point source in a semi-infinite elastic medium. - Bull. Seismol. Soc. America, 44, N 4, 1954.
- Randall M.J. Fast programs for layered half space problems. - Bull. Seismol. Soc. America, 57, N 6, 1967.
- Reed S.C. Note on the finite amplitude propagation effects on shock wave travel time from explosion in high altitudes. - J. Acoust. Soc. America, 31, N 9, 1959.
- Ritsema A.R. Amplitudes of bodily seismic waves. - Majalah Timu Alan Umtik Indonesia, 112, N 2, 1952.
- Rocard L. Effet seismique des tirs aériens. - Compt. rend. Acad. sci., 167, N 12, 1968a.
- Rocard L. Calcul de l'effet seismic des tirs aériens. - Compt. rend. Acad. sci., 67, N 13, 1968b.
- Roggers L.A. Free-field motion near a nuclear explosion in salt: Project Solomon. - J. Geophys. Res., 71, N 4, 1966.
- Segger D. von, Blandford R. Source time function and spectra for underground nuclear explosions. - Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 31, N 1-3, 1972.
- Sharp J.A. The production of elastic waves by explosion pressures (I. Theorie and empirical field observations). - Geophys., 7, N 2, 1942.
- Shimshoni M., Ben-Menahem A. Computation of the divergence coefficient of seismic phases. - Geophys. J., 21, N 3-4, 1970.
- Solomon S.C. Shear wave attenuation and melting beneath the Mid-Atlantic ridge. - J. Geophys. Res., 78, N 26, 1973.
- Springer D.L. Calculation of first-zone P wave amplitudes for Salmon event and for decoupled sources. - Geophys. Res., 71, N 14, 1966.
- Ta Liang Teng. Reflection and transmission from a plane layered core-mantle boundary. - Bull. Seismol. Soc. America, 57, N 3, 1967.
- Toksoz M.N., Ben-Menahem A. Excitation of seismic surface waves by atmospheric nuclear explosions. - J. Geophys. Res., 69, N 8, 1964.
- Tryggvason E. Dissipation of rayleigh wave energy. - J. Geophys. Res., 70, N 6, 1965.
- Werth G.C., Herbst R.F. Comparison of amplitudes of seismic waves from nuclear explosions in four medium. - J. Geophys. Res., 68, N 5, 1963.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	5
1. Постановка проблемы	—
2. Обзор предшествующих работ	7
Глава I. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН	
ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ	14
1. Плотность потока сейсмической энергии	15
2. Выражение для энергии объемной волны произвольной формы	17
3. Выражение для энергии поверхностной волны произвольной формы	21
4. Вычисление расхождения объемной волны. Дифференцирование экспериментального годографа	27
5. Вычисление длины сейсмического луча	33
Глава II. ПОГЛОЩЕНИЕ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В РЕАЛЬНЫХ СРЕДАХ	35
1. Уравнение состояния сплошной среды	36
2. Суперпозиция и причинность	38
3. Некоторые экспериментальные данные о величине добротности и коэффициента поглощения для объемных и поверхностных волн	43
4. О точности определения коэффициента поглощения в однородных средах	48
Глава III. СЕЙСМИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ, ВОЗБУЖДАЕМАЯ ИСТОЧНИКОМ, НАХОДЯЩИМСЯ НА ПОВЕРХНОСТИ	64
1. Распределение сейсмической энергии источника в эпицентре между различными сейсмическими волнами	—
2. Связь между энергией поверхностной волны, выделенной в эпицентре, и энергией, наблюдаемой на расстоянии 1	69
3. Энергия объемных волн в градиентном поглощающем полупространстве	73
Глава IV. О СВЯЗИ ПАРАМЕТРОВ ВОЗДУШНОГО И КОНТАКТНОГО ВЗРЫВОВ С СЕЙСМИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИЕЙ	76
1. Контактный взрыв	77
2. Воздушный взрыв	80
3. Высотный взрыв	89

Глава V. ПОДЗЕМНЫЙ ВЗРЫВ	103
1. Взрыв в безграничной среде	—
2. Взрыв в полупространстве	113
3. Поверхностная волна от подземного взрыва в полу- пространстве	128
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	136
ПРИЛОЖЕНИЯ	139
ЛИТЕРАТУРА	145

Серра Яковлевна КОГАН

СЕЙСМИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ И МЕТОДЫ ЕЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Утверждено к печати Ордена Ленина
Институтом физики Земли им. О.Ю.Шмидта АН СССР

Редактор Э.Н. Терентьев
Художественный редактор Н.Н. Власик
Технический редактор Н.А. Посканияй

Подписано к печати 21/VIII-75 г. Т - 13067. Усл.печ.л. 9,5. Уч.-изд.л. 9,5.
Формат 60x90 1/16. Бумага офсетная № 1. Тираж 1050 экз. Тип. зак. ЗРС
Цена 95 коп.

Книга издана офсетным способом

Издательство "Наука", 103717 ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21
1-я типография издательства "Наука", 199034, Ленинград, В-34, 9-я линия, 12

Исправления и опечатки

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
24	8 св., 10 св.	σ	δ
40	2 сн.	$\sqrt{2\mu\rho}$	$\sqrt{2\mu/\rho}$
46	12 св.	$\frac{\tau(\Delta)}{Q_{cp}}$	$\frac{\tau(\Delta)f}{Q_{cp}}$
55	Ф-ла (2.26)	$\sigma_{\Delta a_{cp}}^{(i)}/k_i + \sigma_{\Delta a_{cp}}^{(j)}/k_j$	$\sigma_{\Delta a_{cp}}^{(i)2}/k_i + \sigma_{\Delta a_{cp}}^{(j)2}/k_j$
58	Ф-ла (2.34)	$a_2 - a_2 \sum_{t=1}^{N_1} f_t^2 (f_t - \bar{f})$	$a_1 - a_2 \sum_{t=1}^{N_1} f_t^2 (f_t - \bar{f})$
58	1 сн.	$\frac{1}{N_1} \sum_{t=1}^{N_1} f_t^2$	$\frac{1}{N_1} \sum_{t=1}^{N_1} f_t^2$
69	1 сн.	$L_x c_R$	L_x / c_R
71	20 св.	$\beta_R t = a$	$E_R t = \infty$
92	20 ~ 21 св.	изометрического	изотермического
104	12 сн.	1 кг	1 кт